

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA**

*DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE, NUCLEARI,  
AERONAUTICHE E DI METALLURGIA*

**TESI DI LAUREA**

in  
Costruzione di macchine M

**SIMULAZIONE DELLA TEMPRA DI UN CILINDRO SPESSO**

CANDIDATO  
Paolo Tomassini

RELATORE:  
Chiar.mo Prof. Ing.  
Pier Gabriele Molari

CORRELATORE/CORRELATORI  
Prof. Ing. Luca Tomesani  
Prof. Ing. Alberto Maggiore

Anno Accademico 2012/13

Sessione I

Introduzione .....	2
Capitolo 1.....	3
Tempra .....	3
1.1    Distorsioni e fratture nel processo di tempra .....	4
1.1.1    Effetto del materiale.....	5
1.1.2    Effetto della geometria.....	5
1.1.3    Effetto dell' ambiente di trattamento .....	6
1.1.4    Effetto dell'austenite residua .....	6
1.1.5    Effetto del mezzo di tempra.....	7
1.2    Proprietà meccaniche e fisiche.....	10
1.2.1    Carico di snervamento .....	10
1.2.2    Modulo di elasticità assiale.....	11
1.2.3    Coefficiente di Poisson .....	11
1.2.4    Calore specifico ( c ).....	11
1.2.5    Densità ( $\rho$ ).....	12
1.2.6    Conducibilità termica ( $\lambda$ ).....	12
1.2.7    Coefficiente di espansione termica .....	12
Capitolo 2.....	13
Simulazione.....	13
2.1    Simulazione della temperatura.....	14
2.2    Simulazione delle tensioni .....	20
Capitolo 3.....	23
Risultati e conclusioni.....	23
3.1    Risultati .....	26
3.1.1    Analisi delle temperature .....	26
3.1.2    Analisi delle tensioni.....	37
3.2    Conclusioni .....	59
APPENDICE.....	60
Analisi delle tensioni tramite l' utilizzo della teoria dei tubi spessi .....	60
Bibliografia .....	70

# Introduzione

Modificare le caratteristiche dei materiali è una pratica comune in ambito industriale e ingegneristico. Le ragioni sono l'esigenza di ottenere dal pezzo, costituito da un dato materiale, delle determinate proprietà, meccaniche e tecnologiche, in maniera da avere un certo tipo di comportamento idoneo agli impieghi che se ne intende fare.

Per ottenere questo si effettuano sui pezzi diversi processi, tra questi processi ci sono quelli chiamati trattamenti termici, la tempra è uno di essi.

Allo scopo di massimizzare l'efficienza e l'efficacia dei trattamenti diviene quindi necessario analizzare tramite delle simulazioni il loro sviluppo in tutte le fasi che li costituiscono.

Queste simulazioni possono riguardare l'analisi di un trattamento termico su un pezzo o un materiale che si utilizza per la prima volta, l'ottimizzazione di un trattamento termico già in uso oppure la ricerca e l'eliminazione di eventuali cause che hanno provocato la rottura del pezzo o la non completa idoneità all'utilizzo. In ultimo ma non per importanza l'analisi e la ricerca sempre più accurata dell'effetto e l'interazione dei fenomeni fisici e meccanici nei processi e sulle caratteristiche finali dei materiali.

Questa tesi è basata sulla simulazione di un trattamento termico di tempra nella fase di raffreddamento. Essa è divisa in due parti.

Nella prima è stato simulato l'andamento della temperatura durante i vari istanti del raffreddamento. Nella seconda, in base ai valori di temperatura trovati, si è ottenuto l'andamento delle sollecitazioni all'interno del materiale. Per entrambe le parti della simulazione si è utilizzato il metodo degli elementi finiti.

Nel primo capitolo è stata fatta una iniziale descrizione del trattamento termico di tempra, dei fenomeni di distorsione e frattura che si possono manifestare e degli aspetti metallurgici e tecnologici che li influenzano. Segue inoltre una descrizione delle caratteristiche fisiche e meccaniche che influenzano il processo di tempra.

Nel secondo capitolo è stata descritta la simulazione nelle sue due parti, le modalità e le procedure con cui si è sviluppata.

Nel terzo capitolo vengono descritti e analizzati i risultati ottenuti e se ne traggono le conclusioni e le valutazioni.

Nell'Appendice si descrivono il procedimento e l'analisi delle tensioni nel pezzo ottenute tramite l'utilizzo della teoria dei tubi spessi.

# Capitolo 1

## Tempra

Per tempra si intende un trattamento termico che consiste in un rapido raffreddamento da alta temperatura mediante immersione in opportuni mezzi capaci di sottrarre energicamente calore dal metallo [1].

Per trattamento termico si intende un'operazione o successione di operazioni termiche alle quali vengono sottoposti i metalli allo scopo di ottenere una determinata microstruttura e determinate proprietà meccaniche finali con variazioni più o meno accentuate rispetto a quelle di partenza [2].

Nel caso della tempra si ottiene un sensibile aumento di durezza.

Per microstruttura si intende l'insieme dei costituenti di cui è costituito un materiale metallico.

Si forma all'atto della solidificazione, dipende dalla composizione chimica e dalle condizioni di solidificazione, influisce fortemente sulle proprietà meccaniche e può essere modificata tramite trattamenti termici. Nel caso della tempra lo scopo è quello di ottenere una microstruttura chiamata martensite allo scopo di avere una durezza maggiore o, tramite trattamenti termici successivi, delle altre microstrutture aventi opportune caratteristiche meccaniche rispetto alla struttura originaria.

La martensite si forma direttamente da un'altra microstruttura chiamata austenite sotto forma di placchette lenticolari o aghi e termina la sua crescita in tempi molto brevi.

Nella trasformazione si passa dalla cella cubica a facce centrate (CFC) dell'austenite alla cella tetragonale compatta (TCC) della martensite. Per cella si intende la forma elementare definita dalla disposizione degli atomi che si ripete per costituire il reticolo cristallino. Il reticolo cristallino definisce il cristallo, l'insieme dei cristalli definisce la microstruttura. Non tutti gli acciai sono adatti a subire il trattamento termico di tempra. L'idoneità di un acciaio ad essere temprato è definito dalla temprabilità. Essa è l'attitudine di un acciaio ad assumere più o meno completamente microstruttura martensitica [2]. La martensite si sviluppa infatti solo se la velocità di raffreddamento supera un determinato valore. Esso è deducibile da particolari diagrammi in cui in funzione del tempo vengono riportati gli stati di inizio trasformazione e fine trasformazione della struttura austenitica in altre strutture, la cui tipologia dipende dalla velocità di raffreddamento. Sopra un determinato valore l'austenite si trasforma interamente in martensite, velocità critica superiore  $V_{CS}$ , sotto si sviluppano altre strutture. Queste curve si chiamano Curve di Bain.

Possono essere di due tipi, TTT oppure CCT (Fig 1.1).

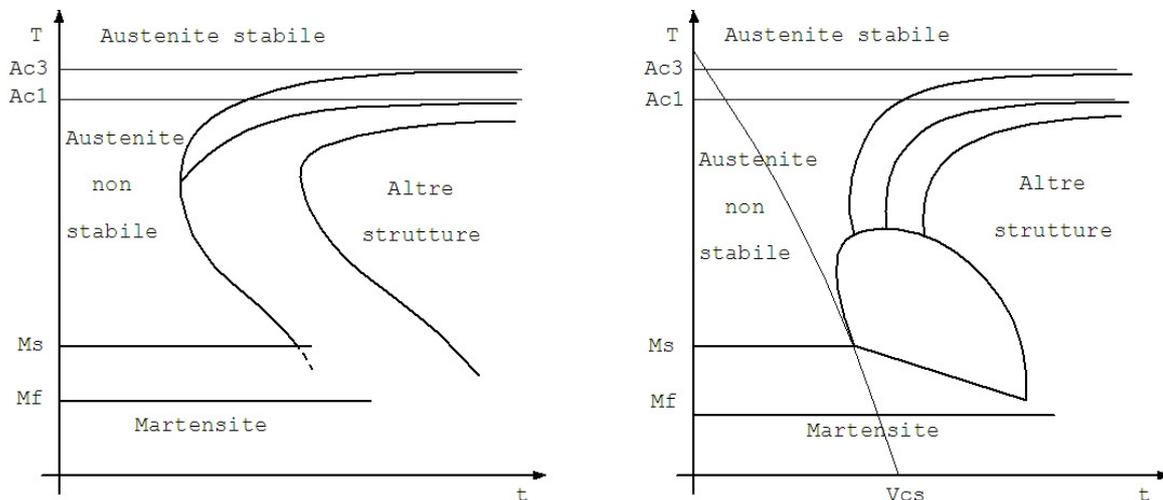


Figura 1.1 Curva di Bain TTT (a sinistra) e CCT (a destra)

Le curve T T T sono ottenute tramite un raffreddamento seguito da un mantenimento a temperatura costante nella quale l'austenite si trasforma. Le curve C C T sono ottenute tramite raffreddamenti continui.

La scelta di quale utilizzare dipende dal tipo di raffreddamento che si vuole effettuare nel processo. Esse sono caratteristiche di ogni acciaio.

Nella Figura 1.1 sono riportati gli andamenti qualitativi per gli acciai ipoeutetoidici.

La temprabilità è tanto maggiore quanto più aumenta il tenore di carbonio e degli elementi di lega, ad eccezione del cobalto. Dipende inoltre da un' altro parametro che è la dimensione del grano austenitico [3]. All'aumentare del grano austenitico di partenza aumenta la temprabilità dell'acciaio perché si sfavoriscono le trasformazioni che portano a strutture diverse dalla martensite.

Le Curve di Bain si spostano più a destra. Ciò porta alla possibilità di effettuare raffreddamenti con velocità più basse. La presenza di impurezze come inclusioni diminuisce la temprabilità provocando una forma delle curve più spostata a sinistra.

## 1.1 Distorsioni e fratture nel processo di tempra

A seguito del trattamento di tempra si verificano sul materiale variazioni dimensionali e in alcuni casi delle vere e proprie rotture che possono interessare tutta la sezione del materiale oppure determinate zone. Le cause principali sono due. Sviluppo di sollecitazioni causate dalla differente dilatazione del materiale durante la fase di raffreddamento, ma se i parametri non sono corretti anche durante il riscaldamento, a causa del valore diverso della temperatura nel pezzo e trasformazione della microstruttura austenitica in quella martensitica.

Quest'ultima si sviluppa dal passaggio dalla struttura cubica facce centrate ( C F C ) dell'austenite a quella cubica corpo centrato ( C C C ) della ferrite in cui la velocità di raffreddamento elevata non ne permette la diffusione del carbonio provocandone la distorsione in una struttura tetragonale compatta ( T C C ) più grande. Ciò porta allo sviluppo di una deformazione la cui entità dipende dalla temperatura di austenizzazione e dal tenore di carbonio come mostra la Figura 1.2 .  
relativa a una struttura completamente martensitica.

C rappresenta il tenore di carbonio ed  $\varepsilon$  la deformazione lineare.

La Figura 1.3 mostra l'andamento qualitativo della deformazione che si può avere nel materiale durante il processo di tempra. T rappresenta la temperatura [4,5].

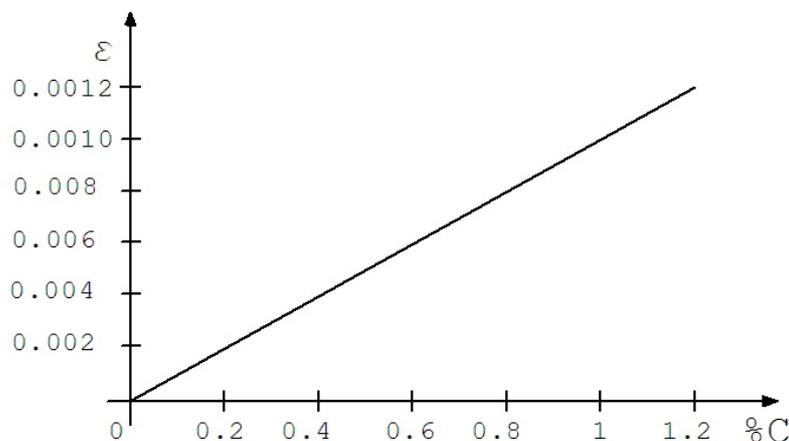


Figura 1.2 Deformazione in funzione della percentuale di carbonio

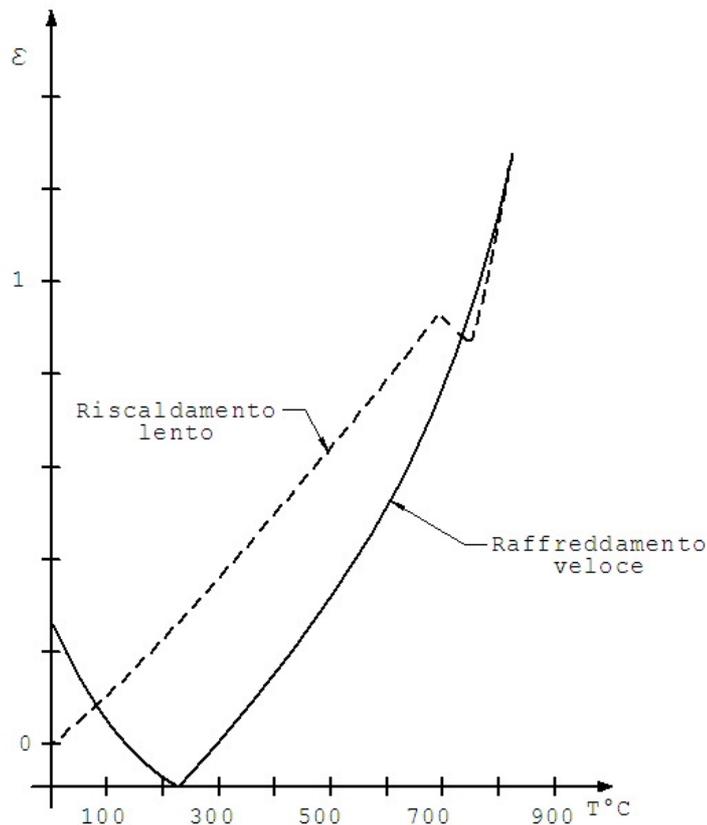


Figura 1.3 Deformazione durante il riscaldamento e il raffreddamento nel processo di tempra

### 1.1.1 Effetto del materiale

La tendenza a provocare deformazioni e in particolare fratture aumenta all'aumentare della percentuale di carbonio. Aumentando del suo tenore infatti aumenta la durezza dello strato indurito ma conseguentemente anche lo stato tensionale a causa della maggiore distorsione provocata dalla percentuale di carbonio nella martensite.

Un altro effetto è dato dalla presenza di regioni aventi microstruttura contenente un'elevata concentrazione di carburi. La loro presenza infatti può provocare concentrazione di tensioni facilitando l'innesco della cricca. Un altro fattore è il grado di purezza del materiale dipendente dalla presenza di elementi non desiderati come inclusioni non metalliche zolfo e fosforo.

La presenza di impurità come zolfo e fosforo può provocare durante la fase di riscaldamento segregazione di composti bassofondenti a bordo grano con conseguente infragilimento della struttura.

### 1.1.2 Effetto della geometria

Distorsioni e fratture sono accentuate da forti variazioni di temperatura e da gradienti termici che variano fortemente all'interno della sezione del pezzo.

Dove possibile quindi è meglio definire una forma del pezzo simmetrica o il più possibile vicino ad essa. Nel caso di elementi lunghi e sottili si definisce un rapporto ottimale  $L = 5 d$  per tempra in acqua,  $L = 8 d$  per tempra in olio,  $L = 10 d$  per tempra scalare austenitica, dove  $L$  è la lunghezza dell'elemento e  $d$  lo spessore o il diametro [5].

La presenza di spigoli vivi, brusche variazioni di sezione non raccordate aumentano la non uniformità del transitorio termico con conseguente influenza sulle deformazioni di tipo termico e dal punto di vista strutturale si comportano da concentratori di tensione [5].

Si deve considerare anche la presenza di tensioni residue dovute a eventuali lavorazioni meccaniche precedenti, che se non correttamente annullate possono sommarsi alle tensioni termiche e strutturali durante la fase di raffreddamento.

### 1.1.3 Effetto dell' ambiente di trattamento

La presenza di idrogeno può provocare fragilimento [5]. Se la tempra viene effettuata in ambienti contenenti elementi ad alta affinità con il carbonio è possibile che la superficie del materiale ne diminuisca il suo tenore al punto da non sviluppare trasformazione martensitica ma uno strato superficiale costituito da microstruttura ferritica tenera sopra alla martensite, decarburazione.

Le conseguenze sono lo sviluppo di uno stato superficiale di trazione che favorisce la formazione di cricche. Attenzione deve essere posta anche sul controllo della temperatura.

Una fase di riscaldamento effettuata in maniera non corretta, con una velocità troppo elevata può portare ad un andamento della temperatura nel pezzo non uniforme con conseguente sviluppo di tensioni termiche e relative deformazioni. Bisogna inoltre controllare il valore della temperatura di fine trattamento e il suo andamento per evitare la presenza di austenite residua.

### 1.1.4 Effetto dell'austenite residua

Se la temperatura di fine trattamento è maggiore della temperatura di fine trasformazione della martensite oppure il tempo di attraversamento tra la temperatura di inizio trasformazione e quella di fine trasformazione della martensite è troppo elevato, anche a temperatura ambiente il materiale può presentare dell'austenite, austenite residua. È indesiderata perché instabile e può trasformarsi in esercizio con conseguente variazione dello stato tensionale, deformazione ed eventuali cricche.

La conoscenza delle temperature di inizio e fine trasformazione è quindi importante.

Il loro valore dipende soprattutto dalla percentuale di carbonio. All'aumentare del suo tenore diminuiscono i valori delle temperature  $M_s$  e  $M_f$  di inizio e di fine trasformazione della martensite come mostra la Figura 1.4 [4].

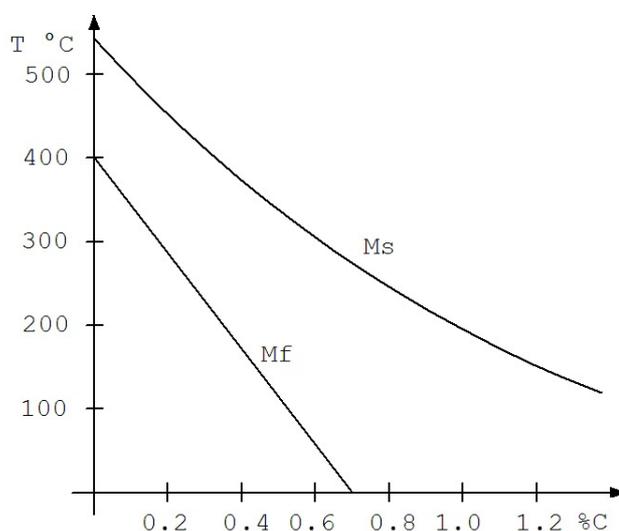


Figura 1.4 Influenza del carbonio sulle temperature  $M_s$  e  $M_f$

### 1.1.5 Effetto del mezzo di tempra

Il tipo di mezzo di tempra utilizzato ha influenza sulla modalità con cui avviene il raffreddamento del materiale. Essi possono essere aria, acqua, oli, soluzioni acquose a base polimerica, gas, metalli fusi, sali fusi, soluzioni acquose contenenti varie concentrazioni di sali come cloruro di sodio [5].

La scelta dell'utilizzo del mezzo temprante deve essere effettuata considerando la sua drasticità e la capacità di effettuare un'azione di raffreddamento uniforme [5].

La drasticità di tempra è definita come l'abilità del mezzo temprante ad estrarre calore dal pezzo caldo, uno dei modi in cui si esprime è il Numero di Grossmann.

Valori tipici del numero di Grossman in funzione del mezzo temprante e della modalità con cui si utilizza sono dati nella tabella di Figura 1.5 per i tipi di mezzi di tempra più comunemente utilizzati. Come si può vedere la drasticità viene influenzata oltre che dal tipo di mezzo temprante anche dalla maniera con cui esso viene fatto interagire col pezzo. Facendo agitare il pezzo aumenta la drasticità di tempra.

Mezzo Temprante	Numero di Grossmann
Olio - senza agitazione	0.20
Olio - agitazione moderata	0.35
Olio - agitazione forte	0.50
Olio - agitazione violenta	0.70
Acqua - senza agitazione	1.00
Acqua - agitazione forte	1.50
Soluzioni acquose - senza agitazione	2.00
soluzioni acquose - agitazione violenta	5.00

**Figura 1.5 Numeri di Grossman per le condizioni di tempra più comuni**

All'aumentare del numero di Grossman aumenta la drasticità del mezzo temprante e la profondità di tempra. Per contro aumenta anche l'entità del transitorio termico a cui si sottopone il materiale soprattutto nelle prime fasi della tempra aumentando le sollecitazioni di tipo termico con conseguenti distorsioni e fratture. Diminuendo la drasticità di tempra si diminuisce il transitorio termico riducendo lo sviluppo di distorsioni e fratture, tuttavia ciò può portare ad una velocità di raffreddamento non sufficiente con la conseguenza di una formazione eccessiva di strutture non volute, austenite residua, bainite superiore, perlite [5].

La scelta del mezzo temprante quindi deve essere fatta in funzione del tipo di acciaio su cui deve essere fatto il trattamento e delle caratteristiche meccaniche che si vogliono ottenere.

Acciai aventi un'alta temprabilità possono essere trattati con mezzi aventi una bassa drasticità di tempra, olio, aria. Per pezzi aventi una temprabilità minore si devono usare mezzi più drastici come l'acqua.

L'uniformità dell'azione di raffreddamento data dal mezzo di tempra dipende da tre aspetti:

- Direzione con cui il mezzo di tempra scambia calore con il pezzo.
- Presenza all'interno del bagno di tempra di impurezze o elementi insolubili.
- Caratteristiche fisiche del fluido di tempra che si utilizza.

Se il mezzo temprante raffredda il materiale secondo una certa direzione le varie zone di quest'ultimo possono scambiare calore con esso in maniera non uguale subendo quindi un raffreddamento diverso con conseguente sviluppo di stati tensionali e relative deformazioni o cricche.

La presenza nel bagno di tempra di impurezze come carbonio o elementi insolubili come olio nel mezzo di tempra costituito da acqua o viceversa può portare ad un'interazione non uniforme tra superficie e pezzo con la conseguenza di avere zone localizzate tenere più suscettibili a subire deformazioni.

Le caratteristiche fisiche influenzano la maniera con cui avviene lo scambio termico durante il raffreddamento. Quelle principali sono la viscosità, il punto di ebollizione, il calore latente di vaporizzazione, la densità e il calore specifico [6]. Al variare di essi varia l'entità con cui il mezzo temprante interagisce con il pezzo e quindi varia il modo con cui avviene il raffreddamento.

Un esempio è quello dell'utilizzo dell'acqua. La temperatura di austenizzazione ha un valore molto più alto rispetto alla temperatura di ebollizione, ciò porta ad avere un raffreddamento che come si può vedere dalla Figura 1.5 può essere definito in quattro fasi.

- Fase 1: Fase iniziale di contatto del pezzo con la fase liquida
- Fase 2: Sviluppo di uno strato denso di vapore attorno al pezzo
- Fase 3: Rottura localizzata dello strato di vapore con contatto localizzato tra la superficie del pezzo e il fluido di tempra, con ebollizione di quest'ultimo.
- Fase 4: Temperatura del pezzo che scende al di sotto di quella di ebollizione del mezzo di tempra, raffreddamento con contatto completo tra la superficie del pezzo e la fase liquida del mezzo temprante.

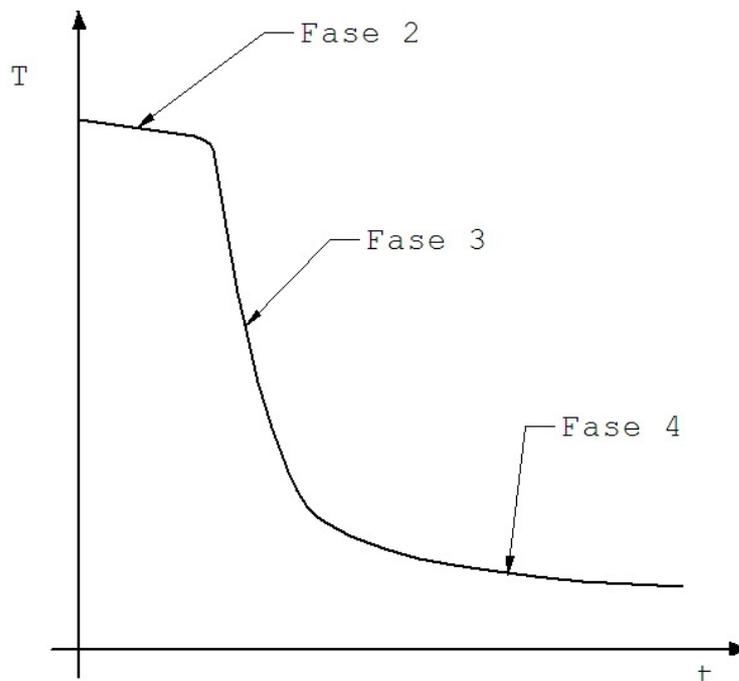


Figura 1.5 Curva di raffreddamento in acqua

La fase iniziale di contatto diretto con il liquido avviene in un intervallo di tempo molto breve, circa 0,25 secondi, a seguito del quale si sviluppa la Fase due dello strato di vapore attorno alla superficie e di fatto non è visibile nelle curve di raffreddamento.

Nella fase due il raffreddamento è molto lento, come si vede dalla Figura 1.5, a causa della bassa conducibilità termica del vapore. Il calore che raggiunge l'interfaccia liquida in parte viene rimosso per convezione e la restante parte produce del nuovo vapore che si sostituisce a quello che abbandona il pezzo e che rimuove anch'esso calore per convezione. Lo spessore dello strato di vapore diminuisce con la diminuzione della temperatura [6]. Perciò ad un certo punto esso diventa talmente piccolo che quando la quantità di calore rimossa non è più in grado di mantenere lo strato di vapore avviene la rottura localizzata di quest'ultimo e il ritorno del contatto diretto superficie liquido [6]. Si entra nella Fase tre di raffreddamento. In questa fase la temperatura del materiale è ancora molto elevata, ma non in grado di vaporizzare il fluido e il contatto diretto con la superficie calda del pezzo ne provoca l'ebollizione. Il passaggio tra le due fasi non è repentino, c'è un certo intervallo di tempo di transizione in cui aumenta il coefficiente di conducibilità e la porzione di liquido in ebollizione che si sostituisce alla fase vapore. Come si vede dalla Figura 1.5 la temperatura scende rapidamente e la velocità di raffreddamento è massima. Con la diminuzione della temperatura diminuisce la dimensione delle bolle ed aumenta la durata del contatto tra la superficie del pezzo e la fase liquida del mezzo temprante con la conseguente variazione del coefficiente di scambio termico. Quando la temperatura del pezzo raggiunge la temperatura di ebollizione del liquido lo sviluppo di bolle diminuisce e si annulla. Ora l'interazione tra il pezzo e il mezzo di tempra avviene per contatto completo di quest'ultimo con la fase liquida senza la presenza di bolle o vapore. Lo scambio termico è esclusivamente per convezione con la fase liquida. La temperatura scende in maniera meno veloce fino alla temperatura di fine trattamento e la velocità di raffreddamento diminuisce fino ad azzerarsi. L'utilizzo di mezzi tempranti diversi incentiva o diminuisce una fase rispetto alle altre.

Gli oli presentano un'alta viscosità, un basso calore latente di vaporizzazione ed un' alto punto di ebollizione. Questo porta un raffreddamento del pezzo che mostra la Fase due più prolungata, la Fase tre più corta e con una velocità di raffreddamento minore rispetto a quella fornita dall'acqua e un ultimo stadio prolungato con una velocità di raffreddamento sempre bassa [6] (Fig. 1.6).

A seconda del tipo di composizione dell'olio queste fasi si possono modificare. La tempra però rimane sempre meno drastica rispetto a quella ottenuta con l'acqua.

I mezzi tempranti a base polimerica possono presentare un comportamento simile sia a quello degli oli sia a quello dell'acqua in funzione della percentuale e del tipo di additivi utilizzati [6].

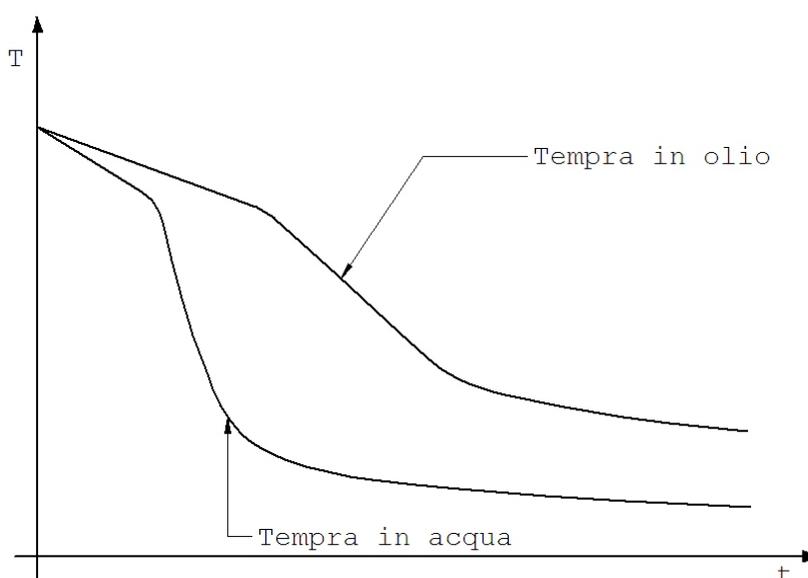


Figura 1.6 Andamento del raffreddamento nella tempra in acqua e la tempra in olio

Le fasi di raffreddamento si possono modificare inoltre agendo sul moto relativo tra mezzo temprante e pezzo. Agitando il pezzo o imponendo al fluido un moto vorticoso viene facilitata la rottura dello strato di vapore a favore del contatto diretto del liquido. In questo modo si riduce il campo di esistenza della Fase 2 e si sviluppa nell'ultima fase uno scambio di calore per convezione forzata. Aumentando la temperatura di fine raffreddamento si aumenta la durata della Fase 2. Si diminuisce la durata della Fase 3 e si ha una temperatura di transizione con la Fase 1 e una velocità massima di raffreddamento più basse con un tempo complessivo di raffreddamento più elevato [5].

## 1.2 Proprietà meccaniche e fisiche

Si fa riferimento agli acciai. Le proprietà fisiche e meccaniche non rimangono costanti con la temperatura, ma variano. Questo influenza sia l'andamento della temperatura, sia l'entità e la distribuzione delle tensioni e delle deformazioni durante le fasi di riscaldamento e raffreddamento. Nel caso della tempra degli acciai durante il raffreddamento date le velocità elevate è importante la loro conoscenza anche quando la microstruttura è metastabile, o parzialmente trasformata [7]. Le proprietà meccaniche che influenzano maggiormente i processi di tempra sono, Carico di snervamento, Modulo di elasticità assiale (Modulo di Young), Coefficiente di contrazione trasversale (Coefficiente di Poisson). Le proprietà fisiche sono Calore specifico, Densità, Coefficiente di espansione termica. Bisogna considerare altri aspetti come Calore latente di trasformazione, effetti viscosi, e la memoria di deformazioni precedenti [7].

### 1.2.1 Carico di snervamento

Passando da temperatura austenitica a quella di inizio trasformazione della martensite il carico di snervamento aumenta. L'andamento però viene influenzato dalla temperatura e da fattori come la composizione chimica, la percentuale e il tipo di microstruttura presente, la velocità con cui le deformazioni avvengono all'interno del materiale [7]. Ciò può portare a variazioni non univoche e significative del suo valore. La tabella di Figura 1.7 mostra l'andamento del carico di snervamento per alcuni acciai aventi differente composizione chimica e nelle diverse condizioni microstrutturali.

	Temperatura (°C)						
	20	225	300	400	500	780	850
2.75%Ni - 0.7%Cr - 0.4%Mo - 0.4%C	1100	300 (MS)					110
Ferro puro	190		103	67			20
Acciai al carbonio (Struttura perlitica)	460				340		
(Struttura austenitica)			82	80			27
(Struttura bainitica 0.4%C)	850				640		
(Struttura bainitica 0.8%C)	1300				1050		
(Struttura martensitica 0.4%C)	1150						
4%Ni - 1%Cr - 0.3%Mo 0.35%C (Struttura austenitica - martensitica)	1600	150 (MS)			115		40

Figura 1.7 Carico di snervamento nelle varie condizioni strutturali e di temperatura

## 1.2.2 Modulo di elasticità assiale

All'aumentare della temperatura il suo valore può ridursi di circa la metà. Né la composizione né la struttura negli acciai basso legati ha una significativa influenza, eccetto nella struttura austenitica, dove il suo valore è più basso rispetto a quello di altre strutture della stessa composizione alla stessa temperatura. La Figura 1.8 ne mostra l'andamento negli acciai debolmente legati [4, 7].

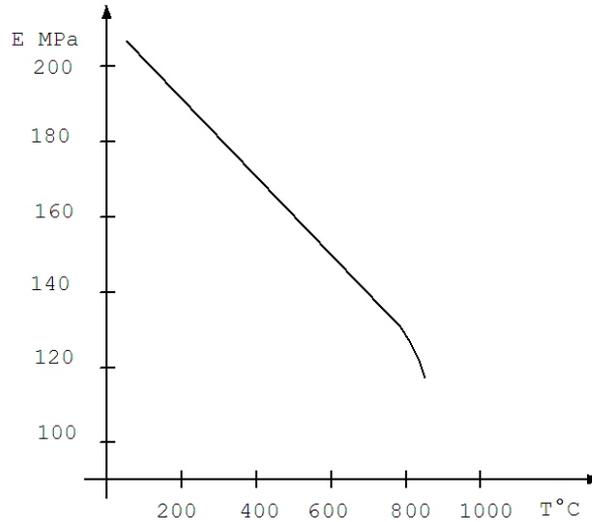


Figura 1.8 Andamento del modulo di elasticità assiale in funzione della temperatura

## 1.2.3 Coefficiente di Poisson

Cambiamenti microstrutturali non hanno sostanziali effetti su questa proprietà, al variare della temperatura da quella ambiente a quella di austenizzazione il suo valore può variare tra 0,28 e 0,31.

## 1.2.4 Calore specifico ( c )

Il suo valore dipende oltre che dalla composizione anche dalla temperatura e dalla microstruttura. Nel caso della tempra, durante il raffreddamento nel campo di esistenza dell'austenite il valore diminuisce leggermente. In corrispondenza dell'intervallo di inizio e fine trasformazione della martensite però sviluppa una netta variazione con un repentino aumento per poi tornare a diminuire drasticamente, come si può vedere dalla Figura 1.9 per un acciaio debolmente legato [7].

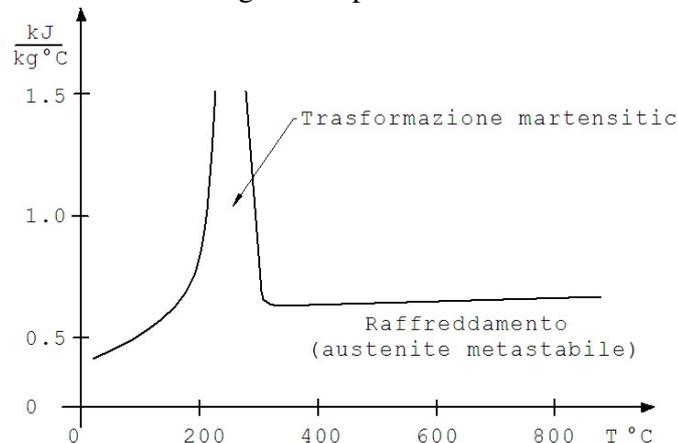


Figura 1.9 Effetto del raffreddamento sul calore specifico durante la tempra

### 1.2.5 Densità ( $\rho$ )

Nel caso del ferro puro il valore varia tra 7,82 Kg/dm<sup>3</sup> a temperatura ambiente e 7,62 Kg/dm<sup>3</sup> a 700 °C il cambiamento di struttura da quella ferritica a quella austenitica provoca un' ulteriore riduzione a 7,56 Kg/dm<sup>3</sup> a 850 °C. Negli acciai debolmente legati i valori e il comportamento sono essenzialmente gli stessi ma nella fase austenitica i valori sono leggermente più alti.

I dati si riferiscono a cambiamenti di temperatura e di fase lenti ma non ci sono state anomalie associate all'uso di questi dati nello studio e la simulazione dei processi di tempra [7].

### 1.2.6 Conducibilità termica ( $\lambda$ )

Dipende essenzialmente dalla struttura del materiale, quindi variazioni durante i cambiamenti microstrutturali ci possono essere. L'entità però è molto meno marcata rispetto a quella dei mezzi di tempra all'interfaccia durante il raffreddamento.

Negli acciai la fase austenitica possiede la conducibilità più bassa che varia tra i 15 W/mK a temperatura ambiente ai 26 W/mK a 850 °C. La microstruttura martensitica ha un leggero aumento di conducibilità che può variare tra 25 W/mK e 35 W/mK con variazioni molto piccole al variare della temperatura. Nel caso siano presenti più microstrutture il valore della conducibilità termica può essere ottenuto effettuando una media pesata tra i valori dei singoli costituenti [7].

Nella tabella di Figura 1.10 sono riportati alcuni valori per l'austenite e la martensite [8].

	Conducibilità termica $\frac{W}{m K}$			
	Temperatura °C			
	0	300	600	800
austenite	15.0	18.0	21.7	25.1
martensite	43.1	36.7	30.1	

Figura 1.10 Valori indicativi della conducibilità termica per l'austenite e la martensite

### 1.2.7 Coefficiente di espansione termica

L'entità delle deformazioni e delle tensioni termiche durante il processo di raffreddamento è strettamente legato al valore del coefficiente di espansione termica delle varie fasi che si sviluppano.

Per la fase austenitica assume valori compresi tra 0,000021 1/°C e 0,000023 1/°C

Il tenore di carbonio non ha effetto su questa proprietà né nella fase austenitica né in quella martensitica, mentre un leggero effetto è dato dagli elementi di lega [7].

## Capitolo 2

### Simulazione

La simulazione si è sviluppata in due fasi.

Nella prima fase è stato simulato il possibile andamento della temperatura durante il raffreddamento partendo dalla temperatura di austenizzazione.

Nella seconda fase è stato ricercato un possibile andamento dello stato di tensione nel pezzo.

Per simulare l'andamento della temperatura e delle tensioni durante il raffreddamento è stato utilizzato il metodo degli elementi finiti. Questo metodo consiste nell'analizzare un dominio in cui le grandezze generalmente sono funzioni continue, dove l'andamento è definito tramite equazioni differenziali alle derivate parziali o sistemi di esse, in maniera discreta suddividendolo in tanti sottodomini di forma semplice chiamati elementi finiti. Gli elementi interagiscono tra loro solo in corrispondenza di determinati punti chiamati nodi, localizzati ai vertici o anche lungo i lati.

In un modello discretizzato tutti i nodi devono combaciare tra loro e l'andamento delle grandezze deve essere uguale lungo i lati comuni, cioè gli elementi devono essere compatibili. L'andamento delle grandezze all'interno degli elementi è definito tramite polinomi scritti in funzione dei valori ai nodi tramite opportune grandezze chiamate funzioni di forma,  $N_i$ , corrispondenti ad ogni nodo (2.1). Esse sono caratteristiche di ogni elemento e ne definiscono il tipo.

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i \mathbf{U}_i \quad (2.1)$$

L'andamento delle grandezze è tanto più accurato quanto più si riducono le dimensioni dell'elemento, oppure quanto più alto è il grado dei polinomi, quindi il numero delle funzioni di forma che le definiscono. Di conseguenza l'attendibilità e l'accuratezza dei risultati dipende dalla dimensione degli elementi e dalla loro forma. A parità di tipo di elemento, elementi di piccole dimensioni danno risultati più accurati. Elementi piccoli ma distorti, con una dimensione molto diversa rispetto alle altre, possono dare risultati inattendibili.

La discretizzazione del modello può essere di due tipi

- Strutturata: Gli elementi sono definiti da intersezione di rette aventi una ben precisa relazione tra loro (fig. 2.1).
- Non strutturata: Non c'è una ben precisa relazione geometrica tra i lati che definiscono gli elementi e il numero di elementi cui i nodi interni appartengono può variare. Può essere costituita da elementi di diverso tipo (fig. 2.2).

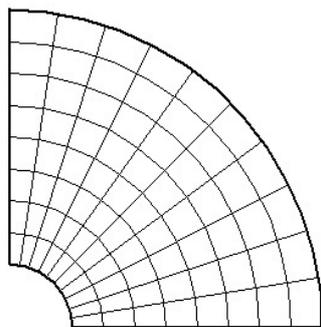


Figura 2.1 Discretizzazione strutturata

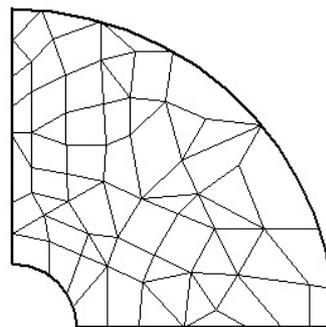


Figura 2.2 Discretizzazione non strutturata

## 2.1 Simulazione della temperatura

Dall'equazione di Fourier nel caso continuo l'equazione corrispondente nel caso discreto si ottiene dalla variazione nulla del corrispondente funzionale.

Il funzionale è un'equazione caratteristica della data equazione differenziale la cui variazione nulla soddisfa l'equilibrio dato dall'equazione differenziale stessa.

Nel caso di un sistema con simmetria cilindrica l'equazione di Fourier è

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q \quad (2.2)$$

$\lambda$  è il coefficiente di conducibilità termica del materiale,  $\rho$  la densità,  $c$  il calore specifico.

Il funzionale associato è

$$\pi(T) = \frac{\lambda}{2} \int_A \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] r dA + \rho c \int_A \frac{\partial T}{\partial t} T r dA - \int_A Q T r dA \quad (2.3)$$

Definendo la temperatura tramite la (2.1), scrivendo in forma matriciale e sostituendo si ottiene l'equazione di equilibrio nel caso discreto [9].

$$\bar{\bar{C}} \bar{\bar{T}}'(t) + \bar{\bar{K}} \bar{\bar{T}}(t) = \bar{\bar{F}}(t) \quad (2.4)$$

Dove  $\mathbf{C}$  è la matrice di capacità termica,  $\mathbf{K}$  è la matrice di conducibilità termica di conduzione e di convezione,  $\mathbf{F}$  è il vettore che rappresenta i carichi termici relativi alla generazione localizzata di calore, flusso di calore, fenomeni di convezione.  $\mathbf{T}(t)$  e  $\mathbf{T}'(t)$  sono i vettori delle temperature e delle derivate delle temperature ai nodi al tempo  $t$ .

Le doppie sovrascritture definiscono la matrice, la singola sovrascrittura definisce il vettore.

L'elaborazione dell'equazione di equilibrio è stata effettuata utilizzando il metodo dei trapezi generalizzato [9]. Definendo  $h$  il passo di integrazione, consiste nell'approssimare la derivata della temperatura al tempo  $t + \alpha h$  con la relazione

$$\mathbf{T}'(t + \alpha h) = \alpha \mathbf{T}'(t + h) + (1 - \alpha) \mathbf{T}'(t) = \frac{\mathbf{T}(t + h) - \mathbf{T}(t)}{h} \quad (2.5)$$

e la temperatura con

$$\mathbf{T}(t + \alpha h) = \alpha \mathbf{T}(t + h) + (1 - \alpha) \mathbf{T}(t) \quad (2.6)$$

$\alpha$  è tale che  $0 < \alpha < 1$  ed è il parametro che definisce il modello di approssimazione.

In questo modo si può trasformare un'equazione differenziale ordinaria del primo ordine in un'equazione lineare.

Se si considera l'equazione di equilibrio (2.4) al tempo  $t$  e al tempo  $t+h$

$$\bar{C} \bar{T}'(t+h) + \bar{K} \bar{T}(t+h) = \bar{F}(t+h) \quad (2.7)$$

Moltiplicando la (2.4) per  $(1-\alpha)$  e la (2.7) per  $\alpha$  e sommando si ottiene

$$\bar{C}[\alpha \bar{T}'(t+h) + (1-\alpha) \bar{T}'(t)] + \bar{K}[\alpha \bar{T}(t+h) + (1-\alpha) \bar{T}(t)] = \alpha \bar{F}(t+h) + (1-\alpha) \bar{F}(t)$$

Il termine della matrice di capacità termica  $C$  per la (2.5) si può ricondurre a

$$\alpha \bar{T}'(t+h) + (1-\alpha) \bar{T}'(t) = \frac{\bar{T}(t+h) - \bar{T}(t)}{h}$$

i termini a destra dell'uguaglianza per la (2.6) si possono definire come

$$\alpha \bar{F}(t+h) + (1-\alpha) \bar{F}(t) = \bar{F}(t+\alpha h)$$

si ottiene

$$\frac{\bar{C}[\bar{T}(t+h) - \bar{T}(t)]}{h} + \bar{K}[\alpha \bar{T}(t+h) + (1-\alpha) \bar{T}(t)] = \bar{F}(t+\alpha h)$$

Raccogliendo i termini si ricava

$$\left( \frac{\bar{C}}{h} + \alpha \bar{K} \right) \bar{T}(t+h) = \left[ \frac{\bar{C}}{h} - (1-\alpha) \bar{K} \right] \bar{T}(t) + \bar{F}(t+\alpha h) \quad (2.8)$$

Cioè si è ottenuto dal sistema di equazioni differenziali di partenza un sistema di equazioni lineari. In questo modo è possibile ricondurre il problema iniziale a un problema stazionario.

Conoscendo l'andamento delle temperature del modello al tempo  $t$  tramite l'equazione (2.8) è possibile ottenere l'andamento delle temperature al tempo  $t+h$ . Per cui nota la temperatura iniziale del sistema procedendo passo passo è possibile ottenerne il valore per istanti temporali successivi [9]. I valori che si ottengono dipendono sia dal passo temporale scelto sia dall'entità del parametro  $\alpha$ . In base al valore di  $\alpha$  esistono tre procedimenti principali:

- Metodo di Eulero esplicito:  $\alpha = 0$

L'equazione (2.8) diventa

$$\frac{\bar{C}}{h} \bar{T}(t+h) = \left( \frac{\bar{C}}{h} - \bar{K} \right) \bar{T}(t) + \bar{F}(t)$$

- Metodo di Eulero implicito:  $\alpha = 1$

L'equazione (2.8) diventa

$$\left(\frac{\bar{C}}{h} + \bar{K}\right) \bar{T}(t+h) = \frac{\bar{C}}{h} \bar{T}(t) + \bar{F}(t+h)$$

- Metodo di Crank-Nicholson:  $\alpha = 0.5$

$$\left(\frac{\bar{C}}{h} + \frac{\bar{K}}{2}\right) \bar{T}(t+h) = \left(\frac{\bar{C}}{h} - \frac{\bar{K}}{2}\right) \bar{T}(t) + \bar{F}\left(t + \frac{h}{2}\right)$$

La scelta del passo temporale  $h$  e del parametro  $\alpha$  deve essere effettuata in base a esigenze di accuratezza e di stabilità dei risultati.

Per definire l'entità di  $h$  si calcolano gli autovalori termici.

Si considera l'equazione (2.4) in cui è nullo l'effetto dei carichi termici

$$\bar{C} \bar{T}'(t) + \bar{K} \bar{T}(t) = 0 \quad (2.9)$$

Con il vettore delle temperature  $\mathbf{T}$  definito da

$$\bar{T} = \bar{T}_0 e^{-\lambda t} \quad (2.10)$$

Sostituendo la (2.10) nella (2.9) si ha

$$(\bar{K} - \lambda \bar{C}) \bar{T} = 0 \quad \bar{K} - \lambda \bar{C} = 0 \quad (2.11)$$

Nel caso degli elementi finiti calcolando il determinante della (2.11) è possibile estrarre gli autovalori dei singoli elementi o dell'intera struttura. Determinato il massimo autovalore  $\lambda_{\max}$  dell'intera struttura, per il Metodo di Eulero esplicito e il Metodo di Crank-Nicholson il limite sul passo temporale è definito da

$$h \leq \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (2.12)$$

Se si supera questo limite il Metodo di Crank - Nicholson può presentare fenomeni di oscillazione, mentre il Metodo di Eulero esplicito tende a divergere.

Per

$$\frac{1}{\lambda_{\max}} \leq h \leq \frac{2}{\lambda_{\max}}$$

Il metodo di Eulero esplicito presenta fenomeni di oscillazione.

Il Metodo di Eulero Implicito presenta sempre una convergenza monotona verso la soluzione ma con precisione minore rispetto al Metodo di Crank – Nicholson.

Se il numero di elementi è elevato estrapolare gli autovalori può essere molto oneroso.

Si dimostra che il massimo autovalore del sistema è sempre minore del massimo autovalore dell'elemento libero [9]. Perciò individuando dalla struttura l'elemento più critico, che può essere quello più piccolo o quello più distorto ed estraendone l'autovalore massimo si può ricavare il valore del passo temporale critico ed avere un' idea del passo temporale da utilizzare in funzione delle esigenze di precisione richieste.

Per la scelta del parametro  $h$  il Metodo di Eulero Implicito si è visto che comporta limiti maggiori sul passo temporale ed inoltre mostra un'accuratezza minore. Il Metodo di Eulero Esplicito non presenta fenomeni di oscillazione ma è meno preciso di quello di Crank – Nicholson che tende ad avere una maggiore precisione.

In questa tesi è stato utilizzato il metodo di Crank – Nicholson.

Il pezzo è assialsimmetrico, perciò si è scelto di effettuare la simulazione su metà della sezione.

La discretizzazione è stata effettuata utilizzando elementi finiti quadrangolari assialsimmetrici. Essa è di tipo strutturato, con gli elementi di forma quadrata che hanno tutti la stessa dimensione di tre millimetri di lato. Questo valore è molto piccolo per approssimare con sufficiente accuratezza, compatibilmente con le capacità del calcolatore, l'andamento della temperatura ai bordi e nelle zone vicine. Dove la sua variazione durante la fase iniziale è molto elevata a causa del contatto diretto col mezzo raffreddante. L'elemento finito è di tipo a quattro nodi (QL1) di Figura 2.3.

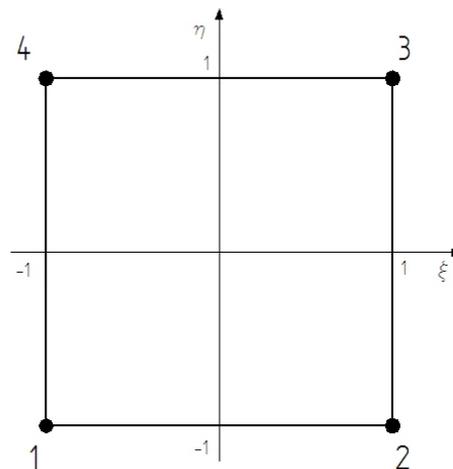


Figura 2.3 Tipo di elemento finito utilizzato

Con le funzioni di forma che sono:

$$N1 = \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \quad N2 = \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} \quad N3 = \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \quad N4 = \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4}$$

L'andamento della temperatura si ottiene dall'interpolazione del valore delle temperature ai nodi con le quattro funzioni di forma.

$$T(\xi, \eta, t) = N1(\xi, \eta) T1(t) + N2(\xi, \eta) T2(t) + N3(\xi, \eta) T3(t) + N4(\xi, \eta) T4(t) \quad (2.13)$$

La cui scrittura in forma matriciale è

$$T(\xi, \eta, t) = \bar{N} \bar{T}(t) \quad (2.14)$$

Dove  $\bar{N}$  è il vettore delle funzioni di forma e  $\bar{T}$  quello delle temperature.

Ne deriva, sostituendo la (2.14) nell'equazione del funzionale (2.3), l'equazione (2.4) e i termini relativi alle matrici di conducibilità termica e di rigidezza dei singoli elementi [9].

$$\bar{\bar{\mathbf{K}}} = \lambda \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{\bar{\mathbf{B}}}^T \bar{\bar{\mathbf{B}}} \mathbf{j} \mathbf{r} d\xi d\eta \quad \bar{\bar{\mathbf{C}}} = \rho c \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{\bar{\mathbf{N}}} \bar{\bar{\mathbf{N}}}^T \mathbf{j} \mathbf{r} d\xi d\eta \quad (2.15)$$

Esse sono scritte in forma integrale nelle coordinate naturali  $\xi$  e  $\eta$  come previsto dalla teoria degli elementi finiti.

$\bar{\bar{\mathbf{B}}}$  rappresenta la matrice delle derivate delle funzioni di forma rispetto al sistema di riferimento cilindrico di partenza,  $\mathbf{j}$  rappresenta il determinante della matrice Jacobiana  $\mathbf{J}$  dovuta al cambio di variabile dal sistema di riferimento cilindrico a quello naturale.

$$\bar{\bar{\mathbf{B}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N1}}{\partial \xi} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N2}}{\partial \xi} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N3}}{\partial \xi} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N4}}{\partial \xi} \\ \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N1}}{\partial \eta} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N2}}{\partial \eta} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N3}}{\partial \eta} & \mathbf{J}^{-1} \frac{\partial \mathbf{N4}}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad \bar{\bar{\mathbf{J}}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

L'integrazione è stata effettuata con il metodo di Gauss con quattro punti, in maniera tale da garantire, data la tipologia lineare degli elementi, una soluzione ugualmente corretta. I punti di Gauss con i relativi pesi sono mostrati nella tabella di Figura (2.4) e l'integrazione nell'equazione 2.16

PUNTI DI GAUSS (PG)			PESI (Hi)	
PG1	$\xi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	H1	1
PG2	$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\eta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	H2	1
PG3	$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\eta = \frac{1}{\sqrt{3}}$	H3	1
PG4	$\xi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\eta = \frac{1}{\sqrt{3}}$	H4	1

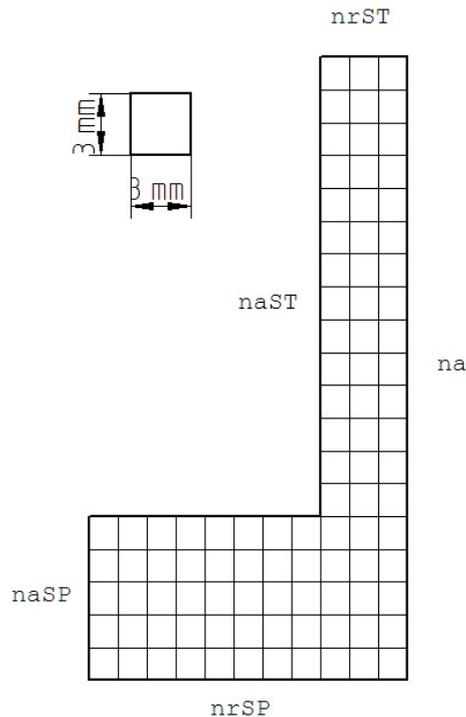
Figura 2.4 Tabella dei punti di Gauss utilizzati

$$\bar{\bar{\mathbf{K}}} = \bar{\bar{\mathbf{K}}}(\text{PG1}) H1 + \bar{\bar{\mathbf{K}}}(\text{PG2}) H2 + \bar{\bar{\mathbf{K}}}(\text{PG3}) H3 + \bar{\bar{\mathbf{K}}}(\text{PG4}) H4$$

$$\bar{\bar{\mathbf{C}}} = \bar{\bar{\mathbf{C}}}(\text{PG1}) H1 + \bar{\bar{\mathbf{C}}}(\text{PG2}) H2 + \bar{\bar{\mathbf{C}}}(\text{PG3}) H3 + \bar{\bar{\mathbf{C}}}(\text{PG4}) H4 \quad (2.16)$$

Per la matrice di conducibilità termica  $\mathbf{K}$  si è considerato solo la conduzione del materiale, non lo scambio termico per convezione con il mezzo temprante.

La sezione e la maglia con cui è stata discretizzata è definita in Figura 2.5.



**Figura 2.5** Discretizzazione del pezzo

La maglia è di tipo strutturato con gli elementi delle stesse dimensioni di forma quadrata di tre millimetri di lato.

nrSP definisce il numero di elementi in senso radiale con cui è stata discretizzata la parte spessa.  
naSP definisce il numero di elementi in senso assiale con cui è stata discretizzata la parte spessa.  
nrST definisce il numero di elementi in senso radiale con cui è stata discretizzata la parte sottile.  
naST definisce il numero di elementi in senso assiale con cui è stata discretizzata la parte sottile.  
na definisce il numero totale di elementi in senso assiale.

$$nrSP = 53 ; naSP = 26 ; nrST = 15 ; naST = 37 ; na = 100 ;$$

per un numero totale di 2488 elementi.

I raccordi non sono stati discretizzati, gli spigoli si sono considerati vivi.

Il calcolo degli autovalori è stato fatto tramite l'equazione (2.11), considerando singoli elementi liberi. Gli elementi più critici sono quelli più interni.

L'autovalore più alto è:  $\lambda_{max} = 16.0033$

Il passo temporale calcolato tramite la (2.12) è:  $h_{max} = 0.125$ .

In base ad esso è stato scelto un passo temporale  $h_{max} = 0.3$  che ha permesso tempi di elaborazione minori garantendo una sufficiente accuratezza con problemi solo nei primi due passi temporali.

Il problema è stato tollerato perché il valore più basso della temperatura non scende al di sotto di quella di inizio trasformazione della martensite e perché, trascurando i primi due passi temporali, equivalenti ad un secondo di tempo, la temperatura in tutti gli istanti successivi è riprodotta in maniera accurata, precisa e senza oscillazioni. La valutazione è stata fatta comparandone l'andamento lungo il verso assiale e radiale con quello relativo ad una parete piana con le stesse condizioni a contorno.

## 2.2 Simulazione delle tensioni

Nel caso strutturale lo stato tensionale nel materiale scritto in forma matriciale è definito dalla relazione [10],

$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbf{D}} (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_0) \quad (2.17)$$

$\sigma$  è il vettore delle tensioni,  $\epsilon$  quello delle deformazioni,  $\epsilon_0$  il vettore delle deformazioni iniziali,  $\mathbf{D}$  è la matrice nel quale sono definite le caratteristiche del materiale, Modulo di elasticità assiale,  $\mathbf{E}$ , e Coefficiente di Poisson,  $\nu$ , di cui è costituita l'intera struttura.

Nel caso assialsimmetrico sono

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{pmatrix} \quad \bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{E}}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Con

$\sigma_r$  = tensione in senso radiale

$\sigma_z$  = tensione in senso assiale

$\sigma_\theta$  = tensione in senso circonferenziale

$\tau_{rz}$  = sforzo di taglio nel piano r z

$r$  = coordinata radiale

$z$  = coordinata assiale

$\epsilon_r$  = deformazione in senso radiale

$\epsilon_z$  = deformazione in senso assiale

$\epsilon_\theta$  = deformazione in senso circonferenziale

$\gamma_{rz}$  = distorsione nel piano r z

$u$  = spostamento radiale

$v$  = spostamento assiale

Definendo gli spostamenti tramite le funzioni di forma e scrivendo in forma matriciale, il vettore delle deformazioni si scrive anche

$$\bar{\epsilon} = \bar{\mathbf{B}} \bar{\Delta} \quad (2.19)$$

$\Delta$  è il vettore degli spostamenti ai nodi dell'elemento.

$$\bar{\Delta} = \begin{pmatrix} u1 \\ v1 \\ u2 \\ v2 \\ u3 \\ v3 \\ u4 \\ v4 \end{pmatrix}$$

**B** è la matrice che mette in relazione le deformazioni con gli spostamenti tramite le funzioni di forma, è diversa rispetto al caso termico.

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} J^{-1} \frac{\partial N1}{\partial \xi} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N2}{\partial \xi} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N3}{\partial \xi} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N4}{\partial \xi} & 0 \\ 0 & J^{-1} \frac{\partial N1}{\partial \eta} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N2}{\partial \eta} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N3}{\partial \eta} & 0 & J^{-1} \frac{\partial N4}{\partial \eta} \\ \frac{N1}{r} & 0 & \frac{N2}{r} & 0 & \frac{N3}{r} & 0 & \frac{N4}{r} & 0 \\ J^{-1} \frac{\partial N1}{\partial \eta} & J^{-1} \frac{\partial N1}{\partial \xi} & J^{-1} \frac{\partial N2}{\partial \eta} & J^{-1} \frac{\partial N2}{\partial \xi} & J^{-1} \frac{\partial N3}{\partial \eta} & J^{-1} \frac{\partial N3}{\partial \xi} & J^{-1} \frac{\partial N4}{\partial \eta} & J^{-1} \frac{\partial N4}{\partial \xi} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$J^{-1}$  è l'inverso della matrice Jacobiana del cambio di variabile dalle coordinate cilindriche a quelle naturali. Il funzionale corrispondente all'equazione di equilibrio coincide con l'energia potenziale del sistema, che è data dalla somma dell'energia di deformazione  $U$  e dal lavoro dei carichi esterni  $W$  sviluppato dalle forze di massa, dalle forze di pressione e dai carichi concentrati.

Dalla condizione di stazionarietà del funzionale, l'equazione di equilibrio per il singolo elemento o dell'intera struttura è

$$\bar{F} = \bar{K} \bar{\Delta} \quad (2.21)$$

con **K** che è la matrice di rigidezza dell'intera struttura o dell'elemento,  $\Delta$  il vettore degli spostamenti, **F** il vettore della risultante dei carichi concentrati, delle forze di massa, delle forze di pressione e delle forze dovute alle dilatazioni termiche.

Il vettore delle forze termiche è nel caso dell'elemento quadrangolare assialsimmetrico

$$\bar{F} = \int_A \bar{B}^T \bar{D} \bar{\epsilon}_0 dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{B}^T \bar{D} \bar{\epsilon}_0 j r d\xi d\eta \quad (2.22)$$

Con **A** che è l'area dell'elemento,  $\xi$  e  $\eta$  le coordinate del sistema di riferimento naturale dello elemento finito, **r** il raggio scritto tramite interpolazione del corrispondente valore ai nodi con le funzioni di forma.

$$r = N1 r1 + N2 r2 + N3 r3 + N4 r4$$

$\mathbf{j}$  è il determinante della matrice Jacobiana  $\mathbf{J}$  del cambio di variabile dal sistema di riferimento cilindrico  $\mathbf{r}, \mathbf{z}$  a quello naturale dell'elemento finito  $\xi, \eta$ .

$\epsilon_0$  è il vettore delle deformazioni dovute alla temperatura, nel caso assialsimmetrico è

$$\bar{\epsilon}_0 = \alpha \begin{pmatrix} N1 T1 + N2 T2 + N3 T3 + N4 T4 \\ N1 T1 + N2 T2 + N3 T3 + N4 T4 \\ N1 T1 + N2 T2 + N3 T3 + N4 T4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Dove  $\alpha$  è il coefficiente di dilatazione termica.

La matrice di rigidezza nel caso assialsimmetrico per l'elemento quadrangolare è

$$\bar{\mathbf{K}} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \bar{\mathbf{B}}^T \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} \mathbf{j} r d\xi d\eta \quad (2.24)$$

Con  $\mathbf{D}$  che è la matrice data nella (2.18) e  $\mathbf{B}$  la matrice della (2.20).

Lo stato tensionale nel singolo elemento si ottiene dalla (2.17) in cui il vettore  $\epsilon_0$  corrisponde all'effetto dato dalla temperatura.

$\epsilon_0$  è sempre definito dall'equazione (2.23), ma per considerare l'effetto dovuto alla trasformazione martensitica sia nel calcolo delle forze, sia in quello delle tensioni sono state implementate direttamente le deformazioni provenienti dalle curve dilatometriche in funzione della temperatura ai nodi. Quindi  $\epsilon_0$  è stato definito tramite la (2.25)

$$\bar{\epsilon}_0 = \begin{pmatrix} N1 \epsilon t1 + N2 \epsilon t2 + N3 \epsilon t3 + N4 \epsilon t4 \\ N1 \epsilon t1 + N2 \epsilon t2 + N3 \epsilon t3 + N4 \epsilon t4 \\ N1 \epsilon t1 + N2 \epsilon t2 + N3 \epsilon t3 + N4 \epsilon t4 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Con  $\epsilon t1, \epsilon t2, \epsilon t3, \epsilon t4$ , che sono le deformazioni ai nodi provenienti dalle curva dilatometriche corrispondenti ai relativi valori di temperatura.

Le tensioni nei singoli elementi finiti sono state calcolate tramite la (2.17) utilizzando la relazione (2.19)

$$\bar{\sigma} = \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{B}} \bar{\Delta} - \bar{\mathbf{D}} \bar{\epsilon}_0 \quad (2.26)$$

Il procedimento nel calcolo delle tensioni è stato prima quello di definire la matrice di rigidezza dell'intero sistema assemblando le matrici dei singoli elementi (2.24), di definire il vettore delle forze termiche assemblando i vettori dei singoli elementi dati dalla (2.22), di calcolare tramite la (2.21) il vettore  $\Delta$  degli spostamenti dei nodi dell'intera struttura e infine tramite la (2.26) calcolare le tensioni nei singoli elementi. Esse sono state calcolate nel baricentro,  $\xi = 0, \eta = 0$ , perché l'errore è minore. Il vettore delle forze e la matrice di rigidezza dei singoli elementi sono stati calcolati come per le matrici di conducibilità e di capacità termica tramite integrazione con il metodo di Gauss in quattro punti (fig. 2.4).

Sia per la simulazione della temperatura, sia per la simulazione delle tensioni è stato fatto un programma di calcolo tramite l'applicazione Mathematica®.

## Capitolo 3

### Risultati e conclusioni

Il pezzo su cui è stata effettuata la simulazione è un cilindro cavo con la parte cava assialsimmetrica avente una sezione che varia tramite uno spallamento. Le dimensioni sono riportate in Figura 2.1.

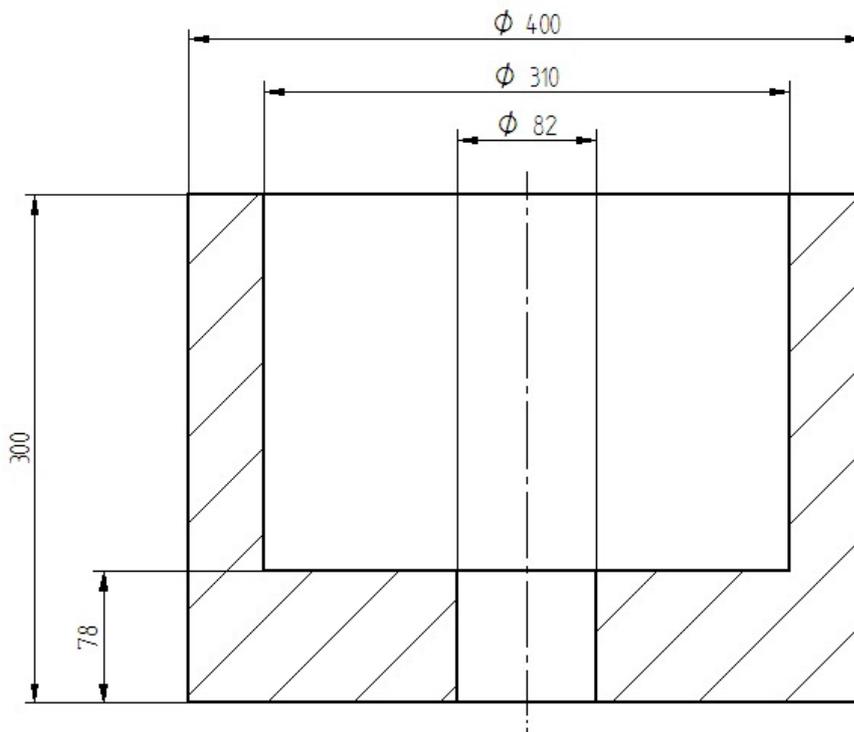


Figura 3.1 Pezzo soggetto a tempra

Il materiale di cui è costituito è un acciaio da bonifica UNI 7845 - 35 Cr Mo 4 (SAE 4130).

La composizione chimica è riportata nella tabella seguente in percentuale di massa.

[ da tabella sugli acciai da bonifica della TECNOCENTRO eng srl ].

C %	Si% max	Mn%	P% max	S%	Cr%	Mo%
0.30	0.40	0.60	0.035	0.020	0.90	0.15
-	-	-	-	-	-	-
0.37		0.90		0.040	1.20	0.30

C: Carbonio

Si: Silicio

Mn: Manganese

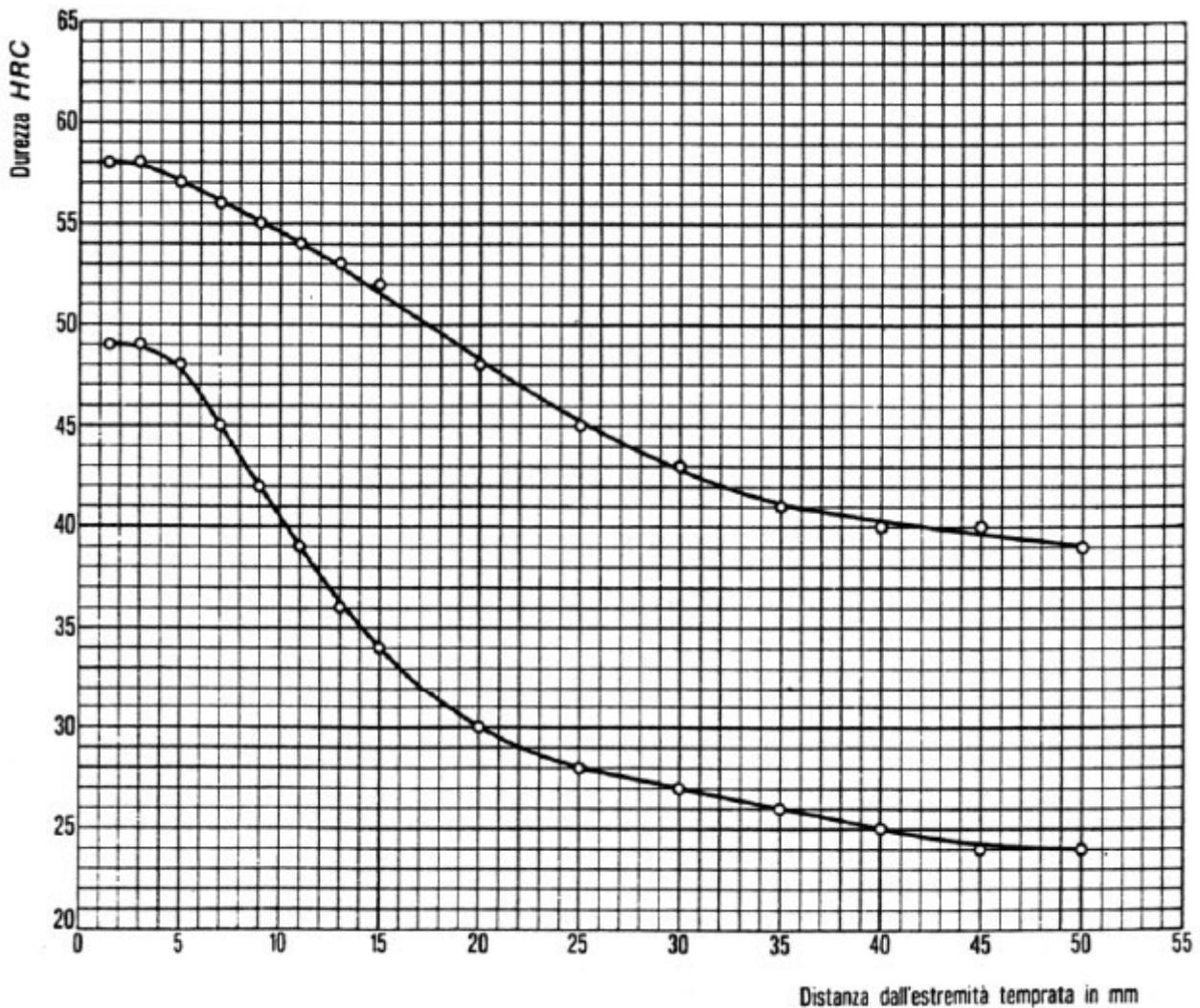
P: Fosforo

S: Zolfo

Cr: Cromo

Mo: Molibdeno

La temprabilità è individuabile dal grafico di Figura 2.2 [11]



**Figura 3.2 Banda di temprabilità Jominy dell'acciaio UNI 7845 – 35 Cr Mo 4**

Le due curve definiscono la banda dove devono essere compresi i valori di durezza affinché le caratteristiche meccaniche dei pezzi siano riproducibili.

Esse mostrano che l'acciaio è sufficientemente temprato, per profondità comprese tra otto millimetri e trenta millimetri ( 43 HRC equivalenti a una microstruttura costituita per metà da martensite ).

È un acciaio dal comportamento intermedio tra gli acciai da bonifica al carbonio e gli acciai autotemperanti.

I primi presentano una temprabilità minore, con dei valori di durezza più bassi e che variano più rapidamente nello spessore, i secondi hanno delle curve con minore pendenza e valori più alti di durezza che denotano la capacità di sviluppare una struttura martensitica su tutto il pezzo.

È un acciaio ipoeutetoidico, la percentuale di carbonio è minore di 0.8%.

Su di esso è stata utilizzata la curva dilatometrica di Figura 3.3

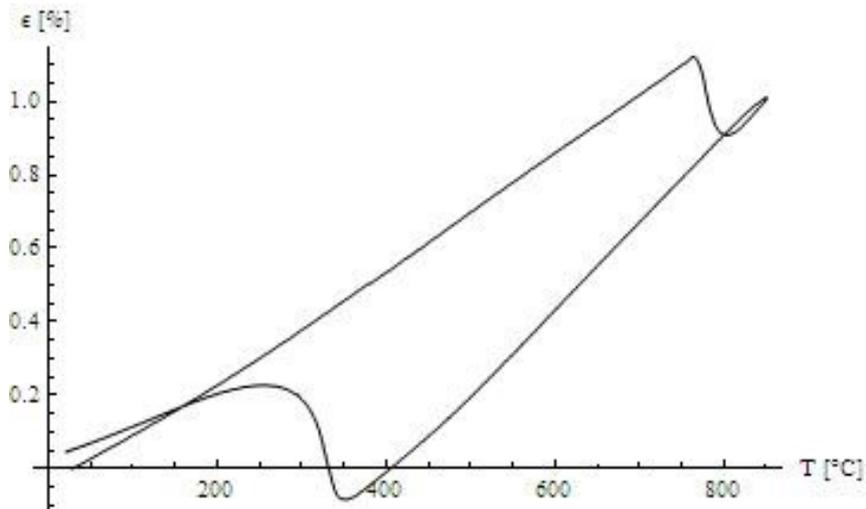


Figura 3.3 Curva dilatometrica  $\varepsilon$ , T dell'acciaio del pezzo

La curva è stata ricavata dal ciclo di riscaldamento e raffreddamento di Figura 3.4.

Il riscaldamento è a temperatura di austenizzazione di 850 °C. Il mantenimento a temperatura dura venti minuti. La velocità di riscaldamento  $V_r$  e la velocità di raffreddamento  $V_c$  sono:

$$V_r = 0.5 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}} \quad V_c = 10 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$$

La trasformazione austenitica avviene a temperatura di 760 °C con una deformazione di 0.2 %. La trasformazione martensitica per temperature comprese tra i 350 °C ( Ms ) e i 250 °C ( Mf ) con una deformazione di 1.07 % .

La deformazione residua al termine del raffreddamento è di 0.05 %.

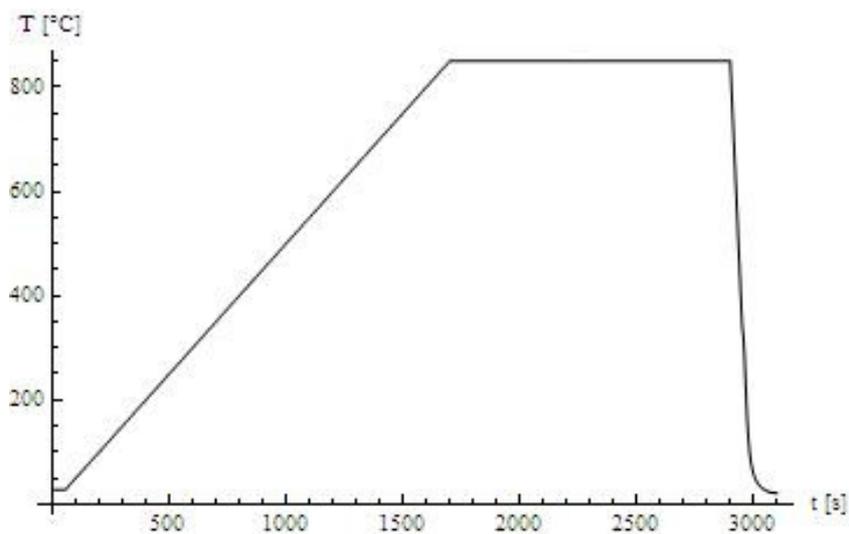


Figura 3.4 ciclo di riscaldamento del materiale.

## 3.1 Risultati

### 3.1.1 Analisi delle temperature

Si è stabilita una temperatura di austenizzazione di 860 °C. A questa temperatura la percentuale di carbonio nell'austenite è circa 1,3%.

Si è considerato un raffreddamento con mezzo temprante acqua, per immersione senza agitazione e movimento del pezzo o dell'acqua. Il fluido interagisce con la superficie del materiale in misura uguale da ogni parte. La posizione con cui il pezzo viene immerso è quella di Figura 2.1. Non si è considerato l'effetto transitorio dovuto alla fase di immersione in cui una parte del pezzo interagisce con il fluido mentre l'altra no.

La temperatura all'interfaccia con la superficie del materiale varia secondo la legge.

$$T1 + (To - T1) e^{-c t} \quad (2.17)$$

T1 = 21 °C: Temperatura di fine raffreddamento

To = 840 °C: Temperatura di inizio raffreddamento

c = 0.5: coefficiente che definisce l'andamento della velocità di raffreddamento

t = tempo.

Dato il basso valore della temperatura T1 e il basso coefficiente di conducibilità termica del vapore è stata ipotizzata una durata della fase di raffreddamento all'interfaccia con il vapore molto breve, il cui effetto è stato considerato definendo uno scarto tra la temperatura di austenizzazione e la temperatura To di 20 °C [5].

La funzione quindi tiene in considerazione il raffreddamento in condizione di ebollizione della fase liquida e il raffreddamento a temperatura inferiore della temperatura di ebollizione, fasi 3 e 4 di Figura 1.5 .

L'andamento è visibile in Figura 3.5.

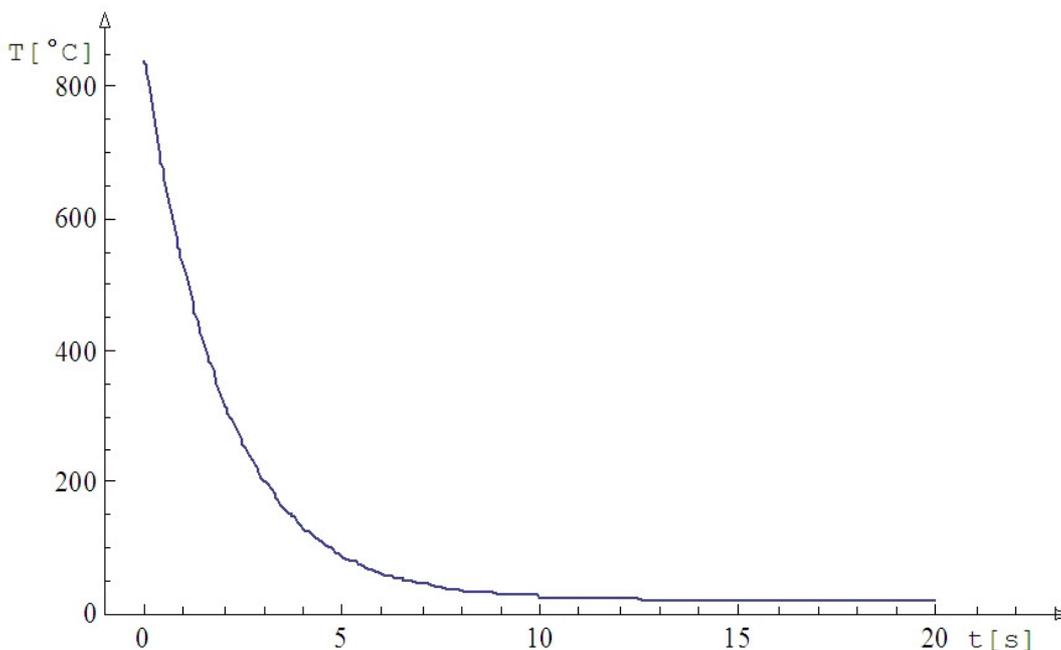


Figura 3.5 Andamento del raffreddamento all'interfaccia

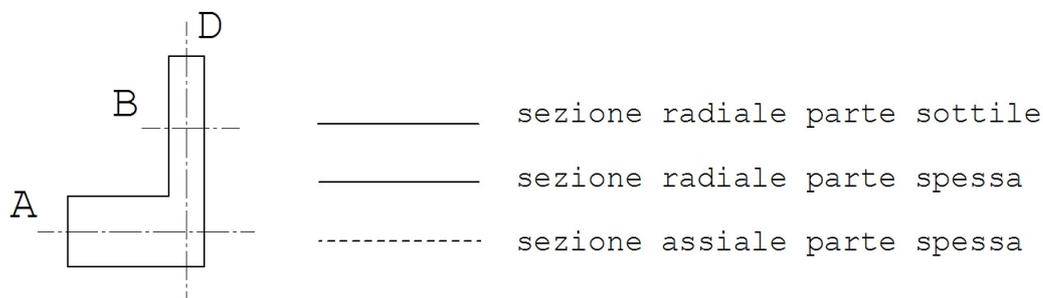
Tramite questa legge la temperatura alla superficie del materiale in tre secondi passa da 840 °C a 200 °C, dopo cinque secondi è a circa 100 °C, dopo dieci secondi è alla temperatura di fine raffreddamento T1.

Le proprietà fisiche del coefficiente di conducibilità termica ( $\lambda$ ) e della capacità termica ( $\rho c$ ) sono state prese costanti, intermedie tra quelle dell'austenite e quelle della martensite, in base al grafico indicativo di Figura 2.9 e alla tabella di Figura 1.10 . Sono:

$$\lambda = 0.03 \frac{W}{mmK} \quad \rho c = 0.005 \frac{J}{mm^3 K}$$

L'andamento della temperatura nel tempo è il seguente.

I grafici si riferiscono al pezzo intero, alle sezioni radiali di mezzeria della parte spessa (A) e della parte sottile (B) e alla sezione assiale della parte spessa, l'asse D è per illustrare i risultati delle tensioni.



- 1 secondo

La temperatura all'interfaccia con il fluido è a 513 °C. In tutta la restante parte del materiale il valore è uguale a quello di partenza. La temperatura di inizio trasformazione della martensite non è raggiunta, lo stato tensionale che si sviluppa è solo dovuto alle dilatazioni termiche.

La temperatura al cuore nella parte spessa e nella parte sottile è allo stesso valore Figure (3.5 e 3.6).

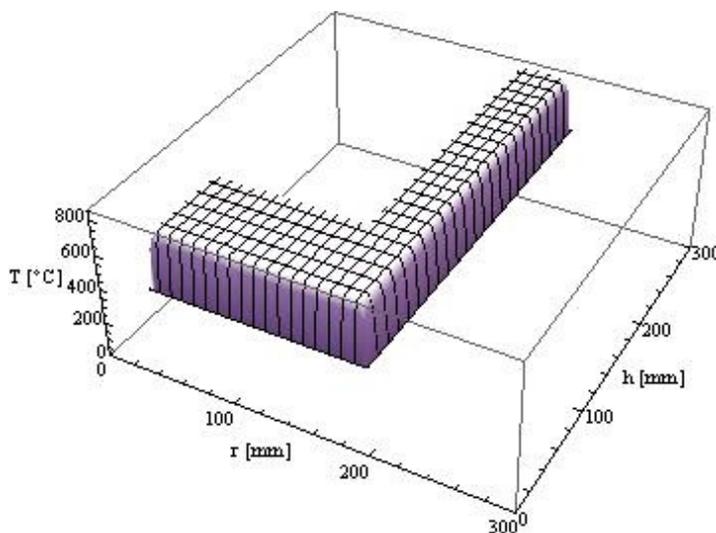


Figura 3.5 Temperatura dopo 1 secondo

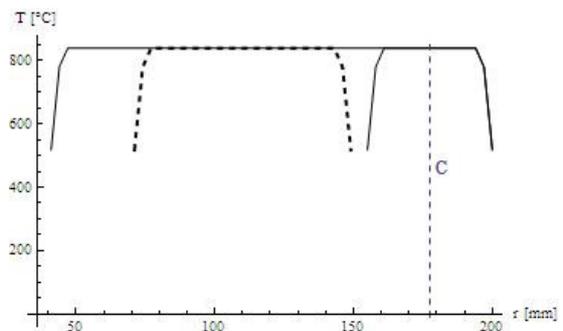


Figura 3.6 Temperatura in A e B dopo 1 secondo

- 3 secondi

La temperatura all'interfaccia con il fluido è a 200 °C la superficie ha appena completato la trasformazione martensitica con conseguente sviluppo di tensioni di tipo strutturale.

La variazione di temperatura è elevata e limitata alle zone vicine la superficie.

Nelle zone più interne la temperatura rimane quella di austenizzazione ( fig. 3.7 e 3.8).

Le temperature al cuore della parte spessa e della parte sottile sono allo stesso valore.

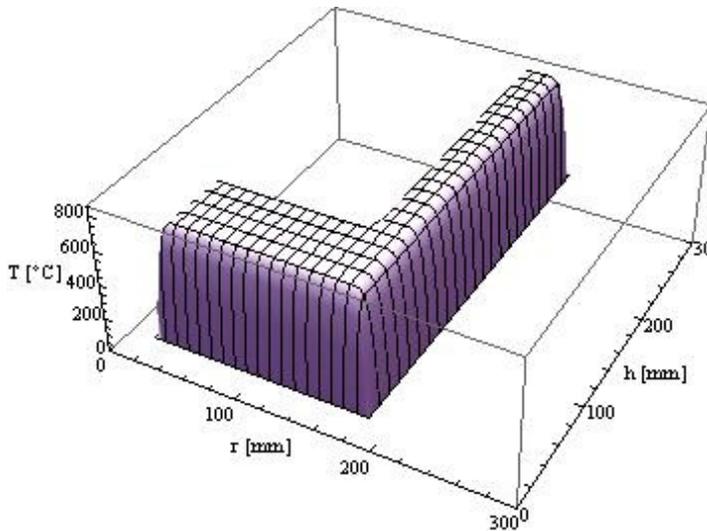


Figura 3.7 Temperatura dopo 3 secondi

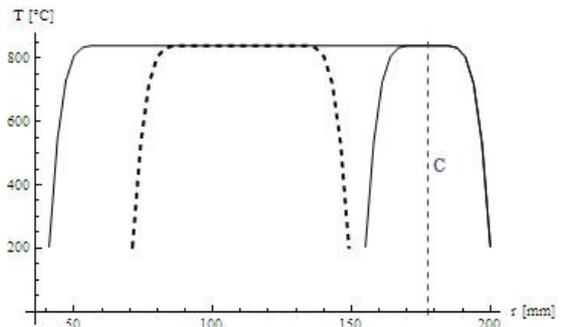


Figura 3.8 Temperatura in A e B dopo 3 secondi

- 6 secondi

La temperatura della superficie ha quasi raggiunto quella del bagno di tempra e finito il raffreddamento. La variazione di temperatura rimane molto elevata e limitata alle zone vicine la superficie. Le zone che sviluppano trasformazione martensitica sono quelle immediatamente sottostanti. La temperatura al cuore della sezione spessa e della sezione sottile rimane quella di inizio raffreddamento. Tuttavia mentre nella sezione spessa, gran parte della temperatura è al valore di partenza, nella sezione sottile la variazione ha raggiunto anche la parte più interna e la quasi totalità della sezione è a temperatura più bassa.(fig. 3.9 e 3.10)

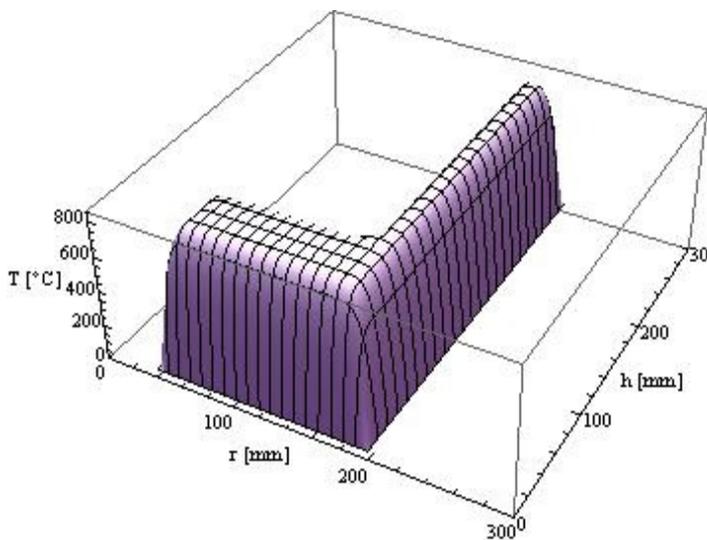


Figura 3.9 Temperatura dopo 6 secondi

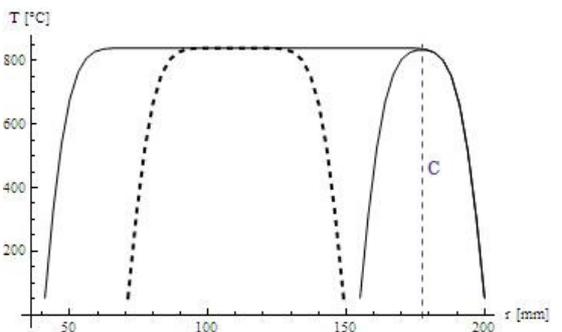


Figura 3.10 Temperatura in A e B dopo 6 secondi

- 12 secondi

La superficie ha raggiunto la temperatura del bagno di tempra, il raffreddamento ora inizia a svilupparsi nella sezione interna del pezzo. La variazione di temperatura si mantiene elevata sia nella parte sottile sia nella parte spessa. Dalle figure 3.11 e 3.12 si può vedere che nella parte sottile, dato lo spessore più limitato, l'intervallo di temperatura di sviluppo della martensite comincia a interessare la parte più interna, mentre nella parte spessa rimane limitato a zone periferiche. In quest'ultima nelle zone interne la temperatura rimane quella di partenza. Nella parte sottile invece inizia il raffreddamento anche della zona più interna. Il raffreddamento quindi inizia a svilupparsi in maniera differente provocando nella zona di giunzione dello spallamento lo sviluppo di una variazione di temperatura ora modesta (punti sulla retta C). Ciò evidenzia che le parti centrali delle due zone iniziano a raffreddarsi con una velocità diversa.

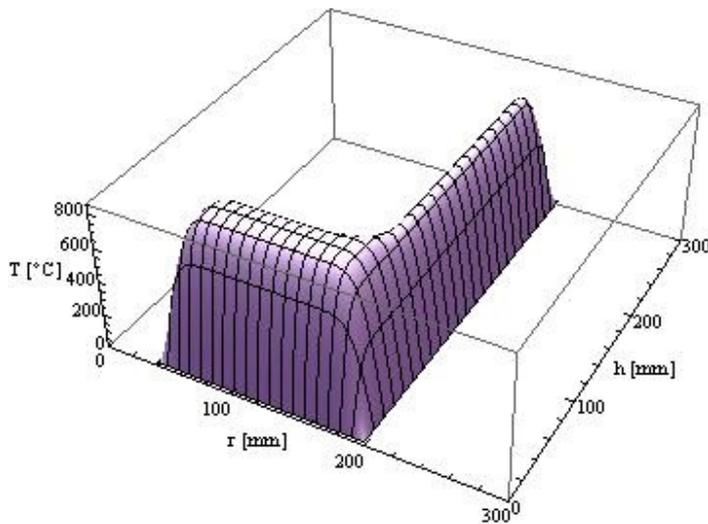


Figura 3.11 Temperatura dopo 12 secondi

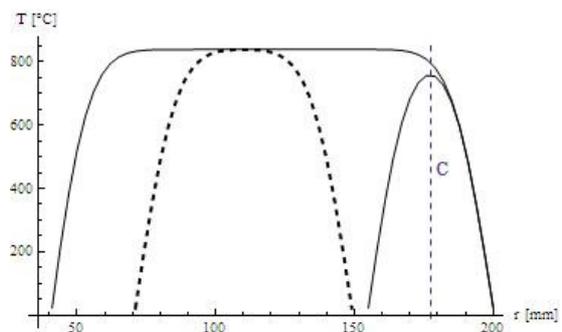


Figura 3.12 Temperatura in A e B dopo 12 secondi

- 24 secondi

L'abbassamento della temperatura inizia anche nella zona centrale della parte spessa. Il salto di temperatura rispetto al bordo rimane elevato. Nella zona centrale della parte sottile la temperatura si abbassa in maniera considerevole rispetto al valore nella zona corrispondente della parte spessa provocando un aumento della differenza di temperatura nelle due zone (retta C di Figura 3.14).

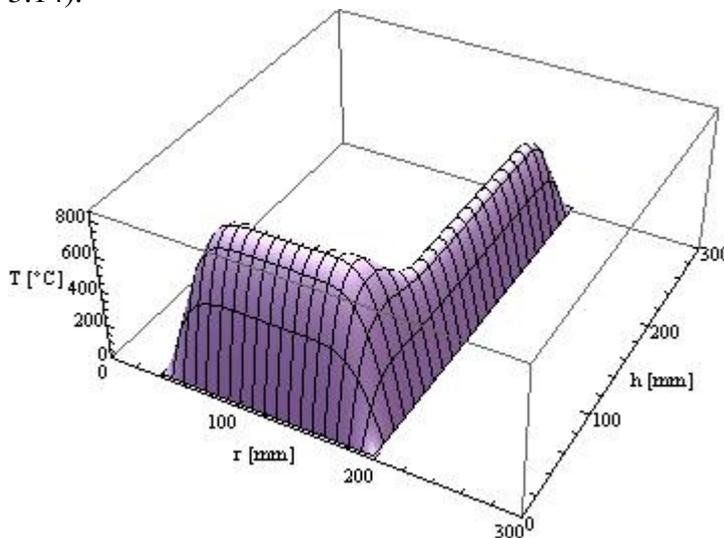


Figura 3.13 Temperatura dopo 24 secondi

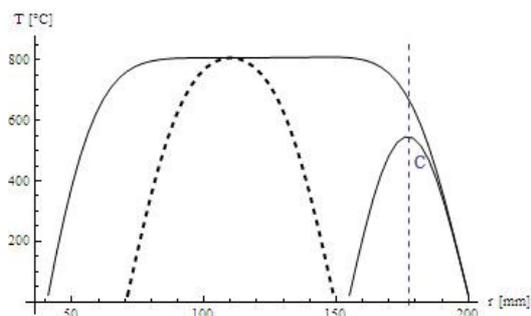


Figura 3.14 Temperatura in A e B dopo 24 secondi

- 50 secondi

La parte sottile attraversa l'intervallo di sviluppo della martensite anche nella sua zona centrale, mentre il tratto corrispondente della parte spessa (retta C di Figura 3.16) rimane a temperatura considerevolmente più alta. Ciò denota che la differenza tra le velocità di raffreddamento delle due zone è aumentata. Dalla Figura 3.16 si può vedere che la temperatura della parte centrale della zona spessa non ha un valore uguale, ma tende ad aumentare andando verso il tratto di unione con la parte sottile. Questo è dovuto al fatto che il più basso valore di temperatura di questa fase rispetto alle fasi precedenti fa risentire la temperatura del valore presente nella parte sottile, che ne varia l'andamento.

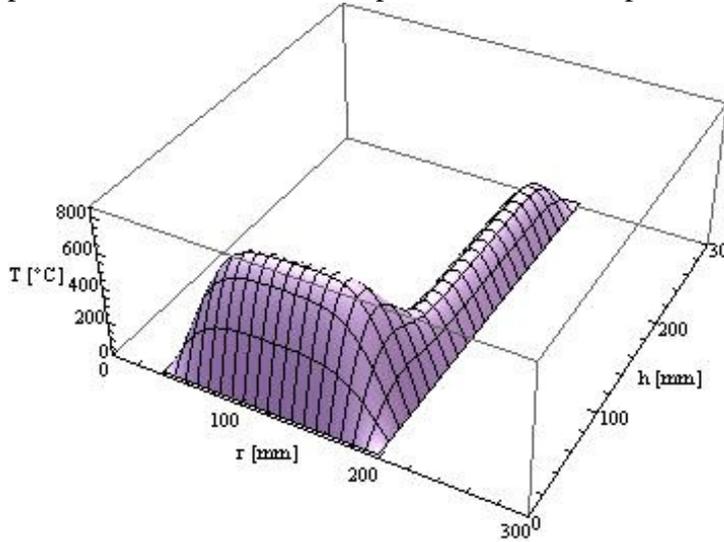


Figura 3.15 Temperatura dopo 50 secondi

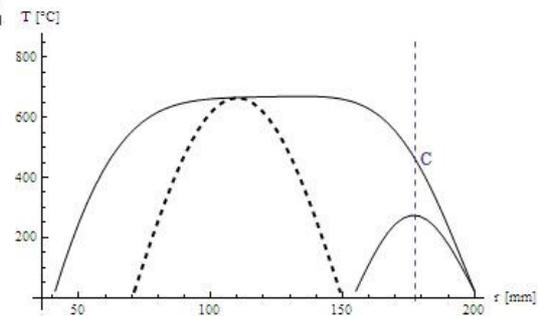


Figura 3.16 Temperatura in A e B dopo 50 secondi

- 75 secondi

La parte sottile è tutta a temperatura minore di 200 °C, completando la trasformazione martensitica anche nella zona centrale. La differenza di temperatura con la corrispondente zona della parte spessa (retta C di Figura 3.18) rimane elevata evidenziando una trasformazione martensitica che avviene in tempi differenti. La parte centrale della zona spessa rimane a temperatura maggiore di quella di inizio trasformazione della martensite (fig. 3.17 e 3.18). La variazione di temperatura rimane elevata soprattutto in direzione assiale, curva tratteggiata di Figura 3.18

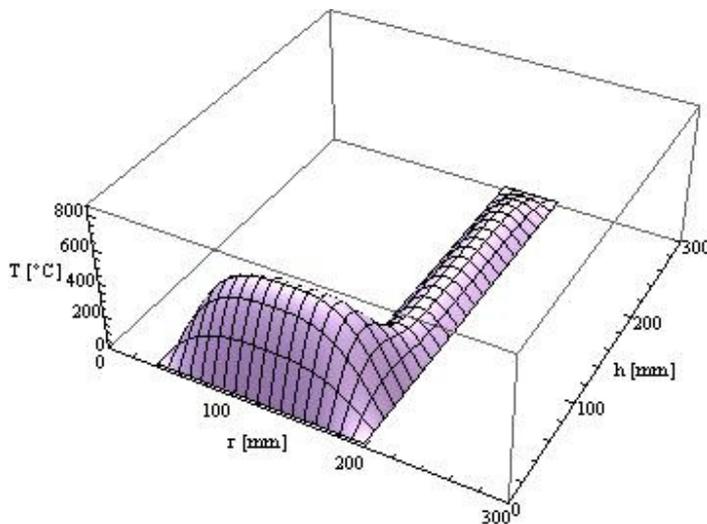


Figura 3.17 Temperatura dopo 75 secondi

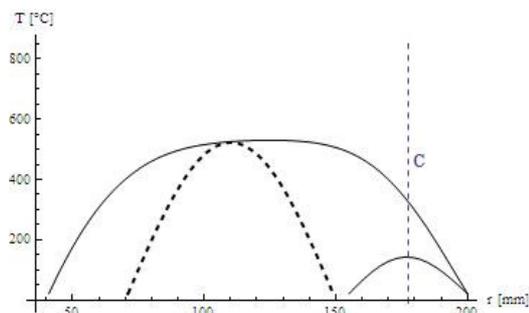


Figura 3.18 Temperatura in A e B dopo 75 secondi

- 100 secondi

La parte sottile ha quasi completato il raffreddamento. La zona centrale della parte spessa sta per attraversare l'intervallo della trasformazione martensitica, mentre le zone immediatamente adiacenti lo attraversano in pieno. Dalla Figura 3.20 si vede che l'effetto dato dalla temperatura della parte sottile influenza ancora l'andamento della temperatura nella zona spessa. Si vede infatti che la curvatura del grafico nella parte esterna e nella parte interna è diversa. La differenza di temperatura lungo C rimane elevata (fig. 3.19 e 3.20).

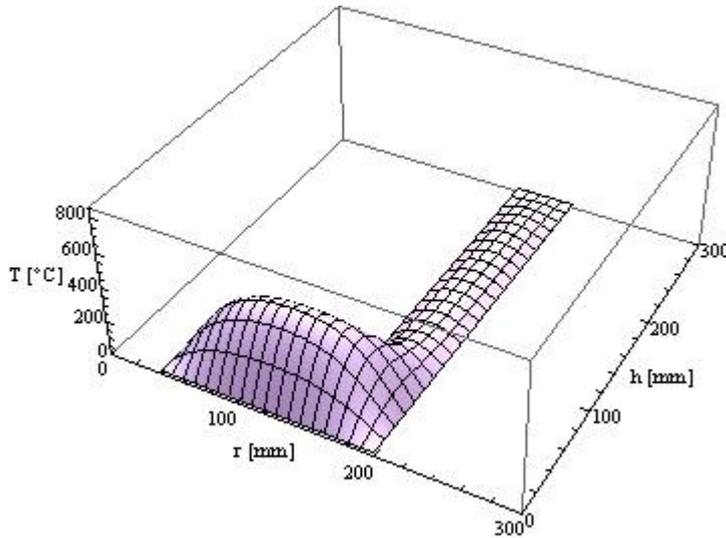


Figura 3.19 Temperatura dopo 100 secondi

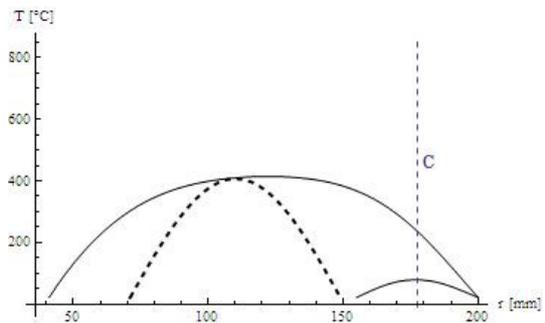


Figura 3.20 Temperatura in A e B dopo 100 secondi

- 125 secondi

La zona centrale della parte spessa attraversa la zona di trasformazione martensitica. La restante parte del pezzo è a temperatura inferiore. La differenza di temperatura tra la parte spessa e la parte sottile in C si mantiene elevata, con quest'ultima che è praticamente alla temperatura del bagno di tempra (fig. 3.21 e 3.22).

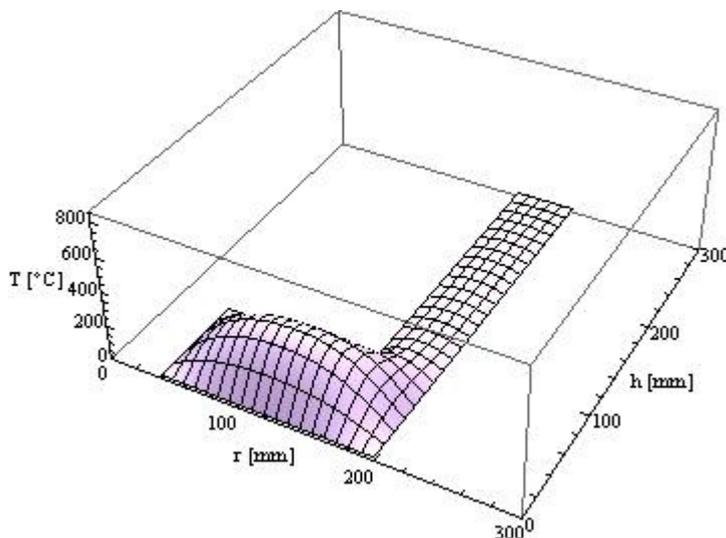


Figura 3.21 Temperatura dopo 125 secondi

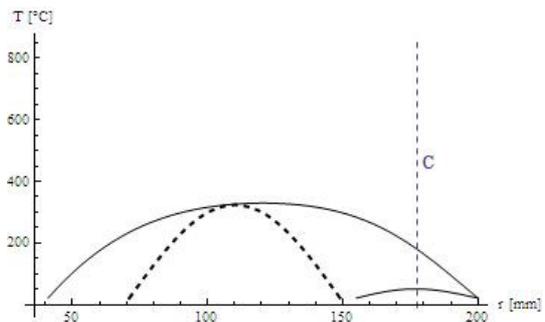


Figura 3.22 Temperatura in A e B dopo 125 secondi

- 150 secondi

La zona centrale della parte spessa è a temperatura appena inferiore ai valori di temperatura di fine trasformazione della martensite.

Le zone lungo la retta C nella parte sottile sono quasi completamente alla temperatura del bagno di tempra, mentre le corrispondenti zone della parte spessa no. Ciò ad indicare una differenza di temperatura che non si è mai compensata durante il raffreddamento (fig. 3.23 e 3.24).

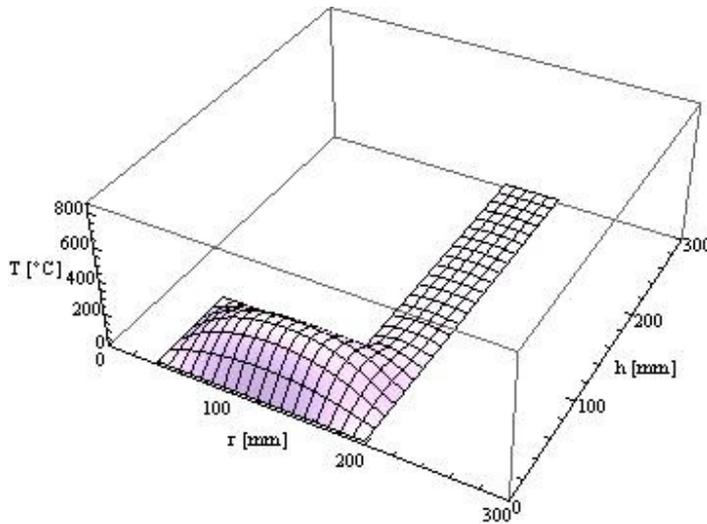


Figura 3.23 Temperatura dopo 150 secondi

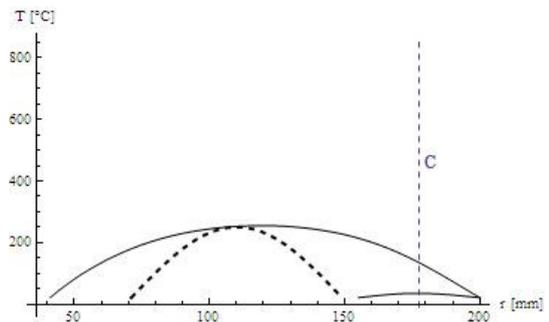


Figura 3.24 Temperatura in A e B dopo 150 secondi

- 175 secondi

La temperatura della zona centrale è al di sotto dell'intervallo della trasformazione martensitica.

Trascurando l'effetto delle trasformazioni martensitiche precedenti, le deformazioni che si sviluppano tornano ad essere di tipo termico. Data la differenza di temperatura sempre più bassa il raffreddamento del cuore proseguirà con velocità sempre più lente, come si può vedere comparando le figure 3.25, 3.26 con le figure 3.27, 3.28 e 3.29, 3.30 relative al raffreddamento dopo duecento secondi e dopo trecento secondi. Dopo trecento secondi il raffreddamento è praticamente terminato con la zona centrale della parte spessa leggermente più calda.

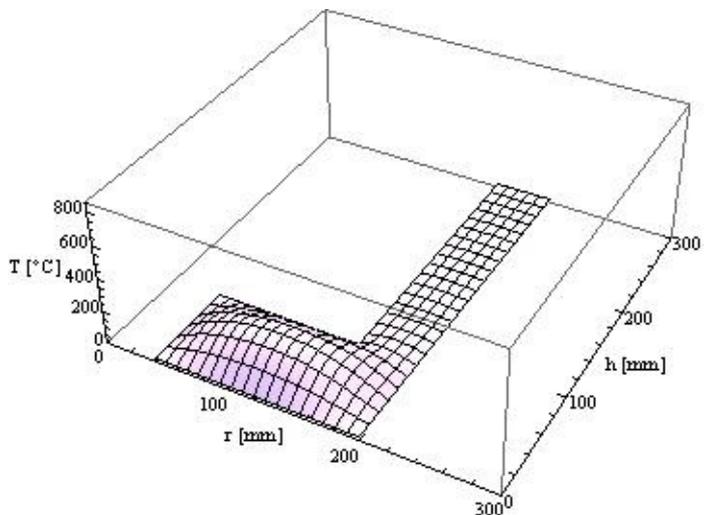


Figura 3.25 Temperatura dopo 175 secondi

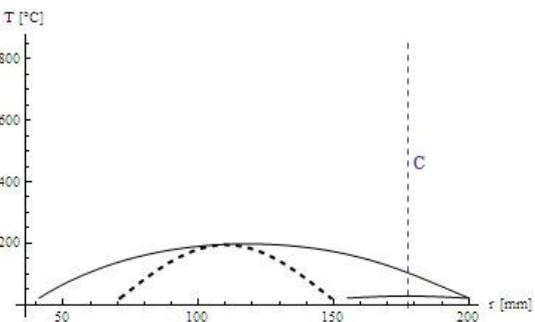


Figura 3.26 Temperatura in A e B dopo 175 secondi

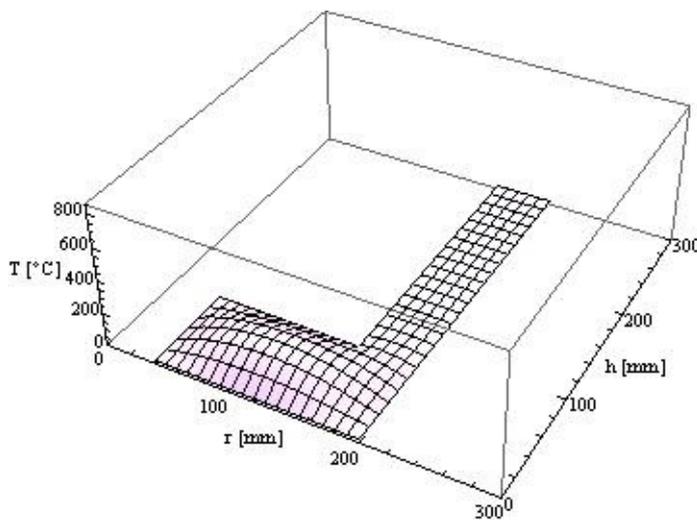


Figura 3.27 Temperatura dopo 200 secondi

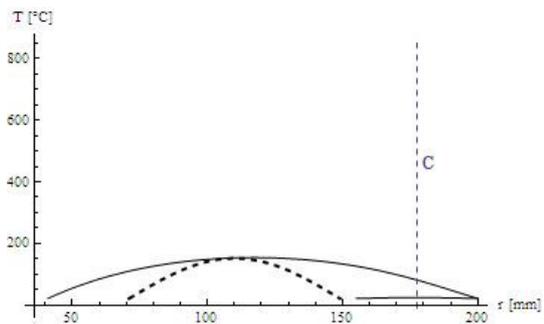


Figura 3.28 Temperatura in A e B dopo 200 secondi

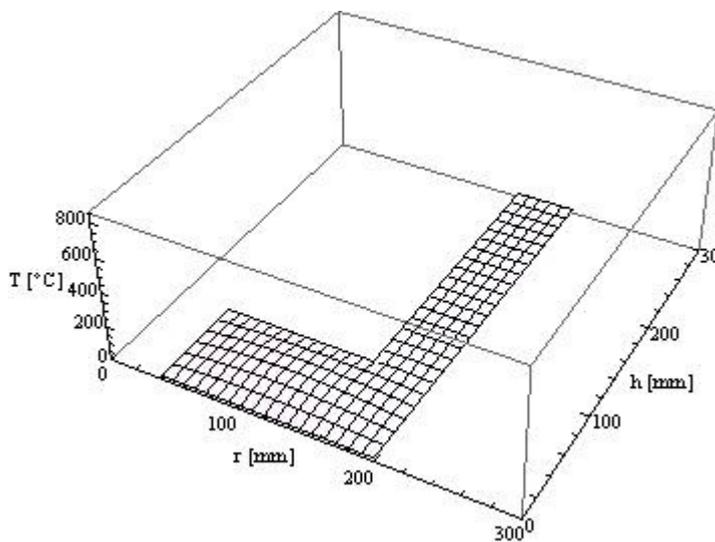


Figura 3.29 Temperatura dopo 300 secondi

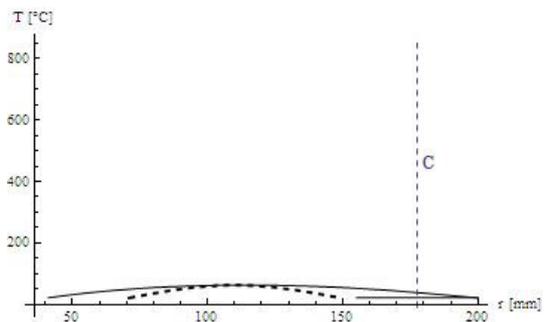


Figura 3.30 Temperatura in A e B dopo 300 secondi

Come si può vedere dalle figure la variazione di temperatura nelle due parti del pezzo è diversa. Questo è dovuto alle diverse caratteristiche geometriche delle due parti.

La parte sottile ha uno spessore molto minore rispetto all'altezza, cinque volte più piccolo, mentre la parte spessa, al contrario ha uno spessore maggiore dell'altezza, due volte più grande.

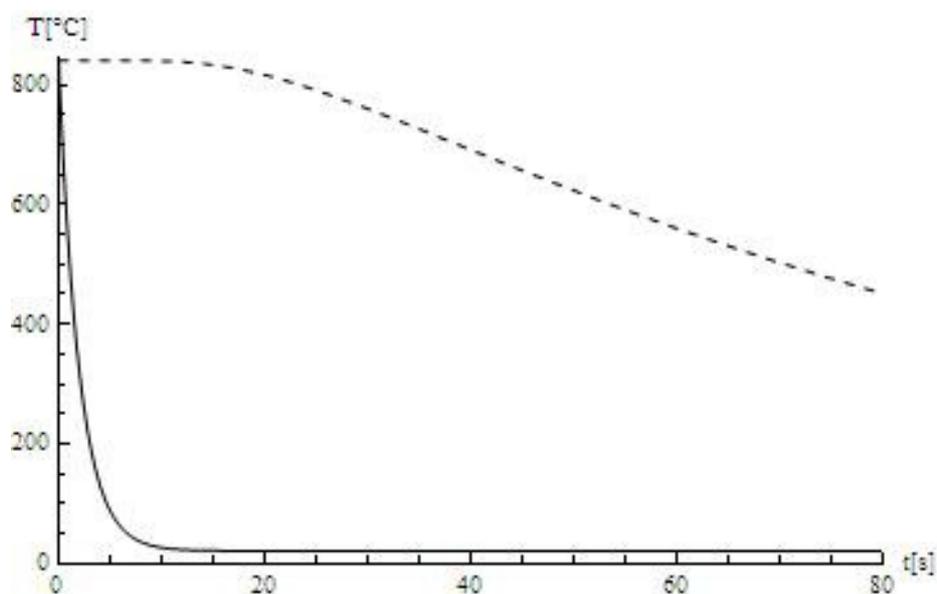
Come conseguenza nella parte sottile il raffreddamento, ad eccezione della zona terminale, avviene in direzione radiale con una diretta ripercussione sull'andamento dello stato tensionale.

Nella parte spessa invece, a causa di una minore sproporzione delle dimensioni, si sviluppa nella fase iniziale (0 – 100 s) una diminuzione di temperatura soprattutto in senso assiale per poi risentire anche del flusso radiale nella seconda parte.

La differenza delle dimensioni tra le due parti porta anche ad una sensibile differenza delle velocità di raffreddamento.

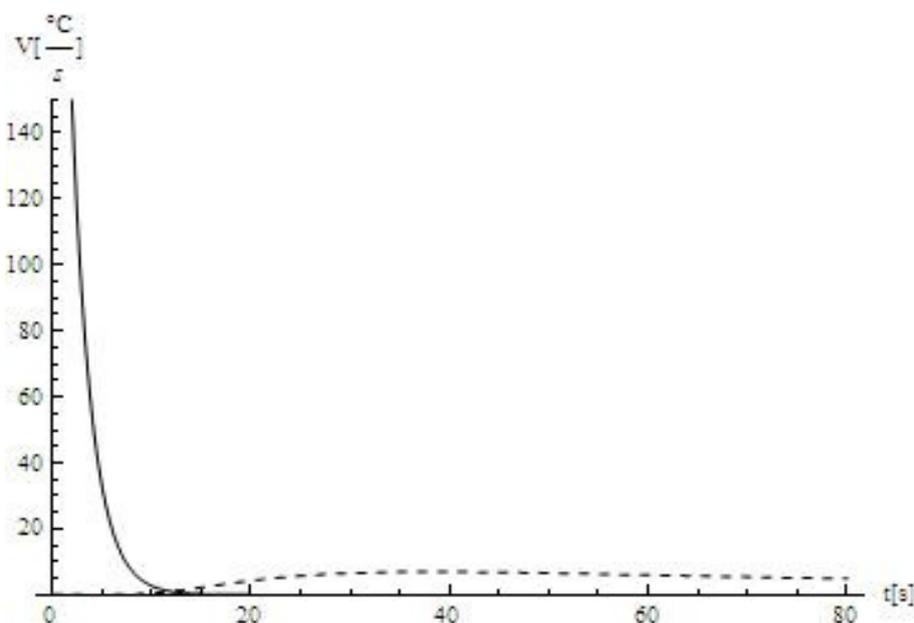
Dalle figure infatti si può vedere che la parte sottile dopo circa sessanta secondi è tutta ad una temperatura al di sotto dei 200 °C, valore per il quale la trasformazione martensitica ha già avuto luogo. La parte spessa invece presenta buona parte della sezione a temperature considerevolmente superiori che scenderanno a valori inferiori ai 200 °C solo dopo circa duecento secondi di trattamento.

L'andamento della temperatura nella parte spessa è riportato in Figura 3.31. Si vede come la temperatura al cuore (tratto spezzato) inizia il raffreddamento dopo un certo tempo di ritardo rispetto alla superficie (tratto continuo), circa dieci secondi, con una velocità molto minore e con una fase di transitorio estesa e graduale.



**Figura 3.31 Andamento della temperatura al cuore e alla superficie nella parte spessa**

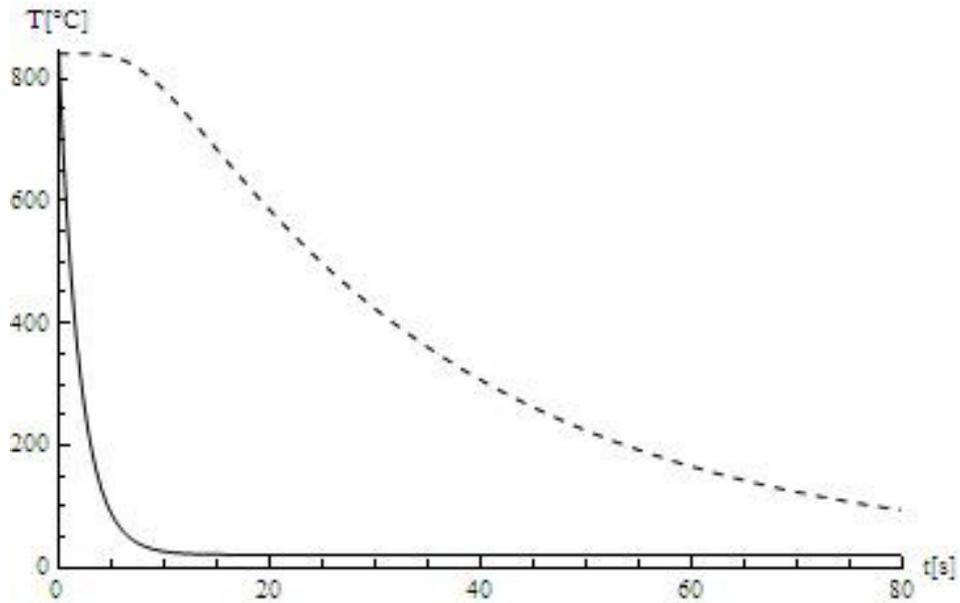
In superficie la velocità di raffreddamento (tratto continuo) nei primi istanti temporali assume valori molto elevati ma con una diminuzione molto rapida, dello stesso andamento della temperatura. Al cuore invece (tratto spezzato), dal valore nullo iniziale, sviluppa un graduale aumento a valori che rimangono bassi ma più costanti. Il valore massimo di  $7\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  si presenta a trentacinque secondi (fig. 3.32).



**Figura 3.32 Velocità di raffreddamento al cuore e alla superficie nella parte spessa**

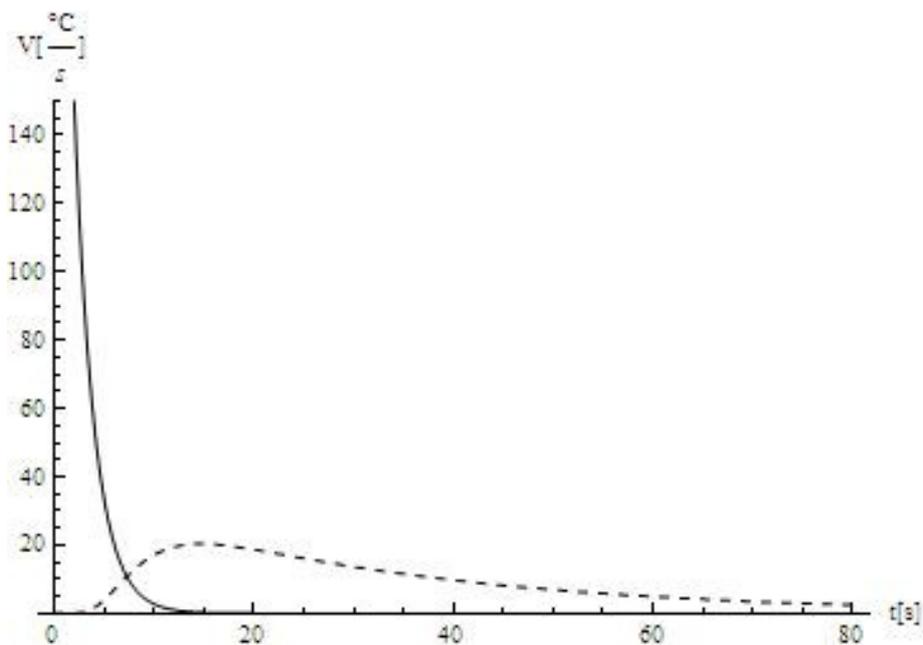
Nella parte sottile le zone centrali subiscono anch'esse un raffreddamento che inizia in ritardo rispetto alle zone superficiali, ma, per lo spessore più piccolo, il tempo di ritardo è minore. Inoltre il raffreddamento è più elevato rispetto al caso della parte spessa, con una fase di transitorio più netta e meno prolungata (fig. 3.33).

Come si vede comparando la Figura 3.33 con la 3.31 dopo ottanta secondi la zona centrale della parte sottile (tratto spezzato) ha quasi completato il suo raffreddamento, mentre la zona centrale delle parte spessa ha una temperatura molto più alta, superiore a  $M_s$ .



**Figura 3.33 Andamento della temperatura al cuore e alla superficie nella parte sottile**

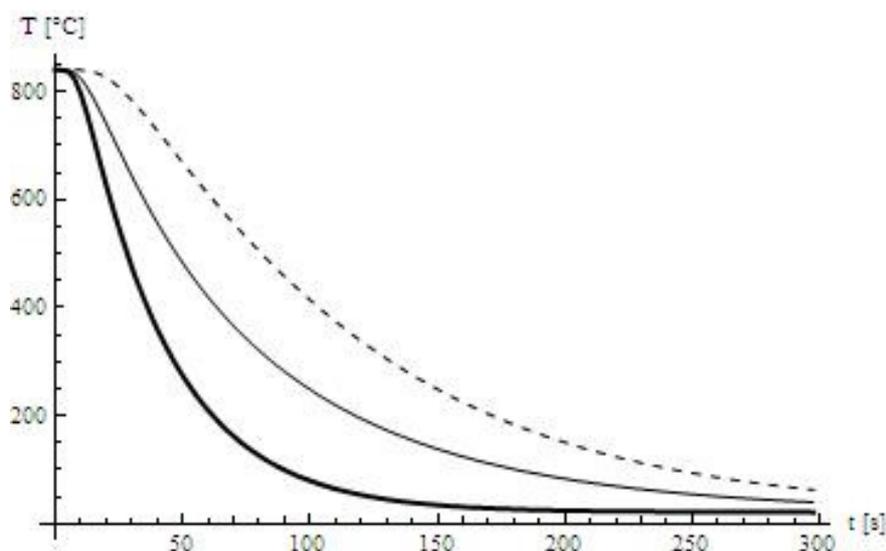
La velocità di raffreddamento in superficie è uguale a quella della parte spessa perché derivano entrambe dalla  $2 \cdot 17$ . Il cuore (tratto spezzato), dal valore nullo dovuto al ritardo del raffreddamento, presenta un aumento più marcato della velocità, in linea con l'andamento della temperatura, rispetto a quello della parte spessa. Il valore massimo è più grande e si presenta in tempi più rapidi,  $20^\circ\text{C/s}$  dopo quindici secondi. Tuttavia la diminuzione che segue è più immediata (fig. 3.34).



**Figura 3.34 Velocità di raffreddamento al cuore e alla superficie della parte sottile**

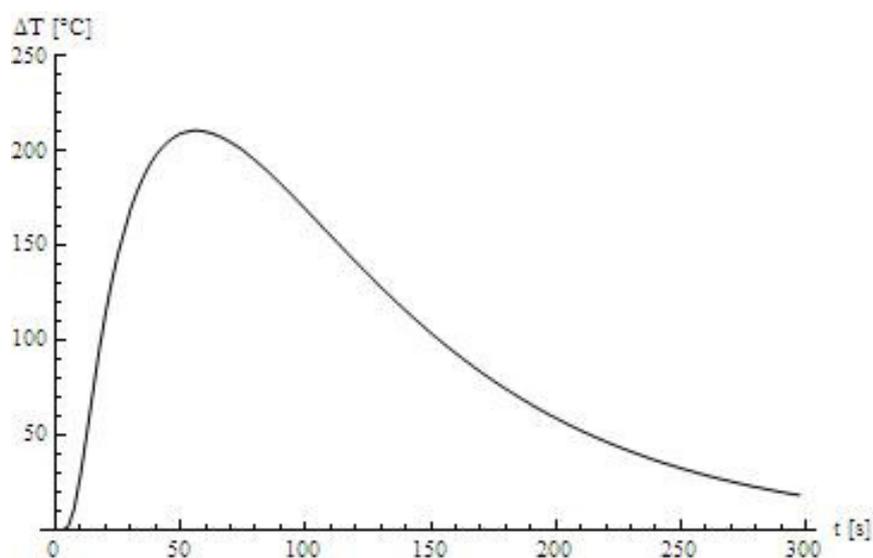
In Figura 3.35 è riportato in un unico grafico l'andamento della temperatura al raffreddamento nel cuore della parte spessa (curva spezzata) e nei punti appartenenti alla retta C nelle sezioni A (curva continua sottile) e B (curva continua in grassetto).

Comparando la curva spezzata e quella continua in grassetto si vede come il rapido raffreddamento della parte sottile e quello lento della parte spessa porti ad avere durante il trattamento un pezzo con due macrozone aventi due diverse condizioni termiche. Dopo i primi cento secondi una parte, quella sottile è quasi completamente raffreddata, mentre l'altra, quella spessa ha la zona centrale a temperatura ancora molto elevata, superiore a quella di inizio trasformazione della martensite.



**Figura 3.35 Raffreddamento al cuore nella parte spessa e in C nelle sezioni A e B**

In Figura 2.36 è riportato l'andamento della differenza di temperatura nei punti lungo la sezione C della parte sottile e della parte spessa. Si può vedere, in linea con la Figura 3.11 e la Figura 3.12, che dopo dodici secondi il raffreddamento è già differente. Ci sono due fasi, una fase di veloce aumento della differenza di temperatura, e una fase di diminuzione più lenta. La prima è funzione soprattutto del raffreddamento veloce della parte sottile (Figura 3.35, curva in grassetto) rispetto a quello della corrispondente zona della parte spessa (Figura 3.35, curva continua) che risente delle sue dimensioni. La seconda evidenzia il comportamento più lento della parte spessa che è ancora in fase di raffreddamento, mentre la prima lo ha praticamente terminato. Ne deriva quindi una differenza di temperatura che non si compensa durante tutto il tempo di trattamento.



**Figura 3.36 Differenza di temperatura tra la parte sottile e la corrispondente zona della parte spessa (retta C)**

### 3.1.2 Analisi delle tensioni

Si è considerato l'andamento delle tensioni nel campo elastico. L'effetto dello snervamento non è stato considerato. I valori del Modulo di elasticità,  $E$ , e del Coefficiente di Poisson,  $\nu$ , sono stati presi costanti.

$$E = 200000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

L'effetto dato dalla temperatura sulle caratteristiche meccaniche è stato completamente trascurato. In sostanza è stato calcolato lo stato tensionale all'interno del materiale in funzione della temperatura considerando le sue caratteristiche meccaniche costanti rispetto ad essa, cosa che non è vera. Quindi l'andamento delle tensioni ottenuto si deve interpretare senza lo sviluppo di fenomeni di plasticizzazione, incrudimento e della loro influenza sull'andamento dello stato tensionale e sulla trasformazione martensitica. I grafici sono relativi ai valori calcolati nel baricentro degli elementi e uniti tra loro, si riferiscono alla tensione circonferenziale, la tensione radiale, la tensione assiale e lungo l'asse A e l'asse D longitudinale che attraversa la parte sottile e la parte spessa.

- tensione circonferenziale
- - - - - tensione radiale
- 1 secondo — tensione assiale

Dai grafici di Figura 3.5 e 3.6 si vede che il raffreddamento è localizzato solo sulla superficie.

La conseguenza è una corrispondente variazione molto brusca delle tensioni su tutto il perimetro del pezzo. La Figura 3.37 mostra l'andamento della tensione circonferenziale.

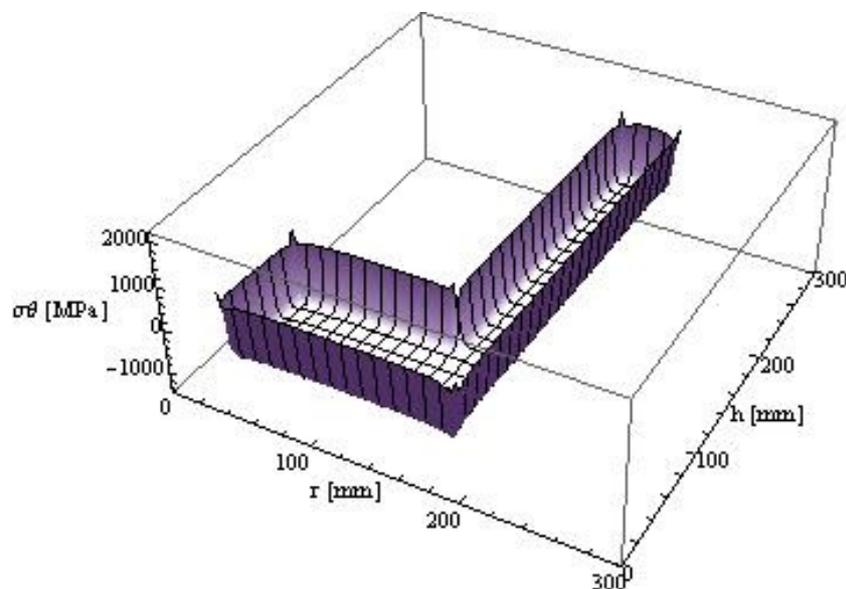
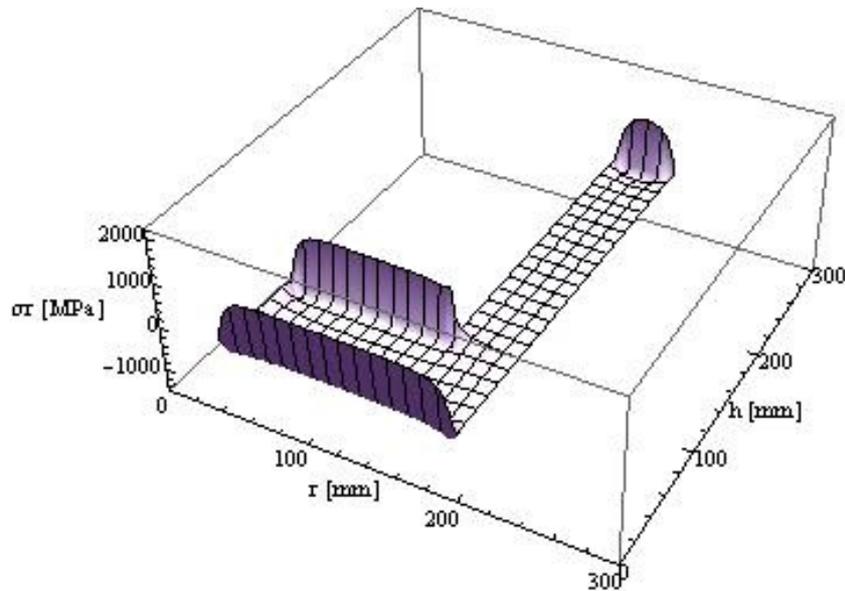


Figura 3.37 Tensione circonferenziale dopo 1 secondo

L'abbassamento della temperatura provoca sulla superficie una contrazione che è contrastata dalla porzione interna del materiale ancora a temperatura di austenizzazione e perciò dilatato.

Si sviluppa di conseguenza una tensione circonferenziale di trazione su tutta la superficie, mentre al cuore uno stato di compressione. Si può notare come in corrispondenza degli spigoli si generino dei picchi di tensione molto bruschi ed elevati rispetto ai valori delle zone adiacenti.

Sono dovuti all'effetto di concentrazione degli sforzi dato dagli spigoli stessi, citato nel paragrafo 1.1.3 .

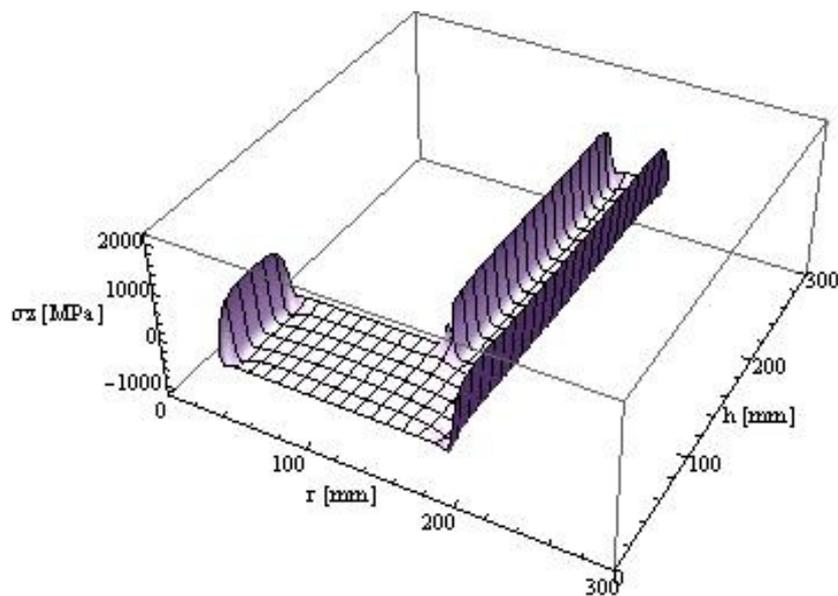


**Figura 3.38 Tensione radiale dopo 1 secondo**

La Figura 3.38 mostra l'andamento della tensione radiale. Si sviluppano delle zone localizzate di trazione con valori elevati lungo i bordi radiali del pezzo, mentre nei bordi in direzione assiale il valore rimane molto piccolo. Nella zona terminale della parte sottile la contrazione elevata del materiale del bordo superiore, provoca un'elevato stato di trazione.

Questo si ripercuote nella parte immediatamente interna sottoponendola ad un transitorio localizzato di compressione al quale segue l'andamento dovuto ad una direzione di raffreddamento completamente radiale.

Nel caso della tensione assiale lo stato di trazione, al contrario della tensione radiale si sviluppa lungo i bordi diretti in senso assiale. Nella parte spessa si può vedere come nei bordi la brusca trazione data dal transitorio di temperatura provochi nelle zone immediatamente interne uno stato limitato di compressione che a causa dell'elevato spessore in senso radiale non si sviluppa in tutta la sezione, ma viene gradualmente azzerato. Nella parte sottile invece, a causa dello spessore molto minore, tutta la parte interna è soggetta ad uno stato assiale di compressione che si sviluppa su tutta la lunghezza e termina in corrispondenza del bordo superiore (fig. 3.39).



**Figura 3.39 Tensione assiale dopo 1 secondo**

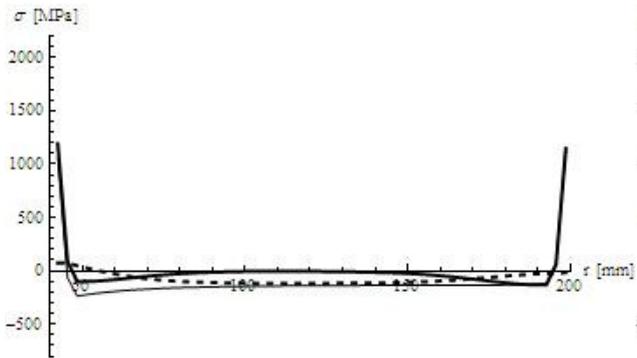


Figura 3.40 Tensioni lungo A dopo 1 secondo



Figura 3.41 Tensioni lungo D dopo 1 secondo

Nelle Figure 3.40 e 3.41 è mostrato l'andamento delle tensioni lungo l'asse radiale A e lungo quello assiale D. Si può vedere come nella parte spessa la tensione circonferenziale (tratto sottile continuo) e quella radiale (tratto spezzato) al cuore assumano valori negativi. La tensione assiale (tratto continuo spesso) presenta un valore nullo che segue il graduale transitorio negativo dovuto alla trazione superficiale.

Lungo la retta D si può vedere come lo stesso andamento sia sviluppato dalla tensione radiale, con un transitorio più marcato nella zona finale della parte sottile. La tensione assiale è tutta di compressione con una variazione visibile nel passaggio con la parte spessa dovuta alla diversa sezione. La tensione circonferenziale è tutta di compressione tranne nelle zone superficiali dove c'è la brusca trazione data dalla temperatura.

In questa fase iniziale si può affermare quindi che la sollecitazione più gravosa è sulle superfici, mentre le zone al cuore sono ancora poco sollecitate.

- 3 secondi

La diminuzione di temperatura ai bordi provoca un' aumento dello stato di trazione della tensione circonferenziale sulla superficie. Le zone al cuore, ancora alla temperatura di austenizzazione, subiscono un aumento dello stato di compressione. Sulla superficie la temperatura attraversa l'intervallo di formazione della martensite.

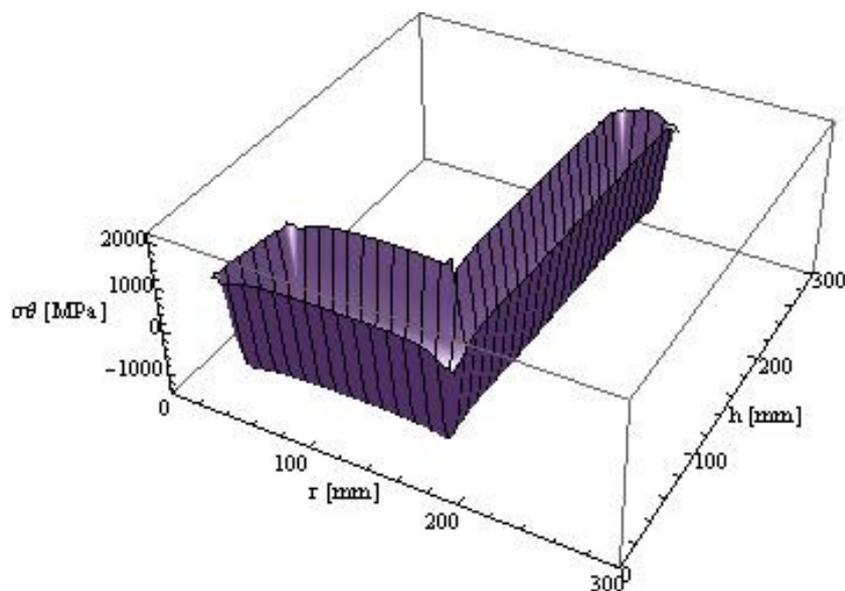
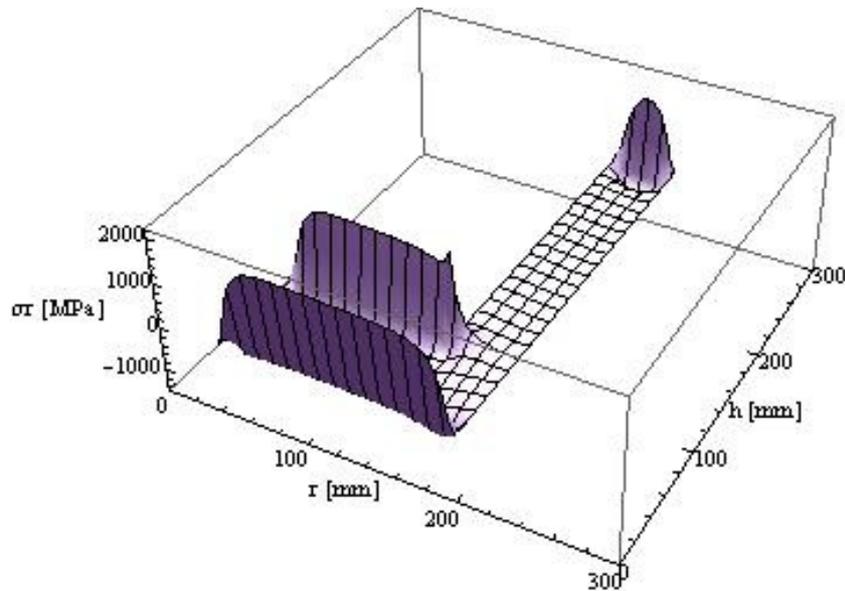


Figura 3.42 Tensione circonferenziale dopo 3 secondi



**Figura 3.43 Tensione radiale dopo 3 secondi**

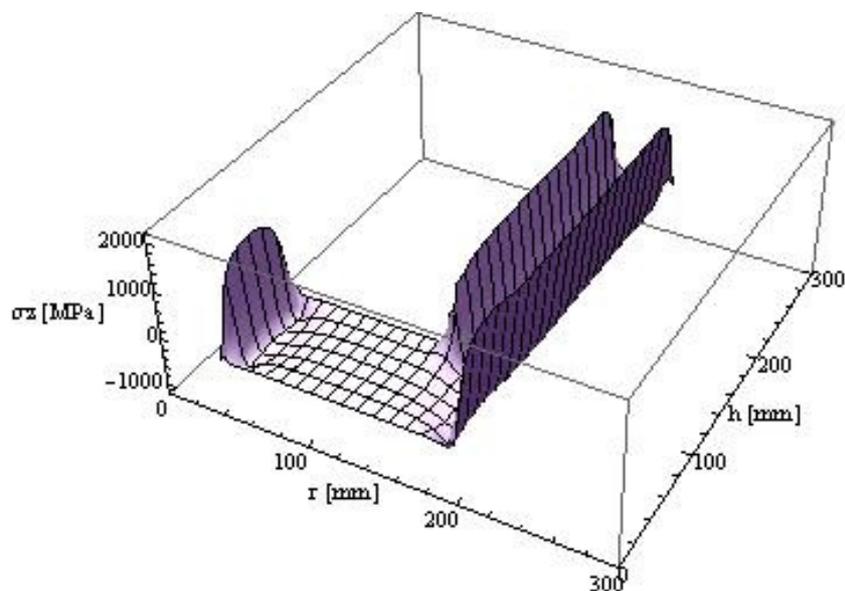
Il valore della tensione radiale lungo i bordi diretti in senso radiale aumenta.

Nella parte spessa questo aumento provoca nella zona centrale, ancora calda e quindi molto dilatata, un aumento dello stato di compressione. Si vede dalla Figura 3.43, e dalle figure 3.45 e 3.46 che questo andamento è completamente diverso rispetto a quello della parte sottile.

Infatti in quest' ultima tranne il tratto finale di transitorio la tensione assume l'andamento tipico del raffreddamento in senso radiale. Nella parte spessa invece, a causa di un'altezza molto minore l'elevata contrazione del materiale alle pareti inferiore e superiore influenza anche le zone al cuore definendo uno stato di tensione radiale completamente diverso.

In Figura 3.44 è mostrato l'andamento della tensione assiale dopo tre secondi di raffreddamento.

Come per le altre tensioni l'andamento è lo stesso di quello dopo un secondo. Si può vedere come l'aumento del raffreddamento comporti un'aumento della contrazione del materiale che lungo i bordi diretti in senso assiale sviluppa un'aumento dello sforzo di trazione, mentre l'effetto della trasformazione martensitica non è evidente. Dalla Figura 3.44, 3.45 e 3.46 si vede, come per la tensione radiale e quella circonferenziale, che l'aumento del raffreddamento del materiale ai bordi comporti nelle zone al cuore, soprattutto in quella sottile, un aumento dello stato di compressione.



**Figura 3.44 Tensione assiale dopo 3 secondi**

L'effetto dato dalla interazione della parte spessa con quella sottile si può vedere in Figura 3.46.

Se si osserva soprattutto l'andamento della tensione radiale (curva spezzata) nell'intervallo da zero a cento millimetri si nota come, dopo l'elevato stato di trazione che si sviluppa sulla superficie, la zona di compressione non è estesa a tutta la sezione della parte spessa, come invece avviene al cuore, ma subisce una netta ma progressiva diminuzione procedendo verso la giunzione con la parte sottile fino a stabilizzarsi a valori prossimi allo zero quando si entra in quest'ultima.

Questo perché viene a mancare l'effetto della contrazione dato dal bordo superiore, che non è più quello della parte spessa, ma è quello della parte sottile, molto più distante.

Il transitorio di compressione che si sviluppa nella zona del bordo superiore di quest'ultima aumenta, ma rimane sensibilmente minore rispetto allo stato di trazione in superficie.

La tensione circonferenziale nella zona interna è tutta di compressione con una tendenza ad aumentare lungo la parte sottile. Anche la tensione assiale (curva continua spessa) è di compressione con un visibile incremento nel passaggio dalla parte sottile alla parte spessa dovuto al maggiore effetto dei bordi.

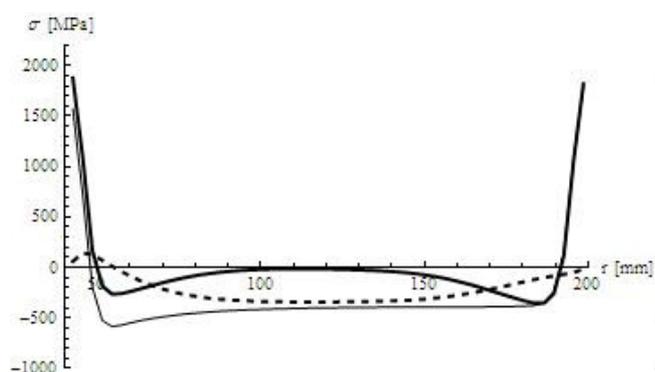


Figura 3.45 Tensioni lungo A dopo 3 secondi

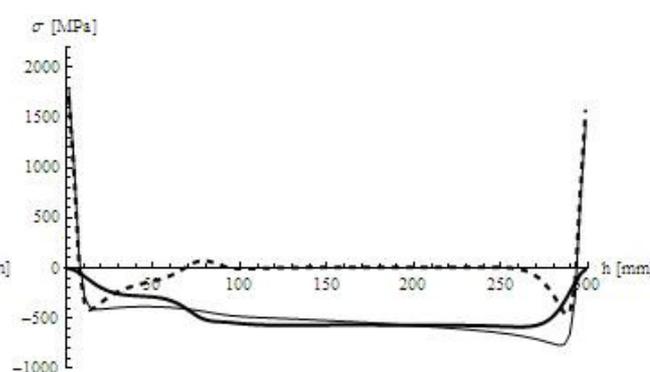


Figura 3.46 Tensioni lungo D dopo 3 secondi

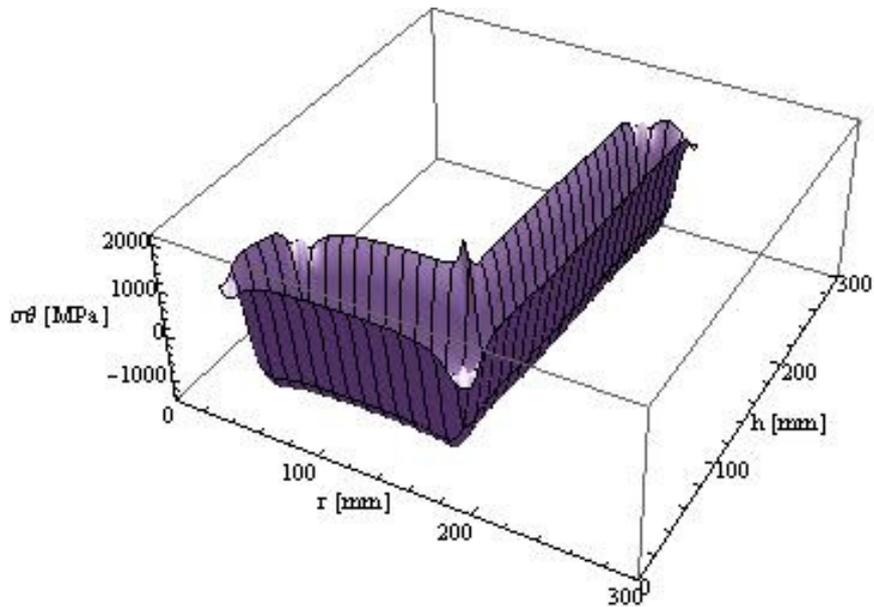
- 6 secondi

La trasformazione martensitica è già avvenuta sulla superficie e nelle zone immediatamente vicine. In corrispondenza dell'attraversamento dell'intervallo di sviluppo della martensite.

L'espansione che ne consegue provoca una diminuzione dello stato tensionale di trazione dovuto al raffreddamento. Diminuendo la temperatura a valori inferiori ad  $M_f$  la microstruttura martensitica che si è formata ha terminato la trasformazione e ritorna a sviluppare una contrazione di tipo termico. Questa contrazione però viene contrastata dall'espansione della porzione di materiale più interna che contemporaneamente sta attraversando l'intervallo di formazione della martensite dilatandosi. La parte di materiale ancora più interna è a temperatura maggiore di quella di inizio trasformazione della martensite, perciò le tensioni che sviluppa sono di trazione di tipo termico.

La conseguenza è un andamento oscillatorio in cui andando dall'interno verso l'esterno si sviluppa un picco di tensione a cui segue una diminuzione data dall'espansione martensitica e poi di nuovo un aumento dovuto al raffreddamento della martensite formatasi.

Dalla Figura 3.47 relativa alla tensione circonferenziale si vede come negli spigoli c'è l'oscillazione del valore andando verso l'interno. Il corrispondente andamento lungo i lati non si sviluppa. Questo è dovuto ad un non sufficiente infittimento nelle zone vicine ai bordi rispetto all'elevata variazione di temperatura nelle fasi iniziali. Ciò porta a campionare i valori di temperatura attraversando completamente l'intervallo di trasformazione martensitica, che non è molto elevato, trascurandone quindi gli effetti. I valori delle tensioni che si ottengono ai bordi quindi non riescono a considerare l'effetto della trasformazione martensitica. Non è stato possibile discretizzare il modello con una maglia più fitta a causa di limiti prestazionali del calcolatore. È lecito aspettarsi dei valori di trazione sulle superfici più bassi, mentre l'andamento dei valori al cuore non cambia.



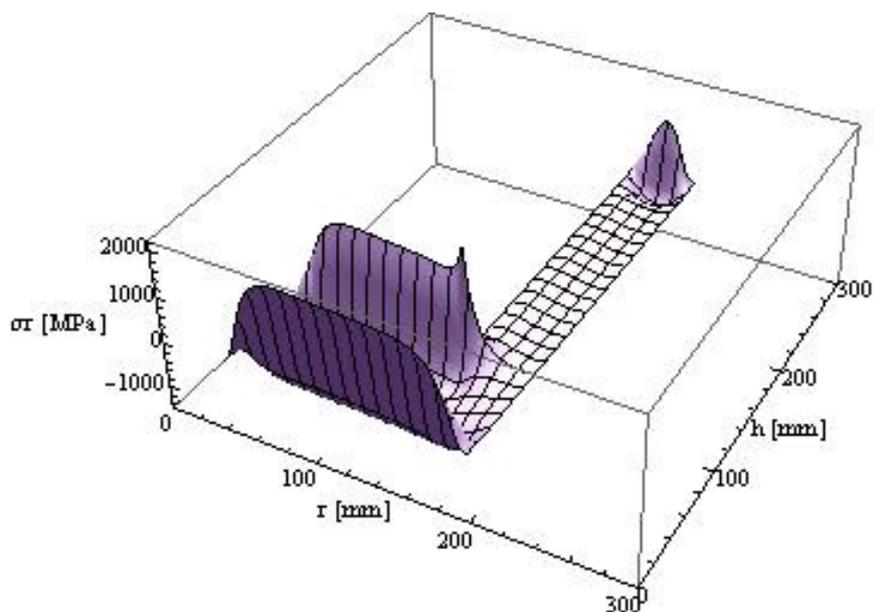
**Figura 3.47 Tensione circonferenziale dopo 6 secondi**

Nel caso della tensione radiale c'è un aumento dello stato di compressione nella parte centrale della zona spessa.

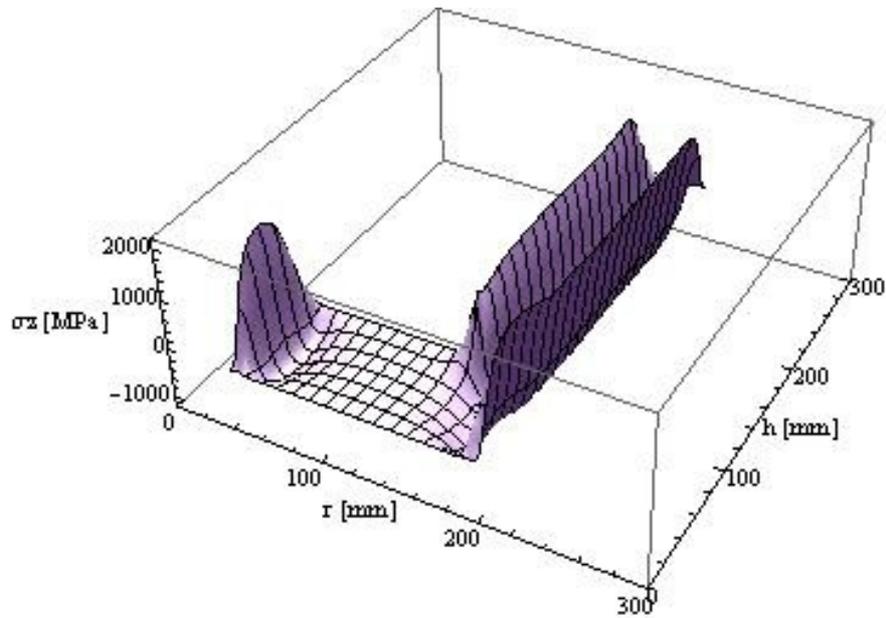
Dalle figure 3.9 e 3.10 relativi all'andamento della temperatura si può vedere come i valori di temperatura nella parte sottile portino ad un andamento della tensione radiale che comincia ad essere più evidente ma comunque trascurabile rispetto ai valori lungo i bordi (fig. 3.48).

Per la tensione assiale ( fig.3.49), come per le altre tensioni, l'andamento lungo i bordi diretti in senso assiale non può essere attendibile nemmeno dal punto di vista qualitativo, perché gli elementi non riescono a considerare in maniera corretta lo sviluppo della trasformazione martensitica.

Nelle zone interne del materiale si può vedere che aumenta lo stato di compressione soprattutto nella parte sottile.



**Figura 3.48 Tensione radiale dopo 6 secondi.**



**Figura 3.49 Tensione assiale dopo 6 secondi**

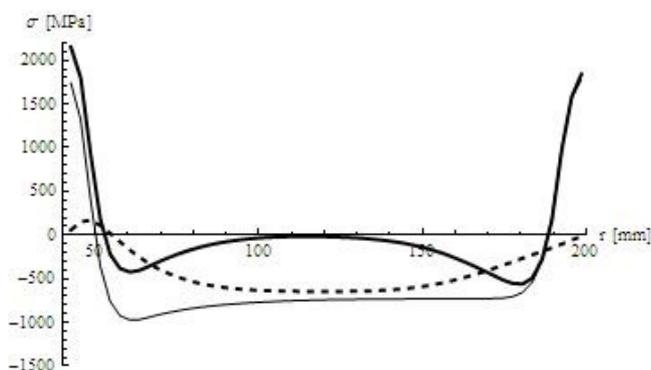
Lungo la zona centrale della parte spessa (fig. 3.50) lo stato di compressione della tensione circonferenziale e della tensione radiale aumentano. L'andamento della tensione assiale si mantiene caratterizzato dalle due zone di compressione e dalla zona centrale scarica ma sempre più limitata. Lungo la sezione assiale D (fig. 3.51) aumenta lo stato di compressione delle tensioni assiale (tratto continuo in grassetto) e circonferenziale (tratto continuo sottile). La tensione radiale (tratto spezzato) nella parte sottile mantiene il valore nullo della fase precedente, ma si fa più marcato nella parte spessa l'effetto dato dalla giunzione con la parte sottile.

Lo stesso comportamento si presenta per la tensione assiale.

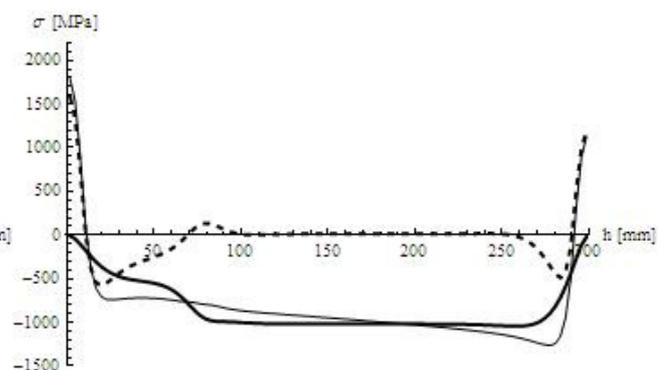
Nella zona di giunzione con la parte sottile si sviluppa un visibile aumento dello sforzo di compressione che aumenta di quasi il doppio.

Per la tensione radiale nel passaggio dalla parte spessa alla parte sottile c'è una zona di sforzo a valori positivi. Questo è dovuto all'effetto della parete superiore della parte spessa.

Lo stato di trazione che si sviluppa in quest'ultima a causa della contrazione del materiale dovuta al raffreddamento, si presenta anche nella zona di giunzione ma in misura molto minore. Questo perché la temperatura non è più quella della superficie del materiale, ma quella al suo interno, che è ancora al valore della temperatura di austenizzazione, con deformazione differente e quindi stato di tensione differente.



**Figura 3.50 Tensioni lungo A dopo 6 secondi**



**Figura 3.51 Tensioni lungo D dopo 6 secondi**

- 12 secondi

Il raffreddamento è ancora limitato su tutta la superficie e la trasformazione martensitica comporta una diminuzione dello stato tensionale su di essa. Il gradiente di temperatura minore permette di campionare le temperature nella zona di trasformazione martensitica.

Nel caso della tensione circonferenziale (fig. 3.52) l'effetto si sviluppa su tutta la superficie. Le zone al cuore rimangono soggette allo sforzo di compressione che aumenta.

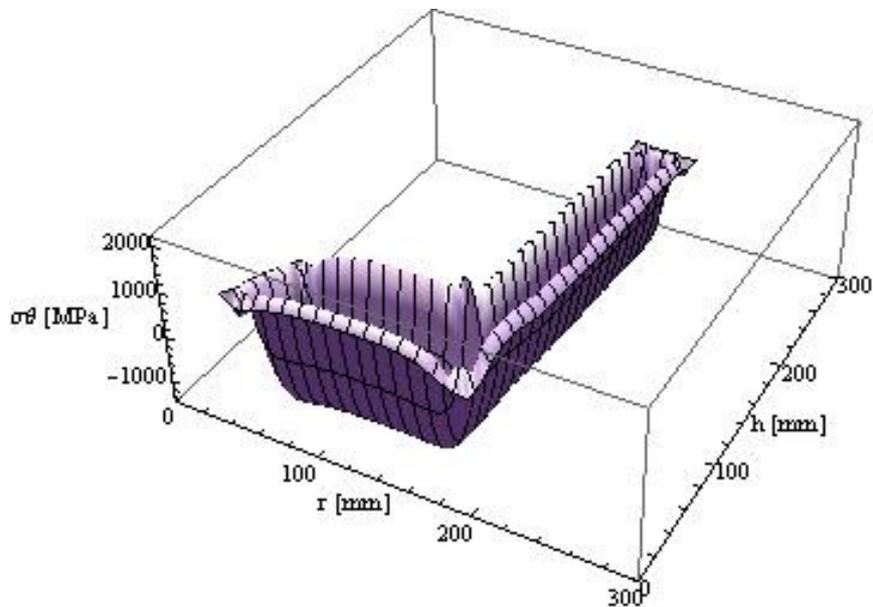


Figura 3.52 Tensione circonferenziale dopo 12 secondi

La tensione radiale si comporta allo stesso modo (fig.3.53). I bordi radiali subiscono una diminuzione dello stato di trazione a causa dell'effetto dell'espansione martensitica.

Nella zona centrale della parte spessa aumenta lo sforzo di compressione in senso radiale.

Questo è dovuto al fatto che in essa è ancora presente una vasta zona alla temperatura di partenza che però comincia ad essere delimitata da una maggiore porzione a temperatura minore che tende a contrarsi. L'ostacolo a questa contrazione dato dalla zona calda provoca un' aumento della compressione e della sua variazione al cuore.

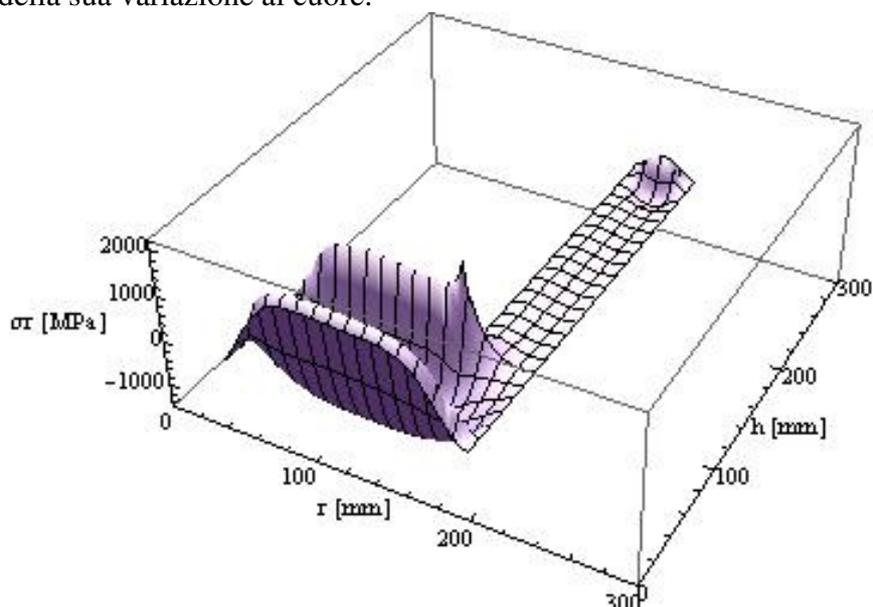
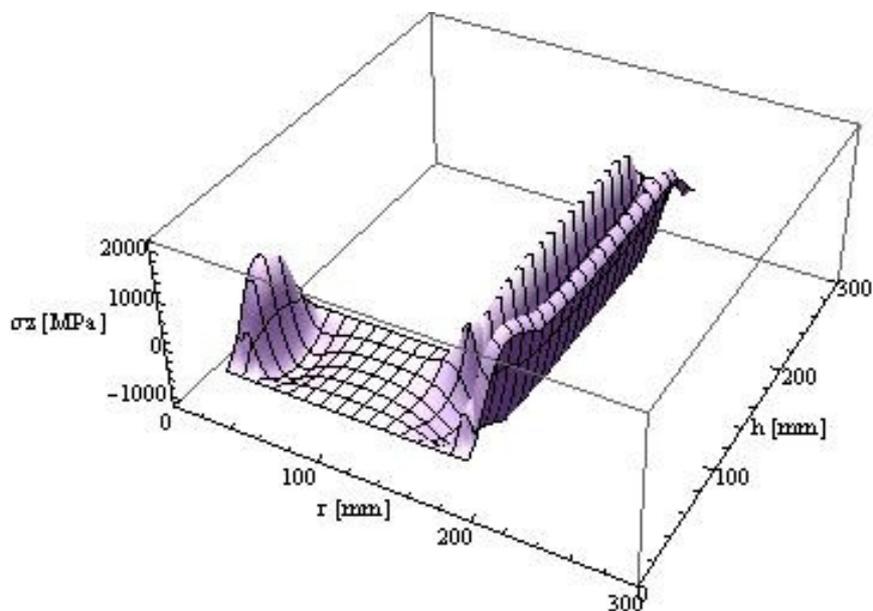


Figura 3.53 Tensione radiale dopo 12 secondi

La trasformazione martensitica comporta una diminuzione della tensione assiale lungo i bordi. Nella zona centrale della parte sottile la compressione tende ad aumentare.

Nella parte spessa rimane lo stesso comportamento delle fasi precedenti con le due zone adiacenti la superficie che sono soggette a compressione e la zona centrale scarica (fig.3.54).

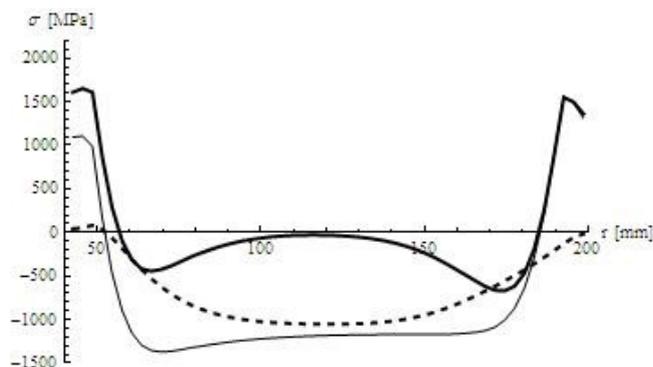


**Figura 3.54 Tensione assiale dopo 12 secondi**

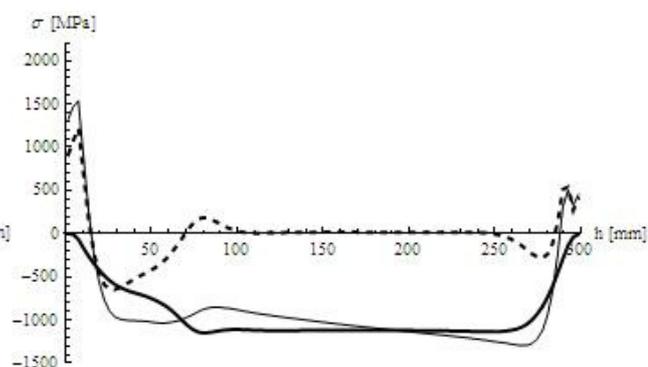
L'andamento delle tensioni lungo la zona centrale della parte spessa (fig.3.55) mostra un aumento dello stato di compressione della tensione radiale e circonferenziale, mentre la tensione assiale di compressione rimane a valori più bassi.

Nella direzione assiale di Figura 3.56 inizia ad essere visibile l'effetto del differente raffreddamento della parte sottile rispetto alla parte spessa. Osservando le Figure 3.11 e 3.12 la zona centrale della parte sottile inizia ad assumere un valore della temperatura differente rispetto alla corrispondente zona della parte spessa. Il suo effetto si nota soprattutto per la tensione circonferenziale (curva continua sottile). In corrispondenza della zona di passaggio della parte spessa con la parte sottile la diminuzione di temperatura provoca una visibile variazione dello sforzo di compressione che nelle fasi precedenti non si sviluppava. Nella tensione assiale e nella tensione radiale questa variazione non c'è. L'effetto della trasformazione martensitica provoca nella tensione radiale (tratto spezzato) una diminuzione dello sforzo di compressione nella zona sottostante il bordo superiore della parte sottile. Nella zona di giunzione con la parte spessa permane lo stato di trazione.

In Figura 3.56 è anche visibile la differenza di sollecitazione ai bordi (0 mm e 300 mm) dovute alle diverse dimensioni e al diverso raffreddamento che ne consegue.



**Figura 3.55 Tensioni in A dopo 12 secondi**



**Figura 3.56 Tensioni in D dopo 12 secondi**

- 24 secondi

Dalle figure 3.12 e 3.13 si vede che il raffreddamento ha raggiunto anche le zone più interne della parte sottile, mentre la differenza di temperatura tra la parte sottile e la corrispondente zona della parte spessa si fa più marcata. Nella Figura 3.57 relativa all'andamento della tensione circonferenziale si vede che lo sforzo di trazione più elevato si presenta nelle zone a temperatura poco più elevata della trasformazione martensitica. Da notare la presenza delle cuspidi nelle zone degli spigoli interessate dalla trasformazione martensitica, soprattutto negli spigoli interni della parte spessa.

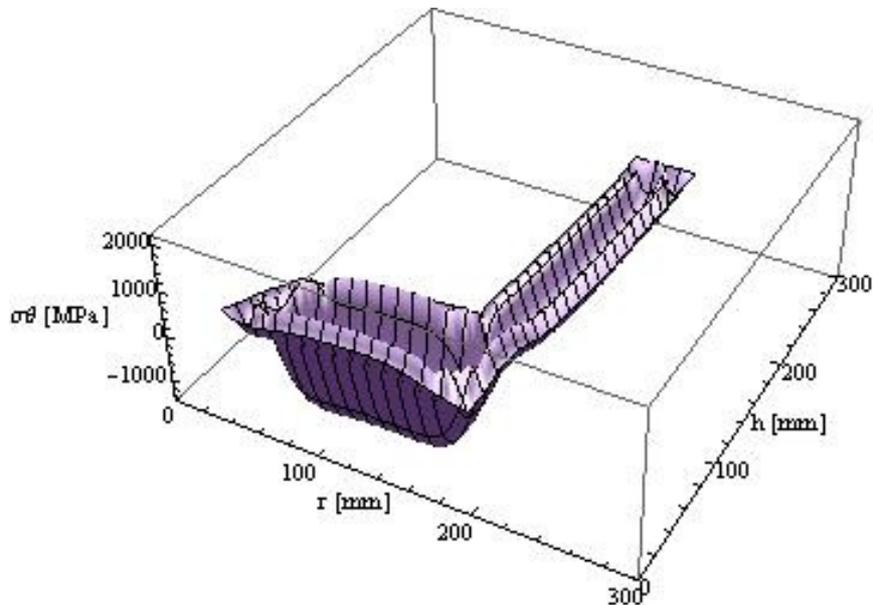


Figura 3.57 Tensione circonferenziale dopo 24 secondi

Per la tensione radiale si può vedere in Figura 3.58 che lo stato di trazione lungo i bordi radiali della parte spessa si mantiene elevato, ma la trasformazione martensitica che si sviluppa più all'interno porta ad avere i valori massimi più bassi. Come per la tensione circonferenziale i valori più alti si trovano nelle zone immediatamente antecedenti quelle in cui si sta sviluppando la trasformazione.

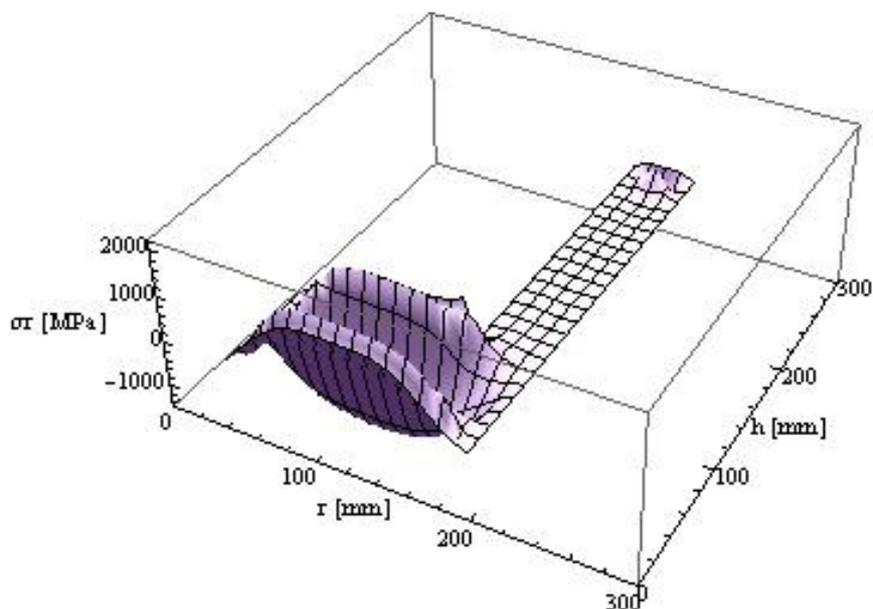
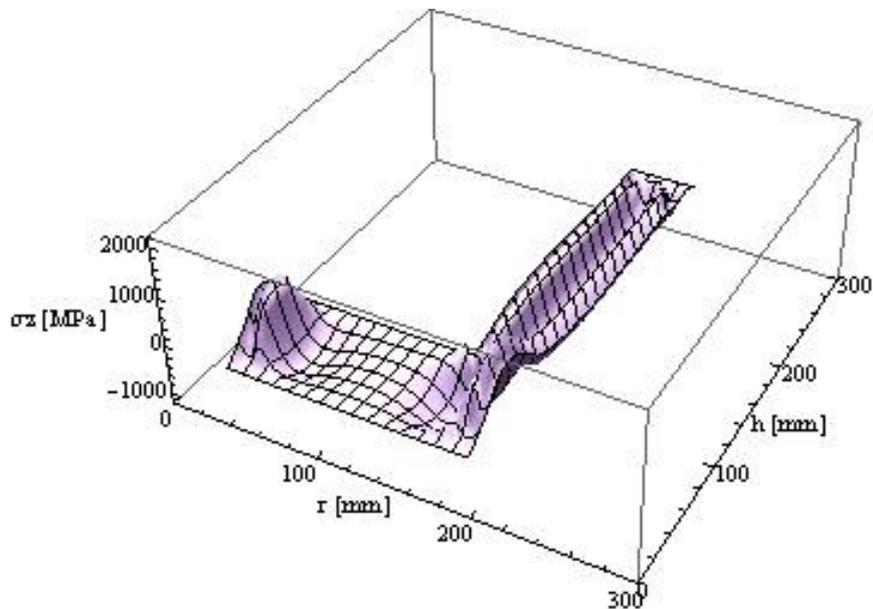


Figura 3.58 Tensione radiale dopo 24 secondi

Per la tensione assiale (fig.3.59) come negli altri casi si vede che lo sforzo di trazione massimo si presenta nelle zone a temperatura superiore a quelle che sviluppano la trasformazione martensitica. È visibile l' aumento della differenza di temperatura tra la parte sottile e quella spessa che porta ad avere sui bordi assiali un andamento della tensione differente. Nella parte sottile la temperatura complessivamente più bassa comporta una trasformazione martensitica che sviluppa delle tensioni di trazione più basse rispetto a quelle della parte spessa. In quest' ultima la differenza di temperatura ancora elevata porta ad avere sollecitazioni di trazione più alte.

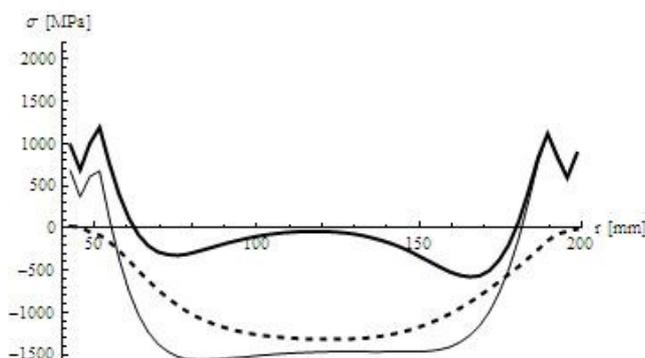


**Figura 3.59 Tensione assiale dopo 24 secondi**

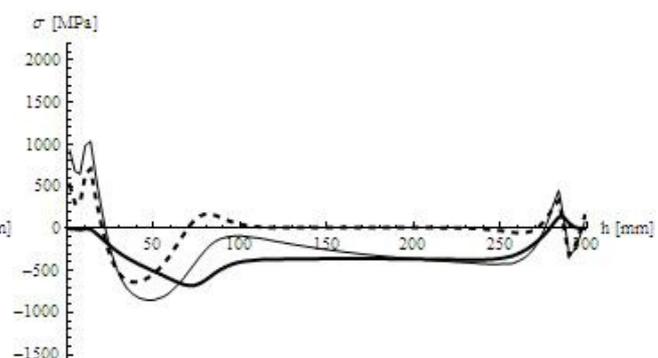
Nella parte spessa (fig. 3.60) nella zona al cuore lo stato di compressione per la tensione radiale (tratto spezzato) e quella circonferenziale (tratto continuo sottile) rimane notevole.

L'andamento della tensione assiale (tratto continuo in grassetto) al cuore è invariato, ma la trasformazione martensitica provoca una differenza tra la sollecitazione di compressione della zona vicina al raggio interno rispetto a quella vicina al raggio esterno, più sollecitata.

Lo sviluppo di martensite porta complessivamente una diminuzione dello sforzo di trazione massimo, mentre per la sollecitazione di compressione al cuore lo sforzo si mantiene elevato perché la temperatura è ancora molto alta. Lungo la direzione assiale D di Figura 3.61 l' aumento della differenza di temperatura tra la parte sottile e quella spessa provoca per le tensioni assiale e radiale la diminuzione della sollecitazione di compressione. Per la tensione circonferenziale la variazione rispetto alla fase precedente è notevole e tende ad azzerarla. All'apice della parte sottile si vede che la zona interessata dalla trasformazione martensitica sviluppa una sollecitazione di compressione in senso radiale e circonferenziale con la zona adiacente soggetta a trazione.



**Figura 3.60 Tensioni in A dopo 24 secondi**



**Figura 3.61 Tensioni in D dopo 24 secondi**

- 40 secondi

Nella parte sottile le zone vicine quella centrale attraversano l'intervallo di temperatura di formazione della martensite. Nella Figura 3.62 si vede per la tensione circonferenziale come la trasformazione martensitica provochi lungo l'asse una sollecitazione di trazione. Nella parte spessa invece la trasformazione è limitata alle zone vicine ai bordi.

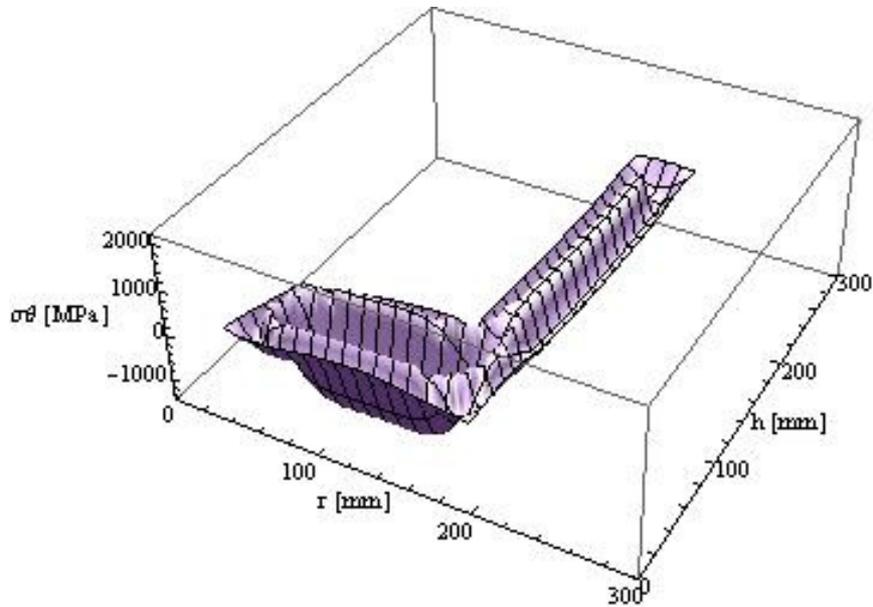


Figura 3.62 Tensione circonferenziale dopo 40 secondi

Per la tensione radiale il comportamento rimane invariato rispetto alle fasi precedenti. La sollecitazione di trazione ai bordi è minore. Il valore massimo è sempre nei punti precedenti quelli che subiscono la trasformazione martensitica. La parte sottile, tranne in corrispondenza della zona terminale, è poco sollecitata (fig. 3.63).

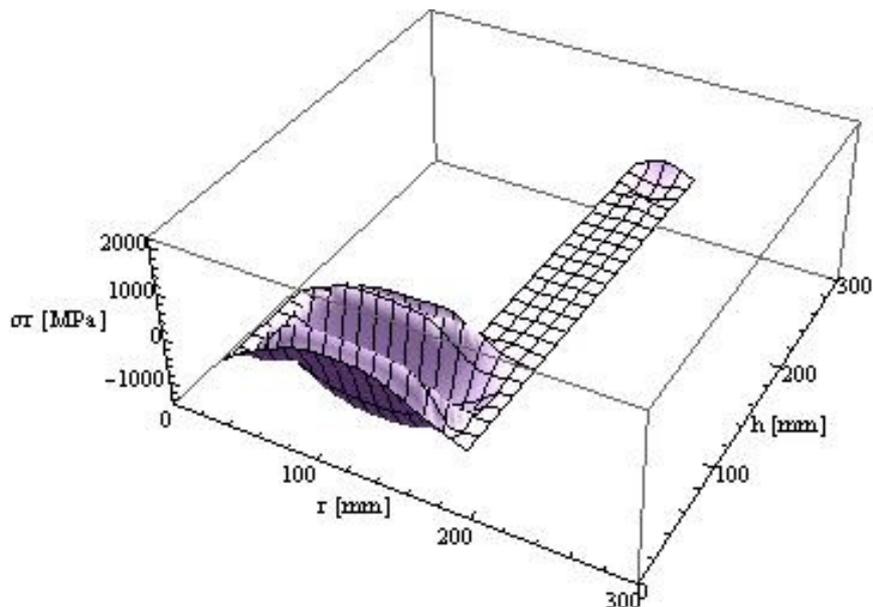
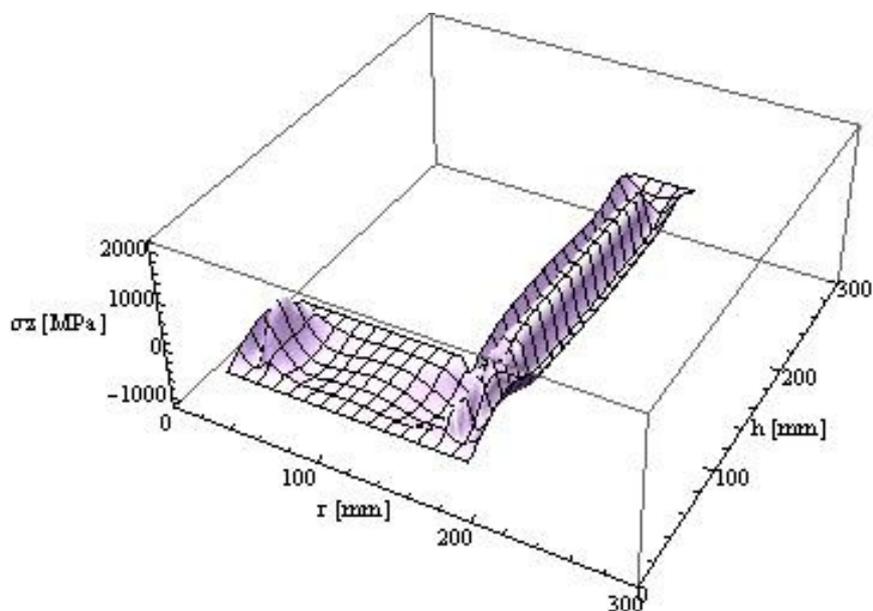


Figura 3.63 Tensione circonferenziale dopo 40 secondi

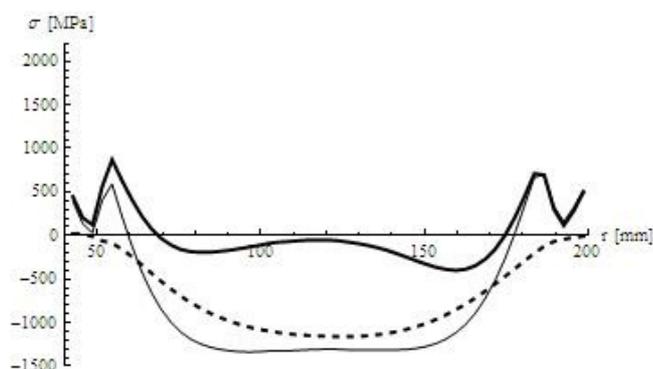
Per la tensione assiale nella parte sottile si presenta lo stesso comportamento della tensione circonferenziale. Rispetto alle fasi precedenti le zone lungo l'asse sono soggette a sforzo di trazione. Nel bordo esterno è evidente come il differente raffreddamento dovuto alla forma differente delle due parti provochi un'andamento variabile della tensione nella parte spessa (raffreddamento in senso assiale), mentre nella parte sottile un andamento costante, con una piccola variazione nella parte terminale (fig. 3.64).



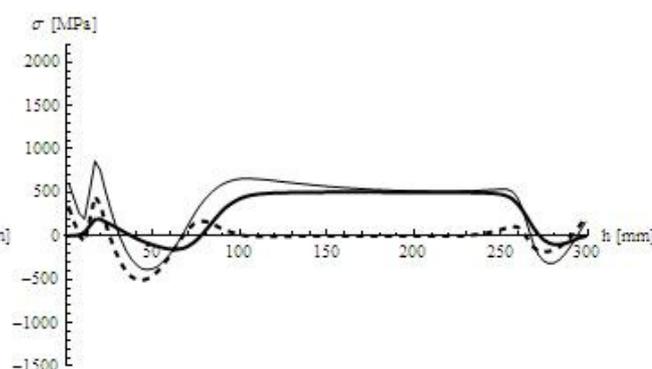
**Figura 3.64 Tensione assiale dopo 40 secondi**

L'andamento generale delle tensioni lungo la parte spessa rimane invariato rispetto alle fasi precedenti (fig. 3.65). Per la direzione assiale D diviene evidente il differente comportamento delle due parti (fig. 3.66).

Nella parte spessa la temperatura al centro ancora alta sviluppa sollecitazioni di compressione. Nella parte sottile invece la trasformazione martensitica che avviene nelle zone più interne porta nell'asse una sollecitazione uniforme di trazione. Nella zona terminale di quest'ultima la trasformazione comporta per tutte le tensioni una sollecitazione di compressione, con una variazione molto marcata per la tensione circonferenziale (curva continua sottile). Per quest'ultima rimane molto elevata anche la variazione nella zona di giunzione tra la parte spessa e quella sottile. Non ci sono variazioni per la tensione radiale il cui comportamento è lo stesso delle fasi precedenti.



**Figura 3.65 Tensioni in A dopo 40 secondi**



**Figura 3.66 Tensioni in D dopo 40 secondi**

- 50 secondi

La temperatura in tutta la parte sottile è minore della temperatura di fine trasformazione della martensite (figure 3.15 e 3.16) e in essa le tensioni tornano ad essere di tipo termico, dovute al gradiente di temperatura. Nella zona di giunzione la temperatura attraversa l'intervallo di formazione della martensite. Sono evidenti le conseguenze dovute al diverso raffreddamento delle due parti. Per la tensione circonferenziale (fig. 3.67) nella parte spessa la trasformazione martensitica è ancora definita nelle zone limitrofe al contorno, comprese quelle per le quali nella parte sottile la trasformazione è già avvenuta. Infatti si può vedere come nella zona di giunzione la differenza di raffreddamento comporta una trasformazione martensitica che è ancora in atto. Lo stato di trazione lungo le superfici diminuisce.

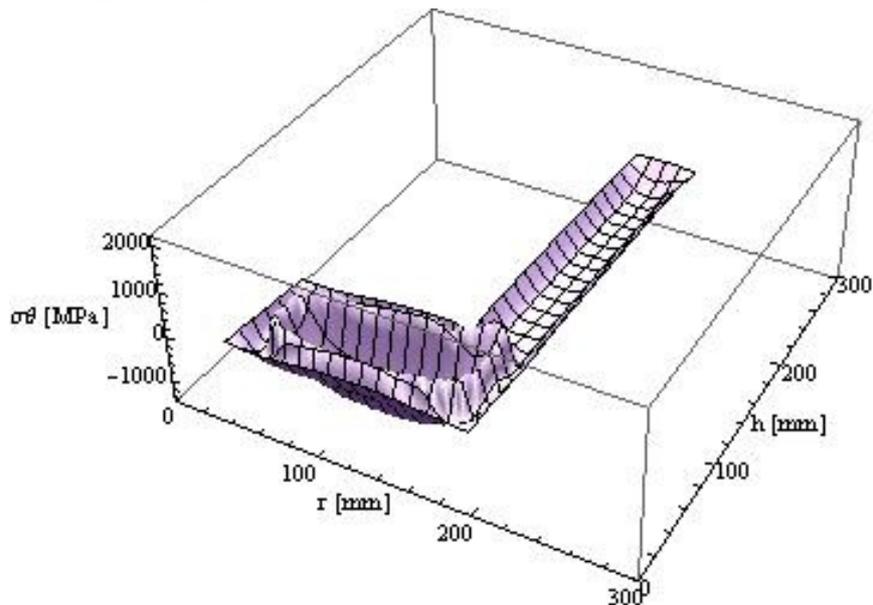


Figura 3.67 Tensione assiale dopo 50 secondi

Per la tensione radiale (fig. 3.68) la sollecitazione di trazione lungo i bordi della parte spessa diminuisce. Nel bordo superiore della parte sottile il basso transitorio di temperatura comporta una sollecitazione di trazione molto bassa, rispetto alla parte spessa, dove invece la differenza di temperatura è ancora elevata.

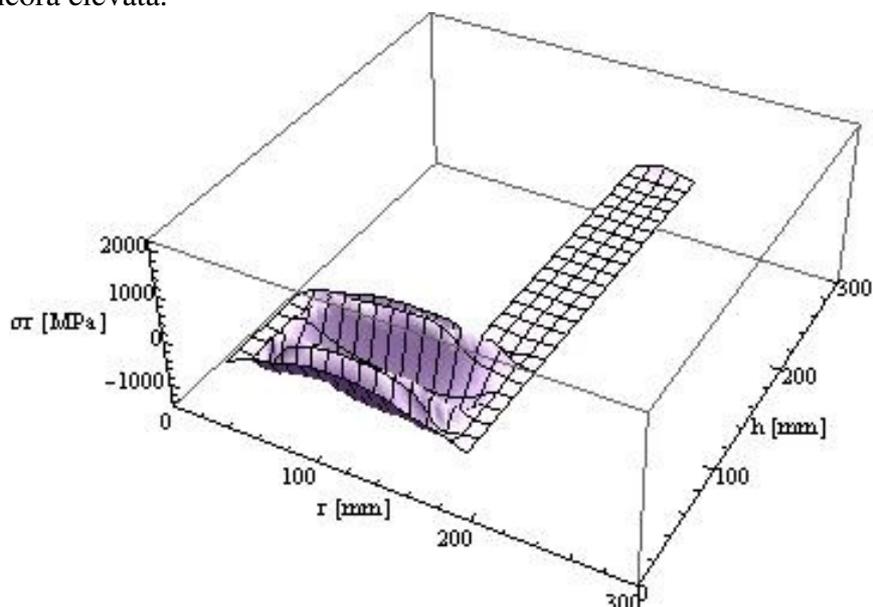
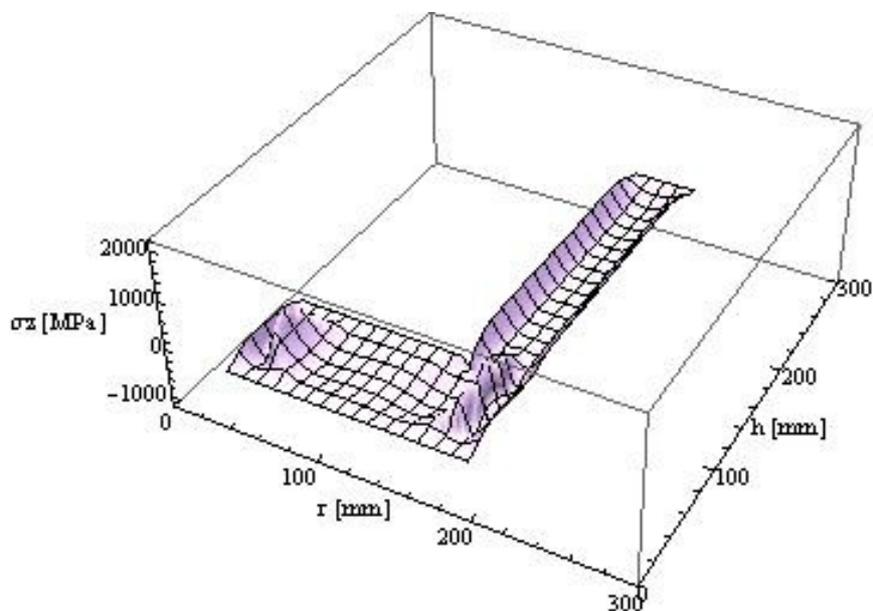


Figura 3.68 Tensione radiale dopo 50 secondi

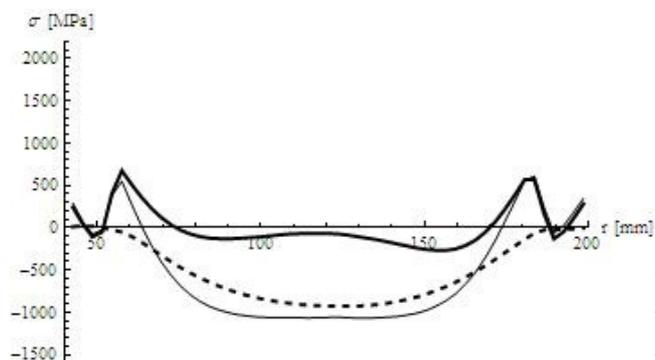
Nel caso della tensione assiale (fig. 3.69) come per la tensione circonferenziale (fig. 3.67) è visibile l'effetto del diverso comportamento del raffreddamento tra il bordo interno e quello esterno della parte spessa. La presenza della parte sottile ancora calda, influenza la trasformazione martensitica nella zona corrispondente della parte spessa rispetto a quella vicina al raggio interno.



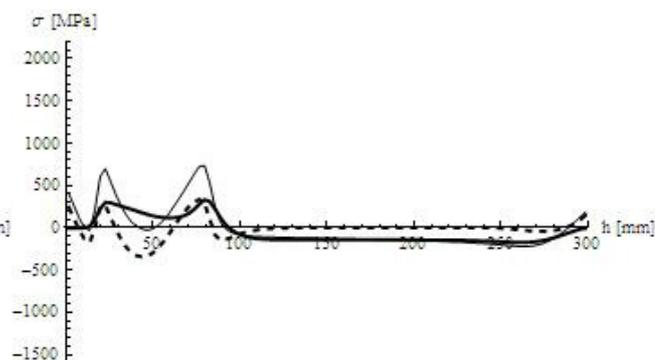
**Figura 3.69 Tensione assiale dopo 50 secondi**

Al cuore della parte spessa le tensioni di tipo radiale e circonferenziale hanno ancora un' elevato valore di compressione. Per la tensione assiale lo stato di compressione tende a diminuire ma inizia ad influenzare le zone al cuore ora non più completamente scariche. Le sollecitazioni di trazione più elevate si presentano nei tratti a temperatura immediatamente superiore a quella di inizio trasformazione della martensite. Dalla Figura 3.70 si può vedere inoltre come ora la sua formazione comporti lo sviluppo di un piccolo stato di compressione nelle zone soggette.

Dalla Figura 3.71 si nota come il diverso raffreddamento delle due parti influisca sulle tensioni che si sviluppano. In tutta la parte sottile la temperatura è al di sotto di  $M_f$  e le sollecitazioni sono di tipo termico di compressione. Nella corrispondente zona della parte spessa la temperatura più elevata e vicina ai valori di sviluppo della martensite causa per le componenti radiale (tratto spezzato) e circonferenziale (tratto continuo sottile) la presenza di valori di trazione rispetto agli istanti precedenti. La variazione nella zona di giunzione con la parte sottile si fa più repentina soprattutto per la tensione circonferenziale. Per la tensione radiale si nota un' inversione di tendenza rispetto agli istanti precedenti. Infatti nella zona di giunzione la trasformazione martensitica provoca una sollecitazione di compressione rispetto alla trazione delle fasi precedenti.



**Figura 3.70 Tensioni in A dopo 50 secondi**



**Figura 3.71 Tensioni in D dopo 50 secondi**

- 75 secondi

La temperatura inizia ad abbassarsi anche al cuore (fig. 13.17 e 13.18),

Nella Figura 3.72 si può vedere che le sollecitazioni dovute alla trasformazione martensitica si presentano solo nella parte spessa ed interessano solo le zone interne.

La variazione di sollecitazione nelle zone che subiscono lo sviluppo di martensite è la stessa delle fasi precedenti. I bordi cominciano ad essere poco sollecitati.

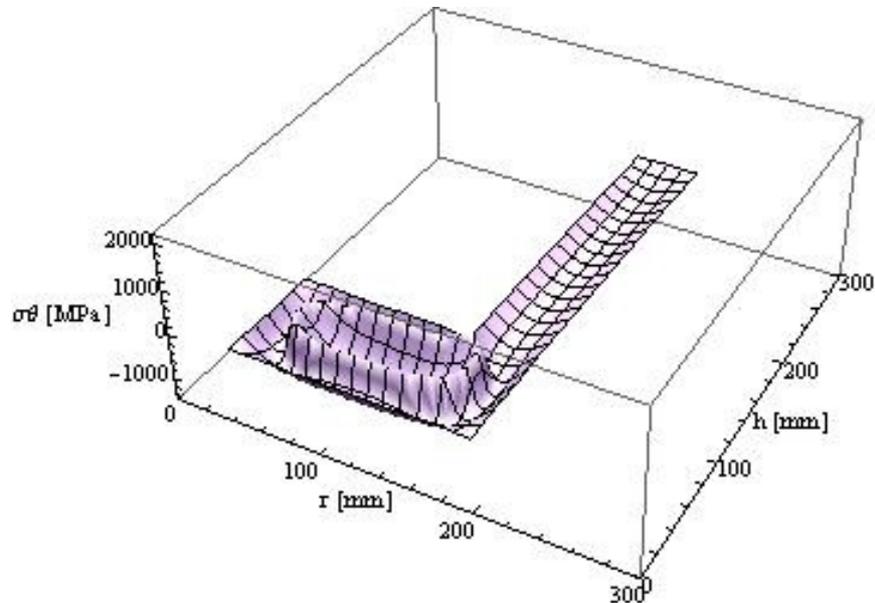


Figura 3.72 Tensione circonferenziale dopo 75 secondi

Data la temperatura ormai bassa, la parte sottile del pezzo è pressoché scarica. Nella parte spessa la tensione radiale massima si sviluppa nella parte più interna. Le superfici cominciano ad essere scariche. Il cuore è sempre soggetto ad uno sforzo di compressione (fig. 3.73).

Comparando l'andamento del bordo superiore in senso radiale della parte sottile con quelli della parte spessa si vede come il primo sia ormai praticamente scarico, mentre i secondi presentano ancora gli effetti di un raffreddamento che si deve completare.

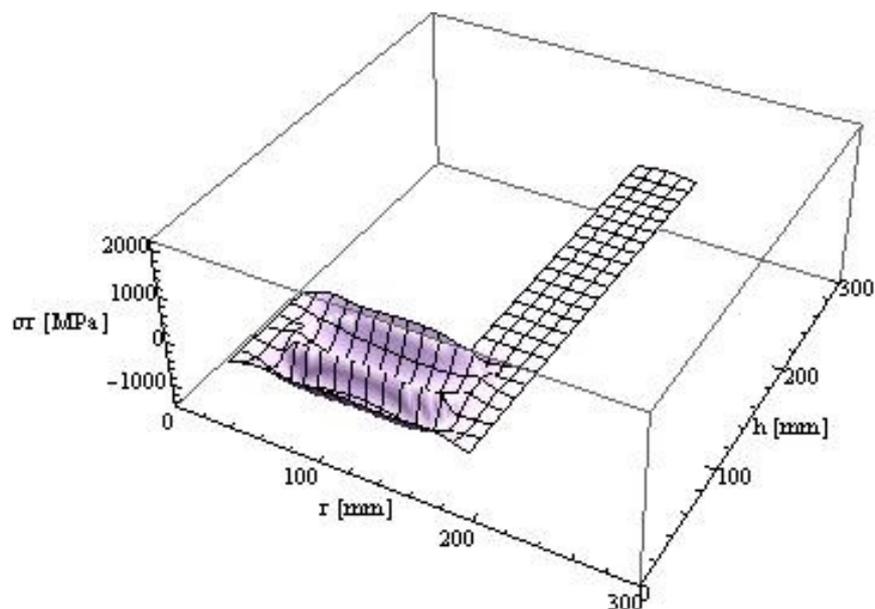
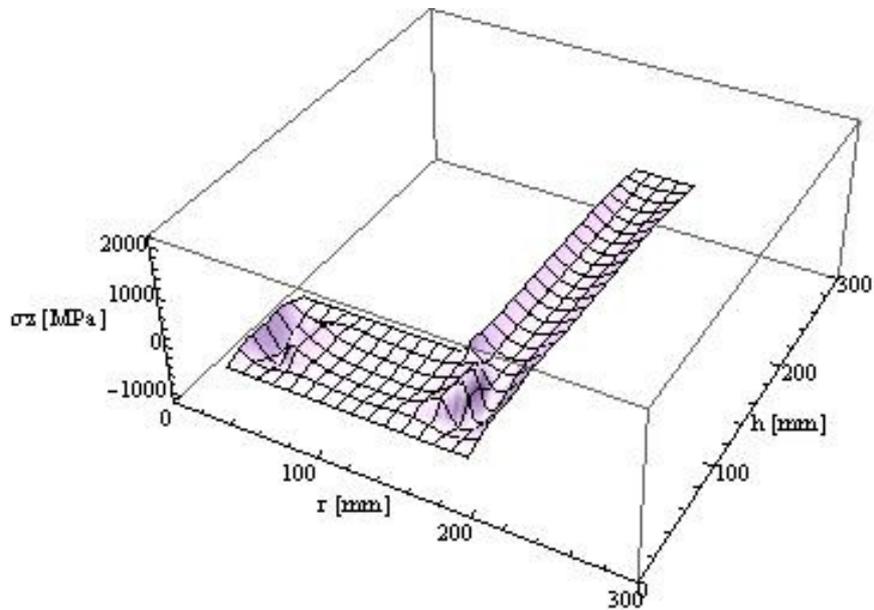


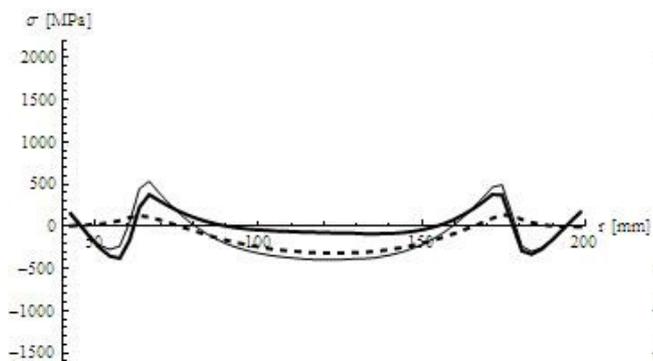
Figura 3.73 Tensione radiale dopo 75 secondi

Per la tensione assiale nella parte sottile le zone centrali rimangono soggette ad uno sforzo di compressione dovuto alla temperatura interna più elevata. Nella parte spessa le sollecitazioni maggiori sono presenti nei tratti che sviluppano trasformazione martensitica e nelle zone immediatamente più interne. Nelle prime sono di compressione, nelle seconde di trazione (fig.3.74).

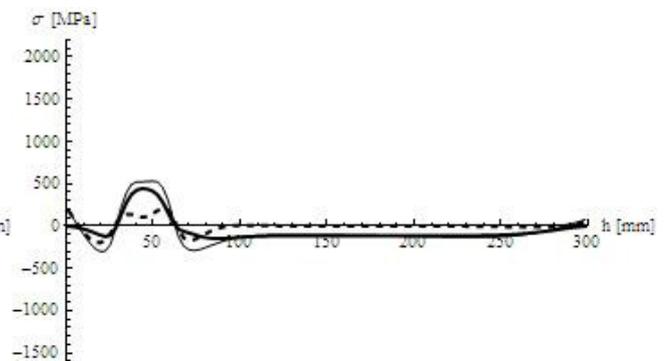


**Figura 3.74 Tensione assiale dopo 75 secondi**

Lungo i bordi lo stato tensionale tende ad azzerarsi. Dalla Figura 3.75 si vede che a causa del raffreddamento i valori di compressione della tensione circonferenziale e radiale al cuore sono minori rispetto agli istanti precedenti e l'effetto della trasformazione martensitica nelle zone ad essa soggette produce un marcato stato di compressione. Per la tensione assiale (curva continua in grassetto) si sviluppa al cuore uno stato di compressione, mentre le zone precedentemente soggette a compressione ora presentano uno stato di trazione. Lungo la direzione assiale è ancora presente l'influenza della differenza di raffreddamento tra le due parti che comporta per le tensioni radiale (tratto spezzato) e circonferenziale (tratto continuo sottile) una oscillazione dei valori nella zona di giunzione. All'apice della parte sottile la variazione di temperatura più dolce si ripercuote sull'andamento delle tensioni che presentano una variazione meno brusca. Nella parte spessa invece la variazione dei valori tra le varie zone è ancora molto marcata (fig. 3.76).



**Figura 3.75 Tensioni in A dopo 75 secondi**



**Figura 3.76 Tensioni in D dopo 75 secondi**

- 100 secondi

Dalle figure 3.20 e 3.21 si vede che la zona centrale della parte spessa è a temperatura di poco superiore ai valori dell'intervallo di trasformazione martensitica. Il grafico di Figura 3.77 relativo alla tensione circonferenziale mostra che la trasformazione martensitica si sviluppa nelle zone circostanti quella centrale. Lungo le pareti della parte spessa lo stato di sollecitazione è costante di trazione, lungo quelle della parte sottile tende ad azzerarsi andando verso l'apice.

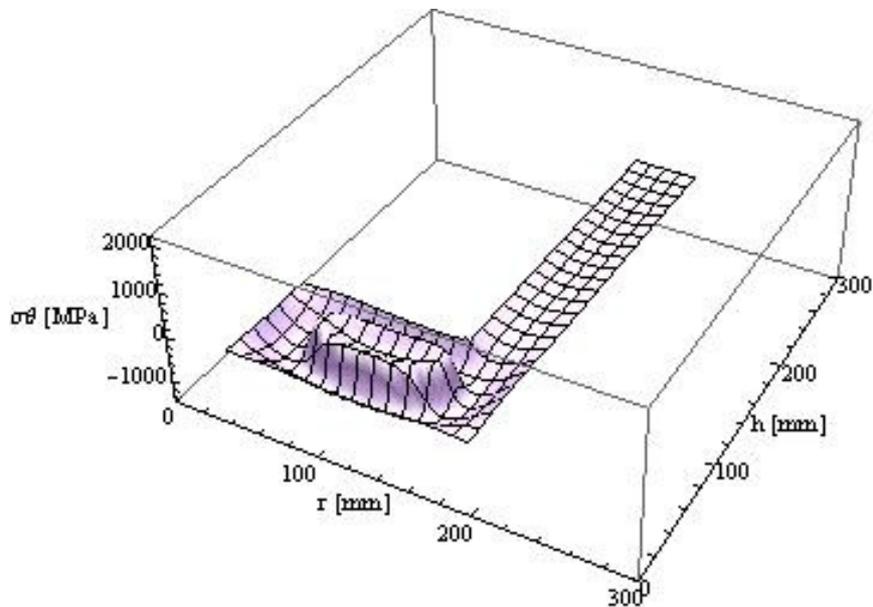


Figura 3.77 Tensione circonferenziale dopo 100 secondi

Nella tensione radiale in Figura 3.78 si può vedere che lungo i bordi della parte spessa lo stato di sollecitazione risente della trasformazione martensitica delle zone interne. La parte sottile è completamente scarica. In direzione assiale nella zona centrale della parte spessa all'interfaccia tra le zone soggette a trasformazione martensitica e quelle a temperatura più alta, la variazione di sollecitazione è elevata, cosa che non succede in direzione radiale.

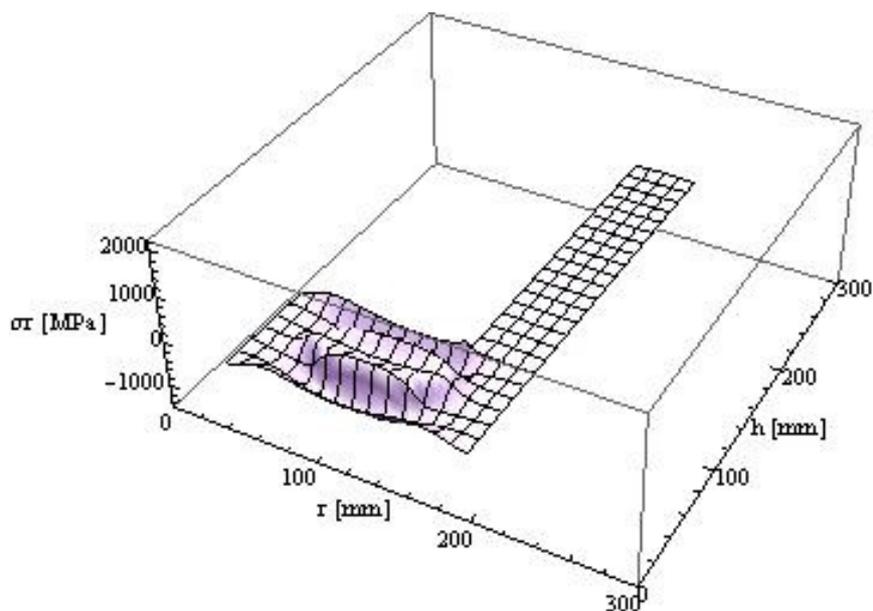
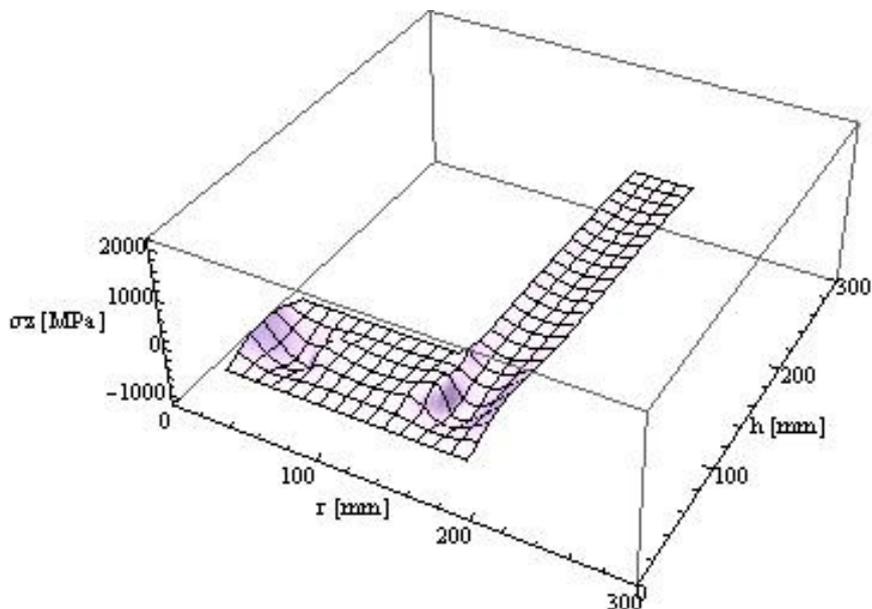


Figura 3.78 Tensione radiale dopo 100 secondi

Per la tensione assiale i valori più elevati si sviluppano in corrispondenza dell'asse A .

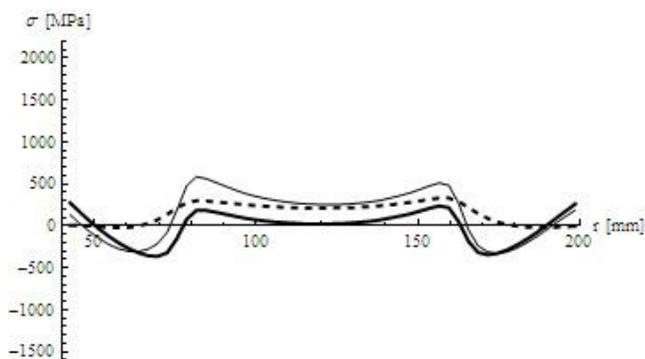
Le pareti della parte sottile sono ormai poco sollecitate. Dalla Figura 3.79 si può vedere che la distribuzione di temperatura è tale da rendere la zona centrale scarica. Osservando anche le figure 3.77 e 3.78, è possibile concludere anche che ormai le sollecitazioni si presentano solo nella parte spessa.



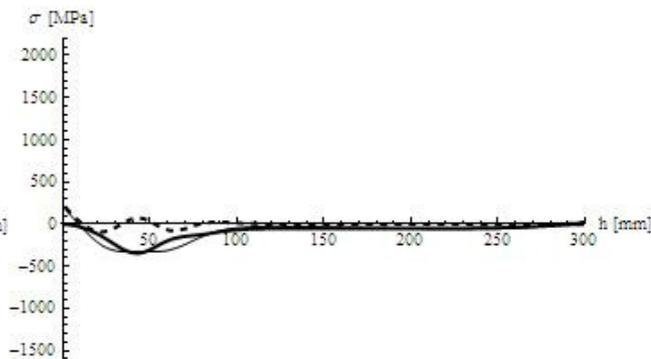
**Figura 3.79 Tensione assiale dopo 100 secondi**

In Figura 3.80 si vede che rispetto alla fase precedente la trasformazione martensitica si sviluppa nelle parti più interne. Ne caso delle tensioni radiale e circonferenziale aumenta l'estensione delle zone soggette a compressione a seguito dello sviluppo di martensite. Per le tensioni assiale e circonferenziale c'è una netta variazione nel passaggio dalle zone a temperatura maggiore, in cui c'è il valore massimo dello sforzo di trazione, a quelle a temperatura minore di  $M_f$ .

Data la minore temperatura al cuore, le zone centrali presentano ora dei valori della tensione circonferenziale e della tensione radiale positivi. La tensione assiale presenta dei valori nulli. In Figura 3.81 si può vedere come la parte sottile, essendo quasi del tutto raffreddata sia quasi completamente scarica. Nella zona della parte spessa la temperatura più alta, dovuta al raffreddamento diverso, comporta che la trasformazione martensitica ancora in atto modifichi l'andamento dello stato tensionale. Le tensioni assiale (tratto continuo in grassetto) e circonferenziale (tratto continuo sottile) presentano dei valori di compressione, con una maggiore variazione per la tensione assiale. La tensione radiale (tratto spezzato) mostra una parte centrale soggetta a leggera trazione con due zone laterali di compressione e trazione nel bordo inferiore della parte spessa. Data la differenza di temperatura ormai bassa, il transitorio nella zona di giunzione con la parte sottile è meno marcato.



**Figura 3.80 Tensioni in A dopo 100 secondi**



**Figura 3.81 Tensioni in D dopo 100 secondi**

- 125 secondi

La temperatura nelle zone al cuore della parte spessa attraversa l'intervallo di formazione della martensite. In esse però non è la stessa, è più alta al centro e più bassa nelle parti adiacenti. Questo spiega la cuspidè in Figura 3.82 nel caso della tensione circonferenziale. Ai bordi lo sforzo è di trazione, nelle zone interne di compressione, nella cuspidè di leggera trazione.

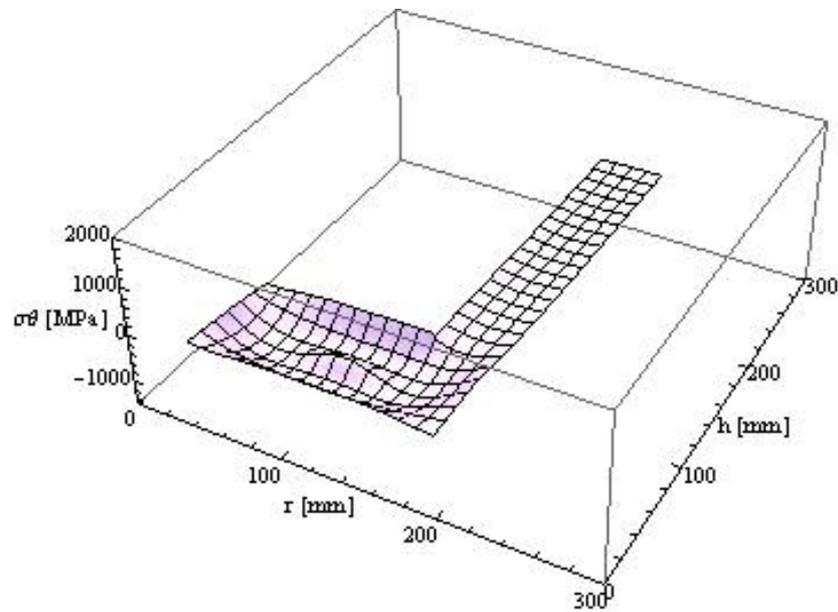


Figura 3.82 Tensione circonferenziale dopo 125 secondi

Nel caso della tensione radiale si vede in Figura 3.83 che le pareti in senso radiale della parte spessa sono sollecitate a trazione, le zone intermedie sono sollecitate a compressione, le zone al cuore (cuspidè) sono scariche.

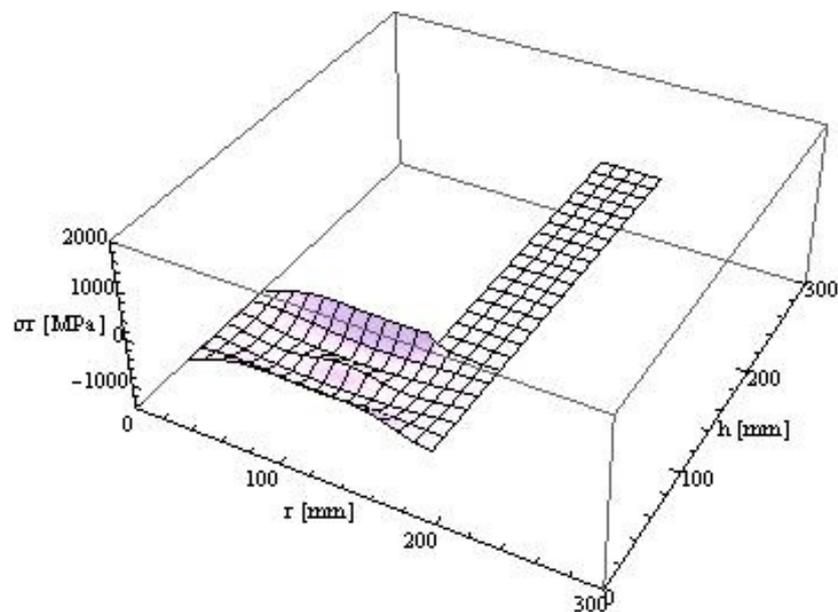
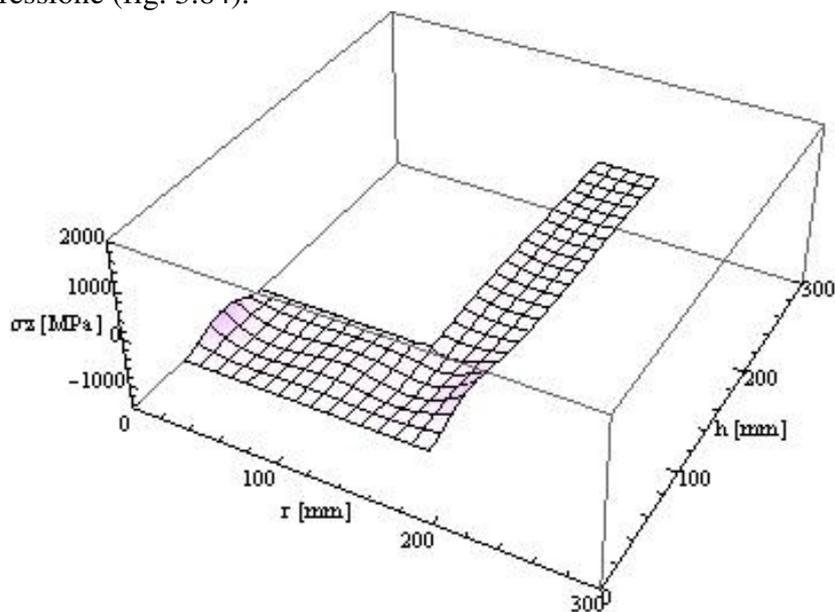


Figura 3.83 Tensione radiale dopo 125 secondi

Per la tensione assiale le zone più sollecitate sono quelle ai bordi in senso assiale della parte spessa, dove si sviluppa uno sforzo di trazione, i punti nelle zone intermedie tra questi ultimi e il cuore sono sollecitati a compressione (fig. 3.84).



**Figura 3.84 Tensione assiale dopo 125 secondi**

In Figura 3.85 è visibile come la trasformazione martensitica che si sviluppa nelle zone al cuore della parte spessa produce una variazione meno marcata rispetto agli istanti precedenti.

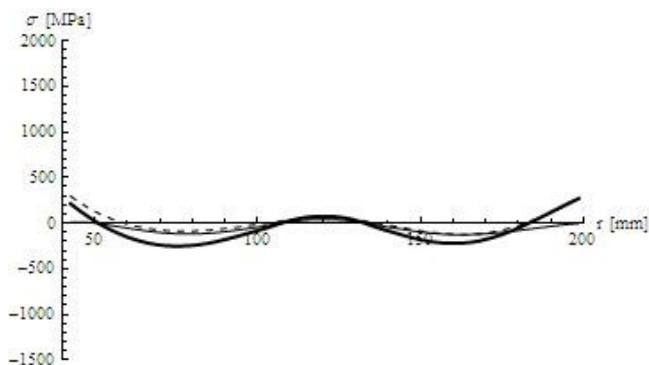
Questo è dovuto al fatto la temperatura non ha una variazione elevata, cosa che accadeva nelle fasi precedenti e quindi attraversa in queste zone l'intervallo di trasformazione martensitica quasi contemporaneamente, con un leggero anticipo per i punti più esterni (fig. 3.21, 3.22).

La conseguenza è che a differenza delle fasi precedenti l'espansione martensitica avviene in un'area più estesa comportando una variazione di sollecitazione meno brusca.

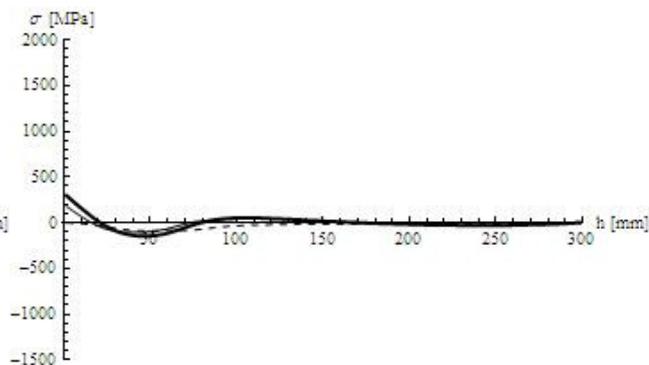
Nei punti campionati lungo la direzione assiale D (fig. 3.86) si vede ancora l'effetto del differente raffreddamento delle due parti che non si è mai compensato durante tutto il processo.

Infatti nella parte spessa c'è ancora una variazione delle sollecitazioni lungo lo spessore.

Nella parte sottile, ormai fredda, le sollecitazioni sviluppate sono dovute all'influenza di quelle nella parte spessa. Nel caso delle tensioni assiale (tratto continuo spesso) e circonferenziale (tratto continuo sottile), c'è una zona soggetta a trazione e l'altra adiacente la parte terminale sottoposta ad un leggero stato di compressione. La tensione radiale rimane sempre di compressione. Per quest'ultima è da notare il differente comportamento rispetto alle fasi precedenti lungo la direzione A. Infatti ora sviluppa ai bordi uno stato di tensione di trazione, mentre in precedenza la sollecitazione era nulla.



**Figura 3.85 Tensioni in A dopo 125 secondi**



**Figura 3.86 Tensioni in D dopo 125 secondi**

- 175 secondi

Tutta la sezione è a temperatura inferiore all'intervallo di trasformazione martensitica (fig. 3.25, 3.26), le tensioni che si sviluppano ritornano ad essere di tipo termico.

La parte sottile è completamente fredda, l'unica parte sollecitata è sempre quella spessa a causa della differenza di temperatura. In Figura 3.87 è mostrato il caso della tensione circonferenziale.

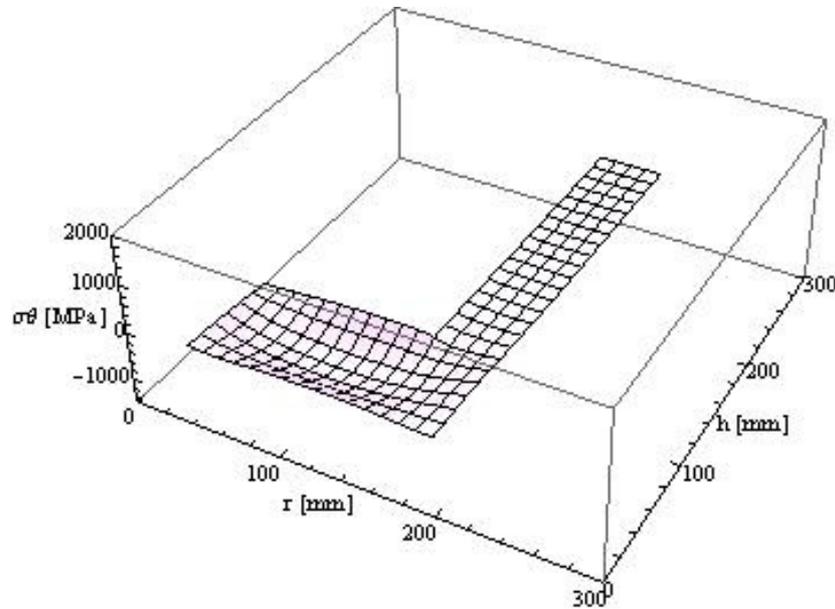


Figura 3.87 Tensione circonferenziale dopo 175 secondi

In Figura 3.88 si vede come le sollecitazioni ora siano dovute solo alla differenza di temperatura.

Al cuore della parte spessa le tensioni assiale (tratto continuo in grassetto) e circonferenziale (tratto continuo sottile) sono di compressione, ai bordi sono di trazione a causa della contrazione della parte più fredda di materiale. La tensione radiale (tratto spezzato) ha lo stesso andamento ma con valori di compressione quasi nulli. In direzione longitudinale (fig. 3.89) permane l'effetto del comportamento differente al raffreddamento delle parti spessa e sottile. L'andamento delle tensioni è lo stesso della fase precedente, ma ora nella parte spessa le tensioni sono solo dovute al gradiente di temperatura, e non influenzate dalla trasformazione martensitica al centro.

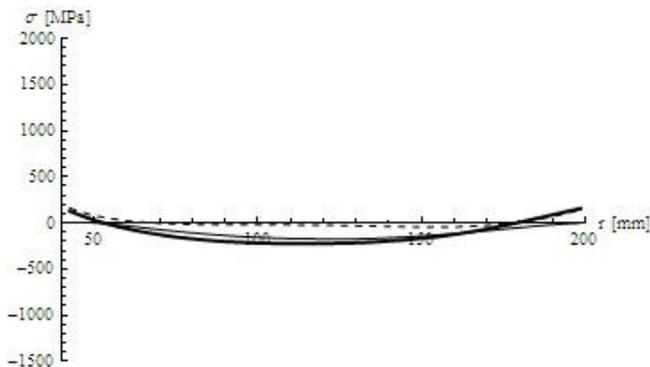


Figura 3.88 Tensioni in A dopo 175 secondi

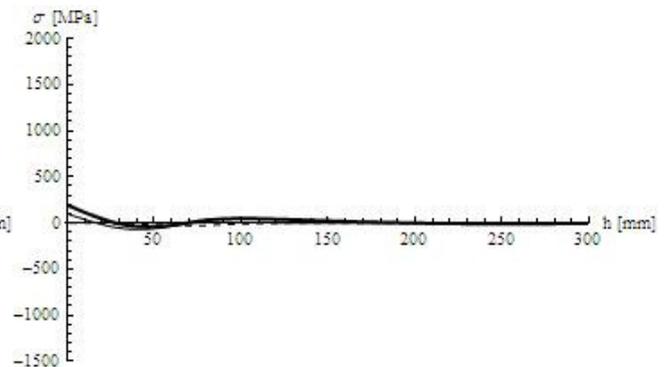


Figura 3.89 Tensioni in D dopo 175 secondi

Da questo istante in poi le sollecitazioni tendono a diminuire in funzione di una temperatura che tende a raggiungere in ogni parte quella di fine raffreddamento.

## 3.2 Conclusioni

I risultati ottenuti sulla simulazione della temperatura non considerano la variazione delle proprietà fisiche di conducibilità termica e di capacità termica del materiale con la temperatura e con il tipo di microstruttura. Tuttavia considerando i tempi, dopo circa tre minuti l'intero pezzo è freddo, si può ritenere questi risultati non certo effettivi, ma da un punto di vista qualitativo sicuramente attendibili e quindi da analizzare.

Il tipo di discretizzazione utilizzato con il metodo degli elementi finiti ha permesso di ottenere un andamento della temperatura senza anomalie e il valore della temperatura T1 di fine raffreddamento rispetta quella impostata.

L'analisi delle tensioni considera solo il campo elastico. Difatti se si effettua la simulazione con tutto il pezzo alla temperatura di fine raffreddamento il materiale risulta completamente scarico e non presenta nessuna deformazione residua, cosa che nella realtà non è vera. Inoltre non si considera la trasformazione martensitica funzione della velocità di raffreddamento, ma solo dipendente dalla temperatura del materiale. Di conseguenza lo stato di tensione che si ottiene non tiene conto dell'effetto di un eventuale sviluppo di strutture intermedie o di austenite residua, ma di uno sviluppo di martensite che avviene nella stessa maniera in ogni parte del pezzo che si trova a temperatura minore di Ms.

Il valore delle tensioni ottenuto però non è da buttare, in quanto il fatto di trascurare il comportamento plastico e l'effetto della temperatura sulle caratteristiche meccaniche e metallurgiche del materiale rende più evidente la differenza di comportamento delle due parti del pezzo, parte spessa e parte sottile, durante il raffreddamento, soprattutto nell'interazione tra il bordo freddo delle superfici del materiale e il cuore caldo. Cosa che altrimenti sarebbe più difficile da analizzare e interpretare.

Utilizzando il grafico della temprabilità del materiale del pezzo di Figura 3.2, considerando l'andamento della temperatura ottenuto è possibile ritenere che nella parte sottile a seguito del raffreddamento si presenti una struttura completamente martensitica o con piccole tracce di strutture intermedie al centro. Al cuore della parte spessa invece date le velocità di raffreddamento basse (fig.3.31, 3.32) è più difficile prevedere lo sviluppo di martensite.

Una analisi sperimentale tramite prove di durezza permetterebbe di avere un'idea più precisa dello andamento della temperatura durante il raffreddamento e verificare l'attendibilità dei valori scelti per i coefficienti nella simulazione della temperatura.

Nel caso della simulazione delle tensioni sarebbe possibile definire con maggiore precisione le zone che hanno subito una trasformazione martensitica completa da quelle che ne hanno avuto uno sviluppo parziale o nullo, quindi di legittimare in quelle zone l'utilizzo delle deformazioni provenienti dalle curve dilatometriche.

# APPENDICE

## Analisi delle tensioni tramite l' utilizzo della teoria dei tubi spessi

È stata effettuata anche una analisi delle tensioni solo sulle sezioni radiali della parte spessa e di quella sottile suddividendole in un numero di elementi dello stesso spessore dove il comportamento era definito mediante la teoria dei tubi spessi.

L'equazione di equilibrio di un solido assialsimmetrico di materiale isotropo, omogeneo e di spessore costante con velocità angolare nulla è [12]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Il legame tra le deformazioni e le tensioni in stato piano di tensione è

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta) + \alpha T(r) \quad \epsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) + \alpha T(r) \quad (\text{A.2})$$

La relazione tra le deformazioni e lo spostamento radiale  $u$  è [12]

$$\epsilon_r = \frac{du}{dr} \quad \epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (\text{A.3})$$

L'equazione (A.1) scritta in funzione dello spostamento  $u$  diventa

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} (ru) \right] = \alpha(1+\nu) \frac{dT}{dr} \quad (\text{A.4})$$

In ognuno degli elementi di tubo il valore della temperatura è stato preso costante, come media dei valori estremi di ogni elemento (fig. A1).

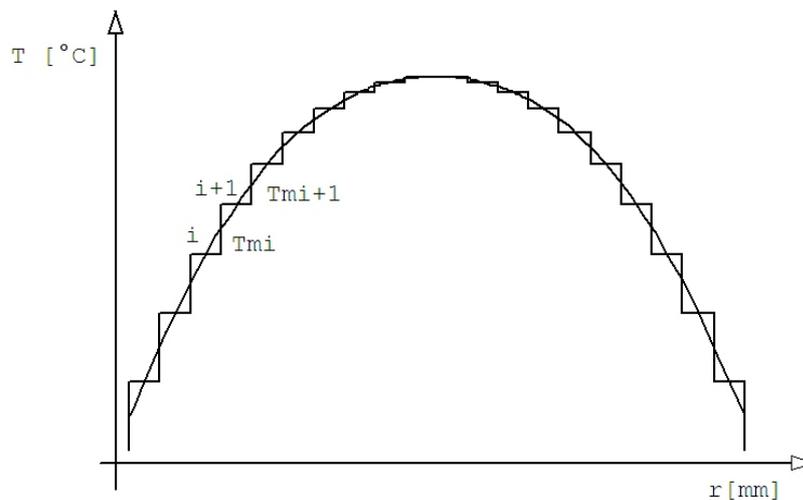


Figura A1 Discretizzazione della temperatura negli elementi

Di conseguenza il termine a destra dell'uguaglianza nell'equazione (A.3) diventa nullo, perché in ogni elemento la temperatura è costante lungo il raggio.

L'equazione di equilibrio di partenza utilizzata per definire le tensioni negli elementi quindi è stata

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d\sigma_r}{dr} (ru) \right] = 0 \quad (\text{A.4})$$

Sviluppando la (A.4) si ottiene l'equazione dello spostamento scritta in funzione del raggio degli elementi. Dalle equazioni (A.2) si ha

$$u = C_1 + \frac{C_2}{r} \quad \epsilon_r = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad \epsilon_\theta = C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (\text{A.5})$$

Dalle equazioni (A.2) scritte definendo le tensioni, sostituendo i valori delle deformazioni (A.5) si ricava l'andamento delle tensioni nei singoli elementi.

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_r + \nu \epsilon_\theta) - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r) \quad \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_\theta + \nu \epsilon_r) - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C_1 (1+\nu) + (\nu-1) \frac{C_2}{r} \right] - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C_1 (1+\nu) - (\nu-1) \frac{C_2}{r} \right] - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r)$$

Raccogliendo i termini costanti

$$A = \frac{E}{1-\nu^2} C_1 (1+\nu) \quad B = \frac{E}{1-\nu^2} C_2 (1+\nu)$$

Si ottengono le equazioni delle tensioni.

$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2} - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r) \quad \sigma_\theta = A - \frac{B}{r^2} - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r) \quad (\text{A.6})$$

Lo spostamento radiale  $u$  si ottiene considerando l'equazione della deformazione circonferenziale (A.3) e l'equazione (A.2), sostituendo alle tensioni le equazioni (A.6).

L'equazione utilizzata per definire lo spostamento di ogni elemento è stata

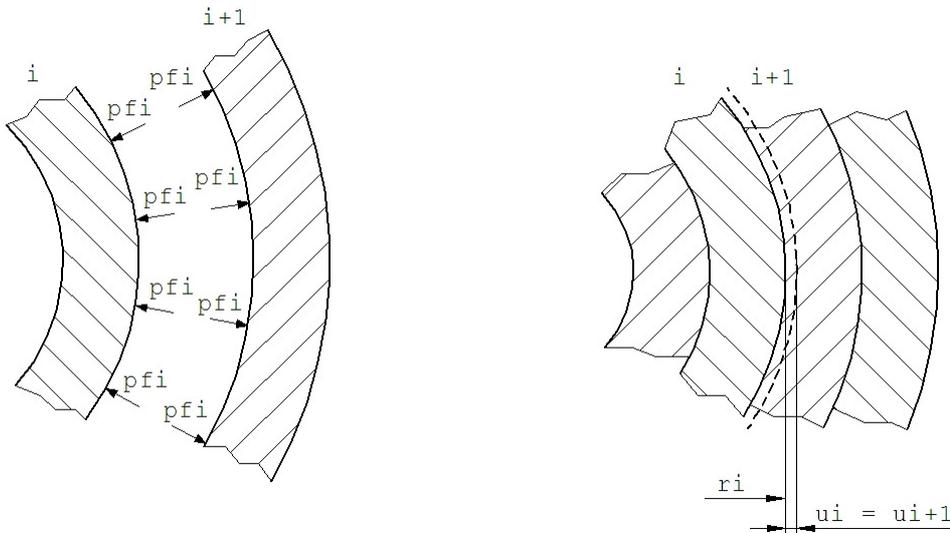
$$u = r \epsilon_\theta = \frac{r}{E} \left[ (1-\nu) A - (1+\nu) \frac{B}{r^2} - \frac{E}{1-\nu} \alpha T(r) (1-\nu) \right] + r \alpha T(r)$$

$$u = \frac{r}{E} \left[ (1-\nu) A - (1+\nu) \frac{B}{r^2} \right] \quad (\text{A.7})$$

Per considerare la trasformazione martensitica, al posto delle deformazioni provocate dalla temperatura sono state implementate direttamente le deformazioni  $\epsilon t$  definite dalle curve dilatometriche. Perciò le equazioni delle tensioni utilizzate per tutti gli elementi erano della forma.

$$\sigma_r = A + \frac{B}{r^2} - \frac{E}{1-\nu} \epsilon t \quad \sigma_\theta = A - \frac{B}{r^2} - \frac{E}{1-\nu} \epsilon t \quad (\text{A.8})$$

La prima delle (A.8) e la (A.7) sono state utilizzate per definire le condizioni di equilibrio e di continuità all'interno delle sezioni. Gli elementi di tubo con i quali sono state discretizzate le sezioni della parte spessa e di quella sottile si scambiano all'interfaccia degli sforzi radiali mutui  $pfi$  (fig. A2).



**Figura A2 Condizione di equilibrio e di continuità degli elementi**

Questi per la condizione di equilibrio in senso radiale del sistema assialsimmetrico devono essere dello stesso valore. Inoltre, essendo gli elementi la discretizzazione di un sistema continuo, le loro interfacce devono rimanere unite tra loro, per cui gli spostamenti nei raggi in comune devono essere per continuità gli stessi. Perciò, per definire lo stato di sollecitazione nelle sezioni, sono state definite le condizioni di equilibrio tra gli elementi adiacenti, negative perché i versi definiti in Figura 5 sviluppano una sollecitazione di compressione

$$\sigma_r^i_{r=ri} = -pfi \quad \sigma_r^{i+1}_{r=ri} = -pfi+1 \quad (\text{A.9})$$

e quelle di continuità

$$u^i_{r=ri} = u^{i+1}_{r=ri} \quad (\text{A.10})$$

È stato implementato un programma tramite il quale le sezioni della parte spessa e di quella sottile sono state discretizzate con un numero di elementi di:

- Numero di elementi parte spessa: 212
- Numero di elementi parte sottile: 60

In questo modo entrambe le sezioni avevano elementi della stessa lunghezza.  
 $le = 0.75 \text{ mm}$

È stato fatto un codice di calcolo al calcolatore tramite il programma matematica ®. In ognuna delle sezioni della parte spessa e della parte sottile, tramite le condizioni di equilibrio, è stato definito un sistema con un numero di equazioni pari al numero di elementi. In questo modo sono stati scritti i coefficienti **A** e **B** di ogni elemento in funzione delle pressioni all'interfaccia **pfi**.

Questi valori sono stati implementati nelle equazioni degli spostamenti (A.9) utilizzate in un sistema con le condizioni di continuità (A.10). In questo modo si sono ottenuti tutti i valori **pfi**.

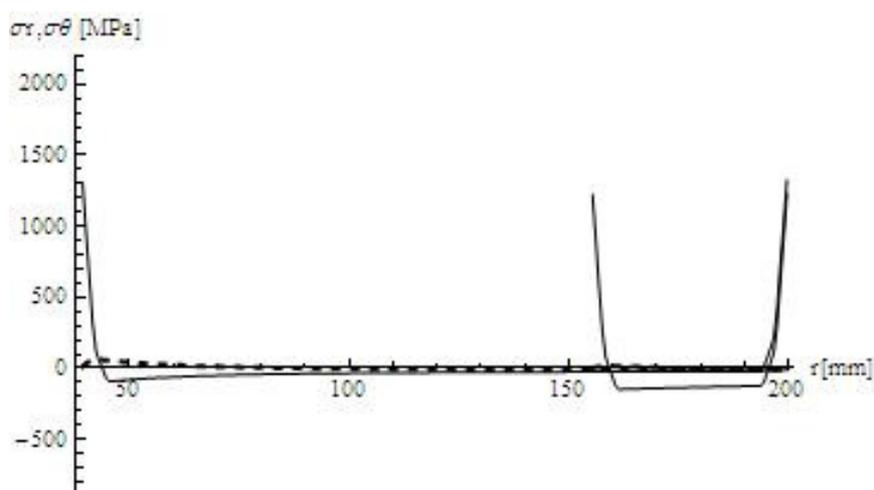
Da questi si sono ricavati i coefficienti **A** e **B** di ogni elemento e tramite le equazioni (A.8) i valori delle tensioni radiale e circonferenziale in tutti gli elementi, quindi l'andamento dello stato tensionale nelle sezioni.

Le caratteristiche meccaniche, Modulo di elasticità **E**, Coefficiente di Poisson  $\nu$ , sono state prese costanti con gli stessi valori utilizzati nella simulazione con il metodo degli elementi finiti.

Le sezioni sono state prese quelle radiali al centro della parte spessa e al centro della parte sottile corrispondenti alle rette A e B nella figura di pagina 26. I valori di temperatura associati agli elementi sono stati presi a partire dai valori calcolati con gli elementi finiti. Da qui sono stati isolati i dati lungo le sezioni in esame A e B. Per utilizzare più elementi i dati di temperatura sono stati aumentati calcolando il valore medio tra i dati e calcolando un ulteriore valore medio tra i valori medi ottenuti e i dati iniziali. In questo modo sono stati definiti i valori estremi di temperatura a cui erano soggetti i singoli elementi e da qui si sono calcolati i valori medi di temperatura su ogni elemento.

I risultati ottenuti sono stati i seguenti. Nelle figure è riportato in un unico grafico le tensioni circonferenziale (tratto continuo) e radiale (tratto spezzato) della parte spessa e di quella sottile. L'andamento della tensione circonferenziale non è lo stesso all'interfaccia tra un elemento e un altro, ma essendo gli elementi molto piccoli, per chiarezza di riproduzione i valori sono stati presi nel baricentro degli elementi e uniti tra loro. Si definiscono i valori per gli stessi istanti temporali definiti nel caso della simulazione con gli elementi finiti.

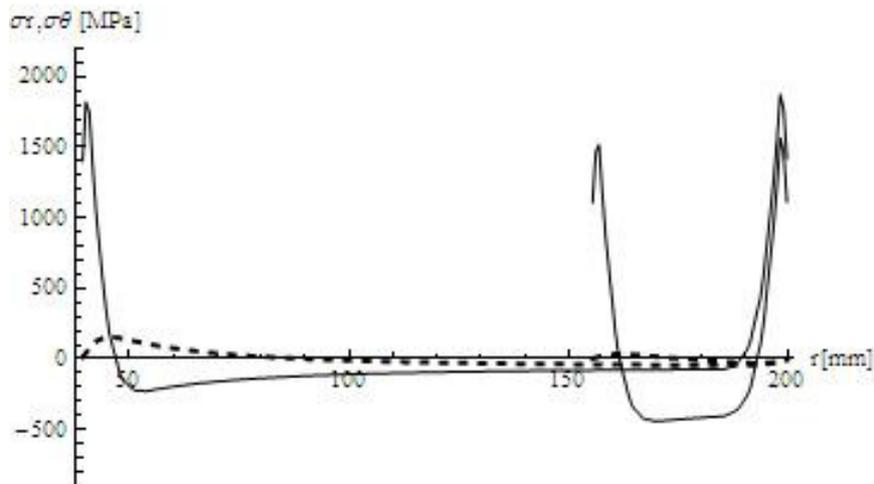
————— tensione circonferenziale  
 - - - - - tensione radiale  
 - 1 secondo



**Figura A3 Andamento delle tensioni dopo 1 secondo**

La tensione circonferenziale (fig. A3) ha lo stesso comportamento di quella calcolata con il metodo degli elementi finiti e anche i valori sono simili (fig. 3.40). Si può vedere come nelle zone al cuore della parte sottile la tensione circonferenziale di compressione sia maggiore di quella della parte spessa. I valori di trazione sulle superfici sono simili, con una forte variazione in entrambe le sezioni, dello stesso andamento della variazione di temperatura.

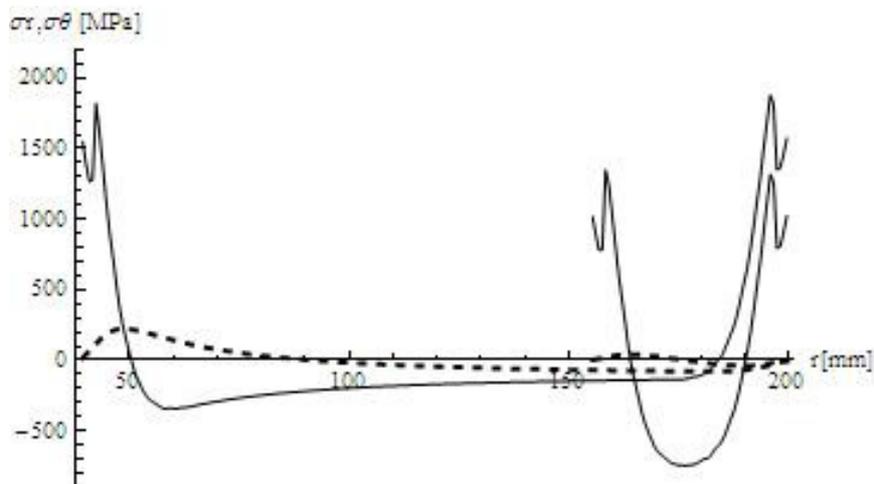
- 3 secondi



**Figura A4 Andamento delle tensioni dopo 3 secondi**

La temperatura in superficie attraversa l'intervallo di trasformazione della martensite. La formazione della martensite porta una riduzione dello stato di trazione della tensione circonferenziale, che rimane comunque molto elevata. Inizia ad essere visibile la differenza di comportamento delle due parti. La tensione circonferenziale in superficie assume valori di trazione superiori nella parte spessa. Nelle zone al cuore che sono soggette tutte alla stessa temperatura, nella parte spessa il valore di compressione della tensione circonferenziale è ancora basso, mentre in quella sottile assume valori che cominciano ad essere diversi e più grandi. Da notare la differenza di valori tra la parte spessa e quella sottile nella zona di esistenza delle due (150 – 200 mm)(fig.A4).

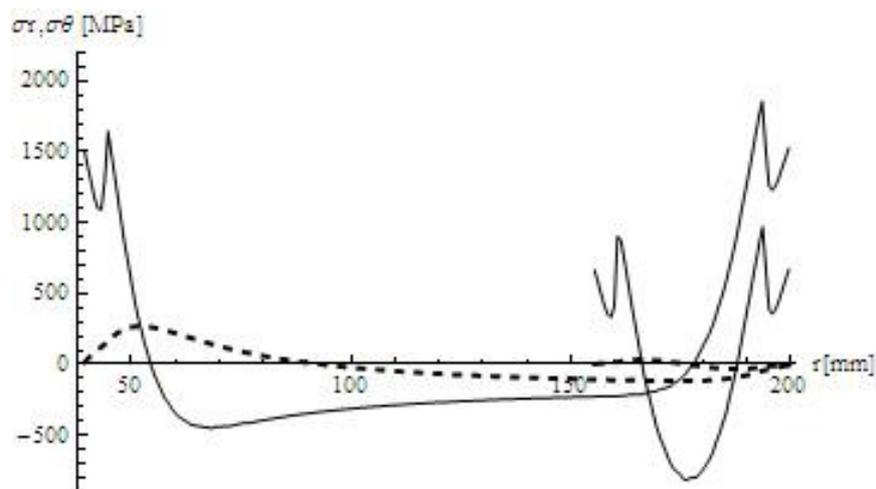
- 6 secondi



**Figura A5 Andamento delle tensioni dopo 6 secondi**

La superficie delle due sezioni ha completato la trasformazione martensitica e ritorna a subire una contrazione di tipo termico, evidenziata da un nuovo aumento della sollecitazione di trazione. Dalla Figura A5 si vede che i valori che si raggiungono però sono minori rispetto a quelli delle zone a temperatura superiore a quella di inizio trasformazione della martensite. Inizia ad essere evidente la differenza di comportamento delle due sezioni anche sulla superficie, nonostante la temperatura al cuore sia ancora la stessa. Infatti i valori della tensione circonferenziale nella parte sottile cominciano ad essere marcatamente diversi rispetto a quelli della parte spessa, più bassi.

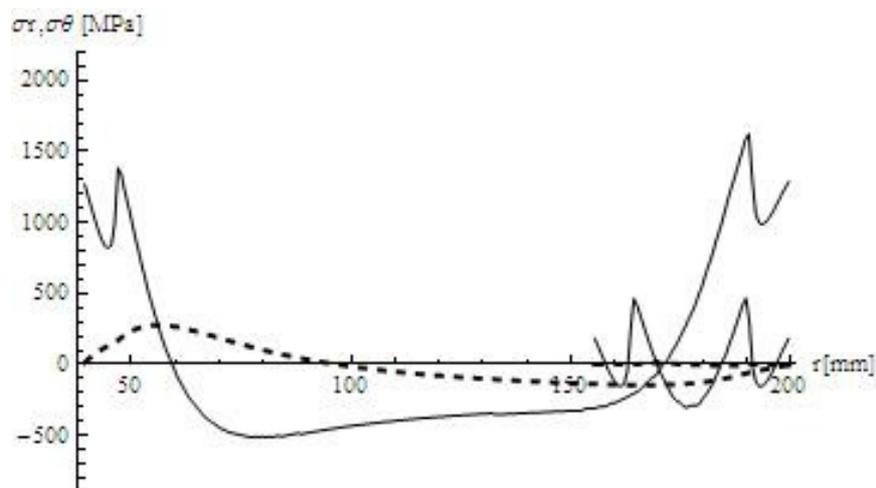
- 12 secondi



**Figura A6 Andamento delle tensioni dopo 12 secondi**

Dalle figure 3.11 e 3.12 si vede che l'andamento della temperatura è tale da rendere i valori della tensione circonferenziale nella parte spessa sostanzialmente invariati. Nella parte sottile la variazione ha raggiunto le zone al cuore. Le conseguenze sono soprattutto una riduzione della tensione circonferenziale sia sulla superficie sia nelle parti di materiale adiacenti quelle che stanno sviluppando la trasformazione martensitica. Nelle zone al cuore, in accordo con una variazione di temperatura più marcata, (una cuspidè più accentuata) la sollecitazione di compressione assume una variazione maggiore, con un valore massimo più elevato (fig.A6).

- 24 secondi

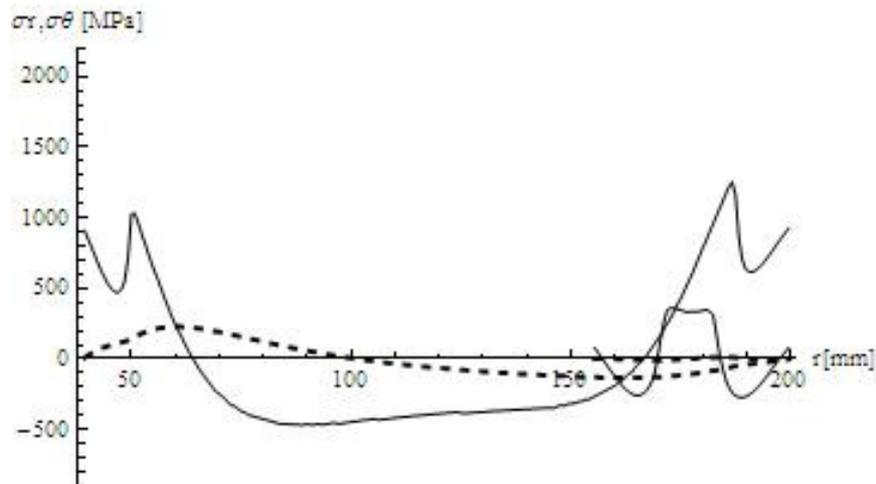


**Figura A7 Andamento delle tensioni dopo 24 secondi**

È evidente l'effetto del differente raffreddamento delle due parti. Dalle figure 3.13 e 3.14 e dalla Figura A7 si vede come la temperatura al cuore della parte spessa, ancora a valori iniziali, provoca un'andamento della tensione circonferenziale che al cuore non cambia e in superficie i valori di trazione non diminuiscono di molto. Nella parte sottile invece la diminuzione di temperatura al centro porta una netta diminuzione della sollecitazione di compressione e di trazione massima.

Ciò comporta inoltre che la trasformazione martensitica sviluppi ora sollecitazioni di compressione nelle porzioni di materiale che la hanno appena terminata.

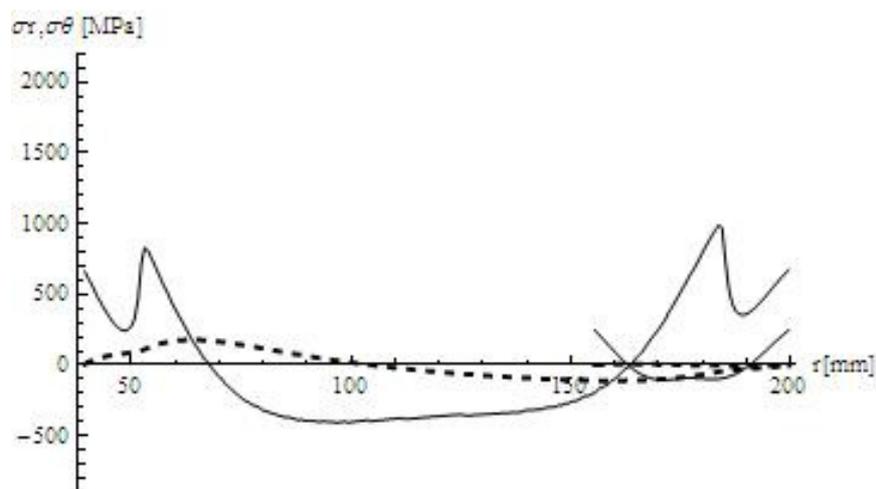
- 40 secondi



**Figura A8 Andamento delle tensioni dopo 40 secondi**

La temperatura inizia a diminuire anche al cuore della parte spessa. Ciò comporta una diminuzione delle tensioni circonferenziali di trazione, il valore massimo di quelle di compressione rimane pressoché lo stesso. Nella parte sottile la temperatura al centro è poco superiore al valore di inizio sviluppo della martensite. Si può vedere (fig. A8), in accordo allo studio fatto con gli elementi finiti, come l'espansione data dalla trasformazione microstrutturale nelle zone adiacenti quelle dell'asse porti in queste ultime uno stato di sollecitazione circonferenziale di trazione. Le altre zone sono sollecitate quasi interamente a compressione.

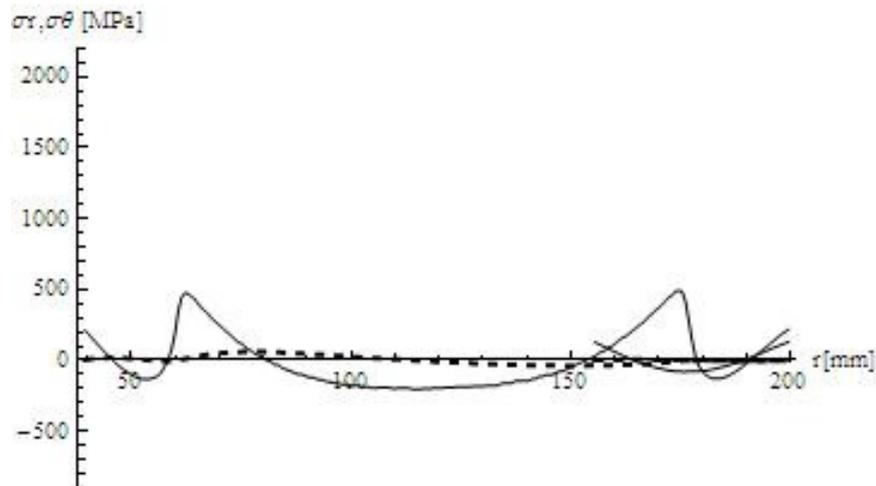
- 50 secondi



**Figura A9 Andamento delle tensioni dopo 50 secondi**

La temperatura nella parte sottile è scesa a valori inferiori quelli di trasformazione martensitica, Le deformazioni che si sviluppano e le conseguenti tensioni ritornano ad essere di tipo termico. Si generano così delle tensioni circonferenziali di trazione sulla superficie, mentre al centro, ancora caldo, di compressione. È ancora più marcato l'effetto della differenza di raffreddamento tra le due parti. Dalla Figura A9 si può vedere infatti che mentre la parte sottile ha completato il raffreddamento al di sotto di  $M_f$ , solo una piccola parte della corrispondente zona della parte spessa sia a temperatura minore di  $M_f$ , mentre al contrario una porzione più grande è a valori superiori a  $M_s$ .

- 75 secondi



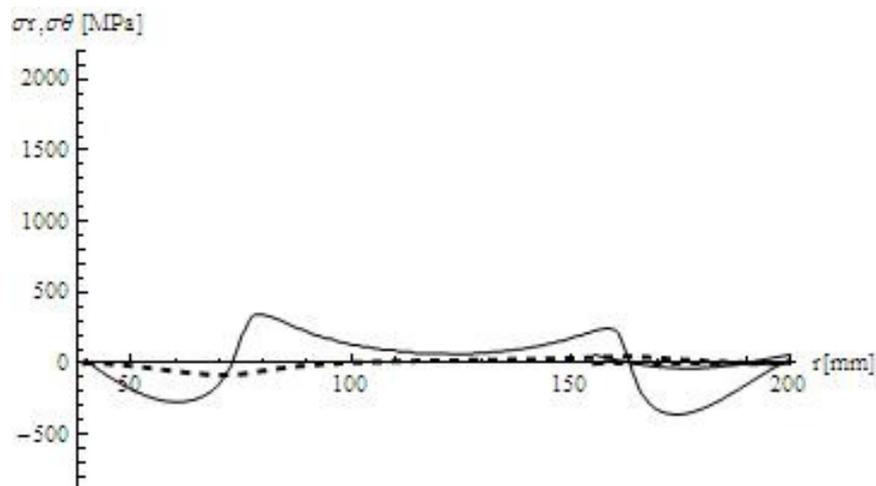
**Figura A10** Andamento delle tensioni dopo 75 secondi

La temperatura al cuore della parte spessa diminuisce e porta una diminuzione della sollecitazione circonferenziale di compressione. Come è avvenuto per la parte sottile le conseguenze sono una sollecitazione di trazione minore e una trasformazione martensitica che sviluppa sugli elementi che la stanno per terminare, o la hanno appena terminata, degli sforzi di compressione.

La trazione che segue è dovuta a contrazioni di tipo termico delle zone già trasformate.

La parte sottile sviluppa tensioni dovute alla differenza di temperatura nella sezione ancora non completamente raffreddata (fig.A10).

- 100 secondi



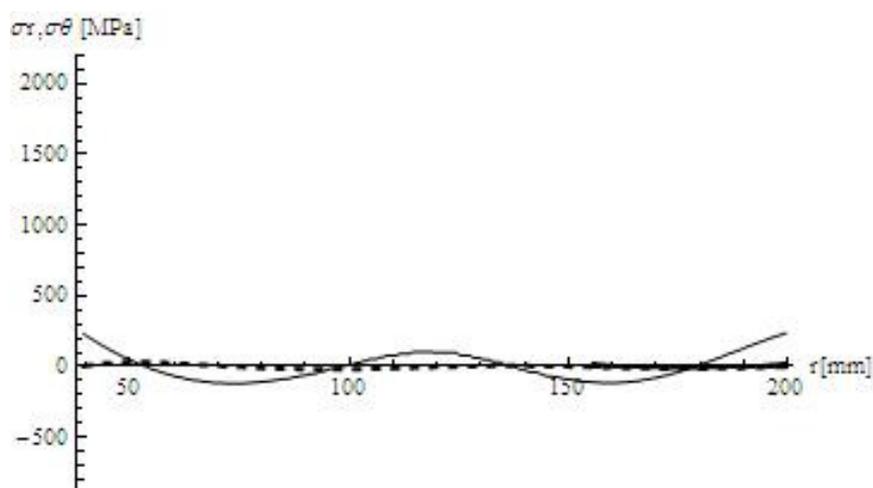
**Figura A11** Andamento delle tensioni dopo 100 secondi

La temperatura al cuore della parte spessa è a valori di poco superiori il valore di inizio trasformazione della martensite. Si presenta lo stesso comportamento avuto per la parte sottile.

L'espansione data dalla trasformazione martensitica nelle porzioni di materiale limitrofe comporta nelle zone centrali una sollecitazione circonferenziale complessiva di trazione che non riesce ad essere azzerata dalla loro dilatazione termica dovuta ad una temperatura maggiore di quella di inizio trasformazione della martensite.

Le zone esterne sono sollecitate interamente a compressione (fig. A11).

- 125 secondi

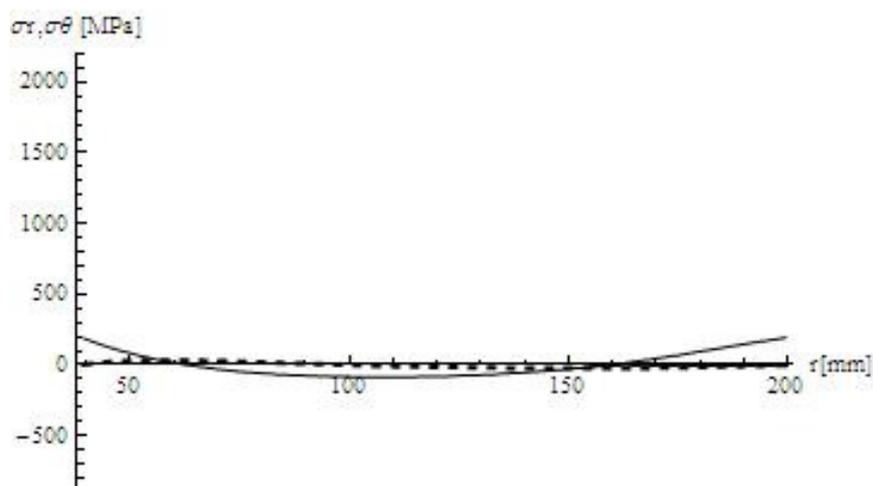


**Figura A12 Andamento delle tensioni dopo 125 secondi**

La trasformazione martensitica avviene nella zona centrale della parte spessa (90 ÷ 150 mm)(fig.A12) comportando lo stesso andamento che si presenta con il metodo degli elementi finiti (fig. 3.85). Si può vedere anche che nel caso della tensione circonferenziale (tratto continuo) i valori sono molto simili a quelli di Figura 3.85, tranne nella parte finale dove in questo caso la tensione è positiva di trazione, mentre i valori calcolati con il metodo degli elementi finiti sono di compressione e nulli. L'andamento della tensione radiale è sempre completamente diverso rispetto a quello ottenuto con il metodo degli elementi finiti.

La sezione della parte sottile è ormai completamente scarica.

- 175 secondi



**Figura A13 Andamento delle tensioni dopo 175 secondi**

La temperatura è tutta inferiore al campo di sviluppo della trasformazione martensitica, le tensioni che si presentano tornano ad essere solo di tipo termico (fig. A13). La parte sottile è completamente raffreddata e tutta alla stessa temperatura. Inoltre, essendo considerate le due sezioni della parte spessa e della parte sottile staccate, quest'ultima risulta completamente scarica.

Nel caso della parte spessa la differenza di temperatura sviluppa una tensione di compressione al centro e di trazione ai bordi.

È d'obbligo una comparazione con i risultati ottenuti con il metodo degli elementi finiti (MEF).

Utilizzando la teoria dei tubi spessi si è considerato lo stato piano di tensione, definito dalle tensioni radiale e circonferenziale, mentre nella realtà si sviluppano anche tensioni di tipo assiale. Soprattutto però non si tiene conto dell'effetto dato dall'interazione con gli elementi soprastanti e sottostanti, ma si considera solo che gli elementi interagiscano con quelli adiacenti lungo la direzione della sezione radiale presa in considerazione. I risultati che si ottengono perciò tengono conto dell'effetto della variazione di temperatura lungo la data direzione trascurando completamente il suo effetto nelle altre parti della sezione. In pratica si trascura l'andamento della temperatura nella direzione assiale del pezzo e di conseguenza gli effetti del raffreddamento lungo questa direzione. La differenza dei risultati si può vedere soprattutto comparando l'andamento della tensione radiale. Utilizzando la teoria dei tubi spessi, dalle figure precedenti si può vedere che in tutti gli istanti il suo andamento è costituito da una sollecitazione di trazione nelle zone vicine al raggio interno e da una sollecitazione di compressione in quelle vicine al raggio esterno. Nelle figure A14 e A15 vengono riportate l'andamento delle tensioni nella parte spessa dopo un secondo di raffreddamento.

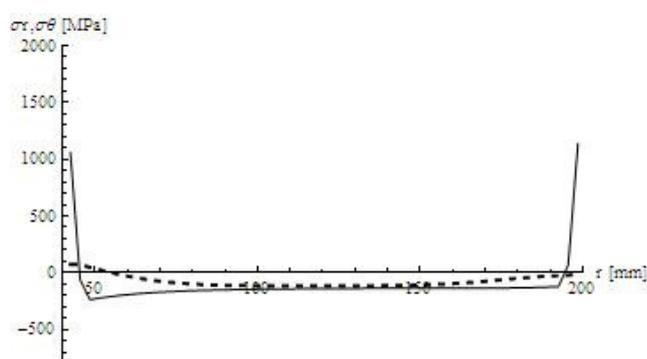


Figura A14 MEF dopo 1 secondo

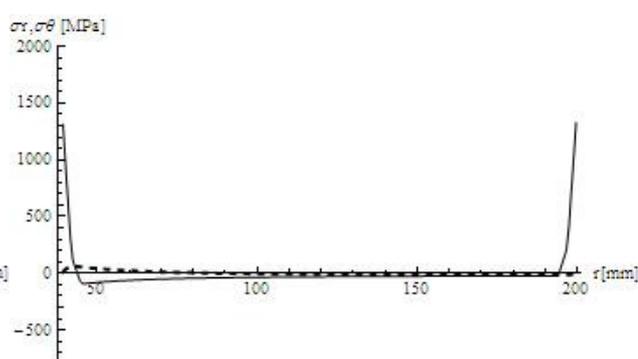


Figura A15 Teoria dei tubi spessi dopo 1 secondo

Si può vedere come le tensioni circonferenziali abbiano lo stesso andamento con valori molto simili sulle superfici. Per la tensione radiale si vede invece da subito un comportamento completamente diverso. L'effetto del raffreddamento delle pareti infatti provoca una sollecitazione nelle zone interne completamente di compressione, cosa che non viene rilevata con l'utilizzo della teoria dei tubi spessi. La differenza dei risultati si può vedere soprattutto negli istanti di tempo successivi. Nelle figure A16 e A17 è riportato l'andamento delle tensioni circonferenziale e radiale nella parte spessa dopo cinquanta secondi. Si vede in Figura A16 come l'effetto della contrazione del materiale lungo i bordi provochi una sollecitazione di compressione che in Figura A17 non è rilevata. Anche la tensione circonferenziale assume al cuore dei valori di compressione maggiori.

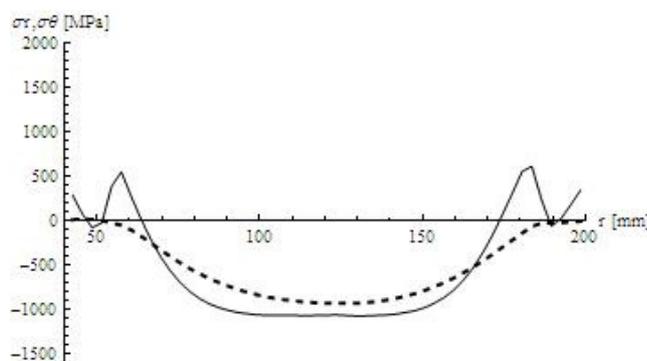


Figura A16 MEF dopo 50 secondi

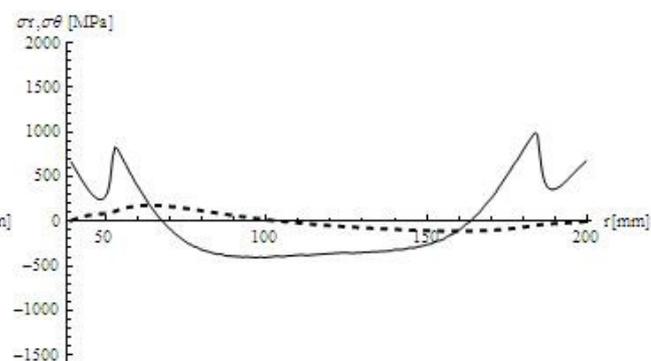


Figura A17 Teoria dei tubi spessi dopo 50 secondi

Questo si può vedere anche comparando i grafici delle tensioni dopo cento secondi. La tensione circonferenziale nelle zone al cuore assume valori di trazione maggiore con la simulazione tramite il metodo degli elementi finiti rispetto a quelli ottenuti con la teoria dei tubi spessi.

## Bibliografia

- [1] Aldo Bartocchi, Edmondo Morieschi, “Metalli e Siderurgia” Ed. Cremonese Roma, p. 326.
- [2] Walter Nicodemi, “Metallurgia” , ed Zanichelli, p. 141.
- [3] “Nuovo Manuale di Meccanica”, ed Zanichelli / Esac, p. 1267.
- [4] Thomas L. Stevens, “Hardenability and Heat Treatment”, *Steel Castings Handbook Sixth Edition*, p. 24\_39.
- [5] M. Narazaki, G. E. Totten, G. M. Webster, ”Hardening by Reheating and Quenching”, *Handbook of Residual stress and Deformation of Steel*, G. E. Totten, M. Howes, T Inoue, ed., p. 250.
- [6] A. J. Fletcher, “Cooling Characteristics of the Quenchant”, *Thermal Stress and Strain Generation in Heat Treatment*, ELSEVIER SCIENCE PUBLISHERS LTD, p. 71.
- [7] A. J. Fletcher, “Physical Properties”, *Thermal Stress and Strain Generation in Heat Treatment*, ELSEVIER SCIENCE PUBLISHERS LTD, p. 90.
- [8] H. K. D. H. Badeshia, ”Material Factors”, *Handbook of Residual stress and Deformation of Steel*, G. E. Totten, M. Howes, T Inoue, ed., p. 3.
- [9] Francesco Cesari, “ Trasmissione di Calore non Stazionaria nei Solidi”, *Analisi di problemi termici con il metodo degli elementi finiti*, PitagoraEditrice Bologna, pag 95.
- [10] Francesco Cesari, “Calcolo Matriciale con L’Elemento Finito”, *Calcolo Matriciale delle Strutture*, Pitagora Editrice Bologna, p. 158.
- [11] Cesare Cibaldi, “La Temprabilità degli Acciai Da Costruzione: concetti informativi e prove Relative”, *I Criteri di Scelta e di Trattamento degli Acciai da Costruzione e da Utensili*, Analisi di Cibaldi dr.Cesare & C Snc, Studio Associato Biasi dr. Antonia & C. 1990, p. 67.
- [12] S. Timoshenko, J. N. Goodier, ”Axially Symmetrical Stress Distribution in a Solid of Revolution”, *Theory of Elasticity*, Mc Graw – Hill Book Company Inc,1951, p. 343.

Ringraziamenti al professore Pier Gabriele Molari che mi ha seguito la tesi mettendomi nelle condizioni di poter avere, nonostante i risultati, a disposizione tutto il materiale e il supporto tecnico eventualmente necessario per farla.

Un pensiero alla famiglia perché... , perché... e perché...