

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**Righe spettrali:
formazione, shift e allargamento**

Tesi di laurea

Presentata da:
Matilde Cappi

Relatrice:
Chiar.ma Prof. Marcella Brusa

Anno Accademico 2023-2024

Indice

1	Introduzione	3
2	Formazione	5
2.1	Struttura atomica	5
2.2	Transizioni	6
2.3	Coefficienti di Einstein	8
3	Shift	9
3.1	Effetto Doppler	9
3.2	Redshift cosmologico	10
4	Allargamento	11
4.1	Allargamento naturale	11
4.2	Allargamento collisionale	11
4.3	Allargamento Doppler	12
4.4	Profilo di Voigt e larghezza equivalente	12
5	Calibrazione di uno spettrografo	14

1 Introduzione

In astronomia, la quasi totalità delle informazioni riguardanti corpi al di fuori del sistema solare si ottiene dallo studio della radiazione elettromagnetica (EM) proveniente da questi oggetti. La luce che osserviamo è radiazione composta da varie lunghezze d'onda non risolte, ovvero che non è stata separata nelle lunghezze d'onda costituenti. Facendo passare un fascio di radiazione dentro un elemento dispersivo, per esempio un prisma o un reticolo di diffrazione, si ottiene quello che viene chiamato spettro, ovvero l'intensità della radiazione separata nelle sue lunghezze d'onda. Lo spettro è composto da tre principali componenti: il continuo, le righe in assorbimento e le righe in emissione. Il continuo rappresenta la radiazione prodotta da un corpo in determinate condizioni fisiche, in cui l'intensità della radiazione è una funzione continua della lunghezza d'onda. Le righe in assorbimento si presentano come delle bande nere nello spettro continuo e mostrano che lungo la linea di vista è presente del materiale che assorbe la radiazione continua proveniente da una sorgente retrostante. Le righe in emissione invece si presentano come bande colorate su uno sfondo nero e vengono osservate quando si sta guardando del materiale scaldato da una sorgente che non si trova lungo la linea di vista. Questa descrizione riguarda lo spettro bidimensionale. Per studiare le righe si usa integrare lo spettro lungo la direzione y (estensione spaziale) per ottenere lo spettro unidimensionale, dove le righe, sia in emissione che in assorbimento, sono caratterizzate da vari parametri. Essi sono: il picco che corrisponde alla massima intensità del flusso nella riga e la lunghezza d'onda ad esso corrispondente chiamata lunghezza d'onda centrale; le ali, una rossa e una blu, che mostrano come l'intensità della radiazione cali rispetto al picco e la larghezza della riga. Per caratterizzare la larghezza della riga solitamente si utilizza la Full Width at Half Maximum (FWHM) che è la larghezza a metà dell'altezza massima. Questi parametri definiscono entrambe le righe. La differenza tra i due tipi si trova nella limitazione del flusso: le righe in assorbimento sono fisicamente limitate dallo zero del flusso, diversamente dalle righe in emissione.

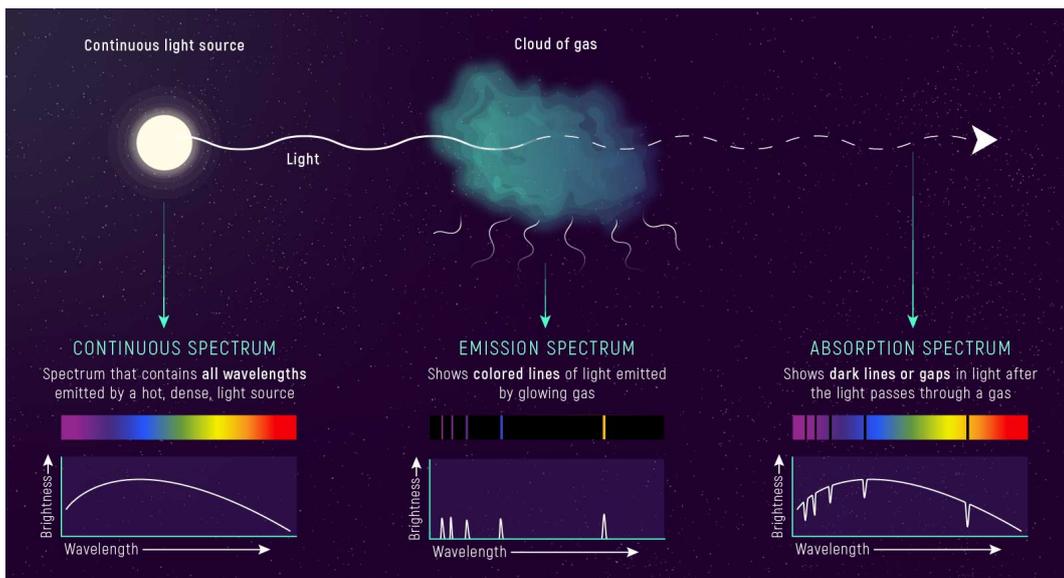


Figura 1: Linea di vista, spettri 2D e 1D, [10].

Lo studio dello spettro proveniente da oggetti celesti e, in particolar modo, delle righe presenti in esso è di fondamentale importanza in astronomia perchè permette di ricavare informazioni su oggetti lontani. Le principali informazioni che si possono ricavare dalle righe sono:

1. la composizione chimica di un corpo
2. l'abbondanza di un certo elemento in un determinato stato
3. il moto di un oggetto rispetto all'osservatore e la sua distanza
4. la temperatura, la densità e la pressione
5. l'eventuale presenza di un campo magnetico

Per poter ottenere queste informazioni dallo studio degli spettri è necessario conoscere i meccanismi che originano e modificano le righe spettrali. In questo elaborato vengono mostrati brevemente i principali processi fisici responsabili per la formazione delle righe spettrali, le loro caratteristiche e un esempio di applicazione.

2 Formazione

Le righe spettrali sono originate da processi di transizioni elettroniche all'interno di atomi. Quando la radiazione EM raggiunge un atomo vengono assorbite alcune frequenze che originano transizioni di elettroni verso livelli energetici superiori, detti stati eccitati. Tali meccanismi originano le righe di assorbimento. Invece, le righe di emissione sono causate dal diseccitamento degli elettroni negli stati eccitati. Tale processo può avvenire spontaneamente oppure può essere stimolato da radiazione elettromagnetica incidente. Quando ciò avviene viene emessa della radiazione a specifiche lunghezze d'onda. Di seguito verranno analizzati questi processi e la probabilità che essi avvengano.

2.1 Struttura atomica

In un atomo gli elettroni presenti che orbitano attorno al nucleo possono trovarsi a determinati livelli energetici. Essi sono ottenibili dalla risoluzione dell'equazione agli autovalori dell'hamiltoniana del sistema di interazione tra nucleo ed elettroni. Lo stato di un elettrone è dato dalla sua funzione d'onda. Nel caso di un atomo idrogenoide, ovvero con un solo elettrone, la funzione d'onda in forma generale, scritta in eq. (1) in coordinate polari, è:

$$\psi(\vec{x}, t) = R_{nl}(\vec{r})Y_{m_l}^l(\theta, \phi) \quad (1)$$

dove R_{nl} è la parte radiale che dipende solo dai numeri quantici principale n e orbitale l . Il numero quantico principale si ottiene dall'equazione agli autovalori dell'energia, infatti l'energia di uno stato dipende solo da n . La funzione $Y_{m_l}^l$ prende il nome di *armonica sferica* e risolve l'equazione agli autovalori degli operatori \mathbf{L}^2 , che identifica l , e \mathbf{L}_z che identifica il numero quantico magnetico m_l . I valori possibili per l e m_l sono limitati, infatti:

$$0 \leq l \leq n - 1 \quad \text{con} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad |m_l| \leq l \quad (2)$$

I livelli in cui possono trovarsi gli elettroni sono quindi definiti dai numeri quantici n e l e sono degeneri (con stessa energia) rispetto a m_l $2l+1$ volte.

Per una trattazione più accurata si considera anche il momento angolare intrinseco dell'elettrone: lo spin. Questa trattazione più precisa della struttura atomica viene detta *struttura fine* e coinvolge i due operatori di spin \mathbf{S}^2 e \mathbf{S}_z che identificano due nuovi numeri quantici s e m_s . In realtà, per poter trovare i possibili stati elettronici si utilizza l'operatore momento angolare orbitale totale $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, quindi i numeri quantici che definiscono gli stati per l'elettrone sono n, l, s, j e m_j . Gli ultimi due sono ottenuti dalle equazioni agli autovalori per \mathbf{J}^2 e \mathbf{J}_z rispettivamente.

Una descrizione ancora più accurata della struttura atomica, chiamata *struttura iperfine*, considera l'interazione tra il momento angolare orbitale totale \mathbf{J} e il momento angolare nucleare \mathbf{I} . I livelli energetici ora sono identificati dai numeri quantici n, l, s, j, F, M_F , dove gli ultimi due si ottengono dalle equazioni agli autovalori per \mathbf{F}^2 e \mathbf{F}_z rispettivamente, con $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$. I livelli di struttura iperfine sono molto importanti in astronomia, infatti la riga dell'idrogeno a $\lambda = 21\text{cm}$ corrisponde a una transizione tra due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'idrogeno. Questa riga è molto importante perchè ha permesso di misurare la velocità di rotazione dell'alone di idrogeno neutro intorno alle galassie, conducendo alla scoperta della materia oscura.

I numeri quantici magnetici (m_j e M_F) normalmente sono degeneri: $2j+1$ volte rispetto a j e $2F+1$ volte rispetto a F , rispettivamente. In altre parole, essi non identificano livelli diversi: livelli con numero quantico magnetico diverso hanno stessa energia. Questa degenerazione può essere risolta dall'applicazione di un campo magnetico esterno che separa i livelli con numero quantico magnetico diverso. Questo effetto prende il nome di effetto Zeeman, che viene detto *anomalo* nel caso di campo magnetico debole o *normale* nel caso di campo magnetico forte. Grazie a questo effetto è possibile rilevare la presenza di un campo magnetico dalle righe spettrali.

2.2 Transizioni

Le transizioni che interessano la formazione delle righe spettrali sono quelle dette "bound-bound" (legato-legato), ovvero quelle transizioni in cui l'elettrone interessato parte da uno stato legato e arriva in un altro stato legato. Sono possibili tre tipi di transizioni "bound-bound", schematizzati in Fig.2:

1. Assorbimento: un elettrone assorbe un quanto di energia proveniente da radiazione incidente e si sposta in un livello di energia maggiore;
2. Emissione spontanea: un elettrone in uno stato eccitato decade verso uno stato di energia minore emettendo un quanto di energia;
3. Emissione stimolata: un elettrone in un stato eccitato transisce ad uno stato di energia inferiore a causa dell'arrivo di radiazione incidente.

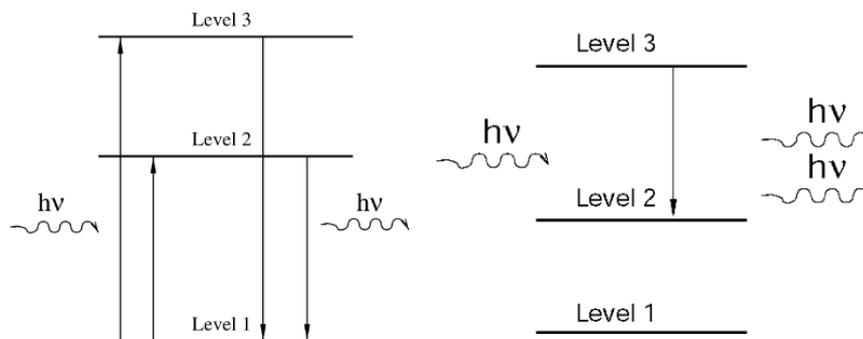


Figura 2: Rappresentazione schematica dei processi di assorbimento, emissione spontanea e stimolata (da sinistra a destra), [1].

Per trovare la probabilità di transizione nel caso dell'assorbimento e dell'emissione stimolata si utilizza l'approccio perturbativo, ovvero si considera l'interazione con la radiazione EM (H') come una perturbazione dell'hamiltoniana imperturbata (H_0) del sistema:

$$H = H_0 + H' \quad \text{dove} \quad H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad e \quad H' = -\frac{i\hbar e}{m}\mathbf{A} \cdot \nabla \quad (3)$$

dove \mathbf{A} è il potenziale vettore che descrive la radiazione. Essendo la perturbazione di tipo armonico, usiamo la teoria perturbativa dipendente dal tempo. In questo approccio si scrive un generico stato al tempo t come combinazione lineare di autostati dell'hamiltoniana imperturbata moltiplicata per la parte di evoluzione temporale. Dopodichè, inserendolo nell'equazione di Schrödinger, si ottiene un sistema di equazioni differenziali per i coefficienti $c_n(t)$ che moltiplicano gli autostati. L'approccio perturbativo consiste nell'espandere i coefficienti in ampiezze di ordine crescente della perturbazione H' . La probabilità di trovare il sistema in uno stato diverso da quello iniziale è data dal modulo quadro del coefficiente $c_n(t)$:

$$P = |c_n(t)|^2 = |c_n^{(1)}(t) + c_n^{(2)}(t) + c_n^{(3)}(t) + \dots|^2 \quad (4)$$

Approssimando $c_n(t)$ alla sua espansione al primo ordine e applicando la perturbazione, si ottiene un'espressione per $c_n^{(1)}(t)$ che dipende da due contributi, uno in assorbimento e uno in emissione:

$$c_n^{(1)}(t) = \frac{eA_0}{2m} \left(\frac{1 - e^{i(\omega_{ba} - \omega)t}}{i(\omega_{ba} - \omega)} \langle b | e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\epsilon} \cdot \nabla | a \rangle + \frac{1 - e^{i(\omega_{ba} + \omega)t}}{i(\omega_{ba} + \omega)} \langle b | e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \hat{\epsilon} \cdot \nabla | a \rangle \right) \quad (5)$$

Dove $|b\rangle$ e $|a\rangle$ indicano i due stati tra cui avviene la transizione. Come evidenzia la formula, i due contributi possono essere considerati separatamente poichè non possono essere significativamente diversi da zero entrambi contemporaneamente. Proseguendo con il ragionamento, la probabilità di transizione per assorbimento è direttamente proporzionale a $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, dove \mathbf{k} è il vettore d'onda della radiazione incidente, mentre la probabilità di transizione per emissione stimolata è direttamente proporzionale a $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$. Questi esponenziali possono essere espansi in serie di Taylor per rendere i calcoli più semplici. Se ci si ferma all'ordine zero ($e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \approx 1$) si stanno considerando solo le transizioni di intensità maggiore. Questa approssimazione si chiama di *dipolo elettrico* poichè permette di scrivere la probabilità di transizione in funzione del momento di dipolo elettrico ($\mathbf{D} = -e\mathbf{r}$). Per esempio, nel caso dell'assorbimento la probabilità di transizione per unità di tempo in approssimazione di dipolo è data da:

$$W_{ba}^D = \frac{\pi}{2} A_0^2 \frac{\omega_{ba}^2}{\hbar^2} |\hat{\epsilon} \cdot \mathbf{D}_{ba}|^2 \delta(\omega - \omega_{ba}) \quad (6)$$

Non tutte le transizioni sono, però, possibili; per capire quali lo siano è fondamentale studiare la quantità $\hat{\epsilon} \cdot \mathbf{D}$, dove $\hat{\epsilon}$ è il versore di polarizzazione della radiazione incidente. Scrivendo questo prodotto in componenti sferiche si ottiene un integrale che è diverso da zero solo per alcuni valori dei numeri quantici l e m . Questi valori danno origine alle regole di selezione che per il dipolo elettrico sono:

$$\Delta n \text{ qualsiasi}, \quad \Delta l = \pm 1 \quad e \quad \Delta m = 0, \pm 1 \quad (7)$$

Le transizioni che rispettano queste regole sono dette *permesse* in approssimazione di dipolo. Nel caso in cui la probabilità di transizione sia nulla in approssimazione di dipolo elettrico, si può prendere il secondo termine dell'espansione, detto di *quadrupolo elettrico*, oppure si può espandere in multipoli magnetici. Ognuna di queste approssimazioni ha le sue regole di selezione e rappresenta transizioni di intensità minore rispetto a quelle permesse in approssimazione di dipolo elettrico.

2.3 Coefficienti di Einstein

Nel paragrafo precedente sono state affrontate solo le transizioni indotte da radiazione incidente (assorbimento ed emissione stimolata). Esistono però delle relazioni tra esse e l'emissione spontanea che permettono di ottenere le probabilità di transizioni attraverso l'utilizzo di tre coefficienti, chiamati *coefficienti di Einstein*, dal nome del suo formulatore. Si considera:

1. una cavità contenente atomi di una data specie in equilibrio alla temperatura T ;
2. a e b sono due livelli energetici con degenerazione g_a e g_b e energia $E_b > E_a$, N_a e N_b indicano il numero di atomi nei due stati.

Il numero di transizioni da a a b per unità di tempo è dato da:

$$\dot{N}_{ba} = B_{ba}N_a\rho(\omega_{ba}) \quad (8)$$

dove $\rho(\omega_{ba})$ rappresenta la densità di fotoni con frequenza corrispondente a quella necessaria affinché avvenga la transizione tra a e b . Questa equazione definisce il coefficiente di Einstein per l'assorbimento (B_{ba}). Il numero di transizioni per unità di tempo da b ad a deve tenere conto sia dell'emissione stimolata che spontanea, infatti:

$$\dot{N}_{ab} = A_{ab}N_a + B_{ab}N_a\rho(\omega_{ba}) \quad (9)$$

Questa equazione definisce il coefficiente di Einstein per l'emissione spontanea (A_{ab}) e per l'emissione stimolata (B_{ab}). Siccome si è supposto l'equilibrio, deve essere $\dot{N}_{ba} = \dot{N}_{ab}$, quindi:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{A_{ab} + B_{ab}\rho(\omega_{ba})}{B_{ba}\rho(\omega_{ba})} \quad (10)$$

Inoltre, all'equilibrio termico la popolazione degli stati segue la distribuzione di Boltzmann:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{g_a}{g_b} e^{\frac{\hbar\omega_{ba}}{kT}} \quad (11)$$

Da queste due equazioni si ottiene un'espressione per $\rho(\omega_{ba})$ che deve essere uguale all'espressione per $\rho(\omega_{ba})$ data dalla distribuzione di corpo nero, poichè si è supposto l'equilibrio termico nella cavità. Uguagliando le due espressioni per $\rho(\omega_{ba})$ si ottengono le famose relazioni tra i coefficienti di Einstein:

$$g_a B_{ba} = g_b B_{ab} \quad e \quad A_{ab} = \frac{\hbar\omega_{ba}^3}{\pi^2 c^3} B_{ab} \quad (12)$$

Dalle considerazioni presentate in questo paragrafo si può concludere che il coefficiente di Einstein per l'emissione spontanea (A_{ab}) rappresenta la probabilità di transizione per emissione spontanea per unità di tempo. Invece, la probabilità di transizione per unità di tempo per emissione stimolata è data da $B_{ab}\rho(\omega_{ba})$ e quella per assorbimento è data da $B_{ba}\rho(\omega_{ba})$.

3 Shift

Le righe spettrali, essendo generate da specifiche transizioni elettroniche in specifici atomi, corrispondono a precise frequenze e lunghezze d'onda. Quindi, dopo averle misurate in laboratorio, si possono ricondurre le righe negli spettri alla presenza di determinate specie atomiche. Osservando, però, gli spettri di vari oggetti si nota che righe corrispondenti a precise transizioni appaiono a lunghezze d'onda diverse da quelle misurate in laboratorio. L'origine di questo spostamento viene discussa nei seguenti paragrafi.

3.1 Effetto Doppler

L'effetto Doppler è il cambiamento di lunghezza d'onda e frequenza osservato in un'onda emessa da una sorgente in moto rispetto all'osservatore. Nel caso non relativistico questo effetto avviene solo per le componenti del moto della sorgente lungo la linea di vista dell'osservatore. La lunghezza d'onda misurata dall'osservatore sarà diversa da quella emessa dalla sorgente di una quantità proporzionale alla velocità radiale della sorgente:

$$\frac{\lambda_{oss} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{v_r}{c} \quad (13)$$

Come si può osservare dalla formula, la lunghezza d'onda aumenta se la sorgente si sta allontanando dall'osservatore, ovvero la riga si sposta verso frequenze più rosse dello spettro. Questo fenomeno si chiama *redshift* (spostamento verso il rosso). Invece, se la sorgente si sta avvicinando all'osservatore la lunghezza d'onda diminuisce e la riga si sposta verso frequenze dello spettro più blu. Questo fenomeno si chiama *blueshift* (spostamento verso il blu). Questi due fenomeni sono rappresentati in Fig.3.

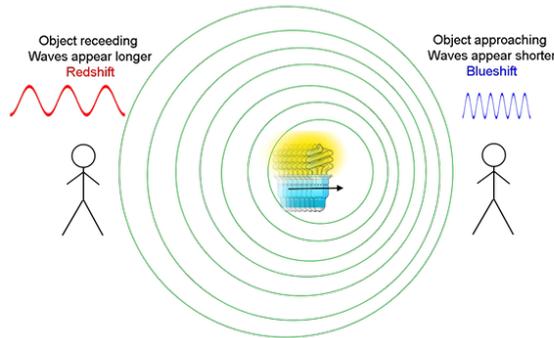


Figura 3: Effetto Doppler, [11]

Nel caso relativistico, quando le velocità delle sorgenti sono prossime a quelle della luce, si può avere anche un effetto Doppler trasversale che non è rilevabile a velocità classiche. Infatti, in termini di frequenza, si ha:

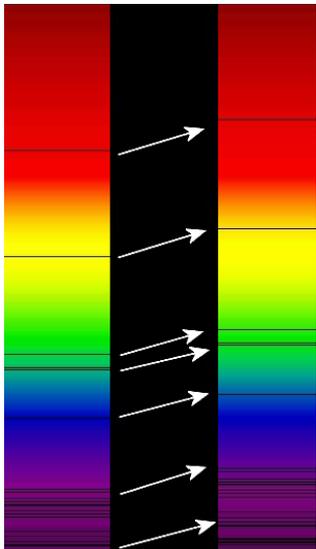
$$\nu_{oss} = \frac{\nu_{em} \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta} \quad (14)$$

dove $\beta = \frac{v}{c}$ e θ è l'angolo tra la direzione di osservazione e il moto relativo nel sistema dell'osservatore.

3.2 Redshift cosmologico

Osservando spettri di galassie lontane, si nota che le righe sono tutte spostate verso il rosso e lo spostamento aumenta all'aumentare della distanza.

Per questo è stato definito il redshift cosmologico (z) come l'entità in lunghezza d'onda di questo spostamento.



$$z = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} \quad (15)$$

Questo effetto è causato dall'espansione dell'universo per cui più un oggetto si trova distante da noi, più velocemente si sta allontanando da noi. Questo fenomeno è espresso dalla legge empirica di Hubble:

$$v = H_0 d \quad (16)$$

Queste due equazioni sono molto utilizzate in astronomia poichè permettono di ricavare, dall'osservazione delle righe presenti nei loro spettri, la distanza di oggetti lontani e la loro velocità di recessione. Infatti, per velocità non relativistiche, otteniamo dalla formula dell'effetto Doppler che $z = v/c$, che, inserita nella formula di Hubble, permette di ottenere una stima della distanza.

Figura 4: Redshift, [15].

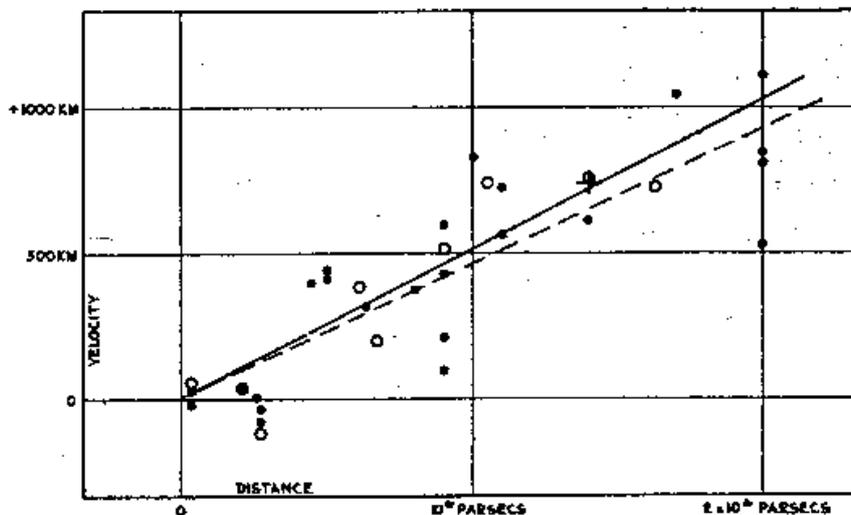


Figura 5: Legge di Hubble, [12].

4 Allargamento

Siccome le righe spettrali corrispondono a transizioni atomiche che avvengono a specifiche energie, ci si aspetterebbe che la loro forma fosse una delta di Dirac, ovvero una riga infinitamente stretta. Dalle osservazioni, però, vediamo che le righe hanno una certa larghezza. Di seguito vengono discussi i principali motivi dell'allargamento delle righe.

4.1 Allargamento naturale

Questo tipo di allargamento, chiamato anche *intrinseco* o *di Lorentz*, è dovuto al principio di indeterminazione di Heisenberg. Esso afferma che due osservabili i cui corrispondenti operatori non commutano tra loro non possono essere determinate simultaneamente con una precisione infinita, infatti il prodotto delle loro incertezze sarà maggiore o uguale alla costante di Planck su 4π . L'allargamento naturale è causato dall'indeterminazione energia tempo:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (17)$$

Il tempo, rigorosamente parlando, non è un'osservabile, ma si può ricavare l'indeterminazione energia tempo come conseguenza del principio di indeterminazione di Heisenberg generalizzato. Questa dimostrazione non verrà trattata in questo elaborato. Le transizioni elettroniche coinvolgono elettroni in stati eccitati che hanno un tempo finito di permanenza in quello stato, di solito molto breve, per cui anche ΔE non potrà essere uguale a zero, provocando così l'allargamento della riga spettrale. Infatti:

$$\begin{aligned} \Delta t \approx \frac{1}{A_{ab}} \quad e \quad \Delta E = h\Delta\nu \\ \Delta E \Delta t = \frac{h\Delta\nu}{A_{ab}} \geq \frac{h}{4\pi} \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu \geq \frac{A_{ab}}{4\pi} \end{aligned} \quad (18)$$

Si ottiene un $\Delta\nu \neq 0$ quindi una riga con una larghezza finita direttamente proporzionale a A_{ab} (coefficiente di Einstein per l'emissione spontanea, eq. (12)). Questo rappresenta l'allargamento minimo che una riga spettrale può avere. Il profilo di riga è descritto da una distribuzione lorentziana:

$$\phi(\nu) = \frac{\frac{\gamma}{4\pi^2}}{(\Delta\nu)^2 + \left(\frac{\gamma}{4\pi}\right)^2} \quad (19)$$

dove $\gamma = \Sigma_b A_{ab}$ e $\Delta\nu = \nu - \nu_{ab}$.

4.2 Allargamento collisionale

L'allargamento collisionale è causato dalle perturbazioni degli orbitali atomici dovute alle collisioni tra atomi o all'interazione EM con ioni. Questo allargamento dipende dalla densità del mezzo, infatti, all'aumentare della densità la frequenza delle collisioni

tra atomi aumenta, portando a una larghezza maggiore della riga. Il profilo di riga è descritto da una distribuzione lorentziana del tipo:

$$\phi(\nu) = \frac{\frac{\Gamma}{4\pi^2}}{(\Delta\nu)^2 + (\frac{\Gamma}{4\pi})^2} \quad (20)$$

dove $\Gamma = \gamma + 2\nu_{coll}$, con γ uguale al caso intrinseco e ν_{coll} è la frequenza delle collisioni. Gli allargamenti intrinseco e collisionale producono un profilo di riga simile, per questo essi vengono spesso indicati congiuntamente come "damping profile" (profilo di smorzamento).

4.3 Allargamento Doppler

L'allargamento Doppler della riga è causato dal moto di agitazione termica degli atomi. Essi infatti hanno velocità relative rispetto all'osservatore: gli atomi che si allontanano dall'osservatore producono l'allargamento della riga verso il rosso mentre quelli che si avvicinano verso il blu. In condizioni di equilibrio la velocità degli atomi segue la distribuzione di Maxwell-Boltzmann e, usando la formula dell'effetto Doppler non relativistica, si può stimare l'allargamento:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad e \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \\ \Rightarrow \Delta\lambda &= 2\frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \end{aligned} \quad (21)$$

In realtà calcoli più accurati forniscono una formula leggermente diversa:

$$(\Delta\lambda)_{1/2} = 2\frac{\lambda}{c} \sqrt{\left(\frac{2kT}{m} + v_{turb}^2\right) \ln 2} \quad (22)$$

In questa formula si è tenuto conto anche di una possibile velocità di turbolenza, data da moti di gas su larga scala. Il profilo della riga ottenuta con l'allargamento Doppler è di tipo gaussiano:

$$\phi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_d} e^{-\frac{\Delta\nu^2}{\sigma_d^2}} \quad (23)$$

con σ_d che indica la larghezza della riga dovuta all'allargamento Doppler e $\Delta\nu = \nu - \nu_{ba}$. Questo tipo di allargamento è dominante rispetto ai due precedenti soprattutto vicino alla λ_0 centrale della riga. All'allontanarsi dal centro il contributo dell'allargamento Doppler decresce esponenzialmente. Infatti, le ali della riga sono caratterizzate dal profilo di smorzamento.

4.4 Profilo di Voigt e larghezza equivalente

Questi tre tipi di allargamento sono responsabili dell'allargamento totale della riga. Il profilo totale della riga è ottenibile dalla convoluzione dei profili dati dai tre tipi di allargamento precedentemente discussi. Questo profilo si chiama *profilo di Voigt* ed è

dominato al centro dalla distribuzione gaussiana, data dall'allargamento Doppler, mentre, le ali della riga sono dominate dal profilo di smorzamento, dato dagli allargamenti naturale e collisionale.

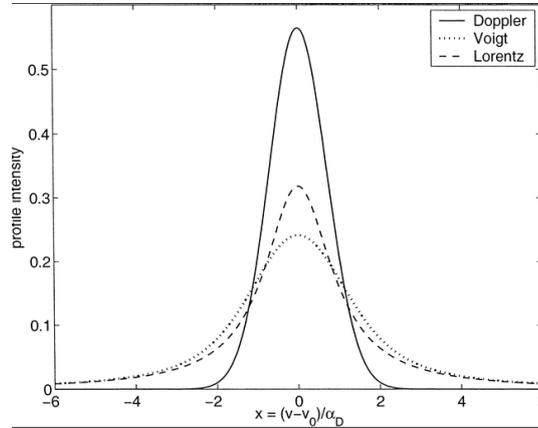


Figura 6: Profilo di Voigt, [13].

Per definire e identificare una riga si utilizzano vari parametri, come: il flusso di picco e la lunghezza d'onda ad esso corrispondente; la larghezza di riga, solitamente corrispondente alla FWHM; il flusso totale della riga e la larghezza equivalente. Quest'ultima è usata per indicare l'intensità di una riga ed è definita come la larghezza di un rettangolo di altezza unitaria che ha area pari a quella sottesa dalla riga rispetto al continuo:

$$EW = \int \left(1 - \frac{F_\lambda}{F_c}\right) d\lambda \quad (24)$$

dove F_λ è il flusso alla lunghezza d'onda λ e F_c è il flusso del continuo. La larghezza equivalente ha valori negativi se la riga è in emissione e positivi se la riga è in assorbimento.

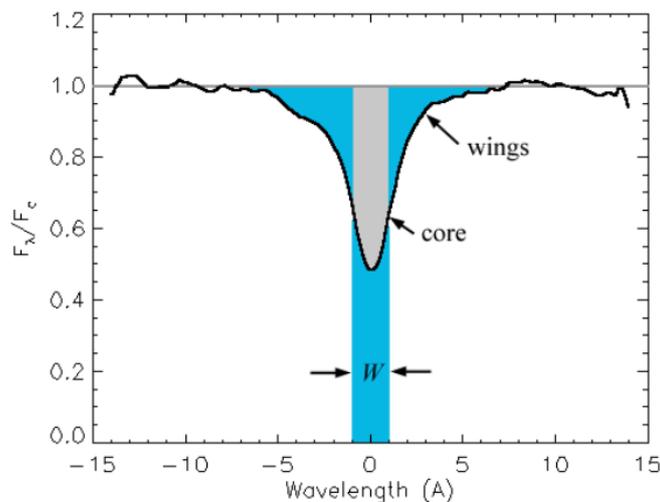


Figura 7: Larghezza equivalente, [14].

5 Calibrazione di uno spettrografo

Per acquisire uno spettro proveniente da un oggetto celeste si utilizza uno strumento chiamato spettrografo. Esso è solitamente costituito da vari elementi: una fenditura, che seleziona il corpo di interesse; un collimatore, che rende il fascio di luce parallelo; un elemento dispersivo, che separa la luce nelle sue lunghezze d'onda costituenti; una lente, che converge il fascio nel ricevitore; e il ricevitore, che ottiene l'immagine. Quest'ultimo è un CCD (Charge Coupled Device), ovvero un array di elementi semiconduttori che accumulano carica proporzionalmente all'intensità della radiazione incidente. Il CCD converte la carica accumulata in conteggi digitali (Analog to Digital Unit, ADU). Ciò che si ottiene, quindi, è una griglia di pixel a ciascuno dei quali è associato un valore in ADU. Per ottenere lo spettro, ovvero la rappresentazione dell'intensità della radiazione in funzione della lunghezza d'onda, è necessario calibrare la risposta del CCD in lunghezza d'onda. Per fare ciò si sfrutta la conoscenza di alcune righe spettrali in emissione note. Questa procedura verrà brevemente presentata in questo capitolo come esempio di applicazione della conoscenza delle righe spettrali. Il processo per ottenere immagini utilizzabili per studi astronomici dai dati prodotti dal CCD viene detto *riduzione dei dati*. Esso è composto da vari passaggi, ma in questo elaborato verrà trattata principalmente la calibrazione della scala della lunghezza d'onda, che è uno degli ultimi passaggi del processo di riduzione dei dati.

Il primo passo consiste nell'estrarre lo spettro bidimensionale della sorgente puntiforme di interesse. In un caso ideale esso giace su un riga (o una colonna) della griglia di pixel. In realtà, spesso lo spettro giace su più righe o colonne, ma al fine della comprensione dei passaggi da seguire si considera qui il caso semplificato ideale. Dopo aver estratto lo spettro di interesse, esso avrà un asse x , chiamato *asse di dispersione*, che è in pixel. Siccome il prodotto finale utile per lo studio della sorgente è lo spettro unidimensionale, dove viene indicato il flusso in funzione della lunghezza d'onda, occorre trasformare l'asse x da pixel a lunghezza d'onda. Per ottenere questa informazione si illumina con un lampada a gas il CCD, mantenuto nella stessa configurazione utilizzata per ottenere lo spettro della sorgente. L'esposizione solitamente è breve per evitare contaminazione dovuta all'agitazione termica dei fotoelettroni prodotti dall'illuminazione della lampada. Per illuminare il CCD si utilizzano lampade costituite da tubi a scarica di gas, solitamente composti da Elio, Neon e Argon (HeNeAr) o lampade a catodo cavo a Ferro (Fe). Queste lampade producono righe di emissione, in una banda limitata, vicine tra loro. Tali righe sono tabulate, cioè ne sono conosciute le lunghezze d'onda centrali. Il processo consiste nel riconoscere queste righe nello spettro ottenuto dall'illuminazione del CCD con queste lampade. In questo modo si associano ai pixel dei valori di lunghezza d'onda, creando così una mappa di correlazione tra risposta in pixel del CCD e lunghezza d'onda. Dopodichè si applica questa mappa allo spettro estratto della sorgente di interesse e si ottiene così uno spettro bidimensionale in cui l'asse x è, ora, in lunghezza d'onda. Infine, si deve calibrare il flusso, per fare ciò si osservano delle stelle, chiamate *stelle standard spettrofotometriche*, di cui sono ben conosciuti gli spettri. Essendo la lunghezza d'onda già calibrata, dalla comparazione dell'osservazione di queste stelle tramite il CCD con gli spettri già conosciuti, si ottiene una mappa per il flusso. Essa permette così di ottenere lo spettro unidimensionale della sorgente di interesse con valori reali di flusso e di lunghezza d'onda. I passaggi

spiegati brevemente in queste pagine sono di fondamentale importanza in astronomia poichè permettono di ottenere dalle osservazioni spettri su cui è possibile effettuare misurazioni e studi.

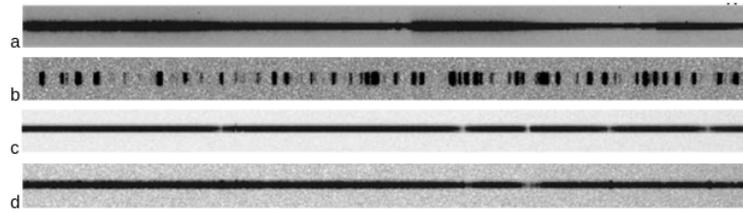


Figura 8: Immagini ottenute con il CCD. a) stella di interesse (Z UMa), b) lampada a FeAr, c) stella standard spettrofotometrica (BD +26 2606) nel blu, d) stella standard spettrofotometrica (BD +26 2606) nel rosso, [6].

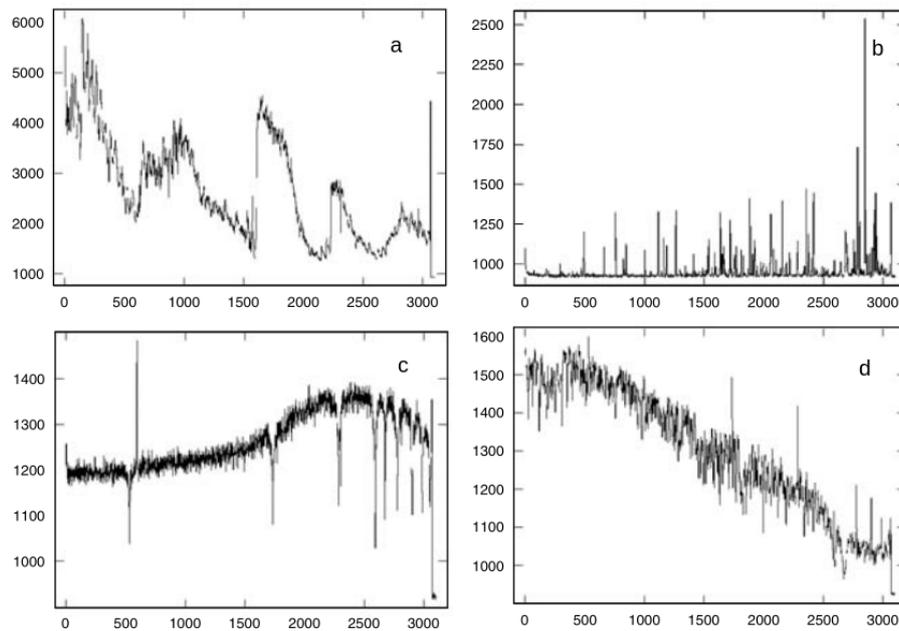


Figura 9: Grafici relativi ai dati della Figura 8, asse x in pixel, asse y in ADU, [6].

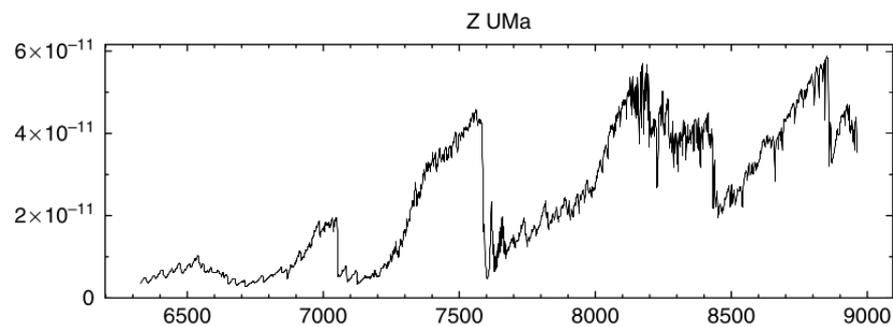


Figura 10: Spettro ridotto della stella Z UMa, asse x in \AA , asse y in $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{\AA}^{-1}$, [6].

Bibliografia

- [1] Jonathan Tennyson, *Astronomical Spectroscopy*, Imperial College Press, 2005
- [2] Robert Resnick, *Introduction to special relativity*, John Wiley and Sons, Inc. , 1968
- [3] Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, Cambridge University Press, 2017
- [4] B. H. Brandsen, C. J. Joachain *Physics of atoms and molecules*, Pearson Education, 2003
- [5] David J. Griffiths, *Introduction to quantum mechanics*, Prentice Hall, 1995
- [6] Steve B. Howell, *Handbook of CCD Astronomy*, Cambridge University Press, 2006
- [7] Francesco R. Ferraro, *Dispense per il corso di Astrofisica Stellare*, 2023
- [8] Luca Pasquini, *Dispense per il corso di Struttura della Materia*, 2024
- [9] Virginia Cuciti, Michele E. M. Moresco, *Dispense per il corso di Tecniche di Analisi Dati Astronomici*, 2024
- [10] Space Telescope Science Institute, *Spectroscopy 101 – Types of Spectra and Spectroscopy*, <https://webbtelescope.org/contents/articles/spectroscopy-101-types-of-spectra-and-spectroscopy>, 07/07/2022
- [11] NASA, *Doppler shift*, <https://imagine.gsfc.nasa.gov/features/yba>
- [12] Edwin Hubble, *A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 15/03/1929
- [13] Xianglei H., Yuk L. Y., *A common misunderstanding about the Voigt Line Profile*, Journal of the Atmospheric Sciences, 03-12/2003
- [14] BDNYC, *Spectral Line Measurements Visualized*, <https://bdnyc.org/blog/2012/03/02/spectral-line-measurements-visualized/>, 02/03/2012
- [15] Georg Wiora (Dr. Schorsch) created this image from the original JPG, *File:Redshift.png*, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Redshift.png>, 27/11/2005