Alma Mater Studiorum · Università di Bologna

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

STUDIO E IMPLEMENTAZIONE DI UN NUOVO SOFTWARE PER IL PUNTAMENTO ELETTRONICO DEL RADIOTELESCOPIO CROCE DEL NORD

Tesi di Laurea in Calcolo Numerico

Relatore:
Chiar.ma Prof.ssa
GERMANA LANDI

Correlatore:
Ing. GIOVANNI NALDI

Correlatore:
Dott. GIUSEPPE PUPILLO

Presentata da:
GIULIA GHERI

Anno Accademico 2023-2024

Introduzione

Nelle osservazioni radioastronomiche è comune trovarsi nella condizione in cui il segnale di interesse, proveniente da una radiosorgente, si sovrappone sia nel dominio del tempo sia in quello della frequenza con numerosi altri segnali. Questi segnali indesiderati, prodotti principalmente dalle attività umane (ad esempio sistemi di radiocomunicazioni terrestri e satellitari), causano interferenze che ostacolano la ricezione dei segnali radioastronomici. Per mitigare tale problema, si ricorre a tecniche di elaborazione dei segnali applicate a schiere di antenne, che effettuano un filtraggio spaziale con lo scopo di separare i diversi segnali radio e isolare quello di interesse. Tali tecniche, comunemente note come beamforming, combinando opportunamente i segnali ricevuti dalle singole antenne della schiera, permettono di ottenere un aumento della sensibilità del radiotelescopio nella direzione della radiosorgente.

Presso la stazione radioastronomica di Medicina (BO), il beamforming viene impiegato per le osservazioni condotte dal Radiotelescopio Croce del Nord, in particolare utilizzando una porzione del ramo Nord-Sud. Il beamformer, adibito a eseguire il filtraggio spaziale, è integrato a una pipeline con programmi in Python e Matlab che forniscono i coefficienti di calibrazione strumentale del telescopio e i coefficienti necessari a combinare in maniera coerente il segnale ricevuto dalle singole antenne, proveniente da una determinata direzione del cielo (beam steering). Per incrementare l'efficienza e la flessibilità della pipeline, in questo lavoro di tesi è stato sviluppato un codice in Python per sostituire parzialmente quello attualmente in uso in

Matlab, introducendo degli elementi migliorativi. L'utilizzo del linguaggio Python presenta dei vantaggi tra cui la disponibilità di librerie specifiche per l'astronomia (ad esempio AstroPy) e l'assenza di vincoli legati alle licenze commerciali (linguaggio open source). Il lavoro svolto durante il mio tirocinio è stato, in particolare, lo sviluppo in Python della routine responsabile della generazione dei coefficienti di beam steering per il puntamento elettronico dell'array verso una sorgente di cui sono note le coordinate date nel sistema di riferimento standard dei cataloghi astronomici (coordinate equatoriali all'epoca J2000). Nel codice sono state integrate le routine SOFA (Standards of Fundamental Astronomy) per l'aggiornamento delle coordinate alla data effettiva dell'osservazione. Grazie a queste routine, il programma ha permesso di includere, tra i fenomeni considerati per la correzione delle coordinate, non solo la precessione, la nutazione e l'aberrazione, ma anche la rifrazione della radiazione da parte dell'atmosfera terrestre. È stato poi svolto un confronto tra gli output ottenuti con la funzione Matlab attualmente in uso e quelli prodotti dalla funzione in Python sviluppata in questo lavoro. Questo confronto si è focalizzato, in particolare, sull'analisi dell'accuratezza di puntamento del beam nella direzione effettiva della radiosorgente da osservare.

I risultati di questo confronto hanno mostrato che per le configurazioni della Croce del Nord attualmente possibili (array composto da 8 o 16 cilindri), la procedura di puntamento finora utilizzata è sufficientemente accurata: gli errori di puntamento sono inferiori alla soglia di tolleranza standard usata nel puntamento dei radiotelescopi. Di recente sono iniziati i lavori di upgrade per rendere operativo l'intero Radiotelescopio Croce del Nord grazie a fondi stanziati dall'Unione Europea. Questo porterà a utilizzare tutti i 64 cilindri del ramo Nord-Sud per le osservazioni. In quest'ottica, sono state considerate delle configurazioni di array più estese, formate da 32 e da 64 cilindri. I risultati di questa ulteriore analisi hanno evidenziato che, nel caso di configurazioni a 32 e a 64 cilindri, la routine Matlab non è abbastanza accurata nel calcolo delle coordinate di puntamento, rendendo necessario l'utilizzo di librerie astrometriche ad alta precisione (ad esempio le librerie SOFA), come quelle integrate nel codice Python sviluppato in questa tesi.

La tesi descrive il lavoro svolto per lo sviluppo e l'analisi di tale codice Python ed è strutturata nel seguente modo. Il primo capitolo descrive la stazione dei Radiotelescopi di Medicina. In particolare, viene introdotta la struttura della Croce del Nord, lo strumento con cui sono condotte le osservazioni per il progetto FRB, e i relativi principi di funzionamento. Il secondo capitolo è incentrato sulla teoria del beamforming e la sua realizzazione, con la descrizione di diversi possibili algoritmi. Inoltre, viene presentato il progetto di ricerca dei Fast Radio Bursts, fenomeno astrofisico di rilevante interesse scientifico, e i diversi risultati ottenuti grazie all'utilizzo del telescopio. Il terzo capitolo illustra alcune nozioni sui sistemi di riferimento astronomici e la misura del tempo, utili al fine di comprendere le diverse trasformazioni di coordinate implementate nelle routine e nei metodi utilizzati (AstroPy). In seguito, il quarto capitolo descrive nel dettaglio il programma Python, evidenziando le differenze rispetto al codice attualmente in uso. I risultati del calcolo delle coordinate di puntamento vengono confrontati con quelli ottenuti con il programma Matlab, effettuando l'analisi dell'errore di puntamento sia nel caso di assenza di atmosfera, sia considerando gli effetti della rifrazione atmosferica. Il quinto e ultimo capitolo presenta, infine, l'analisi di coerenza del sistema di ricezione per varie configurazioni di array adottate. Questo studio mette in evidenza per quali valori di elevazione della sorgente è necessario compensare i ritardi delle catene riceventi per non avere una perdita di coerenza consistente sul segnale ricevuto. La tesi viene conclusa con una breve appendice che illustra il ruolo educativo e di formazione svolto dalla stazione radioastronomica di Medicina nel territorio circostante, descrivendo le iniziative e i progetti didattici che il centro propone a scuole di ogni ordine e grado.

Indice

Elenco delle figure

Elenco delle tabelle

Capitolo 1

Radiotelescopi di Medicina

La stazione radioastronomica di Medicina è un osservatorio radioastronomico gestito dall'Istituto di Radioastronomia dell'INAF (Istituto Nazionale di Astrofisica). Essa ospita due radiotelescopi: l'antenna parabolica "G. Grueff" del diametro di 32 metri e la "Croce del Nord".

Figura 1.1: Stazione Radioastronomica di Medicina (BO)

L'attività svolta in questa tesi si focalizza sulle modalità osservative implementate con quest'ultima. Essa è un radiotelescopio di transito, ovvero uno strumento che può osservare sorgenti celesti solo quando esse transitano sul meridiano locale. La Croce è composta da due serie di antenne perpendicolari tra loro (il ramo Nord-Sud e quello Est-Ovest), progettate per operare nella banda radio delle Ultra High Frequencies (UHF), in particolare attorno alla frequenza di 408 MHz (lunghezza d'onda di 73.5 cm circa).

Essa fu progettata da Marcello Ceccarelli negli anni '60 e fu inaugurata nel 1964. Da allora ha subito diverse revisioni e ristrutturazioni che l'hanno portata alla sua forma attuale. In particolare, è interessante lo sviluppo delle tecniche di ricezione, trasmissione ed elaborazione dei segnali ricevuti. Quando lo strumento osservativo dispone di più ricevitori come nel caso della Croce, una delle tecniche impiegate è la correlazione dei segnali in arrivo. Fino agli anni '2000, questo processo veniva attuato utilizzando cavi sotterrati che partivano dal ricevitore per arrivare al correlatore. Prima di effettuare la correlazione era necessario compensare i ritardi relativi a ciascun ricevitore per mantenere la coerenza del segnale ricevuto. A tal fine venivano manualmente inseriti degli spezzoni di tali cavi a step discreti multipli della lunghezza d'onda, così da non cambiare le fasi dei segnali. Una seconda calibrazione veniva effettuata successivamente per equalizzare i ritardi variabili. In seguito, puntati meccanicamente i due rami, il telescopio veniva preparato alle osservazioni rifasando le antenne del ramo Nord-Sud con l'utilizzo di un sistema che sfruttava il kerosene, fluido abbastanza denso che aveva la funzione di ritardare l'arrivo dei segnali nei cavi ([16]). Ad oggi il trasferimento dei dati una volta ricevuti non è più affidato a cavi coassiali, bensì a fibra ottica. Essa presenta numerosi vantaggi: per prima cosa non è soggetta a effetto "pelle", la tendenza di una corrente elettrica alternata a distribuirsi in modo non uniforme all'interno di un conduttore. Di conseguenza introduce una bassa attenuazione di tratta sul segnale trasferito. In secondo luogo presenta un'alta resistenza alle interferenze elettromagnetiche, quindi garantisce maggiore immunità ai disturbi. Inoltre è adatta a trasferire segnali a banda larga. Non si hanno dunque problemi a raggiungere la sala del ricevitore anche da grandi distanze.

Per entrare nei dettagli di come il segnale viene ricevuto, bisogna considerare la struttura delle antenne che compongono la Croce del Nord.

Figura 1.2: Ramo Est-Ovest della Croce

Il ramo Est-Ovest (EW) è composto da un'unica grande antenna a riflettore di forma cilindrica a profilo parabolico asimmetrico. Grazie a quest'ultima caratteristica dello specchio, che non contiene il vertice della parabola, non si ha l'effetto di bloccaggio dell'apertura dovuto alla *linea focale* e questo permette di evitare perdita di efficienza (lobi secondari indesiderati). Sul piano focale è installata una schiera di 1536 dipoli che trasformano le onde radio ricevute in tensione elettrica misurabile.

Figura 1.3: Dipoli

Essi sono suddivisi in sei sezioni, ognuna collegata al proprio sistema ricevitore, e in prossimità di essi si ha uno specchio secondario costituito da fili metallici utile a eliminare la ricezione di segnali spuri indesiderati. Come in ogni sistema ricevente per radioastronomia, anche nei ricevitori del ramo Est-Ovest si ha prima un'amplificazione a basso rumore del segnale ricevuto e poi un filtraggio per eliminare le interferenze fuori dalla banda di interesse.

Figura 1.4: Ramo Nord-Sud della Croce

Il ramo Nord-Sud (NS) della Croce è invece strutturato come un array di 64 antenne a riflettore parallele con sezione parabolico-cilindrica allineate in direzione Nord-Sud. Si denomina *cilindro* ciascuna di queste antenne. Ogni cilindro ha un'apertura di 7,5 m e una lunghezza di 23,5 m. Data la distanza tra un cilindro e l'altro di 10 m, la lunghezza totale del ramo è di 640 m. Realizzare un'unica struttura meccanica di tali dimensioni lungo la direzione Nord-Sud con lo stesso asse di rotazione del ramo Est-Ovest (per usare i due rami congiuntamente) non sarebbe stato possibile; questo ha portato alla costruzione di una schiera di antenne più piccole. Sull'asse focale di ciascun cilindro, a meno di 6 m da terra, sono posizionati 64 dipoli a mezz'onda e dunque si ha una schiera complessiva di 4096 dipoli per l'intero ramo Nord-Sud. Grazie alla struttura di forma cilindrico-parabolica del riflettore, le onde radio vengono riflesse e fatte convergere sulla linea focale dove arrivano in fase. Le superfici riflettenti, come per tutti i riflettori della Croce, sono composte da sottili e lunghi fili di acciaio paralleli, distanti 2 cm l'uno dall'altro, il che rende l'antenna sensibile a una sola polarizzazione lineare. La distanza di separazione dei fili è elettricamente molto piccola ($\sim\lambda/40$ alla frequenza centrale dell'antenna, 408 MHz), di conseguenza gli specchi si com-portano come superfici riflettenti solide. La lunghezza complessiva di questi fili raggiunge circa i 2000 km.

In entrambi i rami, i diversi segnali raccolti dai vari sensori, che come detto prima convertono l'energia elettromagnetica in tensioni elettriche, vengono combinati in sotto-gruppi. Ciascun sotto-gruppo forma così un unico segnale complessivo grazie a un sommatore cosiddetto ad *albero di Natale*. I segnali radio risultanti vengono poi trasportati alle cabine di conversione tramite cavi coassiali o, nella configurazione odierna, mediante collegamenti in fibra ottica. Nelle cabine si ha una conversione a più bassa frequenza (frequenza intermedia), per semplificare l'elettronica di processamento e per ridurre le perdite nel successivo trasporto fino alla sala di elaborazione, dove i segnali vengono ulteriormente filtrati e amplificati tramite elaborazione analogica. Successivamente essi vengono acquisiti da un calcolatore che effettua una post elaborazione e infine la memorizzazione.

Dopo un periodo di inattività, negli ultimi venti anni una porzione del ramo Nord-Sud è stata oggetto di numerosi interventi di upgrade sulle parti meccaniche, elettriche ed elettroniche, con l'installazione di nuove tecnologie più performanti ed efficienti, grazie a finanziamenti europei. In una prima fase, grazie ai fondi per il progetto SKADS (Square Kilometer Array Design Studies), sono stati sviluppati alcuni studi di fattibilità e progetti pilota ([17]) che hanno portato alla modifica e ristrutturazione di 8 cilindri (dei 64), fornendo un utile banco di prova per le tecnologie a bassa frequenza del futuro telescopio SKA (Square Kilometre Array). Ulteriori fondi sono stati concessi a partire dal 2016 per il completo rinnovamento dei restanti cilindri del ramo Nord-Sud per il monitoraggio di oggetti orbitanti in Low Earth Orbit, come parte della rete di sensori europea EUSST (European Union Space Surveillance and Tracking). Attualmente 16 cilindri sono pienamente operativi e vengono impiegati sia per il monitoraggio dei detriti spaziali (oggetti LEO) ([18], [19], [20], [21]) sia per il progetto di ricerca dei Fast Radio Burst (FRB), come dettagliato successivamente. Per contro, dal 2012 l'utilizzo del ramo Est-Ovest è stato sospeso a causa degli elevati costi di ristrutturazione e manutenzione richiesti. A inizio 2023 il Ministero dell'Università e della Ricerca, mediante fondi del programma dell'Unione Europea NextGenerationEU, all'interno delle iniziative del Piano Nazionale di Ripresa e Resilienza (PNRR), ha stanziato un importante finanziamento per il progetto "Next-Generation - Croce del Nord" ([22]). Esso si pone l'obiettivo di aumentare le capacità osservative e le prestazioni del radiotelescopio Croce del Nord in ambito EUSST e nel campo della ricerca astrofisica. L'azione più importante di questo progetto è quella di rinnovare completamente il ramo Est-Ovest della Croce con una manutenzione straordinaria alla struttura meccanica, ai motori e all'elettronica a radio frequenza. Inoltre, si vuole dotare il Radiotelescopio di un nuovo sistema di acquisizione digitale ed elaborazione dei dati provenienti da entrambi i rami (Nord-Sud ed Est-Ovest) permettendo di sfruttare appieno le potenzialità dello strumento per le due applicazioni target del progetto PNRR. Nel complesso, l'obiettivo di questo sforzo è sostituire l'attuale equipaggiamento con tecnologia allo stato dell'arte.

Capitolo 2

Beamforming e Fast Radio Bursts

2.1 Beamforming

La condizione tipica in cui si trovano a lavorare i sistemi di ricezione in campo radioastronomico è quella in cui il segnale di interesse (sorgente astronomica) è sovrapposto, in tempo e in frequenza, con una molteplicità di segnali provenienti da diverse direzioni nel cielo. In questa trattazione si prende il caso di un sistema ricevente composto da una schiera di sensori (*array*), come nella maggior parte dei radiotelescopi a bassa frequenza (per esempio il radiotelescopio Square Kilometer Array ([23]) e LOFAR ([24])) che lavorano nelle bande radio tra le decine e le centinaia di MHz. Il problema che si pone è quello di stimare un determinato segnale proveniente da una specifica direzione in presenza di rumore e di altri segnali non desiderati (*interferenti*). Per distinguere il segnale voluto da quelli interferenti quando questi occupano nello stesso momento la medesima banda di frequenze, essendo inutile il solo filtraggio temporale, si può sfruttare la diversità spaziale delle direzioni di provenienza dei vari segnali. Si dice allora *beamforming* il metodo con cui si realizza un filtraggio spaziale utile a separare segnali provenienti da diverse direzioni anche quando questi coincidono spettralmente.

Combinare l'utilizzo di un array di sensori e un beamformer porta due importanti vantaggi rispetto a un'apertura spaziale continua (antenna singola, ad esempio antenna a riflettore):

1. la risoluzione spaziale di un'antenna è più alta al crescere della sua apertura spaziale in rapporto alla lunghezza d'onda. Utilizzare una schiera di sensori, soprattutto quando si lavora a bassa frequenza, è estremamente efficace e conveniente per ottenere un'apertura maggiore e quindi una migliore risoluzione spaziale;

2. per mantenere una soppressione efficace dei segnali interferenti durante le osservazioni, in certi casi è necessario aggiornare la funzione di filtraggio spaziale in tempo reale. Cambiando la maniera in cui i dati dei sensori vengono combinati linearmente dal beamformer si riesce a ottenere facilmente l'aggiornamento voluto.

Si consideri il caso semplice di un array lineare composto da N sensori ognuno a distanza b da quelli a esso adiacenti. Il funzionamento di un generico beamformer parte dal campionamento spaziale da parte dell'array, che produce un insieme di N dati captati all'istante k: $\vec{x} = [x_1(k), \cdots, x_N(k)]^T$. Si supponga che il segnale ricevuto sia una funzione sinusoidale nel tempo, che sulla prima antenna è del tipo $S_0(t) = S_0 e^{j2\pi f_0 t}$, con S_0 l'ampiezza (potenza σ_0^2) e f_0 la frequenza dell'onda incidente. Supponendo che la sorgente sia in campo lontano rispetto alla schiera di antenne (condizione verificata in campo radioastronomico), si può considerare il fronte d'onda alle antenne come piano e, vista la vicinanza tra i diversi sensori rispetto alla distanza dalla sorgente, si può ritenere trascurabile la differenza di ampiezza tra i segnali ricevuti dalle singole antenne a meno di un ritardo τ, che per l'antenna n-esima è dato da:

$$\tau_n = \frac{b(n-1)\cos\theta_0}{c},$$

con c la velocità della luce nel vuoto e θ_0 l'angolo tra la direzione di arrivo del segnale e la direzione di allineamento dei sensori (di seguito indicato semplicemente con direzione d'arrivo).

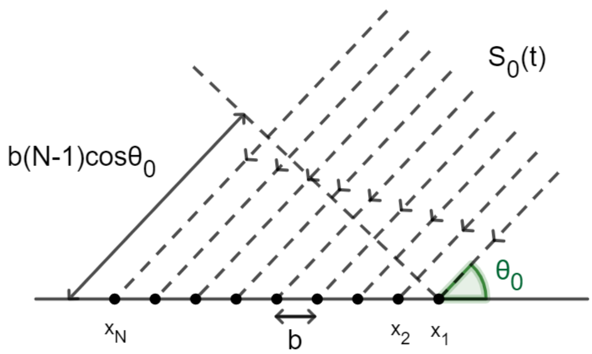

Figura 2.1: Schema dell'array di antenne

Il segnale ricevuto dall'n-esima antenna dell'array sarà allora:

$$x_n(t) = S_0 e^{j2\pi f_0(t+\tau_n)} = S_0(t) e^{j2\pi \frac{b}{\lambda}\cos\theta_0(n-1)},$$

dove λ è la lunghezza d'onda. Per semplicità si ometta il termine temporale t e si utilizzi una notazione vettoriale, denotando il vettore $\vec{a_0}$ come

$$\vec{a_0} = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi \frac{b}{\lambda}\cos\theta_0} & \cdots & e^{j2\pi \frac{b}{\lambda}\cos\theta_0(N-1)} \end{bmatrix}^T,$$

si ha allora $\vec{x} = S_0\vec{a_0}$. Considerando, inoltre, che il segnale ricevuto dalla schiera possa essere affetto da rumore, si può scrivere $\vec{x} = S_0\vec{a_0} + \vec{n}$, con $\vec{n} = [n_1 \quad \cdots \quad n_N]^T$ che indica un rumore gaussiano incorrelato alle singole antenne.

Per combinare in maniera coerente il segnale S_0 ricevuto dalle singole antenne si deve compensare il termine di ritardo di ognuna e sommare dunque i diversi contributi in maniera pesata. In particolare bisogna allora effettuare il seguente prodotto:

$$y = \vec{a_0}^H \vec{x}. \tag{2.1}$$

In questo calcolo si avranno due contributi dovuti rispettivamente ai segnali che ci interessano e al rumore. Il primo, denotato y_0, si ottiene come:

$$y_0 = \vec{a_0}^H S_0 \vec{a_0} =$$

$$= S_0 \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2\pi\frac{b}{\lambda}\cos\theta_0} & \dots & e^{-j2\pi\frac{b}{\lambda}\cos\theta_0(N-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi\frac{b}{\lambda}\cos\theta_0} \\ \dots \\ e^{j2\pi\frac{b}{\lambda}\cos\theta_0(N-1)} \end{bmatrix} =$$

$$= S_0(1 + 1 + \dots + 1) = NS_0.$$

Sia invece y_n il contributo del rumore:

$$y_n = \sum_{n=1}^{N} e^{-j2\pi\frac{b}{\lambda}\cos\theta_0(n-1)} n_n.$$

Si ha allora $y = y_0 + y_n$.

Il vettore $\vec{a_0}$ è detto *steering vector* in quanto ha pesi utili a direzionare il fascio della schiera proprio nella direzione di arrivo del segnale θ_0.

Le tecniche di beamforming servono allora a combinare linearmente i segnali di ciascuna antenna x_i con opportuni pesi w_i in modo da ottenere una stima ragionevole y del segnale S_0, del tipo:

$$y = \vec{w}^H \vec{x} = \sum_{n=1}^{N} w_n^* x_n. \tag{2.2}$$

Indicando con k la dipendenza temporale, nel caso in cui si operi in presenza di segnali a banda stretta (un'unica frequenza incidente o una piccolissima porzione di frequenze), a ogni istante di tempo il beamformer ha come uscita:

$$y(k) = \sum_{n=1}^{N} w_n^* x_n(k) + y_n. \tag{2.3}$$

Quando, invece, si analizzano segnali a banda larga il beamformer effettua il campionamento sia nello spazio sia nel tempo dando quindi in uscita:

$$y(k) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{\xi=0}^{J-1} w_{n,\xi}^* x_n(k - \xi) + y_n. \tag{2.4}$$

Qui sopra si sono usate le seguenti notazioni: con w^* si indica l'operatore complesso coniugato applicato ai coefficienti complessi del beamformer, $J-1$ è il numero di blocchi di ritardo presenti in ognuno dei sensori.

Data una generica direzione di arrivo θ e una frequenza f, si chiama *risposta del beamformer*:

$$r(\theta, f) = \vec{w}^H \vec{a}(\theta, f).$$

Inoltre è possibile definire il *beampattern* come:

$$|r(\theta, f)|^2 .$$

2.2 Algoritmi di beamforming

I criteri di calcolo dei coefficienti complessi $\vec{w}$ (pesi) differenziano i vari algoritmi di beamforming. Si possono distinguere due grandi categorie di beamformers:

- beamformers *data-independent*;
- beamformers *ottimi in senso statistico.*

In un beamformer data-independent i coefficienti scelti non dipendono dai dati, ma vengono selezionati per presentare a priori una risposta dell'array all'intero scenario di segnale utile e interferenze. In un beamformer ottimo in senso statistico, invece, per ottimizzare la risposta dell'array, i coefficienti vengono scelti in base alla statistica dei dati ricevuti. Per poter massimizzare il rapporto segnale/rumore, il beamformer ottimo in senso statistico pone gli zeri della funzione $\vec{a}(\theta, f)$ in direzione delle sorgenti delle interferenze. Spesso, poi, nell'ambito del beamforming ad ottimo statistico si riutilizzano tecniche di sintesi dei beamformer data-independent. Per scegliere effettivamente i coefficienti, non essendo spesso nota la statistica della sequenza dei dati ed essendo questa, per di più, variabile nel tempo, si impiegano algoritmi adattativi. Questi vengono programmati affinché la risposta del beamformer converga a una soluzione corretta statisticamente.

In un beamformer data-independent si scelgono i coefficienti in modo tale che la sua risposta ne approssimi una nota a priori senza avere dipendenza né dai dati ricevuti né dalla loro statistica. Il grande vantaggio di questa tipologia di beamforming è l'adattabilità del metodo alle applicazioni radioastronomiche. Di contro, però, ha il difetto di consentire solamente beamforming di tipo deterministico: i risultati ottenuti saranno, cioè, abbastanza buoni solo in scenari statici, in cui le direzioni di provenienza dei segnali sono note e fisse.

Il metodo di *beamforming classico* è una soluzione comune al problema di separare un segnale proveniente da una certa direzione nota θ_0 dagli altri segnali ricevuti, come nel caso preso in esame nel paragrafo precedente. Supponendo che il segnale sia a banda stretta (a frequenza f_0), la risposta desiderata (idealmente) è unitaria per (θ_0 , f_0) mentre è zero altrove. Questo algoritmo consiste quindi nel prendere il vettore risposta dell'array $\vec{a}(\theta_0, f_0)$ come vettore $\vec{w}$, come risulta in (2.1). Si può dimostrare che questa scelta è ottima per la minimizzazione dell'errore quadratico tra la risposta effettiva e quella ideale. La risposta effettiva è caratterizzata da un lobo principale (*main lobe*), detto anche *beam*, e da molti lobi secondari (*sidelobes*). Tanto più è stretto il beam ed è più basso il livello dei lobi secondari, tanto è migliore la risposta effettiva. L'array/beamformer che ne risulta viene detto *array rifasato*, poiché l'uscita di ogni sensore viene sfasata prima della somma. Dal momento che

$$\vec{w} = \vec{a}(\theta_0, f_0)$$

ciascun elemento di $\vec{w}$ ha modulo unitario.

Questo metodo di beamforming è quello utilizzato attualmente nelle procedure di osservazione compiute con il Radiotelescopio Croce del Nord poiché si conoscono a priori le direzioni di arrivo (posizioni in cielo) delle sorgenti astronomiche di interesse. L'operazione di somma pesata dei dati ricevuti dalle antenne è implementata in hardware a bordo delle schede di acquisizione dei dati ([25]), mentre il calcolo dei coefficienti complessi da applicare è svolto via software sulla macchina di elaborazione. Come sarà specificato successivamente, le sorgenti vengono inseguite, direzionando il fascio di array (tracking) nella direzione opportuna, per tutto il tempo in cui esse transitano all'interno del campo di vista dello strumento, mediante ricalcolo e aggiornamento, a cadenza regolare, dei coefficienti nei sistemi di acquisizione.

Un altro metodo di beamforming data-independent è il *Null Beam Steering*. Con esso si forza una risposta nulla nella direzione dei segnali interferenti e, allo stesso tempo, guadagno massimo nella direzione di interesse. In particolare, si calcolano i pesi con la formula:

$$\vec{w} = A^{-1}\vec{U},$$

con $A = [\vec{a_0} \quad \cdots \quad \vec{a_k}]^H$ matrice che contiene le risposte dell'array di antenne ai $(k+1)$ segnali ricevuti (segnale desiderato + k segnali indesiderati) e $\vec{U} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$ vettore che ha valore unitario in corrispondenza del segnale di interesse e contributi nulli per gli altri. Si fa notare che anche in questo caso le direzioni di arrivo dei segnali (anche degli eventuali interferenti che si vogliono annullare) devono essere conosciute a priori.

Nel beamforming ad ottimo statistico i coefficienti sono scelti in base alla statistica dei dati ricevuti dall'array per ottimizzare la risposta del beamformer affinché l'uscita contenga il minimo contributo dovuto al rumore e ai segnali provenienti da direzioni diverse da quella del segnale desiderato.

Un esempio di tali algoritmi è l'*MMSE (Minimum Mean Square Error)*, che consente di calcolare i pesi minimizzando l'errore quadratico medio tra il segnale S_0 desiderato e la stima di (2.2). Si vuole dunque minimizzare:

$$E\left[\left|S_0 - \vec{w}^H\vec{x}\right|^2\right].$$

La formula risolutiva di questo algoritmo risulta:

$$\vec{w} = \sigma_0^2 R^{-1}\vec{a_0},$$

con R matrice di covarianza contenente il contributo dei singoli segnali e del rumore. Questo metodo funziona se i dati sono stazionari in senso lato e se i corrispondenti descrittori statistici del secondo ordine sono noti.

Nel caso in cui la statistica dei dati non sia nota a priori, oppure sia tempo-variante, bisogna ricorrere ad *algoritmi adattativi* per la determinazione dei coefficienti (non oggetto di questa trattazione).

2.3 Fast Radio Bursts

Uno dei progetti di ricerca della Croce del Nord per cui si applica il metodo del beamforming è legato all'osservazione dei cosiddetti Lampi Radio Veloci (Fast Radio Bursts). Scoperti nel 2007 ([26]), i FRB sono segnali radio transienti molto intensi e con durata di poche frazioni di secondo. Le loro caratteristiche sono alta intensità, breve durata, banda larga e dispersione alta. Quest'ultimo tratto è interessante da studiare per poter fare supposizioni riguardo la provenienza dei FRB: maggiore è la dispersione, più lontana è la sorgente. Si è dunque arrivati a ipotizzare che i fenomeni di FRB non provengano dalla nostra galassia. Attualmente l'effettiva natura e origine dei FRB rimane sconosciuta rappresentando uno degli ultimi misteri del nostro Universo. Poiché provengono principalmente da distanze cosmologiche, la loro indagine potrebbe aprire possibilità senza precedenti per affrontare alcune questioni chiave rimaste irrisolte sull'evoluzione dell'Universo e per studiare alcune leggi fondamentali della fisica.

La Croce del Nord viene utilizzata per effettuare campagne osservative di FRB nella banda di frequenze attorno a 408 MHz (larghezza di banda osservabile 16 MHz), impiegando solo una porzione del ramo Nord-Sud. Nel 2020 sono iniziati dei test osservativi per dimostrare le capacità dello strumento e validare che il sistema fosse consono a tale studio. In particolare, la prima parte del lavoro è stata implementata puntando in una direzione il beam di array e osservando le sorgenti transitare in quel punto. Per fare ciò, i cilindri venivano indirizzati con il medesimo angolo e successivamente venivano impostati gli opportuni coefficienti di beamforming relativi alla direzione desiderata. Per questi primi rilievi sono stati utilizzati 6 cilindri i cui segnali venivano combinati per formare un unico beam e, in particolare, sono state ripetutamente osservate sorgenti Pulsar radio note. Un successivo lavoro di diciannove mesi di osservazioni fino al 2022 ha portato alle prime rivelazioni di FRB da parte del radiotelescopio di Medicina. In questo caso sono state monitorate regolarmente, durante il loro transito al meridiano locale, sorgenti FRB “repeater” nei loro periodi di attività (finestra di ripetizione). La maggior parte delle detection sembra far prevalere l’ipotesi di FRB che si generano in galassie con alto tasso di formazione stellare e in stelle di neutroni. Un altro lavoro seguente, effettuato nel 2023, è servito proprio a investigare le magnetar come principale luogo di formazione di FRB. Una magnetar (contrazione dei termini inglesi magnetic e star, letteralmente “stella magnetica”) è una stella di neutroni che possiede un enorme campo magnetico, miliardi di volte quello terrestre, il cui decadimento genera intense e abbondanti emissioni elettromagnetiche, in particolare raggi X, raggi gamma e (molto raramente) anche radiofrequenze. In questa ricerca sono state monitorate sette galassie vicine (a massimo 12 Mpc dalla Terra) per 692 ore totali. Ognuna di esse è stata osservata ogni giorno quando transitava davanti al beam primario del telescopio, usando 8 cilindri del ramo Nord-Sud della Croce. A causa dei limiti del software in uso per l’acquisizione dei dati, non era possibile effettuare l’inseguimento continuo delle sorgenti all’interno del campo visivo del telescopio. Pertanto, si è usato il metodo di *shift and track* (traslazione e tracciamento), per cui sette diversi puntamenti elettronici del beam (corrispondenti a set di ritardi da applicare alle antenne) sono stati equamente distribuiti (approssimativamente) in modo da coprire uniformemente tutto il campo visivo. In questo modo il beamformer, al transito della sorgente nel campo di vista del telescopio, produceva un profilo di potenza con sette picchi ben visibili, con una corrispondente perdita di potenza (dovuta a basso guadagno di antenna) nei punti in cui la sorgente aveva una direzione differente rispetto a quella di puntamento impostata.

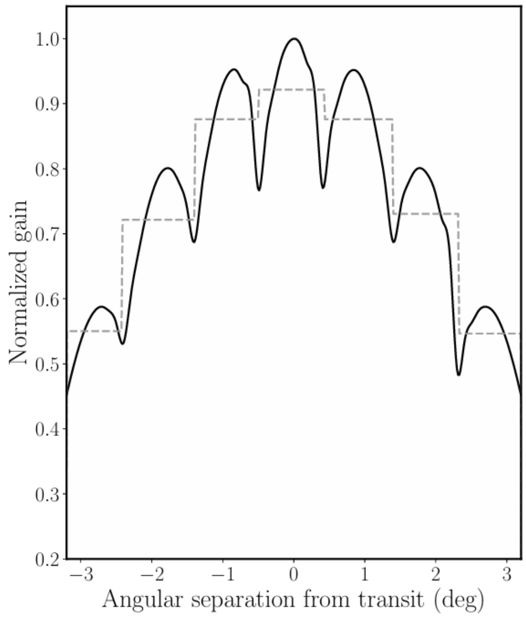

Figura 2.2: Profilo di potenza prodotto dal beamformer

I risultati ottenuti da questo lavoro discreditano l'ipotesi per cui le magnetar siano il principale progenitore dei FRB.

Un ultimo lavoro è stato realizzato fino a luglio 2024 e ha riguardato in particolare lo studio del comportamento dell'FRB 20220912A, un FRB periodico ("repeater") tra quelli con maggiore attività. Lo scopo della ricerca era specificatamente quello di indagare la distribuzione dell'energia provocata dal lampo e monitorare lo spettro di emissione. Due sono state le novità introdotte con quest'ultimo lavoro: per prima cosa, sono stati combinati 16 cilindri del ramo Nord-Sud in un unico beam di array, per cui l'area in cui il telescopio riesce a collezionare i segnali è raddoppiata rispetto alla precedente ricerca. Inoltre, la formazione del beam tramite i coefficienti di beamforming è attuata a cadenza più frequente (ricalcolo dei coefficienti ogni 5 secondi) e si ha dunque un processo approssimativamente continuo, diverso dal calcolo discreto dei valori compiuto in precedenza. In pratica, si riusciva a inseguire puntualmente la radiosorgente nel suo moto apparente all'interno del campo di vista dello strumento risolvendo il problema della perdita di potenza riscontrato nel caso precedente. I risultati di quest'ultimo lavoro confermano la probabile provenienza dei bursts da regioni con alto tasso di formazione stellare, ma continuano a screditare l'ipotesi che essi siano originati da magnetar.

Capitolo 3

Coordinate astronomiche e misura del tempo

L'osservazione di corpi o fenomeni celesti in ambito astronomico non può prescindere dalla localizzazione degli stessi nel cielo. In particolare, nel nostro caso, il puntamento corretto del *beam* prodotto dal *beamformer* richiede la conoscenza accurata della direzione di arrivo del segnale radio e, quindi, della posizione della sorgente nel cielo al momento dell'osservazione. È dunque fondamentale definire un sistema di riferimento rispetto a cui esprimere le coordinate di un oggetto celeste.

Tutti i corpi celesti, data la loro enorme distanza rispetto alle dimensioni della Terra, appaiono a un osservatore O sulla superficie terrestre come proiettati su una sfera ideale con centro in O, che prende il nome di "*sfera celeste*". Dal punto di vista di O tale sfera avrà raggio infinito. Poiché l'astronomia posizionale si occupa di misurare o calcolare solo angoli tra gli astri e il raggio della sfera celeste è indeterminato, per convenienza operativa si considera una sfera celeste di raggio unitario. In questo modo, le misure angolari possono essere trattate in maniera indipendente dalla scala reale delle distanze.

Quando si osserva un oggetto A sulla sfera celeste e si vuole indicarne la posizione rispetto a un osservatore O considerato al centro di tale sfera, si danno le coordinate di A in termini di ascissa e ordinata sferica. Per fare ciò si considera un piano σ passante per O, detto piano fondamentale, e una direzione n perpendicolare a esso, detta direzione fondamentale. L'intersezione tra la sfera celeste e il piano σ definisce un circolo massimo (massimo perché σ interseca il centro della sfera) su cui si prende un punto E e il suo antipodale E'. La direzione fondamentale interseca la sfera celeste nei due poli P e P'. Detto A' il punto di intersezione tra l'arco EE' e l'arco PAP', l'ascissa sferica è definita come l'arco E'A', mentre l'ordinata sferica è definita come l'arco AA', con opportune convenzioni su verso e origine da cui misurare tali archi.

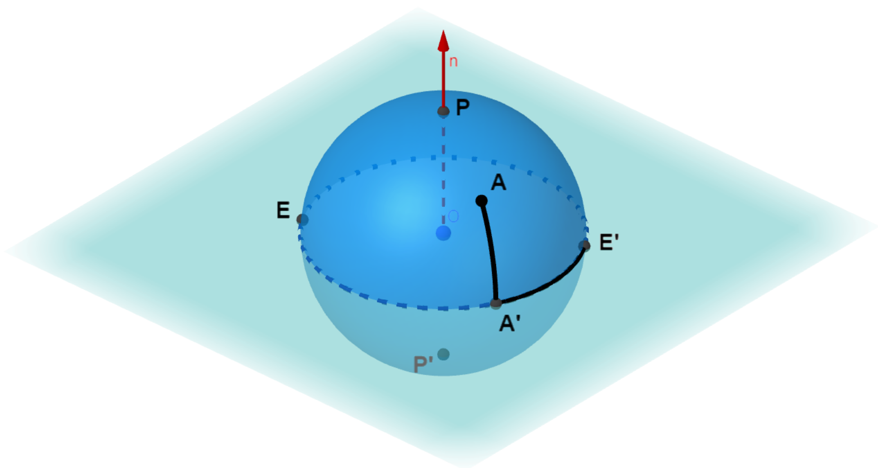

Figura 3.1: Rappresentazione della sfera celeste

I diversi sistemi di riferimento si differenziano allora per la scelta della direzione fondamentale (o del piano fondamentale) e dei punti E, E'.

3.1 Coordinate equatoriali celesti

Il sistema di coordinate equatoriali celesti assume come direzione fondamentale quella dell'asse di rotazione terrestre e ha, quindi, come poli P e P' il Polo Nord Celeste e il Polo Sud Celeste, rispettivamente. Questi ultimi, sono i punti di intersezione tra la sfera celeste e l'asse ideale di rotazione della stessa sfera rispetto all'osservatore (rotazione apparente da est a ovest dovuta a quella terrestre). Come piano fondamentale, invece, nel sistema equatoriale si considera quello passante per O perpendicolare a PP' e la sua intersezione con la sfera celeste è detta *equatore celeste*. Il punto di origine dell'ascissa sferica sull'equatore celeste è il punto *vernale*, che si denota convenzionalmente con γ. La costruzione di tale punto è la seguente: definendo l'eclittica come il percorso apparente del Sole sulla sfera celeste si avranno due punti di intersezione tra eclittica ed equatore celeste, il punto γ è quello che il Sole incontra quando si muove dall'emisfero australe a quello boreale. In particolare, con questa definizione il punto vernale segna l'equinozio di primavera per l'emisfero nord.

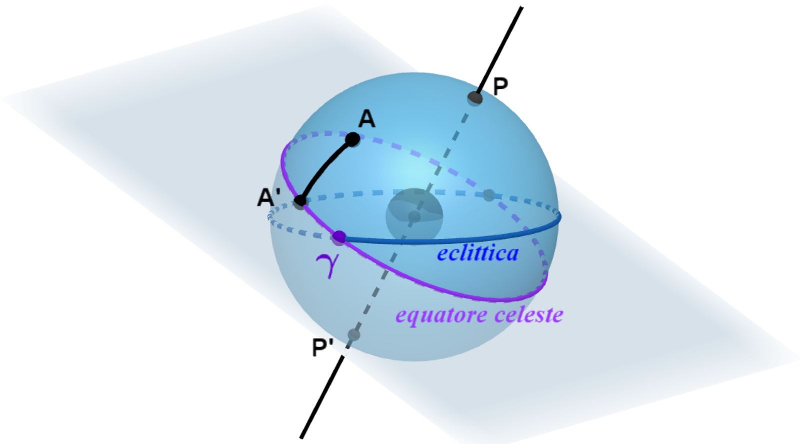

Figura 3.2: Coordinate equatoriali celesti

Le coordinate equatoriali celesti sono allora:

1. *ascensione retta* - arco da γ ad A' calcolato in senso antiorario guardando l'equatore dal polo nord celeste, da 0° a 360°;

2. *declinazione* - arco AA', misurato a partire da A' e considerato positivo se A si trova nell'emisfero boreale e negativo se è in quello australe, da -90° a +90°.

L'ascensione retta può essere anche espressa in ore (da 0^h a 24^h), corrispondenti alla rotazione terrestre. Un'ora di ascensione retta equivale a 15 gradi. Va sottolineato che l'ascensione retta fa riferimento al tempo siderale, che definiremo più avanti, e non a quello civile.

3.2 Coordinate equatoriali orarie

Nel sistema di coordinate orarie la direzione e il piano fondamentali sono, come nel sistema equatoriale, l'asse di rotazione terrestre e il piano passante per l'equatore celeste. La differenza tra i due sistemi di riferimento consiste nella diversa origine dell'ascissa sferica che, nel sistema orario, è il *mezzocielo*. Per definire tale punto è necessario introdurre prima un altro punto notevole della sfera celeste: lo *zenit* Z. Esso è il punto in cui l'emisfero visibile della sfera celeste interseca la verticale astronomica, ossia la direzione ideale del filo a piombo. Il mezzocielo M si definisce allora come il punto in cui il circolo massimo passante per P e per Z (il *meridiano locale*) interseca l'equatore celeste.

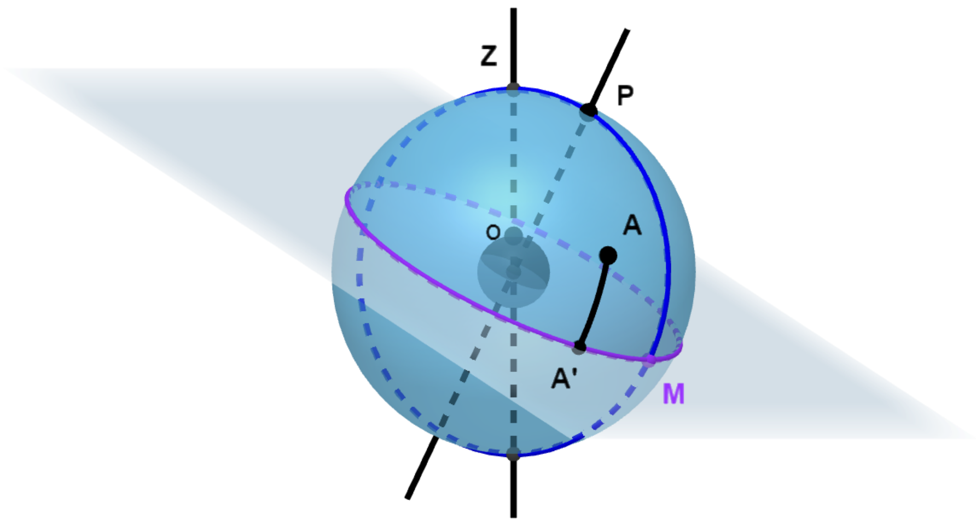

Figura 3.3: Coordinate equatoriali orarie

Le coordinate equatoriali orarie saranno, allora:

1. *angolo orario* - l'arco di equatore compreso tra M e A' in senso orario, guardando l'equatore dal polo nord celeste, da 0° a 360°;
2. *declinazione* - l'arco AA', da -90° a +90°.

In questo sistema solo l'angolo orario di un corpo varia con il tempo, la declinazione, invece, non cambia dato che i punti sulla sfera celeste si muovono su circoli minori paralleli all'equatore celeste. Analogamente all'ascensione retta, anche l'angolo orario si può esprimere in ore anziché in gradi.

3.3 Coordinate altazimutali

Nel sistema di coordinate altazimutali, la scelta di direzione e piano fondamentali è completamente differente rispetto a quella dei due sistemi descritti precedentemente. Si considerano, infatti, la verticale astronomica (direzione del filo a piombo) e il piano ortogonale a essa passante per l'origine (il *piano orizzontale*). L'intersezione tra quest'ultimo e la sfera celeste prende il nome di *orizzonte astronomico*. Per definire l'ascissa e l'ordinata sferiche in questo sistema serve definire i punti cardinali: il Nord N è l'intersezione tra orizzonte astronomico e meridiano locale dalla stessa parte del polo nord, mentre dalla parte del polo sud si trova il punto cardinale Sud S. Considerando, invece, il *primo verticale*, il circolo massimo passante per Zenit e suo antipodale Nadir, a 90° dal meridiano locale, le sue intersezioni con l'orizzonte astronomico definiscono l'Est E e l'Ovest O (N, E, S e O si susseguono in senso orario). Le coordinate altazimutali del punto A saranno dunque:

1. *altezza* - l'ampiezza dell'arco AA' con A' proiezione di A sull'orizzonte astronomico, da 0° a 90° (considerando gli oggetti visibili sopra l'orizzonte);
2. *azimut* - l'arco sull'orizzonte da N ad A' misurato verso E (in senso orario), da 0° a 360°.

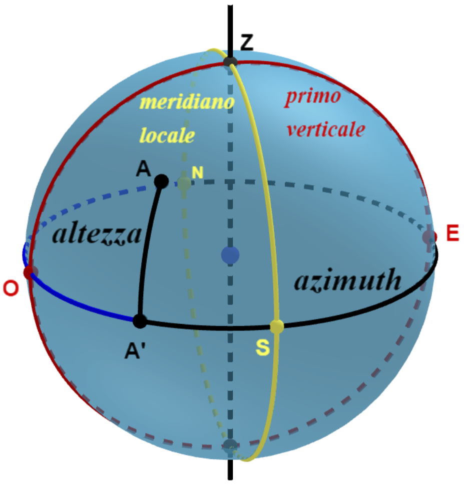

Figura 3.4: Coordinate altazimutali

L'attuale convenzione che definisce l'origine dell'arco per la misura dell'azimut è piuttosto recente. Nel 1984 l'Unione Astronomica Internazionale (IAU) ha stabilito di misurare l'azimut a partire da Nord verso Est, uniformandosi alla convenzione geografica. In precedenza, l'azimut astronomico veniva, invece, misurato da Sud verso Ovest.

Con la definizione dei punti cardinali si può anche fissare un sistema di coordinate topocentrico, molto utilizzato per definire localmente la posizione reciproca tra le antenne di un radio interferometro su piccola scala. Tale riferimento è il sistema ENU (East, North, Up), centrato nella posizione dell'osservatore con asse z verticale che punta verso lo Zenit (Up) e il piano x-y ortogonale a z, con assi che puntano rispettivamente verso Est e Nord. Il piano x-y sarà così tangente alla superficie terrestre nel punto di osservazione O e il sistema sarà fisso rispetto alla Terra poiché corotante con essa.

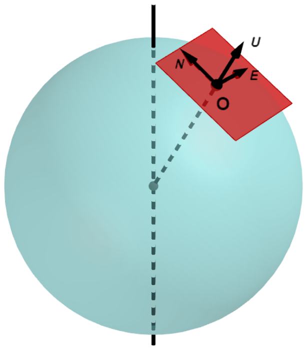

Figura 3.5: Sistema di riferimento ENU

3.4 Coordinate eclittiche

Il sistema di coordinate eclittiche ha come piano fondamentale quello su cui giace l'eclittica e, quindi, come direzione fondamentale la normale al piano di rivoluzione della Terra attorno al Sole. La direzione fondamentale interseca la sfera celeste nei *poli dell'eclittica* (boreale con declinazione positiva e australe con declinazione negativa). L'origine delle ascisse sferiche è il punto vernale γ.

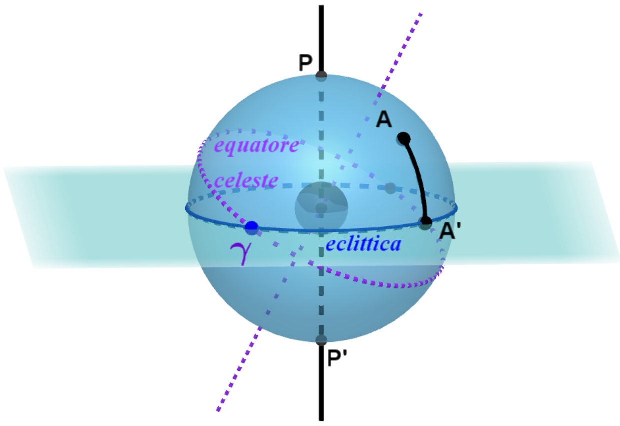

Figura 3.6: Coordinate eclittiche

Preso un punto A sulla sfera celeste, sia A' la sua proiezione sull'eclittica, le coordinate eclittiche di A saranno dunque:

1. *longitudine eclittica* - arco dal punto vernale γ ad A', in senso antiorario (da 0° a 360°);

2. *latitudine eclittica* - arco AA', (da -90° a +90°) positivo nell'emisfero nord dell'eclittica e negativo in quello sud.

Ai fini del calcolo della precessione degli equinozi, trattata nel paragrafo successivo, è utile comparare i sistemi di coordinate eclittiche ed equatoriali celesti per ricavare le formule di trasformazione che portano da un sistema di riferimento all'altro.

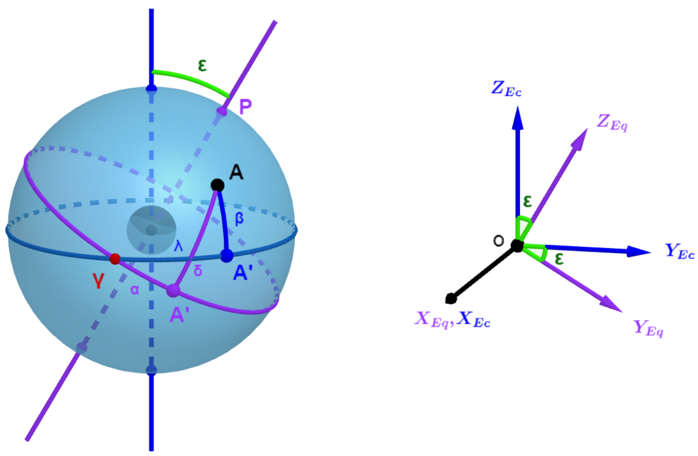

Figura 3.7: Sistemi di coordinate equatoriali celesti ed eclittiche a confronto

Guardando ai due sistemi come due sistemi cartesiani (asse x che punta verso l'origine delle ascisse sferiche, asse z nella direzione fondamentale e asse y scelto di conseguenza per formare una terna destrorsa) essi hanno l'asse x in comune, visto che entrambi usano come punto di riferimento per l'ascissa sferica il punto vernale. Detto ε l'angolo di inclinazione dell'asse di rotazione terrestre rispetto all'asse dell'eclittica, allora il sistema di coordinate equatoriali ruotato di ε attorno al suo asse x si sovrapporrà esattamente al sistema di coordinate eclittiche. La matrice che rappresenta tale rotazione è

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix}.$$

Sia A un punto sulla sfera celeste di coordinate equatoriali (α, δ), esso può essere espresso in coordinate cartesiane sotto forma di vettore colonna: $\vec{A}_{Eq} = (\cos\delta\cos\alpha, \cos\delta\sin\alpha, \sin\delta)^T$. Analogamente se il punto A ha coordinate eclittiche (l, β), la sua forma vettoriale cartesiana sarà data da $\vec{A}_{Ec} = (\cos\beta\cos l, \cos\beta\sin l, \sin\beta)^T$. Tra i due vettori vale la relazione $\vec{A}_{Ec} = R\vec{A}_{Eq}$, da cui si ottengono le trasformazioni dal sistema di riferimento equatoriale a quello eclittico:

$$\begin{cases} \cos\beta\cos l = \cos\alpha\cos\delta \\ \cos\beta\sin l = \sin\alpha\cos\delta\cos\varepsilon + \sin\delta\sin\varepsilon \\ \sin\beta = -\sin\alpha\cos\delta\sin\varepsilon + \sin\delta\cos\varepsilon \end{cases}. \tag{3.1}$$

Per avere le trasformazioni inverse basta considerare la rotazione di un angolo $-\varepsilon$ attorno all'asse x, a cui è associata la matrice di rotazione R^{-1}, ottenendo quindi $\vec{A}_{Eq} = R^{-1}\vec{A}_{Ec}$, da cui:

$$\begin{cases} \cos\delta\cos\alpha = \cos\beta\cos l \\ \cos\delta\sin\alpha = \cos\beta\sin l\cos\varepsilon - \sin\beta\sin\varepsilon \\ \sin\delta = \cos\beta\sin l\sin\varepsilon + \sin\beta\cos\varepsilon \end{cases}. \tag{3.2}$$

3.5 Variazione delle coordinate astronomiche

Molti oggetti astronomici sono riportati in liste o tabulati, raggruppati spesso secondo caratteristiche comuni, che prendono il nome di *cataloghi astronomici*. Tra i più conosciuti e utilizzati si può trovare *Simbad* ([28]), un database che fornisce dati astronomici, bibliografia e misure per oggetti al di fuori del Sistema Solare. In particolare, tra i dati riportati in questi cataloghi, di interesse in questo lavoro vi sono le coordinate delle sorgenti da osservare. Per esse, il sistema di riferimento astronomico più utilizzato è quello equatoriale in cui, come abbiamo già visto, la definizione dei poli e dell'equatore celeste è direttamente legata alla direzione dell'asse di rotazione terrestre. Tuttavia, tale asse non mantiene una direzione costante nel tempo, ma subisce variazioni sia rispetto alle stelle fisse sia rispetto alla figura terrestre. Queste variazioni sono dovute al fatto che la forma della Terra non è sferica e la massa del nostro pianeta non è distribuita simmetricamente, rendendo l'orientazione dell'asse di rotazione sensibile alle forze gravitazionali esercitate principalmente dal Sole e dalla Luna e, in misura minore, dai pianeti. La differenza nei diversi momenti della posizione e direzione dell'asse rispetto alle stelle fisse modifica le coordinate equatoriali dei corpi sulla sfera celeste. Ciò comporta una variazione delle coordinate sferiche degli oggetti celesti. La variazione predominante è la *precessione degli equinozi*, che consiste nello spostamento del punto vernale γ rispetto alle stelle fisse. In particolare, si può osservare che il punto vernale si muove verso ovest sull'eclittica di 50".3 all'anno. Il Sole, invece, nel suo moto apparente si sposta verso est sull'eclittica e dunque ripassa sul punto vernale ogni volta che descrive un angolo di $360° - 50".3$. Il corrispondente periodo di tempo è detto *anno tropico*. Il nome precessione degli equinozi deriva dal fatto che con il passare degli anni, i due punti in cui il Sole passa per l'equatore celeste si spostano e cioè gli equinozi cambiano posizione rispetto alle stelle fisse. Tale fenomeno può essere spiegato considerando la Terra come una sfera che presenta un rigonfiamento all'equatore (sferoide oblato) su cui la Luna e il Sole esercitano una coppia di forze. Queste forze, però, non agiscono su una Terra ferma, ma su un oggetto che ruota attorno al suo asse. Se così non fosse, l'asse tenderebbe a posizionarsi perpendicolarmente al piano dell'eclittica, ma l'effetto giroscopico dovuto alla rotazione fa sì che l'asse compia una rotazione conica attorno alla normale dell'eclittica con velocità angolare uniforme e inclinazione (obliquità) costante. Vista la natura del fenomeno, esso è anche noto come precessione *luni-solare*. Quanto appena illustrato produce movimenti sul piano equatoriale terrestre e causa dunque modifiche solo nella longitudine eclittica.

Utilizzando le trasformazioni di coordinate dal sistema eclittico a quello equatoriale, è possibile determinare l'effetto della precessione luni-solare sulle coordinate equatoriali celesti di un oggetto astronomico. Prendendo infatti un punto A di coordinate equatoriali (α, δ), possiamo considerare questi due angoli come dipendenti dal tempo: $A = (\alpha(t), \delta(t))$. Tuttavia, per semplicità di notazione, questa dipendenza dal tempo verrà sottintesa nel seguito. Le sue coordinate eclittiche saranno invece $A = (l(t), \beta)$, dove la latitudine eclittica non varia nel tempo. Nelle ipotesi citate, rimane costante anche l'obliquità ε dell'asse di rotazione. Derivando, allora, rispetto al tempo la prima e la terza equazione di (3.2) e considerando la seconda si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} -\dot{\delta}\sin\delta\cos\alpha - \dot{\alpha}\sin\alpha\cos\delta = -\dot{l}\sin l\cos\beta \\ \dot{\delta}\cos\delta = \dot{l}\cos l\cos\beta\sin\varepsilon \\ \cos\delta\sin\alpha = \cos\beta\sin l\cos\varepsilon - \sin\beta\sin\varepsilon \end{cases} \tag{3.3}$$

da cui, usando anche le relazioni fornite da (3.1),

$$\dot{\delta}(t) = \frac{\dot{l}\cos l\cos\beta\sin\varepsilon}{\cos\delta} = \dot{l}\cos\alpha\sin\varepsilon;$$

$$\begin{aligned} &\cos\beta\sin l\cos\varepsilon - \sin\beta\sin\varepsilon = \\ &= \sin\alpha\cos\delta\cos^2\varepsilon + \sin\delta\sin\varepsilon\cos\varepsilon + \sin\alpha\cos\delta\sin^2\varepsilon - \sin\delta\sin\varepsilon\cos\varepsilon = \\ &= \sin\alpha\cos\delta. \end{aligned}$$

Applicando queste sostituzioni alla prima equazione del sistema si ottiene allora:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) =& \dot{l}\left(\cos\varepsilon\frac{\sin\alpha\cos\delta}{\sin\alpha\cos\delta} + \frac{\sin\delta\sin\varepsilon}{\sin\alpha\cos\delta} - \frac{\sin\delta\cos^2\alpha\sin\varepsilon}{\sin\alpha\cos\delta}\right) = \\ =& \dot{l}\left(\cos\varepsilon + \tan\delta\sin\varepsilon\sin\alpha\right). \end{aligned} \tag{3.4}$$

In particolare $\dot{l}$ rappresenta la variazione della longitudine eclittica del punto e corrisponde esattamente ai 50".3/anno tropico di cui si sposta il punto vernale sull'eclittica.

Con misurazioni accurate si può notare, però, che anche la giacitura dell'eclittica cambia leggermente nel tempo, dando origine a ulteriori variazioni nelle coordinate degli astri. Tale effetto, di portata molto inferiore rispetto alla precessione luni-solare, prende il nome di precessione *planetaria.* Insieme alla precessione luni-solare, essa dà origine alla precessione *generale.*

In questa dissertazione si è partiti dal presupposto che l'angolo di obliquità ε dell'asse terrestre rispetto alla direzione fondamentale dell'eclittica sia costante nel tempo. Tuttavia, nella realtà si verificano fenomeni che causano lievi oscillazioni sia di tale obliquità sia della velocità di retrogradazione del punto vernale. Queste variazioni prendono collettivamente il nome di *nutazione.* Essa è principalmente dovuta al fatto che le forze gravitazionali luni-solari non sono costanti, ma subiscono variazioni nella loro intensità e direzione. In particolare, tali forze esercitano un effetto nullo sulla precessione quando Sole e Luna si trovano sul piano equatoriale e aumentano la loro influenza quando se ne allontanano. La componente principale di tale variazione è dovuta alla Luna, che orbita su un piano inclinato di $5°9'$ rispetto al piano dell'eclittica. Questi due piani si intersecano, sulla sfera celeste, in due punti detti *nodi.* Sia N il nodo ascendente, ossia il nodo in cui la latitudine eclittica della Luna cambia di segno da negativo a positivo, durante il moto lunare. La *linea dei nodi*, ossia la linea che collega i due nodi, non è fissa a causa delle perturbazioni esercitate dal Sole sulla Luna. Questo fenomeno, noto come *precessione dei nodi*, provoca uno spostamento dei nodi sull'eclittica di 191"/giorno, con un periodo di 18.6 anni. Inoltre, il polo P_L dell'orbita lunare percorre nello stesso intervallo di tempo una circonferenza attorno al polo dell'eclittica E. Di conseguenza, la declinazione della Luna varia all'interno di un intervallo significativo ($\pm 28°36'$) in funzione della longitudine del nodo ascendente $l(N)$, la quale può essere calcolata in funzione del tempo. Secondo calcoli che risalgono al XVIII secolo, si può determinare che la nutazione in longitudine e in obliquità è espressa dalle seguenti relazioni

$$\begin{aligned} \Delta l &= -17".2 \sin l(N), \\ \Delta\varepsilon &= 9".2 \cos l(N). \end{aligned} \tag{3.5}$$

La variazione delle coordinate equatoriali di un corpo celeste dovuta alla nutazione, in analogia con quanto già visto per la precessione luni-solare, può essere trattata come una sequenza di rotazioni. Derivando le equazioni di trasformazione tra sistema equatoriale e sistema eclittico e applicando opportune sostituzioni si ottiene come risultato

$$\begin{cases} \Delta\alpha = (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \sin\alpha \tan\delta)\Delta l - \Delta\varepsilon \cos\alpha \tan\delta \\ \Delta\delta = \sin\varepsilon \cos\alpha \Delta l + \Delta\varepsilon \sin\alpha \end{cases} . \tag{3.6}$$

I cataloghi astronomici riportano le coordinate equatoriali dei corpi celesti riferite a una data standard. Tuttavia, a causa della precessione e della nutazione illustrate nei paragrafi precedenti, le coordinate usate per puntare il telescopio verso un determinato oggetto celeste in una data differente da quella standard possono differire da quelle riportate nel catalogo. Bisogna perciò trasformare le coordinate standard presenti nei cataloghi per tenere conto di tutti i processi che determinano la variazione delle coordinate nel tempo. In particolare, i cataloghi attuali utilizzano una stessa data di riferimento, denominata *epoca standard* e indicata come *J2000*. Questa epoca standard si riferisce all'istante del mezzogiorno (secondo la scala di tempo terrestre, TT) del 1° gennaio 2000. Attraverso le opportune trasformazioni è quindi possibile convertire le coordinate dall'epoca standard J2000 alla data effettiva dell'osservazione. Tali coordinate saranno quelle utilizzate per puntare correttamente il telescopio.

3.6 Altri effetti perturbativi sulle coordinate astronomiche

Precessione e nutazione non sono gli unici fenomeni che determinano le variazioni da cui sono affette le coordinate astronomiche. Di seguito si descrivono due ulteriori effetti perturbativi che sono stati considerati nel presente lavoro: l'aberrazione e la rifrazione.

Il fenomeno dell'aberrazione della luce è un effetto dovuto alla finitezza della velocità della luce e al movimento dell'osservatore rispetto alla direzione di provenienza di un segnale. L'aberrazione che va a influire sull'osservazione degli oggetti astronomici prende il nome di *aberrazione stellare* ed è dovuta principalmente al moto di rivoluzione terrestre attorno al Sole. Il fenomeno, utilizzando la teoria galileiana della composizione delle velocità, si può spiegare come segue: sia R il punto di origine del segnale non trasformato, sia O il punto di osservazione (OR direzione della visuale), sia poi $\vec{V}$ il vettore velocità della Terra nel suo moto attorno al Sole (che sarà diretto verso un punto dello spazio detto *apice del moto terrestre* che cambia continuamente nel tempo). Il segnale radio impiega un tempo $t = \frac{OR}{c}$ per viaggiare da R a O. In questo tempo la Terra si è spostata in direzione del vettore $\vec{V}$ della quantità $Vt = V\frac{OR}{c}$. Il radiotelescopio non andrà dunque puntato in direzione OR, ma in una direzione OR' che considera lo spostamento descritto.

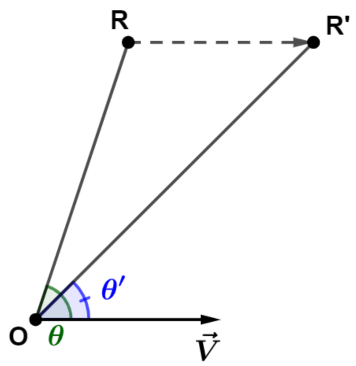

Figura 3.8: Schema di puntamento del telescopio per l'aberrazione stellare

Nella maggior parte dei casi, la cinematica classica fornisce risultati sufficientemente accurati per calcolare gli effetti dell'aberrazione stellare sulla direzione di arrivo del segnale. Nei casi in cui è necessaria una maggiore accuratezza, per tale calcolo occorre considerare la teoria della relatività ristretta.

La rifrazione è, invece, un fenomeno legato alla presenza dell'atmosfera terrestre. Quando un raggio di luce passa da un mezzo a un altro avente indice di rifrazione diverso, il raggio si divide in una parte riflessa e una rifratta. In un'osservazione astronomica solo il raggio rifratto raggiungerà il telescopio, ma da una direzione differente rispetto a quella che avrebbe avuto in assenza di rifrazione. Nel particolare caso della radioastronomia, la rifrazione del segnale è dovuta sia alla ionosfera sia alla troposfera. Nella ionosfera sono le particelle cariche a deviare la direzione del segnale e a determinarne una riduzione della velocità di propagazione, causando un ritardo di arrivo del segnale sull'antenna. Tale ritardo, detto *ionosferico*, è inversamente proporzionale al quadrato della frequenza dell'onda elettromagnetica (ecco perché è molto influente nel caso radio, soprattutto alle basse frequenze). L'effetto rifrattivo della troposfera sulle onde radio è, invece, determinato dalle molecole dei gas atmosferici. La stima dell'effetto rifrattivo nella deviazione del segnale richiede modelli piuttosto complessi che tengono conto delle condizioni atmosferiche locali descritte da parametri quali pressione, temperatura e umidità relativa, e metodi di integrazione numerica. In generale l'effetto rifrattivo aumenta al diminuire dell'elevazione della sorgente astronomica e diventa importante per le sorgenti che sono angolarmente molto lontane dallo zenit.

3.7 Misura del tempo

Oltre alle trasformazioni delle coordinate celesti, in questo lavoro hanno rilevanza le conversioni tra le scale temporali utilizzate in ambito astronomico. Per misurare lo scorrere del tempo si può ricorrere a diversi metodi che si basano su moti periodici o su fenomeni oscillatori.

Considerando l'angolo orario del Sole, si può definire una scala di tempo in cui un giorno, detto *giorno solare vero*, è dato dall'intervallo di tempo tra due culminazioni del Sole sul meridiano locale. In realtà, però, la velocità angolare della Terra nel suo moto di rivoluzione non è uniforme e dunque la durata del giorno solare vero cambia continuamente. Per avere uno standard fisso si definisce allora una scala di tempo media, cioè, definendo il Sole Medio come un astro fittizio che si muove di moto uniforme (angolo orario proporzionale al tempo) sull'equatore celeste, si chiama *giorno solare medio* l'intervallo di tempo tra due culminazioni del Sole Medio sul meridiano locale di osservazione. Si definisce, invece, il *tempo universale* (UT) il tempo solare medio rispetto il meridiano fondamentale di Greenwich. L'UT è legato all'angolo orario del Sole Medio per un osservatore posto alla longitudine di Greenwich attraverso la seguente relazione

$$\mathrm{UT} = \mathrm{HA}_{\mathrm{Green}}(\text{Sole Medio}) + 12^h. \tag{3.7}$$

Esistono diverse versioni di Tempo Universale (UT0, UT1, UT2, UTC). Tra esse, quelle a cui ci si riferisce in questa tesi sono l'UT1 e l'UTC.
L'UT1 è la scala di Tempo Universale che tiene conto dei movimenti dei poli rispetto alla superficie terrestre (polodìa) e delle piccole irregolarità della velocità di rotazione del nostro pianeta dovute, ad esempio, ai moti convettivi della parte fluida del nucleo terrestre, allo spostamento di grandi masse (maree, ecc.) e ai terremoti. L'UTC (Tempo Universale Coordinato) è, invece, la versione di UT utilizzata come standard internazionale su cui si sincronizzano gli orologi per l'orario civile ed è calcolato sulla base di una rete di orologi atomici. La differenza tra UT1 e UTC, detta dUT1, viene diffusa e pubblicata dall'International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) tramite bollettini periodici.
Quando, in ambito astronomico, occorre calcolare delle quantità dipendenti dal tempo, l'uso del calendario civile (Gregoriano) non è molto conveniente, in quanto esso non si può esprimere come una singola variabile numerica continua. Per questo motivo, in astronomia si preferisce usare il *Giorno Giuliano*

(Julian Day) definito come il numero di giorni solari medi interi trascorsi a partire dalla data standard dell'1 gennaio del 4713 a.C. alle ore 12 UT del calendario Giuliano. Sulla base di esso si definisce la *Data Giuliana* (Julian Date) come il Giorno Giuliano a cui si aggiunge la parte frazionaria di giorno.

Nell'ipotesi che la rotazione della Terra sia uniforme, possiamo considerare una scala di tempo definita utilizzando il periodo che il nostro pianeta impiega per compiere una rotazione completa intorno al suo asse. Più precisamente, il *giorno siderale* si definisce come il tempo in cui una stella (diversa dal Sole) o, in generale, un punto fisso sulla sfera celeste, compie un giro completo attorno al polo celeste per un osservatore posto sulla superficie della Terra. La durata del giorno siderale differisce da quella del giorno solare medio usato in ambito civile. La durata del giorno siderale è infatti di 23^h 56^m 4.1^s, mentre il giorno solare medio ha una durata di 24^h. Sulla base di questo moto e scegliendo il punto vernale γ come punto fisso sulla sfera celeste, possiamo definire il *tempo siderale* come l'angolo orario di tale punto, $TS = HA(\gamma)$. Il punto vernale γ non è però indicato in cielo da nessuna stella ed è dunque impossibile misurarne l'angolo orario direttamente. Perciò si usa una relazione che si ha tra TS e le coordinate di un astro A sulla sfera celeste. Sia tale A di ascensione retta α e angolo orario HA. Il tempo siderale si può ricavare allora dalla relazione

$$TS = HA + \alpha \tag{3.8}$$

evidenziata nella Figura 3.9.

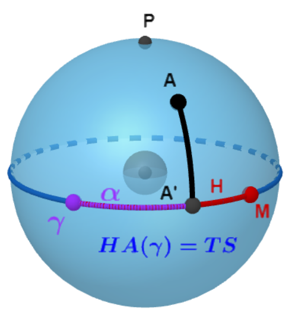

Figura 3.9: Tempo siderale come angolo orario

Il tempo siderale appena definito è, però, solo approssimativamente uniforme in quanto la nutazione fa sì che il punto γ non sia fisso sulla sfera celeste. Si distingue dunque tra *tempo siderale medio*, che segue il moto del punto vernale senza considerare la nutazione, e *tempo siderale apparente*, che considera gli effetti della nutazione. Per passare dall'uno all'altro tempo si ha una semplice equazione detta *Equazione degli Equinozi*:

$$EE = \Delta\tilde{l} \cos\varepsilon. \tag{3.9}$$

Essa esprime la differenza, EE, tra tempo siderale apparente e tempo siderale medio in funzione dell'angolo ε tra asse di rotazione terrestre ed eclittica e della nutazione complessiva in longitudine $\Delta\tilde{l}$. La variazione della durata del giorno siderale dovuta alla nutazione è attorno a 10^{-4} s al giorno e ha carattere progressivo.

Capitolo 4

Routine di calcolo dei coefficienti di beam steering

Come già citato nel Paragrafo 2.2, il metodo di beamforming usato attualmente per le osservazioni della Croce del Nord è il beamforming classico. Nello specifico, quindi, lo steering vector viene utilizzato come vettore $\vec{w}$ dei pesi usati dal beamformer. Nell'applicare questo metodo specificatamente per l'osservazione e il monitoraggio di FRB, il team della Croce del Nord utilizza una funzione scritta in Matlab, *Tracking Coefficients for FRB*, che implementa alcune operazioni descritte qui di seguito.

Per calcolare il ritardo nell'arrivo dei segnali ai diversi ricevitori che compongono l'array, sulla base dei quali si calcola lo steering vector, si usa una sequenza di trasformazioni tra sistemi di riferimento attraverso l'applicazione di opportune matrici di rotazione. Considerando il caso semplice di una schiera composta da solo due antenne e riprendendo le notazioni di Figura 2.1 si può vedere che, chiamato $\vec{b}$ *il vettore baseline* (cioè quello che va dall'antenna 1 all'antenna 2) e θ la direzione di arrivo del segnale, la distanza aggiuntiva che tale segnale deve percorrere per arrivare all'antenna 2 rispetto alla 1 è $b \cos\theta$.

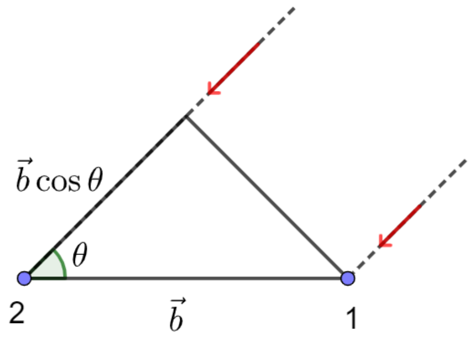

Figura 4.1: Ritardo geometrico

Il *ritardo geometrico* è allora il tempo impiegato dal segnale che viaggia alla velocità della luce a percorrere questa distanza aggiuntiva, cioè:

$$\tau_g = \frac{b\cos\theta}{c}. \tag{4.1}$$

Nelle osservazioni astronomiche con array estesi fino a qualche km (come nel caso della Croce del Nord) è molto comune utilizzare il sistema di riferimento ENU (definito nel Paragrafo 3.3) per indicare le posizioni relative delle antenne, perché è il sistema di riferimento più immediato e intuitivo in questi casi. Nella procedura usata per calcolare i ritardi geometrici, per comodità, le coordinate ENU delle antenne vengono dapprima convertite in un sistema di riferimento intermedio, XYZ, in cui l'origine è nella posizione dell'osservatore (riferimento topocentrico) e gli assi sono paralleli a quelli del sistema ECEF (Earth Centered-Earth Fixed). In quest'ultimo sistema l'origine è posta nel centro di massa della Terra (riferimento geocentrico), l'asse z_{ecef} punta verso il Polo Nord terrestre, mentre gli assi x_{ecef} e y_{ecef} verso i punti sull'equatore aventi longitudine 0°E e 90°E, rispettivamente. Per convertire le coordinate delle antenne dal sistema ENU al sistema XYZ si effettua una rotazione di un angolo pari alla latitudine del punto di osservazione intorno all'asse E del sistema ENU, come si può osservare nella Figura 4.2.

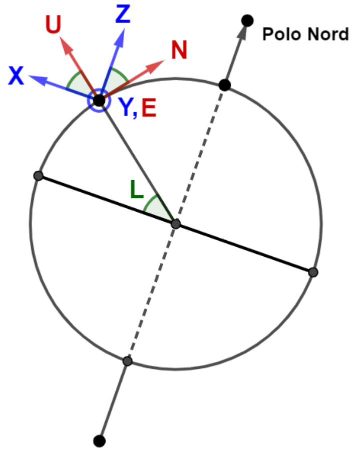

Figura 4.2: Sistemi di riferimento ENU e XYZ

Sia L la latitudine geografica del punto di osservazione, la rotazione a cui siamo interessati è rappresentata dalla matrice

$$\begin{bmatrix} 0 & -\sin(L) & \cos(L) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(L) & \sin(L) \end{bmatrix}, \tag{4.2}$$

dunque l'operazione necessaria per trasformare le coordinate dal sistema ENU a quello XYZ è data dall'equazione:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(L) & \cos(L) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(L) & \sin(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix}. \tag{4.3}$$

Riprendendo il caso dell'esempio mostrato in Fig. 4.1, siano $(X_1, Y_1, Z_1)^T$ e $(X_2, Y_2, Z_2)^T$ i vettori colonna che rappresentano la posizione delle antenne 1 e 2, rispettivamente, nel sistema di riferimento XYZ. Il vettore baseline è quindi dato da $\vec{b} = ((X_2 - X_1), (Y_2 - Y_1), (Z_2 - Z_1))^T$.

Il ritardo geometrico è legato alla componente di $\vec{b}$ proiettata lungo la direzione di arrivo del segnale. Per le sorgenti astronomiche, tale direzione può essere espressa in coordinate equatoriali orarie, ossia angolo orario HA e declinazione δ. Si costruisce, allora, un ulteriore sistema di riferimento (u, v, w), in cui gli assi u e v giacciono sul piano perpendicolare alla direzione di arrivo del segnale (piano $u - v$), con l'asse u orientato in direzione E-W, l'asse v orientato in direzione N-S e l'asse w che punta verso la direzione di arrivo del segnale. In tale sistema di riferimento le distanze sono espresse in unità di lunghezze d'onda del segnale. La trasformazione di $\vec{b}$ dal sistema XYZ al sistema uvw per un segnale di lunghezza d'onda λ è:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \sin \mathrm{HA} & \cos \mathrm{HA} & 0 \\ -\sin\delta \cos \mathrm{HA} & \sin\delta \sin \mathrm{HA} & \cos\delta \\ \cos\delta \cos \mathrm{HA} & -\cos\delta \sin \mathrm{HA} & \sin\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}. \tag{4.4}$$

Il ritardo geometrico può essere espresso in funzione della componente w del vettore $\vec{b}$, nel seguente modo:

$$\tau_g = \frac{b\cos\theta}{c} = \frac{b\cos\theta}{\lambda f} = \frac{w}{f}. \tag{4.5}$$

La funzione Tracking Coefficients for FRB che implementa queste trasformazioni è strutturata come segue.

Input:

1. coordinate equatoriali celesti di osservazione al J2000;
2. data dell'osservazione;
3. latitudine e longitudine del luogo di osservazione;
4. matrice contenente le posizioni relative delle antenne nel sistema di riferimento ENU (dimensione: numero antenne x 3);
5. matrice complessa con coefficienti di calibrazione strumentale calcolati mediante procedura non oggetto di questa tesi (dimensione: numero antenne x numero di canali frequenziali utilizzati).

Output:

1. file di testo contenente i coefficienti complessi (pesi) di beam steering (dimensione: numero antenne x numero di canali di frequenza utilizzati).

Il file creato viene utilizzato da una routine scritta in Python che invia i pesi calcolati $\vec{w}$ alle schede di acquisizione dei dati dove viene prodotta l'uscita del beamformer (somma pesata dei segnali delle antenne).

Uno degli obiettivi del lavoro di questa tesi è uniformare i due diversi programmi con lo stesso linguaggio di programmazione (Python) e avere la possibilità futura di integrarli in un'unica procedura guadagnando in termini di efficienza. È importante rilevare come la scelta del linguaggio utilizzato sia finalizzata ad avere codice *open source*. Inoltre, vengono studiati e analizzati alcuni fattori migliorativi che consentono di ottenere una maggiore precisione nel puntamento del telescopio.

In questo capitolo vengono descritte diverse soluzioni implementative utilizzando il linguaggio Python, evidenziando analogie e differenze con la funzione di partenza e soffermandosi sui miglioramenti raggiunti.

4.1 Implementazione della routine di calcolo mediante AstroPy

AstroPy è una libreria Python creata con uno sforzo collettivo a partire dal 2011 per poter avere un pacchetto Python unico per l'astronomia che includesse tutte le diverse librerie preesistenti e ne migliorasse l'usabilità, l'interoperabilità e la collaborazione ([8]).

La struttura della funzione Python creata è la stessa della routine Matlab. Rispetto a essa, si hanno però i seguenti parametri in input aggiuntivi:

1. antenna di riferimento;

2. parallasse in arcosecondi;

3. altitudine del luogo di osservazione;

4. μ_α e μ_δ, coefficienti utili a considerare il moto proprio delle sorgenti (cioè il loro moto apparente sulla sfera celeste causato dall'effettivo movimento che esse hanno rispetto al centro di massa del sistema solare);

5. pressione atmosferica, temperatura e umidità relativa del luogo di osservazione;

6. lunghezza d'onda del segnale ricevuto;

7. velocità radiale.

Se tali parametri aggiuntivi non vengono inseriti dall'utente, la nuova routine in Python li inizializza con i valori standard utilizzati di default nella vecchia routine in Matlab in modo da evitare errori e da mantenere la retrocompatibilità.

```
def TrackingCoeff(Outpath,RAJ2000Deg,DecJ2000Deg,ObsTime,LatitudeDeg,
                  LongitudeDeg,AntPosENU,InstrCalibCoeff,
                  nref=0, Parallax=0, Height_Obs=48.543799999999997,
                  MuAlpha=0, MuDelta=0, Pa=0, Temp=0, Rel_Humidity=0,
                  Wavelength=0.734785, RadVel=0):
```

Figura 4.3: Intestazione della funzione TrackingCoeff su Python

Il parametro di ingresso aggiuntivo 1. (antenna di riferimento) è utile per permettere il funzionamento di tutta la procedura anche nell'eventualità di un malfunzionamento della prima antenna dell'array, che veniva assunta sempre come riferimento (senza possibilità di modifica) nella precedente versione del codice in Matlab. Infatti, nella teoria esposta in precedenza (si faccia riferimento alla Figura 4.1) si considera sempre la prima antenna come riferimento rispetto a cui calcolare il ritardo (o anticipo) di arrivo del segnale sulle altre antenne dell'array. Se per qualsiasi ragione questa antenna di riferimento avesse dei problemi, l'intera procedura di calcolo dei coefficienti di beamforming fallirebbe. In questa nuova funzione, invece, vi è la possibilità di utilizzare un'altra antenna arbitraria come riferimento e il vettore baseline viene dunque calcolato riferendosi all'antenna *nref* scelta. I parametri di ingresso dal 2. al 7. sono invece introdotti per ottenere una più accurata direzione di provenienza del segnale al momento dell'osservazione a partire dalle coordinate equatoriali della sorgente all'epoca standard J2000 fornite dai cataloghi. Nel paragrafo 4.2 saranno analizzate in dettaglio le migliorie apportate in questo ambito anche in funzione dell'utilizzo dei nuovi parametri in input.

Lo scopo della funzione, sviluppata in questo lavoro di tesi, è quello di calcolare i coefficienti complessi di beam steering a partire dai valori di ritardo geometrico τ_g, come descritto nella formula (4.5). Il beam steering della Croce del Nord viene effettuato separatamente su 22 canali frequenziali che coprono un intervallo totale di 16 MHz centrato intorno alla frequenza di 408 MHz. Pertanto, la procedura calcola i coefficienti per ciascuno di tali canali, le cui frequenze sono definite come costanti all'interno del codice stesso. Per alleggerire la notazione, in questa parte della trattazione, non si espliciterà la dipendenza dalla frequenza.

Si utilizza la libreria NumPy (indicata nel codice come *np*) per inizializzare le matrici numeriche (oggetti di NumPy denominati *ndarray*) con le quali si costruiscono le matrici di rotazione relative alle trasformazioni (4.3) e (4.4). Queste permettono di passare prima dalle coordinate ENU delle antenne a quelle nel sistema intermedio XYZ e poi dalle coordinate XYZ delle baseline a quelle nel sistema uvw. Una volta ottenute queste ultime, si estrae la coordinata w e la si divide per la frequenza del canale considerato per avere il valore di τ_g corrispondente.

```
for nc in range(nChan):
    f0 = FreqVecHz[nc].item()
    omega = 2 * pi * f0
    lam = c / f0


    TaugMat = np.zeros((NAnt, NAnt))
    uvwMat = np.zeros(BaselineMatXYZ.shape)


    for k, n in np.ndindex(NAnt, NAnt):
        uvwMat[:, k, n] = (1 / lam) * np.dot(xyz2uvwMat, BaselineMatXYZ[:, k, n])
        TaugMat[k, n] = uvwMat[2, k, n].item() / f0
```

Figura 4.4: Calcolo della matrice di coefficienti τ_g

Il calcolo del ritardo geometrico viene ripetuto per tutte le baseline $\vec{b}_{i,j}$ formate da ogni coppia di antenne i, j dell'array, con $i, j = 1, 2, ..., (N_{Ant})$, in cui N_{Ant} è il numero di antenne. Viene quindi creata la matrice quadrata, di dimensioni N_{Ant} x N_{Ant}, i cui elementi sono i $\tau_{g(i,j)}$ di ogni baseline dell'array. Tale matrice è antisimmetrica. Poiché si è interessati solo ai ritardi relativi all'antenna di riferimento *nref*, definita negli input della funzione, dalla matrice si estrae il vettore corrispondente alle baseline aventi tale antenna come riferimento: $\vec{\tau_g} = (\tau_{g(1,nref)}, \tau_{g(2,nref)}, \ldots, \tau_{g(N_{Ant},nref)})^T$. La correzione di fase geometrica (in radianti) da applicare all'antenna *j-esima* per compensare il ritardo geometrico $\tau_{g(j)}$ è data da:

$$\Phi_j^{geom} = -\omega \tau_{g(j)} \tag{4.6}$$

con $\omega = 2\pi f$, dove f è la frequenza in Hz del canale considerato. Per definizione, l'antenna di riferimento ha sempre fase nulla: $\Phi_{nref}^{geom} = 0$. Le correzioni di fase geometrica costituiscono gli elementi del vettore di fase geometrica $\vec{\Phi}^{geom} = (\Phi_1^{geom}, \Phi_2^{geom}, \ldots, \Phi_{N_{Ant}}^{geom})^T$. Al vettore delle correzioni di fase geometrica $\vec{\Phi}^{geom}$ viene sommato il vettore delle correzioni di fase strumentale $\vec{\Phi}^{instr}$, che è fornito in input alla funzione, ottenendo così il vettore di fase totale, comprensivo di entrambe le correzioni: $\vec{\Phi}^{total} = \vec{\Phi}^{geom} + \vec{\Phi}^{instr}$. È utile notare che i coefficienti di correzione strumentali (di fase e ampiezza), al contrario dei coefficienti geometrici di fase, non sono deterministici e quindi vanno stimati attraverso misure sperimentali, dette *calibrazioni*. Tipicamente queste vengono effettuate prima dell'inizio di ogni campagna osservativa attraverso una specifica procedura che si basa sull'osservazione di opportune sorgenti astronomiche denominate *calibratori*.

Infine, il vettore dei coefficienti di beamforming $\vec{w}$ (che come detto coincide con il vettore di steering) include sia la correzione geometrica sia quella strumentale e viene costruito utilizzando la rappresentazione esponenziale dei numeri complessi. Tale vettore ha come ampiezza quella del vettore di correzione d'ampiezza strumentale $\vec{a}^{instr}$ e come fase il vettore di fase totale $\vec{\Phi}^{total}$:

$$\vec{w} = \vec{a}^{instr} \odot e^{j\vec{\Phi}^{total}} \tag{4.7}$$

dove $\odot$ indica il prodotto elemento per elemento dei due vettori colonna e j rappresenta l'unità immaginaria.

Il vettore $\vec{w}$ a valori complessi è valido per uno specifico canale frequenziale. La procedura di calcolo viene ripetuta per i 22 canali e i vettori ottenuti sono formattati opportunamente in una matrice a valori complessi che costituisce l'output della funzione.

```
        GeomPhaseMatRad = -omega * TaugMat
        GeomPhaseMatRad = np.where(GeomPhaseMatRad== -0.0, 0.0, GeomPhaseMatRad)
        GeomPhaseVecRad = GeomPhaseMatRad[nref, :].reshape(-1, 1)
        GeomPhaseVecRad = -GeomPhaseVecRad
        InstrPhaseSolutionVecRad = np.angle(InstrCalibCoeff[:, nc].reshape(-1, 1))
        array_angle = InstrPhaseSolutionVecRad + GeomPhaseVecRad
        TrackingCoeffPhaseRad = np.mod(array_angle, 2 * np.pi)
        TrackingCoeffAmplitude = np.abs(InstrCalibCoeff[:, nc].reshape(-1, 1))
        TrackingComplexCoeff = TrackingCoeffAmplitude * np.exp(1j * TrackingCoeffPhaseRad)
        TrackingCoeffReal = np.real(TrackingComplexCoeff)
        TrackingCoeffImag = np.imag(TrackingComplexCoeff)
```

Figura 4.5: Estrazione dei coefficienti complessi di $\vec{w}$

Nella parte iniziale della funzione vengono utilizzate due funzionalità della libreria AstroPy. La prima è la classe *Time* (del pacchetto *astropy.time*), che serve a manipolare date e tempi. Grazie ai metodi di Time, è possibile convertire date e tempi in diverse scale temporali e unità di misura (nel lavoro svolto si è utilizzata la scala di tempo UTC, Tempo Universale Coordinato), espressi in vari formati (ISO, ISOT, JD, Unix, . . .).

```
tObsTime=Time(ObsTime,format='isot',scale='utc')

jdObs=tObsTime.jd
outPosixTime=tObsTime.unix
outPosixTimeString=f'{outPosixTime:.6f}'
```

Figura 4.6: Utilizzo di Time di AstroPy

In particolare, il tempo di osservazione fornito come input in UTC viene trasformato in oggetto "tempo" nel formato ISOT (YYYY-MM-DDT hh:mm:ss.ssssss) e vengono utilizzati i metodi *jd* e *unix* per trasformarlo in Giorni Giuliani e in tempo Unix (offset in secondi non-intercalari dalla mezzanotte di giovedì 1° gennaio 1970, per un allineamento al giorno solare medio).

La seconda funzionalità è, invece, la classe *EarthLocation*, utilizzata per creare un oggetto che rappresenta la posizione dell'osservatore sulla Terra. I metodi di questa classe permettono di trasformare la posizione in diversi sistemi di coordinate (geocentriche, geodetiche, ...) e forniscono altre informazioni relative a quella specifica località.

```
#Oggetto location dell'osservatore
obs_location = EarthLocation(lon=LongitudeDeg, lat=LatitudeDeg)
```

Figura 4.7: Utilizzo di EarthLocation di AstroPy

4.2 Librerie SOFA e trasformazione di coordinate

In questa sezione si descrive l'utilizzo degli input aggiuntivi della funzione Python sviluppata e, per farlo, si introducono le librerie SOFA (Standards of Fundamental Astronomy).

SOFA sono librerie software sviluppate dall'International Astronomical Union (IAU) che hanno lo scopo di stabilire e mantenere accessibile una raccolta di algoritmi e routine che implementano modelli standard per procedure astronomiche fondamentali ([9]). Le librerie SOFA contengono 192 routine (integrate da altre 55 routine di supporto) in Fortran 77 e ANSI C che sono aggiornate periodicamente dalla IAU. Tali routine coprono molteplici aree di interesse: scale di tempo, moto proprio, cataloghi stellari, coordinate e trasformazioni astrometriche, polodìa, precessione e nutazione. È su queste ultime, in particolare, che si è lavorato in questa tesi.

Nella funzione in Matlab, utilizzata attualmente, le coordinate equatoriali celesti dell'oggetto da osservare sono date in input considerandole riferite all'epoca standard J2000. Il programma provvede quindi ad applicare le trasformazioni, analoghe a quelle che abbiamo descritto nei Paragrafi 3.5 e 3.6, per ottenere le coordinate di puntamento al tempo di osservazione. Questo procedimento è svolto grazie a delle subroutine in Matlab che prendono in considerazione gli effetti della precessione, nutazione e aberrazione. Per la parte inerente alla precessione e nutazione, tali routine utilizzano gli algoritmi implementati nel 1996 dal Rutherford Appleton Laboratory e convertiti in Matlab nel 2013 da N. Razavi Ghods (Università di Cambridge). Invece, per gli effetti dell'aberrazione, la funzione fa uso di una versione in Matlab della routine in IDL (Interactive Data Language) basata sugli algoritmi di Jean Meeus ([10]). Pertanto, le trasformazioni applicate dalla funzione Matlab, al contrario delle routine SOFA, non sono aggiornate allo stato dell'arte e, inoltre, non tengono conto di altri effetti quali la rifrazione atmosferica.

In questo lavoro si è deciso di implementare gli algoritmi di trasformazione dalle coordinate al J2000 a quelle attuali in modo che fossero i più accurati disponibili.

Per raggiungere questo obiettivo, nel codice Python sono state integrate le routine SOFA, utilizzando in particolare la libreria *PyMsOfa*. Questo pacchetto Python implementa tutte le 247 routine dell'ultima versione di SOFA (rilasciata l'11 ottobre 2023). PyMsOfa fornisce un'interfaccia (wrapper) per accedere in Python alle funzioni esterne della libreria SOFA scritte in linguaggio C ([11]). Le due routine SOFA utilizzate in questo programma sono *iauDtf2d* e *iauAtco13*. Al fine di garantire la versatilità del codice sviluppato, le funzioni sono state inizializzate in modo da accettare in input sia valori singoli sia array numerici. Grazie all'utilizzo del metodo *vectorize* fornito dalla libreria NumPy, il programma è in grado di operare su array di dati, restituendo in output un array di risultati.

La routine iauDtf2d prende in input il tempo dell'osservazione (anno, mese, giorno, ora, minuti e secondi) nella scala di tempo UTC e restituisce quest'ultimo in formato di Data Giuliana a 2 componenti (Giorni Giuliani per la prima componente e frazione di giorno per la seconda). In questo modo, si riesce a garantire una maggiore precisione rispetto a quando si esprime la Data Giuliana con un solo valore numerico, come nel caso della funzione

Matlab. Inoltre, questo passaggio permette la corretta chiamata della routine iauAtco13 che richiede in input due valori distinti di parte intera e parte frazionaria del Giorno Giuliano.

```
vectorized_jd1_jd2=np.vectorize(lambda y,m,d,h,mm,s: sf.pymDtf2d(b'UTC',y,m,d,h,mm,s))
Epoch2_jd1_UTC,Epoch2_jd2_UTC=vectorized_jd1_jd2(year2,month2,day2,hour2,minute2,second2)
```

Figura 4.8: Vettorizzazione della routine iauDtf2d

La routine iauAtco13, invece, calcola le coordinate osservate (direzione di arrivo del segnale) alla data e posizione specificate in input. Questa funzione richiede numerosi parametri di ingresso, che vengono di seguito elencati e descritti:

1. ascensione retta (RA) e declinazione (Dec) al J2000 (in radianti);
2. moto proprio in RA (radianti/anno);
3. moto proprio in Dec (radianti/anno);
4. parallasse (arcosecondi);
5. velocità radiale (km/s);
6. jd1 e jd2 calcolati con la precedente routine;
7. dUT1 (secondi);
8. longitudine, latitudine (radianti) e altitudine del luogo di osservazione (metri);
9. coordinate del moto polare (radianti);
10. pressione atmosferica (hPa), temperatura (°C) e umidità relativa del luogo di osservazione;
11. lunghezza d'onda del segnale incidente (micrometri).

Tra questi parametri, il dUT1 (punto 7.) richiede particolare attenzione, poiché l'irregolarità della rotazione terrestre impone un ricalcolo specifico per ogni tempo di osservazione. I valori di dUT1 sono pubblicati periodicamente dal servizio IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) con una precisione di 0.1 s. Utilizzando AstroPy, è possibile scaricare automaticamente i bollettini tramite le classi Time e IERS_A e la funzione download_file, selezionando il valore corrispondente alla data fornita.

```python
#Calcolo del dUT1
from astropy.time import Time
from astropy.utils.iers import IERS_A
from astropy.utils.data import download_file

# Download the IERS A file if it's not already available
iers_a_url = "https://maia.usno.navy.mil/ser7/finals2000A.all"
iers_a_file = download_file(iers_a_url, cache=True)

# Open the IERS A table
iers_a = IERS_A.open(iers_a_file)

# Define the date for which you want to calculate dUT1 (for example, current date)
time2 = Time(val=Epoch2_jd1_UTC, val2=Epoch2_jd2_UTC, format='jd', scale='utc')

# Get the dUT1 value from IERS for the given date
dUT1_2=iers_a.ut1_utc(time2)
```

Figura 4.9: Download dei bollettini IERS per il calcolo del dUT1

Gli output della routine iauAtco13 sono: azimut, distanza zenitale, angolo orario, declinazione e ascensione retta osservate (tutte in radianti) e l'equazione degli equinozi (radianti).

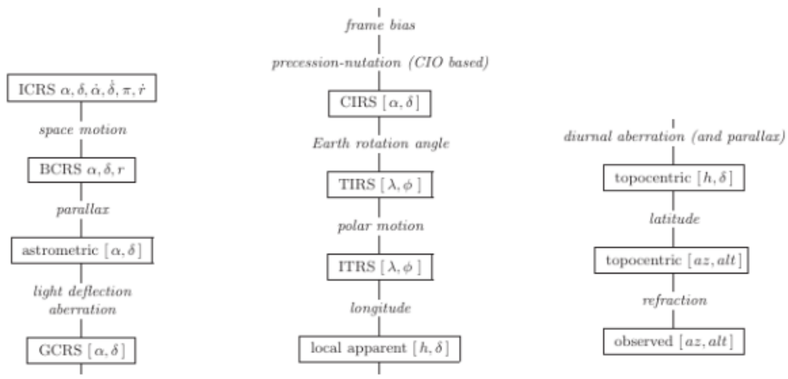

Figura 4.10: Sequenza delle trasformazioni applicate dalla routine SOFA

Per ottenerli, il programma applica diverse trasformazioni in sequenza considerando i seguenti effetti: parallasse, aberrazione della luce, precessione e nutazione, rotazione terrestre, polodìa, aberrazione e parallasse diurne e, infine, rifrazione atmosferica.

Tornando ai parametri di ingresso aggiuntivi della funzione Tracking Coefficients, implementata usando Astropy, descritti nel precedente paragrafo 4.1 (input dal 2. al 7.), essi servono proprio per poter chiamare la routine iauAtco13. Gli unici valori da modificare, che vengono quindi trattati all'interno del corpo della funzione, sono quelli relativi al moto proprio della sorgente in ascensione retta. Infatti, si passa in ingresso μ_α considerando, per convenzione, incluso anche il fattore $\cos\delta$. Per contro, la routine SOFA assume il dato senza questo fattore moltiplicativo. Per questo, prima della chiamata, il parametro viene trasformato mediante l'operazione: $\arctan\left(\frac{\mu_\alpha}{\cos\delta}\right)$.

```
#Conversione il moto proprio da mas/yr a radians/yr
pmr1 = np.arctan2(MuAlpha * DMAS2R, np.cos(dec1)) #Moto proprio in RA
                                                  #[rad/yr]
pmd1 = MuDelta * DMAS2R #Moto proprio in Declination [rad/yr]
```

Figura 4.11: Conversione dei parametri per il moto proprio della sorgente in ascensione retta e declinazione

L'adattamento di tutti gli altri parametri in input si limita solo a cambi di unità di misura, effettuati utilizzando i fattori di conversione disponibili direttamente nelle librerie SOFA.

L'utilizzo di questa funzione, permette di ottenere delle coordinate dell'oggetto celeste da osservare più precise rispetto a quelle calcolate in precedenza. Di seguito vengono analizzati nel dettaglio gli elementi migliorativi e si mostra come questi possono effettivamente aumentare l'efficienza complessiva del programma.

4.3 Analisi degli errori di puntamento

Per verificare che l'implementazione delle routine del pacchetto PyMsOfa nella funzione Python fosse corretta, questa è stata testata confrontandone gli output con quelli ottenuti con la versione di SOFA in Fortran 77. In particolare, sono stati generati dei parametri casuali come input a entrambe le funzioni, confrontando i risultati prodotti. Le differenze rilevate negli output sono risultate inferiori a 10^{-16} radianti (ossia 10^{-14} gradi).

Successivamente, è stato eseguito un confronto tra le coordinate calcolate dalla precedente funzione Matlab e quelle ottenute dalla nuova implementazione in Python. Questo confronto è stato finalizzato a valutare l'entità degli scostamenti tra i risultati precedenti e le coordinate effettive verso cui sarebbe stato necessario puntare il telescopio. Si è inoltre indagato in quali casi gli errori introdotti dal vecchio metodo influenzassero significativamente la direzione di puntamento del beamformer rispetto al caso ideale.

Nell'esempio specifico del radiotelescopio Croce del Nord, il campo di vista ($\sim$6.3° in EW e $\sim$5.3° in NS) è sempre molto piccolo ($\ll 1$ radiante) e si può quindi considerare valida l'approssimazione planare per la misurazione delle distanze angolari sulla sfera celeste.

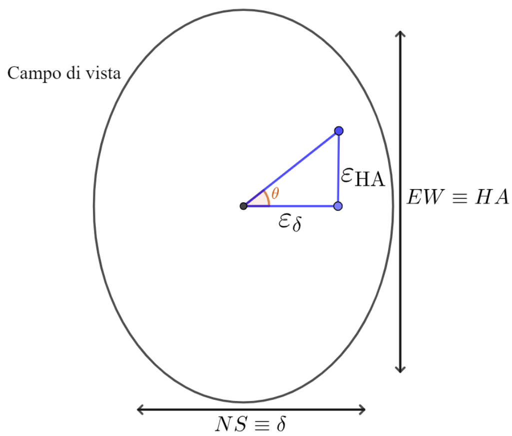

Figura 4.12: Approssimazione planare degli spostamenti angolari nel campo di vista della Croce del Nord

Inoltre, essendo le osservazioni della Croce del Nord limitate a regioni di cielo molto vicine al meridiano locale, uno spostamento in direzione Nord-Sud si può approssimare a uno spostamento in declinazione e, analogamente, uno spostamento in direzione Est-Ovest corrisponde approssimativamente a uno spostamento lungo l'ascensione retta (o l'angolo orario).

Si assuma che $\left(\hat{\alpha}, \hat{\delta}, \hat{\mathrm{HA}}\right)$ siano le coordinate corrette di puntamento (prodotte dalla funzione Python) e $(\alpha, \delta, \mathrm{HA})$ quelle generate dalla funzione Matlab. Si definiscano gli errori angolari di puntamento come:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\delta &= \delta - \hat{\delta} \\ \varepsilon_{\mathrm{HA}} &= \left(\mathrm{HA} - \hat{\mathrm{HA}}\right) \cos \hat{\delta}. \end{aligned} \tag{4.8}$$

L'ampiezza del beam di un radiotelescopio può essere espressa convenzionalmente in termini di Full Width at Half Maximum (FWHM), che rappresenta la larghezza angolare del beam stesso in cui la potenza ricevuta da un segnale è la metà rispetto al suo valore massimo.

Questo valore viene calcolato lungo gli assi principali del piano che in questo caso coincidono con gli assi lungo la direzione est-ovest e nord-sud. Per il beam formato da una schiera di antenne, la FWHM dipende, oltre che dalle dimensioni della schiera stessa, anche dalla posizione della sorgente. In particolare, poiché la Croce del Nord è un radiotelescopio di transito, che osserva quindi in prossimità del meridiano locale, le dimensioni della FWHM_{EW} si possono considerare con buona approssimazione costanti, pari a circa 1.64°. Invece, la FWHM_{NS} è funzione del numero di cilindri, combinati per formare il beam, e dell'elevazione della sorgente.

Definendo la distanza zenitale d_Z di un punto sulla sfera celeste come la sua distanza angolare dallo Zenit dell'osservatore, la sua elevazione si può calcolare come:

$$el = 90^\circ - d_Z. \tag{4.9}$$

La Full Width Half Maximum in direzione NS del beam sintetizzato, espressa in radianti, è data da:

$$\mathrm{FWHM}_{NS} = 1.02\frac{\lambda}{D\sin(el)} \tag{4.10}$$

in cui D è la dimensione lineare in direzione NS della parte della Croce del Nord utilizzata per sintetizzare il beam e λ è la lunghezza d'onda del segnale.

Nel caso della Croce, con lunghezza d'onda di osservazione a centro banda $\lambda = 0.735$ m circa (frequenza 408 MHz), i valori di FWHM sono riportati nella seguente tabella, assumendo un'elevazione di 90°, cioè per un'osservazione allo Zenit, e prendendo in esame diverse configurazioni di array:

	EW	NS
8 cilindri	1.64°	0.48°
16 cilindri	1.64°	0.24°
32 cilindri	1.64°	0.12°
64 cilindri	1.64°	0.06°

Tabella 4.1: FWHM allo Zenit

Per convenzione si considera che un telescopio punti correttamente quando gli errori di puntamento (in termini di distanza angolare) sono inferiori a un decimo della FWHM del beam ([14]). Nell'analisi condotta in questa tesi, si è preso un campione casuale di n coordinate equatoriali al J2000 e sono state convertite in coordinate di puntamento al tempo dell'osservazione con la funzione in Python e con quella in Matlab. Affinché con le coordinate generate dalla funzione in Matlab si rispetti la condizione di corretto puntamento, si deve avere:

$$\max(|\varepsilon_{\mathrm{HA}}|) < \frac{1}{10}\mathrm{FWHM}_{\mathrm{EW}}, \tag{4.11}$$

$$\max(|\varepsilon_{\delta}|) < \frac{1}{10}\mathrm{FWHM}_{\mathrm{NS}}. \tag{4.12}$$

Nell'equazione (4.12) si è considerato il caso più conservativo in cui la FWHM_{NS} è minima, ossia calcolata per una sorgente allo Zenit. Tuttavia, si può effettuare un'analisi più realistica mettendo a confronto l'errore di puntamento con l'effettiva dimensione del beam in quella specifica direzione.

Si dovrà, allora, per ogni puntamento verificare che

$$|\varepsilon_\delta\,(\alpha,\delta,t_{obs})| < \frac{1}{10}\mathrm{FWHM}_{\mathrm{NS}}(el\,(\alpha,\delta,t_{obs})), \tag{4.13}$$

in cui si utilizza la trasformazione dalle coordinate equatoriali (α, δ) a quelle altazimutali al tempo t_{obs} dell'osservazione per ottenere l'elevazione del puntamento e da questa, infine, la FWHM_{NS} calcolata per mezzo dell'equazione (4.10).

4.4 Analisi dei risultati

Inizialmente, si è implementata una funzione in Matlab per generare n punti casuali distribuiti uniformemente su una sfera, utile per simulare le coordinate equatoriali (ascensione retta e declinazione) di oggetti distribuiti casualmente nel cielo. Per rappresentare punti del cielo effettivamente osservabili dalla Croce del Nord, si sono poste delle limitazioni alla declinazione, che è stata ristretta all'intervallo tra 0° e 85° (lasciando uno spazio vuoto attorno al Polo Nord Celeste per evitare problemi legati alla vicinanza del punto di singolarità nelle coordinate equatoriali). I risultati riportati di seguito sono relativi a una simulazione effettuata generando 10000 punti sulla sfera celeste.

Successivamente, con l'utilizzo di un altro programma sviluppato in Matlab, per ogni punto generato dal simulatore, si è aggiunto il tempo in formato ISOT corrispondente al passaggio di tale punto nel campo di vista del radiotelescopio. Da questa procedura si è ottenuto un file in formato csv costituito da tre colonne: RA al J2000, Dec al J2000 e tempo di osservazione UTC.

I valori delle coordinate al J2000 e dei corrispondenti tempi di osservazione dei punti della simulazione sono stati utilizzati come input per le funzioni *Tracking Coefficients* in Matlab e in Python. Queste hanno prodotto in output un file in formato csv contenente 3 colonne: ascensione retta, declinazione e angolo orario, tutte calcolate all'epoca dell'osservazione. Poiché la funzione in Matlab, al contrario della funzione in Python, non implementa la possibilità di calcolare gli effetti della rifrazione atmosferica, in prima istanza si sono comparati gli output delle due funzioni escludendo gli effetti della rifrazione. In questo primo test si sono quindi presi in considerazione solamente gli effetti dovuti a precessione, nutazione e aberrazione della luce. Per escludere dalla funzione in Python il calcolo degli effetti rifrattivi, si è chiamata tale funzione ponendo a zero i valori in input di pressione atmosferica, temperatura e umidità relativa.

Al termine di questa fase si sono ottenuti quindi due file in formato csv a 3 colonne, il primo prodotto dalla funzione in Matlab contenente (RA, Dec, HA) al tempo di osservazione per ogni punto della simulazione e il secondo contenente le stesse coordinate $(\hat{\alpha}, \hat{\delta}, \hat{\mathrm{HA}})$ calcolate dalla funzione in Python. Con questi due set di coordinate si è effettuato il calcolo di ε_δ e $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$, come definito in (4.8), per ogni punto della simulazione.

Come spiegato in precedenza, si sono confrontati questi errori di puntamento con l'ampiezza angolare del decimo di beam e si è ottenuto che le condizioni (4.11) e (4.12) sono soddisfatte per tutte le configurazioni del radiotelescopio (utilizzando cioè 8, 16, 32 o 64 cilindri del ramo Nord-Sud). Anche l'analisi più realistica, che tiene conto della dipendenza della FWHM_{NS} dall'elevazione, ha confermato che la (4.13) è sempre soddisfatta. L'output del programma di test in forma testuale è mostrato in Figura 4.13, dove si può notare che l'errore massimo in HA e Dec è dell'ordine di 10^{-4} gradi e che la condizione di precisione di puntamento richiesta è sempre soddisfatta.

```
HA ok, max err HA: 0.00020343354445095783 indice: 3926
Dec ok per 8 cilindri, max err Dec: 5.7050462050511896e-05 indice: 50
Dec ok per 16 cilindri, max err Dec: 5.7050462050511896e-05 indice: 50
Dec ok per 32 cilindri, max err Dec: 5.7050462050511896e-05 indice: 50
Dec ok per 64 cilindri, max err Dec: 5.7050462050511896e-05 indice: 50
```

Figura 4.13: Risultati del confronto senza atmosfera

I risultati ottenuti in questo test sono stati anche rappresentati graficamente per mostrare la distribuzione degli errori di puntamento della funzione

Matlab e la loro eventuale dipendenza dalle diverse quantità in gioco. La Figura 4.14 rappresenta gli errori di puntamento in declinazione ε_δ in funzione della declinazione stessa.

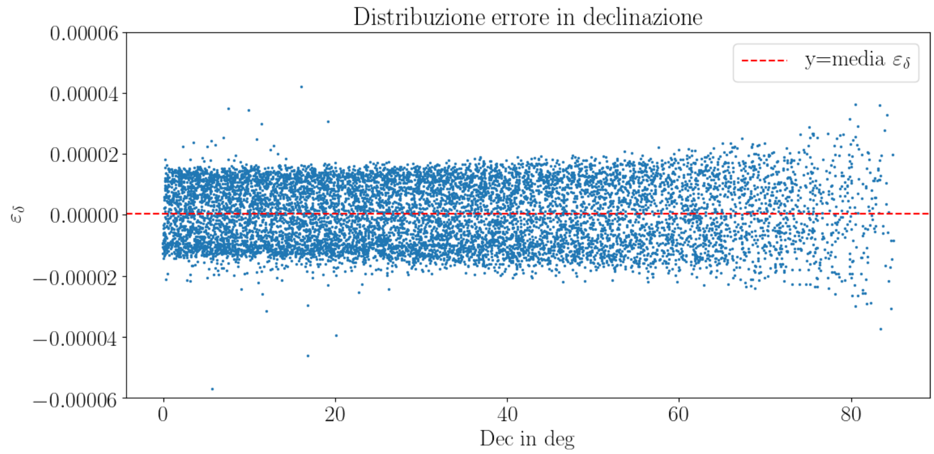

Figura 4.14: Errore di puntamento in declinazione in funzione di δ

Si noti che ε_δ al variare della declinazione crea una nube attorno alla media (che ha il valore di $3.756 \cdot 10^{-7}$ gradi) e il valore assoluto di tale errore non supera mai $5.7 \cdot 10^{-5}$ gradi. La dispersione degli errori sembra aumentare alle alte declinazioni.

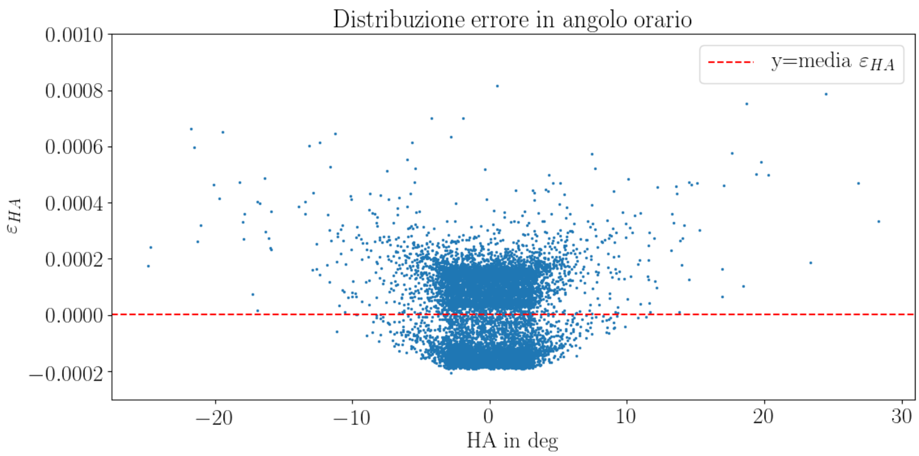

Figura 4.15: Errore di puntamento in angolo orario in funzione di HA

La Figura 4.15 mostra, invece, la distribuzione degli errori di puntamento in angolo orario, cioè $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$, in funzione di HA. In questo caso, si ha un limite inferiore dell'errore di puntamento che si aggira intorno a -0.000203° e gli errori rimangono principalmente confinati attorno a un valore medio in HA di $3.423 \cdot 10^{-6}$ gradi.

Infine, il grafico in Figura 4.16 mostra la distribuzione degli errori di puntamento ε_δ e $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$ in entrambe le direzioni.

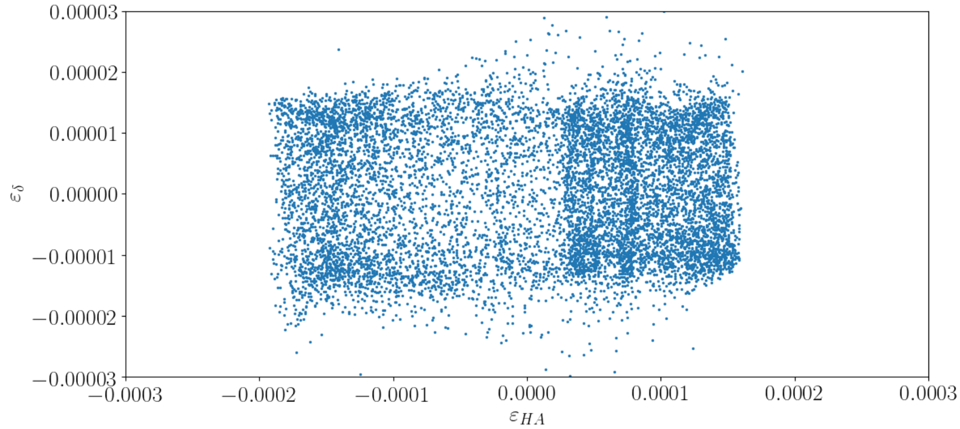

Figura 4.16: Errori di puntamento in HA (sull'asse x) e in declinazione (sull'asse y)

Questa prima analisi mostra che, nel caso in cui non si consideri l'effetto della rifrazione dell'atmosfera, le modifiche apportate con la funzione in Python non hanno migliorato in maniera significativa il puntamento del beam rispetto alla funzione in Matlab. Infatti, la routine in Matlab produce degli errori di puntamento rispetto alle direzioni corrette fornite dalla routine in Python che rimangono ben al di sotto del limite del decimo di beam.

Ovviamente, però, la situazione reale è molto diversa da quella ideale senza l'effetto dell'atmosfera. Si è dunque passati a effettuare la stessa analisi confrontando però, questa volta, i risultati ottenuti dalla funzione in Matlab con quelli ottenuti mediante la funzione in Python, includendo l'effetto della rifrazione e variando i valori in input di pressione, temperatura e umidità relativa dell'atmosfera. Per rendere più realistica la simulazione, i valori dei parametri atmosferici sono stati calcolati come media dei valori giornalieri rilevati dalla stazione meteorologica del radiotelescopio di Medicina nell'anno 2022/2023. Inoltre, viste le grandi differenze nei diversi periodi dell'anno, si è deciso di considerare separatamente i valori medi nelle quattro stagioni. I valori utilizzati sono riportati in Tabella 4.2.

	Pressione (hPa)	Temperatura (°C)	Umidità relativa
Inverno	1017.7171	6.7048	0.807985
Primavera	1012.3835	15.8588	0.727449
Estate	1012.4302	25.1731	0.609244
Autunno	1012.1342	12.4468	0.762071

Tabella 4.2: Valori medi per stagione di pressione atmosferica, temperatura e umidità relativa alla stazione radioastronomica di Medicina (anno 2022/2023)

In Figura 4.17, si riportano i risultati ottenuti dal programma di test con i valori atmosferici invernali. Come si può notare, ci sono delle configurazioni dell'array in cui gli errori di puntamento non soddisfano la condizione richiesta per avere un puntamento corretto.

```
HA ok, max err HA: 0.008160095022859587 indice: 6989
Dec ok per 8 cilindri, max err Dec: 0.01810576456314225 indice: 2368
Dec ok per 16 cilindri, max err Dec: 0.01810576456314225 indice: 2368
Dec non soddisfa per 32 cilindri, max err Dec: 0.01810576456314225 indice: 2368
Dec non soddisfa per 64 cilindri, max err Dec: 0.01810576456314225 indice: 2368
```

Figura 4.17: Risultati del confronto con valori atmosferici medi invernali

Più in dettaglio, per quanto riguarda gli errori di puntamento in HA, la situazione, come si vede in Figura 4.18, cambia in maniera significativa rispetto al caso senza atmosfera. Tuttavia, tali errori rimangono abbastanza piccoli e continuano a soddisfare la condizione del decimo di beam (4.11). Il massimo errore assoluto in HA è infatti di 0.008°, mentre la media dell'errore è $-5.835 \cdot 10^{-6}$ gradi. Si nota anche che vi è una forte dipendenza di tale errore dall'angolo orario stesso e che tale errore tende ad aumentare in valore assoluto spostandosi verso i bordi del campo di vista in HA.

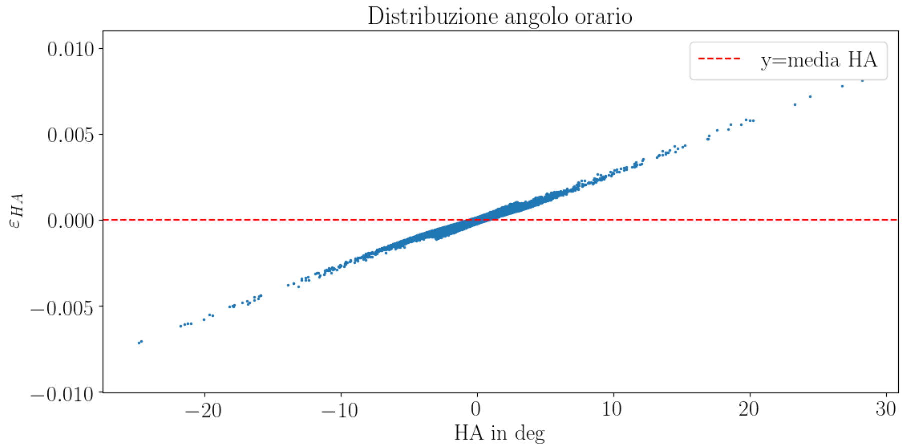

Figura 4.18: Distribuzione degli errori di puntamento in angolo orario in funzione di HA

L'errore in declinazione, invece, cambia in maniera molto più rilevante considerando l'effetto dell'atmosfera. Infatti, l'errore assoluto massimo di puntamento in declinazione arriva fino a circa 0.018°.

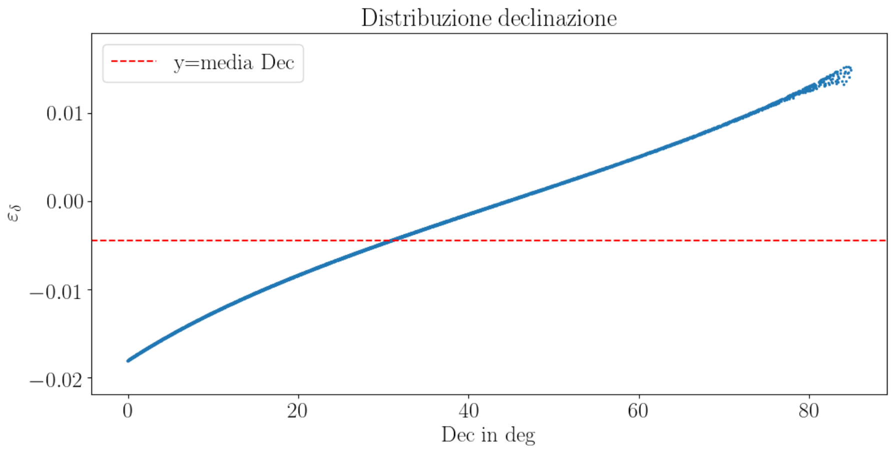

Figura 4.19: Distribuzione dell'errore in declinazione in funzione di δ

La distribuzione di tale errore di puntamento in funzione della declinazione stessa è mostrata in Figura 4.19. Questa segue un profilo che taglia la media ($-4.450 \cdot 10^{-3}$ gradi) e si allontana significativamente da essa sia andando verso una declinazione di 0° sia verso i 90°. Ciò avviene perché, allontanandosi dallo zenit, corrispondente a una declinazione di circa 44.5° per la Croce del Nord, e muovendosi verso angoli piccoli di elevazione, aumenta l'effetto rifrattivo dell'atmosfera.

In particolare, tornando ai risultati ottenuti in output dal programma di test (Figura 4.17), si nota che la condizione (4.12) è soddisfatta nel caso di 8 e 16 cilindri, ma risulta non valida quando si utilizzano 32 o 64 dei cilindri del ramo Nord-Sud della Croce del Nord. Infatti, più è grande l'array in uso, minore è l'estensione angolare del beam, $\mathrm{FWHM}_{\mathrm{NS}}$, visto che essa è inversamente proporzionale alle dimensioni del sistema.

In Figura 4.20, si sono rappresentati graficamente il massimo del valore assoluto dell'errore in declinazione ε_δ al variare della declinazione e i valori di soglia che rappresentano l'ampiezza angolare del decimo di beam in direzione NS per ogni configurazione dell'array, nel caso più conservativo.

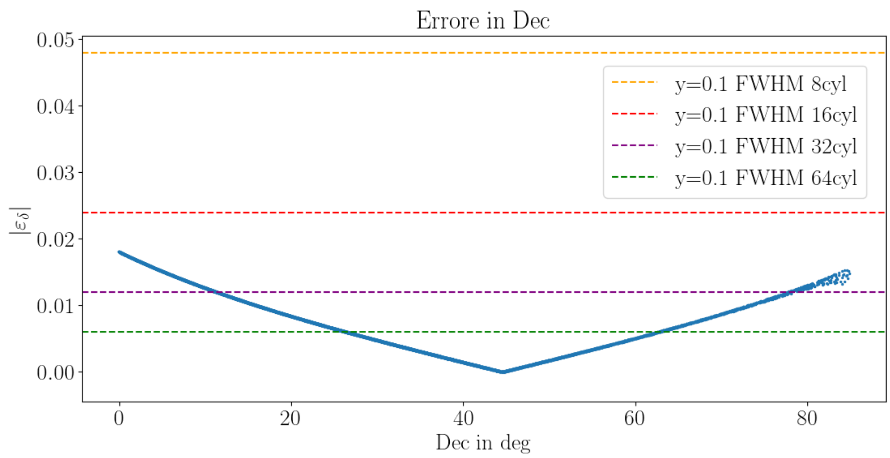

Figura 4.20: Valore assoluto dell'errore in declinazione in funzione della declinazione stessa *(punti blu)* e valori di soglia *(linee orizzontali tratteggiate)* per varie configurazioni di array

È immediato notare dal grafico che nelle ultime due configurazioni (32 e 64 cilindri) il massimo del valore assoluto dell'errore di puntamento supera il valore di soglia e il puntamento è dunque troppo distante dalle coordinate corrette se viene utilizzata la routine in Matlab.

Per simulare un caso più realistico in cui si tiene conto delle variazioni delle dimensioni del beam in funzione dell'elevazione, è stata analizzata puntualmente, con i valori di $\varepsilon_\delta(\alpha, \delta, t_{obs})$, la validità della condizione (4.13). Rispetto all'analisi precedente che, per semplicità, considerava il caso più conservativo, assumendo la dimensione angolare minima del beam, indipendentemente dall'elevazione effettiva del puntamento, in questo caso si tiene conto di tale dipendenza. Per farlo, si salva nel file csv, prodotto dalla routine Python, anche la distanza zenitale calcolata dalla routine iauAtco13 della libreria SOFA e da questo valore angolare si ottiene l'elevazione di osservazione mediante l'equazione (4.9). Si calcola poi la percentuale dei puntamenti simulati che non rispettano la condizione (4.13).

Per il caso invernale i risultati sono stati i seguenti:

```
Percentuale errori in Dec 8: 0.0 %
Percentuale errori in Dec 16: 0.0 %
Percentuale errori in Dec 32: 6.31 %
Percentuale errori in Dec 64: 52.7 %
```

Figura 4.21: Percentuale di coordinate che non soddisfano la condizione (4.13)

Come ci si aspetta dai risultati sul massimo valore di $|\varepsilon_\delta|$, per le configurazioni della Croce del Nord a 8 e 16 cilindri, la condizione di corretto puntamento è sempre rispettata. Aumentando invece la lunghezza degli array ci sono molte coppie di coordinate che hanno un'errore di puntamento troppo grande, fino ad arrivare alla configurazione a 64 cilindri per cui più della metà dei punti generati non soddisfa la condizione del decimo di beam.

Per chiarire meglio questa dipendenza dell'errore di puntamento dall'elevazione, determinato dalla rifrazione atmosferica, si è prodotta la Figura 4.22 che mostra gli errori ε_δ e $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$ in funzione dell'angolo di elevazione.

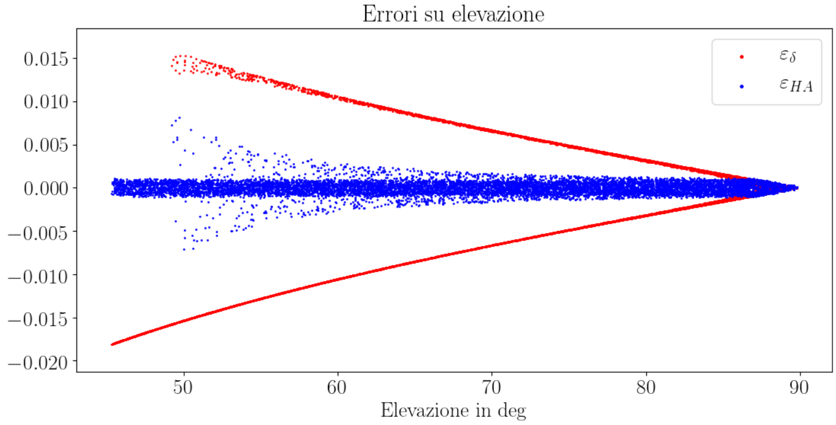

Figura 4.22: Errori di puntamento ε_δ e $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$ al variare dell'elevazione

Dal grafico si nota che l'errore di puntamento è tanto più alto quanto più è bassa sull'orizzonte la sorgente da osservare. Tale fenomeno si ha sia per ε_δ sia per $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$. In quest'ultimo caso, come già notato, gli errori sono piuttosto contenuti, mentre per la declinazione si ottengono errori di puntamento molto elevati. Con sorgenti a elevazione più bassa, infatti, il segnale ricevuto deve attraversare una porzione di atmosfera più ampia rispetto al caso di una sorgente più vicina allo Zenit. Considerato che gli errori di puntamento in esame sono proprio dovuti alla rifrazione da parte dell'atmosfera, i segnali provenienti da basse elevazioni verranno maggiormente influenzati da essa.

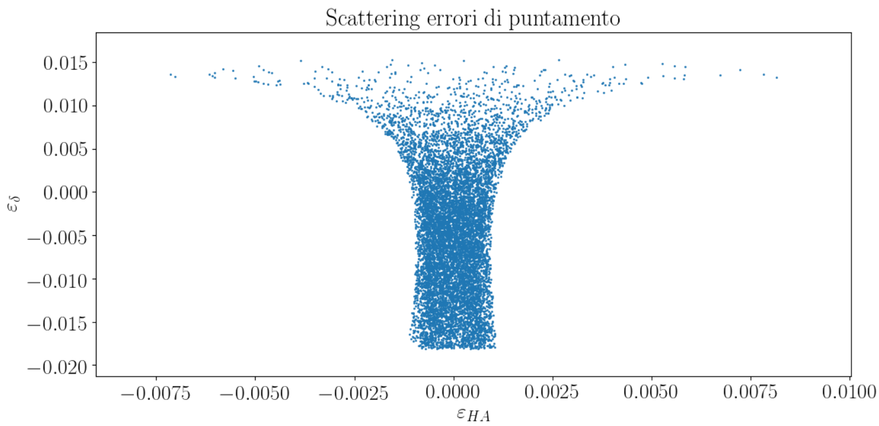

Figura 4.23: Scattering di $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$ (asse x) e ε_δ (asse y) nella stagione invernale

Lo scattering degli errori di puntamento nelle due direzioni, HA e Dec, per tutti i punti simulati è visualizzato in Figura 4.23. Si può notare che, per valori positivi di errore, all'aumentare di ε_δ aumenta anche $|\varepsilon_{\mathrm{HA}}|$.

Quanto discusso finora in questa parte del paragrafo si riferiva a simulazioni effettuate considerando le condizioni atmosferiche medie del periodo invernale alla stazione radioastronomica di Medicina. Si è quindi estesa l'analisi utilizzando anche i valori medi di pressione atmosferica, temperatura e umidità relativa nelle altre tre stagioni dell'anno. Nonostante i singoli valori ottenuti di RA, HA e Dec di puntamento al tempo dell'osservazione e dei corrispondenti errori ε_δ ed $\varepsilon_{\mathrm{HA}}$ siano ovviamente diversi tra le quattro stagioni, l'andamento generale rimane lo stesso, come anche i risultati dei test di validità della condizione di puntamento corretto. Per non essere ripetitivi, non si riportano di seguito i singoli risultati per ogni stagione, ma si preferisce mostrare in Figura 4.24 un plot dello scattering degli errori di puntamento nelle due direzioni HA e Dec, includendo tutte le stagioni, differenziandole per colore dei punti nel plot.

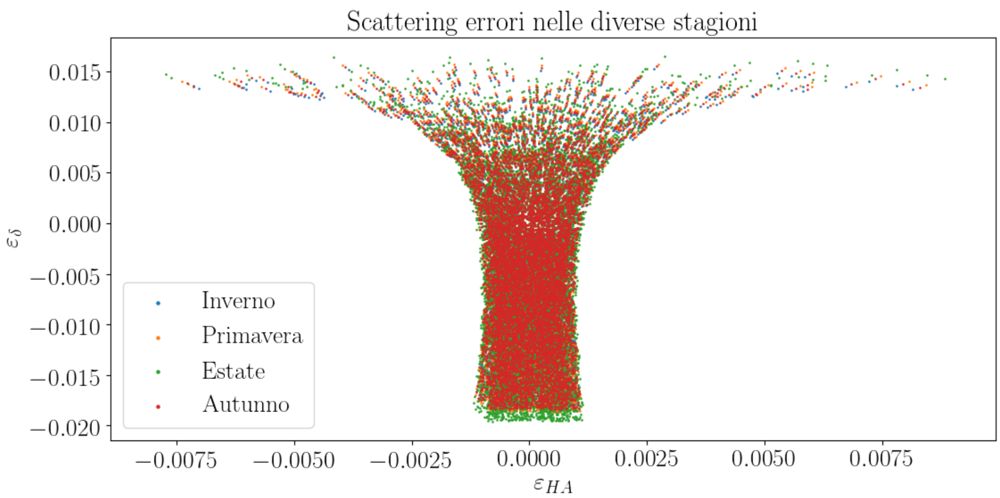

Figura 4.24: Scattering degli errori di puntamento in HA (asse x) e Dec (asse y) al variare della stagione

Come già anticipato, tra le quattro stagioni non si notano differenze sostanziali negli errori di puntamento della routine in Matlab. Si può, tuttavia, osservare che in valore assoluto ε_δ assume valori più alti in estate che negli altri periodi dell'anno.

Si può infine concludere che, relativamente alle configurazioni più estese della Croce del Nord (32 e 64 cilindri), l'effetto rifrattivo dell'atmosfera sui segnali radio ricevuti dalle antenne ha un impatto rilevante sull'accuratezza di puntamento del telescopio. L'utilizzo della funzione che si è sviluppata in Python e che integra le librerie SOFA diventa necessario se non si vogliono commettere errori di puntamento che superino il decimo di beam. In altre parole, finché la configurazione utilizzata per le osservazioni della Croce del Nord prevede solo l'utilizzo di 8 o 16 cilindri del ramo Nord-Sud, il programma di puntamento in Matlab, attualmente in uso, è ancora abbastanza accurato e adeguato. Quando invece verrà ampliato l'array (come è in progetto), diventerà importante utilizzare la funzione in Python, sviluppata in questo lavoro di tesi, per non commettere errori significativi di puntamento.

Capitolo 5

Perdita di coerenza

Quanto descritto nel capitolo precedente assume che sia valida la condizione di beamformer a banda stretta, in cui è possibile compensare i ritardi di arrivo del segnale tra le diverse antenne con delle fasi. Tale condizione è verificata quando:

$$B \cdot \tau_g \ll 1 \tag{5.1}$$

in cui B è la larghezza di banda (Hz) e τ_g è il ritardo geometrico (s) definito dall'equazione (4.1). Questa condizione assicura che il segnale mantenga la sua *coerenza* su tutta la banda. Qualora la condizione (5.1) non fosse rispettata, applicando solo delle fasi al segnale ricevuto, i segnali non si sommerebbero coerentemente su tutta la banda e questo causerebbe un degrado di prestazioni del beamformer, facendo perdere sensibilità al sistema.

È possibile stimare la riduzione di guadagno dell'array beam a causa della perdita di coerenza, attraverso la seguente equazione ([15]):

$$l = \frac{\sin \pi B \tau_g}{\pi B \tau_g} \tag{5.2}$$

dove l è il fattore di efficienza legato alla coerenza del segnale, B indica la larghezza della banda osservata (nell'ipotesi in cui essa sia rettangolare) e τ_g è il ritardo geometrico. Per avere rivelazioni del segnale coerenti e non degradare il guadagno, data una larghezza di banda fissata, si deve avere allora un ritardo contenuto entro certi limiti. Fissando un limite minimo arbitrario di l per una data ampiezza di banda, si cerca dunque di stimare il ritardo massimo per cui la condizione su l sia rispettata:

$$\frac{\sin \pi B\tau_g}{\pi B\tau_g} > l. \tag{5.3}$$

Utilizzando per il seno lo sviluppo in serie di Taylor al terzo ordine, $\sin x = x - \frac{x^3}{3}$, si ottiene:

$$1 - \frac{(\pi B\tau_g)^2}{6} > l. \tag{5.4}$$

Ricavando dalla disequazione il ritardo si ha:

$$|\tau_g| < \sqrt{6(1-l)}\frac{1}{\pi B}. \tag{5.5}$$

Avendo fissato un valore di l, se il ritardo geometrico nel sistema non rispetta la (5.5), allora il segnale perde di coerenza oltre il limite fissato e il guadagno del beam si riduce. Questo si riflette sulle osservazioni effettuate con perdita di sensibilità sul segnale desiderato e maggiore contributo da parte del rumore. Come detto, non è sufficiente agire sulle fasi per formare correttamente il beam, ma è necessario intervenire compensando i ritardi.

5.1 Studio della coerenza per il ramo Nord-Sud

Il ritardo geometrico τ_g per una coppia di elementi della Croce del Nord è tanto più grande quanto più sono distanti i cilindri considerati. Poiché si vuole che la condizione (5.5) sia valida su tutto l'array, in questa analisi si è presa come lunghezza della baseline la distanza tra il primo e l'ultimo cilindro di ogni configurazione dell'array, così da considerare il τ_g massimo. In questo modo, lo studio della coerenza nelle quattro configurazioni del ramo Nord-Sud della Croce è stato eseguito utilizzando come b i valori riportati in Tabella 5.1.

N° CILINDRI	8	16	32	64
LUNGHEZZA BASELINE (m)	70	150	310	630

Tabella 5.1: Lunghezza massima (in metri) della baseline in direzione NS nelle diverse configurazioni della Croce del Nord

Nel sistema ricevente della Croce del Nord, la larghezza di banda in ciascuno dei 22 canali frequenziali è $B = 0.78$ MHz.

Il ritardo geometrico τ_g, come si può constatare dall'equazione (4.1), dipende dall'angolo di arrivo del segnale θ rispetto alla baseline (vedi Figura 4.1). Per un array planare come la Croce del Nord, tale angolo coincide con l'angolo di elevazione che, considerando i limiti meccanici di puntamento dell'antenna, può variare tra 44° e 90°. A parità di lunghezza della baseline, il ritardo massimo si avrà quindi per un'elevazione di 44°.

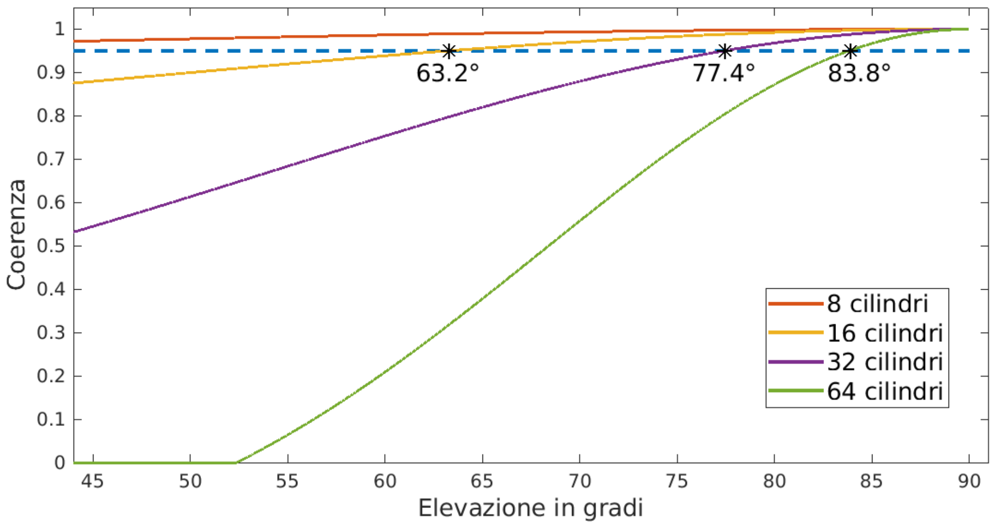

Figura 5.1: Fattore di efficienza legato alla coerenza del segnale l in funzione dell'elevazione per le quattro configurazioni della Croce del Nord. La linea orizzontale blu tratteggiata indica il valore di soglia 0.95

Potendo scegliere un limite inferiore per l, corrispondente alla massima perdita di guadagno accettabile, si è optato per un valore di $l = 0.95$. Così facendo si richiede che l'attenuazione prodotta dalla perdita di coerenza sia inferiore al 5%, che pare essere un valore ragionevolmente plausibile in quanto inferiore o confrontabile con altri fattori di perdita di guadagno (ad esempio l'efficienza di apertura dell'antenna). Come si può vedere dalla Figura 5.1, il fattore di efficienza legato alla coerenza del segnale, l, cambia significativamente in base alla configurazione dell'array utilizzata. Nel caso della configurazione con 8 cilindri (curva rossa), l risulta maggiore del valore di soglia 0.95 (indicato nel grafico dalla linea orizzontale tratteggiata blu) per ogni elevazione di osservazione. Si ha dunque un'attenuazione sempre inferiore al 5% e il segnale rimane quindi coerente nei limiti stabiliti per qualunque elevazione. Nelle altre tre configurazioni dell'array si hanno, invece, elevazioni di puntamento al di sotto delle quali il fattore di efficienza risulta $l < 0.95$. Con l'utilizzo di 16 cilindri (curva gialla) solo con un'elevazione maggiore di 63.2° si ottiene una perdita di guadagno minore del 5%. Tuttavia, bisogna notare che, in questa configurazione, la curva di efficienza è superiore alla soglia di 0.95 per la maggior parte degli angoli di puntamento e, anche nei casi in cui la condizione non viene rispettata (efficienza inferiore alla soglia fissata), la perdita di coerenza rimane comunque sempre molto ridotta. La situazione cambia significativamente nella configurazione a 32 cilindri (curva viola) dove il valore dell'elevazione critica sale a 77.4° e la curva di efficienza scende molto rapidamente fino ad avere un valore circa dimezzato alla minima elevazione di puntamento. Infine, nel caso dei 64 cilindri (curva verde) non solo l'angolo di elevazione deve essere maggiore di 83.8° per rimanere nei limiti della soglia di efficienza fissata, ma ci sono delle elevazioni di puntamento per cui il valore di l risulterebbe addirittura negativo, perdendo di significato. In questi casi esso è stato considerato nullo.

Ad oggi, come spiegato nel Capitolo 1, il ramo Nord-Sud della Croce del Nord ha 16 cilindri pienamente funzionanti. È pertanto ancora possibile sfruttare configurazioni per cui il problema della perdita di coerenza è trascurabile se non in casi di puntamenti molto bassi e comunque, anche in tali casi, risulta essere di limitato impatto. Nell'ottica, però, di riattivare tutti i 64 cilindri, sfruttando pienamente le capacità dell'array, è necessario studiare il modo di compensare i ritardi geometrici e non perdere coerenza.

In passato, la compensazione della parte grossolana del ritardo geometrico su ciascuna antenna del ramo Nord-Sud veniva effettuata tramite l'inserimento o disinserimento di spezzoni di cavo coassiale nella catena ricevente analogica del segnale. Spesso, la lunghezza degli spezzoni di cavo aggiuntivo era un multiplo della lunghezza dell'onda incidente così da non modificare significativamente la fase. Il sistema era, poi, provvisto di amplificatori e sfasatori utili a correggere le variazioni di ampiezza e fase residue dovute all'inserimento delle linee di ritardo analogiche. Oggi, invece, il segnale viene trasportato su fibra ottica e la compensazione della parte significativa del ritardo geometrico, per ridurre la perdita di coerenza, può avvenire a livello digitale. Questo si può effettuare all'interno del backend digitale in quanto vi sono degli opportuni sistemi di buffering programmabili (memorie) disponibili nella catena di acquisizione dati.

Conclusioni

Lo scopo di questa tesi era studiare e implementare in linguaggio Python la routine di calcolo dei coefficienti di beamforming al fine di migliorare l'accuratezza di puntamento elettronico del radiotelescopio Croce del Nord di Medicina durante le osservazioni radioastronomiche. Infatti il codice in uso, implementato in linguaggio Matlab, presentava alcuni aspetti da perfezionare e ottimizzare. Con il lavoro svolto, si sono ottenuti i seguenti risultati.

Innanzitutto, l'utilizzo del linguaggio di programmazione Python (open source) permette l'integrazione di questa parte di codice nella pipeline software di controllo e gestione del telescopio, senza dover richiamare componenti esterni e vincolati da licenze (Matlab). In aggiunta, Python è diffusamente utilizzato nel campo dell'astronomia, offrendo diverse librerie specifiche, come ad esempio quelle usate in questo progetto (AstroPy e PyMsOfa).

Inoltre, viene dimostrato che l'utilizzo di routine SOFA per il calcolo delle coordinate astronomiche della sorgente in osservazione, con cui vengono ricavati i coefficienti di beam steering, rende il puntamento del telescopio più accurato rispetto a quanto ottenuto con il programma Matlab. Nello specifico, lo studio svolto ha mostrato che per la porzione attualmente in uso della Croce del Nord (array di 8 o 16 cilindri utilizzabili per il ramo Nord-Sud) non sono effettivamente necessarie correzioni sul puntamento del telescopio. Tuttavia, nella prospettiva futura di aumentare le capacità osservative della Croce, utilizzando 32 o 64 cilindri del ramo Nord-Sud, l'errore di puntamento introdotto dalla routine Matlab diventa superiore a quello tollerato secondo gli standard convenzionali (errori entro un decimo della FWHM del beam).

L'utilizzo del nuovo programma Python risolve questo problema.

Un ulteriore risultato importante è relativo alla coerenza del beamformer legata alla compensazione dei ritardi geometrici nell'array di antenne. Lo studio condotto in questo lavoro ha evidenziato che, nelle configurazioni a 16, 32 e 64 cilindri, è necessario compensare il ritardo di arrivo del segnale su ciascuna catena ricevente per evitare una perdita di coerenza superiore al 5% per elevazioni inferiori a specifici valori.

Appendice A

Progetti didattici del Centro Ceccarelli

La stazione radioastronomica di Medicina, oltre a essere un centro d'eccellenza in ambito scientifico e tecnologico, svolge anche un'importante funzione didattica nel territorio circostante. Infatti, dopo l'inaugurazione nel 2005 del Centro Visite Marcello Ceccarelli, la stazione ha intrapreso un percorso di divulgazione accogliendo visitatori e scolaresche. Ad oggi sono vari i progetti didattici proposti, a diversi livelli di educazione: scuola primaria, scuola secondaria di primo e secondo grado. Tutte le proposte del Centro Visite sono ideate per far avvicinare gli studenti al mondo dell'astrofisica, utilizzando la materia come terreno di applicazione di competenze e conoscenze che gli alunni posseggono o stanno maturando.

Figura A.1: Sala esposizione degli strumenti del Centro Visite

Alla base dei laboratori organizzati dal personale dell'Istituto di Radioastronomia (IRA) vengono prese in considerazione teorie pedagogiche moderne che esaltano il valore del gioco nell'apprendimento. Le attività proposte seguono infatti il modello "game-based learning" sotto diversi punti di vista: all'inizio dei progetti non viene fatta un'introduzione teorica sull'argomento che si andrà a trattare, ma vengono solamente spiegate le regole del gioco. Le attività non sono guidate ma sono piuttosto gli alunni a doversi impegnare nel lavoro studiando il contesto in cui sono e gli strumenti che hanno a disposizione. I laboratori si chiudono con discussioni collettive per far emergere tutti i concetti sviluppati. I vantaggi di tale strategia sono molteplici:

- il coinvolgimento degli alunni, che dimostrano un atteggiamento positivo nei confronti di esperienze di laboratorio in cui hanno un ruolo attivo;
- l'inclusività dei lavori di gruppo, che fanno anche sviluppare competenze sociali (soft skills);
- la comprensione spontanea di concetti tramite scoperta piuttosto che attraverso mero esercizio mnemonico di informazioni ricevute passivamente.

In base ai diversi livelli scolastici e ai diversi indirizzi le proposte laboratoriali sono differenti. A livello di educazione primaria, i laboratori proposti sono relativi all'argomento della risoluzione delle immagini digitali e le modalità di rappresentazione dei dati astronomici in forma visuale. Oltre all'apprendimento tramite gioco, viene fatto uso del "microlearning", con lo scopo di approfondire uno alla volta, e quindi più efficacemente, i concetti base dell'astrofisica moderna. A livello di scuola secondaria di primo grado, invece, gli oggetti di studio sono i sistemi e apparati riceventi radio (antenne, ricevitori e rivelatori). Con questo laboratorio vengono assimilati autonomamente concetti quali il funzionamento di tali sistemi, le caratteristiche delle antenne radio e le diverse proprietà dei segnali ricevuti. In particolare, gli alunni entrano in contatto con alcune delle tecniche base impiegate nelle osservazioni radioastronomiche, come la massimizzazione di un segnale, e con le problematiche legate alle interferenze.

Leggermente diverse sono le attività progettate per le scuole secondarie di secondo grado. Con progetti che vengono proposti anche come percorsi per le competenze trasversali e per l'orientamento, i laboratori destinati agli studenti più grandi prevedono vere e proprie osservazioni astronomiche effettuate utilizzando strumenti progettati espressamente per scopi didattici. L'uso degli apparecchi da parte degli studenti stessi fa sì che essi possano acquisire i dati, elaborarli e infine interpretarli grazie alle proprie conoscenze fisiche e matematiche. I radiotelescopi didattici disponibili nel centro sono un interferometro e una parabola di diametro di 3 metri, con cui gli studenti possono mappare diverse radiosorgenti, analizzare la dinamica della Via Lattea e sperimentare le caratteristiche osservative degli strumenti stessi.

Figura A.2: Radiotelescopi didattici del Centro Visite Marcello Ceccarelli

In questi laboratori vengono trattati vari temi, indirizzati specificatamente alle diverse tipologie di studenti: per il primo biennio dei licei le attività vertono sull'astronomia generale per poter applicare le nozioni di base della fisica; per l'ultimo anno dei licei si fanno invece approfondimenti su elettromagnetismo e fisica moderna; per gli istituti tecnici sono progettati approfondimenti di meccanica, elettronica, elettrotecnica e telecomunicazioni.

In generale, il Centro Visite Marcello Ceccarelli propone diverse attività tutte legate alla divulgazione e alla didattica, per avvicinare gli studenti all'astronomia anche tramite esperienze pratiche. Non solo gli alunni sono a contatto con strumenti non reperibili in altri luoghi, ma sono avvicinati anche dai ricercatori che possono mostrare loro come funziona il mondo della ricerca scientifica, in particolare in una branca della fisica, e presentare i loro progetti ([27]).

Bibliografia

[1] https://www.med.ira.inaf.it/history-it.html

[2] C. Barbieri, *Lezioni di Astronomia* – Zanichelli

[3] A. Richard Thompson, James M. Moran, George W. Swenson Jr.: *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy* – Terza edizione

[4] N. T. Locatelli, G. Bernardi, G. Bianchi, R. Chiello, A. Magro, G. Naldi, M. Pilia, G. Pupillo, A. Ridolfi, G. Setti, F. Vazza: *The Northern Cross fast radio burst project– I. Overview and pilot observations at 408 MHz*

[5] M. Trudu , M. Pilia, G. Bernardi, A. Addis, G. Bianchi, A. Magro, G. Naldi, D. Pelliciari, G. Pupillo, G. Setti, C. Bortolotti, C. Casentini, D. Dallacasa, V. Gajjar, N. Locatelli, R. Lulli, G. Maccaferri, A. Mattana, D. Michilli , F. Perini, A. Possenti, M. Roma, M. Schiaffino, M. Tavani and F. Verrecchia: *The northern cross fast radio burst project – II. Monitoring of repeating FRB 20180916B, 20181030A, 20200120E, and 20201124A*

[6] D. Pelliciari, G. Bernardi, C. Bortolotti, M. Pilia, G. Naldi, G. Pupillo, M. Trudu, D. Dallacasa, R. Lulli, A. Maccaferri, A. Magro, A. Addis, G. Bianchi, A. Mattana, F. Perini, M. Roma, M. Schiaffino, G. Setti, M. Tavani, F. Verrecchia, C. Casentini: *The Northern Cross Fast Radio Burst project III. The FRB–magnetar connection in a sample of nearby galaxies*

[7] D. Pelliciari, G. Bernardi, M. Pilia, G. Naldi, G. Maccaferri, F. Verrecchia, C. Casentini, M. Perri, F. Kirsten, G. Bianchi, C. Bortolotti, L. Bruno, D. Dallacasa, P. Esposito, A. Geminardi, S. Giarratana, M. Giroletti, R. Lulli, A. Maccaferri, A. Magro, A. Mattana, F. Perini, G. Pupillo, M. Roma, M. Schiaffino, G. Setti, M. Tavani, M. Trudu, and A. Zanichelli: *The Northern Cross Fast Radio Burst project IV. Multi-wavelength study of the actively repeating FRB 20220912*

[8] https://www.astropy.org/

[9] http://www.iausofa.org/

[10] J. Meeus: *Astronomical Algorithms* - Willmann-Bell, California University, (1991)

[11] https://pypi.org/project/PyMsOfa/

[12] https://github.com/CHES2023/PyMsOfa/blob/main/C/sofa_a.c

[13] International Astronomical Union Standards of Fundamental Astronomy: *SOFA Astrometry Tools*

[14] S. Poppi, C. Pernechele, T. Pisanu, M. Morsiani: *High-precision pointing with the Sardinia Radio Telescope*, Proc. of SPIE Vol. 7733, 773316-1, (2010)

[15] A. Ficarra, S. Montebugnoli, Rapporto interno Istituto di Radioastronomia: *Argomenti di acquisizione ed elaborazione dei dati nel radiotelescopio "Croce del Nord" - 1° ritardi*

[16] S. Montebugnoli, A. Cattani, R. Barbieri, Rapporto Interno IRA 98/87: *Sistema di puntamento elettrico del ramo N/S, e compensazione dei ritardi variabili, tramite personal computer* - 1987.

[17] S. Montebugnoli, G. Bianchi, J. Monari, G. Naldi, F. Perini, M. Schiaffino: *BEST: Basic Element for SKA Training* - Proceedings

of Science Volume 132, Pages 331-336, Wide Field Science and Technology for the Square Kilometre Array, SKADS Conference held at the Chateau de Limelette, Belgium, 3-6 November 2009.

[18] A. Morselli, P. Di Lizia, G. Bianchi, C. Bortolotti, et al.: *A new high sensitivity radar sensor for space debris detection and accurate orbit determination* - Proc. of the 2nd IEEE International Workshop on Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace), Benevento, Italy, 04-05 June 2015

[19] M. Losacco, P. Di Lizia, M. Massari, G. Naldi, et al.: *Initial orbit determination with the multibeam radar sensor BIRALES* - Acta Astronautica, Volume 167, February 2020.

[20] G. Bianchi, G. Naldi, F. Fiocchi, et al.: *A new concept of bi-static radar for space debris detection and monitoring* - Proceeding of the 1st International Conference on Electrical, Computer, Communications and Mechatronics Engineering (ICECCME), Mauritius, 7-8 October 2021.

[21] M.F. Montaruli, L. Facchini, P. Di Lizia, M. Massari, et al.: *Adaptive track estimation on a radar array system for space surveillance* - Acta Astronautica, Volume 198, September 2022.

[22] https://pnrr.inaf.it/progetto-croce/

[23] https://www.skao.int/en/explore/telescopes

[24] https://www.astron.nl/telescopes/lofar/

[25] G. Naldi, A. Mattana, S. Pastore, M. Alderighi, et al.: *The Digital Signal Processing Platform for the Low Frequency Aperture Array: Preliminary Results on the Data Acquisition Unit* - J. Astron. Instrum., 06, 1, March 2017 - doi: 10.1142/S2251171716410142.

[26] D. R. Lorimer, M. Bailes, M. A. McLaughlin, D. J. Narkevic, F. Crawford: *A Bright Millisecond Radio Burst of Extragalactic Origin* - Science, 318, 777-780, (2007) - DOI:10.1126/science.1147532

[27] https://www.centrovisite.ira.inaf.it/

[28] https://simbad.cds.unistra.fr/simbad/