

**Alma Mater Studiorum - Università di Bologna**

---

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

**Meccanismi di produzione dell'energia in  
astrofisica**

Tesi di laurea

Presentata da:  
**Giovanni Amati**

Relatore:  
**Chiar.ma Prof.ssa  
Marcella Brusa**

---

Anno Accademico 2023-2024

## Abstract

Il seguente elaborato si occupa dell'analisi dei meccanismi di produzione dell'energia in astrofisica, suddivisi in due grandi categorie: energia nucleare ed energia gravitazionale. Nel primo capitolo vengono introdotti i concetti della relatività ristretta, essenziali per comprendere la relazione tra massa ed energia. Il secondo capitolo si focalizza sull'energia prodotta da processi nucleari; vengono descritte le reazioni di fusione nucleare, come la catena protone-protone, il ciclo CNO, e il processo  $3\alpha$ , e viene introdotto il coefficiente di produzione dell'energia ( $\varepsilon$ ). Sempre nel secondo capitolo vengono esaminati i fenomeni delle supernovae, suddivise in supernovae termonucleari e supernovae core-collapse. Il terzo e ultimo capitolo si dedica ai processi gravitazionali, con particolare attenzione ai buchi neri, all'accrescimento di Bondi e alla distruzione mareale e si conclude con una discussione sull'efficienza dell'accrescimento gravitazionale. Nella tesi sono stati esposti argomenti alquanto ampi e non si è potuto entrare quindi nel dettaglio di ogni processo illustrato, si è tentato di dare una visione d'insieme accessibile e coerente dei temi trattati.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Cenni di relatività . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Energia da processi nucleari</b>	<b>2</b>
2.1	Fusione nucleare . . . . .	2
2.1.1	Catena protone-protone . . . . .	3
2.1.2	Ciclo CNO . . . . .	5
2.1.3	Processo $3\alpha$ . . . . .	6
2.2	Coefficiente di produzione dell'energia . . . . .	7
2.3	Supernovae . . . . .	10
2.3.1	Supernovae termonucleari . . . . .	10
2.3.2	Supernovae core-collapse . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Energia da processi gravitazionali</b>	<b>12</b>
3.1	Buchi neri . . . . .	12
3.2	Accrescimento di Bondi . . . . .	13
3.3	Distruzione mareale . . . . .	14
3.4	Efficienza dell'accrescimento gravitazionale . . . . .	15

# Capitolo 1

## Introduzione

I processi di produzione dell'energia in astrofisica sono essenziali per comprendere come le strutture del nostro universo si alimentano e producono elementi essenziali per la vita, come la conosciamo oggi. I nuclei stellari sono le fornaci nelle quali avviene la nucleosintesi, un processo attraverso il quale gli elementi della tavola periodica, fino al ferro, vengono prodotti tramite fusione nucleare. In ambito extragalattico, i nuclei galattici attivi (AGN), giocano un ruolo essenziale nella produzione di energia; sono zone compatte estremamente luminose nel cuore delle galassie, cioè buchi neri supermassicci che accrescono massa generando quantità di energia elevatissima. Nello scoprire quali sono i processi fisici che si nascondono dietro a questi scenari astrofisici, si porrà l'attenzione ad una quantità chiamata efficienza ( $\mu$ ), un coefficiente che descrive quanta percentuale di massa durante una reazione è trasformata in energia.

Prima di iniziare con la trattazione però è importante capire come si arriva a dire che massa ed energia sono la stessa cosa.

### 1.1 Cenni di relatività

La relatività ristretta, formulata da Albert Einstein nel 1905, ha rivoluzionato la nostra comprensione dei concetti di spazio, tempo ed energia, introducendo principi fondamentali che sono essenziali nella fisica moderna, in particolare per la comprensione dei processi di produzione e trasformazione dell'energia. Uno dei risultati più celebri di questa teoria è la formula:

$$E = mc^2 \tag{1.1}$$

dove  $E$  rappresenta l'energia,  $m$  la massa di un corpo e  $c$  è la velocità della luce nel vuoto, una costante fisica pari a circa  $3 \times 10^{10} \text{cm/s}$ .

La formula suggerisce che una piccola quantità di massa può essere convertita in una grande quantità di energia. Questo concetto ha implicazioni profonde in vari ambiti della fisica, specialmente nella fisica nucleare, dove processi come la fissione e la fusione nucleare dimostrano come variazioni minime nella massa delle particelle, possano liberare enormi quantità di energia. Per esempio la massa di protoni e neutroni viene spesso espressa in termini di energia (elettronvolt), riflettendo direttamente questa connessione fondamentale tra massa ed energia.

## Capitolo 2

# Energia da processi nucleari

In una reazione nucleare due o più nuclei cambiano stato per effetto della loro interazione



il termine  $Q$  è la differenza energetica in massa tra lo stato iniziale e lo stato finale

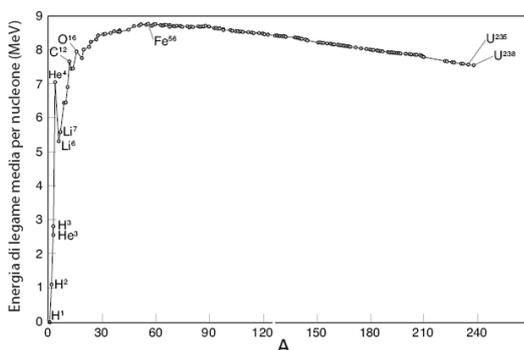
$$Q = (m_a + m_b - m_c - m_d)c^2 \quad (2.2)$$

e può essere positivo quando la massa dello stato iniziale viene trasformata in energia cinetica dello stato finale, oppure negativo quando parte dell'energia cinetica dello stato iniziale è convertita in massa dello stato finale.

Il principale meccanismo astrofisico con cui viene prodotta energia è la fusione nucleare ( $Q > 0$ ), la fissione nucleare invece ricopre un ruolo più marginale.

## 2.1 Fusione nucleare

Le reazioni di fusione sono processi nei quali due nuclei si uniscono per formare un nucleo con peso atomico maggiore. Mettendo in un grafico l'energia media di legame nucleare (BE) in funzione del peso atomico ( $A$ ), si trova il seguente andamento:



**Figura 2.1:** Andamento dell'energia di legame nucleare in funzione del peso atomico (Fonte: *Slide del corso di astrofisica stellare*)

Il grafico mostra che nelle reazioni di fusione si libera energia, almeno per i nuclei leggeri ossia con  $A < 60$  (nuclei più leggeri del ferro)



infatti il termine  $Q$  è positivo poichè la massa del nucleo creato è minore della somma delle masse dei nuclei costituenti.

La fusione nucleare può avvenire solamente nel momento in cui i nuclei hanno sufficiente energia cinetica da vincere la repulsione coulombiana e far entrare in contatto i due nuclei. A questo punto entra in azione l'interazione forte, una forza di tipo attrattivo che ha un raggio d'azione dell'ordine di  $10^{-13}$  cm e permette ai due nuclei di fondersi.

L'energia liberata da tale processo si trasforma in energia cinetica delle particelle sintetizzate. Se queste ultime si trovano confinate entro un campo di forze e si riesce a creare uno stato ad una temperatura tale da autoalimentare le reazioni di fusione, viene prodotta energia.

I processi di fusione possono interessare tutti gli elementi fino al ferro (Fe), tuttavia verranno presentati solo alcuni meccanismi di combustione di idrogeno (H) ed elio (He). Gli interni stellari sono alimentati da reazioni di fusione nucleare, in particolare da reazioni di bruciamento dell'idrogeno, poichè composte per la maggior parte da questo elemento.

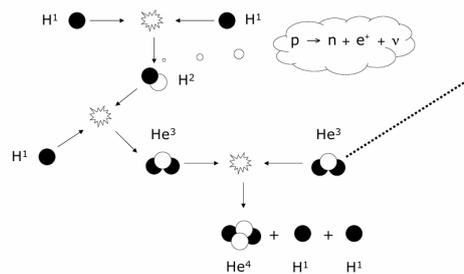
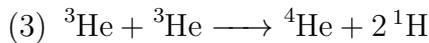
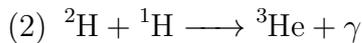
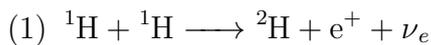
Esistono due meccanismi principali di bruciamento dell'idrogeno:

- la catena protone-protone (pp)
- il ciclo carbonio-azoto-ossigeno (CNO)

Il meccanismo di fusione dell'elio è chiamato processo  $3\alpha$ .

## 2.1.1 Catena protone-protone

La catena pp è il meccanismo di fusione più diffuso nelle stelle di massa simile a quella del nostro sole o più piccola. È inoltre il processo di fusione con l'efficienza maggiore, cioè quello che riesce a convertire la maggior percentuale di massa in energia. Si compone nei seguenti step:



**Figura 2.2:** Schema grafico della catena ppI (Fonte: *Slide del corso di astrofisica stellare*)

Come si nota dalla figura 2.2, qui a lato, per ogni reazione 3) devono avvenire due volte le reazioni 1) e 2). Lo step 1) della catena ha una probabilità molto bassa, ha un tempo scala dell'ordine di  $10^9$  yr(anni) e inoltre ha bisogno di temperature di  $10^7$  K per attivare la produzione di deuterio. Queste due peculiarità forniscono lentezza al processo di bruciamento, facendo sì che il sole stia ancora bruciando dopo 5 miliardi di anni. Il neutrino elettronico ( $\nu_e$ ) prodotto riesce facilmente, per sua natura, a sfuggire dal sole in poco tempo portandosi via energia. Il positrone ( $e^+$ )

invece annichilisce subito interagendo con elettroni liberi e producendo due fotoni gamma. La seconda reazione ha tempi scala decisamente minori, dell'ordine di 6s, questo fa sì che all'interno del sole nuclei di deuterio siano quasi assenti.

Durante il ciclo di una catena pp vengono bruciati  $4^1H$  per produrre un  $^4He$ ; per il calcolo dell'efficienza basta fare una semplice operazione, si va a dividere l'energia liberata nel processo per l'energia totale (la massa in energia delle particelle coinvolte nel processo di bruciamento) a disposizione prima della reazione:

$$\mu = \frac{\Delta mc^2}{E_{tot}} \quad (2.4)$$

sapendo che  $m_p = 1.0078u.m.a$ <sup>1</sup> e  $m_{^4He} = 4.0026u.m.a$ , il difetto di massa sarà

$$\Delta m = 4 \times m_p - m_{^4He} = 0.0286u.m.a. \quad (2.5)$$

verrà quindi liberata una quantità di energia secondo la formula 1.1 pari a

$$E_{pp} = \Delta mc^2 = 0.0286 \times 9 \times 10^{16} \times 1.66 \times 10^{-27} = 4.2729 \times 10^{-12} J = 26.7 MeV \quad (2.6)$$

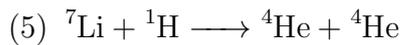
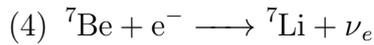
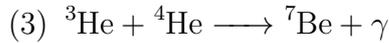
con un'efficienza, derivata dalla formula 2.4, del

$$\mu = \frac{\Delta mc^2}{4m_p} = \frac{26.7}{3752} \simeq 0.71\% \quad (2.7)$$

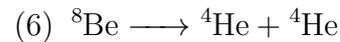
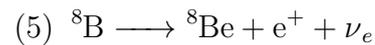
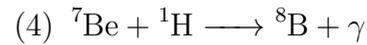
dove  $m_p = 938 MeV$ .

La terza e ultima reazione del ciclo (3), può avvenire in tre modi differenti dando vita ad altri due rami possibili, la catena ppII e la catena ppIII:

ppII:



ppIII:

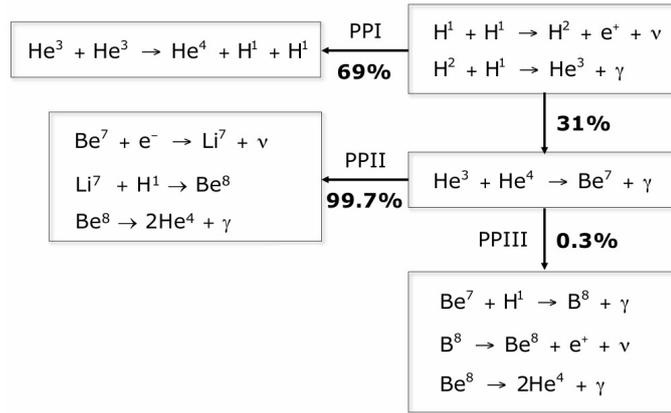


Le precedenti catene bruciano comunque 4 protoni per produrre un nucleo di elio, l'efficienza quindi di bruciamento resta pressocchè invariata (2.7). L'energia liberata è minore rispetto alla catena I, a causa del fatto che le perdite di energia per neutrini sono maggiori in questi ultimi due casi. Si parla di una perdita del  $\simeq 4\%$  per la catena ppII, mentre per la catena ppIII si arriva anche ad una perdita del  $\simeq 28\%$  poichè si ha un ulteriore decadimento  $\beta^+$  per il  $^8B$  con la conseguente produzione di neutrini. All'origine del nucleo stellare la catena più comune è la ppI, poichè per innescarsi non ha bisogno di interagire con  $^4He$  la cui abbondanza, nelle prime fasi di vita di una stella, è molto bassa.

---

<sup>1</sup> $1u.m.a. = 1.6605 \times 10^{-27} kg$

<sup>2</sup> $1J = 6.2414 \times 10^{12} MeV$



**Figura 2.3:** *Branching ratio* per la catena pp (Fonte: *Slide del corso di astrofisica stellare*)

La *branching ratio* dei vari rami varia con il passare del tempo, dal momento che la concentrazione di  ${}^4He$  aumenta favorendo la seconda e terza catena.

## 2.1.2 Ciclo CNO

Il ciclo carbonio-azoto-ossigeno è un possibile schema di bruciamento dell'idrogeno, che richiede la presenza all'interno della stella di elementi pesanti come C, N, O. Gli elementi fungono da catalizzatori in quanto necessari per consumare idrogeno e per produrre elio. Il meccanismo quindi non va a produrre tali elementi pesanti, nonostante siano presenti variazioni nelle loro abbondanze relative, a causa dei tempi scala delle varie reazioni che compongono il ciclo.

Il meccanismo è composto da sei reazioni, in particolare da quattro catture protoniche e due decadimenti  $\beta^+$ :



La reazione più lenta è la 4), la quale spezza il ciclo nel ramo veloce, che va da C ad N, e nel ramo lento, da N a O, che genera un accumulo di  ${}^{14}N$ . Il meccanismo opera ad una temperatura di  $1,7 \times 10^7 K$ , tale da far vincere la repulsione coulombiana. Successivamente viene rilasciata una quantità  $E_{CNO} = 25 MeV$  sotto forma di radiazione, leggermente inferiore rispetto a quella della catena pp, poichè i sottoprodotti delle reazioni, come i raggi gamma e i neutrini, sono in numero maggiore. I fotoni uscenti, pur impiegando molte migliaia di anni, portano via energia che contribuisce alla luminosità della stella e la sostiene contro il collasso gravitazionale. Quello che è stato appena descritto è solo uno dei possibili cicli di bruciamento dell'idrogeno, a temperature via via crescenti si innescano cicli secondari che richiedono la presenza di altri elementi pesanti.

Cicli secondari	
Elementi richiesti	Temperatura di regime (K)
O-F	$2 \times 10^7$
Ne-Na	$4 \times 10^7$
Mg-Al	$7 \times 10^7$

**Tabella 2.1:** Possibili schemi secondari del ciclo CNO

Questi cicli, se attivati, introducono delle anticorrelazioni, come quella C-N, dovute alla presenza di reazioni più lente, che determinano l'accumulo di un elemento e la corrispettiva diminuzione di un altro. Nello studio delle anticorrelazioni, la presenza o meno di una di queste, permette di dare una stima della temperatura del nucleo, come illustrato in tabella 2.1.

### 2.1.3 Processo $3\alpha$

Una volta che l'abbondanza relativa (all'interno del nucleo) di H risulta minore dello 0.05%, le reazioni termonucleari di bruciamento dell'idrogeno possono dirsi concluse. La pressione di radiazione diminuisce per la mancata presenza di fotoni prodotti dalle reazioni di fusione, il nucleo quindi inizia a contrarsi sotto la forza gravitazionale. La contrazione fa aumentare la densità e la temperatura nucleare; una volta raggiunto il valore critico di  $T \simeq 1.5 \times 10^8 K$ , si innescano le reazioni di fusione dell'elio: il processo  $3\alpha$ .



La reazione 1) genera  ${}^8\text{Be}$  che è instabile e decade in due particelle  $\alpha$ <sup>3</sup> in  $\tau = 1.6 \times 10^{-16} s$ . La produzione di carbonio richiede infatti un ambiente straordinariamente ricco di He con concentrazione:

$$\frac{{}^8\text{Be}}{{}^4\text{He}} = \frac{1}{10^{10}}, \quad (2.8)$$

tali condizioni permettono alle due fasi di avvenire in maniera quasi simultanea, senza dare il tempo al berillio di decadere e producendo un energia di  $E_{3\alpha} = 7.3 \text{ MeV}$ . Tale meccanismo perciò viene solitamente riscritto come segue:



L'efficienza del processo  $3\alpha$  si ricava in maniera del tutto analoga a quella della catena pp, usando la formula 2.7

$$\mu = \frac{E_{3\alpha}}{E_{tot}} = \frac{7.3}{3 \times 3728} \simeq 0.07\% \quad (2.10)$$

---

<sup>3</sup>Una particella  $\alpha$  altro non è che un nucleo di elio: due neutroni e due protoni

## 2.2 Coefficiente di produzione dell'energia

In astrofisica per descrivere la struttura stellare si utilizza un sistema composto da quattro equazioni differenziali: una per l'equilibrio idrostatico, una per la distribuzione di massa, una per la produzione di energia e infine una per il gradiente di temperatura. A queste equazioni ne vanno aggiunte altre tre, che descrivono parametri fisici essenziali per la risoluzione del sistema: le equazioni di stato del gas, l'opacità e il coefficiente di produzione dell'energia ( $\varepsilon$ ).

Quest'ultimo parametro è il rate con il quale viene prodotta energia per unità di massa e tempo in funzione della composizione chimica, della densità e della temperatura. Il coefficiente  $\varepsilon$  è dato dalla sommatoria delle energie prodotte da tutti i processi che intervengono in un dato ciclo di reazioni.

$$\varepsilon(X, \rho, T) = \sum \frac{\text{energia prodotta}}{\text{reazione}} \frac{N^\circ \text{reazioni}}{cm^3 s} \frac{1}{\rho} \quad (2.11)$$

Il calcolo del rate di reazioni ( $\frac{N^\circ \text{reazioni}}{cm^3 s}$ ) tiene in considerazione: la concentrazione degli elementi in analisi, la sezione d'urto della reazione, la velocità relativa dei due elementi e infine la probabilità che le due particelle abbiano una data energia. Dopo aver stimato queste quantità e aver integrato su tutte le energie si ottiene:

$$\frac{dN}{dt} = cx_1x_2\rho^2 T^{-\frac{2}{3}} e^{-1.89(\frac{E_0}{KT})^{\frac{1}{3}}} \quad (2.12)$$

dove  $c$  è una costante dipendente dai nuclei che si fondono e dai nuclei sintetizzati  $c = \frac{4h^2}{k^{\frac{2}{3}} m_H^{\frac{7}{2}}} \frac{(A_1+A_2)^{\frac{3}{2}}}{(A_1 A_2)^{\frac{5}{2}}} E_0^{\frac{1}{2}} \Pi''$  e  $E_0 = 1.6 \times 10^{-6} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} (Z_1 Z_2)^2$ . Il primo termine,  $\frac{\text{energia prodotta}}{\text{reazione}}$ ,

va stimato facendo il bilancio energetico per ciascun ciclo di reazioni. Mettendo insieme tutti e tre i contributi nella formula 2.11, per una catena di  $n$  reazioni avremo

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n E_i x_1 x_2 c_i \rho T^{-\frac{2}{3}} e^{-1.89(\frac{E_0}{KT})^{\frac{1}{3}}} \quad (2.13)$$

Quindi per i tre processi principali di fusione visti in precedenza il parametro  $\varepsilon$  si scrive come segue

$$\varepsilon_{pp} = 2.36 \times 10^6 \rho X_H^2 T_6^{-\frac{2}{3}} e^{-\frac{33.81}{T_6^{\frac{1}{3}}}} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_{CN} = 7.21 \times 10^{27} \rho X_H Z_{CN} T_6^{-\frac{2}{3}} e^{-\frac{153.31}{T_6^{\frac{1}{3}}}} \quad (2.15)$$

$$\varepsilon_{3\alpha} = 3.5 \times 10^{17} \rho^2 Y^3 \frac{e^{-\frac{4320}{T_6}}}{T_6^3} \quad (2.16)$$

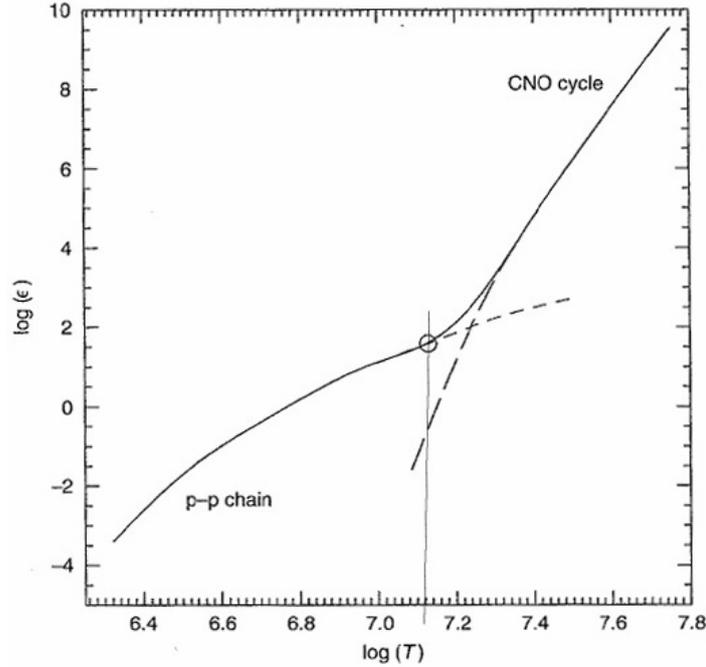
dove  $X_H$  è l'abbondanza di idrogeno,  $Z_{CN}$  è l'abbondanza dei metalli<sup>4</sup>,  $Y$  è l'abbondanza di elio e  $T_6$  è una quantità adimensionale che esprime la temperatura in milioni di gradi ( $T_6 = \frac{T}{10^6 K}$ ). Direttamente legati a queste quantità si possono

<sup>4</sup>In astrofisica con metalli ci si riferisce a tutti gli elementi più pesanti dell'elio

ricavare i fattori  $e_*$  che dipendono solo dalla temperatura. Si ottengono dividendo  $\varepsilon_*$  per la densità e per le abbondanze del processo in studio.

$$\begin{aligned} e_{pp} &= \frac{\varepsilon_{pp}}{\rho X_H^2} \\ e_{CN} &= \frac{\varepsilon_{CN}}{\rho X_H Z_{CN}} \\ e_{3\alpha} &= \frac{\varepsilon_{3\alpha}}{\rho^2 Y^3} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Si può ottenere un grafico significativo andando a porre su un piano cartesiano in scala logaritmica i fattori  $e_*$  in funzione della temperatura.



**Figura 2.4:** Andamento dei fattori  $e_*$  in funzione della temperatura, con il cerchio è messa in risalto la posizione del sole. Si deduce che la nostra stella si trova in una fase in cui ancora dominano le reazioni di fusione per processo pp ma si è molto vicini al *turning point*. (Fonte: *Slide del corso di astrofisica stellare*)

Si vuole ora ricavare un'espressione ancora più semplice e lineare per il coefficiente  $\varepsilon$  andandolo a scrivere come una legge di potenza del tipo

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho T^\alpha \text{ con } \alpha = \text{const.} \quad (2.18)$$

Tuttavia la dipendenza di tale coefficiente dalla temperatura è più complessa (essa appare sia come fattore moltiplicativo sia nell'esponenziale) e perciò l'esponente  $\alpha$  dipenderà esso stesso dalla T:

$$\alpha = \nu = \left( \frac{d(\ln \varepsilon)}{d(\ln T)} \right)_\rho, \quad (2.19)$$

relazioni con tale tipo di esponente sono valide solo per piccoli intervalli di temperatura entro i quali l'esponente non varii considerevolmente. Partendo dalla relazione generale che avevamo trovato (2.13)

$$\varepsilon \propto \rho T^{-\frac{2}{3}} e^{-1.89 \left( \frac{E_0}{kT} \right)^{\frac{1}{3}}}, \quad (2.20)$$

passando ai logaritmi e poi derivando

$$\ln \varepsilon \propto \ln \rho - \frac{2}{3} \ln T - 1.89 \left( \frac{E_0}{KT} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.21)$$

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{2}{3} \frac{dT}{T} - \frac{1}{3} T^{-\frac{4}{3}} \left( -1.89 \left( \frac{E_0}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \right) dT = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \left( -\frac{2}{3} + \frac{1.89}{3} \left( \frac{E_0}{KT} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \quad (2.22)$$

si ricava l'esponente  $\nu$  dalla precedente formula isolando il termine dato dalla 2.19

$$\nu = \frac{T}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dT} = 0.63 \left( \frac{E_0}{KT} \right)^{\frac{1}{3}} - 0.67 \quad (2.23)$$

andando a sostituire  $E_0$ , la costante  $K$  e esprimendo la temperatura in milioni di gradi si ottiene

$$\nu = 14.17 \left( \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \frac{Z_1^2 Z_2^2}{T_6} \right)^{\frac{1}{3}} - 0.67 \quad (2.24)$$

si noti che l'esponente dipende dalla temperatura ( $T_6$ ) e dalle caratteristiche chimiche del nucleo. Calcolandolo per i cicli pp e CNO si ottiene

pp		CNO	
$T_6$	$\nu_{pp}$	$T_6$	$\nu_{CN}$
4-6	6	14-16	20
11-17	4	16-24	18
16-24	3.5	24-36	15

Infine si possono scrivere le formule che parametrizzano il coefficiente  $\varepsilon$  per le reazioni di fusione nucleare:

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon_1 \rho X^2 T_6^{\nu_{pp}} \quad \text{con} \quad \nu_{pp} = [3.5 - 6] \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{CN} = \varepsilon_2 \rho X X_{CN} T_6^{\nu_{CN}} \quad \text{con} \quad \nu_{CN} = [13 - 20] \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_{3\alpha} = \varepsilon_3 \rho^2 Y^3 T_8^{\nu_{3\alpha}} \quad \text{con} \quad \nu_{3\alpha} = [20 - 30] \quad (2.27)$$

Queste formule sono importantissime in ambito astrofisico, infatti si inseriscono nella lista di sette equazioni che descrivono la struttura di una stella. Per esempio prendendo in analisi le prime due si nota come a parità di temperatura  $\varepsilon_{CN} \gg \varepsilon_{pp}$ , con importanti conseguenze nella descrizione dei meccanismi fisici che avvengono nel nucleo stellare.

Si può ora calcolare l'energia prodotta per grammo di materia dai tre processi di fusione descritti, basterà dividere l'energia prodotta per la massa degli elementi sintetizzati

$$E_{pp}^* = \frac{E_{pp}}{4m_H} = \frac{26.7 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-12}}{4 \times 1.672 \times 10^{-24}} = 6.4 \times 10^{18} \text{ erg/g} \quad (2.28)$$

$$E_{CN}^* = \frac{E_{CN}}{4m_H} = 6 \times 10^{18} \text{ erg/g} \quad (2.29)$$

$$E_{3\alpha}^* = \frac{E_{3\alpha}}{12m_H} = 5.8 \times 10^{17} \text{ erg/g} \quad (2.30)$$

con  $1eV = 1.6 \times 10^{-12} \text{ erg}$  e  $m_H = 1.672 \times 10^{-24} \text{ g}$ .

## 2.3 Supernovae

Le supernovae sono esplosioni di stelle negli stadi finali della loro vita, sono tra i fenomeni più energetici dell'universo. Nel giro di poche settimane la stella arriva ad avere una luminosità miliardi di volte maggiore di quella del sole, simile a quella di piccole galassie. La classificazione delle supernovae è puramente empirica, infatti vengono suddivise in base alla presenza o meno di determinate righe nei loro spettri; se mostrano righe di idrogeno vengono dette supernovae di tipo II (SNII), al contrario vengono chiamate supernovae di tipo I (SNI). A loro volta la seconda categoria si suddivide in tre sottogruppi: le Ia se mostrano righe di Si, le Ib se non mostrano righe di Si, ma forti righe di He e infine le Ic se non mostrano righe di Si ma nemmeno forti righe di He. Esiste un altro tipo di classificazione più efficace, si basa sul tipo di meccanismo che fa esplodere le stelle. Si distinguono le supernovae termonucleari, di cui fanno parte le Ia, e le core-collapse, di cui fanno parte le Ib, le Ic e le II.

### 2.3.1 Supernovae termonucleari

Le esplosioni di SN termonucleari sono dovute all'innescò di reazioni di fusione di C in ambiente degenere e sono caratteristiche di stelle di piccola massa. Un nucleo stellare si definisce degenere quando rispetta la condizione

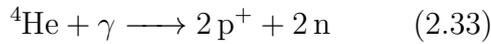
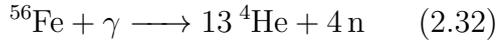
$$T < 1.3 \times 10^5 \rho^{\frac{2}{3}} \quad (2.31)$$

il gas non segue più le equazioni di stato di gas perfetto, ma nuove equazioni del tipo  $p \propto \rho^\gamma$ , sotto tali leggi la pressione dipende solo dalla densità. Solitamente questo tipo di esplosioni sono generate da nane bianche in sistemi binari con una delle due che accresce massa dall'altra, in generale per esplodere bisogna superare il limite di Chandrasekar ( $M > 1.4M_\odot$ ). Quando la pressione del gas degenere non riesce più a controbilanciare la gravità del materiale acquisito, la stella collassa. Nel collasso il nucleo di carbonio-ossigeno esplose innescando le reazioni di fusione. Ciò che rimane dopo l'esplosione è una nebulosa ricca di ferro, il quale è sintetizzato a partire dal nucleo di C-O grazie alla potente onda d'urto generata. Il materiale espulso può raggiungere delle velocità dell'ordine di  $0.1c$ . Questo modello è detto scenario doppio-degenere (DD).

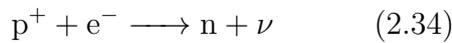
### 2.3.2 Supernovae core-collapse

Per stelle massive ( $M > 8M_\odot$ ) il nucleo di carbonio non entra in regime degenere e quindi sono capaci di produrre per fusione anche elementi più pesanti, come ossigeno e silicio, fino ad avere una struttura detta a cipolla. Il nucleo è composto di ferro ed è rivestito da varie shell, gusci sferici concentrici al nucleo, composte in ordine da Si, O, C, He e infine H. Come abbiamo già visto, dopo il ferro non c'è più nessuna possibilità di accendere reazioni di fusione, quindi il nucleo stellare può solo contrarsi e scaldarsi fino a che i propri elettroni entrano in regime degenere.

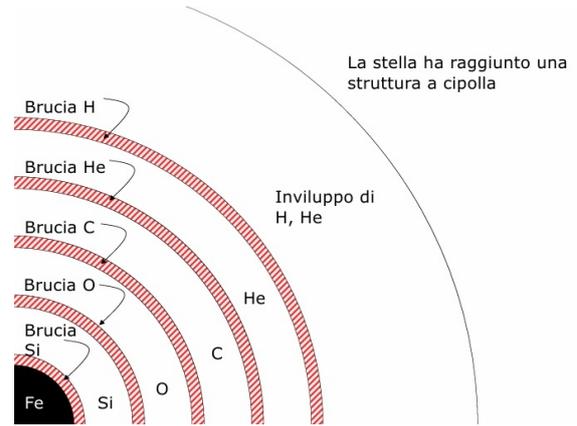
In tali condizioni la temperatura riesce a raggiungere valori critici che innescano reazioni di fotodisintegrazione del ferro e successivamente dell'elio



Le condizioni estreme di temperatura e pressione permettono ai protoni di catturare elettroni. Questi ultimi, interagendo con i protoni, riescono a colmare il difetto di massa tra protoni e neutroni<sup>5</sup>, venendo catturati dai protoni liberati dalla fotodisintegrazione



Questo processo rimuove elettroni degeneri al nucleo e contemporaneamente fa perdere energia alla stella per perdite di neutrini. La combinazione di tali processi genera un effetto a cascata (processo URCA) che porta il nucleo a contrarsi sempre più velocemente, in tempi brevissimi la stella collassa in una nube densissima di neutroni ( $\rho \simeq 10^{15} \text{g/cm}^3$ ). A causa dell'elevata densità la forza forte diventa repulsiva, la contrazione cessa e avviene un rimbalzo del nucleo. Ciò genera un'onda d'urto che spazza via tutti gli strati esterni, che stavano ancora collassando; il risultato è una stella di neutroni e un flusso di elementi e neutroni. Le supernovae immettono nel mezzo interstellare enormi quantità di elementi  $\alpha$ , perchè generati da catture  $\alpha$  (C, N, O), ed elementi r<sup>6</sup>. Questi ultimi sono elementi che si generano per catture neutroniche in ambienti ricchi di neutroni, permettendo quindi diverse catture in successione.



**Figura 2.5:** Struttura a cipolla caratteristica delle stelle di grande massa negli stadi finali di vita. (Fonte: *Slide del corso di astrofisica stellare.*)

<sup>5</sup>Il neutrone è leggermente più massivo del protone, ecco perchè il neutrone, se libero, decade spontaneamente dopo pochi minuti in un protone.

<sup>6</sup>r significa *rapid*

## Capitolo 3

# Energia da processi gravitazionali

Con il termine energia gravitazionale ci si riferisce all'energia potenziale posseduta da un oggetto, nel momento in cui è posizionato all'interno di un campo gravitazionale. In astrofisica tale tipo di energia non può essere sottovalutata, poiché è la forza generatrice di tutte le strutture astrofisiche. Dietro la formazione e l'evoluzione dei pianeti e delle stelle, delle galassie e fino anche ai buchi neri, la gravità costituisce il punto di partenza dal quale iniziare lo studio. L'interazione con la forza gravitazionale governa le dinamiche orbitali dei corpi celesti, facilita il collasso delle nubi di gas in regioni di formazione stellare e influenza il comportamento della luce in fenomeni come le lenti gravitazionali.

Per comprendere a pieno come strutture cosmiche come i buchi neri riescano a trasformare massa in energia per effetto della forza di gravità, iniziamo con il creare l'identikit di un buco nero.

### 3.1 Buchi neri

Un buco nero (BH) è lo stadio finale di una stella molto massiva, la quale collassando su stessa per effetto della forza gravitazionale, crea un oggetto la cui velocità di fuga risulta essere maggiore della velocità della luce.

La velocità di fuga è una proprietà associabile ad oggetti astrofisici (stelle, pianeti, galassie...) e detta  $M$  la massa e  $R$  il raggio, la velocità è

$$v_{esc}(R) = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad (3.1)$$

con  $G$  la costante di gravitazione universale. Essendo  $c$  la velocità massima raggiungibile, se si pone  $v_{esc} = c$  si trova un'altra quantità importante che è il raggio di Schwarzschild

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \quad (3.2)$$

si interpreta come il raggio che dovrebbe possedere una stella di massa  $M$  per diventare un buco nero. Per esempio per il nostro sole il raggio di Schwarzschild risulta di qualche chilometro

$$R_{s\odot} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}}{9 \times 10^{20}} = 3 \times 10^5 \text{ cm} = 3 \text{ km}. \quad (3.3)$$

Un buco nero durante il corso della sua vita si può ingrandire accrescendo materia da altri corpi celesti o dal mezzo interstellare (gas, polveri). L'aggettivo "nero" dato a questo oggetto può essere fuorviante, buchi neri che accrescono massa risultano essere altamente luminosi, non perchè essi stessi emettano radiazione, ma perchè la materia che cade su di essi è trasformata in energia con un'efficienza molto elevata. Per esempio fino agli anni '70 si pensava che i quasar (*quasi-stellar object*), oggetti estremamente luminosi e molto distanti, fossero semplicemente stelle. Questa ipotesi risultava alquanto strana, poichè emettevano radiazioni molto più forti di qualsiasi altra sorgente conosciuta e lo facevano in quasi tutto lo spettro elettromagnetico. Oggi sappiamo che i quasar sono regioni estremamente luminose al centro di galassie attive, alimentate da buchi neri supermassicci. I quasar sono tra gli oggetti più potenti dell'universo.

## 3.2 Accrescimento di Bondi

Il modello teorico più semplice di accrescimento è quello elaborato da Bondi. Esso descrive un buco nero posizionato al centro di una distribuzione ipotetica infinita e omogenea di gas perfetto e ideale, con valori all'infinito di densità, temperatura e pressione:  $\rho_\infty$ ,  $T_\infty$  e  $p_\infty$ . Il materiale cadendo sul BH esegue una trasformazione politropica (quando la pressione è funzione della densità)

$$p(\rho) = \rho^\gamma \quad (3.4)$$

con due possibili casi speciali:

- $\gamma = 1 \Rightarrow$  trasformazione isoterma, il gas rimane a temperatura costante durante il processo di caduta,
- $\gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow$  trasformazione adiabatica, il gas non dissipa energia per irraggiamento.

La velocità del suono all'interno del fluido viene definita come:

$$c_s = \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_{\rho_0} \quad (3.5)$$

Il numero di Mach ( $M$ ) è un parametro definito come il rapporto tra la velocità di moto di un fluido e la velocità del suono all'interno del fluido. Si hanno regimi subsonici ( $M < 1$ ), sonici ( $1 < M < 3$ ), supersonici ( $3 < M < 5$ ) o ipersonici ( $M > 5$ ); i vari regimi determinano diverse proprietà fisiche del gas che cade e vanno a modificare il rate con il quale il buco nero riesce ad accrescere materia.

Similmente al raggio di Schwarzschild si può definire il raggio di Bondi

$$R_B = \frac{GM_{BH}}{c_\infty^2} \quad (3.6)$$

il quale è molto maggiore del  $R_s$  ( $c \gg c_\infty$ ). Vicino al raggio di Bondi, a seconda dell'indice politropico  $\gamma$ , si trova il regime sonico identificato dal raggio sonico.

Risolvendo il problema di Bondi si ottiene il rate di massa con il quale il BH accresce

$$\dot{M}_{BH} \propto \frac{M_{BH}^2 \rho_\infty}{c_\infty^3} \quad (3.7)$$

essendo  $c_\infty^2$  proporzionale alla temperatura, il rate di materia acquisita è minore per gas più caldo; inoltre, banalmente, più il buco nero è massiccio quanta più massa riuscirà ad inghiottire. In realtà accrescono con tale processo solo buchi neri che accrescono poco.

### 3.3 Distruzione mareale

La forza di marea è un effetto dovuto alla forza gravitazionale di un corpo esercitata su un altro. Essendo la forza gravitazionale inversamente proporzionale alla distanza ( $\propto \frac{1}{r^2}$ ), un corpo esteso risentirà di una forza differente alle sue estemità. Il termine di marea è

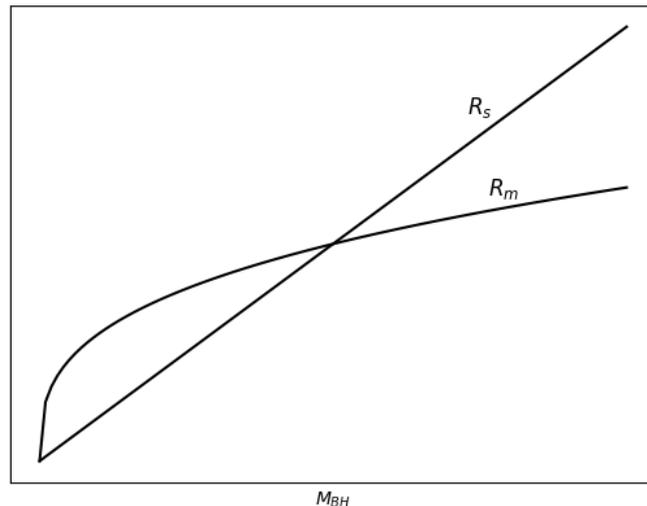
$$\frac{\delta}{\delta r} \frac{GM_*}{r^2} \times D \simeq \frac{GM_* D}{r^3} \quad (3.8)$$

Per un corpo con una forza di gravità sufficientemente grande, come un buco nero, può accadere che il termine di marea è più grande del termine di autogravità del corpo attratto; quello che succede è che il secondo corpo verrà filificato sotto l'effetto della forza di marea (*spaghettification*).

Il limite di Roche è la distanza entro cui le forze di marea distruggono il corpo che è attratto. In buchi neri sufficientemente massicci, è possibile che il limite di Roche sia interno al raggio di Schwarschild e quindi continuerà ad accrescere massa senza che un osservatore esterno noti alcuna distruzione. Calcoliamo il raggio mareale

$$\frac{GM_{BH}M_*D}{R_m^3} = \frac{GM_*^2}{D^2} \Rightarrow R_m = \sqrt[3]{\frac{D^3M_{BH}}{M_*}} \quad (3.9)$$

il termine di sinistra è la forza di gravità esercitata dal BH sul corpo, il termine di destra è l'autogravità, cioè la forza con cui il corpo resta unito.



**Figura 3.1:** Confronto tra il raggio di Schwarschild e la distanza di distruzione mareale.

### 3.4 Efficienza dell'accrescimento gravitazionale

La relatività permette di dimostrare che entro tre raggi di Schwarzschild, la materia è destinata a cadere dentro il buco nero. Prendiamo della materia a questa distanza, essa avrà un'energia totale

$$E(R) = m \left( \frac{v^2}{2} - \frac{GM_{BH}}{R} \right) \quad (3.10)$$

Essendo:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM_{BH}}{R^2} \Rightarrow E(R) = \frac{GM_{BH}m}{2R} - \frac{GM_{BH}m}{R} = -\frac{GM_{BH}m}{2R} \quad (3.11)$$

perciò emetterà radiazione percorrendo la distanza che va da  $3R_s$  fino ad  $1R_s$  per poi sparire, i fotoni emessi non riescono più a sfuggire al campo di gravità. La materia che cade emette un'energia pari a:

$$\Delta E = E(R_s) - E(3R_s) = -\frac{GM_{BH}m}{2R_s} + \frac{GM_{BH}m}{6R_s} = -\frac{GM_{BH}m}{3R_s} \quad (3.12)$$

grazie alla formula 3.1, si può sostituire e si ottiene

$$\Delta E = -\frac{c^2m}{6} \Rightarrow \epsilon \simeq 20\% \quad (3.13)$$

un'efficienza molto superiore rispetto a quella delle reazioni termonucleari di fusione. Per dare un'idea di quanto un buco nero che accresce risulta essere luminoso, si può calcolare la luminosità che avrebbe se mangiasse una massa solare all'anno ( $\dot{M}_{BH} = \frac{1M_{\odot}}{year}$ ). Definita la luminosità di un buco nero come

$$L_{AGN} = \dot{M}_{BH}\epsilon c^2 \quad (3.14)$$

si fanno due approssimazioni: la prima è che il valore dell'efficienza sia 0.1 (leggermente minore di quello calcolato) e la seconda è che in un anno ci sono all'incirca  $\pi \times 10^7 s$ . Si calcola ora la luminosità

$$L_{AGN} = \frac{2 \times 10^{33}}{\pi \times 10^7} \times 10^{-1} \times 9 \times 10^{20} = 6 \times 10^{45} erg/s \quad (3.15)$$

se si pensa che una stella in una galassia possiede solitamente una luminosità dell'ordine di  $10^{33} erg/s$ , il risultato appena ottenuto, anche se molto grossolano, suggerisce che un buco nero è 12 ordini di grandezza più luminoso.

# Bibliografia

Braibant S., Giacomelli G., Spurio M., 2014, *Interazioni e particelle fondamentali*. Springer, Milano

Ciotti L., 2023/2024, *Appunti del corso: Astrofisica extragalattica*, Università di Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia

Ferraro F. R., 2023/2024, *Slide del corso: Astrofisica stellare*, Università di Bologna, Dipartimento di Fisica e Astronomia

Karttunen H., Kröger P., Oja H., Poutanen M., Donner K. J., 2016, *Fundamental Astronomy*, 6 edn. Springer, Berlin

Netzer H., 2013, *The Physics and Evolution of Active Galactic Nuclei*. Cambridge University Press, Cambridge