

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI SCIENZE  
Corso di Laurea in Astronomia

**EMISSIONE DI  
SINCROTRONE E  
APPLICAZIONI ASTROFISICHE**

**Relatore:**  
Chiar.ma Prof.  
Marcella Brusa

**Presentata da:**  
Matteo Bosco

**Sessione 1**  
**Anno Accademico 2024-2025**

# Abstract

La tesi tratta l'emissione di sincrotrone e le sue applicazioni astrofisiche, è suddivisa in tre sezioni e un'appendice:

- il primo capitolo introduce all'argomento, spiegando i processi di radiazione e descrivendo in linea generale l'emissione per sincrotrone;
- il secondo capitolo spiega nel dettaglio l'emissione di sincrotrone, partendo dallo spiegare da cosa è causata fisicamente e come viene osservata. Inoltre, vengono descritte le radiosorgenti, da dove origina la radiazione di sincrotrone osservata in astrofisica, le loro energetiche e come invecchiano. Infine, è descritto il processo di Synchrotron Self Compton che permette di osservare radiazione di sincrotrone X;
- il terzo capitolo conclude trattando le applicazioni astrofisiche, in particolare vengono descritte tre fonti di radiazione di sincrotrone: i nuclei galattici attivi, i resti di supernova e le pulsar;
- infine, in appendice, vengono descritti i meccanismi di accelerazione di Fermi, necessari affinché le particelle cariche raggiungano velocità ultrarelativistiche e possano emettere per sincrotrone.

La radiazione di sincrotrone è stata osservata per la prima volta da Terra in un acceleratore di particelle a New York nel 1948. L'acceleratore era stato costruito dalla General Electric al fine di risparmiare energia sfruttando l'emissione di onde elettromagnetiche da parte di particelle cariche accelerate.

La prima osservazione astrofisica avvenne in un resto di supernova e fu solamente in seguito associata alla radiazione di sincrotrone vista sulla Terra.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Emissione di Sincrotrone</b>	<b>1</b>
2.1	Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme e stazionario	1
2.2	Effetti relativistici . . . . .	3
2.2.1	Beaming . . . . .	3
2.2.2	Riduzione della durata dell'impulso . . . . .	4
2.3	Spettro di Sincrotrone . . . . .	5
2.3.1	Transizione da emissione di Ciclotrone a Sincrotrone . . . . .	5
2.3.2	Spettro di singolo elettrone . . . . .	5
2.3.3	Spettro di molti elettroni . . . . .	6
2.3.4	Auto-assorbimento . . . . .	7
2.4	Energetica di una radiosorgente . . . . .	8
2.5	Invecchiamento di una radiosorgente . . . . .	10
2.5.1	Nessuna iniezione di nuove particelle . . . . .	10
2.5.2	Iniezione di nuove particelle . . . . .	11
2.6	Polarizzazione . . . . .	11
2.7	Synchrotron Self Compton . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Applicazioni Astrofisiche</b>	<b>13</b>
3.1	Nuclei Galattici Attivi . . . . .	13
3.1.1	Radiogalassie FRI e FRII . . . . .	13
3.2	Resti di Supernovae . . . . .	14
3.3	Pulsar . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>15</b>
<b>A</b>	<b>Appendice A: Meccanismi di Fermi</b>	<b>16</b>
A.1	Secondo ordine . . . . .	16
A.2	Primo ordine . . . . .	17
	<b>Bibliografia</b>	<b>18</b>

# Introduzione

In astrofisica vi sono diversi tipi di processi di emissione: in primo luogo si differenziano tra processi nel continuo ed in riga e in seguito tra processi termici e non termici.

La radiazione di sincrotrone è un processo non termico nel continuo, questo indica che l'emissione di sincrotrone è visibile a più lunghezze d'onda e che l'intensità dell'emissione non dipende dalla temperatura della sorgente, a differenza, per esempio, dell'emissione di corpo nero.

La radiazione di sincrotrone è emessa quando una particella carica ultra-relativistica interagisce con delle linee di campo magnetico. La sua esistenza è stata teorizzata da Larmor a partire dalla teoria dell'elettromagnetismo di Maxwell ed è poi stata formalizzata da Liénard [2].

L'emissione di sincrotrone è osservata nel radio per via dei deboli campi magnetici astrofisici e segue una legge di potenza decrescente in funzione dell'energia, in presenza di synchrotron self Compton si può osservare emissione anche ad alte frequenze: X.

Nella successiva trattazione si adotta come sistema di unità di misura il sistema di Gauss, a meno che non sia specificato altrimenti.

## Emissione di Sincrotrone

### 2.1 Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme e stazionario

Una carica in movimento all'interno di un campo magnetico uniforme sente una forza di Lorentz ortogonale alla direzione del suo moto:

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

Con  $\vec{p} = \gamma m_0 \vec{v}$  dove  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ .

Ipotizzando una carica in moto parallelamente ad una linea di campo magnetico, la forza di Lorentz curva la traiettoria della particella che è portata ad eseguire un moto elicoidale intorno alla linea di campo (Fig. 2.1). La componente circolare del moto viene descritta da diverse quantità, tra cui il raggio a cui avviene il moto, detto raggio di Larmor o di ciclotrone:

$$r_L = \frac{mc}{qB} v_{\perp} \quad (2.2)$$

In caso di velocità relativistiche, viene considerata la massa  $m = m_0\gamma$ .

Statisticamente, le traiettorie delle particelle formeranno diversi angoli con le linee di campo magnetico, tali angoli sono detti di pitch  $\theta$  e sono rappresentati nella forza di Lorentz tramite il prodotto vettoriale  $\vec{v} \times \vec{B}$ . Solamente la componente perpendicolare della velocità contribuirà alla forza. Dunque la forza di Lorentz agisce da forza centripeta per la componente circolare del moto della particella.

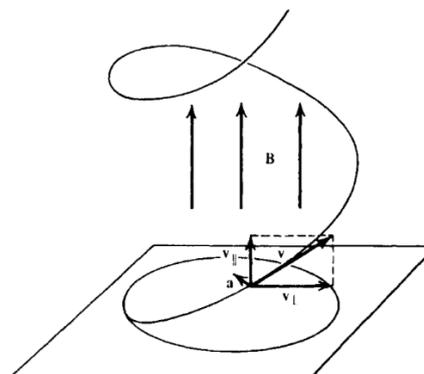


Figura 2.1: Moto di una carica in un campo magnetico. Fonte: George B. Rybicki e Alan P. Lightman [1]

Dalle equazioni dell'elettromagnetismo di Maxwell è possibile notare che una particella carica in moto accelerato emette radiazione in maniera toroidale come nella seguente formula di Larmor:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{c^3} = \frac{2}{3} \frac{q^4}{m^2 c^3} \beta^2 B^2 \sin^2 \theta \quad (2.3)$$

Dove  $\theta$  è il sopracitato angolo di pitch.

Laddove la carica avesse velocità relativistiche, come nel caso dell'emissione di sincrotrone, la formula di Larmor includerebbe anche un fattore di Lorentz  $\gamma$  al quadrato.

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^4}{m^2 c^3} \beta^2 \gamma^2 B^2 \sin^2 \theta \quad (2.4)$$

L'emissione di radiazione comporta una perdita di energia da parte della particella, la quale dunque non compie un moto elicoidale, bensì spiraleggia intorno alla linea di campo.

L'equazione 2.4 ha una dipendenza quadratica inversa dalla massa, da cui consegue che l'emissione di radiazione da parte degli elettroni è molto maggiore rispetto a quella dei protoni, infatti:

$$\frac{m_p^2}{m_e^2} \approx 3 \cdot 10^6$$

Dunque, d'ora in avanti, verrà considerata solamente l'emissione di radiazione da parte di elettroni e positroni, in quanto il contributo dei protoni è trascurabile.

L'assunzione di campo uniforme risulta sempre valida in astrofisica in quanto i campi sono molto deboli, dell'ordine di  $10^{-4} - 10^{-6} G$  [6].

## 2.2 Effetti relativistici

Gli elettroni responsabili dell'emissione di sincrotrone possiedono velocità ultra-relativistiche ( $v \sim 0.99c$ ); l'emissione di radiazione da parte di un oggetto a velocità relativistica comporta due principali effetti: il beaming e la riduzione della durata dell'impulso.

### 2.2.1 Beaming

Nel sistema di riferimento dell'elettrone  $K'$ , l'emissione è isotropa, mentre per un osservatore esterno, nel sistema di riferimento  $K$ , si verifica un effetto di riduzione dell'angolo di emissione tale per cui la radiazione viene concentrata in un cono di semiapertura  $1/\gamma$  nella direzione del moto della particella.

Consideriamo un elettrone in moto a velocità relativistica  $\vec{v}$  lungo l'asse  $x$  ed un raggio luminoso emesso da quest'ultimo diretto parallelamente all'asse  $y'$  nel sistema dell'elettrone. Usando le trasformazioni della velocità si nota che:

$$\begin{cases} u_x = v \\ u_y = c \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\gamma} \\ u_z = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Nel sistema di riferimento dell'osservatore  $K$  vi è anche una componente lungo  $y$ , ne consegue vi sia un angolo rispetto all'asse  $x$ :

$$\theta = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right) = \arctan\left(\frac{c}{\gamma v}\right) \quad (2.6)$$

Dunque la radiazione viene concentrata in un cono di semiapertura  $\text{sen}\theta = 1/\gamma$  [10].

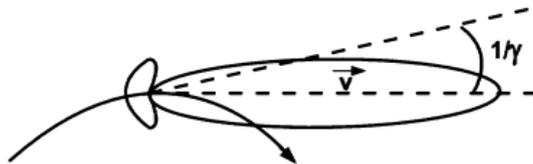


Figura 2.2: Beaming relativistico da parte di un elettrone immerso nelle linee di campo magnetico. Fonte: G. Ghisellini [7]

## 2.2.2 Riduzione della durata dell'impulso

La relatività è anche responsabile della riduzione della durata dell'impulso.

L'osservatore è in grado di vedere la radiazione di sincrotrone solo quando il cono di semiapertura  $1/\gamma$  è rivolto verso di lui durante l'orbita dell'elettrone.

Geometricamente si può notare che l'angolo di visibilità è  $\Delta\theta = 2/\gamma$ , da cui segue  $\Delta s = 2a/\gamma$  (Fig. 2.3). Data l'equazione del moto:

$$\gamma m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (2.7)$$

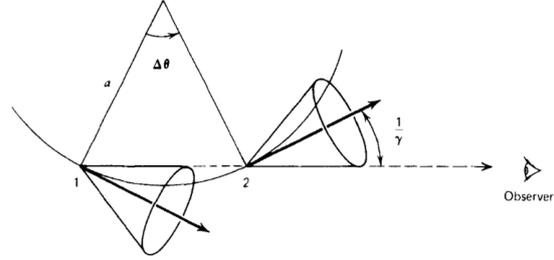


Figura 2.3: Impulso radiazione di sincrotrone. Fonte: George B. Rybicki e Alan P. Lightman [1]

Sapendo che  $|\Delta \vec{v}| = v \Delta \theta$  e  $\Delta s = v \Delta t$ , segue:

$$\frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{q B \sin \alpha}{\gamma m_0 c v} \quad (2.8)$$

$$a = \frac{v}{\omega_b \sin \alpha} \quad \text{dove } \omega_b = \frac{q B}{\gamma m_0 c} \quad (2.9)$$

$$\Delta s \sim \frac{2v}{\gamma \omega_b \sin \alpha} \quad (2.10)$$

Da cui il tempo tra il punto 1 ed il punto 2 risulta pari a

$$t_2 - t_1 \sim \frac{2}{\gamma \omega_b \sin \alpha} \quad (2.11)$$

La durata dell'impulso misurata nel sistema di riferimento dell'osservatore  $t'_2 - t'_1$  differisce da  $t_2 - t_1$  di un fattore  $\Delta s/c$ , ovvero il tempo impiegato dalla luce a percorrere la distanza  $\Delta s$ .

$$t'_2 - t'_1 \sim \frac{2}{\gamma \omega_b \sin \alpha} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (2.12)$$

Dall'effetto Doppler  $1 - v/c \sim 1/2\gamma^2$ , dunque

$$t'_2 - t'_1 \sim \frac{1}{\gamma^3 \omega_b \sin \alpha} \quad (2.13)$$

## 2.3 Spettro di Sincrotrone

### 2.3.1 Transizione da emissione di Ciclotrone a Sincrotrone

Nell'emissione di ciclotrone,  $v \ll c$ , il campo elettrico viene descritto come oscillante nel tempo per via del moto della particella, si sceglie di porre campo positivo quando l'elettrone è in avvicinamento. Lo spettro, ricavato tramite l'analisi di Fourier dell'impulso, è caratterizzato unicamente dall'emissione alla frequenza di girazione.

Con l'aumentare delle velocità si osservano i primi effetti relativistici e il campo elettrico non è più descrivibile tramite una funzione sinusoidale. Iniziano a presentarsi emissioni a frequenze multiple rispetto a quella di girazione, dove l'intensità è diminuita di un fattore  $\beta^2$ .

Quando  $v \approx c$  si osserva l'emissione di sincrotrone, il campo è descrivibile tramite impulsi e le frequenze di emissione aumentate forniscono una nuova forma allo spettro, che, per via dell'allargamento delle righe dovuto a vari effetti, diventa continuo.

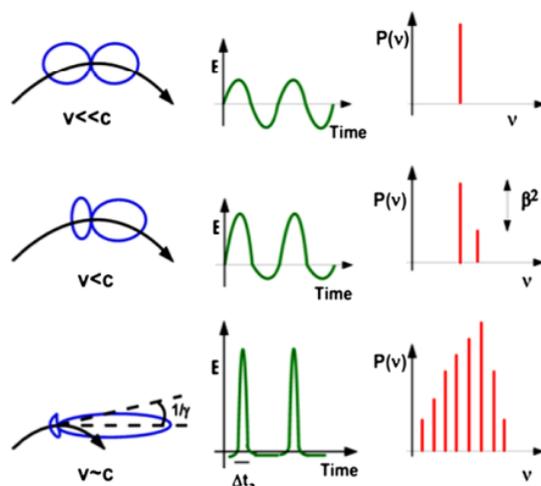


Figura 2.4: Campo elettrico in funzione del tempo e spettro di radiazione di ciclotrone (sopra), ciclotrone relativistico (in mezzo) e sincrotrone (sotto). Fonte: Ghisellini [7]

### 2.3.2 Spettro di singolo elettrone

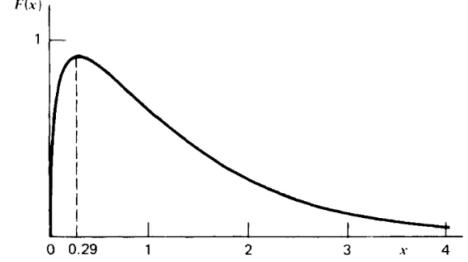
La radiazione di sincrotrone viene emessa intorno ad una frequenza, detta frequenza caratteristica di sincrotrone, corrispondente alla sopracitata frequenza di girazione.

$$\nu_s = \frac{3}{4\pi} \gamma^3 \omega_b \text{sen} \alpha = 4.2 \cdot 10^{-9} \gamma^2 B [\mu G] \text{ GHz} \quad (2.14)$$

Tale frequenza non corrisponde alla frequenza di picco, la quale è individuata a  $\nu_m = 0.29\nu_s$ .

Si possono individuare due regimi:

$$\begin{cases} \nu \ll \nu_s \longrightarrow F(\nu) \propto \nu^{\frac{1}{3}} \\ \nu \gg \nu_s \longrightarrow F(\nu) \propto e^{-\frac{\nu}{\nu_s}} \end{cases} \quad (2.15)$$



$F(\nu)$  è definita a partire dalla funzione di Bessel modificata  $K$  nel seguente modo:

$$F\left(\frac{\nu}{\nu_s}\right) = \frac{\nu}{\nu_s} \int_{\frac{\nu}{\nu_s}}^{\infty} K_{\frac{5}{3}}(y) dy \quad (2.16)$$

Figura 2.5: Spettro di radiazione di sincrotrone di un singolo elettrone. Fonte: George B. Rybicki e Alan P. Lightman [1]

Un'altra approssimazione, valida a tutte le frequenze, ma che sovrastima  $F$  nel picco è la seguente [7]:

$$F\left(\frac{\nu}{\nu_s}\right) \sim \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma^{\frac{1}{3}}}\left(\frac{\nu}{2\nu_s}\right)^{\frac{1}{3}} e^{-\frac{\nu}{\nu_s}} \quad (2.17)$$

### 2.3.3 Spettro di molti elettroni

Nel caso di una sorgente radio, lo spettro che si osserva è dato dalla sovrapposizione di spettri di singoli elettroni a differenti frequenze, il risultato porta lo spettro ad essere una legge di potenza, come in molti casi astrofisici, secondo la seguente espressione:

$$dN = AE^{-\delta} dE, \quad 2 \lesssim \delta \lesssim 3, \quad E_{min} \leq E \leq E_{max} \quad (2.18)$$

Con  $E_{min} \ll E_{max}$ . Lo spettro di energia istantaneo emesso per sincrotrone è:

$$j_\nu = \frac{\sqrt{3}B_0 \cos \theta}{mc^2} A \int_{E_{min}}^{E_{max}} E^{-\delta} dE F\left(\frac{\nu}{\nu_s}\right) \quad (2.19)$$

Dove  $E = mc^2 \gamma$ ,  $\nu_s \propto \gamma^2$ . Dall'equazione 2.19 è possibile ricavare il risultato in maniera esatta, ma facciamo delle approssimazioni al fine di determinare la forma dello spettro.

Si possono individuare un  $\gamma_{min}$  e un  $\gamma_{max}$  degli elettroni coinvolti, a cui corrispondono un  $\nu_1$  ed un  $\nu_2$ . Per valori esterni, lo spettro si comporta come nel caso di singolo elettrone, dunque

$$\begin{cases} \nu < \nu_1 \longrightarrow F(\nu) \propto \nu^{\frac{1}{3}} \\ \nu > \nu_2 \longrightarrow F(\nu) \propto e^{-\frac{\nu}{\nu_2}} \approx 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

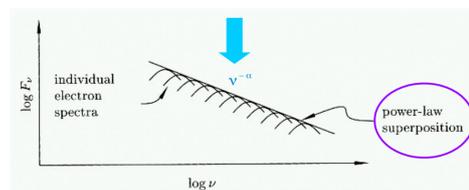


Figura 2.6: Spettro di radiazione di sincrotrone di molti elettroni. Fonte: D. Dallacasa [3]

Internamente all'intervallo usiamo la seguente approssimazione:

$$dP = P\delta(\nu - \nu_s)d\nu \quad (2.21)$$

Inserendo l'equazione 2.21 nell'equazione 2.19 si ottiene

$$j_\nu = A \int_{E_{min}}^{E_{max}} PE^{-\delta}dE\delta(\nu - \nu_s) \quad (2.22)$$

Risolviendo tale equazione si osserva  $j_\nu \propto \nu^{-\alpha}$  (Fig. 2.6) dove  $\alpha = (\delta - 1)/2$  è detto indice spettrale [12].

### 2.3.4 Auto-assorbimento

Nella trattazione precedente abbiamo considerato un gas otticamente sottile, dunque trasparente alla propria radiazione, laddove il plasma coinvolto nell'emissione di sincrotrone fosse otticamente spesso, si verifica un fenomeno di auto-assorbimento, che determina una crescita dello spettro all'aumentare dell'energia proporzionalmente a  $\nu^{\frac{5}{2}}$  (Fig. 2.7). Nelle sorgenti reali non è mai possibile avere un gas otticamente sottile a tutta la sua radiazione, perciò si osserva auto-assorbimento.

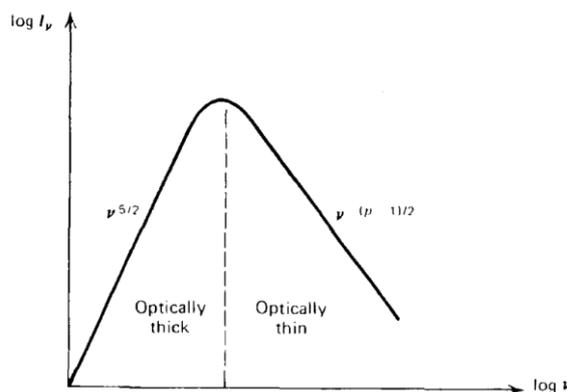


Figura 2.7: Spettro di radiazione di sincrotrone con autoassorbimento. Fonte: George B. Rybicki e Alan P. Lightman [1]

Dalle equazioni del trasporto radiativo è possibile esprimere l'intensità specifica di una sorgente in regime otticamente spesso:

$$I_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi\mu_s(\nu)}(1 - e^{-\mu_s(\nu)l}) \quad (2.23)$$

Dove  $\mu_s(\nu)$  è il coefficiente di assorbimento e  $l$  è lo spessore della sorgente, si può definire lo spessore ottico  $\tau_s(\nu) = \mu_s(\nu)l$ , il regime è otticamente sottile quando  $\tau_s(\nu) \ll 1$  e otticamente spesso quando  $\tau_s(\nu) \gg 1$ .

A seguito di un'analisi facente uso delle relazioni di Einstein per le transizioni in riga, è possibile ricavare le proporzionalità del coefficiente di assorbimento [8]:

$$\mu_s(\nu) \propto B_{\perp}^{\frac{\delta+2}{2}} \nu^{-\frac{\delta+4}{2}} \quad (2.24)$$

Complessivamente possono essere quindi individuati due regimi nello spettro:

$$\begin{cases} \tau_s \gg 1 \longrightarrow I_s(\nu) \propto \nu^{\frac{5}{2}} B_{\perp}^{-\frac{1}{2}} \\ \tau_s \ll 1 \longrightarrow I_s(\nu) \propto \nu^{-\alpha} B_{\perp}^{\frac{\delta+1}{2}} \end{cases} \quad (2.25)$$

A questo punto è possibile ricavare un'equazione per individuare la frequenza del picco della radiazione [3].

$$\nu_p = CF_P^{\frac{2}{5}} [Jy] \theta^{-\frac{4}{5}} [mas] B_{\perp}^{\frac{1}{5}} [mG] (1+z)^{\frac{1}{5}} \text{ GHz} \quad (2.26)$$

Dove  $C$  è una costante,  $F_P$  è il flusso nel punto di picco,  $\theta$  è la dimensione angolare della sorgente,  $B_{\perp}$  il contributo ortogonale del campo magnetico e  $z$  il redshift a cui si trova la sorgente.

## 2.4 Energetica di una radiosorgente

L'energia totale di una radiosorgente è composta dall'energia delle particelle e dall'energia del campo magnetico.

$$U = U_{el} + U_{pr} + U_B = (1+k)U_{el} + U_B \quad (2.27)$$

Dove il parametro  $k$  è una stima della composizione del plasma e si è assunto  $U_{pr} = kU_{el}$ . Al fine di conoscere l'energia totale, vengono esplicitati i vari contributi in funzione di quantità osservative. Si assume una distribuzione di energia a legge di potenza come in precedenza (eq. 2.18).

$$U_{el} = V \int_{E_{min}}^{E_{max}} EN(E)dE = \frac{N_0V}{2-\delta} (E_{max}^{2-\delta} - E_{min}^{2-\delta}) \quad \delta \neq 2 \quad (2.28)$$

Dove  $V$  è il volume che può essere espresso in funzione della luminosità  $L$  (eq. 2.30), quest'ultima è ricavata a partire dal flusso conoscendo la distanza della sorgente (eq. 2.29):

$$L = 4\pi d^2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} F(\nu) d\nu \quad (2.29)$$

Dove  $\nu_1$  e  $\nu_2$  sono legate a  $E_{min}$  ed  $E_{max}$ .

$$L = V \int_{E_{min}}^{E_{max}} N(E) \left( -\frac{dE}{dt} \right) dE \approx 2.4 \cdot 10^{-3} \frac{N_0 V B_{\perp}^2}{3 - \delta} (E_{max}^{3-\delta} - E_{min}^{3-\delta}) \quad \delta \neq 3 \quad (2.30)$$

Ricavando  $N_0 V$  e sostituendo nell'equazione 2.28 si ottiene:

$$U_{el} \approx \frac{3 - \delta \nu_{max}^{\frac{(2-\delta)}{2}} - \nu_{min}^{\frac{(2-\delta)}{2}} B^{-\frac{2-\delta}{2}} \text{sen}^{-(2-\delta)\theta}}{2 - \delta \nu_{max}^{\frac{(3-\delta)}{2}} - \nu_{min}^{\frac{(3-\delta)}{2}} B^{-\frac{3-\delta}{2}} \text{sen}^{-(3-\delta)\theta}} \frac{L}{B^2 \text{sen}^2 \theta} \quad (2.31)$$

Considerando una distribuzione di angoli di pitch isotropa ed energia minima e massima tali da comprendere tutta la banda radio osservabile ( $\nu_1 = 10 \text{ MHz}$  e  $\nu_2 = 100 \text{ GHz}$ ) si giugne alla relazione:

$$U_{el} = C_{el} B^{-\frac{3}{2}} L \quad (2.32)$$

L'energia del campo magnetico è semplicemente l'integrale volumico della densità di energia magnetica.

$$U_B = \int \frac{B^2}{8\pi} dV = C_B B^2 V \quad (2.33)$$

Dunque l'energia totale è così esprimibile:

$$U = (1 + k) C_{el} B^{-\frac{3}{2}} L + C_B B^2 V \quad (2.34)$$

Derivando l'espressione rispetto al campo  $B$ , si trova un minimo dell'energia del sistema, tale condizione è detta di equipartizione (Fig. 2.8).

$$(1 + k) E_{el} = \frac{4}{3} U_B \quad (2.35)$$

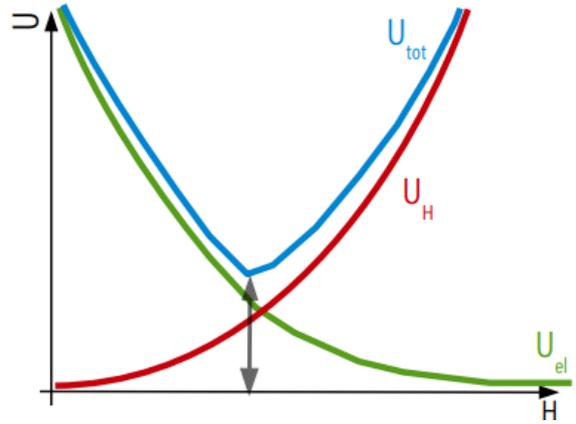


Figura 2.8: Condizione di equipartizione per una radiosorgente. Fonte: D. Dallacasa [3]

Supponendo di avere una radiosorgente in condizione di equipartizione è possibile stimare il suo campo magnetico, tale stima non è sempre accurata e risulta tipicamente valida in caso di sorgenti giovani [4].

$$H_{eq} = \left( \frac{3}{4}(1+k) \frac{C_{el}}{C_B} \right)^{\frac{2}{7}} \left( \frac{L}{V} \right)^{\frac{2}{7}} \quad (2.36)$$

Per poter usare tale equazione vengono fatte due assunzioni: la densità di particelle è omogenea e il campo magnetico è uniforme.

## 2.5 Invecchiamento di una radiosorgente

L'evoluzione temporale di una radiosorgente può essere descritta tramite la seguente equazione:

$$\frac{\partial N(E, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{dE}{dt} N(E, t) \right) + \frac{N(E, t)}{T_{conf}} = Q(E, t) \quad (2.37)$$

Dove il primo termine corrisponde al flusso di particelle della sorgente, il secondo termine indica le perdite energetiche, il terzo è detto leakage, dipende dal tempo di confinamento e indica la dispersione di cariche, infine vi è un termine di iniezione di particelle nella sorgente. Procediamo dunque all'analisi di due casi: senza iniezione di nuove particelle e con iniezione di nuove particelle.

### 2.5.1 Nessuna iniezione di nuove particelle

Nel caso in analisi l'iniezione  $Q \rightarrow 0$  e il tempo di confinamento è  $\infty$ . Sapendo che le perdite radiative sono esprimibili mediante la seguente equazione 2.38, è possibile ricavare l'energia delle particelle in funzione del tempo di raffreddamento:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{2e}{3m_e^4 c^7} E^2 B^2 \sin^2 \theta \quad (2.38)$$

$$E(t) = \frac{E_0}{1 + \frac{t}{t_*}} \quad \text{dove } t_* = \frac{3m_e^4 c^7}{2eE_0^2 B^2 \sin^2 \theta} \quad (2.39)$$

Dunque, per un dato tempo, è possibile determinare un'energia, detta di cut-off. Tutte le particelle ad energia maggiore si sono raffreddate mediante perdite radiative sotto il valore di cut-off, dunque non si vede più emissione a tali energie nello spettro, mentre la distribuzione a frequenze inferiori rimane invariata.

## 2.5.2 Iniezione di nuove particelle

In presenza di iniezione di nuove particelle,  $Q(E, t) = AE^{-\delta}$ , lo spettro è caratterizzato nuovamente da due regioni:

$$\begin{cases} \nu \ll \nu^* \longrightarrow J_s(\nu) \sim \nu^{-\frac{\delta-1}{2}} = \nu^{-\alpha} \\ \nu > \nu^* \longrightarrow J_s(\nu) \sim \nu^{-\frac{\delta}{2}} = \nu^{-(\alpha+0.5)} \end{cases} \quad (2.40)$$

Dove  $\nu^*$  è una frequenza caratteristica, detta di break, e corrisponde al tempo in cui vi è un equilibrio tra particelle iniettate e particelle che si spostano ad energie minori.

A differenza del caso senza iniezione, lo spettro oltre la frequenza di break non presenta una mancanza di emissione, ma solamente un cambio di pendenza. Tramite i radiotelescopi siamo in grado di individuare la frequenza di break e conseguentemente il cambiamento di pendenza dello spettro, questo comporta la possibilità di mappare l'età di una radiosorgente sulla base del suo indice spettrale, sapendo che tipicamente  $\alpha \approx 0.6 - 0.7$ .

## 2.6 Polarizzazione

L'emissione di sincrotrone da parte di singolo elettrone è polarizzata ellitticamente; nel caso di una sorgente, per via della sovrapposizione di emissioni, la componente circolare si cancella con la somma di polarizzazioni sinistrorse e destrorse e rimane una polarizzazione lineare parziale.

Nel caso di emissioni a legge di potenza, come il sincrotrone, è possibile determinare la percentuale di radiazione polarizzata tramite la seguente equazione:

$$\Sigma = \frac{\delta + 1}{\delta + \frac{7}{3}} \quad (2.41)$$

Da tale espressione risulta un grado di polarizzazione molto alto, ciò non è solitamente osservato da Terra per due motivazioni: la disomogeneità dei campi magnetici, assunti omogenei nella formula, e la rotazione di Faraday, la quale può modificare la direzione della polarizzazione lineare quando la radiazione passa attraverso un plasma magnetizzato. Considerati questi effetti, il grado che rileviamo tramite i radiotelescopi è  $\Sigma \approx 0.20$ , circa il 20%.

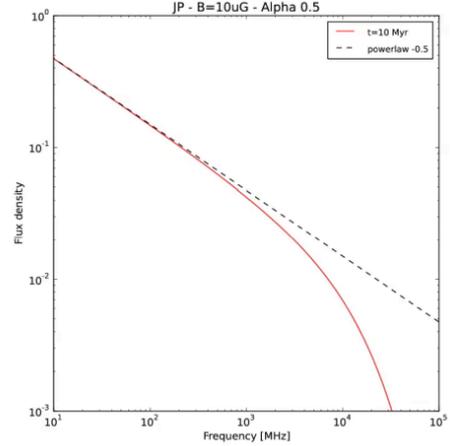


Figura 2.9: Spettro di radiazione di sincrotrone con iniezione di nuove particelle. Fonte: V. Cuciti e F. de Gasperin [5]

## 2.7 Synchrotron Self Compton

Il processo radiativo di Compton inverso prevede un urto tra un fotone ed un elettrone relativistico, a seguito di tale urto l'elettrone cede parte della sua energia cinetica al fotone, il quale passa ad una frequenza più alta.

Le perdite energetiche per Compton inverso vengono stimate tramite la seguente espressione:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_I = \frac{4}{3}C\sigma_T\gamma^2\beta^2U_{ph} \quad (2.42)$$

Dove  $C$  è una costante,  $\sigma_T$  è la sezione d'urto elettromagnetica di un elettrone e  $U_{ph}$  è il campo di fotoni. Si possono dunque confrontare le perdite per sincrotrone con le perdite per Compton inverso.

$$\frac{(dE/dt)_S}{(dE/dt)_I} = \frac{U_H}{U_{ph}} = \frac{L_{radio}}{L_X} \quad (2.43)$$

Il campo di radiazione radio è tipicamente approssimabile con il campo di fotoni della radiazione cosmica di fondo  $U_{CMB}$ .

Tale fenomeno si verifica a volte in galassie con nuclei galattici attivi, dove la radiazione di sincrotrone passa da radio ad X tramite il processo di Compton inverso.

Invertendo l'equazione 2.43, si ottiene una proporzionalità dalla temperatura di brillantezza  $T_b$  [9], ovvero la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero per avere tale emissione.

$$\frac{(dE/dt)_I}{(dE/dt)_S} = \frac{L_I}{L_S} \propto \left(\frac{T_B}{10^{12}K}\right) \quad (2.44)$$

In caso di temperature di brillantezza sopra  $10^{12}K$  il principale meccanismo di raffreddamento diventerebbe l'emissione X dovuta allo scattering Compton, che comporterebbe l'irraggiamento di tutta l'energia della sorgente in un tempo molto rapido.

Tale fenomeno è chiamato catastrofe Compton e comporterebbe l'impossibilità di osservare sorgenti con temperature di brillantezza maggiori di  $10^{12}K$ . Queste sorgenti sono però osservate, dunque non avviene la catastrofe, perchè tali sorgenti sono in moto a velocità relativistiche o in regime superlaminare, inoltre anche l'effetto Doppler relativistico dovuto al beaming influenza i valori di frequenza e temperatura.

# Applicazioni Astrofisiche

## 3.1 Nuclei Galattici Attivi

Alcune galassie possiedono un nucleo galattico attivo, ovvero una regione centrale molto luminosa dovuta ad un buco nero supermassiccio che sta accrescendo materia.

Il fenomeno di accrescimento gravitazionale è il secondo processo di produzione di energia più efficiente dopo l'annichilazione materia-antimateria con un'efficienza di circa il 20% della massa trasformata in energia.

Visto che il gas in caduta libera verso il buco nero centrale possiede momento angolare, questa deve conservarlo. Dunque, il materiale si dispone in un disco di accrescimento, dove le particelle più interne hanno velocità ultrarelativistiche. In presenza di buchi neri vi sono solitamente campi magnetici molto forti, l'interazione tra particelle ultrarelativistiche e campo genera radiazione di sincrotrone che noi possiamo osservare.

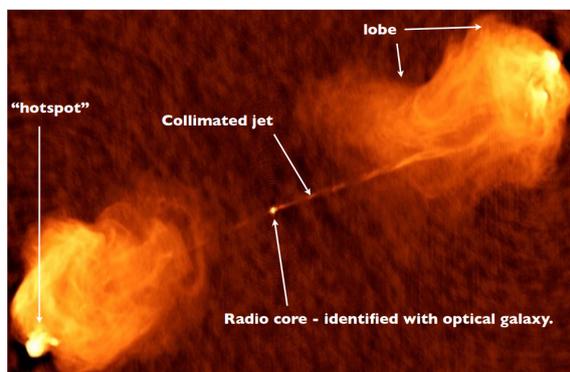


Figura 3.1: Getti di un AGN. Fonte: V. Cuciti e F. de Gasperin [5]

I nuclei galattici attivi possiedono, ortogonalmente al disco di accrescimento due getti di massa e radiazione fortemente collimati i quali poi formano lobi e hotspot nelle regioni periferiche, da cui è possibile osservare l'emissione di sincrotrone (Fig. 3.1).

### 3.1.1 Radiogalassie FRI e FR II

Si possono distinguere due tipi di radiogalassie sulla base della classificazione di Fanaroff-Riley:

- Le galassie FRI sono caratterizzate dal fatto che la luminosità decresce andando verso le regioni esterne, dunque sono quasi sempre identificabili i getti. Questo implica che si veda l'emissione di sincrotrone di particelle appena accelerate nel disco di accrescimento, la cui velocità poi diminuisce incontrando il gas esterno, comportando un'emissione più tenue;

- Le galassie FR II invece presentano le regioni dei lobi più luminose, mentre i getti non sono in molti casi rilevabili, nonostante la luminosità complessiva della radiosorgente sia maggiore delle corrispondenti Fanaroff-Riley I.

La divisione morfologica rispecchia anche una divisione di potenza radio, classicamente fissata a  $10^{25} \text{ W Hz}^{-1}$  per frequenza di  $1.4 \text{ GHz}$ , dove le FRI hanno potenza inferiore e le FR II hanno potenza superiore.

Sono state inoltre identificate ulteriori differenze tra le galassie ospite: per esempio alcune FR II presentano righe spettrali in emissione nell'ottico, mentre non sono state trovate per le FRI.

Si può provare a spiegare tali differenze ipotizzando che il buco nero delle galassie FRI abbia una velocità di accrescimento inferiore rispetto alle FR II oppure che lo spin delle prime sia inferiore a quello delle seconde. Sono state però osservate delle FR II con velocità di accrescimento pari alle FRI, quindi tale ipotesi parrebbe da scartare.

Sembrerebbe che le galassie FRI si sviluppino in un ambiente tranquillo ed in galassie ellittiche massive, mentre le FR II per formarsi abbiano bisogno di merge di galassie ellittiche meno massive al fine di cambiare la geometria del proprio buco nero centrale ed aumentare il carburante per esso, anche se potrebbero esserci motivi diversi per un cambio di geometria [11].

In conclusione, non è ancora stata determinata un'esatta ragione fisica che distingua la formazione di radiogalassie FRI e FR II, ma vi sono delle ipotesi che verranno esplorate negli anni a venire.

## 3.2 Resti di Supernovae

Quando una stella massiva arriva nelle fasi finali della sua vita avviene un fenomeno di supernova, tale fenomeno è una violenta esplosione che genera un'onda d'urto diretta verso l'esterno. Si può dimostrare che quando un oggetto viene attraversato da un'onda d'urto questo viene accelerato dall'onda d'urto sulla base dei meccanismi di accelerazione di Fermi del primo e secondo ordine (vedi A).

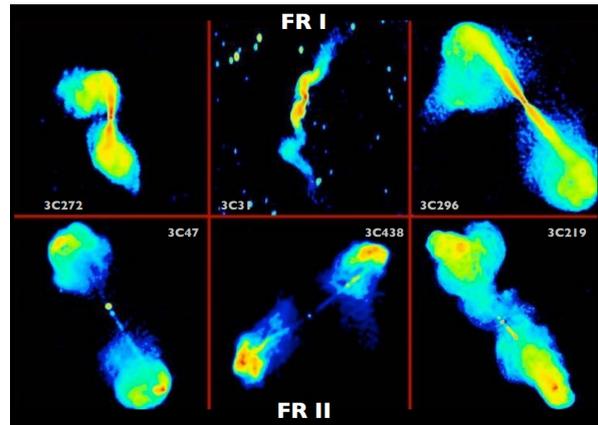


Figura 3.2: Galassie FRI e FR II. Fonte: V. Cuciti e F. de Gasperin [5]

Osservando dei resti di supernova (Fig. 3.3) è dunque possibile vedere elettroni ultrarelativistici che interagiscono con il campo magnetico ed emettono radiazione di sincrotrone. La spiegazione di Fermi risulta però tutt'ora insufficiente, in quanto prevederebbe la prima luce di sincrotrone dopo  $10^5$  anni dall'esplosione di supernova, mentre vi sono osservazioni che testimoniano l'emissione dopo settimane o mesi.

### 3.3 Pulsar

Le pulsar sono stelle di neutroni: per via della conservazione del momento angolare e del flusso del campo magnetico al momento del collasso di una stella massiccia, viene a formarsi una stella di neutroni, un oggetto molto denso con forte campo magnetico e con un'altissima velocità di rotazione.

Laddove asse di rotazione ed asse magnetico non sono allineati, si verifica l'emissione di due getti di radiazione e particelle a partire dai poli magnetici al fine conservare il momento angolare (Fig. 3.3). Queste stelle di neutroni sono chiamate pulsar in quanto da Terra è possibile vedere la radiazione dei poli solamente in maniera impulsiva per via della rapida rotazione di tali oggetti. Dai getti delle pulsar possiamo osservare emissione di sincrotrone.

## Conclusioni

Questo lavoro definisce e spiega la radiazione di sincrotrone, una fondamentale fonte di emissione di energia e di raffreddamento per alcuni oggetti astrofisici, nonché una delle principali fonti di fotoni per l'osservazione da Terra. La scoperta della radiazione di sincrotrone astrofisica ha permesso un enorme sviluppo della radioastronomia e la comprensione di fenomeni fisici come l'emissione radio da parte dei resti di supernova, nonostante ciò la ricerca prosegue in quanto non ancora tutte le domande hanno risposta.

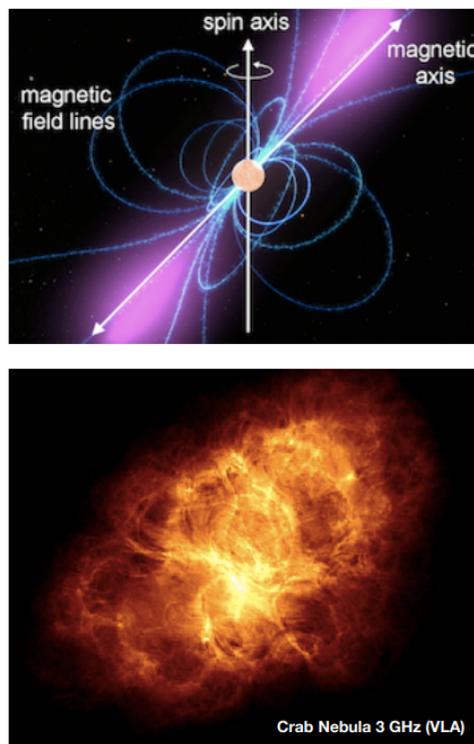


Figura 3.3: Sopra: Schema di una Pulsar; Sotto: Immagine resto di supernova della nebulosa del granchio. Fonte: V. Cuciti e F. de Gasperin [5]

# Appendice A: Meccanismi di Fermi

Per l'emissione di luce di sincrotrone è necessaria la presenza di particelle a velocità ultrarelativistiche, dunque è fondamentale studiare i modi in cui tali particelle vengono accelerate, per esempio nel caso di esplosioni di supernovae. Fermi ha ipotizzato un meccanismo di accelerazione stocastico, successivamente sono stati ideati anche meccanismi sistematici e sono stati anch'essi nominati in onore di Fermi.

## A.1 Secondo ordine

I meccanismi del secondo ordine sono stati teorizzati da Fermi e sono dei processi stocastici. L'idea di base è che una carica in moto nello spazio che incontra una nube magnetizzata in movimento viene rimandata indietro poichè si genera un campo elettrico indotto.

Data la velocità di un elettrone  $\vec{v} \gg \vec{u}$  velocità della nube, è possibile definire un campo elettrico indotto che la carica percepisce avvicinandosi alla nube per via del suo campo magnetico  $\vec{B}$ .

$$E \sim -\frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} \quad (\text{A.1})$$

Dunque, la forza complessiva sentita dall'elettrone:

$$\vec{F}'_e = e \left( -\frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right) = m_e \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (\text{A.2})$$

Moltiplicando scalarmente per  $\vec{v}$  si ottiene la seguente relazione.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_e v^2 \right) = -e \vec{\beta} \cdot \vec{u} \times \vec{B} \quad (\text{A.3})$$

Quindi sono fondamentali direzione del campo e moto della nube, affinchè la variazione di energia cinetica non sia nulla.

Inoltre, sulla base del moto relativo di carica e nube si possono distinguere due tipi di interazioni:

- Tipo I: carica e nube si avvicinano l'una all'altra, perciò le velocità sono discordi;
- Tipo II: la carica insegue la nube, dunque le velocità sono concordi.

Considerando un urto elastico, dove sono conservati energia e momento, si può ottenere la velocità finale dell'elettrone dalla seguente formula.

$$\vec{v}' = -\vec{v} \pm 2\vec{u} \quad (\text{A.4})$$

Dove il segno cambia a seconda se si tratta di interazioni di tipo II (+) o di tipo I (-). Dunque, interazioni di tipo I sono responsabili di un leggero aumento di velocità delle particelle coinvolte, laddove però  $\vec{u}$  dovesse tendere a 0, l'elettrone conserverebbe la sua velocità cambiando solamente verso in seguito all'urto.

## A.2 Primo ordine

I meccanismi di accelerazione di Fermi del primo ordine sono invece meccanismi sistematici e sono nominati in onore di Fermi, nonostante non siano stati ipotizzati da lui stesso.

Un esempio di meccanismo del primo ordine è ciò che si crede avvenga a seguito di un'esplosione di supernova, dove viene a formarsi un'onda d'urto, la quale si propaga a velocità  $\vec{v}_{shock}$ ; le nubi intorno all'esplosione di supernova vengono accelerate a  $(3/4)\vec{v}_{shock}$ , mentre le particelle presenti, avendo sezione d'urto molto piccola, non sentono l'onda di shock.

Le nubi accelerate urtano con le particelle, fornendogli una velocità pari a  $(3/2)\vec{v}_{shock}$  come previsto nel caso di meccanismi del secondo ordine con interazioni di tipo II (Eq. A.4), permettendogli di superare la zona di shock, dove urteranno con delle nubi, approssimabili a ferme, e torneranno indietro con la stessa velocità, nuovamente in base all'eq. A.4 considerando  $\vec{u} \approx 0$ .

A questo punto le particelle urteranno di nuovo con le nubi accelerate ed aumenteranno la loro velocità, questo processo continua finchè le particelle non raggiungono velocità prossime a quella della luce.

Come accennato nella tesi, il tempo previsto per un'accelerazione in grado di emettere sincrotrone a seguito di esplosioni di supernove è di  $10^5$  anni, mentre l'emissione è osservata entro poche settimane. Rimane dunque da capire se esiste un meccanismo di accelerazione più efficace o se vi sono degli errori nelle ipotesi iniziali usate per la stima del tempo di accelerazione [3].

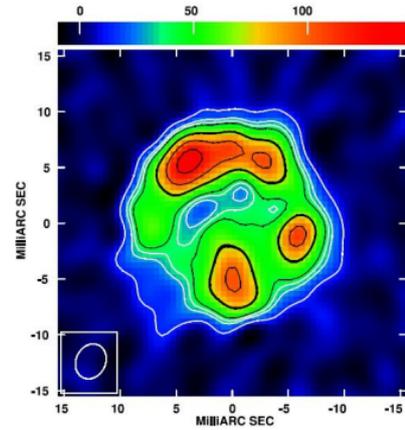


Figura A.1: SN1993J in M81 osservata a 1.7GHz 16.9 anni dopo l'esplosione, si può osservare emissione di sincrotrone. Fonte: D. Dallacasa [3]

# Bibliografia

- [1] George B. Rybicki e Alan P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. John Wiley & Sons, 1979. ISBN: 978-0-471-82759-7.
- [2] Gianfelice Cinque. *Un pò di storia della luce di sincrotrone: una scoperta per caso*. URL: <https://scienzapertutti.infn.it/schede-approfondimento/925-un-po-di-storia-della-luce-di-sincrotrone-una-scoperta-per-caso>.
- [3] D. Dallacasa. *Processi di radiazione e MHD*. Appunti e Slide del corso, 2024.
- [4] M. Orienti & D. Dallacasa. “Are young radio sources in equipartition?” In: *Astronomy & Astrophysics manuscript no. 9948* (2008). DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/3A200809948>.
- [5] V. Cuciti e F. de Gasperin. *Tecniche di Analisi Dati Astronomici*. Appunti e Slide del corso, 2025.
- [6] C. Fanti & R. Fanti. *Una finestra sull’Universo “Invisibile”*. Lezioni di Radioastronomia, 2012.
- [7] G. Ghisellini. *Radiative Processes in High Energy Astrophysics*. Lecture Notes in Physics. Springer International Publishing Switzerland, 2013. ISBN: 978-3-319-00611-6.
- [8] Malcom S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011. ISBN: 978-0-521-75618-1.
- [9] T. Padmanabhan. *Theoretical Astrophysics. Volume I: Astrophysical Processes*. Cambridge University Press, 2000. ISBN: 0-521-56240-6.
- [10] F. Pozzi. *Appunti di relatività speciale*. Lezioni di Fisica Generale 2, 2024.
- [11] L. Saripalli. “Understanding the Fanaroff–Riley radio galaxy classification”. In: *The Astronomical Journal* (2012). DOI: <https://doi.org/10.1088/0004-6256/144/3/85>.
- [12] M. Vietri. *Foundations of High Energy Astrophysics*. The University of Chicago Press, 2008. ISBN: 978-0-226-85569-1.