

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**Prove su tavola vibrante di un silo metallico a fondo piano:  
identificazione dinamica mediante accelerometri**

Candidato:

**Matteo Marra**

Matricola 0000812334

Relatore:

**Chiar.mo Prof. Ing. Stefano Silvestri**

# INDICE

1	INTRODUZIONE	4
1.1	Background	4
1.2	Obiettivo della tesi	5
1.3	Organizzazione del testo	5
2	RISPOSTA SISMICA DI SILOS	7
2.1	Eurocodice 8	7
2.2	Sivestri et al	9
2.3	Pieraccini et al	12
3	PROGETTO SERA-SILOS	15
3.1	Struttura	15
3.2	Strumentazione, acquisizione e filtraggio	19
3.3	Input utilizzati	25
3.4	Configurazioni testate	29
3.5	Tests eseguiti	30
4	TEST IN CONFIGURAZIONE FISSA	38
4.1	Celle di pressione	39
4.2	Accelerometri	42
4.3	Amplificazione dinamica	43
4.4	Estensimetri	44
4.5	Sforzi nei montanti	47
4.5.1	Quota $z = 42$ cm	49
4.5.2	Quota $z = 49$ cm	50
4.5.3	Quota $z = 150$ cm	51
4.5.4	Quota $z = 250$ cm	51
4.5.5	Confronto pressione - sforzo normale	63
4.5.6	Confronto delle diverse teorie	66
4.6	Markers	69
5	ANALISI DEL SEGNALE E IDENTIFICAZIONE DINAMICA	70
5.1	Troncamento del segnale e finestrazione	72
5.2	Segnali stocastici	73
5.3	Analisi nel dominio delle frequenze	75
5.4	Identificazione dinamica	77
5.4.1	Frequenza propria e smorzamento modale	79
5.4.2	r-esima deformata modale	81

5.5	Applicazione ai tests eseguiti . . . . .	84
6	ISOLATORI	98
6.1	Isolatori ad una superficie di scorrimento . . . . .	98
6.2	Tests su tavola vibrante . . . . .	100
7	TEST IN CONFIGURAZIONE ISOLATA	102
7.1	Celle di pressione . . . . .	102
7.2	Accelerometri . . . . .	105
7.3	Amplificazione dinamica . . . . .	106
7.4	Estensimetri . . . . .	106
7.5	Sforzi nei montanti . . . . .	108
7.6	Markers . . . . .	113
8	CONCLUSIONI	114
R	RINGRAZIAMENTI	115

## ELENCO DELLE FIGURE

Figura 1	Sovrappressione dinamica secondo Eurocodice . . . . .	8
Figura 2	Azioni presenti su uno strato di grano . . . . .	9
Figura 3	Andamento sovrappressione dinamica secondo Silvestri et al. . . . .	12
Figura 4	Andamento sovrappressione dinamica Pieraccini et al. . . . .	13
Figura 5	Confronto sovrappressioni dinamiche . . . . .	14
Figura 6	Silo testato e relativi particolari strutturali: silo (sinistra), tetto (in alto al centro), montante (in alto a destra), virola corrugata (al centro), isolatore (a destra al centro), platea di fondazione (in basso a destra). . . . .	16
Figura 7	Sezione montate . . . . .	17
Figura 8	Posizione accelerometri . . . . .	19
Figura 9	Posizioni estensimetri . . . . .	21
Figura 10	Posizioni celle di pressione . . . . .	22
Figura 11	Celle di pressione . . . . .	22
Figura 12	Posizioni marker . . . . .	23
Figura 13	Posizioni markers . . . . .	24
Figura 14	Spettro di ampiezza di un filtro passa basso . . . . .	24
Figura 15	Spettro compatibilità accelerogramma A1 . . . . .	25
Figura 16	Spettro compatibilità accelerogramma RS1 . . . . .	26
Figura 17	Spettro compatibilità accelerogramma RS3 . . . . .	26
Figura 18	Output spettri Rexel . . . . .	27
Figura 19	Accelerogramma A1 . . . . .	27
Figura 20	Accelerogramma RS1 . . . . .	28
Figura 21	Accelerogramma RS3 . . . . .	28
Figura 22	Particolare bloccaggio platea in calcestruzzo . . . . .	29
Figura 23	Andamento della pressione statica durante i tests in configu- razione di base fissa . . . . .	40
Figura 24	Sovrappressione dinamica VS accelerazione . . . . .	41
Figura 25	Posizione estensimetri (in mm) sulla sezione del montante . . . . .	47
Figura 26	Diagramma di contemporaneità di pressione e sforzo nor- male: sinusoidale . . . . .	64
Figura 27	Diagramma di contemporaneità di pressione e sforzo nor- male: terremoto . . . . .	65

Figura 28	Segnale misurato da un accelerometro . . . . .	70
Figura 29	Parte di un segnale campionato . . . . .	71
Figura 30	Finestra di Hamming e sua trasformata di Fourier . . . . .	73
Figura 31	Segnale random . . . . .	75
Figura 32	Confronto FRF: 1 e 100 finestre . . . . .	76
Figura 33	FRF applicando 100 finestre . . . . .	77
Figura 34	Accelerometri usati per la stima della deformata modale . . . . .	82
Figura 35	Punti per identificazione dinamica . . . . .	84
Figura 36	Deformata modale: RND 0.25 g . . . . .	85
Figura 37	Deformata modale: A1 0.1 g . . . . .	86
Figura 38	Deformata modale: A1 0.3 g . . . . .	87
Figura 39	Deformata modale: A1 0.5 g . . . . .	88
Figura 40	Deformata modale: A1 0.6 g . . . . .	89
Figura 41	Deformata modale: RS1 0.1 g . . . . .	90
Figura 42	Deformata modale: RS1 0.3 g . . . . .	91
Figura 43	Deformata modale: RS1 0.5 g . . . . .	92
Figura 44	Deformata modale: RS1 0.6 g . . . . .	93
Figura 45	Deformata modale: RS3 0.1 g . . . . .	94
Figura 46	Deformata modale: RS3 0.3 g . . . . .	95
Figura 47	Deformata modale: RS3 0.5 g . . . . .	96
Figura 48	Deformata modale: RS3 0.6 g . . . . .	97
Figura 49	Ciclo isteretico isolatore a pendolo scorrevole . . . . .	99
Figura 50	Modello matematico isolatore a pendolo scorrevole . . . . .	99
Figura 51	Andamento della pressione statica durante i tests in configurazione di base isolata . . . . .	103
Figura 52	Sovrappressione dinamica VS accelerazione . . . . .	104

## ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 1	Peso elementi strutturali . . . . .	18
Tabella 2	Fase di riempimento . . . . .	30
Tabella 3	Test su base fissa . . . . .	34
Tabella 4	Test su base isolata . . . . .	37
Tabella 5	Tests scelti per i plot . . . . .	39
Tabella 6	Punti di mezza potenza: RND 0.25 g . . . . .	85
Tabella 7	Punti di mezza potenza: A1 0.1 g . . . . .	86
Tabella 8	Punti di mezza potenza: A1 0.3 g . . . . .	87
Tabella 9	Punti di mezza potenza: A1 0.5 g . . . . .	88
Tabella 10	Punti di mezza potenza: A1 0.6 g . . . . .	89
Tabella 11	Punti di mezza potenza: RS1 0.1 g . . . . .	90
Tabella 12	Punti di mezza potenza: RS1 0.3 g . . . . .	91
Tabella 13	Punti di mezza potenza: RS1 0.5 g . . . . .	92
Tabella 14	Punti di mezza potenza: RS1 0.6 g . . . . .	93
Tabella 15	Punti di mezza potenza: RS3 0.1 g . . . . .	94
Tabella 16	Punti di mezza potenza: RS3 0.3 g . . . . .	95
Tabella 17	Punti di mezza potenza: RS3 0.5 g . . . . .	96
Tabella 18	Punti di mezza potenza: RS3 0.6 g . . . . .	97
Tabella 19	Tests scelti per i plot . . . . .	102

## Abstract

La tesi descrive le metodologie messe in atto al fine di interpretare il comportamento di un silo metallico a fondo piano, contenente grano, soggetto a vari input sismici: segnali di tipo random (white noise), sinusoidi a bassa frequenza, ed accelerogrammi corrispondenti a sismi reali e artificiali (selezionati e costruiti in modo da avere determinati contributi in frequenza), opportunamente scalati in relazione alla risposta strutturale. Vengono quindi analizzati i risultati di estensimetri (strain gauges), accelerometri (monoassiali) e celle di pressione, effettuando confronti, oltre che tra le due configurazioni strutturali, anche tra le varie teorie (Eurocodice [1], Silvestri et al 2012 [3] e Pieraccini et al 2015 [2]). Vengono ricavati due tipologie di grafici utili alla comprensione del complesso meccanismo resistente: l'andamento delle sovrappressioni dinamiche con l'accelerazione e l'andamento dello sforzo normale nei montanti con l'accelerazione. I risultati in configurazione isolata vengono inoltre confrontati con le previsioni di modelli ad 1 e 2 gradi di libertà, lineari (considerando le proprietà equivalenti dell'isolatore) e non lineari (considerando l'effettivo diagramma costitutivo forza-spostamento dell'isolatore). Centrale risulta l'analisi dei segnali degli accelerometri, volte principalmente all'identificazione dinamica sperimentale (incrociando informazioni di frequenza e fase, correlazione, cross-correlazione, densità di potenza) mediante il metodo dei punti di mezza potenza che permette di determinare il periodo fondamentale, il rapporto di smorzamento modale e la forma modale.

È da sottolineare, infine, il fatto che questa tesi, insieme ad altre, rappresenta solamente l'inizio del processo di interpretazione dei risultati, considerata la mole di dati ottenuta nei test effettuati (256 in totale).

*Ogni giorno c'è qualcosa di nuovo.  
Sta a ciascuno di noi riuscire a trovarlo.  
Non smettere mai di sperimentare,  
vivere, apprendere*

---

# 1 | INTRODUZIONE

## 1.1 BACKGROUND

La progettazione strutturale dei silos in acciaio a fondo piano contenenti materiale granulare rappresenta una sfida. I silos sono strutture molto diverse dalle altre strutture civili, poiché il peso proprio è molto inferiore rispetto al peso del materiale granulare contenuto e, in caso di sisma l'interazione grano-struttura gioca un ruolo fondamentale nella risposta dinamica globale; inoltre, è presente un'interazione tra virole (molto spesso corrugate) e montanti che conduce ad un comportamento a lastra ortotropa, non sempre di facile interpretazione. Il complesso meccanismo attraverso il quale il materiale granulare contenuto interagisce con le pareti del silo è stato studiato fin dal XIX secolo; ciò nonostante, ci sono ancora importanti aspetti, riguardanti il "sistema grano-silo" da dover affrontare, sia in ambito statico che dinamico e sismico.

Le pareti del silo sono generalmente soggette alle tensioni dovute sia alle pressioni normali che alle forze taglianti derivanti dall'attrito prodotto dalle particelle di grano stoccato all'interno del silo. La progettazione sismica dei silos è di solito eseguita sulla base dell'identificazione di una "massa efficace" che interagisce con le pareti del silo durante l'evento sismico. Quest'ultima è una frazione della massa totale sostenuta orizzontalmente dalle pareti del silo e dipende dalle proprietà meccaniche del materiale insilato. Questa progettazione è spesso molto conservativa (es. Eurocodice [1]) ed è per questo che recentemente la ricerca scientifica (Silvestri et al 2012 [3] e Pieraccini et al 2015 [2]) ha sviluppato dei modelli analitici per la stima della pressione orizzontale massima provocata da un evento sismico, che conducono a valori di masse efficaci minori.

Sulla base di quanto ottenuto in una campagna sperimentale di test su tavola vibrante, in Bristol [4], di un silo a fondo piano circolare in policarbonato, di diametro  $1.2\text{ m}$  altezza  $1.5\text{ m}$  e spessore  $3.0\text{ mm}$  in cui si è dimostrato un accordo fra le previsioni teoriche menzionate precedentemente e i risultati sperimentali si vuole investigare la validità di tali teorie anche nel caso di un silo reale. Gli obiettivi dei test su tavola vibrante presso l'EUCENTRE (Pavia) sono quindi:

1. l'identificazione delle proprietà dinamiche di base del sistema grano-silo, quali il periodo di vibrazione, rapporto di smorzamento e il fattore di amplifica-

zione dinamica;

2. la validazione delle teorie proposte da *Silvestri et al* [3] per una possibile implementazione nelle procedure di progetto dei silos;
3. l'analisi dei benefici introdotti da un sistema di isolamento posto alla base del silo, infatti questo è stato testato in due diverse configurazioni: base fissa e base isolata.

## 1.2 OBIETTIVO DELLA TESI

La presente tesi rappresenta il primo approccio di un complesso processo di interpretazione del comportamento dinamico di una struttura la cui risposta sismica dipende fortemente dall'interazione grano-struttura.

Gli obiettivi principali sono:

1. la determinazione del periodo proprio di vibrazione;
2. la determinazione del rapporto di smorzamento;
3. la determinazione della deformata modale relativa al primo modo di vibrare.
4. l'analisi del meccanismo resistente.

I primi tre obiettivi saranno ottenuti applicando i principi dell'analisi del segnale, il quarto sarà invece ottenuto dal confronto delle caratteristiche della sollecitazione nei montanti e delle sovrappressioni dinamiche.

## 1.3 ORGANIZZAZIONE DEL TESTO

Il presente elaborato è composto da 8 capitoli e un'appendice finale. Nel *capitolo 1* viene fornito un inquadramento generale sui silos, sulla loro progettazione e su cosa essa è basata, ponendo l'attenzione anche sui risultati ottenuti dalla ricerca scientifica, anche in termini di prove sperimentali. Vengono infine descritti gli obiettivi di tesi.

Nel *capitolo 2* è descritta la progettazione sismica di silos secondo l'Eurocodice 8 e secondo quanto previsto dalla ricerca scientifica.

Nel *capitolo 3* è descritto il progetto di ricerca oggetto di studio, il silo testato, la strumentazione utilizzata e il protocollo dei test eseguiti.

Nel *capitolo 4* vengono riportati i risultati misurati, dalle varie strumentazioni, e quelli ottenuti dalla loro elaborazione (es. caratteristiche della sollecitazione) riguardo la configurazione a base fissa. Infine, si ottiene una possibile soluzione riguardo il meccanismo resistente alle azioni orizzontali. I risultati sperimentali vengono poi confrontati con quelli teorici.

Nel *capitolo 5* viene descritto il sistema di isolamento.

Nel *capitolo 6* vengono riportati i risultati misurati, dalle varie strumentazioni, e quelli ottenuti dalla loro elaborazione (es. caratteristiche della sollecitazione) riguardo la configurazione a base isolata.

Nel *capitolo 7* vengono descritti i principi dell'analisi del segnale e gli strumenti utilizzati per l'identificazione dinamica. Quest'ultimi sono poi applicati a un campione di test eseguiti.

Nel *capitolo 8* sono riportate le conclusioni derivanti dal lavoro di tesi.

Nell'*appendice A* sono riportati tutti gli elaborati grafici relativi a tutti i capitoli.

## 2 | RISPOSTA SISMICA DI SILOS

La progettazione strutturale dei silos in acciaio a fondo piano contenenti materiale granulare risulta essere molto laboriosa, questo è dovuto soprattutto alla difficile interpretazione del sistema silo-grano che gioca un ruolo importante nella risposta globale dinamica. Per lo studio di tale sistema il grano contenuto all'interno di un silo può essere considerato come una successione di strati sovrapposti e di altezza infinitesima. Ogni strato trasmette delle pressioni (essendo la trattazione al continuo) sia agli strati adiacenti che, ovviamente alle pareti del silo. Risulta ragionevole assumere che la pressione verticale (legata all'attrito, ortogonale alla superficie del grano, scambiato tra due strati di grano consecutivi) assuma valori che, a partire dal centro del silo, tendono a diminuire con l'avvicinarsi alle pareti (in corrispondenza delle quali assumono valori nulli in quanto il grano è sostenuto attraverso l'attrito e non dagli strati di grano sottostanti). Un primo modello di calcolo delle pressioni verticali fu proposto da Janssen (1895) e Koenen (1896), tale approccio permette di calcolare la massa efficace di grano che spinge sulle pareti del silo assumendo che l'andamento delle suddette pressioni, ad un determinato livello di grano, si costante lungo la superficie. Tale approccio porta ad progettazione statica molto conservativa. La ricerca scientifica (Silvestri et al [3]) introduce la suddivisione di ciascun strato di grano in due porzioni equivalenti: una completamente sostenuta dagli strati di grano sottostanti (parte centrale), l'altra completamente sostenuta dalle pareti del silo. Queste porzioni sono delimitate da una specifica distanza  $s$ , a partire dalle pareti del silo, in corrispondenza della quale la pressione verticale scambiata tra due strati di grano adiacenti è nulla.

### 2.1 EUROCODICE 8

La progettazione sismica di un silo a fondo piano contenente grano può essere eseguita secondo quanto previsto dall'Eurocodice 8:EN 1998-4:2006 *Parte 4:Silos, serbatoi e condotte* [1]. Tale approccio è basato su quanto ottenuto da Veletsos e Younan (1998).

Gli effetti del sisma sono tenuti in conto introducendo un incremento di pres-

sione orizzontale (sovrappressione dinamica  $\Delta p h_s$ ) la cui espressione, per silos circolari, è la seguente:

$$\Delta p h_s = \Delta p h_{so} \cos(\vartheta) \quad (1)$$

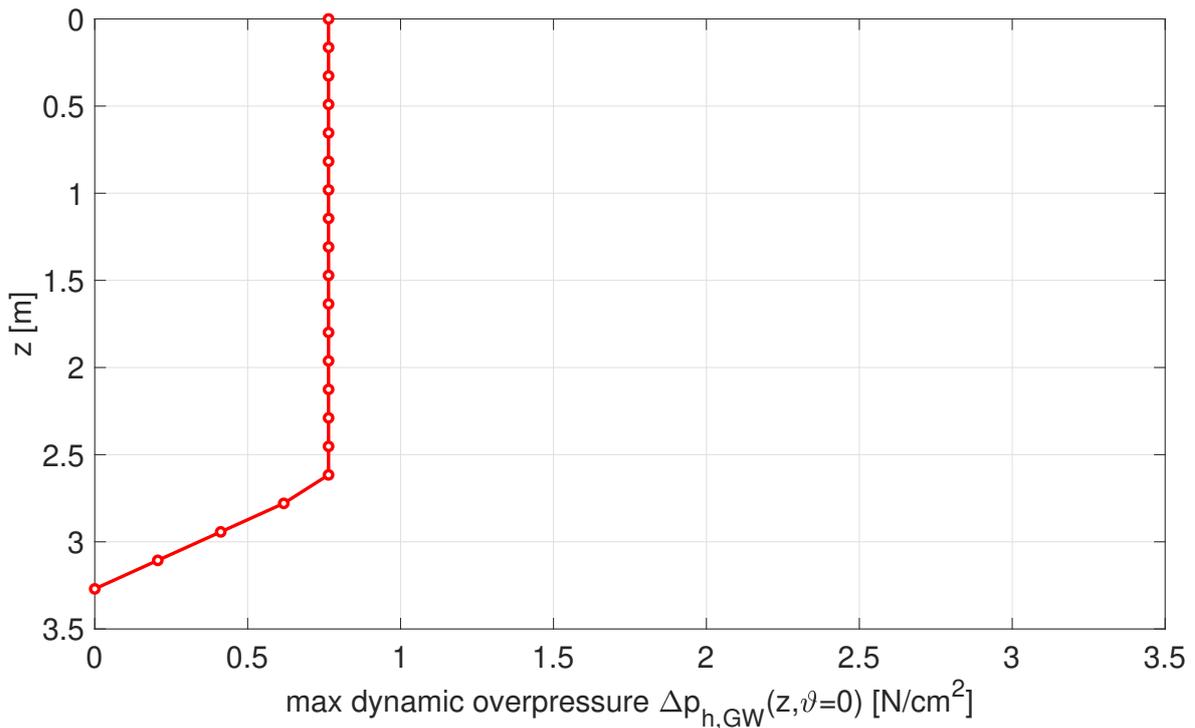
con:  $\Delta p h_{so} = \alpha(z) \gamma \min(r_s, 3x)$

dove  $\Delta p h_{so}$  è la pressione di riferimento,  $\gamma$  il peso specifico del grano,  $\alpha(z)$  è il rapporto tra l'accelerazione del sisma e quella di gravità, ad una distanza verticale  $z$  a partire dalla superficie equivalente. Infine,  $r_s$  è definito come il  $\min(h_b, \frac{d_c}{2})$ , dove  $h_b = \min(H(\text{altezza del silo}), R(\text{raggio}))$  e  $x$  è la distanza, misurata lungo il raggio, alla quota  $z$ .

Considerando un'accelerazione orizzontale costante pari a  $a_{eho}/g$  l'espressione 1 diventa:

$$\Delta p h_{so} = a_{eho} \gamma \min(r_s, 3x)$$

e assume l'andamento mostrato in figura 1 ( $a_{eho}/g=0.5$ ):



**Figura 1:** Sovrappressione dinamica secondo Eurocodice

dove  $z$  ha origine in corrispondenza della superficie di grano.

I risultati derivanti dall'eq.1 sono da applicare solo alla parte di silo in contatto con il grano, fino alla superficie equivalente, essendo questa definita come quella superficie orizzontale individuata dall'uguaglianza del volume di grano insilato e il volume della superficie stessa.

Integrando le pressioni lungo l'altezza si ottengono le espressioni di taglio e momento flettente alla base:

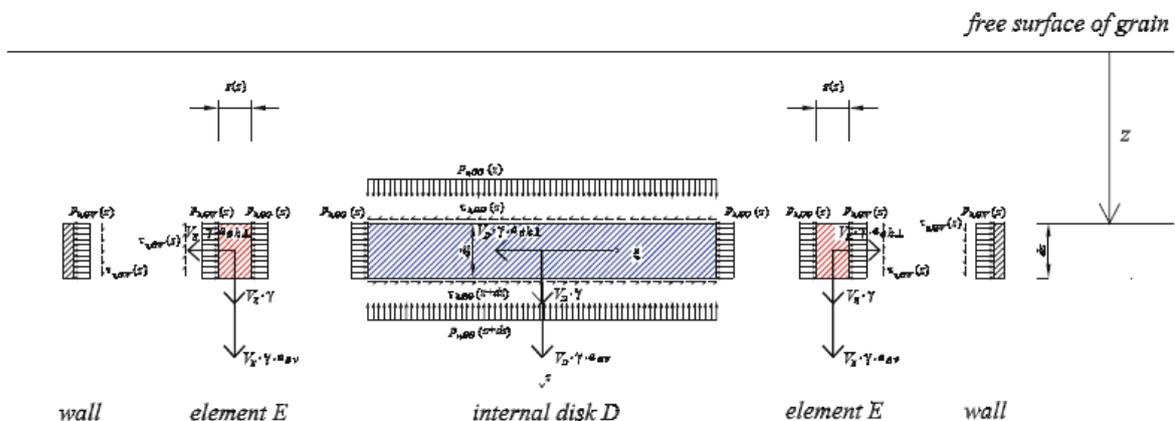
$$\begin{aligned} T_{EC8} &= \alpha_{\text{eho}} \gamma R^2 H \left( 1 - \frac{R}{6H} \right) \\ M_{EC8} &= \alpha_{\text{eho}} \gamma \pi R^2 H \cdot 0.8 \frac{H}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

In tale approccio viene trascurata l'inerzia delle pareti del silo e non viene preso in considerazione il complesso meccanismo silo-grano che gioca un ruolo cruciale nella risposta sismica del silo stesso. Conseguentemente la massa effettiva risulta essere compresa tra 75-95 % della massa totale insilata. L'Eurocodice 8 [1] quindi considera semplicemente una massa effettiva pari all'80 % della massa totale e le forze di inerzia applicate nel baricentro del volume effettivo di grano.

La progettazione dei silo è basata quindi su metodi quasi statici che risultano essere spesso molto a favore di sicurezza, conseguente anche della carenza di sperimentazione in questo ambito.

## 2.2 SIVESTRI ET AL

Come descritto la progettazione dei silo è spesso molto conservativa (es. Eurocodice 8 [1]) ed è per questo che recentemente la ricerca scientifica (Silvestri et al 2012 [3] e Pieraccini et al 2015 [2]) ha sviluppato dei modelli analitici per la stima della pressione orizzontale massima provocata da un evento sismico, che conducono a valori di masse efficaci minori.



**Figura 2:** Azioni presenti su uno strato di grano

Come descritto precedentemente sono considerati un disco interno (D) ed un toroide esterno (E) separati in corrispondenza della distanza  $s(z)$  a partire dalle pareti

del silo. Le pressioni che agiscono, considerando un'accelerazione (orizzontale  $a_{eh}$  e verticale  $a_{ev}$ ), su uno stato infinitesimo di grano sono mostrate in figura 2, in cui i pedici  $GG$  e  $GW$  indicano rispettivamente un'azione scambiata tra due strati di grano adiacenti e tra grano e parete del silo.

Scrivendo l'equilibrio verticale del disco  $D$  e integrando lungo lo spessore si determina l'espressione della pressione verticale scambiata tra due strati di grano:

$$\begin{aligned} p_{v,GG}(z) &= \int (1 + a_{ev}(z)) \gamma \, dz + C_1 \\ p_{h,GG}(z) &= \lambda p_{v,GG}(z) \end{aligned} \quad (3)$$

con  $\lambda$  il rapporto di pressione e  $C_1$  una costante di integrazione da determinare imponendo le condizioni al contorno.

Scrivendo l'equilibrio orizzontale del disco  $D$  e integrando lungo lo spessore si determina l'espressione della pressione verticale scambiata tra due strati di grano:

$$\tau_{h,GG}(z) = \int (a_{eh}(z)) \gamma \, dz + C_2 \quad (4)$$

con  $C_2$  una costante di integrazione da determinare imponendo le condizioni al contorno.

Dall'equilibrio verticale ed orizzontale dell'elemento  $E$ , introducendo la relazione  $\tau_{v,GW}(z) = \mu_{GW} p_{h,GG}(z)$  è possibile esplicitare l'espressione della pressione orizzontale:

$$\begin{aligned} p_{v,GW}(z) &= \frac{p_{h,GG}(z)}{1 - v(z) a_{eh}(z) \cos \theta \mu_{GW}} \\ \text{con: } v(z) &= \frac{1}{1 + a_{ev}(z)} \\ \tau_{h,GW} &= a_{eh}(z) \sin \theta s(z) \left( 1 - \frac{s(z)}{2R} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Considerando un'accelerazione costante sia verticale che orizzontale ( $a_{eh}(z) = a_{eho}$ ,  $a_{ev}(z) = a_{evo}$ ) i risultati delle espressioni 3, 4 e 5 diventano:

$$\begin{aligned}
 p_{v,GG}(z) &= (1 + a_{evo})\gamma z \\
 p_{h,GG}(z) &= \lambda(1 + a_{evo})\gamma z \\
 \tau_{h,GG}(z) &= a_{eho}\gamma z \\
 p_{h,GW}(z) &= \frac{\lambda\gamma z}{\nu_o(1 - \nu_o a_{eho}\cos\theta\mu_{GW})} \\
 \tau_{v,GW}(z) &= \mu_{GW}p_{h,GW}(z) \\
 \tau_{h,GW}(z) &= \left( \frac{a_{eho}\sin\theta\lambda\mu_{GW}}{1 - \nu_o a_{eho}\cos\theta\mu_{GW}} \right) z
 \end{aligned} \tag{6}$$

La pressione statica si calcola a partire dall'espressione 3 considerando accelerazione nulla:

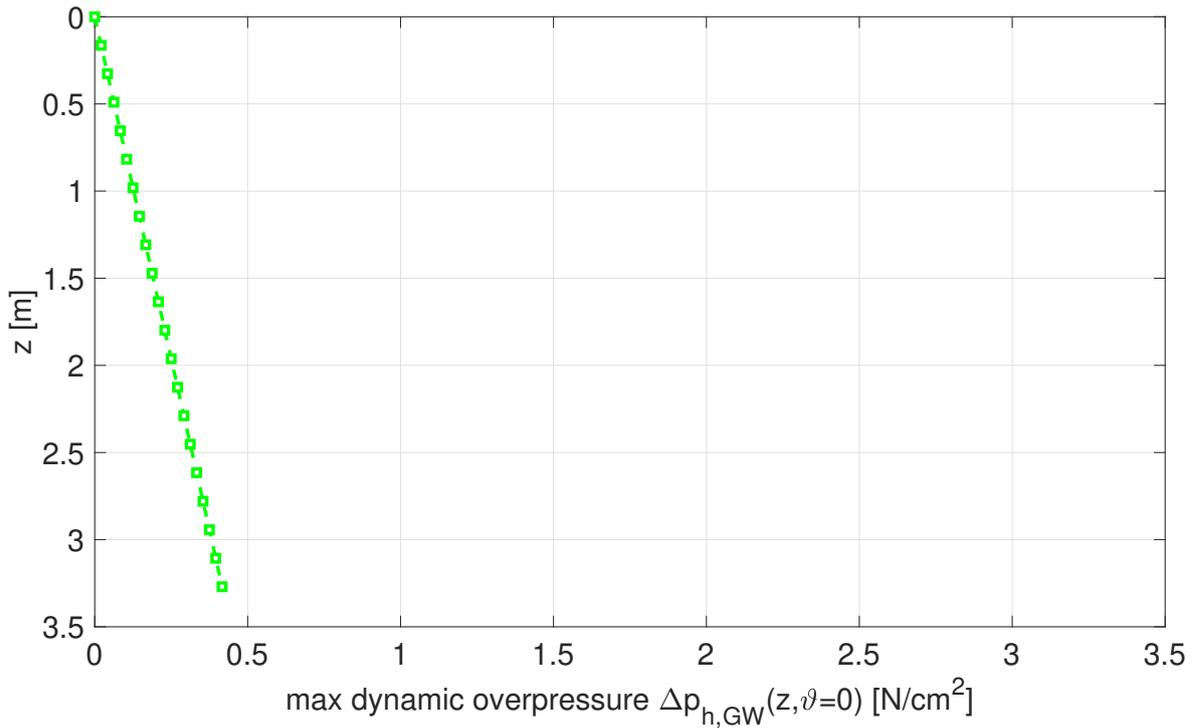
$$p_{ho}(z) = \frac{\lambda\gamma z}{\nu_o} = \lambda\gamma(1 + a_{eho})z \tag{7}$$

La sovrappressione dinamica, in caso di sisma, è quindi esprimibile nel seguente modo:

$$\Delta p_h(z, \theta) = p_{h,GW}(z, \theta) - p_{ho}(z) \tag{8}$$

In questo approccio [3], a differenza dell'Eurocodice [1] le tensioni dovute all'attrito orizzontale che si esercita tra due strati consecutivi di grano ( $\tau_{h,GG}$ ) non viene trascurato.

L'espressione 8, fissando  $a_{eho}/g = 0.5$  assume l'andamento seguente:



**Figura 3:** Andamento sovrappressione dinamica secondo Silvestri et al

Dall'integrazione delle pressioni agenti sulle pareti del silo si ricavano lo sforzo di taglio e il momento flettente agente alla base:

$$\begin{aligned}
 T_{S12} &= a_{eh0} \gamma \pi R^2 H \left( \frac{\lambda \mu_{GW}}{1 - v_0^2 a_{eh0}^2 \mu_{GW}^2} \right) \\
 M_{S12} &= \frac{1}{3} a_{eh0} \gamma \pi R^3 \left( \frac{\lambda \mu_{GW}}{1 - v_0^2 a_{eh0}^2 \mu_{GW}^2} \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

## 2.3 PIERACCINI ET AL

L'analisi di Pieraccini et al [2] rappresenta un ampliamento della suddetta teoria [3], che porta ad una definizione esponenziale della sovrappressione dinamica. I valori di pressione, fissata un'accelerazione costante sia verticale che orizzontale ( $a_{eh}(z) = a_{eh0}$ ,  $a_{ev}(z) = a_{ev0}$ ) valgono:

$$\begin{aligned}
p_{v,GG}(z) &= (1 + \alpha_{evo})\gamma z \\
p_{h,GG}(z) &= \lambda(1 + \alpha_{evo})\gamma z \\
\tau_{h,GG}(z) &= \alpha_{eho}\gamma z \\
p_{h,GW}(z, \theta) &= \frac{p_{h,GG}(z)(R - s(z, \theta))}{\beta_0(\theta)R} \\
\text{con: } s(z, \theta) &= \frac{\omega(z)R\beta_0(\theta) - \sqrt{\omega(z)^2 + R^2\beta_0(\theta)^2}}{\beta_0(\theta)}
\end{aligned}$$

$$\text{in cui: } \omega(z) = \mu_{GW}\lambda z$$

$$\beta_0(\theta) = 1 - \mu_{GW}\nu_0\alpha_{eho}\cos(\theta)$$

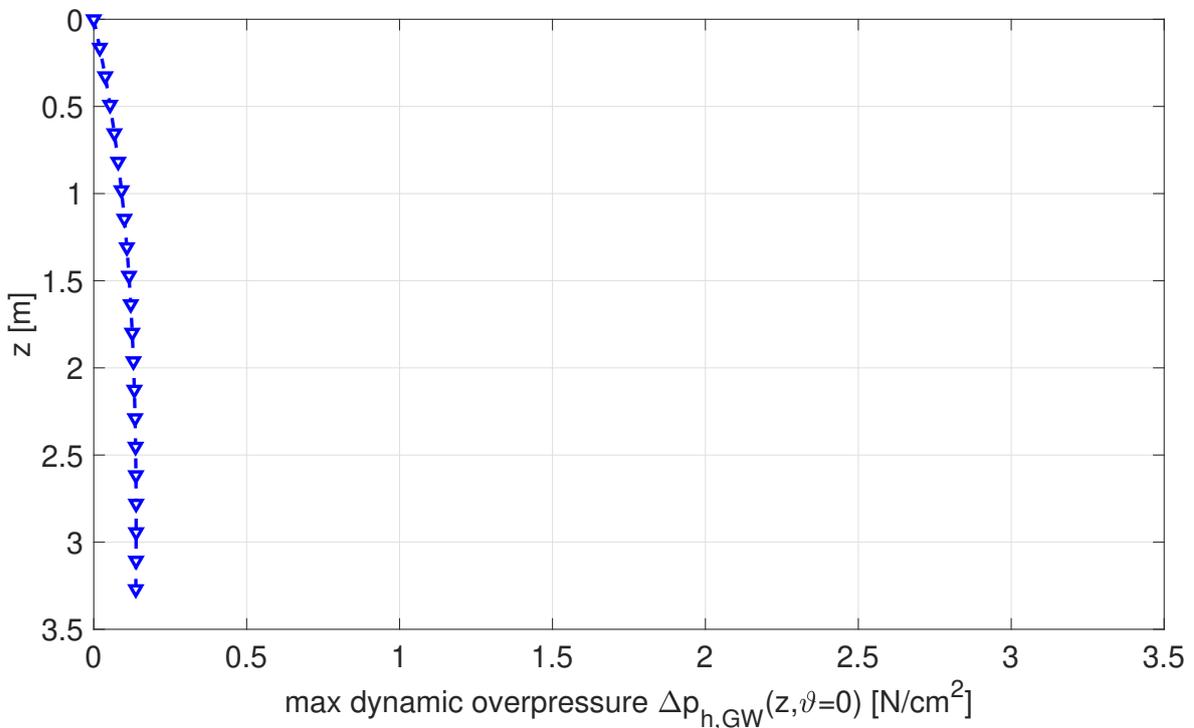
Anche in questo caso la sovrappressione dinamica si esprime nel modo seguente:

$$\Delta p_{h,GW}(z, \theta) = p_{h,GW}(z, \theta) - p_{h,GW,st}(z) \quad (10)$$

dove la pressione statica è ottenuta imponendo accelerazione nulla in 2.3:

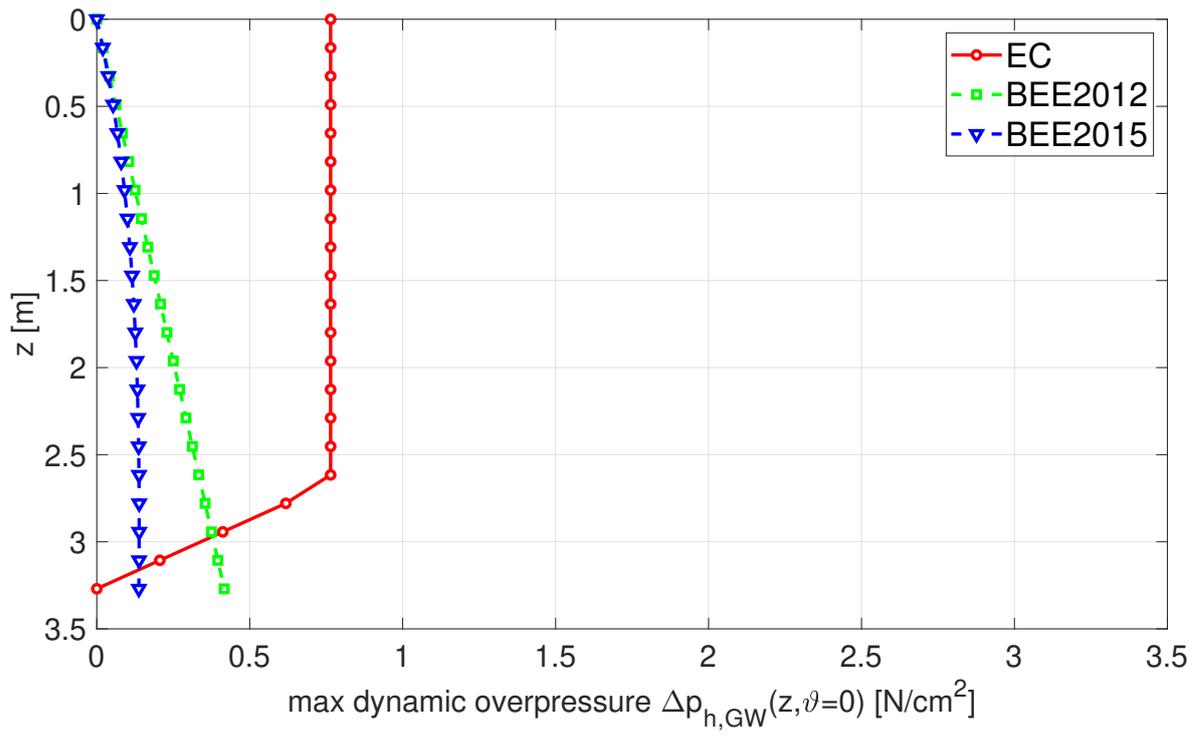
$$p_{h,GW,st}(z) = \lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \frac{\sqrt{\omega(z)^2 + R^2} - \omega(z)}{R}$$

L'espressione 10 ha il seguente andamento:



**Figura 4:** Andamento sovrappressione dinamica Pieraccini et al.

Le varie teorie sono messe a confronto in figura 5:



**Figura 5:** Confronto sovrappressioni dinamiche

# 3 | PROGETTO SERA-SILOS

Il progetto *SERA* (Seismology and Earthquake Engineering Research Infrastructure Alliance for Europe) è un progetto pluriennale ad ampio spettro che mira a fornire un importante contributo per il miglioramento dell'accesso alle banche-dati europee oltre che a ridurre l'esposizione della nostra società ai rischi relativi ad eventi sismici naturali ed antropogenici. Nel presente elaborato di tesi si fa riferimento ad una campagna sperimentale sponsorizzata dal progetto stesso e nota come *SERA-SILOS* (SEismic Response of Actual steel SILOS), avente l'obiettivo di investigare, attraverso una serie di test su tavola vibrante, le azioni provocate da un mezzo granulare solido, posto all'interno del silo (di dimensioni reali), sottoposto ad input sismici.

Le prove sono state effettuate presso il laboratorio di EUCENTRE (Pavia) che dispone di una tavola vibrante monoassiale di dimensioni  $5.6\text{ m} \times 7.0\text{ m}$  con portata massima di 140 tonnellate. Gli obiettivi di questa campagna sperimentale sono i seguenti:

- il comportamento dinamico: si intendono valutare le proprietà dinamiche, e la loro dipendenza dal livello di accelerazione dell'input, quali il periodo di vibrazione, fattore di smorzamento, amplificazione dinamica del sistema silo – grano ottenuto mediante l'utilizzo di input sinusoidale e di rumore bianco (white – noise);
- la risposta sismica: si intendono valutare le sollecitazioni quali momento ribaltante e taglio alla base che permettono di verificare le teorie analitiche proposte dalla ricerca scientifica (Silvestri et al [3], Pieraccini et al [2]);
- il comportamento in configurazione isolata: si intendono valutare i benefici derivanti dall'introduzione di isolatori alla base del silo.

## 3.1 STRUTTURA

Il silo testato è di tipo cilindrico a fondo piano (flat – bottom) in acciaio ed è il più piccolo prodotto dall'azienda italiana *AGI FRAME* che ne ha eseguito la progettazione e la costruzione secondo le disposizioni dell'Eurocodice, rispettivamente

EN 1991-4:2006, EN 1993-4-1:2007, and EN 1998-4:2006, utilizzando uno spettro in termini di accelerazione avente una PGA pari a 0.52 g.

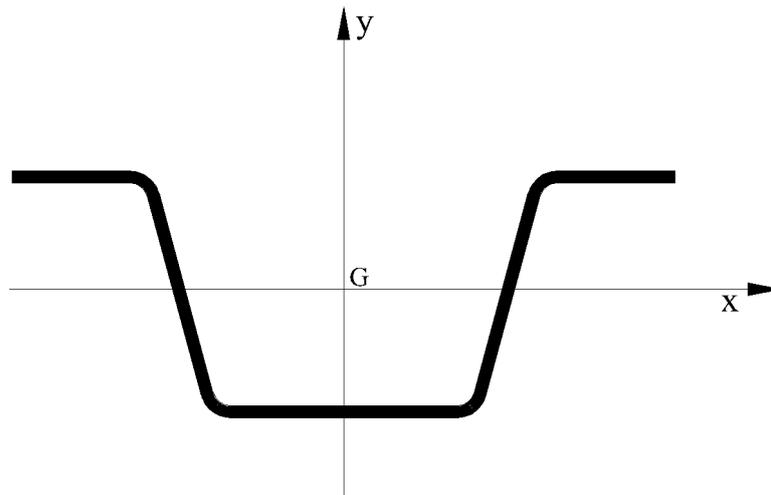


**Figura 6:** Silo testato e relativi particolari strutturali: silo (sinistra), tetto (in alto al centro), montante (in alto a destra), virola corrugata (al centro), isolatore (a destra al centro), platea di fondazione (in basso a destra).

Il silo ha un'altezza pari a 5.45 m e ha un raggio pari a 1.82 m. Il sistema resistente è realizzato con acciaio galvanizzato zincato  $S450GD+Z$  ed è costituito dai seguenti elementi strutturali:

- virola corrugata;
- montanti;
- tetto.

La parete del silo è costituita da 5 porzioni di virola corrugata, alte 881 mm e di spessore pari a 1 mm, collegate tramite bullonatura sia verticale che orizzontale. La parete del silo è sostenuta da 8 irrigidimenti verticali (montanti) caratterizzati da una sezione trasversale aperta a "omega" (figura 7) di spessore variabile lungo l'altezza (dall'alto verso il basso: 1,5, 2 e 3 mm). Il collegamento degli stessi alla virola avviene tramite l'impiego di bulloni M10 distanziati ogni 7 cm.



**Figura 7:** Sezione montate

Il tetto è costituito da 16 lamiere inclinate di 31 gradi ed è fissato alla struttura mediante bulloni. Inoltre, il silo presenta una scala che consente l'accesso al foro posto in sommità, attraverso il quale avviene il riempimento, e un tubo di ripresa, posto sulla parete del silo, per permettere lo scaricamento tramite l'inserimento di una coclea.

La struttura è ancorata ad una piastra in calcestruzzo armato ( $4.8\text{ m} \times 4.8\text{ m} \times 0.4\text{ m}$ ) ed è appoggiata su 4 isolatori di tipo Curved Surface Sliders friction pendulum progettati dall'azienda MAURER (Svizzera) al fine di ottenere un periodo di vibrazione proprio di 3 secondi. Gli isolatori sono caratterizzati da un raggio pari a  $2.2364\text{ m}$  e uno spostamento massimo di  $20\text{ cm}$ .

Il silo viene riempito con grano tenero fino a un'altezza di  $3,3\text{ m}$ , al fine di riprodurre un rapporto  $H/2R$  approssimativamente uguale a 1 (silo tozzo). Il grano ha le seguenti proprietà:

- peso specifico,  $\gamma = 8.40\text{ kN/m}^3$ ;
- rapporto di pressione laterale,  $\lambda = 0.55$  ;
- coefficiente di attrito grano (G) parete del silo (W),  $\mu_{GW} = 0.46$ ;
- angolo di attrito interno,  $\phi = 30$  gradi.

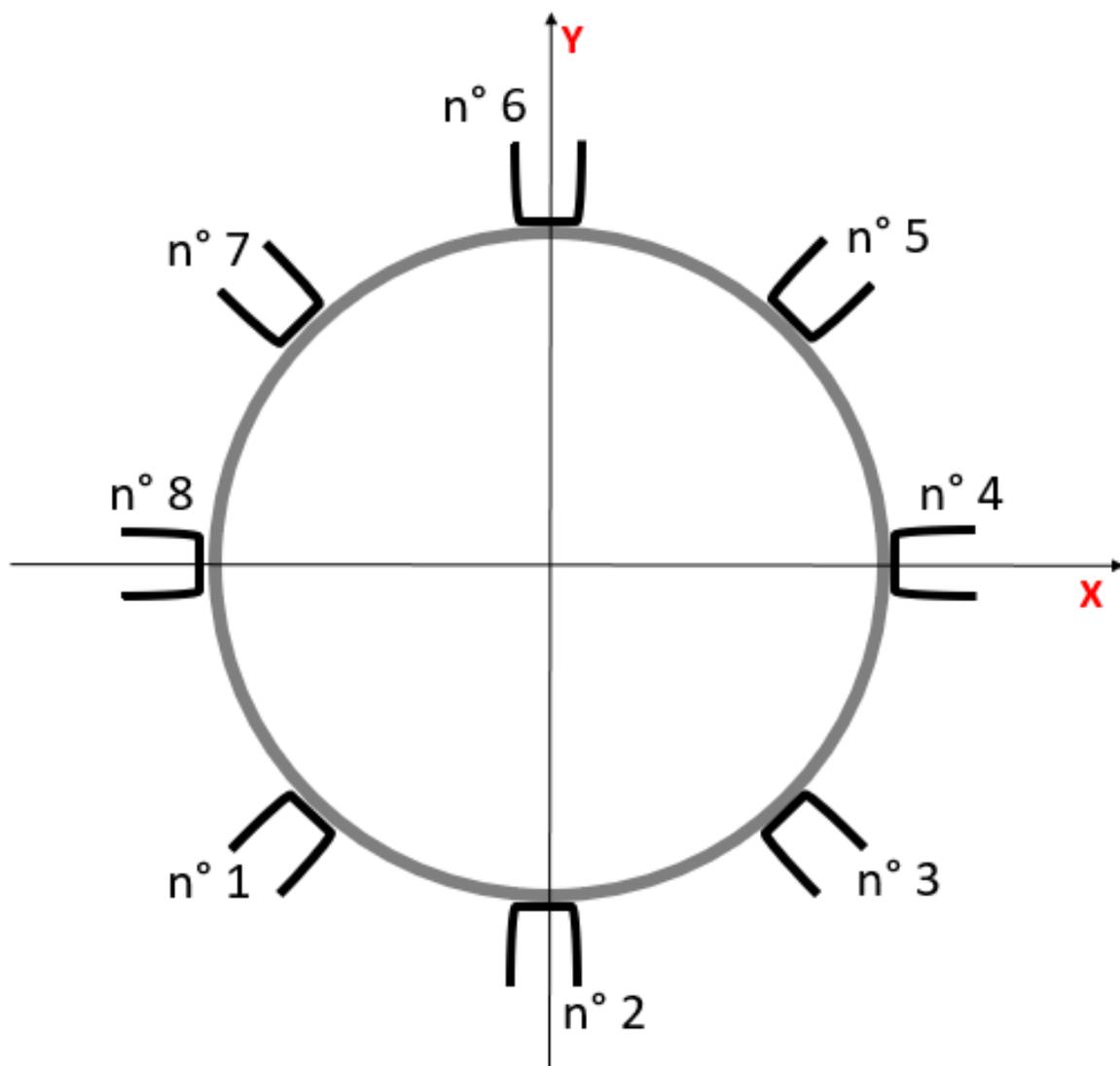
In particolare, le proprietà sopra riportate sono il risultato di una serie di prove sperimentali effettuate presso il laboratorio LISG dell'Università di Bologna.

Il peso complessivo a cui è sottoposta la tavola è dato da:

<b>Peso elementi strutturali</b>	
<i>Elemento</i>	<i>Peso [kN]</i>
Silo	12.0
Grano	285.0
Platea	230.0
TOT $\cong$ 527kN	

**Tabella 1:** Peso elementi strutturali

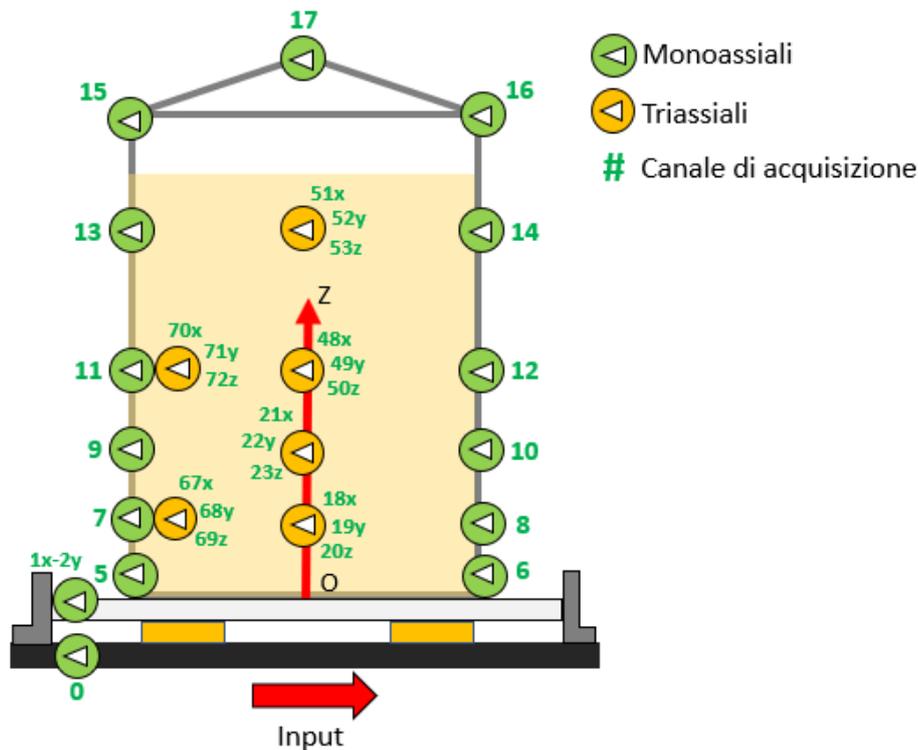
Il sistema di riferimento utilizzato prevede l'asse  $x$  quello parallelo alla direzione di applicazione dell'input sismico, l'asse  $z$  quello verticale e l'asse  $y$  ottenuto da questi secondo la regola della mano destra.



## 3.2 STRUMENTAZIONE, ACQUISIZIONE E FILTRAGGIO

La strumentazione utilizzata per il monitoraggio e per la ricostruzione del comportamento statico e dinamico del silo è costituita da 28 accelerometri (di cui 6 triassiali), 24 estensimetri, 4 celle di pressione, 4 potenziometri, 4 tastatori verticali (durante le prove in configurazione isolata) e 70 markers per la ricostruzione dello spostamento dei montanti.

Gli **accelerometri** monoassiali sono stati posizionati sui montanti 4 e 8 del silo, sulla platea in calcestruzzo e sulla tavola vibrante, quelli triassiali all'interno del grano. La disposizione è riportata in figura 8. L'acquisizione di tali strumenti permette di ottenere informazioni riguardanti l'amplificazione dinamica sul sistema.



**Figura 8:** Posizione accelerometri

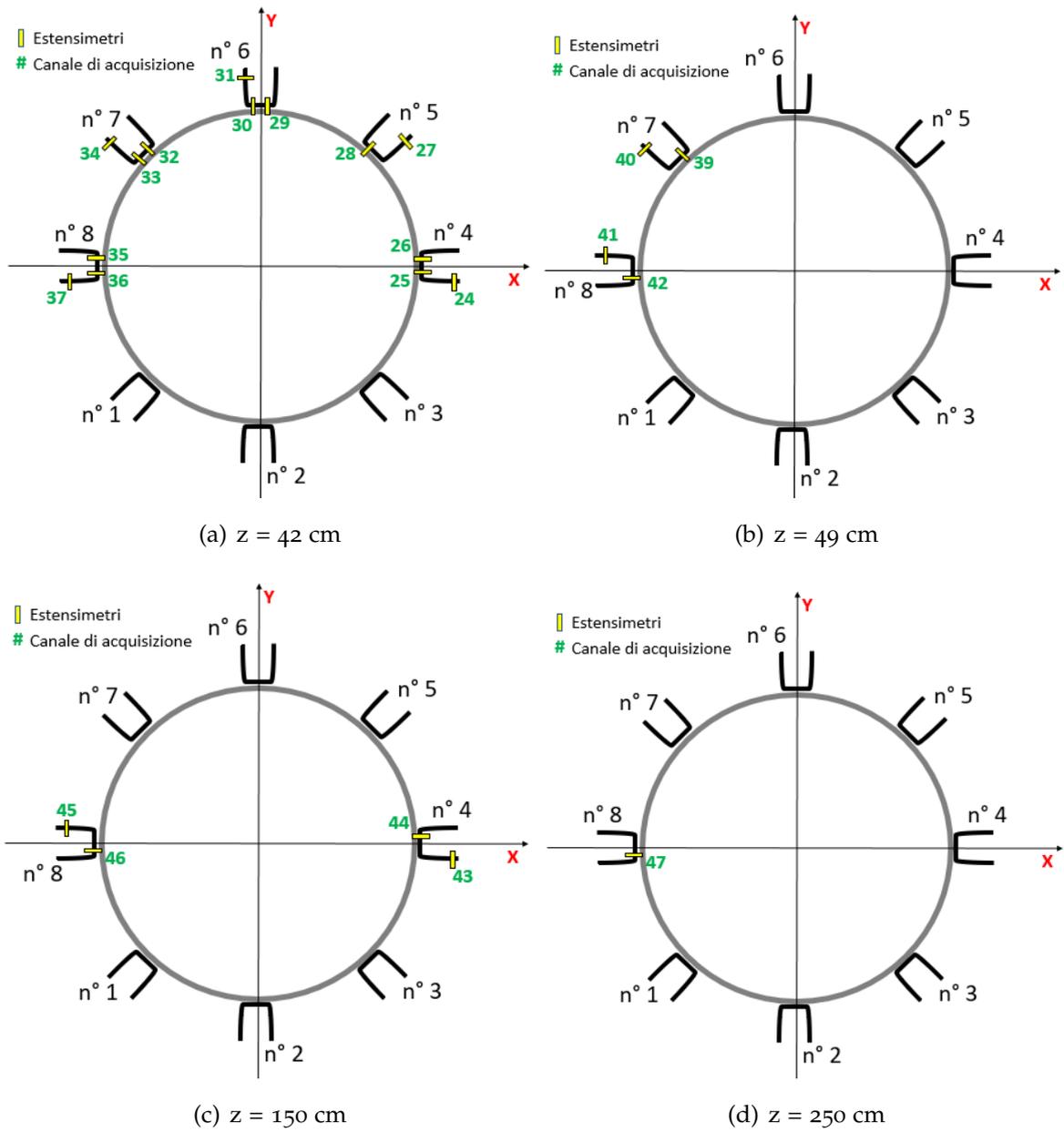
Gli **estensimetri**, in grado di misurare la deformazione locale, sono stati posizionati in diverse posizioni sulla sezione trasversale, in modo da poter ricostruire lo stato tensionale ipotizzando un comportamento alla De Saint Venant. Gli estensimetri utilizzati sono di tipo elettrico a resistenza, costituiti da una griglia di filo metallico applicata rigidamente su un supporto plastico. L'estensimetro è poi incollato alla superficie da monitorare. Durante i tests il filo metallico segue la deformazione, allungandosi o accorciandosi, generando una variazione della resistenza elettrica

del filo. Misurando tali variazioni con il ponte di Wheatstone si risale all'entità della deformazione. Sono stati monitorati solamente una parte dei montanti, rispetto alla direzione di applicazione dell'input sismico, in quanto, essendo la struttura simmetrica in pianta, si prevede un comportamento simmetrico. Inoltre i restanti montanti sono monitorati attraverso dei markers che ne misurano lo spostamento nel tempo. Il numero di montanti monitorati varia con la quota, secondo quanto riportato sequentemente.

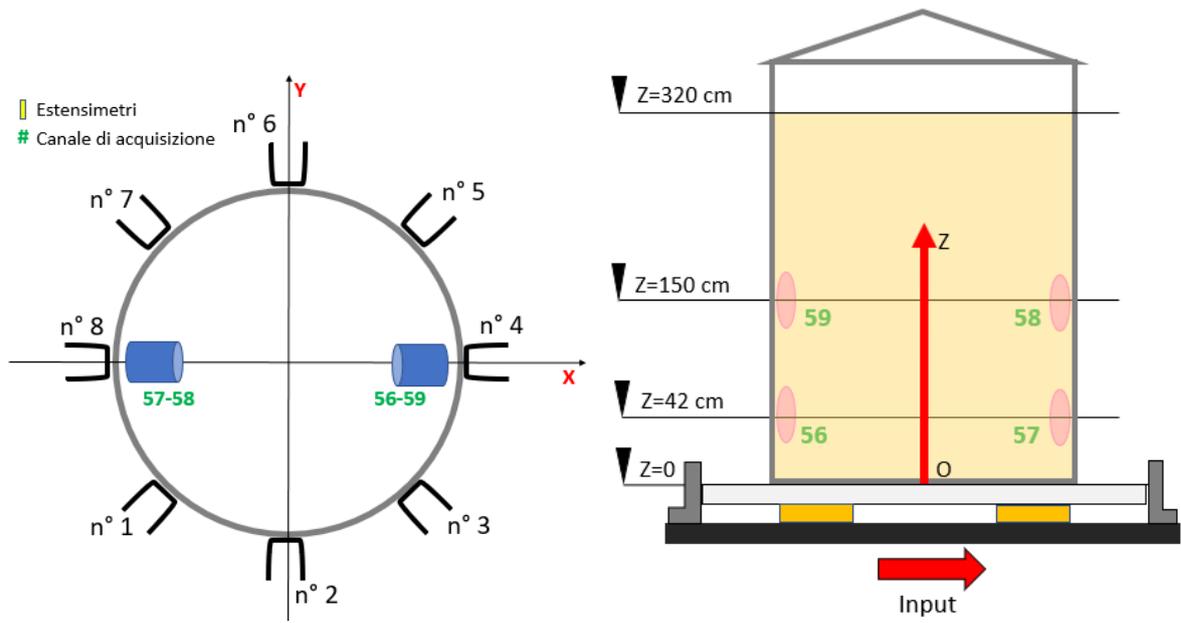
- Quota  $z = 42$  cm: i montanti monitorati sono in totale 5, per un totale di 14 estensimetri.
- Quota  $z = 49$  cm: i montanti monitorati sono in totale 2, per un totale di 4 estensimetri.
- Quota  $z = 150$  cm: i montanti monitorati sono in totale 2 (in direzione di applicazione dell'input sismico), per un totale di 4 estensimetri.
- Quota  $z = 250$  cm: i montanti monitorati sono in totale 1, per un totale di 1 estensimetro.

Il posizionamento degli estensimetri alle varie quote è mostrato in figura 9.

Le **celle di pressione** sono posizionate alla quota di 42 cm (2) e alla quota di 150 cm (2). Sono di forma cilindrica e di due tipologie che differiscono per l'area della superficie di misura,  $r = 5.50$  cm e  $r = 2.45$  cm. Le celle di pressione sono costituite da un cilindro esterno ed uno interno, libero di scorrere e di spingere su un sensore che misura il valore di forza. Dal tale valore, conoscendo i raggi dei vari cilindri si ricava la pressione. Il posizionamento delle celle di pressione è mostrato nelle figure 10 e 11.



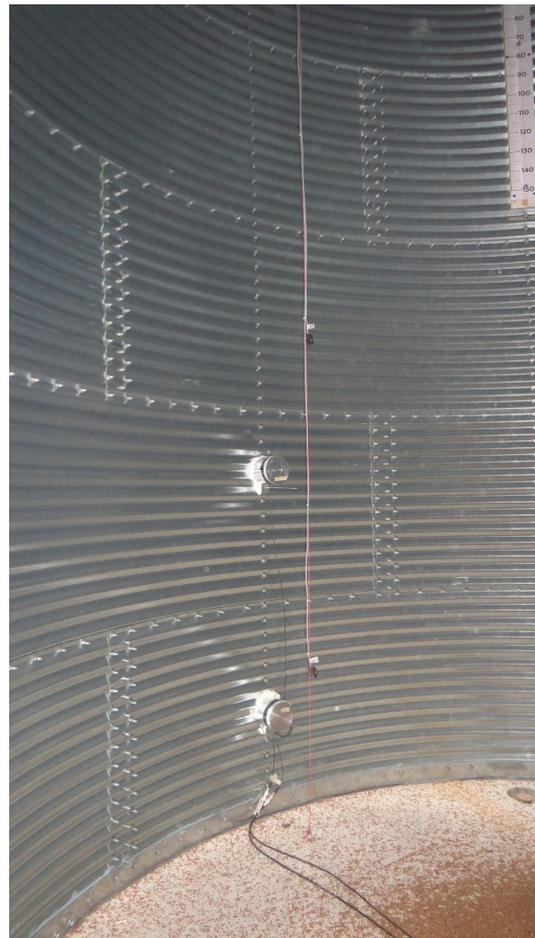
**Figura 9:** Posizioni estensimetri



**Figura 10:** Posizioni celle di pressione



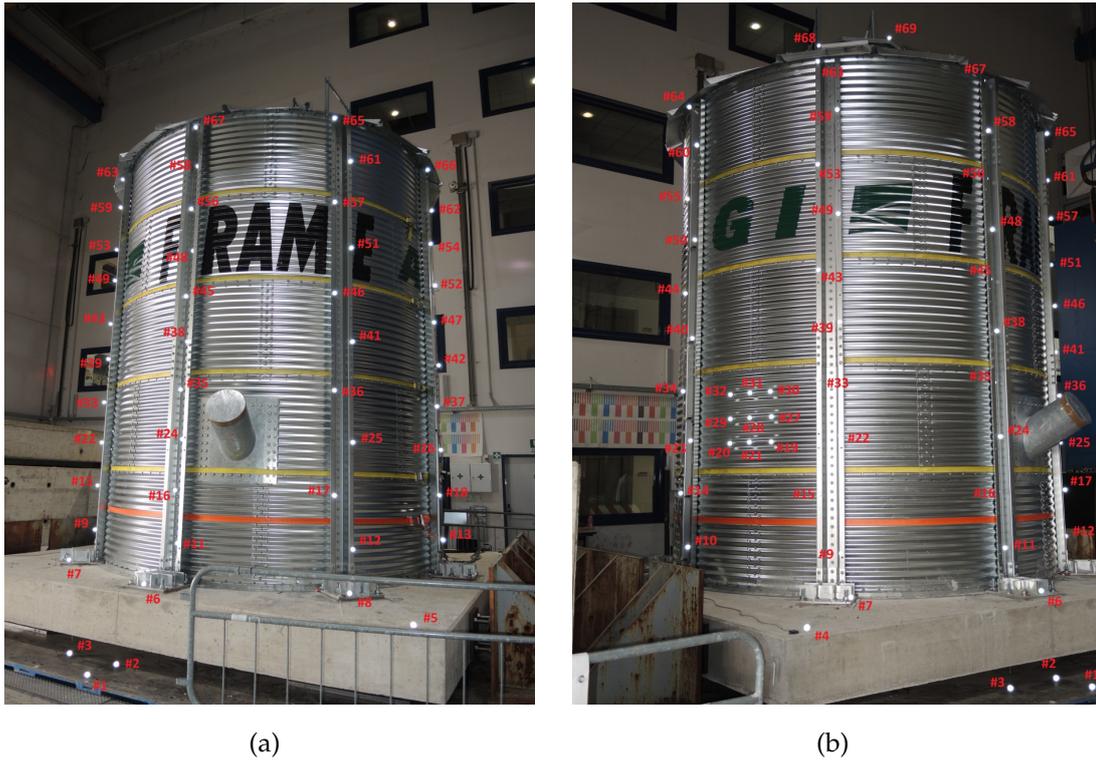
(a) Celle numero 1 e 2



(b) Celle numero 3 e 4

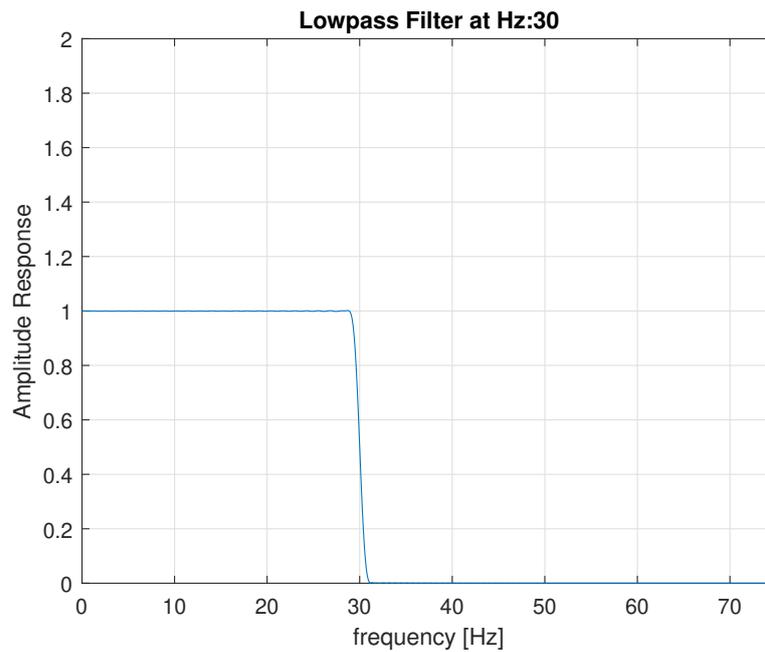
**Figura 11:** Celle di pressione





**Figura 13:** Posizioni markers

L'acquisizione dei dati viene effettuata ad una frequenza di  $256\text{ Hz}$ ,  $200\text{ Hz}$  nel caso dei marker. A causa della presenza di rumori elettrici ad alte frequenze, i dati vengono filtrati attraverso l'applicazione di un filtro passa basso di tipo  $FIR_1$  impostando una frequenza di taglio pari a  $30\text{ Hz}$ . Lo spettro in ampiezza è riportato in figura 14



**Figura 14:** Spettro di ampiezza di un filtro passa basso

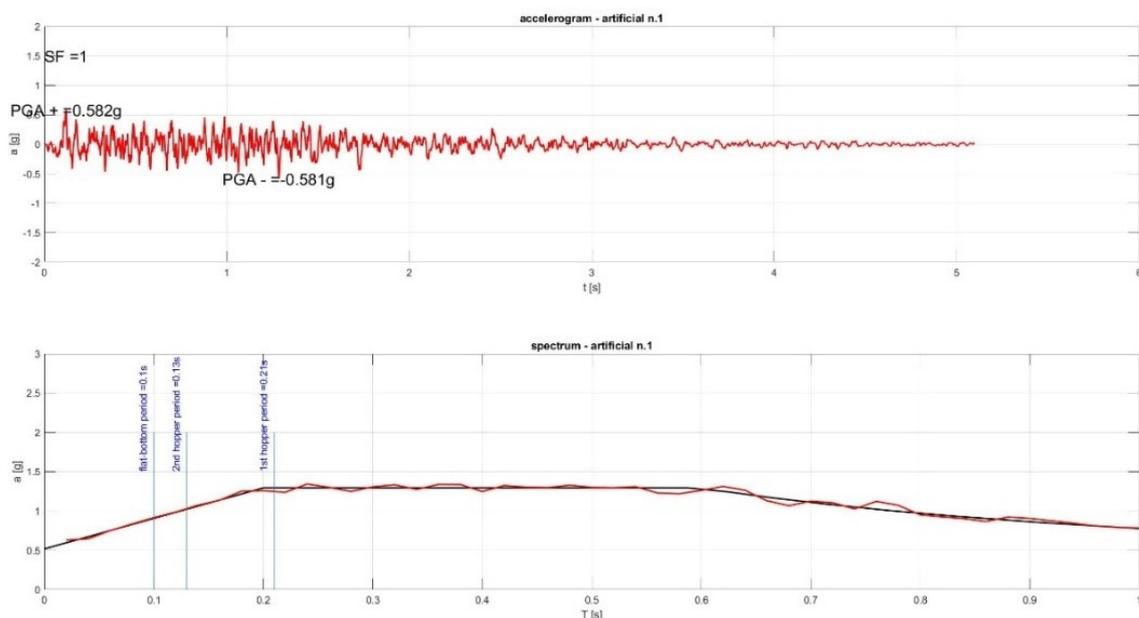
### 3.3 INPUT UTILIZZATI

I segnali di input a cui sottoporre la struttura sono i seguenti:

- rumore bianco (White-Noise) a diversi valori di accelerazione massima che permette l'identificazione dinamica del sistema struttura – materiale insilato;
- sinusoidi a bassa frequenza ( $0.5\text{ Hz}$  e  $1.0\text{ Hz}$ ) con le quali è possibile ottenere un ampio intervallo temporale in cui è ragionevole considerare una condizione di accelerazione costante, in corrispondenza di ogni picco. In questo modo si ottengono risultati in accordo con le ipotesi delle teorie proposte dalla ricerca scientifica (Silvestri et al [3], Pieraccini et al [2]);
- accelerogrammi utilizzati per investigare la risposta sismica del silo testato.

Gli accelerogrammi utilizzati (reali e artificiali) garantiscono compatibilità con lo spettro di progetto del silo, definito in accordo con la normativa.

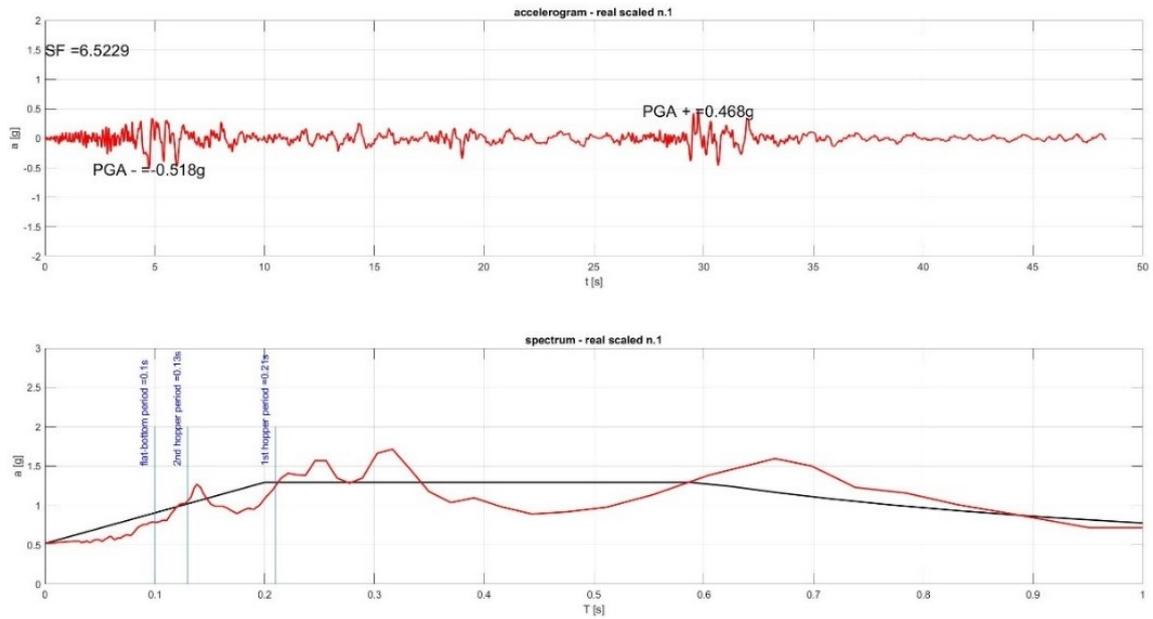
1. artificiale:  $A_1$  L'accelerogramma  $A_1$  rappresenta al meglio lo spettro di progetto definito dalla normativa.



**Figura 15:** Spettro compatibilità accelerogramma  $A_1$

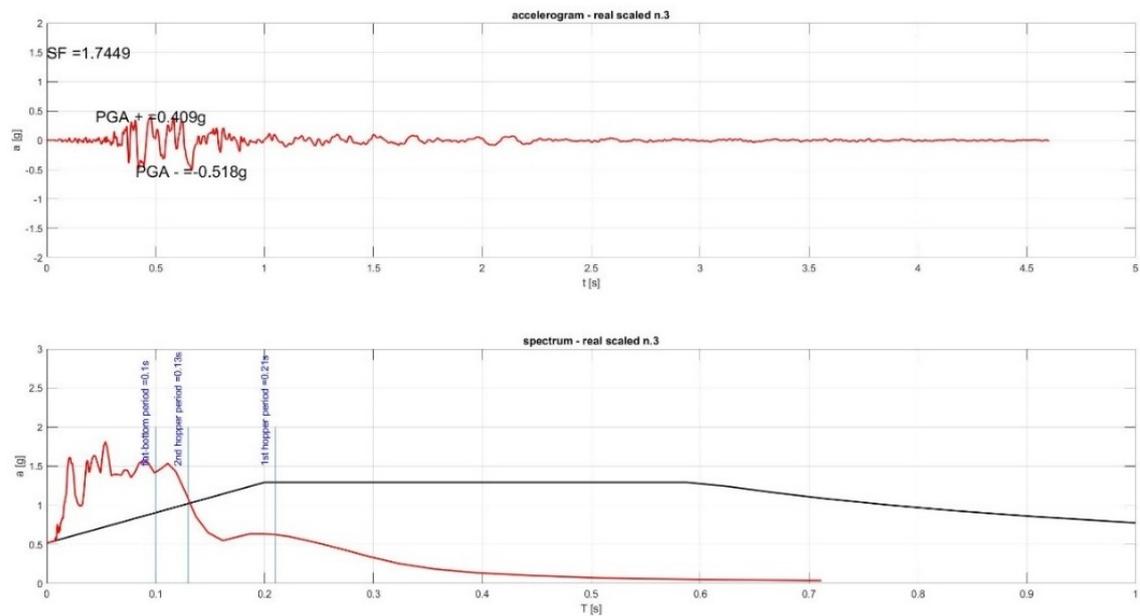
2. reali:  $RS_1$  e  $RS_3$  ottenuti con l'ausilio del software *REXEL* (figura 18)

L'accelerogramma  $RS_1$  (misurato in Irpinia 23/11/1980) è stato scelto in quanto è caratterizzato da frequenze lontane dalla frequenza propria della struttura, prevista in fase di progettazione della prova.

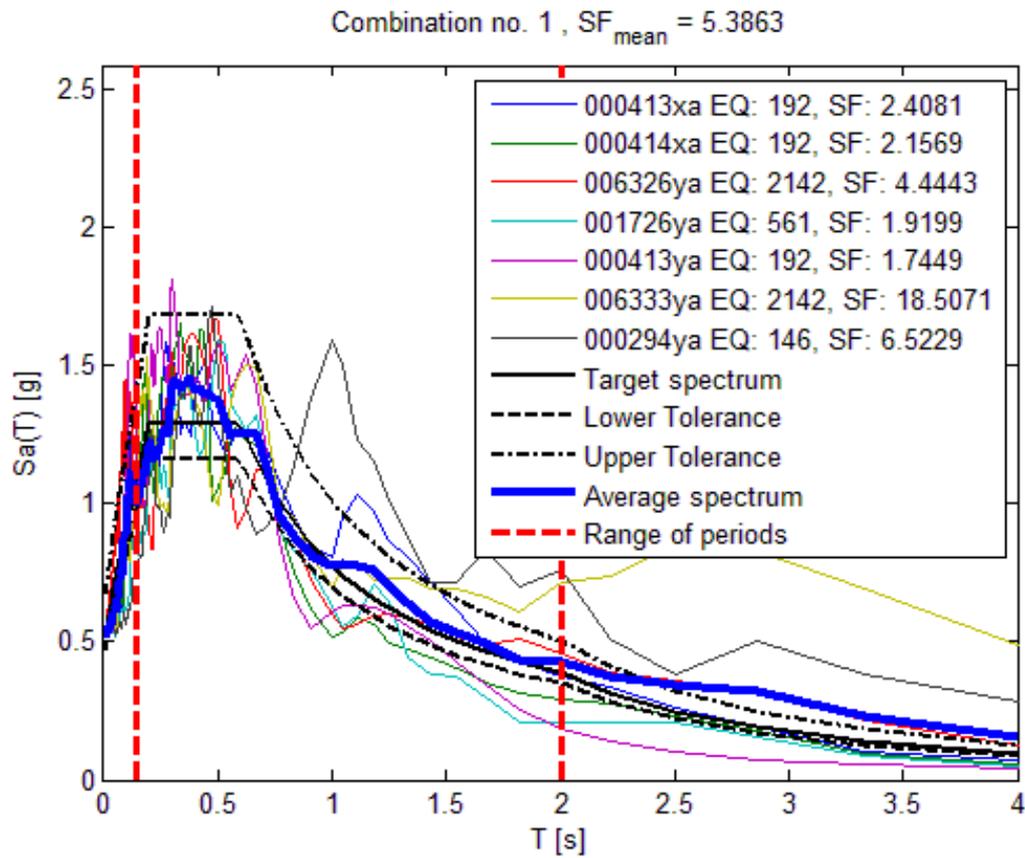


**Figura 16:** Spettro compatibilità accelerogramma RS<sub>1</sub>

L'accelerogramma RS<sub>3</sub> (misurato a Calamata, Grecia) è stato scelto in modo tale da generare una condizione di amplificazione dinamica sulla struttura che quindi genera uno stato tensionale più gravoso per la struttura.

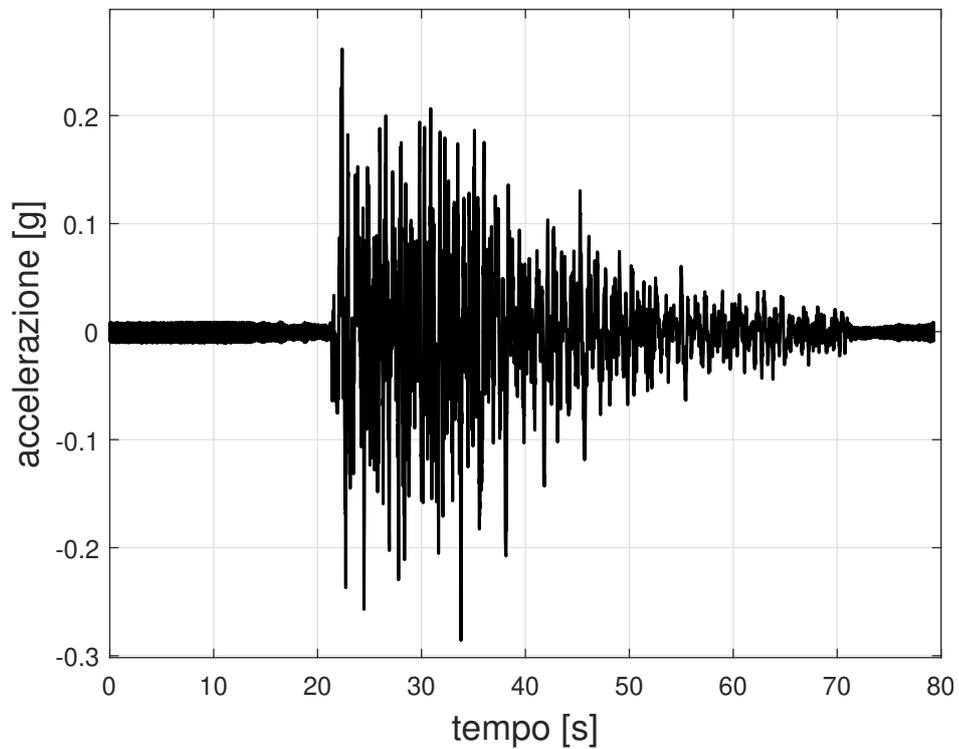


**Figura 17:** Spettro compatibilità accelerogramma RS<sub>3</sub>

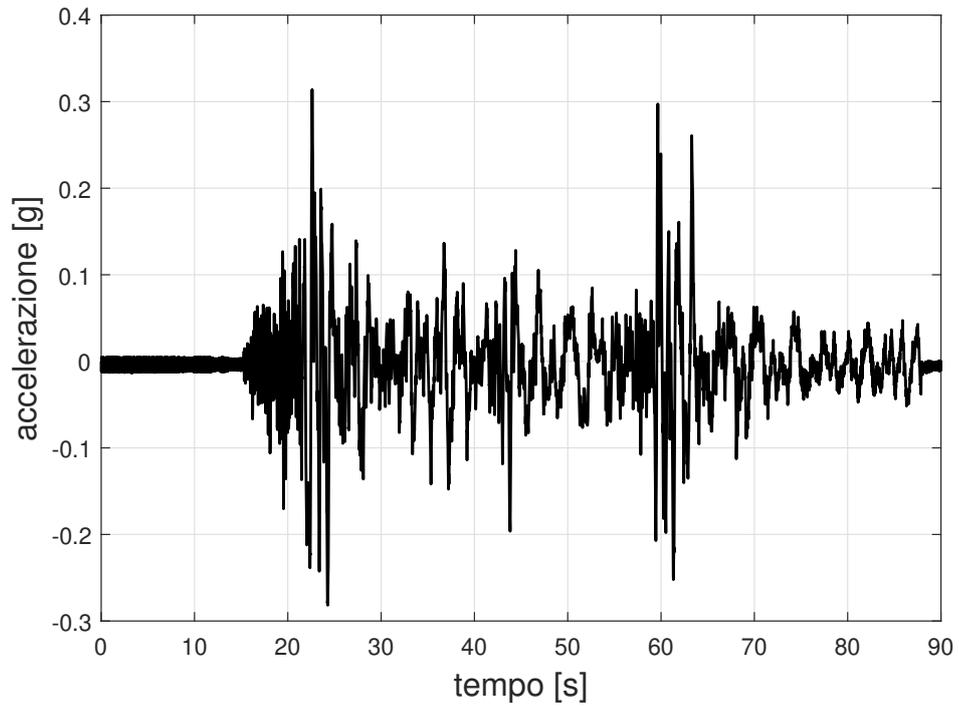


**Figura 18:** Output spettri Rexel

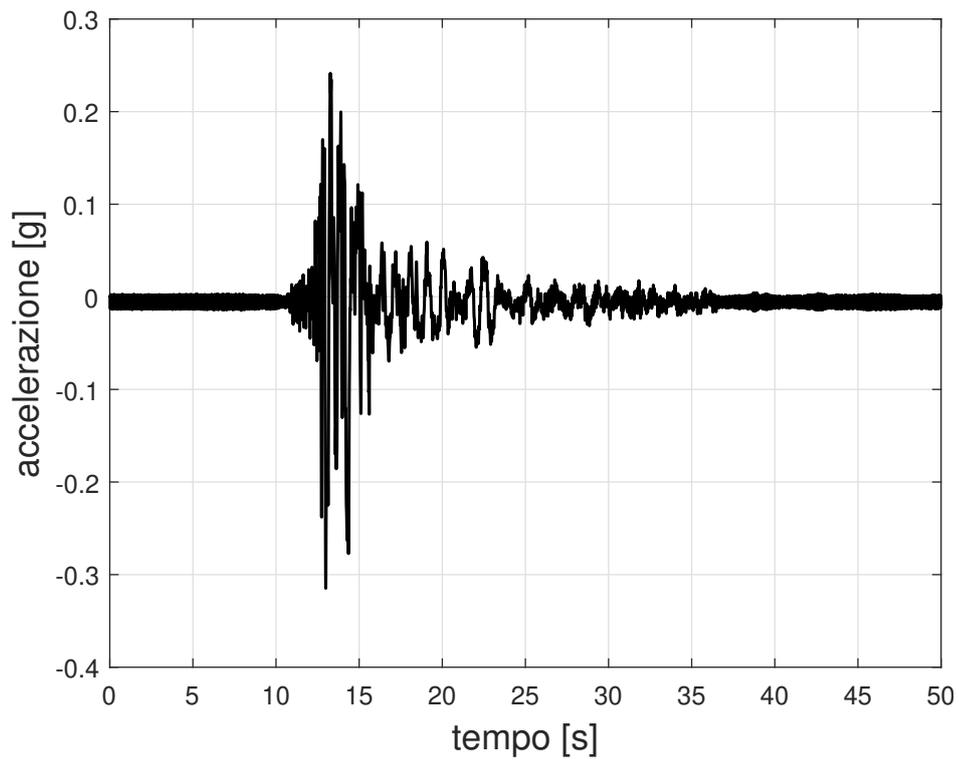
Di seguito i tre accelerogrammi utilizzati:



**Figura 19:** Accelerogramma A1



**Figura 20:** Accelerogramma RS<sub>1</sub>



**Figura 21:** Accelerogramma RS<sub>3</sub>

## 3.4 CONFIGURAZIONI TESTATE

La struttura è stata testata sulla tavola vibrante in due configurazioni:

1. a base fissa
2. a base isolata

La prima configurazione permette di identificare le proprietà dinamiche del sistema silo – grano sotto l'azione di diversi input. Nel caso di input di tipo sismico si ha la possibilità di testare la validità delle teorie proposte dalla ricerca scientifica (Silvestri et all [3], Pieraccini et all [2]). La configurazione fissa è garantita dalla presenza di ancoraggi metallici applicati tra la platea di fondazione e la tavola vibrante in modo da evitare qualunque meccanismo rigido quale lo scorrimento, ribaltamento/sollevamento della struttura sovrastante (figura 22). Tramite la rimozione di questi ultimi si ottiene la seconda configurazione.

La seconda configurazione ha un duplice obiettivo: in primo luogo, studiare gli effetti del sistema di isolamento sulle pressioni esercitate dal solido granulare sulla parete del silo, poiché, come è noto, la risposta dinamica del sistema grano - silo è significativamente modificata dagli isolatori; in secondo luogo, rispetto alla configurazione (1), valutare i vantaggi dell'introduzione di un sistema di isolamento per un possibile ragionamento sulla fattibilità e sull'analisi costi/benefici di una soluzione così inesplorata.



**Figura 22:** Particolare bloccaggio platea in calcestruzzo

## 3.5 TESTS ESEGUITI

La sessione di test può riassumersi nelle seguenti fasi, ciascuna delle quali rappresenta una particolare area di ricerca:

1. riempimento del silo;
2. tests su base fissa;
3. tests su base isolata;
4. scaricamento del silo.

Il riempimento è stato eseguito nei tempi riportati in tabella 2:

<b>RIEMPIMENTO</b>		
<i>Data</i>	<i>Time</i>	<i>Test</i>
20/02/2019	11:49	primo camion: 15 ton
20/02/2019	12:47	secondo camion primo rimorchio: 10 ton
20/02/2019	13:19	secondo camion secondo rimorchio: 6 ton
TOT $\cong$ 31ton		

**Tabella 2:** Fase di riempimento

Nelle tabelle seguenti (tabella 3 base fissa e tabella 4 base isolata) sono riportati tutte i dati relativi ai vari tests:

<b>TESTS BASE FISSA</b>				
<i>Data</i>	<i>Time</i>	<i>n Test</i>	<i>Input</i>	<i>PGA [g]</i>
25/02/2019	13:48	1	RND	0.07
25/02/2019	14:21	2	Sinusoide 5Hz comp. A	0,1
25/02/2019	14:23	3	Sinusoide 5Hz comp. B	0,1
25/02/2019	14:26	4	Sinusoide 5Hz comp. C	0,1
25/02/2019	14:27	5	Sinusoide 5Hz comp. D	0,1
25/02/2019	14:30	6	Sinusoide 5Hz comp. E	0,1
25/02/2019	14:32	7	Sinusoide 5Hz comp. F	0,1
25/02/2019	14:34	8	Sinusoide 5Hz comp. G	0,1
25/02/2019	14:42	9	Sinusoide 5Hz	0,1
25/02/2019	15:19	10	rs1 comp. A	0,1
25/02/2019	15:31	11	rs1 comp. B	0,1
25/02/2019	15:35	12	rs1 comp. C	0,1
25/02/2019	15:37	13	rs1 comp. D	0,1

25/02/2019	15:35	14	a1 comp. A	0,1
25/02/2019	15:49	15	a1 comp. B	0,1
25/02/2019	15:51	16	a1 comp. C	0,1
25/02/2019	15:57	17	rs3 comp. A	0,1
25/02/2019	15:58	18	rs3 comp. B	0,1
25/02/2019	16:00	19	rs3 comp. C	0,1
25/02/2019	18:02	20	RND part. A	0.15
25/02/2019	18:06	21	RND part. B	0.15
25/02/2019	18:24	22	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,2
25/02/2019	18:25	23	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,2
25/02/2019	18:27	24	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,2
25/02/2019	18:28	25	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,2
25/02/2019	18:30	26	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,2
26/02/2019	10:27	27	Lento	/
26/02/2019	10:39	28	Lento	/
26/02/2019	11:08	29	rs1 comp. A	0,2
26/02/2019	11:11	30	rs1 comp. B	0,2
26/02/2019	11:13	31	rs1 comp. C	0,2
26/02/2019	11:21	32	a1 comp. A	0,2
26/02/2019	11:23	33	a1 comp. B	0,2
26/02/2019	11:26	34	a1 comp. C	0,2
26/02/2019	11:30	35	rs3 comp. A	0,2
26/02/2019	11:32	36	rs3 comp. B	0,2
26/02/2019	11:33	37	rs3 comp. C	0,2
26/02/2019	11:36	38	rs3 comp. D	0,2
26/02/2019	11:39	39	RND part. A	0.2
26/02/2019	11:43	40	RND part. B	0.2
26/02/2019	12:38	41	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,3
26/02/2019	12:40	42	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,3
26/02/2019	12:41	43	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,3
26/02/2019	12:43	44	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,3
26/02/2019	12:45	45	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,3
26/02/2019	12:54	46	rs1 comp. A	0,3
26/02/2019	12:57	47	rs1 comp. B	0,3
26/02/2019	12:59	48	rs1 comp. C	0,3
26/02/2019	13:03	49	a1 comp. A	0,3
26/02/2019	13:05	50	a1 comp. B	0,3
26/02/2019	13:07	51	a1 comp. C	0,3
26/02/2019	13:12	52	rs3 comp. A	0,3

26/02/2019	13:14	53	rs3 comp. B	0,3
26/02/2019	13:15	54	rs3 comp. C	0,3
26/02/2019	13:17	55	rs3 comp. D	0,3
26/02/2019	15:14	56	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,4
26/02/2019	15:16	57	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,4
26/02/2019	15:17	58	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,4
26/02/2019	15:19	59	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,4
26/02/2019	15:30	60	rs1 comp. A	0,4
26/02/2019	15:32	61	rs1 comp. B	0,4
26/02/2019	15:59	62	rs1 comp. C	0,4
26/02/2019	16:05	63	a1 comp. A	0,4
26/02/2019	16:08	64	a1 comp. B	0,4
26/02/2019	16:10	65	a1 comp. C	0,4
26/02/2019	16:12	66	a1 comp. D	0,4
26/02/2019	16:16	67	rs3 comp. A	0,4
26/02/2019	16:18	68	rs3 comp. B	0,4
26/02/2019	16:19	69	rs3 comp. C	0,4
26/02/2019	16:49	70	prova statica	/
26/02/2019	17:18	71	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,5
26/02/2019	17:20	72	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,5
26/02/2019	17:23	73	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,5
26/02/2019	17:25	74	Sinusoide 1 Hz comp. C2	0,5
26/02/2019	17:29	75	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,5
26/02/2019	17:31	76	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,5
26/02/2019	17:37	77	rs1 comp. A	0,5
26/02/2019	17:41	78	rs1 comp. B	0,5
26/02/2019	17:45	79	rs1 comp. B2	0,5
26/02/2019	17:48	80	rs1 comp. C	0,5
26/02/2019	17:53	81	a1 comp. A	0,5
26/02/2019	17:55	82	a1 comp. B	0,5
26/02/2019	17:57	83	a1 comp. C	0,5
26/02/2019	18:02	84	rs3 comp. A	0,5
26/02/2019	18:03	85	rs3 comp. A	0,5
26/02/2019	18:05	86	rs3 comp. A	0,5
27/02/2019	10:09	87	Lento	
27/02/2019	10:48	88	RND part. A	0.07
27/02/2019	10:51	89	RND part. B	0.07
27/02/2019	10:57	90	RND part. A	0.15
27/02/2019	10:59	91	RND part. B	0.15

27/02/2019	11:04	92	RND part. A	0,2
27/02/2019	11:06	93	RND part. B	0,2
27/02/2019	11:23	94	RND part. A	0,25
27/02/2019	11:25	95	RND part. B	0,25
27/02/2019	11:25	96	RND part. C	0,25
27/02/2019	11:56	97	Sinusoide 0.5 Hz comp. A	0,1
27/02/2019	11:57	98	Sinusoide 0.5 Hz comp. B	0,1
27/02/2019	11:59	99	Sinusoide 0.5 Hz comp. C	0,1
27/02/2019	12:01	100	Sinusoide 0.5 Hz comp. D	0,1
27/02/2019	12:02	101	Sinusoide 0.5 Hz comp. E	0,1
27/02/2019	12:07	102	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,2
27/02/2019	12:08	103	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,2
27/02/2019	12:10	104	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,2
27/02/2019	12:11	105	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,2
27/02/2019	12:13	106	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,2
27/02/2019	12:16	107	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,3
27/02/2019	12:19	108	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,3
27/02/2019	12:20	109	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,3
27/02/2019	12:22	110	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,3
27/02/2019	12:24	111	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,3
27/02/2019	13:12	112	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,4
27/02/2019	13:13	113	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,4
27/02/2019	13:16	114	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,4
27/02/2019	13:17	115	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,4
27/02/2019	13:18	116	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,4
27/02/2019	13:21	117	Sinusoide 1 Hz comp. A	0,5
27/02/2019	13:22	118	Sinusoide 1 Hz comp. B	0,5
27/02/2019	13:23	119	Sinusoide 1 Hz comp. C	0,5
27/02/2019	13:27	120	Sinusoide 1 Hz comp. D	0,5
27/02/2019	13:29	121	Sinusoide 1 Hz comp. E	0,5
27/02/2019	15:01	122	rs3	0,6
27/02/2019	15:07	123	rs1	0,6
27/02/2019	15:25	124	rs3	0,6
27/02/2019	15:37	125	a1	0,6
27/02/2019	16:01	126	Sinusoide 5 Hz comp. A	0,1
27/02/2019	16:03	127	Sinusoide 5 Hz comp. B	0,1
27/02/2019	16:04	128	Sinusoide 5 Hz comp. C	0,1
27/02/2019	16:05	129	Sinusoide 5 Hz comp. D	0,1
27/02/2019	16:27	130	Sinusoide 6 Hz comp. A	0,1

27/02/2019	16:28	131	Sinusoide 6 Hz comp. B	0,1
27/02/2019	16:30	132	Sinusoide 6 Hz comp. C	0,1
27/02/2019	16:31	133	Sinusoide 6 Hz comp. D	0,1
27/02/2019	16:32	134	Sinusoide 6 Hz comp. E	0,1
27/02/2019	16:49	135	Sinusoide 7 Hz comp. A	0,1
27/02/2019	16:50	136	Sinusoide 7 Hz comp. B	0,1
27/02/2019	16:52	137	Sinusoide 7 Hz comp. C	0,1
27/02/2019	16:53	138	Sinusoide 7 Hz comp. D	0,1
27/02/2019	16:54	139	Sinusoide 7 Hz comp. E	0,1
27/02/2019	17:05	140	Sinusoide 8 Hz comp. A	0,1
27/02/2019	17:06	141	Sinusoide 8 Hz comp. B	0,1
27/02/2019	17:07	142	Sinusoide 8 Hz comp. C	0,1
27/02/2019	17:09	143	Sinusoide 8 Hz comp. D	0,1
27/02/2019	17:10	144	Sinusoide 8 Hz comp. E	0,1
27/02/2019	17:12	145	Sinusoide 8 Hz comp. F	0,1

**Tabella 3:** Test su base fissa

<b>TESTS BASE ISOLATA</b>				
<i>Data</i>	<i>Time</i>	<i>n Test</i>	<i>Input</i>	<i>PGA [g]</i>
01/03/2019	11:19	146	Lento	/
01/03/2019	11:20	147	Lento	/
01/03/2019	11:57	148	RND part. A	0.05
01/03/2019	11:59	149	RND part. B	0.05
01/03/2019	12:02	150	RND part. C	0.05
01/03/2019	12:04	151	RND part. D	0.05
01/03/2019	12:07	152	RND part. E	0.05
01/03/2019	12:11	153	RND part. F	0.05
01/03/2019	12:13	154	RND part. G	0.05
01/03/2019	12:15	155	RND part. H	0.05
01/03/2019	12:18	156	RND part. I	0.05
01/03/2019	12:20	157	RND part. L	0.05
01/03/2019	12:23	158	RND part. M	0.05
01/03/2019	12:26	159	RND part. N	0.05
01/03/2019	12:28	160	RND part. O	0.05
01/03/2019	12:31	161	RND part. P	0.05
01/03/2019	12:34	162	RND part. Q	0.05
01/03/2019	12:54	163	RND part. R	0.05
01/03/2019	12:55	164	RND part. S	0.05

01/03/2019	12:59	165	RND part. T	0.05
01/03/2019	13:08	166	a1 comp. A	0.1 g
01/03/2019	13:08	167	a1 comp. B	0.1 g
01/03/2019	13:10	168	a1 comp. C	0.1 g
01/03/2019	13:22	169	RND part. A	0.3
01/03/2019	13:25	170	RND part. B	0.3
01/03/2019	13:37	171	a1 comp. A	0.1 g
01/03/2019	13:39	172	a1 comp. B	0.1 g
01/03/2019	13:42	173	a1 comp. C	0.1 g
01/03/2019	13:44	174	a1 comp. D	0.1 g
01/03/2019	13:37	175	a1 comp. A	0.2 g
01/03/2019	13:51	176	a1 comp. B	0.2 g
01/03/2019	13:53	177	a1 comp. C	0.2 g
01/03/2019	13:56	178	a1 comp. D	0.2 g
01/03/2019	13:58	179	a1 comp. E	0.2 g
01/03/2019	14:02	180	RND part. A	0.15
01/03/2019	14:06	181	RND part. B	0.15
01/03/2019	14:16	182	RND part. C	0.15
01/03/2019	14:27	183	a1 comp. A	0.3
01/03/2019	14:29	184	a1 comp. B	0.3
01/03/2019	14:32	185	a1 comp. C	0.3
01/03/2019	14:34	186	a1 comp. D	0.3
01/03/2019	14:38	187	a1 comp. E	0.3
01/03/2019	14:47	188	RND	0.2
01/03/2019	15:00	189	a1 comp. A	0.4
01/03/2019	15:04	190	a1 comp. B	0.4
01/03/2019	15:06	191	a1 comp. C	0.4
01/03/2019	15:10	192	a1 comp. D	0.4
01/03/2019	15:12	193	a1 comp. E	0.4
01/03/2019	15:48	194	a1 comp. A	0.45
01/03/2019	16:02	195	a1 comp. A	0.5
01/03/2019	16:30	196	a1 comp. A	0.55
04/03/2019	10:29	197	Lento	/
04/03/2019	10:41	198	RND part. A	0.2
04/03/2019	10:44	199	RND part. B	0.2
04/03/2019	10:47	200	RND part. C	0.2
04/03/2019	10:55	201	rs3 comp. A	0.1
04/03/2019	10:57	202	rs3 comp. B	0.1
04/03/2019	10:58	203	rs3 comp. C	0.1

04/03/2019	11:00	204	rs3 comp. D	0.1
04/03/2019	11:02	205	rs3 comp. E	0.1
04/03/2019	11:28	206	rs3 comp. A	0.2
04/03/2019	11:30	207	rs3 comp. B	0.2
04/03/2019	11:32	208	rs3 comp. C	0.2
04/03/2019	11:34	209	rs3 comp. D	0.2
04/03/2019	11:35	210	rs3 comp. E	0.2
04/03/2019	11:53	211	rs3 comp. A	0.3
04/03/2019	11:54	212	rs3 comp. B	0.3
04/03/2019	11:56	213	rs3 comp. C	0.3
04/03/2019	11:57	214	rs3 comp. D	0.3
04/03/2019	11:59	215	rs3 comp. E	0.3
04/03/2019	12:15	216	rs3 comp. A	0.4
04/03/2019	12:17	217	rs3 comp. B	0.4
04/03/2019	12:18	218	rs3 comp. C	0.4
04/03/2019	12:20	219	rs3 comp. D	0.4
04/03/2019	12:21	220	rs3 comp. E	0.4
04/03/2019	14:17	221	rs3 comp. A	0.45
04/03/2019	14:33	222	rs3 comp. A	0.5
04/03/2019	15:00	223	rs3 comp. A	0.55
04/03/2019	15:15	224	rs1 comp. A	0.1
04/03/2019	15:18	225	rs1 comp. B	0.1
04/03/2019	15:20	226	rs1 comp. C	0.1
04/03/2019	15:22	227	rs1 comp. D	0.1
04/03/2019	15:37	228	rs1 comp. A	0.2
04/03/2019	15:39	229	rs1 comp. B	0.2
04/03/2019	15:41	230	rs1 comp. C	0.2
04/03/2019	15:43	231	rs1 comp. D	0.2
04/03/2019	16:08	232	rs1 comp. E	0.2
04/03/2019	16:27	233	rs1 comp. A	0.25
04/03/2019	16:41	234	rs1 comp. A	0.3
04/03/2019	17:59	235	rs1 comp. B	0.3
04/03/2019	18:13	236	rs1 comp. A	0.35
05/03/2019	10:08	237	Lento	/
05/03/2019	10:20	238	Impulso comp. A	0.1
05/03/2019	10:21	239	Impulso comp. B	0.1
05/03/2019	10:23	240	Impulso comp. C	0.1
05/03/2019	10:24	241	Impulso comp. D	0.1
05/03/2019	10:25	242	Impulso comp. E	0.1

05/03/2019	10:30	243	Impulso comp. A	0.2
05/03/2019	10:31	244	Impulso comp. B	0.2
05/03/2019	10:32	245	Impulso comp. C	0.2
05/03/2019	10:35	246	Impulso comp. D	0.2
05/03/2019	10:50	247	Impulso comp. E	0.2
05/03/2019	11:00	248	Impulso comp. F	0.2
05/03/2019	11:22	249	Sinusoide 0.7 Hz comp. A	0.1
05/03/2019	11:23	250	Sinusoide 0.7 Hz comp. B	0.1
05/03/2019	11:29	251	Sinusoide 0.7 Hz comp. C	0.1
05/03/2019	11:37	252	Sinusoide 0.7 Hz comp. D	0.1
05/03/2019	11:44	253	Sinusoide 0.7 Hz comp. E	0.1
05/03/2019	12:02	254	Sinusoide 0.6 Hz comp. A	0.1
05/03/2019	12:05	255	Sinusoide 0.6 Hz comp. B	0.1
05/03/2019	12:13	256	Sinusoide 0.6 Hz comp. C	0.1

**Tabella 4:** Test su base isolata

In cui con *comp.* si indicano le vari compensate eseguite per ottenere un segnale replicato dalla tavola vibrante conforme a quello previsto.

Inoltre dopo i primi 100 tests sono stati ripetuti gli input di tipo sinusoidale così da avere condizioni di accelerazione costante sul silo e un miglior grado di compattazione (alla base delle teorie da validare).

# 4 | TEST IN CONFIGURAZIONE FISSA

In questo capitolo si riportano, per i vari input ad accelerazioni di  $0.1 g$ ,  $0.3 g$ ,  $0.5 g$  e  $0.6 g$ , i risultati delle misurazioni di estensimetri, con i quali si può risalire allo stato di sollecitazione nei montanti, di celle di pressione, che consentono di confrontare i risultati delle diverse teorie descritte nei capitoli precedenti, ed accelerometri, che permettono di effettuare un'analisi nel dominio delle frequenze e di stimare quindi i parametri dinamici del sistema.

Essendo la strumentazione di tipo elettronico il segnale misurato è ovviamente sovrapposto da un rumore elettrico che va eliminato attraverso l'applicazione di filtri passa bassa, essendo, il rumore elettrico, caratterizzato da frequenze elevate.

Successivamente si sono dovuti convertire in unità ingegneristiche i risultati strumentali di natura elettrica. In particolare si applicano le seguenti trasformazioni:

- accelerometri:

$$a = V \cdot \frac{1000}{c} = [\mathbf{g}] \quad (11)$$

con  $V$  il valore in volt e  $c$  un fattore di correzione che dipende dall'accelerometro;

- celle di pressione:

$$p = c \cdot \frac{(V - \text{offset})}{A_{\text{cell}}} \quad (12)$$

con  $V$  il valore in volt,  $c$  un fattore di correzione che dipende dalla cella di carico,  $\text{offset}$  il valore all'inizio dei tests e  $A_{\text{cell}}$  l'area della cella di carico;

- estensimetri:

$$\varepsilon = -4(V - \text{offset}) \cdot \frac{(1 + \frac{c}{120})}{2.1 \cdot (1 + 2(V - \text{offset}))} \quad (13)$$

con  $V$  il valore in volt,  $c$  una costante che dipende dalla lunghezza del cavo di alimentazione e  $\text{offset}$  il valore all'inizio dei tests.

Nei paragrafi seguenti si riportano i valori misurati da celle di pressione, accelerometri ed estensimetri per i seguenti input relativi alle ultime compensate (tabella 5):

<i>Numero Test</i>	<i>PGA [g]</i>
SINUSOIDE	
/	0.1
45	0.3
76	0.5
/	0.6
SINUSOIDE DOPO COMPATTAZIONE	
/	0.1
111	0.3
121	0.5
/	0.6
TERREMOTO A1	
16	0.1
51	0.3
83	0.5
125	0.6
TERREMOTO RS1	
13	0.1
48	0.3
80	0.5
123	0.6
TERREMOTO RS3	
19	0.1
55	0.3
86	0.5
124	0.6

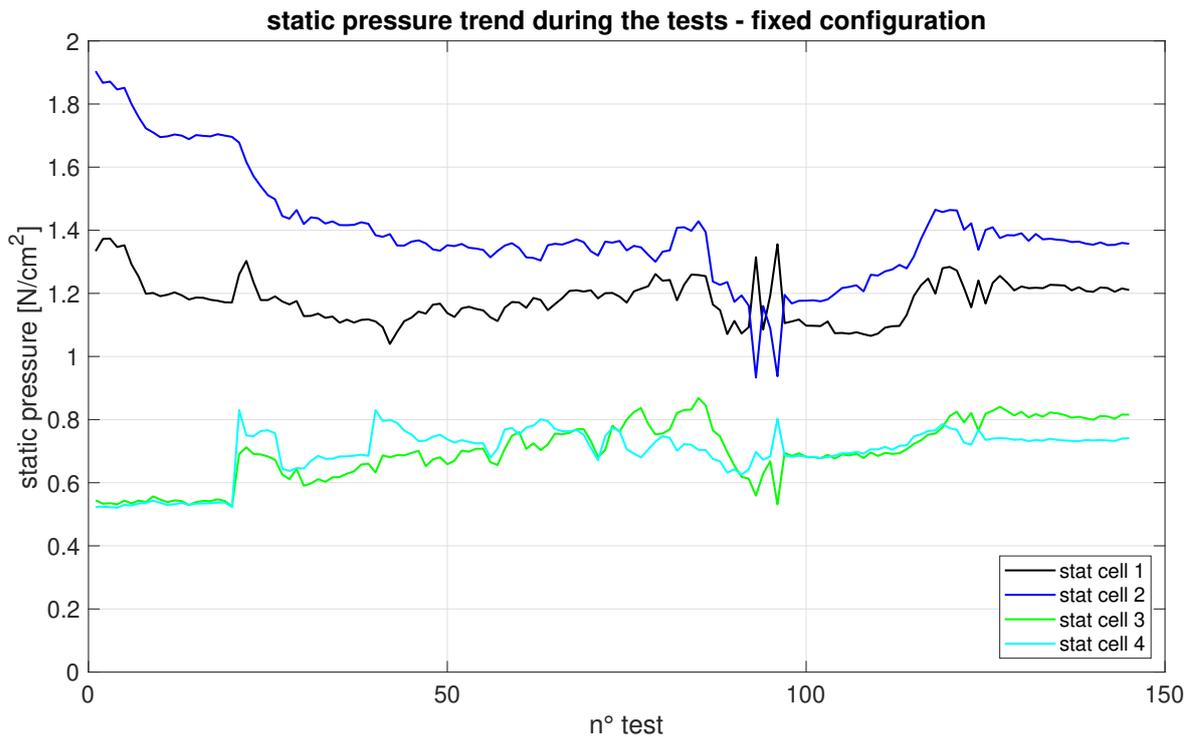
**Tabella 5:** Tests scelti per i plot

## 4.1 CELLE DI PRESSIONE

Come descritto nel primo capitolo gli attori in questa fase sono la pressione statica e la sovrappressione dinamica, che descrive la risposta del grano all'input sismico, le cui previsioni, considerando le varie teorie [1], [3] e [2] sono riportate in 16.

La pressione statica è data dal primo valore (all'inizio di ogni test) del vettore che contiene la storia temporale della misura effettuata dalla cella di pressione. Sulla

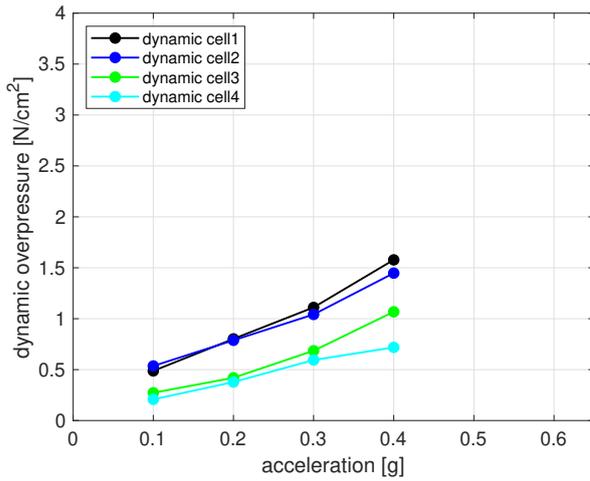
base di questo si può realizzare l'andamento di tale pressione durante i tests:



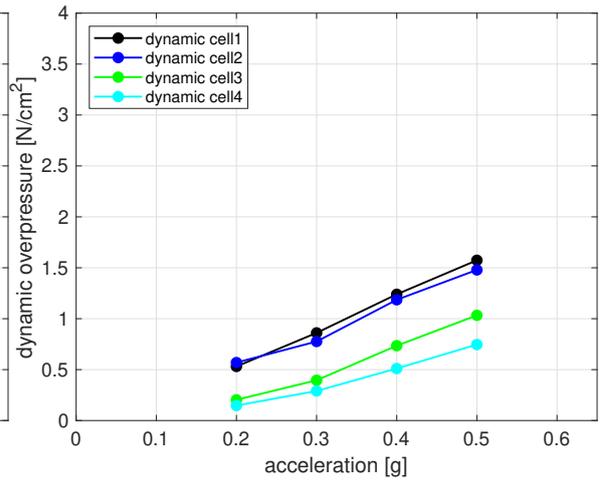
**Figura 23:** Andamento della pressione statica durante i tests in configurazione di base fissa

Dallo studio dell'andamento riportato in figura 23 si può notare come all'aumentare del numero dei tests il grano tende a compattarsi, infatti con l'aumento della compattazione questo tende ad essere un elemento rigido sempre più auto sostenuto. Durante i primi tests si nota un andamento costante dovuto al tipo di test, infatti nella fase iniziale i tests sono ad una PGA molto bassa. Altro risultato importante è legato proprio alla compattazione del grano che tende a stabilizzarsi durante i tests, ma dopo diversi input sismici. Tale condizione è praticamente irrealizzabile nella realtà.

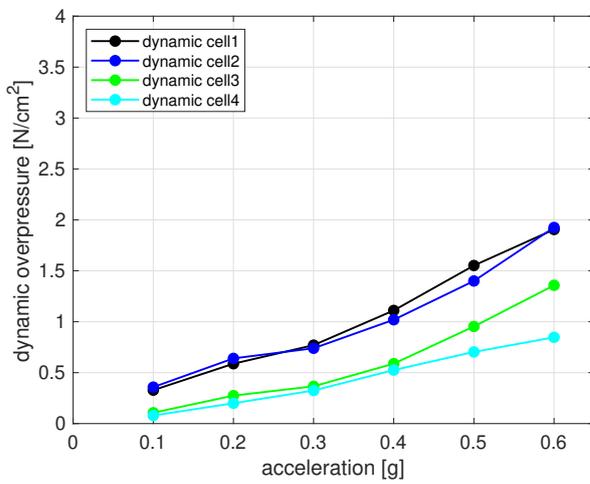
Passando ora alla sovrappressione dinamica generata dai vari input sismici si riportano gli andamenti di questa con l'accelerazione, relativi alle ultime compensate, al variare dell'input.



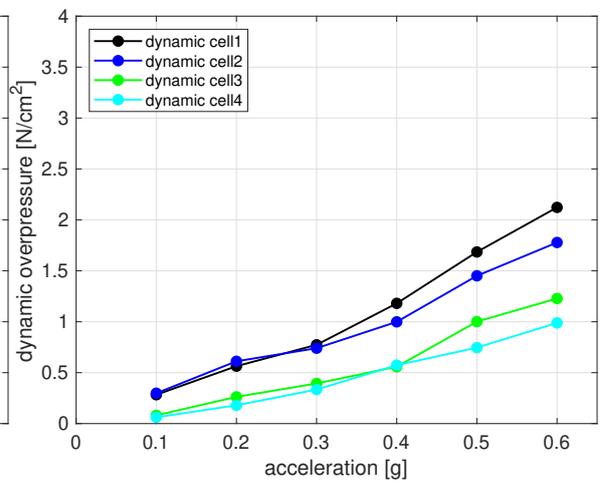
(a) input sinusoidale



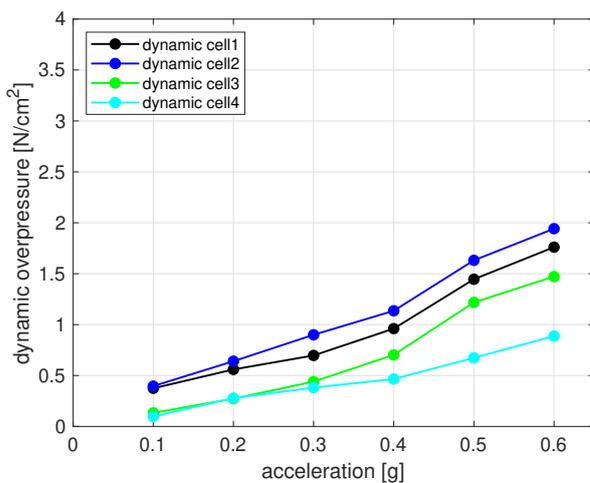
(b) input sinusoidale (dopo compattazione)



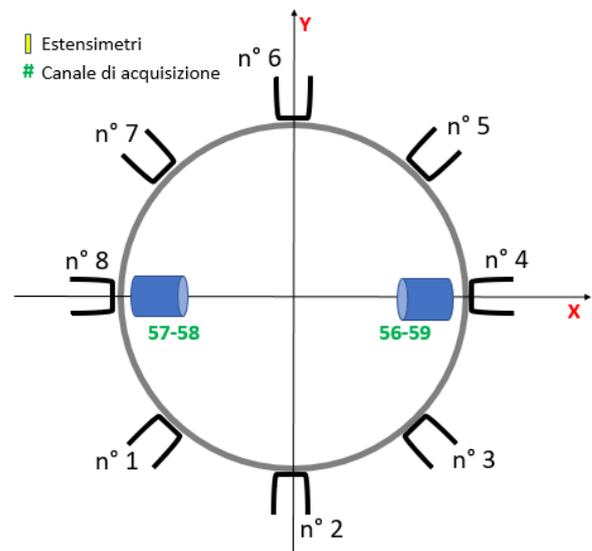
(c) input terremoto A1



(d) input terremoto RS1



(e) input terremoto RS3



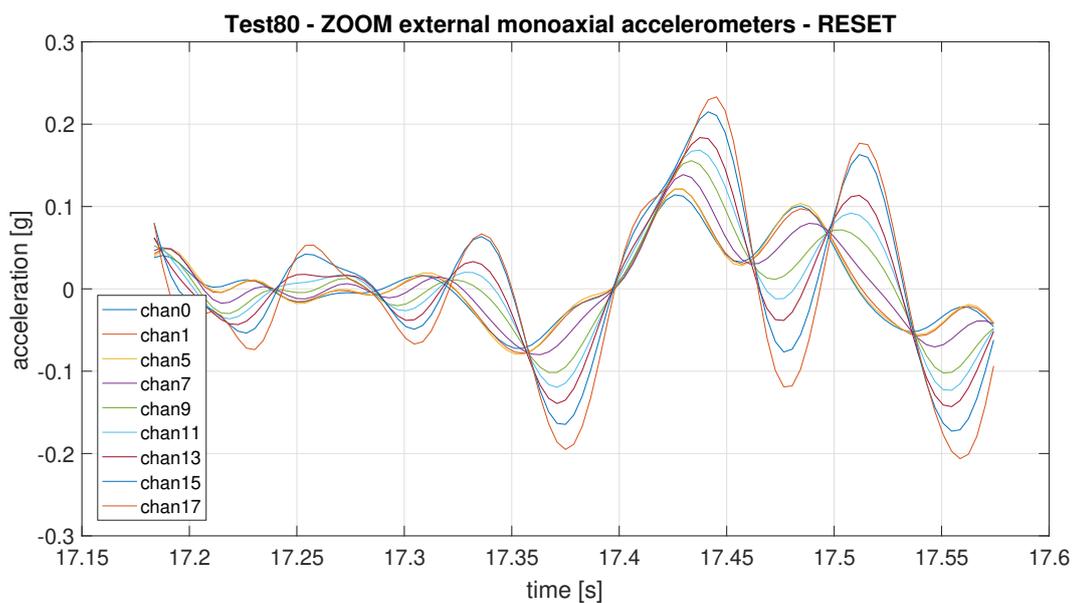
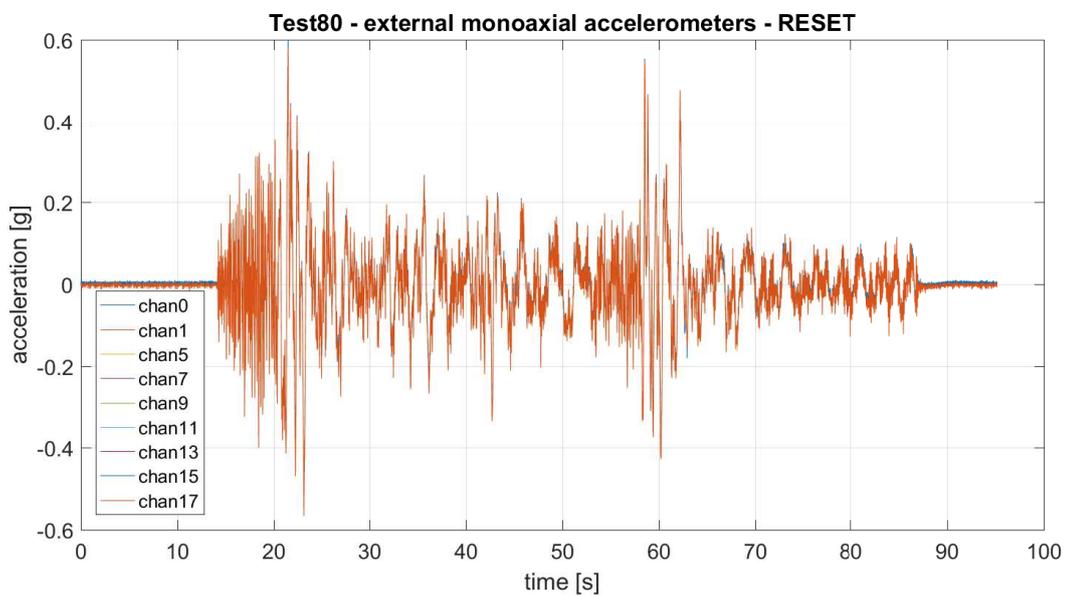
**Figura 24:** Sovrappressione dinamica VS accelerazione

Come di può osservare l'andamento della sovrappressione dinamica segue un andamento lineare con l'accelerazione.

## 4.2 ACCELEROMETRI

In seguito sono riportati le misurazioni di accelerometri, al crescere della quota, per un terremoto avente una PGA di 0.5 g.

- Terremoto RS1 0.5 g

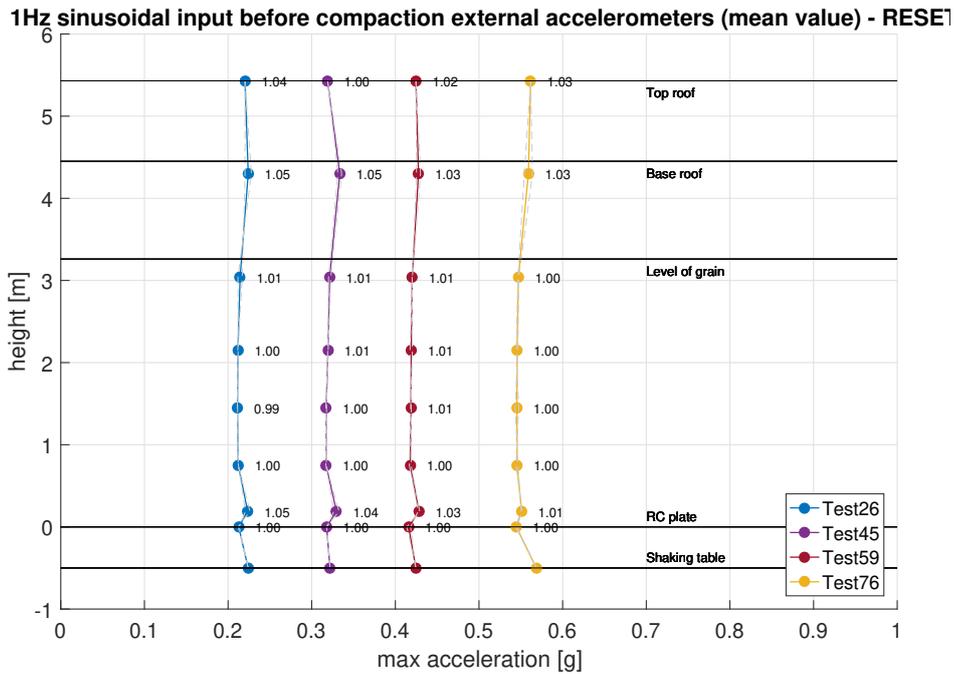


Lo zoom mostra come l'accelerazione misurata cambi lungo l'altezza del silo.

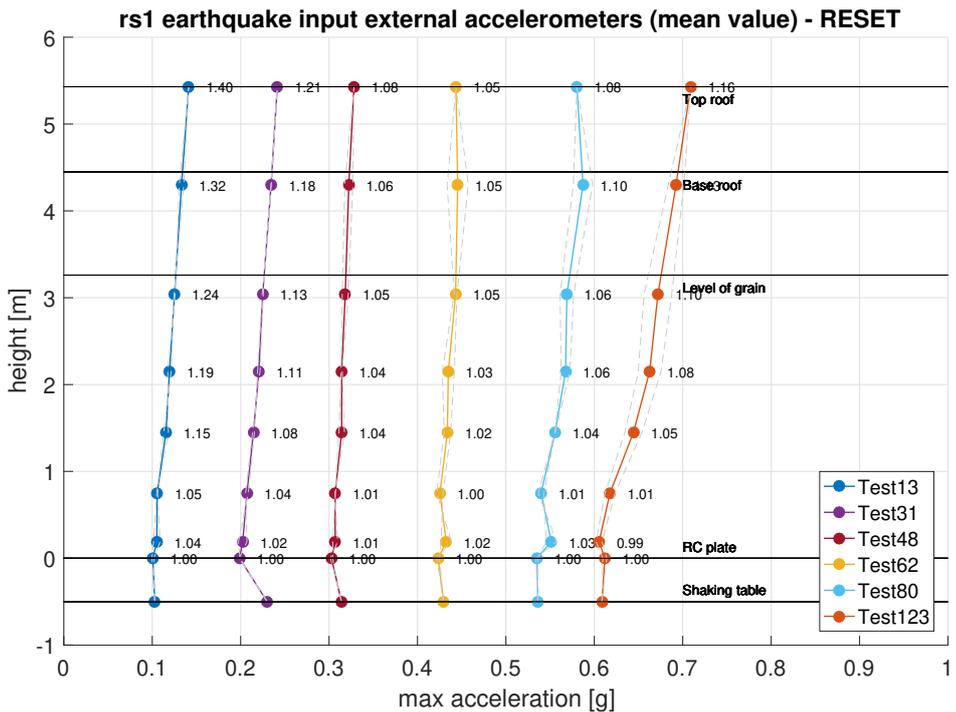
### 4.3 AMPLIFICAZIONE DINAMICA

In seguito si riportano gli andamenti del fattore di amplificazione dinamico misurato con riferimento alla platea di fondazione per un input sinusoidale e un terremoto. Tali risultati per gli input in tabella 5 sono riportati in appendice A.

- Sinusoide



- RS<sub>1</sub>



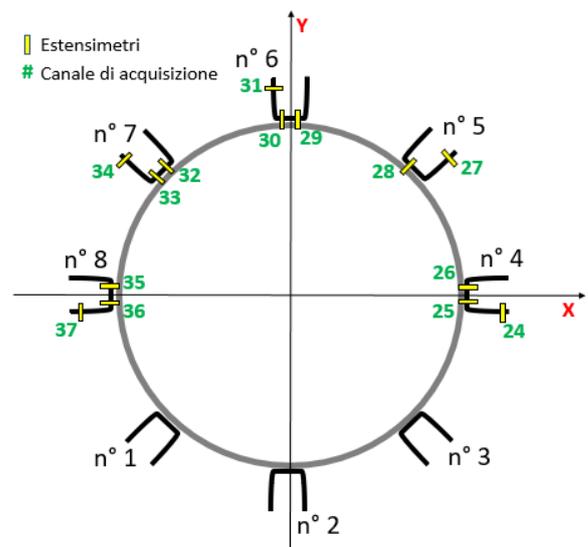
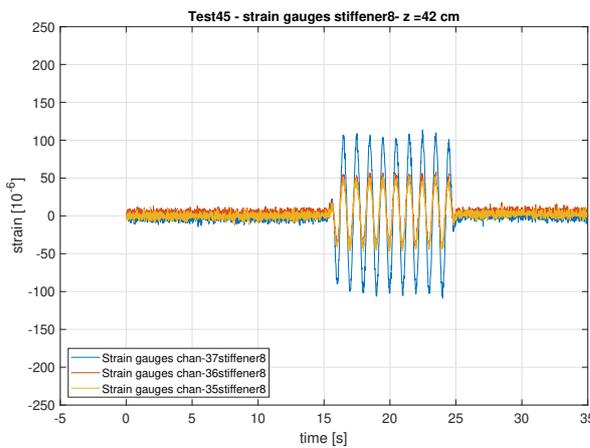
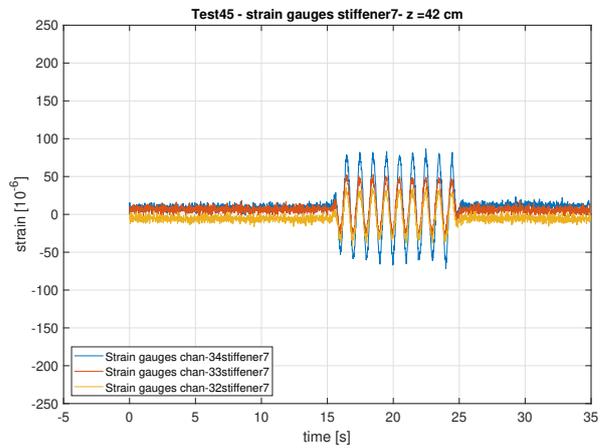
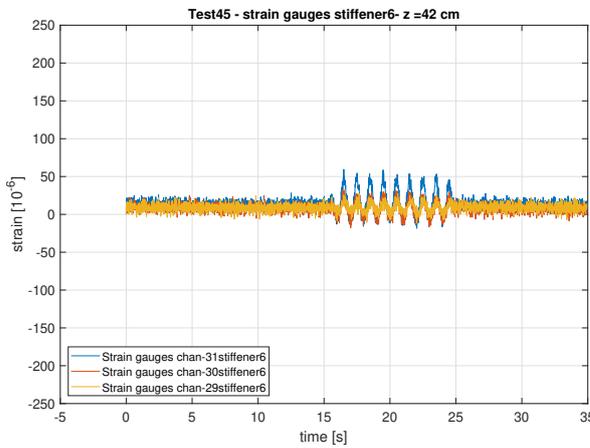
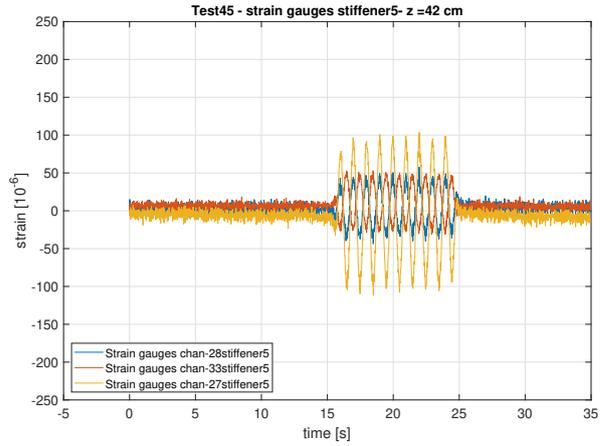
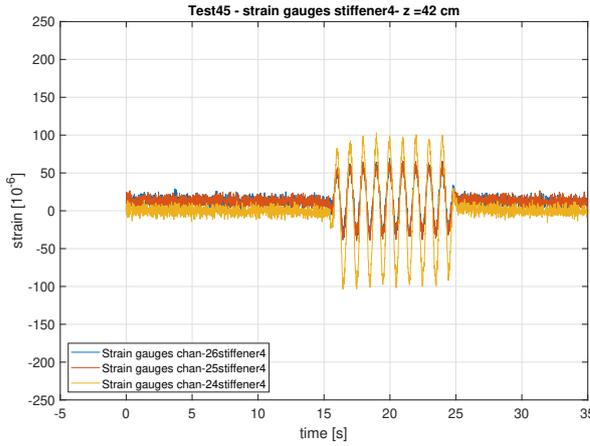
Questi grafici sono stati ottenuti prendendo il massimo valore di accelerazione, misurato durante un certo input, per ogni accelerometro posto sul silo ed effettuando la media per quelli posti alla stessa quota. I valori non mediati sono indicati con linee tratteggiate.

## 4.4 ESTENSIMETRI

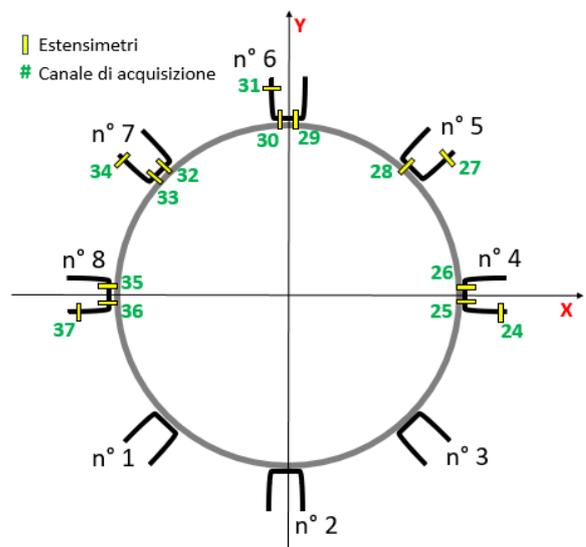
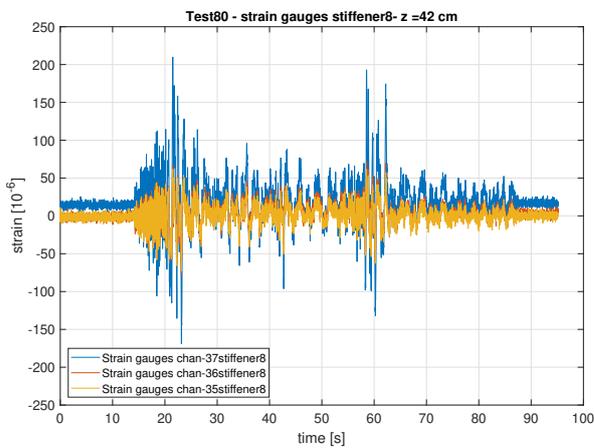
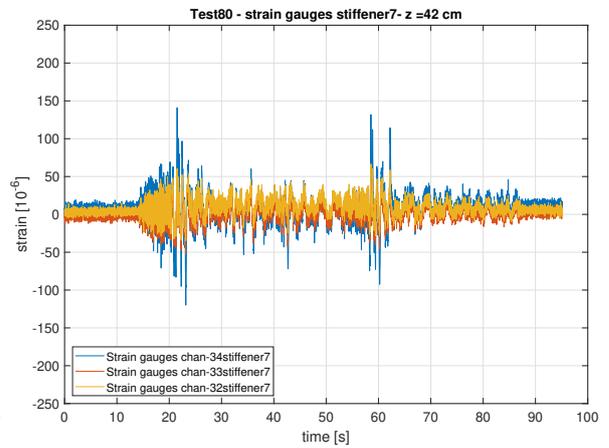
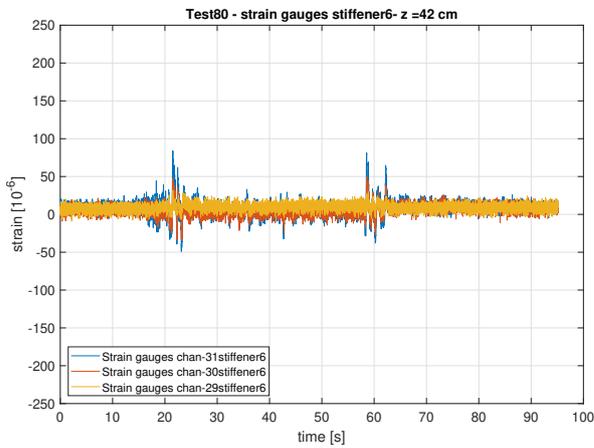
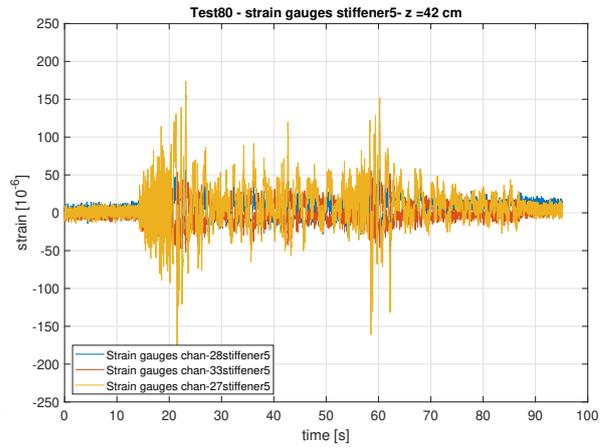
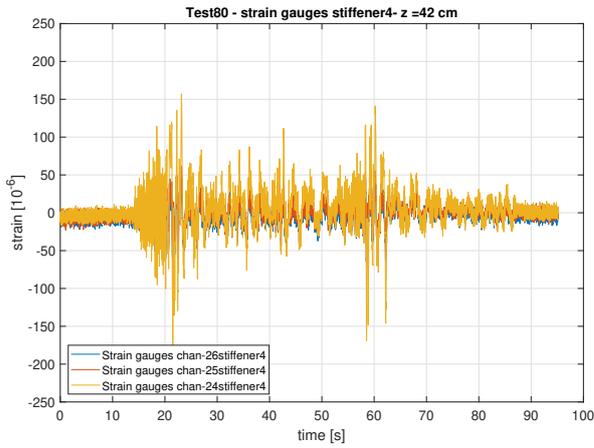
Si riportano i valori misurati dai vari estensimetri posti sulla sezione retta, alla quota di  $42\text{ cm}$ , per un input sinusoidale ed un terremoto, gli input in tabella 5 anche alle altre quote, sono riportati in appendice A.

Dagli andamenti delle deformazioni si può osservare come tutti e tre (a  $z=42\text{ cm}$  la sezione retta è monitorata con tre estensimetri, due sull'anima e uno sull'ala, figura 25) le deformazioni seguono l'accelerogramma e che la sezione risulta anche inflessa, essendo maggiore il valore di deformazione sull'anima.

• Sinusoide 0.3 g



• RS1 0.5 g



## 4.5 SFORZI NEI MONTANTI

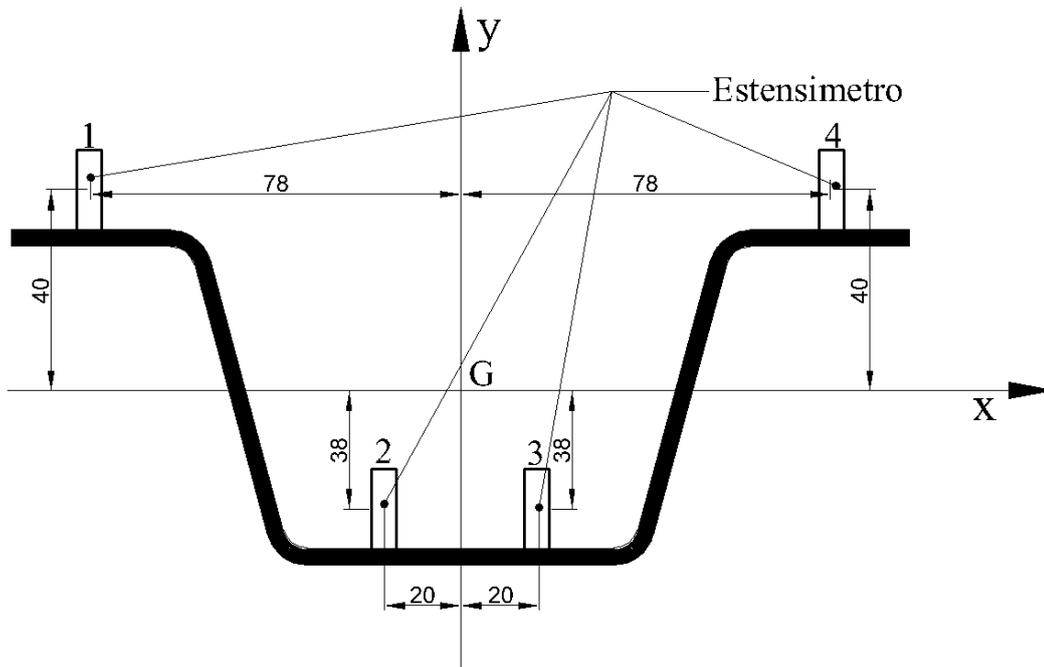
Mettere insieme i dati relativi a diversi estensimetri posti sulla sezione retta, ad una determinata quota, permette di ricavare le caratteristiche della sollecitazione:  $N$ ,  $M_x$  e  $M_y$ . Infatti, data la sezione retta (figura 25) con assi baricentrici  $x$  e  $y$  è possibile, in un regime di elasticità lineare considerando positivo uno sforzo di trazione, scrivere seguente equazione di Navier:

$$\sigma(x, y) = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y - \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$

dividendo per il modulo di Young  $E$  dell'acciaio si ottiene:

$$\epsilon(x, y) = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{EI_x} \cdot y - \frac{M_y}{EI_y} \cdot x \quad (14)$$

essendo  $\epsilon(x, y)$  la deformazione misurata dall'estensimetro.



**Figura 25:** Posizione estensimetri (in mm) sulla sezione del montante

Per il calcolo delle sollecitazioni è stato realizzato uno script in Matlab che esegue la risoluzione dell'equazione 14 al variare della quota e del montante. Tale risoluzione è funzione della tipologia di sezione, essendo questa definita in base

alla posizione degli estensimetri. Applicando la relazione 14 ai due tipi di sezione risultano i seguenti sistemi di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ).

$$\text{Tipo1} \begin{cases} \epsilon_1 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_1 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_1 \\ \epsilon_2 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_2 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_2 \\ \epsilon_3 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_3 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_3 \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{Tipo2} \begin{cases} \epsilon_2 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_2 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_2 \\ \epsilon_3 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_3 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_3 \\ \epsilon_4 = \frac{N}{EA} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y_4 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_4 \end{cases}$$

Essendo, soprattutto alle quote superiori ai 42 cm, insufficiente il numero di estensimetri sulla sezione nel calcolo delle sollecitazioni sono state fatte le seguenti ipotesi:

1. quota  $z = 42 \text{ cm}$ : completo controllo dei montanti 4, 5, 6, 7, 8
  - montante numero 4: 3 estensimetri che permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ );
  - montante numero 5: 2 estensimetri che non permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera in aggiunta l'estensimetro numero 33 (montante numero 7);
  - montante numero 6: 3 estensimetri che permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ );
  - montante numero 7: 3 estensimetri che permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ );
  - montante numero 8: 3 estensimetri che permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ );
2. quota  $z = 49 \text{ cm}$ :
  - montante numero 7: 2 estensimetri che non permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera trascurabile  $M_y$ ;

- montante numero 8: 2 estensimetri che non permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera trascurabile  $M_y$ ;

3. quota  $z = 150 \text{ cm}$

- montante numero 4: 2 estensimetri che non permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera trascurabile  $M_y$ ;
- montante numero 8: 2 estensimetri che non permettono di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera trascurabile  $M_y$ ;

4. quota  $z = 250 \text{ cm}$

- montante numero 8: 1 estensimetro che non permette di risolvere il sistema di tre equazioni in tre incognite ( $N$ ,  $M_x$  ed  $M_y$ ): si considera trascurabile  $M_y$  e un andamento lineare dello sforzo normale a partire dalla base.

Risolvendo il sistema 15, per ciascun montante, alle diverse quote, si ottengono i risultati seguenti.

#### 4.5.1 Quota $z = 42 \text{ cm}$

Per i montanti 6, 7 ed 8:

$$N = AE \cdot \frac{\epsilon_1 x_2 y_3 - \epsilon_1 x_3 y_2 - \epsilon_2 x_1 y_3 + \epsilon_2 x_3 y_1 + \epsilon_3 x_1 y_2 - \epsilon_3 x_2 y_1}{x_1 y_2 - x_2 y_1 - x_1 y_3 + x_3 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2}$$

$$M_x = -EI_x \cdot \frac{\epsilon_1 x_2 - \epsilon_2 x_1 - \epsilon_1 x_3 + \epsilon_3 x_1 + \epsilon_2 x_3 - \epsilon_2 x_2}{x_1 y_2 - x_2 y_1 - x_1 y_3 + x_3 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2}$$

$$M_y = -EI_y \cdot \frac{\epsilon_1 y_2 - \epsilon_2 y_1 - \epsilon_1 y_3 + \epsilon_3 y_1 + \epsilon_2 y_3 - \epsilon_3 y_2}{x_1 y_2 - x_2 y_1 - x_1 y_3 + x_3 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2}$$

Per i montanti 4 e 5:

$$N = AE \cdot \frac{\epsilon_2 x_3 y_4 - \epsilon_2 x_4 y_3 - \epsilon_3 x_2 y_4 + \epsilon_3 x_4 y_2 + \epsilon_4 x_2 y_3 - \epsilon_4 x_3 y_2}{x_2 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_4 + x_4 y_2 + x_3 y_4 - x_4 y_3}$$

$$M_x = -EI_x \cdot \frac{\epsilon_2 x_3 - \epsilon_3 x_2 - \epsilon_2 x_4 + \epsilon_4 x_2 + \epsilon_3 x_4 - \epsilon_4 x_3}{x_2 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_4 + x_4 y_2 + x_3 y_4 - x_4 y_3}$$

$$M_y = -EI_y \cdot \frac{\epsilon_2 y_3 - \epsilon_3 y_2 - \epsilon_2 y_4 + \epsilon_4 y_2 + \epsilon_3 y_4 - \epsilon_4 y_3}{x_2 y_3 - x_3 y_2 - x_2 y_4 + x_4 y_2 + x_3 y_4 - x_4 y_3}$$

#### 4.5.2 Quota z = 49 cm

Per il montante 7:

$$N = -AE \cdot \frac{\epsilon_1 y_3 - \epsilon_3 y_1}{y_1 - y_3}$$

$$M_x = EI_x \cdot \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{y_1 - y_3}$$

$$M_y = 0$$

Per il montante 8:

$$N = -AE \cdot \frac{\epsilon_2 y_4 - \epsilon_4 y_2}{y_2 - y_4}$$

$$M_x = EI_x \cdot \frac{\epsilon_2 - \epsilon_4}{y_2 - y_4}$$

$$M_y = 0$$

### 4.5.3 Quota $z = 150$ cm

Per i montanti 4 e 8:

$$N = -AE \cdot \frac{\epsilon_2 y_4 - \epsilon_4 y_2}{y_2 - y_4}$$

$$M_x = EI_x \cdot \frac{\epsilon_2 - \epsilon_4}{y_2 - y_4}$$

$$M_y = 0$$

### 4.5.4 Quota $z = 250$ cm

Per il montante 8:

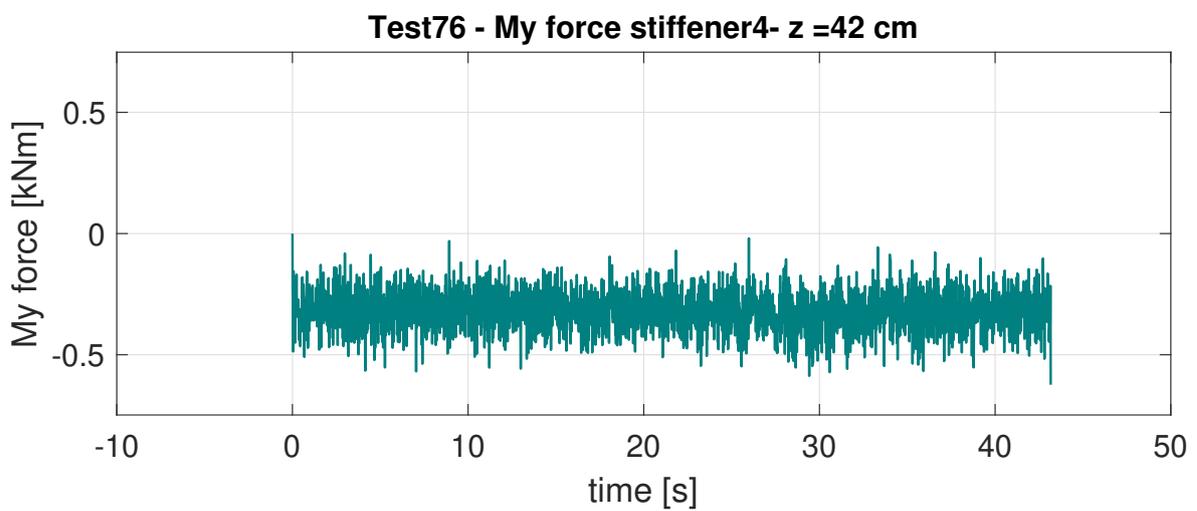
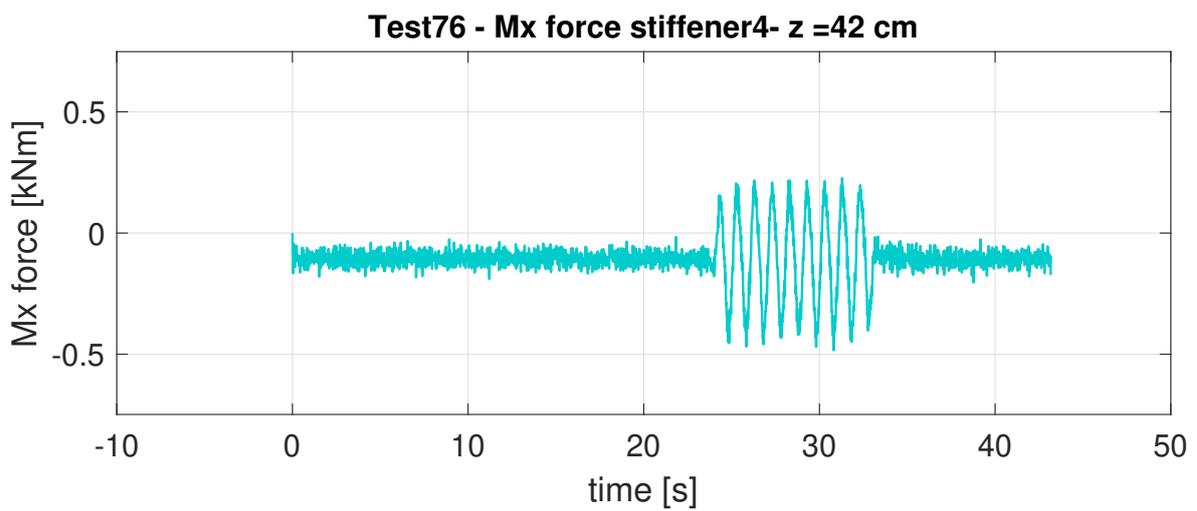
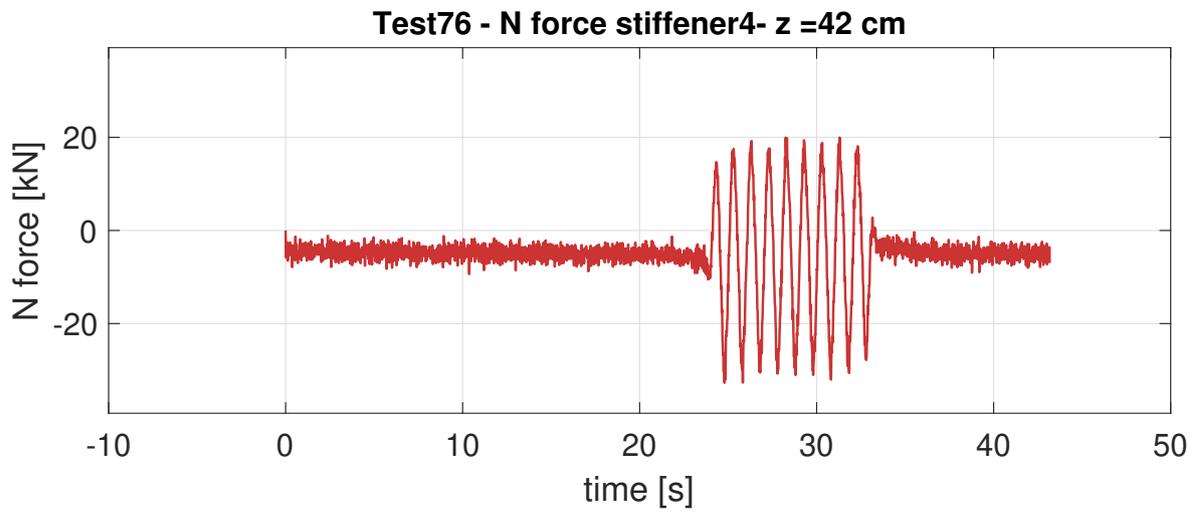
$$N = N_{z=49\text{cm}} \cdot \frac{h_{\text{grano}} - 49}{h_{\text{grano}} - 250}, \text{ con: } h_{\text{grano}} = 327 \text{ cm}$$

$$M_x = EI_x \cdot \frac{\epsilon_2 - \frac{N}{AE}}{y_2}$$

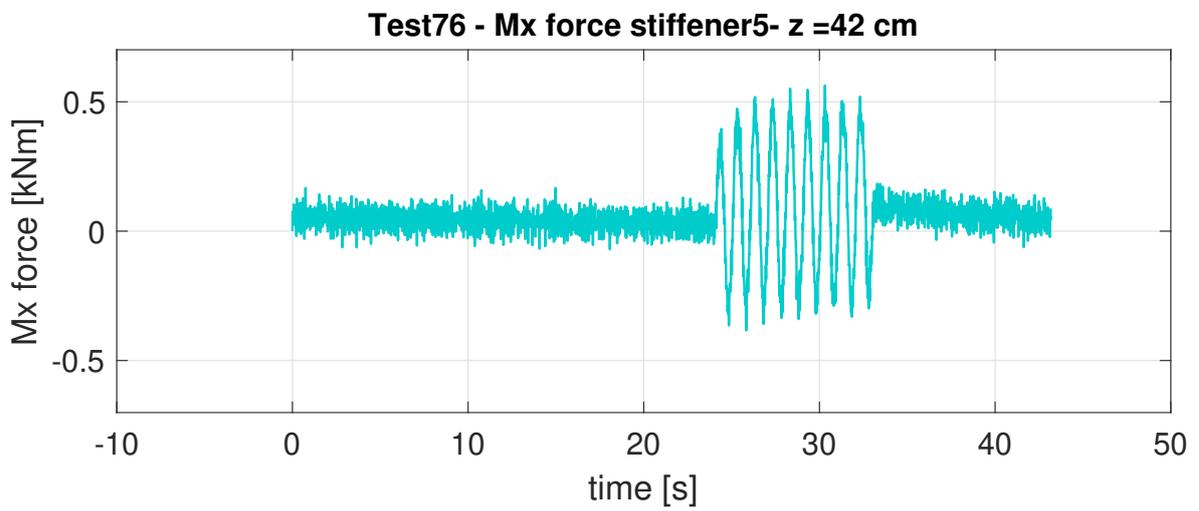
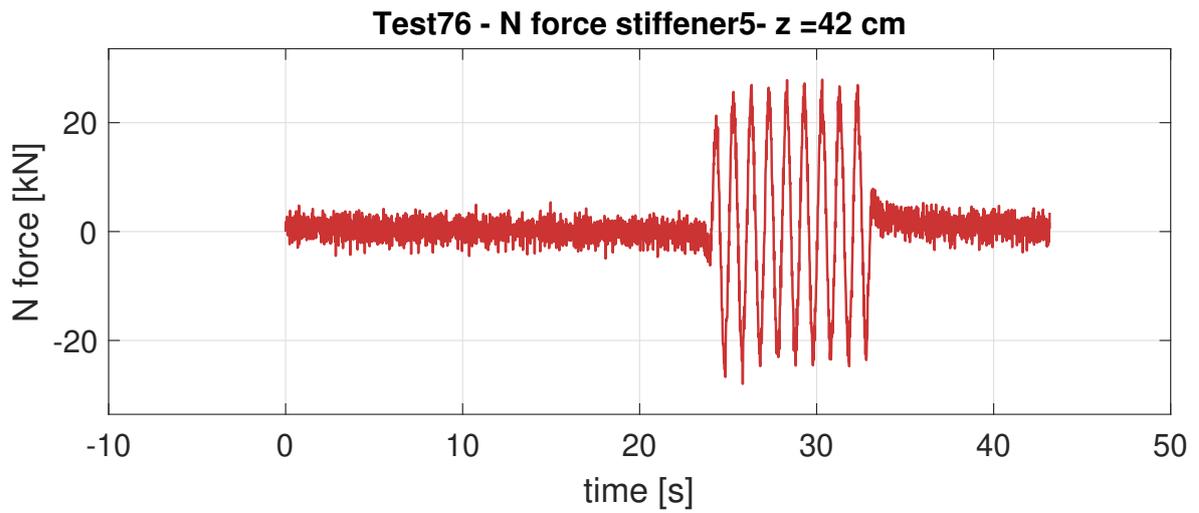
$$M_y = 0$$

Si riportano i valori di sforzo, nel sistema di riferimento locale dell'elemento, calcolati a partire dai vari estensimetri posti sulla sezione retta, alla quota di  $42$  cm per un input di tipo sinusoidale ed un terremoto, entrambi con una PGA di  $0.5$  g. Gli sforzi calcolati alle varie quote e per i test in tabella 5 sono riportati in in appendice A.

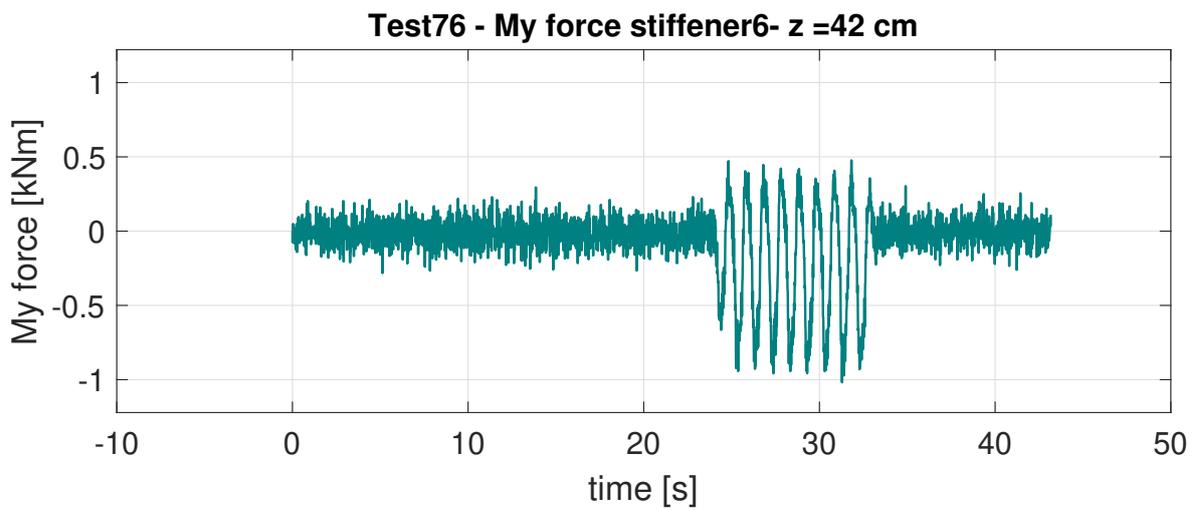
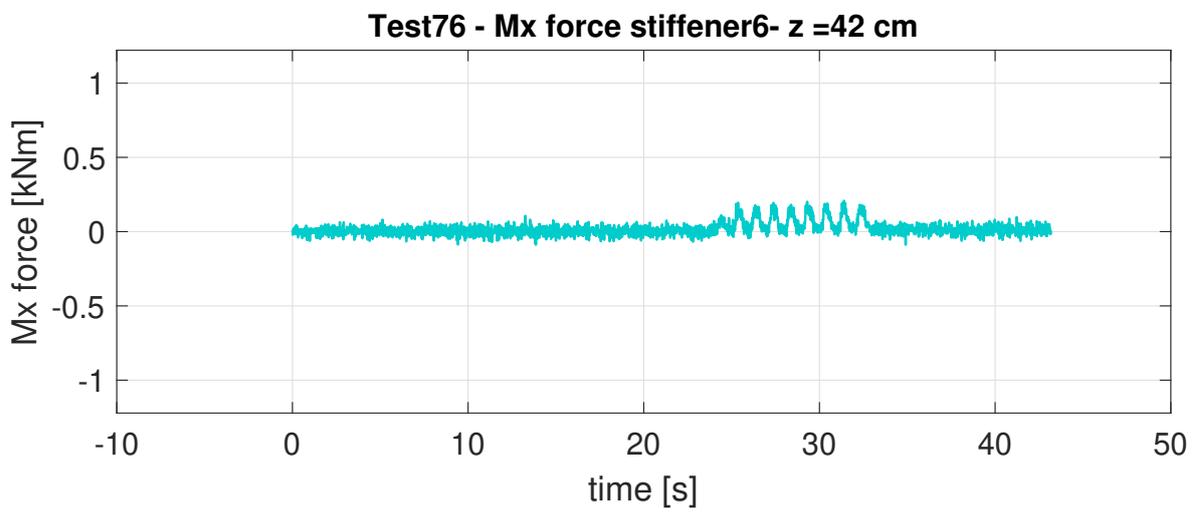
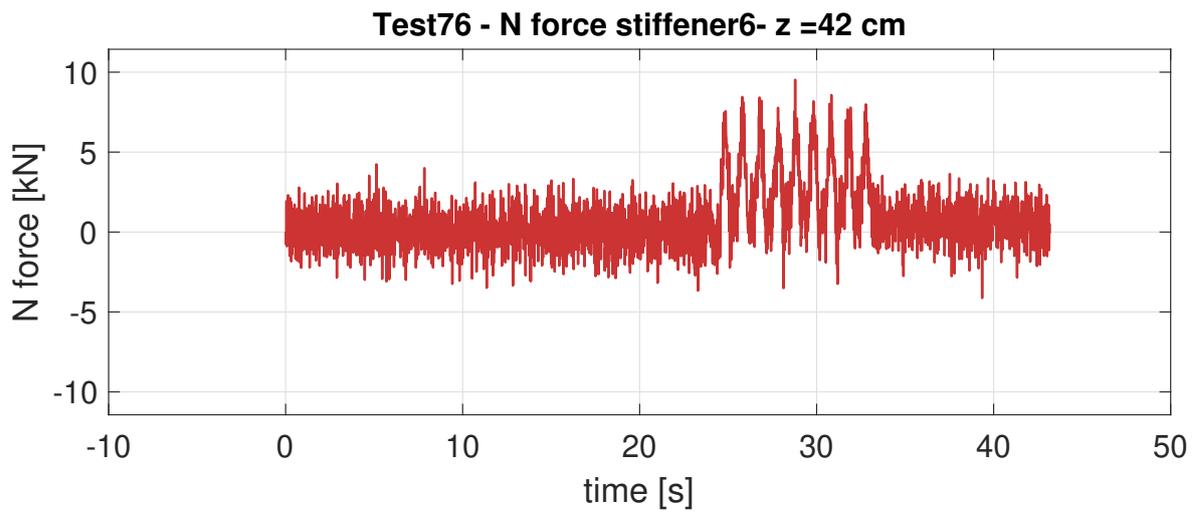
- Sinusoide 0.5 g
  - Montante numero 4



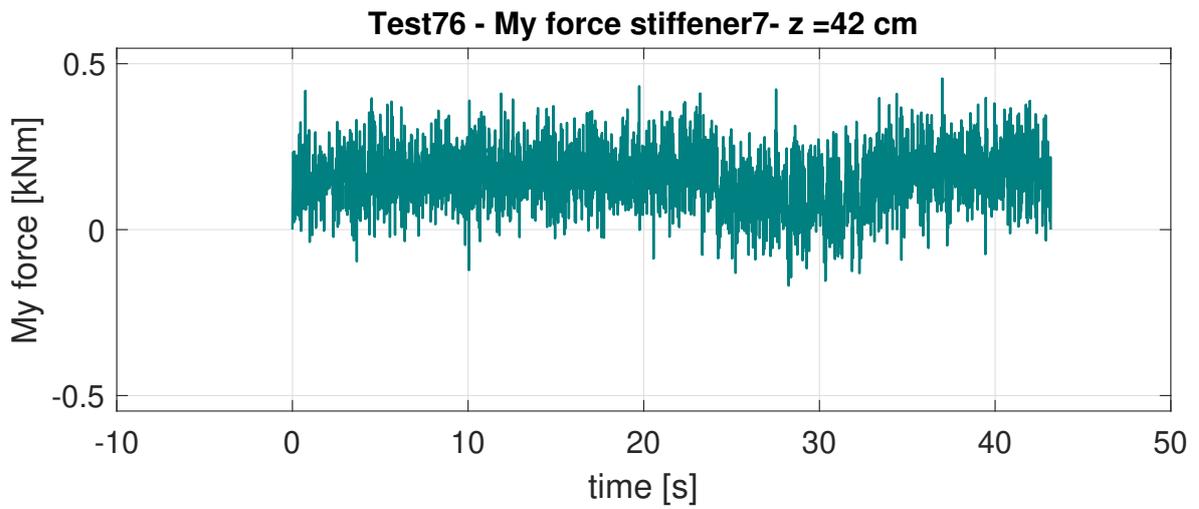
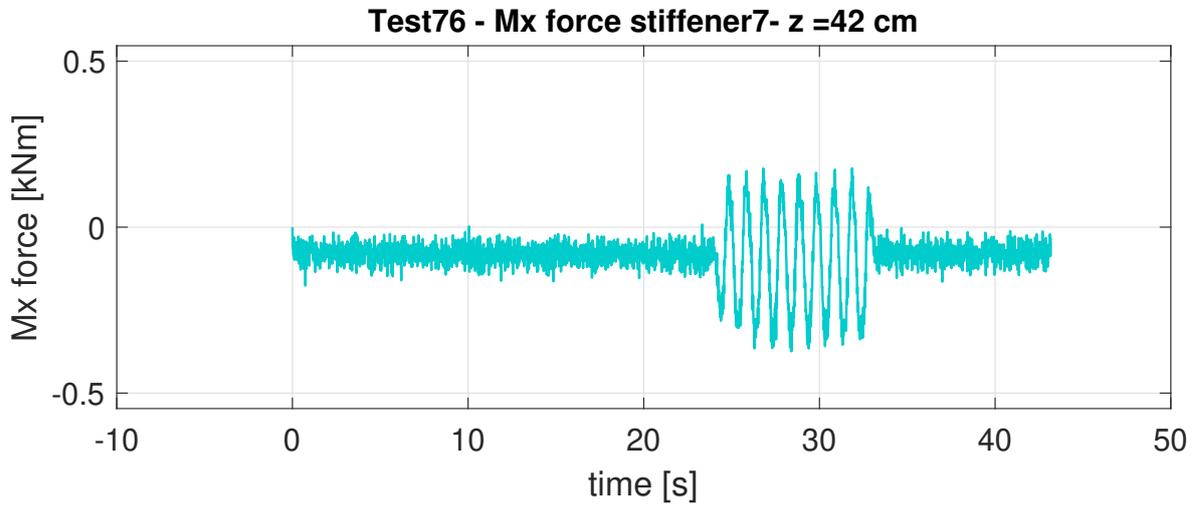
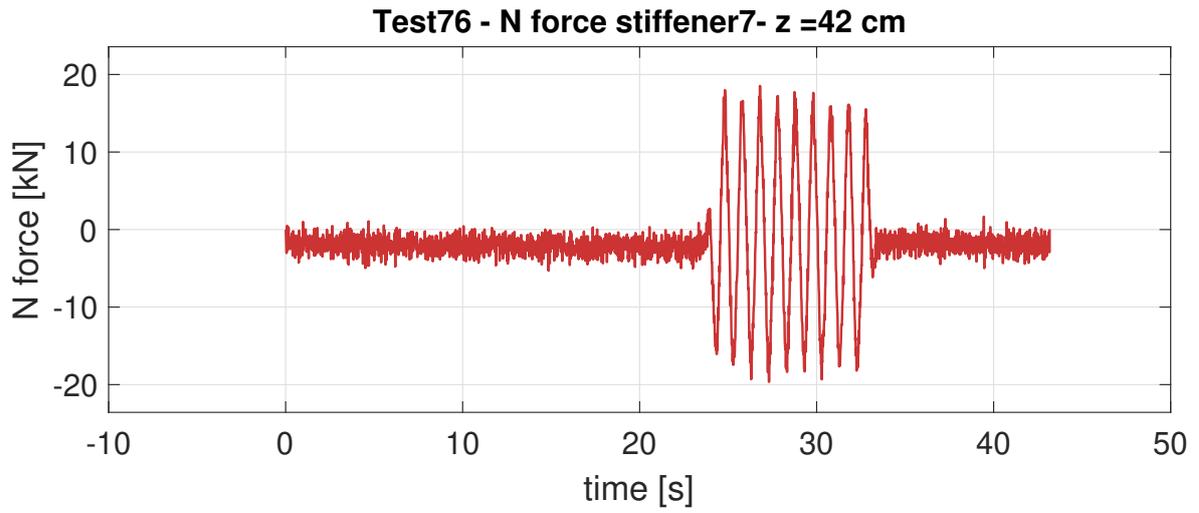
- Montante 5



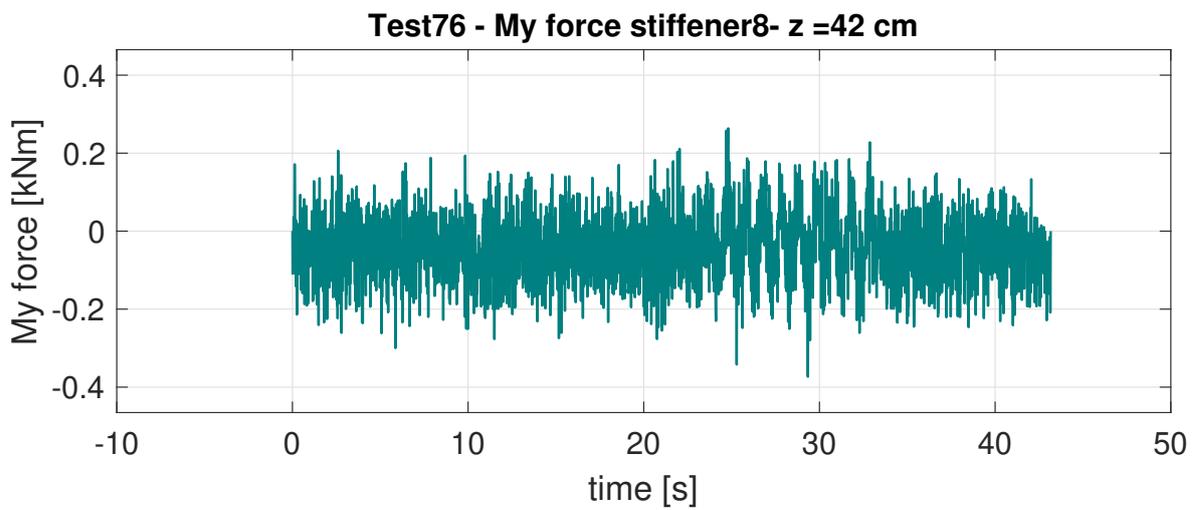
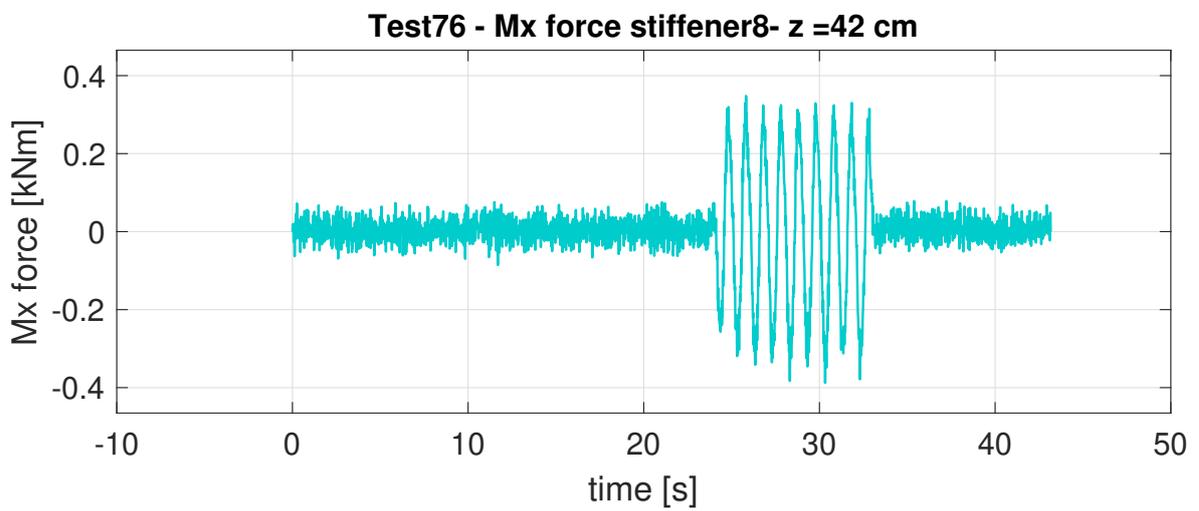
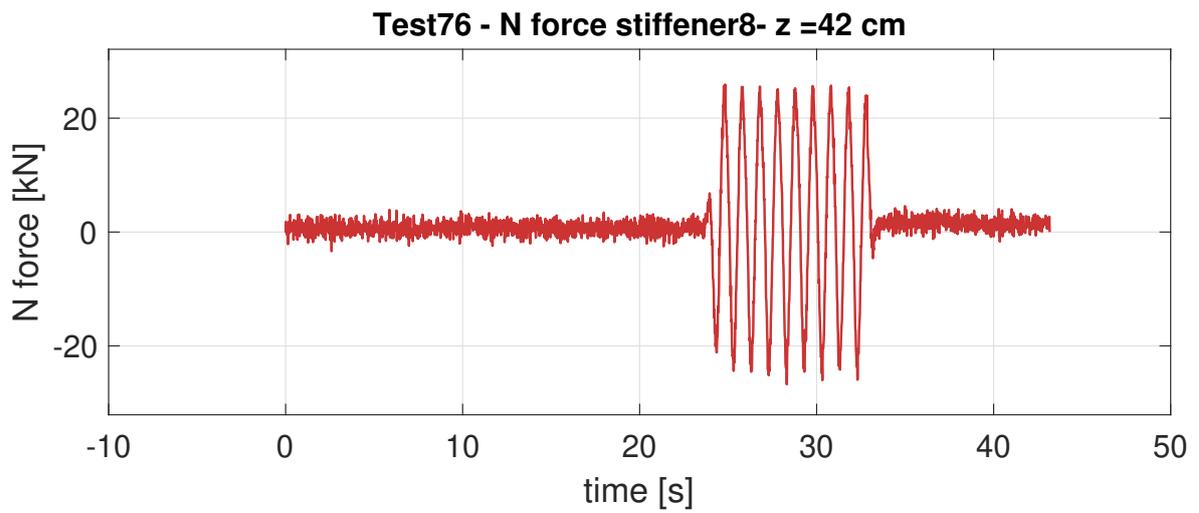
– Montante 6



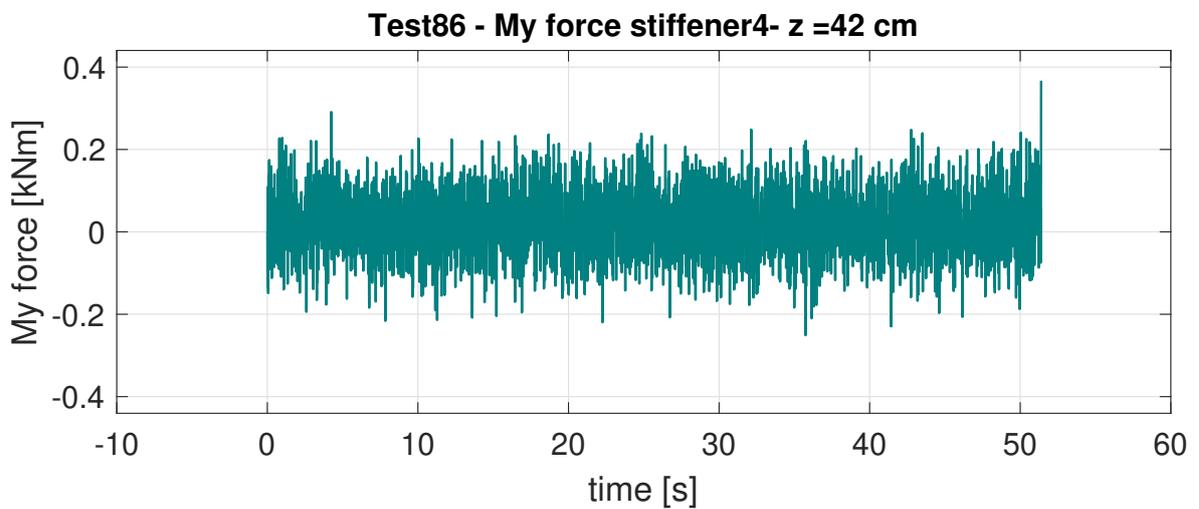
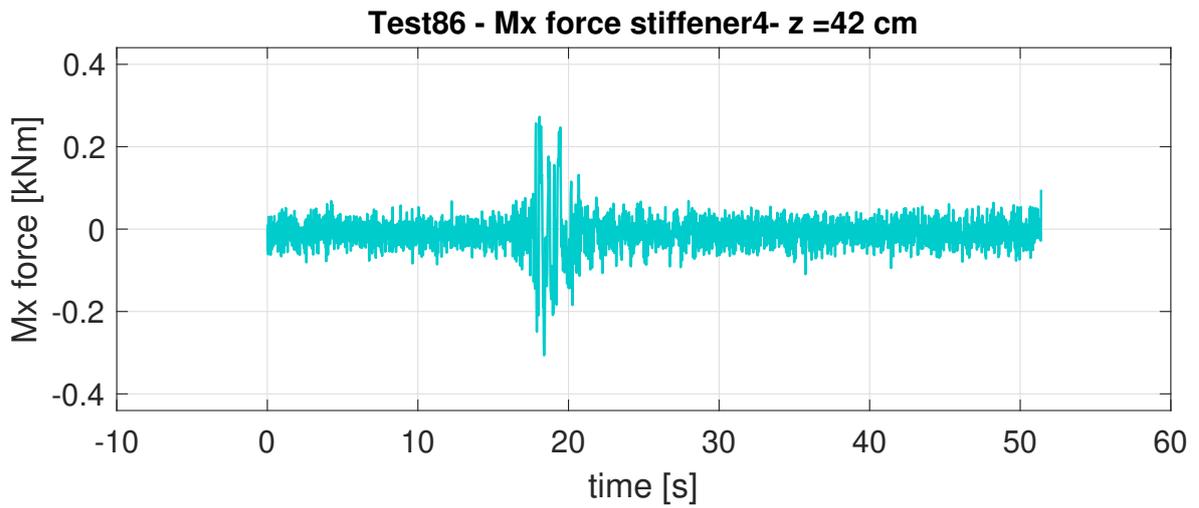
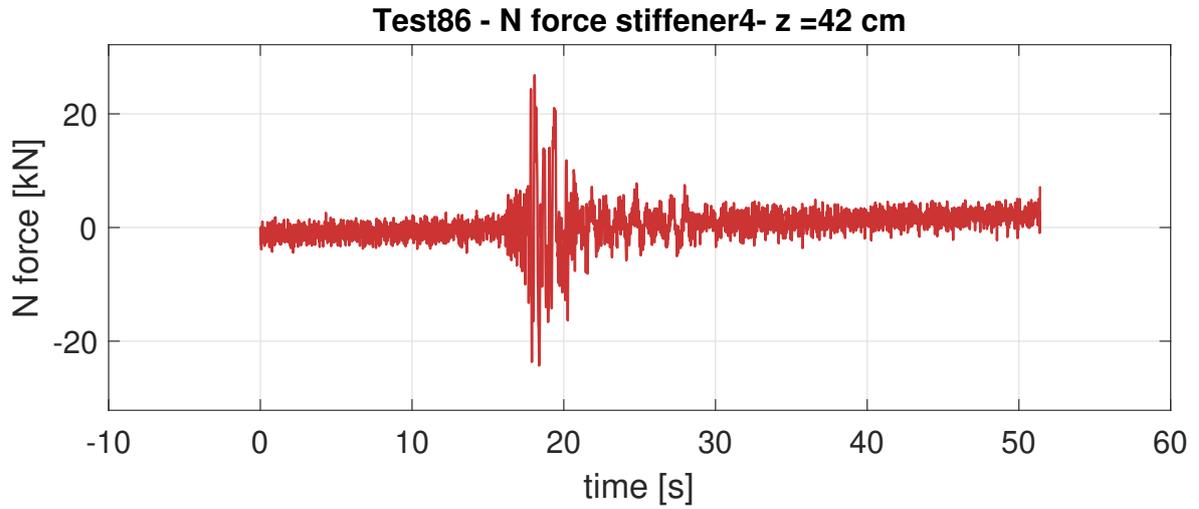
- Montante 7



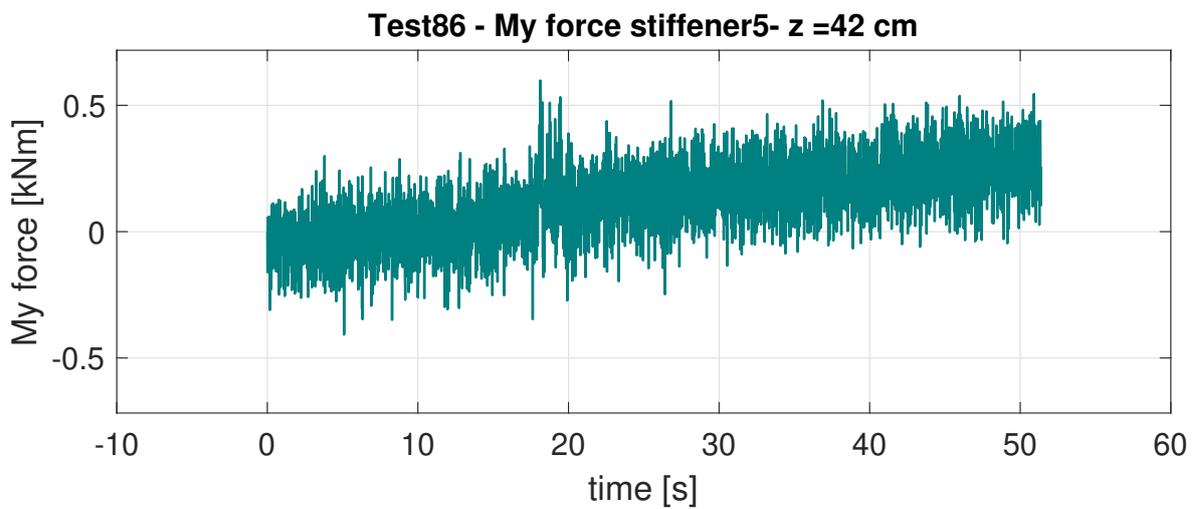
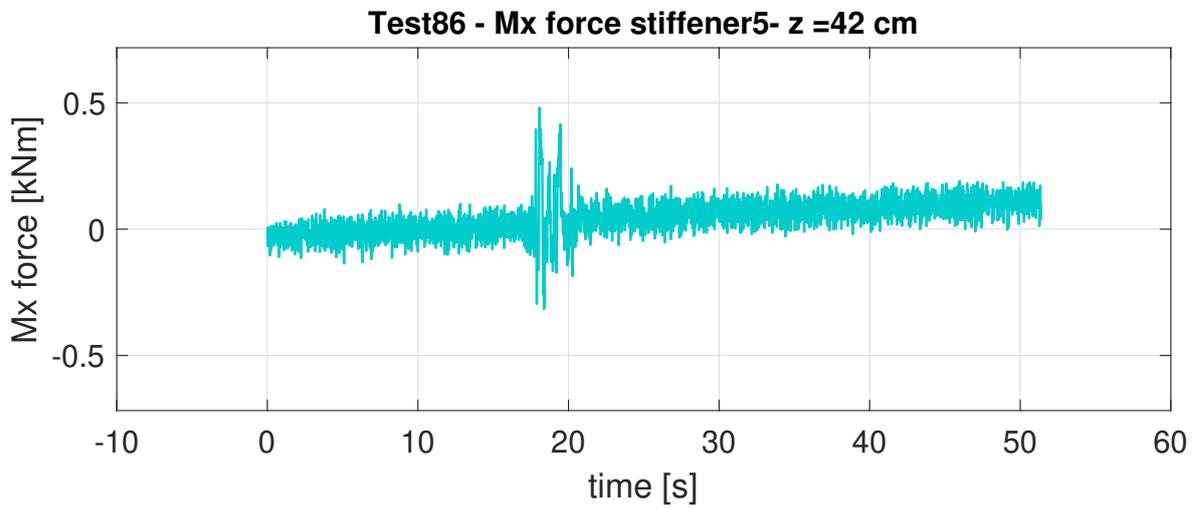
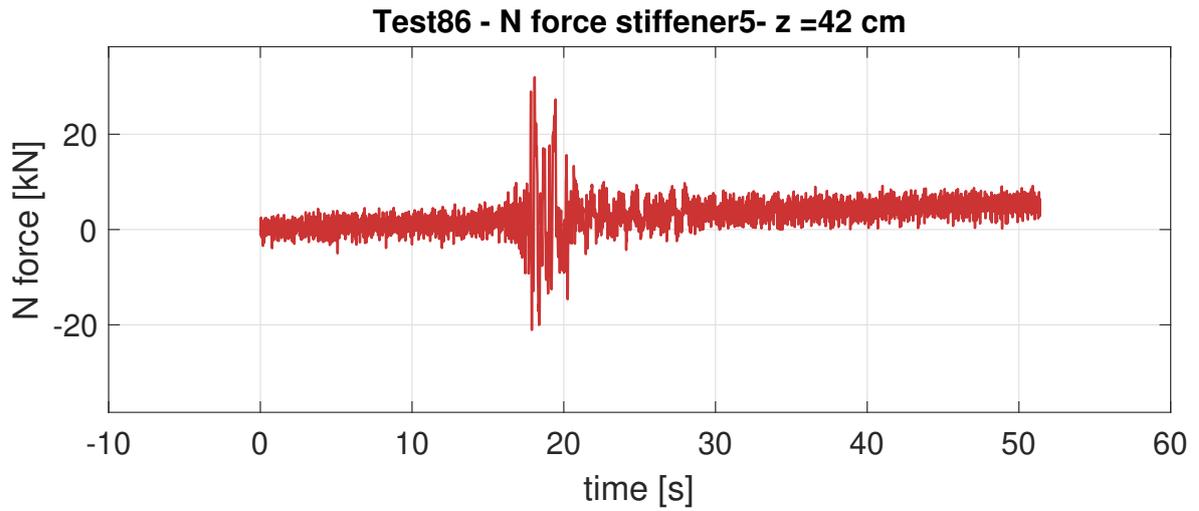
– Montante 8



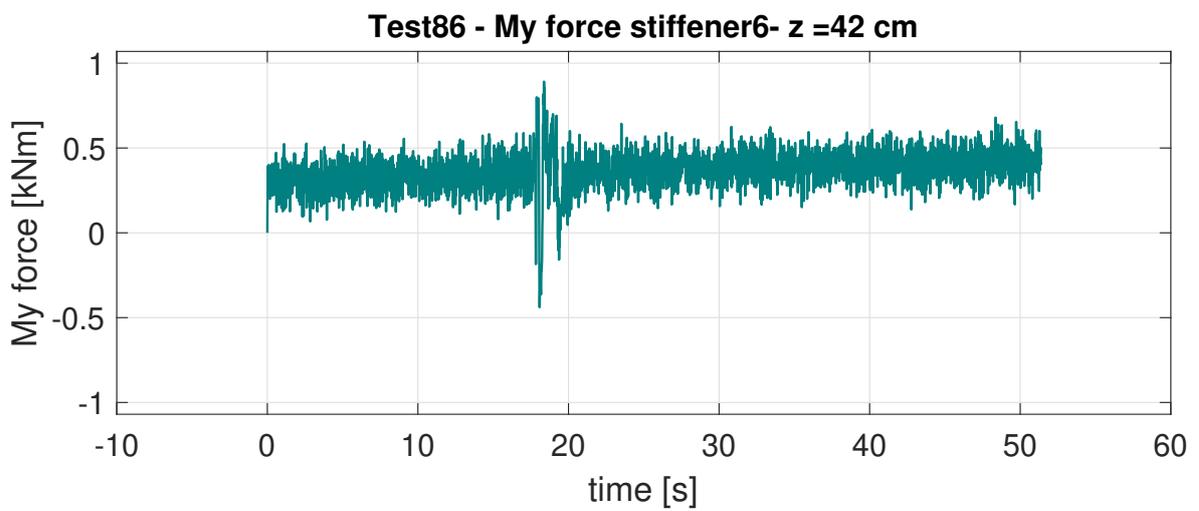
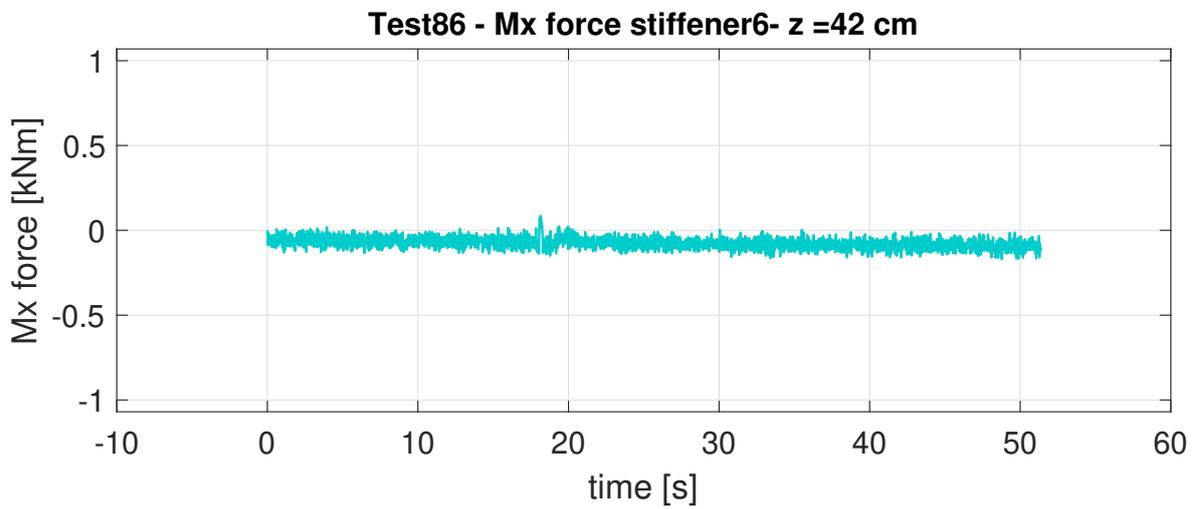
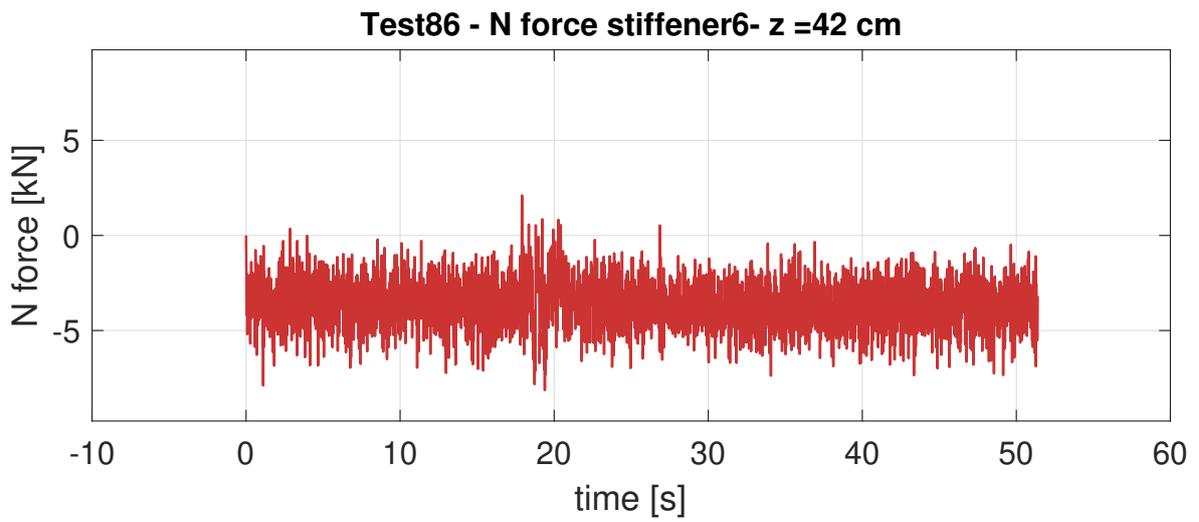
- Terremoto RS3 0.5 g
  - Montante numero 4



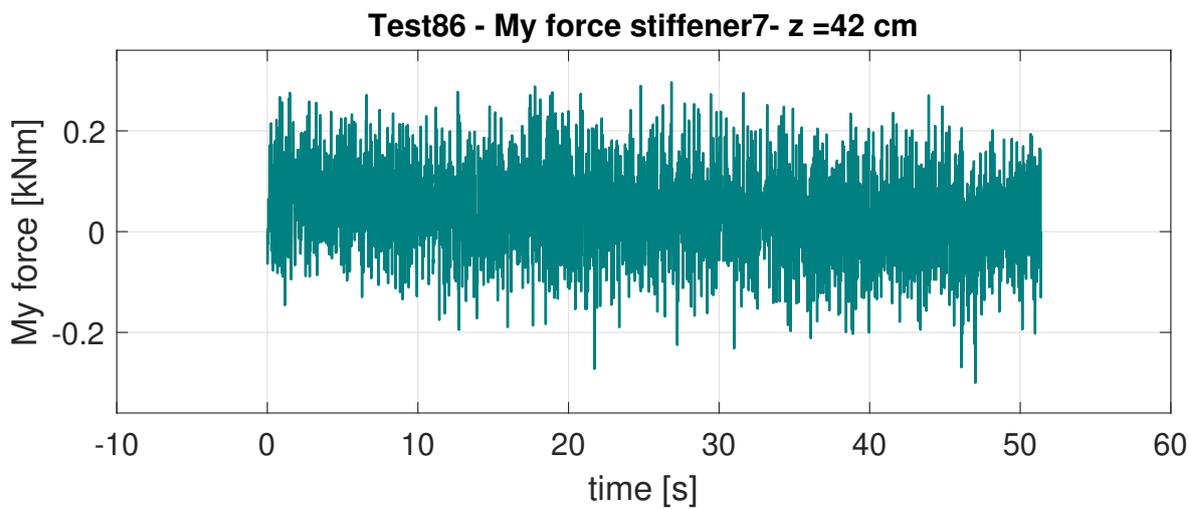
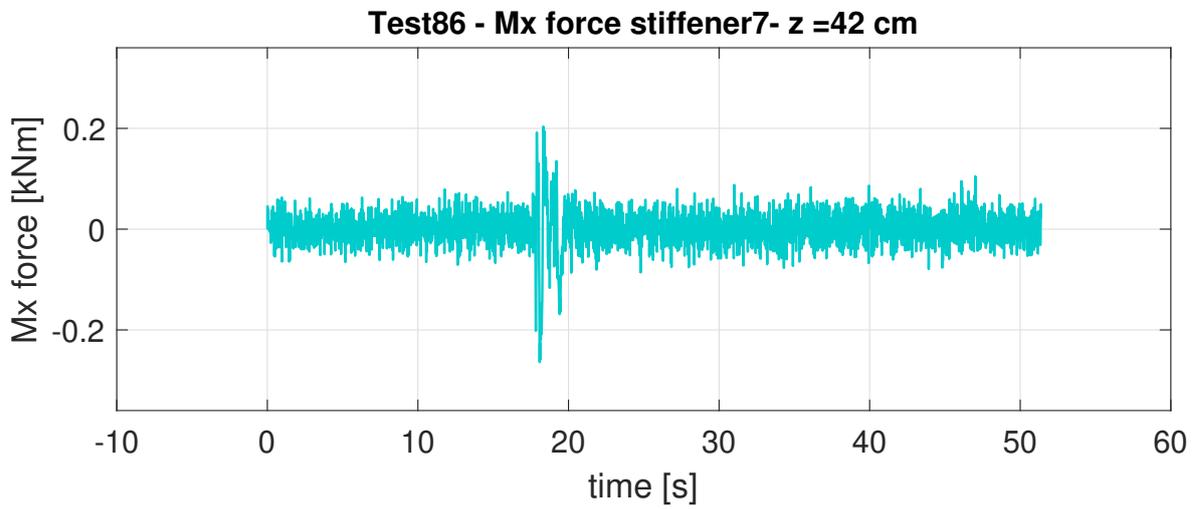
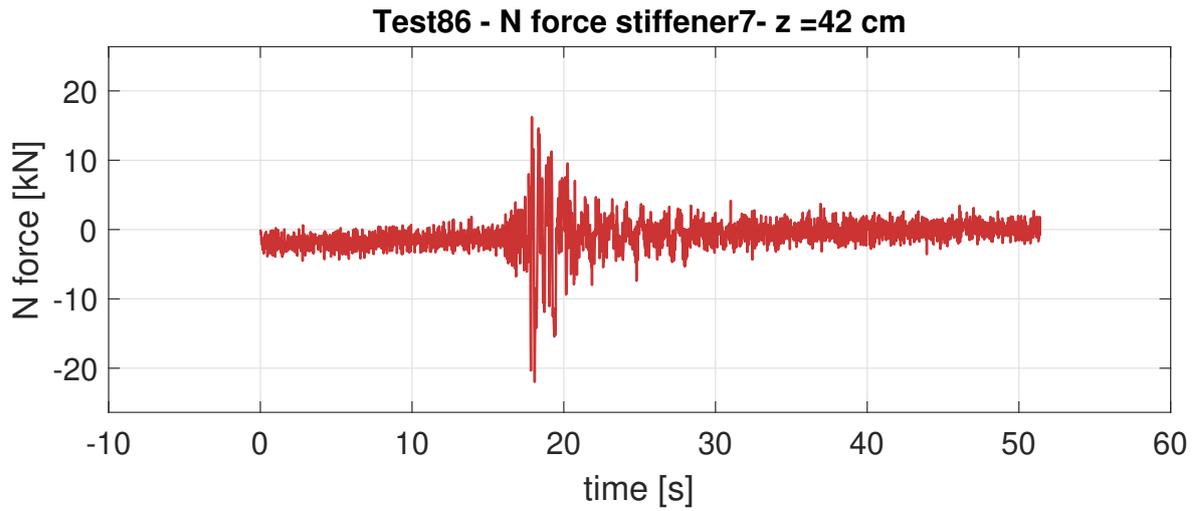
- Montante 5



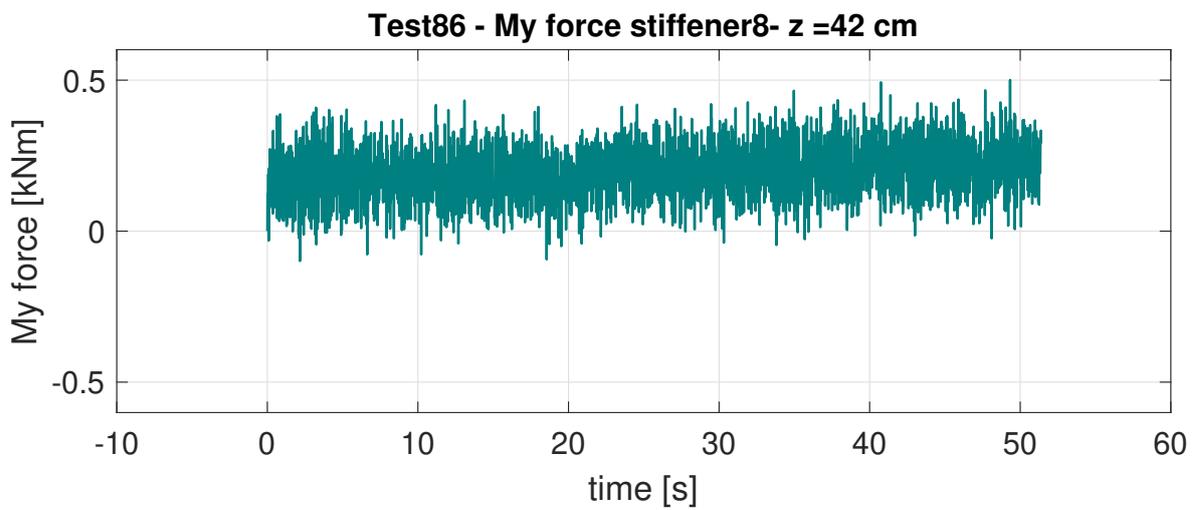
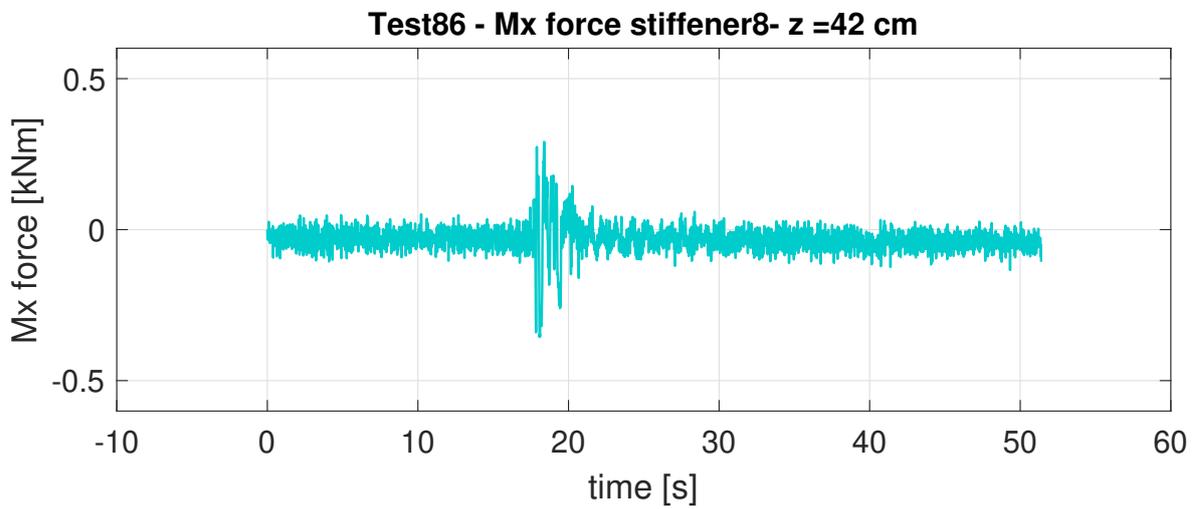
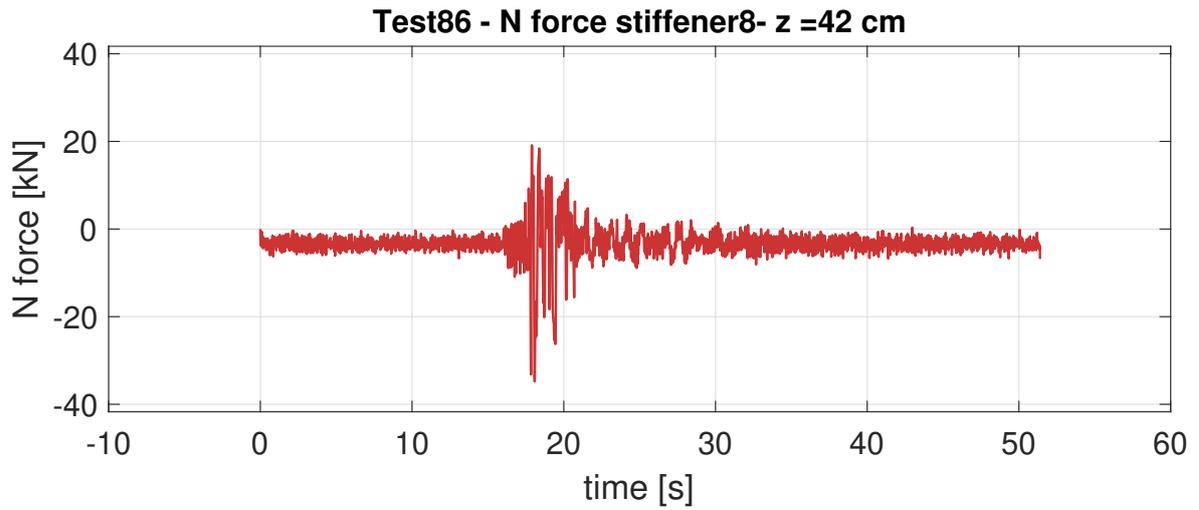
– Montante 6



- Montante 7

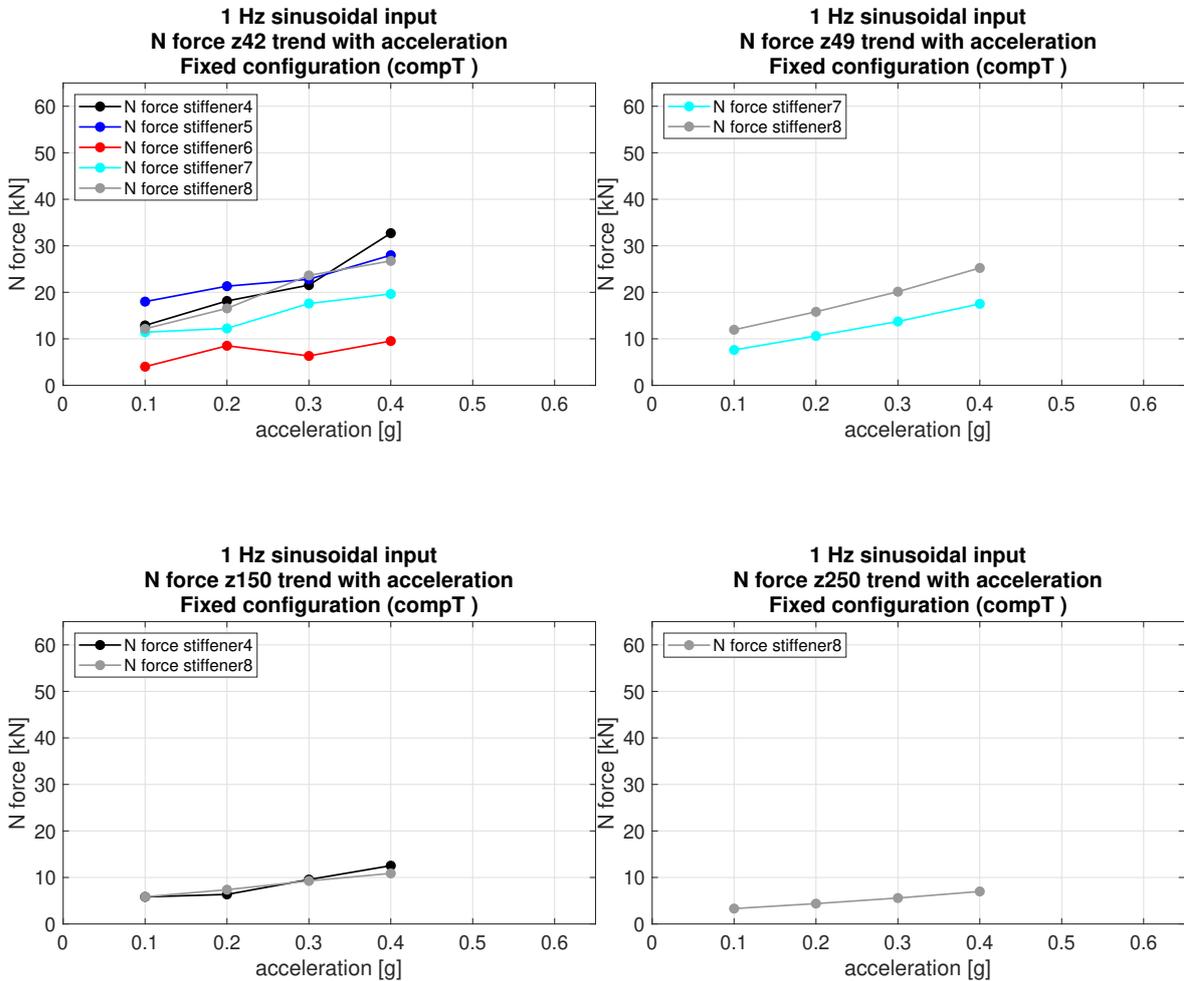


– Montante 8

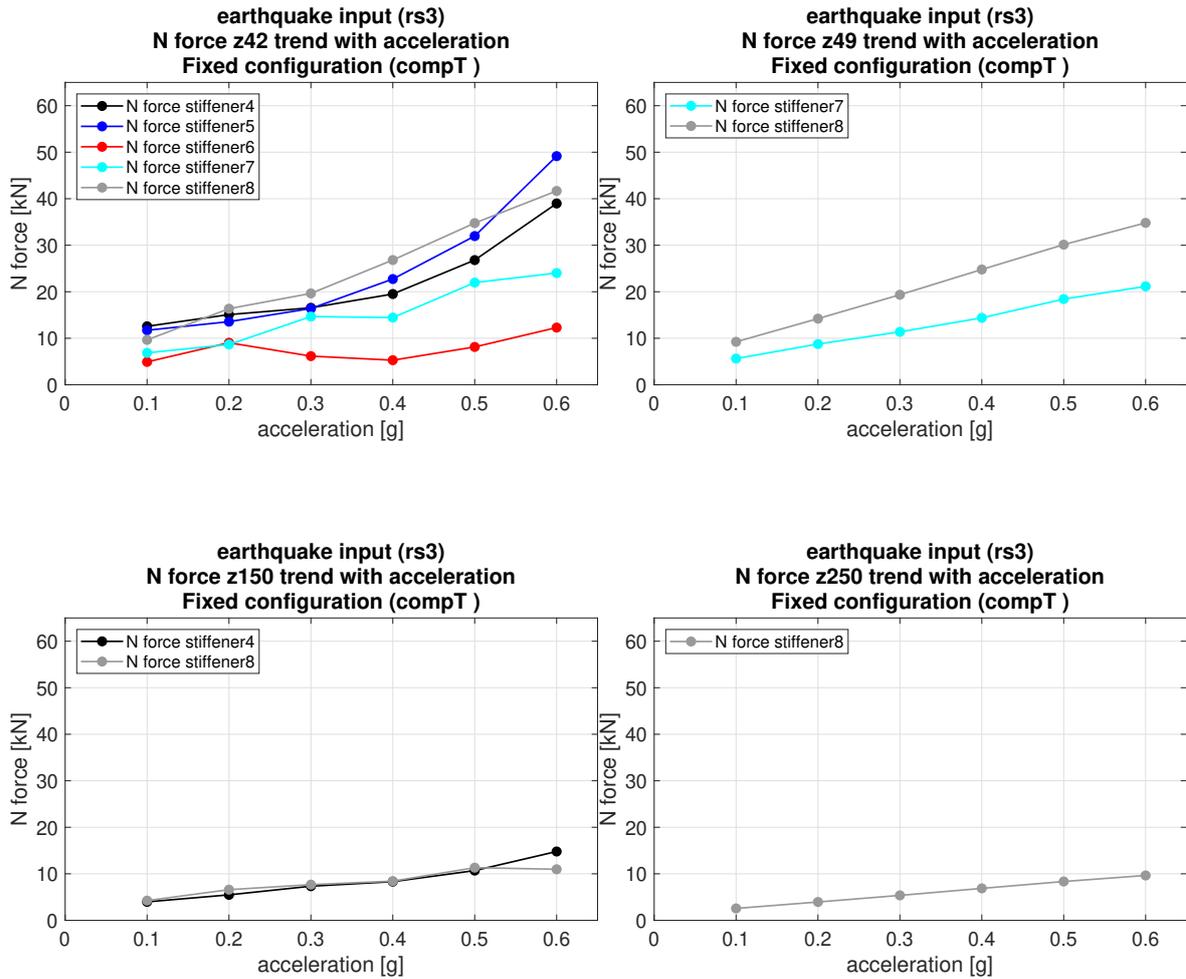


Sulla base dei risultati appena ottenuti è possibile rappresentare il valore di sforzo normale massimo in relazione all'accelerazione, per i medesimi test, alle diverse quote. I risultati relativi a tutti i test in tabella 5 sono riportati in appendice A.

- Sinusoide



- Terremoto RS<sub>3</sub>



Dai grafici riportati si osserva un andamento pseudo-lineare dello sforzo normale con l'accelerazione.

#### 4.5.5 Confronto pressione - sforzo normale

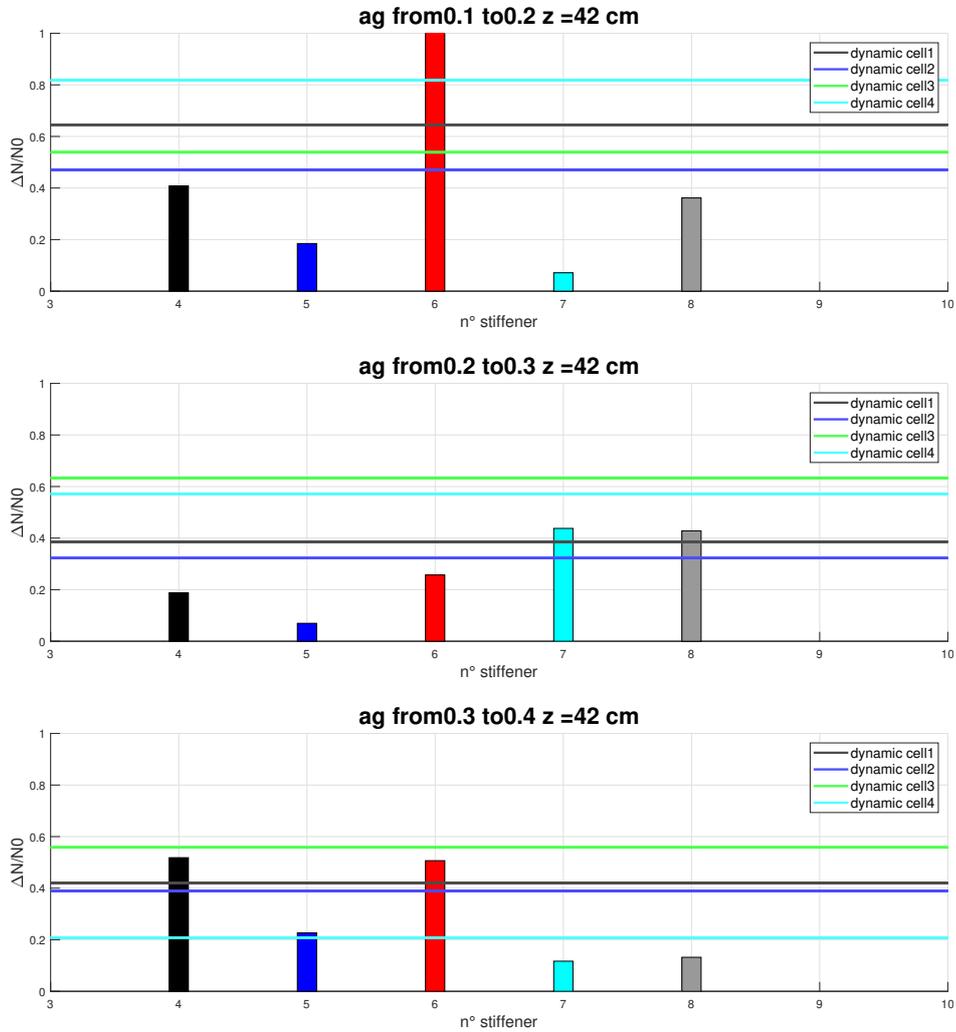
Visti gli andamenti lineari delle sovrappressioni dinamiche e degli sforzi normali vengono qui riportati dei grafici per investigare una loro possibile contemporaneità di incremento, fissando l'attenzione alla quota di 42 cm. I seguenti grafici sono stati costruiti calcolando per ogni incremento di accelerazione le quantità:

$$\begin{cases} \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} \\ \frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_{i+1} - N_i}{N_i} \end{cases}$$

Dove  $i$  indica il livello di accelerazione.

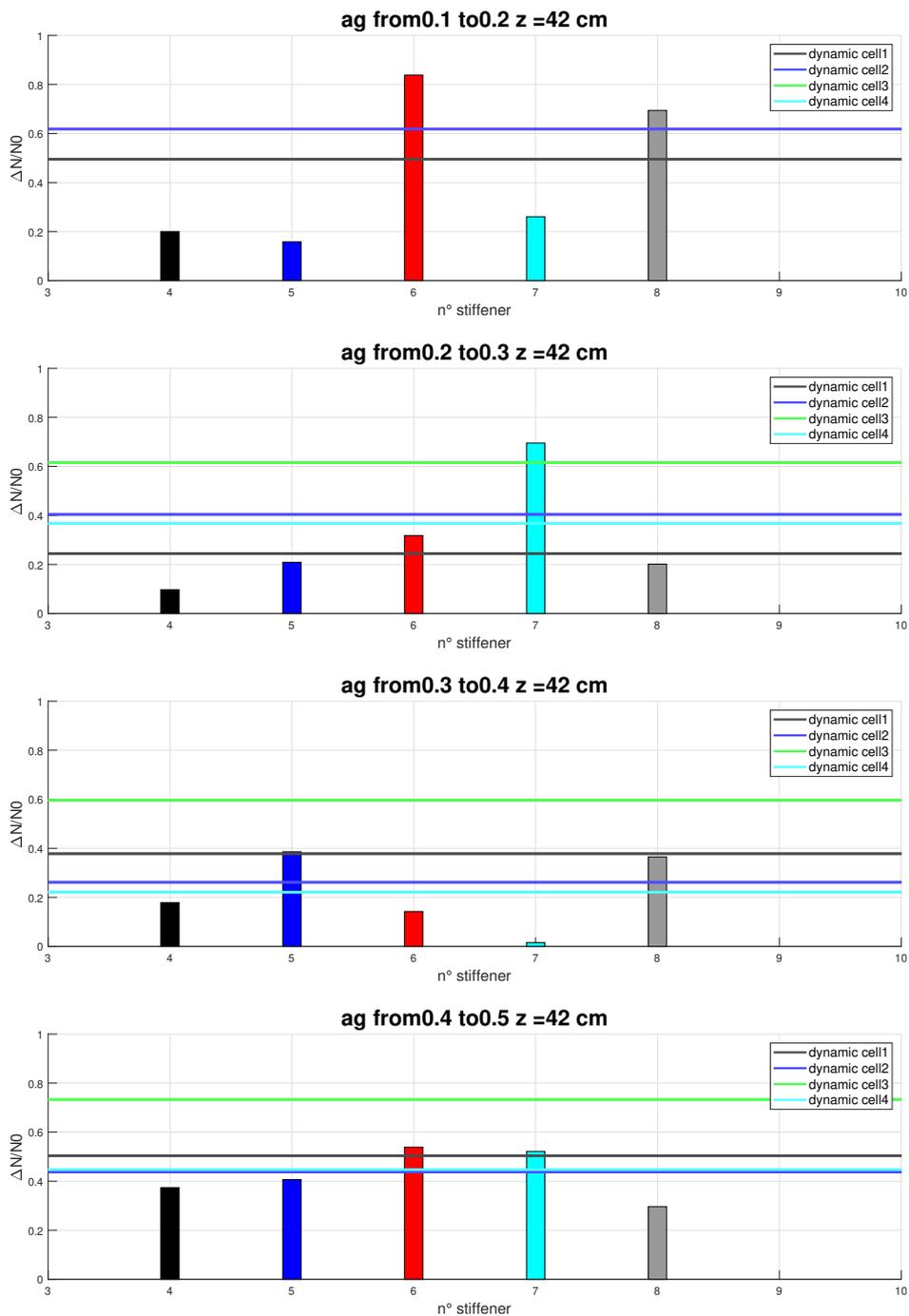
Si riportano di seguito i grafici relativi ad un input sinusoidale ed un terremoto, a  $z=42$  cm. I risultati per i test in tabella 5 sono riportati in appendice A.

- Sinusoide



**Figura 26:** Diagramma di contemporaneità di pressione e sforzo normale: sinusoidale

- Terremoto RS<sub>3</sub>



**Figura 27:** Diagramma di contemporaneità di pressione e sforzo normale: terremoto

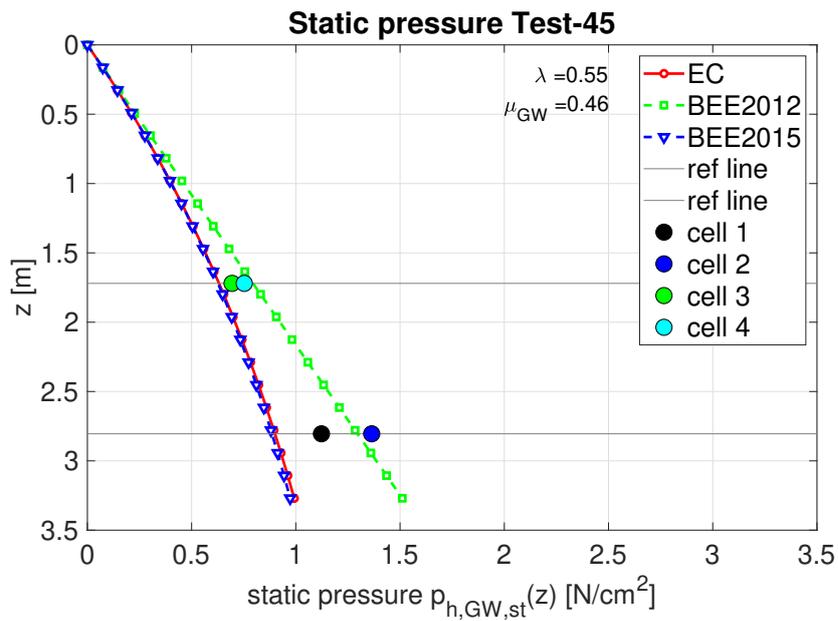
Come si può notare non vi è una contemporaneità tra l'aumento di pressione e l'aumento di sforzo normale, questo suggerisce la presenza di un meccanismo resistente che oltre a coinvolgere i montanti potrebbe coinvolgere anche le pareti del silo.

#### 4.5.6 Confronto delle diverse teorie

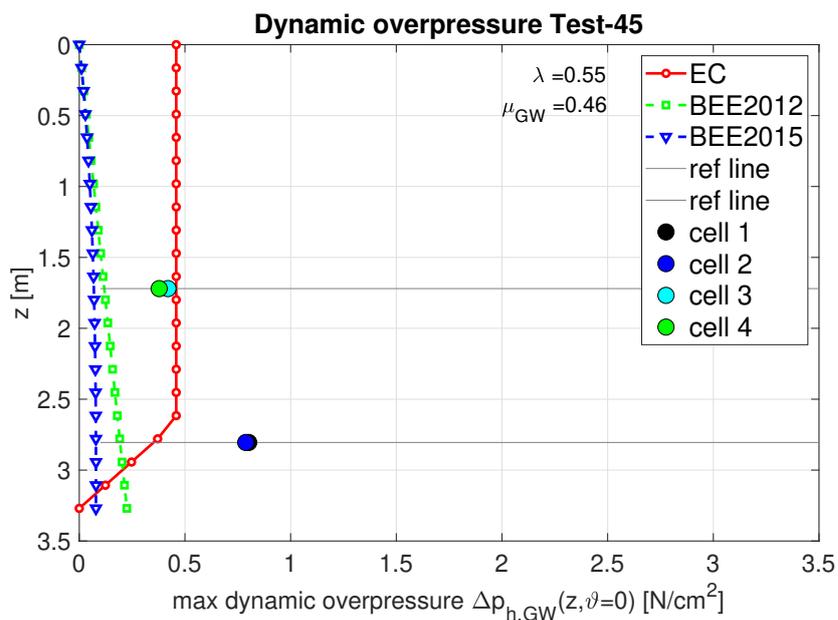
Uno degli obiettivi dei tests era proprio quello di validare le teorie proposte dalla ricerca scientifica [3] [2]. Nelle figure seguenti sono rappresentati i valori sperimentali, misurati considerando input di tipo sinusoidale, di pressione statica, dinamica e totale sovrapposti a quelli previsti teoricamente.

- Sinusoide 0.3 g

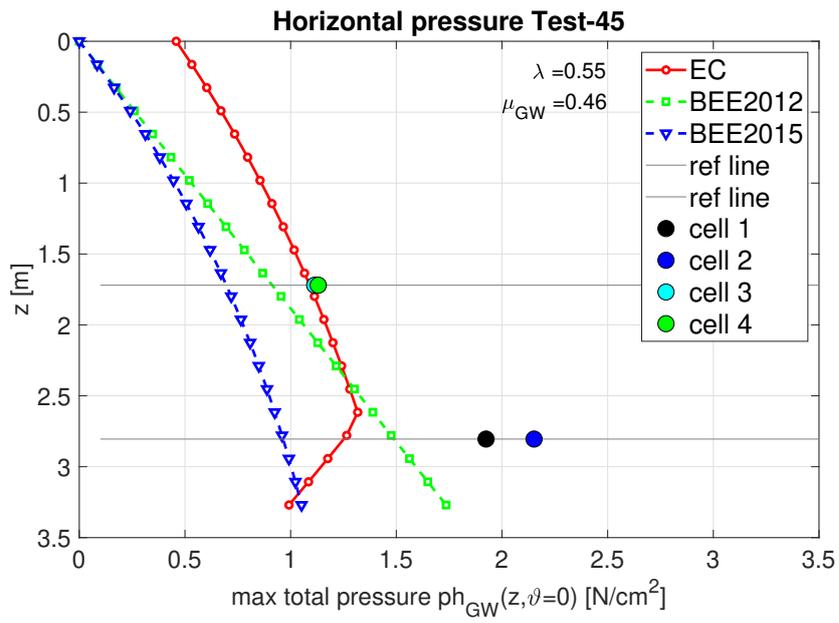
– Pressione statica



– Sovrappressione dinamica

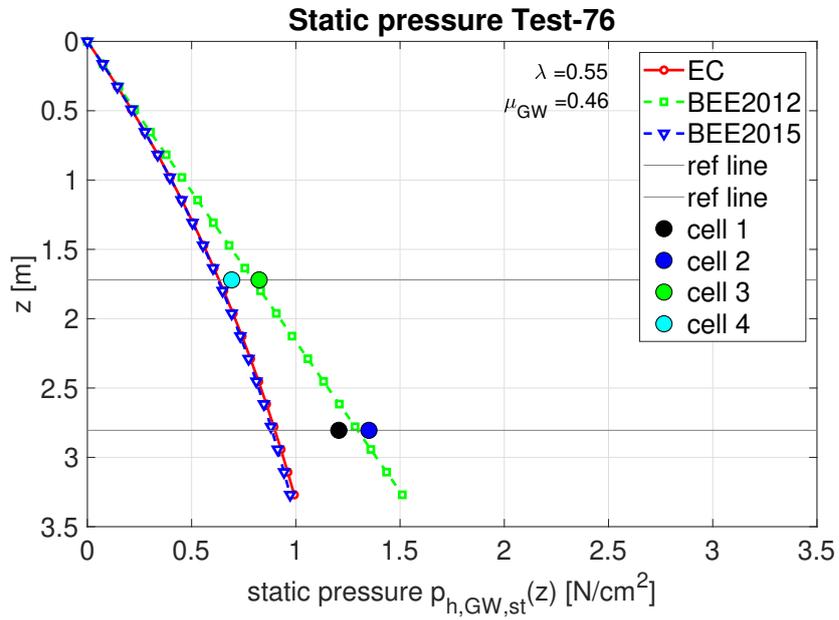


– Pressione totale

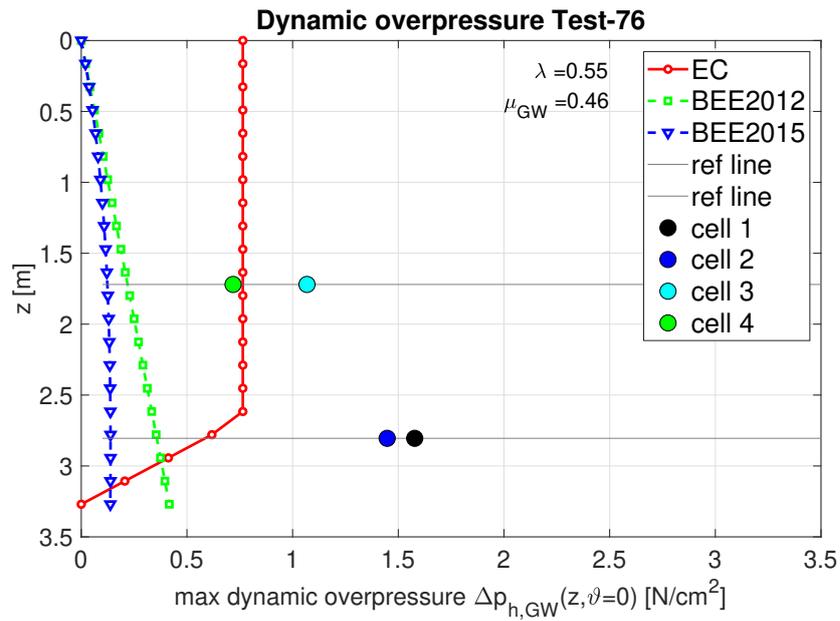


• Sinusoide 0.5 g

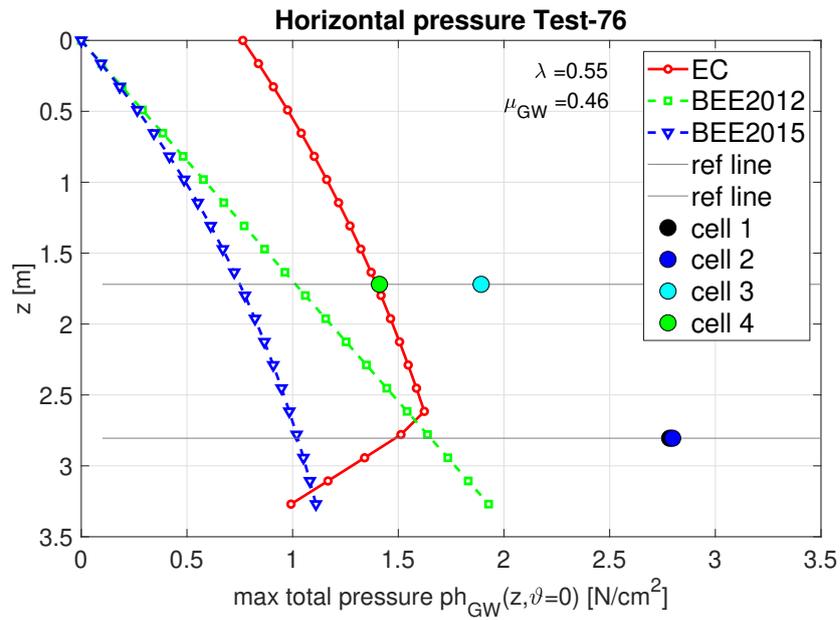
– Pressione statica



## – Sovrappressione dinamica



## – Pressione totale



Si riportano qui le espressioni, già descritte nel primo capitolo, delle sovrappressioni dinamiche proposte dalle varie teorie:

$$\begin{aligned}
\text{Eurocodice 8: } \Delta p_{h_{so}} &= \alpha_{eho} \cdot \gamma \cdot \min(r_s, 3x) \\
\text{Silvestri et al: } \Delta p_h(z, \theta) &= \frac{\lambda \cdot \gamma \cdot z}{\nu_o(1 - \nu_o \alpha_{eho} \cos \theta \mu_{GW})} - \lambda \gamma (1 + \alpha_{eho}) z \\
\text{Pieraccini et al: } \Delta p_h(z, \theta) &= \frac{p_{h,GG}(z)(R - s(z, \theta))}{\beta_o(\theta)R} - \lambda \cdot \gamma \cdot z \cdot \frac{\sqrt{\omega(z)^2 + R^2} - \omega(z)}{R}
\end{aligned}
\tag{16}$$

Le pressioni statiche sembrano quindi seguire un andamento lineare con l'altezza. Le sovrappressioni dinamiche, e di conseguenza anche quelle totali, sono invece in disaccordo con le varie teorie, compreso l'Eurocodice. Risulta quindi necessaria una revisione delle teorie proposte oltre che un studio più approfondito di fenomeni locali nel grano che possano aver compromesso le misurazioni. Come descritto nelle equazioni 16 la risposta del sistema dipende fortemente dai parametri del grano ( $\lambda$  e  $\mu_{GW}$ ), per tale motivo è necessario quindi approfondire lo studio delle proprietà meccaniche del sistema grano-silo.

Per tale aspetto si consulti la tesi: *On the mechanical properties of a "grain-silo system" for the interpretation of shaking-table tests on a full-scale flat-bottom steel silo* di Sulyman Mansour.

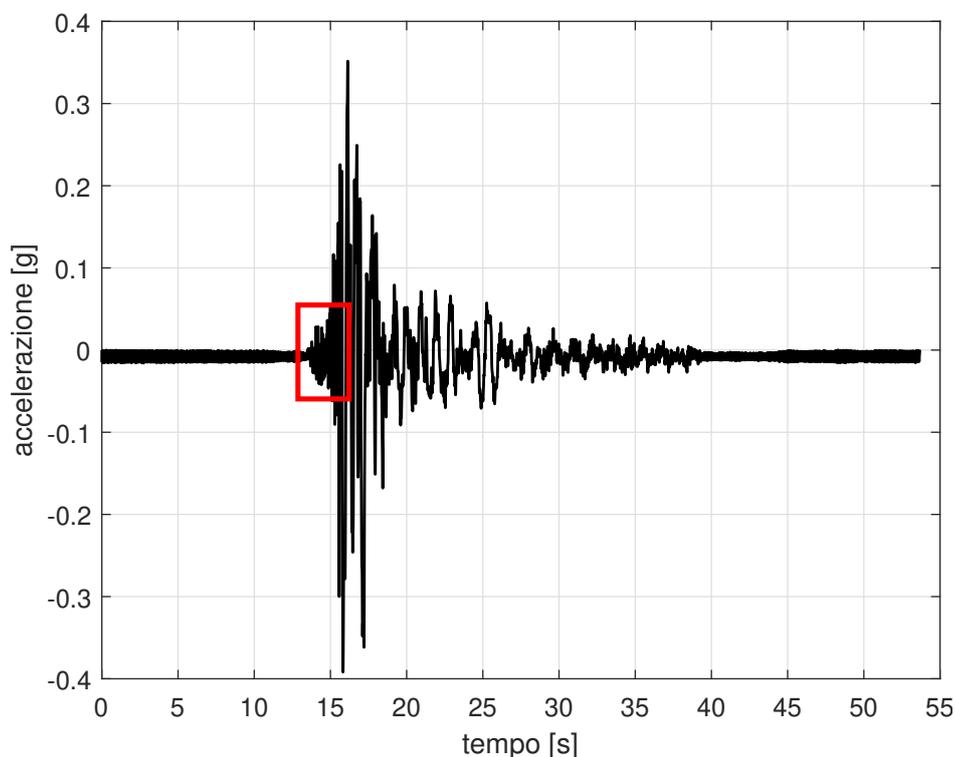
## 4.6 MARKERS

Per l'analisi dei risultati dei markers si consulti il lavoro di tesi di Caterina Neri: *Prove su tavola vibrante di un silo metallico a fondo piano: analisi della risposta sismica mediante misurazioni ottiche.*

# 5

## ANALISI DEL SEGNALE E IDENTIFICAZIONE DINAMICA

I dati che rappresentano un fenomeno fisico e che da questo sono ottenuti attraverso uno strumento di misura sono denominati segnali. Il fenomeno fisico viene tradotto dallo strumento in un segnale elettrico che successivamente viene filtrato e trasformato e assume, ad esempio, l'andamento in figura:

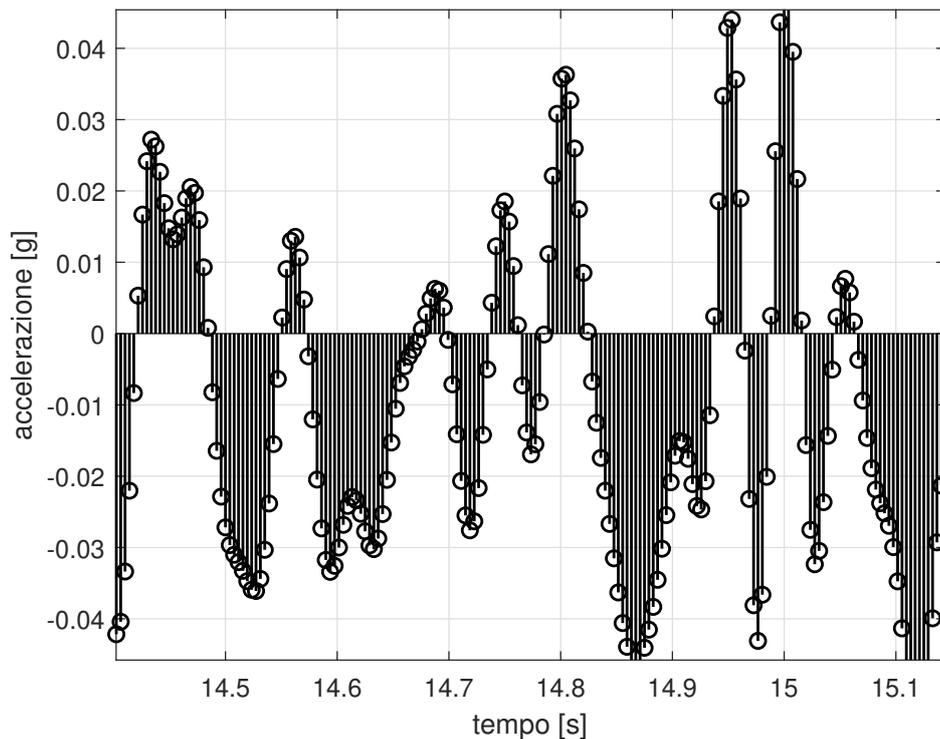


**Figura 28:** Segnale misurato da un accelerometro

I principali metodi di analisi dei segnali di misura possono essere divisi in quelli operanti nel *dominio del tempo* e quelli nel *dominio della frequenza*. Questi due approcci sono tra loro intercambiabili, nel senso che, sotto opportune condizioni, nessuna informazione viene persa nel passare da un dominio all'altro. Il vantaggio che deriva dall'introduzione dei due domini è la possibilità di cambiare la prospettiva con la quale si osserva un dato fenomeno. In questo modo un problema che appare di difficile soluzione in un dominio può risultare molto più semplice nell'altro. Lo strumento matematico che consente di trasferire lo studio dei segnali e dei sistemi dal dominio del tempo al dominio della frequenza è la trasformata di Fourier, che consente di rappresentare un segnale come somma di esponenziali periodici. Poi-

ché in generale la trasformata di Fourier è complessa può essere descritta mediante gli spettri di ampiezza e fase.

I segnali ottenuti dagli strumenti di misura rappresentano un campionamento del segnale legato al fenomeno continuo osservato. Il risultato è quindi un segnale che è discreto ottenuto "prelevando" campioni dal segnale continuo con frequenza, detta di campionamento, pari a  $F_s$ . Tale fenomeno è riportato in figura 29 che è uno zoom sul segnale in figura 28.



**Figura 29:** Parte di un segnale campionato

Per tali segnali la trasformata di Fourier viene scritta in termini di sommatoria ed è nota come *trasformata discreta di Fourier (DFT)* e consente di valutare in contenuto armonico nell'intervallo  $(0, F_s)$ . Tale passaggio è dato dal fatto che la sequenza finita di  $n$  campioni nel tempo può essere considerata appartenente a una successione di sequenze di periodo  $T = nT_s$  che si ripetono indefinitamente dando luogo a un segnale periodico con frequenza  $f = 1/T$ .

Lo spettro della sequenza di campioni replicata nel tempo con periodo  $T$  risulta allora uno spettro a righe, spaziate di  $f=1/T = 1/nT_s$ . Il valore  $f$  costituisce la risoluzione in frequenza della DFT. La trasformata discreta di Fourier assume la seguente espressione:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-ik\frac{2\pi}{N}} \quad \text{con: } k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (17)$$

dove  $N$  è la lunghezza del campione. In genere il risultato di 17 è un numero complesso e può essere rappresentato ad esempio in termini di ampiezza e fase le cui espressioni sono:

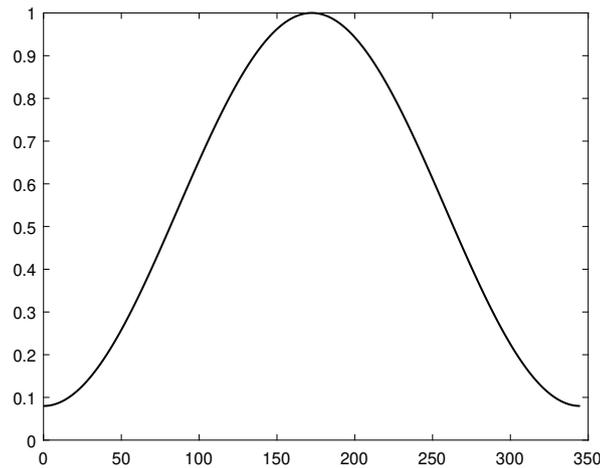
$$\begin{aligned} A_k &= |X_k| = \sqrt{\operatorname{Re}(X_k)^2 + \operatorname{Im}(X_k)^2} \\ \varphi_k &= \arg(X_k) = \operatorname{atan2}(\operatorname{Im}(X_k), \operatorname{Re}(X_k)) \end{aligned} \quad (18)$$

## 5.1 TRONCAMENTO DEL SEGNALE E FINESTRATURA

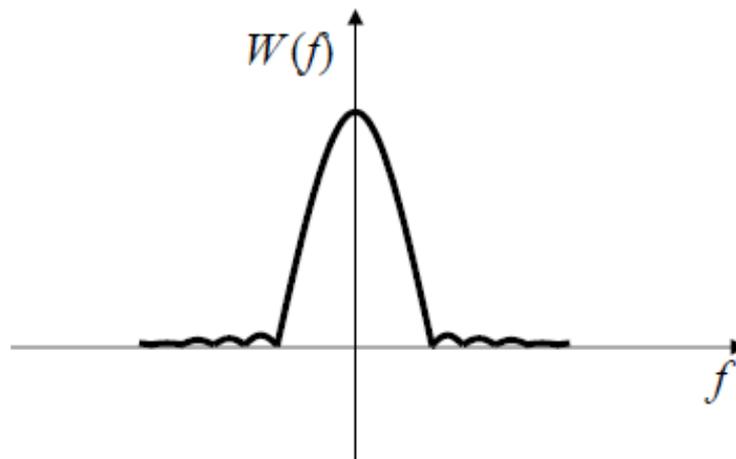
L'analisi di Fourier si applica formalmente a segnali di durata infinitamente estesa e pertanto anche la sequenza dei campioni che rappresenta il segnale in forma discreta dovrà essere teoricamente di lunghezza infinita, ipotesi non realizzabile nella pratica. Il segnale campionato si può considerare come una porzione del segnale generico  $x(t)$ , prelevata attraverso una opportuna finestra temporale  $w(t)$  (detta anche finestra di troncamento o di osservazione) di andamento periodico. L'applicazione di una finestra consiste nella seguente espressione:

$$\begin{aligned} x_w(t) &= x(t) \cdot w(t) \\ &\Downarrow \\ X_w(f) &= X(f) \cdot W(f) \end{aligned} \quad (19)$$

essendo  $X_w(f)$  la trasformata di Fourier del segnale finestrato. Tale operazione aggiunge su tale trasformata, attraverso  $W(f)$  (trasformata di Fourier della finestra) una distorsione detta di leakage (dispersione). L'entità di tale dispersione dipende dalla durata della finestra di osservazione e dal suo andamento temporale, infatti quest'ultimo determina l'andamento dei lobi laterali della dispersione che sono legati all'accuratezza con il quale viene stimato lo spettro del segnale. Per tale motivo, nelle operazioni riportate nei paragrafi successivi, sono state usate finestre di Hamming (figura 5.30(a)) la cui trasformata di Fourier è riportata in figura 5.30(b). Gli effetti di una finestratura sono infatti "peggiori" nelle zone di estremità, mentre nella parte centrale mantengono inalterato il segnale originario.



(a) Finestra di Hamming



(b) Trasformata di Fourier

**Figura 30:** Finestra di Hamming e sua trasformata di Fourier

## 5.2 SEGNALI STOCASTICI

I segnali stocastici (random, sisma, ecc...) sono descrivibili solamente in termini probabilistici, per tale motivo la trasformata discreta di Fourier non è definita. Si fa l'ipotesi che tali segnali siano stazionari, cioè con distribuzione di probabilità congiunta che non cambia se viene traslata nel tempo (di conseguenza anche la media e la varianza), ed ergodici, cioè le medie statistiche tendono a quelle temporali. Sulla base di tale ipotesi è possibile ottenere una stima (non essendo definita la DFT) della densità spettrale di potenza attraverso il metodo del periodogramma. Il metodo implementato per tale calcolo è quello di Welch, che risulta molto utile se si fa uso dell'algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*).

Per un segnale ergodico  $x(n)$  la sequenza di autocorrelazione (stima della funzione di autocorrelazione continua) è una funzione a tempo-discreta definita da:

$$r(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} \overline{x(n)} x(n+k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} x(n)x(n+k) \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (20)$$

dove  $\overline{x(n)}$  indica il complesso coniugato, che considerando segnali reali è uguale al segnale stesso.

Prendendo la relazione 20 come stimatore della funzione di autocorrelazione si sta automaticamente utilizzando come stimatore per la densità spettrale la trasformata di Fourier, essendo la densità spettrale la trasformata della funzione di autocorrelazione. Infatti:

$$P(f) = \sum_{n=0}^{N-1} r(n) e^{-ik \frac{2\pi}{N}}$$

sostituendo l'espressione 20:

$$\begin{aligned} P(f) &= \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} x(n)x(n+k) \right] e^{-ik \frac{2\pi}{N}} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n) e^{-ik \frac{2\pi}{N}}|^2 = \frac{1}{N} |X(f)|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

dove  $P(f)$  è quindi una stima della densità spettrale di potenza del segnale in esame ed è chiamato *periodogramma*.

Applicando quindi la DFT si ottiene una versione campionata del periodogramma, secondo i seguenti passaggi:

- si considera il segnale  $x(n)$  rappresentativo di un'osservazione di tempo  $N T_s$  e campionata con passo  $T_s = \frac{1}{F_s}$ , con  $F_s = 256 \text{ Hz}$  in queste prove;
- si calcola la DFT basata su  $N$  campioni di  $x(n)$ ;
- si calcola il modulo del vettore DFT e si divide per  $N$

Come accennato per il calcolo del periodogramma è stato implementato il metodo di Welch che prevede, in aggiunta ai passi sopracitati, il segnale campionato viene diviso in  $k = N/M$  sottosequenze di  $M$  campioni ciascuna. A ciascuna sottosequenza viene poi applicata una finestra di Hamming e successivamente viene calcolato il periodogramma. L'espressione 21 assume quindi, per il  $k$ -esimo periodogramma, la forma:

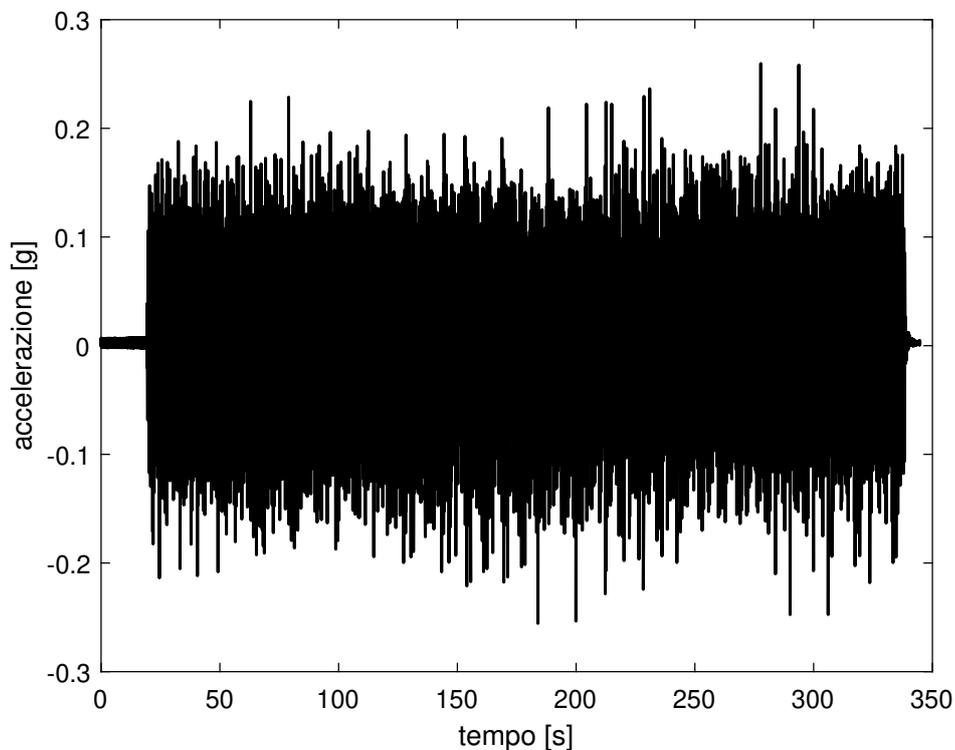
$$P(f)^{(k)} = \frac{1}{MU} \left| \sum_{n=0}^{M-1} x^{(k)}(n)w(n)e^{-ik\frac{2\pi}{N}} \right|^2 \quad (22)$$

con:  $U = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} w(n)$  l'energia della finestra

Il periodogramma finale è dato dalla media dei  $k$ .

### 5.3 ANALISI NEL DOMINIO DELLE FREQUENZE

Considerando un segnale *random*, di cui un esempio è riportato in figura 31, come già descritto una stima dello spettro di potenza è data dal periodogramma, che non è altro che la media dei periodogrammi di parti del segnale ottenute mediante finestra. Un segnale random risulta molto utile perché eccita contemporaneamente tutte le frequenze della struttura e permette quindi di identificare le frequenze di risonanza. Il passaggio nel dominio delle frequenze avviene attraverso l'utilizzo della trasformata discreta di Fourier (DFT) implementata in Matlab con l'algoritmo *FFT*.



**Figura 31:** Segnale random

Dovendo studiare il comportamento della struttura risulta utile introdurre la

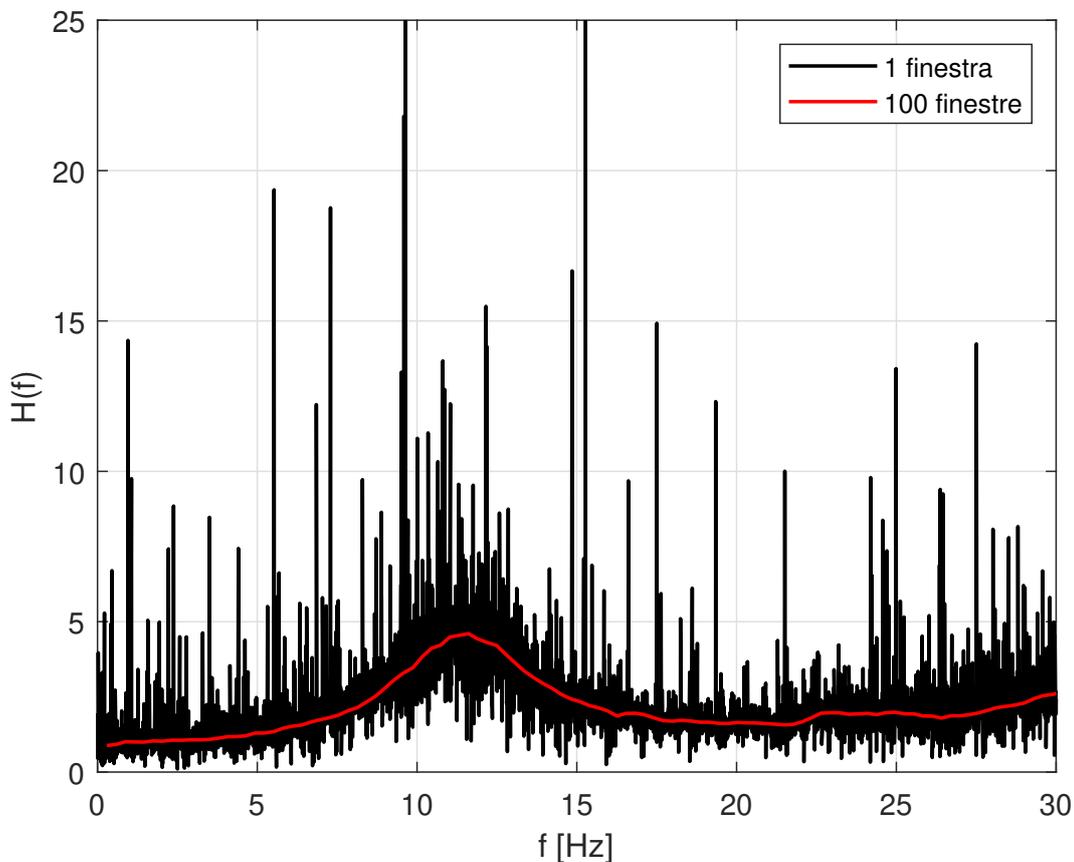
funzione di trasferimento del sistema (FRF) che caratterizza il sistema dinamico e mette in relazione l'ingresso e l'uscita e vale:

$$H(f) = \frac{|Y(f)|}{|X(f)|} \quad (23)$$

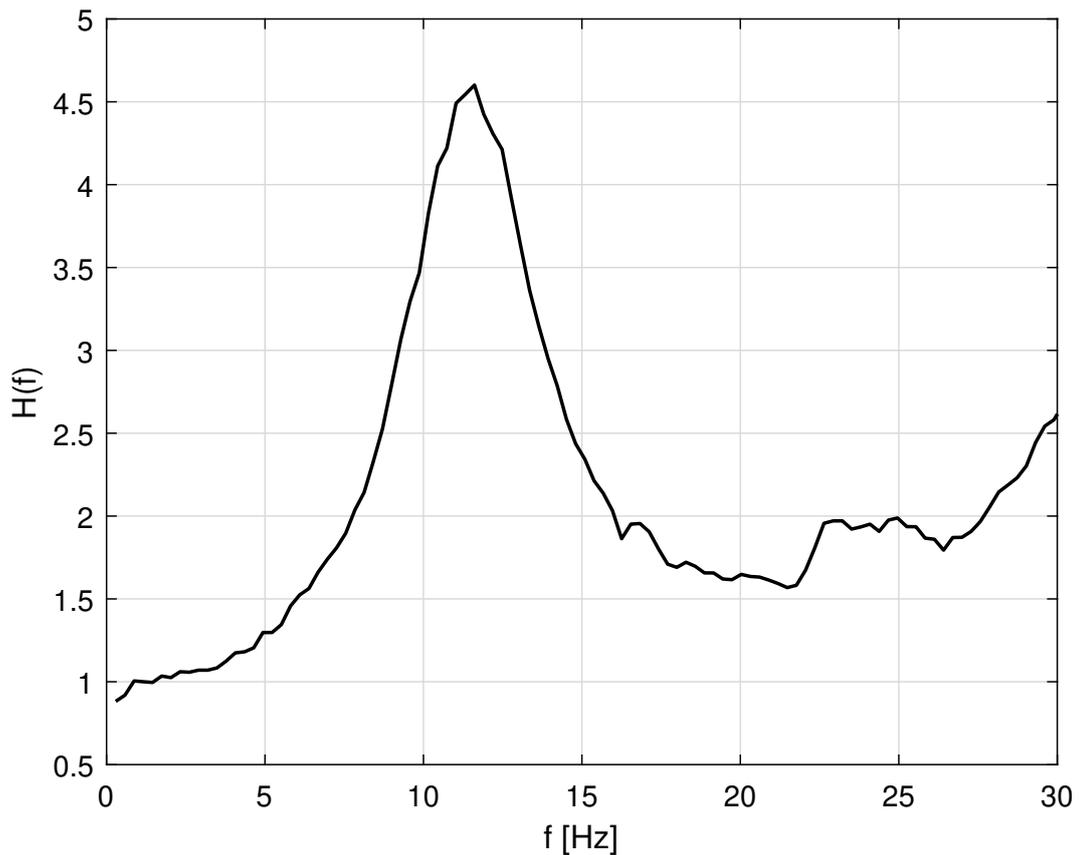
dove  $|X(f)|$  e  $|Y(f)|$  sono rispettivamente le ampiezze del segnale in input e in output. La funzione di trasferimento può essere ottenuta una volta costruito il periodogramma, infatti:

$$P(f) = \frac{1}{MU} |X(f)|^2 \Rightarrow H(f) = \sqrt{\frac{P(f)^{(Y)}}{P(f)^{(X)}}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{MU} |Y(f)|^2}{\frac{1}{MU} |X(f)|^2}} = \frac{|Y(f)|}{|X(f)|} \quad (24)$$

Come descritto precedentemente la bontà della stima del periodogramma dipende dal tipo di finestra utilizzata e dalla sua durata temporale, infatti applicando la relazione 24, per il segnale random in figura 31, considerando una sola finestra e poi 100 si ottengono le funzioni di trasferimento in figura 32 e 33. Il segnale di input è dato dall'accelerometro posto sulla tavola (*numero 0*) mentre quello di input dal *numero 15*.



**Figura 32:** Confronto FRF: 1 e 100 finestre



**Figura 33:** FRF applicando 100 finestre

E' quindi possibile ottenere le funzioni di trasferimento per tutti i vari input.

## 5.4 IDENTIFICAZIONE DINAMICA

La determinazione dei parametri modali, cioè frequenze naturali, coefficienti di smorzamento modale e deformate modali a partire da dati sperimentali, rappresentati dalle funzioni di trasferimento, costruite come descritto precedentemente, può essere svolto sostanzialmente in due modi:

1. basandosi sull'idea che nell'intorno della frequenza di risonanza sia possibile isolare il singolo modo di vibrare e quindi utilizzare un modello ad un solo grado di libertà per ogni picco di risonanza (essendo ben separati tra di loro);
2. utilizzare un modello a più gradi di libertà, necessario nel caso in cui siano individuabili modi di vibrare accoppiati.

Nel nostro caso, anche osservando le varie funzioni di trasferimento, è possibile considerare, almeno in prima battuta, il sistema come caratterizzato da un primo modo di vibrare dominante sugli altri. Si farà riferimento quindi alla funzione di

trasferimento calcolata per un sistema ad un grado di libertà, ottenibile da quella relativa ad un sistema a  $n$  gradi di libertà. Per quest'ultimo sistema caratterizzato da smorzamento viscoso si può scrivere la seguente equazione del moto:

$$[M]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [C]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [K]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{f}\}, \text{ con: } \{\mathbf{f}\} = -\mathbf{a}_g[M]\{\mathbf{i}\}$$

La trasformata di Fourier di una generica funzione è data da:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i2\pi ft} dt$$

che applicata all'equazione del moto risulta:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left( [M]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [C]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [K]\{\mathbf{u}\} \right) e^{-i2\pi ft} dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \{\mathbf{F}\}e^{-i2\pi ft} dt \\ \Rightarrow \left( -\omega^2[M] + i\omega[C] + [K] \right) \mathbf{U}(\omega) &= \mathbf{F}(\omega) \end{aligned}$$

dove  $\mathbf{U}(\omega)$  e  $\mathbf{F}(\omega)$  sono rispettivamente le trasformate di Fourier dello spostamento e della forzante. Si può così ottenere la recettanza data da:

$$\mathbf{R}(\omega) = \frac{\mathbf{U}(\omega)}{\mathbf{F}(\omega)} = \frac{1}{(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])} \quad (25)$$

sfruttando le proprietà di ortogonalità dei modi di vibrare valgono le seguenti relazioni:

$$[\phi]^T[K][\phi] = \text{diag}(\omega_r^2)$$

$$[\phi]^T[M][\phi] = [I]$$

$$[\phi]^T[C][\phi] = \text{diag}(2\xi_r\omega_r)$$

essendo  $[\phi]$  la matrice modale ed  $r$  l' $r$ -esimo modo

Moltiplicando le matrici dell'espressione 25 a destra e sinistra per la matrice modale e applicando le relazioni appena ottenute si ottiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\omega) &= \frac{[\phi]^T[\phi]}{-\omega^2[\phi]^T[M][\phi] + i\omega[\phi]^T[C][\phi] + [\phi]^T[K][\phi]} = \\ &= \frac{[\phi]^T[\phi]}{\text{diag}(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r\omega_r\omega)} \\ \text{in componenti} \Rightarrow R_{jk}(\omega) &= \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{rj}\phi_{rk}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r\omega_r\omega)} \end{aligned}$$

da cui si può ottenere l'inertanza:

$$A(\omega) = \frac{\ddot{U}(\omega)}{F(\omega)} = -\omega^2 R(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\omega^2 \phi_{rj} \phi_{rk}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r \omega_r \omega)} \quad (26)$$

essendo  $\ddot{U}(\omega)$  la trasformata di Fourier dell'accelerazione. Dalla relazione 26, dividendo per un fattore costante (la massa della tavola) è possibile ottenere l'espressione teorica della funzione di trasferimento, confrontabile con quella ottenuta a partire dai risultati sperimentali.

$$H_{j,k}(\omega) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^n \frac{\omega^2 \phi_{rj} \phi_{rk}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r \omega_r \omega)} \quad (27)$$

Sfruttando le funzioni di trasferimento è possibile ottenere una stima dei seguenti parametri:

- frequenza propria, corrispondente al valore di picco, che identifica la frequenza di vibrazione;
- smorzamento modale;
- r-esima deformata modale negli  $M$  punti di misura sperimentale.

#### 5.4.1 Frequenza propria e smorzamento modale

La frequenza propria corrisponde al valore di picco del diagramma della funzione di trasferimento è quindi individuabile come il massimo valore di tale funzione.

Lo smorzamento modale può essere determinato con il metodo dei punti di mezza potenza considerando il singolo grado di libertà modale indipendente dagli altri (SDOF). La trasformata di Fourier (discreta nel nostro caso) non è altro che la combinazione lineare di sinusoidi complesse, quindi la potenza media dissipata dalla forza viscosa in un ciclo di moto armonico, indotto da una forzante sinusoidale del tipo  $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$  è data da:

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T c \dot{u}^2 dt = \frac{1}{2} c_c \omega^2 \frac{F_0^2}{k} \frac{\xi_n}{\left[1 - \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2 + 4\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (28)$$

che risulta massima in corrispondenza della pulsazione di risonanza  $\omega_n$  e vale:

$$P_{\max} = \frac{1}{8} c_c \omega_n^2 \frac{F_0}{k^2 \xi_n} \quad (29)$$

con tale equazione non risulta agevole però determinare lo smorzamento  $\xi_n$ , si introducono quindi i valori per cui la potenza media assume valori pari alla metà, i punti di mezza potenza appunto:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \pm 2\xi_n \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) - 1 &= 0 \\ \Rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)_{1,2} &= \mp \xi_n + \sqrt{\xi_n^2 + 1} \end{aligned} \quad (30)$$

Tale risultato si ottiene imponendo la relazione 28 uguale a metà della potenza massima (eq. 29). Delle 4 radici determinate da 30 sono state tenute solo le 2 che hanno senso fisico.

Bisogna ora capire come determinare le due pulsazioni a partire dalla funzione di trasferimento. Partendo dal quadrato del modulo di quest'ultima, per un sistema ad un grado di libertà forzato armonicamente, si ha la seguente espressione:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1/k^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\xi_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (31)$$

che assume valore massimo quando  $\omega = \omega_n$  (risonanza):

$$|H(\omega_n)|^2 = \frac{1/k^2}{4\xi_n^2} \quad (32)$$

Il modulo della funzione di trasferimento in corrispondenza dei punti di mezza potenza vale:

$$\begin{aligned} |H_{mp}|^2 &= |H(\omega)|^2_{\omega=(\omega_1, \omega_2)} = \\ &= \frac{1/k^2}{\left(1 - \xi_n^2 - \xi_n^2 - 1 \pm 2\xi_n \sqrt{\xi_n^2 + 1}\right)^2 + 4\xi_n^2 \left(\xi_n^2 + \xi_n^2 + 1 \mp 2\xi_n \sqrt{\xi_n^2 + 1}\right)} = \\ &= \frac{1/k^2}{\left(-2\xi_n^2 \pm 2\xi_n \sqrt{\xi_n^2 + 1}\right)^2 + 8\xi_n^4 + 4\xi_n^2 \mp 8\xi_n^2 \sqrt{\xi_n^2 + 1}} = \\ &= \frac{1/k^2}{4\xi_n^4 + 4\xi_n^4 + 4\xi_n^2 \mp 8\xi_n^3 \sqrt{\xi_n^2 + 1} + 8\xi_n^4 + 4\xi_n^2 \mp 8\xi_n^2 \sqrt{\xi_n^2 + 1}} = \\ &= \frac{1/k^2}{8\xi_n^2 \left(1 + 2\xi_n^2 \mp 2\xi_n \sqrt{\xi_n^2 + 1}\right)} \cong \frac{1/k^2}{8\xi_n^2} = \frac{|H(\omega_n)|^2}{2} \end{aligned} \quad (33)$$

dove si sono trascurati i termini di smorzamento superiori al quadrato. Da quest'ultima relazione deriva che il modulo della funzione di trasferimento dei punti di mezza potenza è individuabile dividendo il valore di picco per  $\sqrt{2}$ .

Ponendo quindi il modulo della funzione di trasferimento (eq. 31) pari al valore di picco diviso  $\sqrt{2}$  si può determinare l'espressione dello smorzamento:

$$\begin{aligned} \frac{1/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\xi_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} &= \frac{1/k}{\sqrt{2}\sqrt{4\xi_n^2}} \\ \Rightarrow \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\xi_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 - 8\xi_n^2 &= 0 \\ 1 + r^4 - 2r^2 + 4\xi_n^2 r^2 - 8\xi_n^2 &= 0, \text{ con: } r = \frac{\omega}{\omega_n} \\ r^4 + r^2(4\xi_n^2 - 2) - 8\xi_n^2 &= 0 \\ \Rightarrow r^2 = 1 - 2\xi_n^2 \pm 2\xi_n \sqrt{\xi_n^2 + 1} \end{aligned}$$

trascurando i termini superiori di smorzamento:

$$\begin{aligned} r^2 &= 1 \pm 2\xi_n \\ \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{\omega_1}{\omega_n}\right)^2 &= 1 + 2\xi_n \\ \left(\frac{\omega_2}{\omega_n}\right)^2 &= 1 - 2\xi_n \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

sottraendo membro a membro:

$$\xi_n = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_n^2} \quad (34)$$

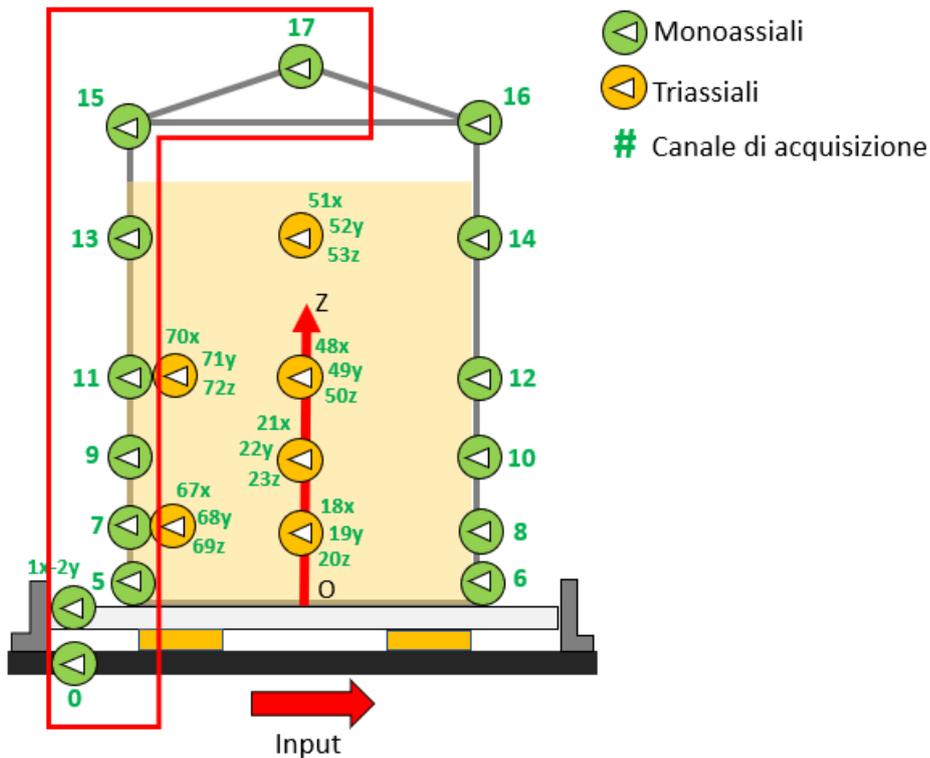
#### 5.4.2 r-esima deformata modale

Come descritto precedentemente la funzione di trasferimento, descritta in funzione dei modi di vibrare è data dalla relazione 27. Tale funzione descrive la relazione tra ingresso e uscita dal sistema che per un sistema a più gradi di libertà assume la seguente forma:

$$\begin{bmatrix} Y_1(f) \\ Y_2(f) \\ \vdots \\ Y_n(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(f) & H_{12}(f) & \dots & H_{1n}(f) \\ H_{21}(f) & H_{22}(f) & \dots & H_{2n}(f) \\ & & \vdots & \\ H_{n1}(f) & H_{n2}(f) & \dots & H_{nn}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \\ \vdots \\ X_n(f) \end{bmatrix} \quad (35)$$

dove ogni elemento della matrice (simmetrica) dipende dal punto di applicazione della forza e dal punto di misura della risposta. Nel nostro caso, considerando un sistema ad un grado di libertà, i punti di misura corrispondono a quelli dove sono posizionati gli accelerometri (8) lungo l'altezza del silo e l'input è la tavola vibrante, la relazione 35 diventa:

$$\begin{bmatrix} Y_{1x}(f) \\ Y_5(f) \\ Y_7(f) \\ Y_9(f) \\ Y_{11}(f) \\ Y_{13}(f) \\ Y_{15}(f) \\ Y_{17}(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{0-1x}(f) & H_{0-5}(f) & H_{0-7}(f) & H_{0-9}(f) & H_{0-11}(f) & H_{0-13}(f) & H_{0-15}(f) & H_{0-17}(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \end{bmatrix} \quad (36)$$



**Figura 34:** Accelerometri usati per la stima della deformata modale

Il modulo della funzione di trasferimento espressa in funzione dei modi di vibrare (eq. 27) vale:

$$|H_{ij}|^2 = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^n \frac{(\omega^2 \phi_{ri} \phi_{rj})^2}{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_n^2 \omega_r^2 \omega^2}$$

che valutata in corrispondenza della frequenza del modo r-esimo (il primo nel nostro caso) assume la forma:

$$|H_{ij}|^2 = \frac{1}{m} \frac{(\omega_1^2 \phi_{1i} \phi_{1j})^2}{4\xi_n^2 \omega_1^4}$$

Nel nostro caso, ad esempio per il primo accelerometro:

$$|H_{01}|^2 = \frac{1}{m} \frac{(\omega_1^2 \phi_{10} \phi_{11})^2}{4\xi_n^2 \omega_1^4} \Rightarrow \phi_{11}^2 = \frac{m 4\xi_n^2 \omega_1^2}{\phi_{10}^2} |H_{01}|^2$$

Considerando tutti gli strumenti di misura le componenti del primo modo di vibrare, misurate in corrispondenza degli accelerometri, valgono:

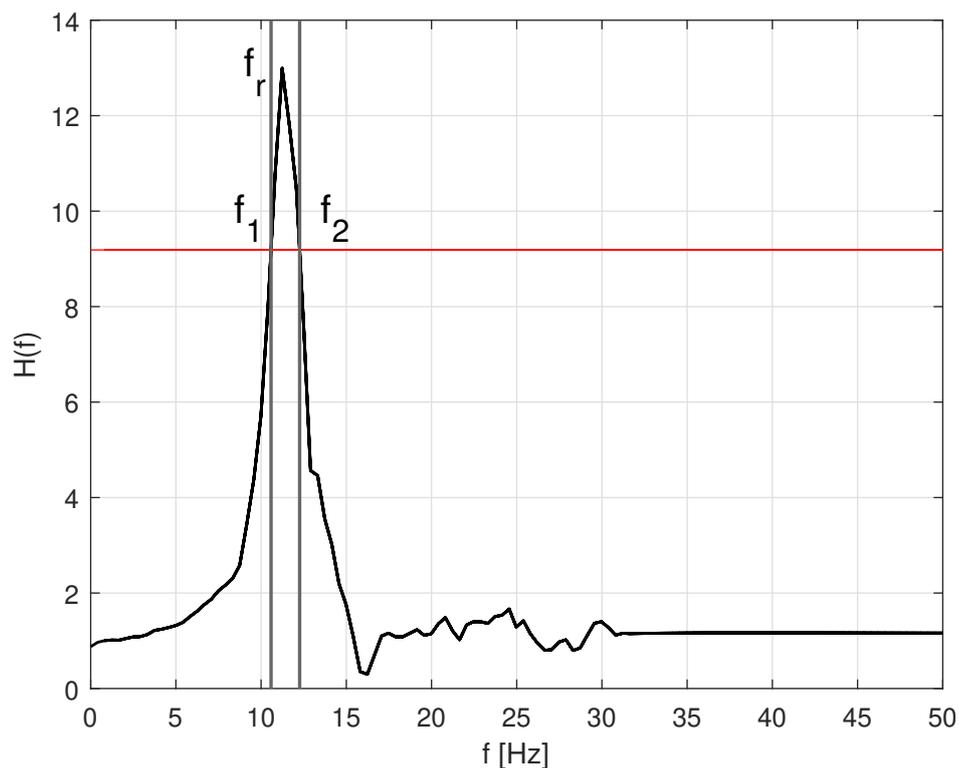
$$\begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{12} \\ \vdots \\ \phi_{1N} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} H_{01} \\ H_{02} \\ \vdots \\ H_{0N} \end{bmatrix}$$

Dove, a meno di un coefficiente  $C = \sqrt{\frac{m 4\xi_n^2 \omega_1^2}{\phi_{10}^2}}$ , a partire dai valori misurati delle funzioni di trasferimento si può ottenere una stima della deformata modale del primo modo in corrispondenza della risonanza.

## 5.5 APPLICAZIONE AI TESTS ESEGUITI

In seguito verrà applicato quanto descritto nella sezione precedente, al fine di determinare frequenza propria, smorzamento e deformata modale (il tutto riferito al primo modo di vibrare), considerando i segnali random e i test riportati in tabella 5 per la configurazione a base fissa e in tabella 5 per la configurazione a base isolata. Si riportano quindi (figura 35):

1.  $f_1$  e  $f_2$ : frequenze corrispondenti ai punti di semi-potenza;
2.  $f_r$ : frequenza del modo r-esimo;
3.  $H(f_r)$ : valore della funzione di trasferimento in corrispondenza della frequenza del modo r-esimo;
4.  $\xi_r$ : smorzamento del modo r-esimo.

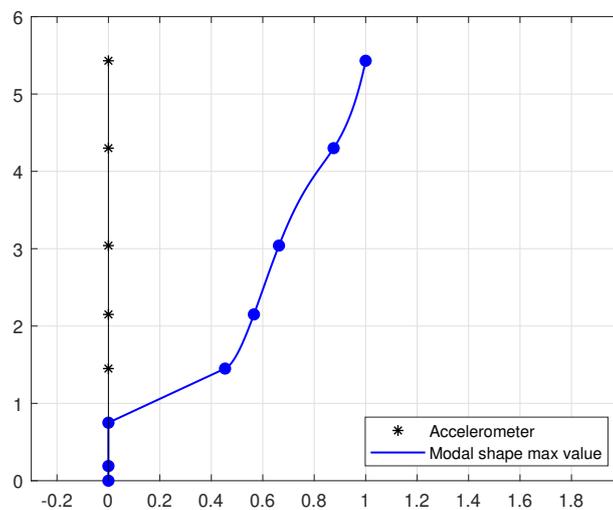
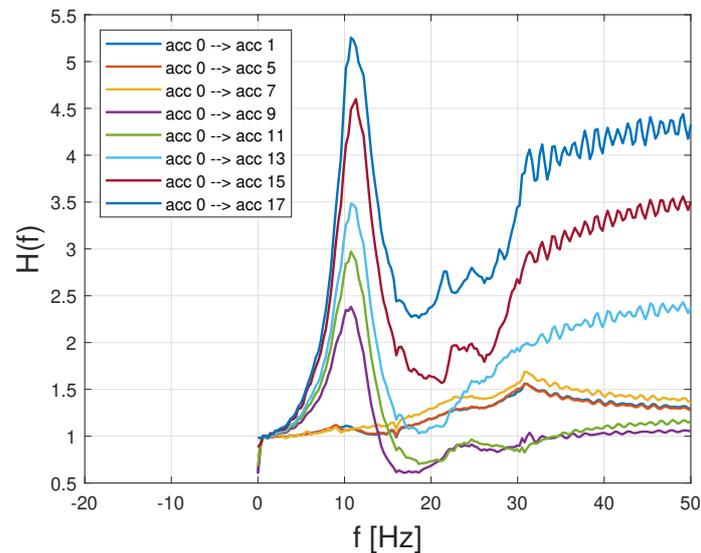


**Figura 35:** Punti per identificazione dinamica

- Segnale random 0.25 g

Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	8.2154	12.4902	10.7514	2.3823	38.2865
11	8.6719	12.7121	10.7514	2.9720	37.3703
13	8.9002	12.9246	10.7514	3.4838	37.9922
15	9.2316	13.2077	11.3326	4.6010	34.7358
17	9.2880	13.4848	10.7514	5.2552	41.3404

**Tabella 6:** Punti di mezza potenza: RND 0.25 g

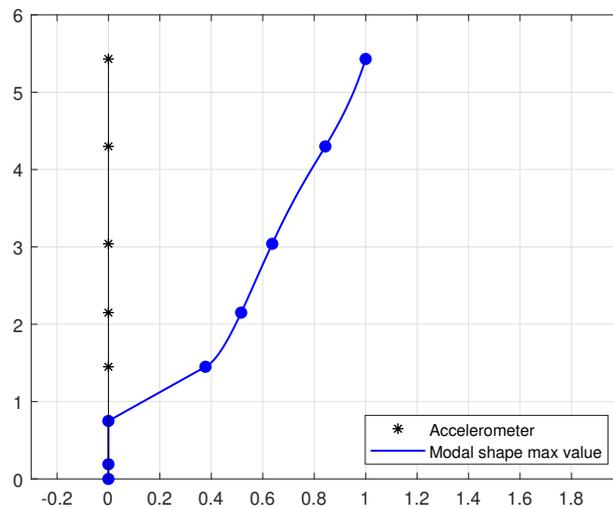
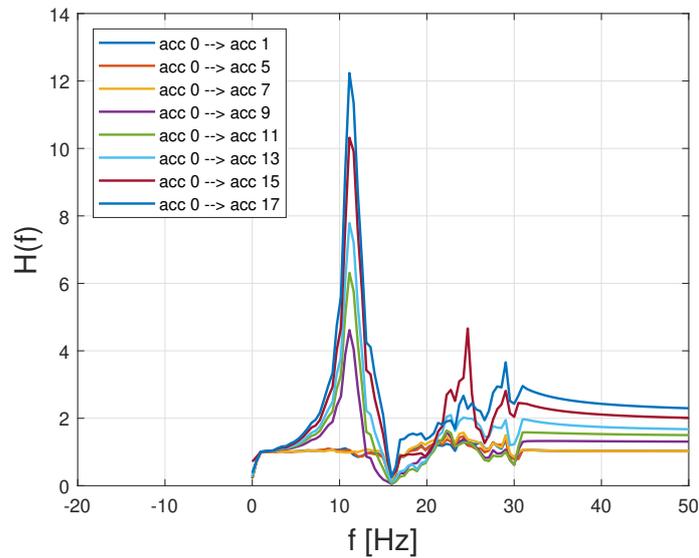


**Figura 36:** Deformata modale: RND 0.25 g

- Terremoto A1 0.1 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	10.3982	11.9305	11.1304	4.6142	13.8086
11	10.4826	12.0110	11.1304	6.3127	13.8754
13	10.5243	12.0459	11.1304	7.7887	13.8608
15	10.5883	12.1536	11.1304	10.3174	14.3668
17	10.5621	12.1002	11.1304	12.2343	14.0682

**Tabella 7:** Punti di mezza potenza: A1 0.1 g

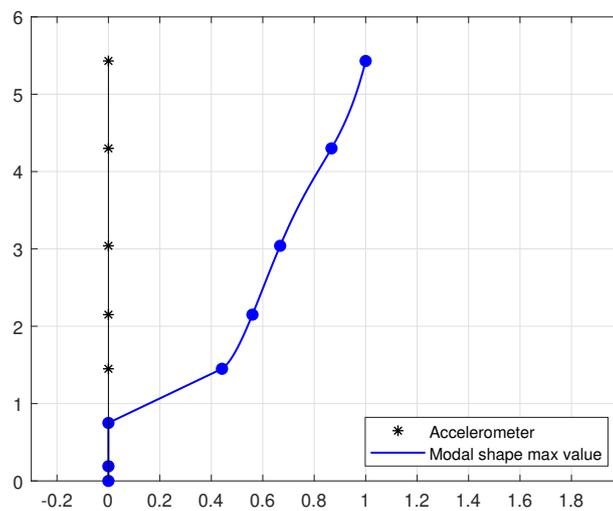
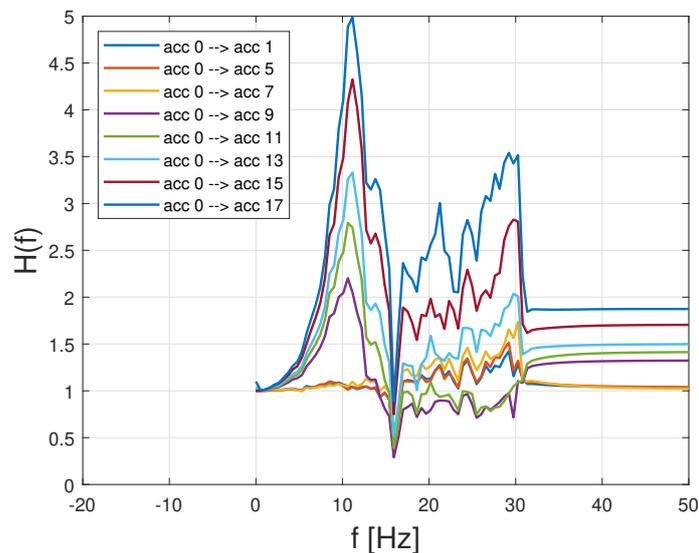


**Figura 37:** Deformata modale: A1 0.1 g

- Terremoto A1 0.3 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	7.8071	12.3243	10.6224	2.2020	40.2965
11	8.3489	12.3925	10.6224	2.7919	37.1641
13	9.0429	12.4393	11.1535	3.3296	29.3253
15	9.3154	12.5308	11.1535	4.3259	28.2335
17	9.3271	12.5681	11.1535	4.9882	28.5215

**Tabella 8:** Punti di mezza potenza: A1 0.3 g

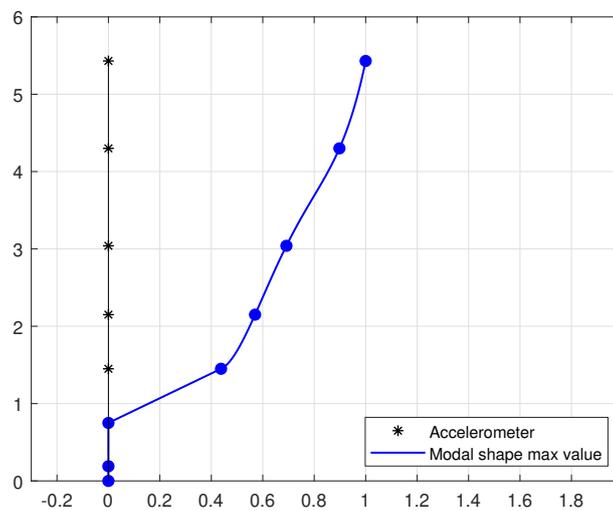
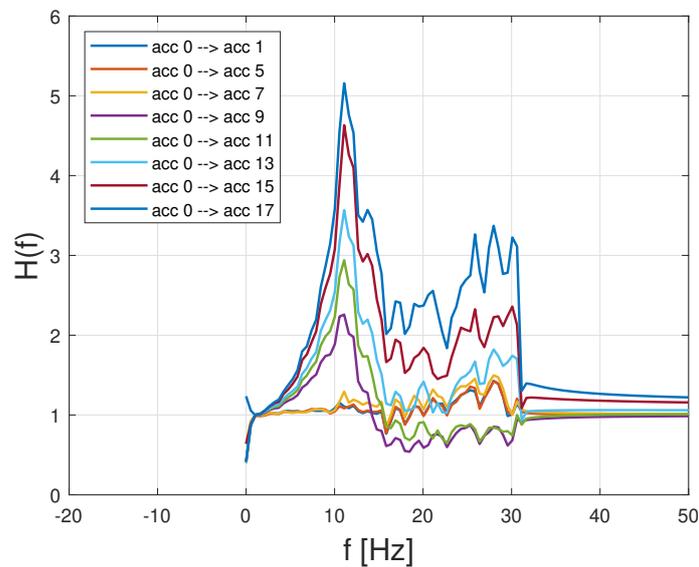


**Figura 38:** Deformata modale: A1 0.3 g

- Terremoto A1 0.5 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	8.1957	12.4914	11.0845	2.2581	36.1631
11	9.5518	12.5030	11.0845	2.9397	26.4875
13	9.9622	12.5147	11.0845	3.5684	23.3467
15	10.1505	12.5623	11.0845	4.6315	22.2914
17	10.0585	12.5898	11.0845	5.1577	23.3297

**Tabella 9:** Punti di mezza potenza: A1 0.5 g

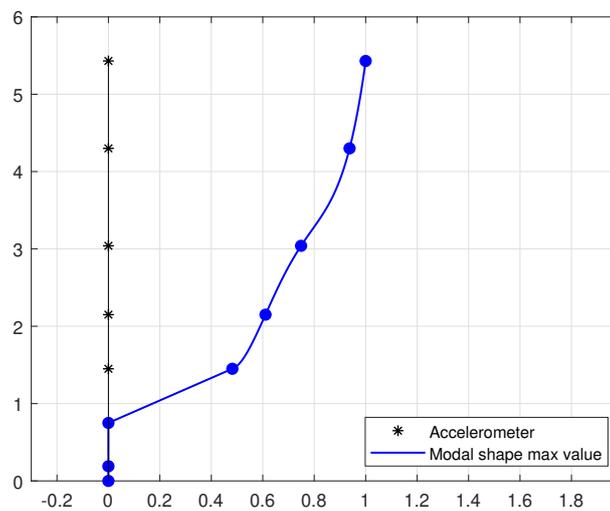
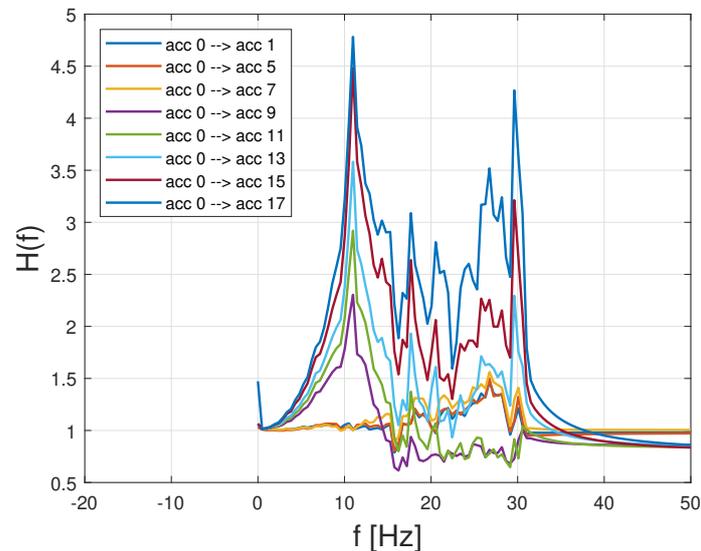


**Figura 39:** Deformata modale: A1 0.5 g

- Terremoto A1 0.6 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	9.5762	12.3643	10.9851	2.3035	25.3469
11	9.9743	12.2542	10.9851	2.9193	20.9987
13	10.1533	12.0695	10.9851	3.5812	17.6442
15	10.2318	12.2236	10.9851	4.4827	18.5324
17	10.1275	12.3911	10.9851	4.7816	21.1208

**Tabella 10:** Punti di mezza potenza: A1 0.6 g

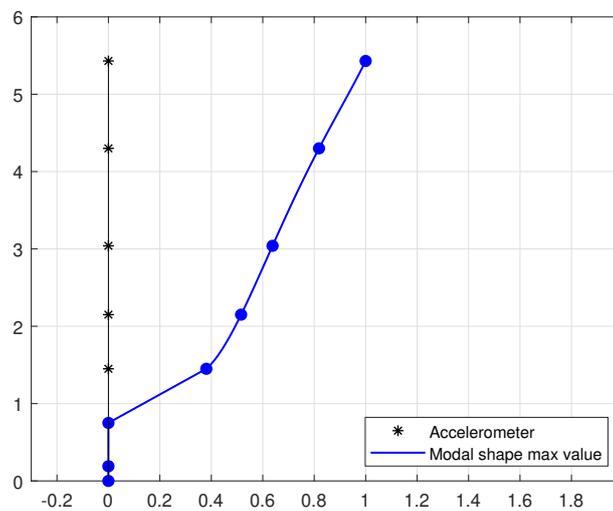
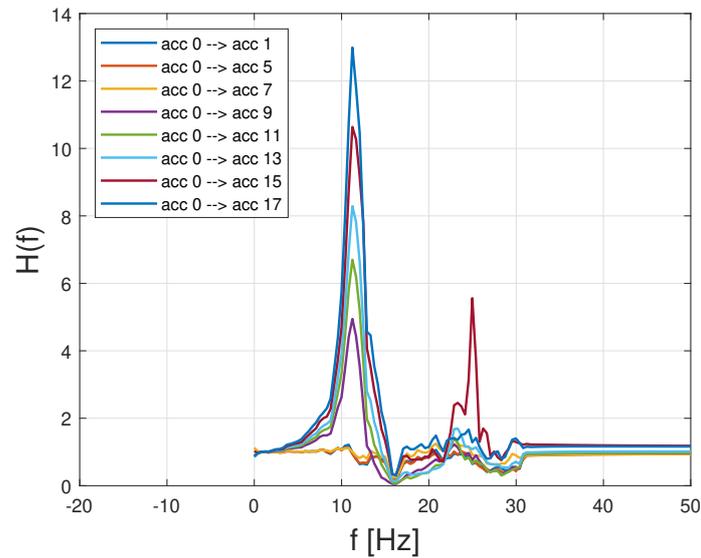


**Figura 40:** Deformata modale: A1 0.6 g

- Terremoto RS1 0.1 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/		/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	10.4065	12.0916	11.2390	4.9453	15.0063
11	10.4883	12.1992	11.2390	6.7010	15.3648
13	10.5517	12.2434	11.2390	8.2896	15.2646
15	10.5884	12.5212	11.2390	10.6370	17.6805
17	10.5842	12.2617	11.2390	12.9932	15.1704

**Tabella 11:** Punti di mezza potenza: RS1 0.1 g

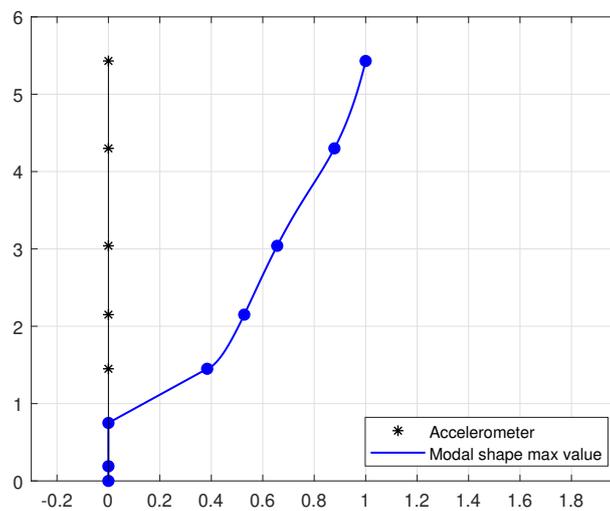
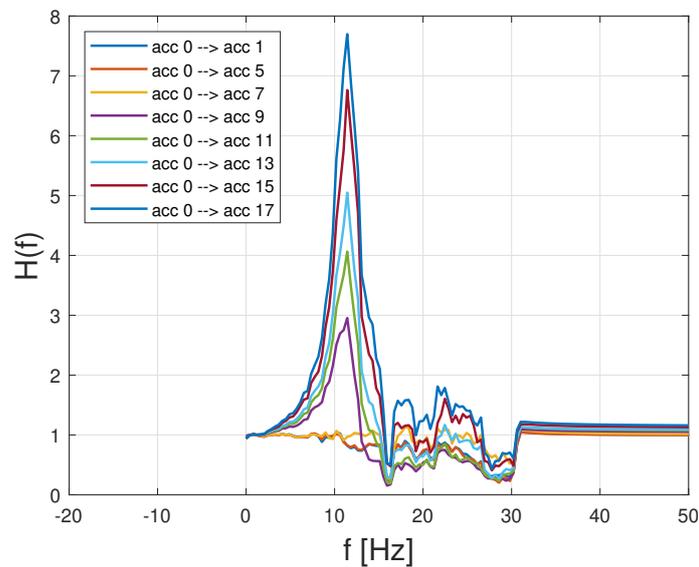


**Figura 41:** Deformata modale: RS1 0.1 g

- Terremoto RS1 0.3 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	9.6853	12.1604	11.4322	2.9544	20.6858
11	10.0003	12.3306	11.4322	4.0635	19.9080
13	10.1386	12.3879	11.4322	5.0495	19.3843
15	10.3325	12.6064	11.4322	6.7621	19.9546
17	10.1476	12.6285	11.4322	7.6967	21.6167

**Tabella 12:** Punti di mezza potenza: RS1 0.3 g

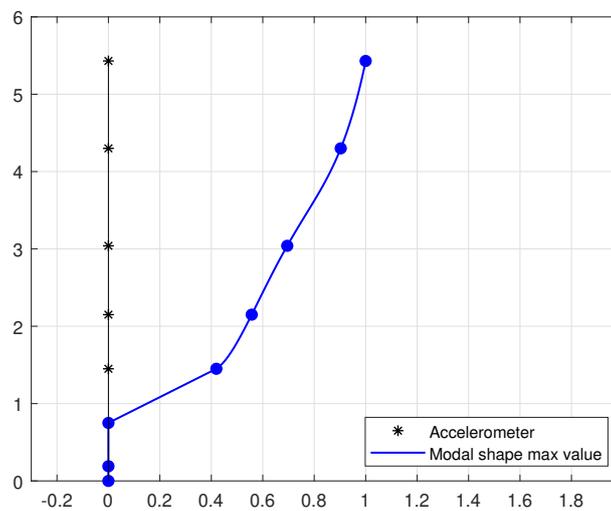
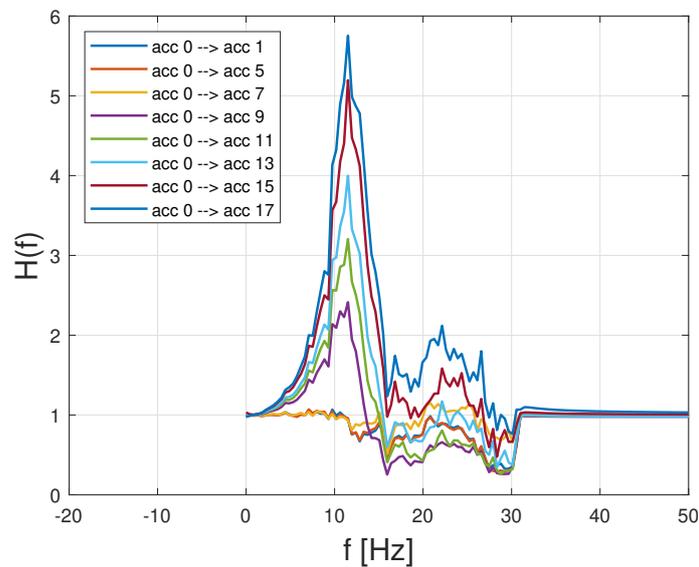


**Figura 42:** Deformata modale: RS1 0.3 g

- Terremoto RS1 0.5 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	8.8572	12.5185	11.5156	2.4137	29.5092
11	9.5549	12.8372	11.5156	3.2046	27.7123
13	9.6800	12.9934	11.5156	3.9988	28.3261
15	10.1611	13.1372	11.5156	5.1957	26.1438
17	9.7200	13.3618	11.5156	5.7530	31.6943

**Tabella 13:** Punti di mezza potenza: RS1 0.5 g

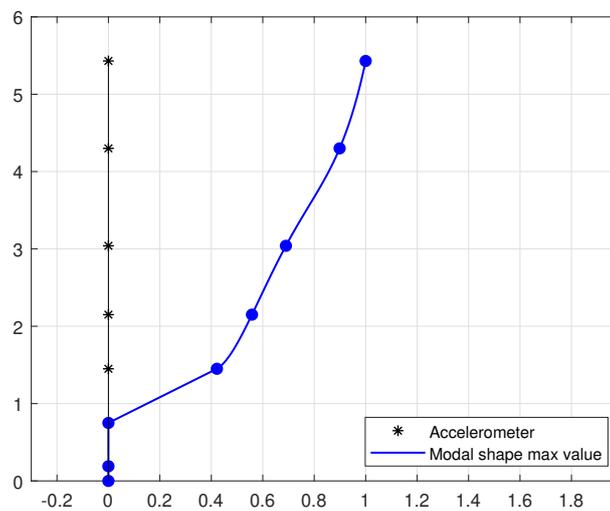
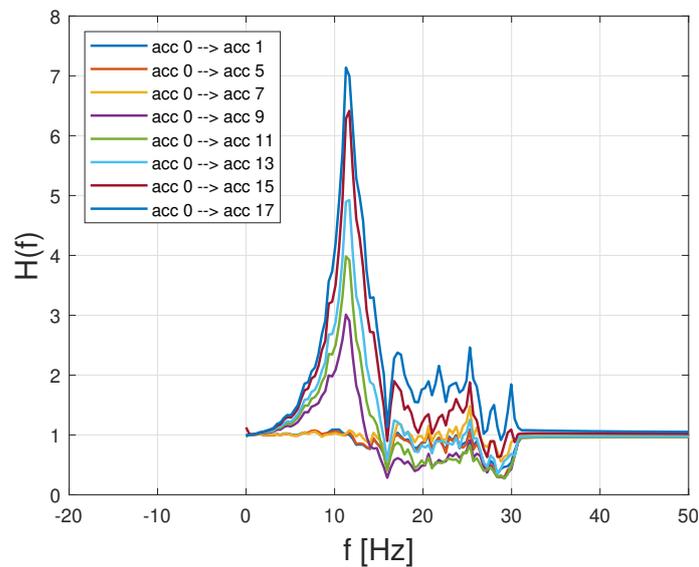


**Figura 43:** Deformata modale: RS1 0.5 g

- Terremoto RS1 0.6 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	10.1654	12.1941	11.2827	3.0100	17.8168
11	10.4617	12.2916	11.2827	3.9830	16.3537
13	10.6083	12.3539	11.6717	4.9246	14.7123
15	10.7010	12.5286	11.6717	6.4159	15.5816
17	10.5747	12.7407	11.2827	7.1381	19.8351

**Tabella 14:** Punti di mezza potenza: RS1 0.6 g

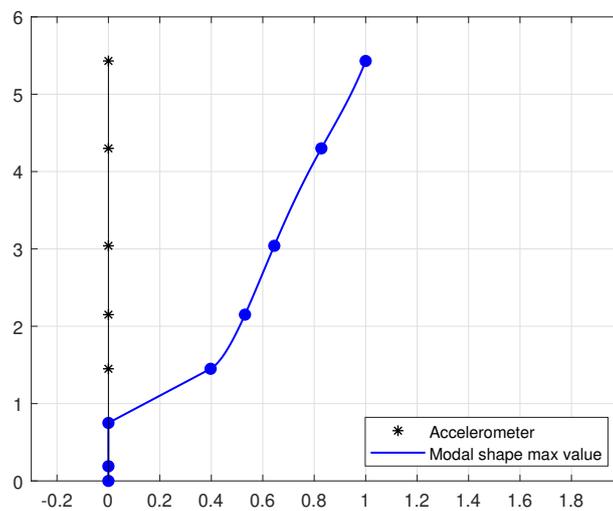
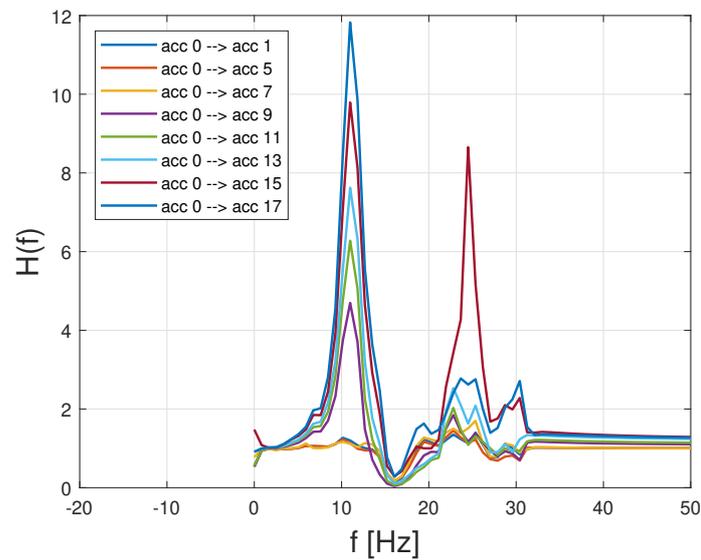


**Figura 44:** Deformata modale: RS1 0.6 g

- Terremoto RS3 0.1 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	9.9875	11.0383	10.5688	4.7173	9.8895
11	10.0511	11.0783	10.5688	6.1841	9.7157
13	10.0911	11.0995	10.5688	7.4446	9.5652
15	10.1546	11.0501	10.5688	9.7350	8.5012
17	10.1334	11.0736	10.5688	12.0318	8.9248

**Tabella 15:** Punti di mezza potenza: RS3 0.1 g

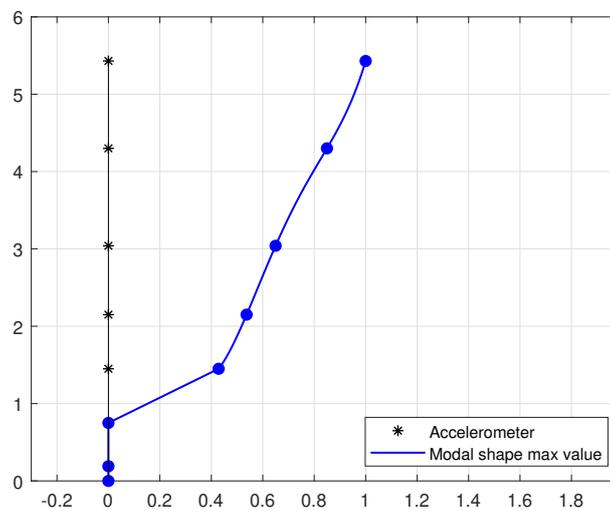
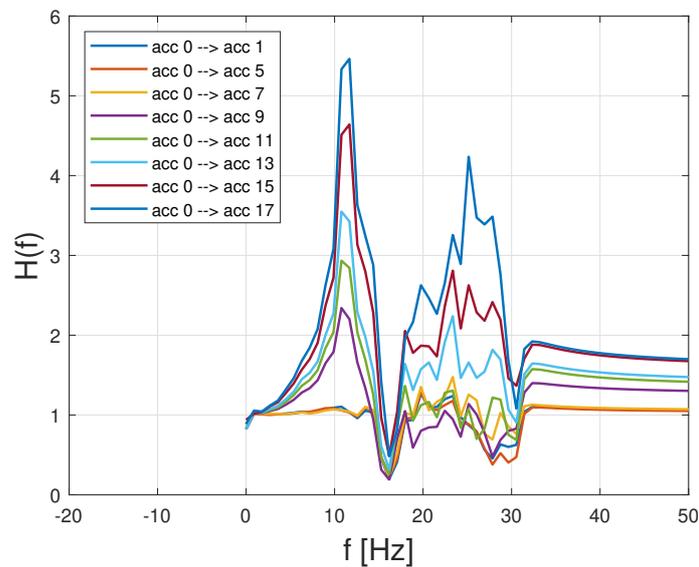


**Figura 45:** Deformata modale: RS3 0.1 g

- Terremoto RS3 0.3 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	8.9591	12.5628	10.7789	2.3402	33.3777
11	9.9077	12.5178	10.7789	2.9340	25.1897
13	10.0409	12.3936	10.7789	3.5493	22.7146
15	10.1579	12.4818	11.6772	4.6412	19.2924
17	10.1885	12.4566	11.6772	5.4628	18.8336

**Tabella 16:** Punti di mezza potenza: RS3 0.3 g

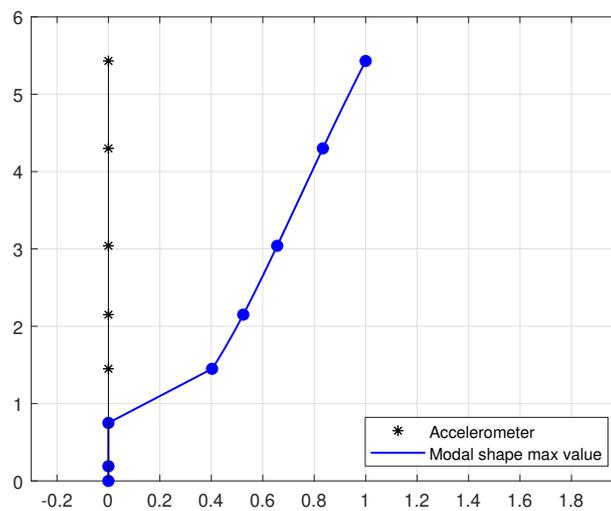
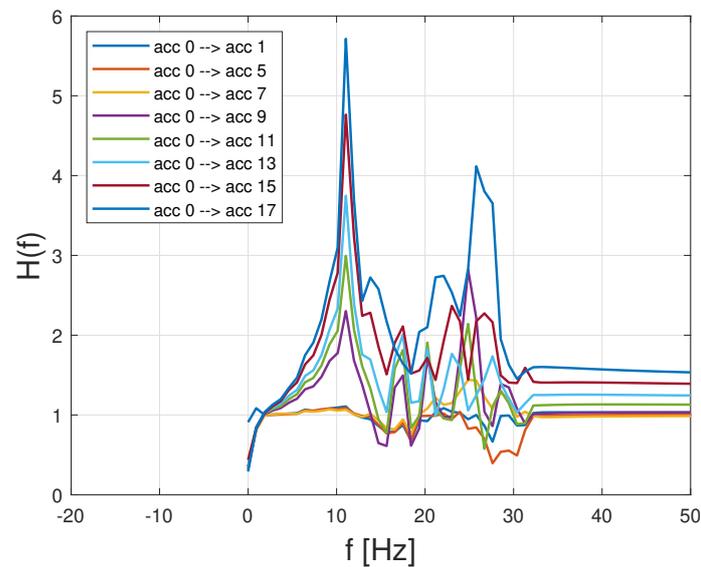


**Figura 46:** Deformata modale: RS3 0.3 g

- Terremoto RS3 0.5 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	8.9355	12.1059	11.0504	2.3022	27.3156
11	10.1812	11.9103	11.0504	2.9945	15.6414
13	10.3288	11.7922	11.0504	3.7483	13.2553
15	10.3989	11.8826	11.0504	4.7638	13.5367
17	10.4580	11.8088	11.0504	5.7140	12.3163

**Tabella 17:** Punti di mezza potenza: RS3 0.5 g

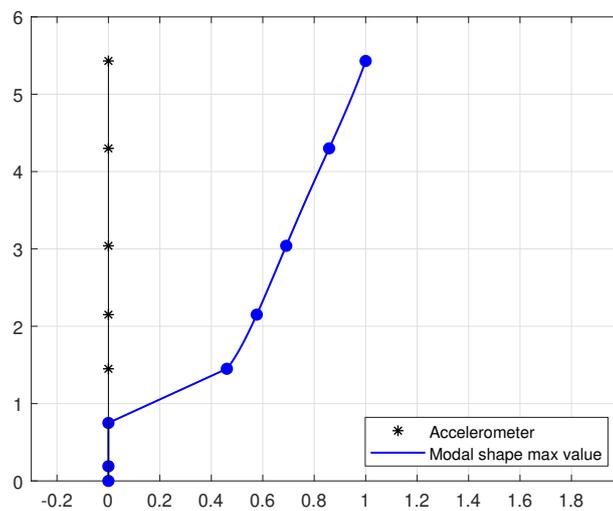
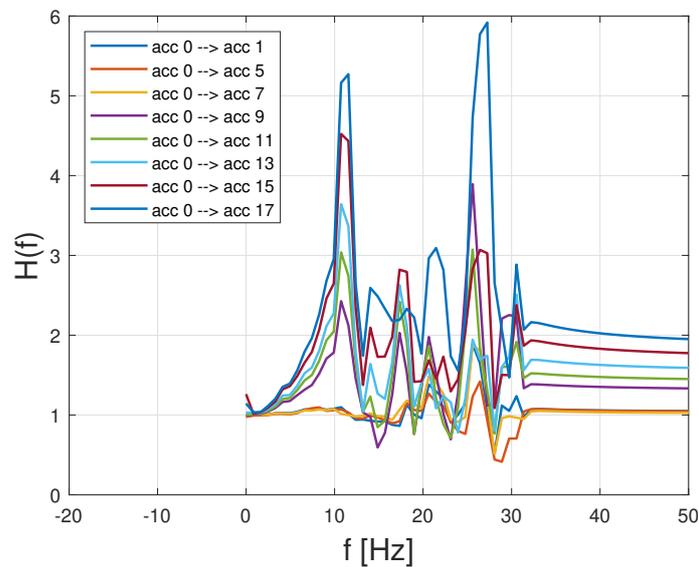


**Figura 47:** Deformata modale: RS3 0.5 g

- Terremoto RS3 0.6 g

Valori dei parametri dei punti di mezza potenza					
Accelerometro	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_r$ [Hz]	$H(f_r)$	$\xi_r$ [%]
1x	/	/	/	/	/
5	/	/	/	/	/
7	/	/	/	/	/
9	9.0773	12.0528	10.7355	2.4261	27.2769
11	9.9875	12.0032	10.7355	3.0386	19.2304
13	10.0868	11.9684	10.7355	3.6421	18.0043
15	10.1480	12.0445	10.7355	4.5219	18.2598
17	10.1960	12.0445	11.5613	5.2703	15.3792

**Tabella 18:** Punti di mezza potenza: RS3 0.6 g



**Figura 48:** Deformata modale: RS3 0.6 g

# 6 | ISOLATORI

Come descritto precedentemente la platea in calcestruzzo, sul quale è fissato il silo, è poggiata su quattro isolatori a pendolo scorrevole, così chiamati perché sfruttano la legge fisica del moto del pendolo per allungare il periodo naturale della struttura isolata (essendo questo il principale obiettivo di un sistema di isolamento).

I vantaggi di un sistema di isolamento costituito da pendoli scorrevoli sono sostanzialmente due:

1. il periodo di oscillazione del pendolo non dipende dalla massa, ma solo dalla lunghezza del pendolo stesso. Il periodo proprio di vibrazione della struttura dipende quindi principalmente dal raggio di curvatura della superficie di scorrimento ed è indipendente dalla massa della struttura. La curvatura della superficie di scorrimento consente inoltre il ricentraggio dopo l'evento sismico. Il periodo è quindi dato da:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \quad (37)$$

2. eventuali eccentricità tra baricentro delle masse e delle rigidezze non alterano il comportamento.

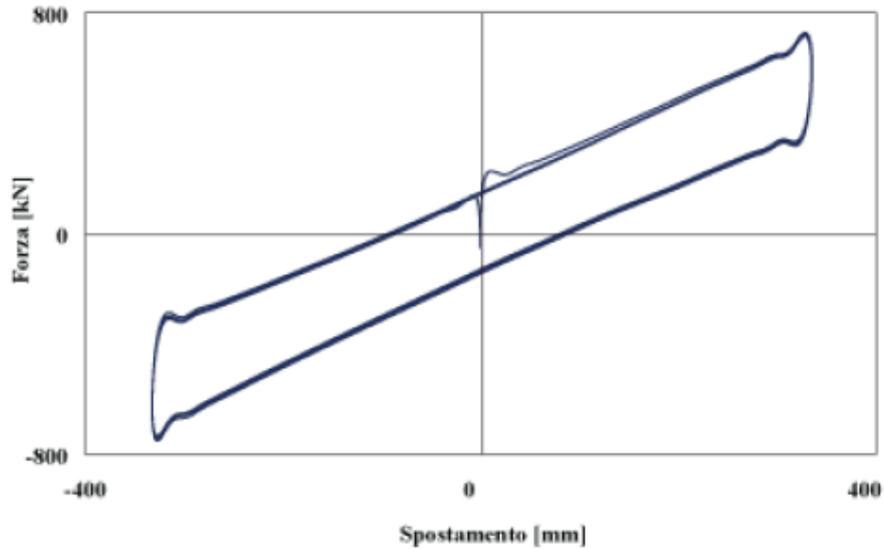
Gli isolatori a pendolo scorrevole possono essere costituiti da una, due o tre superfici di scorrimento. Due superfici di scorrimento consentono di ottenere dimensioni contenute in pianta, tre invece consentono anche di ottenere comportamenti diversi nelle due direzioni.

Gli isolatori utilizzati nei tests su tavola vibrante sono costituiti da una superficie di scorrimento e sono stati realizzati dall'azienda ...

## 6.1 ISOLATORI AD UNA SUPERFICIE DI SCORRIMENTO

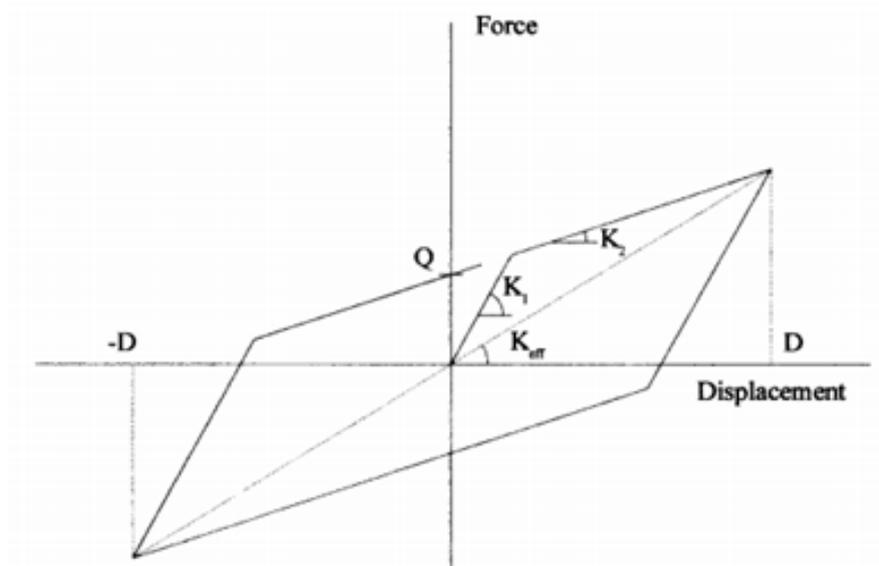
Tale tipologia di isolatori in generale è costituita da una superficie di scorrimento concava primaria il cui raggio di curvatura determina il periodo di oscillazione della struttura e che consente lo spostamento orizzontale e da una superficie di

scorrimento concava secondaria che permette le rotazioni. La dissipazione di energia è fornita dall'attrito della superficie di scorrimento principale. La tipica curva sperimentale che caratterizza tali isolatori è riportata in figura 49.



**Figura 49:** Ciclo isteretico isolatore a pendolo scorrevole

Il modello matematico (relazione 38) che meglio approssima tale curva è costituito da una bilatera lineare forza spostamento riportata in figura 50 i cui parametri dipendono dal raggio di curvatura e dal coefficiente di attrito.



**Figura 50:** Modello matematico isolatore a pendolo scorrevole

$$F = \mu N + \frac{N}{R}d \quad (38)$$

Nella relazione 38  $N$  è il carico verticale agente sull'isolatore,  $\mu$  è il coefficiente di attrito e  $d$  è lo spostamento. Come descrive il modello matematico per spostamenti molto piccoli l'isolatore garantisce una rigidità elevata ( $K_1$ ), quando viene superata la forza di attrito  $\mu N$  il valore di rigidità viene abbattuto ( $K_2$ ). Il modello costituito da bilatera lineare può essere sostituito da un modello *efficace*, utile per svolgere analisi lineari. Tale modello è costituito da una rigidità ed uno smorzamento equivalenti. La rigidità equivalente può essere valutata a partire dallo spostamento massimo previsto:

$$K_{\text{eff}} = \frac{F_{\text{max}}}{d_{\text{max}}}$$

con:  $F_{\text{max}} = \mu N + \frac{N}{R}d_{\text{max}}$

mentre lo smorzamento equivalente corrisponde invece all'area del ciclo isteretico (figura 49) ed è pari a :

$$\xi_{\text{eff}} = \frac{2}{\pi} \left( \frac{1}{\frac{d}{\mu R} + 1} \right)$$

Entrambi i parametri efficaci dipendono dallo spostamento, quindi anche applicando un'analisi lineare sono necessarie diverse iterazioni affinché la differenza di spostamento calcolato tra due passi successivi sia trascurabile.

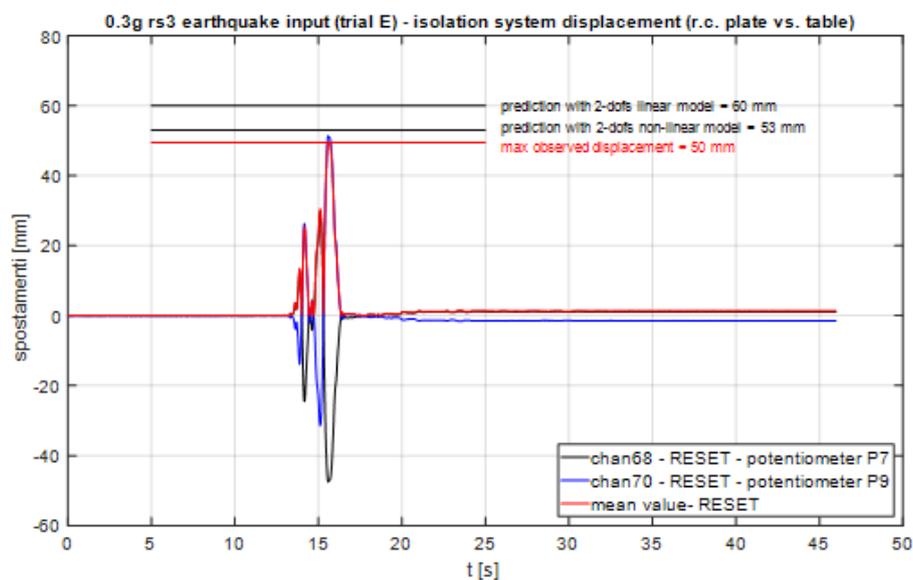
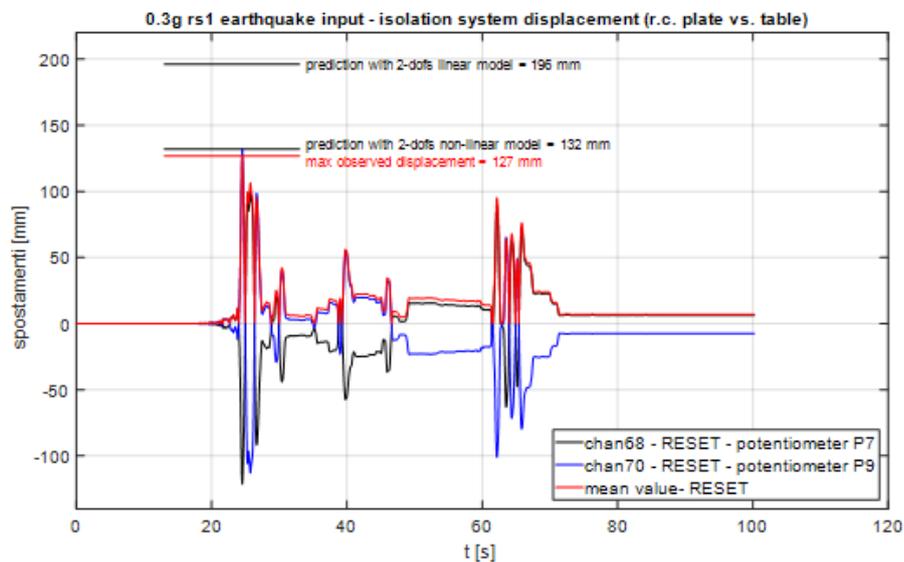
## 6.2 TESTS SU TAVOLA VIBRANTE

Gli isolatori utilizzati sono caratterizzati da un raggio di curvatura pari a 2236.4 mm quindi applicando la relazione 37 risulta un periodo di vibrazione pari a 3.00 secondi. Durante i tests sono stati utilizzati due metodi per prevedere lo spostamento del silo, schematizzando quest'ultimo come un sistema discreto a uno e poi a due gradi di libertà. I gradi di libertà sono quelli associati alla massa della platea in calcestruzzo, collegata a terra attraverso la rigidità degli isolatori, e dalla massa del grano, collegata alla platea in calcestruzzo da una rigidità molto elevata, valutata proporzionalmente a quella degli isolatori.

Lo spostamento degli isolatori è stato quindi valutato attraverso due modelli :

1. elastico lineare ad un grado di libertà con parametri efficaci;
2. elastico non lineare (considerando il modello dato dalla relazione 38) a due gradi di libertà.

Il primo metodo risulta rappresentativo del comportamento del silo nella fase successiva al superamento della forza di attrito, prevedendo un coefficiente di attrito  $\mu \cong 5\%$ . Il secondo invece, essendo più completo, permette di stimare con molta precisione lo spostamento finale, prevedendo un coefficiente di attrito  $\mu \cong 8\%$ . Nelle immagini seguenti sono riportate le storie temporali degli spostamenti degli isolatori con le previsioni ottenute attraverso i metodi sopracitati.



# 7

## TEST IN CONFIGURAZIONE ISOLATA

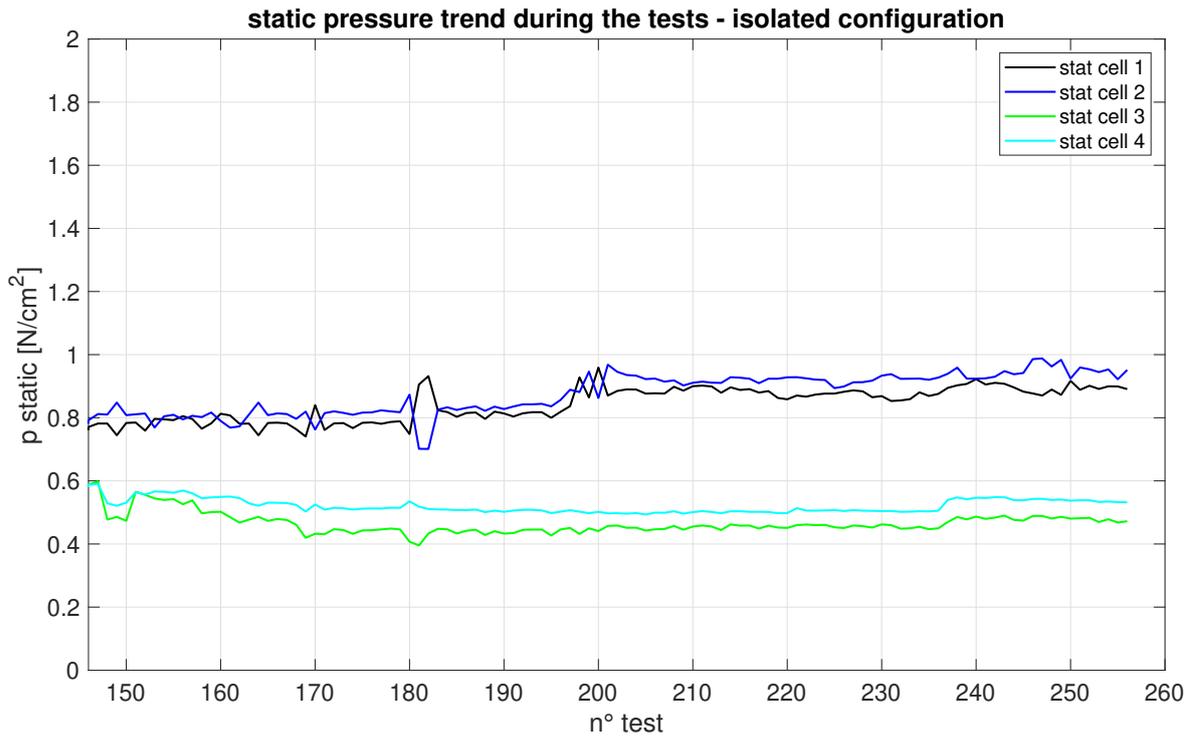
Nei paragrafi seguenti si riportano i valori misurati da celle di pressione, accelerometri ed estensimetri per i seguenti input relativi alle ultime compensate (tabella 19):

<i>Numero Test</i>	<i>PGA [g]</i>
TERREMOTO A1	
174	0.1
187	0.3
195	0.5
196	0.55
TERREMOTO RS1	
227	0.1
235	0.3
/	0.5
/3	0.55
TERREMOTO RS3	
205	0.1
215	0.3
222	0.5
223	0.55

**Tabella 19:** Tests scelti per i plot

### 7.1 CELLE DI PRESSIONE

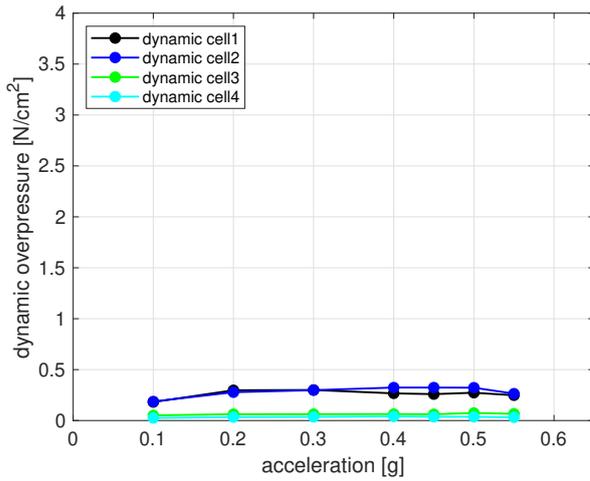
In figura 51 è riportato un grafico dell'andamento della pressione statica misurata in condizioni di base isolata. Come si evince dai valori di pressione, molto più bassi rispetto al caso precedente (base fissa), il sistema di isolamento permette di trasferire, a parità di input sismico, meno carico alla struttura, con ovvie conseguenze.



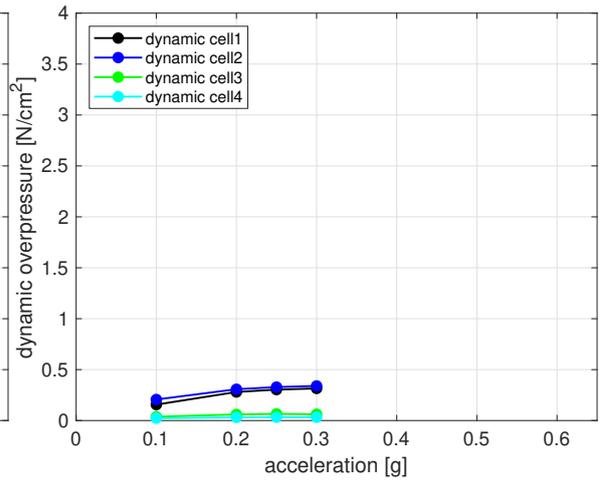
**Figura 51:** Andamento della pressione statica durante i tests in configurazione di base isolata

Inoltre, essendo stati effettuati 146 tests il grano ha aumentato il suo grado di compattazione, infatti la pressione statica assume un valore pressoché costante.

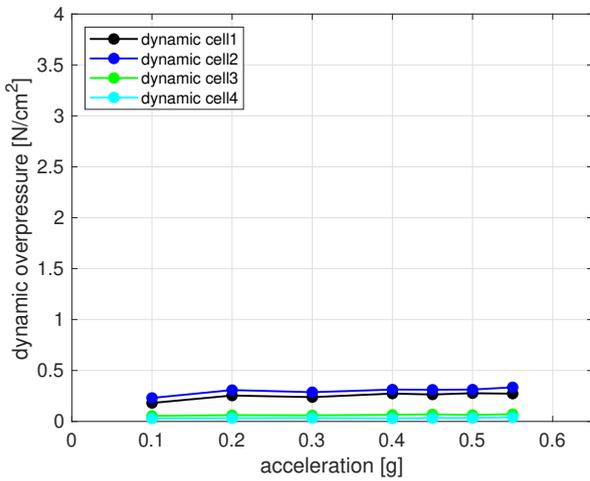
Passando ora alla sovrappressione dinamica generata dai vari input sismici si riportano gli andamenti di questa con l'accelerazione, relativi alle ultime compensate, al variare dell'input.



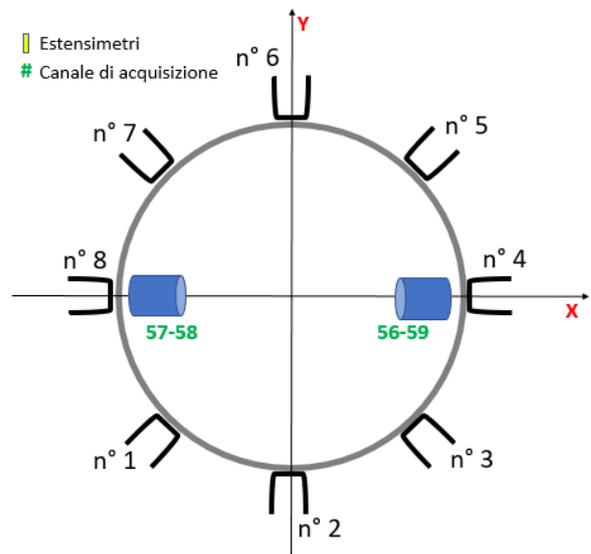
(a) input terremoto A1



(b) input terremoto RS1



(c) input terremoto RS3

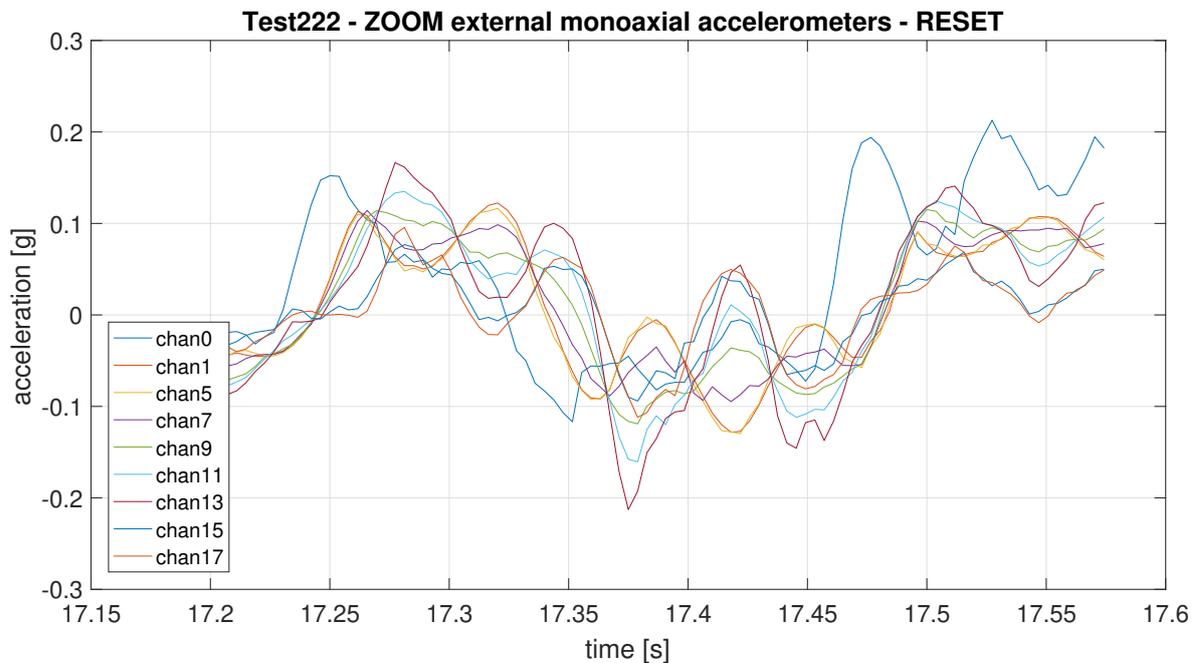
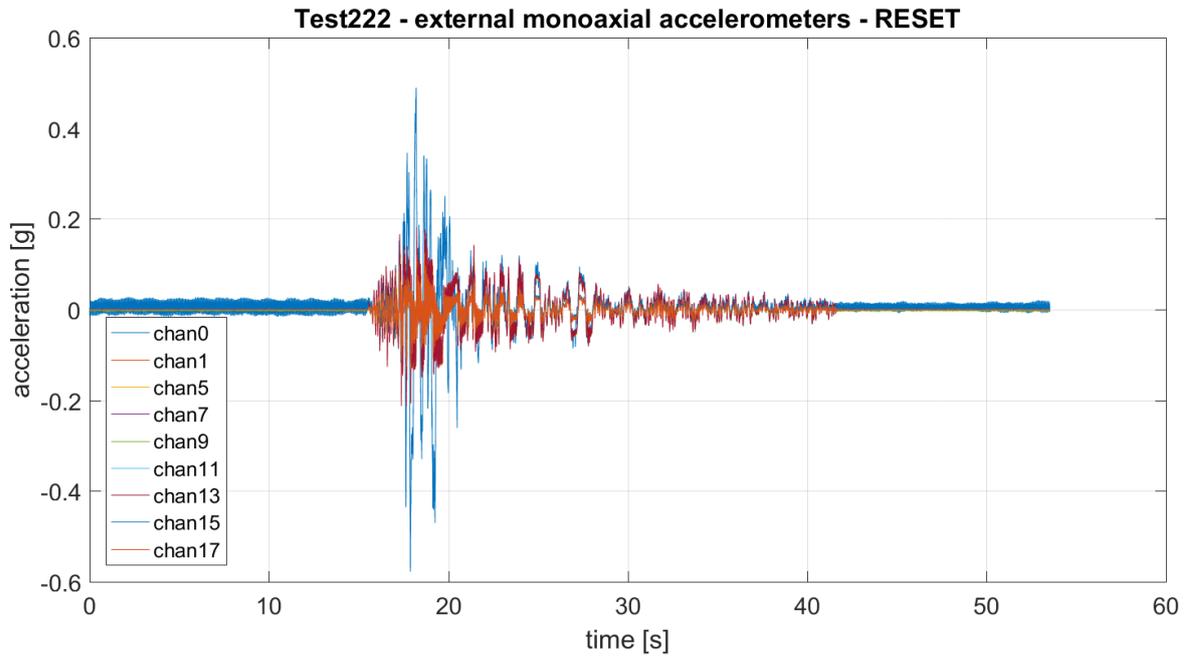


**Figura 52:** Sovrappressione dinamica VS accelerazione

## 7.2 ACCELEROMETRI

In seguito sono riportati le misurazioni di accelerometri, al crescere della quota, per un terremoto avente una PGA di 0.5 g.

- Terremoto RS<sub>3</sub> 0.5 g

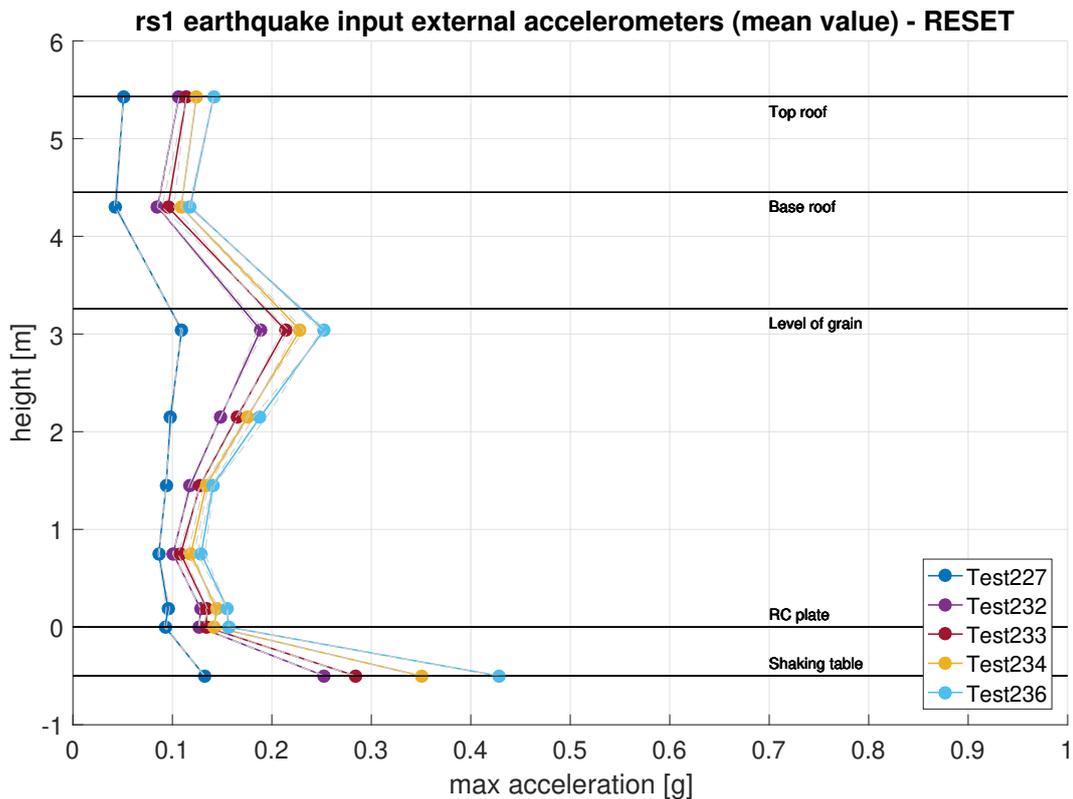


Lo zoom mostra come l'accelerazione misurata cambi lungo l'altezza del silo.

## 7.3 AMPLIFICAZIONE DINAMICA

In seguito si riportano gli andamenti del fattore di amplificazione dinamico misurato con riferimento alla platea di fondazione per un terremoto. Tali risultati per gli input in tabella 19 sono riportati in appendice A.

- RS<sub>1</sub>

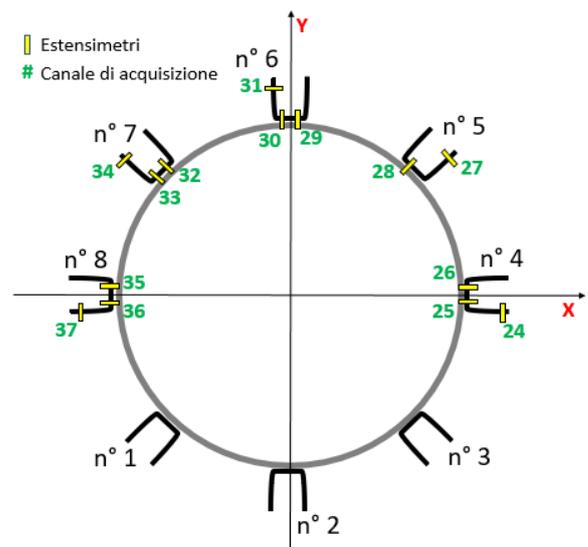
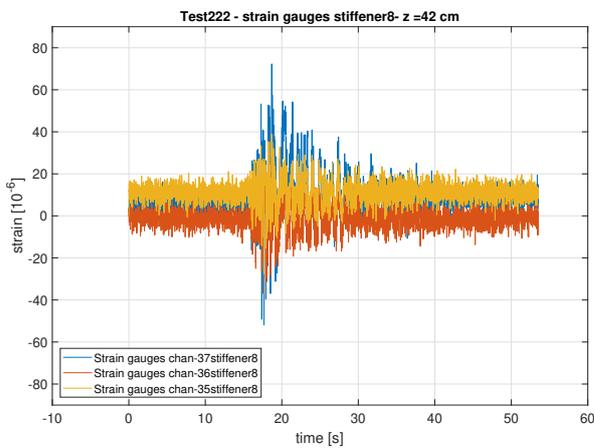
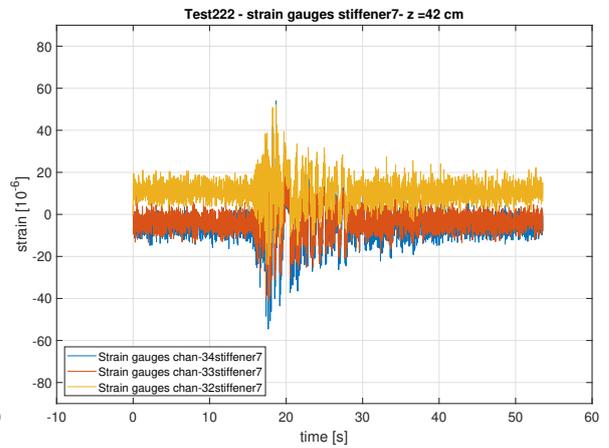
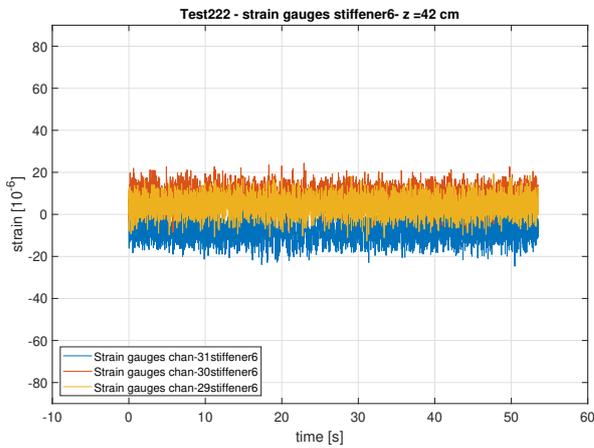
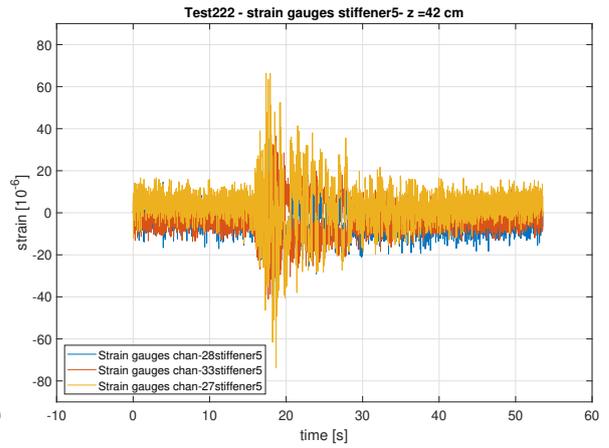
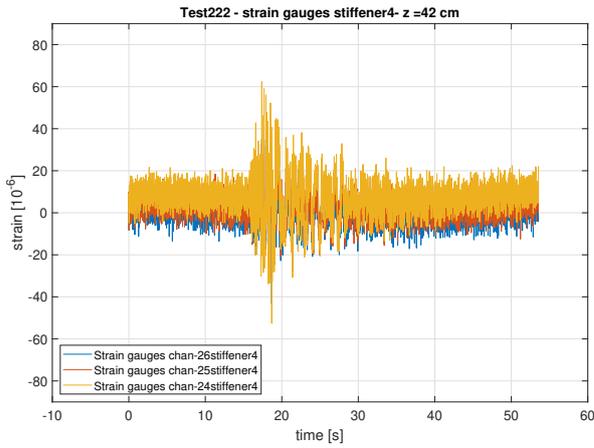


La figura mostra come il valore di accelerazione impresso dalla tavola vibrante sia notevolmente abbattuto dal sistema di isolamento.

## 7.4 ESTENSIMETRI

Si riportano i valori misurati dai vari estensimetri posti sulla sezione retta, alla quota di 42 cm, per un terremoto, gli input in tabella 19, alle varie quote, sono riportati in appendice A.

• RS<sub>3</sub> 0.5 g

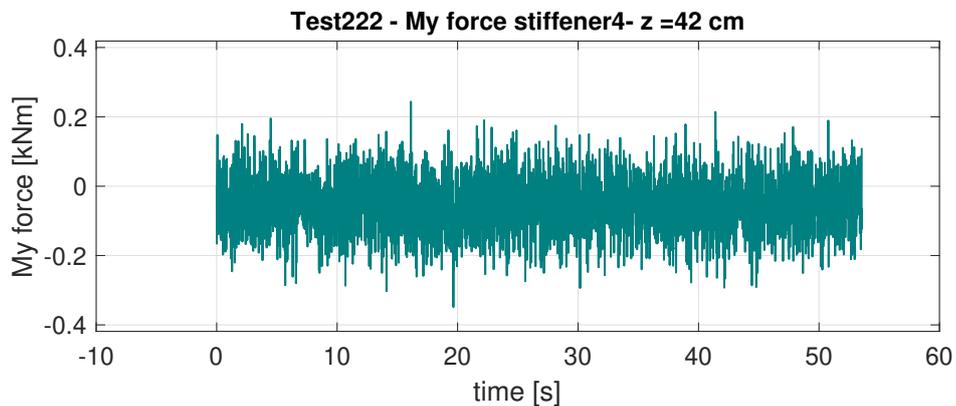
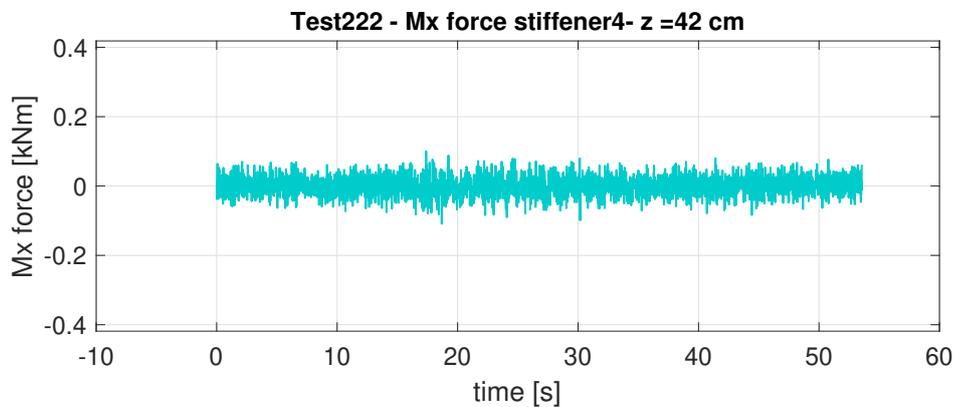
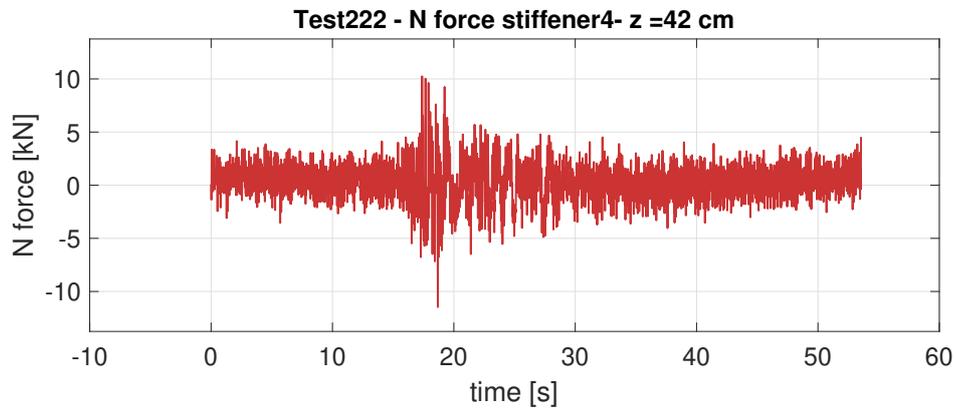


## 7.5 SFORZI NEI MONTANTI

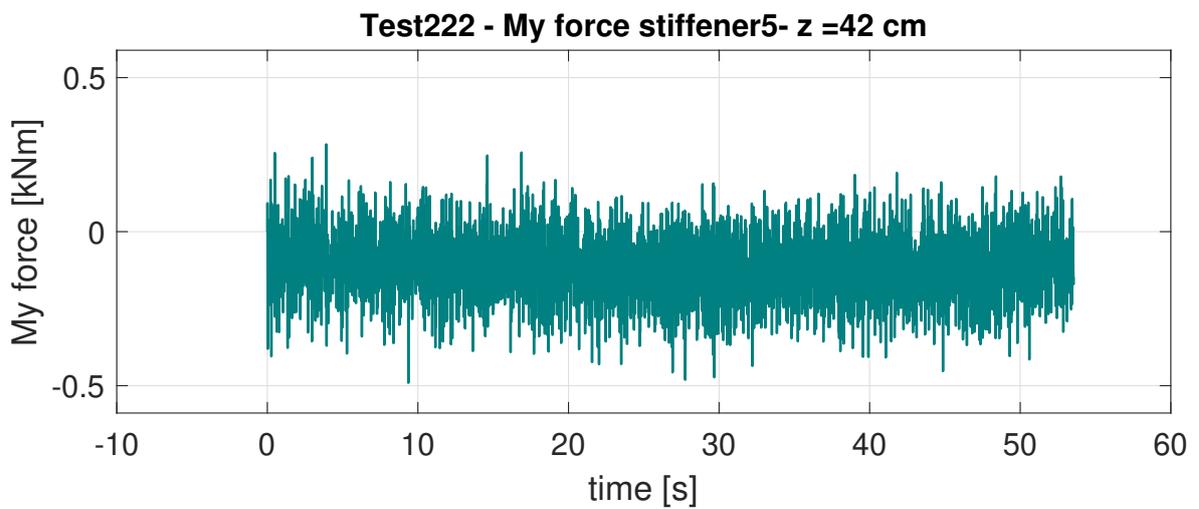
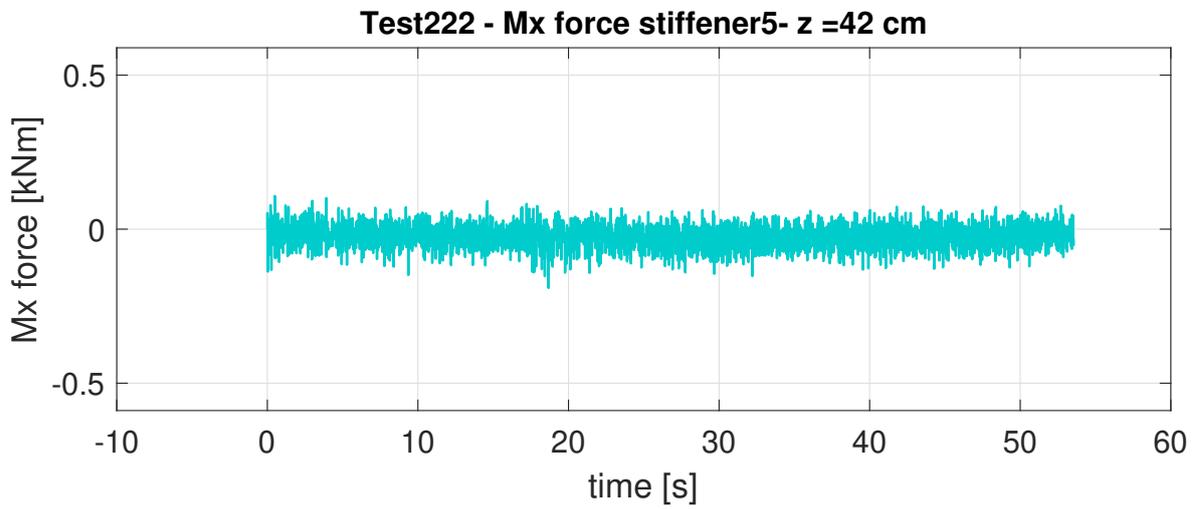
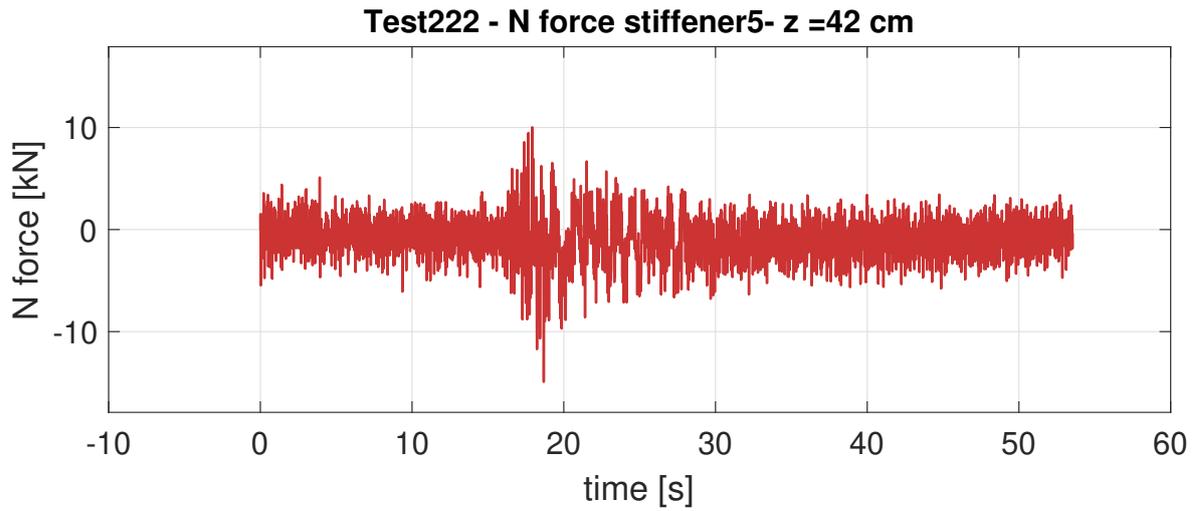
Analogamente al caso di configurazione a base fissa è possibile calcolare le caratteristiche della sollecitazione nei montanti a partire dalle misurazioni degli estensimetri posti sulla sezione retta. In seguito si riportano i valori di sforzo relativi ad un terremoto, alla quota di 42 cm. I risultati per gli input in tabella 19 sono riportati in appendice A.

- Terremoto RS3 0.5 g

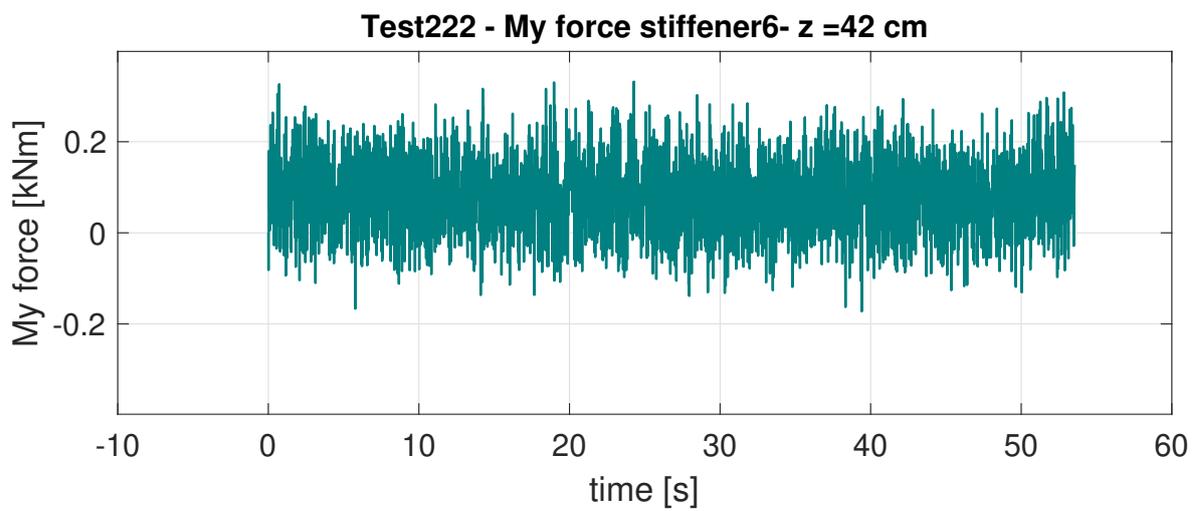
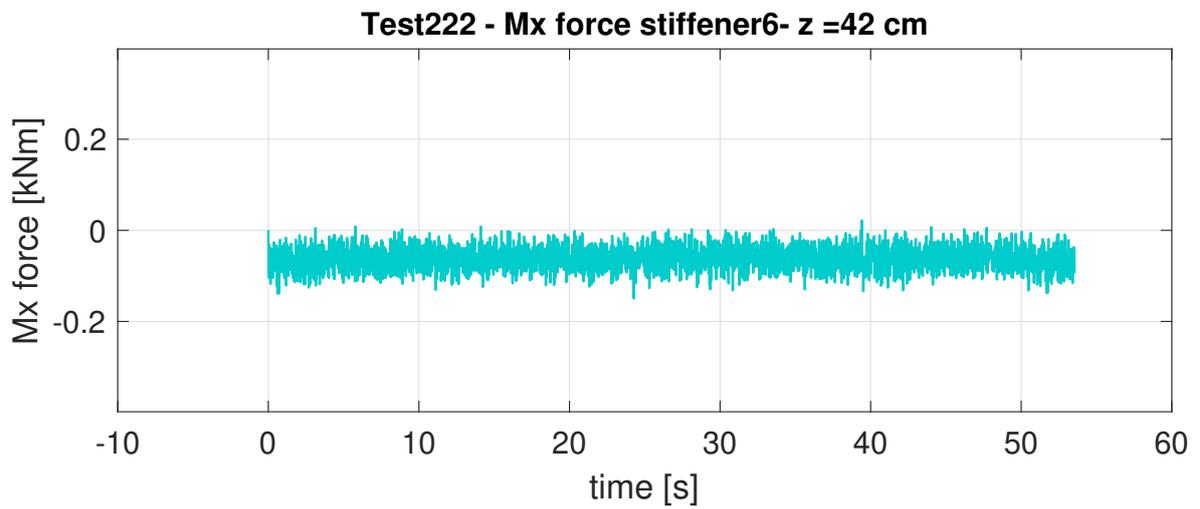
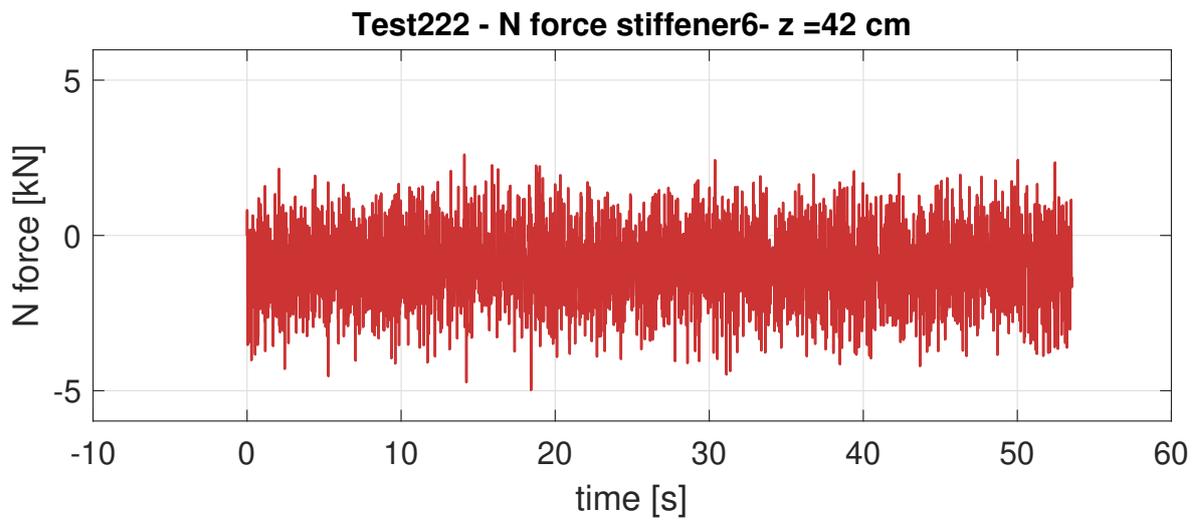
– Montante numero 4



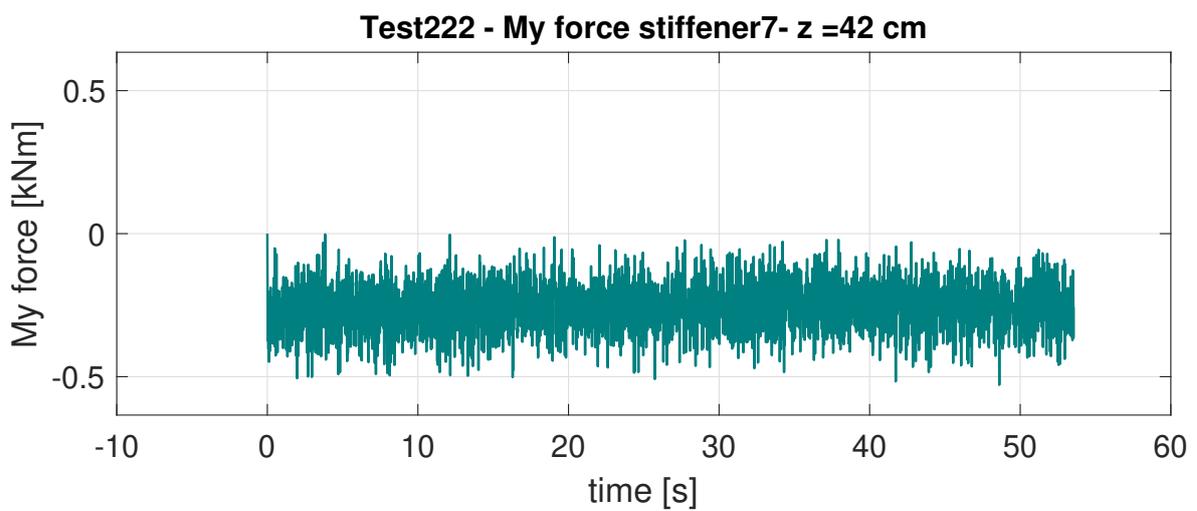
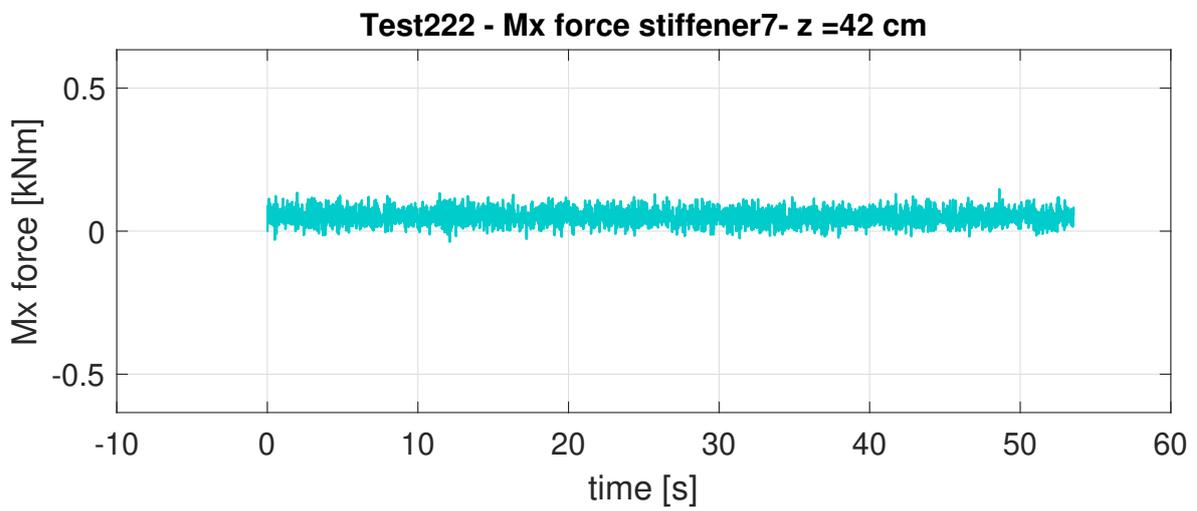
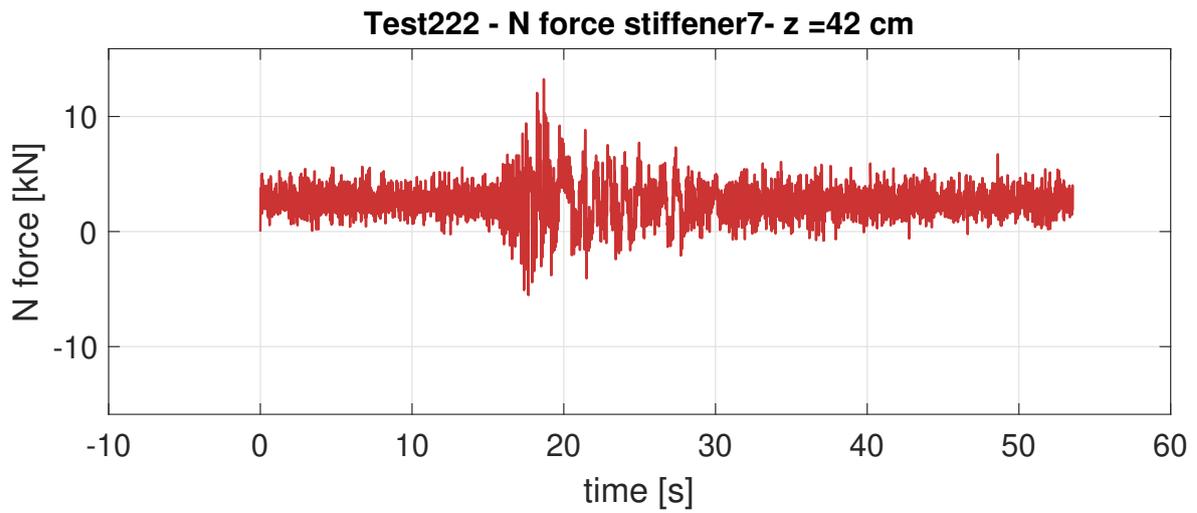
- Montante 5



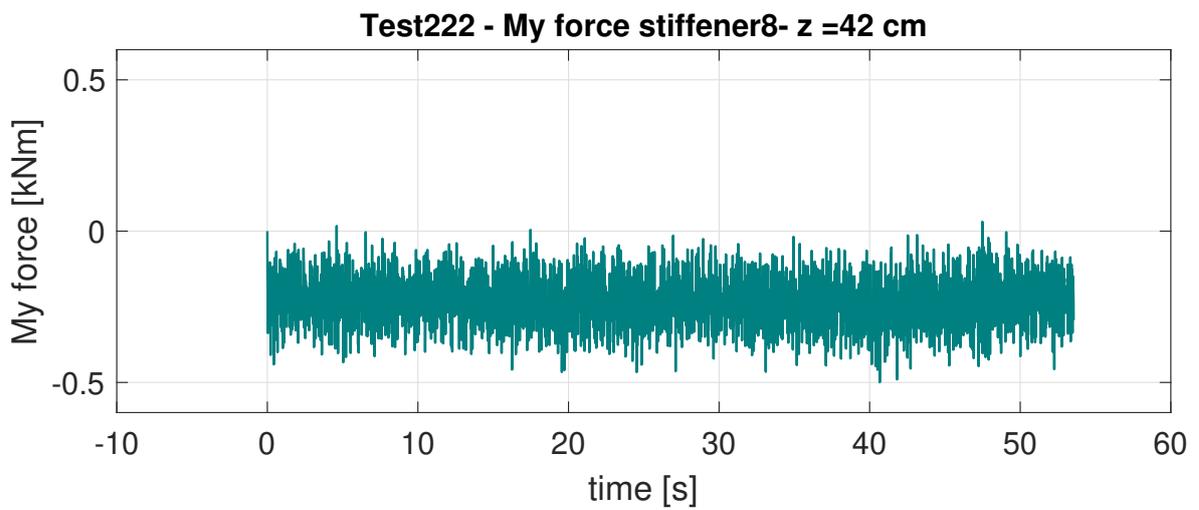
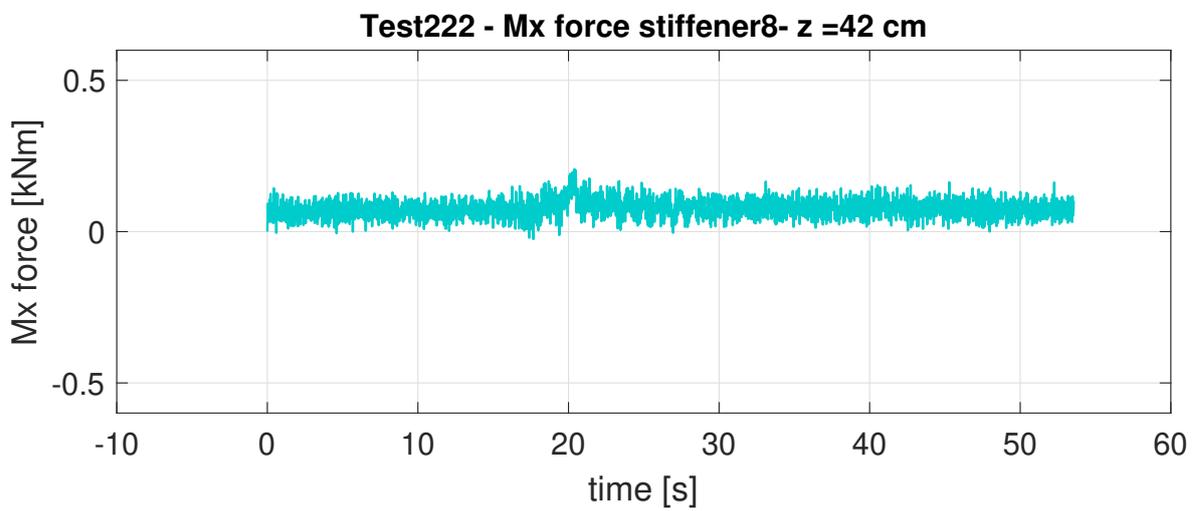
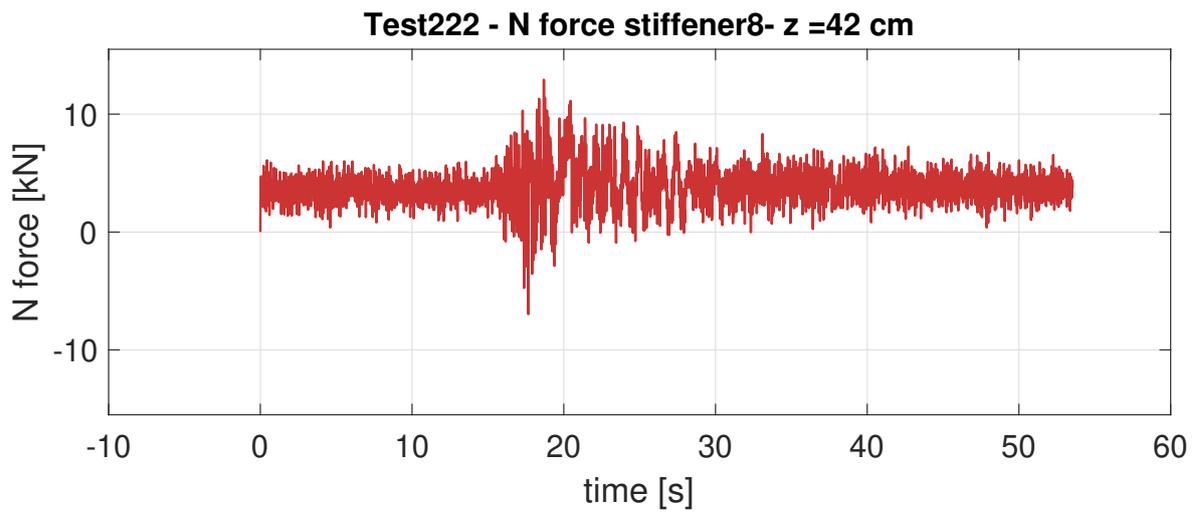
– Montante 6



- Montante 7

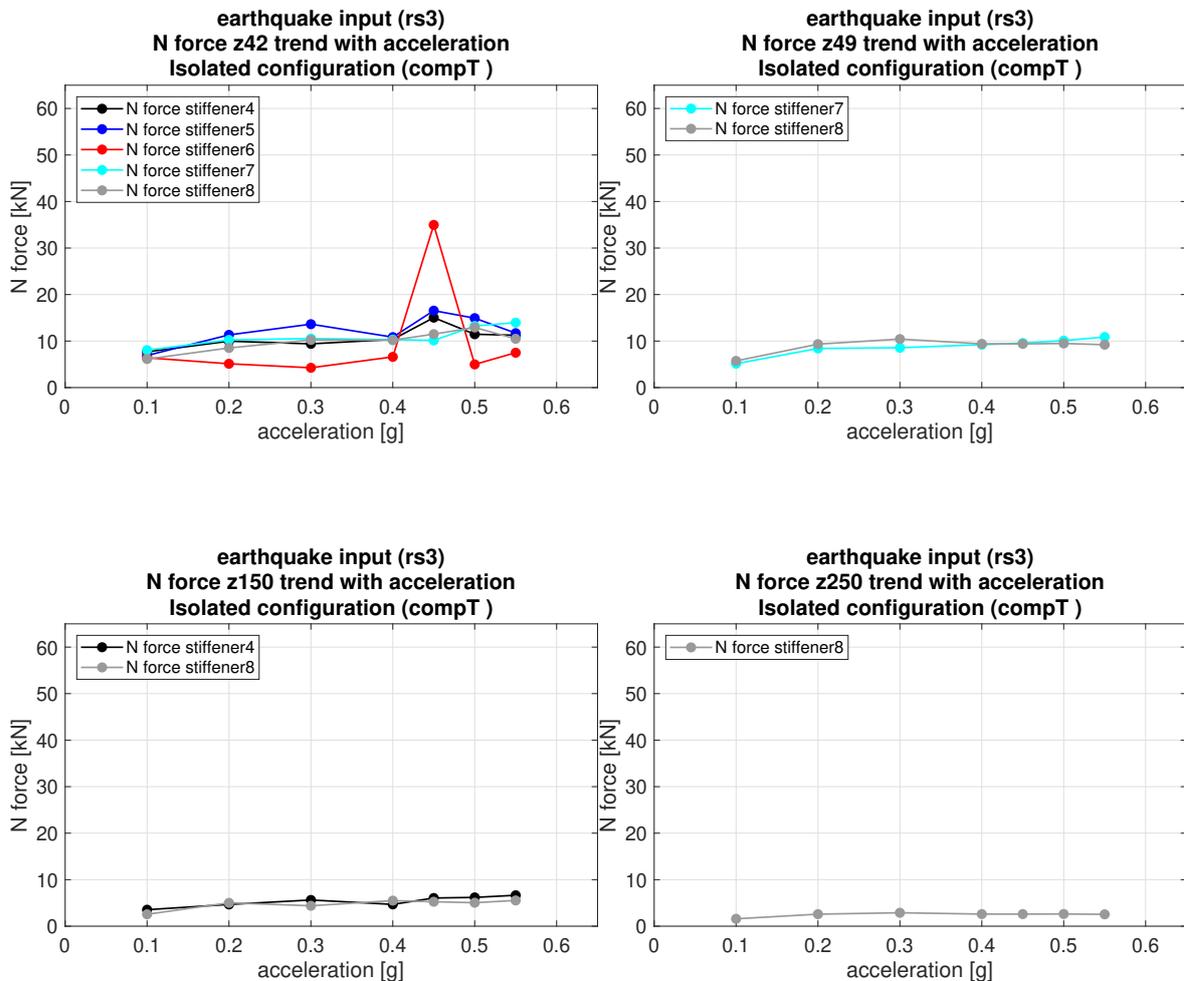


– Montante 8



Sulla base dei risultati appena ottenuti, analogamente alla configurazione a base fissa, è possibile rappresentare il valore di sforzo normale massimo in relazione all'accelerazione, per il medesimo test, alle diverse quote. I risultati relativi a tutti i test in tabella 5 sono riportati in appendice A.

- Terremoto RS<sub>3</sub>



Tali grafici mostrano come i valori di sforzo normale tendano ad essere costanti con l'accelerazione, segno del funzionamento del sistema di isolamento.

## 7.6 MARKERS

Per l'analisi dei risultati dei markers si consulti il lavoro di tesi di Caterina Neri: *Prove su tavola vibrante di un silo metallico a fondo piano: analisi della risposta sismica mediante misurazioni ottiche.*

# 8

## CONCLUSIONI

Tale elaborato rappresenta un primo approccio di un complesso processo di interpretazione del comportamento dinamico di un silo a fondo piano. Infatti, questo è fortemente governato dall'interazione grano-struttura che complica notevolmente l'identificazione dinamica. Una parte dei risultati ottenuta è frutto del lavoro di collaborazione con i miei colleghi Caterina Neri e Sulyman Mansour.

Come si è visto nei capitoli precedenti la sovrappressione dinamica segue un andamento pseudo-lineare con l'accelerazione, analogamente lo sforzo normale nei montanti. Dallo studio delle figure 26 e 27 si nota che non vi è contemporaneità di incremento delle sovrappressioni dinamiche e dello sforzo normale. Tale risultato suggerisce che il meccanismo resistente alle azioni orizzontali non coinvolge solo i montanti (attraverso il solo contributo dello sforzo normale) ma probabilmente anche la virola corrugata attraverso un sistema resistente a taglio.

Dallo studio dei risultati derivanti dall'applicazione del metodo dei punti di mezza potenza si nota come il comportamento dinamico del silo, caratterizzato da frequenza propria, rapporto di smorzamento modale e deformata modale, dipende fortemente dal tipo di segnale di input e dal suo valore di PGA. Infatti, terremoti più impulsivi (es. RS3) attivano minore massa di grano che quindi porta ad uno smorzamento più piccolo, contrariamente al caso di terremoti più duraturi (es. A1) in cui gli smorzamenti sono maggiori. In altre parole, l'amplificazione dinamica tende a diminuire con l'aumentare dell'accelerazione, probabilmente in conseguenza ad un aumento dello smorzamento.

La frequenza propria misurata durante i vari input è la stessa per tutti gli accelerometri e assume valori nell'intorno degli 11 Hz. Inoltre, l'amplificazione dinamica, crescente con l'altezza, è misurabile a partire dall'accelerometro numero 9 (posto a 75 cm).

La deformata modale, rappresentata rispetto al valore massimo, ha sempre un andamento di tipo telaio shear-type.

Infine, dal confronto di tutti gli elaborati presentati è possibile notare il beneficio introdotto dal sistema di isolamento. Quest'ultimo infatti permette di abbattere notevolmente l'accelerazione trasmessa alla struttura con ovvie conseguenze in termini di pressione e di sforzi.

# R | RINGRAZIAMENTI

*Un percorso affrontato con le persone giuste è decisamente un percorso migliore*

Ringrazio il mio relatore, il Professor Stefano Silvestri, per avermi dato la possibilità di prendere parte ad un progetto di ricerca così stimolante ed ambizioso, per aver creduto in me e per essere stato sempre disponibile. L'aver partecipato praticamente a delle prove sperimentali su una struttura reale al fianco di professori e ricercatori mi ha permesso di migliorare sotto molti aspetti.

Ringrazio Caterina Neri per avermi sopportato e supportato in questi lunghi mesi di tesi.

Ringrazio tutti i miei amici, in particolare quelli del "Galvani". Ringrazio voi, quelli del 23, che avete reso questi anni a Bologna indimenticabili. Siete stati marinai di una barca che non affonderà mai.

Ringrazio i miei genitori ed i miei nonni per avermi sempre sostenuto durante questo percorso. Un grazie particolare al pezzettino di famiglia qui ritrovata che mi ha sempre aiutato ed accolto.

E un ringraziamento a te, per avermi aiutato ad essere dove sono.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] EN 1998-4: 2006 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 4: Silos, tanks and pipelines.
- [2] Luca Pieraccini, Stefano Silvestri, and Tomaso Trombetti. Refinements to the silvestri's theory for the evaluation of the seismic actions in flat-bottom silos containing grain-like material. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 13(11):3493–3525, 2015.
- [3] Stefano Silvestri, Giada Gasparini, Tomaso Trombetti, and Dora Foti. On the evaluation of the horizontal forces produced by grain-like material inside silos during earthquakes. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 10(5):1535–1560, 2012.
- [4] Stefano Silvestri, Salvador Ivorra, Laura Di Chiacchio, Tomaso Trombetti, Dora Foti, Giada Gasparini, Luca Pieraccini, Matt Dietz, and Colin Taylor. Shaking-table tests of flat-bottom circular silos containing grain-like material. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 45(1):69–89, 2016.