

**Alma Mater Studiorum - Università di Bologna**

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia "Augusto Righi"  
Corso di Laurea in Fisica

**Stelle di neutroni: laboratori di fisica estrema  
ed onde gravitazionali**

Presentata da:  
**Filippo Frisoni**

Relatore:  
**Dott. Mario Cadelano**

---

**Appello 31 Ottobre 2025**  
**Anno Accademico 2024–2025**



## **Abstract**

Le stelle di neutroni rappresentano laboratori naturali unici per lo studio della materia in condizioni estreme di densità e pressione, dove interagiscono meccanica quantistica, relatività generale e fisica nucleare. La loro osservazione, sia come pulsar sia come sorgenti di onde gravitazionali, fornisce vincoli fondamentali sull'equazione di stato della materia ultradensa.

In questo elaborato di tesi vengono analizzate la nascita, le proprietà e l'evoluzione delle stelle di neutroni, concentrandosi sulla misura della loro massa e raggio e sulle più recenti e significative rivelazioni di onde gravitazionali provenienti da sistemi binari di esse, citando gli eventi più importanti osservati dagli interferometri LIGO e Virgo.

L'analisi di tali eventi ha permesso di ottenere importanti vincoli sulla relazione massa-raggio, fornendo indicazioni preziose sull'equazione di stato e sui processi fisici che governano gli strati interni delle stelle di neutroni.

I vincoli derivati dalle attuali osservazioni costituiscono una base fondamentale per l'interpretazione dei dati che verranno forniti dai futuri interferometri di nuova generazione, come Einstein Telescope e Cosmic Explorer, i quali permetteranno di investigare con maggiore precisione la fisica della materia ultradensa e la struttura interna delle stelle di neutroni, ancora oggi oggetto di intenso dibattito teorico.



# Indice

|                                                                                                |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduzione</b>                                                                            | <b>1</b>  |
| <b>1 Cenni di evoluzione stellare e introduzione alle stelle di neutroni e pulsar</b>          | <b>2</b>  |
| 1.1 Evoluzione Stellare . . . . .                                                              | 2         |
| 1.1.1 Pre-Main Sequence . . . . .                                                              | 3         |
| 1.1.2 Main Sequence . . . . .                                                                  | 5         |
| 1.1.3 Post-Main Sequence . . . . .                                                             | 6         |
| 1.2 Evoluzione stellare di stelle con massa compresa tra 11 e 25 $M_{\odot}$ . . . . .         | 8         |
| 1.3 Stelle di neutroni . . . . .                                                               | 11        |
| 1.3.1 Proprietà principali . . . . .                                                           | 11        |
| 1.4 Pulsar . . . . .                                                                           | 12        |
| 1.4.1 Proprietà principali . . . . .                                                           | 13        |
| 1.4.2 Crab Nebula . . . . .                                                                    | 13        |
| 1.4.3 Meccanismo d'emissione . . . . .                                                         | 14        |
| 1.5 Evoluzione delle pulsar . . . . .                                                          | 17        |
| 1.5.1 Diagramma P- $\dot{P}$ . . . . .                                                         | 17        |
| 1.5.2 Raffreddamento . . . . .                                                                 | 19        |
| 1.6 Millisecond Pulsar . . . . .                                                               | 20        |
| 1.6.1 Recycling Scenario . . . . .                                                             | 20        |
| 1.6.2 Scenari di formazione . . . . .                                                          | 21        |
| <b>2 Equazione di stato delle stelle di neutroni</b>                                           | <b>24</b> |
| 2.1 Equazione di stato e relazione massa-raggio . . . . .                                      | 24        |
| 2.1.1 Equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff . . . . .                                        | 25        |
| 2.1.2 Dall'equazione di stato alla relazione M-R . . . . .                                     | 25        |
| 2.2 Massa . . . . .                                                                            | 27        |
| 2.2.1 Misure di massa . . . . .                                                                | 28        |
| 2.2.2 Distribuzione di massa . . . . .                                                         | 30        |
| 2.3 Misure di raggio . . . . .                                                                 | 32        |
| 2.3.1 Misurazioni spettroscopiche . . . . .                                                    | 32        |
| 2.3.2 Misure tramite modellazione del profilo di impulso . . . . .                             | 33        |
| 2.4 Vincoli attuali sull'equazione di stato di materia costituita da neutroni freddi . . . . . | 35        |
| 2.5 Struttura interna . . . . .                                                                | 37        |
| 2.5.1 Materia ultradensa . . . . .                                                             | 38        |

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.6      | Prospettive future . . . . .                                       | 41        |
| <b>3</b> | <b>Merger tra stelle di neutroni e</b>                             |           |
|          | <b>onde gravitazionali</b>                                         | <b>42</b> |
| 3.1      | Onde gravitazionali e sorgenti astrofisiche . . . . .              | 42        |
| 3.1.1    | Inspiral di sistemi binari compatti . . . . .                      | 43        |
| 3.1.2    | Radiazione da corpi rigidi rotanti . . . . .                       | 46        |
| 3.2      | Osservazioni di onde gravitazionali . . . . .                      | 47        |
| 3.2.1    | Hulse-Taylor binary pulsar . . . . .                               | 47        |
| 3.2.2    | Interferometri LIGO e Virgo . . . . .                              | 48        |
| 3.2.3    | GW170817 e le controparti elettromagnetiche . . . . .              | 50        |
| 3.3      | Vincoli derivanti da osservazioni di onde gravitazionali . . . . . | 51        |
|          | <b>Conclusioni</b>                                                 | <b>57</b> |
|          | <b>Bibliografia</b>                                                | <b>59</b> |

# Introduzione

Le stelle di neutroni rappresentano uno dei laboratori naturali più interessanti per indagare la fisica della materia in condizioni estreme di densità e pressione, irraggiungibili nei laboratori terrestri.

In un raggio di appena una decina di chilometri, esse concentrano una massa paragonabile a quella del Sole, dando origine a un ambiente in cui le leggi della meccanica quantistica, della relatività generale e delle interazioni nucleari si intrecciano profondamente.

In questo elaborato di tesi verranno analizzate la nascita, le proprietà e l'evoluzione delle stelle di neutroni, concentrandosi sulla misura della loro massa e raggio e sulle più recenti e significative rivelazioni di onde gravitazionali provenienti da sistemi binari di esse, citando gli eventi più importanti osservati dagli interferometri LIGO e Virgo.

Verrà illustrato come utilizzare questi dati osservativi per ottenere vincoli sulla loro equazione di stato e ipotizzare una struttura interna per le stelle di neutroni, ad oggi ancora oggetto di intenso dibattito teorico.

La trattazione è divisa in 3 capitoli:

- Nel primo capitolo verrà descritto il processo di formazione e le proprietà principali delle stelle di neutroni.

Inoltre verranno introdotte le pulsar e presentate le loro proprietà, il meccanismo di emissione e la loro evoluzione, concentrandosi in particolare sulle millisecond pulsar.

- Nel secondo capitolo verrà descritto il legame tra le equazioni di stato e le relazioni massa-raggio delle stelle di neutroni, l'importanza e i metodi di misurazione delle masse e dei raggi e i vincoli sull'equazione di stato che possiamo ricavare da queste misure.

Infine, grazie a questi vincoli, verrà fornita una descrizione della struttura interna e della materia ultradensa presente negli interni delle stelle di neutroni.

- Nel terzo capitolo saranno analizzate le onde gravitazionali e le principali sorgenti astrofisiche responsabili della loro emissione.

Si studieranno le caratteristiche teoriche dei segnali prodotti dall'inspiral di sistemi binari compatti, le caratteristiche della radiazione emessa da corpi rigidi rotanti e verranno descritti i più importanti strumenti di rivelazione di onde gravitazionali. Verranno presentate le osservazioni più significative e si analizzeranno i vincoli che tali osservazioni impongono sui valori di massa e raggio e di conseguenza sull'equazione di stato delle stelle di neutroni.

# Capitolo 1

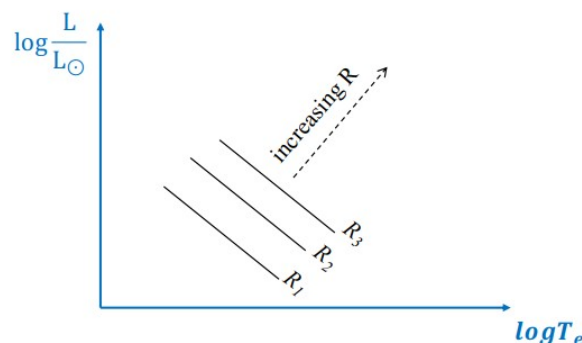
## Cenni di evoluzione stellare e introduzione alle stelle di neutroni e pulsar

In questo capitolo vengono introdotti i principali concetti di evoluzione stellare che portano alla formazione delle stelle di neutroni. Vengono inoltre descritte le loro caratteristiche fondamentali e le proprietà osservabili delle pulsar, con un'attenzione particolare ai meccanismi di emissione e ai parametri che ne determinano la nascita e l'evoluzione.

### 1.1 Evoluzione Stellare

Le proprietà fisiche (massa e composizione chimica) e osservative (luminosità e temperatura effettiva) di una stella cambiano nel tempo a causa dell'esaurimento del combustibile termonucleare e della corrispondente reazione della struttura stellare. Questi cambiamenti sono descritti dalla teoria dell'evoluzione stellare.

Lo strumento ideale per la descrizione dell'evoluzione stellare è il diagramma di Hertzsprung-Russell (HR) in Fig. 1.1, che mostra la luminosità della stella come funzione della sua temperatura effettiva.



**Figura 1.1:** [3] In figura è riportato il diagramma HR, con riferimento alla direzione di incremento del raggio e rappresentazione di tracce a raggio costante.

Dato che le stelle sono approssimabili a corpi neri, esse seguono la legge di Stefan

Boltzmann:

$$L = 4\pi^2 R^2 \sigma T_e^4 \quad (1.1)$$

In logaritmi:

$$\log(L) = -4\log(T_e) + 2\log(R) + \text{cost} \quad (1.2)$$

dove  $L$  è la luminosità,  $T_e$  la temperatura effettiva,  $R$  il raggio stellare e  $\sigma \approx 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  è la costante di Stefan Boltzmann.

Per  $R$  fissato l'equazione rappresenta una retta nel diagramma HR. Risolvere un modello stellare significa produrre un punto nel diagramma HR. Introducendo una variabile temporale  $t + \Delta t$  nel modello stellare, calcolandolo quindi ad intervalli  $\Delta t$  otteniamo una sequenza di punti nel diagramma HR che descrive la variazione (cioè l'evoluzione temporale) della luminosità e della temperatura della struttura stellare (i valori di  $L$  e  $T_e$  che la stella assume in momenti diversi) detta traccia evolutiva.

L'evoluzione delle stelle può essere schematicamente suddivisa in 3 fasi principali: pre-Main Sequence, Main Sequence, post-Main Sequence.

### 1.1.1 Pre-Main Sequence

La formazione stellare inizia con la contrazione di una nube di gas. Stimiamo ora le condizioni necessarie affinché una nube di gas inizi il processo di contrazione che alla fine porta alla formazione di una proto-stella.

Consideriamo una particella di massa  $m$  (ad esempio una molecola di  $\text{H}_2$ ) situata alla periferia (a una distanza  $R$  dal centro) di una nube di gas con massa  $M$ . La condizione per iniziare la contrazione è che la forza generata dall'attrazione gravitazionale tra la massa della nube e della particella superi la forza generata dalla pressione del gas che tende ad espandersi:

$$\frac{GMm_{\text{H}_2}}{R} \geq kT \quad (1.3)$$

$R$  può essere espresso in funzione di densità e temperatura del gas, infatti sappiamo che

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \quad (1.4)$$

$$R = \frac{M^{\frac{1}{3}}}{\left(\frac{4\pi}{3}\rho\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (1.5)$$

Sostituendo questa espressione di  $R$  nella relazione precedente, otteniamo:

$$M^{\frac{2}{3}} \geq \frac{kT}{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{1}{3}} G m_{\text{H}_2} \rho^{\frac{1}{3}}} \quad (1.6)$$

Ora sostituiamo i valori delle costanti  $k = 1.4 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}}$ ,  $G = 6.67 \cdot 10^8 \text{ dyne cm}^2 \text{ g}^{-2}$ ,  $m_{\text{H}_2} = 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-24} \text{ g}$  e otteniamo l'equazione della massa di Jeans:

$$M_J = 10^{23} T^{\frac{3}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} [g] \quad (1.7)$$

Questa è la minima massa necessaria per attivare il collasso di una nube di gas con qualsiasi combinazione di temperatura e densità. Si osserva che all'aumentare

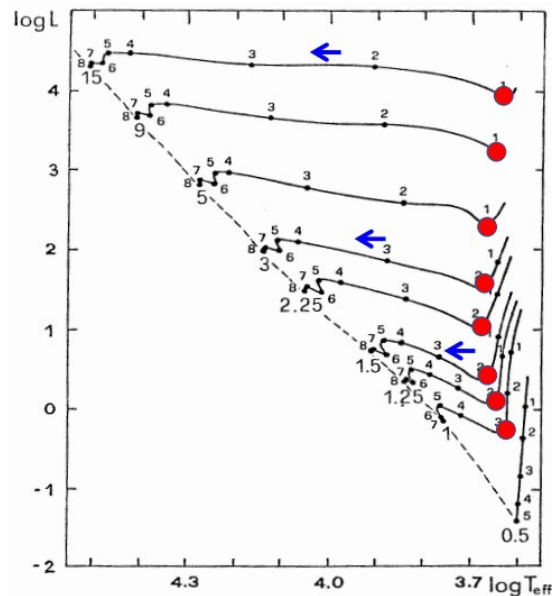
di  $T$  e  $\frac{1}{\rho}$  aumenta anche la minima massa richiesta, quindi le stelle si formano in ambienti freddi e densi. Supponendo le condizioni tipiche del mezzo interstellare:  $\bar{\rho} = 1 \cdot 10^{-23} \frac{g}{cm^3}$ ,  $T \approx 10^4 K$  otteniamo una massa di Jeans di circa  $100 M_{\odot}$ .

Poiché stelle così massicce sono molto rare nell'Universo, questa semplice stima suggerisce che il processo di contrazione favorisce la formazione di aggregati stellari (ammassi stellari, associazioni), con processi di frammentazione della nube in collasso responsabili della formazione di proto-stelle di masse diverse.

La proto-stella si contrae fino a raggiungere l'equilibrio idrostatico, la struttura è completamente convettiva e sulla traccia di Hayashi: luogo nel diagramma HR in cui la stella è completamente convettiva e in equilibrio idrostatico. Per qualsiasi composizione chimica fissa, esiste una famiglia di tracce di Hayashi, una traccia per ogni massa stellare. Il teorema di Hayashi è un risultato generale, valido per qualsiasi modello stellare che raggiunga l'equilibrio idrostatico in qualsiasi fase evolutiva stellare. Indipendentemente dalla fase evolutiva, per qualsiasi composizione chimica e massa fissata, la struttura può raggiungere l'equilibrio idrostatico in una configurazione che è totalmente convettiva (lungo la traccia di Hayashi) o parzialmente convettiva (a sinistra della traccia di Hayashi). Non esistono strutture stellari a destra della traccia di Hayashi (regione proibita).

La proto-stella continua a contrarsi ed evolversi lungo la traccia di Hayashi finché non si sviluppa un nucleo radiativo, cioè quando la temperatura centrale  $T_c$  arriva a circa  $10^7 K$  ed inizia così il bruciamento di H nel nucleo e la proto-stella entra nella Main Sequence diventando una stella a tutti gli effetti.

In Fig. 1.2 è mostrata la traccia evolutiva riferita alla pre-Main Sequence.



**Figura 1.2:** In figura è riportata la traccia evolutiva della pre-Main Sequence, il punto rosso rappresenta l'ultimo punto sulla traccia di Hayashi [3].

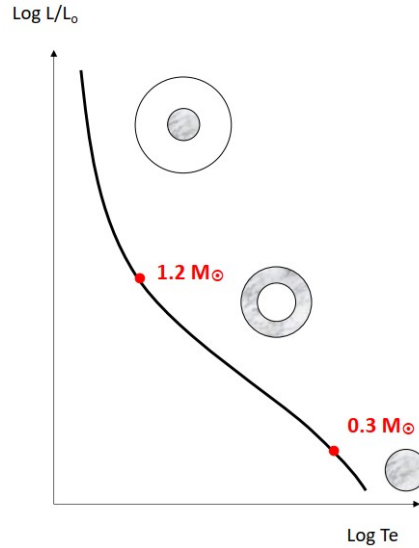
La fase pre-Main Sequence dura in genere circa  $10^4$ - $10^7$  anni (una piccola frazione della vita di una stella), con scale temporali più brevi per le stelle più massicce.

### 1.1.2 Main Sequence

La Main Sequence è la fase dell'evoluzione stellare che inizia dall'accensione del bruciamento di H nel nucleo stellare fino alla fine del bruciamento stesso.

La sequenza nel diagramma HR in cui stelle di diverse masse si trovano al momento dell'accensione della combustione di H nel loro nucleo è detta Zero-Age-Main-Sequence (ZAMS). Non è una traccia evolutiva, ma una sorta di "linea di partenza" da cui stelle di masse diverse iniziano la loro evoluzione. La ZAMS è l'unico punto nel diagramma HR in cui massa e luminosità sono strettamente collegate; infatti visualizzando la ZAMS nel diagramma HR si può notare che si possono distinguere due dipendenze di  $L$  da  $M$ : se  $M > 1.2 M_{\odot}$  allora  $L \propto M^{3.6}$ , al contrario se  $M < 1.2 M_{\odot}$  si ha che  $L \propto M^4$ . La differenza tra le due relazioni  $M$ - $L$  è dovuta alla differenza tra i meccanismi di combustione di H nel nucleo, infatti la prima relazione vale per le stelle che bruciano H tramite ciclo CNO e la seconda per quelle che lo fanno tramite catena pp. La massa di transizione è  $\sim 1.2 M_{\odot}$ , valore ricavato sapendo che la temperatura del nucleo stellare  $T_C$  aumenta all'aumentare della massa, la catena pp brucia H a  $T_C = 1.4 \cdot 10^7 K$  e il ciclo CNO a  $T_C = 1.8 \cdot 10^7 K$ .

Anche la struttura delle stelle lungo la ZAMS dipende dalla massa, le differenze riguardano la posizione e l'estensione delle regioni convettive mostrate in Fig. 1.3.



**Figura 1.3:** Rappresentazione schematica delle regioni radiative e convettive di una stella a seconda della massa solare: regione scura è convettiva, regione chiara è radiativa [3].

Infatti le stelle con  $M > 1.2 M_{\odot}$  hanno un nucleo convettivo e un guscio esterno radiativo, quelle con  $0.3 M_{\odot} < M < 1.2 M_{\odot}$  hanno un nucleo radiativo e un guscio esterno convettivo ed infine le stelle con  $M < 0.3 M_{\odot}$  sono totalmente convettive perchè la loro posizione nella ZAMS è collocata lungo la loro traccia di Hayashi. Queste differenze di struttura sono dovute al diverso tasso di produzione energetica del ciclo CNO e catena pp e al diverso gradiente radiativo dovuto alle diverse posizioni delle stelle lungo la ZAMS nel diagramma HR.

Durante la Main Sequence le caratteristiche principali della stella ( $T_e, L, R$ ) variano molto poco. Inoltre la Main sequence è la fase più lunga dell'evoluzione stellare dato che il bruciamento di H è la reazione termonucleare più efficiente.

Si può ricavare una relazione tra la durata della Main Sequence e la massa della stella:

$$t_{MS} \approx 10^{10} M^{-3} \text{ yr} \quad (1.8)$$

la quale mostra che stelle con masse più elevate hanno una durata della Main Sequence inferiore rispetto a stelle con massa più piccola.

La durata della Main Sequence delle stelle con  $M < 0.8 M_\odot$  è comparabile con l'età dell'Universo (tempo di Hubble  $t_H \sim 13.7 \text{ Gyr}$ ), dunque le prime stelle di piccola massa formatesi ancora bruciano H nel loro nucleo (ad esempio stelle di ammassi globulari che hanno età tipiche di 12-13  $\text{Gyr}$ ).

### 1.1.3 Post-Main Sequence

La post-Main Sequence è la fase dell'evoluzione stellare che va dalla fine del bruciamento di H nel nucleo stellare fino alla morte della stella.

Dopo l'esaurimento della combustione di H, il nucleo inattivo di He si contrae causando un aumento della temperatura e della densità interna. La stella entra quindi nella fase Sub Giant Branch (SGB) o Hertzsprung Gap rispettivamente per stelle di piccola e grande massa. In questa fase aumenta il raggio stellare, la temperatura effettiva diminuisce significativamente e la luminosità rimane circa costante (vedi eq. 1.1).

Successivamente la stella inizia a bruciare H in un piccolo guscio attorno al nucleo, il quale reagisce con un'espansione ( $R$  aumenta) provocando, di conseguenza, l'evoluzione della stella verso  $T_e$  minori. La massa del nucleo di He continua a crescere e continua a contrarsi aumentando  $\rho_c$  e  $T_c$ . In questa fase, denominata Red Giant Branch (RGB), la luminosità cresce significativamente in quanto mentre  $R$  aumenta, la  $T_e$  non può diminuire ulteriormente in quanto la stella si sta avvicinando alla sua traccia di Hayashi (limite non oltrepassabile per strutture stabili).

A questo punto abbiamo tre possibili situazioni per la fine della RGB:

- Le stelle con  $M > 2.2 M_\odot$  sviluppano un nucleo in condizione di gas ideale in un ambiente termoregolato, quindi costituito da gas facilmente comprimibile che permette contrazione rapida con aumento della  $T_c$  con  $T_e$  circa costante.

Questo permette un'accensione "quiescente" del bruciamento di He nel nucleo quando  $T_c \sim 10^8 \text{ K}$ .

- Le stelle con  $M < 2.2 M_\odot$  sviluppano un nucleo in condizioni di degenerazione elettronica in un ambiente non termoregolato, quindi costituito da gas poco comprimibile che rallenta la contrazione del nucleo con aumento della  $T_e$  senza controllo. Il processo di instabilità termonucleare dà luogo ad una accensione semi-esplosiva del bruciamento di He nel nucleo: He-Flash. L'He-Flash rimuove la degenerazione causando moti convettivi che espandono il nucleo.

L'He-Flash avviene quando la massa del nucleo è  $0.5 M_\odot$ , questo ci consente di uti-

lizzare la magnitudine apparente osservata all'He-Flash come indicatore di distanza.

- Le stelle con  $M < 0.5 M_{\odot}$  non potranno mai innescare il bruciamento di He e diventeranno nane bianche He.

La stella ora arriva ad una nuova sequenza: Horizontal Branch (HB), dove inizia il bruciamento di He e procede in un nucleo non degenere (è attivo anche un guscio che brucia H).

Quando le stelle con  $M < 7 M_{\odot}$  esauriscono l'He nel nucleo il bruciamento si ferma e il nucleo si contrae e le condizioni di temperatura e densità nel nucleo superano di nuovo il limite di degenerazione elettronica. Si sviluppa un nucleo CO in condizioni di degenerazione elettronica e la combustione termonucleare nel nucleo si arresta permanentemente.

Entriamo nella fase Asymptotic Giant Branch (AGB), dove inizialmente si ha solo combustione di He in un guscio (early-AGB), poi combustione alternata di He e H in due gusci concentrici attorno al nucleo degenere (termonuclearmente inattivo) di CO: quando il guscio a combustione di H è attivo, il guscio a combustione di He è disattivato, e viceversa.

In questa fase si osserva una espansione dell'involuppo (aumento del raggio stellare), la gravità superficiale diminuisce, dunque le regioni esterne sono meno vincolate e si genera una fase di supervento in cui la stella perde massa a un ritmo molto veloce:  $\dot{M} \sim 10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ .

In Fig. 1.4 si possono visualizzare diverse tracce evolutive di stelle con diverse masse solari.

Quando l'involuppo raggiunge una massa minima di  $10^{-2} M_{\odot}$ - $10^{-3} M_{\odot}$  il guscio non può attivare la combustione di H e la stella diventa una nana bianca CO. Le nane bianche CO sono il prodotto finale dell'evoluzione di stelle con  $M < 7 M_{\odot}$ , non presentano combustione termonucleare attiva e la loro struttura è in equilibrio idrostatico sostenuta dalla pressione di elettroni degeneri.

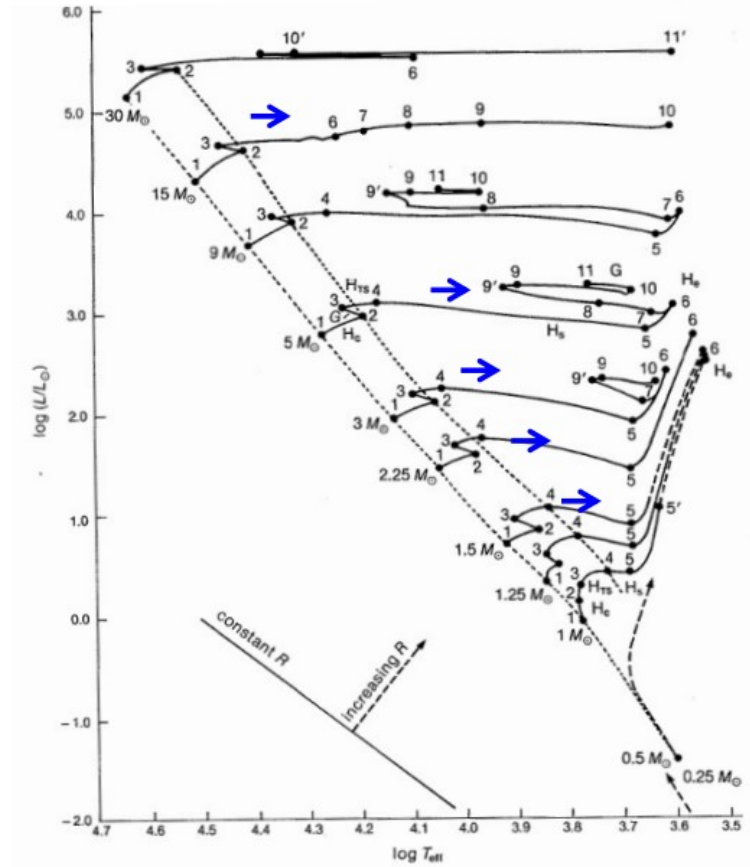
Presentano un nucleo di CO degenere, circondato da un sottile strato non degenere di He ( $M_{He} \sim 10^{-2} M_{WD}$ ) e poi da uno strato ancora più sottile e non degenere di H ( $M_H \sim 10^{-4} M_{WD}$ ). Dall'equilibrio tra la gravità e la pressione esercitata dal gas di elettroni degeneri, si ottiene una relazione tra la massa e il raggio della nana bianca:  $M^{\frac{1}{3}} R = \text{cost}$ , quindi le nane bianche più massive sono anche le più piccole.

La massa massima di una struttura stellare (o sottostruttura) che può essere mantenuta in equilibrio idrostatico dalla pressione esercitata da un gas di elettroni degeneri è la massa di Chandrasekar:  $M_{Ch} = 1.44 M_{\odot}$ .

Sappiamo che le nane bianche si evolvono senza perdita di massa, quindi dalla relazione  $M$ - $R$  capiamo che le nane bianche si evolvono a raggio costante con una diminuzione della  $T_e$  e  $L$ . Le sequenze di evoluzione delle nane bianche del diagramma HR sono dette sequenze di raffreddamento.

Le stelle con  $7 M_{\odot} < M < 11 M_{\odot}$  innescano la combustione del C in un ambiente debolmente degenere, ma non accenderanno mai l'O.

Il prodotto finale delle stelle con questa massa sono nane bianche ONe oppure supernove di cattura elettronica.



**Figura 1.4:** In figura sono riportate diverse tracce evolutive di stelle con diverse masse solari. I segmenti 3-4-5 rappresentano la SGB, 5-6 la RGB e il punto 6 l'accensione del bruciamento di He (He-flash o accensione quiescente) [3].

## 1.2 Evoluzione stellare di stelle con massa compresa tra 11 e 25 $M_{\odot}$

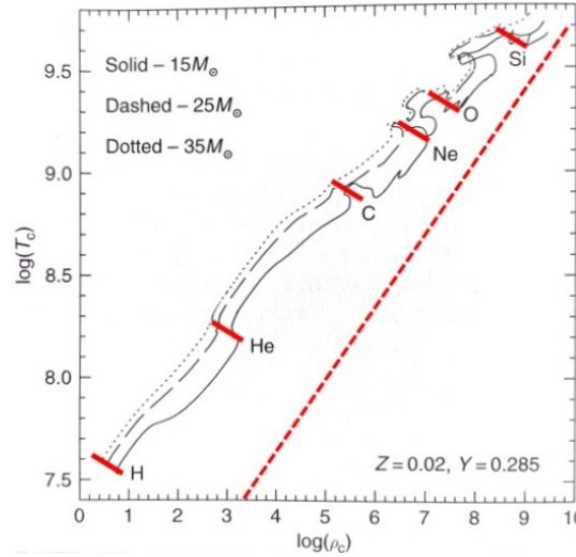
Nelle stelle con  $M > 11 M_{\odot}$  il nucleo rimane in condizioni non degeneri per tutta l'evoluzione nucleare permettendo la combustione termonucleare stabile di elementi sempre più pesanti nel nucleo, fino alla formazione di elementi del picco del ferro, come è mostrato in Fig. 1.5.

Non appena la combustione del nucleo di un dato elemento si interrompe, inizia la combustione stabile dello stesso elemento in un guscio. Alla fine dell'evoluzione (quando il nucleo è composto da elementi con picco di Fe), la stella ha una "struttura a cipolla".

Gli elementi con picco del Fe sono i più stabili (maggiore energia di legame per nucleone), dunque non possono essere attivate ulteriori reazioni termonucleari e di conseguenza non si ottengono ulteriori risorse energetiche dalla fusione nucleare.

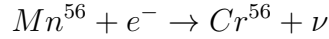
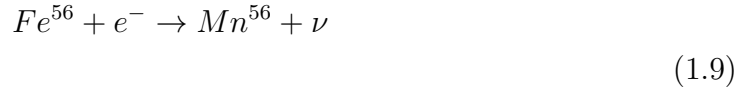
Inizia così una contrazione del nucleo con conseguente aumento di  $\rho_c$  e creazione di un nucleo di Fe in degenerazione elettronica.

Successivamente, gli elettroni iniziano ad essere catturati (catture elettroniche) dagli

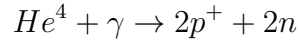
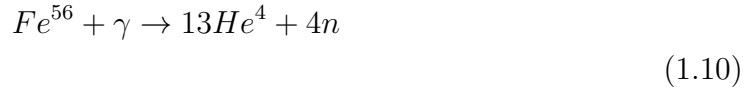


**Figura 1.5:** Grafico  $\log \rho_c$ - $\log T_c$  in cui sono mostrati i punti di accensione dei bruciamenti di elementi sempre più pesanti [3].

elementi del gruppo del ferro:



Quando  $T_c \sim 5 \cdot 10^9 K$ , i fotoni sono così energetici che iniziano a rompere i nuclei (fotodisintegrazione):



Le catture di elettroni partono anche dai protoni liberi:



Questi processi aumentano, il numero di neutroni nel nucleo, riducono il numero di elettroni liberi e aumentano le perdite energetiche dovute all'emissione di neutrini. Gli elettroni fornivano la maggior parte della pressione: man mano che vengono rimossi dalle catture elettroniche, il nucleo perde la pressione necessaria a sostenersi contro la gravità, inoltre un'enorme quantità di energia viene persa per l'emissione di neutrini.

Questi fenomeni contribuiscono ad innescare una contrazione del nucleo che provoca l'aumento della temperatura e della densità, che si traduce in più elettroni catturati (URCA-process), più fotodisintegrazione e più perdite energetiche da emissioni di neutrini.

La contrazione è fuori controllo e il nucleo collassa in un tempo di caduta libera:  $t_{collapse} = 10^{-2} s$ .

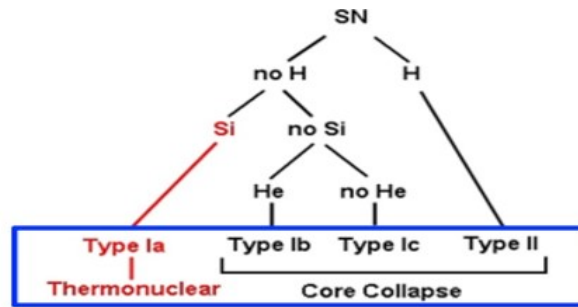
Quando la densità si avvicina a  $2.4 \cdot 10^{14} g cm^{-3}$  ( $\sim$  densità del nucleo atomico),

la parte interna del nucleo in collasso di circa  $0.7 M_{\odot}$  si arresta bruscamente per via dell'interazione forte dei nucleoni e compie un "rimbalzo".

Viene quindi generata un'onda d'urto grazie all'interazione di questo rimbalzo con gli strati esterni della stella in caduta libera verso il nucleo.

Con l'aumentare della densità, il materiale nel nucleo in collasso diventa sempre più opaco ai neutrini, quindi essi sono costretti a interagire con la materia: vengono assorbiti dal materiale, depositando così la loro energia nel materiale e sostenendo l'onda d'urto in propagazione.

L'onda d'urto si propaga attraverso la stella e produce un'esplosione di supernova di tipo *II* (o core collapse).



**Figura 1.6:** In figura è riportata la classificazione spettrale delle supernove core collapse e termonucleari.

Possiamo classificare le supernove a seconda delle linee spettrali osservate (classificazione spettrale in Fig. 1.6) oppure a seconda della fisica dell'esplosione (termonucleari o core collapse):

- Supernove  $I_a$  termonucleari, originate da un'accensione esplosiva del nucleo CO degenerare in una nana bianca che accresce massa da una stella compagna: nana bianca (double-degenerate scenario) o un'altra stella (single-degenerate scenario). Si osserva la presenza di linee spettrali Si e assenza di linee H. Non è presente residuo stellare, avviene produzione di elementi del picco del ferro per nucleosintesi esplosiva (producono  $\sim \frac{2}{3}$  del ferro presente nell'Universo) e possono essere utilizzate come candele standard: presentano la stessa curva di luce, quindi stessa magnitudine assoluta al massimo ( $M_{B,max} = -19.6$ ), permettendoci di usarle come indicatori di distanza misurando la magnitudine apparente.
- Supernove  $I_b$  core collapse, perdono il loro involucro di H prima dell'esplosione e non presentano linee spettrali H ed Si ma si osservano linee He.
- Supernove  $I_c$  core collapse, perdono il loro involucro di H prima dell'esplosione e non presentano linee spettrali H, Si ed He.
- Supernove  $II$  core collapse, presentano linee spettrali H e avviene produzione di elementi del picco del ferro per nucleosintesi esplosiva (producono  $\sim \frac{1}{3}$  del ferro presente nell'Universo).

I resti delle supernove tipo *II* sono:

- Buchi neri se  $M > 25 M_{\odot}$
- Stelle di neutroni se  $M < 25 M_{\odot}$ .

## 1.3 Stelle di neutroni

Le stelle di neutroni sono stelle compatte, magnetizzate e in rapida rotazione, composte principalmente da neutroni.

Sono il residuo centrale del collasso gravitazionale di stelle massicce ( $11 M_{\odot} < M < 25 M_{\odot}$ ) che espellono i loro involucri attraverso esplosioni di supernova tipo II.

### 1.3.1 Proprietà principali

Riassumiamo le proprietà principali tipiche delle stelle di neutroni nella tabella 1.1.

| $M$             | $R$        | $B$                 | $P$         | $\lambda$        | $L$                             | $\rho$            |
|-----------------|------------|---------------------|-------------|------------------|---------------------------------|-------------------|
| $1-2 M_{\odot}$ | $10-14 km$ | $10^{13}-10^{14} G$ | $10^{-3} s$ | $29 \text{ \AA}$ | $7 \cdot 10^{32} \frac{erg}{s}$ | $10^{15} cm^{-3}$ |

**Tabella 1.1:** *Proprietà stella di neutroni: massa, raggio, campo magnetico, periodo di rotazione, lunghezza d'onda di emissione, luminosità e densità.*

Si prevede che la struttura delle stelle di neutroni sia molto peculiare: con una massa paragonabile alla massa del nucleo in collasso, approssimativamente al limite di Chandrasekar ( $M \sim 1.44 M_{\odot}$ ).

Circa  $10^{57}$  nucleoni sono contenuti nella stella di neutroni ed il rapporto stimato tra neutroni e protoni è circa 8:1.

La struttura è mantenuta in equilibrio idrostatico dalla pressione di degenerazione dei neutroni, questo ci consente di derivare una relazione  $M$ - $R$  confrontando quest'ultima con la pressione di collasso gravitazionale:

$$\frac{2}{3}\pi G \rho^2 R^2 = \frac{1}{3} \frac{\hbar^2}{m_H} \left( \frac{\rho}{m_H} \right)^{\frac{5}{3}} \quad (1.12)$$

Sostituendo  $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$  otteniamo:

$$M = \left( \frac{15.2 km}{R} \right)^3 M_{\odot} \quad (1.13)$$

Esiste un limite alla massa massima che i neutroni degeneri possono bilanciare contro la gravità:  $M_{max} \sim 2.5-3 M_{\odot}$ , massa di Oppenheimer-Volkov. La violazione di questo limite produce un collasso gravitazionale che genera un buco nero.

Supponendo che durante il collasso gravitazionale non vi sia alcuna perdita di massa e/o momento angolare nel nucleo stellare e che la stella di neutroni sia una sfera di

densità uniforme, applicando la legge di conservazione del momento angolare prima e dopo il collasso, troviamo:

$$I_i \Omega_i = I_f \Omega_f \Rightarrow \Omega_f = \Omega_i \frac{R_i^2}{R_f^2} \quad (1.14)$$

dove  $I = \frac{2}{5} M R^2$  e  $\Omega = \frac{2\pi}{P}$  sono rispettivamente il momento di inerzia e la velocità angolare di una stella di neutroni;  $P$  è il periodo di rotazione.

Considerando  $R_i = 500 R_f$  otteniamo  $P_f = 10^{-6} P_i$  e sapendo che tipicamente  $P_i \approx 10^3 s$  troviamo che  $P_f \approx 10^{-3} s$ .

Si prevede che le stelle di neutroni abbiano forti campi magnetici, infatti il flusso magnetico ( $d\phi = B da$ ) attraverso la superficie di una stella si conserverà durante il collasso.

Il prodotto dell'intensità del campo magnetico per l'area della superficie stellare rimane costante:

$$B_i 4\pi R_i^2 = B_f 4\pi R_f^2 \Rightarrow B_{NS} = B_{WD}^{Fe} \left( \frac{R_{WD}}{R_{NS}} \right)^2 \sim 10^{13} - 10^{14} G \quad (1.15)$$

dove si è tenuto conto dei seguenti valori:  $B_{WD}^{Fe} \sim 10^8 G$ ,  $\left( \frac{R_{WD}}{R_{NS}} \right)^2 \sim 2.5 \cdot 10^5$ .

Poco dopo la loro formazione, le stelle di neutroni sono oggetti estremamente caldi, con temperature che raggiungono i  $10^{11} K$ . Tuttavia, meccanismi di raffreddamento molto efficienti consentono alla stella di raggiungere, in una scala temporale di  $10^5 yr$ , una temperatura tipica di circa  $10^6 K$ .

Un oggetto così caldo emette il massimo della sua luminosità di corpo nero nel dominio dei raggi X.

Con queste informazioni possiamo ricavare luminosità e lunghezza d'onda d'emissione:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi 10^{12} \cdot 5.6 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{24} \frac{erg}{s} = 7 \cdot 10^{32} \frac{erg}{s} \quad (1.16)$$

La lunghezza d'onda al massimo si può dedurre dalla legge di Wien:

$$\lambda T = 0.29 \frac{cm}{K} \quad (1.17)$$

ottenendo

$$\lambda = \frac{0.29}{10^6} cm = 29 \text{ \AA} \quad (1.18)$$

## 1.4 Pulsar

Le stelle di neutroni sono comunemente osservate come pulsar radio, oggetti altamente magnetizzati e rotanti caratterizzati da una peculiare emissione di radiazione pulsata e stabile a lunghezze d'onda radio. Come vedremo, la maggior parte delle proprietà delle pulsar può essere spiegata naturalmente in uno scenario in cui le particelle cariche, situate sulla superficie della stella di neutroni, vengono accelerate in una struttura altamente magnetizzata e rotante.

### 1.4.1 Proprietà principali

La maggior parte delle pulsar ha periodi molto brevi. I periodi di rotazione coprono un ampio intervallo di valori: il più lento è stato misurato nella pulsar PSR J18414-0456s con un periodo di spin di  $11.79\text{ s}$ , mentre il più veloce è stato misurato nella pulsar PSR J1748-2446ad, con un periodo di spin di circa  $1.39\text{ ms}$ .

Le pulsar hanno un periodo di impulso ben definito e regolare (con un'accuratezza di  $10^{-17}\text{ s}$ ).

Ogni pulsar è caratterizzata da un profilo di impulso distinto, che di solito è molto stabile alla stessa frequenza di osservazione e quindi può essere considerato un'impronta digitale della pulsar stessa. Essendo sorgenti radio molto deboli, il profilo dell'impulso si ottiene sommando centinaia o migliaia di impulsi (questo processo è chiamato "folding") creando un profilo di impulso integrato.

Il periodo delle pulsar aumenta molto gradualmente: la velocità di incremento è la derivata del periodo  $\dot{P} = \frac{dP}{dt}$ , dove tipicamente  $\dot{P} = 10^{-15}$ .

Il periodo delle pulsazioni  $P$  e la sua derivata temporale  $\dot{P}$  per pulsar isolate (non in accrescimento) danno un'idea del campo magnetico stellare e dell'età:

$$B \sim 10^{19.5} \sqrt{\frac{\dot{P}P}{1\text{s}}} G \quad (1.19)$$
$$t \sim \tau = 0.5 \frac{P}{\dot{P}}$$

dove  $\tau$  è detta età caratteristica della pulsar, tipicamente si ha  $\tau \sim 10^7\text{ yr}$  per pulsar isolate.

Invece per il campo magnetico, questa equazione fornisce una stima approssimativa, infatti esso può coprire un ampio intervallo di valori da  $10^8\text{ G}$  a  $10^{15}\text{ G}$  come vedremo nella sez. 1.5.

### 1.4.2 Crab Nebula

La Nebulosa del Granchio è una nebulosa costituita da resti di supernova e vento di pulsar nella costellazione del Toro.

L'interpretazione delle pulsar in termini di stelle di neutroni rotanti e la connessione con le supernove core collapse furono raggiunte pochi anni dopo la scoperta delle pulsar: gli studi sulla Nebulosa del Granchio furono fondamentali per consolidare questa connessione.

Si misurò un periodo di rotazione  $P_{Crab} = 0.0333\text{ s}$ .

Il brevissimo periodo di rotazione evidenzia l'esistenza di un oggetto molto compatto, molto più denso di una nana bianca. Quindi l'ipotesi era che la radiazione osservata dalla Nebulosa del Granchio fosse radiazione di sincrotrone (proveniente da elettroni relativistici accelerati lungo la linea del campo magnetico).

La fonte di energia della Nebulosa è la Stella di neutroni in rotazione al centro

della Nebulosa del Granchio. La riserva di energia è l'energia cinetica di rotazione. Man mano che la stella rallenta, la sua energia diminuisce. Scriviamo l'energia cinetica  $K$  in termini di periodo e momento di inerzia:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{2\pi^2 I}{P^2} \quad (1.20)$$

Per una stella di neutroni con  $M = 1.4 M_\odot$  e  $R = 10^6 \text{ cm}$  si ha

$$I = \frac{2}{5} M R^2 = 10^{45} \text{ g cm}^2 \quad (1.21)$$

Il tasso di perdita di energia può essere derivato dall'energia cinetica di rotazione:

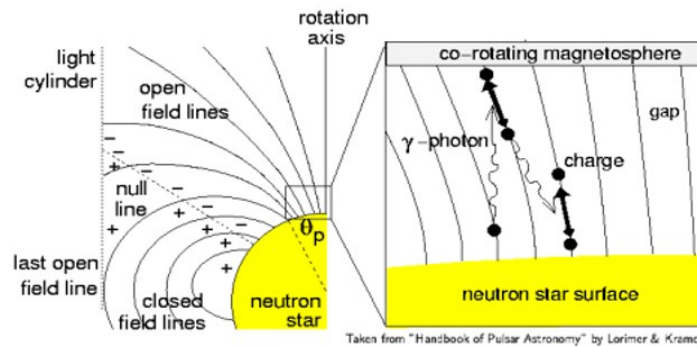
$$\frac{dK}{dt} = 2(-2)\pi^2 I P^{-3} \frac{dP}{dt} = -\frac{4\pi^2 I \dot{P}}{P^3} \quad (1.22)$$

Considerando  $P = 0.333 \text{ s}$  e  $\dot{P} = 4 \cdot 10^{-13}$  si ottiene  $\frac{dK}{dt} = 5 \cdot 10^{38} \frac{\text{erg}}{\text{s}}$ , esattamente l'energia necessaria per alimentare la Nebulosa del Granchio. Questa è la prova che la Nebulosa è illuminata dall'energia rilasciata dalla pulsar (stella di neutroni rotante).

### 1.4.3 Meccanismo d'emissione

La superficie e l'atmosfera della stella di neutroni sono composte da particelle cariche. Queste sono soggette a forze di Lorentz molto più intense di quelle gravitazionali.

In un sistema rotante e magnetizzato come una stella di neutroni, questo porta alla formazione di un intenso campo elettrico in grado di estrarre plasma dalla superficie, che circonda la stella di neutroni seguendo le linee del campo magnetico e creando la "magnetosfera".



**Figura 1.7:** In figura è mostrata la magnetosfera di una pulsar secondo il modello Goldreich, Julian [4].

Un modello semplice, ma molto istruttivo, di questo fenomeno è stato presentato da Goldreich, Julian nel 1969, rappresentato in Fig. 1.7.

Questo modello presuppone che lo spin e gli assi magnetici della pulsar siano allineati e mostra che in qualsiasi punto della sfera, il campo magnetico  $\vec{B}$  induce un campo elettrico

$$\vec{E} = (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \quad (1.23)$$

In una sfera perfettamente conduttiva, questo sarà bilanciato da una distribuzione di cariche che crea un campo elettrico in grado di garantire, in qualsiasi punto  $\vec{r}$ , uno stato privo di forze.

Questo può essere espresso matematicamente come:

$$\vec{E} + \frac{1}{c}(\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} = 0 \quad (1.24)$$

Supponendo che ci sia il vuoto all'esterno della sfera, le cariche superficiali inducono un momento quadrupolare che corrisponde a un campo elettrico superficiale:

$$E_{||} = \left. \frac{\vec{E} \cdot \vec{B}}{B} \right|_{r=R} = -\frac{\Omega B_S R}{c} \cos^3 \theta \quad (1.25)$$

Questo campo induce una forza elettrica sulle particelle cariche che è più forte dell'attrazione gravitazionale. Di conseguenza, le cariche vengono facilmente estratte dalla superficie per creare un plasma denso circostante. La distribuzione di carica attorno alla stella di neutroni è disposta in modo tale che il campo elettrico  $E_{||}$  sia schermato e quindi lo stato privo di forza (vedi eq.1.23) sia mantenuto anche all'esterno della stella.

Questo plasma all'esterno della stella di neutroni è soggetto allo stesso campo elettromagnetico dell'interno di essa e quindi le particelle cariche sono costrette a co-ruotare rigidamente con la stella. La co-rotazione può tuttavia verificarsi fino a una distanza in cui il plasma ruota a una velocità pari alla velocità della luce.

Questo limite di co-rotazione definisce un raggio noto come “light cylinder radius” ed è dato da:

$$R_{LC} = \frac{c}{\Omega} = \frac{cP}{2\pi} \approx 4.77 \cdot 10^4 \text{ km} \left( \frac{P}{s} \right) \quad (1.26)$$

La pulsar emette particelle cariche sia dal cilindro luminoso che dai poli magnetici. Le particelle cariche espulse dalla superficie vengono rapidamente accelerate a velocità relativistica dal campo elettrico indotto.

Mentre gli elettroni seguono le linee del campo magnetico emettono radiazione di curvatura sotto forma di fotoni gamma.

Ogni fotone gamma ha un'energia così elevata da poter convertire spontaneamente questa energia in una coppia elettrone-positrone:

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^- \quad (1.27)$$

Gli elettroni appena formati vengono accelerati e formano altri fotoni, generando una cascata di produzione di coppie. Questa rappresenta la sorgente di radiazione a fascio coerente emessa in un fascio stretto a causa dell'effetto faro relativistico.

In definitiva, la radiazione pulsar appare come una serie di impulsi estremamente regolare a causa della combinazione delle seguenti circostanze:

- Un fascio stretto di radiazione coerente emesso dai poli magnetici.
- L'asse magnetico non è allineato all'asse di rotazione.
- Rapida rotazione della stella di neutroni.

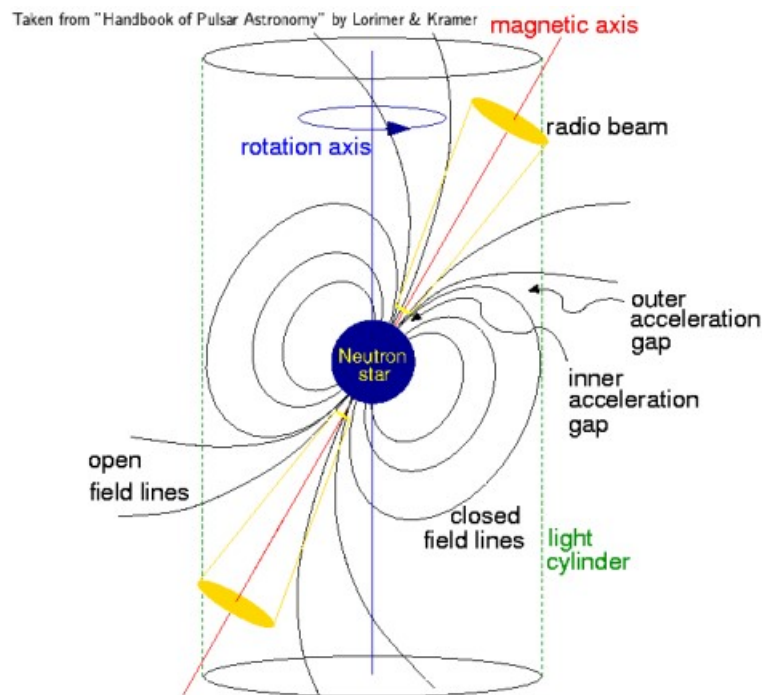
Una rappresentazione schematica è mostrata in Fig. 1.8.

Gli impulsi delle pulsar vengono osservati a diverse frequenze delle onde radio (da  $20\text{ MHz}$  a  $10\text{ GHz}$ ). Una caratteristica interessante degli impulsi è la misura della dispersione.

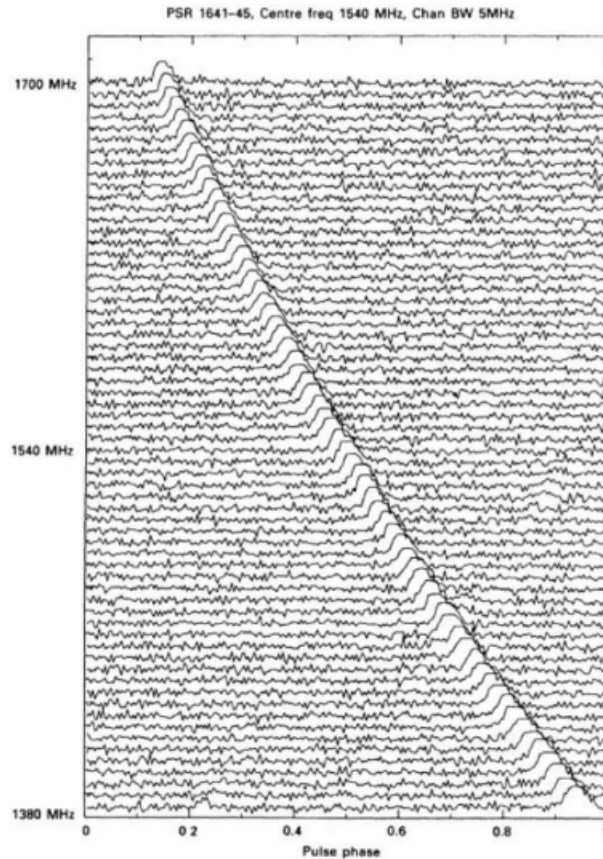
Mentre l'impulso viaggia attraverso lo spazio interstellare, il campo elettrico variabile nel tempo trasportato dalle onde radio fa vibrare gli elettroni incontrati. Questo processo rallenta la propagazione delle onde radio al di sotto della velocità della luce, introducendo un ritardo alle frequenze più basse.

Quindi, un impulso brusco emesso al centro stella con tutte le frequenze che raggiungono il picco contemporaneamente viene gradualmente disperso durante il viaggio verso la Terra; possiamo vederne un esempio in Fig. 1.9.

Il ritardo può essere utilizzato per stimare la distanza della pulsar, poiché il ritardo indotto è proporzionale alla quantità di elettroni incontrati durante il viaggio della radiazione.



**Figura 1.8:** In figura è riportato un modello schematico di una pulsar rotante e la sua magnetosfera.



**Figura 1.9:** *Grafico della dispersione dell'impulso misurato dalla pulsar: "PSR-1641-45" [3].*

## 1.5 Evoluzione delle pulsar

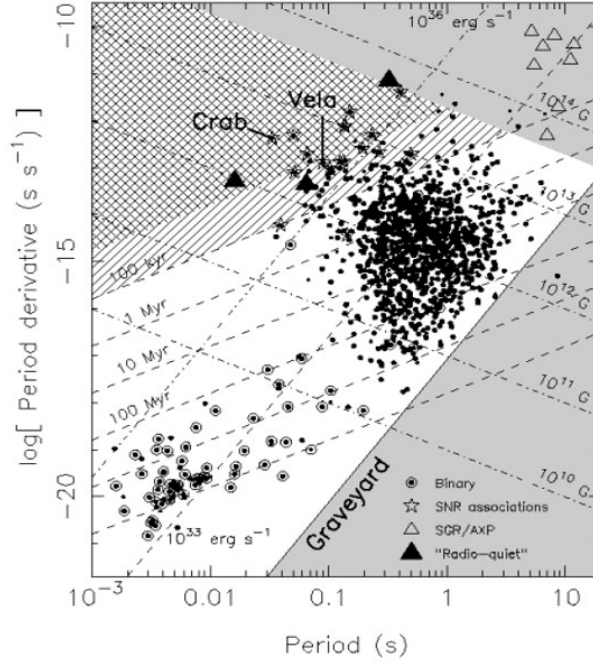
L'evoluzione di una pulsar può essere descritta attraverso due aspetti: un diagramma periodo di spin-derivata del periodo di spin ( $P-\dot{P}$ ) oppure dal suo progressivo raffreddamento.

### 1.5.1 Diagramma $P-\dot{P}$

Dall'analisi del grafico in Fig. 1.10, si possono distinguere almeno due distinte famiglie di pulsar. La maggior parte della popolazione di pulsar si trova a periodi di spin "lunghi", centrati intorno a  $0.5\text{ s}$ , e derivata del periodo di spin di circa  $10^{-15}$ : si tratta di stelle di neutroni isolate classiche, che rallentano la rotazione dopo essersi formate da un evento di supernova.

Sono caratterizzate da un campo magnetico tipico di  $10^{11}\text{-}10^{13}\text{ G}$  e da un'età di circa  $10^6\text{-}10^7\text{ yr}$ .

Una seconda famiglia può essere identificata negli oggetti con periodi di spin estremamente brevi, intorno ai  $5\text{ ms}$ , e derivata del periodo di spin, intorno ai  $10^{-20}$ . Dati i loro periodi di spin tipici, questi oggetti vengono identificati come "millisecond pulsar". Dall'eq. 1.19 è chiaro che questa popolazione è composta da pulsar



**Figura 1.10:** Diagramma  $P-\dot{P}$  per un ampio campione di pulsar radio. I sistemi binari sono evidenziati con dei cerchi. Le pulsar associate ai resti di supernova sono rappresentati come stelle vuote, le magnetar come triangoli vuoti e le pulsar radio quiet come triangoli pieni. Sono rappresentate anche le linee a campo magnetico costante, l'età caratteristica e la luminosità di spin-down. L'area ombreggiata in grigio è la regione chiamata "cimitero" dove si prevede che la pulsar non sia più osservabile [4].

più vecchie della maggior parte della popolazione, con un'età superiore a  $10^8$  yr e, con un campo magnetico basso, pari a circa  $10^8$ - $10^9$  G.

Inoltre, la stragrande maggioranza di esse si trova in sistemi binari. Infatti, la loro formazione richiede la presenza di una stella compagna. Secondo gli scenari evolutivi più plausibili, le pulsar nascono con periodi di spin brevi, intorno alle decine di millisecondi, e alta derivata del periodo di spin ( $\lesssim 10^{15}$ ), posizionandosi quindi nella sezione in alto a sinistra del diagramma  $P-\dot{P}$ . Mentre rallentano, perdendo energia cinetica rotazionale, si muovono verso la popolazione principale con un periodo di circa 0.5 s.

Questa evoluzione è probabilmente accompagnata da un decadimento dell'intensità del campo magnetico e quindi da una diminuzione della derivata del periodo di spin. Il processo di rallentamento continua a spostare le pulsar verso le regioni più a destra del diagramma, dove alla fine attraversano la cosiddetta "linea della morte" ed entrano nel "cimitero delle pulsar". Questa è una regione in cui la combinazione di periodo di spin e derivata del periodo di spin non è adatta a fornire un meccanismo di emissione efficiente e quindi la stella di neutroni non è più in grado di emettere come pulsar.

La maggior parte della popolazione di pulsar si trova vicino alla linea della morte. Questo perché la scala temporale evolutiva dalla regione di nascita a questa

regione del diagramma è piuttosto rapida, con una scala temporale tipica di circa  $10^5$ - $10^6$  *yr*. Infatti le pulsar giovani hanno periodi di spin brevi e forti campi magnetici che consentono un'emissione di energia efficiente e quindi un rapido rallentamento.

Quando raggiungono periodi di spin  $\geq 0.5$  s, questo non è più vero e l'evoluzione nel diagramma  $P-\dot{P}$  viene rallentata.

Dopo  $10^7$  *yr* l'emissione diventa troppo debole per essere rilevabile e la pulsar si muove verso e oltre la linea della morte.

Oltre la linea della morte, non dovremmo più essere in grado di osservare l'emissione pulsar. Tuttavia, se la stella di neutroni morta si trova in un sistema binario, fenomeni di accrescimento possono trasferire massa e momento angolare dalla compagna alla stella di neutroni (come vedremo nella sez. 1.6). Questo può accelerare la rotazione della stella di neutroni fino a periodi dell'ordine dei millisecondi, dopodiché il meccanismo di emissione può essere riattivato e la stella di neutroni può essere nuovamente visibile nella banda radio come una millisecond pulsar: tipologia speciale di pulsar che verrà ampiamente trattata nella sezione seguente.

Si ritiene che gli stessi meccanismi siano anche responsabili dell'interramento del campo magnetico : questo è il motivo per cui le millisecond pulsar sono osservate nella regione in basso a sinistra del diagramma, dove si trovano oggetti con derivata del periodo di spin molto basso (e quindi un campo magnetico debole).

### 1.5.2 Raffreddamento

Circa 20 secondi dopo la sua nascita, una stella di neutroni diventa trasparente all'emissione di neutrini, trasportando l'energia nello spazio esterno e raffreddando la stella ad una temperatura di circa  $10^{10}$  K.

Poco dopo, la distribuzione della temperatura nel nucleo stellare, caratterizzata da elevata conduttività termica, raggiunge l'equilibrio, che si mantiene per tutta la vita della stella.

La crosta stellare è per un certo periodo più calda del nucleo. L'onda di raffreddamento raggiunge la superficie entro 10-100 *yr*, in questa fase la stella raggiunge la temperatura di circa  $10^8$  K.

Successivamente, la stella si raffredda in regime quasistazionario, dove la distribuzione della temperatura nello strato isolante termico in ogni istante dipende dalla temperatura del nucleo. La quasistazionarietà può essere disturbata dalla combustione termonucleare esplosiva di materia accresciuta o dalla liberazione di energia nella crosta durante i terremoti stellari.

Il raffreddamento in regime quasistazionario attraversa le seguenti due fasi:

- La fase "neutrino cooling", con durata di circa  $10^5$  *yr*.

Durante questo periodo, il nucleo si raffredda principalmente attraverso l'emissione di neutrini in varie reazioni fisiche, le principali delle quali sono i processi URCA diretti (se presenti) e modificati (a seconda delle particelle coinvolte), nonché la radiazione di frenamento dei neutrini.

Alla fine di questa fase la temperatura raggiunge circa il valore di  $10^6$  K.

- La fase di raffreddamento dei fotoni è quella finale.

Inizia all'età stellare:  $t \gtrsim 10^5 \text{ yr}$ , quando la ridotta temperatura del nucleo rende l'emissione di neutrini (fortemente dipendente dalla temperatura) più debole rispetto al raffreddamento tramite trasferimento di calore attraverso l'involucro e conversione in radiazione elettromagnetica superficiale.

## 1.6 Millisecond Pulsar

Le millisecond pulsar rappresentano una popolazione antica ed evoluta di stelle di neutroni, risultante dall'accrescimento di massa da una stella compagna su una stella di neutroni morta.

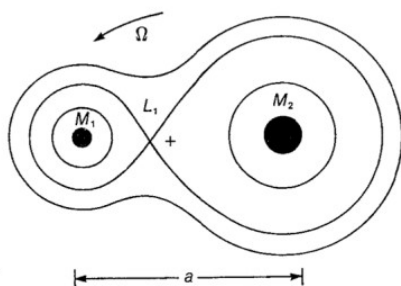
### 1.6.1 Recycling Scenario

La prima millisecond pulsar, 4C21.53, fu scoperta nel 1982 da Backer e Alpar. Misurarono  $P = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  (indicazione di pulsar "giovane") e  $\dot{P} = 10^{-19}$  (indicazione di pulsar "vecchia").

Si ipotizzò allora che la formazione di una millisecond pulsar inizia in un sistema binario in cui la stella massiccia esplode come supernova, creando una stella di neutroni. Questo fenomeno può rilasciare una quantità di energia sufficiente a slegare la binaria.

Tuttavia, si può dimostrare, partendo dal teorema del viriale e assumendo una simmetria sferica, che il sistema binario sopravvive all'esplosione se la massa totale espulsa durante l'evento di supernova è inferiore alla metà della massa totale del sistema binario.

Dopo l'esplosione, se il sistema binario sopravvive, è probabile che si trovi su un'orbita ellittica e la stella di neutroni sia visibile come una stella di neutroni classica per circa  $10^6$ - $10^7 \text{ yr}$ .



**Figura 1.11:** *Superficie equipotenziale gravitazionale in un sistema binario, viste dal piano equatoriale. Le due strutture a goccia che si intersecano nel punto di Lagrange  $L_1$  sono chiamate lobi di Roche. Lobi delle stelle di massa  $M_1$  e  $M_2$ , che ruotano attorno al baricentro con velocità angolare  $\Omega$  [4].*

Il fenomeno di accrescimento inizia solitamente quando la stella compagna evolve dallo stadio di sequenza principale e diventa una gigante rossa.

Se in questa fase la compagna riempie il suo lobo di Roche: superficie equipotenziale

gravitazionale di un sistema binario, raffigurato in Fig. 1.11, allora il trasferimento di materiale dalla superficie della compagna verso la stella di neutroni può avvenire attraverso il vento stellare o, più comunemente, attraverso il punto di Lagrange  $L_1$ . Il trasferimento di massa sulla stella di neutroni implica anche il trasferimento di momento angolare, con conseguente accelerazione dell'oggetto compatto.

Il trasferimento di massa su una stella di neutroni non è un compito facile, a causa della presenza della magnetosfera che impedisce la formazione di un disco di accrescimento. Il gas proveniente dal disco di accrescimento esterno deve seguire le linee del campo magnetico per raggiungere la superficie della stella di neutroni.

Un periodo di spin limite viene raggiunto grazie all'equilibrio tra la pressione magnetica della stella di neutroni in accrescimento e la pressione di spinta della materia in caduta. Il suo valore è solitamente di pochi millisecondi e quindi si forma una millisecond pulsar.

Questo fenomeno ci permette di osservare vecchie stelle di neutroni, la cui emissione non dovrebbe essere osservabile, cioè hanno superato la linea di morte.

Per questo motivo, le millisecond pulsar sono anche note come "recycling-pulsar" e le fasi di accrescimento/riaccelerazione come "recycling scenario".

## 1.6.2 Scenari di formazione

Si possono classificare i vari scenari di formazione canonica sulla base della stella compagna, come mostrato in Fig. 1.12; possiamo dunque distinguere tre famiglie di millisecond pulsar:

- Millisecond pulsar con stelle compagne di piccola massa: è la classe più comune e la compagna è solitamente una nana bianca He con  $M < 0.5 M_\odot$ .

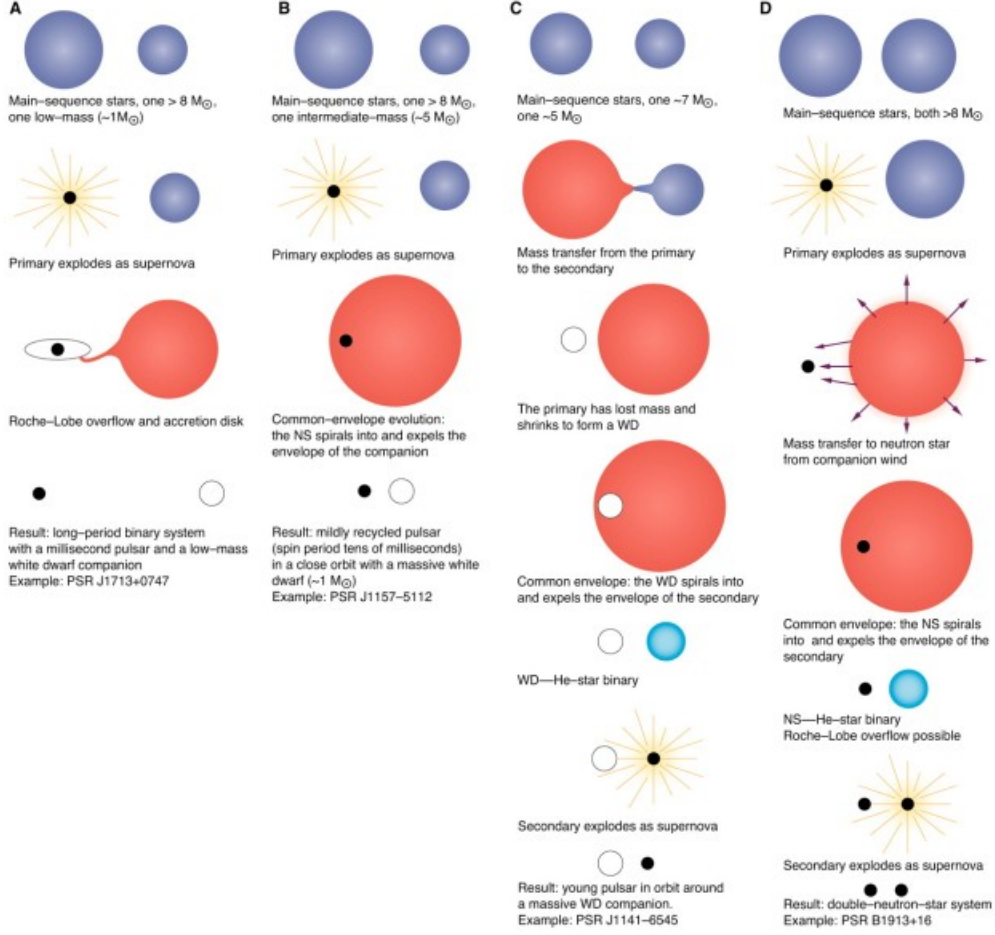
La stragrande maggioranza delle millisecond pulsar binarie appartiene a questa classe. Sono formate da sistemi binari con una stella secondaria di piccola massa ( $\sim 1 M_\odot$ ). Una volta formata la stella di neutroni ed evoluta la secondaria nella fase di gigante rossa, l'accrescimento di massa può avvenire tramite traboccamento del Lobo di Roche, attraverso la formazione di un disco di accrescimento. Questa fase può durare fino a  $\sim 1 Gyr$  e quindi il risultato finale è una millisecond pulsar in rapida rotazione con periodi di rotazione solitamente inferiori a  $10 ms$ , e una stella compagna il cui involucro è stato completamente perso, quindi una nana bianca di piccola massa ( $\sim 0.1 M_\odot$ - $0.2 M_\odot$ ) con un nucleo di He o, più raramente, con un nucleo di CO e un involucro esterno di H e He.

- Millisecond pulsar con stelle compagne di massa intermedia: solitamente hanno come compagne nane bianche CO massicce con  $M \sim 1 M_\odot$ .

Sono il risultato dell'evoluzione di sistemi binari in cui la stella secondaria ha una massa compresa tra  $3 M_\odot$  e  $6 M_\odot$ .

Nel primo scenario possibile, la stella primaria crea una stella di neutroni e, quando la secondaria evolve in una gigante rossa, una fase di involucro comune permette alla stella di neutroni di accrescere materiale dalla secondaria e quindi di aumentarne la rotazione.

Alla fine, troviamo una millisecond pulsar leggermente riciclata (periodi di rotazione



**Figura 1.12:** Rappresentazione schematica degli scenari di formazione canonica delle millisecond pulsar. Il pannello A mostra l'evoluzione delle millisecond pulsar con stelle compagne di piccola massa, i pannelli B e C l'evoluzione delle millisecond pulsar con stelle compagne di massa intermedia e infine il pannello D l'evoluzione delle millisecond pulsar con stelle compagne di grande massa [4].

di decine di  $ms$ ) con una nana bianca massiva con un nucleo CO.

Nel secondo scenario, entrambe le stelle hanno masse inferiori a  $8 M_{\odot}$ .

La stella più massiccia diventa inizialmente una gigante rossa e inizia a trasferire massa alla stella secondaria.

La primaria diventa una nana bianca massiva con un nucleo CO o OMg. Quando la secondaria evolve, una fase di involucro comune permette il trasferimento di massa dalla secondaria alla primaria.

Infine, la stella secondaria, che ha accumulato materia nelle fasi iniziali e perso il suo involucro in quelle successive, esplode come supernova e si forma una giovane pulsar.

- Millisecond pulsar con stelle compagne di massa elevata, dove quest'ultima ha  $M > 1 M_{\odot}$ , tipicamente un'altra stella di neutroni: sistemi binari originati dall'evoluzione di due stelle di neutroni, entrambe con massa iniziale superiore a  $8 M_{\odot}$ . Quando si forma la prima stella di neutroni e la seconda raggiunge la fase di gigan-

te rossa, il trasferimento di massa sulla stella di sequenza principale può avvenire tramite il vento stellare perso dalla stella secondaria. Dopo una fase di involucro comune, in cui l'accrescimento può ancora avvenire, la stella secondaria esplode come supernova e si forma una seconda stella di neutroni. Questi sistemi sono solitamente caratterizzati da lunghi periodi di spin ( $\geq 20\text{ ms}$ ) e orbite ellittiche.

Esiste un'altra classe di millisecond pulsar con una stella compagna di piccola massa, le cui proprietà non sono previste dallo scenario evolutivo canonico descritto in precedenza.

Questi sistemi sono chiamati "spiders", classificati in due specie: Black Widow e Redback. Sono anche chiamati "millisecond pulsar a eclissi" poiché sono caratterizzati da eclissi periodiche del segnale radio che durano per una frazione significativa dell'orbita.



**Figura 1.13:** *Rappresentazione artistica di un sistema spider di millisecond pulsar.*

Un'esempio di sistema spider è rappresentato in Fig. 1.13.

Questo fenomeno non può essere dovuto all'occultazione della millisecond pulsar da parte della stella compagna, ma all'assorbimento o alla diffusione tra i fotoni radio e il materiale ionizzato situato tra l'emettitore e l'osservatore. Questo materiale è probabilmente prodotto dall'erosione della superficie della stella compagna da parte del vento relativistico di particelle e radiazione ad alta energia emessa dalla pulsar riattivata (da cui il nome dei due ragni assassini).

Le compagne delle Redback possono avere masse comprese tra  $0.1 M_{\odot}$  e  $0.5 M_{\odot}$ , mentre le black widow hanno stelle compagne di massa estremamente bassa,  $\leq 0.05 M_{\odot}$ .

## Capitolo 2

# Equazione di stato delle stelle di neutroni

In questo capitolo si discuterà la struttura interna delle stelle di neutroni, evidenziando il legame tra pressione e densità tramite l'equazione di stato della materia ultradensa.

In particolare verranno introdotte le equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff, fondamentali per descrivere l'equilibrio idrostatico in regime relativistico. Inoltre, si esamineranno le osservazioni astrofisiche e i vincoli derivanti dalle misure di massa e raggio.

Infine, si mostrerà come queste informazioni permettano di dedurre le proprietà microscopiche della materia nei nuclei delle stelle di neutroni e di fornire una rappresentazione della loro struttura interna rispetto a quello che sappiamo ad oggi.

### 2.1 Equazione di stato e relazione massa-raggio

Le stelle di neutroni rappresentano uno dei laboratori naturali più estremi per studiare la materia in condizioni di densità e pressione inaccessibili sulla Terra.

La loro struttura interna e le loro proprietà macroscopiche, come massa e raggio, dipendono in modo diretto dalla microfisica che governa la materia nucleare densa. Tale connessione è formalizzata dalle equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff, che descrivono l'equilibrio idrostatico relativistico di una stella di neutroni e stabiliscono il legame tra pressione, densità e massa racchiusa.

Le soluzioni delle equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff, combinate con una specifica equazione di stato, permettono di ottenere la relazione massa-raggio ( $M$ - $R$ ), che costituisce il principale strumento per collegare le osservazioni astrofisiche alle proprietà della materia nucleare.

Le misure di  $M$  e  $R$ , ottenute dalle osservazioni astrofisiche, offrono quindi un potente mezzo per testare la relatività generale in regime di campo forte e per porre vincoli sull'equazione di stato della materia ultradensa.

Nelle sottosezioni seguenti verranno presentate le equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff e il modo in cui, a partire da una data equazione di stato, è possibile rica-

vare la relazione  $M$ - $R$ , illustrando il ruolo fondamentale di tali osservabili nella comprensione della struttura e della composizione delle stelle di neutroni.

### 2.1.1 Equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff

La struttura delle stelle di neutroni e la loro relazione  $M$ - $R$  sono determinate integrando le equazioni di struttura relativistiche, note anche come equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV).

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dr} &= -\frac{G}{c^2} \frac{(p + \epsilon) \left(m + 4\pi r^3 \frac{\rho}{c^2}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)} \\ \frac{dm}{dr} &= 4\pi r^2 \frac{\rho}{c^2}\end{aligned}\tag{2.1}$$

Nell'equazione,  $p$  è la pressione,  $\epsilon$  è la densità di energia,  $r$  è il raggio e  $m$  è la massa racchiusa dal centro,  $r = 0$ , dove  $p = p_c$  e  $\epsilon = \epsilon_c$  alla superficie a  $r = R$  (dove  $p = 0$  e la massa racchiusa è uguale alla massa totale  $m = M$ ).

Per completare questo insieme di equazioni, è necessario specificare la relazione pressione-densità di energia, nota come equazione di stato, appropriata per la stella di neutroni.

In particolare le equazioni TOV coinvolgono tre funzioni incognite:  $P(r)$ ,  $\epsilon(r)$  e  $m(r)$ . Abbiamo anche la seconda equazione della 2.1, che mette in relazione  $m(r)$  e  $\epsilon(r)$ .

Per risolvere la struttura interna della stella è necessaria una terza equazione che colleghi le tre funzioni, tuttavia questa deriva solitamente dall'equazione di stato, che è una relazione tra pressione e densità, ovvero  $P(r) = P(\epsilon(r))$ .

Ora facciamo alcune osservazioni sulle quantità e sulle unità di misura rilevanti. Sebbene la densità di energia entri nelle equazioni TOV, la maggior parte dei calcoli di equazioni di stato nucleare utilizza o fa riferimento anche alla densità del numero barionico  $n$ , in unità di  $fm^{-3} = 10^{39} cm^{-3}$  o alla densità di massa  $\rho$ , in unità di  $g cm^{-3}$ . La densità di saturazione nucleare può quindi essere espressa in modo equivalente come una densità di massa di  $2.8 \cdot 10^{14} g cm^{-3}$  o una densità di particelle di  $0.16 fm^{-3}$ . Analogamente, la pressione è tipicamente espressa in unità di  $MeV fm^{-3} = 1.6 \cdot 10^{33} erg cm^{-3}$ .

### 2.1.2 Dall'equazione di stato alla relazione M-R

Date le equazioni TOV, l'equazione di stato della materia delle stelle di neutroni determina le proprietà macroscopiche di esse e, in particolare, le loro masse e raggi. Infatti, le soluzioni forniscono una mappa unica tra la relazione microscopica pressione-densità  $P(\rho)$  o  $P(\epsilon)$  e la relazione macroscopica  $M$ - $R$  delle stelle di neutroni. In altre parole forniscono una relazione biunivoca tra le relazioni  $P(\rho)$ - $P(\epsilon)$  e le relazioni  $M$ - $R$ .

Questa mappatura unica può, in linea di principio, essere sfruttata per dedurre l'equazione di stato da misurazioni astrofisiche delle loro masse e raggi. Tuttavia,

un'inversione formale di questa mappatura richiede una misurazione dell'intera curva  $M$ - $R$ , ovvero la misurazione dei raggi per le stelle di neutroni che coprono un intervallo di masse tra circa  $0.2$  e  $2 M_\odot$ . Questo requisito limita fortemente l'applicabilità di questa inversione diretta perché non esiste un canale di formazione astrofisica per stelle di neutroni con masse molto inferiori alla massa di Chandrasekhar dei nuclei progenitori, e non vengono nemmeno osservate stelle di questo tipo.

Nonostante questa difficoltà, la connessione tra la relazione  $M$ - $R$  e l'equazione di stato risulta presentare alcune caratteristiche che rendono possibile dedurla da un campionamento più sparso di raggi delle stelle di neutroni.

In particolare, la massa massima è determinata principalmente dal comportamento dell'equazione di stato alle densità più elevate ( $\sim 7\text{--}8 \rho_{\text{sat}}$ ), mentre il raggio dipende principalmente dalla pressione a  $\approx 2 \rho_{\text{sat}}$ .

La pendenza della relazione  $M$ - $R$  (ovvero, se  $R$  aumenta o diminuisce con  $M$ ), nell'intervallo di massa di interesse astrofisico, dipende in gran parte dalla pressione a  $\sim 4 \rho_{\text{sat}}$ .

Queste proprietà consentono di dedurre la pressione della materia ultradensa a poche densità opportunamente scelte al di sopra di  $\rho_{\text{sat}}$ , invece di mappare la forma funzionale completa dell'equazione di stato a partire dalle osservazioni astrofisiche. Le densità ottimali per il campionamento e le forme parametriche che portano alle incertezze più piccole nella determinazione dell'equazione sono state esplorate in dettaglio dai fisici Read, Özel e Psaltis [7].

Questi studi hanno dimostrato che le pressioni misurate a  $1.85 (P_1)$ ,  $3.7 (P_2)$  e  $7.4 \rho_{\text{sat}} (P_3)$  possono rappresentare più di quaranta equazioni di stato, con incertezze relative sulle pressioni di pochi punti percentuali:  $\frac{\Delta p_i}{p_i} \lesssim 5\%$ .

Ciò ha portato a comprendere che la misurazione delle masse e dei raggi anche di un piccolo numero di stelle di neutroni può fornire un input significativo ai calcoli microfisici.

Le masse di stelle di neutroni più elevate misurate finora possono fornire ulteriori vincoli diretti sull'equazione di stato. Come minimo, le equazioni di stato con masse massime inferiori a quelle delle stelle di neutroni più massicce possono essere escluse. Tuttavia, vincoli più stringenti si ottengono combinando il limite minimo della massa massima con le misurazioni del raggio.

Poiché le equazioni di stato che producono raggi più piccoli tendono generalmente ad avere masse massime più piccole, la combinazione di queste misurazioni produce regioni di confidenza permesse più piccole nei parametri delle equazioni di stato.

Sono state sviluppate tecniche bayesiane per combinare le misurazioni del raggio delle stelle di neutroni con i vincoli di massa. Questi approcci permettono di derivare verosimiglianze sui parametri  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  dell'equazione di stato a partire dalle verosimiglianze della relazione  $M$ - $R$ ,  $P(M_i, R_i)$ , per ciascuna sorgente  $i$ , consentendo al contempo di includere diverse informazioni a priori e altre misurazioni sperimentali. Le variabili a priori su  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  vengono quindi specificate utilizzando numerosi vincoli fisici e osservativi.

In primo luogo, affinché l'equazione di stato sia microscopicamente stabile, è necessario che  $P_3 \geq P_2 \geq P_1$  e che  $P_1$  sia maggiore o uguale alla pressione della

materia a  $\rho_0 = 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ .

In secondo luogo, affinché l'equazione di stato sia causale, la relazione

$$c_s^2 = \frac{\partial P}{\partial \epsilon} \leq c^2 \quad (2.2)$$

dove  $c_s$  è la velocità del suono e  $\epsilon$  è la densità di energia, può essere imposta a tutte le densità.

In terzo luogo, per incorporare il requisito di massa, la massa stabile massima per ogni equazione di stato corrispondente a un tripletto  $P_1, P_2, P_3$  deve superare  $1.97 M_\odot$ , il che è coerente entro  $1\sigma$  con le stelle di neutroni più pesanti osservate fino ad oggi.

I risultati degli esperimenti di laboratorio possono essere integrati come requisiti sulla pressione alla densità più bassa  $P_1$ .

Il requisito meno dipendente dal modello è un limite inferiore su  $P_1 = 7.56 \text{ MeV fm}^{-3}$  tale che l'equazione di stato sia coerente con gli esperimenti di laboratorio più robusti e i calcoli a bassa densità, ovvero con l'equazione di stato "APR" per la materia costituita da neutroni puri.

## 2.2 Massa

Le misurazioni della massa delle stelle di neutroni sono motivate da questioni centrali in fisica e astrofisica, come le fasi finali della nucleosintesi stellare e la perdita di massa, il meccanismo di esplosione della supernova, le proprietà delle interazioni nucleari e l'interazione gravitazionale in condizioni di campo forte.

Per masse maggiori, le equazioni di struttura relativistiche, accoppiate a un modello per le interazioni microscopiche (rappresentato dall'equazione di stato), definiscono una relazione massa-raggio ( $M$ - $R$ ) tipicamente caratterizzata da un raggio canonico e da una massa massima al di sopra della quale le stelle di neutroni collassano in buchi neri. Mentre l'equazione di stato e la corrispondente relazione  $M$ - $R$  possono essere derivate direttamente da calcoli basati sul primo principio di cromodinamica quantistica, le limitazioni pratiche dovute alla difficoltà di catturare le interazioni a molti corpi in gioco richiedono approssimazioni. In assenza di dati sperimentali, questi calcoli portano a una vasta gamma di previsioni.

Grazie alle proprietà della relazione  $M$ - $R$  le misurazioni simultanee di masse e raggi, così come le osservazioni di stelle di neutroni di grande massa, hanno il potenziale di imporre limiti rigorosi all'equazione di stato.

Non ci si aspetta che le masse delle stelle di neutroni siano distribuite uniformemente tra gli estremi teorici, ma piuttosto che si raggruppino attorno a un piccolo numero di valori caratteristici. Nella sottsez. 1.1.3 si è fatto riferimento al fatto che il nucleo di una stella massiccia collassa appena supera il valore della massa di Chandrasekhar. Questo suggerisce che nelle misurazioni di massa, ci aspettiamo molte masse di stelle di neutroni vicino a quel valore. Si può ricavare una relazione

per il valore tale massa:

$$M_{Ch} \simeq 5.38 Y_e^2 M_\odot \quad (2.3)$$

I nuclei di ferro tipici hanno frazioni medie di elettroni pari a  $Y_e = 0.45$ , che producono  $M_{Ch} = 1.18 M_\odot$ . In pratica, è necessario applicare diverse correzioni, ad esempio tenendo conto della struttura termica del nucleo, dell'entropia finita, delle interazioni elettrostatiche e della pressione al contorno superficiale, degli effetti convettivi non radiali e della radiazione di neutrini durante la fase di supernova. Tutti questi fattori collocano l'estremità inferiore della massa gravitazionale della proto-stella di neutroni tra 1.1 e 1.3  $M_\odot$ .

Il limite superiore sulla massa massima verrà descritto successivamente nella sezione dedicata alla distribuzione di massa (sottosez. 2.2.2).

### 2.2.1 Misure di massa

Le misurazioni della massa delle pulsar possono essere ottenute utilizzando un'ampia gamma di tecniche a diverse lunghezze d'onda. Per le pulsar, la maggior parte dei vincoli deriva dalla precisione del "radio timing", talvolta integrata da osservazioni ottiche delle loro compagne binarie, dato che le millisecond pulsar presentano pulsazioni stabili.

Le osservazioni radio timing delle pulsar binarie forniscono misurazioni precise del periodo orbitale  $P_b$  e del semiasse maggiore proiettato,  $x = ap \sin i$ . Inoltre, questi parametri orbitali consentono di determinare la funzione di massa,

$$f(m_p, m_c, i) = \frac{(m_c \sin i)^3}{(m_p + m_c)^2} = \left(\frac{2\pi}{P_b}\right) \frac{x^3}{G} \quad (2.4)$$

che mette in relazione le masse stellari sconosciute  $m_p$ ,  $m_c$  e l'angolo tra il vettore momento angolare orbitale e la linea di vista  $i$ .

La maggior parte delle millisecond pulsar note ha come compagne nane bianche con nucleo di He e un'atmosfera di H puro. Nonostante le dipendenze del modello implicite nel metodo spettroscopico, la mappatura tra i parametri atmosferici e le masse delle nane bianche hanno raggiunto un livello di precisione sufficiente a consentire determinazioni di massa accurate.

Per alcune millisecond pulsar, in particolare quelle con periodi orbitali brevi, la compagna è otticamente brillante. Ciò ha permesso determinazioni affidabili della massa di entrambe le stelle studiando le linee di Balmer prodotte dall'idrogeno nell'atmosfera della pulsar.

In primo luogo, la spettroscopia a risoluzione di fase può misurare come queste linee si spostino con la fase orbitale, fornendo una misura della velocità orbitale prevista della pulsar. Confrontandola con la velocità orbitale della pulsar misurata nel tempo:  $v_{psr} = \frac{2\pi x_{psr}}{P_b}$ , possiamo determinare immediatamente il rapporto di massa,  $q = \frac{M_{psr}}{M_{WD}} = \frac{v_{WD}}{v_{psr}}$ .

In secondo luogo, l'ampiezza delle linee di Balmer è correlata all'accelerazione gravitazionale locale,  $g = \frac{GM_{WD}}{R_{WD}^2}$ . Utilizzando relazioni modello tra  $M_{WD}$  e  $R_{WD}$  per

le pulsar, entrambe le quantità possono essere determinate da  $g$ . Dopo questo passaggio,  $M_{psr}$  può essere ottenuto banalmente da  $qM_{WD}$ . Inoltre, lo spettro della compagna contiene informazioni sulla sua composizione e sulle proprietà atmosferiche, che a loro volta sono dipendenti dalla massa e dal raggio stellare.

Sono state effettuate anche misurazioni di massa per stelle di neutroni aventi stelle compagne di alta e bassa massa utilizzando le osservazioni di queste binarie nelle lunghezze d'onda dei raggi X e dell'ottico. Di seguito discuteremo i metodi e i risultati per queste due classi:

- Stelle di neutroni high-mass X-ray binaries: per le misurazioni di massa delle stelle di neutroni con compagne di massa elevata, le pulsar a raggi X a eclisse, in cui le compagne bloccano i raggi X provenienti dalla pulsar per parte dell'orbita, costituiscono i bersagli primari.

In questi sistemi, le osservazioni a raggi X della pulsar forniscono il periodo or-

| System                                           | $M_{NS} (M_{\odot})$ | Error ( $M_{\odot}$ ) | References |
|--------------------------------------------------|----------------------|-----------------------|------------|
| <b>Neutron stars in high-mass X-ray binaries</b> |                      |                       |            |
| LMC X-4                                          | 1.57                 | 0.11                  | 1          |
| Cen X-3                                          | 1.57                 | 0.16                  | 1          |
| 4U 1538-522                                      | 1.02                 | 0.17                  | 1          |
| SMC X-1                                          | 1.21                 | 0.12                  | 1          |
| SAX J1802.7-2017                                 | 1.57                 | 0.25                  | 1          |
| XTE J1855-026                                    | 1.41                 | 0.24                  | 1          |
| Vela X-1                                         | 2.12                 | 0.16                  | 1          |
| EXO 1722-363                                     | 1.91                 | 0.45                  | 1          |
| OA0 1657-415                                     | 1.74                 | 0.30                  | 1          |
| Her X-1                                          | 1.07                 | 0.36                  | 1          |
| <b>Neutron stars in low-mass X-ray binaries</b>  |                      |                       |            |
| 4U 1608-52                                       | 1.57                 | +0.30<br>-0.29        | 2          |
| 4U 1724-207                                      | 1.81                 | +0.25<br>-0.37        | 2          |
| KS 1731-260                                      | 1.61                 | +0.35<br>-0.37        | 2          |
| EXO 1745-248                                     | 1.65                 | +0.21<br>-0.31        | 2          |
| SAX J1748.9-2021                                 | 1.81                 | +0.25<br>-0.37        | 2          |
| 4U 1820-30                                       | 1.77                 | +0.25<br>-0.28        | 2          |
| Cyg X-2                                          | 1.90                 | +0.22<br>-0.35        | 3          |

**Figura 2.1:** Masse delle stelle di neutroni in sistemi binari a raggi X con compagne di grande e piccola massa [7].

bitale della binaria  $P_b$ , l'eccentricità dell'orbita  $e$ , la longitudine del periastro  $\omega_0$ , il semiasse maggiore dell'orbita della stella di neutroni  $a_x \sin i$  e la semidurata dell'eclissi  $\Delta t = \frac{P_b \theta_e}{2\pi}$ . Inoltre, le osservazioni ottiche della stella compagna forniscono la sua ampiezza di velocità  $K_{opt}$ , la sua velocità di rotazione proiettata  $v_{rot} \sin i$  e l'ampiezza delle variazioni ellissoidali  $A$ . Da questi osservabili, è possibile calcolare i parametri fondamentali della binaria, che includono la massa della stella neutroni  $M_{NS}$ ; la massa, il raggio e la velocità angolare di rotazione della compagna  $M_{opt}$ ,  $R_{opt}$  e  $\Omega_{opt}$ ; e l'angolo di inclinazione del sistema binario  $i$ .

Queste misurazioni sono in genere meno precise di quelle ottenute con la misurazione del tempo delle pulsar radio. I dieci sistemi binari le cui masse sono state stimate in questo modo sono mostrati in Fig. 2.1.

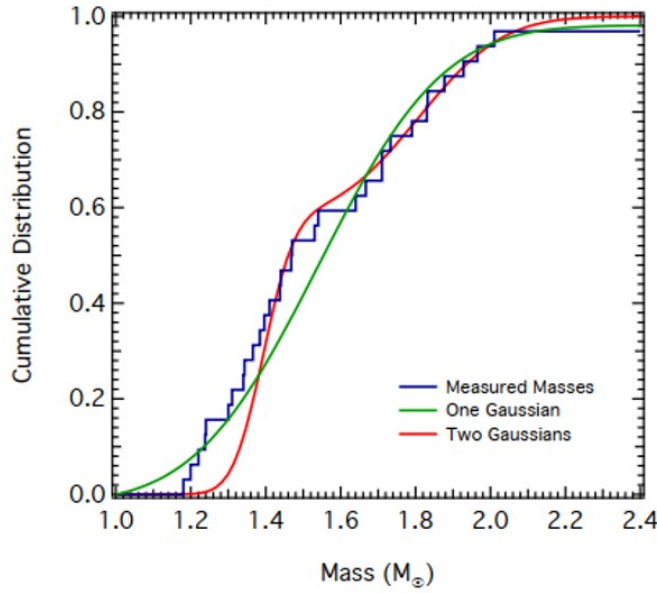
- Stelle di neutroni low-mass X-ray binaries: gli studi spettrali dei lampi di raggi X termonucleari emessi dalle stelle di neutroni forniscono misurazioni simultanee delle loro masse e raggi. Questi vincoli di massa sono meno precisi di quelli ottenuti dalla misurazione temporale delle pulsar, ma forniscono comunque una stima delle masse

delle stelle di neutroni in una popolazione diversa. Le misurazioni di massa per le sei sorgenti di questa categoria sono elencate in Fig. 2.1.

### 2.2.2 Distribuzione di massa

L'obiettivo principale di questa sezione è mostrare la distribuzione delle masse delle stelle di neutroni sulla base delle misurazioni effettuate coi metodi descritti nel paragrafo precedente.

Tracciamo la distribuzione cumulativa delle masse delle millisecond pulsar misurate per valutare visivamente il livello di complessità che dovremmo incorporare nelle distribuzioni sottostanti che possono essere supportate dai dati, in Fig. 2.2 mostriamo un istogramma cumulativo dei valori più probabili per le masse di millisecond pulsar.



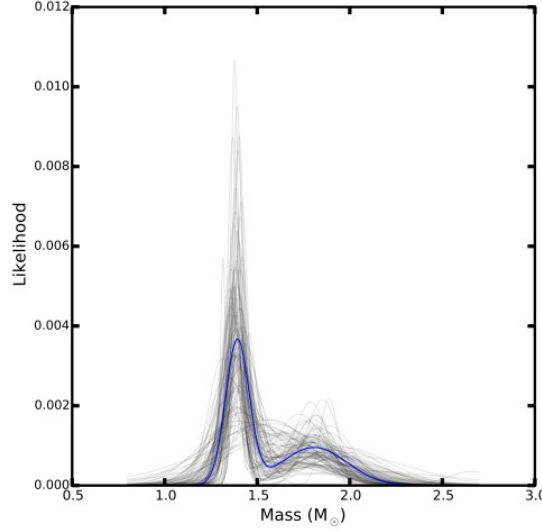
**Figura 2.2:** *Istogramma cumulativo delle masse di millisecond pulsar. La curva verde mostra la distribuzione cumulativa per una singola gaussiana, con parametri che corrispondono ai valori più probabili dedotti dai dati per questa distribuzione intrinseca. Lo scostamento delle masse osservate da una singola gaussiana è già evidente in questa figura e l'istogramma cumulativo per il modello a due componenti gaussiane mostrato in rosso fornisce una descrizione significativamente migliore dei dati [8].*

Se i dati fossero descritti da una singola gaussiana, l'istogramma cumulativo apparirebbe come la curva mostrata in verde in Fig. 2.2. Tuttavia, la presenza di più punti di flesso suggerisce fortemente la presenza di più componenti nella distribuzione sottostante. È evidente già da questa figura che il modello a due componenti gaussiane mostrato in rosso offre una descrizione migliore dei dati.

Applicando gli strumenti statistici bayesiani per dedurre i parametri dei vari modelli intrinseci si trova [8] che:

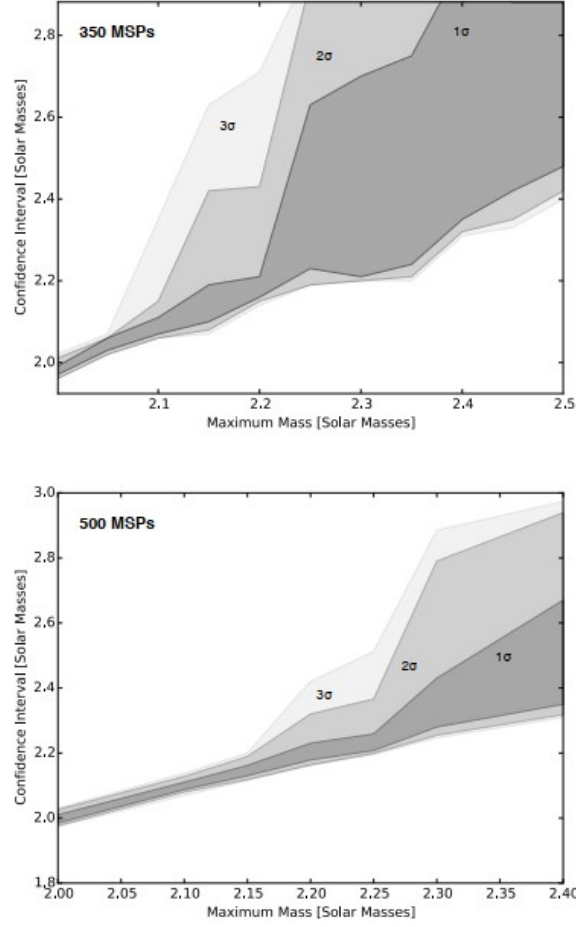
- Una distribuzione normale non sembra fornire una descrizione adeguata delle

masse di millisecond pulsar osservate. Troviamo una forte evidenza di asimmetria, più specificamente, i dati favoriscono una distribuzione bimodale con un picco a circa  $1.4$  e  $1.8 M_{\odot}$ , ben visibile in Fig. 2.3, ma una distribuzione a picco singolo con forte asimmetria positiva è ammessa entro il 20% della verosimiglianza a posteriori e non può essere esclusa in modo definitivo.



**Figura 2.3:** *Grafico massa-verosimiglianza di un campione di millisecond pulsar che mostra i due picchi a  $1.4$  e  $1.8 M_{\odot}$  [8].*

- Le stelle di neutroni massicce sembrano essere più comuni di quanto si pensasse. Nelle distribuzioni dedotte, scopriamo che circa il 20% delle millisecond pulsar binarie ha masse superiori a  $1.8 M_{\odot}$ .
- Includendo un troncamento ad alta massa nei nostri modelli si ottiene una stima robusta della massa massima delle stelle di neutroni di  $M_{max} \geq 2.018 M_{\odot}$  con un livello di confidenza del 98%. Questo risultato non è sensibile al modello di distribuzione adottato.
- Con l'aumentare del numero di misurazioni di massa, potrebbe diventare possibile misurare con precisione una massa di cut-off massima. Più specificamente, la simulazione riportata in Fig. 2.4 mostra che con 350 misurazioni di masse di millisecond pulsar, seguendo la distribuzione bimodale attualmente preferita, sarà possibile localizzare un  $M_{max}$  inferiore a  $2.15 M_{\odot}$  con una precisione superiore al 5%. Le misure riguardano in particolare le millisecond pulsar perchè esse presentano un periodo di rotazione talmente basso che le rendono estremamente stabili nel timing. La precisione del timing è maggiore e quindi la precisione con cui si misurano massa o parametri orbitali è maggiore.



**Figura 2.4:** *Precisione prevista sulla localizzazione della massa massima delle stelle di neutroni in funzione del numero di misurazioni di massa di millisecond pulsar [8].*

## 2.3 Misure di raggio

Le misurazioni del raggio delle stelle di neutroni hanno compiuto notevoli progressi nell'ultimo decennio e sono state impiegate diverse tecniche. Quasi tutti i metodi attualmente utilizzati si basano sulla rivelazione dell'emissione termica dalla superficie della stella, sia per misurarne la dimensione angolare apparente, sia per rilevare gli effetti relativistici dovuti al campo gravitazionale intenso della stella di neutroni su questa emissione, al fine di estrarre informazioni sul raggio. Gli approcci possono essere sostanzialmente suddivisi in misurazioni spettroscopiche e temporali.

### 2.3.1 Misurazioni spettroscopiche

Proprio come la misurazione dei raggi delle stelle normali, le misurazioni spettroscopiche dei raggi delle stelle di neutroni si basano sulla determinazione delle loro dimensioni angolari misurando un flusso termico  $F$ , modellando lo spettro per determinare la temperatura effettiva  $T_{eff}$  e combinando questo con una misurazione

della distanza  $D$  per ottenere i raggi osservati (o apparenti):

$$\frac{R_{obs}}{D} = \left( \frac{F}{\sigma_B T_{eff}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

dove  $\sigma_B$  è la costante di Stefan Boltzmann.

A differenza delle altre stelle, tuttavia, ci sono diverse complicazioni che entrano in gioco in questo processo.

In primo luogo, a causa della loro estrema compattezza, le stelle di neutroni agiscono come lenti gravitazionali sulla propria emissione superficiale. Questo introduce correzioni dipendenti dalla massa alle dimensioni angolari osservate, ovvero i raggi fisici sono correlati ai raggi osservati tramite la seguente equazione:

$$R_{obs} = R \left( 1 - \frac{2GM}{Rc^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

La situazione è ancora più complessa nel caso di stelle di neutroni che ruotano moderatamente veloce, perché il loro spaziotempo non può più essere descritto da una metrica di Schwarzschild, e ci sono ulteriori correzioni dipendenti dallo spin alle dimensioni angolari osservate.

In secondo luogo, l'emissione superficiale può essere contaminata dall'emissione non termica proveniente dalla magnetosfera di una stella di neutroni isolata o dal disco che circonda una stella di neutroni in accrescimento.

In terzo luogo, il campo magnetico posseduto da una stella di neutroni può essere abbastanza intenso da causare una non uniformità di temperatura sulla superficie, il che complica la misura del vero raggio stellare.

Alcune di queste sfide vengono superate da una dettagliata modellizzazione teorica dell'emissione delle stelle di neutroni in relatività generale. Altre vengono semplificate o eliminate da un'attenta selezione delle sorgenti (ad esempio, sorgenti con bassi campi magnetici, con basse luminosità di accrescimento o situate in ammassi globulari con distanze note) e dalla combinazione di molteplici fenomeni osservativi per eliminare le degenerazioni intrinseche tra massa e raggio delle stelle di neutroni e ridurre le incertezze di misura.

### 2.3.2 Misure tramite modellazione del profilo di impulso

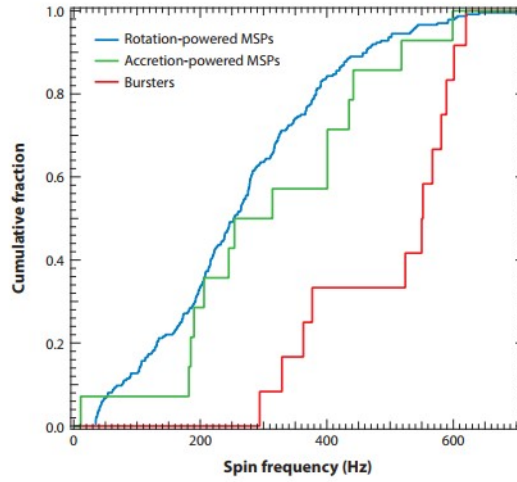
I raggi delle stelle di neutroni possono anche essere misurati o vincolati analizzando le proprietà delle oscillazioni periodiche di luminosità derivanti dalle differenze di temperatura sulla superficie di una stella di neutroni rotante. Le ampiezze e gli spettri delle forme d'onda di oscillazione dipendono dallo spaziotempo della stella, che determina l'intensità della curvatura gravitazionale della luce subita dai fotoni mentre si propagano verso un osservatore all'infinito, nonché dal profilo di temperatura sulla superficie stellare e dall'irradiazione della radiazione emergente.

Utilizzando modelli teorici per la radiazione emergente, le proprietà dell'oscillazione di luminosità possono quindi essere utilizzate per sondare lo spaziotempo stellare e misurarne il raggio e la massa. Il lavoro teorico sugli spaziotempi delle stelle di neutroni ha consentito calcoli sempre più precisi degli effetti della lente gravitazionale

sui fotoni di superficie, utilizzati per l'analisi delle forme d'onda.

L'analisi delle forme d'onda di oscillazione è stata eseguita per esplorare le proprietà di numerosi tipi di stelle di neutroni. Sebbene questo metodo abbia prodotto risultati utili sulle proprietà di emissione superficiale di pulsar lente e magnetar, i vincoli sul raggio e sullo spaziotempo delle stelle di neutroni derivano, in particolare, dall'analisi delle oscillazioni di millisecond pulsar alimentate per accrescimento, millisecond pulsar alimentate da rotazione e lampi di raggi X termonucleari.

Queste tre classi presentano distribuzioni delle frequenze di spin diverse tra loro, come mostrato in Fig. 2.5.



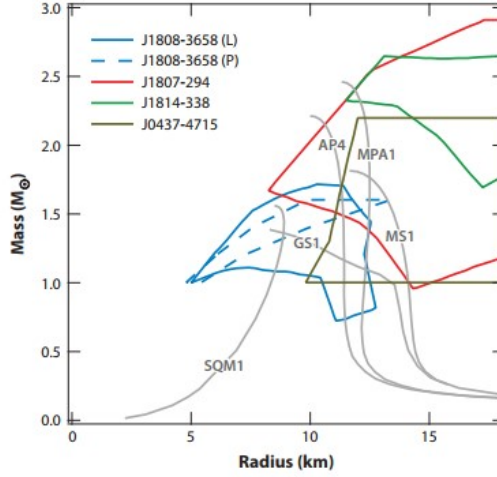
**Figura 2.5:** *Distribuzione cumulativa delle frequenze di spin delle millisecond pulsar alimentate dalla rotazione, delle millisecond pulsar alimentate dall'accrescimento e delle stelle di neutroni in accrescimento che mostrano oscillazioni di esplosioni termonucleari [7].*

Di seguito discuteremo singolarmente le misure di raggio di ciascuna di queste classi:

- Pulsar alimentate dalla rotazione: i dati a raggi X provenienti da diverse millisecond pulsar alimentate dalla rotazione sono stati analizzati utilizzando modelli di atmosfera di idrogeno per l'emissione termica da una calotta polare. In questi modelli, i profili degli impulsi vengono calcolati in base all'emissione di radiazione prevista dai modelli teorici.

In particolare, un'analisi della pulsar "PSR J0437-4715", assumendo una massa di  $1.4 M_{\odot}$ , ha prodotto limiti sul raggio nell'intervallo  $R = 6.8-13.8 km$  (90% C.L.). Una successiva misurazione della massa della pulsar a  $1.76 M_{\odot}$  ha aumentato il limite inferiore del raggio della stella a  $R > 11.1 km$  (99.9% C.L.).

- Pulsar alimentate dall'accrescimento: l'emissione termica è osservata in numerose millisecond pulsar a raggi X alimentate dall'accrescimento (AMSP) nei raggi X "molli". In Fig. 2.6 si osservano i vincoli dedotti sulla massa e sul raggio delle stelle di neutroni grazie agli studi sulle AMSP, dove i contorni rappresentano un C.L. del 99%.



**Figura 2.6:** I vincoli di raggio ottenuti dall'analisi delle forme d'onda delle millisecond pulsar alimentate dall'accrescimento e dalla rotazione [7].

- Oscillazione da esplosione termonucleare: sono state rilevate anche oscillazioni periodiche del flusso con ampiezze elevate provenienti dalle superfici delle stelle di neutroni durante esplosioni di raggi X termonucleari.

## 2.4 Vincoli attuali sull'equazione di stato di materia costituita da neutroni freddi

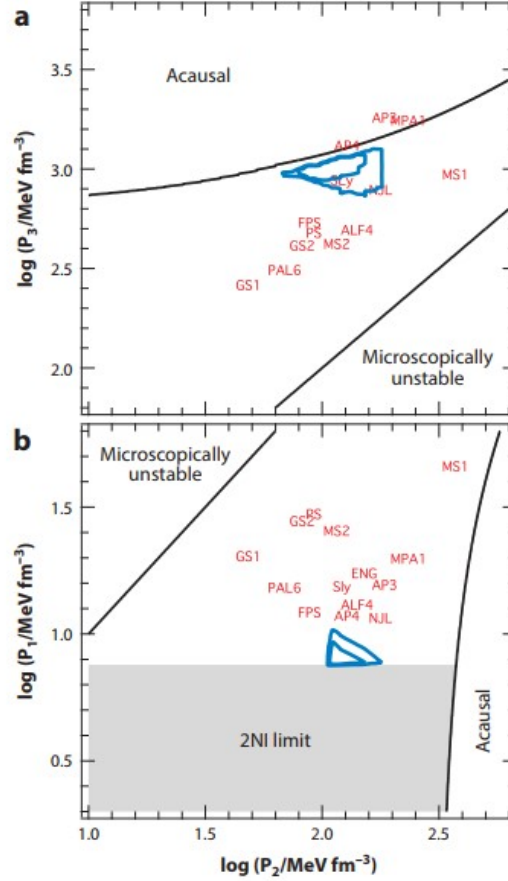
I risultati riferiti al raggio delle stelle di neutroni, riassunti nella sez. 2.3, sono stati utilizzati insieme alle tecniche di inferenza parametrica Bayesiana per imporre vincoli rigorosi sulle equazioni di stato delle stelle di neutroni [7].

La Fig. 2.7 mostra le verosimiglianze a posteriori sulle pressioni alle tre densità fiduciarie, nonché i limiti microscopici e sperimentali su queste pressioni. Sono mostrate anche le pressioni alle densità fiduciarie di un gran numero di equazioni di stato proposte.

La regione grigia etichettata "2NI" indica il limite inferiore di  $P_1$  derivante dal potenziale di interazione a due corpi ottenuto a basse densità.  $P_1$  è inoltre vincolato dall'alto dai raggi misurati relativamente piccoli. Infatti, i valori all'interno della più alta verosimiglianza a posteriori sono inferiori alla pressione prevista dalla maggior parte delle equazioni di stato proposte a quella densità.

Al contrario, la combinazione di  $P_2$  e  $P_3$  è vincolata dal requisito di massa massima: un valore inferiore di  $P_2$  spinge  $P_3$  al massimo livello possibile entro il limite di causalità, mentre per valori da moderati ad alti di  $P_2$ , l'intervallo consentito di  $P_3$  si estende a valori inferiori.

La Fig. 2.8 mostra che la combinazione delle misurazioni del raggio con i dati sperimentali a bassa densità e il requisito di una massa massima di circa  $2 M_\odot$  definisce i parametri dell'equazione di stato in modo estremamente preciso in un'ampia gamma di densità sopranucleari e indica un'equazione di stato preferita che è leggermente più "morbida" dell'equazione di stato nucleare "AP4" mostrata in Fig. 2.8.



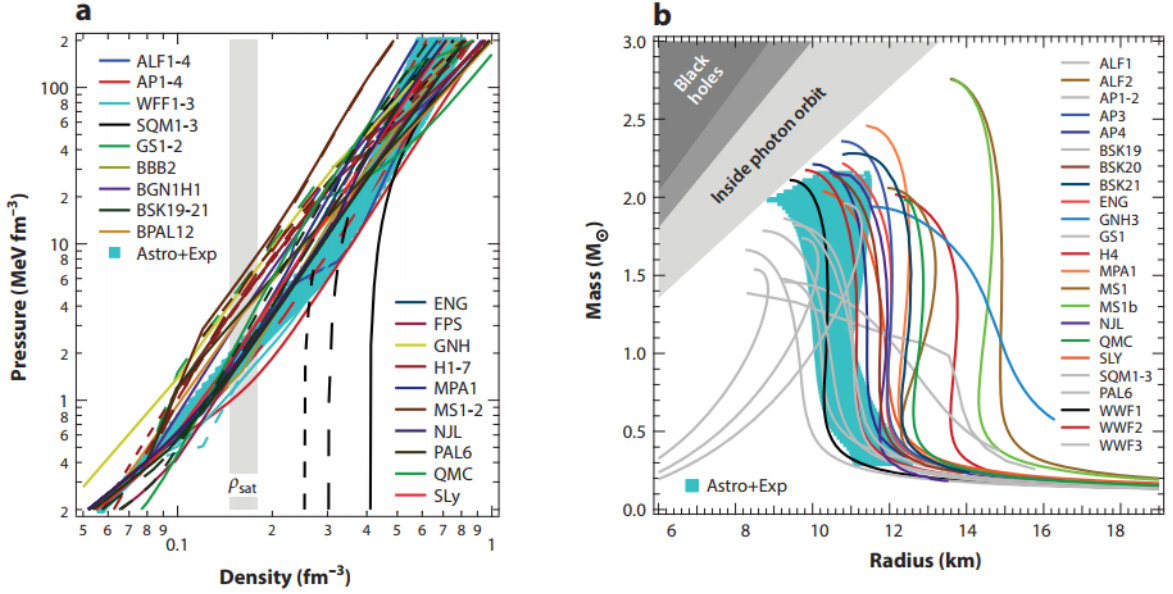
**Figura 2.7:** Regioni di massima verosimiglianza per la pressione della materia nelle stelle di neutroni a  $1.85 \rho_{\text{ns}}$  ( $P_1$ ),  $3.7 \rho_{\text{ns}}$  ( $P_2$ ) e  $7.4 \rho_{\text{ns}}$  ( $P_3$ ), ottenute mediante inversione parametrica di tutte le misurazioni del raggio. I contorni mostrano le regioni in cui la verosimiglianza a posteriori scende a  $e^{-1/2}$  e  $e^{-1}$  rispetto al valore massimo. Le regioni ammissibili sono coerenti con i vincoli derivanti da esperimenti di scattering a bassa energia. La zona grigia "2NI" indica il limite inferiore su  $P_1$  [7].

Un'equazione di stato viene detta morbida quando, all'aumentare della densità, la pressione cresce lentamente. In questo caso la materia risulta più comprimibile e le stelle di neutroni hanno raggi più piccoli a parità di massa.

Le equazioni di stato morbide portano in genere a un valore massimo della massa supportata più basso, poiché la pressione interna non riesce a contrastare efficacemente la gravità oltre una certa soglia.

Al contrario, si parla di equazioni di stato rigide quando la pressione cresce rapidamente con la densità. In tal caso la materia è meno comprimibile e le stelle risultano più estese, con raggi più grandi a parità di massa. Le equazioni di stato rigide permettono di sostenere masse massime più elevate, poiché la maggiore pressione interna contrasta la gravità anche a densità molto elevate.

In Fig. 2.8 è mostrata la relazione  $M$ - $R$  corrispondente alla terna di pressioni più



**Figura 2.8:** L'equazione di stato astrofisica dedotta (a) e la relazione massa-raggio (b), corrispondente alle terne di pressioni più probabili che concordano con tutti i dati sul raggio della stella di neutroni e sullo scattering nucleone-nucleone a bassa energia e consentono una massa della stella di neutroni  $M > 1.97 M_{\odot}$ . Le bande azzurre mostrano l'intervallo di pressioni e le relazioni  $M$ - $R$  che corrispondono alla regione dello spazio dei parametri  $(P_1, P_2, P_3)$  in cui la verosimiglianza è entro  $e^{-1}$  dal suo valore più alto. Intorno a  $1.5 M_{\odot}$ , questa equazione di stato dedotta prevede raggi nell'intervallo 9.9-11.2 km [7].

probabile, nonché l'intervallo di relazioni  $M$ - $R$  per la regione dello spazio dei parametri  $(P_1, P_2, P_3)$  con la più alta verosimiglianza. Limitiamo l'intervallo di masse in questa figura a  $\leq 2.2 M_{\odot}$  a causa dell'assenza di dati che limitino la relazione a masse più elevate.

Dunque, si evince che la relazione  $M$ - $R$  preferita si trova a sinistra della maggior parte delle previsioni del modello ed è più vicina ad AP4, soprattutto a basse masse. Inoltre, cresce lungo un raggio quasi costante fino a raggiungere il limite di  $\sim 2 M_{\odot}$ . A seconda della scelta delle variabili a priori, il raggio previsto per una stella di neutroni di  $1.5 M_{\odot}$  è compreso tra 10 e 11.5 km.

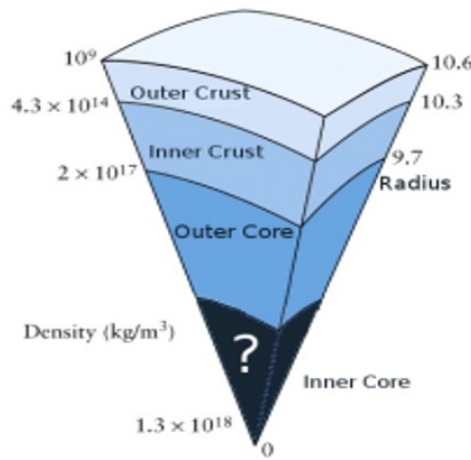
## 2.5 Struttura interna

La struttura interna di una stella di neutroni può essere divisa in 3 parti, come illustrato in Fig. 2.9:

- **Outer Crust:** presenta una regione più esterna della crosta composta da una sottile atmosfera di nuclei atomici ed elettroni liberi, il cui spessore tipico è di pochi metri. Al di sotto di questa, la materia raggiunge già la densità tipica di una nana bianca, gli elettroni sono relativistici e degeneri e, a causa della loro elevata energia, possono favorire la cattura di elettroni dai nuclei pesanti, favorendo la formazione di elementi pesanti ricchi di neutroni. Scendendo all'interno della stella, l'energia del

sistema favorisce la neutronizzazione della materia: la produzione di isotopi con un gran numero di neutroni (ad esempio,  $Ni^{62}$ ,  $Ni^{64}$ ,  $Ni^{66}$ ), attraverso reazioni di decadimento  $\beta$ : sebbene tali isotopi sarebbero instabili in condizioni normali e i neutroni decadono in protoni, ciò non può accadere in una struttura completamente degenera.

- Inner Crust e Outer core: in queste zone, le densità sono molto vicine a quelle nucleari, ci si aspetta che la materia si trovi in uno stato superfluido, dove i nuclei atomici pesanti sono immersi in un mare di neutroni, con alcuni protoni ed elettroni. La pressione nella inner crust di una stella di neutroni è in gran parte creata dai neutroni degeneri. Tuttavia, la superfluidità può diminuire la loro capacità termica ed è quindi responsabile del contributo decisivo dei nuclei atomici alla capacità termica della inner crust. I nuclei costituiscono un reticolo cristallino, formato es-



**Figura 2.9:** In figura è riportata la struttura interna di una stella di neutroni. A sinistra si trovano i valori di densità dei vari strati, a destra i valori di distanza dal centro della stella [4].

senzialmente dalle forze di interazione di Coulomb. La conduttività elettrica nella crosta interna è dovuta in gran parte agli elettroni.

- Interior: regioni più centrali, dove la composizione della materia è ancora estremamente poco chiara e la densità supera quella nucleare, le particelle elementari possono comportarsi in modi imprevedibili (discuteremo meglio questi aspetti nella prossima sottosez. 2.5.1 ).

Si può osservare che la densità stellare varia di circa 9 ordini di grandezza tra la superficie ( $\rho \sim 10^9 \frac{g}{cm^3}$ ) e le regioni centrali ( $\rho \sim 10^{18} \frac{g}{cm^3}$ ).

## 2.5.1 Materia ultradensa

Nei nuclei delle stelle di neutroni, la materia è fredda e ultradensa, caratterizzata da elevati potenziali chimici e da una significativa asimmetria nel numero di neutroni

e protoni. Infatti, la condizione di equilibrio  $\beta$ , data da:

$$\left( \frac{\partial \epsilon/n}{\partial Y_e} \right)_n = \mu_e + \mu_p - \mu_n = 0 \quad (2.7)$$

indica frazioni protoniche pari a  $x \lesssim 10\%$ , a differenza dei nuclei normali che possiedono un numero quasi uguale di protoni e neutroni (definiti materia simmetrica). Nell'equazione precedente,  $\epsilon/n$  è l'energia per barione;  $\mu_e$ ,  $\mu_p$  e  $\mu_n$  sono i potenziali chimici di elettroni, protoni e neutroni, rispettivamente; e  $Y_e$  è il numero di elettroni per barione.

Le densità nei nuclei possono raggiungere circa  $10 \rho_{sat}$ . Dato che i neutroni si sovrappongono geometricamente a circa  $4 \rho_{sat}$ , a queste densità estreme, la materia potrebbe non essere composta solo da nucleoni, ma contenere una ricca varietà di gradi di libertà adronici. Con l'aumentare della sovrapposizione tra nucleoni, ci si aspettano transizioni verso stati non nucleonici della materia. Inoltre, condensati di Bose-Einstein di mesoni, come il pione, o condensati di kaoni possono presentarsi a densità più elevate. È anche possibile che la materia ultradensa contenga quark strani in forme diverse dai kaoni, poiché le interazioni deboli nei nuclei freddi delle stelle di neutroni possono portare a stati della materia con un elevato grado di stranezza.

I principi primi non sono ancora in grado di descrivere le interazioni di un tale sistema a densità diverse volte superiori a quella di saturazione nucleare, per questo motivo, sono stati seguiti diversi approcci nei calcoli dell'equazione di stato della materia delle stelle di neutroni.

Un approccio comune basato sulla teoria dei campi effettivi si basa sull'espansione delle Hamiltoniane nucleari in termini di potenziale statico a due, tre, ..., N corpi, assumendo che le forze tra le particelle possano essere descritte tramite potenziali statici a pochi corpi.

Il potenziale a due corpi viene determinato in prossimità di  $\rho_{sat}$  per la materia simmetrica utilizzando dati di scattering nucleone-nucleone al di sotto di  $350 \text{ MeV}$  e le proprietà dei nuclei leggeri, e vengono aggiunti i contributi dei potenziali a tre corpi. Le equazioni di stato risultanti sono particolarmente sensibili alle interazioni a tre nucleoni a causa della quasi-annullamento tra il termine cinetico e il termine a due corpi in questi potenziali. In questi approcci, è anche comune utilizzare Hamiltoniani nucleari che sono sperimentalmente vincolati per la materia simmetrica attorno alla densità nucleare ed esprimono l'energia per barione a densità più elevata e a una maggiore frazione di neutroni come espansione parametrica in termini del rapporto  $\mu = \rho/\rho_{sat}$  e dell'eccesso di neutroni  $1 - 2x$ :

$$\frac{\epsilon(u, x)}{n} = -B + \frac{K_o}{18}(u - 1)^2 + \frac{K'_o}{162}(u - 1)^3 + S_2(u)(1 - 2x)^2. \quad (2.8)$$

In questa espansione,  $B \simeq 16 \text{ MeV}$  è l'energia di legame di massa della materia simmetrica alla densità di saturazione nucleare,  $K_o$  e  $K'_o$  sono rispettivamente i parametri di incomprimibilità e asimmetria nucleare, e mostriamo solo i termini fino all'ordine quadratico. È consuetudine chiamare il termine quadratico di eccesso di neutroni energia di simmetria ed esprimerlo in termini di  $S_v$ , l'energia di simmetria

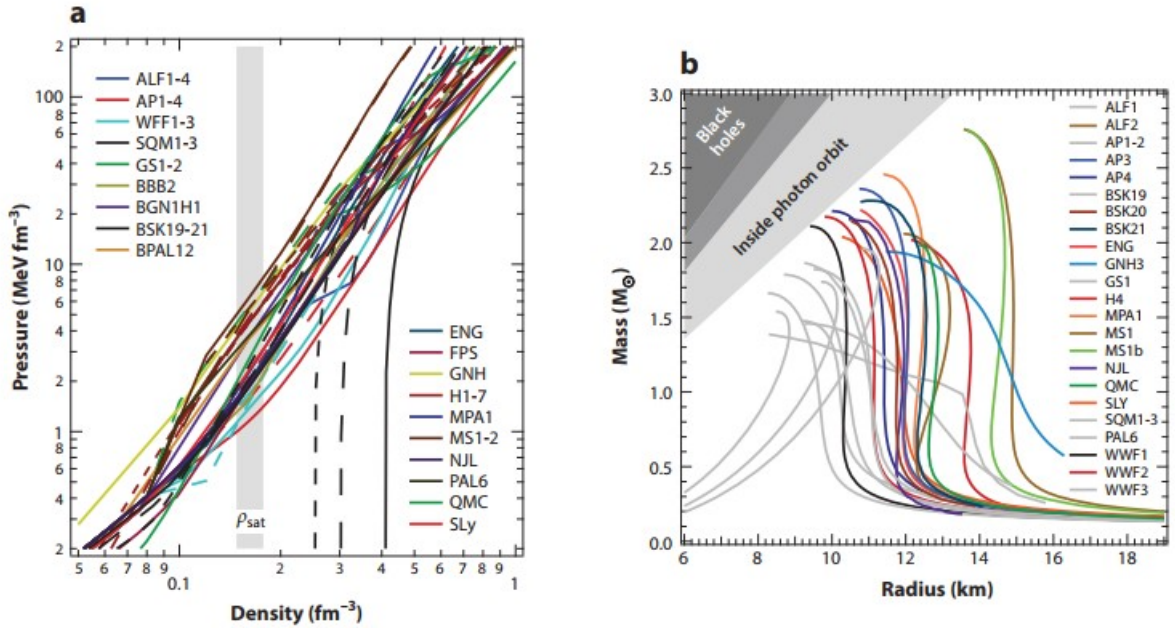
alla densità nucleare

$$S_v = S_2(1), \quad (2.9)$$

la quale rappresenta l'energia che è stata spesa da un nucleo per avere squilibrio tra neutroni e protoni e  $L$  che è correlato alla derivata dell'energia di simmetria rispetto alla densità,

$$L = 3u \left( \frac{dS_2}{du} \right)_{u=1} \quad (2.10)$$

in poche parole misura quanto rapidamente cambia l'energia di simmetria al variare della densità.



**Figura 2.10:** (a) Un ampio campione di equazione di stato proposte, calcolate in base a diverse ipotesi fisiche e utilizzando una serie di approcci computazionali. (b) Le curve massa-raggio corrispondenti alle equazioni di stato mostrate nel riquadro a [7].

A partire dalle Hamiltoniane nucleari così costruite è possibile ricavare la pressione e l'energia della materia nucleare in funzione della densità, cioè l'equazione di stato. Le relazioni  $M$ - $R$  corrispondenti alle equazioni di stato in modo univoco (vedi sotto-sez. 2.1.2) in Fig. 2.10 sono mostrate nel pannello b. Le curve che non raggiungono il limite di massa massima osservato di  $\sim 2 M_{\odot}$  sono indicate in grigio chiaro in questa figura, in quanto, dato che predicono una massa massima al di sotto di questo valore, possono essere scartate perchè fisicamente irrilevanti. Si noti inoltre che le parti astrofisicamente rilevanti di queste curve si trovano al di sopra di  $\sim 1 M_{\odot}$ .

Una caratteristica importante di molte di queste curve è che il raggio rimane pressoché costante per l'intervallo di masse astrofisicamente rilevante.

Le eccezioni degne di nota sono le "self-bound strange stars" (indicate come SQM in Fig. 2.10) dove il raggio aumenta con l'aumentare della massa, e le stelle con condensati (indicate come GS1-2, GM, PS in Fig. 2.10), dove il raggio diminuisce

con la massa oltre il punto in cui la densità centrale raggiunge il punto critico dove avviene la transizione di fase.

Le curve  $M$ - $R$  sono inoltre caratterizzate da una massa massima oltre la quale non ci sono soluzioni stabili, questo sottolinea l'importanza di porre vincoli sulla massa di stelle di neutroni il più massicce possibili, in modo da escludere alcune equazioni di stato.

In generale, le equazioni di stato con pressioni relativamente più elevate a densità superiori di  $\sim 4 \rho_{sat}$  hanno masse massime più elevate. La presenza di fasi non nucleoniche, come iperoni o condensati, riduce la pressione (definita come "rammollimento" dell'equazione di stato) e porta a masse massime più piccole.

## 2.6 Prospettive future

- Misurazioni continue delle masse delle stelle di neutroni renderanno le loro distribuzioni di massa dedotte più robuste e aiuteranno a limitare la stima della massa massima della stella aumentando le dimensioni del campione.
- Il confronto delle attuali misurazioni del raggio con quelle effettuate con altre tecniche ridurrà ulteriormente le incertezze delle misure sui raggi delle stelle di neutroni.
- Sonde multimessaggero come onde gravitazionali, neutrini e misurazioni del momento d'inerzia apriranno nuove strade nello studio della struttura delle stelle di neutroni.
- I progressi nella cromodinamica quantistica reticolare forniranno un calcolo da principi primi della composizione e delle interazioni dell'equazione di stato della materia densa, che potrà essere confrontata con i risultati delle stelle di neutroni e degli esperimenti di laboratorio.
- L'equazione di stato della materia densa calda, rilevante per le supernove e le fusioni di stelle di neutroni, richiede ulteriori studi.

## Capitolo 3

# Merger tra stelle di neutroni e onde gravitazionali

In questo capitolo verranno esaminate le onde gravitazionali e le loro sorgenti astrofisiche connesse alle stelle di neutroni.

Si discuteranno i segnali prodotti dall'inspiral di sistemi binari compatti, le caratteristiche della radiazione emessa da corpi rigidi rotanti e gli strumenti di rivelazione come gli interferometri "LIGO" e "Virgo".

Verranno illustrate le osservazioni più significative, tra cui l'evento "GW170817" e le rispettive controparti elettromagnetiche che hanno costituito il primo evento di merger tra stelle di neutroni visibile sia mediante il canale gravitazionale che elettromagnetico.

Infine, si analizzeranno i vincoli che tali osservazioni impongono sulle proprietà delle stelle di neutroni e come questi possono essere utilizzati per individuare le loro equazioni di stato più plausibili.

### 3.1 Onde gravitazionali e sorgenti astrofisiche

Un'onda gravitazionale è una perturbazione dello spazio-tempo che si propaga alla velocità della luce e nasce quando masse in moto accelerato si distribuiscono in maniera asimmetrica, generando deformazioni variabili del campo gravitazionale che si diffondono nello spazio. L'analogia con le onde elettromagnetiche è immediata: così come cariche accelerate generano campi elettrici e magnetici che si propagano nello spazio sotto forma di radiazione, allo stesso modo masse accelerate generano deformazioni dello spazio-tempo che si diffondono come onde. La differenza principale risiede nel fatto che, mentre nel caso elettromagnetico anche un moto relativamente semplice delle cariche può generare radiazione, nel caso gravitazionale la sola presenza di masse in movimento non è sufficiente. Affinché si producano onde gravitazionali è necessario che il sistema mostri movimenti accelerati con una distribuzione di massa non simmetrica, così che le deformazioni dello spazio-tempo possano propagarsi all'esterno sotto forma di radiazione.

Le sorgenti astrofisiche in grado di produrre onde gravitazionali sono molteplici. I sistemi binari compatti formati da buchi neri o stelle di neutroni sono i più potenti e costituiscono la classe di eventi da cui provengono le prime rivelazioni dirette,

come vedremo nel corso di questo capitolo.

Anche stelle di neutroni isolate sono sorgenti di onde gravitazionali continue se non sono perfettamente sferiche. Ulteriori sorgenti sono rappresentate dalle esplosioni di supernova e dai collassi gravitazionali, in cui eventuali asimmetrie possono produrre brevi impulsi di radiazione.

Infine, un fondo diffuso di onde gravitazionali potrebbe provenire dall'universo primordiale, generato durante l'epoca inflazionaria o in occasione di transizioni di fase cosmologiche, e costituirebbe un messaggio fossile delle condizioni più antiche del cosmo.

### 3.1.1 Inspiral di sistemi binari compatti

Consideriamo un sistema binario composto da due oggetti compatti, come stelle di neutroni o buchi neri, trattati come masse puntiformi. Inoltre consideriamo un moto circolare. A causa della loro accelerazione orbitale, il sistema emette onde gravitazionali. L'intensità del segnale non dipende semplicemente dalle masse individuali, ma da una combinazione particolare detta "massa chirp":

$$M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}, \quad (3.1)$$

che racchiude l'informazione più rilevante per descrivere l'evoluzione del sistema. L'onda gravitazionale possiede due stati di polarizzazione lineari, indicati con  $+$  e  $\times$ , che rappresentano due diversi modi di deformare lo spazio-tempo. Le loro ampiezze, al primo ordine, sono:

$$h_+(t) = \frac{4}{r} \left( \frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/3} \left( \frac{\pi f_{gw}(t)}{c} \right)^{2/3} \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \cos(\Phi(t)), \quad (3.2)$$

$$h_\times(t) = \frac{4}{r} \left( \frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/3} \left( \frac{\pi f_{gw}(t)}{c} \right)^{2/3} \cos \theta \sin(\Phi(t)). \quad (3.3)$$

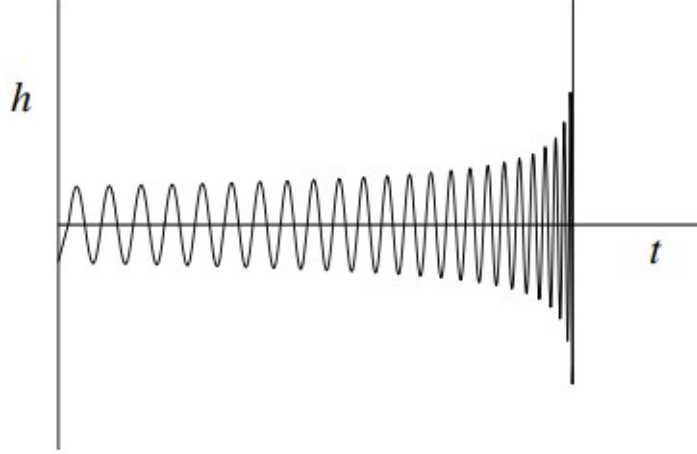
Qui:

- $r$  è la distanza dalla sorgente all'osservatore: più la sorgente è lontana, più il segnale è debole;
- $\theta$  è l'angolo di inclinazione tra il piano orbitale e la linea di vista: un'orbita vista di taglio produce un segnale diverso da una vista faccia a faccia;
- $f_{gw}$  è la frequenza dell'onda gravitazionale, che è legata alla frequenza orbitale del sistema;
- $\Phi(t)$  è la fase del segnale, che descrive come varia nel tempo la forma d'onda.

In fig. 3.1 è mostrata la dipendenza dell'ampiezza rispetto al tempo.

Dal punto di vista energetico, l'orbita ha energia

$$E_{orb} = -\frac{Gm_1 m_2}{2R}, \quad (3.4)$$



**Figura 3.1:** *L'evoluzione temporale dell'ampiezza delle onde gravitazionali durante l'inspiral di sistemi binari compatti [11].*

dove  $R$  è la separazione tra i due corpi. Con l'emissione di onde gravitazionali, il sistema perde energia, e quindi  $R$  si riduce: gli oggetti spiraleggiano uno verso l'altro. Il risultato è che la frequenza dell'onda gravitazionale aumenta progressivamente, insieme alla sua ampiezza. Questo caratteristico aumento viene chiamato segnale "chirp".

Si può dimostrare [11] che l'evoluzione della frequenza segue:

$$\dot{f}_{gw} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left( \frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} f_{gw}^{11/3}, \quad (3.5)$$

e integrando l'eq. 3.5, osserviamo che  $f_{gw}$  diverge ad un valore di tempo finito che denotiamo  $t_{coal}$ . In termini di  $\tau = t_{coal} - t$  (tempo di coalescenza) la soluzione dell'eq. 3.5 è data dalla seguente:

$$f_{gw}(\tau) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{5}{256} \frac{1}{\tau} \right)^{3/8} \left( \frac{GM_c}{c^3} \right)^{-5/8} \quad (3.6)$$

La divergenza è trascurata perchè quando la loro separazione diventa inferiore a una distanza critica, le due stelle si fondono.

Inserendo i valori numerici nell'eq. 3.6 troviamo

$$f_{gw}(\tau) \simeq 134 \text{ Hz} \left( \frac{1.21 M_\odot}{M_c} \right)^{5/8} \left( \frac{1 \text{ s}}{\tau} \right) \quad (3.7)$$

dove, come valore di riferimento per  $M_c$  abbiamo preso  $1.21 M_\odot$ , che rappresenta la massa di chirp di un sistema di due stelle ognuna avente massa di  $1.4 M_\odot$ . Equivalentemente possiamo scrivere l'eq. 3.7 in questo modo:

$$\tau \simeq 2.18 \text{ s} \left( \frac{1.21 M_\odot}{M_c} \right)^{5/3} \left( \frac{100 \text{ Hz}}{f_{gw}} \right)^{8/3} \quad (3.8)$$

Da ciò troviamo che (quando  $M_c = 1.21 M_\odot$ ) a  $10 \text{ Hz}$  (che è dell'ordine delle frequenze più basse accessibili agli interferometri a terra) otteniamo la radiazione emessa circa a  $\tau = 17 \text{ min}$  dalla coalescenza; a  $100 \text{ Hz}$  otteniamo la radiazione proveniente dagli ultimi due secondi, e a  $1 \text{ kHz}$  otteniamo la radiazione degli ultimi millisecondi. Dalla legge di Keplero

$$\omega_s^2 = \frac{Gm^3}{R} \quad (3.9)$$

dove  $m = m_1 + m_2$  e  $\omega_s$  e  $R$  sono rispettivamente la frequenza e il raggio orbitale, troviamo che, quando  $f_{gw} = 1 \text{ kHz}$ , la separazione tra due corpi con  $m_1 = m_2 = 1.4 M_\odot$  è  $R \simeq 33 \text{ km}$ . Una separazione così piccola può essere raggiunta solo da corpi molto compatti come stelle di neutroni e buchi neri.

All'aumentare della frequenza, il raggio orbitale si restringe.

Dalle eq. 3.9 e 3.6 (ricordando che  $\tau = t_{coal} - t$ , quindi  $d\tau = -dt$ , e indicando con un punto la derivata rispetto al tempo) otteniamo

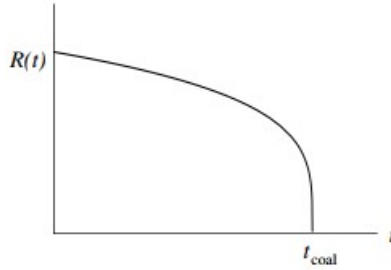
$$\frac{\dot{R}}{R} = -\frac{2}{3} \dot{\omega}_{gw} \frac{1}{\omega_{gw}} = -\frac{1}{4\tau}. \quad (3.10)$$

Integrando si trova

$$R(\tau) = R_0 \left( \frac{\tau}{\tau_0} \right)^{1/4} = R_0 \left( \frac{t_{coal} - t}{t_{coal} - t_0} \right)^{1/4} \quad (3.11)$$

dove  $R_0$  è il valore di  $R$  all'istante iniziale  $t_0$ , e  $\tau_0 = t_{coal} - t_0$ .

In fig. 3.2 è mostrata la dipendenza del raggio orbitale rispetto al tempo.



**Figura 3.2:** L'evoluzione temporale della separazione tra i due corpi  $R(t)$  fino al tempo di coalescenza  $\tau_{coal}$  [11].

Inserendo l'eq. 3.6, valutata all'istante iniziale  $t_0$  quando  $\tau = \tau_0$ , nell'eq. 3.9, troviamo la relazione tra il raggio iniziale  $R_0$  e il tempo alla coalescenza  $\tau_0$ :

$$\tau_0 = \frac{5}{256} \frac{c^5 R_0^4}{G^3 m^2 \mu}. \quad (3.12)$$

Esprimendo il raggio iniziale  $R_0$  in funzione del periodo orbitale iniziale

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_s(\tau_0)} \quad (3.13)$$

tramite la legge di Keplero,  $R_0^2 = Gm(T_0/2\pi)^2$ , e sostituendo i valori numerici, si ottiene

$$\tau_0 \simeq 9.829 \times 10^6 \text{ yr} \left( \frac{1 \text{ hr}}{T_0} \right)^{8/3} \left( \frac{M_\odot}{m} \right)^{2/3} \left( \frac{M_\odot}{\mu} \right). \quad (3.14)$$

Pertanto, sotto l'ipotesi di orbite circolari e per masse dell'ordine di  $1 M_\odot$ , soltanto i sistemi binari che alla formazione avevano un periodo orbitale iniziale inferiore a circa un giorno possono essere coalesciuti per emissione di onde gravitazionali, entro l'età attuale delle galassie ( $\sim 10 \text{ Gyr}$ ).

Lo studio dei segnali di inspiral è fondamentale perché permette di stimare con grande precisione le masse dei componenti, la loro distanza e, in alcuni casi, anche la presenza di spin. I rivelatori di onde gravitazionali come LIGO e Virgo (vedi sottosez. 3.2.2) sfruttano proprio la forma universale di questo segnale per individuarlo all'interno del rumore attraverso tecniche di correlazione.

### 3.1.2 Radiazione da corpi rigidi rotanti

Un'altra classe di sorgenti riguarda le stelle di neutroni isolate e in rapida rotazione. Se una stella fosse perfettamente sferica, non emetterebbe onde gravitazionali, perché la distribuzione di massa non cambia nel tempo. Tuttavia, le stelle di neutroni possono avere piccole asimmetrie: ad esempio una montagna solida alta pochi centimetri sulla crosta o deformazioni prodotte da campi magnetici intensissimi. Questa deviazione dalla simmetria perfetta è descritta dall'elletticità  $\epsilon$ .

Un corpo asimmetrico in rotazione produce un segnale continuo di onde gravitazionali.

L'ampiezza osservata a Terra può essere stimata [11] come:

$$h_0 \simeq 1.06 \times 10^{-25} \left( \frac{\epsilon}{10^{-6}} \right) \left( \frac{I_3}{10^{38} \text{ kg m}^2} \right) \left( \frac{10 \text{ kpc}}{r} \right) \left( \frac{f_{gw}}{1 \text{ kHz}} \right)^2, \quad (3.15)$$

dove:

- $\epsilon$  quantifica quanto la stella è deformata rispetto alla sfera;
- $I_3$  è il momento di inerzia principale della stella, tipicamente dell'ordine  $10^{38} \text{ kg m}^2$ ;
- $r$  è la distanza della stella dalla Terra;
- $f_{gw} = 2f_{rot}$  è la frequenza dell'onda gravitazionale, che risulta il doppio della frequenza di rotazione della stella.

La potenza emessa in onde gravitazionali è:

$$P = \frac{32G}{5c^5} \epsilon^2 I_3^2 \omega_{rot}^6, \quad (3.16)$$

e corrisponde a una perdita di energia rotazionale:

$$\frac{dE_{rot}}{dt} = -P, \quad (3.17)$$

che causa un rallentamento graduale della frequenza di rotazione:

$$\dot{\omega}_{rot} = -\frac{32G}{5c^5} \epsilon^2 I_3 \omega_{rot}^5. \quad (3.18)$$

In linea teorica, quindi, una stella di neutroni con una deformazione sufficientemente grande perderebbe una parte significativa della sua energia attraverso onde gravitazionali. Tuttavia, le osservazioni delle pulsar mostrano che il rallentamento è spiegato soprattutto dall'emissione elettromagnetica (per esempio, fasci di radiazione radio o X legati al forte campo magnetico). Ciò non esclude che alcune stelle di neutroni particolarmente deformate possano emettere onde gravitazionali continue rilevabili: questi segnali, anche se più deboli dei chirp delle binarie, hanno il vantaggio di essere persistenti nel tempo e quindi analizzabili con lunghe osservazioni.

## 3.2 Osservazioni di onde gravitazionali

In questa sezione verranno presentate delle importanti e famose osservazioni di onde gravitazionali, grazie alle quali si è riuscito a verificare i risultati teorici descritti accuratamente nella sezione precedente.

### 3.2.1 Hulse-Taylor binary pulsar

La pulsar binaria "PSR B1913+16", scoperta nel 1974 da Hulse e Taylor, è composta da due stelle di neutroni in orbita con periodo  $P_b \simeq 7.75$  ore ed eccentricità  $e \simeq 0.617$ . Una delle due stelle è osservata come pulsar, con periodo di rotazione  $P \simeq 59$  ms. L'analisi del pulsar timing, ossia delle variazioni nei tempi di arrivo degli impulsi radio, ha permesso di misurare con grande precisione i parametri orbitali.

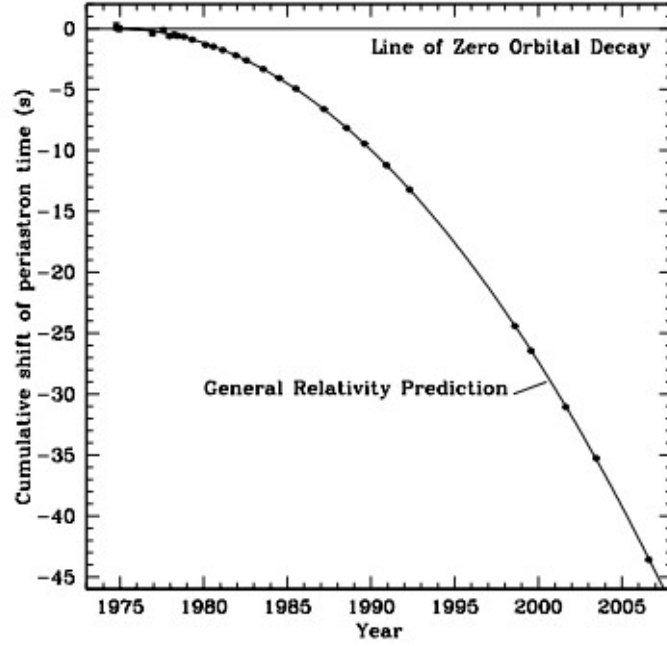
Dall'analisi dei dati [11] emerge un'anticipazione del periastrone (punto dell'orbita ellittica in un sistema binario stellare in cui una stella si trova alla minima distanza dalla sua compagna) con velocità angolare

$$\dot{\omega} = \frac{3}{c^2} \left( \frac{2\pi}{P_b} \right)^{5/3} \frac{[G(m_p + m_c)]^{2/3}}{1 - e^2}, \quad (3.19)$$

dove  $m_p$  e  $m_c$  sono le masse della pulsar e della compagna,  $G$  è la costante gravitazionale e  $c$  la velocità della luce. Per PSR B1913+16 si misura  $\dot{\omega} \simeq 4.2$  gradi/anno, in eccellente accordo con la relatività generale.

Il test più rilevante riguarda però la variazione secolare del periodo orbitale, mostrata in Fig. 3.3. Secondo la teoria di Einstein, il sistema perde energia orbitale emettendo onde gravitazionali. La conseguente variazione del periodo orbitale è data da

$$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5c^5} \left( \frac{2\pi G}{P_b} \right)^{5/3} \frac{m_p m_c}{(m_p + m_c)^{1/3}} \frac{1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4}{(1 - e^2)^{7/2}}. \quad (3.20)$$



**Figura 3.3:** *Decadimento orbitale del sistema binario PSR B1913+16. I punti dati indicano la variazione osservata del periastrone con la data, mentre la parabola è la previsione della relatività generale per un sistema che emette onde gravitazionali [11].*

Il valore osservato, dopo aver corretto per l'accelerazione dovuta alla rotazione galattica, risulta

$$\frac{\dot{P}_b^{obs}}{\dot{P}_b^{GR}} \simeq 1.001 \pm 0.002, \quad (3.21)$$

in perfetto accordo con la previsione relativistica e quindi con l'esistenza delle onde gravitazionali.

Questa scoperta valse a Hulse e Taylor il premio Nobel per la fisica nel 1993.

### 3.2.2 Interferometri LIGO e Virgo

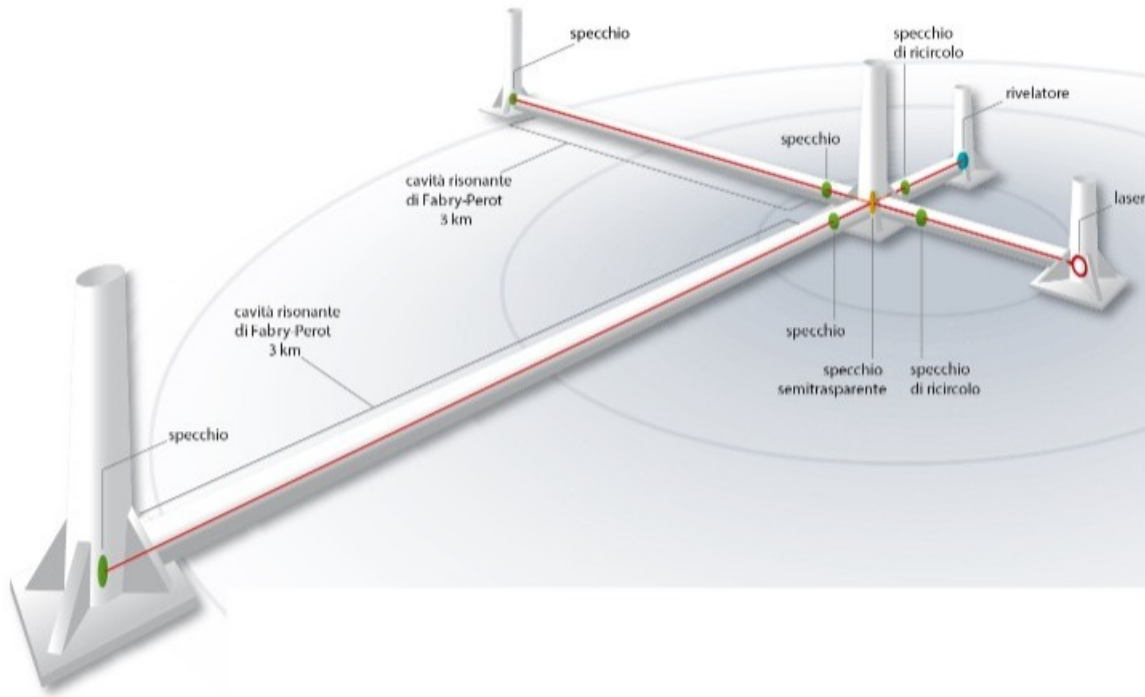
LIGO e Virgo sono interferometri di Michelson di grande scala tramite cui attualmente si stanno osservando eventi di onde gravitazionali come, ad esempio, quelli provenienti dal merger di due stelle di neutroni.

Nei rivelatori di onde gravitazionali come LIGO e Virgo, un laser monocromatico viene diviso in due fasci ortogonali che percorrono due bracci di lunghezza  $L$ .

Al termine di ciascun braccio gli specchi sospesi riflettono il fascio, che viene ricombinato nel punto di ingresso. Se i due bracci hanno esattamente la stessa lunghezza ottica, l'interferenza è distruttiva e non si osserva luce al rivelatore.

Una rappresentazione schematica della configurazione ottica di LIGO e Virgo è mostrata in Fig. 3.4

Il passaggio di un'onda gravitazionale modifica la distanza relativa tra gli specchi lungo direzioni ortogonali, stirando un braccio e comprimendo l'altro in maniera alternata. Queste variazioni sono minuscole ( $\Delta L/L \sim 10^{-21}$ ), ma sufficienti a cam-



**Figura 3.4:** *Rappresentazione schematica della struttura degli interferometri LIGO e Virgo.*

biare le condizioni di interferenza. In questo modo il rivelatore traduce il segnale gravitazionale in una variazione di intensità luminosa misurabile.

LIGO è costituito da due interferometri gemelli situati a Livingston (Louisiana) e Hanford (Washington), ciascuno con bracci di  $L = 4 \text{ km}$ . La distanza geografica tra i due siti ( $\sim 3000 \text{ km}$ ) permette di confrontare i segnali e fornire informazioni sulla localizzazione della sorgente tramite la differenza nei tempi di arrivo.

Dopo un importante aggiornamento tecnologico: Advanced LIGO, questi rivelatori hanno raggiunto la sensibilità necessaria per osservare i primi eventi gravitazionali, tra cui la fusione di buchi neri binari (GW150914) e, successivamente, la fusione di due stelle di neutroni (GW170817).

Virgo, invece, si trova a Cascina, nei pressi di Pisa, ed è frutto di una collaborazione internazionale guidata da INFN e CNRS. Anche Virgo è un interferometro di Michelson con bracci lunghi  $L = 3 \text{ km}$ . La sua entrata in funzione nella rete globale di rivelatori ha permesso di migliorare la triangolazione della posizione delle sorgenti: l'aggiunta di Virgo ha ridotto le aree di incertezza da centinaia a poche decine di gradi quadrati, come nel caso di GW170817 (vedi sottosez. 3.2.3).

Inoltre, Virgo adotta sofisticati sistemi di sospensione degli specchi e di isolamento sismico per ridurre i rumori di fondo.

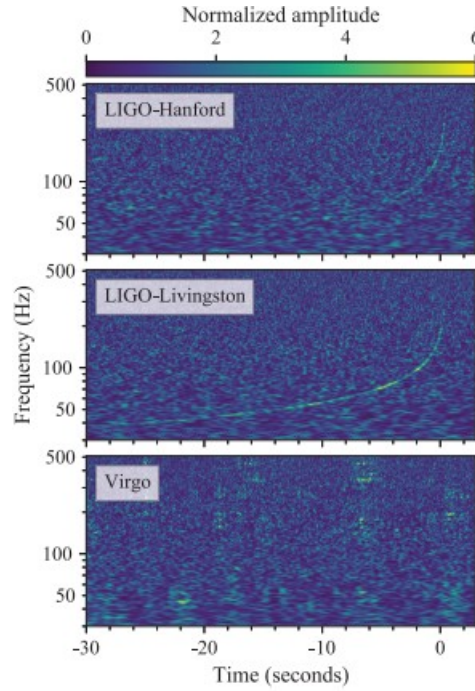
Il funzionamento combinato di LIGO e Virgo consente non solo di aumentare la sensibilità, ma soprattutto di localizzare le sorgenti nel cielo. Il confronto dei tempi di arrivo nei tre interferometri permette di ricostruire la regione di cielo più probabile, aspetto cruciale per le osservazioni multi-messaggero che ne richiedono ulteriori

rapide da parte di telescopi ottici e di altri osservatori per essere confermate.

### 3.2.3 GW170817 e le controparti elettromagnetiche

Il 17 agosto 2017 i rivelatori avanzati LIGO e Virgo hanno osservato per la prima volta un segnale di onde gravitazionali prodotto dall'inspiral e dalla successiva fusione di due stelle di neutroni, evento catalogato come GW170817 [12].

Il segnale, durato circa 100 secondi nella banda di sensibilità dei rivelatori, ha mostrato il tipico andamento caratteristico per la frequenza di sistemi binari compatti descritto dall'eq. 3.6 e ben visibile in Fig. 3.5



**Figura 3.5:** Rappresentazioni tempo-frequenza dei dati contenenti l'evento di onde gravitazionali GW170817, osservato dai rivelatori LIGO-Hanford (in alto), LIGO-Livingston (al centro) e Virgo (in basso). I tempi sono indicati in relazione al 17 agosto 2017 alle 12:41:04 UTC. La scala di ampiezza in ciascun rivelatore è normalizzata alla densità spettrale di ampiezza del rumore di quel rivelatore [12].

Dall'analisi dei dati è stata stimata con grande precisione la massa di chirp, pari a  $M = 1.188^{+0.004}_{-0.002} M_{\odot}$ , mentre le masse individuali delle due stelle sono risultate comprese tra circa 0.86 e  $2.26 M_{\odot}$ .

Questi valori sono pienamente compatibili con l'ipotesi di due stelle di neutroni.

La distanza di luminosità misurata è di  $40^{+8}_{-14}$  Mpc, corrispondente a circa 130 milioni di anni luce.

La localizzazione della sorgente è stata resa possibile dall'uso combinato dei tre rivelatori, che hanno ristretto l'area di cielo a circa  $28^{\circ 2}$ .

Un aspetto straordinario di GW170817 è stato il rilevamento simultaneo di controparti elettromagnetiche [13]. A soli  $\sim 1.7$  s dopo la coalescenza, il satellite

"Fermi-GBM" ha osservato un lampo di raggi  $\gamma$ : "GRB 170817A", la cui durata caratteristica era  $\simeq 2\text{ s}$ , quindi classificabile come short gamma-ray burst.

Nelle ore successive, numerose campagne osservative multi-banda, hanno permesso di individuare un transiente ottico nella galassia ellittica "NGC 4993", situata a circa  $40\text{ Mpc}$ , in accordo con la distanza stimata dal segnale gravitazionale.

Questa controparte ottica, denominata "AT2017gfo", è stata osservata per la prima volta meno di 11 ore dopo l'evento.

La sua curva di luce ha mostrato un rapido decadimento nella banda ultravioletta e blu (entro  $\sim 48$  ore), mentre l'emissione nel vicino infrarosso è aumentata e ha dominato l'evoluzione nei successivi  $\sim 10$  giorni.

La timeline delle controparti elettromagnetiche di GW170817 è mostrata accuratamente in Fig. 3.6.

Tali caratteristiche non erano compatibili con una supernova classica, ma ben descritte da un modello di kilonova: un'esplosione alimentata dal decadimento radioattivo di nuclei pesanti sintetizzati durante la fusione tramite processo  $r$  (rapid neutron capture).

Dunque, GW170817 rappresenta il primo caso di osservazioni, in cui onde gravitazionali ed emissione elettromagnetica sono state osservate congiuntamente.

Dal segnale delle onde gravitazionali si sono ricavate informazioni sulla dinamica del sistema binario e sulla materia densa nelle stelle di neutroni, mentre le osservazioni ottiche e infrarosse della kilonova hanno rivelato i processi nucleosintetici in atto.

Questo evento segna una tappa fondamentale nello studio dell'universo, mostrando come l'unione di più canali osservativi consenta di ottenere una comprensione qualitativa e quantitativa molto più completa dei fenomeni astrofisici estremi.

### 3.3 Vincoli derivanti da osservazioni di onde gravitazionali

Le osservazioni di sistemi binari compatti tramite interferometri gravitazionali hanno introdotto una nuova modalità per vincolare l'equazione di stato della materia ultradensa nelle stelle di neutroni.

Già il segnale GW170817, discusso nella sezione precedente, ha rappresentato una svolta in questo ambito: esso ha permesso di determinare la massa di chirp con altissima precisione ( $M = 1.186 \pm 0.001 M_\odot$ ) grazie alla lunga durata del segnale, che ha coperto migliaia di orbite prima della coalescenza.

Una volta fissata la massa totale del sistema, la quantità che fornisce informazioni dirette sull'equazione di stato è la "deformabilità mareale"  $\Lambda$ , la quale misura la facilità con cui una stella di neutroni si deforma sotto l'azione gravitazionale della compagna.

Essa è definita dalla seguente relazione

$$\Lambda = \frac{2}{3} k_2 \left( \frac{c^2 R}{GM} \right)^5, \quad (3.22)$$

dove  $k_2$  è il "Love number quadrupolare", un parametro adimensionale che descrive la risposta della distribuzione di massa interna a una perturbazione gravitazionale esterna. Il valore di  $k_2$  dipende dalla struttura interna della stella e, in prima approssimazione, risulta  $\propto R/M$ .

La collaborazione LIGO-Virgo ha stimato per GW170817 un limite superiore  $\tilde{\Lambda}_{1.186} < 800$  al 90% di confidenza, dove  $\tilde{\Lambda}$  è una combinazione pesata delle deformabilità individuali delle due stelle di neutroni in un sistema binario. Poiché  $\Lambda \propto (R/M)^6$ , questo limite si traduce in un vincolo stringente sul raggio delle stelle di neutroni con massa  $1.4 M_\odot$ , che risulta compreso tra circa 9.3 e 13.1 km.

Dunque, si può affermare che le relazioni  $M$ - $R$  più probabili sono quelle che, in Fig. 2.8, predicono valori di raggio all'interno del range definito dal vincolo citato precedentemente (quindi quelle posizionate al centro dell'asse  $x$  in Fig. 2.8).

Essendoci una mappatura univoca tra equazioni di stato e relazioni  $M$ - $R$  (come discusso nella sottosez. 2.1.2), possiamo affermare che possono essere escluse sia le equazioni di stato troppo morbide, sia troppo rigide (si rimanda alla sez. 2.4 per la definizione di equazioni di stato morbide e rigide).

Un ulteriore vincolo emerge dall'osservazione delle controparti elettromagnetiche di GW170817. Il fatto che l'oggetto prodotto dalla fusione non sia collassato immediatamente in un buco nero, ma abbia sopravvissuto per un tempo finito sotto forma di stella di neutroni ipermassiccia, implica che la massa massima supportabile da una stella di neutroni non può superare valori dell'ordine di  $2.2$ - $2.3 M_\odot$ . Tale risultato è coerente con il limite inferiore di  $2.0 M_\odot$  derivato da pulsar radio massicce, e fornisce quindi un intervallo molto ristretto entro cui deve collocarsi  $M_{\max}$ .

Questi dati hanno avuto l'effetto di ridurre drasticamente il numero di equazioni di stato ammissibili. Rimane tuttavia aperta la possibilità di transizioni di fase verso materia deconfinata di quark: scenari con un nucleo di quark circondato da un guscio nucleare non sono esclusi, purché la transizione avvenga in modo graduale e non comprometta la capacità dell'equazione di stato di sostenere stelle di due masse solari.

Infine, possiamo ottenere un ulteriore vincolo sulla popolazione di stelle di neutroni dall'analisi dei sistemi binari compatti osservati tramite onde gravitazionali. Lo studio condotto dalla collaborazione LIGO-Virgo-KAGRA, basato sul catalogo GWTC-3 [15], ha permesso di dedurre la distribuzione di massa delle stelle di neutroni che partecipano a eventi di coalescenza binaria, utilizzando modelli di popolazione parametrizzati.

In particolare, sono stati adottati due modelli principali: il modello POWER, che descrive la distribuzione di massa come una legge di potenza troncata con limiti inferiori e superiori, e il modello PEAK, che rappresenta la distribuzione con una forma gaussiana caratterizzata da un picco e da una dispersione.

Entrambi i modelli prevedono limiti di massa  $m_{\min}$  e  $m_{\max}$  e assumono che le componenti dei sistemi binari siano estratte indipendentemente dalla stessa distribuzione di massa.

La Fig. 3.7 mostra le distribuzioni di massa dedotte dai dati gravitazionali in confronto a quelle note per le stelle di neutroni localizzate all'interno della nostra galassia.

La distribuzione osservata nei sistemi binari della Via Lattea, centrata attorno a  $1.33 M_{\odot}$ , risulta piuttosto stretta e ben definita; al contrario, la popolazione dedotta dagli eventi di coalescenza analizzati nel catalogo GWTC-3 appare più ampia e con una coda estesa verso masse più elevate.

Il modello POWER tende a favorire una distribuzione quasi piatta o debolmente decrescente con la massa, mentre il modello PEAK riproduce una distribuzione più concentrata ma comunque con supporto fino a masse prossime al limite teorico massimo.

L'inserito della figura rappresenta la distribuzione posteriore per la massa massima  $m_{\max}$  nella popolazione di stelle di neutroni, confrontata con quella stimata per le stelle di neutroni nella galassia. È inoltre riportata la prior basata sull'equazione di stato e sulle equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff (eq. 2.1), che impone la condizione  $m_{\max} \leq M_{\max;TOV}$ , cioè che la massa delle stelle di neutroni osservate non superi quella massima supportabile da una stella di neutroni non rotante.

Dalle analisi risulta che la massa minima delle stelle di neutroni nei sistemi osservati si colloca intorno a  $1.1\text{-}1.2 M_{\odot}$ , mentre la massa massima stimata è di circa  $2.0 M_{\odot}$  per entrambi i modelli, in accordo con il limite inferiore derivato dalle pulsar radio più massicce e con i vincoli teorici sull'equazione di stato.

La popolazione osservata mediante onde gravitazionali mostra dunque una maggiore prevalenza di stelle di neutroni con masse elevate rispetto a quella galattica, pur mantenendosi compatibile con il limite massimo  $M_{\max;TOV}$  entro le incertezze statistiche.

Le incertezze ancora ampie riflettono il numero limitato di eventi finora disponibili nel catalogo GWTC-3; secondo lo studio, saranno necessari almeno una cinquantina di rivelamenti di sistemi binari di stelle di neutroni per poter determinare la massa massima con un'incertezza inferiore a  $0.1 M_{\odot}$ .

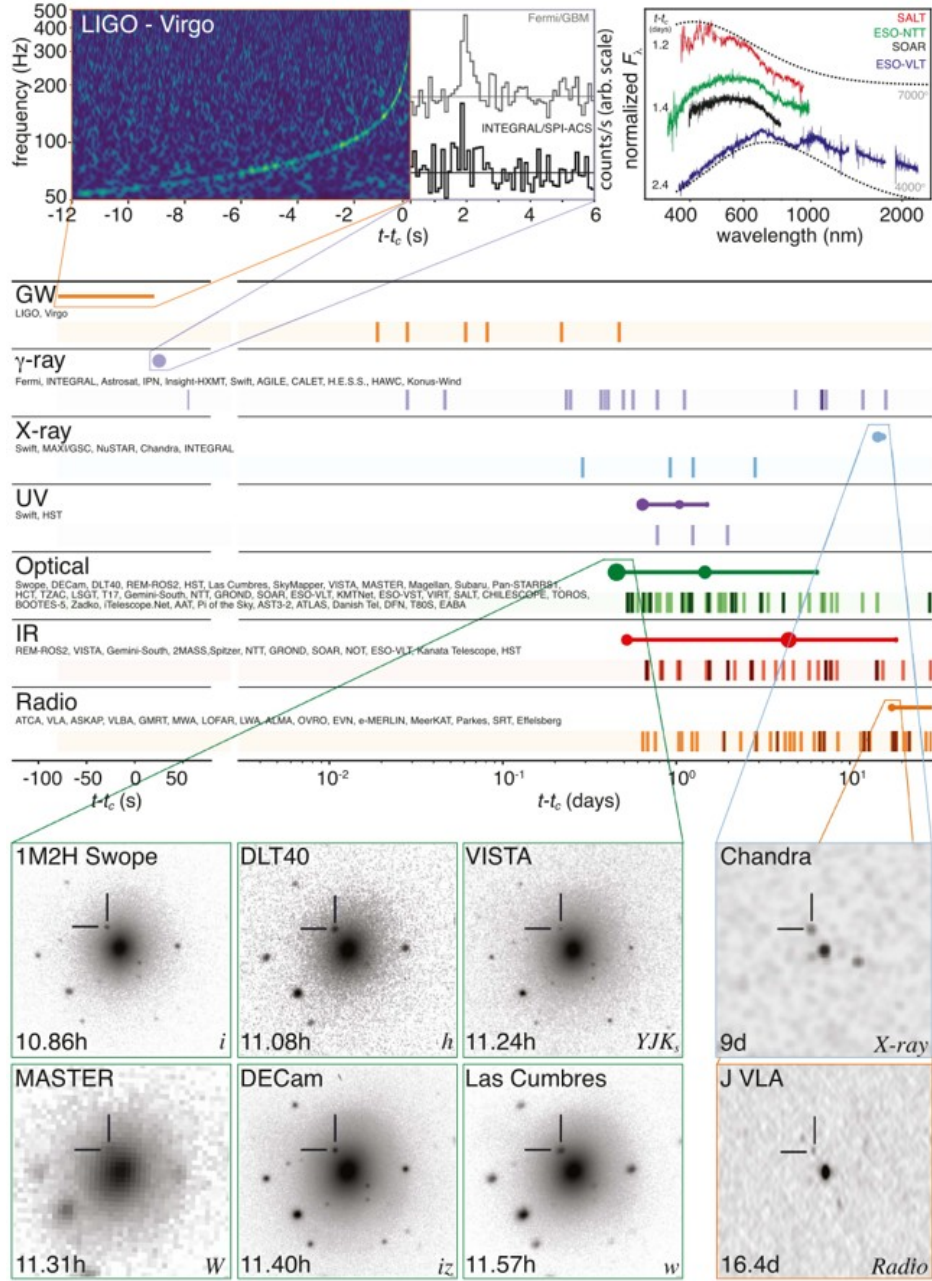
Con l'aumentare delle osservazioni, sarà quindi possibile affinare ulteriormente la ricostruzione della distribuzione di massa e porre vincoli più stringenti sull'equazione di stato della materia densa nucleare.

In conclusione, le osservazioni gravitazionali dei sistemi binari compatti hanno aperto una nuova finestra sullo studio della materia ultradensa. Dalla misura della deformabilità mareale in GW170817 ai limiti sulla massa massima derivati dalla sopravvivenza temporanea dell'oggetto post-fusione, fino alle analisi di popolazione del catalogo GWTC-3, è emerso un quadro sempre più coerente e vincolante per le equazioni di stato delle stelle di neutroni.

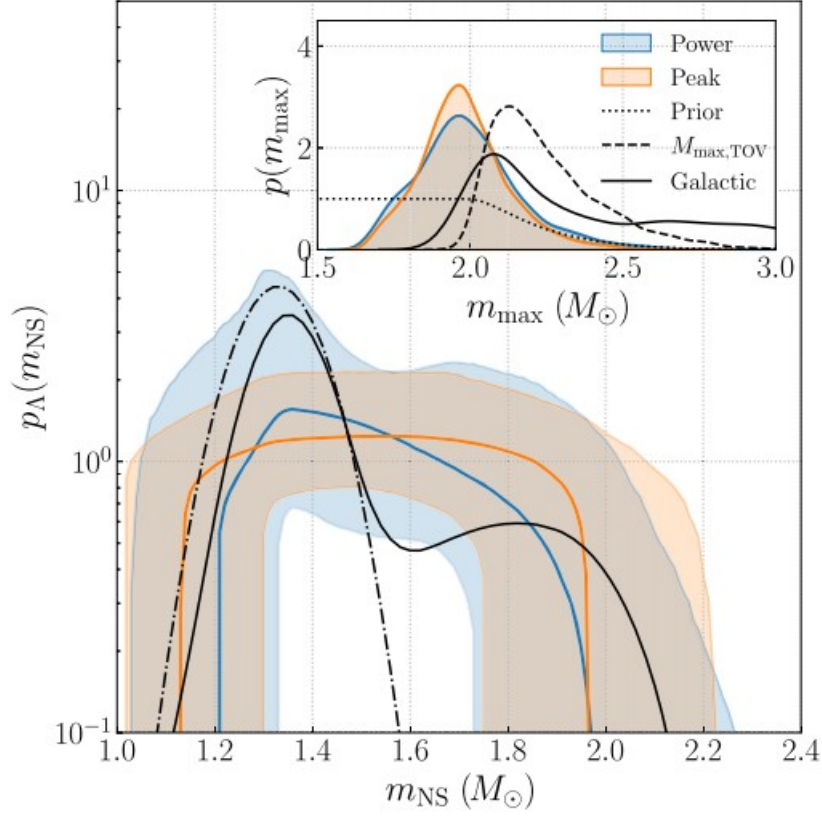
Sebbene permangano incertezze dovute al numero limitato di eventi, i risultati attuali hanno già escluso scenari troppo estremi e definito un intervallo realistico per valori di raggio e massa delle stelle di neutroni.

Le future rivelazioni, soprattutto grazie ai rivelatori di terza generazione come "Ein-

stein Telescope” e ”Cosmic Explorer”, permetteranno di ridurre ulteriormente queste incertezze, portando a una comprensione sempre più precisa della fisica che governa la materia nelle condizioni più estreme dell’universo.



**Figura 3.6:** Timeline degli eventi GW170817, GRB 170817A, AT2017gfo e delle osservazioni successive. L'immagine mostra diversi messaggeri astronomici (onde gravitazionali, raggi gamma, luce ottica, raggi X e onde radio) rispetto al tempo dell'evento gravitazionale  $t_c$ . Le linee tratteggiate indicano quando le informazioni dell'evento sono state riportate tempestive alla comunità scientifica, mentre i cerchi pieni rappresentano osservazioni specifiche, con l'area proporzionale alla luminosità. Le linee continue indicano i periodi in cui la sorgente era rilevabile da almeno un telescopio. I riquadri in basso mostrano le prime rivelazioni nei vari messaggeri: lo spettrogramma combinato di LIGO per le onde gravitazionali, le curve di luce dei satelliti Fermi-GBM e INTEGRAL per i raggi gamma, le prime immagini e spettri della controparte ottica AT2017gfo, e le prime rivelazioni in raggi X e radio dai telescopi Chandra e J VLA. Ogni spettro è normalizzato al massimo e spostato verticalmente per chiarezza [13].



**Figura 3.7:** Sono illustrate le distribuzioni mediane della massa e gli intervalli di credibilità al 90% per i modelli di popolazione POWER (blu) e PEAK (arancione). La distribuzione dei sistemi binari galattici è rappresentata dalla linea tratteggiata nera, mentre la distribuzione di tutte le stelle di neutroni galattiche è mostrata dalla linea continua nera. L'inserito evidenzia la distribuzione posteriore della massa massima nella popolazione di stelle di neutroni per entrambi i modelli, includendo anche quella basata sull'equazione di stato e sulle equazioni TOV (linea tratteggiata), proporzionale alla funzione di distribuzione cumulativa di  $M_{\text{max},\text{TOV}}$  [15] .

# Conclusioni

In questo elaborato di tesi è stata analizzata la formazione, le proprietà macroscopiche e la struttura interna delle stelle di neutroni, con un'attenzione particolare al rapporto tra equazione di stato e relazione massa-raggio e all'uso dei dati osservativi (elettromagnetici e gravitazionali) per porre vincoli sulla microfisica della materia ultradensa.

Il problema centrale affrontato è quindi quello di come collegare osservabili astrofisici (massa, raggio, segnali gravitazionali) all'equazione di stato della materia nucleare in condizioni di densità sopranucleare, attraverso le equazioni di Tolman-Oppenheimer-Volkoff e tecniche di inferenza parametrica.

I risultati principali emersi dalla trattazione possono essere elencati come segue:

- Le misure combinate di massa e raggio hanno consentito di limitare in modo significativo gli spazi dei parametri dell'equazione di stato: si è concluso che le pressioni misurate a  $1.85 (P_1)$ ,  $3.7 (P_2)$  e  $7.4 \rho_{\text{sat}} (P_3)$  possono rappresentare più di quaranta equazioni di stato, con incertezze relative sulle pressioni di pochi punti percentuali:  $\frac{\Delta p_i}{p_i} \lesssim 5\%$ .

- L'analisi bayesiana delle misurazioni di raggio e massa suggerisce un'equazione di stato preferita, lievemente più "morbida" rispetto ad alcuni modelli nucleari tradizionali (tra i quali, ad esempio, l'equazione di stato AP4).

- Le osservazioni multimessaggero di sistemi binari di stelle di neutroni (ad esempio GW170817 e le sue controparti elettromagnetiche) forniscono vincoli complementari che migliorano la determinazione di parametri macroscopici e, di conseguenza, dei parametri dell'equazione di stato.

In particolare da questi eventi si è ricavato un vincolo stringente sul raggio delle stelle di neutroni con massa  $1.4 M_\odot$ , che risulta compreso tra circa  $9.3$  e  $13.1 \text{ km}$ , permettendoci di escludere equazioni di stato che predicono valori di raggio fuori da questo range.

Inoltre la massa minima delle stelle di neutroni nei sistemi binari osservati si colloca intorno a  $1.1\text{-}1.2 M_\odot$ , mentre la massa massima stimata è di circa  $2.0 M_\odot$ , in accordo con i vincoli teorici sull'equazione di stato.

Nonostante i progressi ottenuti, permangono alcune incertezze legate al numero ancora ridotto di pulsar ed eventi di onde gravitazionali osservati e alla difficoltà di misurare con precisione massa, raggio e deformabilità mareale.

Per migliorare la robustezza di tali stime sarà necessario aumentare il numero di osservazioni di stelle di neutroni e sistemi binari di esse ed ottenere segnali con rap-

porto segnale/rumore più elevato.

In questa direzione, gli interferometri di terza generazione come Einstein Telescope e Cosmic Explorer permetteranno di rilevare migliaia di eventi di coalescenza di stelle di neutroni con sensibilità superiore e di misurare anche il segnale post-merger, direttamente collegato alle proprietà della materia a densità estreme.

Queste future osservazioni, combinate con modelli teorici più accurati, consentiranno di ridurre ulteriormente le incertezze sull'equazione di stato e di sondare in modo sempre più preciso la struttura interna delle stelle di neutroni, ad oggi ancora non totalmente compresa.

# Bibliografia

- [1] Salaris, M., Cassisi, S., *Evolution of Stars and Stellar Populations*, Wiley, 2005.
- [2] Schwarzschild, M., *Structure and Evolution of the Stars*, Dover Publications, 1958.
- [3] Slide del corso *Stellar Evolution*, Prof. Francesco Rosario Ferraro, Università di Bologna, 2024.
- [4] M. Cadelano, *The Exotic Zoo of Millisecond Pulsars in Globular Clusters: a Multi-wavelength Study*, Tesi di dottorato, Università di Bologna, 2018.
- [5] Potekhin, A. Y., *The Physics of Neutron Stars*, Physics Uspekhi **53**, 1235-1256, 2010.
- [6] Slide del corso *Gravitation and Relativity II*, Prof. M. Hendry, University of Glasgow, 2023.
- [7] Özel, F., Freire, P., *Masses, Radii, and the Equation of State of Neutron Stars*, Annual Review of Astronomy and Astrophysics **54**, 401-440, 2016.
- [8] Antoniadis, J., Tauris, T. M., Özel, F., Barr, E., Champion, D. J., Freire, P. C. C., *The Millisecond Pulsar Mass Distribution: Evidence for Bimodality and Constraints on the Maximum Neutron Star Masses*, Science **340**, 448-451, 2013.
- [9] Lattimer, J. M., *Neutron Stars and the Nuclear Matter Equation of State*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **71**, 433-464, 2021.
- [10] Vidaña, I., *A Short Walk Through the Physics of Neutron Stars*, European Physical Journal Plus **133**, 1-22, 2018.
- [11] Maggiore, M., *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*, Oxford University Press, 2007.
- [12] Abbott, B. P., et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral*, Physical Review Letters **119**, 161101, 2017.
- [13] LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, Fermi GBM, INTEGRAL, IceCube Collaboration, et al., *Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger*, Astrophysical Journal Letters **848**, L12, 2017.

- [14] Ecker, C., Gorda, T., Kurkela, A., Rezzolla, L., *Constraining the Equation of State in Neutron-Star Cores via the Long-Ringdown Signal*, Nature **611**, 721-727, 2024.
- [15] Abbott, R., Abbott, T. D., Abraham, S., Acernese, F., Ackley, K., Adams, C., et al. (LIGO Scientific Collaboration, Virgo Collaboration, KAGRA Collaboration), *GWTC-3: Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo During the Second Part of the Third Observing Run*, Physical Review X **13**, 041039, 2023.