

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITA' DI BOLOGNA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali
D.I.C.A.M.

TESI DI LAUREA
in
Structural Strengthening and Rehabilitation M

**Caratterizzazione meccanica delle malte
attraverso prove non distruttive eseguite su
differenti campagne di indagine**

CANDIDATO:

DIEGO MARASTONI

RELATORE:

Prof. **ANDREA BENEDETTI**

CORRELATORE:

Prof. **LUCA PELA'**

Anno Accademico 2010/2011
Sessione III

Sommario

INTRODUZIONE.....	I
CAPITOLO 1 - LA MURATURA	1
1.1 - GENERALITÀ	1
1.2 - COMPONENTI DELLA MURATURA	2
1.2.1 - Blocchi	2
1.2.2 - Malta	5
1.3 - RESISTENZA DELLA MURATURA	7
CAPITOLO 2 - PROVE SU CAROTAGGI	11
2.1 - PROVE SUI BLOCCHI	11
2.1.1 - Prova a compressione monoassiale	11
2.1.2 - Prova di trazione indiretta.....	12
2.1.3 - Prova di flessione a 3 punti	13
2.2 - PROVE SULLE MALTE	14
2.2.1 - Prova a punzonamento	17
2.2.2 - Prova Brasiliana con giunto inclinato.....	19
CAPITOLO 3 - CRITERI DI CRISI.....	23
3.1 - CONCETTI GENERALI DI PLASTICITÀ	23
3.1.1 - Teoria della perfetta plasticità	24
3.1.2 - Teoria della plasticità incrementale	25
3.1.3 - Teoria delle deformazioni totali	26
3.2 - SUPERFICIE DI ROTTURA.....	26
3.2.1 - Criterio di Von Mises	27
3.2.2 - Criterio di Tresca.....	28
3.2.3 - Criterio di Mohr-Coulomb.....	29
3.2.4 - Criterio di Drucker-Prager	30
3.2.5 - Criterio di Mohr-Leon	31
3.2.6 - Criterio di Bresler Pister.....	33
3.3 - ELABORAZIONE DI UN NUOVO CRITERIO	36
CAPITOLO 4 - CONFINAMENTO ED EFFETTO SCALA	41
4.1 - CONCETTI GENERALI SUL CONFINAMENTO	41
4.2 - EFFETTO DI CONFINAMENTO SU PROVE A PUNZONAMENTO.....	41

4.2.1 - Prove a spessore costante.....	44
4.2.2 - Prove a rapporto dimensionale costante.....	45
4.2.3 - Interpolazione delle curve.....	46
4.3 - EFFETTO DI CONFINAMENTO SULLA PROVA BRASILIANA.....	47
4.3.1 - Analisi lineari.....	47
4.3.2 - Analisi non lineari.....	55
4.4 - EFFETTO SCALA.....	56
CAPITOLO 5 - STIMA DEI PARAMETRI DEI CRITERI UTILIZZATI	61
5.1 - CRITERIO DI STIMA DEI PARAMETRI	61
5.2 - STRUTTURA DEL SOFTWARE DI CALCOLO	61
5.2.1 - Formattazione dei dati di input.....	62
5.2.2 - Interpretazione dei dati	62
5.2.3 - Stima dei parametri dei blocchi	63
5.2.4 - Stima dei parametri delle malte	64
5.2.5 - Eliminazione dei dati non significativi.....	66
5.2.6 - Calcolo delle proprietà della muratura	67
CONCLUSIONI	69
BIBLIOGRAFIA	A
INDICE DELLE FIGURE.....	C

Introduzione

Lo studio delle malte nelle costruzioni esistenti è da sempre affetto da incertezze, in quanto si tratta di un materiale soggetto a pochi controlli durante la produzione e quindi con proprietà molto differenti anche all'interno dello stesso campione (Gucci 1995, Benedetti 2008). I metodi più utilizzati per la caratterizzazione delle malte sono di tipo approssimato, in quanto la scarsità di informazioni disponibili su un reale comportamento di questo materiale non consente di convalidare in modo oggettivo il risultato dell'interpretazione di una campagna di indagini. Le normative vigenti (NTC 2008, Eurocodici) forniscono criteri di interpretazione ottenuti su basi empiriche, ma sono comunque criteri generali e con un certo margine di errore. Con questo studio si vuole cercare di ottenere una caratterizzazione più completa, basata su metodi analitici e validata da dati sperimentali.

Nel primo capitolo verrà illustrata un'introduzione sulle murature, con una descrizione dettagliata dei singoli componenti e i modelli analitici per la determinazione delle proprietà meccaniche della muratura come materiale omogeneizzato.

Passando al secondo capitolo vengono mostrati i metodi per determinare le proprietà meccaniche dei componenti tramite carotaggi, dove viene illustrata la procedura di esecuzione e i criteri di interpretazione di ciascuna prova.

Nel terzo capitolo inizia l'oggetto vero e proprio di questa tesi, illustrando un breve cenno sulla plasticità e proseguendo poi con i criteri più utilizzati nel campo della meccanica dei materiali da costruzione. Per quanto riguarda il comportamento delle murature viene spesso indicato un criterio di rottura di tipo Mohr-Coulomb, ma da studi effettuati si nota che non sempre questo approssimi il comportamento della malta in modo corretto. Difatti esistono diverse formulazioni di criteri alternativi (Mohr-Leon, Bresler-Pister,...) che colgono con più precisione il comportamento della malta, aumentando però il numero di parametri richiesti per l'analisi. Basandosi su questi criteri si è infine proceduto con la definizione di un criterio di snervamento realizzato ad hoc. La formulazione di questo criterio ha portato alla luce problematiche legate all'interpretazione approssimata delle prove che si è sempre fatta, il che ha spinto ad approfondire lo studio su alcuni effetti di confinamento presenti nelle prove prese in considerazione. Nel capitolo 4 infatti, viene trattato nel

dettaglio il concetto di confinamento, che per materiali come le malte comporta un differente comportamento se sottoposti a regimi biassiali o triassiali di tensione. Un altro aspetto che emerge da questo studio è legato all'effetto scala, ovvero una dipendenza delle proprietà meccaniche dalle dimensioni dei provini utilizzati.

Alla luce di queste considerazioni nel quinto capitolo viene illustrata la redazione di un software di interpretazione dei dati, il quale permette di ottenere i parametri di calcolo di una muratura inserendo i dati ottenuti dalle prove in situ dei singoli componenti. In questo programma vengono utilizzati tutti i criteri formulati nello sviluppo di questa tesi, e si è cercato di renderlo fruibile anche da un punto di vista professionale realizzando un'interfaccia intuitiva e ordinata.

Capitolo 1 - La muratura

1.1 - Generalità



Figura 1.1 - Pannello in muratura di laterizi

La muratura è un materiale eterogeneo realizzato generalmente mediante alternanza di due fasi, blocchi e malta; in alcuni casi è possibile trovare elementi formati dalla sola sovrapposizione di blocchi (murature a secco).

La disposizione dei blocchi all'interno di un elemento in facciata ne definisce la tessitura, la quale può essere regolare o irregolare; quest'ultima è tipica di elementi murari in pietra naturale.

Oltre alla tessitura gli elementi si differenziano per tipo di materiale; i blocchi possono essere in laterizio, pietra naturale, argilla cruda o calcestruzzo (poco utilizzati in Italia), mentre la malta si differenzia in base ai costituenti (gesso, calce, cemento, malta bastarda, argilla, ecc...).

1.2 - Componenti della muratura

Volendo analizzare i materiali costituenti della muratura possiamo differenziare i blocchi e la malta.

1.2.1 - Blocchi

I materiali più utilizzati sono laterizi e pietre naturali. Storicamente il laterizio romano era realizzato con argilla, decantata e depurata in acqua e sgrassata con l'aggiunta di sabbia, secondo un procedimento simile a quello utilizzato per la ceramica. Successivamente fu introdotta l'estrusione per la pasta, che permette una maggiore compattazione del materiale durante la formatura. Con questa tecnologia, l'argilla viene pressata attraverso un orifizio e ne esce una striscia continua; a seconda delle dimensioni richieste poi, la striscia viene tagliata in modo da formare i blocchi.



Figura 1.2 - Processo di estrusione

A seconda della forma di orifizio utilizzato è possibile ottenere mattoni forati, in modo da conferire una maggiore leggerezza e un aumento delle proprietà termoacustiche. I blocchi più utilizzati vengono differenziati in base alla percentuale di vuoti all'interno e alle dimensioni.

Si hanno quindi:

- *Mattoni pieni*: con percentuale di foratura inferiore al 15%;
- *Mattoni semi-pieni*: con percentuale di foratura compresa tra il 15% e il 45%;
- *Mattoni forati*: con percentuale di foratura superiore al 45%.

Per quanto riguarda forme e dimensioni si hanno invece:

- "*UNI*": dimensioni di 12x24x5,5 cm, tipico dei mattoni pieni;
- "*DOPPIO UNI*": dimensioni di 12x24x12 cm, tipico dei mattoni semi-pieni;
- *Tavelloni*: altezza ≥ 5 cm e lunghezza ≥ 50 cm;
- *Tavelle*: altezza compresa tra 3,5 e 5 cm e lunghezza ≥ 35 cm;
- *Tavelline*: altezza $\leq 3,5$ cm e lunghezza ≥ 25 cm;
- *Blocchi*: di differenti dimensioni, le più utilizzate sono 20x40x30 cm oppure 25x40x30 cm.



Figura 1.3 - Mattoni pieni

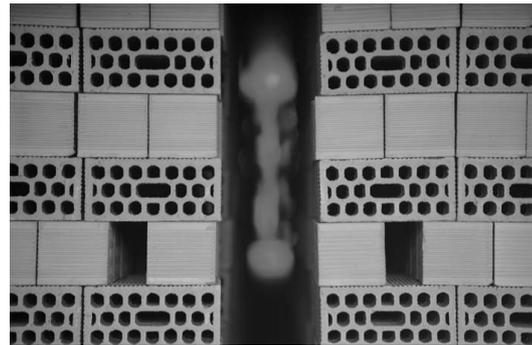


Figura 1.4 - Mattoni semi-pieni

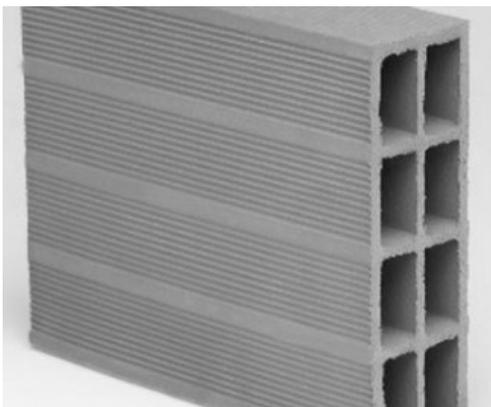


Figura 1.5 - Mattoni forati



Figura 1.6 - Blocchi

Dopo la formatura, è necessario un periodo di essiccazione prima di procedere con la cottura; una volta questo procedimento veniva fatto all'aria impilando i mattoni tra di

loro a strati. Questo processo era però troppo condizionato dalle condizioni atmosferiche, in quanto con un'umidità troppo alta nell'aria il processo poteva durare anche una settimana. Per questo motivo la produzione doveva essere interrotta nelle stagioni più umide e si aveva quindi una limitata quantità di mattoni disponibili.

Al giorno d'oggi la produzione è industrializzata, con locali a clima controllato e per cui non c'è più necessità di attendere le stagioni favorevoli; l'essiccazione viene eseguita in speciali locali con tempi estremamente ridotti (tra le 12 e le 48 ore). Tra i tipi di essiccatoi possiamo suddividere quelli di tipo rapido, per essiccazioni veloci, o quelli a ciclo semicontinuo o continuo, in cui i blocchi vengono disposti su un nastro che li trasporta all'interno di camere a diverse condizioni di temperatura e di umidità. In questo modo l'essiccazione risulta più efficace e c'è meno rischio di formazione di crepe da ritiro.

A seguito dell'essiccazione si procede con la cottura, la quale viene eseguita in 3 fasi:

- *preriscaldamento*: il blocco viene riscaldato con un basso gradiente in modo da non generare tensioni parassite interne che possano instaurare fessurazioni nel blocco;
- *cottura*: in seguito al preriscaldamento si procede alla vera e propria cottura del mattone, effettuata a temperature tra i 900-1200 °C a seconda del materiale che costituisce l'impasto;
- *raffreddamento*: come per il preriscaldamento si cerca di evitare la fessurazione riportando il blocco a temperatura ambiente con variazioni di temperatura molto lente; il calore di scambio viene in parte recuperato.

Un tempo venivano utilizzati dei forni a fuoco mobile, noti come forni Hoffman, dove il materiale rimaneva fermo e i bruciatori venivano mossi nella zona superiore della camera in un ciclo di circa 6 giorni. Come gli essiccatoi, i forni attualmente utilizzati sono delle gallerie attraversate da carrelli sui quali vengono disposti i blocchi. In questo modo la cottura viene velocizzata e si riesce ad ottenere un materiale finito in tempi compresi tra le 18 e le 48 ore. La fase completa di cottura provoca la perdita di plasticità e lo sviluppo delle resistenze meccaniche. Fino ai 250 °C si perde l'acqua d'impasto, mentre, tra i 400 °C e i 600 °C si perde l'acqua di cristallizzazione. Tra gli 800 °C e in 900 °C il carbonato di calcio si decompone in ossido di calcio e anidride carbonica, mentre l'argilla si decompone in silice, allumina e acqua. La silice si combina così con l'allumina per formare la mullite

($3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$). L'eccesso di silice si combina in parte con l'ossido di calcio ed in parte rimane così. Tra i $1000 \div 1100$ °C si ha invece un ritiro di cottura, una riduzione della porosità e il conseguente sviluppo delle resistenze meccaniche.

I mattoni escono poi dal forno in controcorrente rispetto all'aria che entra dall'esterno nel forno per il suo funzionamento. In questo modo sono parzialmente raffreddati.

Nei forni moderni nella zona successiva a quella di cottura si immette aria a temperatura ambiente (raffreddamento rapido); la temperatura viene abbassata fino a 650 °C circa. A 573 °C la silice libera subisce un passaggio di stato detto "inversione del quarzo" con diminuzione di volume, se questa soglia venisse superata rapidamente si avrebbero delle rotture nel materiale. Per questo motivo è opportuno che nell'arco da 650 °C a 500 °C la diminuzione di temperatura avvenga lentamente.

1.2.2 - Malta

La malta è un conglomerato costituito da una miscela di legante (ad esempio cemento e/o calce), acqua, inerti fini (ad esempio sabbia) ed eventuali additivi, il tutto in proporzioni tali da assicurare lavorabilità all'impasto bagnato e resistenza meccanica allo stato asciutto, dopo la presa e l'indurimento.

La malta viene utilizzata nella realizzazione di murature, per collegare e tenere uniti altri materiali da costruzione, cui la malta fresca si adatta aderendovi tenacemente fino a dare una struttura monolitica ad indurimento avvenuto. In realtà la principale funzione della malta di allettamento, soprattutto di quella a base di calce, non è quella di "incollare" i mattoni o le pietre tra loro, bensì quella di distribuire il carico delle parti soprastanti sull'intera sezione orizzontale del muro, compensando le asperità delle superfici d'appoggio dei blocchi, in particolare di quelle irregolari della pietra.

Il fenomeno di irrigidimento delle malte è dovuto a due processi: la presa e l'indurimento. La presa interessa tipicamente soltanto il legante, mentre l'indurimento può riguardare esclusivamente il legante, in questo caso l'aggregato ha semplice funzione di inerte, oppure essere legato all'interazione tra legante e aggregato che in questo caso si dice reattivo. In base al tipo di indurimento le malte possono essere distinte in due diverse famiglie:

- *Malte aeree*: fanno presa ed induriscono soltanto se messe a contatto con l'aria. Fanno parte di questa categoria le malte a base di un legante aereo, quale il gesso o la calce aerea;

- *Malte idrauliche*: possono dar luogo alle reazioni di indurimento, quindi dopo aver fatto presa, anche non a contatto con l'aria. Fanno parte di questa categoria oltre alle malte confezionate con un legante propriamente idraulico, il cemento o la calce idraulica, anche le malte idrauliche a base di calce aerea quali le malte pozzolaniche o a cocchiopesto.

In base a questa prima classificazione si vede che le malte di calce possono avere sia comportamento aereo che idraulico in funzione della natura dell'aggregato.

In particolare le malte aeree di calce aerea induriscono tramite la reazione di carbonatazione, ovvero la trasformazione dell'idrossido di calcio della calce in carbonato di calcio. In queste malte l'aggregato funge da scheletro inerte, riduce il ritiro della malta in seguito alla perdita d'acqua del legante, migliora le proprietà meccaniche e favorisce la carbonatazione dell'intero strato di malta. Anche queste malte manifestano una buona resistenza all'acqua e all'umidità, grazie alla bassissima solubilità del carbonato di calcio che funge da legante, si mantengono in generale sufficientemente traspiranti e sono state utilizzate per secoli per l'ottenimento di intonaci interni ed esterni anche di straordinaria durabilità.

Le malte idrauliche a base di calce aerea invece prevedono l'utilizzo di un aggregato reattivo, quale la pozzolana naturale, il cocchiopesto, la pomice, il silica fume. La caratteristica comune a tutti gli aggregati reattivi è il contenuto di ossidi acidi, di alluminio e soprattutto di silicio, capaci di reagire in presenza d'acqua con l'idrossido basico di calcio per formare gli stessi composti che si ottengono per indurimento di una calce idraulica o di un cemento Portland. Questa reazione avviene dunque all'interfaccia tra legante e aggregato, garantendo una straordinaria aderenza tra la sabbia e il legante, che porta ad una drastica riduzione della porosità della malta. Questa ridotta porosità e l'elevata aderenza tra aggregato e legante rendono le malte idrauliche a base di calce aerea rispetto a quelle aeree: meno permeabili all'acqua; meccanicamente più resistenti; meno dilavabili e quindi più durabili.

1.3 - Resistenza della muratura

Negli interventi su edifici in muratura esistente è necessario determinare le proprietà meccaniche della muratura, per lo meno in modo approssimativo.

Esistono diversi metodi per determinare la resistenza delle murature, tra cui teorie analitiche molto complesse che sono elaborate solo su alcuni casi specifici. Nel caso queste teorie non siano applicabili si può ricorrere a procedure di tipo empirico, come quelli proposte dalle Norme Italiane o dall'Eurocodice.

In particolare, le NTC2008 forniscono una formula che dipende dalla resistenza dei componenti:

$$f_k = K \cdot f_{cb}^{0.65} \cdot f_{cm}^{0.25}$$

Dove K rappresenta una costante di valore 0.4-0.6 che dipende dall'elemento di muratura che si va a considerare, f_{cb} rappresenta la resistenza a compressione dei blocchi e f_{cm} quella della malta, entrambe in condizione monoassiale.

Un criterio in grado di fornire risultati efficaci è quello di Hilsdorf (1972), il quale considera l'interazione tra blocco e malta dovuta al diverso coefficiente di Poisson.

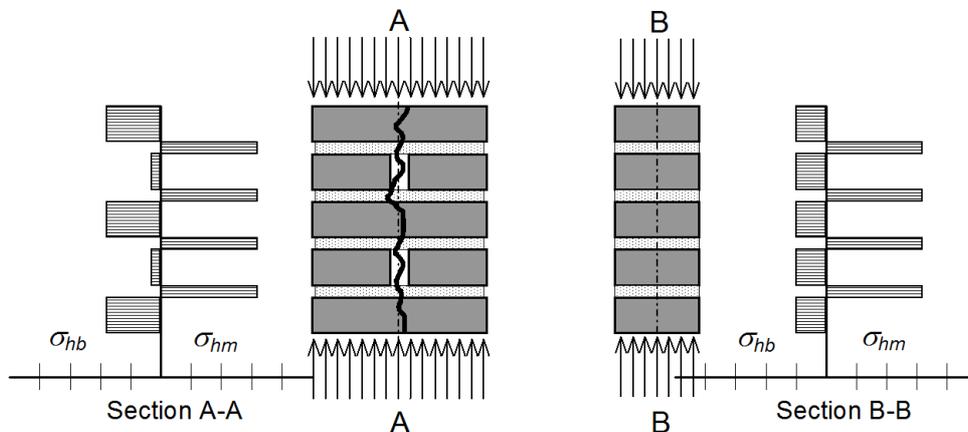


Figura 1.7 - Modello di Hilsdorf

Utilizzando le equazioni indefinite di equilibrio per stato di tensione triassiale e ponendo le condizioni al contorno (condizione di congruenza e di equilibrio tra le interfacce di malta-mattone) si ottiene un'espressione di questo tipo:

$$\Phi = \frac{\nu_m - \frac{E_m}{E_b} \cdot \nu_b}{1 - \nu_m + (1 - \nu_b) \cdot \frac{E_m}{E_b} \cdot \frac{h_m}{h_b}}$$

È possibile esprimere tale criterio anche in stato di tensione piano, eliminando la componente di confinamento legata alla terza dimensione. Quello che si ottiene è un'espressione di questo tipo:

$$\Phi = \frac{\nu_m - \frac{E_m}{E_b} \cdot \nu_b}{1 + \frac{E_m}{E_b} \cdot \frac{h_m}{h_b}}$$

Dove ϕ rappresenta il coefficiente di confinamento espresso come rapporto tra la tensione di confinamento orizzontale e la tensione di compressione verticale, ν_m e E_m sono rispettivamente il coefficiente di Poisson e il modulo elastico della malta, ν_b e E_b sono rispettivamente il coefficiente di Poisson e il modulo elastico dei blocchi, h_m e h_b rappresentano gli spessori della malta e del blocco.

Ottenuto questo coefficiente è possibile valutare la resistenza della muratura come un sistema di molle in serie (Henzel 1987, Valek 2005), quindi:

$$f_k = \frac{1}{\frac{1}{f_{cb}} + \frac{k \cdot \Phi}{f_{tb}}}$$

Da notare che con questa formula si tiene conto della rottura lato blocco, evento raro se si hanno malte di scarsa qualità (come la maggior parte delle strutture storiche).

Allo stesso modo, si può stimare il modulo elastico della muratura omogeneizzata:

$$E_k = \frac{h_b + h_m}{\frac{h_b}{E_b} + \frac{h_m}{E_m}}$$

Esistono inoltre legami costitutivi realizzati ad hoc per le murature. Il modo più semplice di rappresentarle è con un legame elastico - perfettamente plastico lineare:

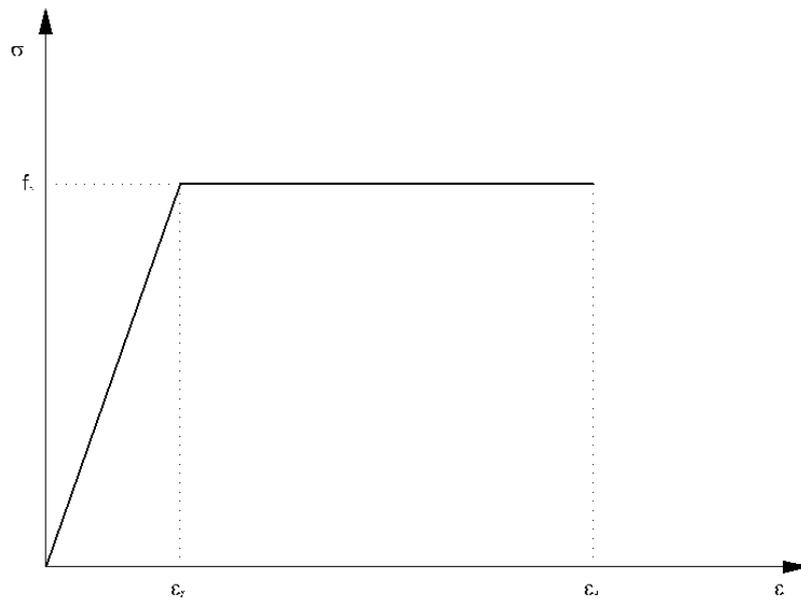


Figura 1.8 - Legame costitutivo elastico - perfettamente plastico lineare

In alternativa si possono usare modelli più sofisticati come la parabola-rettangolo (indicato nelle NTC2008) o il modello di Sargin (1968). Quest'ultimo fornisce l'approssimazione migliore del comportamento reale, ma utilizza molti parametri che devono essere calibrati su ogni singola muratura.

$$\sigma = f_k \cdot \frac{A \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + (D - 1) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^2}{1 + (A - 2) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}} + D \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c0}}\right)^2}$$

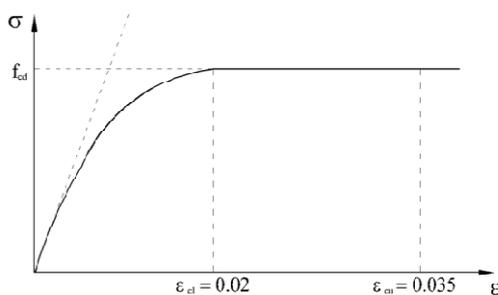


Figura 1.9 - Legame costitutivo elastoplastico parabola-rettangolo

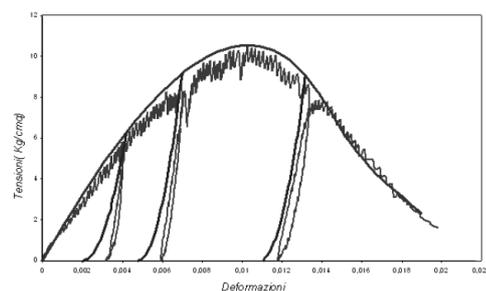


Figura 1.10 - Legame costitutivo elastoplastico di Sargin

A questo punto è necessario studiare in modo esaustivo le proprietà dei singoli componenti.

Capitolo 2 - Prove su carotaggi

2.1 - Prove sui blocchi

Per determinare il comportamento monoassiale dei blocchi è possibile eseguire alcuni tipi di prove su campioni estratti in sito (Henzel 1987). Il campione da utilizzare può essere un carotaggio (quindi un cilindro) o direttamente il blocco stesso (prismatico). La NTC2008 prescrive le dimensioni dei provini da utilizzare all'interno di una campagna di prove sperimentali:

"La determinazione della resistenza caratteristica deve essere completata con la verifica dei materiali, da condursi come segue:

- malta: n. 3 provini prismatici 40 x 40 x 160 mm da sottoporre a flessione, e quindi a compressione sulle 6 metà risultanti, secondo la norma armonizzata UNI EN 998-2;

- elementi resistenti: n. 10 elementi da sottoporre a compressione con direzione del carico normale al letto di posa."

Qualora non fosse possibile avere provini di queste dimensioni si può procedere con carotaggi, con i quali si possono effettuare principalmente 2 tipi di prove.

2.1.1 - Prova a compressione monoassiale

Per questo tipo di prova si utilizzano provini cilindri o prismatici, preferibilmente con rapporto dimensionale 2:1, ossia di lunghezza doppia rispetto alla dimensione trasversale. Qualora questa prova venga effettuata sui blocchi è necessario che questi siano posti in verticale per evitare effetti di diffusione delle tensioni derivanti dall'attrito con le piastre di prova.



Figura 2.1 - Prova di compressione su blocchi

In questo modo è possibile affermare che:

$$f_{cb} = \frac{N_{rottura}}{A}$$

Se il rapporto dimensionale corrisponde a 2:1, allora questo valore può essere assunto pari a f_{ck} ; d'altro canto, se il rapporto dimensionale tende a 1 (un cubo) questo valore può a sua volta essere assunto pari a R_{ck} .

Come prescrive la normativa:

$$f_{ck} = 0.83 \cdot R_{ck}$$

Esprimendo lo stato tensionale di questa prova sul piano di Mohr si ottiene:

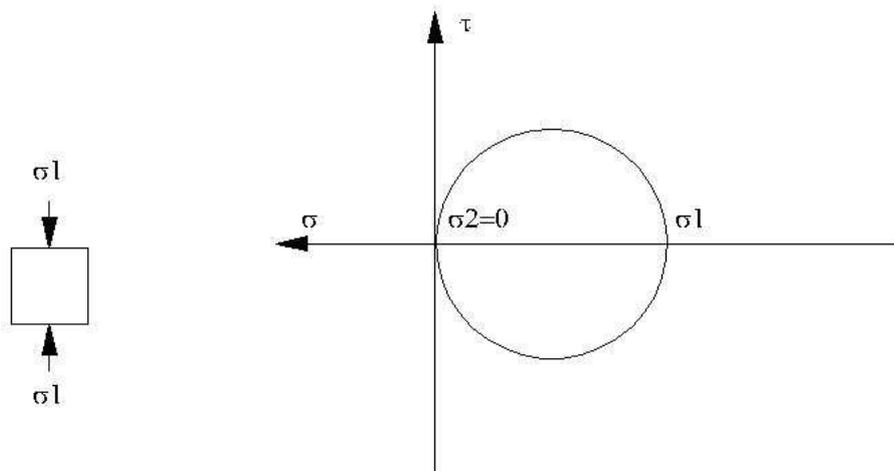


Figura 2.2 - Stato tensionale riferito alla compressione semplice

2.1.2 - Prova di trazione indiretta

Per valutare la resistenza a trazione di un provino di laterizio risulta complesso eseguire una prova a trazione diretta. Difatti sarebbe necessario immergere le estremità esercitando una forte compressione per mantenere saldo il provino per attrito. Questo procedimento rischia di innescare delle fessurazioni o addirittura dei distacchi di materiale locali interrompendo la prova senza riuscire a raggiungere la resistenza a trazione del materiale.

Per ovviare a questo problema si utilizza la prova Brasiliana (nota anche come *splitting test*), che consiste nel comprimere trasversalmente un provino cilindrico portandolo a rottura per fessurazione parallela alla direzione di compressione. Infatti, per effetto Poisson, il provino cercherà di espandersi andando in trazione quasi uniforme per tutta la sezione mediana.

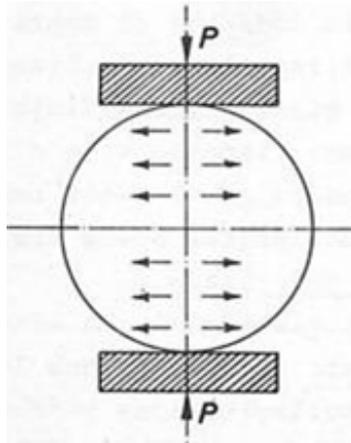


Figura 2.3 - Schema di diffusione delle tensioni in una prova Brasiliiana

Volendo conoscere il valore di resistenza a trazione del provino ottengo quindi:

$$f_{tb} = 2 \cdot \frac{P}{\pi \cdot D \cdot L}$$

Esprimendo lo stato tensionale di questa prova sul piano di Mohr si ottiene:

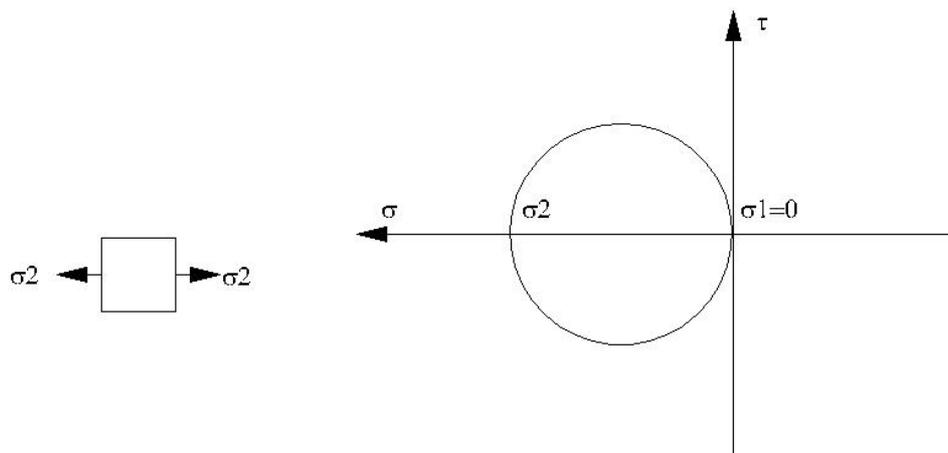


Figura 2.4 - Stato tensionale riferito alla prova di trazione indiretta

2.1.3 - Prova di flessione a 3 punti

Un modo alternativo di calcolare la resistenza a trazione di un blocco è la prova a flessione. Essendo il materiale fragile si può supporre che resti in campo elastico fino alla rottura, per cui si ha una banale flessione retta con andamento delle tensioni a farfalla.

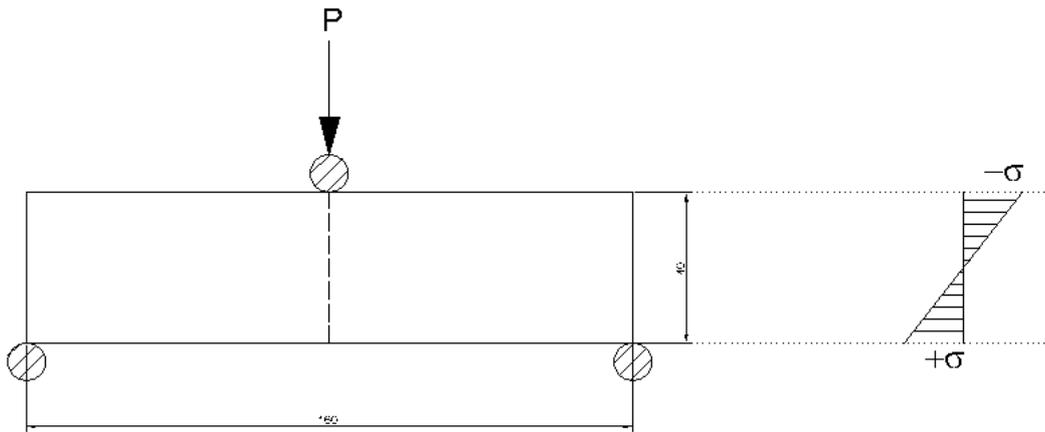


Figura 2.5 - Schema di flessione a 3 punti

Al momento della rottura si avrà che il lembo teso ha raggiunto il valore di resistenza a trazione, per cui:

$$f_{tb,f} = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot B \cdot D^2}$$

È necessario ricordare che la resistenza a flessione risulta maggiore di quella a trazione (ottenuta con una prova Brasiliana ad esempio) per il fatto che, sperimentalmente, al momento della fessurazione all'estradosso non si ha il collasso istantaneo ma si ha una resistenza residua dovuta a una redistribuzione delle tensioni. Volendo quantificare questa differenza la NTC2008 consente di dire:

$$f_{tb,f} = 1.2 \cdot f_{tb}$$

Lo stato tensionale sul piano di Mohr risulta identico a quello della prova Brasiliana, con l'eccezione che la tensione rappresentata dovrà essere ridotta del 20%.

2.2 - Prove sulle malte

Le malte reagiscono in compressione dapprima in modo lineare, dopodiché si instaura un regime fessurativo che porta il materiale al degrado delle proprietà meccaniche. È inoltre condizionato dal confinamento, che permette di incrementarne le proprietà meccaniche di resistenza e deformabilità.

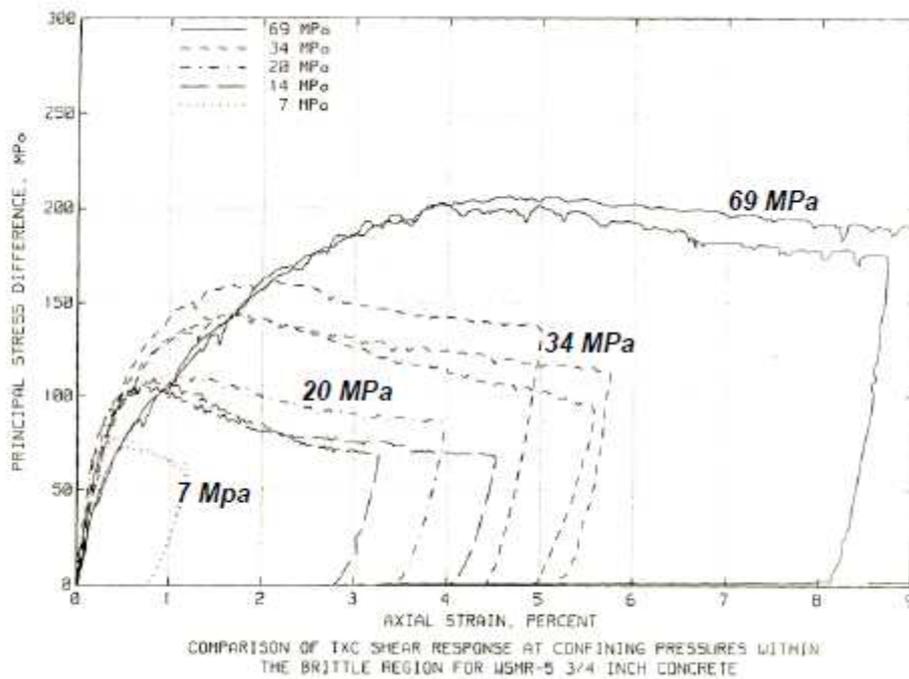


Figura 2.6 - Provini in calcestruzzo soggetti a prove di compressione triassiale

Da prove effettuate si nota un tratto di *softening* dove il materiale, se scaricato, mostra un calo di modulo elastico. Questo effetto è definito come danneggiamento, e implica che il materiale abbia subito un degrado delle proprietà meccaniche in seguito all'eccessivo carico.

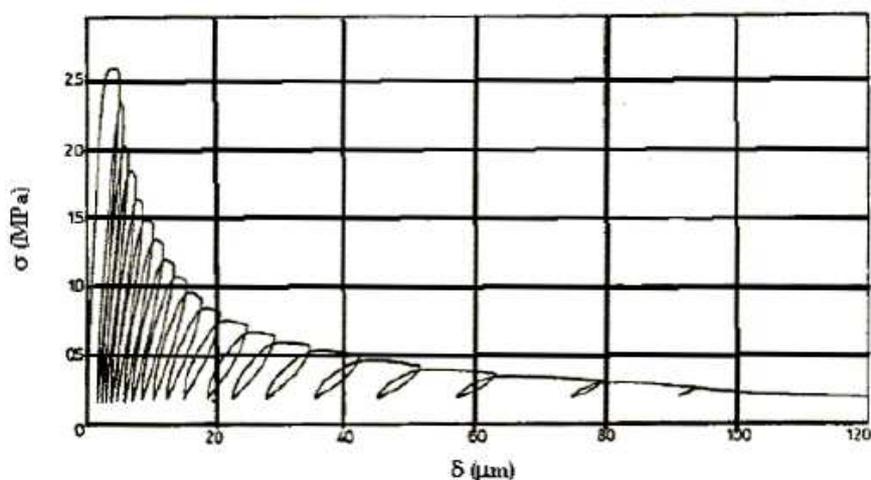


Figura 2.7 - Cicli di carico-scarico su provini di calcestruzzo

Un'altro fenomeno rilevante è costituito dall'espansione volumetrica per alti livelli di compressione assiale. Questo fenomeno è detto dilatanza, e viene rappresentato nella figura successiva:

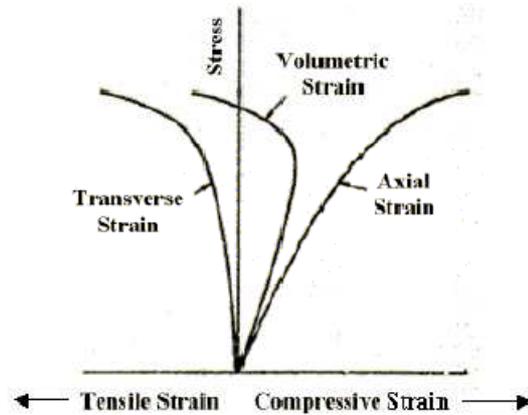


Figura 2.8 - Dilatanza di un calcestruzzo e andamento delle deformazioni

Questo fenomeno si presenta solo per bassi regimi di confinamento.

In conseguenza a questo fenomeno si può notare anche una variazione del coefficiente di Poisson, definito come:

$$\nu = - \frac{\epsilon_{lat}}{\epsilon_{vert}}$$

A livello microscopico la variazione del coefficiente di Poisson si traduce in una prima fase in cui i vuoti presenti nella malta vengono compressi, generando una piccola espansione laterale del materiale. In contemporanea alla riduzione dei vuoti si ha la formazione progressiva di micro fratture, che determinano un aumento dell'espansione e quindi una variazione del rapporto di deformazione.

2.2.1 - Prova a punzonamento

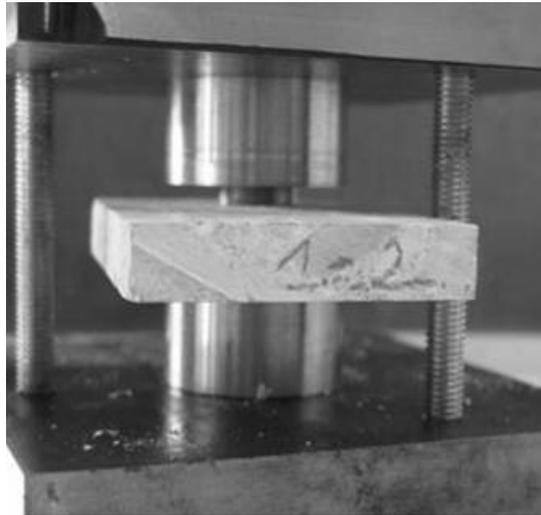


Figura 2.9 - Prova a punzonamento

Per quanto riguarda la prova a compressione si agisce su una piastra di malta estratta da un corso di malta. Operativamente significa effettuare un carotaggio in una muratura avendo cura di mantenerlo centrato sul letto di malta. Dopo aver estratto il campione, si procede all'eliminazione del laterizio intorno alla malta; questa operazione va eseguita con molta cura per evitare che la lastra di malta non si rompa durante la preparazione. Una volta estratta viene rifilata e rettificata sulle superfici per ridurre al minimo le irregolarità delle superfici.

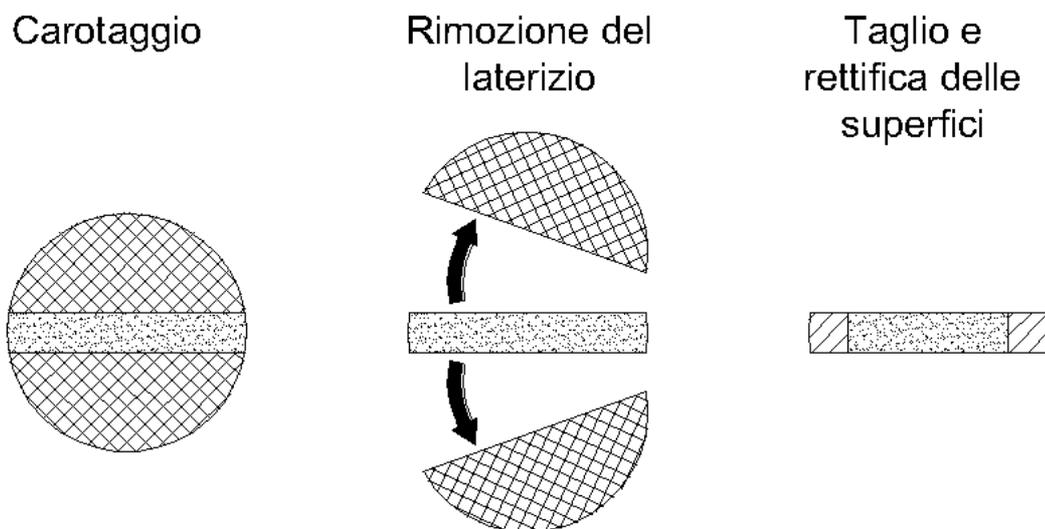


Figura 2.10 - Fasi di preparazione del campione per la prova a punzonamento

Le dimensioni del campione vengono stabilite dalla NTC2008 secondo lo schema seguente:

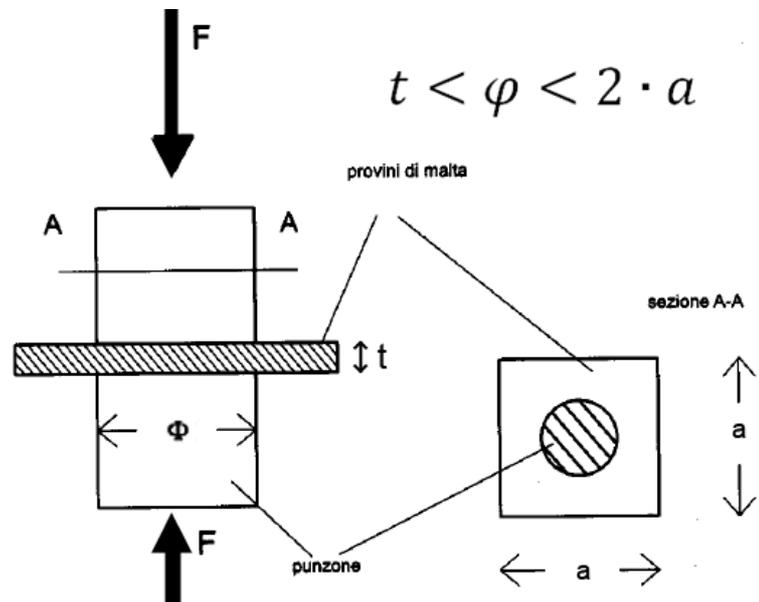


Figura 2.11 - Prescrizioni sulle dimensioni del provino

Dal momento che i campioni considerati hanno spessori molto piccoli è necessario fare alcune considerazioni in merito a regimi tensionali diffusivi all'interno degli stessi che possono alterare il risultato della prova. Nei capitoli seguenti verranno affrontati studi su effetto scala (dovuto ai piccoli spessori) ed effetti di confinamento (dovuto alle piastre e al materiale esterno al punzone). Per quanto riguarda quest'ultimo la tensione di confinamento è esprimibile come frazione di quella di compressione.

Valutando la prova come uno stato biassiale di tensione è possibile rappresentarlo sul piano di Mohr in questo modo:

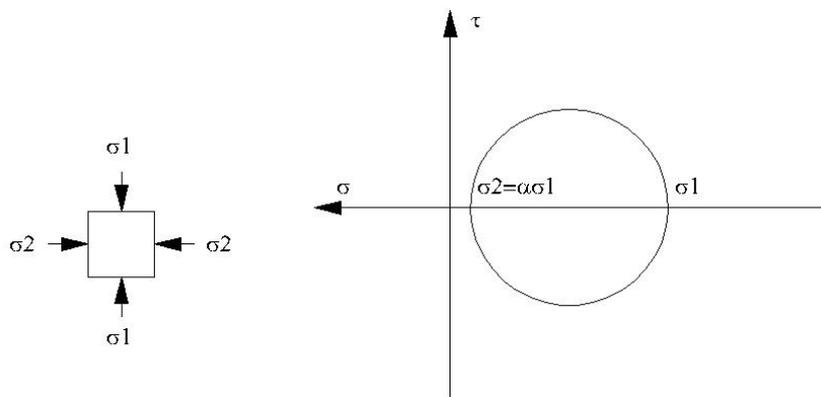


Figura 2.12 - Stato tensionale riferito alla prova a punzonamento

2.2.2 - Prova Brasiliana con giunto inclinato

Dal momento che la prova a trazione diretta e lo *splitting test* non sono praticabili sulle malte, si può ricorrere a un'altro tipo di prova: utilizzando la stessa macchina della prova Brasiliana si esegue una prova di taglio su un provino con giunto inclinato. In questo modo si ha la compresenza di compressione e taglio sul letto di malta e questo ci permette di avere un dato in più nella caratterizzazione della malta (Benedetti 2008).

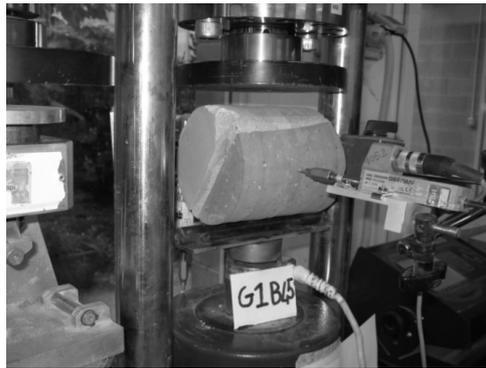


Figura 2.13 - Prova Brasiliana con giunto inclinato a 45°

Andando a valutare lo stato tensionale di un concio infinitesimo possiamo fare alcune considerazioni:

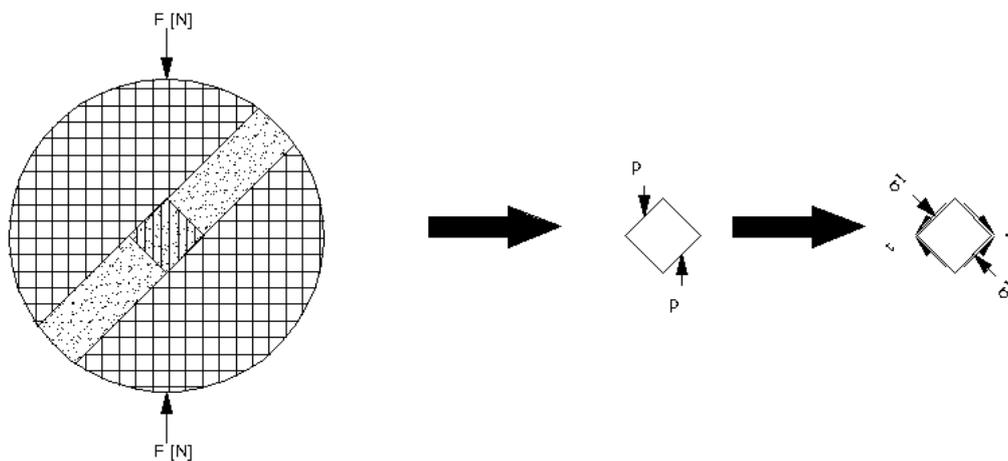


Figura 2.14 - Schema di ripartizione delle tensioni nella prova con giunto inclinato

$$p = \frac{F}{D \cdot H} \quad \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} p \quad \tau = \frac{\sqrt{2}}{2} p$$

Volendo rappresentare sul piano di Mohr questo stato tensionale ottengo:

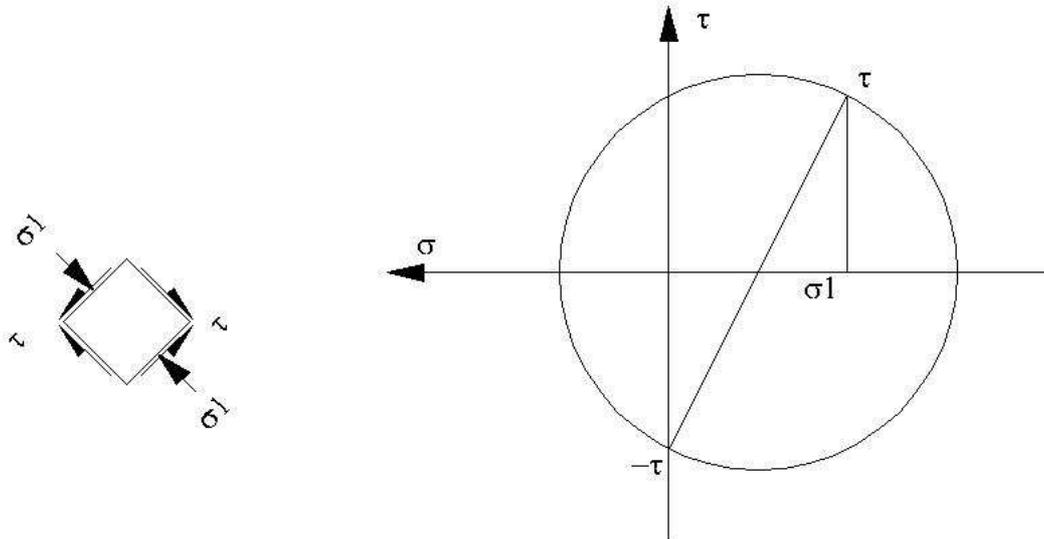


Figura 2.15 - Stato tensionale riferito alla prova con giunto inclinato a 45°

Questa stessa prova può essere eseguita a differenti angolazioni, con il risultato che il cerchio sul piano di Mohr si sposta più verso l'asse τ aumentando l'angolo di inclinazione, oppure tende a una prova di compressione portando l'angolo a 0°.

Le inclinazioni oggetto di studio in questa tesi sono 30°, 45°, 60°.

Con riferimento alla prova a 30° si esprimono le tensioni in gioco in questo modo:

$$p = \frac{F}{D \cdot H} \qquad \sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} p \qquad \tau = \frac{1}{2} p$$

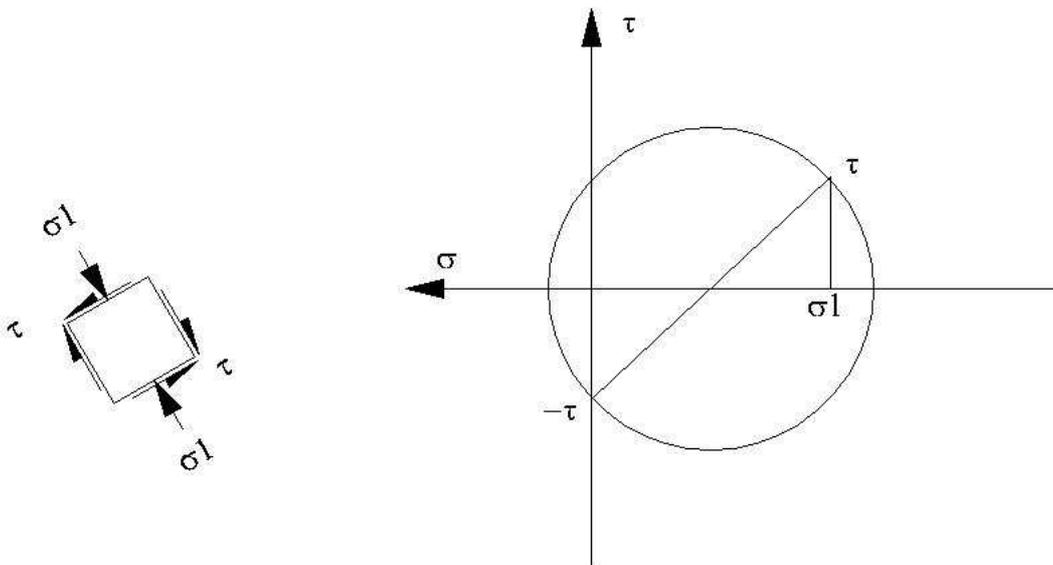


Figura 2.16 - Stato tensionale riferito alla prova con giunto inclinato a 30°

Passando invece a un inclinazione di 60° si ottiene:

$$p = \frac{F}{D \cdot H}$$

$$\sigma = \frac{1}{2}p$$

$$\tau = \frac{\sqrt{3}}{2}p$$

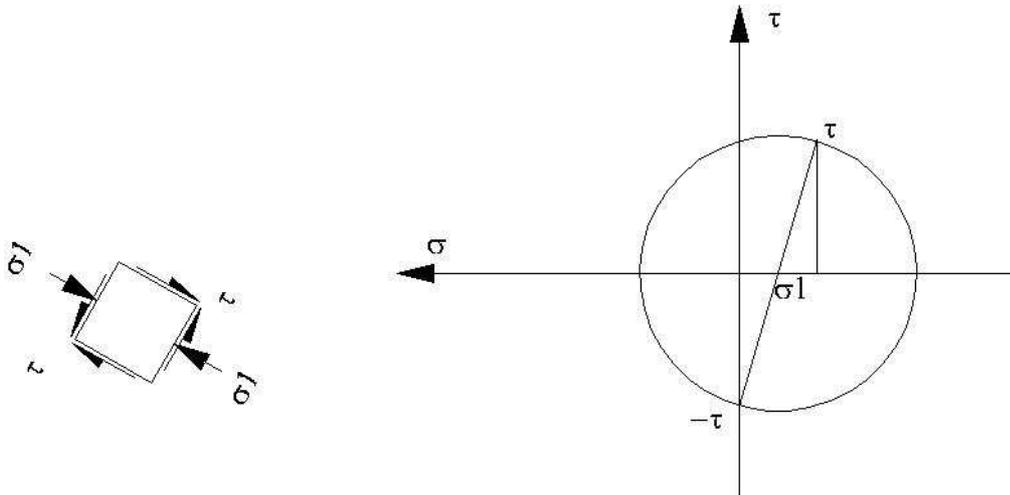


Figura 2.17 - Stato tensionale riferito alla prova con giunto inclinato a 60°

Riguardo alle inclinazioni molto alte è necessario fare un'osservazione: essendo la superficie di interfaccia tra mattone e malta una forte discontinuità è molto probabile che la presenza di un difetto inneschi una frattura. In questo caso la prova terminerebbe per valori molto bassi e non sarebbe da considerarsi significativa.

Capitolo 3 - Criteri di crisi

3.1 - Concetti generali di plasticità

Lo studio del comportamento dei materiali si basa sulla generalizzazione della legge di Hooke (1635-1703) e indica che il legame costitutivo di questo tipo:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

Dove con $\boldsymbol{\sigma}$ si indica il tensore delle tensioni dell'elemento, con $\boldsymbol{\varepsilon}$ il tensore delle deformazioni, con \mathbf{C} il tensore elastico o tensore costitutivo (tensore del quart'ordine) e il simbolo $:$ denota la doppia contrazione. Nella pratica questo si traduce in un materiale indefinitamente resistente, con deformabilità lineare con lo sforzo e pienamente reversibile.

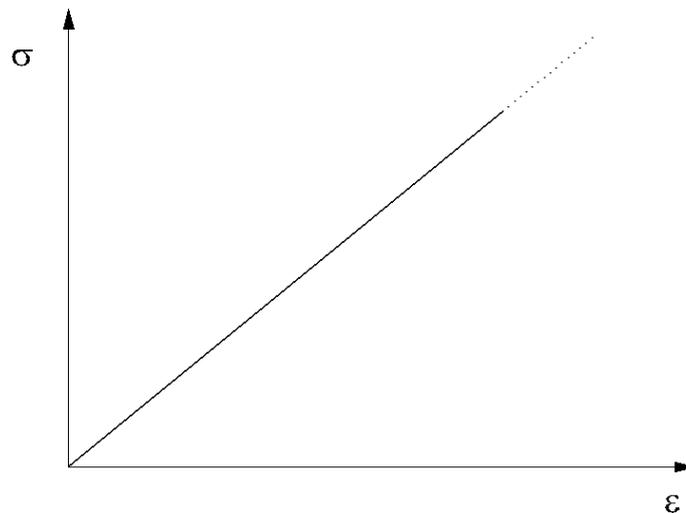


Figura 3.1 - Legame costitutivo elastico lineare

La teoria dell'elasticità include anche materiali elastici non lineari, ovvero dove il tensore \mathbf{C} dipende a sua volta dal tensore delle deformazioni $\boldsymbol{\varepsilon}$. Tuttavia le deformazioni rimangono reversibili, per cui, muovendosi sulla curva di tensione-deformazione, scaricando a un qualsiasi valore le deformazioni recuperano seguendo il percorso precedente.

Nella realtà non esiste un materiale che abbia queste proprietà, ma tutti a un certo valore (di tensione o di deformazione) modificano il loro comportamento elastico. Se prima della rottura si hanno deformazioni non più reversibili allora si parla di plasticità (Davis & Selvadurai 2002, Gross & Seeling 2011). Nella teoria generale

della plasticità l'incremento di deformazione è dato da un contributo elastico e da uno plastico.

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = d\boldsymbol{\varepsilon}^e + d\boldsymbol{\varepsilon}^p$$

Dividendo il tutto per un incremento temporale dt quello che si ottiene è una relazione tra velocità di deformazione:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$$

Per valutare il legame costitutivo della sola parte elastica è possibile continuare a fare riferimento all'espressione precedente:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p)$$

Per quanto riguarda invece la parte plastica si utilizzano le formulazioni sia in termini di incrementi di deformazione, sia in termini di deformazione plastica totale. Questi due metodi si chiamano rispettivamente "*teoria della plasticità incrementale*" e "*teoria delle deformazioni totali*". Entrambi questi approcci si basano sull'incompressibilità plastica, ovvero che le deformazioni avvengano senza variazioni di volume.

$$tr(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0$$

3.1.1 - Teoria della perfetta plasticità

La teoria della perfetta plasticità implica che dato un percorso tensionale, una volta raggiunta la superficie di snervamento, lo stato tensionale ammissibile si trova solo sulla superficie, che è definita in modo univoco dal criterio di snervamento utilizzato e subisce variazioni.

Volendo rappresentare la perfetta plasticità nel caso monodimensionale si ottiene:

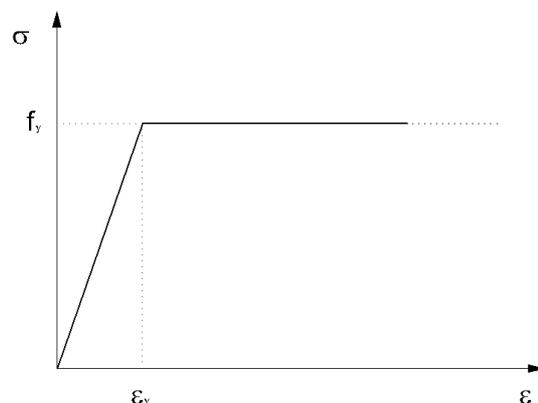


Figura 3.2 - Esempio di plasticità perfetta monodimensionale

Con questo tipo di formulazione si ha che superato il valore di snervamento si ha un incremento indefinito delle deformazioni a parità di tensione. Se il materiale è soggetto a carichi esterni che portano al valore di snervamento non è possibile determinare il valore della deformazione in modo univoco, mentre se è nota la deformazione la tensione è data.

3.1.2 - Teoria della plasticità incrementale

Considerando che un materiale soddisfi il *principio del massimo lavoro plastico* è valida l'espressione:

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0) d\varepsilon_{ij}^p \geq 0$$

Dove con σ_{ij} si considera la tensione attuale sulla superficie di snervamento, mentre σ_{ij}^0 rappresenta la condizione iniziale che può essere all'interno del dominio di snervamento ma anche sulla superficie stessa. Tale principio significa che tra tutti gli stati tensionali $\widetilde{\sigma}_{ij}$ che soddisfino le condizioni di snervamento, la tensione attuale σ_{ij} rende il lavoro plastico $\widetilde{\sigma}_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$ un estremo della funzione. La formulazione di questo estremo si assume:

$$\frac{\partial}{\partial \widetilde{\sigma}_{ij}} [\widetilde{\sigma}_{ij} d\varepsilon_{ij}^p - d\lambda F(\widetilde{\sigma}_{ij})] = 0 \quad \text{per} \quad \widetilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}$$

Dove $d\lambda \geq 0$ è un moltiplicatore di Lagrange arbitrario. Da qui si può esprimere la legge di flusso:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

Che in alternativa può essere espressa per incrementi temporali come:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

Dal principio del massimo lavoro plastico si evincono alcune considerazioni. Una di queste è la convessità della superficie di snervamento. Un'altra conseguenza della legge di flusso è che le deformazioni avvengono normalmente alla superficie di snervamento, in quando espresse come gradiente della superficie stessa.

3.1.3 - Teoria delle deformazioni totali

In questa teoria si assume che esista un legame tra deformazioni plastiche e tensore deviatorico s del tipo:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \lambda \boldsymbol{s}$$

Dove il moltiplicatore λ dipende dallo stato tensionale e dalle deformazioni plastiche. Il problema di questo criterio è che in realtà descrive un comportamento elastico non lineare, e che quindi non rappresenta in modo adeguato i rami di scarico. Sulla base di queste considerazioni tale criterio risulta fisicamente ammissibile solo per regimi di carico monotoni, che si può ottenere applicando la condizione:

$$\boldsymbol{s} = P \boldsymbol{s}^0$$

Dove P rappresenta un moltiplicatore scalare del carico. Si può dimostrare che in questo caso la teoria delle deformazioni totali e la teoria della plasticità incrementale coincidono.

3.2 - Superficie di rottura

Si può assumere quindi che la crisi avvenga solo per determinati stati tensionali. Si può definire come criterio di crisi generico:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = 0$$

Visualizzando questa espressione nello spazio delle tensioni principali si ottiene una superficie, detta appunto superficie di rottura. Al di sotto di tale superficie si considera che il materiale si trovi in campo elastico, per cui l'espressione:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0$$

definisce tutti gli stati staticamente ammissibili.

La superficie di rottura può cambiare posizione o forma durante un percorso di deformazione. Se la superficie aumenta le proprie dimensioni mantenendo la forma si parla di *incrudimento isotropico*; se invece la superficie rimane la stessa ma trasla nello spazio si parla di *incrudimento cinematico*. Se inoltre la superficie rimane invariata per ogni stato tensionale si parla invece di *perfetta plasticità*.

Per materiali isotropi il criterio di incrudimento può dipendere solo dagli invarianti di tensione $I_{\sigma_1}, I_{\sigma_2}, I_{\sigma_3}$.

$$I_{\sigma_1} = tr(\boldsymbol{\sigma})$$

$$I_{\sigma_2} = \det \begin{pmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

$$I_{\sigma_3} = \det(\boldsymbol{\sigma})$$

$$F(I_{\sigma_1}, I_{\sigma_2}, I_{\sigma_3}) = 0$$

Dove $\boldsymbol{\sigma}$ indica il tensore di Cauchy. Questa formulazione risulta equivalente a una dipendenza da $I_{\sigma_1}, J_{\sigma_2}, J_{\sigma_3}$, dove con J_{σ_i} si indica l'i-esimo invariante del tensore deviatorico.

$$p = \frac{(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})}{3} = \frac{1}{3} I_1$$

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - p \cdot \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} - p & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - p & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix}$$

Dove p indica la tensione media e \mathbf{s} indica il tensore deviatorico.

$$J_{\sigma_1} = tr(\mathbf{s}) = 0$$

$$J_{\sigma_2} = \det \begin{pmatrix} s_{22} & s_{23} \\ s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} s_{11} & s_{13} \\ s_{31} & s_{33} \end{pmatrix}$$

$$J_{\sigma_3} = \det(\mathbf{s})$$

$$F(I_{\sigma_1}, J_{\sigma_2}, J_{\sigma_3}) = 0$$

A partire da questi concetti la letteratura propone svariati criteri di snervamento, ciascuno ottimizzato su determinati materiali.

3.2.1 - Criterio di Von Mises

Il criterio di Von Mises è stato ideato in particolare per i metalli, in cui la crisi è identificata con lo snervamento. La forma di partenza di questo criterio risulta la più semplice:

$$J_{\sigma_2} - k^2 = 0$$

$$\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] - k^2 = 0$$

Volendo valutare questo criterio nello spazio delle tensioni principali si ottiene un cilindro di raggio $\sqrt{2}k$ con asse coincidente all'asse idrostatico $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

Nel caso di stato piano di tensione ($\sigma_3 = 0$), l'equazione diventa:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_Y^2$$

3.2.2 - Criterio di Tresca

Come il criterio di Von Mises, quello di Tresca si adatta molto bene sui metalli. Si differenzia rispetto al primo per il fatto che le deformazioni plastiche subentrano al raggiungimento di un valore di τ_{max} .

$$\tau_{max} - k = 0$$

A partire dal concetto di tensioni tangenziali che si evince dal tensore di Cauchy:

$$\tau_1 = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \quad \tau_2 = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad \tau_3 = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_2}{2}$$

è necessario che le condizioni al contorno siano rispettate, per cui:

$$\sigma_2 - \sigma_1 \pm 2k = 0 \quad \sigma_3 - \sigma_1 \pm 2k = 0 \quad \sigma_3 - \sigma_2 \pm 2k = 0$$

Volendo valutare questo criterio nello spazio delle tensioni principali si ottiene un prisma a base esagonale con asse centrato sull'asse idrostatico $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$.

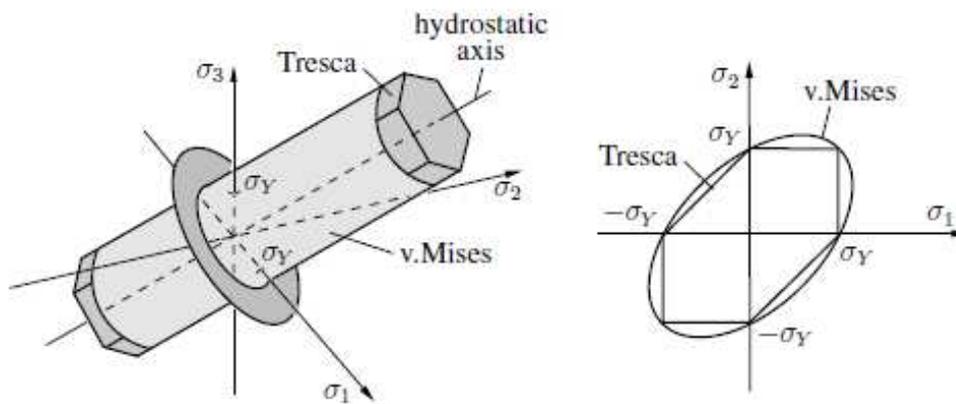


Figura 3.3 - Confronto tra criterio di Von Mises e Tresca

3.2.3 - Criterio di Mohr-Coulomb

Il criterio di Mohr-Coulomb è molto utilizzato per la modellazione dei terreni e dei materiali lapidei e ceramici. Ideato per la prima volta nel 1773, considera l'aumento di resistenza dei materiali dovuto al confinamento. I parametri su cui si basa questo criterio sono 2: coesione c e angolo di attrito interno ϕ . Ponendosi sul piano di Mohr è possibile tracciare due rette simmetriche rispetto all'asse delle σ .

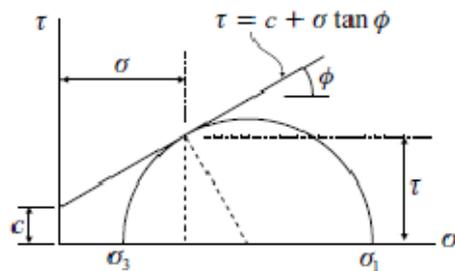


Figura 3.4 - Criterio di snervamento di Mohr-Coulomb sul piano di Mohr

La forma analitica di questo dominio è quindi:

$$|\tau| = c + \sigma \tan(\phi)$$

Con riferimento alle tensioni principali è possibile esprimere tale criterio tramite 3 equazioni, a seconda di quale siano le tensioni dominanti:

$$\begin{cases} |\sigma_2 - \sigma_3| = (\sigma_2 + \sigma_3) \sin(\phi) + 2c \cos(\phi) & \text{per } \sigma_1 \text{ come tensione intermedia} \\ |\sigma_1 - \sigma_3| = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin(\phi) + 2c \cos(\phi) & \text{per } \sigma_2 \text{ come tensione intermedia} \\ |\sigma_1 - \sigma_2| = (\sigma_1 + \sigma_2) \sin(\phi) + 2c \cos(\phi) & \text{per } \sigma_3 \text{ come tensione intermedia} \end{cases}$$

Se si rappresenta questo dominio nello spazio delle tensioni principali si ottiene una forma di questo tipo:

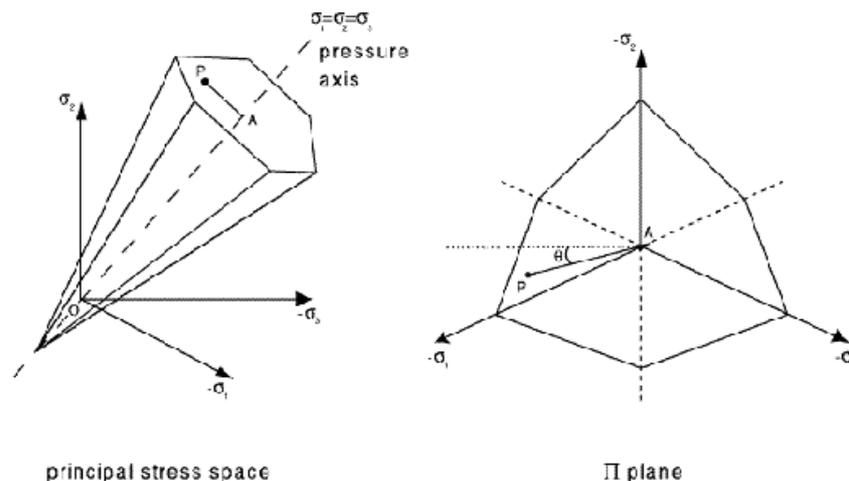


Figura 3.5 - Criterio di Mohr-Coulomb in termini di tensioni principali

Il dominio di rottura però non presenta un limite in compressione triassiale, ovvero il dominio prosegue all'infinito lungo la retta delle pressioni isostatiche. Per evitare quindi che siano ammessi stati tensionali fisicamente impossibili si usa un artificio, ovvero si pone un limite in compressione (e in alcuni casi anche in trazione) rappresentato da un piano che tronca il dominio tridimensionale.

Se si considera uno stato piano di tensione ($\sigma_3 = 0$) posso rappresentare il dominio di Mohr-Coulomb in questo modo:

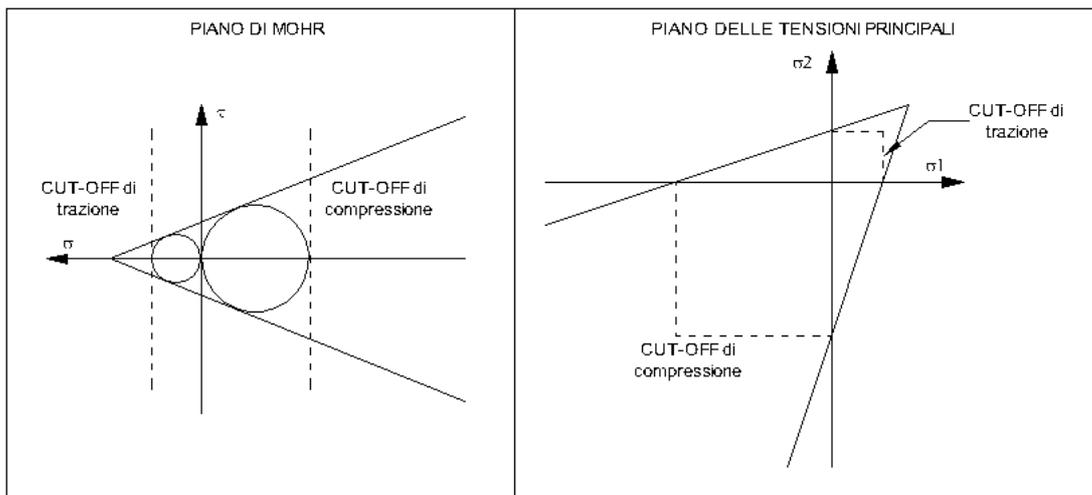


Figura 3.6 - Cut - off per lo stato piano di tensione

Come visto nel secondo capitolo, valutando il coefficiente di Poisson come rapporto tra tensione di rottura a trazione e a compressione e facendo alcune considerazioni geometriche si ottiene:

$$f_{cm} = -\frac{2c \cdot \cos(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)} \quad f_{tm} = \frac{2c \cdot \cos(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)}$$

3.2.4 - Criterio di Drucker-Prager

Il criterio di Drucker-Prager (1952) nasce come un evoluzione del criterio di Mohr-Coulomb con la differenza che il dominio risulta continuo e derivabile in ogni punto, in quanto nello spazio delle tensioni principali viene rappresentato come un cono.

La formulazione analitica è espressa in questo modo:

$$\alpha \cdot I_{\sigma_1} + \sqrt{J_{\sigma_2}} - k = 0$$

Dove con I_{σ_1} si indica il primo invariante di tensione, con J_{σ_2} il secondo invariante deviatorico e con α e k si indicano delle costanti dipendenti dal materiale.

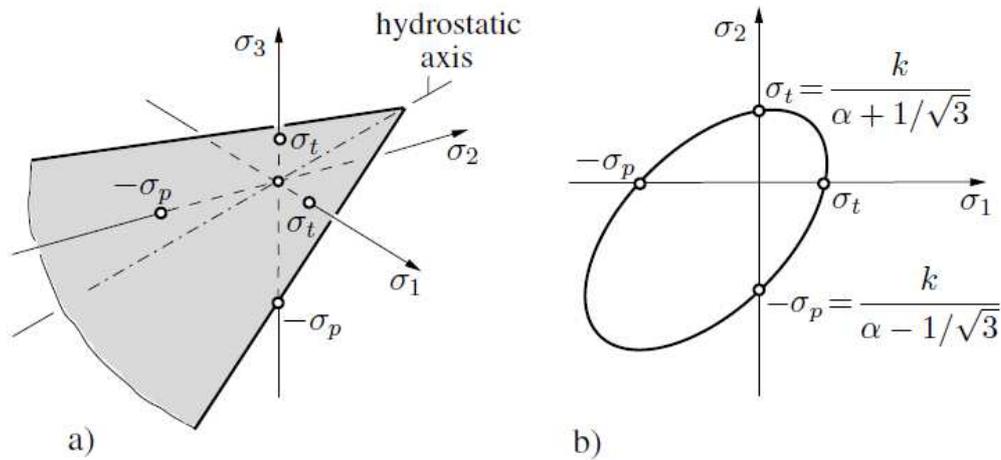


Figura 3.7 - Ipotesi di Drucker-Prager

Esiste tuttavia una formulazione alternativa che in certi casi descrive meglio le condizioni di rottura, basato su tre parametri invece che due.

$$\alpha \cdot I_{\sigma_1} + \sqrt{J_{\sigma_2} - \beta \cdot I_{\sigma_1}^2} - k = 0$$

3.2.5 - Criterio di Mohr-Leon

Un evoluzione degna di nota del criterio di Mohr-Coulomb è stata elaborata da A. Leon (1934). A partire da dati sperimentali ci si rende conto che l'involuppo dei cerchi che definiscono lo stato tensionale di ciascuna prova tende a una parabola. Sulla base di questa considerazione Leon formulò il suo criterio in questo modo.

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,Leon}} \right) + \left(\frac{\tau}{\tau_{0,Leon}} \right)^2 = 1$$

Dove i parametri $\sigma_{0,Leon}$ e $\tau_{0,Leon}$ rappresentano i punti di intersezione della parabola con gli assi.

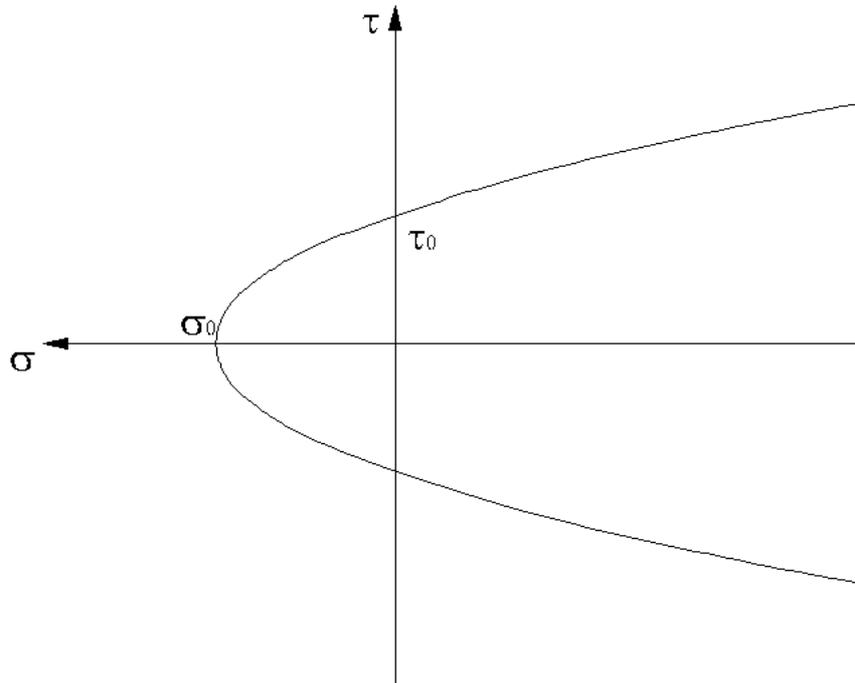


Figura 3.8 - Criterio di Mohr-Leon sul piano di Mohr

Riportando il criterio nello spazio delle tensioni principali e considerando che il suo asse sia quello delle pressioni idrostatiche si ottiene:

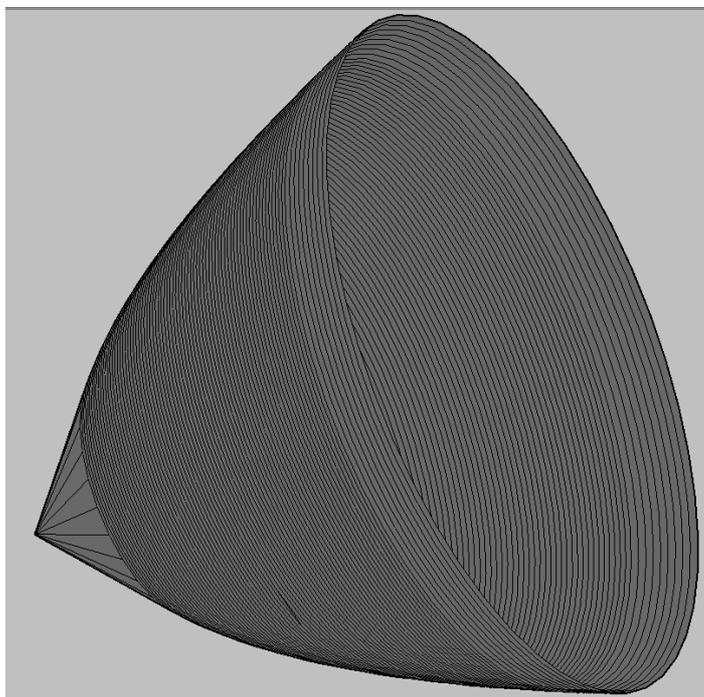


Figura 3.9 - Criterio di Mohr-Leon nello spazio delle tensioni principali

3.2.6 - Criterio di Bresler Pister

Tra i criteri più complessi esiste quello di Bresler Pister, ideato nel 1958 appositamente per i calcestruzzi. Questo criterio nasce dall'interpolazione di dati sperimentali con delle curve parametrizzate.

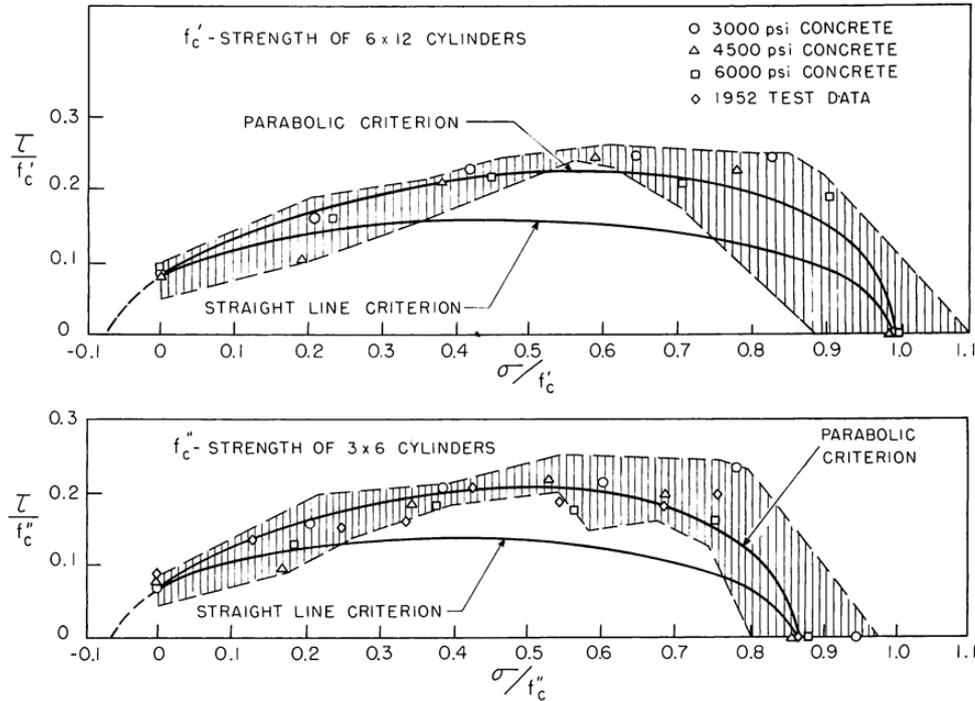


Figura 3.10 - Dati sperimentali sul piano di Mohr normalizzato

$$\frac{\tau}{f_c} = 0.1 \left[A' + B' \left(\frac{\sigma}{f_c} \right) + C' \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)^2 + D' \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)^3 + E' \left(\frac{\sigma}{f_c} \right)^4 \right]^{1/2} \dots (12)$$

Criterion	Numerical coefficients				
	A'	B'	C'	D'	E'
Based on 6 x 12-in. cylinders, $f_c = f'_c$					
Parabolic	0.62	10.10	5.80	-18.60	+2.09
Straight line	0.62	7.86	-8.46	0	0
Based on 3 x 6-in. cylinders, $f_c = f''_c$					
Parabolic	0.50	9.50	8.63	-27.20	4.13
Straight line	0.50	7.01	-8.85	0	0

Figura 3.11 - Parametri della funzione interpolante

Scritto in termini di invarianti la funzione interpolante risulta:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{Tensore di Cauchy})$$

$$\sqrt{J_2} = A + B \cdot I_1 + C \cdot I_1^2$$

Dove I_1 è il primo invariante di tensione, J_2 il secondo invariante deviatorico e A,B e C sono costanti che si ricavano ponendo le condizioni al contorno. Questa formula si basa su 3 parametri: f_c tensione di snervamento monoassiale in compressione, f_t tensione di snervamento monoassiale in trazione, f_b tensione di snervamento biassiale in compressione; questi definiscono appunto le condizioni al contorno per il calcolo delle costanti di Bresler Pister:

1- Quando $\sigma_{11} = -f_c$ (compressione monoassiale)

$$T = \begin{bmatrix} -f_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_c = A - B \cdot f_c + C \cdot f_c^2$$

2- Quando $\sigma_{11} = f_t$ (trazione monoassiale)

$$T = \begin{bmatrix} f_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_t = A + B \cdot f_t + C \cdot f_t^2$$

3- Quando $\sigma_{11} = \sigma_{22} = -f_b$ (compressione biassiale)

$$T = \begin{bmatrix} -f_b & 0 & 0 \\ 0 & -f_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_b = A - 2 \cdot B \cdot f_b + 4 \cdot C \cdot f_b^2$$

Facendo le opportune sostituzioni si ottengono le 3 costanti:

$$\begin{cases} A = \frac{f_b \cdot f_c \cdot f_t \cdot (f_t + 8 \cdot f_b - 3 \cdot f_c)}{\sqrt{3} \cdot (f_c + f_t) \cdot (2 \cdot f_b - f_c) \cdot (2 \cdot f_b + f_t)} \\ B = \frac{(f_c - f_t) \cdot (f_b \cdot f_c + f_b \cdot f_t - f_c \cdot f_t - 4 \cdot f_b^2)}{\sqrt{3} \cdot (f_c + f_t) \cdot (2 \cdot f_b - f_c) \cdot (2 \cdot f_b + f_t)} \\ C = \frac{3 \cdot f_b \cdot f_t - f_b \cdot f_c - 2 \cdot f_c \cdot f_t}{\sqrt{3} \cdot (f_c + f_t) \cdot (2 \cdot f_b - f_c) \cdot (2 \cdot f_b + f_t)} \end{cases}$$

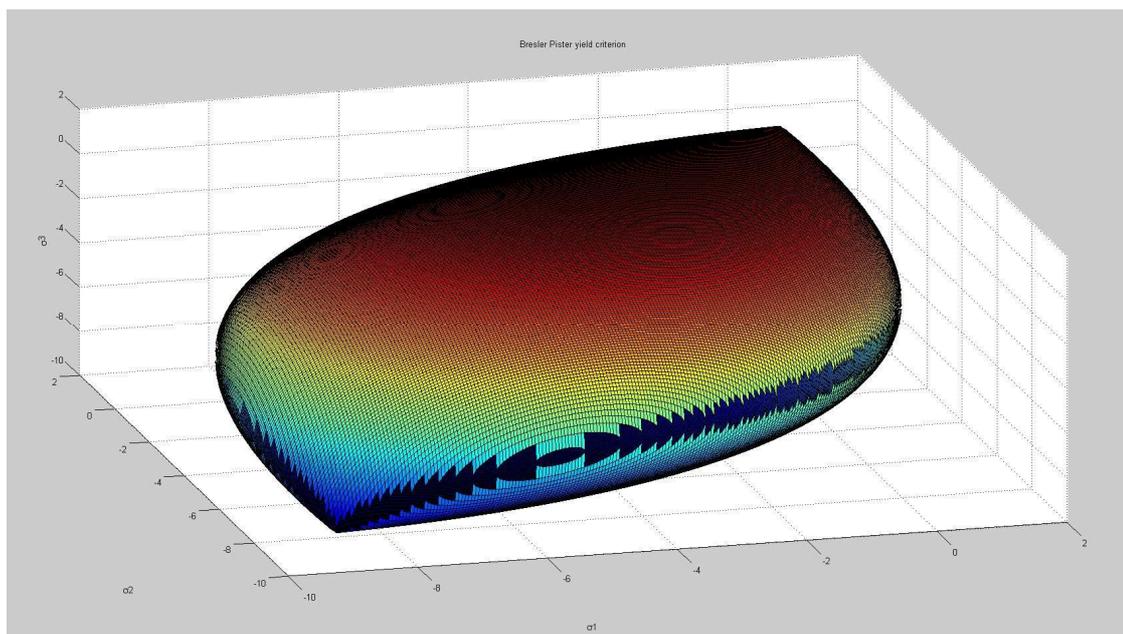


Figura 3.12 - Criterio di Bresler Pister in termini di tensioni principali

Se si considera lo stato piano di tensioni ($\sigma_3 = 0$) si ottiene:

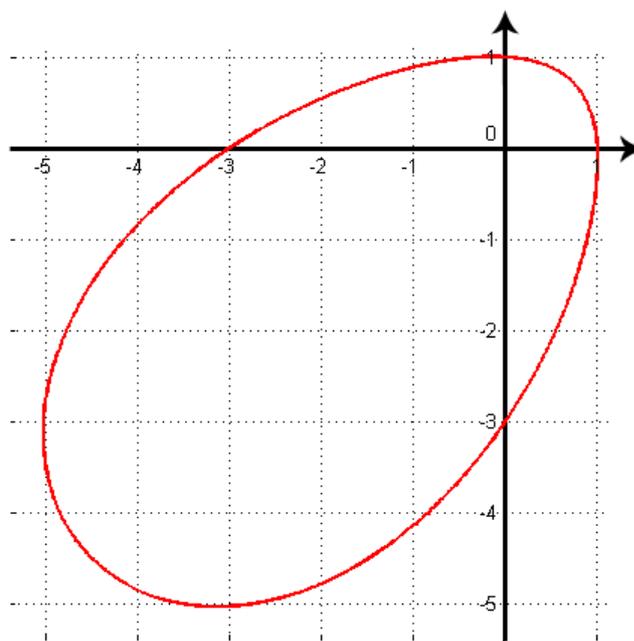


Figura 3.13 - Criterio di Bresler Pister per stato piano di tensione

3.3 - Elaborazione di un nuovo criterio

Tra gli obiettivi di questo studio c'è anche la realizzazione di un nuovo criterio di rottura specifico per le malte. A partire da dati sperimentali infatti si è notato che il criterio di Mohr-Leon si adatta molto bene al reale comportamento, ma essendo un dominio illimitato non considera la crisi del materiale in stato biassiale. È sufficiente infatti inserire un cap (o un cut-off come per Mohr-Coulomb) che limiti il comportamento biassiale.

Per la forma del cap si è scelto di usare un'ellisse parametrizzata che viene calcolata in maniera da essere continua con la parabola e da terminare sulla resistenza biassiale della malta.

In termini analitici quello che è stato svolto segue questa procedura:

1. A partire dai parametri σ_0, τ_0 viene realizzata la prima parte del dominio, la superficie di snervamento a taglio; la forma è quella di Mohr-Leon e risponde all'equazione:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,Leon}}\right) + \left(\frac{\tau}{\tau_{0,Leon}}\right)^2 = 1$$

Dove con $\sigma_{0,Leon}$ e $\tau_{0,Leon}$ si indicano i punti di intersezione della parabola con gli assi. Questa formula ha validità assumendo che le compressioni siano positive.

2. Si definisce un punto di contatto tra la superficie di snervamento a taglio e quella biassiale (ellisse); nel caso di questo studio si è scelto il punto di coordinata $\sigma = \frac{3}{4}f_{cm}$ appartenente alla parabola, dove per f_{cm} si intende il diametro del cerchio tangente alla parabola e all'asse delle τ .

$$f_{cm} = \frac{\tau_0^2}{\sigma_0} + 2 \cdot \tau_0$$

$$\sigma_{contatto} = \frac{3}{4}f_{cm} \qquad \tau_{contatto} = \tau_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma_{contatto}}{\sigma_0}}$$

3. Definito il valore limite della resistenza biassiale f_{bm} in funzione di f_{cm} si calcola l'ellisse ponendo come condizioni il passaggio per il punto di contatto e la derivata nello stesso punto uguale sia per la parabola che per l'ellisse.

Equazione dell'ellisse:

$$f_{bm} = \alpha \cdot f_{cm} \quad \text{con } \alpha = 1.2 \div 2.0$$

$$\left(\frac{\sigma - \sigma_{centro}}{f_{bm} - \sigma_{centro}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cap}} \right)^2 = 1$$

Derivata dell'ellisse rispetto a σ :

$$\tau = \frac{\tau_{cap}(\sigma - \sigma_{centro})}{(f_{bm} - \sigma_{centro}) \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma - \sigma_{centro}}{f_{bm} - \sigma_{centro}} \right)^2}}$$

Derivata della parabola rispetto a σ :

$$\tau = \frac{\tau_0}{2\sigma_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_0}}}$$

Ponendo le due condizioni e risolvendo numericamente il sistema si ottiene un dominio di questo tipo:

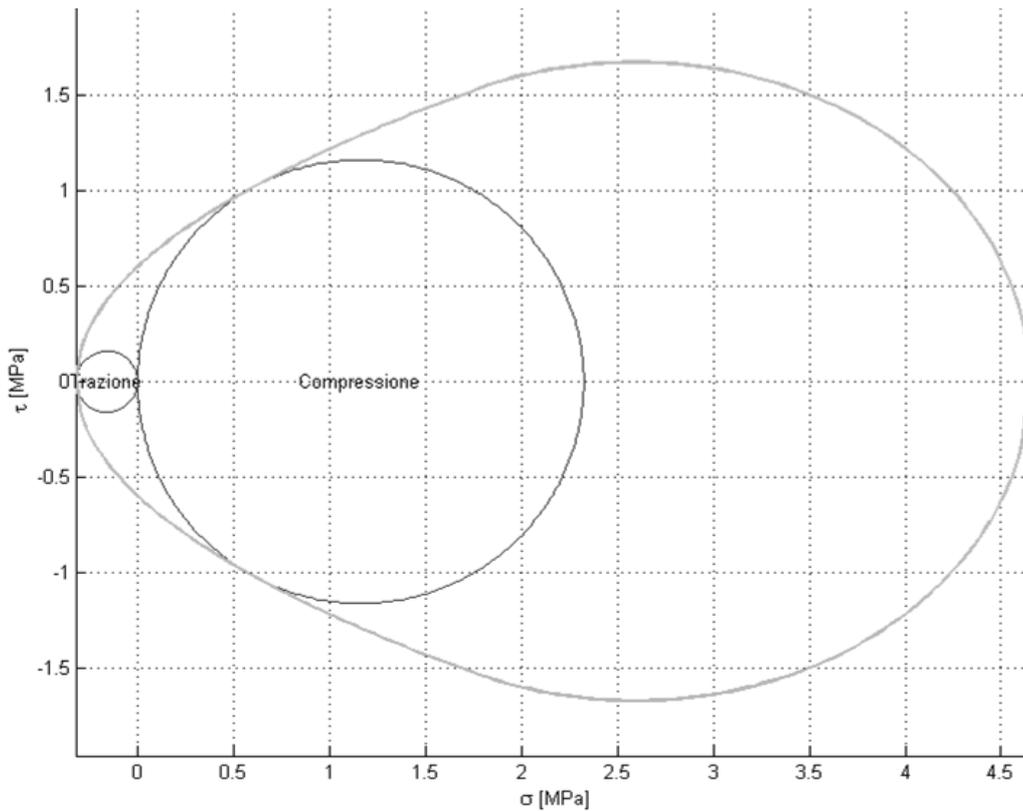


Figura 3.14 - Dominio parabolico con cap ellittico sul piano di Mohr

Questo dominio ha il vantaggio che sono sufficienti 3 parametri, come quello di Bresler Pister, e tuttavia è in grado di approssimare molto bene i dati sperimentali (come illustrato nei prossimi capitoli). In questa tesi, lo studio del dominio è limitato ai casi di stato piano di tensione e di plasticità perfetta.

Ponendosi nel piano delle tensioni principali assume una forma di questo tipo

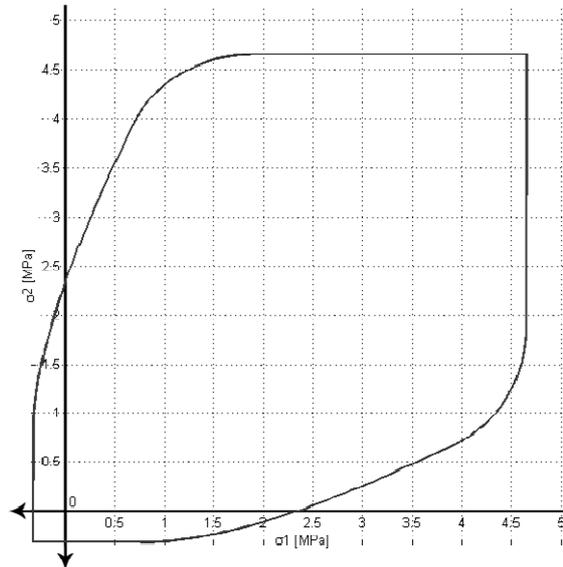


Figura 3.15 - Dominio parabolico con cap ellittico nel piano delle tensioni principali

Il coefficiente di Poisson non ha valore costante, ma cresce all'aumentare della compressione, in quanto durante la compressione si ha una variazione di volume legato al riempimento dei vuoti e alla formazione di microfratture interne. Un'idea che è stata introdotta con questo studio è quella di rappresentare l'andamento del coefficiente di Poisson come per Mohr-Coulomb, ossia funzione all'angolo di attrito interno e in particolare viene espresso in funzione del valore del rapporto tra massima compressione e massima trazione, che con riferimento al criterio di resistenza di Grashof, viene fatto coincidere con il valore del coefficiente di Poisson (Franciosi 1965):

$$\nu = \frac{f_{tm}}{f_{cm}} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

Volendo rappresentare una legge di variazione di tale coefficiente si può collegare l'angolo di attrito interno alla tangente della parabola.

Operativamente viene calcolata la derivata della parabola per ogni valore di σ :

$$\tau = \frac{\tau_0}{2\sigma_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_0}}}$$

Essendo la derivata la tangente alla curva pongo:

$$\varphi = \text{atan} \left(\frac{\tau_0}{2\sigma_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_0}}} \right)$$

In tal modo si ha che:

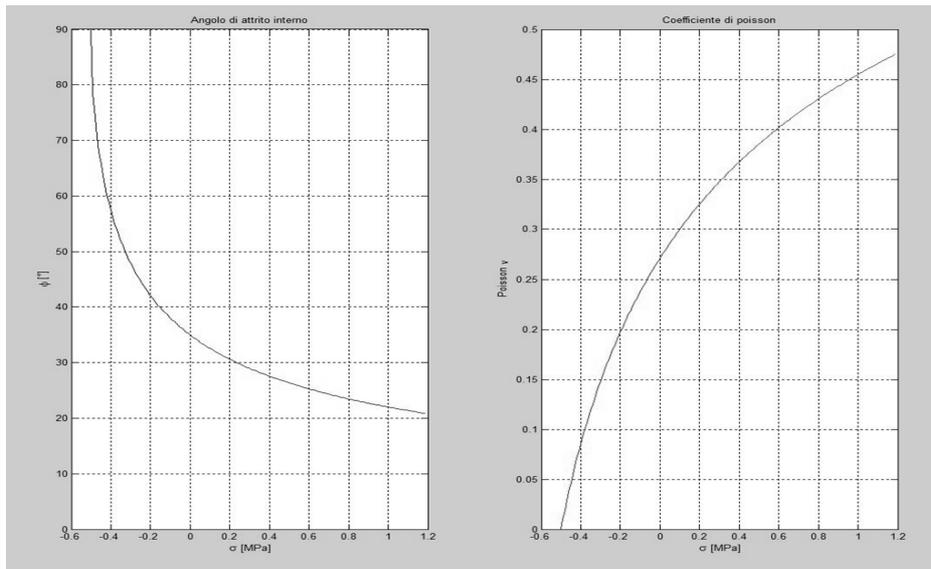


Figura 3.16 - Legge di variazione del coefficiente di Poisson

Questa legge presenta un problema quando l'angolo di attrito interno scende sotto valori di circa 20° , in quanto il coefficiente di Poisson supera il valore 0.5 (limite di incompressibilità). Per rispettare il limite di incompressibilità si è pensato di considerare la parabola fino a quando la tangente raggiunge un'inclinazione di 22.5° ($\nu_{max} \cong 0.45$); se il criterio dovesse richiedere un prolungamento della parabola, in quanto viene generato sull'interpolazione di dati sperimentali, sarà poi proseguito con una retta di inclinazione di 22.5° .

Capitolo 4 - Confinamento ed effetto scala

4.1 - Concetti generali sul confinamento

Come si è visto nel Capitolo 3 il confinamento ha un ruolo molto importante sui materiali. Preso un qualsiasi dominio di rottura infatti, si vede come all'aumentare del confinamento si possono raggiungere resistenze maggiori.

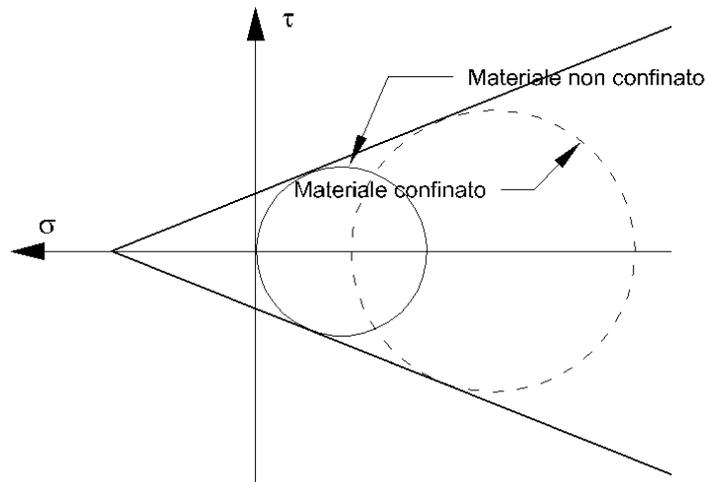


Figura 4.1 - Effetti del confinamento per il criterio di Mohr-Coulomb

Nel caso specifico delle malte l'interesse per questo aspetto è nato confrontando i dati delle prove a punzonamento con i dati di prove a compressione. Quello che si evince da queste considerazioni è che nelle prove a punzonamento si ottengono sempre valori più alti di quelli attesi, e da qui è iniziato lo studio di queste prove.

4.2 - Effetto di confinamento su prove a punzonamento

La prova di punzonamento soffre di due problemi fondamentali: lo spessore del provino in rapporto alla dimensione del punzone non garantisce una diffusione libera delle tensioni; inoltre la presenza di materiale esterno alla parte compressa fornisce una resistenza ulteriore all'espansione laterale, che permette un ulteriore confinamento della parte compressa. Il confinamento ottenuto è stato espresso come frazione della tensione di compressione principale, per cui quello che si ottiene è un coefficiente adimensionale ovviamente minore di 1.

$$\alpha = \frac{\sigma_{radiale}}{\sigma_{verticale}}$$

Per rappresentare il confinamento offerto dal materiale esterno al punzone ci si è ispirati alla formula di Mariotte per i tubi in pressione. Pensando alla piastrina come due cilindri discontinui, in cui la parte interna soggetta a compressione tende ad espandersi, questa eserciterà una pressione radiale sull'anello esterno, portandolo in trazione.

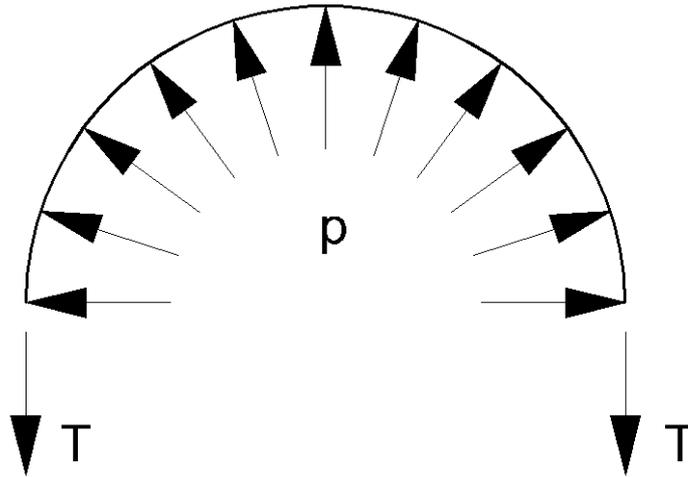


Figura 4.2 - Espressione della formula di Mariotte

$$T = p \cdot R$$

Considerando poi che la sezione abbia una distribuzione di tensioni costante (si tratta di un'approssimazione) si può esprimere la tensione di trazione per unità di lunghezza della piastrina come:

$$T = \sigma_t \cdot s$$

Dove s rappresenta lo spessore del materiale che eccede dal punzone. La tensione di trazione sarà quindi:

$$\sigma_t = p \cdot \frac{R}{s}$$

Per avere un'idea del massimo valore di confinamento ottenibile si deve porre σ_t pari alla tensione massima di trazione e ricavare quindi p .

$$p = \frac{f_{tm} \cdot s}{R}$$

Volendo fare un esempio numerico si può considerare $f_{tm} = 0.5 \text{ MPa}$, $s = 10 \text{ mm}$ e $R = 15 \text{ mm}$. Il risultato di p sarà:

$$p = \frac{0.5 \cdot 10}{15} = 0.33 \text{ MPa}$$

Ovviamente questo modello è soggetto a fortissime approssimazioni. Per cogliere al meglio questi aspetti sono stati realizzati dei modelli agli elementi finiti in campo elastico (eseguiti con Straus7) su campioni modellati con elementi *brick*. Quello che si cerca di determinare è una correlazione tra le dimensioni della parte compressa (R_1), lo spessore del provino (t) e la dimensione totale della piastra (R_2).

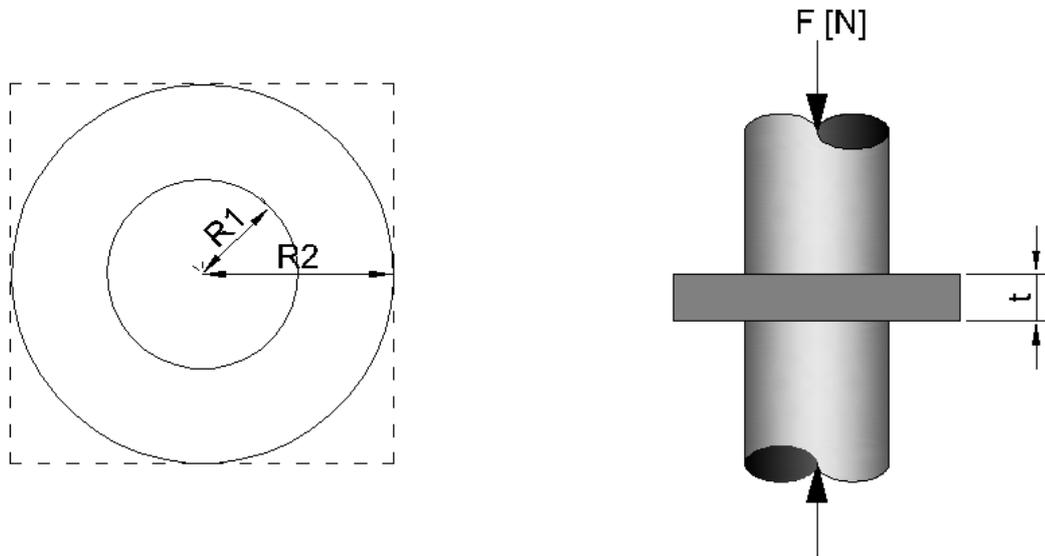


Figura 4.3 - Dimensioni utilizzate per i modelli agli elementi finiti

Per valutare al meglio questi effetti si è proceduto in due direzioni:

1. Fissato lo spessore t , viene fatto variare il rapporto R_2/R_1 in maniera crescente.
2. Fissato il rapporto R_2/R_1 , viene fatto variare a sua volta t .

Per questioni di costo computazionale è stata sfruttata l'assiale simmetria dei provini, agendo quindi su un quarto.

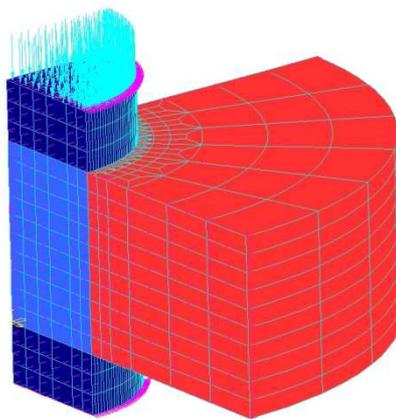


Figura 4.4 - Esempio di modello FEM della prova a punzonamento

4.2.1 - Prove a spessore costante

Lo studio di questi modelli è stata dapprima eseguita con uno spessore fisso pari a 15 mm, in quanto è lo spessore più comune per i letti di malta. Facendo variare il rapporto di dimensioni si è ottenuto:

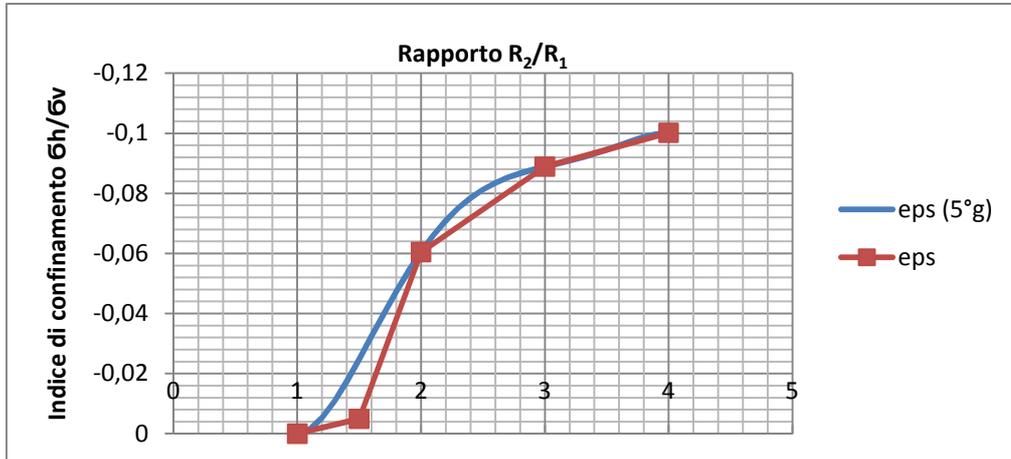


Figura 4.5 - Andamento del coefficiente di confinamento per $t=15$ mm

Ottenuti i punti dai modelli (curva rossa) sono stati poi interpolati con una funzione polinomiale di 5° grado, ponendo come condizione il passaggio per i punti centrali e l'orizzontalità agli estremi.

Passando a spessori più alti però ci si aspetta che il confinamento si riduca, in quanto lo spessore più alto consente una diffusione delle tensioni e una perdita dell'effetto triassiale. Per verificare questa ipotesi si è eseguito un set di prove anche a spessore di 30 mm.

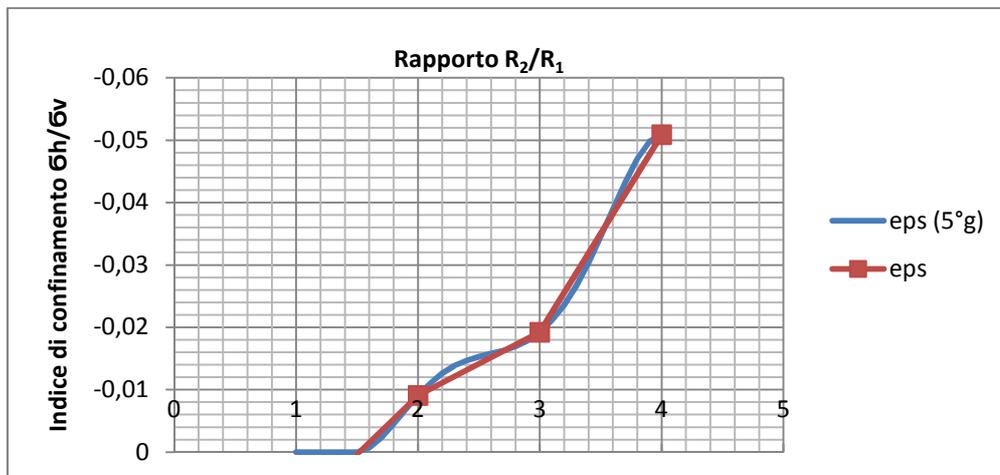


Figura 4.6 - Andamento del coefficiente di confinamento per $t=30$ mm

4.2.2 - Prove a rapporto dimensionale costante

Con lo stesso criterio si è fissato un rapporto dimensionale $R_2/R_1 = 2$, tipico delle prove a punzonamento dove il punzone generalmente ha diametro di 20 mm e la piastrina è di 40-50 mm.

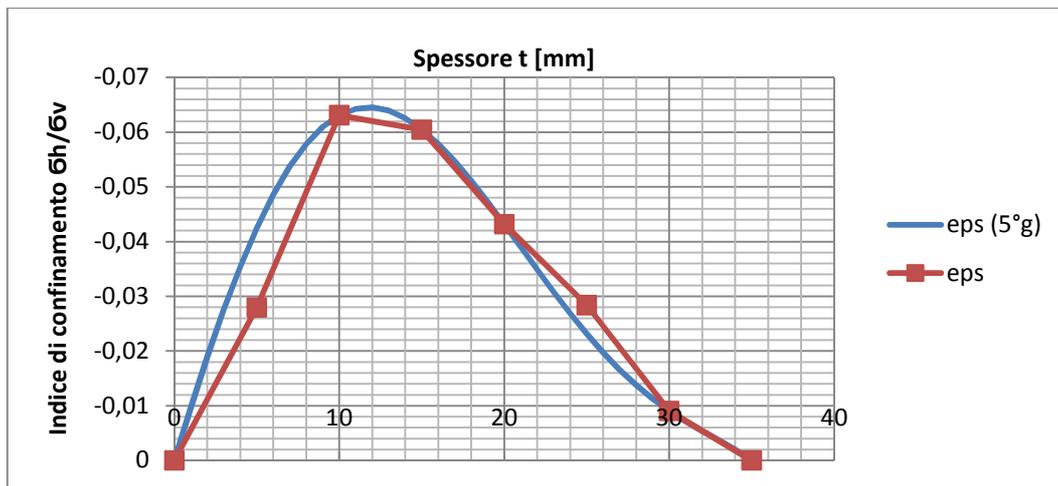


Figura 4.7 - Andamento del coefficiente di confinamento per $R_2/R_1 = 2$

Questa curva risulta essere molto interessante in quanto, rappresentando il confinamento offerto dal materiale esterno alla piastra, sotto i 10 mm mostra una riduzione dovuta al fatto che per piccoli spessori prevale il confinamento della piastra, che, impedendo l'espansione laterale, non permette al materiale esterno di reagire.

4.2.3 - Interpolazione delle curve

Ottenute queste curve si è deciso di incrociarle e interpolarle linearmente a creare una superficie valida per ogni combinazione di t e R_2/R_1 .

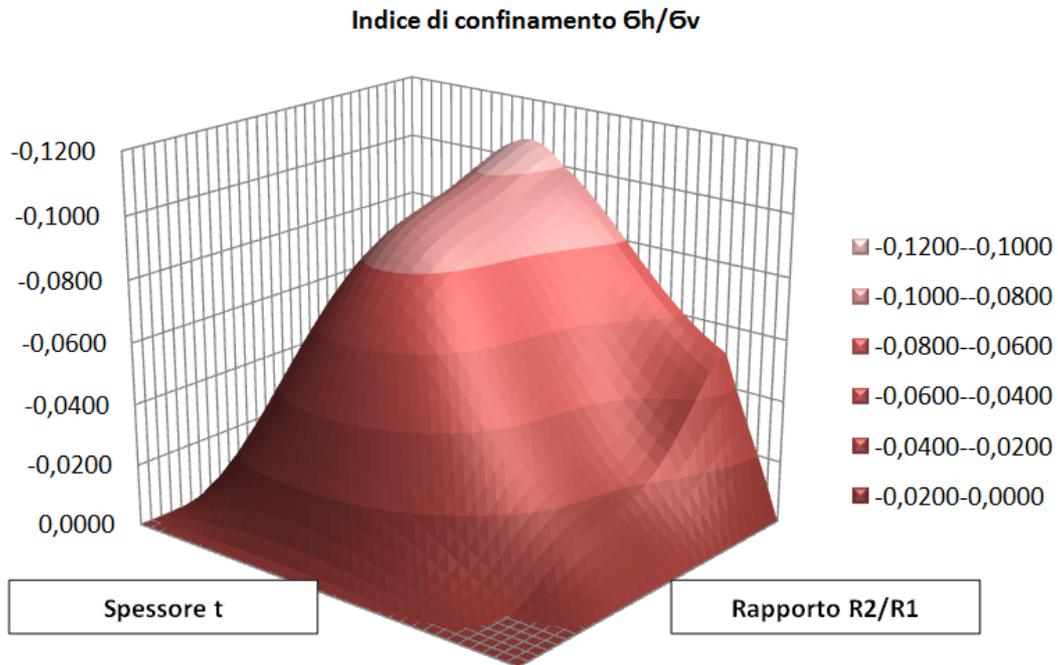


Figura 4.8 - Superficie interpolante del coefficiente di confinamento

Utilizzando poi un criterio di snervamento come Bresler Pister si nota che per valori di confinamento del 10% in entrambe le direzioni ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_{radiante}$) si può avere la crisi per valori fino a 3 volte superiori quella monoassiale.

4.3 - Effetto di confinamento sulla prova Brasiliana

Lo studio dell'effetto di confinamento è proseguito analizzando il comportamento della malta nella prova Brasiliana a diverse inclinazioni del giunto. Come visto nei capitoli precedenti, lo stato tensionale di un concio di malta infinitesimo viene rappresentato in assenza di confinamento, ma facendo riferimento alla teoria di Hilsdorf appare subito chiaro che non è così.

Sono stati quindi realizzati dei modelli agli elementi finiti (con Straus7) per simulare inizialmente il comportamento del provino in campo elastico e poi portandolo a rottura tramite analisi non lineari. Il modello è stato realizzato con elementi *plate* a 8 nodi a cui viene associato uno stato di tensione piano:

$$\sigma_x \neq 0 \quad \sigma_y \neq 0 \quad \sigma_z = 0$$

Successivamente la prova è stata eseguita con uno stato di deformazione piano, in quanto nel reale comportamento è presente la componente di confinamento trasversale, che nella teoria delle piastre di Kirchhoff-Love non viene rappresentata.

$$\varepsilon_x \neq 0 \quad \varepsilon_y \neq 0 \quad \varepsilon_z = 0$$

4.3.1 - Analisi lineari

I test eseguiti mirano a valutare in maniera qualitativa che ruolo abbia il confinamento in questa prova. Innanzitutto si è cercato di valutare l'andamento delle tensioni di confinamento all'interno del giunto al variare del coefficiente di Poisson. Utilizzando parametri tipici per malta e blocchi si è ottenuto:

$$E_b = 13644 \text{ MPa}$$

$$\nu_b = 0.11$$

$$t_b = 47.5 \text{ mm}$$

$$E_m = 1286 \text{ MPa}$$

$$\nu_m = 0.10 \div 0.45$$

$$t_m = 15 \text{ mm}$$

Le dimensioni del provino si sono assunte di 110 mm di diametro e 100 mm di lunghezza. Il carico applicato è stato fornito come una pressione sul bordo di 0.1 MPa, che tradotta in termini di forza risulta:

$$F_{30^\circ} = F_{45^\circ} = F_{60^\circ} = 288 \text{ N}$$

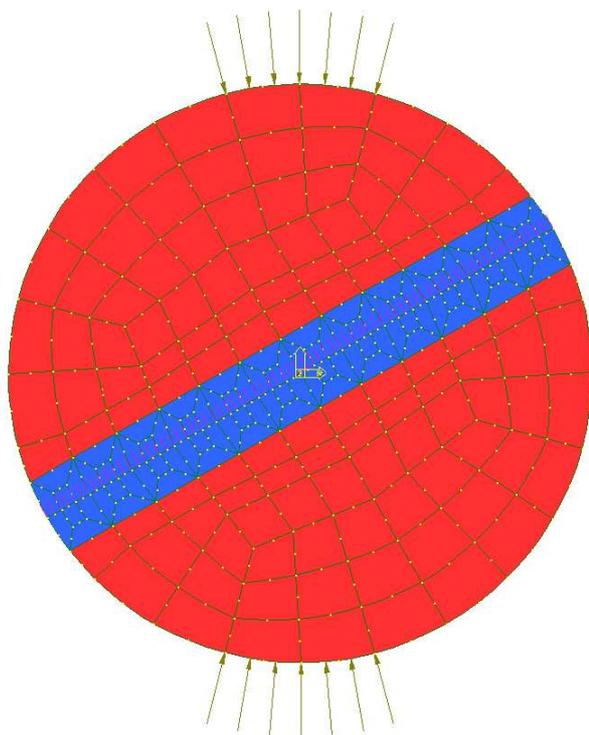


Figura 4.9 - Modello in Straus7 della prova Brasiliana con inclinazione 30°

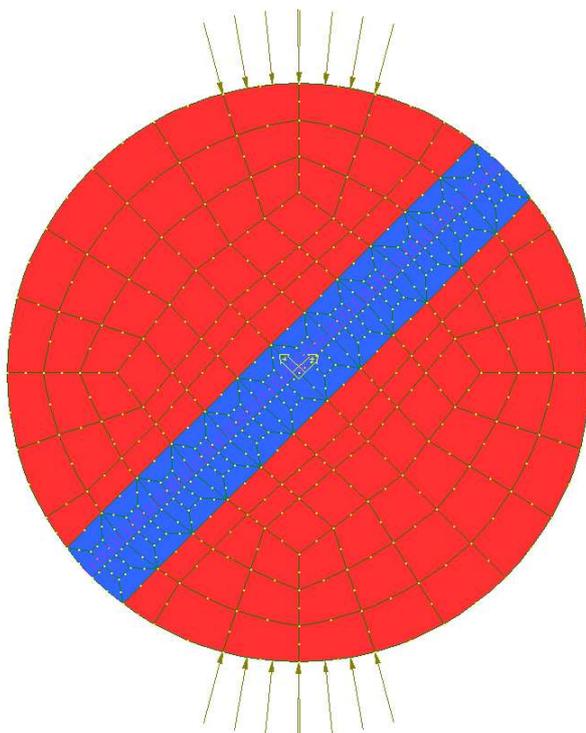


Figura 4.10 - Modello in Straus7 della prova Brasiliana con inclinazione 45°

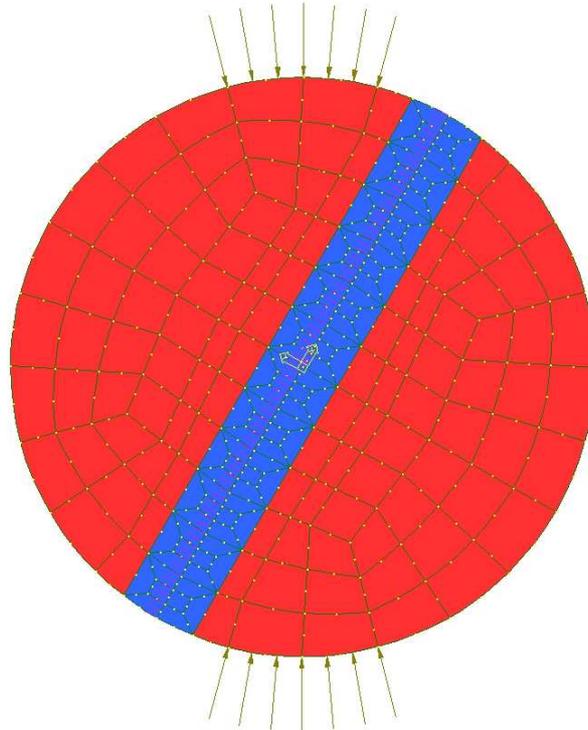


Figura 4.11 - Modello in Straus7 della prova Brasiliana con inclinazione 60°

Graficando quindi l'andamento del confinamento in funzione della variazione del coefficiente di Poisson si ottiene una legge lineare, proprio come nel modello di Hilsdorf.

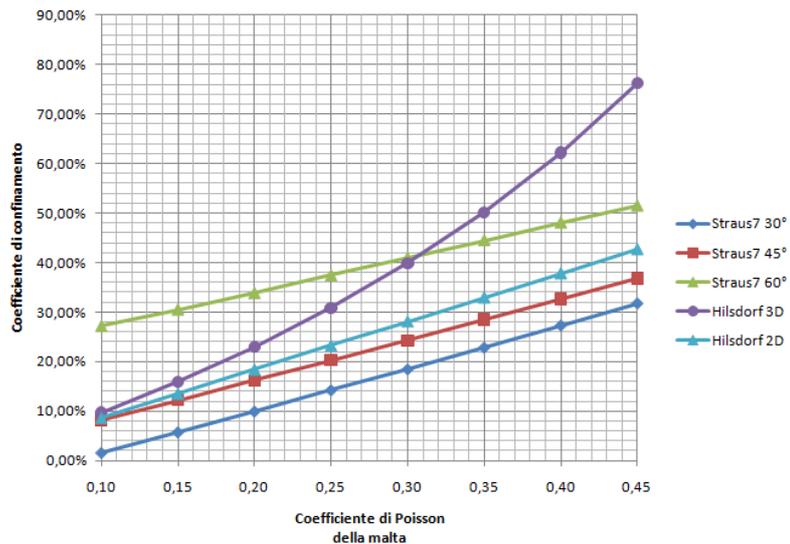


Figura 4.12 - Variazione del confinamento in funzione del coefficiente di Poisson

Ovviamente l'andamento del modello di Hilsdorf nel caso tridimensionale si comporta in modo molto differente, in quanto il modello agli elementi finiti è stato eseguito in stato biassiale di tensione.

Contrariamente a quanto ci si aspetta però, si ha il confinamento maggiore per un'inclinazione molto alta. Questo fenomeno può essere dovuto in parte al fatto che, per una forte inclinazione, nel modello agli elementi finiti la malta vada in compressione principalmente in direzione parallela alla direzione del letto di malta.

Per rendere i risultati più vicini a quanto ci si aspettava si è provato ad utilizzare diversi coefficienti di Poisson a seconda delle angolazioni: infatti, se per 30° si avrà una rottura principalmente dovuta a compressione, aumentando l'angolo si avrà una tendenza alla rottura per taglio. Questo significa che al momento della rottura per un angolo basso si hanno forti valori di compressione che, come visto in precedenza, tendono ad aumentare il coefficiente di Poisson. Alla luce di queste considerazioni si è proceduto con l'analizzare l'andamento delle tensioni all'interno dei provini in entrambi gli stati piani; il valore del coefficiente di Poisson si è assunto pari a:

$$\nu_{30^\circ} = 0.35 \qquad \nu_{45^\circ} = 0.25 \qquad \nu_{60^\circ} = 0.15$$

Andando a graficare l'andamento delle tensioni nella sezione media della malta si nota come le tensioni ortogonali al letto di malta e le tensioni tangenziali siano esattamente uguali al valore ottenuto con i modelli semplificati, mentre la tensione di confinamento abbia un ruolo molto importante.

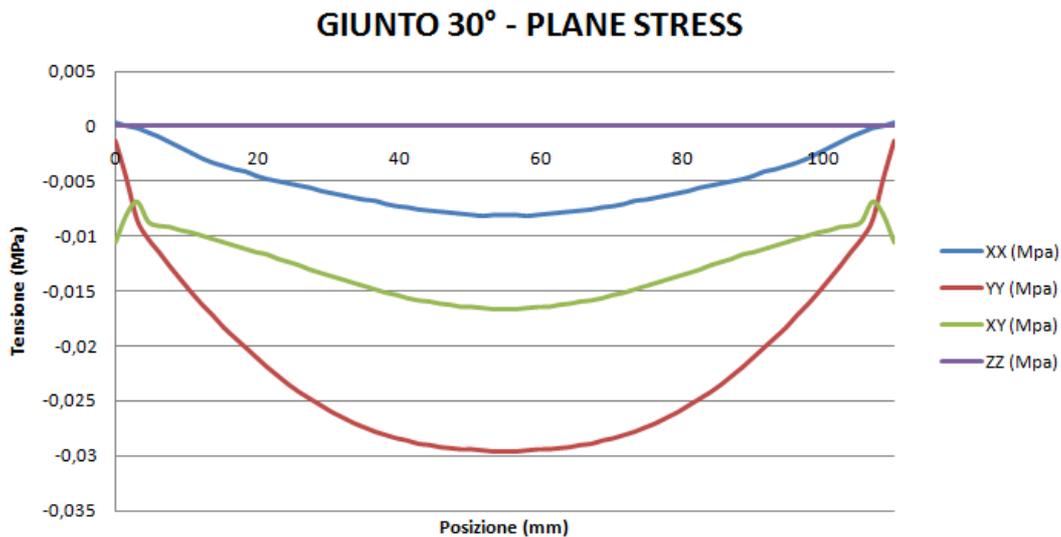


Figura 4.13 - Andamento delle tensioni in condizioni plane stress con inclinazione 30°

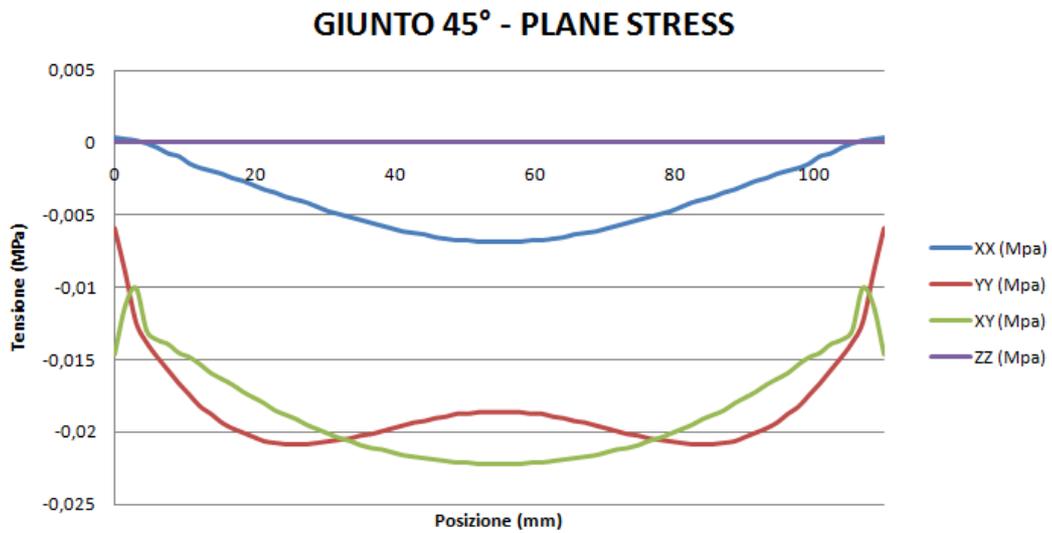


Figura 4.14 - Andamento delle tensioni in condizioni plane stress con inclinazione 45°

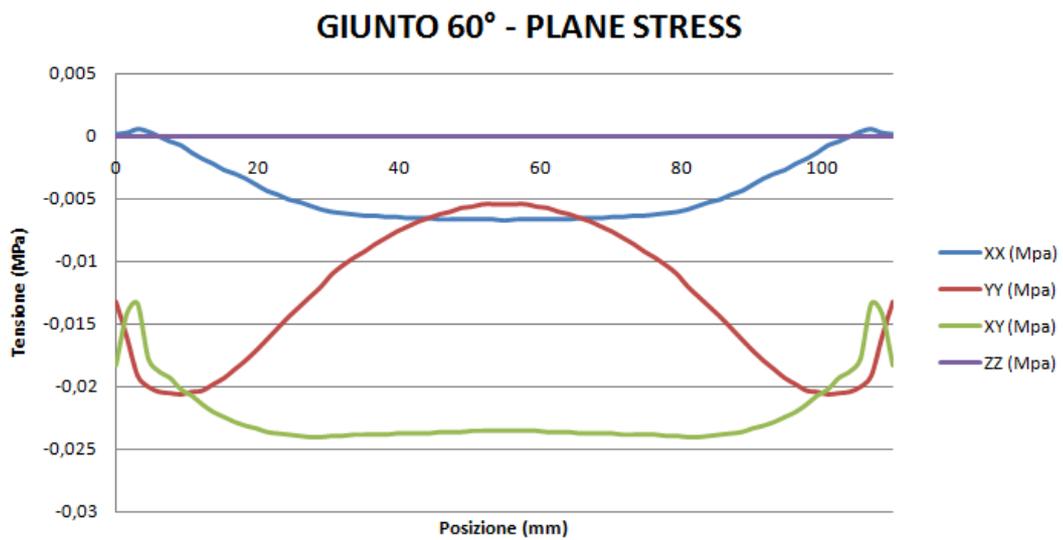


Figura 4.15 - Andamento delle tensioni in condizioni plane stress con inclinazione 60°

Valutando poi quello che accade in condizioni di deformazione piana si riportano i seguenti andamenti:

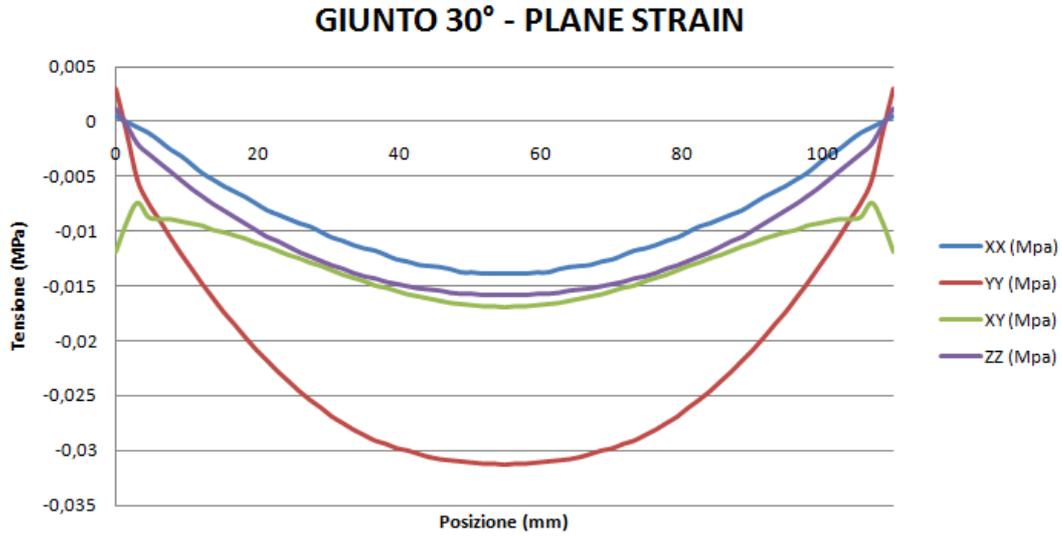


Figura 4.16 - Andamento delle tensioni in condizioni plane strain con inclinazione 30°

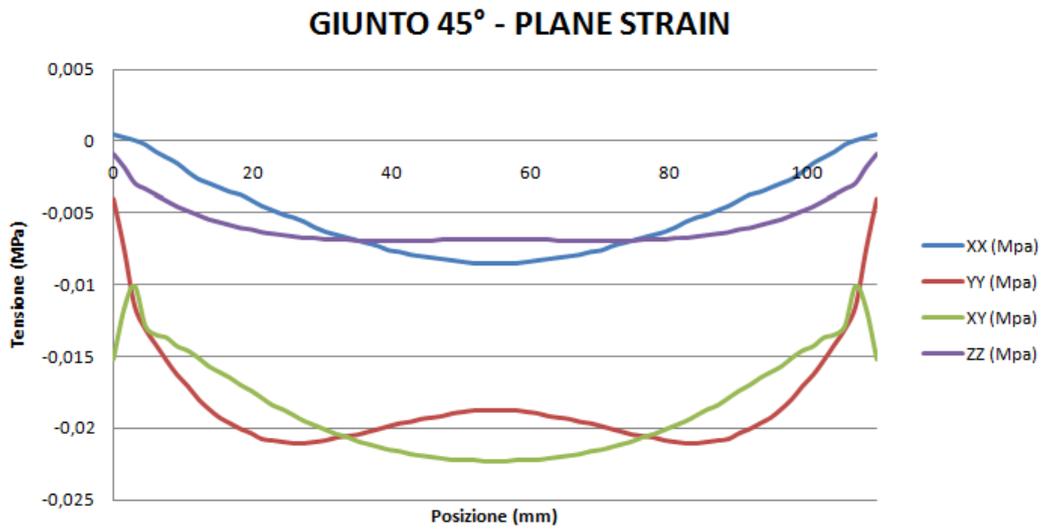


Figura 4.17 - Andamento delle tensioni in condizioni plane strain con inclinazione 45°

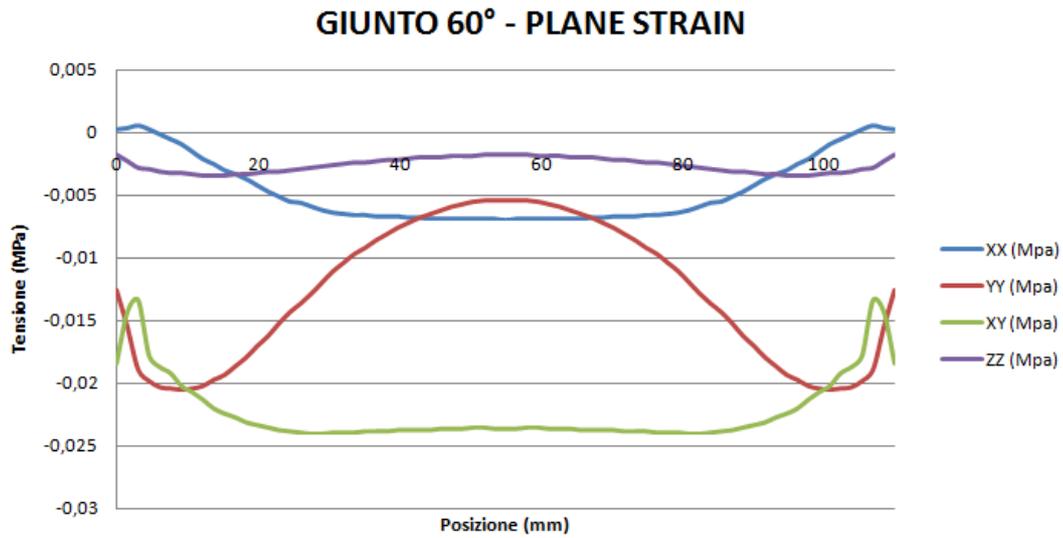


Figura 4.18 - Andamento delle tensioni in condizioni plane strain con inclinazione 60°

Nella tabella seguente vengono riportati i valori medi ottenuti dalle analisi FEM e quelli calcolati con le formule semplificate illustrate nel capitolo 2, con l'aggiunta del criterio di Hilsdorf per la determinazione del confinamento in condizioni biassiali nel caso di *plane stress* e in condizioni triassiali nel caso di *plane strain*.

Plane stress					Hilsdorf 2D				
Incl.	XX [Mpa]	YY [Mpa]	XY [Mpa]	ZZ [Mpa]	Incl.	XX [Mpa]	YY [Mpa]	XY [Mpa]	ZZ [Mpa]
30	-0,0050	-0,0220	-0,0128	0,0000	30	0,0075	0,0227	0,0131	0,0000
45	-0,0038	-0,0183	-0,0184	0,0000	45	0,0043	0,0185	0,0185	0,0000
60	-0,0043	-0,0129	-0,0222	0,0000	60	0,0018	0,0131	0,0227	0,0000
Plane strain					Hilsdorf 3D				
Incl.	XX [Mpa]	YY [Mpa]	XY [Mpa]	ZZ [Mpa]	Incl.	XX [Mpa]	YY [Mpa]	XY [Mpa]	ZZ [Mpa]
30	-0,0086	-0,0219	-0,0128	-0,0107	30	0,0114	0,0227	0,0131	0,0114
45	-0,0050	-0,0183	-0,0184	-0,0058	45	0,0057	0,0185	0,0185	0,0057
60	-0,0045	-0,0128	-0,0222	-0,0026	60	0,0021	0,0131	0,0227	0,0021

Volendo considerare il confinamento come percentuale della tensione normale si ottengono dei valori molto alti:

Plane Stress			Plane Strain		
Incl.	XX	ZZ	Incl.	XX	ZZ
30	22,78%	0,00%	30	39,11%	48,68%
45	20,66%	0,00%	45	27,36%	31,85%
60	33,38%	0,00%	60	35,14%	20,28%

Graficamente questo confinamento si traduce in una riduzione delle dimensioni dei cerchi di Mohr e una traslazione verso il valore della tensione massima.

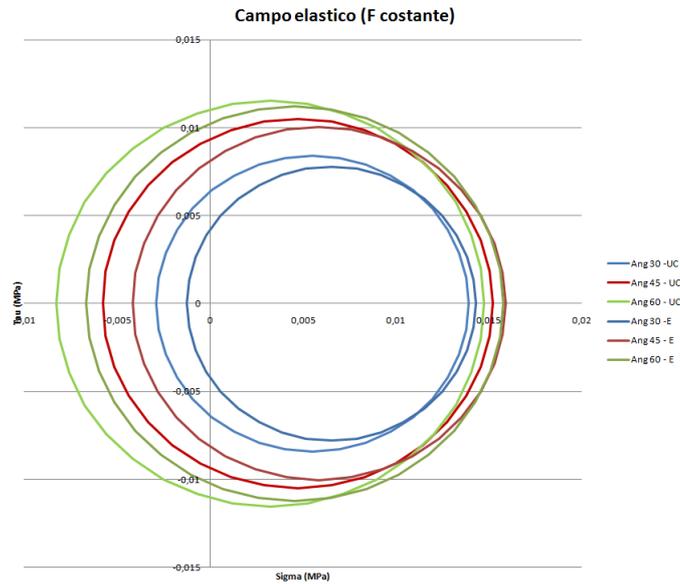


Figura 4.19 - Variazione dei cerchi di Mohr con l'introduzione del confinamento

Se si considera l'andamento delle tensioni sul piano medio tramite i cerchi di Mohr si nota che la distribuzione dei cerchi segue uno schema concentrico, dove il cono centrale crea il cerchio di raggio più grande e può essere assunto come involucro.

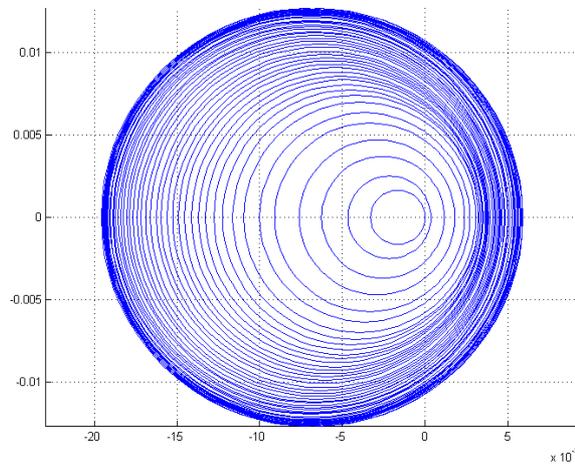


Figura 4.20 - Rappresentazione nel piano di Mohr degli stati tensionali del piano medio

4.3.2 - Analisi non lineari

Seguendo il criterio secondo cui il coefficiente di Poisson non è costante ma varia in funzione della tensione normale, sono state svolte delle analisi non lineari per portare a rottura il provino. Per il criterio di rottura ci è scelto Mohr-Coulomb con parametri ottenuti dall'interpolazione di provini della campagna di indagine svolta per il comune di Forlì nel 2010 ad opera del dipartimento DISTART della facoltà di Ingegneria di Bologna.

$$c_{malta} = 0.6 \text{ MPa} \quad \varphi_{malta} = 35^\circ$$

$$c_{blocchi} = 3.7 \text{ MPa} \quad \varphi_{blocchi} = 52.7^\circ$$

I coefficienti utilizzati sono quelli mostrati prima:

$$\nu_{30^\circ} = 0.35 \quad \nu_{45^\circ} = 0.25 \quad \nu_{60^\circ} = 0.15$$

Eseguendo l'analisi fino a rottura si sono ottenuti i seguenti andamenti:

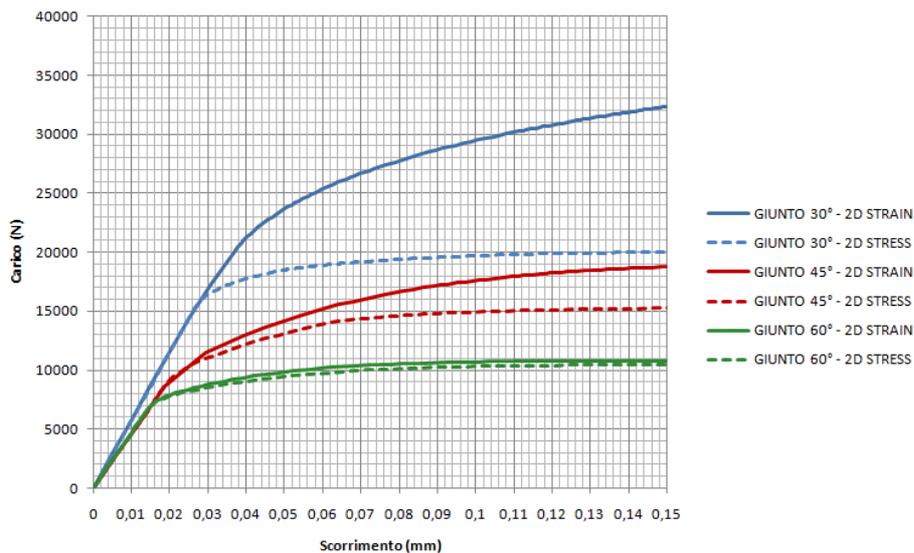


Figura 4.21 - Curve carico-scorrimento per i provini

In figura 4.21 viene rappresentata la curva di carico-scorrimento, dove con scorrimento si intende lo spostamento relativo in direzione parallela al giunto delle interfacce mattone-malta.

Se confrontati con dei dati sperimentali il risultato è piuttosto incoraggiante, in quanto valutando i valori medi dei carichi di rottura scalati sulle dimensioni del provino utilizzato nella modellazione si ottiene il medesimo valore:

Carichi medi di rottura sperimentali [N]		
30°	45°	60°
28812	18380	9139

L'unica differenza si riscontra nella prova a 30°, in quanto la modellazione in Straus7 non contempla un limite per stato tensionale triassiale. Pensando al dominio di Mohr-Coulomb nello spazio delle tensioni principali, l'incremento di carico normale al giunto incrementa anche il valore delle due tensioni di confinamento, che graficamente si traduce in un percorso tensionale tendente alla linea delle pressioni idrostatiche. Ciò significa che la crisi avverrà solo per valori molto alti di tensione, o addirittura per trazione all'interno del mattone, quando nella realtà la malta giunge a un limite di compressione triassiale oltre il quale collassa.

4.4 - Effetto scala

Con effetto scala si intende la correlazione tra proprietà meccaniche e dimensioni degli elementi. Come visto in numerosi studi per spessori dei letti di malta molto piccoli si ha un incremento delle prestazioni meccaniche, dovuto principalmente all'effetto di confinamento che non riesce a diffondersi in modo adeguato nell'elemento.

Da prove sperimentali eseguite su campioni di malta di diversi spessori emerge una forte correlazione tra spessore e tensione ultima di rottura (figura 4.23).

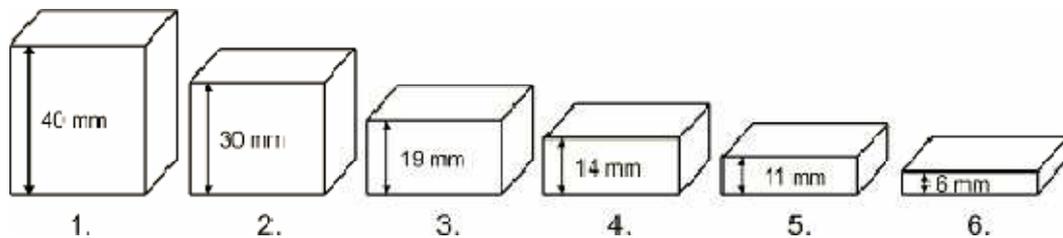


Figura 4.22 - Dimensione dei campioni utilizzati da Drdácý M.

Quello che ne emerge sono grafici di questo tipo:

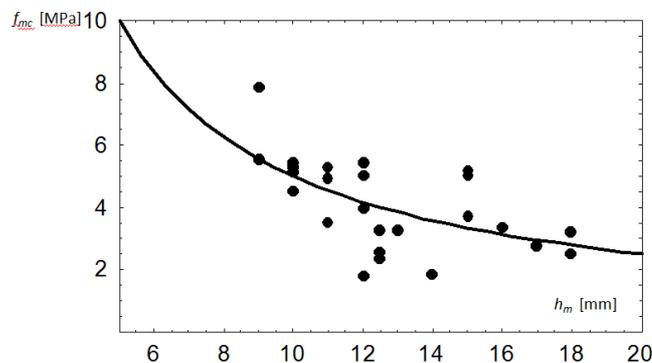


Figura 4.23 - Andamento della resistenza a compressione secondo differenti spessori

Un ulteriore studio effettuato da Drdácý (2008) è stato svolto su campioni di malta irregolari, inseriti all'interno di stampi in calcestruzzo per limitare l'effetto di confinamento dovuto ai differenti valori del coefficiente di Poisson tra malta e piastre in acciaio.

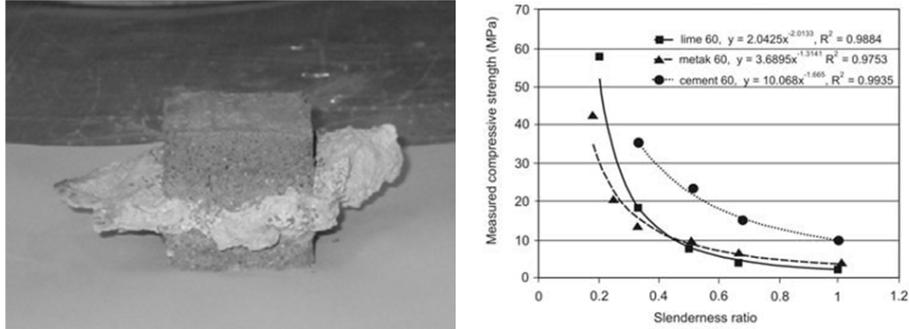


Figura 4.24 - Prove effettuate su campioni irregolari

Nello sviluppo di questo studio si è cercato di fornire una curva di correlazione più precisa; ci si è quindi basati su alcune ipotesi di condizioni al contorno:

1. Per spessore nullo la resistenza del letto di malta dovrà coincidere con quella del blocco $f_{cm,(0)} = f_{cb}$;
2. Con l'aumentare dello spessore ci si aspetta che la resistenza si asintotizzi su un certo valore, determinato su base sperimentale.

Sulla base di queste ipotesi si è scelta una curva di tipo iperbolico:

$$f_{cm}(t) = C - \frac{t}{A + B \cdot t}$$

Dove le costanti A,B e C andranno determinate a partire dai dati sperimentali.

Per la determinazione della curva si sono utilizzati dei pilastri realizzati nel 2001-2002 per una tesi di laurea sulle murature (Finocchio D., 2001; Rosi S., 2002) in scala, con le seguenti dimensioni:

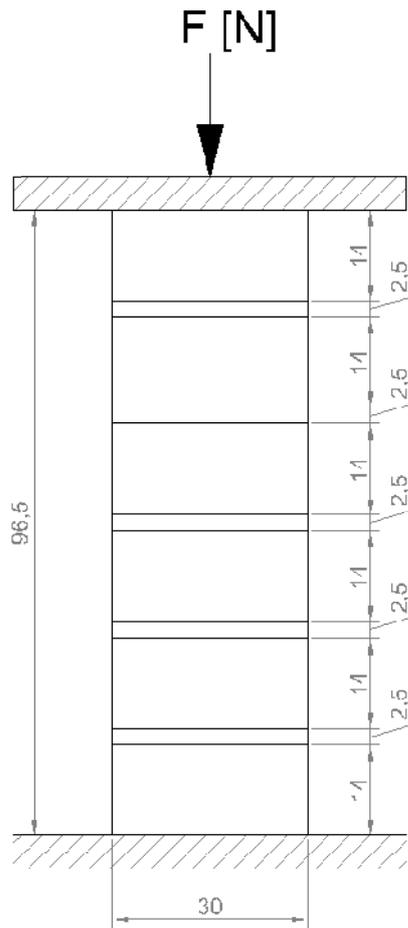


Figura 4.25 - Struttura dei campioni di prova su pilastri omogenei

Durante la realizzazione dei pilastri sono state eseguite delle prove a compressione su campioni cubici di malta di 40 mm di lato.

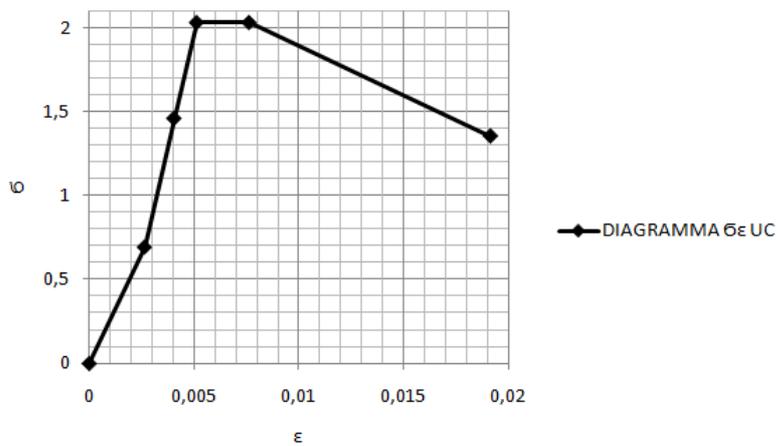


Figura 4.26 - Curva sperimentale di compressione su cubetti di malta

Questo dato può essere assunto come valore limite di resistenza non confinata della malta, in quanto oltre questo spessore si suppone che la resistenza non diminuisca ulteriormente.

Portando a rottura i pilastri invece, si vede che la crisi è a lato malta, la quale raggiunge valori di resistenza a compressione molto alti. Utilizzando il criterio di Hilsdorf:

$$\Phi = \frac{v_m - \frac{E_m}{E_b} \cdot v_b}{1 - v_m + (1 - v_b) \cdot \frac{E_m}{E_b} \cdot \frac{h_m}{h_b}}$$

si può valutare il grado di confinamento offerto dalla presenza del laterizio, che per casi tipici può raggiungere anche il 60% della tensione normale.

	vm	φ	c
STRAUS 1	0,25	35	0,634
STRAUS 2	0,35	35	0,634
STRAUS 3	0,4	35	0,634
STRAUS 4	0,25	30	0,703
STRAUS 5	0,35	30	0,703
STRAUS 6	0,4	30	0,703

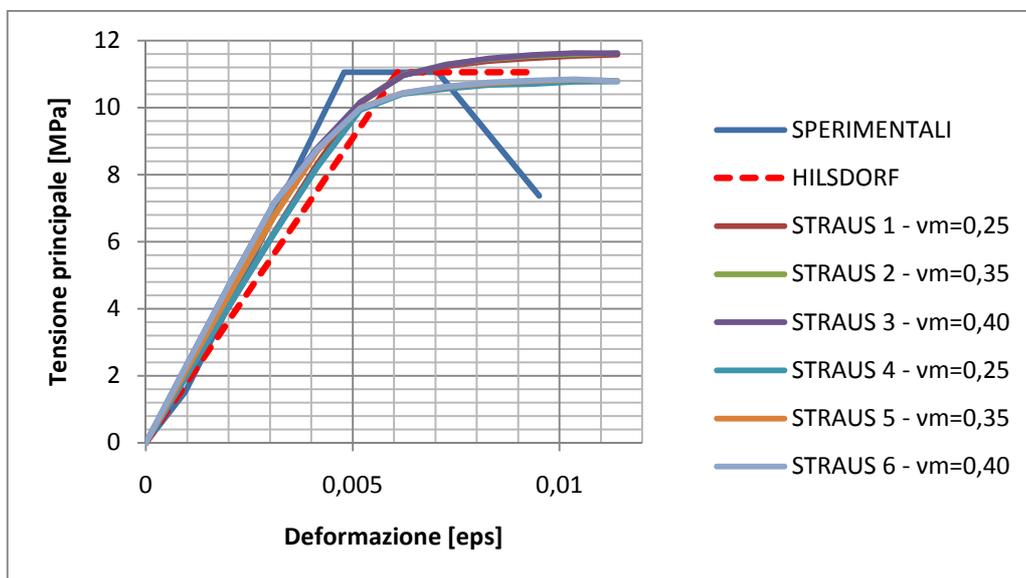


Figura 4.27 - Confronto tra dati sperimentali, analitici e modelli FEM

Utilizzando il criterio di Bresler Pister per il confinamento triassiale, e considerando $f_{bm} = 2 \cdot f_{cm}$, si ottengono incrementi di resistenza fino a 4.5 volte quella monoassiale. Si riporta di seguito un esempio numerico dell'esperimento eseguito.

$$f_{cb} = 16 \text{ MPa}$$

$$t_m = 2.5 \text{ mm}$$

$$f_{uc,cm,(40 \text{ mm})} = 2.1 \text{ MPa}$$

$$t_{lim} = 40 \text{ mm}$$

$$f_{tm} = 0.85 \text{ MPa}$$

$$f_{c,cm,(2.5 \text{ mm})} = 11.2 \text{ MPa}$$

$$f_{bm} = 4.2 \text{ MPa}$$

Supponendo che il fattore di sovrarresistenza espresso come rapporto tra resistenza confinata e non confinata rimanga invariato, si esprime:

$$\mu_{fcc} = \frac{f_{c,cm,(2.5 \text{ mm})}}{f_{uc,cm,(2.5 \text{ mm})}} = \frac{f_{c,cm,(40 \text{ mm})}}{f_{uc,cm,(40 \text{ mm})}}$$

Tramite un semplice script di Matlab è stato possibile ottenere:

$$f_{uc,cm,(2.5 \text{ mm})} = 2.5 \text{ MPa}$$

$$\mu_{fcc} = \frac{f_{c,cm,(2.5 \text{ mm})}}{f_{uc,cm,(2.5 \text{ mm})}} = \frac{11.2}{2.1} = 4.47$$

$$f_{c,cm,(40 \text{ mm})} = \mu_{fcc} \cdot f_{uc,cm,(40 \text{ mm})} = 9.3 \text{ MPa}$$

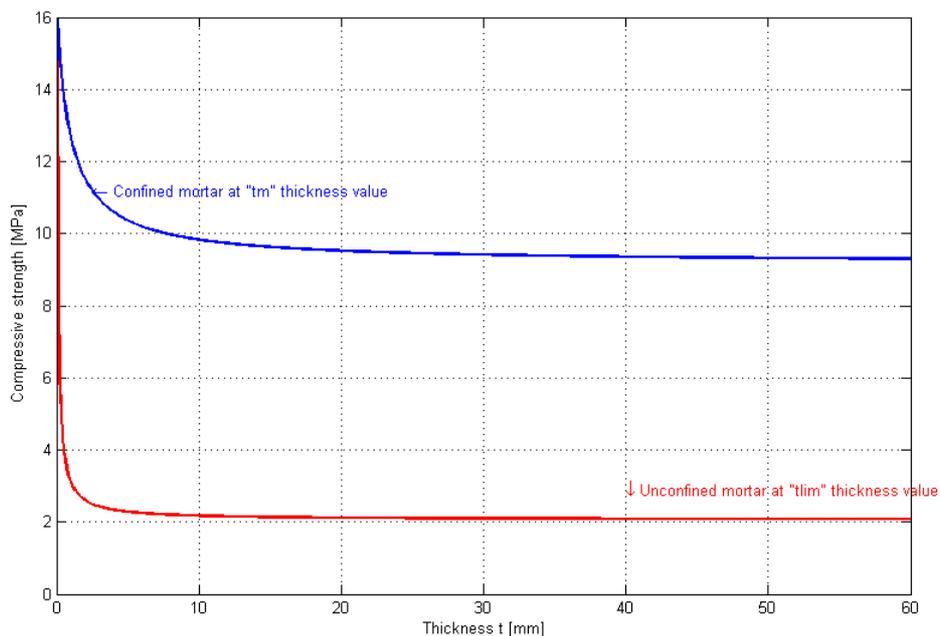


Figura 4.28 - Andamento dell'effetto scala in funzione dello spessore e del confinamento

Grazie a queste due curve si può notare che per spessori superiori a 10 mm si perde la correlazione delle proprietà meccaniche con lo spessore.

Capitolo 5 - Stima dei parametri dei criteri utilizzati

5.1 - Criterio di stima dei parametri

Per determinare i parametri del dominio di snervamento si è scelto di realizzare un software che, inseriti i dati di una serie di prove sperimentali, sia in grado di stimare tali parametri secondo un criterio ai minimi quadrati. Questo viene fatto minimizzando la sommatoria degli scarti al quadrato (Chen 1988).

$$\sum (x_i - \hat{x}_i)^2 = \min$$

Dove x_i rappresenta la misura sperimentale e \hat{x}_i quella interpolata.

Con questo software si ha inoltre la possibilità di individuare campioni potenzialmente affetti da errori e di eliminarli dall'elaborazione. Tali operazioni vengono eseguite sia sui campioni di malta, sia su quelli dei blocchi, in modo da poter infine stimare le proprietà meccaniche dell'intero pannello in muratura.

5.2 - Struttura del software di calcolo

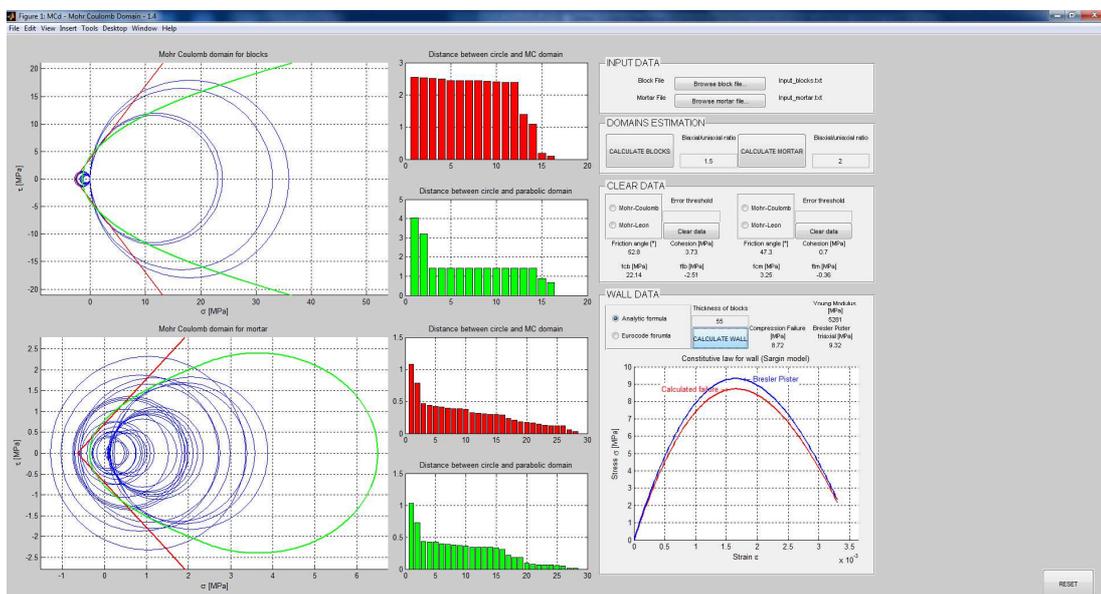


Figura 5.1 - Software sviluppato per il calcolo delle murature

Il software procede secondo varie fasi per poter stimare al meglio i parametri.

5.2.1 - Formattazione dei dati di input

Il primo passo è a cura dell'utente, e consiste nella formattazione dei dati su un foglio di testo. È necessario che questa venga fatta correttamente, altrimenti il programma interromperà subito l'elaborazione. Per semplificare il procedimento sono stati realizzati due fogli Excel (uno per i blocchi e uno per le malte) nei quali è sufficiente inserire i dati corretti e poi salvarlo in formato "*.txt". La struttura del foglio di input è di questo tipo:

TIPO BLOCCO	NOME	H/t [mm]	D [mm]	P_ROTURA [N]	DEFORMAZIONE [%]
COMPRESSIONE	B4bis C2	89,5	45,23	37041,35	0,2478
COMPRESSIONE	B4bis C2	90,04	45,06	52523,35	0,26999
COMPRESSIONE	C2 C	90,37	45,04	38104,56	0,33751
COMPRESSIONE	D2 C	91	45,15	57459,89	0,26302
BRASIL	C5	85	75	17660	
BRASIL	G2	85	75	18410	
BRASIL	C6	90	75	16000	
BRASIL	A4	90	75	19710	

Figura 5.2 - Esempio di foglio di input per i blocchi

TIPO MALTA	NOME	H/t [mm]	D [mm]	P_ROTURA [N]
BRASIL_30	D5bis (30°)	121,0	110,0	10490,0
BRASIL_30	C2 (30°)	146,0	78,0	31110,0
BRASIL_30	B4bis (30°)	127,0	110,0	35020,0
BRASIL_45	G3 (45°)	140,0	110,0	10190,0
BRASIL_45	C2A (45°)	140,0	110,0	26530,0
BRASIL_45	A3 (45°)	140,0	110,0	14650,0
BRASIL_45	F3 (45°)	123,0	110,0	22540,0
BRASIL_45	B4bisA (45°)	110,0	85,0	27390,0
BRASIL_45	C4 (45°)	110,0	110,0	9560,0
BRASIL_45	G1 (45°)	125,0	110,0	22120,0
BRASIL_45	E1 (45°)	73,0	44,0	7600,0
BRASIL_45	D4bis (45°)	129,0	110,0	18920,0
BRASIL_45	C5bis (45°)	123,0	110,0	8790,0
BRASIL_60	E1 (60°)	144,0	110,0	13160,0
BRASIL_60	D1 (60°)	138,0	110,0	6890,0
BRASIL_60	G2 (60°)	138,0	110,0	6280,0
PUNZONAMENTO	A2bis	7,0	20,0	180,0
PUNZONAMENTO	A4	14,2	20,0	320,0
PUNZONAMENTO	B1	18,8	20,0	604,0
PUNZONAMENTO	B2	15,0	20,0	630,0
PUNZONAMENTO	C4	15,0	20,0	740,0

Figura 5.3 - Esempio di foglio di input per la malta

5.2.2 - Interpretazione dei dati

Importando quindi i fogli di input il software si occupa di suddividere i dati delle prove a seconda del tipo, eseguendo poi i calcoli necessari per ciascuna prova. Operativamente questo viene fatto analizzando per ogni prova la prima colonna, la

quale contiene il tag identificativo del tipo di prova. Per ciascuna di esse viene calcolato lo stato tensionale in condizioni biassiali $(\sigma_1, \sigma_2, \tau)$ come indicato nel capitolo 2 e tutti i dati necessari alla costruzione del cerchio di Mohr associato; infine vengono rappresentati tutti contemporaneamente sullo stesso piano di Mohr.

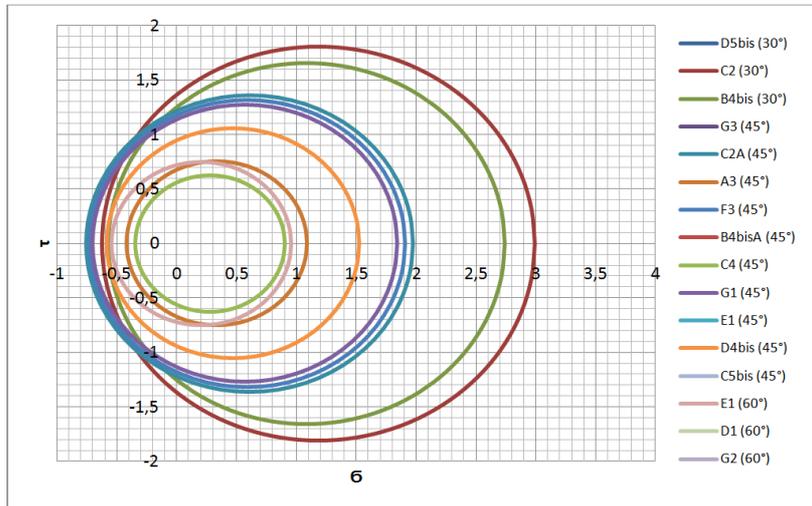


Figura 5.4 - Esempio di rappresentazione delle prove sul piano di Mohr

5.2.3 - Stima dei parametri dei blocchi

Per i blocchi in laterizio viene usato il classico dominio di Mohr-Coulomb, il quale fornisce un'interpretazione attendibile del comportamento del materiale. Per la stima dei parametri si è scelto di minimizzare la distanza tra il cerchio e la retta del piano σ, τ , ottenuta usando delle semplici considerazioni geometriche.

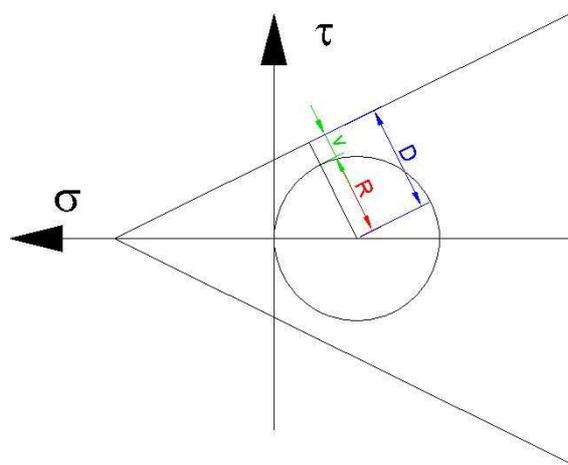


Figura 5.5 - Esempio di calcolo degli scarti per il dominio di Mohr-Coulomb

$$v_i = D_i - R_i$$

$$\min \left(\sum v_i^2 \right) = \text{soluzione}$$

L'operazione di minimizzazione viene eseguita secondo il seguente algoritmo: per ogni combinazione dei parametri c, φ viene calcolata la sommatoria degli scarti al quadrato; al termine dell'elaborazione il software restituisce la coppia che ha fornito il minimo. A livello di costo computazionale è un algoritmo molto esigente, ma permette di ottenere la soluzione in ogni caso.

Al momento il limite del comportamento biassiale è stato trascurato.

5.2.4 - Stima dei parametri delle malte

Per le malte il software utilizza il dominio oggetto di studio in questa tesi. La stima dei parametri viene eseguita in maniera analoga a quella dei blocchi, con la differenza che la determinazione della distanza di un punto dall'asse risulta molto più complesso rispetto alla retta. Si riportano di seguito le considerazioni geometriche utilizzate.

La forma generalizzata di questo tipo di parabola è:

$$\sigma = a \cdot \tau^2 + c$$

Inoltre le rette che si andranno a considerare saranno trattate con la formula esplicita:

$$\sigma = m \cdot \tau + q$$

Per calcolare la distanza ortogonale è necessaria una costruzione geometrica piuttosto semplice. Considerando la retta tangente alla parabola in un punto generico di coordinate $P = [\sigma_0, \tau_0]$ e un punto $A = [\sigma_A, \tau_A]$ sull'asse rispetto al quale si vuole conoscere la distanza; la retta tangente avrà coefficiente angolare pari alla derivata prima della parabola:

$$m_{tan} = 2 \cdot a \cdot \tau_0$$

Il coefficiente angolare della sua ortogonale sarà quindi:

$$m_{orto} = -\frac{1}{2 \cdot a \cdot \tau_0}$$

Il termine noto della retta ortogonale sarà ovviamente:

$$q_{orto} = \sigma_A$$

in quanto tale retta passerà proprio per il punto A.

Imponendo il passaggio della retta tangente, di quella ortogonale e della parabola per il punto P si ottiene:

$$\begin{cases} \sigma_0 = 2 \cdot a \cdot \tau_0^2 + q_{tan} \\ \sigma_0 = -\frac{1}{2 \cdot a} + \sigma_A \\ \sigma_0 = a \cdot \tau_0^2 + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_0 = \pm \sqrt{\frac{-\frac{1}{2 \cdot a} + \sigma_A - c}{a}} \\ \sigma_0 = a \cdot \tau_0^2 + c \\ q_{tan} = -\frac{m_{tan}^2}{4 \cdot a} + c \end{cases}$$

Si ricavano quindi le coordinate di P. Note queste è possibile calcolare la distanza con semplicità con il teorema di Pitagora:

$$D = \sqrt{(\sigma_0 - \sigma_A)^2 + (\tau_0 - \tau_A)^2}$$

Analizzando le proprietà geometriche delle parabole si è notato che per ogni punto dell'asse esistono 5 punti di ortogonalità alla parabola:

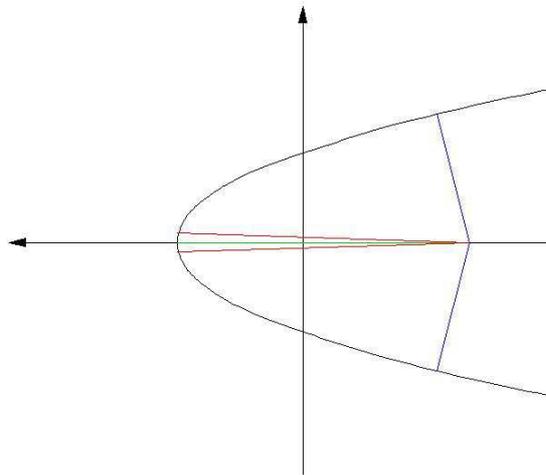


Figura 5.6 - Rette ortogonali alla parabola passanti per un punto dell'asse

Con la formula sopra citata si ottiene solamente la distanza minore (segmenti blu in figura 5.6). Un'altra proprietà fondamentale che è emersa dall'analisi delle parabole è la presenza di un punto di singolarità sull'asse, dove queste 5 rette vanno a collapsare sul vertice; superato questo punto, l'unica distanza tangente risulta quindi essere quella al vertice.

Per individuare questo punto è sufficiente valutare il termine sotto radice nella determinazione di τ_0 : quando questo diventa negativo la soluzione è complessa. Il valore di σ_A che produce questo effetto sarà quindi la coordinata del punto di singolarità.

$$\frac{-\frac{1}{2 \cdot a} + \sigma_{critico} - c}{a} = 0$$

Ottenuto quindi la stima dei parametri il software procede nella realizzazione del cap ellittico come descritto nel capitolo 3.

In contemporanea viene calcolato anche il corrispettivo dominio di Mohr-Coulomb, per permettere all'utente di avere i dati secondo due differenti criteri qualora non ritenesse attendibile quello oggetto di studio.

5.2.5 - Eliminazione dei dati non significativi

Come già accennato, nel software è presente una routine che permette di individuare ed eliminare dati potenzialmente affetti da errore. Infatti, al termine della creazione del dominio viene rappresentato a lato anche l'andamento degli scarti; ponendo una soglia di errore ammissibile il programma elimina tutti i provini che producono uno scarto maggiore di quello indicato e ricalcola il dominio con i nuovi dati.

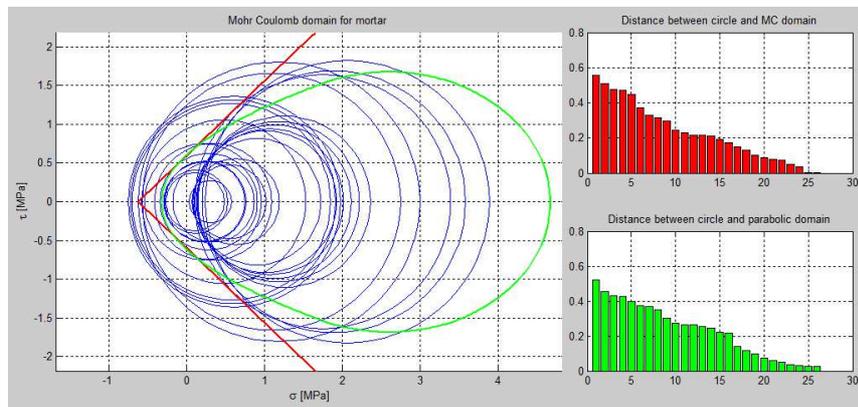


Figura 5.7 - Rappresentazione dei domini con i relativi scarti

CLEAR DATA			
<input type="radio"/> Mohr-Coulomb	Error threshold	<input type="radio"/> Mohr-Coulomb	Error threshold
<input checked="" type="radio"/> Mohr-Leon	<input type="text" value=""/>	<input checked="" type="radio"/> Mohr-Leon	<input type="text" value="0.5"/>
<input type="button" value="Clear data"/>		<input type="button" value="Clear data"/>	
Friction angle [°]	Cohesion [MPa]	Friction angle [°]	Cohesion [MPa]
52.8	-3.73	44.9	0.7
fcb [MPa]	ftb [MPa]	fcml [MPa]	ftml [MPa]
22.14	-2.51	3.25	-0.36

Figura 5.8 - Pannello di pulizia dei dati

5.2.6 - Calcolo delle proprietà della muratura

Una volta definiti i parametri corretti per malta e blocchi si procede al calcolo della muratura. Per il calcolo della resistenza e del modulo elastico il software permette di scegliere tra la formula analitica proposta dal modello di Hilsdorf e la formula proposta dall'Eurocodice. In contemporanea viene calcolato il valore ottenuto tramite il criterio di snervamento di Bresler Pister per confinamento triassiale, dove il confinamento nella direzione corta del blocco è definito come metà di quella nella direzione ortogonale. Il legame costitutivo adottato è quello elaborato da Sargin (vedi capitolo 1).

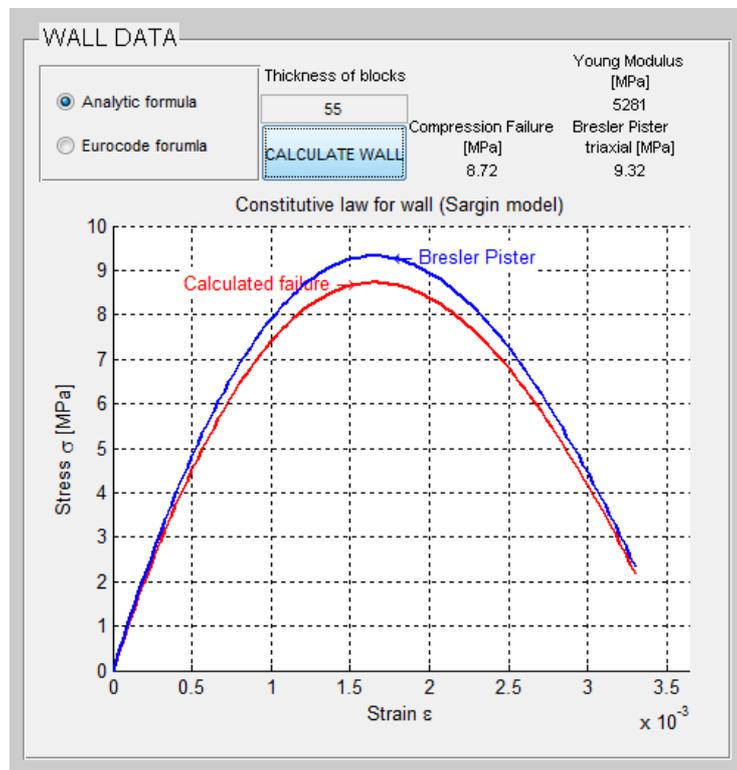


Figura 5.9 - Pannello di calcolo della muratura

Il modello calcolato (in rosso in figura 5.9) utilizza la legge di variazione del coefficiente di Poisson illustrato nel capitolo 3.

Conclusioni

Il criterio di Mohr-Coulomb suggerito dalle normative vigenti non rispecchia il reale comportamento delle malte, ma si nota dall'involuppo di rottura delle malte che il criterio non è di tipo lineare. A partire dal criterio formulato da Leon nel 1934 e inserendo un cap ellittico per la rottura in stato biassiale si è ottenuto un criterio che interpola molto bene i dati sperimentali ottenuti dalle prove. Al momento si tratta di una formulazione numerica, ma futuri sviluppi saranno concentrati a fornire una formulazione analitica che includa anche il comportamento triassiale, al momento trascurato.

Per quanto riguarda le prove a punzonamento e le prove Brasiliane con giunto inclinato il confinamento si è rivelato determinante, in quanto la presenza di quest'ultimo fornisce una sovreresistenza che fino ad ora non era stata valutata correttamente nell'interpretazione delle prove. La presenza di confinamento nelle prove a punzonamento infatti fornisce una resistenza maggiorata (come si era già notato da studi precedenti), ma grazie alla formulazione realizzata in questo studio si può determinare la reale resistenza monoassiale del campione epurandolo dall'effetto di confinamento.

Per quanto riguarda le prove con giunto inclinato la presenza del confinamento si traduce in una deformazione del circolo di Mohr, con conseguente resistenza maggiorata dovuta all'introduzione di uno stato triassiale. Il confinamento, inteso come rapporto tra la tensione parallela al giunto e quella ortogonale, raggiunge valori molto alti in questa particolare prova, specialmente per forti angolazioni. Se però si valuta il valore di tale tensione si nota che questo cresce ma non di molto. Ciò è probabilmente dovuto ai limiti della modellazione FEM, la quale, considerando un comportamento elastico, distribuisce parte della tensione in quella direzione come compressione. Un altro limite delle analisi FEM è sempre legato alla teoria su cui si basano, ovvero che il materiale, considerato continuo, mantiene la continuità anche dopo la crisi (che nel nostro caso è stata considerata di tipo plastico), fornendo resistenza anche dopo lo snervamento. Nella realtà ciò che avviene è la formazione di una frattura dove il materiale perde continuità, e quindi si ha una redistribuzione delle tensioni sul resto del materiale. Nel particolare caso della malta, che è un materiale piuttosto fragile, la redistribuzione delle tensioni in seguito a una cricca

può innescare il collasso immediato, interrompendo la prova. Considerando l'analisi non lineare FEM sui provini a 30°, 45° e 60° si sono ottenuti valori perfettamente in linea con quelli sperimentali; in particolare:

$$F_{c,45^\circ} \cong 2 \cdot F_{c,60^\circ} \qquad F_{c,30^\circ} \cong 3 \cdot F_{c,60^\circ}$$

Dove con $F_{c,60^\circ}$ si intende la forza esercitata dalla pressa al momento della rottura per la prova eseguita con giunto a 60°. Tali valori sono da intendersi per dimensioni dei provini uguali tra loro.

Sviluppi futuri saranno mirati a modellare tali prove con software alternativi, che siano in grado di valutare eventuali distacchi del materiale tramite micro-modelli, dove il giunto di malta può essere rappresentato con un'interfaccia di potenziale discontinuità geometrica.

Pensando all'applicazione di queste considerazioni si è pensato di realizzare un software per un utilizzo non solo scientifico, ma anche professionale. Questo programma infatti è stato sviluppato con un'interfaccia *user-friendly* e attraverso poche semplici operazioni permette di effettuare l'interpretazione delle prove in modo automatico e oggettivo, lasciando però all'utente la capacità di controllo sull'intera procedura. Il formato flessibile degli algoritmi utilizzati nel programma permetterà, in un futuro prossimo, di poter ottimizzare la procedura e di migliorare il grado di accuratezza dei risultati.

Bibliografia

- [1] Benedetti A., Pelà L., Aprile A., "Masonry Property Determination via Splitting Tests on Cores with a Rotated Mortar Layer", *ISSM 08*, Istanbul, Turkey, 2008, pp. 647-655.
- [2] Bresler B., Pister K.S., "Strength of concrete under combined stresses" *ACI Journal*, **30-3**, Sept. 1958, pp. 321-345.
- [3] Chen W.F., Zhang H., "*Structural Plasticity, Theory, Problems, and Software*", Springer Verlag, New York, 1988.
- [4] Davis R. O., Selvadurai A. P. S., "*Plasticity and geomechanics*", Cambridge University Press, New York, 2002.
- [5] D.C. Drucker, W. Prager, "*Soil mechanics and plastic analysis or limit design*", *Quart Appl Math*, 10 (2) (1952), pp. 157-165
- [6] Drdácký M., Mašín D., Mekonone M.D., Slížková Z., "Compression tests on non-standard historic mortar specimens", *HMC08 – 1st Historical Mortars Conference*, Lisbon, Sept. 2008.
- [7] Finocchio D., "Comportamento meccanico di pannelli murari eterogenei", Tesi di laurea, Firenze, 2001.
- [8] Franciosi V., "Scienza delle costruzioni - Vol. 1", pp. 354-365, Napoli, Liguori ed., 1965.
- [9] Gucci N., Barsotti R., "A non-destructive technique for the determination of mortar load capacity in situ", *RILEM, Materials and Structures*, **28-179**, 1995, pp. 276 - 283.
- [10] Gross D., Seeling T., "Fracture Mechanics with an introduction to Micromechanics - Second edition", Springer Verlag, Berlin, 2011.
- [11] Henzel J., Karl S., "Determination of strength of mortar in the joints of masonry by compression tests on small specimens", *Darmstadt Concrete*, **2**, 1987, pp. 123-136.
- [12] Hilsdorf, H. K., "Masonry materials and their physical properties", *Proc. of the International conference on planning and design of tall buildings*, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, **III**, 1972, pp. 981-1000.
- [13] Rosi S., "Pannelli murari eterogenei: modelli di comportamento meccanico", Tesi di laurea, Firenze, 2002.

[14] Sargin M., "Structural concrete and some numerical solutions", ACM National Conference, pp. 563-574, New York, 1968.

[15] Valek J., Veiga R., "Characterisation of mechanical properties of historic mortars – testing of irregular samples", *Structural Studies, Repairs and Maintenance of Heritage Architecture IX*, WIT Press, 2005, pp. 365-374.

Indice delle figure

FIGURA 1.1 - PANNELLO IN MURATURA DI LATERIZI	1
FIGURA 1.2 - PROCESSO DI ESTRUSIONE	2
FIGURA 1.3 - MATTONI PIENI.....	3
FIGURA 1.4 - MATTONI SEMI-PIENI	3
FIGURA 1.5 - MATTONI FORATI	3
FIGURA 1.6 - BLOCCHI.....	3
FIGURA 1.7 - MODELLO DI HILSDORF	7
FIGURA 1.8 - LEGAME COSTITUTIVO ELASTICO - PERFETTAMENTE PLASTICO LINEARE	9
FIGURA 1.9 - LEGAME COSTITUTIVO ELASTOPLASTICO PARABOLA-RETTANGOLO	9
FIGURA 1.10 - LEGAME COSTITUTIVO ELASTOPLASTICO DI SARGIN.....	9
FIGURA 2.1 - PROVA DI COMPRESSIONE SU BLOCCHI.....	11
FIGURA 2.2 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA COMPRESSIONE SEMPLICE	12
FIGURA 2.3 - SCHEMA DI DIFFUSIONE DELLE TENSIONI IN UNA PROVA BRASILIANA	13
FIGURA 2.4 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA PROVA DI TRAZIONE INDIRETTA.....	13
FIGURA 2.5 - SCHEMA DI FLESSIONE A 3 PUNTI.....	14
FIGURA 2.6 - PROVINI IN CALCESTRUZZO SOGGETTI A PROVE DI COMPRESSIONE TRIASSIALE	15
FIGURA 2.7 - CICLI DI CARICO-SCARICO SU PROVINI DI CALCESTRUZZO	15
FIGURA 2.8 - DILATANZA DI UN CALCESTRUZZO E ANDAMENTO DELLE DEFORMAZIONI	16
FIGURA 2.9 - PROVA A PUNZONAMENTO.....	17
FIGURA 2.10 - FASI DI PREPARAZIONE DEL CAMPIONE PER LA PROVA A PUNZONAMENTO	17
FIGURA 2.11 - PRESCRIZIONI SULLE DIMENSIONI DEL PROVINO	18
FIGURA 2.12 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA PROVA A PUNZONAMENTO	18
FIGURA 2.13 - PROVA BRASILIANA CON GIUNTO INCLINATO A 45°	19
FIGURA 2.14 - SCHEMA DI RIPARTIZIONE DELLE TENSIONI NELLA PROVA CON GIUNTO INCLINATO.....	19
FIGURA 2.15 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA PROVA CON GIUNTO INCLINATO A 45°	20
FIGURA 2.16 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA PROVA CON GIUNTO INCLINATO A 30°	20
FIGURA 2.17 - STATO TENSIONALE RIFERITO ALLA PROVA CON GIUNTO INCLINATO A 60°	21
FIGURA 3.1 - LEGAME COSTITUTIVO ELASTICO LINEARE	23
FIGURA 3.2 - ESEMPIO DI PLASTICITÀ PERFETTA MONODIMENSIONALE	24
FIGURA 3.3 - CONFRONTO TRA CRITERIO DI VON MISES E TRESCA.....	28
FIGURA 3.4 - CRITERIO DI SNERVAMENTO DI MOHR-COULOMB SUL PIANO DI MOHR.....	29
FIGURA 3.5 - CRITERIO DI MOHR-COULOMB IN TERMINI DI TENSIONI PRINCIPALI	29
FIGURA 3.6 - CUT - OFF PER LO STATO PIANO DI TENSIONE.....	30
FIGURA 3.7 - IPOTESI DI DRUCKER-PRAGER	31
FIGURA 3.8 - CRITERIO DI MOHR-LEON SUL PIANO DI MOHR	32

FIGURA 3.9 - CRITERIO DI MOHR-LEON NELLO SPAZIO DELLE TENSIONI PRINCIPALI	32
FIGURA 3.10 - DATI SPERIMENTALI SUL PIANO DI MOHR NORMALIZZATO	33
FIGURA 3.11 - PARAMETRI DELLA FUNZIONE INTERPOLANTE	33
FIGURA 3.12 - CRITERIO DI BRESLER PISTER IN TERMINI DI TENSIONI PRINCIPALI	35
FIGURA 3.13 - CRITERIO DI BRESLER PISTER PER STATO PIANO DI TENSIONE	35
FIGURA 3.14 - DOMINIO PARABOLICO CON CAP ELLITTICO SUL PIANO DI MOHR.....	37
FIGURA 3.15 - DOMINIO PARABOLICO CON CAP ELLITTICO NEL PIANO DELLE TENSIONI PRINCIPALI	38
FIGURA 3.16 - LEGGE DI VARIAZIONE DEL COEFFICIENTE DI POISSON	39
FIGURA 4.1 - EFFETTI DEL CONFINAMENTO PER IL CRITERIO DI MOHR-COULOMB.....	41
FIGURA 4.2 - ESPRESSIONE DELLA FORMULA DI MARIOTTE	42
FIGURA 4.3 - DIMENSIONI UTILIZZATE PER I MODELLI AGLI ELEMENTI FINITI.....	43
FIGURA 4.4 - ESEMPIO DI MODELLO FEM DELLA PROVA A PUNZONAMENTO	43
FIGURA 4.5 - ANDAMENTO DEL COEFFICIENTE DI CONFINAMENTO PER T=15 MM	44
FIGURA 4.6 - ANDAMENTO DEL COEFFICIENTE DI CONFINAMENTO PER T=30 MM	44
FIGURA 4.7 - ANDAMENTO DEL COEFFICIENTE DI CONFINAMENTO PER $R2/R1 = 2$	45
FIGURA 4.8 - SUPERFICIE INTERPOLANTE DEL COEFFICIENTE DI CONFINAMENTO	46
FIGURA 4.9 - MODELLO IN STRAUS7 DELLA PROVA BRASILIANA CON INCLINAZIONE 30°	48
FIGURA 4.10 - MODELLO IN STRAUS7 DELLA PROVA BRASILIANA CON INCLINAZIONE 45°	48
FIGURA 4.11 - MODELLO IN STRAUS7 DELLA PROVA BRASILIANA CON INCLINAZIONE 60°	49
FIGURA 4.12 - VARIAZIONE DEL CONFINAMENTO IN FUNZIONE DEL COEFFICIENTE DI POISSON	49
FIGURA 4.13 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRESS CON INCLINAZIONE 30°	50
FIGURA 4.14 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRESS CON INCLINAZIONE 45°	51
FIGURA 4.15 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRESS CON INCLINAZIONE 60°	51
FIGURA 4.16 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRAIN CON INCLINAZIONE 30°	52
FIGURA 4.17 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRAIN CON INCLINAZIONE 45°	52
FIGURA 4.18 - ANDAMENTO DELLE TENSIONI IN CONDIZIONI PLANE STRAIN CON INCLINAZIONE 60°	53
FIGURA 4.19 - VARIAZIONE DEI CIRCOLI DI MOHR CON L'INTRODUZIONE DEL CONFINAMENTO	54
FIGURA 4.20 - RAPPRESENTAZIONE NEL PIANO DI MOHR DEGLI STATI TENSIONALI DEL PIANO MEDIO.....	54
FIGURA 4.21 - CURVE CARICO-SCORRIMENTO PER I PROVINI	55
FIGURA 4.22 - DIMENSIONE DEI CAMPIONI UTILIZZATI DA DRDÁCKÝ M.....	56
FIGURA 4.23 - ANDAMENTO DELLA RESISTENZA A COMPRESSIONE SECONDO DIFFERENTI SPESSORI	57
FIGURA 4.24 - PROVE EFFETTUATE SU CAMPIONI IRREGOLARI	57
FIGURA 4.25 - STRUTTURA DEI CAMPIONI DI PROVA SU PILASTRINI OMOGENEI	58
FIGURA 4.26 - CURVA SPERIMENTALE DI COMPRESSIONE SU CUBETTI DI MALTA.....	58
FIGURA 4.27 - CONFRONTO TRA DATI SPERIMENTALI, ANALITICI E MODELLI FEM	59
FIGURA 4.28 - ANDAMENTO DELL'EFFETTO SCALA IN FUNZIONE DELLO SPESSORE E DEL CONFINAMENTO	60
FIGURA 5.1 - SOFTWARE SVILUPPATO PER IL CALCOLO DELLE MURATURE.....	61

FIGURA 5.2 - ESEMPIO DI FOGLIO DI INPUT PER I BLOCCHI.....	62
FIGURA 5.3 - ESEMPIO DI FOGLIO DI INPUT PER LA MALTA.....	62
FIGURA 5.4 - ESEMPIO DI RAPPRESENTAZIONE DELLE PROVE SUL PIANO DI MOHR.....	63
FIGURA 5.5 - ESEMPIO DI CALCOLO DEGLI SCARTI PER IL DOMINIO DI MOHR-COULOMB	63
FIGURA 5.6 - RETTE ORTOGONALI ALLA PARABOLA PASSANTI PER UN PUNTO DELL'ASSE	65
FIGURA 5.7 - RAPPRESENTAZIONE DEI DOMINI CON I RELATIVI SCARTI	66
FIGURA 5.8 - PANNELLO DI PULIZIA DEI DATI	66
FIGURA 5.9 - PANNELLO DI CALCOLO DELLA MURATURA	67