



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA
- Sede di Forlì -

Corso di Laurea in
INGEGNERIA MECCANICA
Classe L-9

Elaborato finale di laurea in
COMPORTAMENTO MECCANICO
DEI MATERIALI

SVILUPPO DI UN MODELLO DI CALCOLO
PER IL DIMENSIONAMENTO A ROTTURA
DI RUOTE DENTATE SOLARI FUSIBILI
A PARTIRE DA RISULTATI SPERIMENTALI

CANDIDATO
Lorenzo Mazzoli

RELATORE
Prof. Giorgio Olmi

CORRELATORE
Ing. Sara Vincenzi

Sessione Ottobre 2025
Anno Accademico 2024/2025

Abstract

Questo lavoro di tesi si propone di sviluppare e validare un modello di calcolo per la stima della coppia di rottura statica e della resistenza a fatica del *solare fusibile*, componente di sicurezza impiegato nei riduttori epicicloidali da *Yaw* per turbine eoliche.

A partire dalle prove di rottura statica, è stato elaborato un modello basato sulla suddivisione della sezione resistente in due zone concentriche – una esterna termicamente indurita e una interna duttile – la cui caratterizzazione meccanica è stata ottenuta mediante analisi di microdurezza. Il confronto con le prove sperimentali ha evidenziato una buona accuratezza del modello nel predire la coppia di rottura statica (errore medio 5 % ca.), con scostamenti in crescita fino al 30 %, al diminuire delle dimensioni di gola del solare (da 80 a 9 mm). L'analisi di sensitività ha permesso di verificare l'effetto dei parametri produttivi sulla variabilità della coppia di rottura, suggerendo di vincolare in modo più stringente la resistenza del metallo base - responsabile di variazioni sulla coppia tra il 10 % e il 20 % all'aumentare del diametro del solare da 10 a 70 mm.

Successivamente, sono state ricavate le curve limite a fatica per il solare fusibile a partire dai dati sperimentali. Queste sono state confrontate con quelle analitiche del *second failure component* del riduttore, al fine di validarle.

Infine, è stata definita una correlazione teorica tra la variabilità attesa sulla rottura statica e la resistenza a fatica, per stimare la dispersione dei fattori di sicurezza dinamici in relazione alla realtà produttiva.

Il modello sviluppato si è dimostrato un valido strumento di supporto alla progettazione e alla riduzione delle attività sperimentali in fase di validazione di nuovi modelli di solari fusibili.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Riduttori da <i>yaw</i> e da <i>pitch</i> di turbine eoliche	3
1.2	Ruota dentata solare fusibile	5
1.3	Modalità di test del solare fusibile	7
2	Dimensionamento a rottura statica	9
2.1	Analisi frattografica di solari rotti durante test statici	10
2.2	Individuazione dei parametri di input per il modello di calcolo	11
2.3	Definizione delle condizioni di rottura per il modello di calcolo	13
2.4	Richiami di teoria: barra circolare soggetta a torsione	15
2.4.1	Torsione in barre circolari di materiale omogeneo e isotropo	15
2.4.2	Torsione in barre circolari composte da più materiali	20
2.4.3	Applicazione del modello descritto al solare fusibile	21
2.5	Variazione della resistenza del materiale lungo la sezione di frattura	24
2.5.1	Focus sull'anello esterno maggiormente indurito	27
2.5.2	Dai rilievi di microdurezza alla determinazione della resistenza meccanica puntuale	29
2.5.3	Modellazione di R_m per lo strato esterno	30
2.5.4	Relazione tra $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$ e intervalli di variabilità	36
2.6	Architettura del modello di calcolo realizzato	41
2.6.1	Calcolo del contributo della zona interna alla coppia di rottura	43
2.6.2	Calcolo del contributo della zona esterna alla coppia di rottura	43
2.6.3	Calcolo coppia di rottura totale	44
2.7	Validazione del modello di calcolo con i risultati sperimentali	45
2.7.1	Gruppo A	46
2.7.2	Gruppo B	48
2.7.3	Gruppo C	50
2.7.4	Gruppo D	53
2.7.5	Gruppo E	54
2.7.6	Considerazioni finali sui risultati	56
2.8	Analisi di sensitività	58

2.8.1	Analisi di sensitività gruppo A	59
2.8.2	Analisi di sensitività gruppo E	62
2.8.3	Sintesi e confronto tra i risultati delle analisi di sensitività . . .	65
3	Dimensionamento a fatica	70
3.1	Analisi frattografica di solari rotti durante test dinamici	72
3.2	Fondamenti teorici per il calcolo a fatica	74
3.2.1	Curve di Wöhler	74
3.2.2	Distribuzione di <i>t-Student</i>	77
3.2.3	Calcolo del danneggiamento secondo l'ipotesi di Palmgren-Miner	79
3.2.4	Calcolo del <i>Safety Factor</i> a fatica	82
3.3	Determinazione delle curve limite di fatica per i solari fusibili e calcolo del danneggiamento e del <i>Safety Factor</i> rispetto al ciclo di carico previsto in esercizio	84
3.3.1	Determinazione delle curve limite di rottura a fatica dei solari fusibili partendo dai risultati sperimentali	84
3.3.2	Determinazione delle curve limite di fatica dei solari fusibili a differenti probabilità di sopravvivenza	88
3.3.3	Calcolo del danneggiamento e del <i>Safety Factor</i> dei solari rispetto al ciclo di carico previsto in esercizio	92
3.4	Calcolo a fatica per il <i>second failure component</i> del riduttore	94
3.4.1	Curve <i>S/N</i> per il <i>second failure component</i>	96
3.4.2	Calcolo del danneggiamento e del <i>Safety Factor</i> del <i>second failure component</i>	97
3.5	Confronto dei fattori di sicurezza del solare fusibile e del <i>sfc</i>	99
3.6	Correlazione tra variabilità di rottura statica e resistenza a fatica per il solare fusibile	101
4	Sintesi e sviluppi futuri	108
4.1	Risultati principali - Dimensionamento statico	108
4.2	Risultati principali - Dimensionamento a fatica	110
4.3	Considerazioni finali	111
4.4	Sviluppi futuri	111

Elenco delle figure

1.1	Ruota solare fusibile.	5
1.2	Ruota solare fusibile, vista 3D.	6
2.1	Superfici di frattura statica - vista laterale troncone scanalato / frontale parte scanalata / frontale parte dentata.	10
2.2	Rottura statica con cricche a fondo dente scanalato ben visibili.	11
2.3	Condizioni di rottura per il modello di calcolo statico.	13
2.4	Diagramma σ/ϵ per le due condizioni di rottura del modello di calcolo statico.	14
2.5	Torsione in una barra cilindrica.	15
2.6	Distribuzione dello scorrimento angolare in una sezione circolare e una sezione anulare di materiale omogeneo soggette a torsione, sia in campo elastico che in campo plastico.	16
2.7	Distribuzione di tensioni tangenziali per materiale omogeneo in campo elasto-plastico.	16
2.8	Distribuzione di tensioni con $r_p > c$	17
2.9	Distribuzione di tensioni con $r_p = c$	18
2.10	Distribuzione di tensioni con $r_p \approx 0$	18
2.11	Distribuzione delle tensioni nel caso di raggiungimento uniforme della tensione di rottura.	19
2.12	Distribuzione di tensioni nel caso di una sezione circolare formata da due materiali disposti in modo concentrico.	20
2.13	Distribuzione di tensioni tangenziali nel modello di calcolo.	21
2.14	Diagramma τ/γ per le due condizioni di rottura del modello di calcolo statico.	22
2.15	Andamenti di microdurezza per un solare dopo rottura statica. Rile- vazioni eseguite in gola (superficie di frattura) e a fondo dente dello scanalato.	24
2.16	Analisi di microdurezza Vickers HV1 per un solare in 17NiCrMo6-4, $D =$ 73 mm	25
2.17	Analisi di microdurezza con evidenza delle profondità CHD e p	27

2.18	Retta di conversione $R_m - HV$, con equazione di interpolazione lineare a immagine.	29
2.19	Modellazione dello strato esterno ad un valore di resistenza media. . . .	30
2.20	Confronto distribuzione reale di R_m con quella ottenuta dal modello sinusoidale.	31
2.21	Confronto della distribuzione reale di R_m con i modelli sinusoidale, lineare e parabolico per un solare in 17NiCrMo6-4 ($D = 12\text{ mm}$).	34
2.22	Proprietà meccaniche del 17NiCrMo6-4 al variare del diametro del componente.	36
2.23	Proprietà meccaniche del 20MnCr5 al variare del diametro del componente.	36
2.24	Curve di riferimento per le proprietà meccaniche del 17NiCrMo6-4.	38
2.25	Calcolo valori di $R_{p,int}$ e $R_{m,int}$ partendo dalle curve di riferimento.	39
2.26	Esempio di solare fusibile del gruppo A.	46
2.27	Esempio di solare fusibile del gruppo B.	48
2.28	Esempio di solare fusibile del gruppo C.	50
2.29	Esempio di solare fusibile del gruppo D.	53
2.30	Esempio di solare fusibile del gruppo E.	54
2.31	Analisi di sensitività sui solari del gruppo A. In linea continua la variabilità produttiva ammessa, in linea tratteggiata l'estensione dei range esplorati per la valutazione di sensitività.	59
2.32	Analisi di sensitività sui solari del gruppo E. In linea continua la variabilità produttiva ammessa, in linea tratteggiata l'estensione dei range esplorati per la valutazione di sensitività.	62
3.1	Vista laterale troncone scanalato / Superficie di frattura parte scanalata / Superficie di frattura parte dentata	72
3.2	Cricche orientate a $\pm 45^\circ$ sul troncone scanalato	73
3.3	Superficie di frattura teorica per un provino profondamente intagliato soggetto ad una sollecitazione torsionale alternata.	73
3.4	Esempio di sollecitazione alternata simmetrica.	75
3.5	Curva S/N suddivisa in relazione al regime di rottura.	75
3.6	Distribuzione di probabilità di t -Student.	77
3.7	Calcolo del danneggiamento tramite l'ipotesi di danneggiamento lineare di Palmgren-Miner.	79
3.8	Curve di fatica a danneggiamento costante.	80
3.9	Curve T/N ($S_{pu} = 50\%$) dei solari A e C testati.	86
3.10	Traslazione dei punti di rottura sperimentali ad un unico livello di coppia muovendosi parallelamente alla curva di Wöhler (equivalenza di danneggiamento).	88
3.11	Procedimento grafico per il calcolo di N_d	89

3.12	Cambio di probabilità di sopravvivenza della curva T/N	90
3.13	Ciclo di carico associato alla vita utile della turbina, ciclo di carico equivalente a 160 kNm , curva T/N dei solari del gruppo A a $Spu = 97,5\%$, N_d	92
3.14	Curva S/N sintetica del sfc confrontata al ciclo di carico del riduttore.	97
3.15	Esempio di curve limite calcolate muovendosi in verticale (Solari del gruppo A).	102
3.16	Curve limite per i solari del gruppo A per $Spu = 50\%$	104
3.17	Curve limite per i solari del gruppo C per $Spu = 50\%$	105

Elenco delle tabelle

2.1	Risultati delle analisi di microdurezza	26
2.2	Valori di CHD e p rilevati dalle analisi di microdurezza	28
2.3	Valori di $R_{m,ext}$ da analisi di microdurezza	32
2.4	Valori del coefficiente R^2 per i modelli matematici analizzati, con evidenza del valore massimo.	33
2.5	Valori di R_m , R_p e R_p/R_m ricavati dai certificati 3.1.	37
2.6	Confronto tra i valori calcolati e sperimentali di $R_{m,int}$	40
2.7	Risultati gruppo A.	46
2.8	Risultati gruppo B.	49
2.9	Risultati gruppo C.	50
2.10	Risultati gruppo C con andamento parabolico.	51
2.11	Risultati gruppo C con andamento parabolico e correzione delle proprietà meccaniche.	52
2.12	Risultati gruppo D.	53
2.13	Risultati gruppo E.	54
2.14	Risultati gruppo E con correzione delle proprietà meccaniche.	55
2.15	Coefficienti di sensitività e influenza reale dei parametri produttivi sulla coppia di rottura teorica per i solari del gruppo A.	60
2.16	Analisi di sensitività sul diametro di gola D	60
2.17	Analisi di sensitività sulla profondità di cementazione CHD	60
2.18	Analisi di sensitività sulle proprietà del materiale di riferimento $R_{m,ref}$	61
2.19	Coefficienti di sensitività e influenza reale dei parametri produttivi sulla coppia di rottura teorica per i solari del gruppo E.	63
2.20	Analisi di sensitività sul diametro di gola D	63
2.21	Analisi di sensitività sulla profondità di cementazione CHD	63
2.22	Analisi di sensitività sulle proprietà del materiale di riferimento $R_{m,ref}$	64
2.23	Confronto tra coefficienti di sensitività e range di variazione reali per le due analisi di sensitività eseguite.	65
2.24	Confronto dei valori di $T_{rottura}$ considerando l'effetto combinato dei range di tolleranza di D , CHD e $R_{m,ref}$	66

2.25	Confronto dei valori di $T_{rottura}$ considerando l'effetto combinato dei range di tolleranza di D , CHD , dimezzando il range di $R_{m,ref}$	67
3.1	Valori della distribuzione t di Student (one-sided e two-sided).	78
3.2	Test di fatica solari gruppo A.	85
3.3	Test di fatica solari gruppo C.	85
3.4	Parametri caratteristici dei solari testati a fatica.	86
3.5	Probabilità di sopravvivenza richieste a calcolo per componenti in acciaio di Yaw e $Pitch$ secondo le norme internazionali.	87
3.6	Risultati ottenuti dalle simulazioni FEM dei sfc	95
3.7	Curva di fatica teorica di sfc per $Spu = 97,7\%$	96
3.8	Fattori di sicurezza del solare e del sfc rispetto al ciclo di carico del riduttore, calcolati a differenti probabilità di sopravvivenza.	99
3.9	Valori di tensione ricalibrati per cui $SF_{sfc} = SF_{solare}$ a $Spu = 97,7\%$	100
3.10	Test di fatica solari gruppo A.	103
3.11	Test di fatica solari gruppo C.	103
3.12	Valori di T_{worst} , $T_{expected}$ e T_{best} calcolati con il programma di calcolo statico.	103
3.13	Valori delle curve limite per i solari del gruppo A per $Spu = 50\%$	104
3.14	Valori delle curve limite per i solari del gruppo C per $Spu = 50\%$	105
3.15	Fattori di sicurezza e danneggiamenti per le curve limite dei solari A e C a differenti probabilità di sopravvivenza, rispetto al ciclo di carico del riduttore.	106

Capitolo 1

Introduzione

Bonfiglioli Riduttori S.p.a., l'azienda presso cui è stato svolto il presente lavoro di tesi, è specializzata nella produzione di motoriduttori dedicati, tra gli altri, al settore eolico. In un contesto industriale altamente competitivo, l'azienda è costantemente impegnata nell'innovazione per rispondere alle esigenze sempre più complesse dei clienti.

In particolare, Bonfiglioli offre principalmente due tipologie di riduttori per le turbine eoliche: il *pitch-drive*, che regola l'orientamento delle pale, e lo *yaw-drive*, che gestisce l'orientamento della navicella.

Nelle soluzioni più recenti, il riduttore *yaw* integra una ruota solare "fusibile", un componente progettato con funzione di protezione, in analogia ad un fusibile elettrico. La ruota è concepita per cedere, in presenza di sollecitazioni critiche dovute a condizioni estreme di vento, prima di altri componenti del riduttore, contribuendo così a salvaguardare l'integrità dell'intera turbina eolica.

I costruttori di turbine richiedono che tale componente si rompa in modo controllato sotto specifiche condizioni di carico statico e che sia in grado di resistere al ciclo dinamico con cui è stata dimensionata l'intera turbina. Inoltre, la ruota solare fusibile deve risultare preferibilmente il componente con la vita a fatica prevista più breve all'interno del riduttore.

L'obiettivo di questa tesi è lo sviluppo di strumenti/modelli di calcolo per il dimensionamento della ruota solare fusibile, basati sui risultati di test eseguiti in sala prove. In particolare, l'elaborato è suddiviso in due parti, ciascuna con obiettivi specifici:

- ***Dimensionamento statico:***

- Sviluppo di un programma per la stima della coppia di rottura statica del componente fusibile soggetto a torsione monodirezionale.

- ***Dimensionamento a fatica:***

- Calcolo delle curve di fatica del solare fusibile con diverse probabilità di sopravvivenza a partire dai risultati sperimentali;
- Calcolo del fattore di sicurezza del componente fusibile in relazione al ciclo di carico con cui è dimensionato il riduttore.
- Confronto delle curve di Wöhler del solare fusibile con quelle del *second failure component*, al fine di validare il modello di calcolo di quest'ultimo componente.
- Ricerca di una correlazione tra la coppia di rottura statica teorica e la resistenza a fatica del solare fusibile.

1.1 Riduttori da *yaw* e da *pitch* di turbine eoliche

Per comprendere meglio le specificità della ruota solare fusibile, è utile iniziare con una con una breve descrizione del funzionamento dei riduttori impiegati nel settore eolico.

Riduttore pitch

Il sistema Pitch consente il controllo dell'orientamento delle pale della turbina rispetto alla direzione del vento. Il controllo del Pitch, solitamente effettuato da un motoriduttore per ogni pala, permette di ottimizzare le prestazioni dell'impianto, riducendo al contempo il rischio di vibrazioni e sovraccarichi sugli organi meccanici a valle.

Durante la rotazione dell'ogiva, il riduttore pitch è costantemente in esercizio per regolare l'inclinazione delle pale, nel tentativo di mantenere costanti le spinte aereodinamiche e limitando eventuali sbilanciamenti o vibrazioni del rotore. La velocità del vento, infatti, è minima vicino al terreno e cresce con la distanza dal suolo in modo parabolico. Se la pala non modificasse il proprio orientamento, le spinte ricevute sarebbero minime in avvicinamento al terreno e massime dalla parte opposta.

Come conseguenza del funzionamento continuo, la vita a fatica richiesta dal cliente per questi riduttori è elevata. Inoltre, poiché il movimento delle pale è generalmente limitato a piccoli archi angolari, si verifica un'usura localizzata sulle stesse porzioni degli ingranaggi.

Il sistema Pitch funge anche da freno di sicurezza: in caso di vento eccessivo le pale possono essere orientate parallelamente alla direzione del vento e bloccate in tale posizione. La funzione di freno permette un blocco rapido e sicuro della pala, al quale seguono sollecitazioni statiche impulsive causate dal vento. Dunque, un altro requisito costruttivo del riduttore, sarà l'elevata resistenza agli impulsi e la presenza di giochi ridotti tra i componenti, nonché un rapporto di riduzione limitato per consentire il raggiungimento della posizione di sicurezza in tempi brevi.

Riduttore yaw

Il sistema Yaw regola l'imbardata della turbina, ossia l'orientamento della torretta per mantenerla allineata con la direzione del vento. Su ciascuna turbina vengono montati più riduttori Yaw - generalmente dai sei ai dodici - che ingranano con una corona dentata di grandi dimensioni, solidale con lo stelo della turbina, consentendo la rotazione della navicella attorno ad un asse verticale.

Contrariamente al Pitch, il sistema Yaw lavora in modo intermittente e viene azionato solo quando la direzione del vento varia sensibilmente. Di conseguenza, per la maggior parte della sua vita, il riduttore rimane fermo.

Inoltre, a differenza del Pitch che agisce su un arco angolare limitato, il sistema Yaw può compiere rotazioni complete, il che comporta un'usura più distribuita e omogenea. Un'altra caratteristica che contraddistingue i due riduttori è il rapporto di riduzione: di

norma lo Yaw ha un rapporto maggiore rispetto al riduttore Pitch, quindi una velocità di rotazione più bassa. Dal punto di vista progettuale, un rapporto elevato permette inoltre di impiegare motori elettrici meno costosi, poiché questi possono lavorare a velocità nominale erogando una coppia ridotta, che viene successivamente amplificata dal riduttore al lato cedente.

Anche il sistema Yaw svolge una funzione di freno: in caso di raffiche improvvise di vento, agisce per mantenere la torretta in posizione stabile, per cui, analogamente al sistema Pitch, è richiesta una elevata resistenza a sollecitazioni impulsive.

I riduttori Yaw sono progettati per resistere anche alle sollecitazioni dinamiche che si verificano durante il funzionamento attivo del sistema: mentre la torretta ruota, le coppie inerziali da contrastare sono notevoli e a queste può aggiungersi l'azione del vento.

Per fare fronte ad episodi di vento estremo esistono differenti accorgimenti costruttivi e relative logiche di comando. Di seguito sono presentati due scenari limite con l'obiettivo di analizzare in modo puramente teorico i costi e i benefici associati:

1. *Controllo attivo della navicella*

In questo scenario, la navicella continua ad essere orientata tramite i riduttori Yaw anche in caso di vento forte, analogamente a quanto accade in condizioni di vento moderate. Tuttavia, ciò richiede una coppia elevata al sistema motore/freno, inoltre comporta sollecitazioni elevate sul riduttore e sugli altri componenti a valle, imponendone un più severo dimensionamento.

2. *Rotazione libera della navicella*

La soluzione opposta sarebbe quella di lasciare la navicella libera di ruotare sotto l'azione del vento. In questo caso il problema sarebbe legato ai grandi carichi inerziali generati alla ralla dalla navicella stessa. Infatti, a causa dell'elevato rapporto di riduzione dello Yaw, il carico inerziale trasferito alla ralla è notevolmente amplificato.

Alcune realizzazioni oggi presenti sul mercato, combinano quanto descritto sopra, prevedendo moto controllato della navicella al di sotto di un livello di vento critico, superato il quale la catena cinematica viene interrotta in corrispondenza di una ruota "fusibile", integrata nel riduttore Yaw. In questo modo si salvaguardano gli organi a valle del riduttore e si consente alla torretta di ruotare più liberamente: infatti, dopo l'interruzione della catena cinematica, la navicella risulta svincolata dalla ralla, riducendo così il carico inerziale totale.

1.2 Ruota dentata solare fusibile

Il componente oggetto di questo studio è la cosiddetta ruota solare "fusibile", impiegata nei riduttori epicicloidali destinati alla rotazione della navicella delle turbine eoliche, in relazione alla direzione del vento (i.e. yaw drive).

La ruota solare è composta da due sezioni principali:

- una zona dentata, che ingrana con le ruote planetarie del riduttore;
- una zona scanalata, che si accoppia con il portasatelliti.

Il componente è sottoposto a un trattamento termico di cementazione, al fine di incrementarne la durezza superficiale e la resistenza all'usura.

Il comportamento "fusibile" della ruota è ottenuto mediante una gola di scarico posizionata tra la parte dentata e quella scanalata. La geometria di questa gola, assieme alla microstruttura del materiale, determina la coppia di rottura del componente.

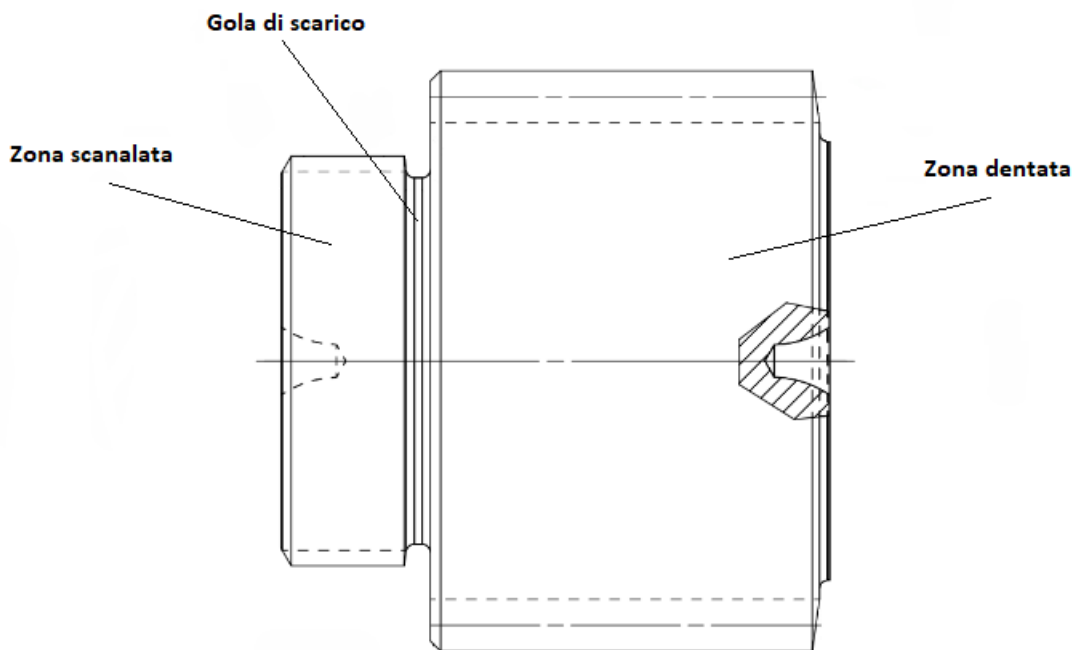


Figura 1.1: Ruota solare fusibile.

La ruota solare fusibile è collocata preferibilmente nell'ultimo stadio del riduttore epicicloidale, in modo da:

- controllare la coppia agente sulla ruota: essendo il carico massimo trasmesso dal pignone verso il motore, una posizione più vicina al pignone riduce le incertezze legate alle efficienze e consente di determinare con maggiore precisione la coppia agente sulla ruota;

- assicurare una maggiore ripetibilità delle rotture: una posizione più vicina al pignone implica componenti di dimensioni maggiori, per i quali è minore l'effetto della variabilità tecnologica e produttiva sulla coppia di rottura.

Il cliente richiede che la ruota solare fusibile:

- si rompa in un modo controllato entro un determinato intervallo di coppia statica, in modo da proteggere i componenti più sensibili della turbina da sovraccarichi critici (come descritto nel par.1.1);
- sia preferibilmente il componente del riduttore con vita a fatica minore, in modo da adempiere alla funzione di "fusibile" anche in caso di sollecitazioni dinamiche;
- sia comunque in grado di resistere al ciclo dinamico previsto per l'intera vita utile del riduttore, corrispondente a condizioni di vento non-estreme.

In sintesi, la ruota solare fusibile deve rappresentare il punto di cedimento preferenziale del sistema in caso di carichi eccezionali, pur garantendo affidabilità a fatica nelle condizioni operative standard.

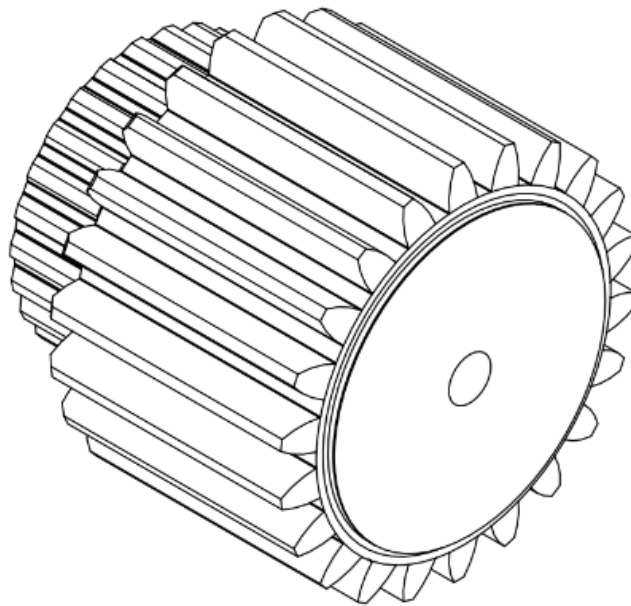


Figura 1.2: Ruota solare fusibile, vista 3D.

1.3 Modalità di test del solare fusibile

La verifica dei requisiti di resistenza del componente è resa possibile grazie all'esecuzione di prove distruttive condotte presso la sala prove Bonfiglioli. Sia per le prove statiche sia per quelle dinamiche l'impostazione del banco prova rimane la stessa: ciò che varia è esclusivamente la modalità di erogazione della coppia da parte del motore idraulico.

La prova si svolge come segue:

- la coppia in ingresso è erogata da un motore idraulico, regolato da un complesso sistema di valvole, che consente di modellare con precisione il profilo di carico desiderato;
- la coppia trasmessa viene monitorata da un torsionmetro posto a monte del riduttore;
- il moto rotatorio del pignone viene bloccato tramite perni cilindrici inseriti tra i suoi denti e la carcassa del riduttore, accorgimento che permette di mantenere le sollecitazioni interne al sistema;
- al momento della rottura del solare, si osserva un calo improvviso della coppia misurata, dovuto all'interruzione della catena cinematica in corrispondenza della gola del solare fusibile. La rottura divide il solare in due tronconi, che iniziano a ruotare liberamente: la prova viene quindi arrestata nel minor tempo possibile, al fine di ridurre gli sfregamenti tra le superfici di frattura che potrebbero compromettere l'analisi successiva.

Prova statica

Per determinare la coppia di rottura statica del solare fusibile, la coppia in ingresso viene applicata in modo incrementale. Una volta che tutti i fianchi omologhi dei denti vanno a battuta, la coppia comincia a crescere fino alla rottura del primo elemento, attesa sul solare fusibile, che ne determina il crollo.

Conoscendo la coppia erogata dal motore e il rapporto di condotta che intercorre tra l'ingresso del riduttore e il solare, è quindi possibile calcolare il valore effettivo della coppia agente sul componente poco prima del cedimento.

Prova dinamica

La prova dinamica utilizza lo stesso setup della prova statica, ma con applicazione di una coppia alternata simmetrica (i.e. valore medio nullo), secondo una specifica funzione d'onda.

La fine del test avviene quando l'ampiezza dell'impulso di coppia rilevato è praticamente nulla. Come output della prova viene conteggiato il numero di cicli a rottura al valore di ampiezza degli impulsi di coppia erogati.

Capitolo 2

Dimensionamento a rottura statica

In questo capitolo viene descritto il processo che ha portato allo sviluppo di un programma per la stima della coppia di rottura statica del componente solare fusibile.

Il lavoro ha inizio con l'osservazione dei pezzi rotti in condizioni statiche, al fine di formulare ipotesi sulle modalità di cedimento ed individuare i parametri rilevanti alla modellazione del fenomeno.

Elemento centrale del capitolo è il richiamo teorico sulla torsione in campo elastoplastico, che costituisce la base concettuale su cui si fonda il modello di calcolo della coppia di rottura.

Partendo da tale fondamento, per affinare il modello di calcolo, vengono introdotte ulteriori considerazioni sulle proprietà meccaniche del materiale, ricavate dai risultati di analisi di microdurezza eseguite in laboratorio Bonfiglioli.

Il capitolo si conclude con un confronto tra i risultati teorici e quelli sperimentali, e con un'analisi di sensitività, utile per valutare l'influenza della variabilità produttiva sulle performance attese.

2.1 Analisi frattografica di solari rotti durante test statici

La superficie di rottura in condizioni statiche si presenta nel complesso piana, e osservandola frontalmente è possibile distinguere diverse zone caratteristiche. Procedendo dal diametro esterno verso il centro, si riconoscono:

- una prima area periferica contraddistinta da segni evidenti di surriscaldamento localizzato (bruciature) e cricche radiali,
- una zona intermedia più liscia e regolare,
- una regione centrale di aspetto opaco, fibroso e non piana.

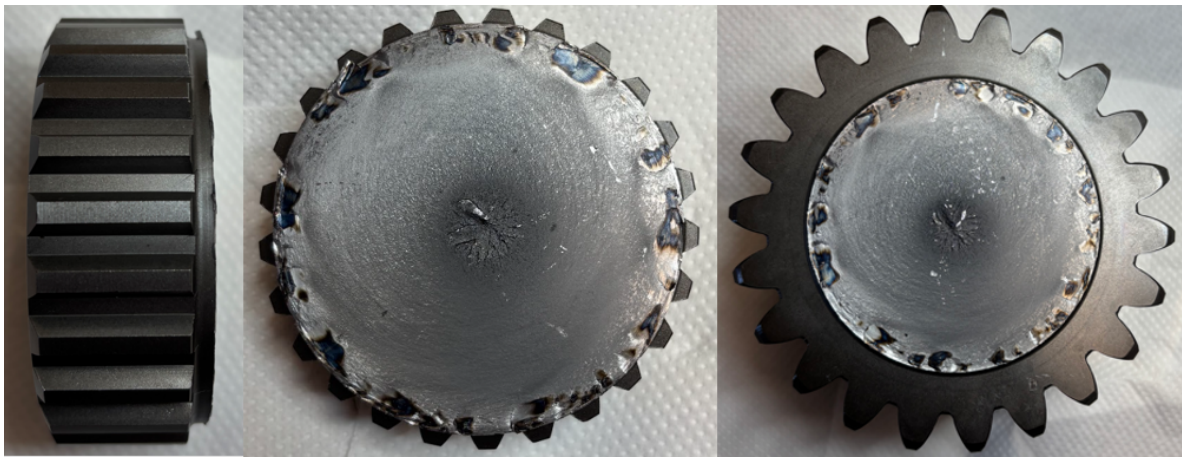


Figura 2.1: Superfici di frattura statica - vista laterale troncone scanalato / frontale parte scanalata / frontale parte dentata.

In circa metà dei provini analizzati, osservando lateralmente il troncone scanalato, si notano cricche che dipartono dai raggi a fondo dente e si propagano inclinate di 45° rispetto all'asse della ruota fino ad intercettare la superficie di frattura. Sul piano di frattura, le medesime cricche si propagano invece in direzione radiale (vedi Fig. 2.2). In prossimità di ogni cricca sono presenti segni di bruciatura, come ad indicare il sollevamento di un lembo della superficie rispetto al piano, poi rimosso ad alta velocità e carico durante lo schianto.

Sulla base di queste osservazioni, si ipotizza una rottura dovuta a sovraccarico statico da tensione tangenziale monodirezionale: si suppone che la frattura abbia avuto inizio con la nucleazione di cricche a fondo dente, le quali, raggiunta la gola, hanno iniziato a propagarsi in direzione radiale. La progressiva estensione radiale delle cricche ha ridotto la sezione resistente del componente, portandolo al cedimento per sovraccarico.

La rottura finale sarebbe avvenuta nella zona centrale, con successiva separazione delle superfici e relativo sfregamento ad alta velocità, responsabile della formazione delle aree bruciate osservate nella porzione periferica.

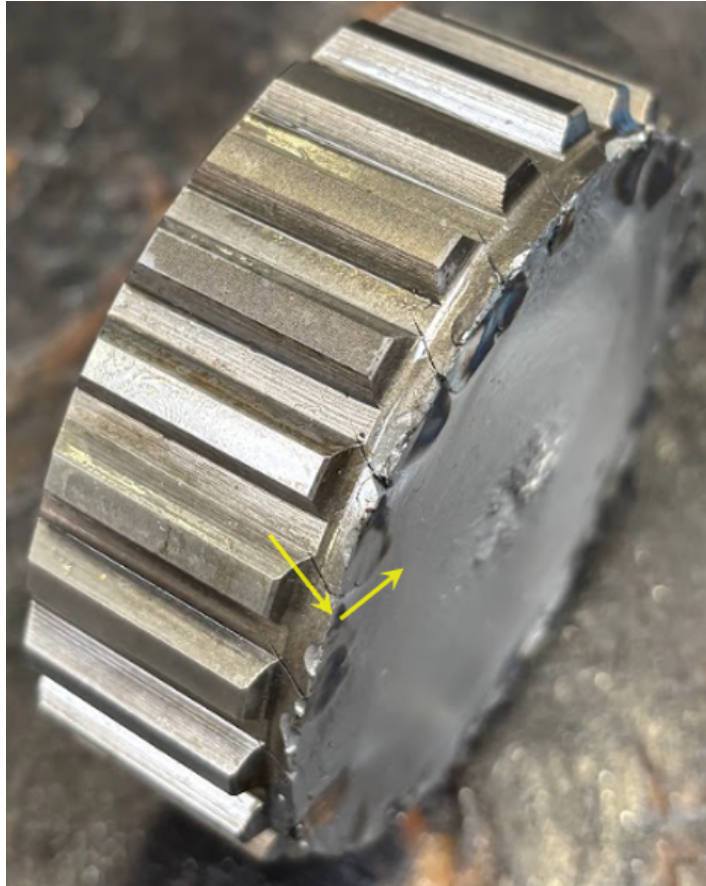


Figura 2.2: Rottura statica con cricche a fondo dente scanalato ben visibili.

2.2 Individuazione dei parametri di input per il modello di calcolo

A seguito dell'analisi dei provini rotti, sono state individuate le seguenti variabili chiave per l'elaborazione del modello di calcolo:

- *D - Diametro della gola di scarico*
Si tratta di un parametro geometrico di primaria importanza, poichè viene impiegato nel calcolo del momento d'inerzia della sezione resistente. Un aumento del diametro comporta un incremento dei carichi statici sopportabili dalla sezione, con dipendenza più che lineare.
- *R_m e R_p - Resistenza meccanica e resistenza allo snervamento*
Questi parametri descrivono il comportamento meccanico del materiale all'aumentare del carico agente fino alla rottura. Un loro incremento contribuisce positivamente alla capacità del componente di sopportare carichi statici.
- *CHD - Profondità di cementazione*
La profondità di cementazione è definita come la distanza dalla superficie fino al

punto in cui la durezza del materiale decresce al valore convenzionale di 550 *HV*. Questa zona è caratterizzata da una resistenza meccanica e tensione di snervamento superiori rispetto al resto della sezione. Un incremento di *CHD* porta ad un aumento della resistenza media della sezione, e dunque ad un aumento delle sollecitazioni necessarie per far propagare le cricche in direzione radiale, migliorando così la resistenza statica del componente.

La profondità di cementazione è strettamente legata ad un'altra grandezza geometrica utilizzata nel modello: lo spessore termicamente alterato totale, indicato con la variabile *p*. Quest'ultimo rappresenta l'intero spessore con caratteristiche resistenziali superiori al resto della sezione, che si estende oltre il limite di 550 *HV* fissato per la definizione di *CHD*. La relazione quantitativa tra *p* e *CHD* verrà approfondita nel paragrafo 2.5.1.

- $\Delta D = (D_{spline} - D)$ - *Differenza tra il diametro di fondo dello scanalato e il diametro della gola*

Questo parametro è normalmente utilizzato per il calcolo del fattore d'intaglio nelle rotture a fatica. In base alla letteratura, per le rotture statiche tale differenza è considerata ininfluyente. Tuttavia, dai risultati sperimentali è emerso che una differenza tra diametri molto ridotta, o addirittura l'uguaglianza di questi, sembra conferire una maggiore resistenza alla rottura statica rispetto ad altri provini con pari sezione resistente, ma intagliati (vedi risultati par 2.7.1).

Questo suggerisce che la geometria locale influisca fortemente sul comportamento meccanico del componente, nonostante la rottura sia statica.

Per questo motivo, nel calcolo si è introdotto ΔD come variabile soglia: se la differenza tra i due diametri scende sotto ad un certo valore critico, il modello di calcolo non può essere considerato attendibile.

2.3 Definizione delle condizioni di rottura per il modello di calcolo

Grazie alle osservazioni delle superfici di rottura è stato possibile definire la struttura logica del modello di calcolo. Considerando che la sezione resistente del solare fusibile è di forma circolare e che la rottura si manifesta con caratteristiche differenti lungo il raggio, si è scelto di suddividere la sezione in due zone concentriche, trattandole come materiali con differenti proprietà meccaniche:

- *Zona esterna*

Coincide con lo spessore di materiale termicamente indurito. Essa mostra una forte presenza di cricche radiali con superficie lucida, coerentemente con una modalità di rottura associata al comportamento di un materiale fragile, per cui l'allungamento a snervamento è circa uguale a quello a rottura (Fig. 2.4). Per tale motivo, nel modello di calcolo si impone a questa zona il raggiungimento della tensione di rottura $R_{m,ext}$.

- *Zona interna*

Corrisponde al nucleo del componente, ossia alla parte non termicamente alterata della sezione. Questa regione appare più opaca e fibrosa, suggerendo che la rottura finale sia avvenuta qui per sovraccarico statico. Il fenomeno è attribuibile al raggiungimento della tensione di snervamento $R_{p,int}$, oltre la quale il materiale subisce una deformazione plastica significativa, richiedendo un ulteriore carico molto ridotto per raggiungere il collasso completo (Fig. 2.4).

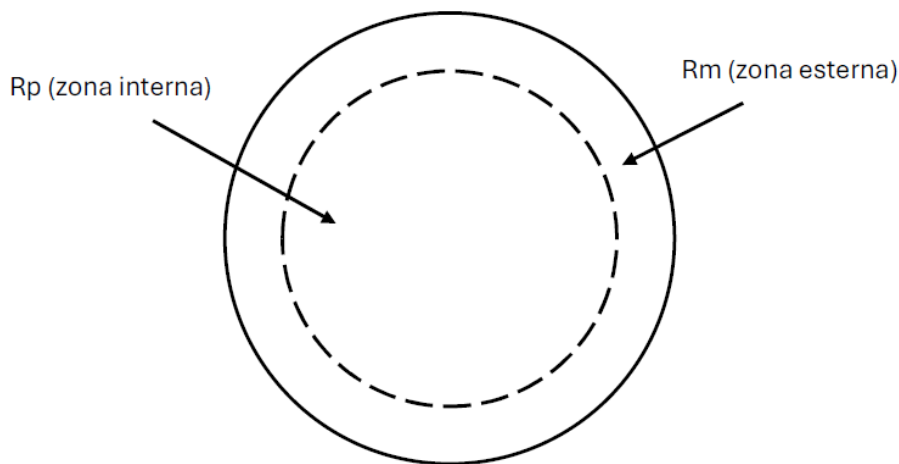


Figura 2.3: Condizioni di rottura per il modello di calcolo statico.

La differenza tra le proprietà meccaniche delle due zone è in linea con quanto atteso dal trattamento termico di cementazione, che per sua natura non è massivo, ma crea un differenziale di resistenza tra un piccolo strato esterno e uno interno.

Poiché le due regioni sono soggette a diverse condizioni di trattamento termico, si assumono proprietà meccaniche diverse: $R_{p,int} \neq R_{p,ext}$ e $R_{m,int} \neq R_{m,ext}$.

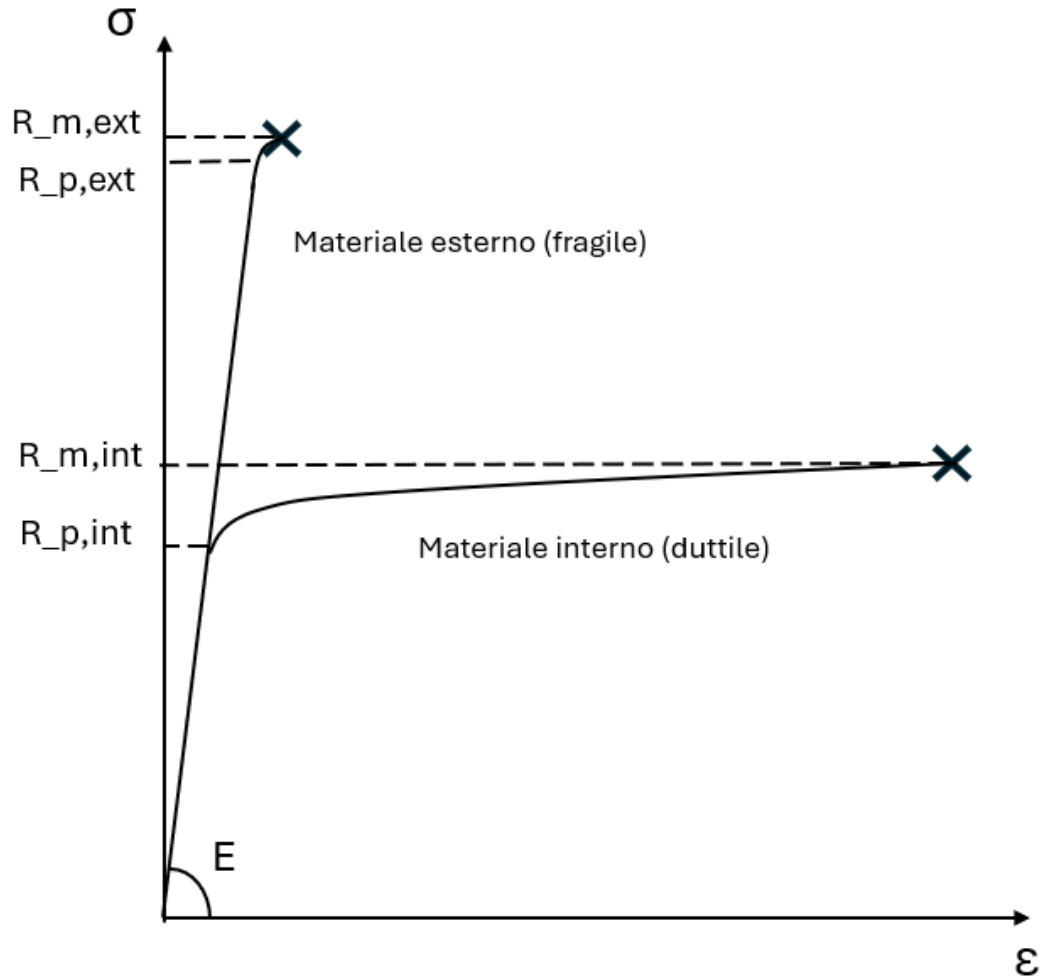


Figura 2.4: Diagramma σ/ϵ per le due condizioni di rottura del modello di calcolo statico.

2.4 Richiami di teoria: barra circolare soggetta a torsione

Per modellare il comportamento a rottura del componente analizzato, è stata effettuata una ricerca in letteratura sulla torsione monodirezionale di una barra cilindrica [1].

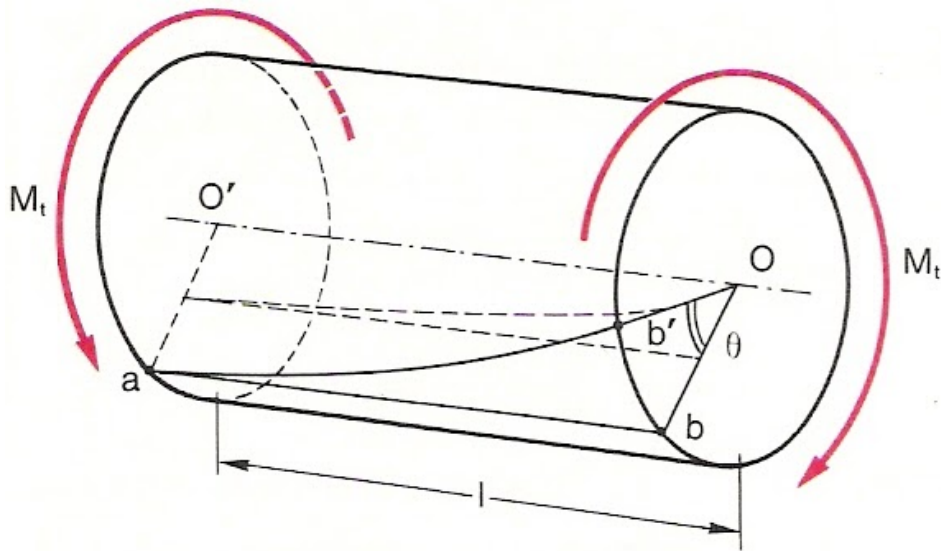


Figura 2.5: Torsione in una barra cilindrica.

Poiché il componente in esame è stato sottoposto a trattamento termico di cementazione, si è scelto di modellarlo come un albero circolare costituito da due gusci concentrici di diverso materiale: una zona interna, composta da materiale più tenero e una zona esterna, con caratteristiche meccaniche superiori dovute al trattamento superficiale.

2.4.1 Torsione in barre circolari di materiale omogeneo e isotropo

Nel caso di una barra cilindrica omogenea e isotropa soggetta a torsione, la sezione resistente rimane piana e circolare e la distribuzione delle tensioni tangenziali è simmetrica rispetto all'origine. La deformazione per torsione è rappresentata dallo scorrimento angolare γ , che varia linearmente lungo il raggio secondo la relazione:

$$\gamma(r) = \frac{r}{c} \gamma_{max} \quad (2.1)$$

in cui r indica la coordinata radiale all'interno della sezione, c è il raggio esterno della sezione resistente e γ_{max} rappresenta lo scorrimento angolare massimo in periferia.

Questa formula vale anche dopo il superamento del limite elastico poichè si assume che la sezione (planare) mantenga la coesione e ruoti come un corpo rigido, senza separarsi.

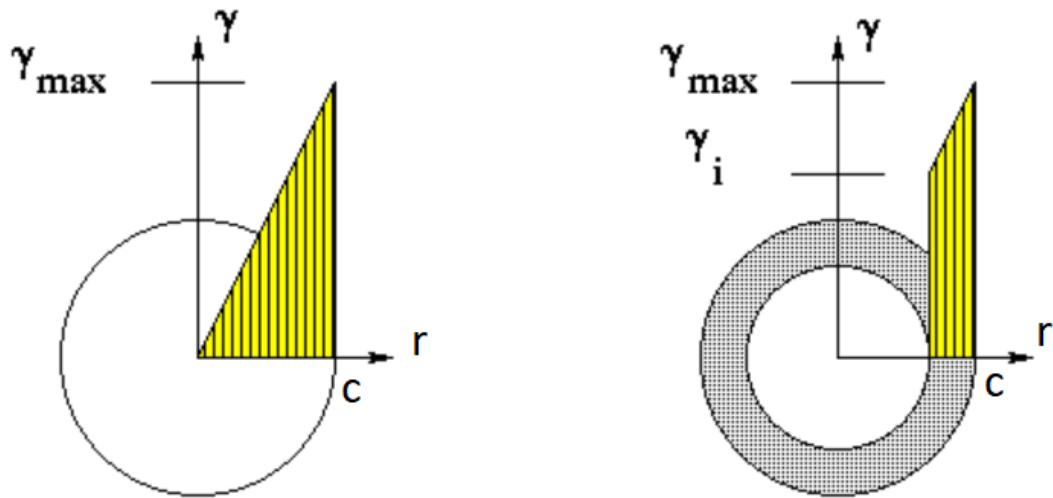


Figura 2.6: Distribuzione dello scorrimento angolare in una sezione circolare e una sezione anulare di materiale omogeneo soggette a torsione, sia in campo elastico che in campo plastico.

Nel caso generale in cui il materiale entri in campo elasto-plastico, il momento torcente totale può essere espresso tramite l'integrale:

$$T(r) = 2\pi \int_0^{r_p} \left(\frac{r}{r_p} \tau_p\right) r^2 dr + 2\pi \int_{r_p}^c (\tau_p) r^2 dr \quad (2.2)$$

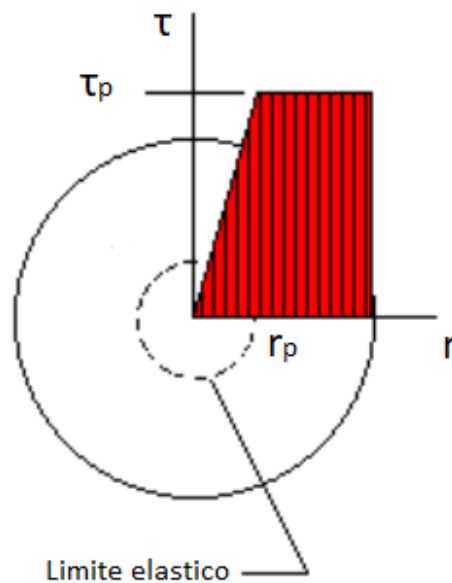


Figura 2.7: Distribuzione di tensioni tangenziali per materiale omogeneo in campo elasto-plastico.

dove r_p è il raggio oltre il quale il materiale ha raggiunto il limite elastico e τ_p è la tensione tangenziale di snervamento, calcolata secondo il criterio di Von Mises:

$$\tau_p = R_p / \sqrt{3}$$

La rappresentazione grafica della distribuzione delle tensioni tangenziali è mostrata in Fig. 2.7.

Prima di procedere con la trattazione, è utile richiamare l'espressione del momento d'inerzia polare della sezione resistente:

$$J = \frac{\pi c^4}{2}$$

All'aumentare del carico agente sulla sezione passiamo da una condizione puramente elastica al caso completamente plastico:

1. **Campo totalmente elastico** ($r_p > c$):

L'andamento delle tensioni tangenziali è lineare, con il valore massimo sulla superficie più esterna.

$$T_{el} = \frac{\tau_{max} J}{c} \quad (2.3)$$

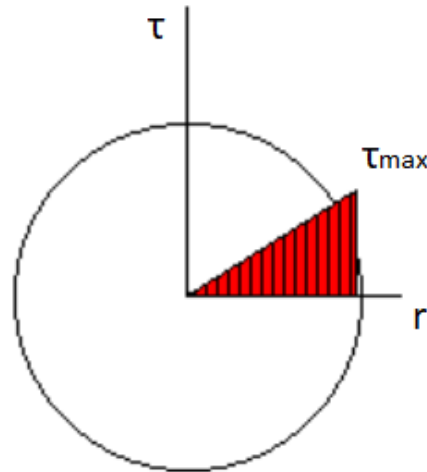


Figura 2.8: Distribuzione di tensioni con $r_p > c$

2. **Snervamento in periferia** ($r_p = c$):

Aumentando il carico torsionale in periferia si raggiunge la tensione di snervamento del materiale. La distribuzione di tensioni è ancora lineare mentre la tensione

tangenziale massima coincide con τ_p , per cui:

$$T_p = \frac{\tau_p J}{c} \quad (2.4)$$

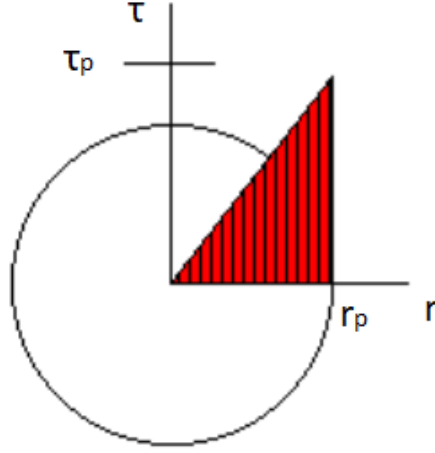


Figura 2.9: Distribuzione di tensioni con $r_p = c$.

3. Comportamento plastico completo ($r_p \approx 0$):

Dopo aver attraversato la fase elasto-plastica, descritta dalla formulazione generale del momento torcente nell'eq. (2.2), la sezione raggiunge la completa plasticizzazione: la distribuzione delle tensioni in questo stato si appiattisce, assumendo uniformemente il valore di τ_p .

$$T_{FP} = \frac{4}{3} \frac{\tau_p J}{c} = \frac{4}{3} T_p \quad (2.5)$$

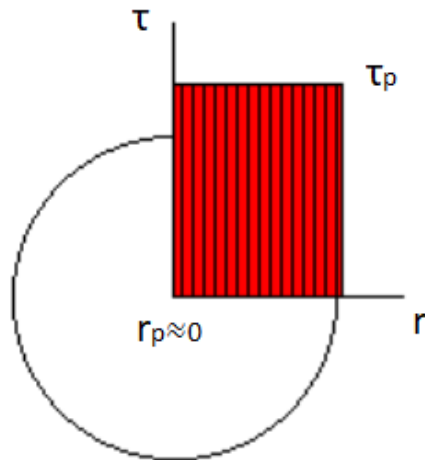


Figura 2.10: Distribuzione di tensioni con $r_p \approx 0$.

Per un materiale duttile, il raggiungimento omogeneo della tensione di snervamento può essere considerato come la condizione di rottura. Ciò accade perché, dopo lo snervamento, la capacità di carico della sezione rimane pressoché costante, pur manifestandosi una significativa deformazione plastica.

Invece, per materiali fragili si può assumere che la rottura avvenga al raggiungimento uniforme della tensione di rottura R_m . Questo perché, in tali materiali, l'allungamento a snervamento risulta pressoché uguale a quello a rottura.

La capacità portante di una sezione circolare che raggiunge uniformemente la tensione di rottura può essere calcolata come:

$$\tau_m = R_m / \sqrt{3}$$

La distribuzione delle tensioni, in questo caso, risulta simile a quella della completa plasticizzazione, e il momento torcente massimo corrispondente sarà:

$$T_U = \frac{4}{3} \frac{\tau_m J}{c} = \frac{4}{3} T_m \quad (2.6)$$

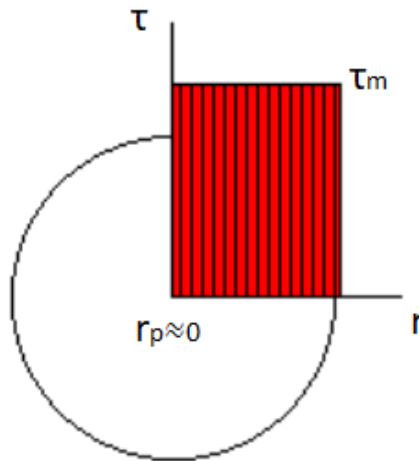


Figura 2.11: Distribuzione delle tensioni nel caso di raggiungimento uniforme della tensione di rottura.

2.4.2 Torsione in barre circolari composte da più materiali

Nel caso di un albero composto da due o più materiali concentrici, l'ipotesi di scorrimento angolare lineare lungo il raggio rimane valida. L'equazione integrale del momento torcente (2.2) può essere applicata a ciascuna zona, tenendo conto delle rispettive proprietà meccaniche.

Di seguito un esempio di un albero composto da due materiali concentrici con lo stesso modulo di elasticità tangenziale G , in cui il materiale al guscio lavora in campo elastico, mentre il materiale al cuore entra in campo elasto-plastico.

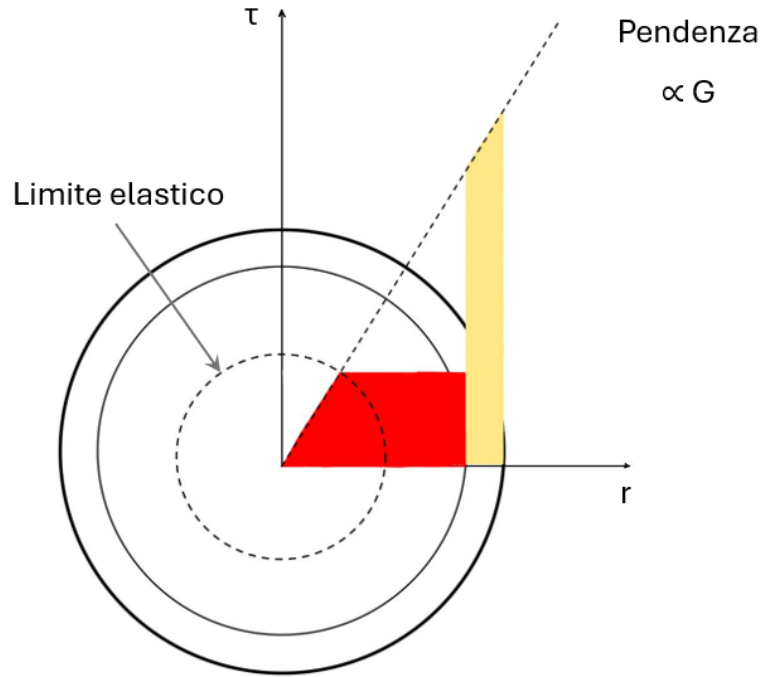


Figura 2.12: Distribuzione di tensioni nel caso di una sezione circolare formata da due materiali disposti in modo concentrico.

Conoscendo il valore di G , le proprietà meccaniche dei materiali e la tensione tangenziale massima raggiunta in superficie τ_{max} è possibile determinare gli scorrimenti angolari limite γ_p e γ_{max} tramite la relazione:

$$\gamma = \tau/G$$

Imponendo gli scorrimenti angolari limite nell'eqz. (2.1), si ricavano i rispettivi raggi limite r_p . A questo punto, è possibile calcolare il momento torcente:

- nella zona interna: utilizzando la forma completa dell'equazione (2.2), oppure adattando opportunamente al problema le relazioni (2.4) e (2.5);
- nella zona esterna: applicando la relazione elastica (2.3).

Il momento torcente totale risulterà la somma dei contributi delle due zone.

2.4.3 Applicazione del modello descritto al solare fusibile

Come descritto in precedenza, per il calcolo della coppia di rottura del solare fusibile si considera la sezione resistente suddivisa in due zone concentriche (Fig. 2.13):

- una zona anulare esterna, che lavora fino al raggiungimento della tensione di rottura R_m ;
- una zona interna, che lavora fino al raggiungimento della tensione di snervamento R_p .

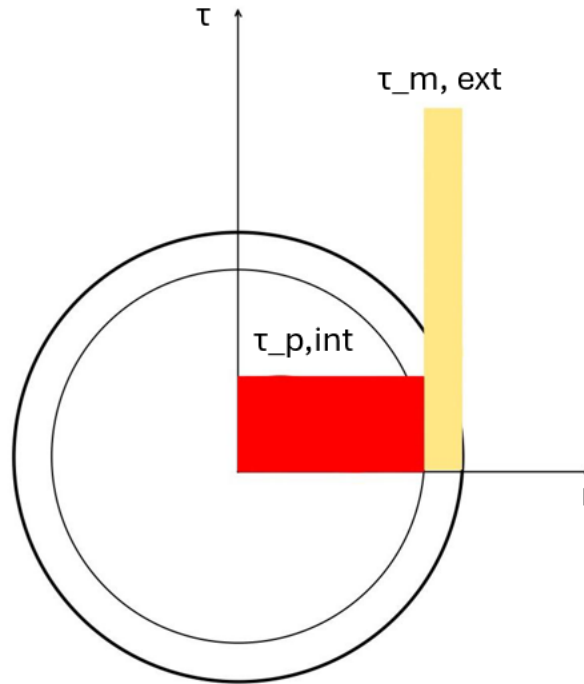


Figura 2.13: Distribuzione di tensioni tangenziali nel modello di calcolo.

Nel modello è stata adottata l'ipotesi di scorrimento angolare lineare, secondo la quale si assume che le due zone rimangano solidali fino al momento della rottura, senza scorrimenti relativi tra di esse. La validità di questa ipotesi può essere verificata osservando le condizioni di rottura rappresentate nel diagramma τ/γ di Fig. 2.14.

La rottura finale si verifica quando lo scorrimento angolare raggiunge il valore massimo γ_{max} , corrispondente al raggiungimento della tensione di rottura τ_m nello strato esterno. In tale istante, il materiale del nucleo si trova in un intervallo di tensione compreso tra $\tau_{p,int}$ e $\tau_{m,int}$.

Come discusso nel par. 2.4, è possibile approssimare tale valore con la tensione di snervamento del materiale interno $\tau_{p,int}$, poiché i valori di snervamento e di rottura risultano tra loro molto vicini. L'errore introdotto da questa approssimazione è pertanto trascurabile; inoltre, la scelta di assumere la tensione di snervamento risulta più conservativa

rispetto a quella di rottura.

Ne consegue che le due zone cedono simultaneamente, raggiungendo la rottura a due tensioni differenti sotto la deformazione angolare massima γ_{max} : ciò conferma la coerenza dell'ipotesi introdotta nel modello.

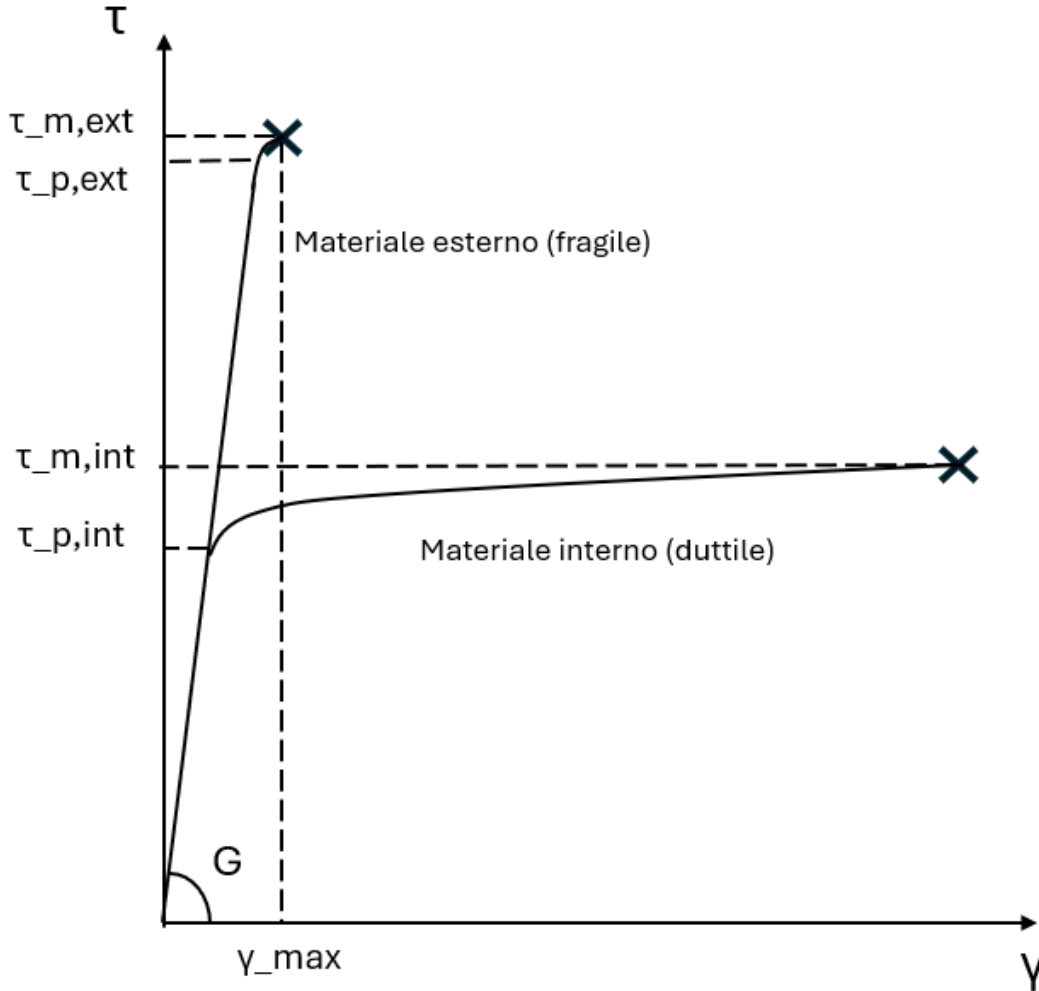


Figura 2.14: Diagramma τ/γ per le due condizioni di rottura del modello di calcolo statico.

Calcolo della coppia di rottura

Considerando che D è il diametro della gola e p è lo spessore termicamente alterato rispetto al resto della sezione, definiamo il diametro della zona interna come:

$$D_{int} = D - 2 \cdot p \quad (2.7)$$

Possiamo allora calcolare il momento torcente a rottura per entrambe le zone grazie alle equazioni (2.5) e (2.6):

- *Zona interna*

$$T_{INT} = \frac{8}{3} \frac{\tau_{p,int} J_{int}}{D_{int}}$$

$$J_{int} = \frac{\pi D_{int}^4}{32}$$

- *Zona esterna*

$$T_{EXT} = \frac{8}{3} \frac{\tau_{m,ext} J_{ext}}{D}$$

$$J_{ext} = \frac{\pi D^4}{32} - J_{int}$$

Il momento torcente sopportato dalla sezione allo schianto sarà semplicemente la somma dei contributi delle due zone:

$$T^* = T_{INT} + T_{EXT}$$

Per ricavare la coppia all'uscita del riduttore, corrispondente al valore di rottura del solare, occorre moltiplicare tale valore per il rapporto di condotta i_{out} . Se il solare appartiene all'ultimo stadio del riduttore, si utilizza direttamente il rapporto di quello stadio; se invece si trova in uno stadio intermedio della catena cinematica, va considerato il prodotto dei rapporti di tutti gli stadi successivi:

$$T = T^* \cdot i_{out}$$

2.5 Variazione della resistenza del materiale lungo la sezione di frattura

Come anticipato nel par. 2.3 la coppia di rottura statica dipende dalle proprietà meccaniche del materiale, le quali non risultano costanti lungo la sezione resistente del solare. Ciò è dovuto al trattamento termico di cementazione: come descritto nel par. 2.1 la rottura non avviene in modo omogeneo, ma coinvolge zone con caratteristiche diverse. Per caratterizzare tale variabilità, sono state eseguite analisi di microdurezza Vickers su diversi gruppi di solari fusibili. Dai valori di microdurezza sono infatti ricavabili i valori di tensione ultima del materiale (R_m), applicando la conversione secondo la norma UNI EN ISO 18265:2014 [2], come discusso nel par. 2.5.2.

Non è stato però possibile condurre queste analisi direttamente sui campioni già rotti in prova statica, poiché durante la frattura la sezione in gola subisce un marcato incrudimento. Ciò altera sensibilmente i valori rilevati, che risultano sovrastimati rispetto a quelli reali, come evidenziato in Fig. 2.15.

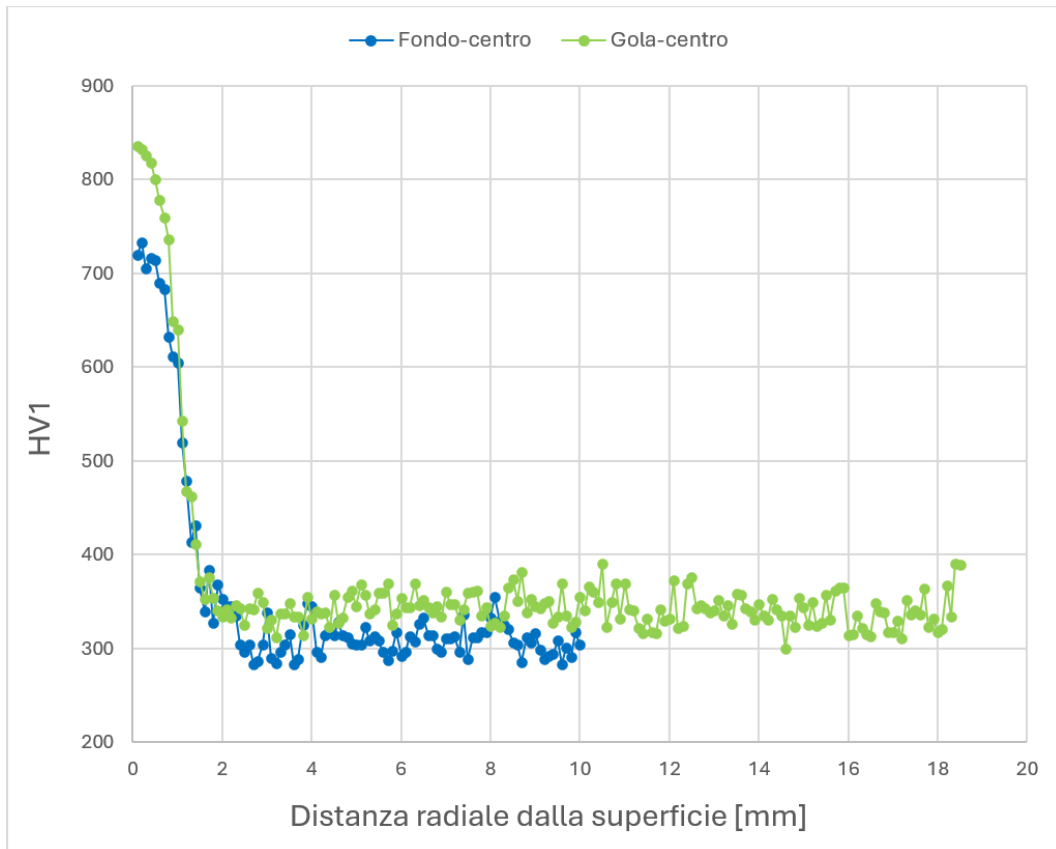


Figura 2.15: Andamenti di microdurezza per un solare dopo rottura statica. Rilevazioni eseguite in gola (superficie di frattura) e a fondo dente dello scanalato.

Si assume pertanto che, prima della rottura, le caratteristiche meccaniche nella gola e nel fondo dente dello stesso componente fossero equivalenti. Tale ipotesi è giustificata

dalla similitudine geometrica delle due zone e dalla loro analoga esposizione al trattamento termico: la gola del solare, infatti, presenta una morfologia assimilabile al vano tra due denti, per cui è verosimile che entrambe abbiano subito la stessa cementazione. Il confronto tra le misure in gola e a fondo dente mette in luce una resistenza nettamente maggiore nella sezione fratturata. Inoltre, la zona più esterna risulta incrudita in misura superiore rispetto all'interno, con valori che superano di oltre 100 HV quelli rilevati a fondo dente in prossimità della superficie. Questo comportamento conferma che, a rottura avvenuta, la zona esterna del componente manifesta un incremento locale di resistenza più marcato rispetto al nucleo - i.e un maggiore scarto tra la tensione di snervamento e quella effettivamente raggiunta in superficie.

Per superare questo limite, le analisi di microdurezza sono state eseguite su solari integri, dello stesso lotto e geometria di quelli testati a rottura. I componenti sono stati tagliati perpendicolarmente all'asse di rotazione, in corrispondenza della gola, ed è stata eseguita una mappatura radiale delle durezza dall'esterno verso il centro.

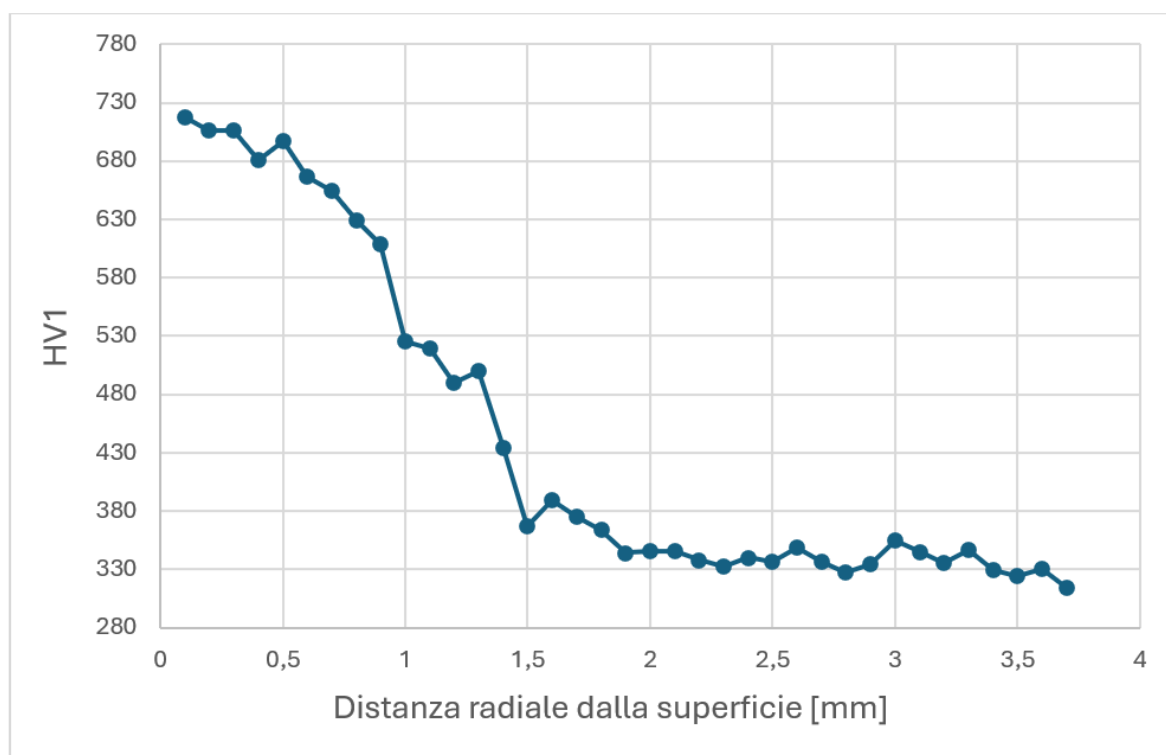


Figura 2.16: Analisi di microdurezza Vickers HV1 per un solare in 17NiCrMo6-4, $D = 73 \text{ mm}$.

I risultati ottenuti hanno permesso di estrarre i parametri riportati in Tab.2.1:

Tabella 2.1: Risultati delle analisi di microdurezza

Materiale	17NiCrMo6-4					Media	20MnCr5		Media
$D [mm]$	12	73	73	73	73		9,5	17,5	
$CHD [mm]$	0,63	0,8	1,07	0,97	0,85	0,86	0,48	0,51	0,5
$p [mm]$	1,5	1,7	1,9	2	1,9	1,8	1,2	1,2	1,2
$R_{m,ext} [MPa]$	2314	2280	2245	2236	2236	2262	2388	2211	2300
$R_{m,int,mean} [MPa]$	1269	943	971	1031	1023	-	1168	1128	-

Dall'analisi dei risultati emergono le seguenti osservazioni:

- lo strato di materiale effettivamente influenzato dal trattamento termico risulta superiore alla profondità di cementazione nominale (CHD).;
- l'andamento di R_m non è uniforme lungo la sezione resistente, come atteso per componenti cementati; tuttavia, i valori misurati in superficie mostrano una buona ripetibilità tra i diversi campioni;
- i valori medi della resistenza meccanica interna ($R_{m,int,mean}$) sono dissimili tra loro, con differenze imputabili al materiale e alla dimensione di gola.

Nei paragrafi successivi si procederà ad approfondire e quantificare tali osservazioni.

2.5.1 Focus sull'anello esterno maggiormente indurito

Dalle analisi di microdurezza è stata ricavata la grandezza p , definita come la profondità dalla superficie oltre la quale la durezza tende a stabilizzarsi su un valore pressoché costante. Approfondire la relazione tra questa variabile e la profondità di cementazione CHD (definita come la distanza dalla superficie in cui la durezza scende a 550 HV) è di particolare interesse per il calcolo della coppia di rottura del componente.

In linea con la modellazione proposta nel par. 2.4, risulta infatti utile definire a quale distanza dalla superficie sia possibile identificare l'interfaccia tra il guscio interno e quello esterno, al fine di rappresentare in modo più realistico il contributo di entrambe le zone alla resistenza a rottura.

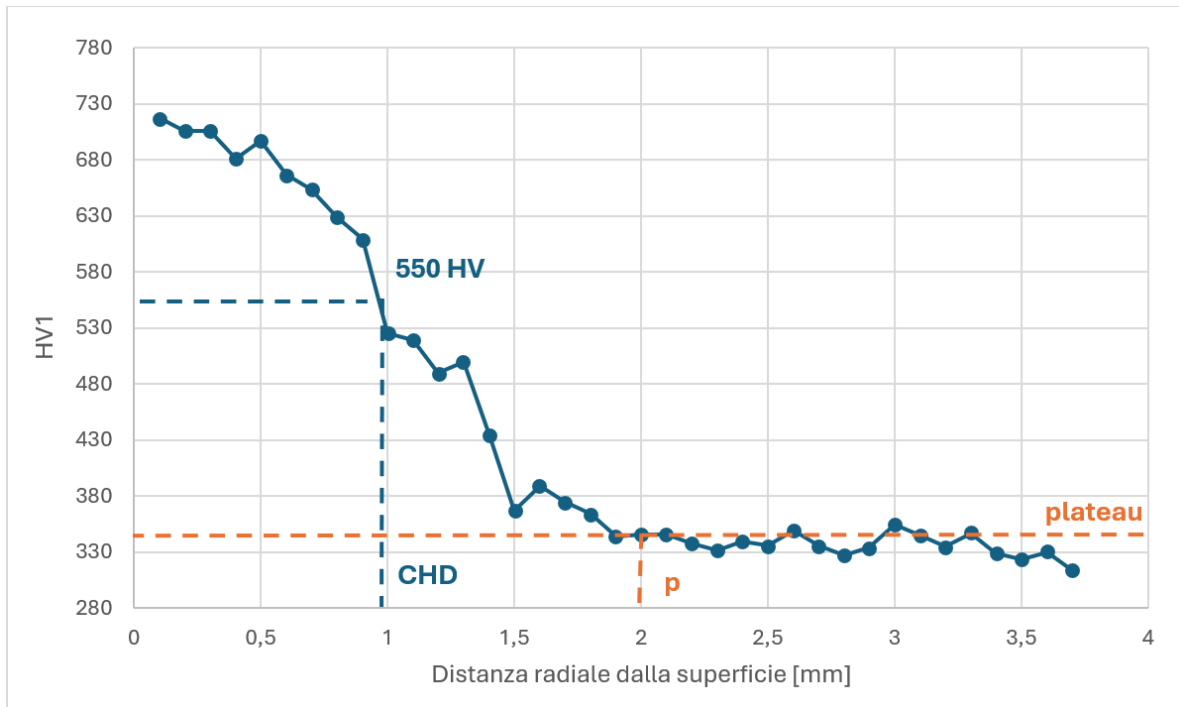


Figura 2.17: Analisi di microdurezza con evidenza delle profondità CHD e p .

Relazione tra p e CHD

Dall'analisi dei dati sperimentali (Tab. 2.2) emerge che il rapporto p/CHD , per entrambi i materiali, aumenta al diminuire del diametro del componente. Ad esempio, considerando i solari in 17NiCrMo6-4, il rapporto cresce da 2,05 per $D = 73 \text{ mm}$ a 2,38 per $D = 12 \text{ mm}$.

Inoltre, dalle analisi risulta che l'influenza del materiale sul rapporto p/CHD appare limitata/trascurabile, rispetto a quella esercitata dalle dimensioni della gola.

In ottica cautelativa, si assume quindi la relazione:

$$p \approx 2 \cdot CHD$$

da cui deriva

$$D_{int} = D - 2 \cdot p \quad (2.8)$$

Tabella 2.2: Valori di CHD e p rilevati dalle analisi di microdurezza

Materiale	17NiCrMo6-4					20MnCr5	
D [mm]	12	73	73	73	73	9,5	17,5
CHD [mm]	0,63	0,8	1,07	0,97	0,85	0,48	0,51
p [mm]	1,5	1,7	1,9	2	1,9	1,20	1,20
p/CHD	2,38	2,12	1,78	2,06	2,24	2,48	2,36
$(p/CHD)_{mean-Materiale,D}$	2,38	2,05				2,48	2,36
$(p/CHD)_{mean-Materiale}$	2,12					2,42	

2.5.2 Dai rilievi di microdurezza alla determinazione della resistenza meccanica puntuale

Per convertire i valori di microdurezza Vickers (HV) in termini di resistenza meccanica (R_m) è stata utilizzata la tabella di conversione per acciai basso legati, presente nella norma UNI EN ISO 18265:2014 [2]. Inoltre, è stato necessario prolungare la retta di conversione, poiché le misure dello strato esterno possono superare i valori massimi riportati dalla norma.

L'equazione della retta di conversione è calcolata grazie ad un'interpolazione lineare, mostrata in Fig. 2.18:

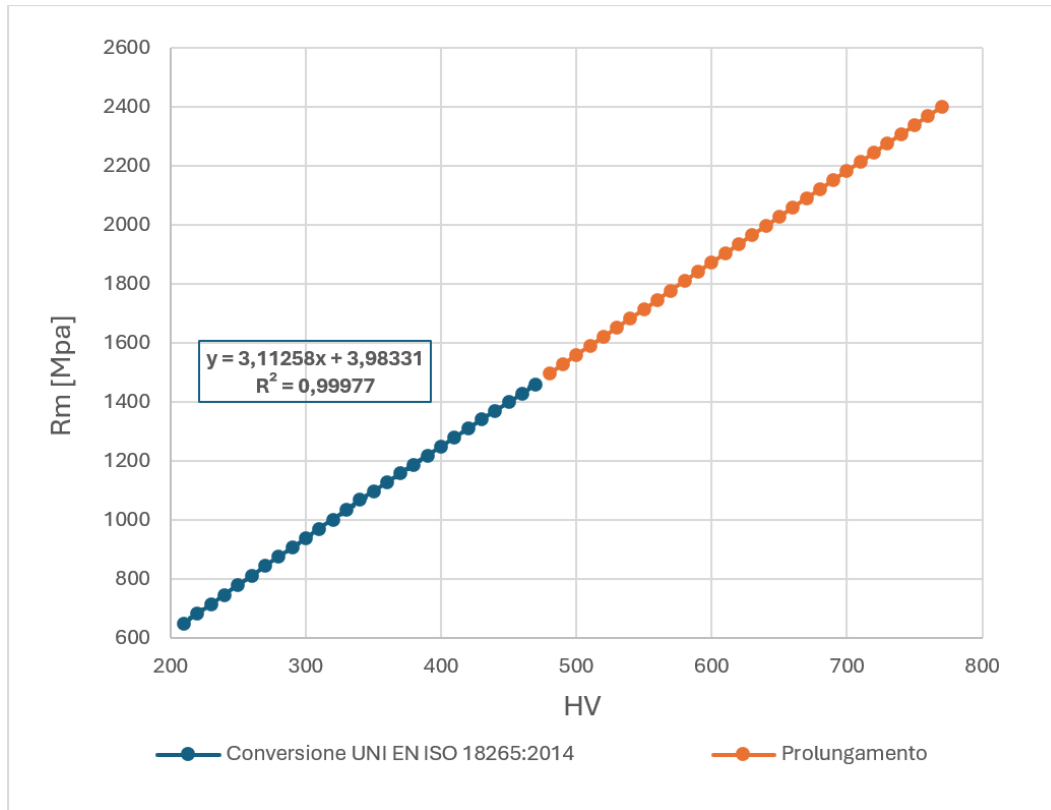


Figura 2.18: Retta di conversione $R_m - HV$, con equazione di interpolazione lineare a immagine.

Come mostrato in figura, il tratto di conversione prolungato risulta piuttosto esteso, con un intervallo comparabile a quello riportato nella norma. Nonostante ciò, la prosecuzione lineare è stata ritenuta accettabile, in quanto l'andamento della curva nella porzione normata evidenzia una marcata linearità. Infatti l'interpolazione rappresenta quasi perfettamente i dati sperimentali, con $R^2 = 0,99977$ (vedi par. 2.5.3 per la definizione del coefficiente di determinazione R^2).

2.5.3 Modellazione di R_m per lo strato esterno

A differenza della zona interna, in cui la durezza oscilla attorno ad un valore pressoché costante, l'andamento della durezza nello strato esterno è decrescente.

Questa variazione rende complesso associare all'intero strato un unico valore di resistenza meccanica, capace di rappresentare in modo accurato il contributo di questa regione alla coppia di rottura.

In linea teorica sarebbe preferibile impiegare direttamente i valori reali di resistenza ricavati dalle analisi di microdurezza, al fine di valutare separatamente il contributo fornito da ogni punto dell'anello indurito. Tuttavia, eseguire tali misurazioni su campioni di ogni lotto produttivo risulta un'attività lunga, costosa e poco praticabile. Per questo motivo, l'obiettivo di questo paragrafo è sviluppare un modello teorico in grado di descrivere in maniera realistica l'andamento della resistenza nello strato esterno, partendo da parametri più semplici da valutare e utilizzabili nelle procedure di calcolo.

Modello con resistenza media della sezione

Una prima ipotesi potrebbe essere l'associare all'intera profondità p un valore di resistenza, $HV_{media}(p)$, calcolato come la media delle misure sperimentali nello strato esterno (Fig. 2.19).

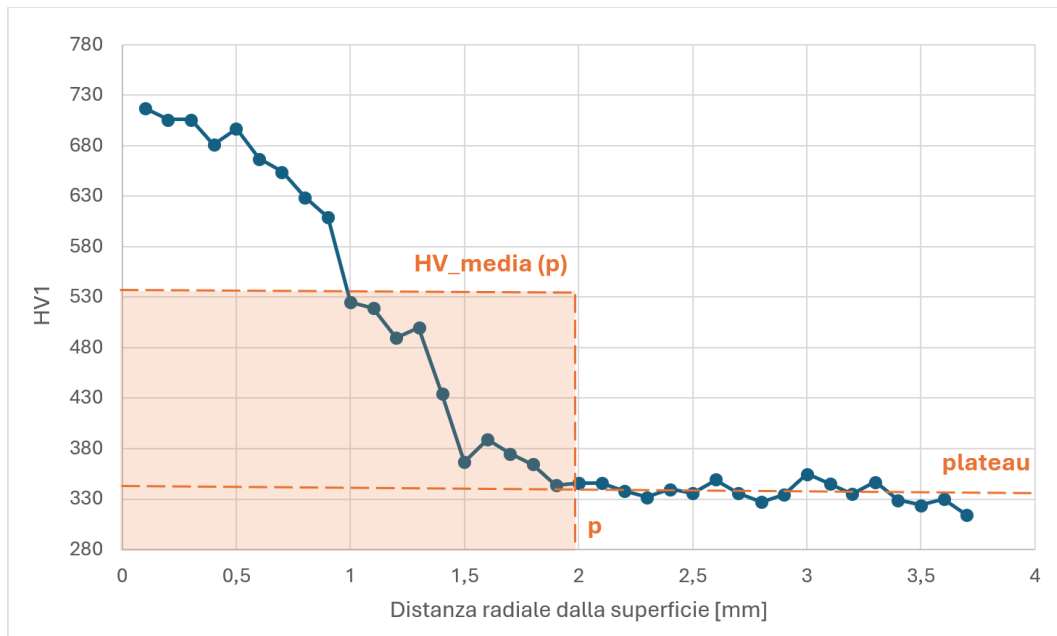


Figura 2.19: Modellazione dello strato esterno ad un valore di resistenza media.

Il limite di questa approssimazione è evidente:

- il contributo degli strati più esterni, che hanno maggiore influenza sul momento resistente grazie al loro momento di inerzia più elevato, viene sottostimato;

- il contributo degli strati più interni, caratterizzati da una minore influenza, viene invece sovrastimato.

Nel complesso, questa approssimazione non rispecchia il comportamento effettivo del componente: la coppia resistente dell'anello esterno risulta infatti sottostimata, poiché il modello non tiene conto del maggiore contributo degli strati più duri in superficie. Per queste ragioni tale approccio è stato scartato, preferendo lo sviluppo di modellazioni alternative più aderenti al comportamento reale del materiale.

Costruzione del modello sinusoidale

Osservando una somiglianza visiva tra l'andamento sperimentale e una funzione sinusoidale, validata numericamente di seguito (vedi eq. (2.9)), si è scelto di modellare $R_m(r)$ in questo modo, fissando:

- picco in superficie: $(r_{ext} ; R_{m,ext})$
- valle al limite interno dell'anello termicamente alterato $(r_{int} = r_{ext} - p ; R_{m,int})$

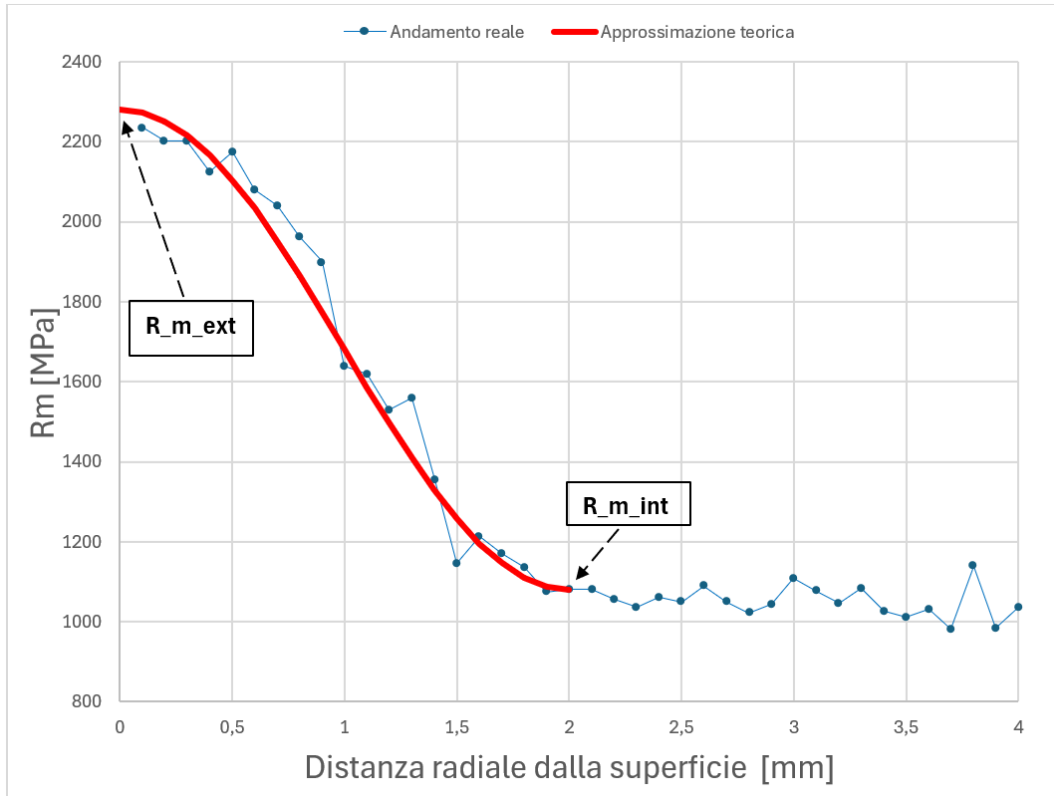


Figura 2.20: Confronto distribuzione reale di R_m con quella ottenuta dal modello sinusoidale.

L'equazione generale adottata è:

$$R_m(r) = A \sin[B (r - r_{int}) + C] + A + R_{m,int}$$

dove:

$$r_{int} = D_{int}/2$$

e i coefficienti A , B e C sono:

$$A = (R_{m,ext} - R_{m,int})/2$$

$$B = \frac{\pi}{2p}$$

$$C = \frac{B (2p)}{2}$$

Per $R_{m,ext}$ si è fissato il valore 2280 MPa , in linea con le rilevazioni di microdurezza effettuate a $0,1 \text{ mm}$ dalla superficie dopo la conversione in resistenza meccanica (vedi Tab. 2.3). Questo valore si mantiene pressoché costante indipendentemente dal materiale, dalla dimensione del componente o dalla profondità di cementazione, in quanto è determinato direttamente dal trattamento: in prossimità della superficie, infatti, la cementazione genera una microstruttura totalmente martensitica - saturata in carbonio - indipendentemente dalle dimensioni del componente o dalla natura chimica del metallo base.

Tabella 2.3: Valori di $R_{m,ext}$ da analisi di microdurezza

Materiale	17NiCrMo6-4					20MnCr5	
$D \text{ [mm]}$	12	73	73	73	73	9,5	17,5
$R_{m,ext} \text{ [MPa]}$	2314	2280	2245	2236	2236	2388	2211
$R_{m,ext,mean-Materiale,D} \text{ [MPa]}$	2314	2249				2388	2211
$R_{m,ext,mean-Materiale} \text{ [MPa]}$	2262					2300	

$$R_{m,ext,mean-total} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{m,ext,i}}{n} \approx 2280 \text{ MPa}$$

La determinazione del valore di $R_{m,int}$ richiede un'analisi specifica, che verrà trattata nel paragrafo successivo.

Verifica dell'attendibilità del modello sinusoidale

Per valutare l'attendibilità del modello sinusoidale adottato, è stato calcolato il coefficiente di determinazione R^2 , che misura quanto accuratamente i dati sperimentali siano descritti dal modello.

Il coefficiente R^2 può assumere valori compresi tra 0 e 1:

- valori prossimi a 1 indicano che il modello rappresenta in maniera efficace la variabilità dei dati sperimentali;
- valori prossimi a 0 suggeriscono invece che il modello non spiega adeguatamente la distribuzione dei dati.

Il coefficiente di determinazione è definito dalla relazione:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (Y'_i - Y_i)^2}{\sum_i (\bar{Y} - Y_i)^2}$$

dove Y'_i rappresenta i valori stimati dal modello, Y_i i valori sperimentali e $\bar{Y}$ la media dei valori sperimentali.

Applicando la formula ai dati riportati in Fig. 2.20, e confrontando la distribuzione sperimentale con una sinusoidale che assume come valore minimo quello misurato sperimentalmente, si ottiene:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (R'_{m,i} - R_{m,i})^2}{\sum_i (\bar{R}_m - R_{m,i})^2} \approx 0,98 \quad (2.9)$$

Il valore elevato del coefficiente conferma che la sinusoidale rappresenta un modello di interpolazione molto accurato per i dati disponibili.

Confronto con altri modelli matematici

L'ipotesi di andamento sinusoidale ha fornito le approssimazioni migliori rispetto ad altri modelli per la maggior parte dei solari fusibili analizzati.

In Tab. 2.4 sono riportati i valori del coefficiente di determinazione R^2 calcolati sui dati di microdurezza, considerando tre diverse ipotesi di interpolazione: sinusoidale, lineare e parabolica.

Tabella 2.4: Valori del coefficiente R^2 per i modelli matematici analizzati, con evidenza del valore massimo.

Materiale	17NiCrMo6-4					20MnCr5	
$D [mm]$	12	73	73	73	73	9,5	17,5
R^2 sinusoidale	0,87	0,99	0,95	0,98	0,96	0,88	0,94
R^2 lineare	0,86	0,93	0,87	0,94	0,93	0,80	0,90
R^2 parabolico	0,94	0,66	0,61	0,65	0,79	0,86	0,85

Tutti i modelli sono stati calibrati imponendo due condizioni al contorno:

- valore massimo in superficie (0 mm ; 2280 MPa), fissato in precedenza;

- valore minimo al limite interno dell'anello termicamente alterato (r_{int} ; $R_{m,int}$), corrispondente al valore sperimentale raggiunto alla profondità di plateau p (vedi Tab. 2.2).

Dai risultati emerge che l'approssimazione sinusoidale risulta la più fedele in quasi tutti i casi, ad eccezione del solare in 17NiCrMo6-4 con $D = 12 \text{ mm}$. Per quest'ultimo, l'andamento di microdurezza è caratterizzato da un immediato calo dalla superficie, ed è privo del tipico cambio di convessità della sinuoside, come mostrato in Fig. 2.21.

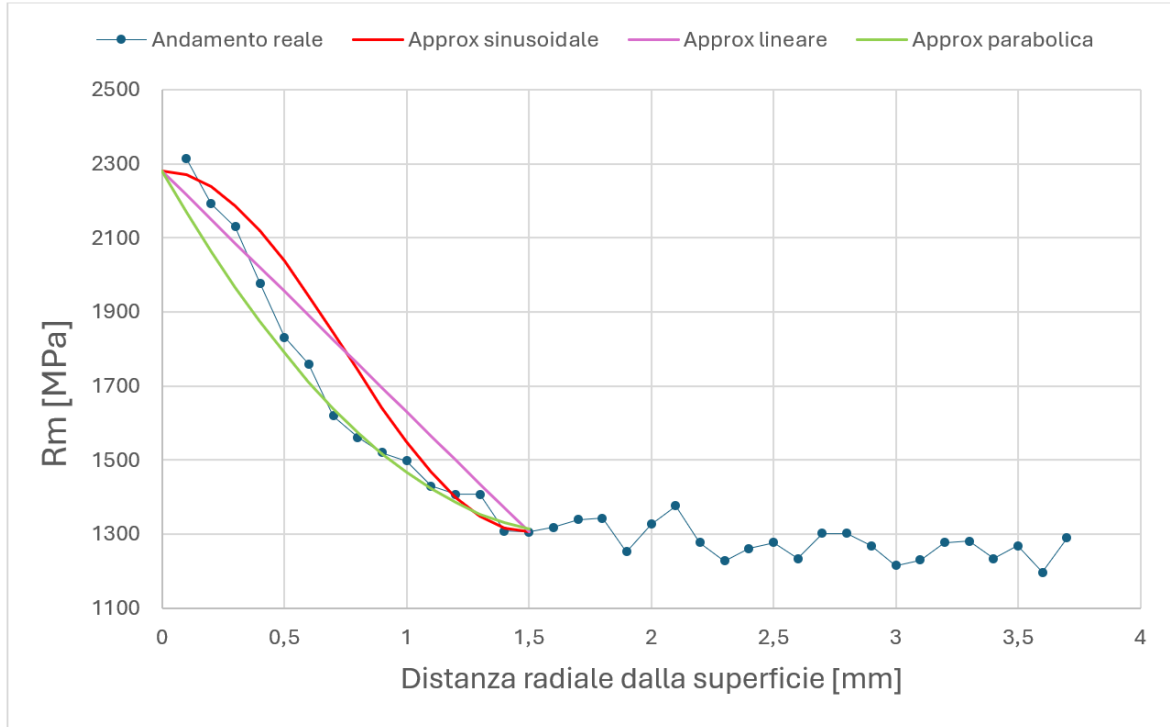


Figura 2.21: Confronto della distribuzione reale di R_m con i modelli sinusoidale, lineare e parabolico per un solare in 17NiCrMo6-4 ($D = 12 \text{ mm}$).

In tale configurazione, il modello parabolico risulta più adeguato, con un R^2 pari a 0,94. Utilizzare il modello sinusoidale nel calcolo di questo solare, condurrebbe ad una sovrastima sistematica della coppia di rottura teorica, in quanto l'anello esterno verrebbe considerato più resistente di quanto effettivamente sia.

Tal effetto è confermato nel par. 2.7.3, dove il confronto con i risultati sperimentali mostra chiaramente la tendenza alla sovrastima.

Conclusioni

Il modello sinusoidale si conferma una scelta generalmente valida, in quanto descrive in modo realistico l'andamento convesso-concavo tipico della variazione di microdurezza negli strati cementati.

Tuttavia, il modello sinusoidale non può essere considerato universale. In geometrie

particolari, come nel caso di una gola molto stretta, la diffusione del carbonio può risultare limitata, impedendo di raggiungere la saturazione superficiale tipica di una cementazione con spessore di trattamento vincolato.

Questo accade perchè il tempo di permanenza in forno, in base alle indicazioni fornite a disegno, viene calibrato sulla dentatura. Essendo la dentatura più esposta della gola, e quindi più facilmente cementabile, nella pratica industriale si procede all'estrazione dal forno prima che questa si infragilisca - ottenendo di converso una profondità di cementazione sulla gola minore rispetto a quella sui denti.

Per i solari in cui i risultati teorici mostrano uno scostamento significativo rispetto a quelli sperimentali (ad esempio con $D = 12mm$), è quindi consigliabile eseguire analisi di microdurezza mirate nella gola, così da verificare l'effettiva validità del modello. Qualora emergessero discrepanze, può risultare più opportuno adottare funzioni alternative, come ad esempio un andamento parabolico.

2.5.4 Relazione tra $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$ e intervalli di variabilità

Le grandezze $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$ rappresentano rispettivamente la resistenza meccanica e il limite di snervamento della zona interna del materiale. Sappiamo che le proprietà interne del materiale variano in base al diametro del componente, vedi i datasheet delle acciaierie in Fig. 2.22 [3] e Fig. 2.23 [4].

stato		FUCINATO UNI 8550: 1984 Valida come riferimento	
sezione mm		Prova di trazione in longitudinale	
		R	Rp 0,2
oltre	fino a	N/mm ²	N/mm ² min
	11	1225-1520	980
11	25	1030-1325	785
25	40	930-1230	735
40	100	785-1080	590
Caratt. meccaniche ricavate da barrotto di riferimento sottoposto a tempra di nucleo e disteso			

Figura 2.22: Proprietà meccaniche del 17NiCrMo6-4 al variare del diametro del componente.

Stato	Sezione (mm)	Rm (MPa)	Rp0.2 (MPa) min
laminato	11	1230 - 1570	930
	30 (*)	930 - 1230	690
	63 (*)	780 - 1080	540
	(*) valore informativo		

Figura 2.23: Proprietà meccaniche del 20MnCr5 al variare del diametro del componente.

Inoltre, il materiale ha una sua variabilità nella composizione chimica, che si riflette in alterazioni di R_m e R_p dovute al differente effetto degli elementi di lega (ad esempio un aumento della concentrazione di Cu porta ad un incremento di R_m). Abbiamo evidenza di questo effetto nei certificati 3.1 (attestata con provini di dimensioni diverse dal solare fusibile), come mostrato in Tab. 2.5.

Relazione tra $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$

La caratterizzazione della resistenza allo snervamento della zona interna ($R_{p,int}$) richiederebbe l'esecuzione di prove di trazione dedicate, attività complessa e onerosa sia in termini economici che di tempo, oltre che realizzabile solo su provini integri di dimensioni adeguate.

Per questo motivo si è preferito stimare $R_{p,int}$ in modo indiretto, mediante una relazione analitica con la resistenza meccanica ($R_{m,int}$) la quale può essere ricavata più agevolmente dalle misurazioni di microdurezza.

A tale scopo, si è analizzata la correlazione tra i valori di R_p e R_m riportati nei certificati 3.1 dei materiali impiegati (Tab. 2.5), ricavando per ciascun lotto il rapporto R_p/R_m .

Tabella 2.5: Valori di R_m , R_p e R_p/R_m ricavati dai certificati 3.1.

Materiale	17NiCrMo6-4									20MnCr5	
$D_{ref} [mm]$	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	50
$R_m [MPa]$	1505	1504	1466	1464	1446	1342	1304	1282	1245	1450	1018
$R_p [MPa]$	1140	1151	1094	1245	1111	1043	1008	989	928	1101	758
R_p/R_m	0,757	0,765	0,746	0,850	0,768	0,777	0,773	0,771	0,746	0,759	0,745

I valori ottenuti (ad eccezione di un caso isolato pari a 0,850) risultano compresi tra 0,745 e 0,777, con un valore medio di circa 0,76.

Per un diametro di riferimento $D_{ref} = 11 \text{ mm}$, il rapporto può essere assunto pari a:

$$\frac{R_p}{R_m} \approx 0,75$$

Applicando questa relazione ai valori di R_m da certificato per $D_{ref} = 11 \text{ mm}$ è possibile stimare i corrispondenti valori di R_p .

Il passo successivo consiste nello scalare entrambi i valori di resistenza (R_m e R_p) in funzione del diametro reale del componente, per ottenere così $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$ seguendo le curve di riferimento delle acciaierie.

La procedura di ricalcolo di R_m e R_p è descritta nel paragrafo seguente.

Procedura di calcolo di $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$

A partire dai risultati di prove di trazione reperiti dalle acciaierie online sono state definite tre curve di riferimento in funzione del diametro del barrotto (Fig. 2.24):

1. $R_{m,max,ref}$
2. $R_{m,min,ref}$
3. $R_{p,ref}$

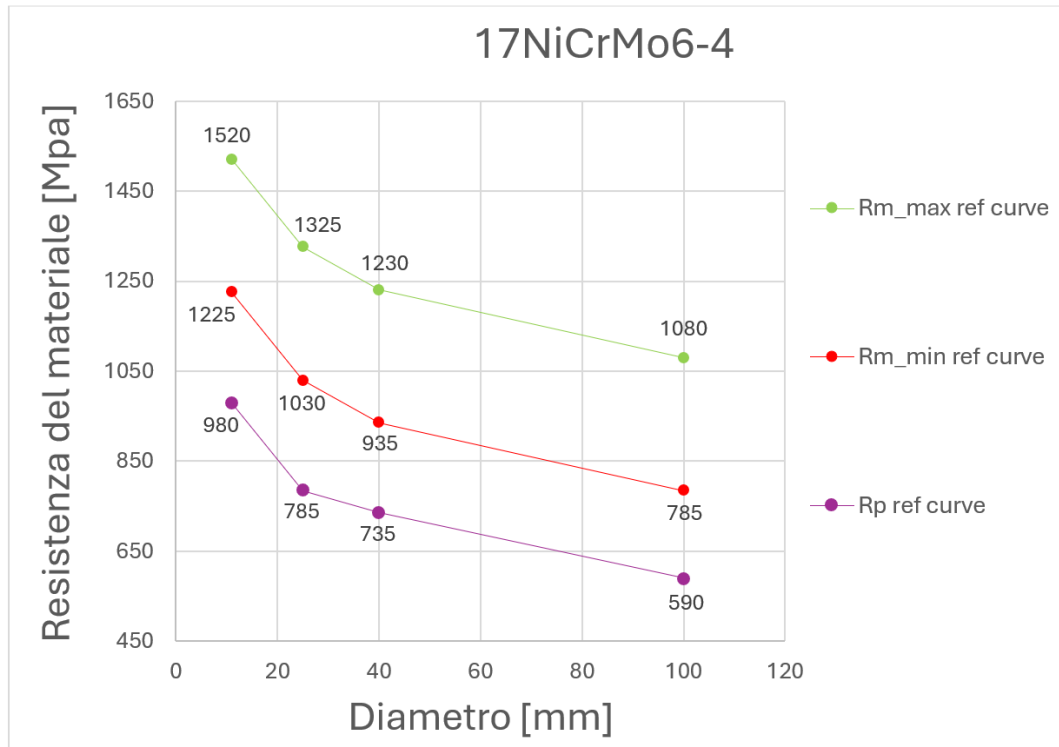


Figura 2.24: Curve di riferimento per le proprietà meccaniche del 17NiCrMo6-4.

In linea con le informazioni fornite dalle acciaierie, per la resistenza meccanica si considera un intervallo di variabilità, mentre per lo snervamento si adotta un unico valore di riferimento.

Il calcolo di $R_{m,int}$ e $R_{p,int}$ si svolge come segue:

1. Input dell'utente:
 - $R_{m,ref}$ del materiale da certificato;
 - D_{ref} del provino su cui sono state testate le proprietà meccaniche;
2. Traslazione parallela delle curve:
 - Creazione di una spezzata parallela a $R_{m,max,ref}$ e $R_{m,min,ref}$ passante per $(D_{ref}; R_{m,ref})$, denominata $R_{m,int}$.

3. Determinazione di $R_{m,int}$, $R_{m,int,max}$ e $R_{m,int,min}$:

- Si individuano sulle tre curve ($R_{m,max,ref}$, $R_{m,min,ref}$ e $R_{p,ref}$) i valori corrispondenti al diametro di gola del componente D .

4. Calcolo di $R_{p,int}$:

- Si riporta la curva $R_{m,int}$ al diametro di riferimento $D_{ref} = 11 \text{ mm}$;
- Si applica il rapporto $R_p/R_m \approx 0,75$ per ottenere il corrispondente $R_{p,int}$;
- Si genera una spezzata parallela a $R_{p,min}$ per scalare il valore al diametro interno reale.

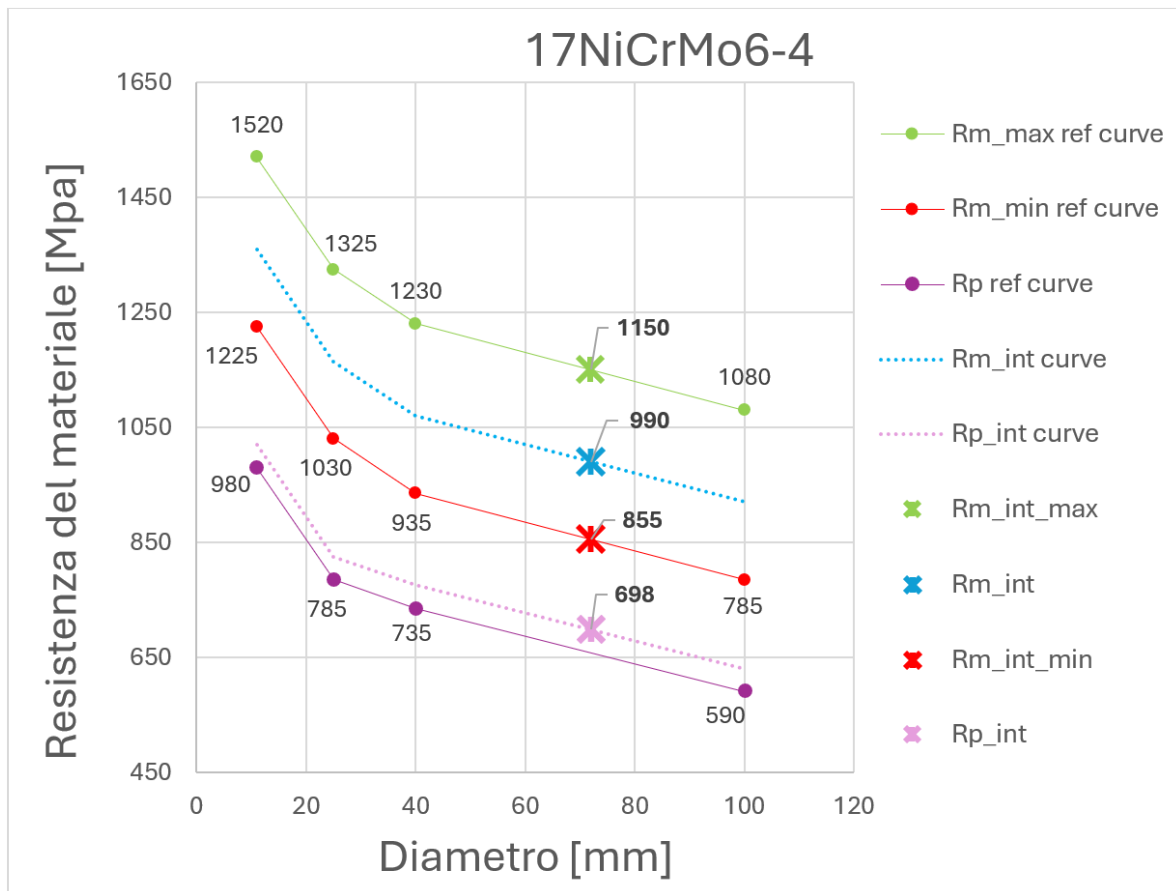


Figura 2.25: Calcolo valori di $R_{p,int}$ e $R_{m,int}$ partendo dalle curve di riferimento.

Di seguito viene presentato il confronto tra i valori di $R_{m,int}$ ottenuti con il metodo descritto e quelli sperimentali ricavati dalle analisi di microdurezza.

Confronto tra i valori di $R_{m,int}$ calcolati e i risultati sperimentali ricavati dalle analisi di microdurezza

Per validare il metodo descritto per la determinazione dei valori di $R_{m,int}$, è stato eseguito un confronto con i valori sperimentali $R_{m,int,mean}^{HV1}$, ricavati dalle analisi di microdurezza. Come riportato in Tab. 2.6, i valori calcolati non coincidono perfettamente con quelli sperimentali, ma nella quasi totalità dei casi rientrano all'interno della banda di variabilità compresa tra $R_{m,int,min}$ e $R_{m,int,max}$.

Tabella 2.6: Confronto tra i valori calcolati e sperimentali di $R_{m,int}$.

Materiale D [mm]	17NiCrMo6-4					20MnCr5	
	12	73	73	73	73	9,5	17,5
D_{ref} [mm]	11	11	11	11	11	11	50
$R_{m,ref}(D_{ref})$ [MPa]	1342	1245	1446	1464	1282	1450	1018
$R_{m,int,min}(D)$ [MPa]	1211	853	853	853	853	1254	1127
$R_{m,int,max}(D)$ [MPa]	1506	1148	1148	1148	1148	1597	1454
$R_{m,int}(D)$ [MPa]	1328	873	1074	1092	910	1474	1306
$R_{m,int,mean}^{HV1}$ [MPa]	1269	943	971	1031	1023	1168	1128
$Dev.(R_{m,int}/R_{m,int,mean}^{HV1})$ [%]	+4,6	-7,4	+10,6	+5,9	-11,0	+26,2	+15,8
$R_{m,int,mean}^{HV1} \in [R_{m,int,min}; R_{m,int,max}]$?	sì	sì	sì	sì	sì	no	sì

L'unico caso che si discosta in modo significativo è quello del solare in 20MnCr5 con $D = 9,5$ mm, per cui la resistenza meccanica interna risulta sovrastimata di circa +26,2%, e al di fuori dell'intervallo di resistenza teorico. Tale anomalia si riflette anche nei risultati di rottura riportati nel par. 2.7.5, dove si osserva una sovrastima sistematica della coppia teorica. È verosimile che questa discrepanza sia riconducibile a un effetto dimensionale, poiché si tratta dell'unico componente per il quale il diametro reale della gola risulta inferiore a quello del barrotto di riferimento ($D_{ref} = 11$ mm). Un'ulteriore probabile causa può essere legata alla variabilità delle proprietà meccaniche effettive del materiale: è possibile che il lotto da cui proviene il campione presenti caratteristiche leggermente inferiori rispetto ai valori medi dichiarati a certificato, come effetto naturale della dispersione produttiva.

Nel complesso, il confronto sperimentale conferma la validità del metodo di calcolo proposto, che si dimostra in grado di riprodurre con buona approssimazione la variabilità reale del materiale: in media, lo scostamento tra valori calcolati e sperimentali risulta inferiore al $[10 \div 15]$ %, ad eccezione del caso anomalo sopra citato.

Le discrepanze osservate restano dunque entro limiti contenuti per l'ingegneria di progetto e risultano attribuibili principalmente alla normale dispersione metallurgica tra i lotti di produzione.

2.6 Architettura del modello di calcolo realizzato

Dopo aver illustrato i fondamenti teorici/sperimentali del modello di calcolo adottato, si espone il funzionamento del programma realizzato mediante il software Excel.

Nel programma sono presenti diverse casistiche di calcolo, che includono:

- tolleranze geometriche
- variabilità della profondità di cementazione
- variabilità delle proprietà meccaniche

Dati in input

Per il calcolo della coppia di rottura del componente sono richiesti i seguenti dati:

Categoria	Parametro	Descrizione
Geometria	D	Diametro di gola nominale
	$D(-)$	Tolleranza geometrica minima
	$D(+)$	Tolleranza geometrica massima
	D_{spline}	Diametro di fondo dello scanalato
Trattamento termico	CHD_{min}	Profondità di cementazione minima
	CHD_{max}	Profondità di cementazione massima
Materiale	Materiale	17NiCrMo6-4 / 20MnCr5
	$R_{m,ref}$	Resistenza meccanica da certificato 3.1
	D_{ref}	Diametro barrotto di riferimento da certificato 3.1
	$R_{m,ext} \approx 2280 \text{ MPa}$	Resistenza meccanica in superficie
Progetto	i_{out}	Rapporto di condotta output-fusibile

Calcoli preliminari

Dai dati in input si ricavano:

Parametro	Descrizione
$D_{min} = D + D(-)$	Diametro di gola minimo
$D_{max} = D + D(+)$	Diametro di gola massimo
$\Delta D = D_{spline} - D$	Condizione di soglia $\Delta D \geq 0,4 \text{ mm}$ (vedi par. 2.7.1)
$p_{min} = 2 \cdot CHD_{min}$	Spessore strato esterno minimo
$p_{max} = 2 \cdot CHD_{max}$	Spessore strato esterno massimo
$p_{mean} = \frac{p_{min} + p_{max}}{2}$	Spessore strato esterno medio

Tramite le procedure illustrate nel par. 2.5.4, si determinano:

Parametro	Descrizione
$R_{p,ref} = 0,75 \cdot R_{m,ref}$	Tensione di snervamento al diametro di riferimento D_{ref}
$R_{p,int}$	Tensione di snervamento nella zona interna
$R_{m,int}$	Tensione di rottura nella zona interna
$R_{m,int,min}$	Tensione di rottura interna minima
$R_{m,int,max}$	Tensione di rottura interna massima

Casi di calcolo

Per includere la variabilità produttiva nel calcolo, si determina una banda di valori di coppia di rottura attraverso tre casi di riferimento:

- ***Worst case:*** $D_{min}, CHD_{min}, R_{m,int,min}$
- ***Best case:*** $D_{max}, CHD_{max}, R_{m,int,max}$
- ***Expected case:*** $D, CHD_{mean}, R_{m,int}$

Di seguito è mostrato il calcolo per il caso atteso (***Expected case***).

2.6.1 Calcolo del contributo della zona interna alla coppia di rottura

La condizione limite per la zona interna si ha al raggiungimento uniforme della tensione di snervamento R_p .

Diametro caratteristico

$$D_{int} = D - 2 \cdot p_{mean}$$

Momento di inerzia polare

$$J_{int} = \frac{\pi D_{int}^4}{32}$$

Tensione tangenziale (criterio di Von Mises)

$$\tau_p = R_p / \sqrt{3}$$

Coppia trasmissibile dalla zona interna

$$T_{int} = \frac{8}{3} \frac{\tau_p J_{int}}{D_{int}} i_{out}$$

2.6.2 Calcolo del contributo della zona esterna alla coppia di rottura

La rottura nello strato cementato avviene quando la tensione raggiunge la resistenza a rottura del materiale in ogni punto della sezione indurita.

Come discusso nel par. 2.5.3, la distribuzione della resistenza nella zona esterna non è uniforme ma può essere approssimata da una sinusoide:

$$R_m(D) = A \sin\left[\frac{B}{2}(D - D_{int}) + C\right] + A + R_{m,int}$$

dove:

$$A = \frac{(R_{m,ext} - R_{m,int})}{2}$$

$$B = \frac{\pi}{2p}$$

$$C = \frac{B(2p)}{2}$$

La sinusoide viene discretizzata in 20 anelli concentrici, in modo di garantire una risoluzione spaziale di circa un punto per ogni decimo di millimetro. Questa spaziatura

risulta in linea con quella adottata nelle analisi di microdurezza e con le pratiche comunemente utilizzate dai produttori di componenti trattati termicamente per determinare la profondità di cementazione

Gli anelli sono identificati da un indice k , la cui numerazione inizia da quello più esterno.

Per ciascun anello k :

$$R_{m,k} = R_m(D_k)$$

$$\tau_{m,k} = \frac{R_{m,k}}{\sqrt{3}}$$

$$J_k = \frac{\pi(D_k^4 - D_{k+1}^4)}{32}$$

$$T_k = \frac{8}{3} \frac{\tau_{m,k} J_k}{D_{int}} i_{out}$$

La coppia totale trasmissibile dalla zona esterna è:

$$T_{ext} = \sum_{k=1}^{20} T_k$$

2.6.3 Calcolo coppia di rottura totale

La coppia di rottura complessiva del componente è data dalla somma dei contributi:

$$T = T_{int} + T_{ext}$$

2.7 Validazione del modello di calcolo con i risultati sperimentali

Come anticipato nei paragrafi precedenti, durante lo sviluppo della ruota solare fusibile sono stati condotti test statici su diverse tipologie di solari fusibili, suddivisi nei seguenti gruppi:

- Gruppi A, B e C: realizzati in acciaio 17NiCrMo6-4.
- Gruppi D e E: realizzati in acciaio 20MnCr5.

Ciascun gruppo è caratterizzato dallo stesso profilo scanalato e dallo stesso profilo dentato, ma da una differente dimensione della gola o da una diversa appartenenza a un lotto produttivo. I solari appartenenti a uno stesso gruppo presentano quindi una sostituibilità di montaggio e sono stati testati in modo omogeneo all'interno della medesima tipologia di riduttore.

Nel seguito si propone il confronto tra i valori di coppia di rottura ottenuti sperimentalmente e quelli previsti dal modello, limitando l'analisi al solo caso atteso (*Expected case*).

2.7.1 Gruppo A

I solari appartenenti al gruppo A rappresentano il primo riferimento per lo sviluppo e la validazione del modello di calcolo, in quanto sono i componenti per cui è stato eseguito il maggior numero di prove sperimentali.

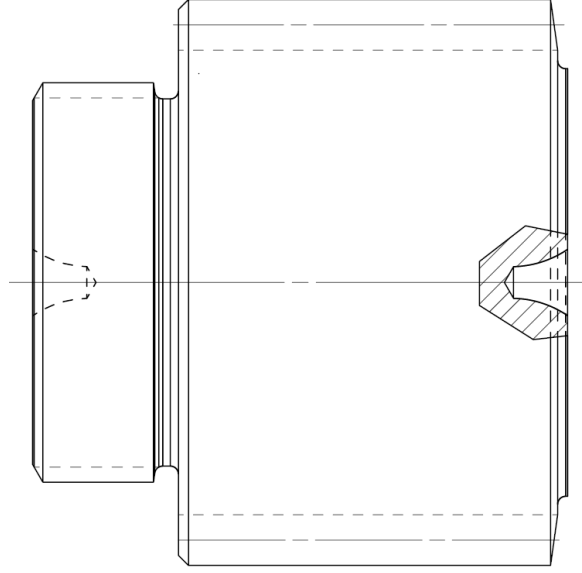


Figura 2.26: Esempio di solare fusibile del gruppo A.

A parità di dimensioni caratteristiche di parte dentata e scanalato, sono stati testati componenti realizzati in 17NiCrMo6-4, con dimensioni variabili della gola ($D = [70 \div 73] \text{ mm}$), estratti da diversi lotti produttivi.

I risultati del calcolo della coppia di rottura sono riportati in Tab. 2.7.

Tabella 2.7: Risultati gruppo A.

17NiCrMo6-4					$i_A = 4,55$						
$D \text{ [mm]}$	73	73	73	73	72,5	72	72	71	71	70	70
$\Delta D \text{ [mm]}$	+0,4	+0,2	-0,3	+0,3	+0,9	+1,4	+1,4	+2,4	+2,4	+3,4	+3,4
$CD_{mean} \text{ [mm]}$	1	1	1	1	1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
$R_{m,rif} \text{ [MPa]}$	1464	1446	1282	1245	1464	1446	1504	1446	1504	1446	1504
$D_{rif} \text{ [mm]}$	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
$T_{test}^{(1)} \text{ [kNm]}$	260	333	300	270	255	275	250	245	275	235	260
$T_{test}^{(2)} \text{ [kNm]}$	262	349	300	275	265	285	255	245	275	235	265
$T_{test}^{(media)} \text{ [kNm]}$	261	341	300	273	260	280	253	245	275	235	263
$T_{th} \text{ [kNm]}$	268	265	233	226	264	250	261	241	251	232	242
$Dev. \text{ [%]}$	+2,8	-22,3	-22,3	-17,1	+1,4	-10,7	+3,3	-1,7	-8,6	-1,2	-7,8

In alcuni casi, la variabilità produttiva ha portato a deviazioni del diametro di fondo dello scanalato rispetto al valore previsto a disegno ($D_{spline} = 73,4 \text{ mm}$). Queste variazioni hanno determinato valori ridotti del parametro ΔD (definito precedentemente come la differenza tra D_{spline} e D), influenzando in modo significativo la coppia di rottura (vedi colonne evidenziate in rosso nella tabella).

L'analisi dei risultati evidenzia infatti una buona coerenza complessiva tra i valori teorici e quelli sperimentali della coppia di rottura, ad eccezione dei campioni con ΔD più basso. Quando la differenza tra D_{spline} e D è minima, l'effetto di intaglio nella gola si riduce, determinando una minore concentrazione delle tensioni e, di conseguenza, una coppia di rottura più elevata rispetto alle previsioni teoriche.

Alla luce di queste considerazioni, si propone di introdurre una soglia di accettabilità per il parametro ΔD , al fine di individuare preventivamente possibili discrepanze tra calcolo e risultati sperimentali:

$$\Delta D \geq 0,4 \text{ mm}$$

Solo i solari del gruppo A presentano ΔD prossimi o inferiori a tale valore critico. Ciò è dovuto al fatto che le quote nominali di gola e di scanalato risultano molto vicine tra loro, e l'intervallo di tolleranza ammette sovrapposizioni.

Escludendo i campioni con ΔD inferiore alla soglia proposta, la deviazione media tra valori teorici e sperimentali si attesta a $-2,8 \%$, con deviazioni massime prossime al -10% , a conferma della buona affidabilità del calcolo in questa configurazione.

2.7.2 Gruppo B

I solari appartenenti al gruppo B, realizzati anch'essi in acciaio 17NiCrMo6-4, presentano una geometria analoga a quella del gruppo A, ma con dimensioni complessivamente maggiori (gola, scanalato e parte dentata).

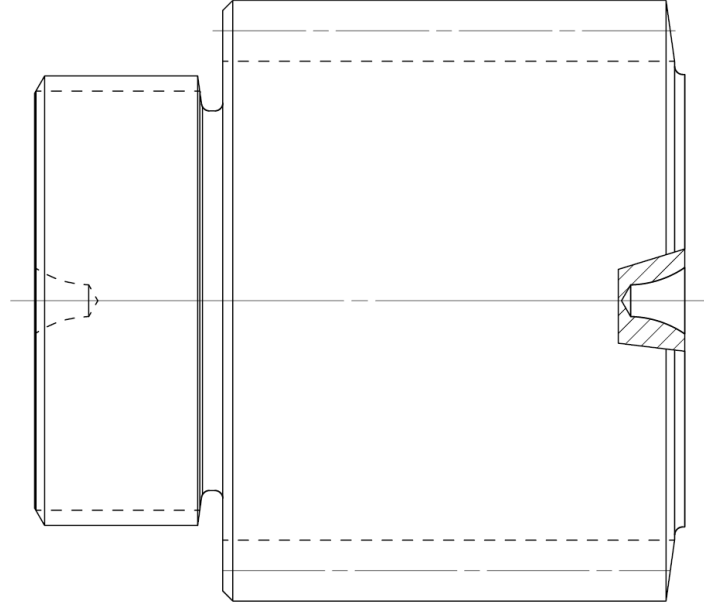


Figura 2.27: Esempio di solare fusibile del gruppo B.

Per questi solari sono state condotte prove su quattro provini, confrontabili a due a due, come riportato in Tab. 2.8:

- provini con identica geometria ($D = 82 \text{ mm}$), ma appartenenti a lotti produttivi diversi;
- provini dello stesso lotto produttivo, ma con diametri di gola differenti ($D = 75$ e $75,5 \text{ mm}$).

Un aspetto particolarmente significativo emerge analizzando i risultati relativi ai solari con $D = 82 \text{ mm}$: per i campioni caratterizzati da $R_{m,rif} = 1304 \text{ MPa}$, sono state registrate tre rotture ad un valore medio di 357 kNm , mentre per i campioni con $R_{m,rif} = 1505 \text{ MPa}$ non è mai stata raggiunta la rottura durante le prove. Questo evidenzia chiaramente l'importanza di monitorare la variabilità delle proprietà meccaniche, data la loro influenza diretta sulla coppia di rottura. Il modello di calcolo ha confermato tale tendenza: a parità di geometria, un incremento del +15 % di $R_{m,rif}$ ha comportato un aumento del +16 % della coppia di rottura teorica.

L'analisi per i solari provenienti dallo stesso lotto ma con diverse dimensioni di gola ha restituito un risultato atteso: un aumento di $0,5 \text{ mm}$ del diametro di gola ha portato ad un incremento di circa il 5 % della coppia di rottura sperimentale media (e un

incremento di circa il 2,5 % della coppia di rottura teorica), confermando la diretta dipendenza della coppia di rottura del componente dal diametro di gola.

Tabella 2.8: Risultati gruppo B.

17NiCrMo6-4	$i_B = 4,47$			
D [mm]	82	82	75,5	75
ΔD [mm]	+0,6	+0,6	+7,9	+8,4
CD_{mean} [mm]	1,3	1,3	1,3	1,3
$R_{m,rif}$ [MPa]	1505	1304	1466	1466
D_{rif} [mm]	11	11	11	11
$T_{test}^{(1)}$ [kNm]	*	339	314	298
$T_{test}^{(2)}$ [kNm]	*	364	316	303
$T_{test}^{(3)}$ [kNm]	-	368	317	305
$T_{test}^{(media)}$ [kNm]	*	357	315	302
T_{th} [kNm]	389	335	306	301
$Dev.$ [%]	-	-6,0	-3,0	-0,4

* Per questi solari non è stata raggiunta la rottura.

I risultati del gruppo B mostrano una deviazione media del $-4,3$ %, confermando la validità del modello di calcolo anche su una scala maggiore rispetto a quella di sviluppo.

2.7.3 Gruppo C

I componenti del gruppo C, realizzati in 17NiCrMo6-4, sono solari di dimensioni ridotte che vengono adottati nei primi stadi del riduttore, dove si ha un elevato rapporto di condotta.

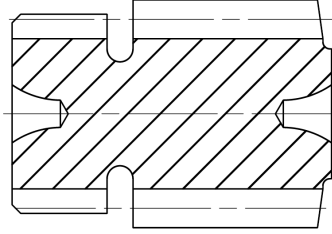


Figura 2.28: Esempio di solare fusibile del gruppo C.

Per questo gruppo, i provini testati appartengono allo stesso lotto produttivo, ma presentano due diametri in gola differenti: $D = 12$ e $12,5 \text{ mm}$.

I risultati del calcolo della coppia di rottura sono disponibili in Tab. 2.9.

Tabella 2.9: Risultati gruppo C.

17NiCrMo6-4	$i_C = 1124$	
$D \text{ [mm]}$	12,5	12
$\Delta D \text{ [mm]}$	5,3	4,8
$CD_{mean} \text{ [mm]}$	0,6	0,6
$R_{m,rif} \text{ [MPa]}$	1342	1342
$D_{rif} \text{ [mm]}$	11	11
$T_{test}^{(1)} \text{ [kNm]}$	450	365
$T_{test}^{(2)} \text{ [kNm]}$	-	380
$T_{test}^{(3)} \text{ [kNm]}$	-	400
$T_{test}^{(media)} \text{ [kNm]}$	450	382
$T_{th} \text{ [kNm]}$	531	477
$Dev. \text{ [%]}$	+18,1	+25,0

Il calcolo teorico della coppia di rottura evidenzia scostamenti significativi dai valori sperimentali, incorrendo in una sovrastima sistematica, con una deviazione media del +21,6 %.

L'origine di questa discrepanza è attribuibile in larga parte all'approssimazione sinusoidale della distribuzione di durezza nell'anello esterno, come discusso nel par. 2.5.3. Infatti, le misure sperimentali evidenziano un andamento della durezza immediatamente decrescente al di sotto della superficie, risultando più compatibile con un profilo

parabolico, piuttosto che con uno sinusoidale. In tali condizioni, il modello sinusoidale tende a sovrastimare la resistenza dello strato superficiale.

Questo particolare andamento di durezza può essere ricondotto ad una propagazione interrotta del carbonio durante il trattamento termico di cementazione. La ridotta dimensione longitudinale della gola, infatti, potrebbe rallentare la propagazione del carbonio in questa zona. Di conseguenza, al termine del trattamento, non si raggiunge la saturazione di carbonio nello strato sub-superficiale della gola.

Eseguendo nuovamente il calcolo della coppia di rottura, ma utilizzando un andamento parabolico di resistenza meccanica, si ottengono i risultati riportati in Tab. 2.10.

Tabella 2.10: Risultati gruppo C con andamento parabolico.

$D [mm]$	12,5	12
$T_{test} [kNm]$	450	382
$T_{th} [kNm]$	501	448
$Dev. [\%]$	+11,2	+17,4

I risultati evidenziano che il modello parabolico riduce sensibilmente la discrepanza tra i valori teorici e sperimentali, con una nuova deviazione media pari a +14,3 % (migliorando la stima di circa 7,3 % rispetto al caso precedente), pur mantenendo una sovrastima generale della coppia di rottura.

Un'ulteriore causa della sovrastima può essere ricondotta alla resistenza meccanica del materiale interno. Come mostrato in Tab. 2.6, nel calcolo teorico è stato impiegato un valore di resistenza meccanica interna leggermente più alto di quello rilevato dalle analisi di microdurezza (1328 MPa contro 1269 Mpa).

Per verificare l'effetto di tale differenza, è stato ripetuto il calcolo utilizzando la resistenza interna effettivamente rilevata sperimentalmente in combinazione con una modellazione parabolica dell'andamento della resistenza nell'anello esterno. La corrispondente resistenza a snervamento è stata stimata secondo la relazione:

$$R_{p,int} = 0,75 \cdot 1269 = 952 MPa$$

I risultati aggiornati sono riportati in Tab. 2.11.

La nuova stima mostra un ulteriore miglioramento, con una deviazione media ridotta a +11,3%, rispetto al +14,3% ottenuto con il solo modello parabolico, sebbene la coppia di rottura teorica risulti ancora sovrastimata.

Tabella 2.11: Risultati gruppo C con andamento parabolico e correzione delle proprietà meccaniche.

D [mm]	12,5	12
$R_{m,int}$ [MPa]	1269	1269
$R_{p,int}$ [MPa]	952	952
T_{test} [kNm]	450	382
T_{th} [kNm]	488	436
$Dev.$ [%]	+8,4	+14,1

In sintesi, l'introduzione di condizioni più realistiche — ovvero l'adozione di un andamento parabolico per la distribuzione della durezza nello strato cementato e l'impiego del valore misurato di $R_{m,int}$ — ha consentito di ridurre l'errore di circa 10 punti percentuali, passando da una deviazione media di +21,6% a +11,3%.

2.7.4 Gruppo D

I solari del gruppo D, realizzati in acciaio 20MnCr5, sono anch'essi di dimensioni ridotte, ma a differenza del gruppo C la dimensione longitudinale della gola è maggiore.

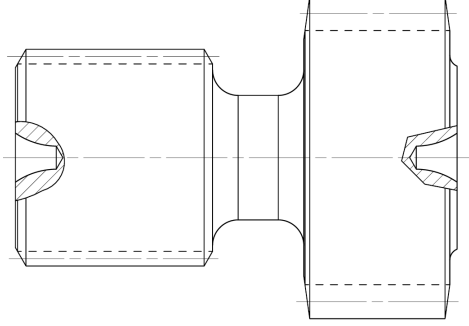


Figura 2.29: Esempio di solare fusibile del gruppo D.

Per questo gruppo sono stati testati componenti appartenenti allo stesso lotto produttivo, ma con due diametri di gola differenti ($D = 17$ e $17,5 \text{ mm}$), come mostrato in Tab. 2.12.

Tabella 2.12: Risultati gruppo D.

20MnCr5	$i_D = 148$	
$D \text{ [mm]}$	17,5	17
$\Delta D \text{ [mm]}$	8,1	8,6
$CD_{mean} \text{ [mm]}$	0,5	0,5
$R_{m,rif} \text{ [MPa]}$	1018	1018
$D_{rif} \text{ [mm]}$	50	50
$T_{test}^{(1)} \text{ [kNm]}$	179	151
$T_{test}^{(2)} \text{ [kNm]}$	-	157
$T_{test}^{(media)} \text{ [kNm]}$	179	154
$T_{th} \text{ [kNm]}$	167	154
$Dev. \text{ [%]}$	-6,9	+0,3

I risultati mostrano una buona coerenza tra i valori teorici e quelli sperimentali: le deviazioni riscontrate sono contenute e rientrano in un intervallo accettabile ($-3,3 \%$), confermando la validità del modello in questa configurazione.

2.7.5 Gruppo E

I componenti del gruppo E, realizzati anch'essi in acciaio 20MnCr5, presentano una geometria differente rispetto agli altri solari: in questo caso, infatti, la parte scanalata è interna.

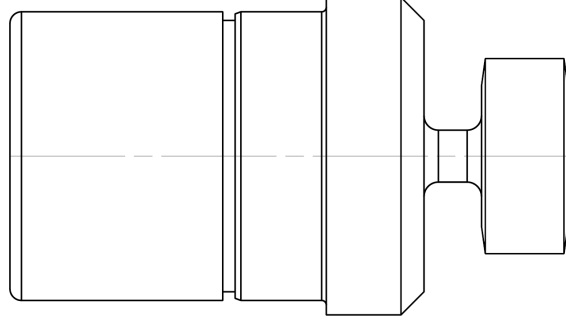


Figura 2.30: Esempio di solare fusibile del gruppo E.

Sono stati testati solari provenienti da due differenti lotti produttivi, con due dimensioni del diametro di gola ($D = 9$ e $9,5 \text{ mm}$).

Tabella 2.13: Risultati gruppo E.

20MnCr5	$i_D = 946$	
$D \text{ [mm]}$	9,5	9
$\Delta D \text{ [mm]}$	5,0	5,5
$CD_{mean} \text{ [mm]}$	0,5	0,5
$R_{m,rif} \text{ [MPa]}$	1450	1408
$D_{rif} \text{ [mm]}$	11	11
$T_{test}^{(1)} \text{ [kNm]}$	144	138
$T_{test}^{(2)} \text{ [kNm]}$	168	144
$T_{test}^{(media)} \text{ [kNm]}$	156	141
$T_{th} \text{ [kNm]}$	213	181
$Dev. \text{ [%]}$	+36,7	+28,7

I risultati in Tab. 2.13 mostrano che la coppia teorica risulta sistematicamente sovrastimata, con una deviazione media pari a +32,7 %.

A differenza dei solari del gruppo C, tale discrepanza non sembra riconducibile al modello sinusoidale, in quanto i valori di R^2 riportati in Tab. 2.4 indicano una buona coerenza tra andamento teorico e distribuzione sperimentale di durezza.

Come già anticipato in Tab. 2.6, l'origine dell'errore di calcolo per questi solari può essere ricondotto ad una sovrastima della resistenza meccanica del materiale riportata a certificato $R_{m,rif}$. In particolare, nei calcoli è stata utilizzata una resistenza meccanica sensibilmente superiore rispetto a quella ricavata dalle analisi di microdurezza di circa +35 % (1574 MPa contro 1168 MPa). Di conseguenza anche il contributo della zona interna viene sovrastimato, poichè direttamente proporzionale al valore di R_m .

Per verificare questa ipotesi, è stato ripetuto il calcolo della coppia teorica utilizzando i valori di resistenza meccanica ricavati sperimentalmente ($R_{m,int} = 1168 \text{ MPa}$) e stimando la resistenza allo snervamento con:

$$R_{p,int} = 0,75 \cdot 1168 = 876 \text{ MPa}$$

I risultati ottenuti sono riportati in Tab. 2.14.

Tabella 2.14: Risultati gruppo E con correzione delle proprietà meccaniche.

$D \text{ [mm]}$	9,5	9
$R_{m,int} \text{ [MPa]}$	1168	1168
$R_{p,int} \text{ [MPa]}$	876	876
$T_{test}^{(media)} \text{ [kNm]}$	156	141
$T_{th} \text{ [kNm]}$	190	164
$Dev. \text{ [%]}$	+21,8	+16,3

La nuova stima mostra un miglioramento significativo, con una riduzione della deviazione media di circa 13 punti percentuali, portandola a +19,1 %.

Tuttavia, la coppia teorica risulta ancora sovrastimata, suggerendo che ulteriori fattori secondari, possano contribuire alla discrepanza residua.

2.7.6 Considerazioni finali sui risultati

Il confronto complessivo tra modello e prove sperimentali evidenzia una buona affidabilità per i solari dei gruppi A, B e D (errore $< 5\%$), mentre i gruppi C ed E mostrano scostamenti significativi (errore $20 \div 30\%$), con una tendenza sistematica alla sovrastima della coppia di rottura.

Le cause principali di tali discrepanze possono essere ricondotte ai seguenti aspetti:

- *Modellazione della resistenza nello strato esterno*

Come discusso nel par. 2.7.3, l'andamento sinusoidale della resistenza meccanica non rappresenta sempre in modo accurato il comportamento reale dello strato esterno. Per i solari con gola stretta e profonda, come nel gruppo C, le misure di microdurezza mostrano un andamento immediatamente decrescente, meglio approssimabile da una legge parabolica. L'adozione di tale modello migliora sensibilmente l'accordo con i dati sperimentali, pur lasciando una residua sovrastima della coppia teorica.

- *Sovrastima della resistenza interna*

Come emerso nell'analisi del gruppo E (par. 2.7.5), la resistenza meccanica dichiarata dai certificati può differire significativamente da quella effettiva del materiale. Infatti, è mostrato come il valore utilizzato a calcolo si discosti sensibilmente da quello rilevato dalle analisi di microdurezza (eseguite su un solare dello stesso lotto produttivo di quello testato a rottura). L'utilizzo dei valori effettivi riduce la discrepanza, confermando l'influenza critica di questa variabile sui risultati finali.

- *Influenza dei rendimenti degli stadi epicicloidali*

Pel modello si è assunto un comportamento completamente rigido del sistema, ipotizzando rendimenti unitari per gli stadi epicicloidali. Tuttavia, è plausibile che durante i test si verifichino piccoli scorrimenti interni, con conseguente riduzione della coppia realmente trasmessa ai solari. Questo effetto risulta più marcato per i solari collocati negli stadi più lontani dal pignone (rapporti di condotta elevati), come nei gruppi C ed E, per i quali si osservano infatti le principali divergenze.

- *Variabilità produttiva*

Fattori come le tolleranze geometriche, la profondità effettiva di cementazione e la variabilità delle proprietà meccaniche incidono inevitabilmente sulla dispersione dei risultati sperimentali.

Inoltre, è utile ricordare che le analisi di microdurezza non sono state condotte sui provini effettivamente rotti, ma su altri componenti dello stesso lotto; di conseguenza, esse forniscono una caratterizzazione di massima dell'andamento delle proprietà, non una misura puntuale riferita ai pezzi testati.

Nel complesso, i risultati confermano la validità generale del modello nel descrivere il comportamento a rottura statica dei solari fusibili, pur evidenziando la necessità di calibrazioni locali per alcune configurazioni specifiche.

Sulla base di tali considerazioni, nel paragrafo successivo viene condotta un'analisi di sensitività per valutare l'influenza delle principali variabili produttive sui risultati del modello.

2.8 Analisi di sensitività

Per valutare l'influenza della variabilità produttiva sui risultati del calcolo teorico è stata eseguita un'analisi di sensitività. Questa si propone di valutare l'alterazione di una variabile target (i.e. la coppia di rottura) in relazione a limitate variazioni dei parametri di influenza nell'intorno di una configurazione nominale (i.e. D , CHD , $R_{m,ref}$). Per sua natura quindi, l'analisi di sensitività linearizza la dipendenza della variabile target rispetto ai parametri di influenza.

I solari analizzati finora si differenziano principalmente per il diametro di gola (CHD e $R_{m,ref}$ sono simili - il primo per scelta progettuale, il secondo per selezione del materiale base). L'analisi di sensitività è stata eseguita su due solari rappresentativi dei modelli a diametri maggiori e minori, al fine di valutare la diversa influenza dei parametri di progetto e del loro range di tolleranza sulla ripetibilità della coppia di rottura al variare delle dimensioni caratteristiche del componente.

La prima analisi riportata fa riferimento al gruppo A ($D_{nom} = 73 \text{ mm}$), utilizzato anche per la calibrazione del modello, mentre la seconda analisi prende in considerazione il gruppo E ($D_{nom} = 9,5 \text{ mm}$).

2.8.1 Analisi di sensitività gruppo A

Il componente di riferimento è caratterizzato dai seguenti parametri fissi:

- Materiale: 17NiCrMo6-4
- Diametro barrotto di riferimento dal certificato 3.1: $D_{ref} = 11 \text{ mm}$

Le variabili oggetto di analisi sono:

- Diametro di gola: $D_{nom} = 73 \text{ mm} \rightarrow [71,5 \div 74,5] \text{ mm}$
- Profondità di cementazione: $CHD_{nom} = 1 \text{ mm} \rightarrow [0,8 \div 1,2] \text{ mm}$
- Resistenza meccanica del materiale di riferimento dal certificato 3.1:
 $R_{m,ref,nom} = 1360 \text{ MPa} \rightarrow [1230 \div 1520] \text{ MPa}$ (range richiesto ai fornitori)

La Fig. 2.31 riassume graficamente l'analisi di sensitività condotta sui solari del gruppo A, evidenziando l'impatto relativo delle tre variabili considerate.

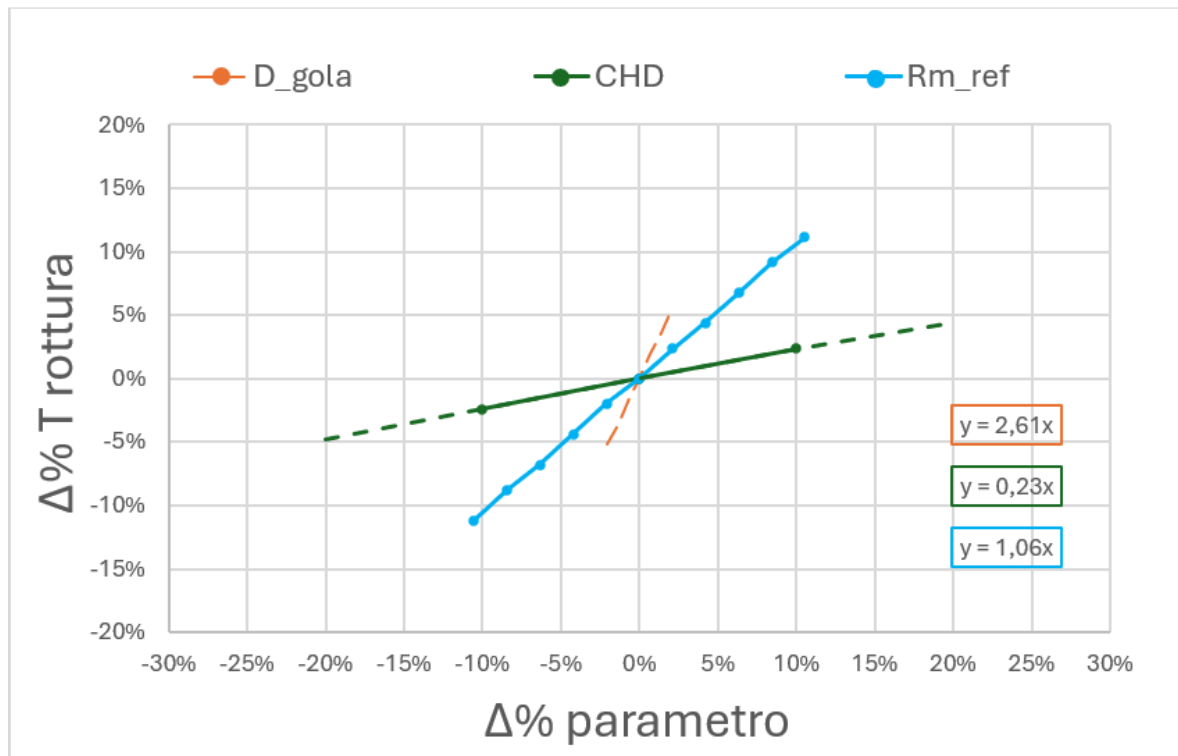


Figura 2.31: Analisi di sensitività sui solari del gruppo A. In linea continua la variabilità produttiva ammessa, in linea tratteggiata l'estensione dei range esplorati per la valutazione di sensitività.

In Tab. 2.15 sono riportati i coefficienti caratteristici delle curve di sensitività ($\Delta T / \Delta_{parametro}$) e i range di variabilità reale, da cui si ricava l'influenza effettiva di ciascun parametro sulla coppia di rottura teorica.

Tabella 2.15: Coefficienti di sensitività e influenza reale dei parametri produttivi sulla coppia di rottura teorica per i solari del gruppo A.

Parametro	Sensitività $\Delta T_{rottura} / \Delta_{parametro}$	Valore nominale	Tolleranza $\Delta_{parametro}$	Range di variazione parametro $\Delta_{parametro} [\%]$	Range di variazione coppia $\Delta T_{rottura} [\%]$
D	2,61	73 mm	0,1 mm	0,14	0,37
CHD	0,23	1 mm	0,2 mm	20,00	4,60
$R_{m,ref}$	1,06	1375 MPa	290 Mpa	21,09	22,36

Caso 1 - Variazione del diametro di gola

Fissati $CHD_{nom} = 1 \text{ mm}$ e $R_{m,ref,nom} = 1375 \text{ MPa}$.

Tabella 2.16: Analisi di sensitività sul diametro di gola D .

$D \text{ [mm]}$	71,5	72,0	72,5	73,0	73,5	74,0	74,5
$\Delta D \text{ [\%]}$	-2,1	-1,4	-0,7	0	+0,7	+1,4	+2,1
$T \text{ [kNm]}$	238	242	247	251	256	260	265
$\Delta T \text{ [\%]}$	-5	-4	-2	0	+2	+3	+6

Il diametro di gola rappresenta un parametro progettuale primario, poiché anche variazioni di pochi millimetri possono influire in modo significativo sulla coppia di rottura, con un legame tra i due parametri di tipo più che proporzionale (2,61 % di $T_{rottura}$ per ogni punto percentuale di variazione di D).

Tuttavia, poiché le tolleranze produttive reali sono molto più ristrette (0,1 mm), l'impatto effettivo di tale variabile sulla dispersione dei risultati risulta limitato (0,37 %). È inoltre importante notare che questa tolleranza viene applicata in modo uniforme a tutte le dimensioni di solare, il che implica che i componenti di dimensioni minori risultano più sensibili alle variazioni geometriche ammesse, e quindi più soggetti a variabilità di questa natura.

Caso 2 - Variazione della profondità di cementazione

Fissati $D_{nom} = 73 \text{ mm}$ e $R_{m,ref,nom} = 1375 \text{ MPa}$.

Tabella 2.17: Analisi di sensitività sulla profondità di cementazione CHD .

$CHD \text{ [mm]}$	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$\Delta CHD \text{ [\%]}$	-20	-10	0	+10	+20
$T \text{ [kNm]}$	239	245	251	257	262
$\Delta T \text{ [\%]}$	-5	-2	0	+2	+4

La profondità di cementazione (CHD) mostra una sensibilità teorica più contenuta,

pari allo 0,23 % di $T_{rottura}$ per ogni punto percentuale di variazione di CHD .

Considerando l'intervallo reale ammesso ($\pm 0,1 \text{ mm}$, pari al 20 %), l'influenza complessiva sulla coppia di rottura è dell'ordine del 5 %. Ciò indica che nella pratica produttiva l'impatto della variabilità di CHD resta contenuto.

Caso 3 - Variazione della resistenza meccanica del materiale di riferimento

Fissati $D_{nom} = 73 \text{ mm}$ e $CHD_{nom} = 1 \text{ mm}$.

Tabella 2.18: Analisi di sensitività sulle proprietà del materiale di riferimento $R_{m,ref}$.

$R_{m,ref} [MPa]$	1230	1259	1288	1317	1346	1375	1404	1433	1462	1491	1520
$\Delta R_{m,ref} [\%]$	-11	-8	-6	-4	-2	0	+2	+4	+6	+8	+11
$T [kNm]$	223	229	234	240	246	251	257	262	268	274	279
$\Delta T [\%]$	-11	-9	-7	-4	-2	0	+2	+4	+7	+9	+11

La variazione della coppia di rottura segue in modo pressochè proporzionale quella della resistenza meccanica del materiale $R_{m,ref}$. All'interno del range ammesso dai fornitori ($[1230 \div 1520] \text{ MPa}$), si osserva un'escursione della coppia di rottura pari a circa 56 kNm , che rappresenta oltre il 20% del valore medio. Questo significa che, a parità di geometria e trattamento, il solo effetto della variabilità intrinseca del materiale può compromettere la ripetibilità del comportamento a rottura. Infatti, tra i parametri considerati, l'impatto reale di $R_{m,ref}$ risulta quello più critico ($\Delta T_{rottura} = 22,36 \%$), come indicato in Tab. 2.15.

Una possibile strategia di mitigazione sarebbe limitare i valori ad esempio a $R_{m,ref} > 1375 \text{ MPa}$, soglia corrispondente al valore medio del range attualmente esplorato con in test sui solari del gruppo A. Sebbene un vincolo più restrittivo su R_m obblighi l'acciaieria ad una selezione della colata all'interno di quelle omologate secondo standard internazionali, potrebbe essere una pratica accettabile ed efficace per stabilizzare le prestazioni del componente.

In sintesi, per i solari del gruppo A il diametro di gola risulta il parametro più influente dal punto di vista teorico e costituisce il principale riferimento progettuale.

La resistenza meccanica del materiale rappresenta invece la principale fonte di variabilità reale, suggerendo l'opportunità di ridurre il range di fornitura ammesso per ridurre la dispersione della coppia di rottura.

La profondità di cementazione conserva infine un ruolo non trascurabile in termini di progetto, ma secondario se considerata la banda di variabilità ammessa.

2.8.2 Analisi di sensitività gruppo E

Una seconda analisi di sensitività è stata condotta prendendo come riferimento i componenti del gruppo E, caratterizzati dai seguenti parametri fissi:

- Materiale: 20MnCr5
- Diametro barrotto di riferimento dal certificato 3.1: $D_{ref} = 11 \text{ mm}$

Le variabili considerate sono:

- Diametro di gola: $D_{nom} = 9,5 \text{ mm} \rightarrow [8,5 \div 10,5] \text{ mm}$
- Profondità di cementazione: $CHD_{nom} = 0,5 \text{ mm} \rightarrow [0,3 \div 0,7] \text{ mm}$
- Resistenza meccanica del materiale di riferimento dal certificato 3.1:
 $R_{m,ref,nom} = 1400 \text{ MPa} \rightarrow [1230 \div 1570] \text{ MPa}$ (range richiesto ai fornitori)

La Fig. 2.31 riassume graficamente l'analisi di sensitività condotta sui solari del gruppo E, evidenziando l'impatto relativo delle tre variabili considerate.

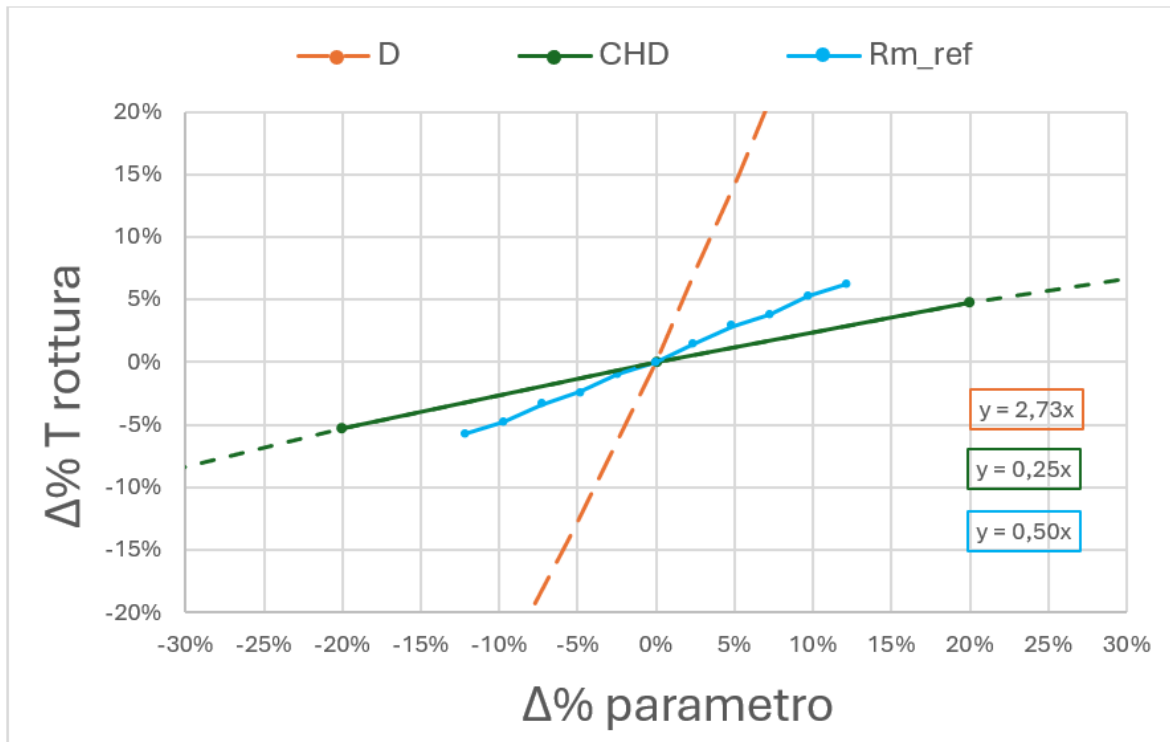


Figura 2.32: Analisi di sensitività sui solari del gruppo E. In linea continua la variabilità produttiva ammessa, in linea tratteggiata l'estensione dei range esplorati per la valutazione di sensitività.

La Tab. 2.19 riporta i coefficienti caratteristici delle curve di sensitività ($\Delta T / \Delta_{parametro}$) e i range di variabilità reale, da cui si ricava l'influenza effettiva di ciascun parametro sulla coppia di rottura teorica.

Tabella 2.19: Coefficienti di sensitività e influenza reale dei parametri produttivi sulla coppia di rottura teorica per i solari del gruppo E.

Parametro	Sensitività $\Delta T_{rottura} / \Delta_{parametro}$	Valore nominale	Tolleranza $\Delta_{parametro}$	Range di variazione parametro $\Delta_{parametro} [\%]$	Range di variazione coppia $\Delta T_{rottura} [\%]$
D	2,73	9,5 mm	0,1 mm	1,05	2,87
CHD	0,25	0,5 mm	0,2 mm	40,00	10,00
$R_{m,ref}$	0,50	1400 MPa	340 Mpa	24,29	12,15

Caso 1 - Variazione del diametro di gola

Fissati $CHD_{nom} = 0,5 \text{ mm}$ e $R_{m,ref,nom} = 1400 \text{ MPa}$.

Tabella 2.20: Analisi di sensitività sul diametro di gola D .

$D [mm]$	8,5	8,75	9	9,25	9,5	9,75	10	10,25	10,5
$\Delta D [\%]$	-11	-8	-5	-3	0	+3	+5	+8	+11
$T [kNm]$	155	168	181	195	209	225	240	257	274
$\Delta T [\%]$	-26	-20	-13	-7	0	+8	+15	+23	+31

Il diametro di gola rappresenta la variabile con maggiore influenza teorica, con circa 2,73 % di $T_{rottura}$ per ogni punto percentuale di variazione di D . In termini assoluti, una variazione di soli 2 mm determina un incremento della coppia di rottura teorica di circa 60 % ($\approx 120 \text{ kNm}$), rendendolo un parametro di progetto critico.

Invece, considerando il range di tolleranza ristretto (0,1 mm), l'impatto della variabilità produttiva di questo parametro sul valore di coppia di rottura rimane ridotto (2,87 %).

Caso 2 - Variazione della profondità di cementazione

Fissati $D_{nom} = 9,5 \text{ mm}$ e $R_{m,ref,nom} = 1400 \text{ MPa}$.

Tabella 2.21: Analisi di sensitività sulla profondità di cementazione CHD .

$CHD [mm]$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\Delta CHD [\%]$	-40	-20	0	+20	+40
T	185	198	209	219	227
$\Delta T [\%]$	-11	-5	0	+5	+9

La profondità di cementazione mostra un effetto teorico meno pronunciato rispetto al diametro, con un influenza teorica su $T_{rottura}$ pari a 0,25 punti percentuali per ogni punto di variazione del parametro.

L'impatto reale invece è rilevante: un escursione del range di tolleranza di 0,2 mm

comporta una variabilità effettiva di circa 10 % della coppia di rottura teorica.

Caso 3 - Variazione della resistenza meccanica del materiale di riferimento

Fissati $D_{nom} = 9,5 \text{ mm}$ e $CHD_{nom} = 0,5 \text{ mm}$.

Tabella 2.22: Analisi di sensitività sulle proprietà del materiale di riferimento $R_{m,ref}$.

$R_{m,ref} [MPa]$	1230	1264	1298	1332	1366	1400	1434	1468	1502	1536	1570
$\Delta R_{m,ref} [\%]$	-12	-10	-7	-5	-2	0	+2	+5	+7	+10	+12
$T [kNm]$	197	199	202	204	207	209	212	215	217	220	222
$\Delta T [\%]$	-6	-5	-3	-2	-1	0	+1	+3	+4	+5	+6

La resistenza meccanica del materiale di riferimento mostra un'influenza teorica contenuta, tuttavia considerando l'intero intervallo di fornitura ($[1230 \div 1570] \text{ MPa}$), la variazione di $T_{rottura}$ cambia di 12 %, rendendo la variabilità produttiva di questo parametro la più critica.

In sintesi, i solari del gruppo E risultano altamente sensibili alla scelta del diametro, rendendolo il parametro progettuale di riferimento.

Invece, l'influenza di variabilità del materiale e del trattamento termico, pur minori in termini di sensitività, diventano predominanti in condizioni produttive reali, dove la variabilità geometrica è contenuta.

Per questi componenti di piccole dimensioni si raccomanda dunque di ridurre la forchetta ammessa di $R_{m,ref}$, analogamente a quanto suggerito per i solari di grandi dimensioni e contemporaneamente vincolare la profondità di cementazione in modo più stretto.

2.8.3 Sintesi e confronto tra i risultati delle analisi di sensitività

I grafici delle analisi di sensitività (Fig. 2.31 Fig. 2.32) mostrano in modo immediato la sensibilità del modello ai diversi parametri: maggiore è la pendenza della curva, maggiore è l'influenza del parametro. In entrambi i casi analizzati i parametri più influenti risultano — in ordine decrescente — $D \rightarrow R_{m,ref} \rightarrow CHD$.

Tuttavia, considerando le tolleranze produttive effettivamente ammesse, questa gerarchia cambia, assumendo l'ordine di gravosità: $R_{m,ref} \rightarrow CHD \rightarrow D$. Infatti, il diametro e la profondità di cementazione presentano bande di variabilità molto strette — rispettivamente 0,1 mm per D e 0,2 mm per CHD — mentre le proprietà del materiale restano più soggette a dispersione.

Tabella 2.23: Confronto tra coefficienti di sensitività e range di variazione reali per le due analisi di sensitività eseguite.

	Sensitività $\Delta T_{rottura} / \Delta_{parametro}$		Range di variazione coppia $\Delta T_{rottura}(\Delta_{parametro, reale})[\%]$	
	A	E	A	E
D	2,61	2,73	0,37	2,87
CHD	0,23	0,25	4,60	10,00
$R_{m,ref}$	1,06	0,50	22,36	12,15

Il confronto tra i risultati dei gruppi A e E evidenzia che:

- Diametro di gola (D): mantiene un'influenza percentuale pressoché costante sulla coppia di rottura, con una pendenza della retta $\Delta T_{rottura} / \Delta_D$ di circa $2,6 \div 2,7$. Si è assunto che la tolleranza sul diametro rimanga costante (0,1 mm) indipendentemente dalla dimensione del componente. In termini percentuali, l'errore produttivo sul diametro associato a solari E piccoli (0,1 %) sarà minore rispetto a quello su solari A grandi (1 %). Complessivamente dunque, la dispersione delle coppie di rottura a motivo di oscillazioni nel valore del diametro, sarà maggiore nel caso di solari E piccoli (2,87 %) rispetto ai solari A (grandi) (0,37%).
- Profondità di cementazione (CHD): come per il diametro di gola, anche CHD mantiene una pendenza costante della retta $\Delta T_{rottura} / \Delta_{CHD}$ pari a circa 0,25 indipendentemente dalle dimensioni del componente. Assumendo, anche in questo caso, un range di tolleranza costante (0,2 mm) al variare della CHD prescritta, l'errore percentuale associato vale 20 % nei solari A, più grandi ($CHD_{nom} = 1$ mm), contro 40 % nei solari E, più piccoli ($CHD_{nom} = 0,5$ mm). Di conseguenza, anche per CHD , l'effetto reale sulla variabilità della coppia di rottura è maggiore nei componenti di piccole dimensioni rispetto a quelli di grandi dimensioni (10 % contro 4,6 %).

- Resistenza meccanica del materiale $R_{m,ref}$: a differenza D e CHD , mostra una pendenza della curva $\Delta T_{rottura}/\Delta R_{m,ref}$ maggiore sui solari di grandi dimensioni (1,06 contro 0,50). Da $R_{m,ref}$ dipende il valore delle proprietà meccaniche a cuore ($R_{p,int}$ e $R_{m,int}$). E' ragionevole supporre che nei solari di dimensioni maggiori il contributo del nucleo tenero alla coppia di rottura totale sia superiore in termini percentuali rispetto a quanto accade nei solari di piccole dimensioni. Basti pensare grossolanamente all'estensione radiale del nucleo tenero rispetto alla raggio della sezione stessa: quasi totale nel caso A e circa 3/4 nel caso E. Un'altra causa della maggiore sensibilità sui solari grandi è legata alla minore durezza al cuore rispetto ai solari piccoli - la medesima variazione in termini assoluti delle proprietà meccaniche, si riflette in una variazione percentuale maggiore. Considerando che i range di variabilità assoluti sono definiti da normativa (ca. $1250 \div 1550 \text{ MPa}$), la dispersione attesa sulla produzione è direttamente legata all'andamento delle pendenze di cui sopra: più elevata per i solari di grandi dimensioni (22 %) rispetto a quelli di piccole dimensioni (12 %).

Si assuma come caso limite inferiore D_{min} , CHD_{min} , $R_{m,ref,min}$ e come caso limite superiore D_{max} , CHD_{max} , $R_{m,ref,max}$, applicando simultaneamente le condizioni estreme di tolleranza previste a disegno. Come mostrato in Tab. 2.24, la variabilità sulla coppia di rottura risulta di poco superiore per solari di dimensioni maggiori (gruppo A).

Tabella 2.24: Confronto dei valori di $T_{rottura}$ considerando l'effetto combinato dei range di tolleranza di D , CHD e $R_{m,ref}$.

Gruppo A	Min range	Nominal	Max range
$D \text{ [mm]}$	72,9	73,0	73,0
$CHD \text{ [mm]}$	0,9	1,0	1,1
$R_{m,ref} \text{ [MPa]}$	1230	1375	1520
$T_{rottura} \text{ [kNm]}$	216	251	285
$\Delta T_{rottura} \text{ [%]}$	-14	0	+14
Gruppo E	Min range	Nominal	Max range
$D \text{ [mm]}$	9,4	9,5	9,5
$CHD \text{ [mm]}$	0,4	0,5	0,6
$R_{m,ref} \text{ [MPa]}$	1230	1400	1570
$T_{rottura} \text{ [kNm]}$	180	209	231
$\Delta T_{rottura} \text{ [%]}$	-14	0	+11

Tale approccio rappresenta un'approssimazione teorica, poiché le variabili vengono con-

siderate indipendenti tra loro. Pertanto, è ragionevole ipotizzare una distribuzione di tipo Gaussiano per ciascuna di esse, il che rende altamente improbabile, ma non impossibile, il verificarsi simultaneo dei valori estremi.

In un'ottica di aumento della ripetibilità dei risultati, come anticipato in precedenza, è consigliato ridurre il range di variazione dei parametri a maggiore influenza.

Agire sui parametri caratterizzati da maggiore pendenza delle curve di sensitività (vedi Fig. 2.31 e Fig. 2.32) consente infatti di ottenere il massimo effetto utile sulla variabilità di $T_{rottura}$ in relazione alla percentuale di riduzione sui parametri di progetto.

Ad esempio, una riduzione del 50 % della variabilità di $R_{m,ref}$, produce un effetto doppio nei solari di grandi dimensioni (pendenza 1,06) rispetto ai solari di piccole dimensioni (pendenza 0,50).

Inoltre, nei solari a dimensioni ridotte, pur essendo l'effetto assoluto di CHD e $R_{m,ref}$ analogo al netto del loro range di tolleranza, intervenire su $R_{m,ref}$ risulta più efficace, in virtù della maggiore sensibilità del parametro (0,50 contro 0,25).

In Tab. 2.25 sono mostrati i risultati dell'analisi condotta dimezzando il range di variabilità di $R_{m,ref}$, mantenendo invariati i range di D e CHD .

Tabella 2.25: Confronto dei valori di $T_{rottura}$ considerando l'effetto combinato dei range di tolleranza di D , CHD , dimezzando il range di $R_{m,ref}$.

Gruppo A	Min range	Nominal	Max range
D [mm]	72,9	73,0	73,0
CHD [mm]	0,9	1,0	1,1
$R_{m,ref}$ [MPa]	1375	1448	1520
$T_{rottura}$ [kNm]	244	265	285
$\Delta T_{rottura}$ [%]	-8	0	+8
Gruppo E	Min range	Nominal	Max range
D [mm]	9,4	9,5	9,5
CHD [mm]	0,4	0,5	0,6
$R_{m,ref}$ [MPa]	1400	1485	1570
$T_{rottura}$ [kNm]	193	216	231
$\Delta T_{rottura}$ [%]	-11	0	+7

Il confronto con i risultati precedenti mostra che, dimezzando il range di $R_{m,ref}$, la variabilità complessiva della coppia di rottura si riduce sensibilmente: per i solari di grandi dimensioni la dispersione si restringe di circa ± 6 %, mentre per i solari di piccole dimensioni la riduzione è dell'ordine di $\pm 3 \div 4$ %, confermando quantitativamente

l'efficacia della strategia proposta.

In sintesi, la risposta del modello conferma che le proprietà meccaniche del materiale costituiscono la principale fonte di variabilità reale tanto più nei solari di grandi dimensioni, mentre i parametri geometrici e di trattamento, risultano in questo caso facilmente controllabili in ambito produttivo. Si sottolinea che per i solari di piccole dimensioni, invece, la variabilità sulle proprietà meccaniche assume la stessa influenza di quella sulla profondità di cementazione.

Capitolo 3

Dimensionamento a fatica

Dopo aver descritto nel Cap. 2 i modelli teorici e le metodologie di calcolo utilizzate per la caratterizzazione statica del solare fusibile, in questo capitolo si passa all'analisi dei dati sperimentali raccolti per le rotture a fatica, con l'obiettivo di valutare la resistenza a fatica della ruota.

In particolare, l'attenzione è rivolta al calcolo del fattore di sicurezza (SF) del solare fusibile in relazione al ciclo di carico con cui è dimensionata la turbina eolica. Successivamente, l'analisi viene estesa al *second failure component* (*sfc*) del riduttore, con lo scopo di verificare che la gerarchia di resistenza osservata nelle prove sperimentali sia rispettata a calcolo e che il solare si confermi in teoria come in pratica il componente più debole all'interno del riduttore.

Il capitolo affronta quindi i seguenti aspetti:

- la determinazione delle curve limite di fatica del solare fusibile a partire dai risultati sperimentali a differenti livelli di probabilità di sopravvivenza;
- la determinazione analitica del danneggiamento e del fattore di sicurezza del solare fusibile rispetto al ciclo previsto in esercizio in turbina, a differenti livelli di probabilità di sopravvivenza;
- il calcolo del fattore di sicurezza del *second failure component* del riduttore rispetto al ciclo previsto in esercizio in turbina, a partire da simulazioni FEM e curve teoriche di fatica;
- il confronto tra i fattori di sicurezza e i rispettivi danneggiamenti ottenuti per i due componenti e la successiva formulazione di ipotesi per calibrare i modelli numerici;
- la correlazione per il solare fusibile tra la variabilità di rottura statica e il comportamento atteso a fatica, al fine di definire una banda di dispersione realistica dei fattori di sicurezza.

L'analisi consente quindi di verificare l'attendibilità dei modelli teorici di fatica, confrontandoli con le evidenze sperimentali, e di definire una base solida per il dimensionamento dei componenti in esame.

3.1 Analisi frattografica di solari rotti durante test dinamici

L'osservazione dei provini sottoposti a rottura a fatica evidenzia alcune differenze sostanziali rispetto a quelli fratturati in regime statico:

- *Vista laterale*

La superficie di frattura non appare piana, ma risulta convessa nel troncone lato scanalato e concava nello spezzone lato dentato.

Nel troncone scanalato si notano cricche che originano dai raggi di fondo dente e si propagano fino alla superficie di frattura, generando profondi solchi in direzione radiale.

Le cricche a fondo dente sono orientate sia a $+45^\circ$ che a -45° rispetto all'asse del componente, come mostrato in Fig. 3.2.

- *Vista frontale*

La superficie si presenta irregolare e frastagliata, con molteplici cricche disposte radialmente che si estendono per un tratto molto maggiore rispetto al caso statico. Si distingue inoltre una zona più scura lungo il diametro esterno della gola, verosimilmente la zona influenzata dal trattamento termico di cementazione.

La regione centrale, invece, appare opaca e circolare, con caratteristiche simili a quelle osservate nei provini rotti staticamente.



Figura 3.1: Vista laterale troncone scanalato / Superficie di frattura parte scanalata / Superficie di frattura parte dentata

Sulla base di queste osservazioni, si ipotizza il seguente meccanismo di rottura:

1. Innesco delle cricche superficiali a fondo dente scanalato che, a causa della sollecitazione torsionale bidirezionale, si propagano in due direzioni, raggiungendo la gola di scarico.

2. Propagazione delle cricche in direzione radiale, con progressiva riduzione della sezione resistente del componente.
3. Cedimento improvviso della regione centrale, sovraccaricata, con formazione di una superficie simile a quella tipica della rottura statica.



Figura 3.2: Cricche orientate a $\pm 45^\circ$ sul troncone scanalato

La superficie di frattura a fatica del solare fusibile si presenta in linea con quanto indicato in letteratura, come mostrato in Fig. 3.3 [5].

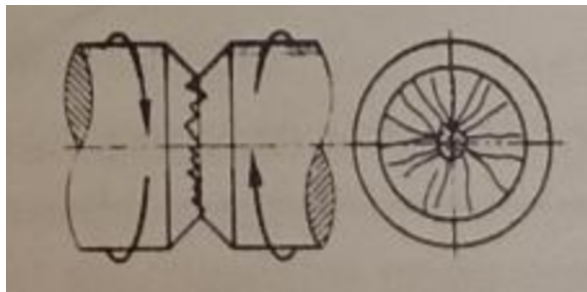


Figura 3.3: Superficie di frattura teorica per un provino profondamente intagliato soggetto ad una sollecitazione torsionale alternata.

3.2 Fondamenti teorici per il calcolo a fatica

Prima di procedere con la determinazione sperimentale delle curve di fatica e con il successivo calcolo del fattore di sicurezza dei solari fusibili, è necessario introdurre i concetti teorici che costituiscono la base del metodo adottato.

In particolare, verranno richiamati i principi fondamentali della curva di Wöhler (o curva S/N), la descrizione probabilistica delle curve di fatica mediante la distribuzione di *t-Student*, e l'ipotesi di danneggiamento lineare di Palmgren-Miner, che consente di stimare la vita residua del componente sottoposto a cicli di carico variabili.

A completamento del quadro teorico, verrà illustrato il procedimento di calcolo del *Safety Factor* a fatica, che permette di quantificare il margine di sicurezza del componente rispetto al ciclo dinamico di esercizio.

Questa parte teorica rappresenta quindi la struttura metodologica su cui si basa la successiva analisi sperimentale e il dimensionamento del solare fusibile, consentendo di passare da una descrizione qualitativa dei fenomeni di fatica a una valutazione quantitativa dell'affidabilità del componente.

3.2.1 Curve di Wöhler

Il diagramma di Wöhler è un grafico di natura statistica che correla l'ampiezza della sollecitazione alternata di un ciclo di fatica, indicata con σ_a , al numero di cicli N che un componente può sopportare prima della rottura, ad una prefissata probabilità di sopravvivenza S_{pu} .

La curva di Wöhler (o curva S/N) viene generalmente tracciata su ipotesi di sollecitazione alternata simmetrica, per cui il rapporto di carico R , definito come:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

assume il valore $R = -1$.

Ciò implica che la tensione minima e quella massima siano uguali in modulo ma di segno opposto ($\sigma_{min} = -\sigma_{max}$), e che la tensione media risulti nulla:

$$\sigma_{media} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0$$

Questa condizione rappresenta il caso più semplice di carico alternato puro, utilizzato come riferimento per la determinazione sperimentale delle curve di fatica. Tuttavia, nella pratica ingegneristica, il rapporto R può assumere valori diversi da -1 (ad esempio $R = 0$ o $R > 0$) a seconda della natura del carico, influenzando significativamente la resistenza a fatica del materiale.

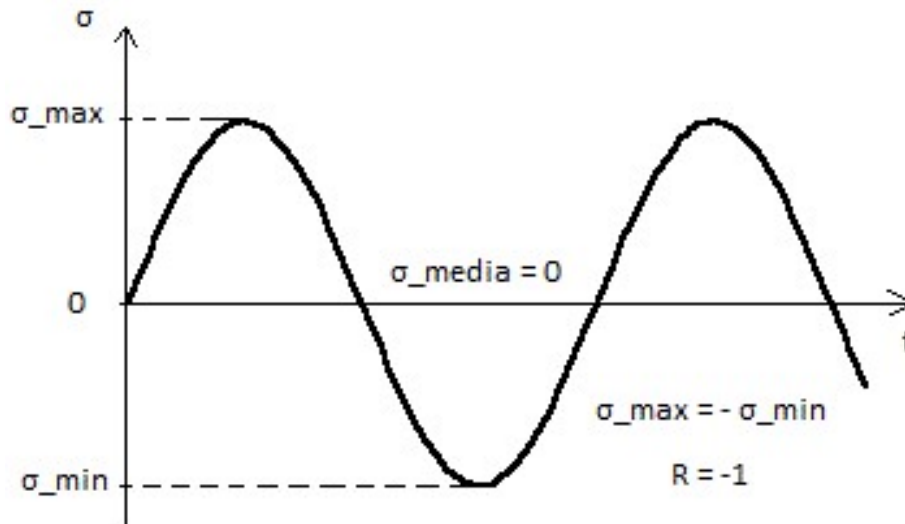


Figura 3.4: Esempio di sollecitazione alternata simmetrica.

La curva S/N è tradizionalmente rappresentata in coordinate doppio-logaritmiche e mostra l'andamento tipico riportato in Fig. 3.5.

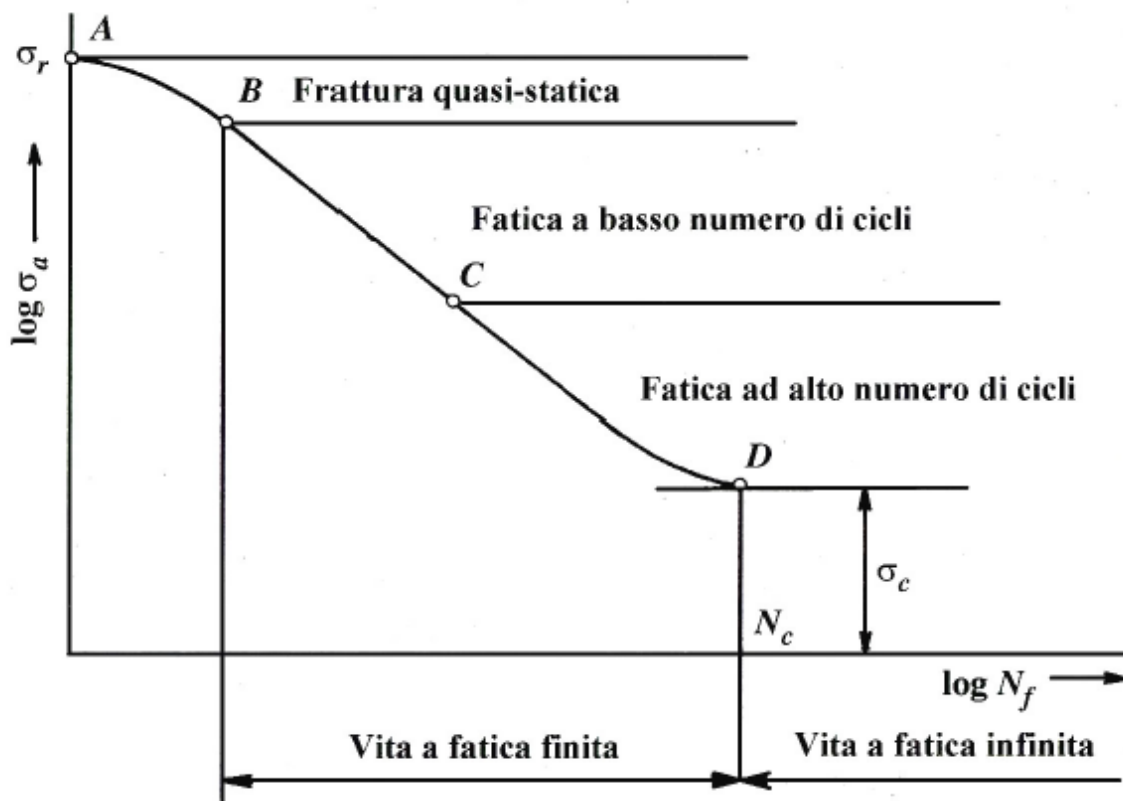


Figura 3.5: Curva S/N suddivisa in relazione al regime di rottura.

La curva di fatica un componente può essere suddivisa in tre zone principali:

- Tratto A - B: $N \approx [1 \div 50]$ *cicli* $\rightarrow$ frattura quasi statica.
- Vita a fatica finita:
 - Tratto B - C: $N \approx [50 \div 10^4]$ *cicli* $\rightarrow$ fatica a basso numero di cicli.
 - Tratto C - D: $N \approx [10^4 \div 10^7]$ *cicli* $\rightarrow$ fatica ad alto numero di cicli.
- Tratto D - ∞ : $N > 10^7$ *cicli* $\rightarrow$ vita a fatica infinita.

Nel caso più generale, il tratto centrale della curva (B - D) può essere descritto da:

$$\sigma_a = BN^A$$

dove A e B sono i coefficienti caratteristici.

In scala logaritmica, la relazione diventa lineare:

$$\log(\sigma_a) = A \log(N) + \log(B)$$

Per convenzione, nella pratica industriale, invece della pendenza A si utilizza la contropendenza m , definita come:

$$m = -1/A$$

Interpolando i dati sperimentali si ottiene la curva al 50 % di probabilità di sopravvivenza. Tuttavia, nelle applicazioni pratiche - come quella del solare fusibile - può essere necessario valutare la resistenza a probabilità di sopravvivenza maggiori (es. 90 % o 97,5 %), per cui è fondamentale l'introduzione di un approccio probabilistico per descrivere la dispersione dei dati, come illustrato nel paragrafo seguente.

3.2.2 Distribuzione di *t-Student*

Dato un campione di n valori, il numero dei gradi di libertà ν è definito come:

$$\nu = n - 1 \quad (3.1)$$

La distribuzione di *t-Student* è una distribuzione di probabilità continua ottenuta per alterazione di una distribuzione normale limite ($\nu = +\infty$), in funzione del numero di gradi di libertà. Per valori bassi di ν , la distribuzione presenta code più pronunciate, riflettendo una maggiore incertezza statistica; al crescere di ν , invece, essa tende progressivamente alla distribuzione normale di Gauss, con un andamento più concentrato attorno al valore medio, come mostrato in Fig. 3.6 [6].

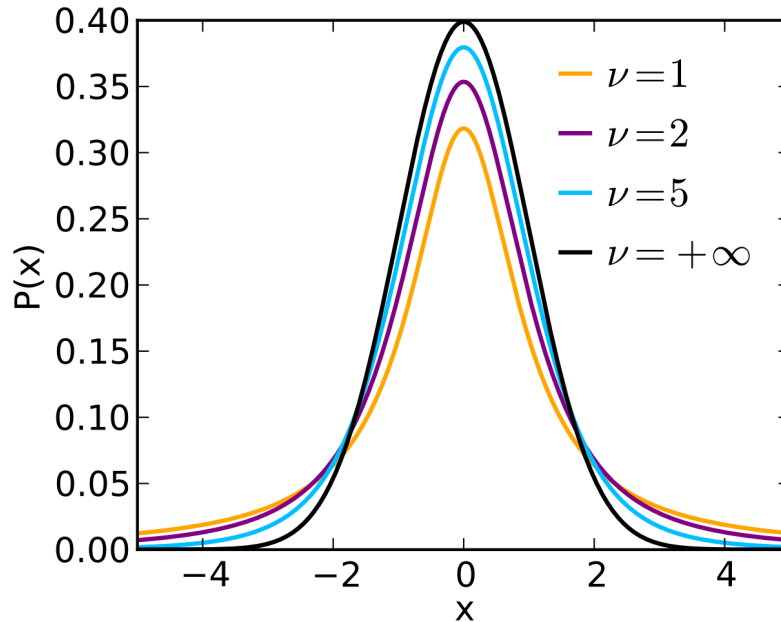


Figura 3.6: Distribuzione di probabilità di *t-Student*.

Una popolazione di dati ampia, rispetto a una più limitata, consente di ridurre l'incertezza statistica, di ottenere curve di fatica più rappresentative e di definire intervalli di confidenza più ristretti. Tuttavia, in applicazioni come quella in esame, l'esecuzione di un numero elevato di prove sperimentali risulta spesso poco conveniente a causa dei tempi e dei costi associati. Per questo motivo, quando si dispone di un numero ridotto di campioni, si fa ricorso alla distribuzione *t-Student*, che permette di ottenere un'interpretazione probabilistica dei dati.

Il parametro che caratterizza la distribuzione, è la *t* di *Student*, variabile dipendente dal numero di gradi di libertà del campione e dall'intervallo di probabilità in analisi (vedi Tabella 3.1).

Dato un campione di n valori, si definiscono: numero di gradi di libertà ν (eq.(3.1)), il

valore medio μ , il e la deviazione standard σ .

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (3.3)$$

Scelto un livello di probabilità P , si ricava dalla tabella il coefficiente $t[\nu; P]$, che permette di calcolare i valori limite dell'intervallo di probabilità [7] [8]:

$$z_{lower} = \mu - t[\nu; P] \cdot \sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad (3.4)$$

$$z_{upper} = \mu + t[\nu; P] \cdot \sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$$

Scelto un livello di probabilità C , si ricava dalla tabella il coefficiente $t[\nu; C]$, che permette di calcolare i valori limite dell'intervallo di confidenza:

$$w_{lower} = \mu - t[\nu; C] \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$w_{upper} = \mu + t[\nu; C] \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Tabella 3.1: Valori della distribuzione t di Student (one-sided e two-sided).

ν	Livello di probabilità										
One-sided	75%	80%	85%	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.75%	99.9%	99.95%
Two-sided	50%	60%	70%	80%	90%	95%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.321	318.309	636.619
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.327	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

3.2.3 Calcolo del danneggiamento secondo l'ipotesi di Palmgren-Miner

Una volta definite le curve di fatica e la loro variabilità statistica, diventa necessario valutare come il componente accumuli progressivamente danno durante la sua vita operativa.

A questo scopo si introduce il concetto di danneggiamento, fondamentale per stimare la durata a fatica e per la successiva valutazione del fattore di sicurezza.

Calcolo del danneggiamento

Per danneggiamento (D) si intende la frazione di vita utile di un componente che viene consumata da un determinato numero di cicli di sollecitazione alternata, ad ampiezza di carico costante.

La regola di Miner, o - per esteso - ipotesi di danneggiamento lineare di Palmgren-Miner, afferma che, dato uno spettro di carico con z differenti livelli di sollecitazione S_i ($1 < i < z$), ciascuno dei quali applicato per $n_i(S_i)$ cicli, il cedimento si verifichi quando:

$$D = \sum_{i=1}^z \frac{n_i}{N_i} = 100 \%$$

Dove $N_i(S_i)$ è di norma il numero di cicli a rottura per una sollecitazione alternata di ampiezza S_i .

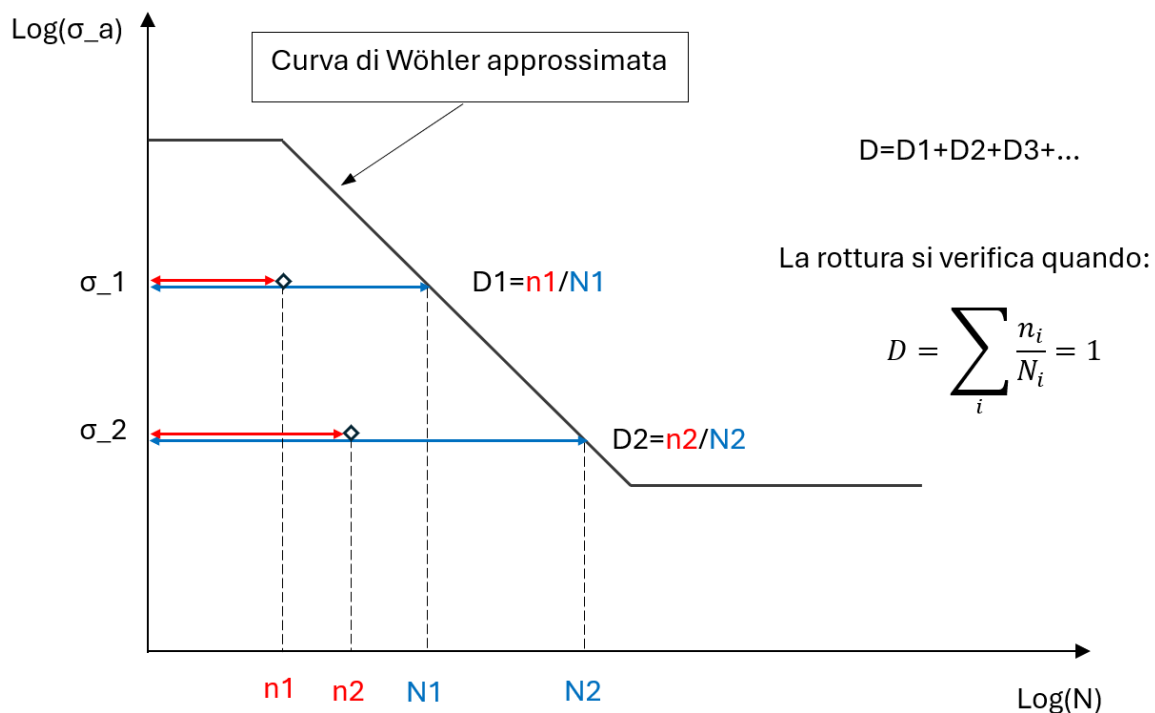


Figura 3.7: Calcolo del danneggiamento tramite l'ipotesi di danneggiamento lineare di Palmgren-Miner.

L'ipotesi di danneggiamento lineare trascura l'effetto della sequenza di applicazione dei cicli di carico, assumendo che ciascun ciclo agisca in modo indipendente dagli altri. Nonostante questa semplificazione, la regola di Miner è ampiamente utilizzata poiché fornisce risultati coerenti con l'esperienza sperimentale, soprattutto quando i punti del ciclo di carico si collocano a debita distanza dalla curva di Wöhler, ossia quando non si verificano fenomeni di snervamento.

Equivalenza dei punti di lavoro a danneggiamento costante

Nel corso della trattazione, si farà riferimento al concetto di equivalenza dei punti a *danneggiamento costante*, ovvero l'individuazione di tutte le condizioni di lavoro, intese come coppie T/N , che causano sul componente il medesimo livello di danneggiamento. Graficamente, le curve a danneggiamento costante si configurano come rette parallele alla curva limite di Wöhler in un diagramma $\text{Log}(T)/\text{Log}(N)$, come illustrato in Fig. 3.8. Tutti i punti che appartengono alla curva limite di Wöhler sono associati a danneggiamento unitario (rottura).

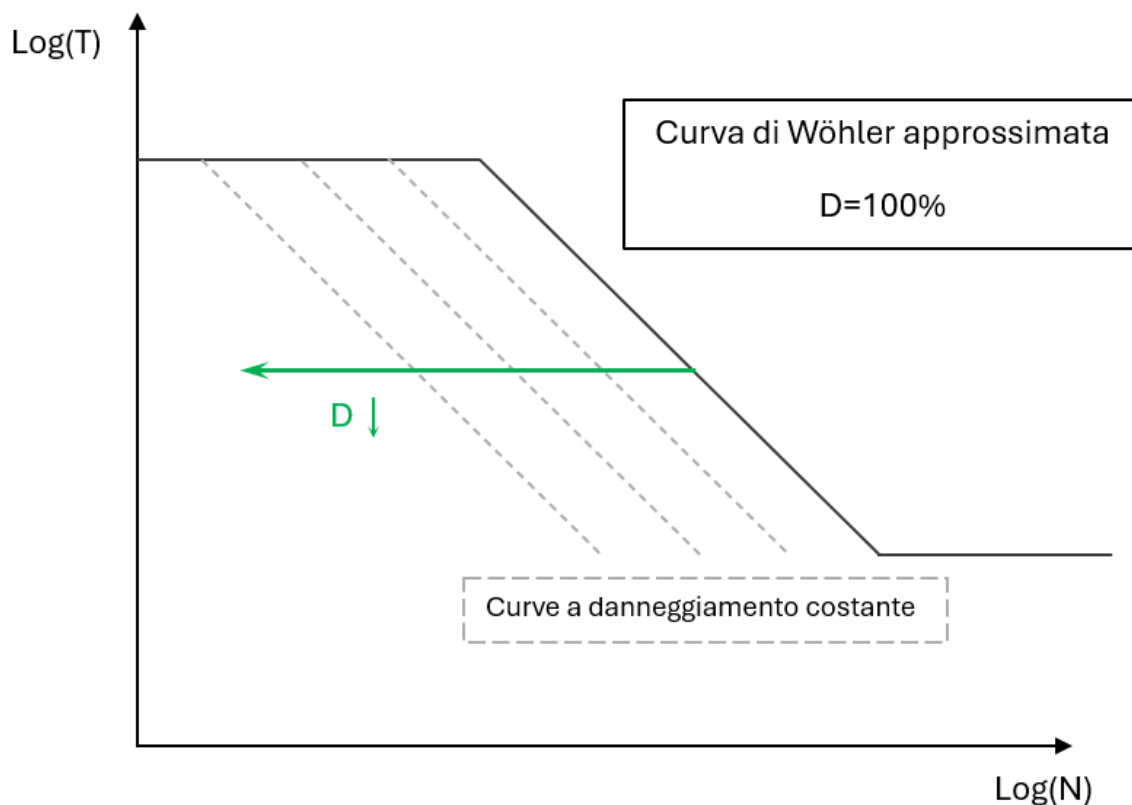


Figura 3.8: Curve di fatica a danneggiamento costante.

Come discusso nella sezione precedente, il danneggiamento è calcolato come rapporto a pari coppia tra il numero di cicli effettivo e quello limite. Traslare la curva di Wöhler verso sinistra equivale quindi ad individuare tutte le condizioni di carico per cui n_i/N_i assume valori inferiori all'unità (ad esempio 80 %, 50 %, ecc.).

In sintesi, questo procedimento grafico permette di individuare condizioni di lavoro a danneggiamento omologo per differenti valori di carico (o numero di cicli).

Definita con m la pendenza della curva T/N ed un punto $P_i (n_i ; T_i)$, per individuare un punto $P_i^* (n_i^* ; T_i^*)$ a parità di danneggiamento ad un diverso livello di carico T_i^* , occorre utilizzare la formula:

$$n_i^* = n_i \cdot \left(\frac{T_i}{T_i^*}\right)^m$$

In presenza di un ciclo di lavoro costituito da una moltitudine di coppie T_i/N_i , può essere utile, riferirle tutte al medesimo livello di carico. In questo modo è possibile valutare il danneggiamento causato da ogni fase del ciclo, dividendo il numero di cicli equivalente individuato, per un unico valore N_d limite, come espresso nell'eq. 3.5.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^z n_i^*}{N_d} \quad (3.5)$$

A colpo d'occhio, un numero di cicli equivalente maggiore è associato ad un danneggiamento maggiore e così via.

Questa formulazione consente di valutare quantitativamente il livello di danneggiamento indotto da un generico ciclo di carico, base per la definizione del fattore di sicurezza.

3.2.4 Calcolo del *Safety Factor* a fatica

Una volta determinata la curva limite di fatica T/N del componente, è possibile valutare la resistenza rispetto al ciclo di carico reale mediante il calcolo del fattore di sicurezza a fatica (*Safety Factor*, SF).

L'obiettivo è verificare che il componente operi con un livello di sollecitazione tale da garantire una vita utile superiore a quella richiesta, ovvero che il danneggiamento cumulativo calcolato sul ciclo di lavoro risulti inferiore all'unità ($D < 100\%$).

Definizione generale

Definiamo il fattore di sicurezza a fatica come il coefficiente che modifica proporzionalmente le sollecitazioni applicate nel ciclo di carico reale fino a ottenere un danneggiamento unitario rispetto alla curva di fatica presa in esame:

$$SF = \sum_i \frac{T'_i}{T_i}$$

dove:

- $\sum_i T_i$ è la sommatoria delle coppie effettive applicate nel ciclo di carico reale;
- $\sum_i T'_i = SF \cdot \sum_i T_i$ è la sommatoria delle coppie modificate, tale da produrre un danneggiamento $D' = 100\%$.

Procedimento di calcolo

Tra i diversi metodi di valutazione del SF , nel caso del solare fusibile si adotta un approccio basato sull'equivalenza dei punti a danneggiamento costante, descritto nel paragrafo precedente.

Il ciclo di carico, espresso come serie di punti (n_i, T_i) , viene trasformato in termini equivalenti rispetto a una coppia di riferimento T_{ref} , utilizzando la relazione:

$$n_i^* = n_i \cdot \left(\frac{T_i}{T_{ref}}\right)^m$$

dove m è la pendenza della curva T/N .

La somma dei contributi di tutti gli intervalli fornisce il numero di cicli equivalente del ciclo reale:

$$n_{ciclo} = \sum_i n_i^*$$

Il danneggiamento totale è quindi espresso come:

$$D = \frac{n_{ciclo}}{N_d}$$

Dove N_d rappresenta il numero di cicli limite corrispondente alla probabilità di sopravvivenza scelta.

Per determinare il fattore di sicurezza, il calcolo del danneggiamento viene ripetuto iterativamente sostituendo a T_i il valore scalato $T'_i = SF \cdot T_i$, fino ad individuare il valore di SF per cui il danneggiamento risulta unitario ($D = 100\%$).

In termini pratici:

- $SF > 1 \rightarrow$ il componente risulta sovradimensionato rispetto al ciclo operativo;
- $SF < 1 \rightarrow$ indica una condizione potenzialmente critica a fatica.

Il valore di SF ottenuto rappresenta un indicatore sintetico dell'affidabilità del componente in esercizio.

Nei paragrafi successivi, questa procedura verrà applicata ai dati sperimentali dei solari fusibili per verificare la loro resistenza rispetto al ciclo dinamico del riduttore.

3.3 Determinazione delle curve limite di fatica per i solari fusibili e calcolo del danneggiamento e del *Safety Factor* rispetto al ciclo di carico previsto in esercizio

Dopo aver introdotto i criteri teorici per la valutazione a fatica, si procede ora con la loro applicazione ai dati sperimentali dei solari fusibili, al fine di definire le curve di Wöhler a diverse probabilità di sopravvivenza e il corrispondente fattore di sicurezza.

Le curve di fatica costituiscono lo strumento fondamentale per valutare la resistenza a carichi ciclici del solare fusibile e stimarne l'affidabilità durante l'intera vita utile del riduttore.

A partire dai risultati sperimentali, è possibile ricavare la legge T/N del componente, cioè la relazione tra coppia alternata e numero di cicli a rottura, inizialmente a una probabilità di sopravvivenza del 50 % e successivamente di manipolarla mediante strumenti statistici per variare il livello di probabilità.

3.3.1 Determinazione delle curve limite di rottura a fatica dei solari fusibili partendo dai risultati sperimentali

Nel presente studio, al posto della classica curva S/N viene adottata la curva T/N , sfruttando l'ipotesi di relazione lineare tra tensione e coppia, validata dal modello di calcolo statico sviluppato nel capitolo precedente. Infatti, come mostrato nel par. 2.4.1 la relazione generica tra tensione tangenziale τ ($\sigma/\sqrt{3}$) e la coppia T risulta di tipo lineare (eq. 2.2). Di conseguenza, la curva T/N nel tratto di fatica a vita finita può essere descritta dalla seguente espressione:

$$T = BN^A$$

Questa formulazione consente di evitare le ambiguità associate alla stima indiretta della tensione effettiva agente sul solare, utilizzando invece una grandezza misurata direttamente in prova, ossia la coppia di uscita del riduttore T .

Un'ulteriore motivazione a supporto dell'utilizzo della curva T/N deriva dai risultati delle simulazioni FEM condotte sul solare fusibile: in tali analisi sono state infatti riscontrate singolarità locali nei raggi a fondo dente dello scanalato, che producono valori di tensione massima non affidabili ai fini della caratterizzazione a fatica.

Disponendo di almeno due rotture a fatica sperimentali, entrambe ricadenti nel tratto di vita a fatica finita, per solari della stessa geometria ma testati a differenti livelli di coppia, è possibile tracciare una curva approssimata in tale intervallo (che nel diagramma $\text{Log}(T)/\text{Log}(N)$ assume la forma di una retta).

Per l'analisi sono state considerate due geometrie di solari appartenenti ai gruppi A e C, con le seguenti caratteristiche:

- Gruppo A ($T_{statica,media} = 261 \text{ kNm}$):
 $D = 73 \text{ mm}$, $\Delta D = 0,4 \text{ mm}$, $CHD_{media} = 1 \text{ mm}$, $R_{m,rif} = 1464 \text{ MPa}$,
 $D_{rif} = 11 \text{ mm}$;
- Gruppo C ($T_{statica,media} = 382 \text{ kNm}$):
 $D = 12 \text{ mm}$, $\Delta D = 4,8 \text{ mm}$, $CHD_{media} = 0,6 \text{ mm}$, $R_{m,rif} = 1342 \text{ MPa}$,
 $D_{rif} = 11 \text{ mm}$.

I risultati dei test sperimentali sono riportati nelle Tabelle 3.2 e 3.3.

Tabella 3.2: Test di fatica solari gruppo A.

$T \text{ [kNm]}$	130	150	160	160	160
$\% T_{statica,media}$	50%	57%	61%	61%	61%
$N \text{ [cicli]}$	39576	8200	2730	3370	3380

Tabella 3.3: Test di fatica solari gruppo C.

$T \text{ [kNm]}$	170	180	180	190
$\% T_{statica,media}$	45%	47%	47%	50%
$N \text{ [cicli]}$	276000	80540	96000	42900

Mediante interpolazione esponenziale dei dati sperimentali sono state ottenute le curve T/N riportate in Figura 3.9 (che si presentano appunto come rette nel diagramma $\text{Log}(T)/\text{Log}(N)$).

L'andamento risulta coerente con la legge di Wöhler nella regione di vita a fatica finita, come confermato dagli elevati valori del coefficiente di correlazione R^2 , che indicano un'eccellente bontà dell'interpolazione esponenziale.

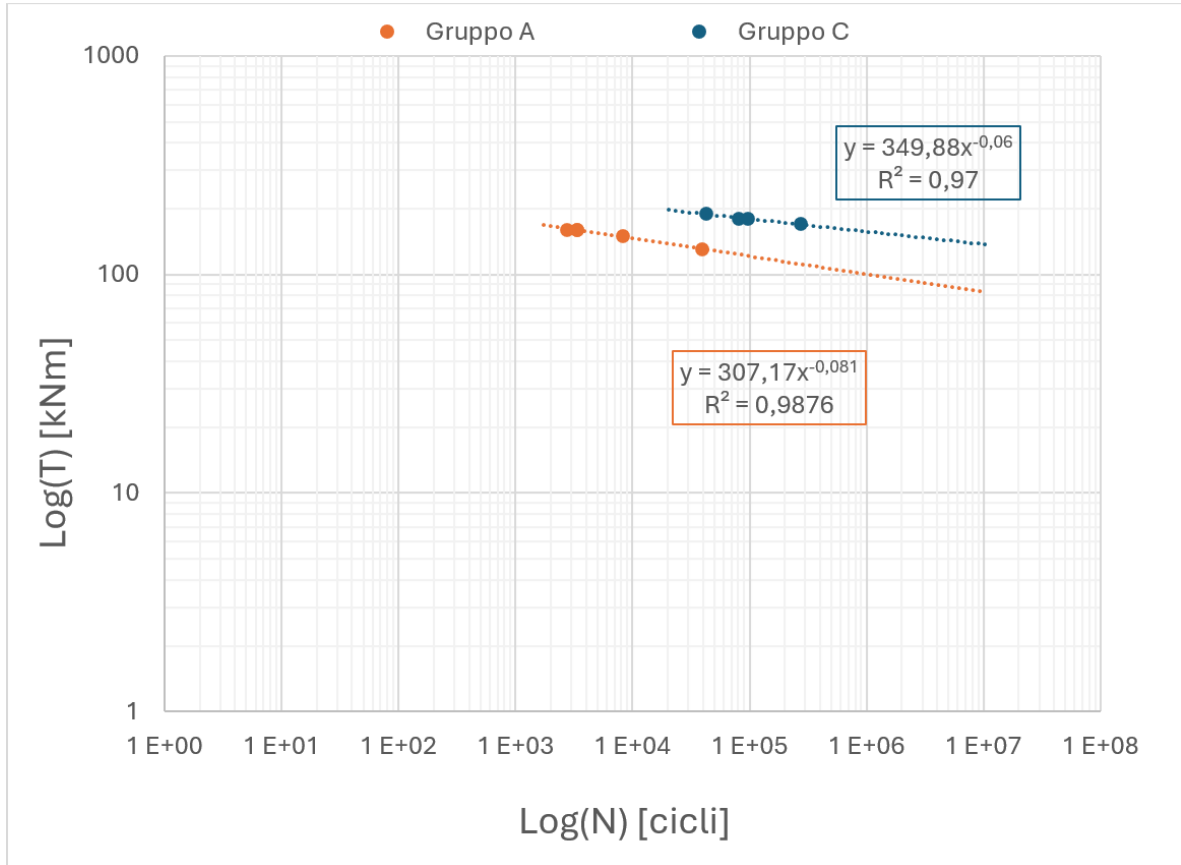


Figura 3.9: Curve T/N ($Spu = 50\%$) dei solari A e C testati.

I coefficienti caratteristici derivanti dall'interpolazione sono sintetizzati in Tab. 3.3.

Tabella 3.4: Parametri caratteristici dei solari testati a fatica.

Gruppo solare	Numero di test	D [mm]	D_{spline} [mm]	$R_{m,rif}$ [MPa]	B [MPa]	A [—]	$m = -1/A$ [—]
A	5	73	73,4	1464	307	-0,081	12,4
C	4	12	17,3	1342	350	-0,060	17,3

La curva così ottenuta fornisce una stima della vita a fatica del componente ($Spu = 50\%$) al variare del carico alternato agente su esso.

Tuttavia, per finalità progettuali è spesso necessario estendere la valutazione a diversi livelli di affidabilità, in accordo con le prescrizioni delle principali norme internazionali, come riportato in Tab. 3.5.

Tabella 3.5: Probabilità di sopravvivenza richieste a calcolo per componenti in acciaio di *Yaw* e *Pitch* secondo le norme internazionali.

Norma di riferimento	DNVGL 2016	GL 2010	IEC 61400-1:2005 (3° ed.)	IEC 61400-1:2019 (4° ed.)
S_{pu} [%]	97,7	97,7	50	50

A tale scopo, si adotta una descrizione probabilistica basata sulla distribuzione di *t-Student*, che consente di stimare le curve di fatica anche per differenti livelli di probabilità di sopravvivenza.

3.3.2 Determinazione delle curve limite di fatica dei solari fusibili a differenti probabilità di sopravvivenza

Come riportato nei paragrafi precedenti, le curve di Wöhler derivate da test sperimentali forniscono la legge T/N al 50 % di probabilità di sopravvivenza: per ricavare curve corrispondenti a differenti probabilità, si utilizza la teoria della distribuzione di *t-Student*. In questo paragrafo viene illustrato il metodo utilizzato per modificare la probabilità di sopravvivenza di una curva di fatica e la sua applicazione ai solari del gruppo A, sulla base dei risultati sperimentali dei test a impulsi descritti in precedenza.

Metodo di calcolo

In primo luogo, dato n come numero di rotture registrate, si riportano ad un unico livello di coppia T_{ref} tutti i dati sperimentali $(N_k ; T_k)$ con $k \in [1, n]$, corrispondenti a danneggiamento unitario.

Graficamente, ciò equivale ad allineare tutti i punti su un segmento orizzontale, trasladoli parallelamente alla curva di fatica ricavata per interpolazione, come indicato nel par. 3.2.3.

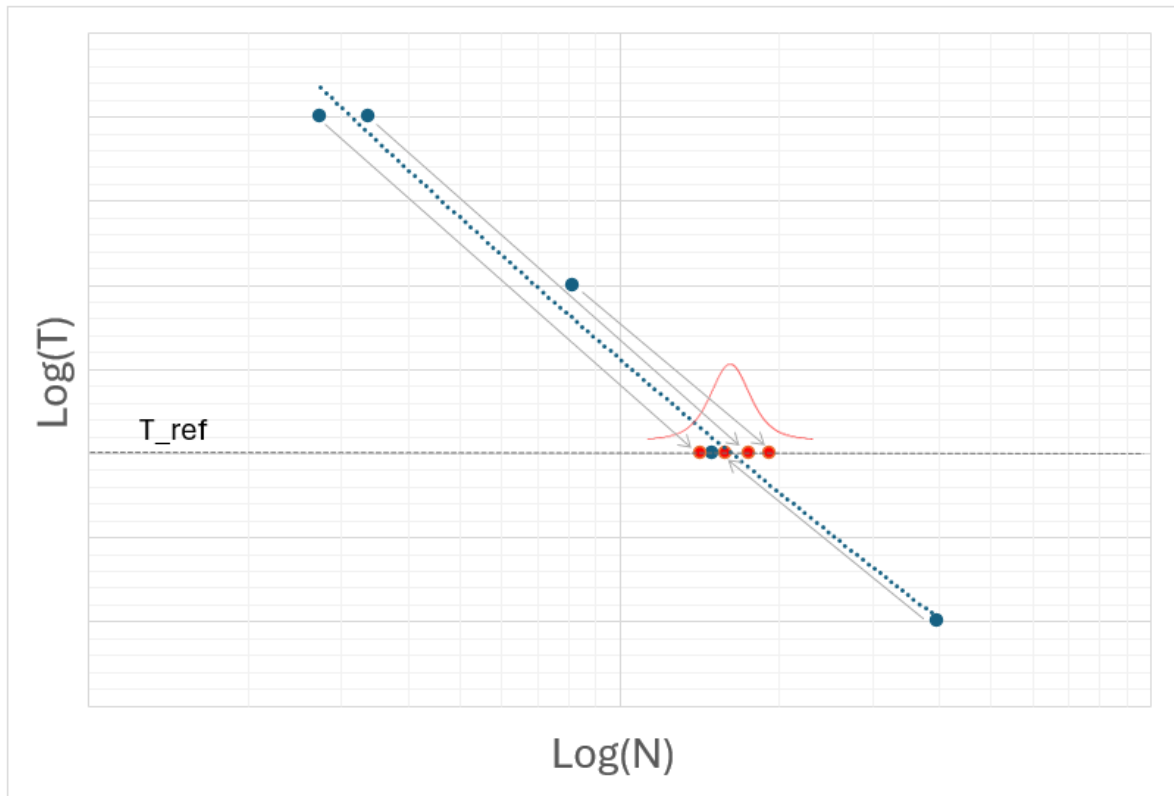


Figura 3.10: Traslazione dei punti di rottura sperimentali ad un unico livello di coppia muovendosi parallelamente alla curva di Wöhler (equivalenza di danneggiamento).

Il livello di coppia T_{ref} può essere scelto arbitrariamente, poiché tale scelta non influisce né sulla formulazione finale della curva di Wöhler né sull'errore associato.

I punti sperimentali $(N_k ; T_k)$ vengono quindi traslati parallelamente alla curva nei punti $(N_k^* ; T_{ref})$ secondo la legge:

Si calcolano quindi i parametri della distribuzione (μ, ν, σ) e il coefficiente t corrispondente alla probabilità di sopravvivenza desiderata.

Il limite inferiore dei cicli corrispondente alla probabilità scelta è:

89

La nuova curva T/N passa per (T_{ref}, N_d) , mantenendo lo stesso esponente m della curva al 50%, ma con differente coefficiente B :

$$B_d = T_{ref} \cdot N_d^{1/m} \quad (3.8)$$

Conoscendo i parametri m e B_d la curva è completamente definita (vedi Fig. 3.12). Ottenere la nuova curva T/N rappresenta uno dei punti chiave dell'intera procedura, poiché descrive in modo univoco la resistenza a fatica corrispondente alla probabilità di sopravvivenza scelta, costituendo la base le successive analisi.

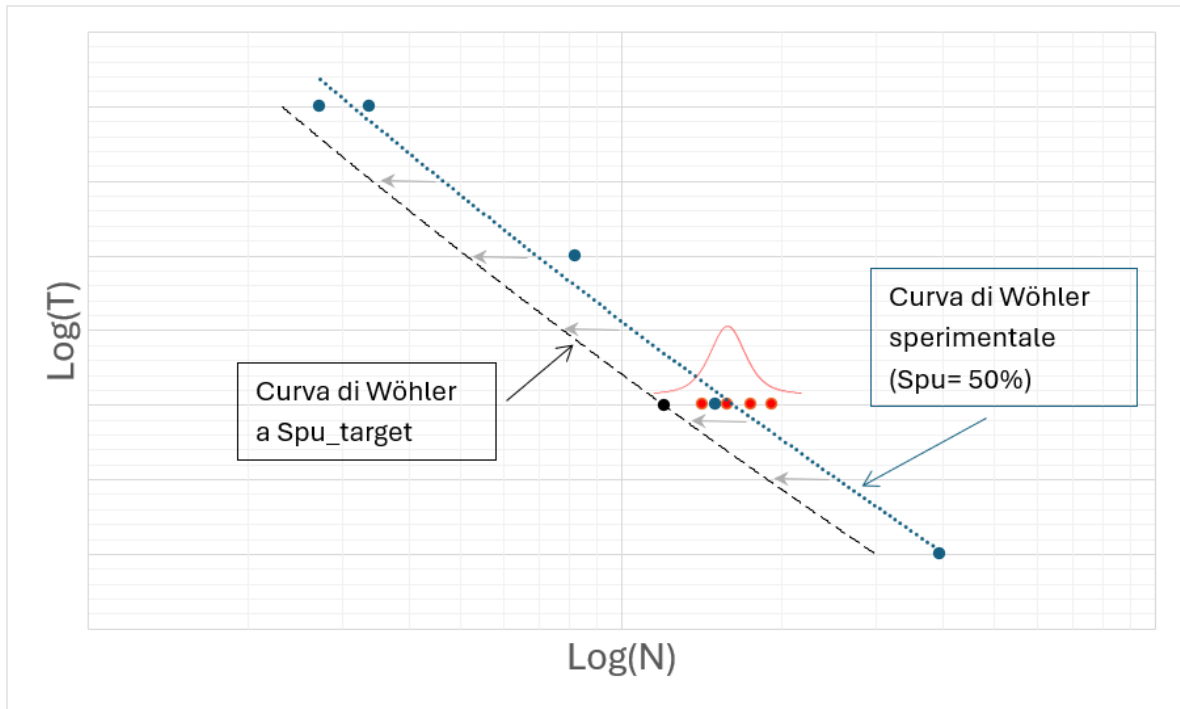


Figura 3.12: Cambio di probabilità di sopravvivenza della curva T/N .

Applicazione ai solari del gruppo A per $Spu = 50 \% \rightarrow 97,5 \%$

Per questo gruppo di solari sono stati effettuati $n = 5$ test a impulsi:

T_a [kNm]	130	150	160	160	160
N [cicli]	39576	8200	3380	3370	2730

La curva T/N del solare, con $Spu = 50\%$, è rappresentata dai parametri caratteristici:

- $B = 307 \text{ Mpa}$
- $m = 12,4$

Si è scelto $T_{ref} = 160 \text{ kNm}$, valore di coppia al quale si concentrano la maggior parte delle rotture sperimentali.

I valori di N_k^* , calcolati con la formula (3.6), saranno:

$T_{ref}[kNm]$	160	160	160	160	160
$N_k^* [cicli]$	3025	3687	3380	3370	2730
$\Delta N_{ref} [\%]$	-7	+14	+4	+4	-16

Dove ΔN_{ref} rappresenta il distacco percentuale dei valori N_k^* dal numero di cicli a rottura attesi medio μ , che coincide con il numero di cicli corrispondente ad una probabilità di sopravvivenza del 50 %.

Possiamo ora calcolare i parametri della distribuzione (3.1) (3.2) (3.3):

$$\nu = 4$$

$$\mu = N (50 \%) = 3238 \text{ cicli}$$

$$\sigma = 368 \text{ cicli}$$

Conoscendo ν e la probabilità di sopravvivenza desiderata (97,5%), possiamo estrarre dalla Tabella 3.1 il valore di t :

$$t = 2,776$$

Possiamo ora calcolare il numero di cicli N_d corrispondente ad $Spu = 97,5\%$, utilizzando l'eq. (3.7):

$$N_d = 2118 \text{ cicli}$$

Cambiando la probabilità di sopravvivenza si trasla la curva di fatica verso sinistra sul diagramma T/N di:

$$\Delta N = \mu - N_d = 1120 \text{ cicli}$$

Per definire completamente la nuova curva abbiamo bisogno di calcolare anche il coefficiente aggiornato B_d , con l'eq. (3.8):

$$B_d \approx 297 \text{ MPa}$$

Riassumendo, la curva T/N del solare del gruppo A, con $Spu = 97,5 \%$, è rappresentata dai parametri caratteristici:

- $B_d = 297 \text{ Mpa}$
- $m = 12,4$

La curva ottenuta sarà utilizzata nel paragrafo successivo per il calcolo del danneggiamento cumulativo e del fattore di sicurezza a fatica del solare fusibile rispetto al ciclo di carico previsto in esercizio.

3.3.3 Calcolo del danneggiamento e del *Safety Factor* dei solari rispetto al ciclo di carico previsto in esercizio

Sulla base della curva di fatica determinata al paragrafo precedente, si procede al calcolo del danneggiamento e del fattore di sicurezza per il gruppo di solari fusibili A rispetto al ciclo di carico della turbina, con una probabilità di sopravvivenza del 97,5 %.

Il procedimento si articola in due fasi principali:

- calcolo del danneggiamento inflitto dal ciclo di carico (vedi par. 3.2.3);
- calcolo del fattore di sicurezza (SF) iterando il calcolo del danneggiamento (vedi par. 3.2.4).

Calcolo del danneggiamento rispetto al ciclo di carico associato alla vita utile della turbina

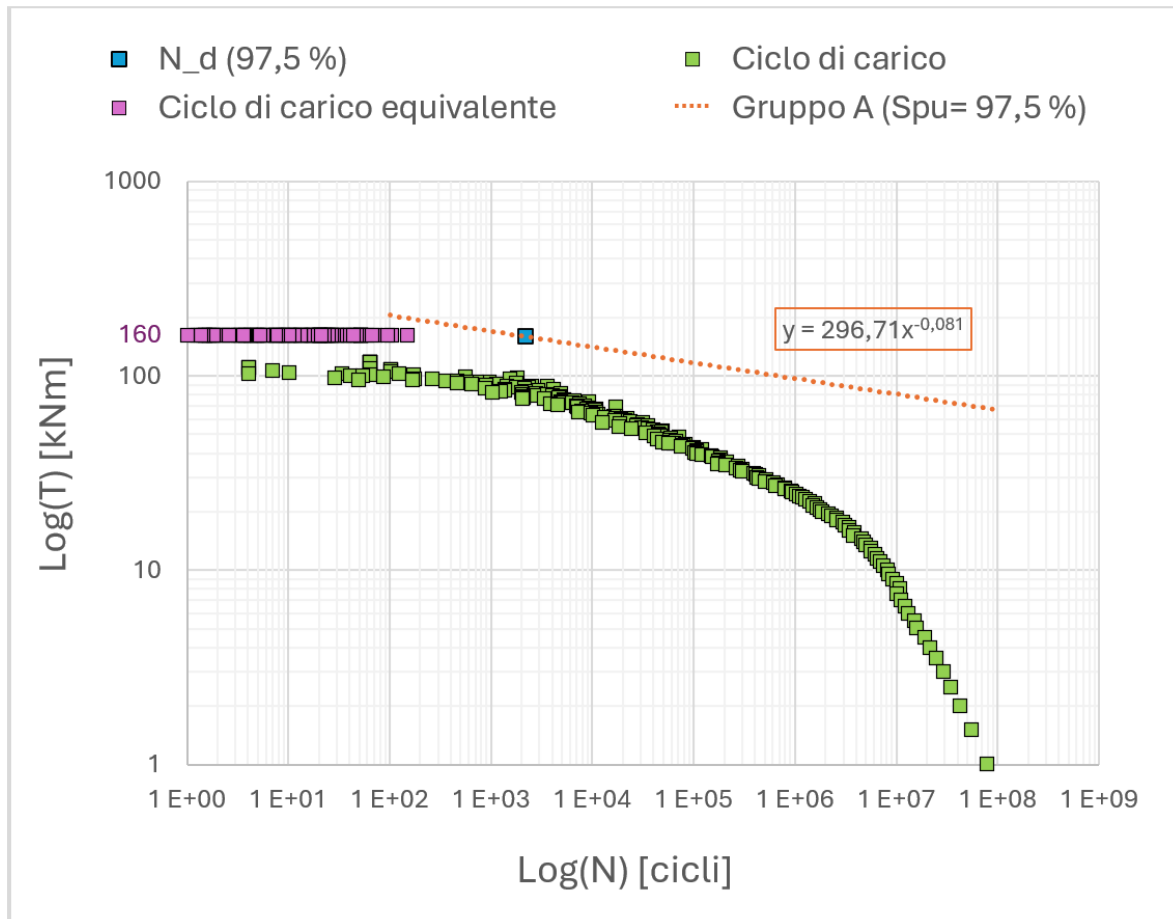


Figura 3.13: Ciclo di carico associato alla vita utile della turbina, ciclo di carico equivalente a 160 kNm , curva T/N dei solari del gruppo A a $S_{pu} = 97,5 \%$, N_d .

Il ciclo di carico associato alla vita utile della turbina si presenta come una distribuzione di punti di coppia/numero di cicli che rappresentano i colpi che il riduttore riceve lungo

tutta la vita in turbina in condizioni statiche.

Per confrontare i punti con la curva del solare fusibile, una strada percorribile è quella di calcolare il numero di cicli equivalente riferito al valore di coppia T_{ref} . In questo modo è possibile calcolare direttamente il danneggiamento come rapporto tra la somma dei contributi del ciclo e il numero di cicli N_d corrispondente alla probabilità di sopravvivenza considerata.

Per ogni punto (n_i, T_i) del ciclo di carico, con $i \in [1, z]$, dove z è il numero di livelli di sollecitazione presenti nel ciclo, si esegue il calcolo:

$$n_i^* = n_i \left(\frac{T_i}{T_{ref}} \right)^m \quad (3.9)$$

Sommando il contributo di tutti i punti otteniamo il valore di:

$$n_{ciclo} = \sum_{i=1}^z n_i^* = 51 \quad (3.10)$$

Possiamo ora calcolare il valore del danneggiamento cumulativo grazie alla regola di Palmgren - Miner:

$$D = \frac{n_{ciclo}}{N_d} = \frac{51}{1220} \approx 2 \% \quad (3.11)$$

Safety Factor

Per stimare il fattore di sicurezza (SF) del solare fusibile rispetto al ciclo di carico del cliente, si itera il calcolo del danneggiamento (3.9) (3.10) (3.11) sostituendo T'_i al posto di T_i :

$$T_i \rightarrow T'_i = SF \cdot T_i$$

Si ripete il calcolo più volte cambiando il valore di SF , con l'obiettivo di ottenere un danneggiamento il più possibile vicino all'unità. In questo caso, $D \approx 100 \%$ si ottiene per:

$$SF \approx 1,35$$

Il valore ottenuto di $SF \approx 1,35$ dimostra che il solare fusibile del gruppo A possiede un margine di sicurezza adeguato rispetto al ciclo di carico del cliente, confermando la validità del dimensionamento adottato con probabilità di sopravvivenza del 97,5%.

3.4 Calcolo a fatica per il *second failure component* del riduttore

Dopo aver ricavato sperimentalmente le curve di Wöhler dei solari fusibili, si è scelto di confrontarle con quelle di un secondo componente del riduttore, denominato *second failure component* (*sfc*).

In particolare, la scelta di analizzare questo componente è motivata da diversi fattori:

- *Criticità storica*: il *sfc* è tradizionalmente risultato uno degli elementi più sollecitati a calcolo e quindi potenzialmente limitante per il dimensionamento complessivo del riduttore.
- *Assenza di rotture sperimentali*: nei test condotti sui riduttori contenenti i solari dei gruppi A e C, il *sfc* non ha mai raggiunto la rottura.
- *Evidenze di resistenza elevata*: dai test è emerso che il *sfc* possiede una resistenza a fatica almeno quattro volte superiore a quella dei solari fusibili. Infatti, testando il componente allo stesso livello di coppia del solare, dopo un numero di cicli superiore di circa quattro volte, il componente risultava integro e privo di segni di deformazione plastica, per cui si è deciso di interrompere la prova. Si può quindi concludere che la sua resistenza a fatica è superiore a quella dei solari, pur non essendo noto il valore preciso.
- *Esperienza su altri riduttori*: la denominazione *second failure component* deriva dall'osservazione, in altri modelli di riduttore privi di solari fusibili, di rotture localizzate proprio su questo elemento.

Modello di calcolo per il sfc

Il calcolo del fattore di sicurezza del *sfc* segue un approccio differente rispetto a quello adottato per il solare fusibile.

In assenza di dati sperimentali di rottura, la resistenza a fatica è stata stimata tramite curve di fatica teoriche (curve S/N sintetiche), ottenute mediante le correlazioni proposte dalla norma [9], che utilizzano come parametri di ingresso le proprietà del materiale e le caratteristiche geometriche del componente.

Per poter rapportare i punti del ciclo di carico del riduttore (espressi come coppie di valori T/N) alla curva di fatica del *sfc* (espressa in coordinate S/N), si è fatto riferimento ai risultati di simulazioni agli elementi finiti (FEM), i cui principali esiti sono riportati in Tab. 3.6.

A differenza del solare fusibile, le simulazioni FEM eseguite per il *sfc* non presentano singolarità nei raggi o discontinuità geometriche. Ciò consente di utilizzare direttamente i risultati numerici per stabilire una correlazione lineare tra la coppia applicata e la

tensione equivalente nel materiale.

Tabella 3.6: Risultati ottenuti dalle simulazioni FEM dei *sfc*.

Gruppo <i>sfc</i>	A	C
T_{max} [kNm]	150	223
σ_{max} [Mpa]	508	570

Le simulazioni sono state condotte in campo elastico lineare, applicando un valore massimo di coppia T_{max} corrispondente al massimo del ciclo di carico del riduttore. Dalla simulazione si ricava la tensione massima equivalente σ_{max} associata a T_{max} .

Si assume quindi che il rapporto σ/T rimanga costante e pari a σ_{max}/T_{max} nell'intervallo $T \in [0, T_{max}]$, permettendo di convertire il ciclo di carico da coordinate coppia–numero di cicli (T, N) , a coordinate tensione–numero di cicli (S, N) , secondo la relazione:

$$\sigma_i = \frac{T_i \cdot \sigma_{max}}{T_{max}}$$

Come anticipato, questa trasformazione risulta fondamentale perchè consente di confrontare direttamente i punti del ciclo di carico del riduttore con la curva S/N sintetica del *sfc*.

Obiettivo dell'analisi

L'obiettivo di quest'analisi è verificare che la condizione

$$SF_{sfc} \geq SF_{solare}$$

risulti sempre soddisfatta, in accordo con l'evidenza sperimentale che il *sfc* non si rompe prima del solare fusibile.

Il calcolo analitico del fattore di sicurezza viene illustrato nel paragrafo successivo, attraverso un esempio numerico relativo a un *sfc* testato insieme ai solari del gruppo A, per una probabilità di sopravvivenza del 97,7 %, come prescritto dalle normative internazionali [9].

3.4.1 Curve S/N per il *second failure component*

Il calcolo della curva di fatica è stato eseguito secondo la normativa internazionale per il dimensionamento degli organi delle turbine eoliche DNV GL 2016 - *Machinery for wind turbines* [9], in funzione dei seguenti parametri del componente:

- proprietà meccaniche del materiale;
- fattori di concentrazione delle tensioni nella zona critica;
- spessore del pezzo nella zona critica;
- rugosità superficiale nella zona critica;
- probabilità di sopravvivenza.

Dove la zona critica è il punto in cui si verifica la tensione massima dalla simulazione FEM, che teoricamente corrisponde con il punto da cui inizia la rottura quando il componente è sottoposto ad una sollecitazione ciclica.

I punti caratteristici della curva S/N sintetica del sfc per una $Spu = 97,7\%$ sono:

Tabella 3.7: Curva di fatica teorica di sfc per $Spu = 97,7\%$

σ_a [MPa]	N° [cicli]
885	0,6
885	1
235	$1,5 \cdot 10^6$
173	10^9
173	10^{12}

Si nota che tale la curva teorica è divisa in 4 tratti, in base al numero di cicli:

- $N < 1$: tratto orizzontale;
- $1 < N < 1,5 \cdot 10^6$: 1° tratto inclinato con $m_1 = 11,08$ e $B_1 = 847$ MPa;
- $1,5 \cdot 10^6 < N < 10^9$: 2° tratto inclinato con $m_2 = 21,16$ e $B_2 = 460$ MPa;
- $N > 10^9$: tratto orizzontale.

A differenza della curva di fatica sperimentale del solare fusibile (che in scala logaritmica è approssimata da una singola retta, dato che non abbiamo i punti sperimentali per attestare il cambio di pendenza), la curva del sfc è descritta da una spezzata a tratti. Questo consente di identificare chiaramente la zona a vita infinita, corrispondente a $N > 10^9$ cicli con $\sigma_a = 173$ MPa. I punti del ciclo di carico che si collocano al di sotto di questa tensione non producono danneggiamento.

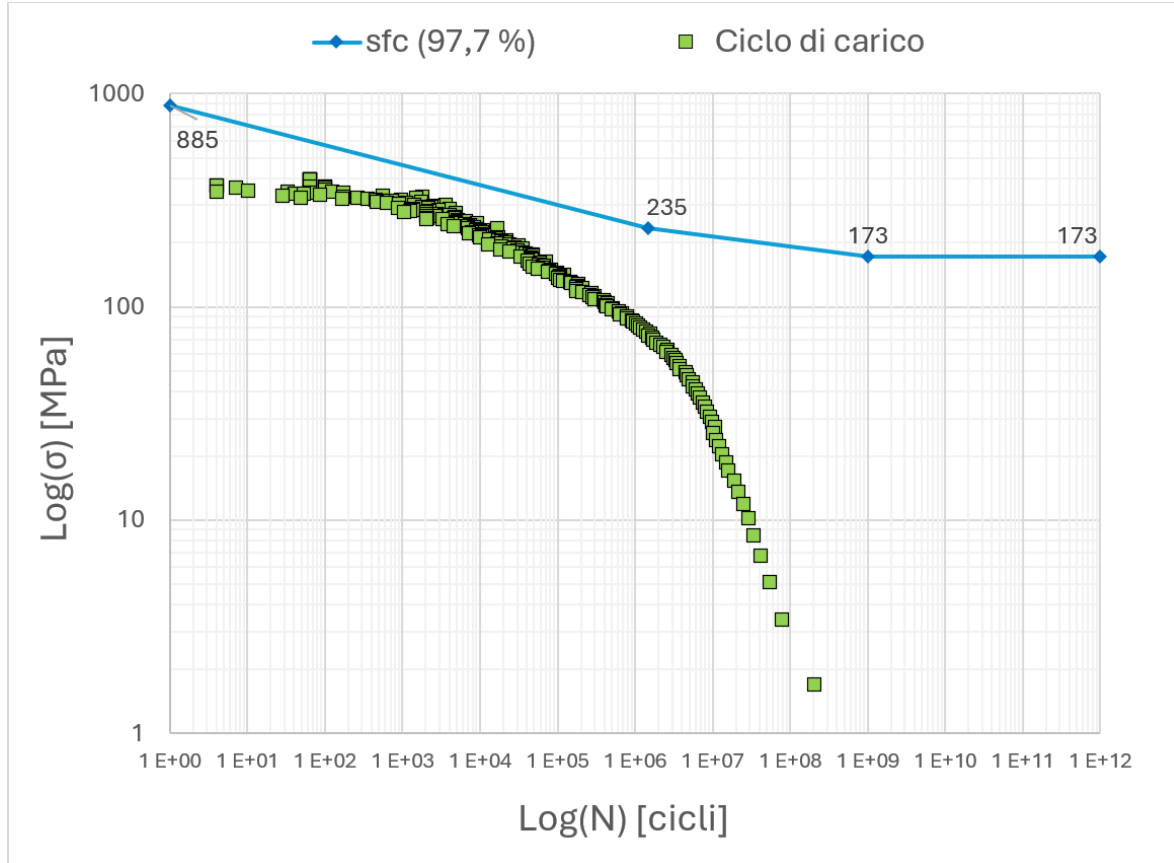


Figura 3.14: Curva S/N sintetica del sfc confrontata al ciclo di carico del riduttore.

3.4.2 Calcolo del danneggiamento e del *Safety Factor* del *second failure component*

Calcolo del danneggiamento

Il ciclo di carico del riduttore, come già visto per il solare fusibile, è descritto da una serie di punti coppia–numero di cicli: per poterli confrontare con la curva S/N del sfc è quindi necessario trasformarli in punti tensione–numero di cicli.

A tale scopo si utilizzano i risultati della simulazione FEM (Tab. 3.6), che consentono di rapportare l'ampiezza dell'oscillazione di coppia a un'ampiezza di tensione equivalente, rendendo così direttamente comparabili i dati con la curva S/N teorica:

$$\sigma_i = \frac{T_i \cdot \sigma_{max}}{T_{max}}$$

L'equivalenza dei punti di lavoro ad un unico livello di tensione, come fatto per il solare, risulta poco praticabile a causa della natura spezzata della curva S/N del sfc . Per questo motivo, il danneggiamento è stato calcolato punto per punto, rapportando il numero di cicli sperimentali con il corrispondente numero di cicli a rottura ricavato

dalla curva teorica:

$$D_i = \frac{n_i}{N_{d,i}}$$

Con $N_{d,i}$ calcolato dall'equazione della spezzata:

$$N_{d,i} = \left(\frac{T_i}{B}\right)^{-m}$$

dove B ed m sono i coefficienti caratteristici dei tratti spezzati introdotti nel paragrafo precedente: m_1, B_1 e m_2, B_2 .

In questo caso, il danneggiamento cumulativo vale:

$$D = \sum_i D_i \approx 76 \%$$

Calcolo fattore di sicurezza

Il fattore di sicurezza viene infine determinato iterando il calcolo del danneggiamento, sostituendo T_i con T'_i e variando SF fino a raggiungere un danneggiamento cumulativo prossimo al 100%.

$$T_i \rightarrow T'_i = SF \cdot T_i$$

Questo approccio, analogo a quello adottato per il solare, consente di quantificare il margine di resistenza del *sfc* rispetto al ciclo di carico della turbina.

Per il caso analizzato:

$$SF \approx 1,02$$

Nei paragrafi successivi si confronteranno i valori di fattore di sicurezza ottenuti per il solare fusibile e per il *second failure component*, al fine di verificare che la gerarchia di resistenzariscontrata sperimentalmente sia rispettata anche nel calcolo analitico e che il solare si confermi il componente critico del sistema, anche al variare della probabilità di sopravvivenza.

3.5 Confronto dei fattori di sicurezza del solare fusibile e del *sfc*

La Tabella 3.8 riassume i fattori di sicurezza calcolati per il solare fusibile e per il *second failure component*, considerando due diversi livelli di probabilità di sopravvivenza: 50 % e 97,5 % per il solare, 50 % e 97,7 % per il *sfc*.

Si osserva che il confronto alle alte probabilità avviene su valori leggermente differenti (97,5 % contro 97,7 %). Questa discrepanza è dovuta al fatto che, per il *sfc*, la probabilità di sopravvivenza del 97,7 % è prescritta dalla normativa internazionale [9], mentre per il solare fusibile si è adottato il valore più vicino disponibile nella distribuzione di Student. La differenza tra i due valori (0,2 %) è comunque minima e può essere considerata trascurabile ai fini dell'analisi comparativa.

Tabella 3.8: Fattori di sicurezza del solare e del *sfc* rispetto al ciclo di carico del riduttore, calcolati a differenti probabilità di sopravvivenza.

Gruppo	$SF_{solare}(50\%)$	$SF_{sfc}(50\%)$	$SF_{solare}(97,5\%)$	$SF_{sfc}(97,7\%)$
A	1,40	1,54	1,35	1,02
C	1,48	1,47	1,43	0,98

Dal confronto emergono due aspetti distinti:

1. A $Spu = 50\%$ $\rightarrow$ si osserva che $SF_{sfc} \geq SF_{solare}$, risultato coerente con i riscontri sperimentali (la differenza per il gruppo B può essere considerata trascurabile).
2. A $Spu = 97,5\% / 97,7\%$ $\rightarrow$ si ottiene invece un'inversione di tendenza per cui $SF_{sfc} < SF_{solare}$.

Analisi di calibrazione della tensione massima

Il calcolo del fattore di sicurezza del *second failure component* dipende da numerosi fattori, tra cui la resistenza del materiale base, i coefficienti di intaglio, la rugosità superficiale e le condizioni di carico applicate nella simulazione agli elementi finiti. Tuttavia, i primi tre parametri, che determinano la curva di fatica teorica del componente, sono definiti secondo quanto prescritto dalla normativa internazionale di riferimento [9], e possono quindi essere considerati affidabili.

Diversamente, il valore della tensione massima σ_{max} ottenuto dalle simulazioni agli elementi finiti rappresenta la variabile con maggiore incertezza, in quanto non è regolato da una normativa specifica e dipende fortemente dalle ipotesi di modellazione adottate (vincoli, mesh, semplificazioni geometriche, ecc.). Per questo motivo, si è deciso di condurre un'analisi di calibrazione su σ_{max} assumendolo come parametro di correzione per verificare la coerenza tra i risultati analitici del *sfc* e quelli del solare fusibile.

L'analisi è stata condotta imponendo la condizione limite:

$$SF'_{sfc} = SF_{solare} ; D = 100 \%$$

Mediante una ricerca obiettivo sul valore di σ_{max} , per $Spu = 97,7 \%$, si ottengono i valori riportati in tabella 3.9.

Tabella 3.9: Valori di tensione ricalibrati per cui $SF_{sfc} = SF_{solare}$ a $Spu = 97,7 \%$

Gruppo	$\sigma_{old} [Mpa]$	$\sigma_{new} [Mpa]$	$\Delta\sigma$
A	508	385	-24%
C	570	391	-31%

Tali valori evidenziano che, per ottenere coerenza tra il fattore di sicurezza del solare e quello del *sfc*, è necessario ridurre le tensioni massime calcolate con la simulazione FEM di circa il $25 \div 30 \%$.

Questo risultato suggerisce che le simulazioni numeriche tendano a sovrastimare le sollecitazioni agenti sul *sfc*, probabilmente a causa delle ipotesi conservative adottate nel modello (condizioni al contorno, vincoli o semplificazioni geometriche).

La calibrazione ottenuta non deve essere interpretata come un nuovo valore di σ_{max} atteso sul componente, ma come un'indicazione dell'ordine di grandezza della discrepanza tra analisi FEM e comportamento reale: in particolare, essa mostra che il calcolo attuale del *sfc* risulta troppo conservativo.

In modo equivalente, la stessa coerenza tra solare e *sfc* potrebbe essere raggiunta assumendo una maggiore resistenza a fatica per il *sfc*, innalzando la sua curva di Wöhler in misura analoga (ossia del $25 \div 30 \%$).

3.6 Correlazione tra variabilità di rottura statica e resistenza a fatica per il solare fusibile

Nel programma di calcolo illustrato al Cap. 2, è stata individuata una banda di variabilità del valore di coppia di rottura statica del solare fusibile, legata alla dispersione dei parametri produttivi.

La coppia di rottura statica viene calcolata per tre condizioni distinte:

- **Worst case** (T_{worst}): $D_{min}, p_{min}, R_{m,int,min}$
- **Expected case** ($T_{expected}$): $D, p_{mean}, R_{m,int}$
- **Best case** (T_{best}): $D_{max}, p_{max}, R_{m,int,max}$

Dove il *Worst case* (condizioni più sfavorevoli) e il *Best case* (condizioni più favorevoli) rappresentano i due casi estremi di variabilità produttiva, mentre il *Expected case* rappresenta il caso di variabilità media atteso.

L'obiettivo di questo paragrafo è utilizzare tali risultati del calcolo statico per generare delle curve di fatica "limite", in modo da trasferire l'effetto della variabilità produttiva anche al comportamento a fatica. Successivamente, vengono ricalcolati i coefficienti di sicurezza per le curve limite, così da valutare l'impatto teorico della variabilità produttiva sulla resistenza a fatica in rapporto al ciclo di carico del riduttore.

Procedimento di correlazione

Dal calcolo statico (Cap. 2) si ricavano i valori:

$$T_{worst} \qquad T_{expected} \qquad T_{best}$$

dai quali si ricavano i rapporti adimensionali:

$$t^{(worst)} = \frac{T_{worst}}{T_{expected}} \qquad t^{(best)} = \frac{T_{best}}{T_{expected}}$$

A partire dalla curva sperimentale T/N , si calcolano per ciascun punto sperimentale i nuovi livelli di coppia modificati (con indice k):

$$T_{a,k}^{(best)} = t^{(best)} \cdot T_{a,k} \qquad T_{a,k}^{(worst)} = t^{(worst)} \cdot T_{a,k}$$

ottenendo così due insiemi di punti $(T_{a,k}^{(best/worst)}, N_k)$.

Con questo approccio, si ottengono le curve limite muovendo verticalmente la curva di Wöhler originale, cioè variando la coppia a parità di numero di cicli (un esempio è mostrato in Fig. 3.15).

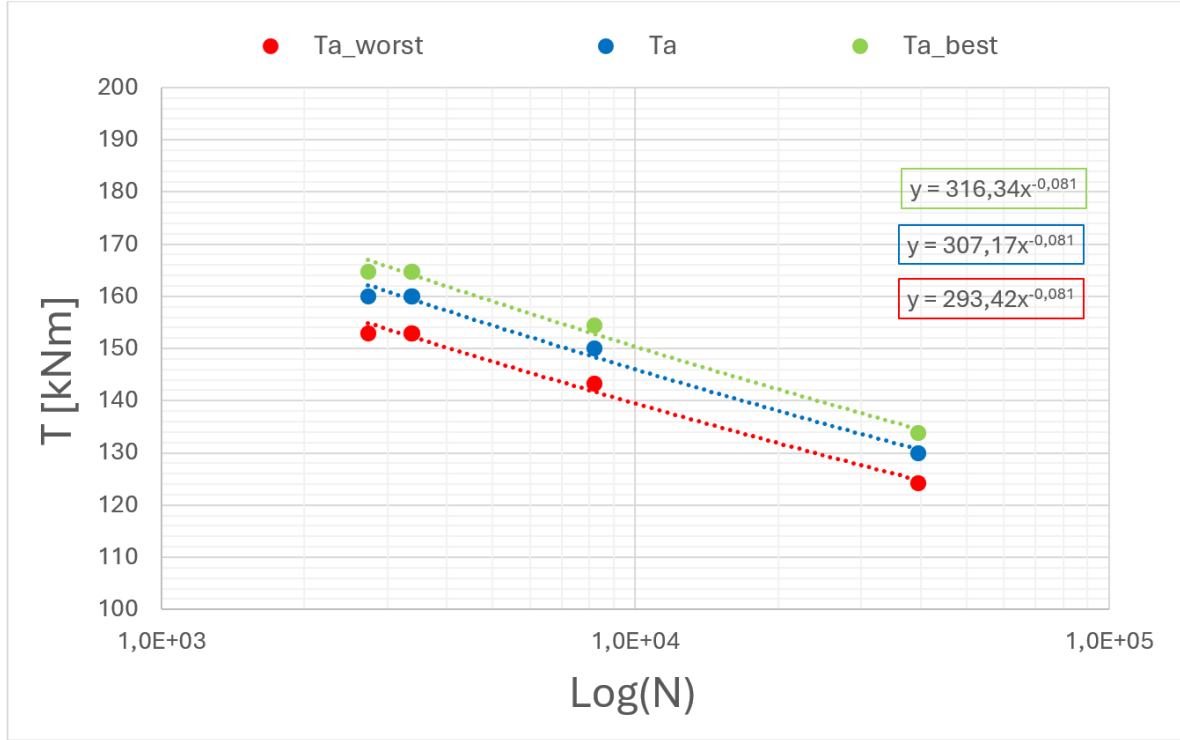


Figura 3.15: Esempio di curve limite calcolate muovendosi in verticale (Solari del gruppo A).

Le curve limite conservano la stessa pendenza m della curva sperimentale, ma presentano coefficienti $B^{(best)}$ e $B^{(worst)}$ aggiornati, ricavabili agevolmente dall'interpolazione dei punti $((T_{a,k}^{(best/worst)}, N_k))$.

Una volta definiti i nuovi parametri, è possibile calcolare i punti utili delle curve limite in termini di numero di cicli a parità di coppia:

$$N_k^{(worst)} = \left(\frac{T_{a,k}}{B^{(worst)}} \right)^{-m} \quad N_k^{(best)} = \left(\frac{T_{a,k}}{B^{(best)}} \right)^{-m}$$

scegliendo come $T_{a,k}$ i livelli di coppia alternata utilizzati nei test.

Questo procedimento consente di rappresentare la variabilità “orizzontale” della curva di fatica, ossia la dispersione della vita utile a coppia costante, come mostrato di seguito.

Calcolo delle curve limite

L'analisi è stata condotta per i solari dei gruppi A e C, di cui si richiamano i risultati dei test a fatica (Tab.3.10 e Tab.3.11) e si riportano i valori teorici di rottura statica (Tab. 3.12).

Tabella 3.10: Test di fatica solari gruppo A.

T_a [kNm]	130	150	160	160	160
N [cicl]	39576	8200	2730	3370	3380

Tabella 3.11: Test di fatica solari gruppo C.

T_a [kNm]	170	180	180	190
N [cicl]	276000	80540	96000	42900

Tabella 3.12: Valori di T_{worst} , $T_{expected}$ e T_{best} calcolati con il programma di calcolo statico.

Gruppo	T_{worst}	$T_{expected}$	T_{best}
Solare	[kNm]	[kNm]	[kNm]
A	256	268	276
C	437	477	510

I rapporti adimensionali risultano:

Gruppo solare	$t^{(best)}$	$t^{(worst)}$
A	1,03	0,96
C	1,07	0,92

Moltiplicando i valori di coppia alternata $T_{a,k}$ per i coefficienti $t^{(best)}$ e $t^{(worst)}$, si ottengono i punti con i valori di coppia modificata delle due curve limite ($T_{a,k}^{(best/worst)}$, N_k). Interpolando tali valori, otteniamo i seguenti coefficienti caratteristici delle nuove curve:

Gruppo solare	m	$B^{(worst)}$	$B^{(expected)}$	$B^{(best)}$
A	12,35	293	307	316
C	17,24	321	350	374

Il calcolo delle curve limite mostrato in questa sezione fa riferimento alle curve sperimentali, corrispondenti ad una probabilità di sopravvivenza del 50 %.

Ricalcolando i punti a parità di coppia, otteniamo i risultati elencati di seguito.

Gruppo A

Le curve limite per i solari del gruppo A ($Spu = 50\%$) sono riportate in Fig. 3.16 e in Tab. 3.13.

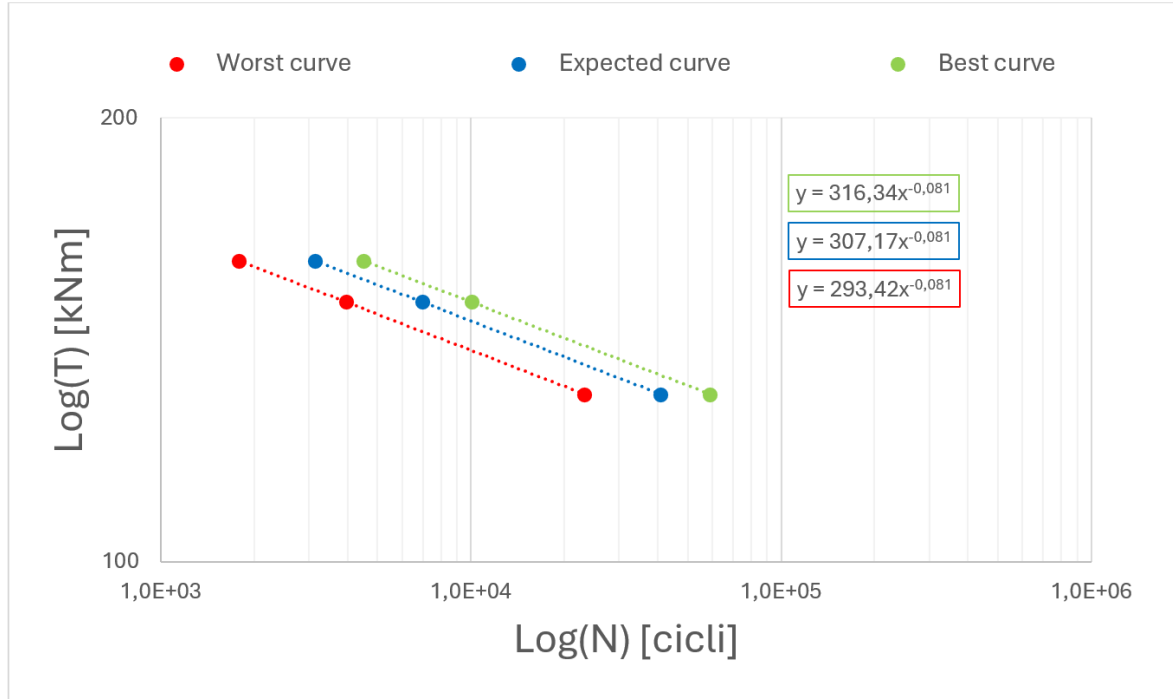


Figura 3.16: Curve limite per i solari del gruppo A per $Spu = 50\%$.

Tabella 3.13: Valori delle curve limite per i solari del gruppo A per $Spu = 50\%$.

T_a [kNm]	Worst case			Expected case	Best case		
	N	ΔN	$\Delta N\%$	N	N	ΔN	$\Delta N\%$
130	23162	-17606	-43%	40768	58618	+17850	+44%
150	3958	-3009	-43%	6967	10018	+3051	+44%
160	1784	-1357	-43%	3141	4156	+1015	+44%
$T_{statica}$ [kNm]	256			268	276		
$\Delta T_{statica}$ %	-4,5%			0%	+3,0%		

Gruppo C

Le curve limite per i solari del gruppo C ($Spu = 50\%$) sono riportate in Fig. 3.17 e in Tab. 3.14.

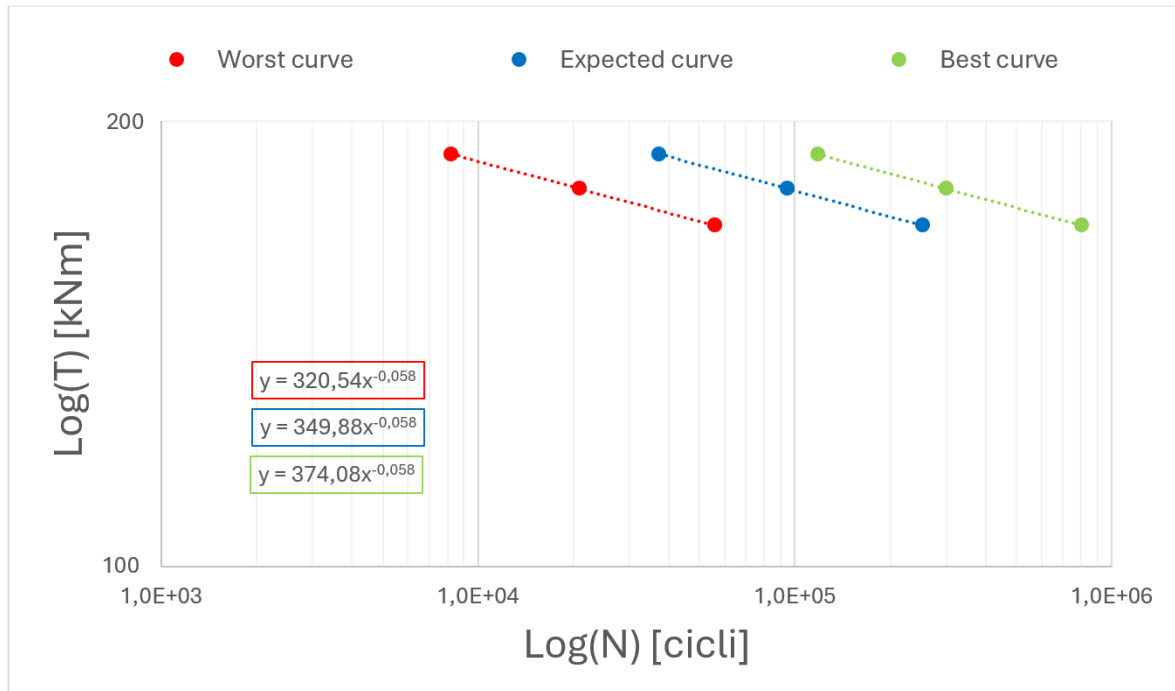


Figura 3.17: Curve limite per i solari del gruppo C per $Spu = 50\%$.

Tabella 3.14: Valori delle curve limite per i solari del gruppo C per $Spu = 50\%$.

T_a [kNm]	Worst case			Expected case		Best case	
	N	ΔN	$\Delta N\%$	N		N	ΔN
170	56085	-197813	-78%	253898		804342	+550444
180	20934	-73835	-78%	94769		300226	+205457
190	8242	-29067	-78%	37309		118196	+80887
$T_{statica}$ [kNm]	437			477		510	
$\Delta T_{statica}$ %	-8,4%			0%		+7,0%	

Fattori di sicurezza e analisi dei risultati

Seguendo il procedimento del par. 3.3.3, sono calcolati i valori dei fattori di sicurezza corrispondenti alle curve limite dei solari a confronto con il ciclo dinamico del riduttore (vedi Tab. 3.15). L'analisi è stata inoltre estesa, per entrambi i solari, anche al caso di una probabilità di sopravvivenza pari al 97,5 %.

Tabella 3.15: Fattori di sicurezza e danneggiamenti per le curve limite dei solari A e C a differenti probabilità di sopravvivenza, rispetto al ciclo di carico del riduttore.

Gruppo A		Worst case	Expected Case	Best case	$Dev \left[\frac{Best-Worst}{Expected} \right]$
$T_{statica}^{(A)} [kNm]$		256	268	276	7,5 %
$Spu = 50 \%$	D	3%	2%	1%	2%
	SF	1,33	1,40	1,44	7,9%
$Spu = 97,5 \%$	D	4%	3%	2%	2%
	SF	1,29	1,35	1,38	6,7%
Gruppo C		Worst case	Expected Case	Best case	$Dev \left[\frac{Best-Worst}{Expected} \right]$
$T_{statica}^{(C)} [kNm]$		437	477	510	15,3%
$Spu = 50 \%$	D	0,5%	0,1%	< 0,1%	0,5%
	SF	1,36	1,48	1,58	14,9%
$Spu = 97,5 \%$	D	1%	0,2%	< 0,1%	1%
	SF	1,31	1,43	1,53	15,5%

I risultati mostrano che la variabilità dei parametri produttivi (geometria e proprietà meccaniche) si riflette direttamente anche sul comportamento a fatica.

In particolare:

- Per entrambi i gruppi, la percentuale di variabilità della coppia di rottura statica si trasferisce quasi integralmente alla dispersione dei fattori di sicurezza.
- Nel gruppo A, la variabilità tra *Worst case* e *Best case* comporta una differenza di fattore di sicurezza di circa il 7 %, valore che può essere considerato contenuto e gestibile in fase progettuale.
- Nel il gruppo C, invece, la dispersione risulta più marcata, con una differenza fino al 15 % tra i due estremi, evidenziando una maggiore sensibilità dei solari di piccole dimensioni alla variabilità produttiva, come già dimostrato nell'analisi di sensitività del par. 2.8.
- I bassi valori di danneggiamento D confermano che, anche considerando gli estremi della variabilità produttiva, il solare fusibile mantiene un ampio margine di

sicurezza nei confronti del ciclo di carico in esame. Questo risultato evidenzia la bontà del dimensionamento eseguito in fase progettuale.

Questa correlazione mostra che i risultati delle analisi statiche possono essere utilizzati come strumento di supporto nella valutazione a fatica, permettendo di definire una banda teorica di variabilità entro cui possono oscillare i fattori di sicurezza del solare.

Capitolo 4

Sintesi e sviluppi futuri

Il lavoro svolto ha avuto come obiettivo principale la definizione e la validazione di un modello di calcolo per la stima della coppia di rottura statica e della resistenza a fatica del *solare fusibile*, componente di sicurezza impiegato nei riduttori epicicloidali di sistemi *Yaw* per turbine eoliche.

L'attività si è basata su analisi teoriche, risultati sperimentali e valutazioni statistiche, al fine di fornire un approccio metodologico solido per la progettazione e il dimensionamento a rottura di questo componente.

Nel presente capitolo vengono sintetizzati i risultati principali e le relative ricadute progettuali e produttive.

4.1 Risultati principali - Dimensionamento statico

Sviluppo del modello di calcolo

Partendo dall'analisi frattografica dei componenti testati e dai risultati sperimentali, è stato sviluppato un modello di calcolo per la coppia di rottura statica del solare fusibile soggetto a torsione monodirezionale, basato sulla suddivisione della sezione resistente in due zone concentriche:

- una zona esterna indurita, a seguito del trattamento di cementazione;
- una zona interna più duttile.

L'elaborazione dei profili di microdurezza Vickers lungo la sezione resistente del componente, corroborata dalle informazioni presenti in letteratura, ha consentito di:

- stimare la dimensione dell'anello esterno termicamente alterato, partendo dal valore di profondità di cementazione rilevato;

- caratterizzare in modo realistico la distribuzione delle proprietà meccaniche lungo la sezione resistente;
- validare un modello di scala delle proprietà del materiale in funzione del diametro della sezione.

Sulla base di queste informazioni è stato realizzato un programma di calcolo in Excel, in grado di restituire in output una banda di coppia di rottura attesa (*Worst/Expected/Best case*) in funzione dei parametri geometrici e metallurgici del componente e della loro variabilità produttiva.

Validazione sperimentale

Il confronto con le prove statiche ha mostrato una buona coerenza tra risultati teorici e sperimentali, con una deviazione media inferiore al 5% per i gruppi A, B e D.

Discrepanze di maggiore entità ($10 \div 30$ %) riscontrate nei gruppi C ed E sono state ricondotte alla maggiore sensibilità delle coppie di rottura alla variabilità geometrica e metallurgica per componenti di piccole dimensioni ($D < 20$ mm).

Analisi di sensitività del calcolo statico

L'analisi parametrica ha evidenziato che al netto dei vincoli oggi già presenti a disegno:

- In linea teorica, il parametro più influente sulla coppia di rottura è il diametro della sezione resistente. In fase di progettazione, l'individuazione di tale diametro è sufficiente per una caratterizzazione grossolana del componente.
- Considerando invece le tolleranze sul diametro attualmente a disegno, la coppia di rottura è massimamente influenzata dalla resistenza del materiale base, che può variare all'interno di un ampio range definito dalla normativa di settore.
- Al diminuire del diametro della gola, si riduce l'influenza della variabilità della resistenza sulla coppia di rottura mentre aumenta quella della profondità di cementazione.

Dalle osservazioni di cui sopra si conclude che è importante e ridurre la dispersione delle proprietà meccaniche per garantire una risposta statica più stabile e ripetibile indipendentemente dalle dimensioni del componente.

4.2 Risultati principali - Dimensionamento a fatica

Calcolo della resistenza a fatica del solare fusibile

Attraverso l'elaborazione dei dati sperimentali di rottura a fatica dei solari fusibili, sono state ricavate le curve S/N corrispondenti al 50 % di probabilità di sopravvivenza.

A causa del numero limitato di prove disponibili, non è stato possibile analizzare in modo sistematico l'influenza delle variabili geometriche e metallurgiche sui parametri caratteristici delle curve di Wöhler, a differenza delle prove statiche, per le quali erano disponibili più dati su campioni di geometria, materiale e trattamento termico differenti.

Successivamente, mediante l'applicazione dei modelli statistici, è stato possibile modificare la probabilità di sopravvivenza delle curve di fatica, che sono poi state utilizzate per il calcolo del fattore di sicurezza del solare fusibile rispetto al ciclo di carico del riduttore. I risultati confermano che, anche alle probabilità di sopravvivenza più stringenti (97,5 %), il componente mantiene un margine di sicurezza superiore all'unità.

Confronto con il second failure component (sfc) del riduttore

Il calcolo a fatica è stato esteso al *second failure component* del riduttore al fine di verificare che, anche a calcolo, il solare fusibile risultasse il componente più debole dei due. Per il *sfc* le curve S/N sono determinate in modo sintetico in funzione della geometria e del materiale del componente, mentre nel calcolo del danneggiamento e del fattore di sicurezza intervengono i risultati di simulazioni FEM statiche.

Il confronto mostra:

- Coerenza tra i due componenti a $S_{pu} = 50$ %, con il solare correttamente più debole ($SF_{sfc} > SF_{solare}$);
- Una anomalia a $S_{pu} = 97,5$ %, in cui $SF_{sfc} < SF_{solare}$, attribuibile verosimilmente alla sovrastima delle sollecitazioni FEM dovuta a ipotesi di vincolo conservativo. Si propone di ridurre le tensioni da FEM del $25 \div 30$ % mediante revisione delle ipotesi di modellazione, per ottenere almeno $SF_{sfc} = SF_{solare}$.

Correlazione tra variabilità statica e resistenza a fatica

È stata inoltre definita una correlazione tra la banda teorica di coppia di rottura statica e la resistenza a fatica, mediante la costruzione di curve T/N limite (*Best* e *Worst case*). Tale approccio ha mostrato che la dispersione della coppia di rottura statica si riflette in modo quasi proporzionale sul fattore di sicurezza a fatica, confermando un range del 7 % per i solari di grandi dimensioni ($70 \div 80$ mm) e fino al 15 % per quelli più piccoli.

($10 \div 20 \text{ mm}$).

Il numero di cicli a un dato livello di coppia, invece, si riduce in maniera esponenziale:

- per i solari di grandi dimensioni ad una variazione di coppia del 7 % corrisponde una variazione su N del 90 %;
- per i solari di piccole dimensioni ad una variazione di coppia del 15 % corrisponde una variazione su N del 300 %.

4.3 Considerazioni finali

Nel complesso, i risultati ottenuti dimostrano che il modello sviluppato:

- è coerente con il comportamento sperimentale osservato;
- permette di quantificare l'effetto della variabilità produttiva sulla resistenza a rottura del componente;
- costituisce un valido strumento predittivo e progettuale, utile per la riduzione dei test fisici e per la validazione di nuove configurazioni.

L'approccio integrato tra analisi statica e verifica a fatica fornisce una base metodologica robusta per il dimensionamento di solari fusibili soggetti a sollecitazioni torsionali.

4.4 Sviluppi futuri

L'attività svolta ha fornito una base solida per la modellazione del comportamento a rottura dei solari fusibili, ma ha anche evidenziato alcuni ambiti di miglioramento e sviluppo futuro, sia dal punto di vista numerico che progettuale.

Evoluzioni del modello di calcolo

Per quanto riguarda il programma di calcolo della coppia di rottura statica, si prevede:

- la generazione delle curve di fatica limite a partire dalle caratteristiche geometriche e metallurgiche del componente, in modo da consentire una valutazione combinata della resistenza statica e a fatica prima di procedere ai test;
- la determinazione sperimentale della resistenza a snervamento interna ($R_{p,int}$) al variare del materiale e delle dimensioni dei componenti mediante prove di trazione dedicate, sostituendo la correlazione empirica attualmente impiegata, così da migliorare la precisione del modello.

Evoluzioni progettuali

Dal punto di vista del prodotto, i risultati dell'analisi di sensitività suggeriscono la necessità di:

- aggiornare i disegni dei solari fusibili, assicurandosi che non siano consentite sovrapposizioni tra il diametro di gola (D) e il diametro di fondo dente dello scanalato (D_{spline});
- favorire la creazione di gole a geometria "aperta" - non troppo profonde e strette, in modo da consentire un'efficace cementazione, che porti ad un profilo di durezza ripetibile e prossimo ad una sinusoide;
- ridurre la variabilità del materiale di base, richiedendo ai fornitori un range più ristretto di proprietà meccaniche;
- In concomitanza con il punto precedente, rivedere la configurazione di alcuni riduttori, valutando il riposizionamento dei solari fusibili dal 1° al 4° stadio al fine di aumentare la dimensione del componente e ridurre l'impatto della variabilità produttiva sulla dispersione delle coppie di rottura registrate.

Nel complesso, tali sviluppi permetteranno di rendere il modello di calcolo più accurato e la progettazione dei riduttori più robusta, garantendo una migliore coerenza tra simulazione, prove sperimentali e comportamento reale del componente.

Bibliografia

- [1] Dr. Masoud Rais-Rohani. TuPAS, Tutorial Page of Aerospace Structures, Chapter I Pure Torsion, Section I.1 Torsion of Circular Bars. <https://www.ae.msstate.edu/tupas/SA2/Course.html>, 1995. Mississippi State University. Consultato il 25 agosto 2025.
- [2] UNI EN ISO 18265:2014. Materiali metallici - Conversione dei valori di durezza, 2014.
- [3] Bettinelli Acciai. 17NiCrMo6-4 - Acciai legati da cementazione, normali e al piombo. <https://www.bettinelliacciai.com/prodotti/17nicrmo6-4/>. Consultato il 25 agosto 2025.
- [4] Tecnoacciai. 20MnCr5 Ricotto. <https://tecnoacciai.it/portfolio/barre-di-acciai-da-cementazione/>. Consultato il 25 agosto 2025.
- [5] Cibaldi dr. Cesare, ANALISI DI CIBALDI DR. CESARE & C. snc. *I criteri di scelta e di trattamento degli acciai da costruzione e da utensili*, Seconda edizione, 1990.
- [6] Wikimedia Commons Skbkekas, CC BY 3.0. Plot of the density function for several members of the student t family. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Student_t_pdf.svg, 2010.
- [7] Little. K. E. "Review of Statistical Analyses of Fatigue Life Data Using One-Sided Lower Statistical Tolerance Limits", *Statistical Analysis of Fatigue Data*. ASTM STP 744, R. E. Little and J. C. Ekvall, Eds., American Society for Testing and Materials, 1981, pp. 3-23.
- [8] ISO 2394:2015. General principles on reliability for structures, 2015.
- [9] DNV GL. DNVGL-ST-0361, *Machinery for wind turbines*, "4.6 Calculation of synthetic S/N curves", 2016.

Ringraziamenti

Mi è doveroso dedicare questo spazio del mio elaborato alle persone che, con il loro instancabile supporto, hanno contribuito alla sua realizzazione.

Ringrazio il Prof. Olmi, che si è offerto di fare da tramite per l'esperienza di tirocinio e tesi in azienda, nonché per la sua costante disponibilità.

Un sentito grazie all'Ing. Sara Vincenzi, correlatore di tesi e tutor aziendale, per il supporto continuo, le dritte indispensabili e la complicità nella realizzazione di ogni capitolo della mia tesi. Ho imparato molto sotto la sua guida, sia dal punto di vista professionale che personale, e per questo le sono profondamente grato.

Ringrazio l'azienda Bonfiglioli Riduttori S.p.a. per avermi dato la possibilità di svolgere il mio lavoro di tesi in un ambiente stimolante e dinamico, che mi ha permesso di mettermi in gioco e vivere un'esperienza preziosa per il mio futuro.

Un ringraziamento va anche al personale dell'ufficio tecnico e della sala prove, e a tutte le persone dell'azienda con cui sono stato in contatto, per la loro disponibilità e gentilezza durante il percorso di tirocinio.

Ringrazio la mia famiglia, per avermi sempre sostenuto con affetto e fiducia.

Agli amici di Pieve, grazie per avermi supportato e per avermi fatto sempre sentire a casa in questo periodo intenso.

Ai compagni di università, con cui ho condiviso un percorso unico, fatto di risate, difficoltà e momenti speciali come quello di oggi.

E infine, ma non per importanza, ringrazio la mia ragazza, Giulia, che mi è stata accanto con affetto e mi ha saputo motivare nei momenti di maggiore fragilità.

Con lei ho condiviso un tratto di strada tanto significativo e porterò con me tutto ciò che abbiamo vissuto: le esperienze, i sorrisi e la forza che abbiamo saputo trovare insieme.