

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Fisica

**Proprietà statistiche e modelli per la mobilità
ciclistica: i dati di Bellamossa.**

Relatore:
Prof. Armando Bazzani.

Presentata da:
Andrea Cecchetti.

Correlatore:
Dott. Alessandro Fabbri.

Anno Accademico 2018/19

Indice

1	<u>Data set</u>	7
1.1	Dati di Bellamossa	7
2	<u>Analisi dati</u>	11
2.1	Algoritmi e grafi.	11
2.1.1	RDP l'algoritmo di Ramer-Douglas-Peucker	12
2.1.2	L'algoritmo di Dijkstra	13
3	<u>Risultati</u>	21
3.1	Istogrammi e distribuzioni	21
3.1.1	Distribuzioni delle lunghezze di viaggio.	22
3.2	Fit delle distribuzioni	31
3.3	Distribuzione dei tempi di viaggio	34
3.3.1	Distribuzioni delle velocità	37
3.3.2	Le subnet di Bologna.	39
4	<u>Conclusioni</u>	43
4.1	Conclusioni sull'analisi della mobilità.	43
A	<u>Appendice</u>	45
A.1	Richiami analisi matematica della sfera.	45
A.1.1	Operatori in coordinate sferiche.	46
A.2	Bibliografia	47
A.3	Ringraziamenti	48

Introduzione.

Uno degli obiettivi di questo elaborato è di mettere in luce le proprietà statistiche e le leggi che governano un sistema complesso come la rete stradale della città di Bologna, dove veicoli di diversa natura come automobili, autobus e biciclette si trovano ad interagire tra di loro. Porrò la mia attenzione sulla mobilità delle biciclette. Come vengono recuperati i dati? Ogni singolo individuo scarica l'applicazione BetterPoints dichiarando con cosa si sta muovendo, per esempio se sta usando la bicicletta o un autobus oppure a piedi. Attiva l'applicazione ed incomincia ad inviare al database i dati relativi alla propria posizione. Il rilevamento della posizione viene fatto mediante il GPS (situato) nello smartphone della persona. Oggi possiamo sfruttare sia i satelliti Americani che quelli Russi ovvero quelli del sistema GLONASS così da poter aumentare la precisione sulla posizione. Al giorno d'oggi i GPS degli smartphone hanno una precisione dell'ordine del metro ed una frequenza di refresh dei dati di al massimo 10 Hz [3,4]. Il formato delle coordinate è in base sesagesimale per esempio N 40° 37' 24" E 12° 45' 18". L'ID dell'utente viene cambiato ogni volta per rispettare le normative sulla privacy. Una volta preso tutto il pacchetto dati, in esso non ci sono solo le biciclette ma anche altri veicoli come autobus, macchina o treno. Una prima analisi consiste nel separare queste attività. La separazione delle attività non l'ho fatta perchè mi hanno dato i file già divisi per attività. Dai dati sulla mobilità è possibile ricostruire la mappa di Bologna, calcolare i percorsi delle persone, pur mantenendo sempre l'anonimato dell'utente. Una volta ricostruita la mappa di Bologna si possono calcolare le *subnet*. Una *subnet* è un sottoinsieme dell'intera mappa di Bologna. Nel nostro caso la *subnet* deve essere composta da maglie chiuse in modo da ottenere una sotto rete senza segmenti con un estremo libero. Un'altra cosa importante da calcolare sono i flussi sulle strade di Bologna. Il flusso viene assegnato sapendo quante volte viene attraversata una strada. Per quanto riguarda la costruzione di una *subnet* e il calcolo dei flussi verranno spiegati nel capitolo 3. Durante l'intera analisi dati si fa uso di importanti algoritmi, per esempio l'algoritmo Dijkstra per calcolare il percorso più breve tra due nodi di un grafo. La parte sugli algoritmi verrà spiegata più dettagliatamente nei capitoli 2 e 3. Inoltre viene fatta un'analisi statistica mediante l'utilizzo di istogrammi dove verranno analizzate diverse grandezze come la velocità media di ogni viaggio, le lunghezze dei viaggi e i tempi di viaggio [1,2]. Le unità di misura di queste tre grandezze sono [minuti], [m/s] e [m]

rispettivamente per il tempo la velocità e lo spazio. Con un'analisi statistica si cerca di vedere come cambia la mobilità nei vari mesi; in particolar modo soffermerò la mia attenzione su aprile e agosto, per il fatto che aprile è un mese primaverile e agosto è estivo perciò sospetto un cambiamento nella mobilità delle biciclette. Inoltre cerco di vedere se la distribuzione nella coda abbia un calo esponenziale. Per ora è solo una ipotesi che andrà verificata. Per verificare tale ipotesi verranno fatti dei fit.

Capitolo 1

Data set

1.1 Dati di Bellamossa

Bellamossa è un programma di promozione della mobilità sostenibile. Aderendo a questa iniziativa e raggiungendo dei traguardi, in termini di percorso, si ottengono dei punti che potranno essere convertiti in buoni sconto presso i servizi commerciali che hanno aderito a questa iniziativa. I dati di Bellamossa comprendono non solo la mobilità dei ciclisti ma anche quella dei pedoni, automobili, autobus e treni. Di seguito viene mostrata una parte della struttura dati originale contenente varie tipologie di attività e una descrizione dei parametri di intestazione:

```
ActivityId,ActivityType,Time,Latitude,Longitude,Accuracy,Speed,IdentifiedType,IdentifiedConfidence
1145763,Car_Share,2017-04-01 00:01:33,44.60015,10.94717,50,21.8,Unknown,100
1148964,Car_Share,2017-04-01 09:57:12,44.25901,12.07303,5,39.16,InVehicle,100
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:36,44.48921,11.3405,32,0,InVehicle,42
1146234,Bus,2017-04-01 06:31:09,44.50124,11.32116,16,3.42,InVehicle,44
1146154,Train,2017-04-01 05:53:01,44.29372,11.88336,16,2.22,Unknown,100
1146268,Walk,2017-04-01 06:34:34,44.49278,11.36737,7,1.6,OnFoot,100
```

ActivityId:

Questo parametro identifica la singola persona.

ActivityType:

Dichiarazione da parte dell'utente con cosa si muove. Per esempio: cycle, bus, car, on foot.

Time:

Identifica la data in formato anno, mese e giorno con accanto l'orario.

Latitude: latitudine.

Longitude: longitudine.

Accuracy:

Precisione del Gps.

Speed: velocità della persona.

IdentifiedType:

Il programma in base alla velocità, spazio percorso e durata del viaggio stabilisce con quale veicolo si è mossa la persona. A volte succede che non riconosce con cosa si stia muovendo poichè il singolo utente ha dichiarato per esempio di usare la bicicletta ma poi a metà viaggio ha preso un autobus.

IdentifiedConfidence:

Questo valore dice quanto si è sicuri di avere una buona corrispondenza tra la dichiarazione con cosa si muove la persona e quella calcolata dal programma.

Nel mio caso ho usato circa il 65% dei dati forniti da Bellamossa che riguardano solo le biciclette. Qui di seguito vengono illustrati un istogramma dei dati utilizzati e un piccolo pezzo del data set di sole biciclette.



```
ActivityId,ActivityType,Time,Latitude,Longitude,Accuracy,Speed,IdentifiedType,IdentifiedConfidence
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:36,44.4892,11.3405,32,0,InVehicle,42
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:45,44.4891,11.3405,12,1.69,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:47,44.489,11.3404,12,1.96,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:49,44.4889,11.3404,8,2.4,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:56,44.4888,11.3404,8,2.35,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:19:59,44.4888,11.3405,12,2.41,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:20:02,44.4887,11.3407,12,2.62,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:20:06,44.4887,11.3408,16,1.96,InVehicle,62
1145783,Cycle,2017-04-01 00:20:16,44.4886,11.3408,12,1.79,InVehicle,62
```

Figura 1.1: Data set di Bellamossa contenente solo biciclette.

In figura(1.1) i dati che riguardano solo le biciclette. É possibile vedere come il parametro ActivityId sia uguale per diverse righe poichè sono tutti dati relativi allo stesso utente che si sta spostando ed è possibile vederlo anche nella variazione delle coordinate di latitudine e longitudine. Questi file sono tutti dati di input ad un programma di analisi dati. Durante l'esecuzione del programma vengono scartati molti dati considerati

superflui per il calcolo del best path di ogni cittadino. Questo si traduce in un minor spreco di risorse del calcolatore e di un minore tempo di esecuzione dell'analisi dati.

Capitolo 2

Analisi dati

2.1 Algoritmi e grafi.

Durante l'analisi dati entrano in campo diversi algoritmi. Questi sono l'algoritmo di Ramer-Douglas-Peucker, l'algoritmo di Dijkstra, l'algoritmo per generare le *subnet* e l'algoritmo per disegnare i colori relativi ad un certo valore di flusso sulle strade di Bologna. Tutti questi algoritmi vengono utilizzati per lo studio dei grafi. Un grafo è essenzialmente costituito da nodi e segmenti che d'ora in poi chiameremo *link*. Di un *link* appartenente al grafo non importa la lunghezza o la forma ma quali nodi si vengono a collegare ad esso. I grafi possono avere diverse applicazioni. Nel mio caso il grafo rappresenta la mappa di Bologna. I grafi possono essere orientati, non orientati e pesati. Nel primo caso i link possono essere percorsi in una sola direzione, mentre nel caso di un grafo non orientato il singolo link può essere percorso in entrambi i versi. In fine un grafo si dice pesato se ad ogni link è associato un peso che può essere discreto oppure continuo. Nel nostro caso il tipo di grafo è non orientato poichè le strade possono essere percorse in entrambe le direzioni.

2.1.1 RDP l'algoritmo di Ramer-Douglas-Peucker

Questo algoritmo permette di semplificare una spezzata senza stravolgerne completamente la forma figura(2.1). Si definisce un parametro di dissimilarità come la massima distanza tra la curva originale e quella semplificata. Il risultato finale è che i punti che costituiscono la curva semplificata formano un sottoinsieme di punti della curva di partenza. La particolarità di questo algoritmo sta nella sua ricorsività ovvero abbiamo delle funzioni che si auto chiamano. L'auto chiamata di una funzione, in questo algoritmo, è esponenziale motivo per cui si dovrebbe rendere l'algoritmo iterativo e non ricorsivo per risparmiare risorse utili soprattutto se tale algoritmo venga implementato su sistemi embedded. Immaginiamo, per semplicità, di avere una retta fatta da 100 punti; non avrebbe senso tenerli tutti se la stessa retta la possiamo ottenere con soli 50 punti oppure 10 o solo 2 punti. Alla base di questo algoritmo c'è l'idea di ottenere le massime prestazioni con il minor consumo di risorse. Vediamo con un esempio didattico del suo funzionamento. Figura(2.1).

Data una spezzata aperta è possibile ottenere una spezzata semplificata togliendo alcuni punti da quella di partenza. Siano dati N punti e indicato con $\epsilon > 0$, la distanza di rigetto dei punti dal segmento. L'algoritmo parte prendendo il primo e l'ultimo punto e crea un segmento. Successivamente partendo dal punto 2 fino al punto $N-1$ si calcola la distanza di ciascun punto dal segmento. Si prende in considerazione il punto che ha maggior distanza che, per esempio, ipotizziamo essere il numero 10 su un totale di 20 punti. Se questo punto ha una distanza maggiore di ϵ allora viene tenuto e si vanno a tracciare altri due segmenti che uniscono rispettivamente i punti 1-10 e 10-20. Partendo dal primo segmento si calcola la distanza dei punti dal segmento dal punto 2 al 9 e si guarda chi ha la distanza maggiore dal segmento. Per esempio se fosse il punto 4 allora si confronta la sua distanza dal segmento con ϵ . Se risulta minore di ϵ tutti i punti dal 2 al 9 vengono scartati. Lo stesso procedimento si applica anche al secondo segmento congiungente punti 10 e 20. Se un punto qualsiasi di questi ultimi ha distanza dal segmento, maggiore di ϵ allora viene tenuto e si tracciano altri due segmenti. Se il punto che ha distanza maggiore di ϵ è, per esempio, il 18 allora si tracciano due segmenti. Il primo congiunge i punti 10 e 18 mentre il secondo passa per i punti 18 e 20. Ora calcolando la distanza massima dal segmento dei punti dal 11 al 17 la si confronta con ϵ e se risulta inferiore ad essa allora tutti i punti dal 11 al 17 vengono scartati. Lo stesso viene fatto per il secondo segmento dove se anche il punto 19 ha distanza dal segmento inferiore a ϵ anche questo viene scartato. Alla fine l'algoritmo ha ridotto una spezzata aperta di venti punti ad una di 4 punti che sono rispettivamente il punto 1,10,18,20.

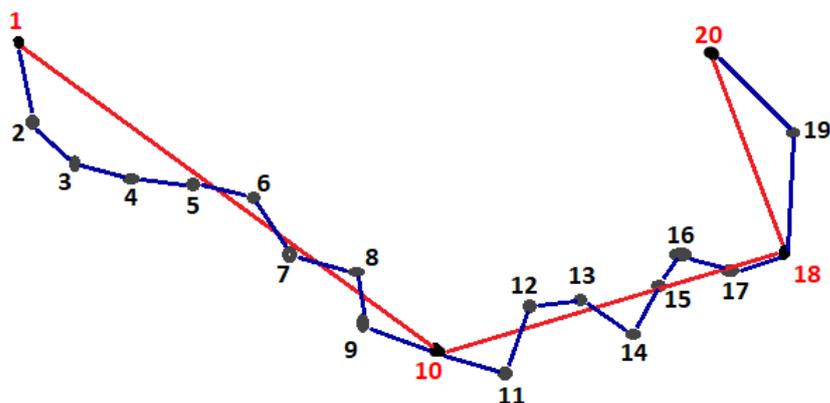


Figura 2.1: Risultato dopo aver applicato L'algoritmo di Ramer-Douglas-Peucker è che la spezzata fatta di 20 punti si è ridotta ad una più semplice di 4 punti.

2.1.2 L'algoritmo di Dijkstra

Questo algoritmo permette di calcolare il percorso minimo tra due nodi figura(2.2) e anche il minimo percorso tra un nodo di partenza e tutti gli altri nodi della rete. L'algoritmo si arresta quando si raggiunge il nodo di arrivo o quando l'insieme dei punti da visitare diventa vuoto. Per implementare tale algoritmo partiamo definendo tre insiemi. Sia V l'insieme dei nodi visitati, F l'insieme dei nodi di frontiera e M l'insieme dei nodi non ancora visitati, L il numero di link e p_l il peso del singolo link. Si parte scegliendo il punto di partenza e uno di arrivo. Inizialmente $V = \emptyset$, al primo step si parte dal nodo di partenza che ha costo zero ed esso viene aggiunto all'insieme V dei punti visitati. D'ora in poi i termini *peso* e *costo* assumeranno lo stesso significato. Si guardano i pesi dei nodi primi vicini che saranno messi nell'insieme di frontiera F , che mi danno la distanza dal nodo di partenza. Ora all'interno di F si sceglie il nodo che ha un costo minore e si aggiorna il potenziale del nodo rendendolo definitivo e si sposta il nodo nell'insieme V e si aggiornano gli altri potenziali dei rispettivi nodi di frontiera, solo se il potenziale all' n -esimo step è minore a quello dello step precedente. Poi si prendono i rimanenti nodi dell'insieme F e di ciascuno si guardano i primi vicini e si calcola il potenziale tenendo in considerazione il potenziale del nodo precedente. Questo procedimento va fatto fino a quando si arriva al nodo di arrivo oppure si ottiene $M = \emptyset$. Inoltre durante l'esecuzione dell'algoritmo viene riempito un vettore \vec{U} che tiene conto dei nodi attraversati in un

NODI					
\vec{d}	0	1	2	3	4
	0	∞	∞	∞	∞
n=0	0	2	3	∞	∞
n=1	0	2	3	3	∞
n=2	0	2	3	3	7
n=3	0	2	3	3	7

Tabella 2.1: Tabella di evoluzione del vettore \vec{d} delle distanze.

NODI					
\vec{U}	0	1	2	3	4

n=0	.	0	0	.	.
n=1	.	0	0	1	.
n=2	.	0	0	1	2
n=3	.	0	0	1	2

Tabella 2.2: Tabella di evoluzione del vettore \vec{U} dei percorsi minimi tra il nodo iniziale e n-esimo nodo della rete.

percorso minimo tra due nodi. Qui di seguito due tabelle descrivono l'evoluzione dell'algoritmo andando a popolare il vettore \vec{U} e il vettore \vec{d} delle distanze dell'n-esimo nodo da quello di partenza. Le due tabelle in Figura (2.1),(2.2) si riferiscono all'evoluzione del cammino minimo sul grafo in figura (2.2) attraverso i nodi $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4$. Questo è un algoritmo di ottimizzazione e trova utilizzo nel calcolo del miglior percorso dati due punti sulla mappa di Bologna in termini di spazio percorso.

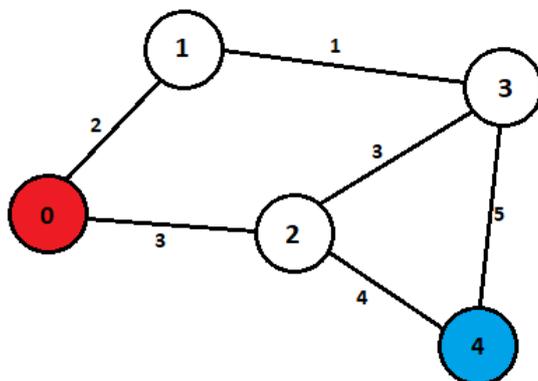


Figura 2.2: Il punto rosso e blu sono il nodo iniziale e finale rispettivamente.

Vediamo un'applicazione reale dell'algoritmo di Dijkstra che calcola il best path tra due punti sulla mappa di Bologna. Per verificare se l'algoritmo di Dijkstra è stato ben implementato basta prendere il best path calcolato e confrontarlo con quello dato da Google Maps. Se sono uguali allora l'algoritmo funziona. Una cosa interessante è confrontare il risultato del best path con il percorso fisicamente fatto dall'utente in bicicletta. Figura(2.3).



Figura 2.3: Percorso della bicicletta da Via della Ferriera BO fino a Via Saffi BO all'incrocio con Via Floriano Ambrosini.

Vediamo che il percorso calcolato da Google Maps in figura(2.4) e quello calcolato con l'algoritmo di Dijkstra in figura(2.5) danno lo stesso risultato. Su Google Maps la distanza calcolata è di 2500 m mentre quella fatta dalla persona in bicicletta è di 2684 m. Come si può osservare anche dalla figura(2.3) il percorso fatto dal singolo utente è più lungo di circa 184 m. Però sia Google Maps che l'algoritmo di Dijkstra sono algoritmi

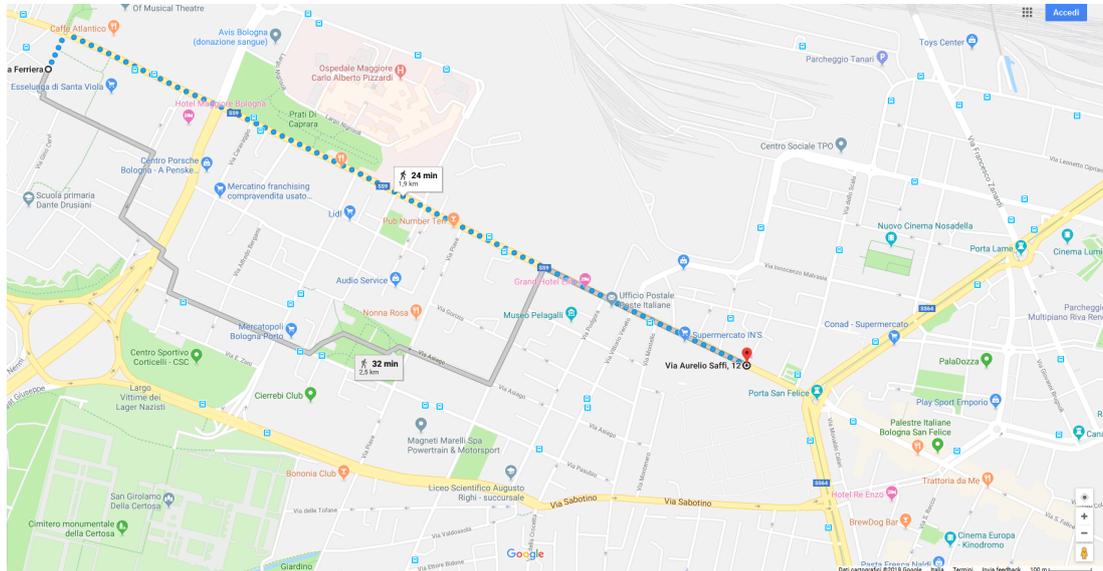


Figura 2.4: Percorso calcolato con Google Maps che parte da Via Ferriera BO fino a Via Saffi BO all'incrocio con la Via Floriano Ambrosini BO.



Figura 2.5: Percorso calcolato con l'algoritmo di Dijkstra che parte da Via Ferriera BO fino a Via Saffi BO all'incrocio con la Via Floriano Ambrosini BO. Vediamo che coincide con quello di Google Maps. Figura(2.4).

di ottimizzazione delle distanze o dei tempi in base a come affrontiamo il problema. Mentre il ciclista durante il percorso potrebbe fermarsi ai semafori, dover rallentare per non creare situazioni di pericolo per se e per gli altri, essersi fermato a fare colazione al bar prima di andare al lavoro. Tutte queste variabili di cui Google Maps e Dijkstra non tengono conto fa sì che ci sia una certa differenza tra il percorso scelto dall'individuo e quello scelto da un calcolatore.

Per quanto riguarda l'algoritmo per il calcolo dei flussi, mi va a colorare diversamente le strade con delle linee colorate di spessore variabile. Lo spessore è solo un fatto estetico. L'algoritmo incomincia a leggere il peso di ciascuna strada. Il peso dà un'informazione su quanto è utilizzata, in particolar modo quante volte è attraversata da *tail to front* e *front to tail* quella strada. L'algoritmo va a leggere il peso delle strade selezionate e lo confronta con il prodotto della costante di riscaldamento moltiplicata per 32 oppure 16, 8 o 4. Indicato con K la costante di riscaldamento se per esempio $peso > 32 * K$ allora la strada è colorata di giallo e si passa un nuovo peso all'algoritmo finché non si esauriscono tutti i pesi. Notiamo che se il peso è maggiore del prodotto tra costante di scala e 32 significa che quella strada è ben trafficata. Per i colori il giallo indica un flusso maggiore, a seguire in ordine decrescente abbiamo il rosso, verde, blu e grigio. Per una miglior chiarezza riporto un risultato del capitolo 3 figura(3.3).



Figura 2.6: Densità dei flussi di percorrenza delle strade di Bologna. Il giallo è il valore più alto in termini di flusso, poi a seguire c'è il rosso, il verde e il blu.

Ora analizziamo l'algoritmo per la creazione delle *subnet*. Ricordiamo che una *subnet* è una sottorete composta da maglie chiuse. All'algoritmo di generazione della *subnet* viene fornito un file dove ci sono tutte le strade di Bologna alle quali è associato peso che ci dice quante volte è stata attraversata quella strada. Le strade all'interno del file sono ordinate in funzione del flusso decrescente. L'algoritmo parte prendendo la prima e la seconda strada e guarda se hanno un nodo in comune. Se la risposta è affermativa viene aggiornato il numero dei nodi. Altrimenti si procede semplicemente prendendo una terza strada e controllando con tutte quelle precedenti se ci sono dei nodi in comune. Tutte le volte che l'algoritmo aggiunge una nuova strada questa sarà messa in ordine decrescente in funzione dei pesi all'interno della lista. Si continua in questo modo finché non si raggiunge il numero di nodi desiderato che compongono la *subnet* oppure si esaurisce il file che contiene le strade con i relativi pesi. Se ci sono delle strade che hanno un estremo libero queste vengono scartate. Quello che può succedere è che se chiediamo all'algoritmo di creare una *subnet* con troppo pochi nodi non è detto che riesca a trovare un percorso chiuso. Il risultato è mostrato in figura(2.7). Sottolineo che questa *subnet* è stata calcolata usando i dati relativi solo alla mobilità ciclistica nei mesi di aprile e agosto.

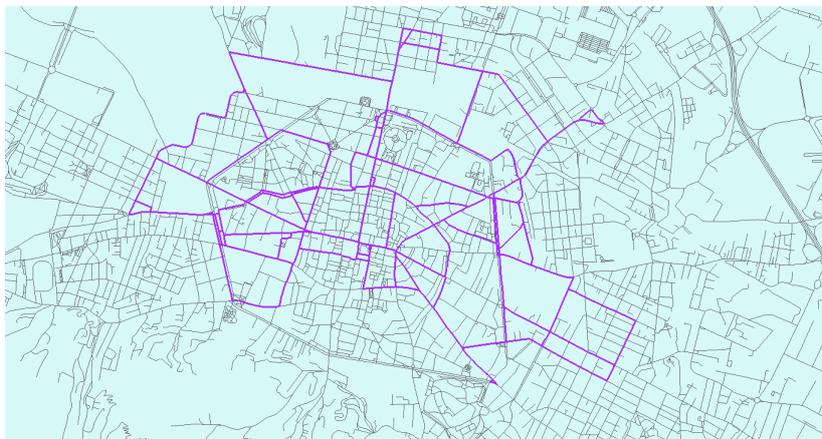


Figura 2.7: *Subnet* del grafo di Bologna che ha una lunghezza pari a 5% della lunghezza totale ovvero la somma delle lunghezze delle strade che compongono il network di Bologna e il 36% della mobilità. La *subnet* è composta dal 5% dei nodi dell'intero grafo di Bologna.

Quando l'algoritmo ha finito la creazione della *subnet* otteniamo due dati importanti. Il primo ci da la percentuale di lunghezza della *subnet*, ottenuta come somma delle sue strade, rispetto alla lunghezza dell'intero grafo di Bologna ottenuta come la somma della lunghezza di tutte le strade del grafo. Mentre il secondo ci da la percentuale delle strade da cui è fatta la *subnet*. Quest'ultimo viene calcolato guardando per ogni percorso tutte le strade di cui è composto, se ne ha almeno una che appartiene alla *subnet*. Se è ce nè almeno una viene incrementato di uno il valore di un contatore che tiene conto delle

strade che appartengono alla *subnet*. Alla fine si fa il rapporto tra il contatore e il numero totale delle strade per trovare la frazione delle strade da cui è composta la *subnet*.

Capitolo 3

Risultati

3.1 Istogrammi e distribuzioni

In questo capitolo vengono descritti gli istogrammi ritenuti più significativi, in cui vengono fatte delle distribuzioni delle lunghezze, velocità e tempo di viaggio. In particolare mi concentro sui mesi di aprile e agosto nei quali mi aspetto un significativo cambiamento sul numero dei viaggi. In particolare mi aspetto che gli istogrammi di aprile siano maggiormente popolati rispetto a quelli di agosto. Sempre sui mesi di aprile e agosto è stata fatta una distribuzione delle lunghezze dei viaggi suddividendoli in viaggi corti, medi e lunghi usando come discriminante il tempo. Un'altra distribuzione interessante è quella delle lunghezze dei viaggi nelle giornate estremamente piovose che però vanno da aprile a settembre. L'idea è di vedere quanto è influenzata la mobilità delle biciclette dalla pioggia. Fatto ciò si passa a fare la distribuzione delle lunghezze dei viaggi da aprile a settembre, senza scartare alcun giorno, alla quale viene sottratta la distribuzione delle lunghezze dei viaggi con il temporale per ottenere la distribuzione delle lunghezze senza temporale.

3.1.1 Distribuzioni delle lunghezze di viaggio.

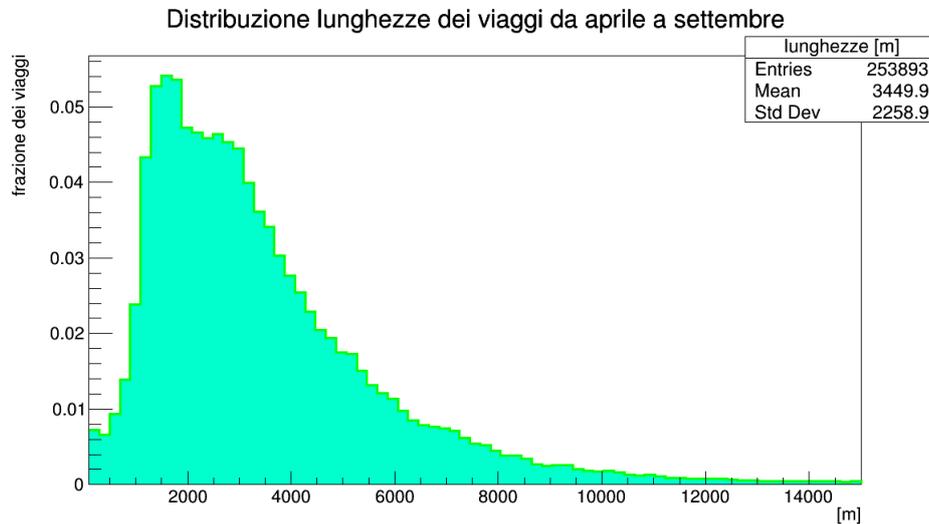


Figura 3.1: Distribuzione delle lunghezze dei viaggi da aprile a settembre normalizzata a uno. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m di spazio percorso. La Entries è il numero dei viaggi totali e vale 253893, la media 3449.9 m e la deviazione standard 2258.9 m.

In figura(3.1) è mostrata la distribuzione delle lunghezze di viaggio. Sono presenti due picchi. Il primo picco va da 1500 m a 1800m circa. Mentre il secondo va da 2000 m a 3200 m. Mi viene il sospetto sul primo picco e non sul secondo poichè è più comodo percorrere tra i 2000 m e 3200 m con la bicicletta piuttosto che a piedi. Perciò concentrandoci solo sul primo verifichiamo che il picco sia stato fatto da delle biciclette e non dai pedoni. Per fare ciò faccio la distribuzione delle velocità medie dei viaggi che hanno una lunghezza tra i 1000 m e 1800 m sapendo che mediamente ci vogliono almeno 10 minuti per coprire una distanza di 1000 m a piedi. La figura(3.2) mostra che il primo picco è consistente con delle biciclette poichè la velocità media di un pedone è circa 1 m/s mentre nella distribuzione viene 2.7 m/s.

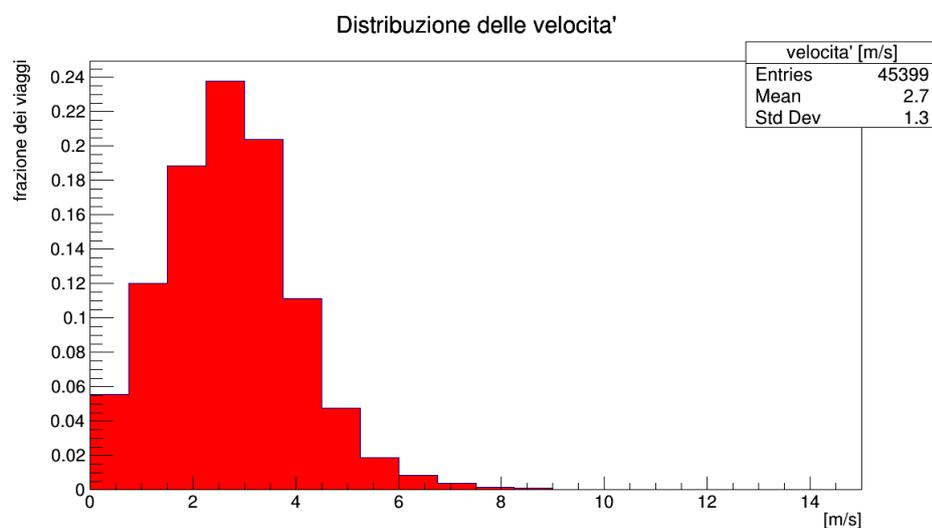


Figura 3.2: Distribuzione delle velocità di percorrenza dei viaggi compresi tra 1000 m e 1800 m da aprile a settembre. Il numero di bin è 20. La il numero dei viaggi è 45399, la media 2.7 m/s e la deviazione standard è 1.3 m/s.

A questo punto possiamo vedere anche dove hanno viaggiato le persone che hanno una lunghezza di viaggio compresa tra i 1000 m e 1800 m. Figura(3.3). Vediamo che i viaggi con lunghezza compresa tra i 1000 m e 1800 m si concentrano più nel centro città. Perciò abbiamo che il primo picco descrive una mobilità del centro città. Per quanto riguarda i colori dei flussi vengono scelti in funzione del numero delle persone che passano su quella strada. I colori sono messi in ordine decrescente di quanto viene utilizzata una strada: giallo, rosso, verde e blu. Infatti il colore blu arriva a propagarsi bene anche nelle strade periferiche. Perciò in base al colore sappiamo quanto è usata una strada e per quali viaggi viene utilizzata. Per esempio possiamo avere viaggi dal centro verso la periferia come mostra la figura(3.4).

Di seguito un'altra mappa di Bologna con i flussi della mobilità ciclistica che descrive dove sono disposti i viaggi compresi tra 2000 m e 3000 m. Questo range di 1000 m appartiene al secondo picco. Questa mappa descrive parte della mobilità di periferia oltre che del centro città. Figura(3.4).

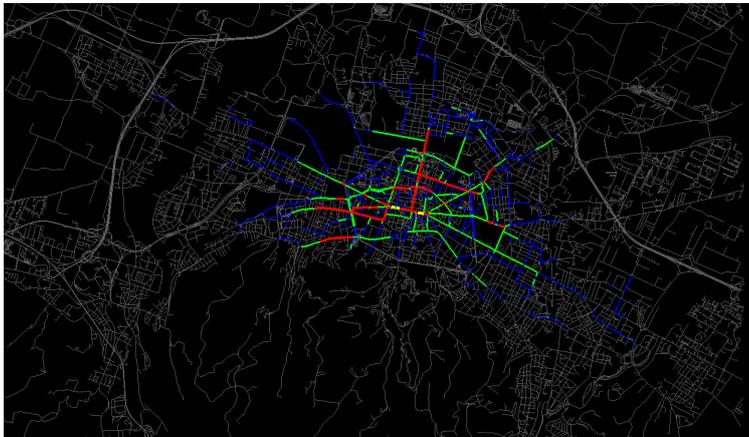


Figura 3.3: Flussi della mobilità ciclistica di Bologna con viaggi di lunghezza compresi tra 1000 m e 1800 m.

Ora andiamo a vedere la distribuzione delle lunghezze nel mese di aprile e agosto. Figure(3.5),(3.6). Anche nelle distribuzioni delle lunghezze dei viaggi in aprile e agosto sono presenti due picchi. Posso affermare che sono gli stessi punti della distribuzione in figura(3.1) ma ora separati su due mesi, perchè aprile e agosto sono contenuti dentro all'intero periodo che va da aprile a settembre. Le medie sono 3460.0 m e 3530.0 m in aprile e agosto rispettivamente. La deviazione standard in aprile è 2261.2 m mentre in agosto 2363.3 m.

In figura(3.5) il 6% circa su un totale di 54250 viaggi nel mese di aprile hanno una lunghezza di 1700 m circa che corrisponde al picco della distribuzione. Mentre in agosto figura(3.6) si ha un picco di 1400 m circa con una frazione di viaggi del 6%. Si può vedere che durante il periodo primaverile il numero di viaggi è maggiore rispetto ai periodi estivi. Infatti guardando la voce *Entries* nella box statistica delle figure(3.5),(3.6) il numero di viaggi in aprile è oltre il doppio di quelli di agosto.

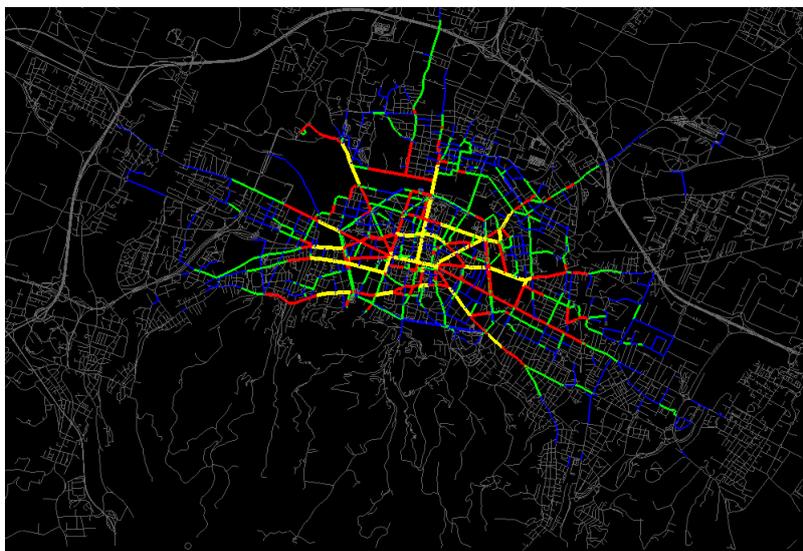


Figura 3.4: Grafo di Bologna dove vengono evidenziati i flussi della mobilità ciclistica nei viaggi di lunghezza tra i 2000 m e 3000 m.

Vediamo ora la distribuzione delle lunghezze dei viaggi lunghi, medi e corti da aprile a settembre figura(3.7).

In questo istogramma si osserva che la distribuzione dei viaggi medi in rosso, dei viaggi lunghi in verde sono pressochè centrate nell'intervallo spaziale di 3000 m e 4000 m. Per stabilire se un viaggio è lungo, medio o corto ho usato il tempo. Di ogni viaggio prima ho guardato il tempo di percorrenza ed in funzione di quello ho stabilito se il viaggio è lungo, medio o corto. Stabilito ciò andavo a inserire il valore dello spazio percorso associato a quel tempo nell'istogramma. Quello che cambia è la percentuale di viaggi di quella lunghezza. Per la distribuzione dei viaggi medi si ha circa il 2.4% dei viaggi mentre per quella dei viaggi lunghi è circa 4.8% su un totale di 253893 viaggi. Si osservi che queste tre distribuzioni mascherano pressochè completamente i picchi presenti nelle figure(3.1),(3.5),(3.6). In particolar modo osserviamo il picco della distribuzione dei viaggi corti che è circa il 12% dei viaggi da aprile a settembre con una distanza percorsa di circa 1400 m. La media dei viaggi lunghi è 2984.0 m, quella dei viaggi medi è 1592.3 m in fine quella corrispondente ai viaggi corti ha una media di 893.5 m.

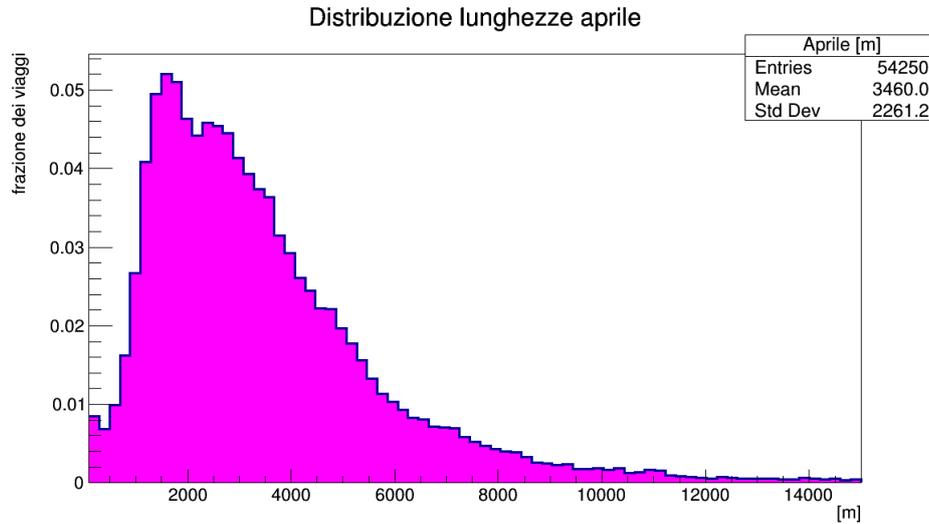


Figura 3.5: Distribuzione delle lunghezze di viaggio nel mese di aprile. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. Il numero di viaggi è 54250, la media è 3460.0 m e la deviazione standard è 2261.2 m.

Passiamo ad esaminare le distribuzioni delle lunghezze dei viaggi lunghi, medi e corti nei mesi di aprile e agosto. Figure(3.8),(3.9). Per suddividere un viaggio corto da uno medio e lungo ho usato il tempo. Ovvero per ogni individuo del mese di aprile ho guardato prima il tempo ed in funzione di esso ho stabilito se il viaggio è lungo, medio o corto. I viaggi corti hanno una durata massima di 15 minuti, quelli medi tra i 15 minuti e 30 minuti. Mentre considero lunghi tutti i viaggi con una durata superiore ai 30 minuti. Una volta stabilito se il viaggio è lungo, medio o corto (sulla base dei tempi) si prende la sua lunghezza e si incomincia a popolare l'istogramma. Partiamo da aprile figura(3.8)

Osserviamo che le tre medie sono molto distanti tra loro. Nei viaggi lunghi la lunghezza media di un viaggio è quasi il doppio di quella di un viaggio medio e sicuramente oltre il doppio rispetto alla media delle lunghezze di viaggio corti.

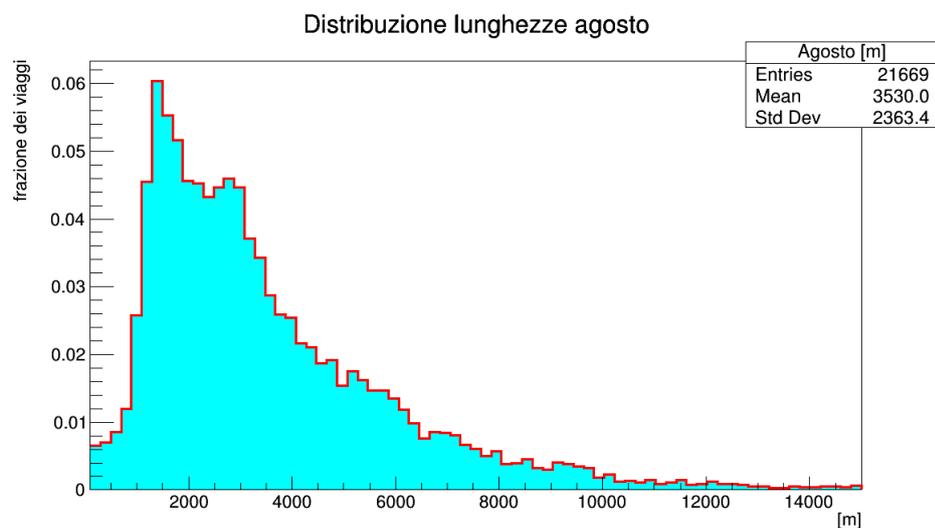


Figura 3.6: Distribuzione delle lunghezze di viaggio nel mese di agosto. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. Il numero dei viaggi è 21669, la media è 3530.0 m e la deviazione standard è 2363.4 m.

La figura(3.9) mostra la distribuzione delle lunghezze dei viaggi lunghi, medi e corti in agosto. Anche per agosto si è usato il tempo per definire se un viaggio era lungo, medio o corto e poi si andava a popolare l'istogramma con le lunghezze. La media dei viaggi è 888.2 m, 1670.0 m per quelli medi e 3033.1 m per quelli lunghi.

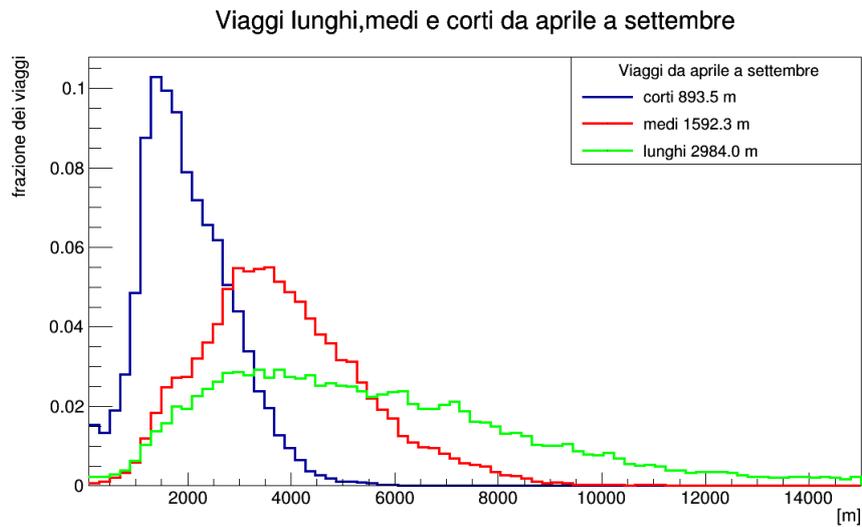


Figura 3.7: Distribuzione delle lunghezze di viaggio lunghe, medie e corte su tutto il periodo. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. Blu i viaggi corti con lunghezza media 893.5 m, in rosso quelli medi con lunghezza media 1592.3 m e in verde quelli lunghi con lunghezza media di 2984.0 m.

Vediamo adesso la distribuzione delle lunghezze dei viaggi domenicali figura(3.10). Quello che mi aspetto è un calo della mobilità ciclistica ovvero un minor numero di viaggi. La distribuzione presenta un picco centrato a 2700 m circa con una frazione di viaggi circa 3.5% sul totale dei viaggi domenicali. In media alla domenica la lunghezza dei viaggi è 5415.8 m con una frazione dei viaggi di circa 2.3%. Il numero dei viaggi che hanno lunghezza corrispondenti alla media è circa 120 viaggi.

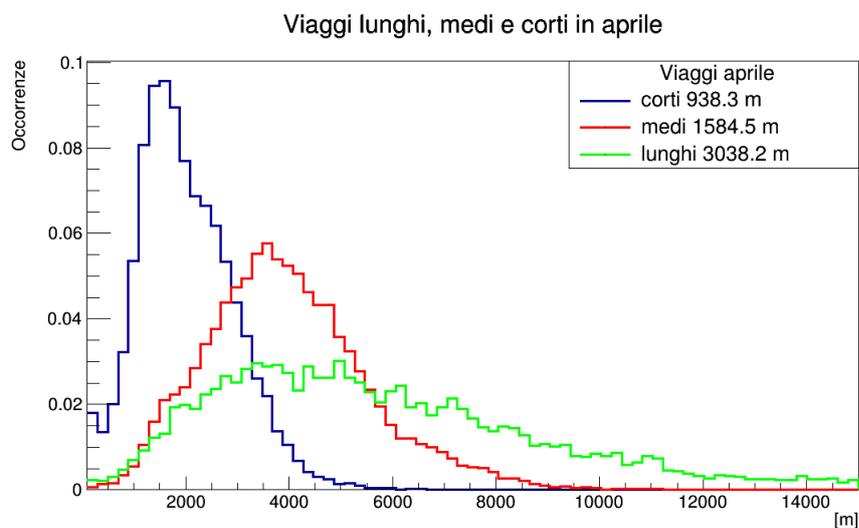


Figura 3.8: Distribuzione delle lunghezze dei viaggi lunghi, medi e corti di color verde, rosso e blu rispettivamente. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. la media dei viaggi corti è 938.3 m, quella dei viaggi medi è 1584.5 m mentre per i viaggi lunghi la media è 3038.2 m.

Per quanto riguarda i dati meteo relativi al temporale sono stati presi dal *ilmeteo.it*. Vediamo come il temporale influenza la mobilità ciclistica. In particolar modo vado a vedere come si distribuiscono le lunghezze dei viaggi nei giorni di temporale. Le giornate di temporale da aprile a settembre sono 22. In figura(3.11) è mostrata la distribuzione delle lunghezze viaggi con il temporale. La media e la deviazione standard sono 3354.5 m e 2191.1 m rispettivamente. Il numero delle *Entries* che rappresenta il numero dei viaggi è 28824 che è circa 11.35% del numero dei viaggi totali sull'intero periodo che va da aprile a settembre.

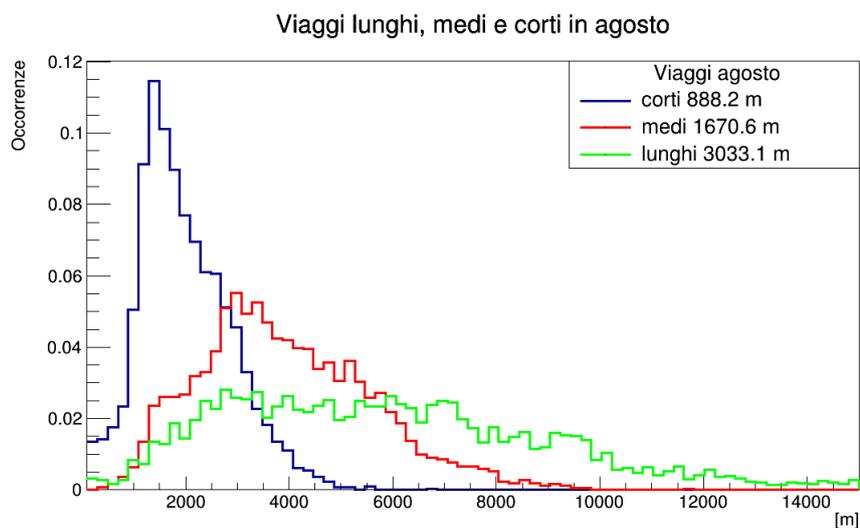


Figura 3.9: Distribuzione delle lunghezze dei viaggi lunghi, medi e corti di color verde, rosso e blu rispettivamente. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. La lunghezza media dei viaggi corti è 888.2 m, quella dei viaggi medi è 1670.6 m mentre per i viaggi lunghi la lunghezza media dei viaggi è 3033.1 m.

Ora facciamo la distribuzione data dalla differenza tra la distribuzione su tutto il periodo in figura(3.1) e quella con il temporale in figura(3.11). Così ottengo la distribuzione delle lunghezze dei viaggi senza temporale. Vedere figura(3.12). Quello che mi aspetto è che il numero dei viaggi aumenti rispetto alla distribuzione con il temporale. Questa distribuzione ha un'andamento simile a quella in figura(3.1) infatti le medie sono 3449.9 m per la distribuzione su tutto il periodo e 3462.2 m per la distribuzione senza temporale. Il fatto che in questa distribuzione non ci siano i contributi dovuti al temporale non significa che le giornate di pioggia siano assenti e tutti i viaggi siano automaticamente fatti in condizione di bel tempo.

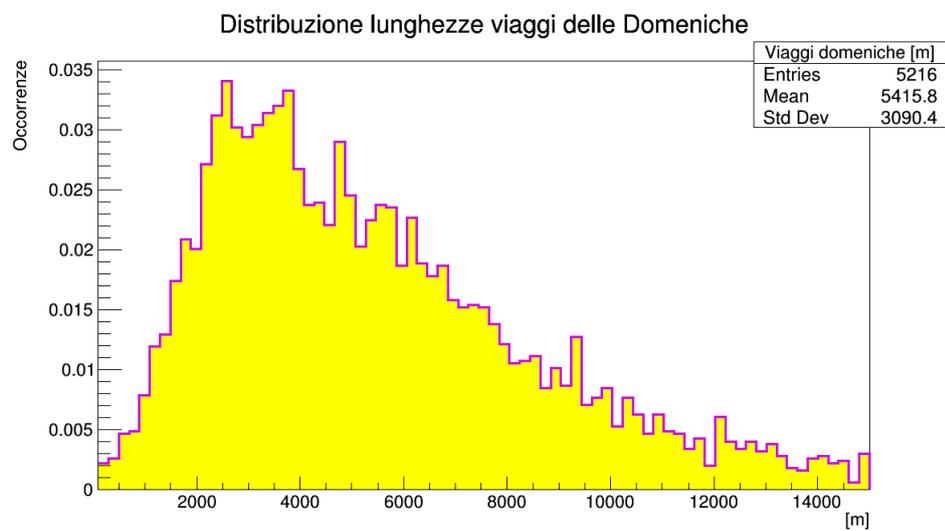


Figura 3.10: Distribuzione delle lunghezze da aprile a settembre solo nei giorni di domenica. Il numero di bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. Il numero dei viaggi è 5216, la media delle lunghezze dei viaggi è 5415.8 m e la deviazione standard è 3090.4 m.

3.2 Fit delle distribuzioni

Ora vediamo quanto bene le distribuzioni delle lunghezze dei viaggi di aprile e agosto approssimano un comportamento esponenziale in coda. Vedere figura(3.13),(3.14).

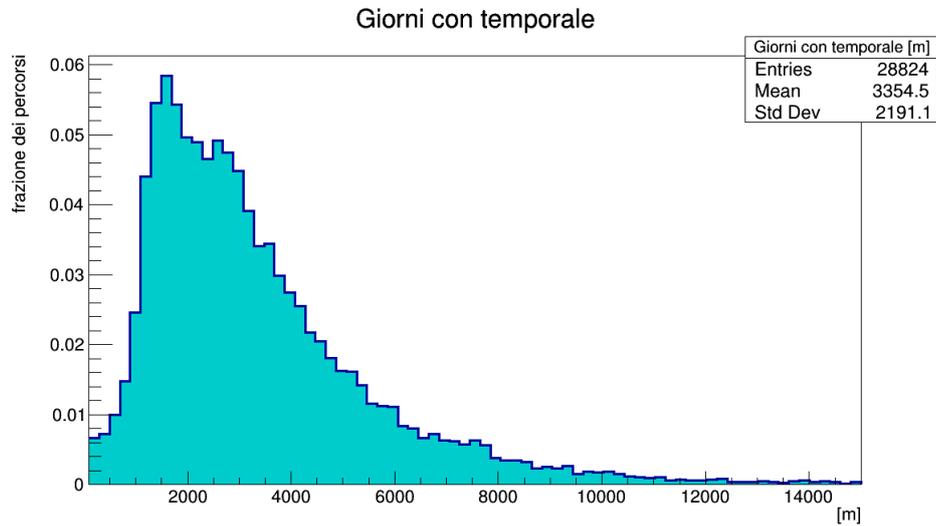


Figura 3.11: Distribuzione delle lunghezze dei viaggi con il temporale. Il numero dei bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. La media e la deviazione standard sono 3354.5 m e 2191.1 m rispettivamente.

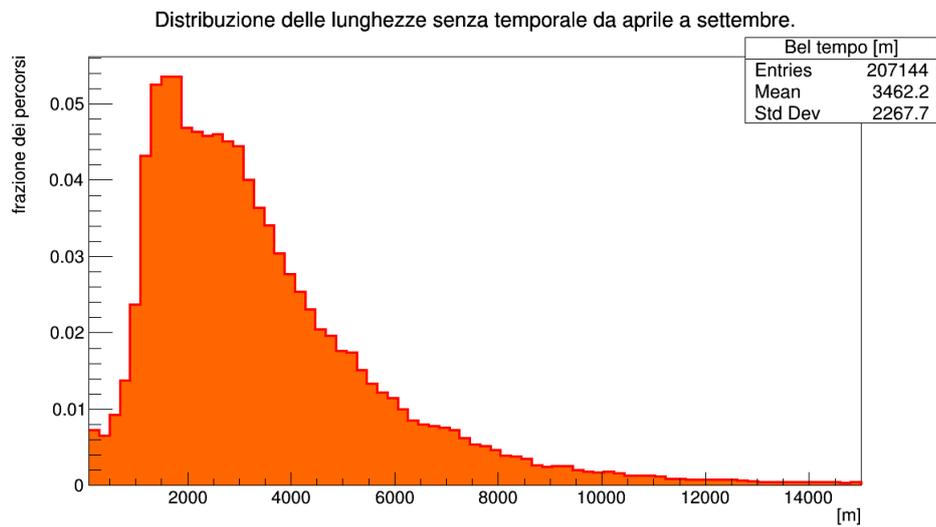


Figura 3.12: Distribuzione delle lunghezze dei viaggi senza il temporale. Il numero dei bin è 75. Il range va da 100 m a 15000 m. La media è 3462.2 m e la deviazione standard 2267.7 m.

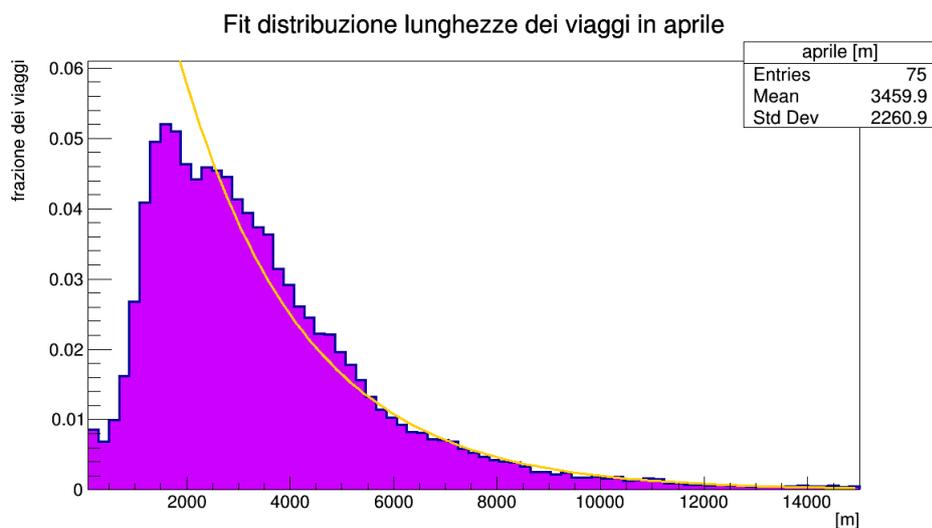


Figura 3.13: Fit sulla coda della distribuzione delle lunghezze dei viaggi nel mese di aprile. I range del fit vanno da 1800 m a 15000 m.

Qui di seguito vengono mostrati i risultati del fit delle distribuzioni in figura(3.13),(3.14) in tabella(3.1),(3.2).

APRILE

PARAMETRO	VALORE	ERRORE
Constant	$1.3 \times 10^{-4} m$	$3.1 \times 10^{-1} m$
Slope	$-4.2 \times 10^{-4} m^{-1}$	$4.7 \times 10^{-4} m^{-1}$

Tabella 3.1: Tabella dei parametri del fit sulla distribuzione delle lunghezze dei viaggi nel mese di aprile. Gli errori sui parametri sono assoluti.

AGOSTO

PARAMETRO	VALORE	ERRORE
Constant	$1.1 \times 10^{-4} m$	$2.4 \times 10^{-1} m$
Slope	$-3.9 \times 10^{-4} m^{-1}$	$4.3 \times 10^{-4} m^{-1}$

Tabella 3.2: Tabella dei parametri del fit sulla distribuzione delle lunghezze dei viaggi nel mese di agosto. Gli errori sui parametri sono assoluti.

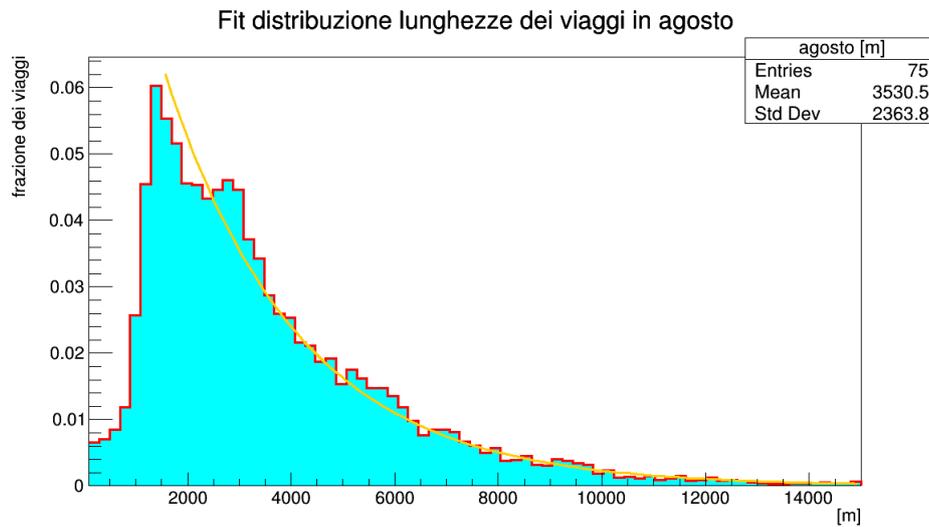


Figura 3.14: Fit sulla coda della distribuzione delle lunghezze dei viaggi nel mese di agosto. Il range del fit va da 1500 m a 15000 m.

3.3 Distribuzione dei tempi di viaggio

In questa sezione andiamo a vedere come si distribuiscono i tempi di viaggio da aprile a settembre. Successivamente andremo a vedere come si distribuiscono i tempi di viaggio nei mesi di aprile e agosto. Confrontando la distribuzione dei tempi di viaggio di aprile con quella di agosto vediamo se ci sono delle differenze. Partiamo dalla distribuzione dei tempi di viaggio da aprile a settembre in figura(3.15).

La distribuzione ha una media di 18.9 minuti e deviazione standard di 11.5 minuti. Il 3.6% dei viaggi ha un tempo di percorrenza di 12 minuti circa che corrisponde al picco della distribuzione. In media il 2.6% dei viaggi ha un tempo di percorrenza di 18.9 minuti.

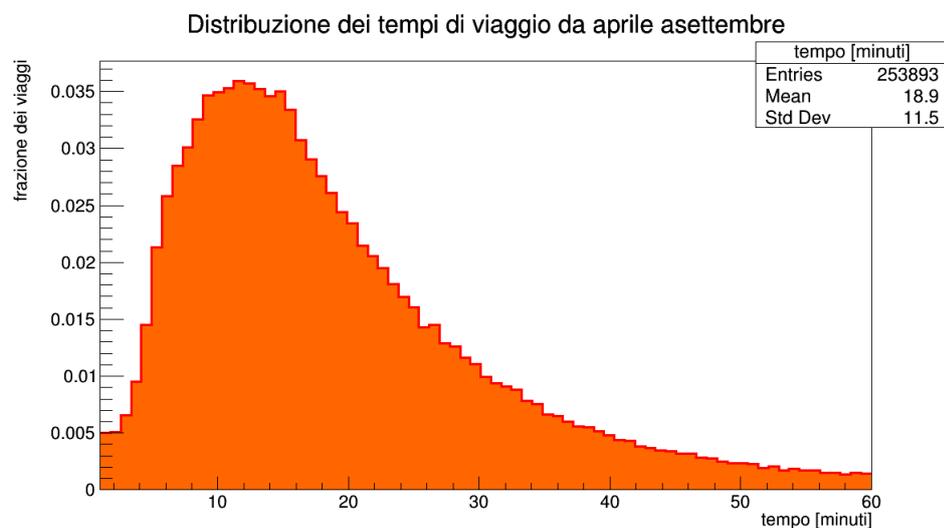


Figura 3.15: Distribuzione dei tempi di viaggio da aprile a settembre. Il numero di bin è 75. Il range va da 1 minuto a 60 minuti. L'unità di misura dei tempi è il minuto. Il numero dei viaggi è 253893. La media è 18.9 minuti e la deviazione standard 11.5 minuti.

La distribuzione in figura(3.16) mostra come sono distribuiti i tempi di ogni viaggio nel mese di aprile.

Nella box statistica in figura(3.16) alla voce *Entries* si osservano 54250 viaggi in aprile. In media circa 1519 viaggi hanno una durata media di 18.9 minuti che corrisponde al 2.8% dei viaggi totali di aprile. La deviazione standard è di 11.1 minuti.

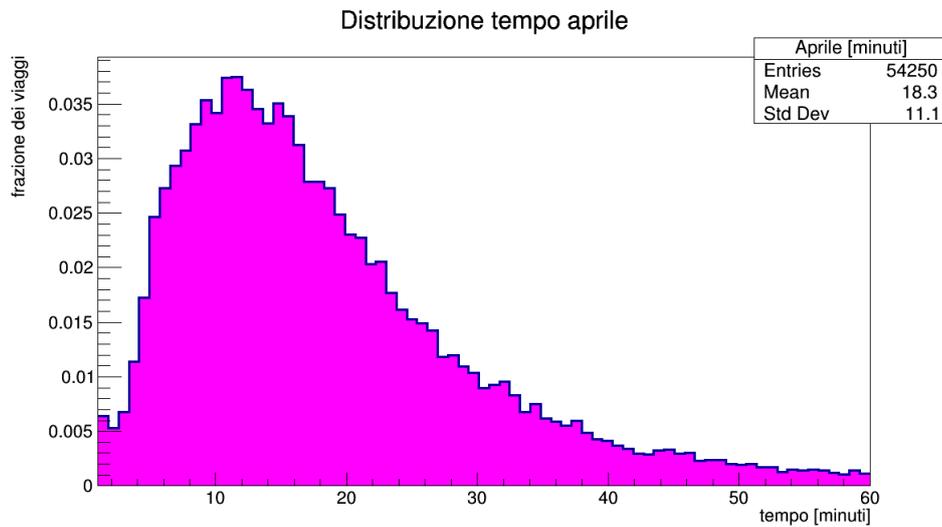


Figura 3.16: Distribuzione dei tempi di percorrenza di ogni viaggio nel mese di aprile. Il numero di bin è 75. Il range dei tempi va da 1 minuto a 60 minuti. Il numero dei viaggi è 54250. La media della dei tempi di percorrenza è 18.3 minuti e la deviazione standard 11.1 minuti. L'unità di misura utilizzata è il minuto.

La figura(3.17) mostra la distribuzione dei tempi nel mese di agosto. La media dei tempi di percorrenza dei viaggi in agosto vale 18.9 minuti mentre la deviazione standard 11.7 minuti. Il numero di viaggi fatti in agosto è 21669.

Dalla distribuzione in figura(3.17) si osserva che il 3.6% dei viaggi ha una durata di 12.5 minuti, tale valore corrisponde alla moda della distribuzione. Mentre in media circa il 2.4% dei viaggi ha una durata di 18.9 minuti. In media circa 520 viaggi hanno una durata di 18.9 minuti.

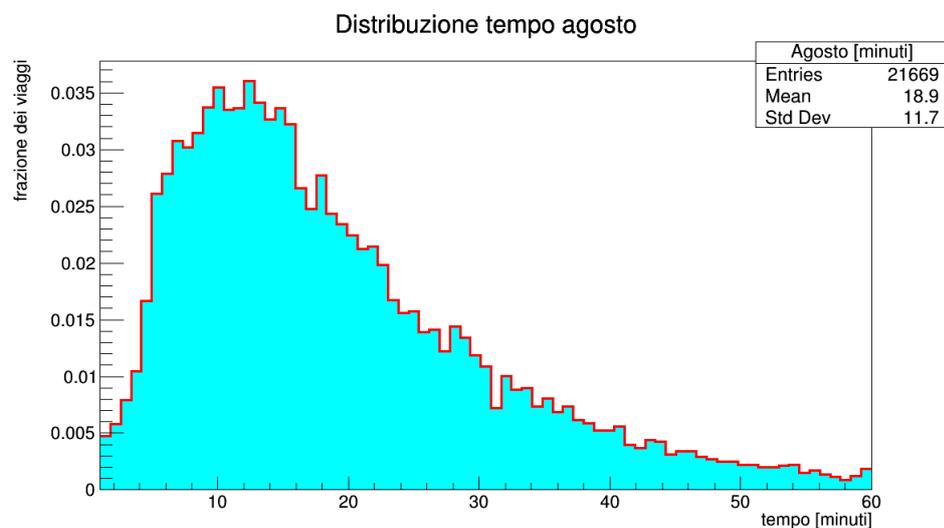


Figura 3.17: Distribuzione dei tempi di percorrenza di ogni viaggio nel mese di agosto. Il numero dei viaggi è 21669. La media vale 18.9 minuti la deviazione standard 11.7 minuti. Il numero di bin è 75. L'unità di misura utilizzata è il minuto.

3.3.1 Distribuzioni delle velocità

In questa sezione vado a vedere come sono distribuite le velocità medie di ogni viaggio su tutto il periodo da aprile a settembre. Successivamente vado ad analizzare le distribuzioni delle velocità nel mese di aprile e nel mese di agosto. Partiamo con la distribuzione delle velocità su tutto il periodo in figura(3.18).

Dalla distribuzione possiamo notare che la media dei viaggi è di 3.0 m/s. Il 23% dei viaggi hanno una velocità media di 3.0 m/s. La deviazione standard è 1.4 m/s. La velocità media è compatibile con quella di un ciclista.

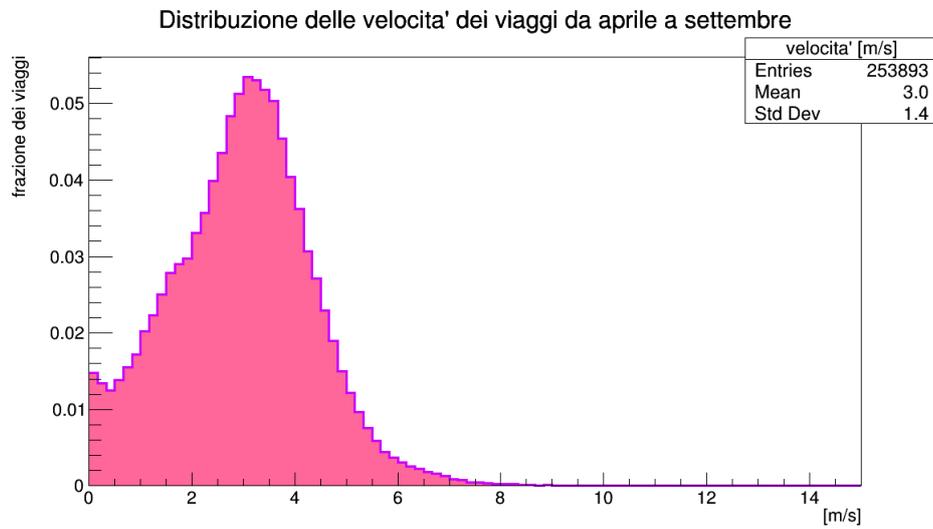


Figura 3.18: Distribuzione delle velocità da aprile a settembre nell'intervallo da 0 m/s a 15 m/s. Il numero di bin è 90. Il numero dei viaggi è 253893. La media e la deviazione standard sono 3.0 m/s e 1.4 m/s rispettivamente.

Nella figura(3.19) è mostrata la distribuzione delle velocità medie nel mese di aprile.

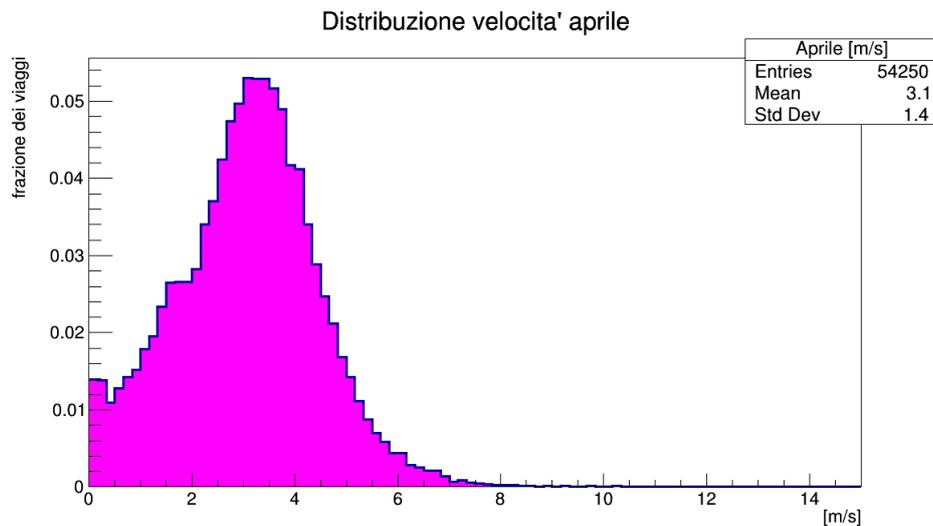


Figura 3.19: Distribuzione delle velocità medie di ogni viaggio nel mese di aprile. Il numero di bin è 90. Il range va da 0 m/s a 15 m/s. Il numero dei viaggi è 54250. La media è 3.2 m/s la deviazione standard è 1.3 m/s.

La media delle velocità è 3.2 m/s e la deviazione standard è 1.3 m/s. I viaggi in aprile sono 54250 e il numero di viaggi con velocità media è 2821 che corrisponde ad un 5.2%. La distribuzione presenta un picco per il valore di 3.25 m/s al quale corrisponde un 5.5% dei viaggi su 54250 viaggi.

In fine vediamo l'ultima distribuzione delle velocità medie di ogni viaggio in figura(3.20). Questa distribuzione ha una media di 3.2 m/s e una deviazione standard di 1.3 m/s. Presenta un picco che corrisponde ad un 5.5% circa dei viaggi che hanno una velocità di percorrenza di 3.25 m/s. La velocità media è compatibile con quella di un ciclista.

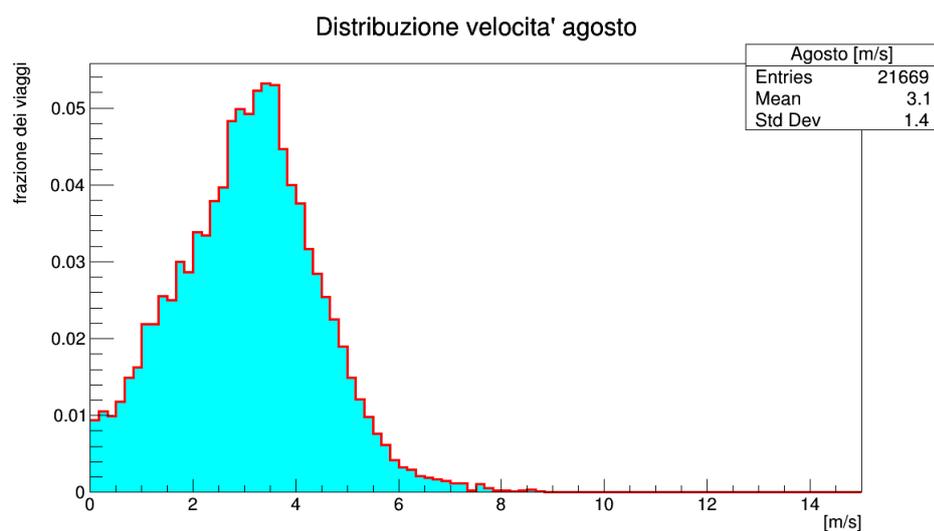


Figura 3.20: Distribuzione delle velocità medie dei viaggi nel mese di agosto. Il numero di bin è 90. L'intervallo va da 0 m/s a 15 m/s. Il numero dei viaggi è 21669. La media è 3.2 m/s e la deviazione standard 1.3 m/s.

3.3.2 Le subnet di Bologna.

Uno degli obiettivi principali era la generazione delle *subnet* o *sottonetwork* le quali sono delle reti costituite da maglie chiuse. Una *sottonetwork* è un sottoinsieme del grafo di Bologna. In figura(3.21),(3.22),(3.23) si possono vedere i risultati delle *subnet* nei mesi di aprile e agosto.

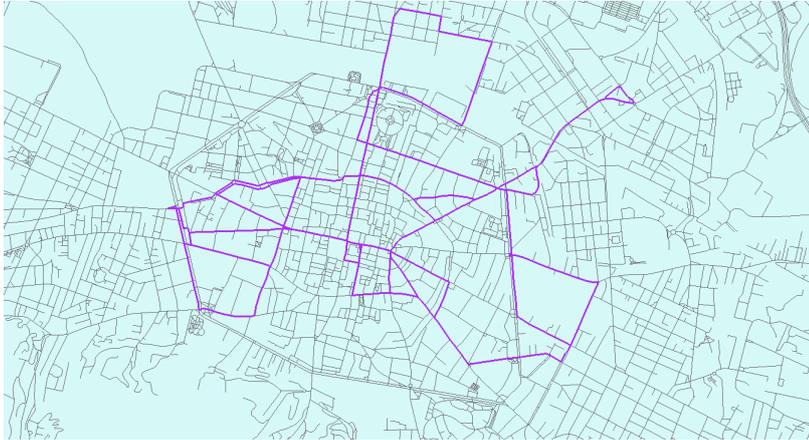


Figura 3.21: *Subnet* del grafo di Bologna avente 1% della lunghezza totale ovvero la somma delle lunghezze delle strade che compongono il network di Bologna e il 25% della mobilità. La *subnet* è composta dal 3% dei nodi dell'intero grafo di Bologna.

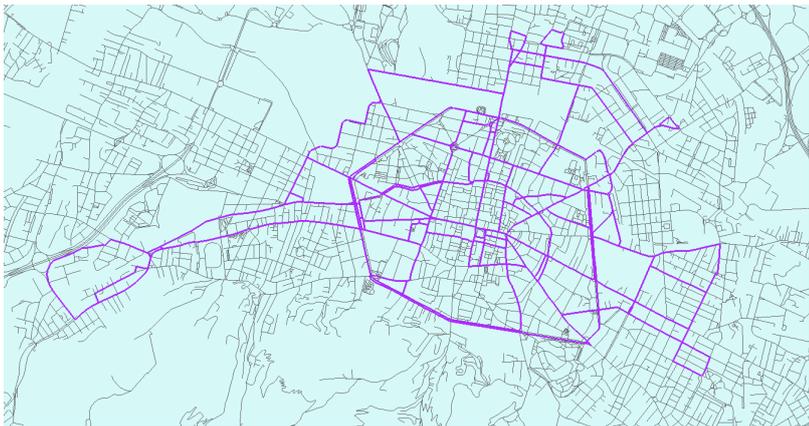


Figura 3.22: *Subnet* del grafo di Bologna avente 4% della lunghezza totale ovvero la somma delle lunghezze delle strade che compongono il network di Bologna e il 45% della mobilità. La *subnet* è composta dal 8% dei nodi dell'intero grafo di Bologna.

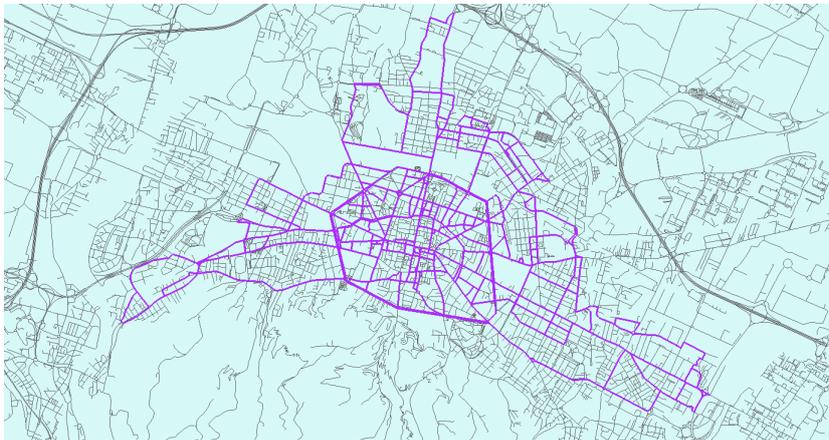


Figura 3.23: *Subnet* del grafo di Bologna avente 8% della lunghezza totale ovvero la somma delle lunghezze delle strade che compongono il network di Bologna e una mobilità del 62%. La *subnet* è composta dal 14% dei nodi dell'intero grafo di Bologna.

Capitolo 4

Conclusioni

4.1 Conclusioni sull'analisi della mobilità.

Gli istogrammi in figura(3.5),(3.6) mostrano che mediamente la lunghezza dei viaggi non cambia significativamente nei giorni primaverili rispetto a quelli estivi. Mediamente in aprile si fanno 1808 viaggi alla giorno mentre in agosto 722. Perciò quello che cambia non è la media delle lunghezze dei viaggi ma il numero medio dei viaggi fatti in un giorno.

Per quanto riguarda la velocità media nel mese di aprile e agosto non cambia sensibilmente. Figura (3.19),(3.20). Per quanto riguarda i tempi di percorrenza in aprile e agosto la discrepanza tra le due medie non è significativa. Figura(3.16),(3.17). I tempi di viaggio sono compatibili con quelli di una mobilità ciclistica.

Vediamo che tutte le distribuzioni in figura(3.5),(3.6),(3.19),(3.20),(3.16),(3.17) sono tra loro consistenti. Infatti il calo d'uso della bicicletta è presente in tutte le sei tipi di distribuzione lunghezze, velocità e tempo di viaggio nei mesi di aprile e agosto. Per quanto riguarda la distribuzione dei viaggi domenicali si osserva una grande diminuzione della presenza delle biciclette sulle strade di Bologna figura(3.10) consistente con il fatto che la domenica le persone non vanno al lavoro. Infatti abbiamo che mediamente in un giorno domenicale ci sono 200 viaggi mentre in un giorno feriale in media ci sono 1617 viaggi.

Mentre mediamente in un giorno con il temporale ci sono 1310 viaggi e in un giorno senza temporale 1286. Posso affermare che nel mese di aprile e di agosto la mobilità delle biciclette non è influenzata dal brutto tempo.

Mentre i fit sulle distribuzioni delle lunghezze dei viaggi, nel mese di aprile e agosto, evidenziano un andamento esponenziale nelle code. In definitiva si osserva che tutte le distribuzioni sono tra di loro consistenti evidenziando un fenomeno di svuotamento della città di Bologna nei mesi estivi, per esempio gli studenti fuori sede tornano nelle loro città e molti lavoratori sono in ferie.

Appendice A

Appendice

A.1 Richiami analisi matematica della sfera.

Le coordinate polari trovano ampio uso nel campo della navigazione. Un caso particolare di coordinate polari sono quelle sferiche dove ρ è la distanza del punto dall'origine, θ è l'angolo che si forma tra l'asse z e il vettore che individua la posizione del punto, ed in fine ϕ che è l'angolo compreso tra l'asse x e la proiezione del raggio ρ sul piano xy . Questo tipo di coordinate è simile al sistema di coordinate terrestri *latitudine* e *longitudine*. Indicata con δ la latitudine questa è data dal complementare di θ . Ovvero $\delta = 90^\circ - \theta$ e definiamo *longitudine est* e *longitudine ovest* come $l = \phi$ quando $0^\circ < \phi < 180^\circ$ e $l = -\phi$ quando $-180^\circ < \phi < 0^\circ$ rispettivamente e se nel piano xz è contenuto il Meridiano di Greenwich con $x > 0$.

Considerando un punto che si muove sulla superficie terrestre questo percorrerà un arco di circonferenza. Per calcolare l'arco di circonferenza osserviamo che $\Delta\theta$ e $\Delta\phi$ sono piccoli perciò abbiamo l'approssimazione (A.2). Ora possiamo considerare il piccolo arco di circonferenza come se fosse l'ipotenusa di un triangolo rettangolo e applicare il teorema di Pitagora alle equazioni (A.3) e (A.4), ottenendo il risultato (A.5).

$$X = \rho \sin \theta \cos \phi \quad Y = \rho \sin \theta \sin \phi \quad Z = \rho \cos \theta \quad (\text{A.1})$$

$$d\theta \rightarrow \Delta\theta \quad d\phi \rightarrow \Delta\phi \quad (\text{A.2})$$

$$\Delta H = R d\theta \quad (\text{A.3})$$

$$\Delta B = R \sin \theta d\phi \quad (\text{A.4})$$

$$\Delta S = \sqrt{(R d\theta)^2 + (R \sin \theta d\phi)^2} \quad (\text{A.5})$$

A.1.1 Operatori in coordinate sferiche.

$$\nabla f : \quad \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi} \hat{\phi} \quad (\text{A.6})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} : \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mathbf{A}_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{A}_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \mathbf{A}_\phi}{\partial \phi} \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla \times \mathbf{A} : \quad \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{A}_\phi \sin \theta) - \frac{\partial \mathbf{A}_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \mathbf{A}_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{A}_\phi) \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{A}_\theta) - \frac{\partial \mathbf{A}_r}{\partial \theta} \right) \hat{\phi} \quad (\text{A.8})$$

Lunghezza infinitesima in coordinate sferiche:

$$d\vec{\mathbf{l}} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \hat{\phi} \quad (\text{A.9})$$

Area infinitesima in coordinate sferiche:

$$d\vec{\mathbf{S}} = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} + r \sin \theta dr d\phi \hat{\theta} + r dr d\theta \hat{\phi} \quad (\text{A.10})$$

Volume infinitesimo in coordinate sferiche:

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (\text{A.11})$$

A.2 Bibliografia

[1]

Urban cycles and mobility patterns:

Exploring and predicting trends in a bicycle-based public transport system.

Andreas Kaltenbrunner, Rodrigo Meza, Jens Grivolla, Joan Codina, Rafael Banchs. Elsevier, **6**, 455-466 (2010).

[2]

A Tool-Chain for Statistical Spatio-Temporal Model Checking of Bike Sharing Systems.

Vincenzo Ciancia¹, Diego Latella¹, Mieke Massink¹, Rytis Paskauskas¹ and Andrea Vandin²

¹ Consiglio Nazionale delle Ricerche - Istituto di Scienze e Tecnologia dell'Informazione Faedo, CNR, Pisa, Italy vincenzo.ciancia@isti.cnr.it ² IMT School for Advanced Studies Lucca, Lucca, Italy. Springer, **9952**, 657-673 (2016).

[3]

Review of GPS Travel Survey and GPS Data-Processing Methods.

Li Shen and Peter R. Stopher. Routledge, **34**, 316-334 (2014).

[4]

Precision navigation with GPS.

W.E. Larsen, G.A. Nielsen, D.A. Tyler. Elsevier, **11**, 85-95 (1994).

A.3 Ringraziamenti

Voglio ringraziare il professor Alessandro Fabbri per la pazienza, la disponibilità e le conoscenze che mi ha trasmesso. Un ringraziamento anche alla dottoranda Chiara Mizzi che instancabilmente mi ha sempre aiutato in particolar modo sulla comprensione dell'algoritmo di Dijkstra. Un ringraziamento anche al professor Armando Bazzani sempre disponibilile per ogni chiarimento. Un sentito ringraziamento al professor Graziano Servizi per essere sempre disponibile con i suoi studenti. Un grande ringraziamento anche allo zio Massimo che in tutti questi anni mi ha sempre messo a posto il computer, strumento indispensabile per i miei studi. Vorrei ringraziare in particolar modo anche la mia **famiglia e i miei nonni** che hanno sempre creduto in me e hanno reso possibile questo mio cammino di formazione.