

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**Classificazione delle galassie: caratteristiche
morfologiche, fotometriche e cinematiche.**

Tesi di laurea

Presentata da:
Edoardo Ricchi

Relatore:
**Prof.ssa
Marcella Brusa**

Appello II
Anno Accademico 2023-2024

Indice

Introduzione	1
1 Morfologia	2
1.1 Galassie ellittiche	3
1.1.1 Galassie Lenticolari	4
1.2 Galassie a spirale	4
2 Fotometria	6
2.1 Galassie Ellittiche e bulges	7
2.1.1 Legge di de Vaucouleurs e piano fondamentale	7
2.2 Dischi	9
2.2.1 Legge di Tully-Fisher	9
3 Cinematica	11
3.1 Curva di rotazione e materia oscura	12
3.2 FP e teorema del viriale	15

Introduzione

Il nostro universo è organizzato gerarchicamente. Gli oggetti più piccoli - le stelle con gli eventuali sistemi planetari- sono raggruppati in grandi famiglie dette *galassie* dal greco $\gamma\alpha\lambda\alpha\xi\acute{\iota}\alpha\sigma$ (galaxias), "latteo" , in riferimento al mito sulla genesi della Via Lattea. Le galassie sono raggruppate in ammassi di galassie, che ne possono contenere da poche decine ad alcune migliaia, raggruppati a loro volta in superammassi. La Via Lattea ad esempio -assieme a quella di Andromeda, del Triangolo ed ad un'altra trentina di galassie più piccole- fa parte del *Gruppo Locale*. Con il termine galassia oggi si intende un insieme più o meno popoloso di stelle, gas neutro e ionizzato, polveri, nubi molecolari confinati nella buca di potenziale gravitazione di un alone di materia oscura. Le stime più recenti suggeriscono che l'universo osservabile ne contenga un numero dell'ordine di 2×10^{12} ognuna delle quali con una luminosità e una massa comprese in un intervallo di $10^5 - 10^{12} L_{\odot}$ e $10^7 - 10^{13} M_{\odot}$ rispettivamente. Nonostante le galassie possano essere considerate le componenti fondamentali dell'universo, lo scetticismo della comunità scientifica riguardo all'esistenza di altre strutture simili alla Via Lattea perdurò fino al primo ventennio del secolo scorso. Cruciale nella comprensione della reale struttura dell'universo furono le osservazioni degli astronomi della già citata galassia di Andromeda. I primi passi del percorso che portò a riconoscere la natura extragalattica di M31 (questo il codice che identifica Andromeda nel catalogo stilato da Messier nel diciottesimo secolo contenente 110 nebulose) furono ad opera di Heber Dous Curtis. L'astronomo americano nel 1917 scoprì che le novae (violente esplosioni stellari) osservate in Andromeda erano mediamente 10 volte meno brillanti di quelle osservate in qualsiasi altra posizione nel cielo. Sette anni più tardi Edwin Hubble riuscì ad individuare un'importantissima categoria di stelle variabili pulsanti, le Cefeidi, il cui calcolo del periodo pose definitivamente la nebulosa al di fuori dei confini della nostra galassia. Ciò portò alla fine del *Grande Dibattito* tra i sostenitori di un universo-galassia contenitore di tutti gli oggetti del cosmo e coloro che sostenevano l'esistenza di molti *universi isola* (per citare un'espressione calzante di Kant) come il nostro distribuiti nello spazio interstellare. Il primo risultato di questa nuova epoca di osservazioni fu la realizzazione che pur esistendo oggetti anomali (come le *dwarves galaxies*, galassie irregolari con poca massa come M32 che orbita M31) la stragrande maggioranza della massa dell'universo risiede in due soli tipi di galassie - ellittiche e spirali- le cui caratteristiche morfologiche, fotometriche e cinematiche sono oggetto di questo elaborato.

Capitolo 1

Morfologia

Esistono diversi tipi di approccio al problema della classificazione delle galassie: morfologico, fotometrico e cinematico. Il primo e il più semplice è quello morfologico seguito da Hubble nel 1926, basato su criteri qualitativi ed empirici quali forma e struttura delle proiezioni delle galassie sul piano del cielo per come si presentavano direttamente sulle lastre fotografiche. Le galassie ellittiche e i bulges delle spirali e delle S0 fanno parte di uno speciale gruppo di sistemi chiamati *trasparenti*. Un sistema di oggetti si definisce trasparente se il volume totale degli oggetti è trascurabile rispetto al volume del sistema. In altre parole il divario tra la dimensione degli oggetti e la loro distanza è tale che il sistema non risente di alcuni effetti di proiezione come l'eclissi di un oggetto su un altro, indipendentemente dall'inclinazione con la linea di vista (si dice anche che il *covolume* degli oggetti ~ 0). Questa importante caratteristica dei sistemi trasparenti assicura la misurazione della vera luminosità totale del sistema, pur non disponendo di strumenti a risoluzione infinita e perciò non potendo distinguere ogni singolo oggetto nella proiezione. Proprio per questi due motivi, pur non essendo una galassia un sistema continuo, è utile definire una *densità* $\rho(\vec{x})$ con cui descrivere la galassia. A seconda della proiezione cambia l'immagine della galassia sul piano di proiezione perpendicolare alla linea di vista poichè cambia la "perforazione" di ρ lungo l'asse della linea di vista. Si definisce

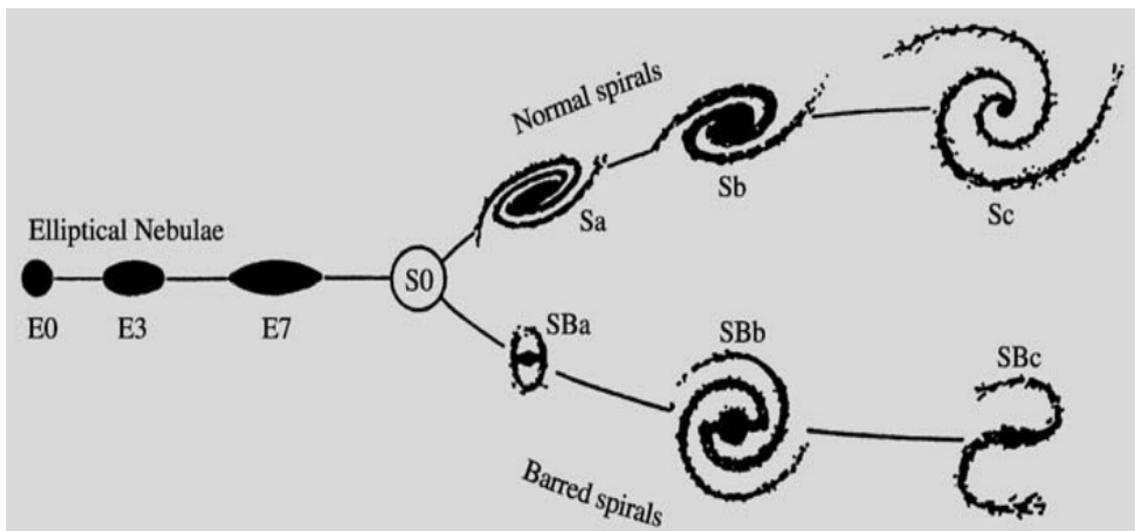


Figura 1.1: La sequenza di Hubble, o *diagramma a diapason* nella versione del 1936.

dunque l'immagine della galassia sul piano di proiezione come la perforazione della ρ lungo ξ_3 , ovvero

$$I(\xi_1, \xi_2) = \int_{-\text{inf}}^{+\text{inf}} \rho(\mathbb{R}\vec{\xi}) d\xi_3 \quad (1.1)$$

dove $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ è il sistema di coordinate formato dall'asse lungo la linea di vista (ξ_3) e il piano di proiezione ortogonale ad esso, collegato con il sistema di riferimento solidale della galassia $\vec{x} = (x, y, z)$ dalla matrice di rotazione $\mathbb{R}(\vec{x} = \mathbb{R}\vec{\xi})$.

1.1 Galassie ellittiche

La convenzione sulle galassie ellittiche le classifica attraverso il rapporto tra asse minore (b) e asse maggiore (a) della loro proiezione sul piano del cielo. Ad ogni galassia è associato un codice identificativo del tipo $E\epsilon$, dove

$$\epsilon = 10 \times \left(1 - \frac{b}{a}\right) \quad (1.2)$$

parametrizza lo schiacciamento dell'ellissi assumendo valori da 0 a 7. Una galassia E0 assomiglia ad un cerchio. Una galassia E7 è particolarmente lunga e sottile.

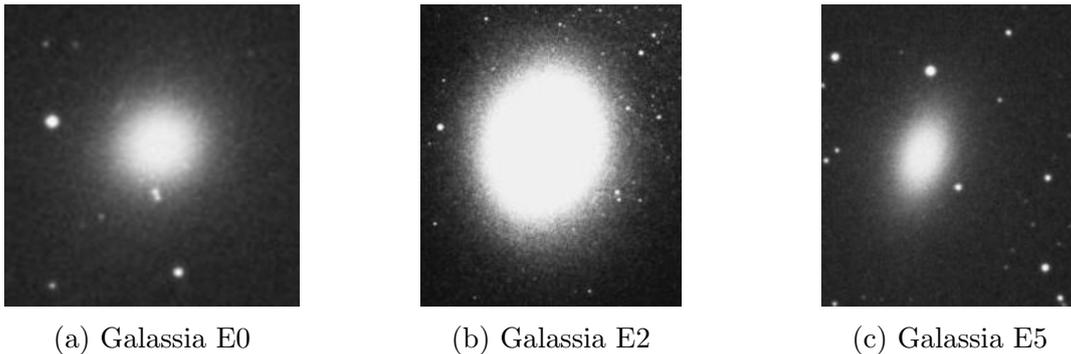


Figura 1.2: Lastre fotografiche di M89 (a), M32 (b) e NGC4621 (c) da Digitized Sky Survey.

Fino agli anni ottanta del secolo scorso lo schiacciamento di questo tipo di galassie era attribuito alla loro rotazione secondo il modello dello sferoide di Maclaurin (uno sferoide oblatto derivato da una sfera di fluido autogravitante che ruota con velocità angolare costante). L'introduzione in quegli anni dei CCDs (couple-charged devices) permise di osservare l'effetto doppler delle righe di emissione entro le galassie, rivelando che le galassie ellittiche non ruotano sufficientemente veloce per giustificare tale schiacciamento.

I risultati delle osservazioni su centinaia di milioni di galassie ellittiche non hanno mai rivelato uno schiacciamento maggiore di E7. Questo dato è in accordo con la teoria di autogravitazione dell'ellissoide che impone che sistemi troppo schiacciati ($\epsilon \sim 7$) vadano incontro ad un problema dinamico di instabilità molto complesso che prende il nome di *bending instability*.

Oltre alle loro caratteristiche morfologiche le galassie ellittiche si differenziano dagli altri tipi di galassie anche per le proprietà degli oggetti che le compongono.

Infatti esse sono formate principalmente da stelle vecchie (stelle gialle-arancioni di classe G-K nella scala di Harvard), la percentuale di gas freddo - ingrediente fondamentale nella formazione stellare - è trascurabile rispetto alla massa totale (si parla di $\sim 2 - 3 \times 10^6 M_\odot$) e non si osservano supernovae di tipo II - generate da stelle molto massicce, che di conseguenza hanno un ciclo vitale più rapido -. Queste caratteristiche pongono le galassie ellittiche tra gli oggetti più vecchi dell'universo. Nel centro di tutte le galassie ellittiche inoltre è presente un *Super Massive Black Hole* (SBMH) di massa dell'ordine $M_{BH} \sim 10^{-3} M_\star \sim 10^8 M_\odot$ mentre tutto lo spazio entro e fuori la galassia è permeato da un alone gigante di gas caldo. Una stima della temperatura di questo gas può essere fatta sfruttando la dispersione della velocità e la relazione tra energia cinetica di una particella e temperatura del plasma:

$$\frac{m_p \sigma^2}{2} = \frac{3}{2} kT \implies T \sim \frac{m_p \sigma^2}{k} = \frac{1.67 \times 10^{-24} \cdot (2 \times 10^7)^2}{1.38 \times 10^{-16}} \sim 4 \times 10^6 K. \quad (1.3)$$

Quindi il plasma è completamente ionizzato ed emette per bremsstrahlung nei raggi X.

1.1.1 Galassie Lenticolari

La classe S0 di galassie dette *Lenticolari* fece la sua prima apparizione nella sequenza di Hubble nel 1936. Data la loro forma di lente e l'assenza totale di gas freddo (quindi anche dei bracci) Hubble le propose come step evolutivo intermedio tra le ellittiche e le spirali. Da uno studio morfologico indipendente, Morgan nel 1958 propose l'idea che la categoria S0 si stesse applicando ad oggetti fisicamente diversi che condividessero solamente alcune caratteristiche superficiali. Dati più recenti sembrano supportare questa teoria: le galassie S0 possono quindi essere giunte alla loro attuale morfologia attraverso percorsi evolutivi molto diversi tra loro. Ad esempio il gas delle S0 meno luminose potrebbe essere stato consumato da un aumento improvviso del tasso di formazione stellare (dovuto ad un'alta densità iniziale del gas) oppure potrebbe essere stato trascinato via dal vento stellare prodotto dalle supernovae. D'altra parte per le galassie lenticolari brillanti nei Cluster più popolati è più probabile che abbiano perso il loro gas a causa del fenomeno del *ram-pressure stripping*, in cui l'ICM (*Inter Cluster Medium*) esercita una pressione sulle galassie che si muovono attraverso il Cluster 'strappando via' l'ISM (*Inter Stellar Medium*) dalla galassia. Prove osservative a supporto di questa teoria mostrano alcune delle galassie del primo tipo aver consumato il gas nelle regione più interne ma possederne ancora in quelle più esterne. Al contrario è stato osservato del gas nelle regione più interne di galassie del secondo tipo che esternamente ne erano completamente prive.

1.2 Galassie a spirale

Nella metà di destra della sequenza di Hubble sono raggruppate le galassie a spirale (*S*) e a spirale barrata (*SB*). La loro forma intrinseca è quella di un disco. Questo permette di conoscere sempre l'inclinazione θ - in gradi - rispetto alla linea di vista sfruttando il rapporto tra asse minore b e asse maggiore a della loro proiezione ellittica

$$\theta = \arccos\left(\frac{b}{a}\right) \quad (1.4)$$

Le galassie a spirale sono oggetti infinitamente più attivi delle ellittiche e dalla struttura più articolata. Esse sono formate da un **disco** con un diametro che può raggiungere i 30 Kpc contenente tutto il gas freddo e in cui si sviluppano i bracci della spirale, regioni in cui avviene la formazione stellare. Il disco a sua volta si distingue in due sottostrutture chiamate **thick disk** e **thin disk** con spessori medi rispettivamente di 1-2 Kpc e qualche centinaio di parsec. Il thin disk contribuisce per circa il 95% delle stelle del disco ed è composto da stelle giovani e ricche di metalli (ovvero elementi più pesanti di H e He generati dalla nucleosintesi stellare), a differenza del thick disk la cui popolazione stellare è caratterizzata da stelle più antiche, nate in un'epoca in cui la galassia era povera di elementi pesanti. Il centro del disco è la sede di un **bulge** di forma ellissoidale, composto da stelle molto vecchie e caratterizzato dalla presenza di un buco nero con una massa di circa $M_{BH} \sim 10^{-3} M_{bulge}$. L'unica differenza tra le galassie a spirale e quelle a spirale barrate risiede proprio nella forma del bulge che nelle SB si presenta allungato a causa della configurazione di equilibrio diversa dovuta alla presenza di famiglie orbitali più popolate di altre rispetto alle normali spirali.

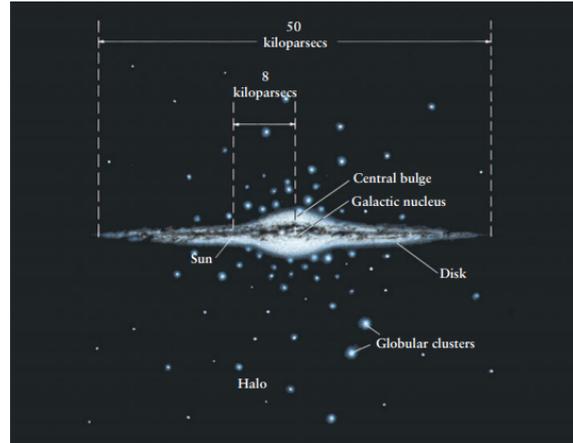


Figura 1.3: Rappresentazione schematica della Via Lattea (spirale SBb) vista di taglio.

Tutto attorno alla galassia si estende l' **Halo**, un alone di stelle rosse, piccole di bassa metallicità con moti propri velocissimi grazie ai quali possiedono l'energia necessaria per spostarsi di molto dal piano galattico. La vera classificazione morfologica per le galassie a spirale risiede nell'ultima lettera del loro codice identificativo nella sequenza di Hubble (si veda Figura 1.1). Dalla *a* alla *c* diminuisce via via la dimensione relativa al disco del bulge e l'avvolgimento dei bracci mentre aumenta la quantità di gas freddo rispetto alla massa totale e il tasso di formazione stellare. I coniugi de Vaucouleurs nel 1959 rivisitarono la sequenza di Hubble recuperando e classificando certi tipi di galassie che erano stati relegati nella generica famiglia di *Irregolari*. Lo schema dei de Vaucouleurs introduceva:

1. una categoria intermedia tra le spirali e le spirali barrate per quelle galassie che mostravano un bulge leggermente allungato (**SAB**).
2. Un codice identificativo per esprimere la presenza o meno di strutture ad anelli nella galassia ('**r**') o '**s**') rispettivamente).
3. Tre nuove famiglie di galassie a seconda della forma dei bracci di spirale e dei bulges: **Sd** (o **SBd**, se contemporaneamente barrate) per descrivere un bulge poco luminoso e bracci diffusi e spezzati; **Sm(SBm)** per galassie prive di bulge e dall'aspetto irregolare; **Im** per galassie altamente irregolari.

Capitolo 2

Fotometria

La fotometria è lo studio e la misura degli aspetti energetici della radiazione luminosa. Attraverso lo studio della distribuzione di energia della radiazione prodotta da una sorgente si possono ottenere informazioni riguardo alla sua morfologia ed altre proprietà fisiche. Una volta definiti *luminosità* (\mathbf{L}) e *densità di flusso* (\mathbf{F}) come l'energia trasportata dalla radiazione per unità di tempo e per unità di tempo e di superficie rispettivamente

$$L = \frac{dE}{dt} \quad \left[\frac{erg}{s} \right], \quad F = \frac{dL}{dA} \quad [Jy],^1 \quad (2.1)$$

risulta fondamentale nello studio di sorgenti estese come le galassie l'introduzione della grandezza *brillanza superficiale* (\mathbf{I})

$$I(R) = \frac{dF}{d\omega} \quad \left[\frac{mag}{arcsec^2} \right]. \quad (2.2)$$

In questo caso l'unità di area è sulla sorgente mentre l'angolo solido ha il vertice nell'osservatore. La brillanza superficiale è indipendente dalla distanza dalla sorgente. Infatti la densità di flusso proveniente da un area A è inversamente proporzionale alla distanza al quadrato, ma anche l'angolo solido sotteso dall'area A è proporzionale a $\frac{1}{r^2}$ ($\omega = \frac{A}{r^2}$). Perciò la brillanza superficiale $I = \frac{F}{\omega}$ rimane costante. La misura punto per punto della brillanza superficiale permette di ottenere il *profilo di brillanza* della sorgente, i cui punti aventi lo stesso valore si dicono *isofote*.

Data una distribuzione di brillanza superficiale si definiscono *luminosità cumulativa* (L_p) e *raggio effettivo* (R_e) rispettivamente la quantità di luce che esce da un disco di raggio R sull'immagine e il raggio dell'isofota che contiene metà della luminosità totale, ovvero

$$L_p = 2\pi \int_0^R I(R') R' dR', \quad L_p(R_e) = \frac{L_{TOT}}{2}. \quad (2.3)$$

Il raggio effettivo solitamente rappresenta una stima della dimensione della galassia. Perfino la vera forma tridimensionale di una galassia può essere ricavata dalla sua proiezione grazie alla *formula di inversione di Abel* che per un sistema sferico vale:

$$\rho(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{dI}{dR} \frac{dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \quad (2.4)$$

¹Jansky, $1Jy = 10^{-16} erg/s/cm^{-2}$

Se la galassia non è sferica esiste comunque una formula simile per stimarne la forma, a patto di conoscerne l'inclinazione con la linea di vista.

2.1 Galassie Ellittiche e bulges

Si prenda come modello per una galassia ellittica (o un bulge di spirali e S0) triassiale un oggetto rappresentato da una famiglia di ellissoidi $m^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ (che descriva la "forma delle bucce") e da una distribuzione di densità $\rho(m)$ (che indichi come varia la densità su una buccia). Si può dimostrare che le isofote di un tale sistema sono ellissi indipendentemente dai rapporti assiali, dall'andamento di $\rho(m)$ e dall'angolo generato con la linea di osservazione. Non vale tuttavia il viceversa: si può solo concludere che se le isofote non sono ellissi allora non si sta osservando un ellissoide. Se si osserva un ellissoide triassiale omotetico -ovvero il rapporto assiale delle bucce rimane costante- il profilo di brillantezza è composto da isofote concentriche coassiali (risultato che resta valido anche per ellissoidi di rotazione perfino se non omotetici). Il risultato tuttavia si biforca nel caso si consideri un ellissoide triassiale non omotetico. Se si osserva un sistema la cui densità è stratificata su ellissoidi non omotetici lungo una linea di vista parallela ad uno degli assi continuano a valere i risultati visti finora. In caso contrario si assiste al fenomeno dell'*isophotal twisting* caratterizzato da isofote ellittiche non coassiali (Figura 2.1). L'*isophotal twisting* ci assicura di star osservando un sistema stratificato su ellissoidi triassiali non omotetici proiettato lungo una linea che non corrisponde a nessun asse.

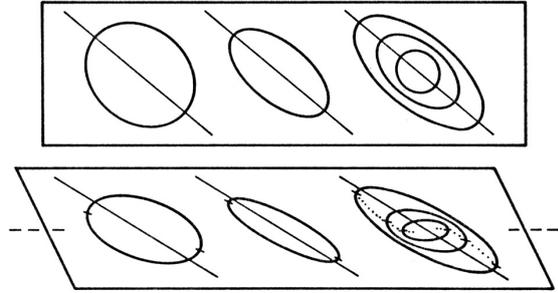


Figura 2.1: Analogo bidimensionale dell'*isophotal twisting*.

2.1.1 Legge di de Vaucouleurs e piano fondamentale

La distribuzione di brillantezza superficiale nelle galassie ellittiche dipende essenzialmente dalla distanza dal centro e dall'orientazione dell'asse maggiore e minore. I coniugi de Vaucouleurs osservando i profili di brillantezza delle galassie ellittiche trovarono che essi erano ben rappresentati dalla legge empirica che porta il loro nome

$$I(R) = I_0 \exp\left[-7.67\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{4}}\right], \quad (2.5)$$

in cui $I(R)$ è il valore del profilo di brillantezza a distanza R dal centro lungo l'asse maggiore, $I_0 = I(0)$ ed R_e è il raggio effettivo. La legge empirica dei de Vaucouleurs è un caso particolare del più generale *profilo di Sérsic*

$$I(R) = I(0) \exp\left[-b\left(\frac{R}{R_e}\right)^{\frac{1}{n}}\right]. \quad (2.6)$$

Uno studio della luminosità cumulativa per un profilo del genere porta a dimostrare che fissato n (che nel caso dell'equazione 2.5 valeva 4 ma per galassie di dimensioni

diverse può variare leggermente) b non può assumere qualsiasi valore, bensì il suo sviluppo in serie asintotica vale

$$b(n) = 2n - \frac{1}{3} + \frac{4}{405n} + \dots \quad (2.7)$$

Tra gli anni '70 e '80 del novecento furono formulate altre leggi empiriche - le cosiddette *leggi scala* - che legavano diverse grandezze tipiche delle galassie ellittiche. Nel 1976 Faber e Jackson presentarono uno studio di qualche decina di galassie (di cui erano note le distanze) in cui mostravano come la luminosità fosse legata alla quarta potenza della dispersione di velocità (si veda Capitolo 3) nel centro galattico, con un'incertezza del $\sim 40\%$ ($L \approx \sigma_0^4$). Con simili incertezze furono scoperte altre due relazioni tra luminosità e raggio effettivo (Kormendy, $L \approx R_e^a$) e tra il diametro fotometrico D_n (una quantità legata al raggio effettivo) e la dispersione di velocità. Grazie all'idea di applicare alle proprietà delle ellittiche il PCA (*Principal Component Analysis*, uno strumento statistico che studia come si distribuiscono i dati evidenziando eventuali correlazioni), Djorgovski scoprì che nello spazio $\log L - \log \sigma - \log R_e$ le galassie ellittiche si dispongono su un sottile piano (con uno spessore $< 5\%$). Questo piano venne chiamato *piano fondamentale* (FP) e il fatto che non sia parallelo a nessun piano identificato da una coppia dei tre assi, giustifica l'incertezza di circa il 40% in tutte le leggi di scala, che quindi risultano essere le proiezioni del piano fondamentale lungo i tre piani cartesiani.

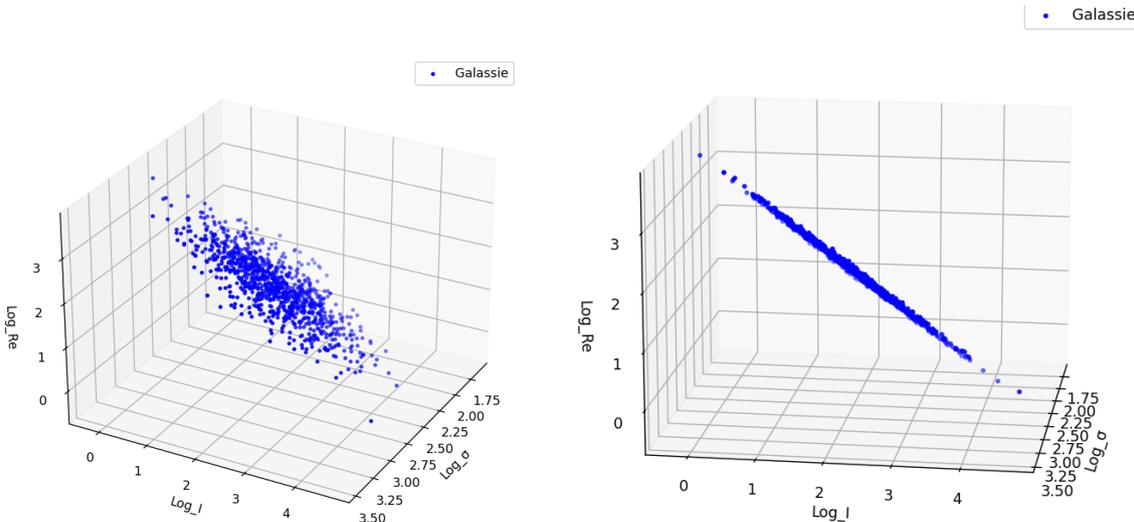


Figura 2.2: Simulazione in Python del piano fondamentale da due angolazioni differenti.

Solitamente il FP è descritto da un'equazione del tipo:

$$\alpha \log L + \beta \log \sigma + \gamma \log R_e = \text{cost}, \quad (2.8)$$

oppure del tipo:

$$\log R_e = \alpha \log \sigma + \beta \log I + \gamma \quad (2.9)$$

dove si è sostituito la luminosità con la brillantezza superficiale (misurabile) e permette di ottenere stime precisissime della distanza degli oggetti.

2.2 Dischi

Come già accennato i bulges presenti nelle galassie a spirale e nelle S0 hanno caratteristiche simili a quelle descritte per le galassie ellittiche. Il profilo di brillantezza dei dischi di stelle invece segue un andamento esponenziale descritto da un'equazione della forma:

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{r}{r_0}}, \quad (2.10)$$

in cui r_0 , detto *lunghezza scala*, è definito come il raggio dopo il quale la luminosità della galassia è diminuita di un fattore e , solitamente compreso tra 1-5 Kpc. L'equazione 2.10 descrive l'andamento della brillantezza superficiale per un disco osservato *face-on* ovvero con il piano perpendicolare alla linea di vista. Per galassie *edge-on* (osservate "di taglio") è invece valida la seguente espressione:

$$I(r, z) = I(0, 0) e^{-\frac{r}{r_0}} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (2.11)$$

dove (r, z) sono le coordinate cilindriche e z_0 rappresenta la lunghezza scala verticale.

La Figura 2.3 mostra come il profilo di brillantezza di una galassia a spirale possa essere decomposto in una componente proporzionale a $R^{\frac{1}{4}}$ dominante nelle regioni centrali (dovuta alla presenza del bulge) e in una componente esponenziale che domina a distanze dal centro maggiori (contributo del disco). Sfruttando questo metodo si è osservato che il profilo di Sérsic introduce errori sistematici nella stima del flusso totale e di R_e di galassie con bracci di spirale. Ad esempio per una galassia a redshift $z = 0.2$ con un indice di Sérsic $n = 4$, avere un set di bracci di spirale responsabili del 10% del flusso totale causa una sovrastima del flusso totale del 15% e di R_e del 30%.

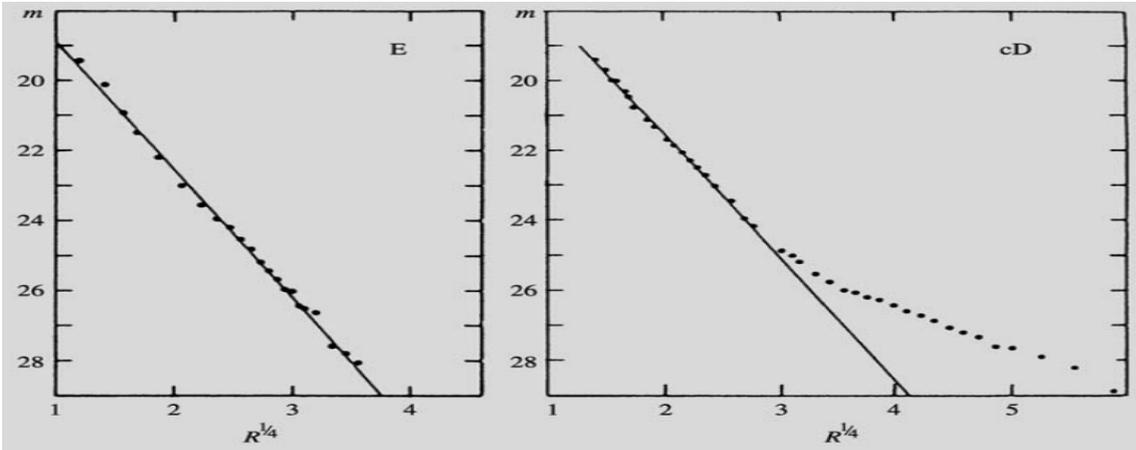


Figura 2.3: Andamento del profilo di brillantezza per una galassia ellittica (sinistra) e una spirale (destra).

2.2.1 Legge di Tully-Fisher

Nel 1977 R. Brent Tully e J. Richard Fisher osservarono un campione di galassie spirali di cui si conosceva la distanza. L'effetto di allargamento doppler della riga

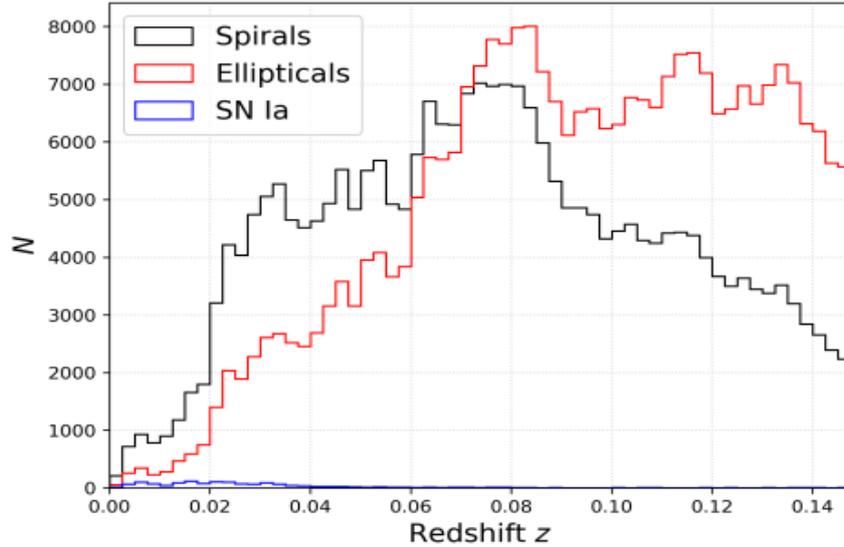


Figura 2.4: La distribuzione rispetto al redshift di galassie a spirale (in nero) e galassie ellittiche (in rosso) nel SDSS survey.

di emissione a 21cm tipica dell' idrogeno neutro osservato sull'intera estensione di ogni galassia permise loro di stimare la velocità di rotazione delle galassie. Tully e Fischer determinarono che la luminosità totale del disco (proporzionale alla massa del disco) era in relazione con la velocità di rotazione tramite una legge di potenza $L_{disk} \approx v_{HI}^4$ (*Tully Fisher Relation, TFR*). Non si conosce ancora l'esatta origine fisica della TFR ma certamente affonda le radici nella fisica della gravitazione e nella dinamica della rotazione galattica. Esistono diverse versioni della TFR, a seconda della lunghezza d'onda a cui si sta misurando la luminosità totale. Tully e Fischer utilizzarono la luminosità ottica ma lavori successivi mostrarono una relazione ancora più stretta tra velocità di rotazione (o larghezza di riga di emissione) e luminosità quando quest'ultima veniva misurata tra le microonde e l'infrarosso (un intervallo di frequenze che in astronomia viene chiamata *k band*). La TFR può essere considerata l'angolo per le galassie a spirale di ciò che è la Faber-Jackson per le galassie ellittiche. Entrambe le leggi infatti sono affette da un errore percentuale intrinseco del $\sim 40\%$ e furono ottimi strumenti per la stima delle distanza delle galassie. Nel caso della TFR infatti una misura della v_{HI} (facilmente osservabile e misurabile) permette di stimare (pur con un'ampia incertezza) la luminosità intrinseca della galassia, il cui confronto con quella apparente permette di calcolare la distanza. Come strumento di misurazione di distanza la TFR possiede diversi benefici. Inanzitutto la TFR fornisce una correlazione lineare tra due proprietà delle galassie facilmente misurabili. Inoltre la TFR è una legge riguardo alle galassie a spirale, il tipo di galassie più numeroso a basso redshift ($z < 0.07$) (come mostrato in Figura 2.4): ciò la rende un utile strumento per calcolare le velocità proprie di galassie di cui si può determinare la distanza. La velocità di rotazione di una galassia inoltre è strettamente collegata con la massa dell'alone di materia oscura in cui la galassia risiede (si veda Capitolo 3.1). La TFR dunque evidenzia un'importantissima connessione tra materia ordinaria (attraverso la luminosità) e materia oscura (tramite la velocità di rotazione).

Capitolo 3

Cinematica

Un utile strumento per la descrizione di un sistema stellare è la *funzione di distribuzione*, $f(\vec{x}, \vec{v})$, un oggetto matematico che punto per punto dello spazio delle fasi (spazio \mathbb{R}^6 , tre coordinate per le posizioni e tre coordinate per le velocità) comunica la presenza o meno di una stella. La funzione di distribuzione è dunque semidefinita positiva e risulta di importanza fondamentale nello studio della cinematica delle galassie perchè permette di definire grandezze come *densità*, *velocità di rotazione* e *dispersione delle velocità*. Considerando un volume $\Delta V \subset \mathbb{R}^3$, il numero $N(\Delta V)$ di stelle può essere ottenuto sommando le stelle con una posizione contenuta in ΔV tenendo conto di tutte le velocità possibili, ovvero:

$$N(\Delta V) = \int_{\mathbb{R}^3} \int_{\Delta V} f(\vec{x}, \vec{v}) d^3 \vec{x} d^3 \vec{v}. \quad (3.1)$$

Il limite per volumi piccoli $\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{N(\Delta V)}{\Delta V}$ esiste e mi definisce la densità $\rho(\vec{x})$ in ogni punto :

$$\rho(\vec{x}) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, \vec{v}) d^3 \vec{v}. \quad (3.2)$$

La funzione di distribuzione permette di calcolare anche l'impulso di ΔV , ottenendo:

$$\rho(\vec{x}) \vec{v}(\vec{x}) = \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, \vec{v}) \vec{v} d^3 \vec{v}. \quad (3.3)$$

La velocità \vec{v} che compare sotto integrale nel termine di destra dell'equazione 3.3 è la velocità microscopica delle singole stelle nel 'volumetto'. La velocità $v(\vec{x})$ di sinistra invece rappresenta la velocità macroscopica di ΔV , prende il nome di *velocità di flusso* (*streaming velocity*) e rappresenta la velocità di rotazione della galassia. Un altro oggetto interessante è rappresentato dal seguente integrale:

$$\int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, \vec{v}) (v_i - v_i(\vec{x}))(v_j - v_j(\vec{x})) d^3 \vec{v} = \rho(\vec{x}) \sigma_{ij}^2, \quad (3.4)$$

il quale restituisce la densità moltiplicata per un tensore simmetrico ($\sigma_{ij}^2 = \sigma_{ji}^2$) e definito positivo ($\sigma_{ii}^2 \geq 0$), chiamato tensore *dispersione delle velocità*.

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \sigma_{13}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23}^2 \\ \sigma_{31}^2 & \sigma_{32}^2 & \sigma_{33}^2 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Il tensore dispersione delle velocità rappresenta la dispersione delle velocità delle stelle attorno al valor medio, ovvero alla velocità di flusso. Questo tensore è rappresentabile con una matrice 3x3 simmetrica e con gli autovalori concordi, il che corrisponde ad un particolare tipo di quadrica: l'ellissoide. Il tensore di dispersione delle velocità indica punto per punto come varia la temperatura in base alla direzione in cui viene misurata. Ciò può essere visualizzato pensando a come in ogni punto del sistema sia associato un ellissoide la cui forma e direzione indica come varia la temperatura nel punto. La termodinamica agisce su sistemi come le galassie con tempi scala migliaia di volte più lunghi dell'età dell'universo. Ciò le rende sistemi *non collisionali* e manifesta la natura tensoriale della temperatura (che all'equilibrio termico si comporta invece come uno scalare). Lo schiacciamento delle ellittiche ad esempio è dovuto principalmente a questa loro caratteristica di essere più calde in una direzione rispetto ad un'altra. Le misure della velocità di rotazione delle galassie consistono nell'osservazione delle righe di emissione del medio interstellare (ISM) nello spettro elettromagnetico proveniente dalla regione del cielo contenente la galassia. Lo spostamento delle righe osservate rispetto a quelle di laboratorio -causato dall'effetto Doppler- rivela informazioni sulla componente lungo la linea di vista della cinematica della galassia. Le righe tipicamente utilizzate per questo scopo sono $H\alpha$ a $\lambda_0 = 6564.614\text{\AA}$, NII a $\lambda_0 = 6585.27\text{\AA}$ e la riga a $\lambda_0 = 21\text{cm}$ (λ_0 è la lunghezza d'onda nel vuoto) che risulta dalla transizione iperfine di dipolo magnetico tra i due livelli dello stato fondamentale dell'idrogeno neutro.

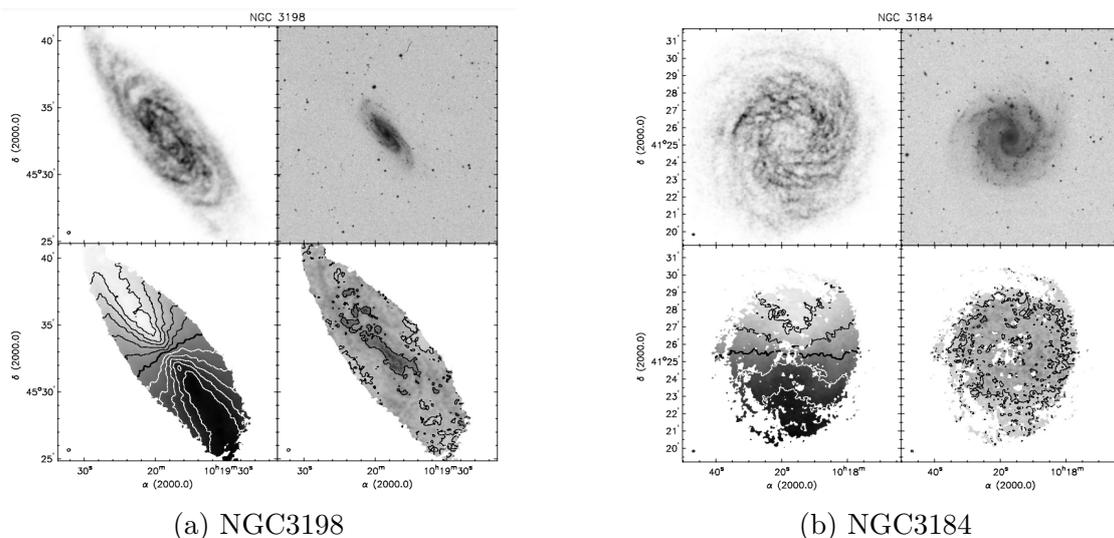


Figura 3.1: In alto a sinistra: mappa di emissione HI. In alto a destra: immagine ottica da DSS(digitized sky survey). In basso a sinistra: campo di velocità. I contorni neri (scala di grigi più chiara) indicano emissioni di avvicinamento, contorni bianchi (scala di grigi più scura) indicano emissioni di allontanamento. In basso a destra: mappa di dispersione di velocità.

3.1 Curva di rotazione e materia oscura

Mappe di campo di velocità come quelle in Figura 3.1 sono diagrammi 2-D che associano per ogni punto del piano (piano cartesiano (x,y) centrato nel centro galattico e

con l'asse maggiore della galassia corrispondente a $y=0$) la componente della velocità lungo la linea di vista $V(x,y)$. Se si considera un disco con una *curva di rotazione* $v_c(r)$, un punto a distanza R dal centro avrà una velocità $\vec{v} = -v_c(R)(\hat{\mathbf{R}} \times \hat{\mathbf{n}})$, dove $\hat{\mathbf{R}}$ e $\hat{\mathbf{n}}$ sono rispettivamente il versore che identifica il punto dal centro galattico e il versore normale al piano del disco. Perciò, definito $\hat{\mathbf{r}}$ il versore direzione della galassia rispetto all'osservatore, la velocità osservata lungo la linea di vista sarà:

$$V = \hat{\mathbf{r}} \cdot \vec{v}, \quad (3.6)$$

legata alla velocità di rotazione dal coseno dell'angolo di inclinazione della galassia (i , definito in modo tale che valga 90 gradi per galassie osservate *face-on*), $v_c = V \cos(i)$. Dunque una volta ottenuto una mappa 2-D di velocità radiale si può ricavare la curva di rotazione che di per sé è una caratteristica teorica di un campo di gravità. La curva di rotazione rappresenta la velocità che avrebbe un corpo posto in un punto del campo gravitazionale. Nel caso di campo gravitazionale prodotto da una massa puntiforme si può ricavare la curva di rotazione dall'uguaglianza tra accelerazione centripeta e campo:

$$\frac{v_c^2(r)}{r} = \frac{Gm}{r^2} \implies v_c(r) = \sqrt{\frac{Gm}{r}}, \quad (3.7)$$

ottenendo una curva di rotazione *kepleriana*. Questo caso particolare deve il suo nome al fatto che la terza legge di Keplero (che esprime la proporzionalità tra il cubo della distanza e il quadrato del tempo di percorrenza per orbite circolari) è derivabile a partire dalla dipendenza della velocità dall'inverso della radice della distanza. Pur non potendo applicare l'equazione 3.7 al caso di un disco in rotazione, ci si aspetterebbe dalle osservazioni che la curva di rotazione per una galassia a spirale a grande distanza dal centro torni a decrescere come $\frac{1}{\sqrt{r}}$. Tuttavia le osservazioni della riga di emissione dell'idrogeno neutro mostrarono un'andamento sostanzialmente piatto della curva di rotazione dell'HI.

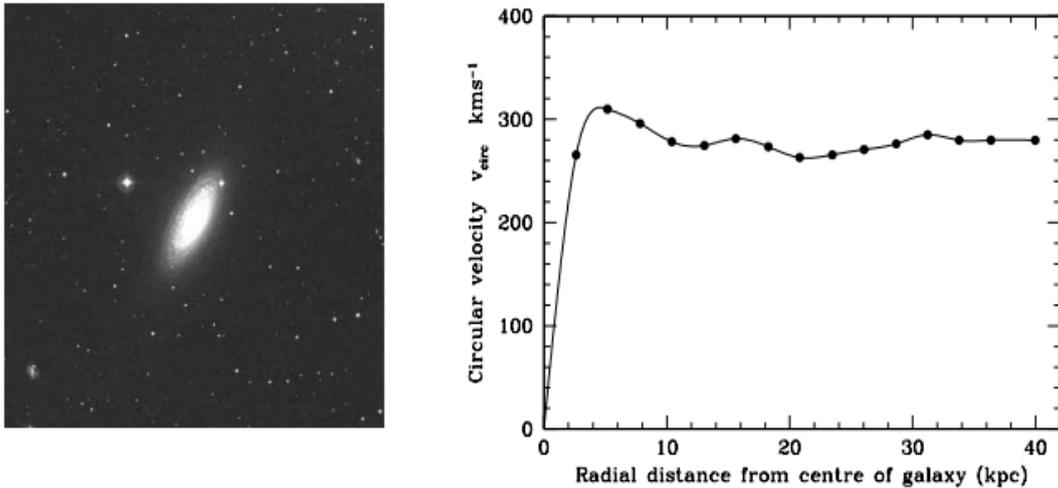


Figura 3.2: Immagine ottica (sinistra) della galassia a spirale NGC2841 e la sua curva di rotazione di HI 21cm (destra).

Questa discrepanza tra teoria e osservazioni fu interpretata come una solida prova dell'esistenza di una materia di natura diversa da quella ordinaria: la *materia oscura*.

Nonostante la materia oscura rappresenti l'85% di tutta la materia dell'universo, resta tutt'ora uno dei problemi più elusivi della fisica moderna. Questo nuovo tipo di materia dovrebbe essere costituita da particelle elementari fortemente interagenti dal punto di vista gravitazionale ma con una sezione d'urto elettromagnetica nulla, in modo da giustificare l'influenza sulla materia ordinaria e l'assenza di interazione con la radiazione con conseguente impossibilità di osservarla. Inoltre queste particelle dovrebbero possedere velocità non relativistiche (\sim velocità delle stelle) in modo da rimanere confinate nella buca di potenziale (*cold dark matter*). La più semplice interpretazione di una curva di rotazione piatta è l'assunzione che la materia oscura sia distribuita in un '*dark halo*' sferoidale, pur non essendo ancora chiaro fin dove si estenda questo halo nè da quanta massa sia costituito. Un profilo di densità spesso adottato per modellare gli halo di materia oscura è della forma:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/a)^n}, \quad (3.8)$$

dove a ed n sono costanti, mentre r e ρ_0 rappresentano la distanza dal centro dell'halo e il valore della densità nel centro. Tuttavia alcune simulazioni di N-corpi per la formazione delle galassie hanno predetto un profilo di densità per gli halo di materia oscura della forma:

$$\rho(r) = \frac{k}{r(a+r)^2} \quad (3.9)$$

con k ed a costanti. Entrambi i profili considerati finora sono sferici (la densità dipende solo dalla distanza radiale dal centro) e la formula nell'equazione 3.9 è conosciuta come profilo di Navarro-Frenk-White (NFW), dai nomi degli scienziati che per primi l'hanno studiato.

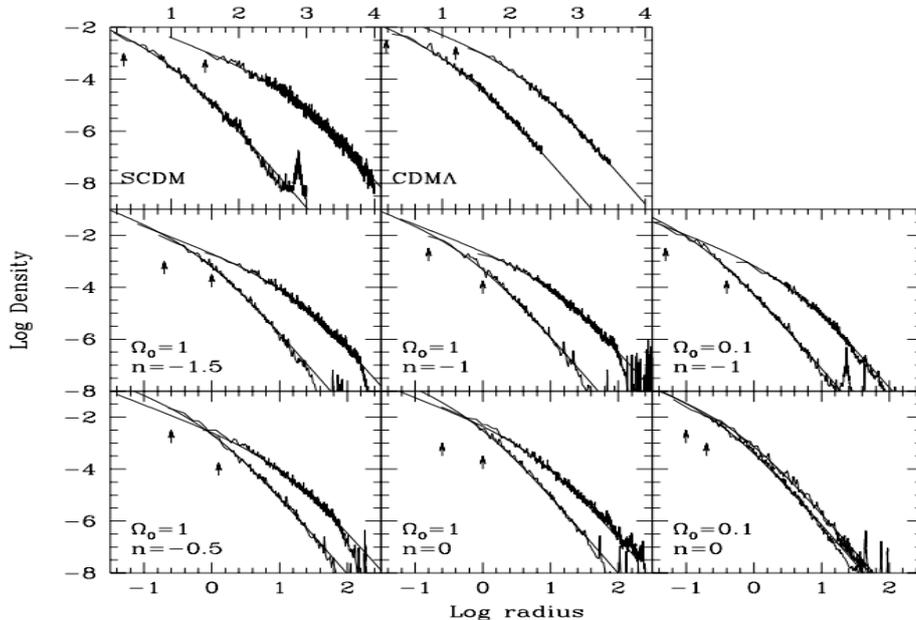


Figura 3.3: I risultati delle simulazioni numeriche che hanno portato alla formulazione del profilo di NFW. I raggi sono dati in kiloparsec e la densità sono in unità di $10^{10} M_{\odot}$ kiloparsec $^{-3}$

3.2 FP e teorema del viriale

Non è stata ancora trovata un'interpretazione universalmente accettata del FP e della sua origine. Tuttavia dopo la sua scoperta fu proposta l'idea che il FP altro non fosse che il manifestarsi del teorema del viriale e che quindi la condizione di equilibrio delle galassie ellittiche fosse condizione sufficiente all'esistenza del piano fondamentale. Per una galassia all'equilibrio vale la relazione:

$$\frac{GM}{R_e} = \sigma^2 \implies \frac{L(M/L)}{R_e} = \sigma^2, \quad (3.10)$$

dove M/L rappresenta il *mass to light ratio* della popolazione stellare. Passando dunque ai logaritmi otteniamo una relazione del tipo:

$$\log L - \log R_e - 2 \log \sigma = \text{cost}, \quad (3.11)$$

che confrontata con l'equazione 2.8 restituisce $\alpha \sim 1, \beta \sim -2, \gamma \sim -1$, valori che per una fortuita coincidenza sono molto simili a quelli osservati sperimentalmente (è necessario ricordare tuttavia che i valori dei coefficienti nell'equazione del FP variano a seconda della banda a cui stiamo osservando la galassia, mentre la virialità della galassia naturalmente ne è indipendente). Dal teorema del viriale $2T = -U$ posso sostituire per l'energia cinetica e l'energia potenziale le espressioni:

$$T = \frac{M}{2} \sigma_v^2, \quad U = -\frac{GM^2}{r_v}, \quad (3.12)$$

dove σ_v e r_v sono la dispersione di velocità viriale e il raggio viriale, incogniti e non osservabili. Si può dunque scrivere:

$$\sigma_0^2 \cdot \frac{\sigma_v^2}{\sigma_0^2} = \frac{G(M/L)}{(r_v/R_e) \cdot R_e} \cdot L \quad (3.13)$$

da cui

$$L = \sigma_0^2 R_e \cdot \frac{(\sigma_v^2/\sigma_0^2)(r_v/R_e)}{M/L} = \sigma_0 R_e \cdot K, \quad (3.14)$$

in cui sono state inserite le quantità misurabili σ_0, R_e e L . Il fatto che il parametro K nell'equazione 3.14 -che a parità di energia cinetica può variare molto da oggetto ad oggetto- assuma un valore praticamente uguale per tutte le galassie ellittiche è alla base dell'esistenza del FP, e ci assicura che le galassie ellittiche sono oggetti tra loro incredibilmente simili (*omologhi*). In conclusione dal FP si evince che per oggetti come le galassie ellittiche i parametri $\sigma_v^2/\sigma_0^2, r_v/R_e$ e M/L sono collegati tra loro in maniera così speciale da farle giacere tutte su un sottilissimo piano nello spazio $\log R_e - \log \sigma - \log L$. Il teorema del viriale risulta quindi condizione necessaria ma non sufficiente all'esistenza del piano fondamentale, che esiste per oggetti contemporaneamente virializzati e omologhi.

Bibliografia

- [1] Christopher J. Conselice, Aaron Wilkinson, Kenneth Duncan, Alice Mortlock, *The evolution of galaxy number density at $z < 8$ and its implication*, The Astrophysical Journal, 2016.
- [2] H. Karttunen, P. Kröger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner, *Fundamental Astronomy*, Springer, 2007.
- [3] Trinh X. Thuan, J. Richard Gott III *Why there are no elliptical galaxies flatter than E7*, Nature, 257, 1975.
- [4] Roger A. Freedman, William J. Kaufmann III *Universe*, W. H. Freeman and Company, 2008.
- [5] Sidney van den Bergh, *What are S0 galaxies?*, Astrophysical Journal, 348, 1990.
- [6] Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie *An introduction to modern astrophysics*, Pearson, 2007.
- [7] L. Ciotti, *Introduction to stellar dynamics*, Cambridge University Press, 2021.
- [8] A. V. Mosenkov, N. Ya. Sotnikova, V. P. Reshetnikov, *2MASS photometry of edge-on spiral galaxies – I. Sample and general results*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 401, 2009.
- [9] Alessandro Sonnenfeld, *The effect of spiral arms on the Sérsic photometry of galaxies*, Astronomy & Astrophysics, 659, 2022.
- [10] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, Simon D. M. White, *A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering*, The Astrophysical Journal, 490, 1997.