

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE

*D.I.C.A.M.
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale,
e dei Materiali*

TESI DI LAUREA

in
PROGETTO IN ZONA SISMICA

**INSERIMENTO DI DISPOSITIVI DISSIPATIVI
ANTISISMICI IN STRUTTURE ACCOPPIATE TELAIO -
NUCLEI DI CONTROVENTAMENTO**

CANDIDATA
M.Cristina Todisco

RELATORE:
Chiar.mo Prof. Tomaso Trombetti

CORRELATORI
Dott. Ing. Stefano Silvestri
Ing. Stefano Gagliardi

Anno Accademico 2009/10

Sessione II

A mio nonno

0.	<u>INTRODUZIONE</u>	1
0.1	BACKGROUND: PROGETTAZIONE SISMICA TRA TRADIZIONE ED INNOVAZIONE	1
0.2	CRITICHE AL PASSATO	2
0.3	APPROCCIO PROGETTUALE: STIFFNESS-STRENGTH-DUCTILITY APPROACH	11
0.4	OBIETTIVO DELLA TESI	13
0.5	ORGANIZZAZIONE DEL LAVORO	13
1.	<u>PROCEDURA PER LA DETERMINAZIONE DEL LEGAME COSTITUTIVO DEI DISPOSITIVI DISSIPATIVI ANTISISMICI</u>	15
1.0	INTRODUZIONE	15
1.1	IMPOSIZIONE DELL'OBIETTIVO PRESTAZIONALE “FULLY OPERATIONAL” ASSOCIATO AD UN SISMA INDICATO COME “TERREMOTO FREQUENTE”	16
1.1.1	DEFINIZIONE DEL TRATTO ELASTICO LINEARE DEI DISPOSITIVI DISSIPATIVI ANTISISMICI	16
1.1.2	DETERMINAZIONE DELLA RIGIDEZZA INIZIALE DEI DISPOSITIVI	17
1.1.2.1	Obiettivo prestazionale “Full Operational”	17
1.1.2.2	Spostamento d'interpiano costante da piano a piano	18
1.1.3	DETERMINAZIONE DELLA FORMULA PER LA RIGIDEZZA TOTALE DEI DISPOSITIVI	19
1.2	IMPOSIZIONE DELL'OBIETTIVO PRESTAZIONALE “LIFE SAFE” ASSOCIATO AD UN SISMA INDICATO COME “TERREMOTO RARO”	20
1.2.1	DEFINIZIONE DEL TRATTO POST ELASTICO LINEARE DEI DISPOSITIVI DISSIPATIVI ANTISISMICI	20
1.3	CALIBRAZIONE	21
2.	<u>DETERMINAZIONE DELLA DISTRIBUZIONE DELLA RIGIDEZZA INIZIALE DEI DISPOSITIVI DISSIPATIVI ISTERETICI</u>	22
2.0	INTRODUZIONE	22
2.1	SCHEMATIZZAZIONE DELLA STRUTTURA	26
2.1.1	CARATTERISTICHE DEI TELAI SHEAR-TYPE ANALIZZATI	26
2.1.2	DEFINIZIONE DELLE CARATTERISTICHE DEL SISTEMA STRUTTURA + DISPOSITIVI	27
2.1.3	CASI LIMITE	30
2.2	PRIMA METODOLOGIA: STRUTTURA MDOF A N-GDL COME UNA SERIE DI N SDOF	30
2.2.0	INTRODUZIONE	30
2.2.1	CONCEZIONE DEL SISTEMA	30
2.2.2	SVILUPPO DELLA METODOLOGIA IN FORMULE	31
2.2.3	SVILUPPO DELLA METODOLOGIA IN NUMERI	32

2.2.3.1	Obiettivi prestazionali sismici	32
2.2.3.2	Livelli di intensità sismica	34
2.3	SECONDA METODOLOGIA: RIGIDEZZA PROPORZIONALE AI TAGLIDI PIANO DELLA STRUTTURA	44
2.3.0	INTRODUZIONE	44
2.3.1	CONCEZIONE DEL SISTEMA	45
2.3.2	SVILUPPO DELLA METODOLOGIA IN FORMULE	45
2.3.2.1	DEFINIZIONE DELLE EQUAZIONI DEL MOTO	46
2.3.2.2	Analisi agli autovalori	47
2.3.2.3	Trasformazione modale	50
2.3.2.4	Valutazione del massimo spostamento tramite spettro di risposta	52
2.3.2.5	Somma dei contributi modali	53
2.3.2.6	Valutazione dei massimi spostamenti e massimi tagli	54
2.3.2.7	Valutazione della rigidezza dei dispositivi	56
2.3.3	SVILUPPO DELLA METODOLOGIA IN NUMERI	56
2.3.3.1	Obiettivi prestazionali sismici	57
2.3.3.2	Caratteristiche della struttura	57
2.3.3.3	Calcolo della rigidezza dei dispositivi	57
2.3.3.4	I° verifica del soddisfacimento dell'obiettivo imposto	58
2.4	TERZA METODOLOGIA: ANALISI MODALE ITERATIVA	61
2.4	INTRODUZIONE	61
2.4.1	SVILUPPO DELLA TERZA METODOLOGIA IN FORMULE	62
2.4.2	SVILUPPO NUMERICO	64
2.4.2.1	Obiettivi prestazionali sismici	64
2.4.2.2	Caratteristiche della struttura	64
2.4.2.3	Calcolo della rigidezza dei dispositivi	64
2.4.2.4	I° verifica della bontà del metodo	65
2.5	QUARTA METODOLOGIA: N SDOF INTERCONNESSI	67
2.5.0	INTRODUZIONE	67
2.5.1	SVILUPPO DELLA METODOLOGIA IN FORMULE	68
2.5.2	SVILUPPO METODOLOGIA IN FORMULE	71
2.5.2.1	Obiettivi sismici prestazionali	71
2.5.2.2	Caratteristiche della struttura	71
2.5.2.3	Calcolo della rigidezza dei dispositivi	72
2.5.2.4	I° verifica dei risultati	72
2.6	QUINTA METODOLOGIA :ALGORITMI GENETICI	75
2.6.0	INTRODUZIONE	75
2.6.1	GLI ALGORITMI GENETICI	75
2.6.2	OTTIMIZZAZIONE DELL'INSERIMENTO DEI DISPOSITIVI NELLE STRUTTURE SHEAR-TYPE	76
2.6.2.0	Introduzione	76
2.6.2.1	Sviluppo metodologia	77
2.6.2.2	Risultati ottenuti	84
2.7	SCELTA DELLA METODOLOGIA	91
2.7.0	INTRODUZIONE	91
2.7.1	RIASSUNTO DEI RISULTATI OTTENUTI	93

2.7.1.1	Prima metodologia	94
2.7.1.2	Seconda metodologia	94
2.7.1.3	Terza metodologia	95
2.7.1.4	Quarta metodologia	95
2.7.2	LINEARIZZAZIONE DEI RISULTATI	96
2.7.2.0	Introduzione	96
2.7.2.1	Teoria della regressione	97
2.7.2.2	Validazione della tesi: andamento della distribuzione delle rigidità dei dispositivi lineare al variare dell'altezza	100
2.7.2.3	Linearizzazione dei risultati mediante gli algoritmi genetici	122
2.8	CONCLUSIONE	128

3. DETERMINAZIONE DELLA RIGIDEZZA TOTALE DEI DISPOSITIVI 129

3.0	INTRODUZIONE	129
3.1	ANALISI MODALE A SPETTRO DI RISPOSTA PARAMETRICA	130
3.1.1	TRATTAZIONE MATEMATICA	130
3.1.2	PASSI DEL PROCEDIMENTO	130
3.1.2.1	Passi del procedimento in formule	131
3.2	CRITERI SEMPLIFICATI	133
3.2.1	PRIMO CRITERIO	134
3.2.1.1	Primo criterio a parole	134
3.2.1.2	Primo criterio in formule	135
3.2.1.3	Primo criterio in numeri	136
3.2.2	SECONDO CRITERIO	150
3.2.2.1	Grandezze note	150
3.2.2.2	Secondo Criterio in formule	151
3.2.2.3	Secondo Criterio in numeri	153
3.3	RISULTATI	154

4. DEFINIZIONE DEI LEGAMI COSTITUTIVI DEI DISPOSITIVI 155

4.0	INTRODUZIONE	155
4.1	CRITERI PER LA DEFINIZIONE DEI LEGAMI FORZA SPOSTAMENTO DEI DISPOSITIVI	155
4.1.0	INTRODUZIONE	155
4.1.1	DEFINIZIONE DEI PUNTI DI ASCISSA DEL LEGAME FORZA-SPOSTAMENTO DEI DISPOSITIVI	159
4.1.1.1	“Obiettivo prestazionale”: “Fully Operational” con “Terremoto Frequente”	160
4.1.1.2	“Obiettivo Prestazionale”: “Life - Safe” con “Terremoto Raro”	170

4.1.2	DEFINIZIONE DEL LEGAME FORZA SPOSTAMENTO DEI DISPOSITIVI	179
4.1.3	DETERMINAZIONE DEI LEGAMI	180
4.1.3.1	Criterio 1: Uguale Forza di snervamento	182
4.1.3.2	Criterio 2: Uguale Spostamento	196

5. CALIBRAZIONE E VERIFICA DEL COMPORTAMENTO POST ELASTICO DEI DISPOSITIVI **210**

5.0	INTRODUZIONE	210
5.1	MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA + DISPOSITIVI	210
5.1.1	MASSA DI PIANO	213
5.1.2	ANALISI DEI CARICHI	215
5.1.3	MODELLAZIONE DEL PILASTRO	216
5.1.3.1	Spostamento elastico del pilastro	216
5.1.3.2	Forza di snervamento di piano	219
5.1.4	MODELLAZIONE DEI DISPOSITIVI	221
5.2	ANALISI DINAMICHE NON LINEARI DI TIPO TIME-HISTORY	223
5.2.1	ACCELEROGRAMMI SPETTRO – COMPATIBILI CON IL “LIVELLO DI INTENSITÀ SISMICA” DEFINITO “TERREMOTO FREQUENTE”	224
5.2.2	ACCELEROGRAMMI SPETTRO – COMPATIBILI CON IL “LIVELLO DI INTENSITÀ SISMICA” DEFINITO “TERREMOTO RARO”	229
5.3	RISULTATI DELLE ANALISI	234
5.3.1	ANALISI NON LINEARI DI TIPO TIME – HISTORY PER IL LIVELLO PRESTAZIONALE INDICATO CON <i>TERREMOTO FREQUENTE</i>	235
5.3.1.1	Risultati 1.1.1	237
5.3.1.2	Risultati 1.1.2	238
5.3.1.3	Confronto grafico dei risultati 1.1.1 e 1.1.2	239
5.3.1.4	Verifica del comportamento dei dispositivi	239
5.3.1.5	Risultati 2.1.1	245
5.3.1.6	Risultati 2.1.2	246
5.3.1.7	Verifica del comportamento dei dispositivi	247
5.3.1.8	Risultati 3.1.1	252
5.3.1.9	Risultati 3.1.2	254
5.3.2	ANALISI NON LINEARI DI TIPO TIME – HISTORY PER IL LIVELLO PRESTAZIONALE INDICATO CON <i>TERREMOTO RARO</i>	261
5.3.2.1	Risultati 1.1.1	263
5.3.2.2	Risultati 1.1.2	265
5.3.2.3	Verifica del comportamento dei dispositivi	266
5.3.2.4	Risultati 2.1.1	272
5.3.2.5	Risultati 2.1.2	274
5.3.2.6	Verifica del comportamento dei dispositivi	276
5.3.2.7	Risultati 3.1.1	281

5.3.2.8	Risultati 3.1.2	282
5.3.2.9	Verifica del comportamento del dispositivo	284
5.3.3	CONCLUSIONI	290
5.3.4	ANALISI NON LINEARE DI TIPO TIME – HISTORY PER IL LIVELLO PRESTAZIONALE INDICATO CON “ <i>TERREMOTO FREQUENTE</i> ”E “ <i>TERREMOTO RARO</i> ”	290
5.3.4.1	Risultato 1.2.1	290
5.3.4.2	Risultati 1.2.2	291
5.3.4.3	Verifica del comportamento dei dispositivi	293
5.3.4.4	Risultati 2.2.1	297
5.3.4.5	Risultato 2.2.2	299
5.3.4.6	Verifica del comportamento dei dispositivi	300
5.3.4.7	Risultati 3.2.1	304
5.3.4.8	Risultati 3.2.2	306
5.3.4.9	Verifica del comportamento dei dispositivi	307
5.3.4.10	Conclusioni	313

6. CASE STUDY **314**

6.0	INTRODUZIONE	314
6.0.1	OBIETTIVO	314
6.1	PROGETTAZIONE AI CARICHI VERTICALI	315
6.1.1	DESCRIZIONE STRUTTURA	315
6.1.2	ANALISI DEI CARICHI	316
6.1.2.1	Combinazione statica delle azioni allo SLE	318
6.1.2.2	Combinazione statica delle azioni allo SLU	320
6.1.2.3	Effetti dell’azione sismica	320
6.1.2.4	Pesi di piano	321
6.1.2.5	Peso totale dell’edificio	325
6.1.2.6	Massa totale dell’edificio	325
6.1.3	PROGETTAZIONE DELLA TRAVE	326
6.1.3.1	Dimensionamento	326
6.1.3.2	Verifica di resistenza della trave	327
6.1.3.3	Verifica di deformabilità della trave	328
6.1.4	PROGETTAZIONE DEL PILASTRO	328
6.1.4.1	Dimensionamento del pilastro	328
6.1.4.2	Verifica di stabilità del pilastro	329
6.2	PROGETTAZIONE DEL SISTEMA DI COLLEGAMENTO	330
6.2.1	AZIONE SISMICA DI RIFERIMENTO	330
6.2.2	APPLICAZIONE DELLA PROCEDURA PER LA DEFINIZIONE DEL SISTEMA DI COLLEGAMENTO	332
6.2.2.1	Sistema n° 1	333
6.2.2.2	Sistema n° 2	344

7.	CONCLUSIONE	357
7.1	RIASSUNTO DEI PASSI SVOLTI E DEI RISULTATI OTTENUTI	357
I.	APPENDICE I: TEORIA DEGLI ALGORITMI GENETICI	361
I.0	I PRINCIPI DELLA TEORIA BIOLOGICA DEGLI ALGORITMI GENETICI	361
I.1	GENERALITÀ RIGUARDO L'ALGORITMO DI HOLLAND: "SIMPLE GENETIC ALGORITHM"	362
I.2	IMPLEMENTAZIONE DEGLI ALGORITMI GENETICI	363
I.2.1	Metodologie di codifica	363
I.2.2	Valutazione della fitness	365
I.2.3	Operatori degli Algoritmi Genetici	365
I.2.4	Parametri degli algoritmi genetici	369
I.2.5	Caratteristiche dell'algoritmo genetico per la simultanea ottimizzazione della dimensione e della posizione dei dispositivi	370
I.2.6	Sulla metodologia adottata	371
I.2.7	Tipologie di dispositivi	377
II	APPENDICE II: ANALISI MODALE PARAMETRICA	380
II.1	TRATTAZIONE MATEMATICA	380
II.1.1	Steps del procedimento	381
II.1.2	Steps del procedimento in formule	381
II.1.3	Risultati	386
	BIBLIOGRAFIA	391

0. Introduzione

0.1 Background: Progettazione sismica tra tradizione ed innovazione

Allo scopo di definire la progettazione antisismica come una progettazione che, potremmo indicare di carattere prestazionale, uscendo dall'obbligata caratterizzazione di pura metodologia di analisi, si abbandona il classico approccio progettuale (Force Based Seismic Design) per dar spazio ad uno nuovo (Performance Based Seismic Design), nato da anni di ricerca, in cui si combinano insieme le diverse variabili che descrivono il problema sismico, (rischio sismico, valutazione della capacità della struttura e della domanda sulla struttura, valutazione socio-economica) al fine di identificare correttamente il comportamento dinamico atteso dalla struttura, sotto un preciso livello di intensità di forza. In particolare, la tendenza a progettare secondo questo nuovo approccio (PBSD) delinea la volontà di controllare il comportamento dinamico della struttura, in quanto l'azione sismica è influenzata dalla risposta della struttura stessa, nel senso che, in funzione della risposta del sistema strutturale varia l'azione che lo stesso può subire.

Quindi, il Performance Based Seismic Design (PBSD) fa fronte alla concezione, propria del Force Based Seismic Design, che si prefigge di "adattare" il sistema strutturale, nato per sopportare i carichi verticali, a resistere anche, nei confronti di carichi orizzontali derivanti dall'azione sismica. E' evidente che la progettazione classica non coglie la complessità del problema sismico; ovvero, si trascura il fatto che la risposta dinamica della struttura possa influenzare l'azione sismica che graverà su di essa. Per quanto detto precedentemente, si potrebbe definire "passiva" la caratteristica della progettazione classica, per la valutazione adottata sulla risposta dinamica della struttura, mentre, quella nuova cerca di ottimizzarla e controllarla.

0.2 Critiche al passato

Per far luce sulle problematiche delle correnti metodologie di progettazione antisismica, si fa riferimento alla monografia di Nigel Priestley :“Myths and Fallacies in Earthquake Engineering” (2003).

Nell’articolo, si evidenziano le incongruenze dei metodi precedentemente utilizzati, criticandone, alla luce di anni di ricerca e progresso, i principi base, onde evitare errori nella valutazione delle sollecitazioni e degli spostamenti, sia richiesti dall’azione sollecitante di progetto alla struttura, sia offerti dalla stessa affinché rispetti i requisiti di sicurezza richiesti.

Il filo conduttore della critica muove dall’osservazione sulla discrepanza tra pratica progettuale attualmente utilizzata e comportamento reale della struttura sotto un generico sisma.

In particolare, viene espressa quale sia la tendenza verso cui la progettazione antisismica sta andando; ovvero l’uso di complessi e sofisticati metodi di analisi che si configurano come guida al progetto e non come metodi di verifica della bontà della progettazione.

Infatti, la procedura da seguire per conseguire un alto grado di progettazione dovrebbe comporsi di due fasi: la prima in cui, attraverso modelli, definiti robusti, si caratterizza l’opera nelle sue dimensioni, cogliendone il comportamento generale sotto sisma (si specifica che per modello robusto s’intende quel particolare modello che ha la capacità di cogliere, attraverso i suoi elementi sintetici e semplici, gli aspetti globali e salienti del problema in esame); la seconda in cui, attraverso analisi complesse e sofisticate, si verifica la bontà dei risultati ottenuti in prima fase. In questo modo, i metodi di analisi più complessi, ed oltretutto sempre in continuo miglioramento, si configurano, non solo, come strumento di controllo, ma anche, come strumento investigativo di aspetti più dettagliati del comportamento dell’opera, che è stato delineato solo nella sua caratteristica più generale in prima fase.

Infatti, entrando nelle correnti pratiche progettuali si colgono quelle problematiche che allontanano il comportamento di progetto del sistema strutturale da quello reale, oppure ne individuano aspetti solo parziali.

Si fa riferimento, in un primo momento, al Force Based Design e successivamente al Direct Displacement Based Seismic Design, approccio progettuale che ha lo scopo di progettare una struttura in grado di raggiungere una data performance (individuata da un

certo stato limite per la struttura stessa) sotto un sisma di una definita intensità (caratterizzato da una precisa probabilità di occorrenza).

In particolare, considerando una struttura a più gradi di libertà, il Force Based Design individua quale sia la distribuzione delle forze su ogni grado di libertà a partire dalla stima della rigidità dei singoli elementi resistenti.

Tale distribuzione è valutata con analisi statiche lineari o con analisi dinamica modale; la prima si basa sulla rappresentazione dell'azione sismica tramite un sistema di forze statiche orizzontali e sul calcolo delle sollecitazioni da esse indotte su un sistema elastico lineare; la seconda prevede di calcolare, tramite l'utilizzo dello spettro di risposta della pseudo - accelerazione, i valori massimi di sollecitazione e di spostamento associato a ciascun modo di vibrare della struttura supposta elastica lineare, e quindi di combinarli in modo opportuno.

L'utilizzo della prima e della seconda analisi non esente il metodo dalle problematiche cui è affetto.

In particolare, si nota che l'adozione di analisi statica lineare, può portare errori nella valutazione delle forze statiche equivalenti e a risultati poco soddisfacenti nell'analisi; questo perché, approssimare il comportamento della struttura con quello del primo modo di vibrare risulta soddisfacente per tutte quelle strutture che hanno un periodo fondamentale basso e una massa partecipante relativa al primo modo preponderante rispetto alle altre.

Infatti, considerando i risultati dell'analisi modale, da cui risulta che il taglio alla base è somma dei singoli contributi modali, ovvero:

$$V_{bj}^{\max} = g \cdot \tilde{M}_j \cdot S_{Ad}(T_j, \xi_j) \quad \text{forza di taglio alla base dovuta all'j-esimo modo} \quad 0.1$$

$$V_b^{\max} = \sum V_{bj}^{\max} = \sum g \tilde{M}_j S_{Adj} \quad \text{taglio alla base} \quad 0.2$$

il contributo del primo modo di vibrare alla forza totale sarà preponderante, e sostituendo alla forza di taglio alla base dovuta al primo modo, il valore di massa efficace con il valore di massa totale dell'edificio M , si ottiene un'approssimazione per eccesso di V_b^{\max} , pari a :

$$V_b^{\max} = g \cdot M \cdot S_{ad1} \quad 0.3$$

Qualora, al contrario, si abbia una struttura con periodo fondamentale alto, le affermazioni suddette potrebbero non valere, poiché risulterebbe $S_{Ad1} \square S_{Adj}$, con $j > 1$, dove j è indice dell' j -esimo modo.

E' noto, infatti, che l'analisi con spettro di risposta elastico di una struttura flessibile ($T1$ alto) presenti bassi valori dell'ordinata spettrale S_{Ad1} ($T1$ superiore ad un secondo), ed invece, valori più alti in relazione agli altri periodi degli altri modi di vibrare. Quindi, se la massa partecipante del modo fondamentale ($T1$ alto) è preponderante rispetto a quella degli altri modi, l'ordinata spettrale non lo è. Ne consegue che, il contributo elastico del modo fondamentale è paragonabile ai contributi degli altri modi, pertanto escludere a priori il contributo dei modi più alti potrebbe indurre ad un grave errore nella stima delle forze statiche equivalenti.

Questo fenomeno diventa ancora più evidente se la struttura si danneggia, poiché il danneggiamento provoca un degrado della rigidezza e quindi un allungamento dei periodi della struttura ed in particolare un'ulteriore riduzione dell'amplificazione del primo modo.

Il principio su cui si basa il Force Based Seismic Design, ovvero stima della rigidezza iniziale per calcolare la distribuzione della forze statiche agenti su ogni grado di libertà della struttura, viene criticato nella monografia di Priestly, in quanto, ragionevolmente, la rigidezza dipende dalla resistenza degli elementi stessi e non può essere definita a patto che il processo progettuale del sistema strutturale non sia terminato.

Infatti, si pone in evidenza come, assegnata una geometria ad un elemento in c.a., esempio il pilastro di un telaio, la curvatura di snervamento sia costante (quindi anche lo spostamento di snervamento) mentre ciò che varia è la resistenza della sezione al variare della quantità di area di acciaio, ovvero la sua forza di snervamento. Questa affermazione trova base nel fatto che: la curvatura dipende dalla deformazione di snervamento dei due materiali (note e costanti, definiti i materiali) e dall'altezza utile della sezione (anch'essa nota perché data come ipotesi iniziale); mentre la forza di snervamento dell'elemento non è altro che il rapporto tra il momento resistente della sezione e l'altezza dell'elemento stesso,

generalmente si può identificare la forza di snervamento come: $F_y = \frac{M_y}{H} = \frac{0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_{yd}}{H}$.

Pertanto è chiaro che aumentando l'area di acciaio A_s , la F_y aumenta proporzionalmente ad essa, e rimanendo lo spostamento di snervamento costante, perché legato alla curvatura, risulta che la rigidezza iniziale dell'elemento è proporzionale alla forza di snervamento.

Ne consegue che, se rigidità e forza sono legate tra loro, non è possibile avere dei risultati soddisfacenti né riguardo ai periodi elastici della struttura, né riguardo alla distribuzione elastica delle forze sollecitanti la struttura, fin quando non è stato completato il processo progettuale, ovvero fin quando non si hanno le caratteristiche resistenti di tutti gli elementi che costituiscono il sistema strutturale.

Un'ulteriore critica nei confronti di tale approccio, riguarda il principio con cui si delincono le forze e le sollecitazioni di progetto che tengono in considerazione il comportamento anelastico del sistema strutturale. Infatti, quest'ultime sono ricavate a partire dalla riduzione dei valori di forze e sollecitazioni elastiche, ottenute dalle regole di combinazione dell'analisi modale, mediante il fattore di riduzione delle forze R (in normativa italiana q) funzione della duttilità strutturale, quindi del materiale e della tipologia strutturale.

Questo procedimento trova fondamento nel vantaggio che si ha nel progettare una struttura che, soggetta al terremoto di progetto, si danneggi senza collassare. Un tale approccio, tuttavia, presuppone utilizzo di analisi non lineari, utili in fase di verifica, ma decisamente onerose in fase progettuale, sia per tempi di calcolo, sia per la difficoltà di interpretazione dei risultati. Pertanto, in fase di progetto, risulta conveniente approssimare la risposta di un sistema anelastico tramite un'appropriata interpretazione della risposta di uno elastico. Considerando che, la domanda di spostamento richiesta ad un sistema anelastico sia prossima a quella richiesta al sistema elastico equivalente ($d_{iD} = d_{ie}$), per quanto suddetto, risulta:

$$F_{iD} = \frac{F_{ie}}{R}, M_{iD} = \frac{M_{ie}}{R}, V_{iD} = \frac{V_{ie}}{R} \quad 0.4$$

in cui il pedice D indica l'azione o la sollecitazione di progetto, il pedice e indica la corrispondente azione o sollecitazione elastica ricavata dall'analisi modale, quindi tenendo conto dei contributi di tutti i modi rilevanti alla loro determinazione e, il pedice i è l'indice di piano.

È evidente che il fattore di riduzione delle forze è lo stesso per tutti i modi considerati. Una conseguenza di questa assunzione è che le forze di progetto non sono influenzate dall'intensità dell'azione sismica, intensità che induce, comunque, il sistema ad una risposta anelastica. Tale conseguenza deriva dal fatto che, ad esempio, raddoppiare l'intensità dell'azione sismica equivale a raddoppiare il fattore di riduzione delle forze; questo perché sebbene le azioni, nonché le sollecitazioni elastiche raddoppino, la resistenza

delle cerniere plastiche rimane con lo stesso valore di progetto e quindi il fattore di riduzione delle forze deve aumentare proporzionalmente all'aumento di intensità del sisma. Così, applicando il fattore di riduzione delle forze incrementato a tutti i modi, le azioni di progetto rimangono invariate all'aumentare dell'intensità dell'azione sismica. Tuttavia, ciò che aumenterà proporzionalmente alla crescita dell'intensità sarà lo spostamento elastico e quindi lo spostamento anelastico, funzione della duttilità.

In conclusione, si mette in luce la mancanza di esattezza dell'analisi modale se applicata per stimare la risposta anelastica di una struttura. Tale affezione è dovuta al fatto che l'analisi modale sottostima i contributi dei modi più alti in strutture che rispondono in modo anelastico all'eccitazione sismica.

Le problematiche descritte sopra sono solo alcune di quelle presenti nella monografia di Priestly; in via schematica si riportano tutte quelle analizzate dall'autore, ma in tal sede non esplicitate poiché di interesse marginale nell'inquadramento del tema della presente tesi.

Le mancanze del metodo delle forze (Force Based Seismic Design) includono:

- la non validità delle ipotesi di relazione tra lo spostamento di un sistema elastico e quello di uno anelastico;
- legame tra forza e rigidezza, ovvero la rigidezza non può essere accuratamente determinata finché la struttura non è stata progettata completamente;
- distribuzione delle forze sismiche tra gli elementi della struttura non corretta, poiché si presuppone erroneamente che tutti gli elementi raggiungano lo snervamento simultaneamente.
- inadeguata rappresentazione delle variazioni delle caratteristiche isteretiche degli differenti sistemi strutturali;
- assunzione inappropriata di un unico fattore di riduzione delle forze, poiché non si considera che la capacità duttile può variare ampiamente tra gli elementi della struttura stessa;
- inadeguata rappresentazione dell'influenza della cedevolezza delle fondazioni sulla risposta sismica.

Come detto all'inizio di questo capitolo, la volontà di sopperire alle mancanze del metodo delle forze ha portato studiosi e ricercatori all'ideazione di un nuovo approccio progettuale: il Performance Based Seismic Design (PBSD).

Introdotta dal PEER attraverso il documento Vision 2000 del 1995, il PBSD ha l'intento di fornire ai progettisti un metodo che consenta loro di progettare, costruire e conservare edifici, in modo tale che questi ultimi possano essere in grado di esplicitare determinate prestazioni, se sottoposti a precisi livelli di intensità sismica. La prestazione della struttura viene misurata in termini di perdita di funzionalità e di danni che la struttura subisce a seguito di un evento sismico.

Il concetto del Performance Based Seismic Design, in generale, non si limita ad essere applicato esclusivamente agli edifici, ma può essere applicato a qualunque tipologia strutturale ed anche agli elementi non-strutturali. L'applicazione del Performance Based Seismic Design implica la definizione di una serie di obiettivi prestazionali che possono essere al più raggiunti, ma non superati dalla struttura stessa, qualora questa si trovi ad essere soggetta ad un sisma di una fissata intensità.

Il Performance Based Design si pone, dunque, come approccio nuovo alla progettazione sismica, ma anche come un approccio di tipo diretto, in quanto consente al progettista di dare delle informazioni al cliente sul prodotto e su tutte le prestazioni che tale prodotto potrà avere. Si può, in un certo senso, affermare che con il Performance Based Seismic Design la figura dell'ingegnere diventa una figura attiva e abbandona il ruolo di mero esecutore di calcoli.

In conclusione, dunque, si evince che l'idea base del PBSD è quella che la struttura debba essere in grado di poter fornire prestazioni differenti a seconda dell'intensità del sisma che la colpisce. In altri termini, si può affermare che il concetto fondamentale su cui si fonda il PBSD è l'individuazione di precisi “*obiettivi prestazionali*” (*Performance Objectives*) di progetto per la struttura. Gli “*obiettivi prestazionali*” nascono dall'unione dei cosiddetti “*livelli prestazionali*” e i cosiddetti “*livelli di intensità sismica*” previsti e descritti nel documento *Vision2000*, e possono essere più o meno stringenti in base all'importanza della struttura stessa.

Il PBSD costituisce, dunque, un grande cambiamento della logica progettuale ed è caratterizzato dall'indubbio vantaggio di identificare e di “comunicare” correttamente quale sarà il comportamento sismico atteso da una data struttura. Nonostante ciò, il suo sviluppo completo si è rivelato abbastanza difficile, in particolar modo, a causa del problema di individuare l'input sismico di riferimento.

La nuova metodologia di progettazione include diversi approcci progettuali tra cui il Direct Displacement-Based Seismic Design, metodo ideato dall'autore e raffinato con la collaborazione di G.M. Calvi, con l'intento di sopperire alle mancanze del FBSD.

Tale metodo è quello più accreditato a svolgere lo scopo per cui è nato; ragion tale per cui, è stato applicato a diverse tipologie di strutture. Inoltre, è semplice da applicare e si presta molto bene ad essere implementato nei codici di calcolo progettuali.

Tale metodo si basa sulla caratterizzazione della struttura in una struttura equivalente ad un grado di libertà, la cui definizione è ottenuta a partire dalla risposta massima in termini di spostamento.

Lo scopo è quello di determinare la forza richiesta per localizzare le cerniere plastiche progettate per raggiungere gli obiettivi di progetto in termini di spostamento.

L'integrazione con il Capacity Design è necessaria qualora si voglia assicurare che le plasticizzazioni previste per specifici elementi della struttura avvengano proprio dove si sono intese in fase progettuale.

Entrando nel dettaglio del metodo, le caratteristiche dell' SDOF esaminato vengono ricavate a partire dal diagramma forza-spostamento della struttura; di cui si considera:

- lo spostamento massimo, quindi si considera la struttura con riferimento al collasso, ovvero in condizioni di avvenute fessurazioni (per strutture in c.a.) e/o avvenute plasticizzazioni;
- la rigidità secante (K_e), cioè il valore relazionato allo stato di collasso della struttura (punto di coordinate (d_{max} , F_u));
- lo smorzamento viscoso equivalente ottenuto dalla combinazione dello smorzamento viscoso della struttura e di quello isteretico.

In merito all'ultima caratteristica menzionata nell'elenco, dalla monografia, si evince che per livelli di duttilità richiesti, una struttura a telaio in acciaio, dagli elementi con sezioni compatte, ha uno smorzamento viscoso equivalente (α_e) maggiore rispetto al valore relativo a strutture a telaio in c.a.

La procedura del metodo prevede il calcolo del periodo equivalente della struttura (T_e) ricavato dallo spettro di risposta in termini di spostamento specifico per lo smorzamento equivalente richiesto, noto lo spostamento richiesto.

Di conseguenza, è possibile ricavare la rigidità secante invertendo la formula del periodo equivalente, in cui la massa dell' SDOF (m_e) è la massa partecipante al modo fondamentale della struttura; ed infine la forza sollecitante, nonché il taglio alla base ($V_b = d_{max} * K_e$).

Tuttavia è bene notare che dietro la semplicità procedurale del DDBD, si nasconde la complessità relativa alla determinazione della struttura equivalente ad un grado di libertà (SDOF); alla determinazione dello spostamento massimo di progetto e allo sviluppo dello spettro di progetto.

Di seguito si chiariscono i punti di cui sopra.

Lo spostamento di progetto dipende dallo stato limite considerato. Per ogni stato limite, la struttura si comporterà con una certa prestazione dipendente dalla deformazione limite del materiale, cui, pertanto, sarà relazionato lo spostamento di progetto.

A partire dal diagramma delle deformazioni relativo ad una sezione in c.a., si hanno due diversi limiti di deformazione, uno relativo alla deformazione a compressione del calcestruzzo, l'altro relativo a quella di trazione dell'acciaio, che determinano due diversi valori di curvatura limite:

χ_{cm} curvatura dovuta alla deformazione limite del calcestruzzo

χ_{cs} curvatura dovuta alla deformazione limite dell'acciaio;

il minimo valore tra i due è il valore governante il processo progettuale:

$$\chi_d = \min(\chi_{cm}, \chi_{cs}) \quad 0.5$$

Lo spostamento di progetto dipende dalle diverse prestazioni che si vogliono ottenere per un dato stato limite, esso si configura come il minimo tra tutti i valori ricavati relativi ai diversi obiettivi che si vogliono raggiungere:

$$\Delta_d = \min(\Delta_{ds}, \Delta_{d\theta}) \quad 0.6$$

in cui:

Δ_{ds} spostamento strutturale massimo, funzione della curvatura e della tipologia strutturale,

$\Delta_{d\theta}$ spostamento non strutturale.

Lo smorzamento equivalente, altro parametro fondamentale per caratterizzare l'SDOF, trova la sua difficoltà di definizione nell'individuazione dello smorzamento isteretico, dipendente dai cicli isteretici del materiale. Tale difficoltà viene risolta con l'individuazione dello smorzamento isteretico con l'area del diagramma dei cicli di carico e scarico del materiale cui si fa riferimento, modificando il risultato ottenuto con coefficienti opportunamente calibrati in funzione della tipologia strutturale.

In conclusione, si può affermare che il DDBD, configurandosi come una progettazione agli spostamenti, riesce a meglio a cogliere il reale comportamento del sistema strutturale sotto sisma rispetto al FBSD (metodo delle forze), in quanto il danno è più sensibile alla deformazione piuttosto che alla sollecitazione.

In effetti, questo è il concetto su cui si basa l'intera ideazione del DDBD, il cui scopo è quello di raggiungere uno specificato livello di danno sotto il sisma di progetto, consono allo stato limite considerato.

Si ottengono, così, strutture a rischio uniforme compatibili con lo spettro di progetto, già caratterizzato da un rischio uniforme, usato per caratterizzare la forza di input.

In particolare, l'assunzione dello spostamento massimo come parametro progettuale pone in evidenza il fatto che il DDBD considera la struttura nel suo stato ultimo, ovvero quello di collasso. In tali condizioni, la struttura, a causa della perdita di rigidità, è caratterizzata da un periodo proprio più lungo, per cui il range di periodi di interesse si sposta più a destra del grafico dello spettro; parte del grafico in cui ha maggior validità il principio di ugual spostamento, pertanto si giustifica in tal modo, l'uso di spettri di risposta elastico-lineari perché laddove vige il principio di ugual spostamento, lo spettro di risposta non-lineare presenta ordinate simili allo spettro di risposta elastico-lineare.

Il DDBD è un metodo di progettazione semplice che adotta gli spostamenti per valutare la concezione preliminare del sistema strutturale.

Tuttavia, esso tenta di cogliere il comportamento generale di una qualsiasi opera facendo uso di una sola informazione, cioè lo spostamento al collasso, riconducendosi ad una trattazione di tipo elastico-lineare.

Se, infatti, si volesse rappresentare il comportamento della struttura equivalente, esaminata nel DDBD, nel diagramma forza-spostamenti, si otterrebbe un andamento lineare che parte dall'origine e termina nel punto P che rappresenta lo stato limite che la struttura può raggiungere ($P = (d_{max}, F_u = K_e * d_{max})$).

Quindi, definita la rigidità equivalente, le capacità duttili della struttura, dovute alla plasticizzazione di diversi elementi saranno imposte con il Capacity Design e verificate con analisi non-lineari.

0.3 Approccio progettuale: Stiffness-Strength-Ductility Approach

Lo Stiffness-Strength-Ductility Approach mira ad ideare una strategia di progettazione che sfrutti la caratteristica di sintesi progettuale dei metodi precedentemente sviluppati, in fase di progettazione; e la raffinatezza di strumenti di analisi, in fase di verifica.

Le fasi salienti che lo compongono sono: la concezione strutturale del sistema e l'individuazione della cosiddetta Mappa dei Comportamenti.

La prima fase consiste nella separazione tra il sistema resistente alle azioni verticali con quello resistente alle azioni orizzontali, pertanto si avranno due sistemi progettati per due scopi differenti che coesistono nella stessa struttura.

La seconda fase identifica la Mappa dei Comportamenti con l'individuazione di una serie di punti obiettivo per la struttura sul diagramma Forze-Spostamenti della stessa. Tali punti obiettivo, che da qui in seguito verranno chiamati *target points*, sono individuati imponendo alla struttura i livelli prestazionali così come concepiti nel PBSD e reinterpretati nel precedente lavoro di ricerca di Ilaria Ricci ("*Progettazione sismica di tipo prestazionale di una struttura in acciaio*" (Bologna 2007-2008)).

Quindi, verranno individuati *target points* relativi:

1. alla rigidità con imposizione dello Stato Limite di Operatività
2. alla resistenza allo snervamento con imposizione dello Stato Limite di Danno

ed infine, verrà individuato il range di *target points* determinato dallo Stato Limite Ultimo, che indica quale sia il campo ammissibile della struttura una volta superato il limite elastico; nella zona individuata dallo Stato Limite Ultimo la grandezza fondamentale è la duttilità.

Una volta determinata la Mappa dei Comportamenti, la certezza che la struttura soddisfi i requisiti prestazionali imposti in precedenza avviene con la condizione che l'effettivo diagramma Forza-Spostamento della struttura intercetti i *target points* individuati nella Mappa dei Comportamenti.

In particolare, si procederà secondo tale schema:

- individuazione Mappa dei Comportamenti data la tipologia strutturale;
- definizione del diagramma Forza-Spostamenti dei pilastri, facenti parte del sistema resistente ai carichi verticali;

- definizione del diagramma Forza-Spostamenti di elementi dimensionati per sopperire alla parte mancante di resistenza alle azioni orizzontali dei pilastri necessaria per intercettare la Mappa dei Comportamenti.

In tal modo, si pone in evidenza che la resistenza alle azioni orizzontali offerta dai soli pilastri non è sufficiente per soddisfare i requisiti prestazionali richiesti ed esplicitati nella Mappa dei Comportamenti, quindi, è chiara la necessità di andare a dimensionare altri elementi che contribuiscono a fornire la resistenza ai carichi orizzontali, al fine di rispettare l'ipotesi iniziale della separazione fra i due sistemi resistenti.

Il dimensionamento di questi elementi, che fanno parte del sistema resistente alle forze orizzontali (*Lateral Resisting System*), avviene a partire dalla definizione della loro rigidezza e del loro spostamento allo snervamento, tramite formule esplicitate nei precedenti lavori di ricerca citati.

La definizione delle grandezze suddette si ottiene sottraendo al valore di rigidezza alle azioni orizzontali di obiettivo (rappresentata mediante una retta sulla Mappa dei Comportamenti), il valore di rigidezza alle azioni orizzontali fornito dai pilastri.

Infine, noto il diagramma Forze-Spostamenti dovuto ai pilastri, e il diagramma Forze-Spostamenti dovuto al sistema resistente alle azioni orizzontali, sommando quest'ultimi si ricava il diagramma Forze-Spostamenti dell'intera struttura in esame. Andando a sovrapporre il diagramma Forze-Spostamenti della struttura, così ottenuto, con la Mappa dei Comportamenti, è possibile verificare il raggiungimento degli "obiettivi prestazionali" che sono stati imposti inizialmente sulla struttura.

Nei precedenti lavori di ricerca l'*LRS* è stato individuato nei *Crescent Shaped Braces*, elementi in acciaio a forma di boomerang, posti all'interno del campo del singolo telaio costituito da travi e pilastri. Le prestazioni e l'implementazione dei *CSB* all'interno della struttura sono stati studiati nel caso in cui questi fossero inseriti solo tra piano terra e primo piano, allo scopo di fungere da isolamento alla base per la struttura. Questo inserimento concepisce la struttura come un SDOF.

0.4 Obiettivo della tesi

Lo scopo del presente lavoro di ricerca è quello di valutare il miglior modo di inserimento di dispositivi dissipativi antisismici tra strutture a telaio e nuclei di controventamento, rispettando il carattere prestazionale della progettazione sismica messo a punto in precedenti metodi.

In tal sede, si vuol analizzare, con il metodo progettuale precedentemente descritto (*Stiffness Strength Ductility Approach*), il comportamento di un sistema strutturale avente dispositivi dissipativi isteretici distribuiti tra i diversi piani e non concentrati solo alla base; questa nuova analisi trova fondamento nel fatto che la disposizione precedente di tali elementi, all'interno della struttura, comportava un dimensionamento eccessivo degli stessi, quindi, è evidente la volontà di ottimizzarne le dimensioni, nonché di investigare sulle prestazioni della nuova tipologia strutturale composta dall'unione del sistema resistente alle azioni verticali e del sistema resistente a quelle orizzontali distribuiti sull'intera struttura. Questi elementi si trovano ad essere tra telaio e nucleo di controventamento, quindi, rientrano nella classificazione dei dispositivi del tipo *Fixed Point*.

Naturalmente, una struttura così concepita rispecchia in modo più fedele la concezione attuale con cui vengono realizzate le strutture, sia per ragioni economiche, infatti sarebbe troppo dispendioso introdurre dei controventi di parete per realizzare una struttura che si comporti come un sistema ad un singolo grado di libertà, sia per ragioni architettoniche, infatti la presenza di controventi di parete influenzerebbe la scelta di aperture di dimensioni e forma variabili delineate in sede di progettazione architettonica.

Di conseguenza, in tal sede, si studia la risposta dinamica di un sistema ad n gradi di libertà dotato di dispositivi reagenti all'azioni sismica, abbandonando la concezione del sistema ad un grado di libertà.

0.5 Organizzazione del lavoro

L'organizzazione del testo riproduce l'ipotesi dei passi di una procedura di progettazione. Questa procedura si divide in due parti, la prima si prefigge di determinare e verificare le caratteristiche in campo elastico – lineare del sistema suddetto imponendo l'obiettivo

prestazionale riferito al livello prestazionale “*Fully Operational*” (*Vision 2000*), i cui obiettivi vengono ripresi dal lavoro di interpretazione degli stessi svolto da Ilaria Ricci in “*Progettazione sismica di tipo prestazionale di una struttura in acciaio*” (Bologna 2007/2008); la seconda ha lo scopo di determinare e verificare le caratteristiche in campo post – elastico del sistema imponendo l’obiettivo prestazionale riferito al livello prestazionale “*Life – Safe*”, la cui definizione degli obiettivi, anche in questo caso è definita dall’interpretazione di Ilaria Ricci.

In particolare, la prima parte volge ad identificare:

1. un criterio di identificazione della distribuzione della rigidità iniziale dei dispositivi lungo l’altezza dell’edificio (Capitolo 2)
2. un criterio di identificazione della rigidità totale dei dispositivi che poi verrà distribuita secondo quanto scoperto nel punto 1. (Capitolo 3)
3. la verifica dei criteri mediante analisi non lineari tipo time - history. (Capitolo 5)

la seconda parte mira ad identificare:

1. un criterio per determinare il legame costitutivo dei dispositivi (tratto elastico e di snervamento) .(Capitolo 4)
2. la verifica del criterio mediante analisi non lineari di tipo time – history. (Capitolo 5)

Verificati i passi ipotetici della procedura, nel Capitolo 6, la si applica ad un case – study. Ciò che si vorrebbe ottenere è la concentrazione della dissipazione in elementi sostituibili, lasciando gli elementi strutturali in campo elastico lineare.

Le analisi di verifica svolte sulla struttura reale telaio – accoppiato a nucleo di controventamento sono analisi nel piano, non lineari di tipo time - history.

1. Procedura per la determinazione del legame costitutivo dei dispositivi dissipativi antisismici.

1.0 Introduzione

In tal capitolo, si illustreranno con maggior dettaglio i passi della procedura.

La procedura si basa su due dei quattro livelli prestazionali illustrati nel documento *Vision 2000*.

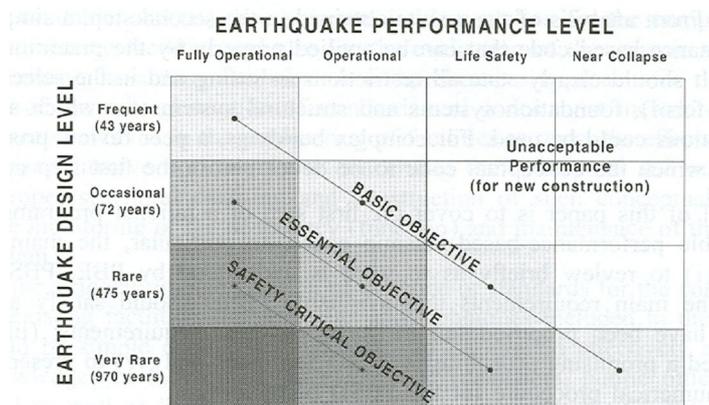


Figura 1. 1 Relazione tra i “livelli d’intensità sismica” e i “livelli prestazionali” secondo il documento “*Vision 2000*”.

La prima parte mira a definire le caratteristiche dei dispositivi al livello prestazionale “*Fully Operational*”, a cui corrisponde un livello di intensità sismica “*Terremoto Frequente*”.

La seconda parte mira a definire le caratteristiche degli stessi al livello prestazionale “*Life – Safe*”, a cui corrisponde un livello d’intensità sismica “*Terremoto Raro*”.

Si considera che il sistema struttura + dispositivi sia associato ad edifici non di particolare importanza, tale per cui è possibile assumere come obiettivo prestazionale quello che viene definito dal documento “*Vision 2000*” come “*Basic Objective*”.

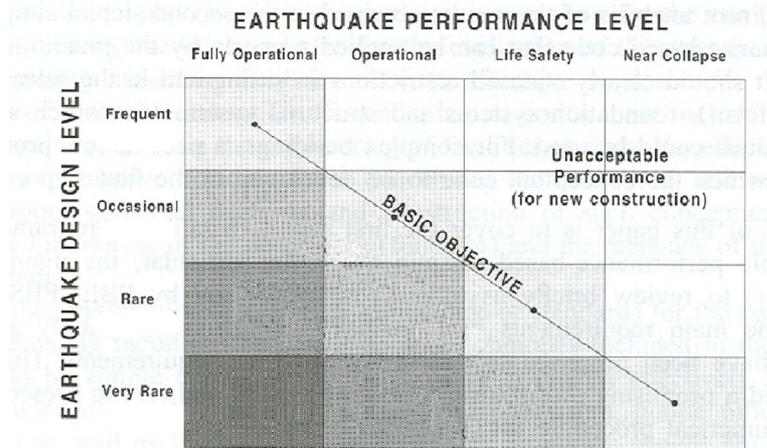


Figura 1. 2 “Obiettivo prestazionale” che si vuole imporre alla struttura in esame secondo il documento “Vision2000”.

Una volta definiti gli ipotetici passi della procedura, essi verranno verificati con analisi non lineari di tipo time history, per i diversi livelli di intensità sismica adottati.

E’ possibile, pertanto, definire due macro aree della procedura:

1. imposizione dell’obiettivo prestazionale “*Fully Operational*” associato ad un sisma indicato come “*terremoto frequente*”
 - Definizione del tratto elastico lineare dei dispositivi dissipativi antisismici
2. imposizione dell’obiettivo prestazionale “*Life – Safe*” associato ad un sisma indicato come “*terremoto raro*”.
 - Definizione del tratto post-elastico dei dispositivi dissipativi antisismici

1.1 Imposizione dell’obiettivo prestazionale “*Fully Operational*” associato ad un sisma indicato come “*terremoto frequente*”

1.1.1 Definizione del tratto elastico lineare dei dispositivi dissipativi antisismici

La definizione del tratto elastico lineare dei dispositivi consiste nella determinazione del primo tratto del legame forza spostamento degli stessi. In particolare, si pone il raggiungimento dell'individuazione delle rigidezze iniziali degli stessi.

Successivamente, si definisce un metodo per la determinazione del vincolo della rigidezza totale dei dispositivi; necessario per comparare diverse tipologie di legami e quindi di dispositivi. Il vincolo di rigidezza totale è così definito, poiché, si ritiene che il costo commerciale di un singolo dispositivo si può considerare sostanzialmente proporzionale alla sua rigidezza iniziale.

$$k_{tot} = \sum_{i=1}^n k_i \quad 1.1$$

in cui n è il numero di piani della struttura in cui vengono inseriti questi elementi.

1.1.2 Determinazione della rigidezza iniziale dei dispositivi

Questo primo passo si basa sull'imposizione dell'obiettivo prestazionale “*Fully Operational*” e del raggiungimento di un andamento dello spostamento d'interpiano uguale da piano a piano.

1.1.2.1 Obiettivo prestazionale “Full Operational”

La struttura deve presentare spostamenti di interpiano ridotti per ridurre al minimo i danni degli elementi non strutturali.

Definizione “in formule”

$$\delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{ ‰ } h \quad 1.2$$

δ_{FO} : è la domanda di spostamento di interpiano richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Frequente*”;

$\delta^* = 5 \text{ ‰ } h$: è la capacità di spostamento di interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non-strutturali.

Il valore dello spostamento di target, δ^* , è stato assunto pari al 5 ‰, in accordo con quanto affermato da Priestley, Calvi e Kowalsky nel libro intitolato “*Displacement-Based Seismic Design of Structures*”(2007).

h : è l'altezza di interpiano dell'edificio.

1.1.2.2 Spostamento d' interpiano costante da piano a piano

Definizione “a parole”

La struttura deve presentare spostamenti di interpiano uguali da piano a piano al fine di avere un andamento lineare degli spostamenti di piano.

Definizione “in formule”

$$id_{i,i+1} \approx id_{i-1,i} \tag{1.3}$$

$id_{i,i+1}$: è lo spostamento d'interpiano tra il piano i e il piano $i+1$;

$id_{i-1,i}$: è lo spostamento d'interpiano tra il piano i e il piano $i-1$;

Lo svolgimento prende in esame una serie di strutture che hanno caratteristiche inerziali e di rigidezza identiche ma numero di piani variabili.

Il set di strutture è di tipo shear – type e viene visualizzato nella figura seguente:

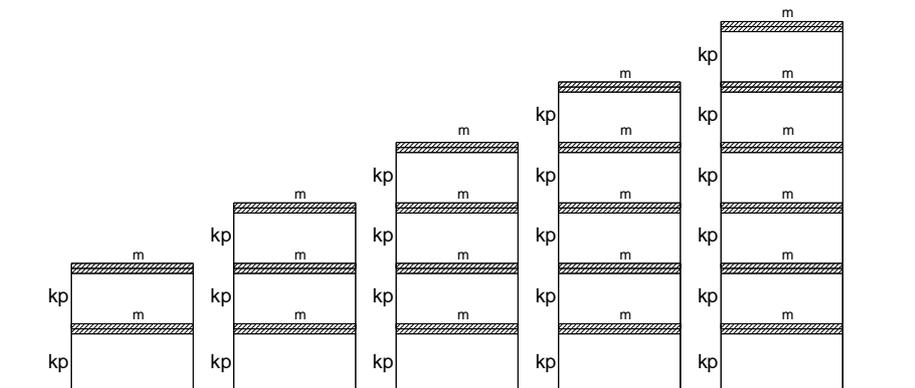


Figura 1. 3 Set di strutture analizzate

Le metodologie di calcolo della rigidezza iniziale sono basate su analisi modale a spettro di risposta; l'azione sismica di riferimento è descritta basandosi sul *D.M. 14 -11-2008* (cfr par. 2.4., par 3.2, Allegato A, Allegato B).

1.1.3 Determinazione della formula per la rigidezza totale dei dispositivi

Il secondo passo mira a definire una formula semplice ed immediata per esprimere il *total cost* del sistema (vincolo che esprime la rigidezza necessaria ad essere distribuita lungo l'altezza della struttura e da attribuire a ciascun dispositivo, al fine di raggiungere e soddisfare gli obiettivi preposti).

I ragionamenti esplicitati saranno basati su una struttura reale, sottoposta ad un terremoto identificato dal documento *Vision 2000* d'intensità frequente, la cui definizione è basata sui valori di probabilità di occorrenza e tempo di ritorno forniti dal *D.M.2008* (cfr. 4.1.8).

Di seguito vengono riportate la caratteristica della struttura analizzata:

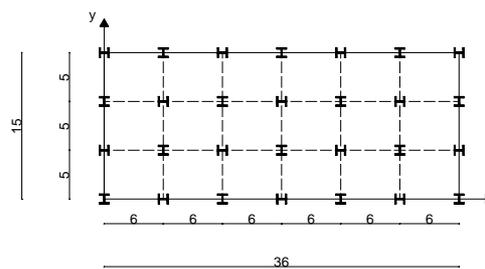


Figura 1. 4 Pianta della struttura

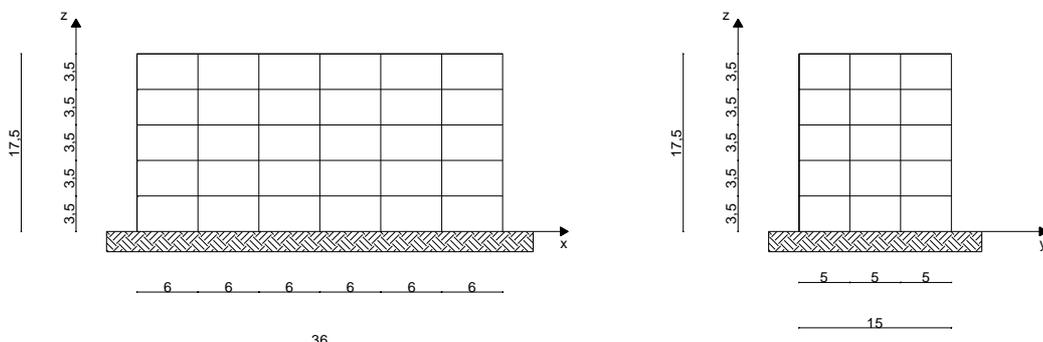


Figura 1. 5 Prospetti della struttura

1.2 Imposizione dell'obiettivo prestazionale “*Life Safe*” associato ad un sisma indicato come “*terremoto raro*”

1.2.1 Definizione del tratto post elastico lineare dei dispositivi dissipativi antisismici.

La definizione del tratto post elastico lineare dei dispositivi consiste nella determinazione del secondo tratto del legame forza spostamento degli stessi. In particolare, si pone il raggiungimento dell'individuazione delle forze di snervamento degli stessi.

Successivamente, si definisce la rigidità del secondo tratto che si reputa essere del 3%÷10% della rigidità iniziale dell'elemento. Si sceglie il valore del 3%, in quanto si mira ad aumentare la dissipazione isteretica del dispositivo ed ad allontanare il punto in cui entra in gioco il comportamento a biella. Inoltre, in questo modo, si garantisce una minore trasmissione degli sforzi negli elementi strutturali.

La definizione della forza di snervamento dei dispositivi avviene secondo due criteri:

1. mantenimento della forza di snervamento costante per tutti i dispositivi e tarata sulla forza di snervamento del dispositivo posto al primo piano.
2. mantenimento degli spostamenti di snervamento dei dispositivi tarati sugli obiettivi imposti.

L'analisi verrà condotta sulla stessa struttura di cui sopra e si comporrà di analisi non lineari di tipo time history.

L'obiettivo è avere concentrazione della sollecitazione negli elementi dissipativi, e quindi sostituibili.

1.3 Calibrazione

I passi di cui si compone tale procedura verranno verificati con analisi non lineari di tipo time history, in cui verrà valutata la distribuzione degli sforzi negli elementi e l'effetto che i sismi di diversa intensità hanno sui dispositivi.

In particolare, si vuol verificare che i dispositivi rimangano in campo elastico lineare per livello di intensità sismica identificato con *terremoto frequente*, ed entrino in campo post elastico per il livello di intensità sismica identificato con *terremoto raro*.

Si specifica che gli accelerogrammi per le analisi time history sono accelerogrammi spettro compatibili con le forme spettrali definite dai parametri del *D.M. 14-11-2008*.

2. Determinazione della distribuzione della rigidezza iniziale dei dispositivi dissipativi isteretici.

2.0 Introduzione

Questo capitolo svolge il primo passo della procedura di identificazione del legame costitutivo dei dispositivi dissipativi isteretici.

La struttura che verrà analizzata è una struttura a telaio tipo shear - type accoppiata ad un elemento di controventamento; il collegamento tra telaio e nucleo avviene per mezzo dei suddetti dispositivi.

Lo scopo di questo capitolo è cogliere il metodo più appropriato per determinare la rigidezza iniziale dei dispositivi, in base all'obiettivo prestazionale da raggiungere. Ovviamente, poiché si tratta di una rigidezza iniziale, l'obiettivo prestazionale fissato è quello allo stato limite di danno, *fully operational* o *operational*; si tratta, quindi, di assicurare il soddisfacimento dell'obiettivo prestazionale coincidente con un terremoto d'intensità frequente.

Inoltre, ciò che si vorrebbe ottenere per avere un miglioramento nelle prestazioni della struttura è uno spostamento d'interpiano costante lungo l'altezza o al più monotono crescente, al fine di salvaguardare il pilastro di base.

Questo secondo obiettivo garantirebbe uno spostamento di piano lineare o più che lineare lungo l'altezza della struttura. Quanto detto viene illustrato nella seguente figura (Figura 2.1)

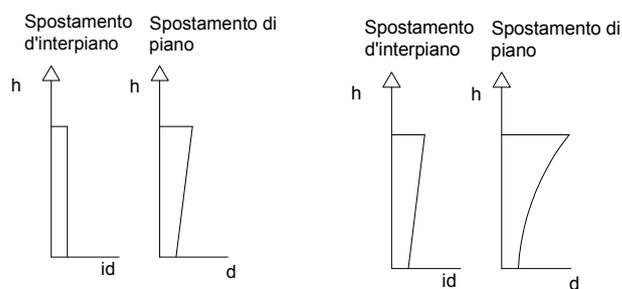


Figura 2. 1 Andamento dello spostamento d'interpiano e dello spostamento di piano lungo l'altezza

I gradi di libertà, poiché si tratta di analisi nel piano, si riducono da 6 a 3; sia, quindi, la struttura appartenente al piano x-z, i gradi di libertà permessi sono la rotazione intorno all'asse perpendicolare al piano (asse y) e traslazione nelle due direzioni principali x e z. In tal fase, nell'ottica di cogliere in modo semplice e immediato il comportamento di questo sistema, i gradi di libertà consentiti si riducono da 3 ad 1, ovvero traslazione nella direzione dell'azione orizzontale in corrispondenza di ciascun piano; è evidente, quindi, che la struttura viene concepita come un telaio piano shear - type, in cui il numero di gradi di libertà corrisponde al numero di piani di cui esso è costituito.

Si illustreranno cinque diverse metodologie:

1. concezione della struttura come una serie di SDOF, tanti quanti sono i gradi di libertà (numero di piani della struttura). Ciascun SDOF è dotato:
 - di massa, il cui valore corrisponde alla massa di piano
 - di rigidezza, il cui valore, incognito, corrisponde alla rigidezza iniziale dei dispositivi da introdurre ad ogni piano ancorati ad un nucleo rigido.
2. concezione della struttura tale come essa si presenta, ovvero come un MDOF, in cui ciascun spostamento di piano è influenzato dallo spostamento dei rimanenti. La rigidezza iniziale dei dispositivi viene calcolata in base ai tagli di piano ottenuti tramite analisi modale e spostamento d'interpiano definito a partire dall'obiettivo prestazionale desiderato.
3. concezione della struttura come al punto due; tuttavia si propone un'iterazione della procedura descritta al punto due, che può essere spiegata in passi:
 - calcolo della rigidezza iniziale dei dispositivi in base al taglio, ottenuto tramite analisi modale.
 - introduzione dei valori di rigidezza dei dispositivi trovati nell'analisi modale sviluppata precedentemente, quindi per la sola struttura.
 - calcolo dei tagli di piano per la struttura dotata anche dei dispositivi e successivamente delle nuove rigidezze dei dispositivi.

Il processo termina quando all'iesima iterazione risulta che la nuova rigidezza trovata non cambia rispetto alla rigidezza trovata all'iterazione precedente.

4. concezione della struttura come al punto uno; tuttavia, ogni SDOF a partire dal penultimo piano è considerato soggetto all'azione sismica e all'azione derivante dai piani superiori. Pertanto, la rigidezza dei dispositivi di ciascun piano, ad esclusione

dell'ultimo, dipenderà dall'azione del sisma e dall'azione di taglio derivante dal piano superiore e calibrata in base alla metodologia di cui al punto 1.

5. Ottimizzazione della taglia dei dispositivi tramite gli Algoritmi Genetici.

Nei paragrafi successivi, si proporrà una spiegazione più esaustiva di ogni metodologia e i risultati ottenuti per ciascuna, con analisi modali a spettro di risposta.

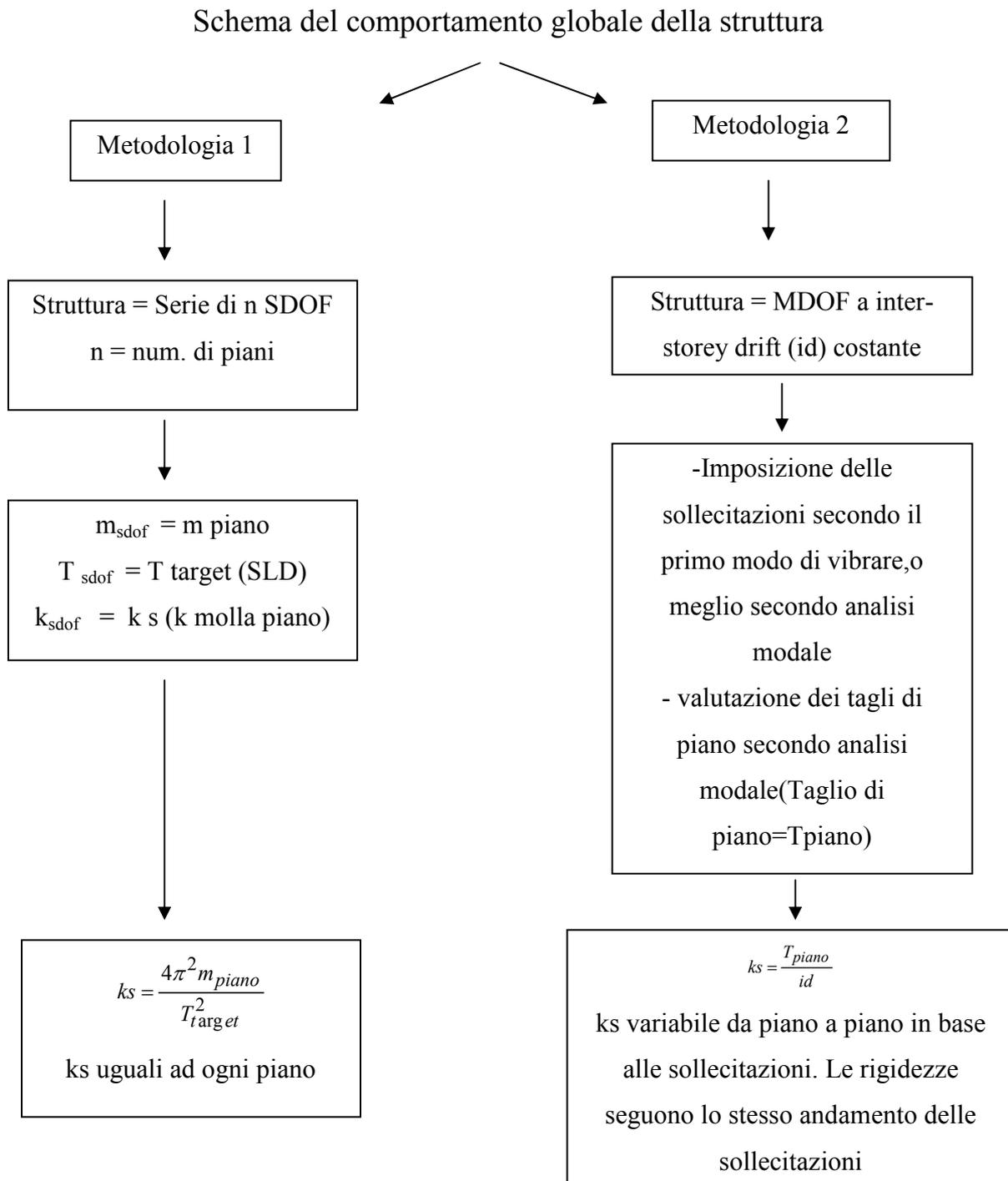


Figura 2. 2 Schema riassuntivo metodologie I - II

Schema del comportamento globale della struttura

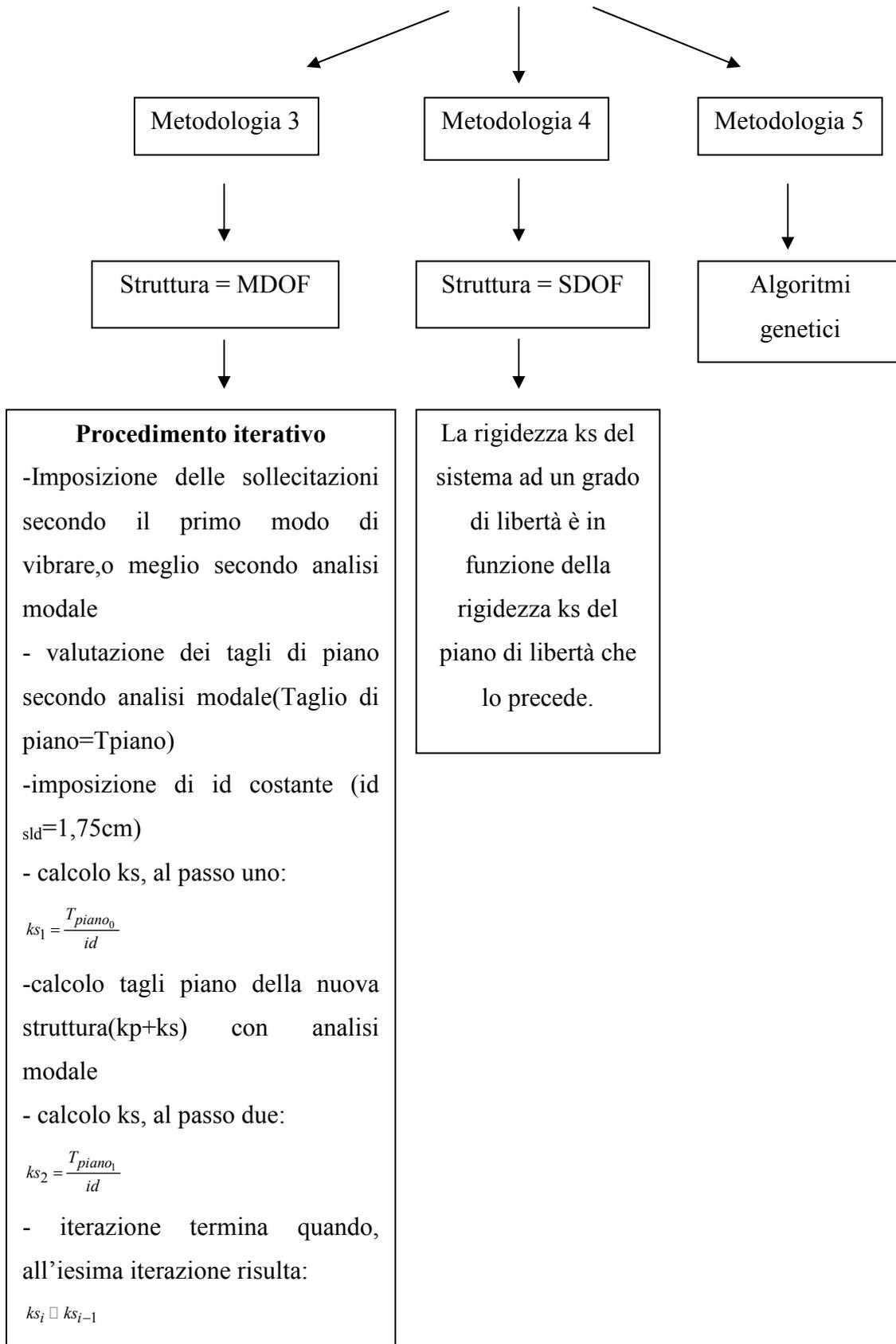


Figura 2.3 Schema riassuntivo delle metodologie: III- IV- V

2.1 Schematizzazione della struttura

In realtà, la struttura, come precedentemente illustrato, è costituita da telaio di tipo shear-type in acciaio e nucleo di controventamento in calcestruzzo; collegamento delle due strutture a mezzo di dispositivi dissipativi.

In tal sede, si considera una semplificazione del sistema telaio + dispositivi + nucleo di controventamento; per la precisione esso sarà composto da telaio + dispositivi, con vincolo di incastro perfetto alle estremità. Quanto detto viene rappresentato in figura 2.4:

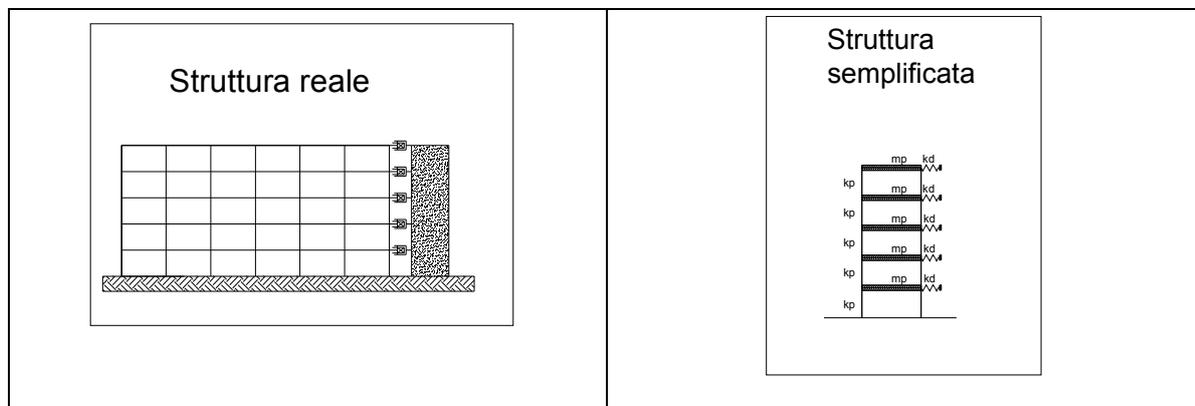


Figura 2. 4 Rappresentazione della semplificazione della struttura oggetto dell'analisi

2.1.1 Caratteristiche dei telai shear-type analizzati.

Lo schema è stato sviluppato numericamente nella sua interezza variando il numero di piani di edifici shear-type, aventi caratteristiche meccaniche, inerziali e geometriche identiche e costanti per ogni piano, vale a dire, rispettivamente, rigidezza alla traslazione di piano, massa di piano e altezza d'interpiano; i cui valori sono riportati in tabella n 2.1

Si precisa che le grandezze specificate sono state riprese dal lavoro di ricerca di tesi di dottorato, *“Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system”* (Università degli studi di Bologna 2002-2003), dell'attuale ricercatore Dott. Ing. Stefano Silvestri.

Massa piano	$0.8 \cdot 10^5 \text{ kg}$
Rigidezza pilastri	$4 \cdot 10^7 \text{ N/m}$
Altezza d'interpiano	3 m

Tabella 2. 1 Caratteristiche dei telai

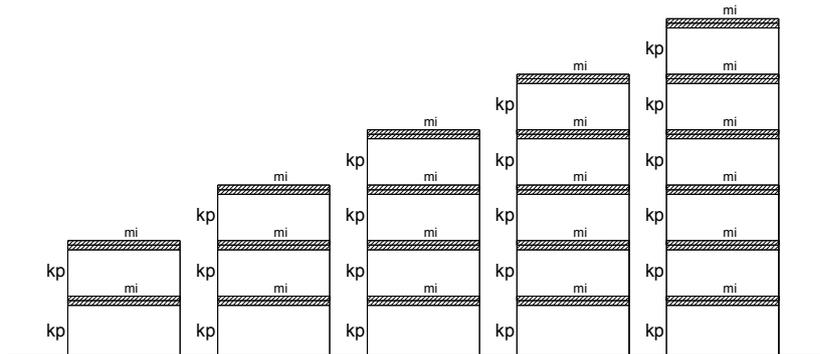


Figura 2. 5 rappresentazione del set di strutture oggetto di analisi

2.1.2 Definizione delle caratteristiche del sistema struttura + dispositivi.

La rigidezza dei dispositivi è stata aggiunta alla matrice di rigidezza del telaio shear-type non isolato. Lo schema raffigurante le strutture esaminate consiste nella classica rappresentazione con cui si visualizza un sistema MDOF, con l'aggiunta di molle, in fase iniziale, elastiche lavoranti soltanto per il piano cui sono collegate.

La rappresentazione è riportata in figura 2.6 per un sistema a 3 gdl. Di seguito, valutando l'equilibrio dinamico di tale sistema, si è ricavata la forma della matrice di rigidezza, e si è rappresentata nella sua forma più generale, per il caso a n-gdl.

La nomenclatura con cui verranno identificate le grandezze costituenti la matrice di rigidezza è:

k_p = rigidezza alla traslazione dei pilastri.

k_d / k_s = rigidezza assiale dei dispositivi.

Schema dinamico con cui si è valutata la matrice di rigidezza, esempio 3 gdl.

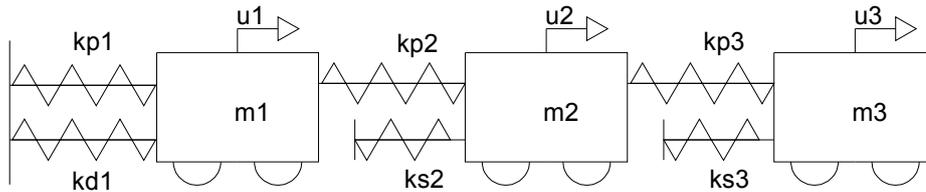


Figura 2. 6 Modello matematico del sistema struttura + dispositivi

Equazione di equilibrio dinamico

$$\begin{cases} -m_1 \ddot{u}_1 - (kp_1 + ks_1)u_1 - kp_2u_1 + kp_2u_2 = 0 \\ -m_2 \ddot{u}_2 - (kp_2 + ks_2)u_2 - kp_3u_2 + kp_2u_1 + kp_3u_3 = 0 \\ -m_3 \ddot{u}_3 - (kp_3 + ks_3)u_3 + kp_3u_2 = 0 \end{cases} \quad 2.1$$

Raccogliendo il sistema in forma matriciale si ottiene la classica espressione matriciale di un sistema MDOF, ovvero, cambiando il segno ad ogni equazione:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} kp_1 + kp_2 + ks_1 & -kp_2 & \\ -kp_2 & kp_3 + kp_2 + ks_2 & -kp_3 \\ & -kp_3 & kp_3 + ks_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 2.2$$

Nella figura seguente (Figura 2.7), si rappresenta la struttura a n-gdl con kp variabili dotata dei dispositivi da dimensionare, nel caso più generale, di cui si è riportata la forma della matrice di rigidezza in seguito.

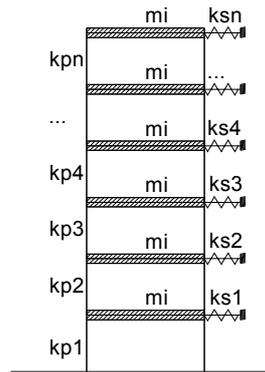


Figura 2. 7 Modello di struttura con dispositivi

Matrice di rigidezza: Caso generale n-gdl, rigidezza dei pilastri e dei dispositivi non uguale lungo l'altezza.

$$\begin{bmatrix}
 kp_1+kp_2+ks_1 & -kp_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -kp_2 & kp_2+kp_3+ks_2 & -kp_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -kp_3 & kp_3+kp_4+ks_3 & -kp_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -kp_4 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \dots & kp_i+kp_{i+1}+ks_i & -kp_{i+1} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -kp_{i+1} & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & kp_{n-1}+kp_n+ks_{n-1} & -kp_n \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -kp_n & kp_n+ks_n
 \end{bmatrix} \quad 2.3$$

Qualora le rigidezze della struttura si mantengano uguali da piano a piano, così come le rigidezze degli dispositivi, la matrice di rigidezza di un sistema MDOF a n gdl diventa:

$$\begin{bmatrix}
 2kp + ks & -kp & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -kp & 2kp + ks & -kp & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -kp & 2kp + ks & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & -kp \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -kp & kp + ks
 \end{bmatrix} \quad 2.4$$

È facile verificare che tale matrice è una matrice simmetrica definita-positiva, quindi essa avrà gli autovalori reali positivi.

La forma della matrice di rigidezza complessiva del sistema è valida per entrambi i rami dello schema nelle figure 2.2 ed 2.3 , ovvero sia per le metodologie che vedono il calcolo

della rigidezza dei dispositivi uguale da piano a piano, sia per quelle che vedono il calcolo della rigidezza dei dispositivi variabile da piano a piano.

2.1.3 Casi limite

Il punto di partenza per la definizione della rigidezza iniziale dei dispositivi è stato un ragionamento per casi limite. In particolare, dapprima si è concepito il sistema telaio + dispositivi come se fosse costituito dai soli dispositivi; di seguito, si è concepito il sistema telaio + dispositivi come se fosse costituito dal solo telaio, e solo successivamente, si sono aggiunti gli elementi dissipativi.

2.2 Prima metodologia: struttura MDOF a n-gdl come una serie di n SDOF.

2.2.0 Introduzione

La metodologia di riduzione della struttura da MDOF a n gradi di libertà a n SDOF si classifica come il primo caso limite indicato nel paragrafo precedente.

Più in dettaglio, esso rappresenta il caso limite in cui la rigidezza dei pilastri della struttura ha un valore nullo; ciò permette di disaccoppiare il sistema mdof a n gdl, concezione usuale con cui viene considerata una struttura multipiano, in n oscillatori semplici, ciascun lavorante per la rigidezza dei dispositivi.

2.2.1 Concezione del sistema

La metodologia, sviluppata in tale capitolo, concepisce, come precedentemente spiegato, la struttura shear-type a n-gdl, come una serie di n oscillatori semplici, quindi sistemi ad un singolo grado di libertà. E' riportata una rappresentazione grafica in figura 2.8.

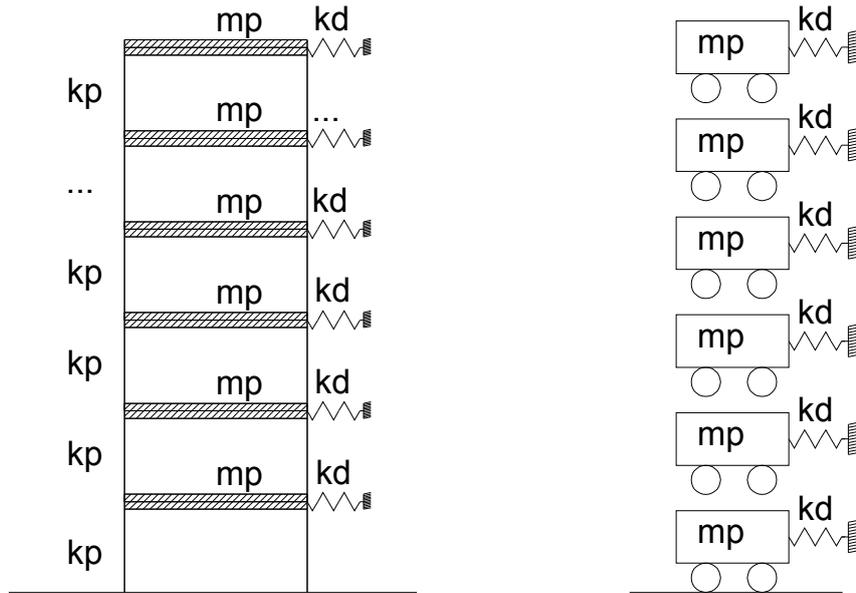


Figura 2. 8 Rappresentazione grafica della concezione della metodologia di riduzione da MDOF a n SDOF

Ciascun oscillatore ha le seguenti caratteristiche:

- caratteristiche inerziali: massa = massa del singolo piano del telaio shear-type
- caratteristiche elastiche: rigidezza = rigidezza dei dispositivi da determinare.

2.2.2 Sviluppo della metodologia in formule

Il processo con cui viene determinato il valore di rigidezza iniziale dei dispositivi si basa sulle seguenti grandezze note:

- massa di piano [kg]
- periodo target [sec.].

Se la massa di piano si ottiene dall'analisi dei carichi, il periodo target si ottiene a partire dallo spettro degli spostamenti, caratteristico del sito in cui viene realizzata la struttura e dall'obiettivo prestazionale che essa stessa deve rispettare per il livello di intensità sismica scelto. Quindi è necessario definire tali grandezze:

- livello d'intensità sismica
- obiettivo prestazionale.
- sito di riferimento (spettro di risposta elastico)

- massa di piano

Specificate le grandezze necessarie per il calcolo della rigidezza dell'oscillatore semplice, ovvero la rigidezza dei dispositivi da introdurre per ciascun piano, essa viene ricavata dalla nota formula che esprime la caratteristica dinamica di un oscillatore semplice, vale a dire la pulsazione naturale o frequenza o periodo.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_n} \quad 2.5$$

Ricavando la rigidezza dei dispositivi k_d

$$k_d = \frac{4\pi^2 m_{piano}}{T_{target}^2} \quad 2.6$$

2.2.3 Sviluppo della metodologia in numeri.

2.2.3.1 Obiettivi prestazionali sismici

Si sceglie di imporre sulla struttura dei quattro “*obiettivi prestazionali*” individuati dal documento *Vision 2000*:

- 1) il “*livello prestazionale*” di “*Fully Operational*” associato ad un sisma indicato come “*Terremoto Frequente*”;

Di conseguenza, si considererà dei quattro “*livelli di intensità sismica*”, quello corrispondente ad un “*Terremoto Frequente*” .

2.2.3.1.1 Spiegazione sintetica del livello prestazionale Fully Operational

Si riprendono le interpretazioni personali di Ilaria Ricci tratte dalla tesi “*Progettazione sismica di tipo prestazionale di un struttura in acciaio*”. In particolare, l’obiettivo che si propone di raggiungere è quello che preserva gli elementi non strutturali.

Si impone, quindi, una condizione sullo spostamento d’interpiano, tale condizione prende il nome di Displacement State Condition

I DSC “in formule”

$$\delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{‰} h \quad 2.7$$

δ_{FO} : è la domanda di spostamento di interpiano richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Frequente*”;

$\delta^* = 5 \text{‰} h$: è la capacità di spostamento di interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non-strutturali.

Il valore dello spostamento di target, δ^* , è stato assunto pari al 5 ‰, in accordo con quanto affermato da Priestley, Calvi e Kowalsky nel libro intitolato “*Displacement-Based Seismic Design of Structures*”.

h : è l’altezza di interpiano dell’edificio.

I DSC “in numeri”

$$\delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{‰} h = 0.005 \cdot 300 = 1.5 \text{ cm} \quad 2.8$$

Considerando che il valore dell’altezza di interpiano risulta pari a 3 m.

2.2.3.2 Livelli di intensità sismica

È bene precisare che, per quanto riguarda le definizioni dei “livelli di intensità sismica” e quindi degli *spettri di risposta elastici e di progetto*, si utilizzeranno i valori di probabilità di occorrenza e di periodo di ritorno forniti dal *D.M. 08*.

Nella *Tabella 3.2.1 del D.M. 08* sono indicate le probabilità di superamento del periodo di riferimento, cui riferirsi per individuare l'azione sismica agente in ciascuno degli stati limite considerati.

$$\text{SLO: } P_{V_R} = 81\% \qquad 2.9$$

2.2.3.2.1 Definizione della forma spettrale (a_g, F_0, T_c^*), sito di riferimento

La normativa fornisce i parametri a_g, F_0, T_c^* in funzione del periodo di ritorno T_R , ottenibile dall'*Allegato A* mediante l'espressione:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_{V_R})} \qquad 2.10$$

la quale esprime il valore del periodo di ritorno in funzione dei due parametri V_R e P_{V_R} .

$$\text{SLO: } T_R = -\frac{50}{\ln(1 - 0.81)} = 30 \text{anni} \qquad 2.11$$

Le mappe di pericolosità sismica definiscono, in base alla latitudine e alla longitudine del sito considerato (Bologna: longitudine 11.317, latitudine 44.515, identificativo 16730, posizione 3569, appartenente alla Zona 3 secondo l'OPCM 3431), e in funzione del periodo di ritorno dell'evento sismico, i parametri spettrali (*Allegato B*).

SLO: $T_R = 50$ anni

- $a_g = 0.0528g$

- $F_0 = 2.48$

- $T_c^* = 0.26s$

2.2.3.2.2 Caratteristiche del sito

Ai fini della definizione dell'azione sismica di progetto, si rende necessario valutare l'effetto della risposta sismica locale, la normativa (*par. 3.2.2*) ci consente di effettuare un approccio semplificato, che si basa sull'individuazione di categorie di sottosuolo (*Tab. 3.2.II*) e condizioni topografiche di riferimento (*Tab. 3.2.IV*).

Il terreno del sito considerato appartiene alla categoria C (*Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti*), per la quale il coefficiente S_S di amplificazione stratigrafica può essere calcolato in funzione dei valori di F_0 e a_g , mediante le espressioni fornite nella *Tab. 3.2.V*.

$$S_S: \quad 1.00 \leq 1.70 - 0.60F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1.50 \quad 2.12$$

SLO:

- $a_g = 0.0528g$

- $F_0 = 2.48$

$$S_S = 1.70 - 0.60F_0 \cdot \frac{a_g}{g} = 1.63 \leq 1.50 \quad 2.13$$

Si considera $S_S = 1.50$.

La condizione topografica di riferimento è la categoria T1 (*superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $\leq 15^\circ$*), per la quale il coefficiente S_T di amplificazione topografica è riportato nella *tabella 3.2.IV* ed è pari al valore 1.

2.2.3.2.3 Spettri di risposta elastici delle accelerazioni e degli spostamenti per SLE

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione è espresso da una forma spettrale (spettro normalizzato) riferita ad uno smorzamento convenzionale del 5%, moltiplicata per il valore della accelerazione orizzontale massima a_g su sito di riferimento rigido orizzontale (*par. 3.2.3.2 del D.M. 08*).

Gli spettri così definiti possono essere utilizzati per strutture con periodo fondamentale minore o uguale a 4.0 s.

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti orizzontali (*par. 3.2.3.2.1 del D.M. 08*) è definito dalle seguenti espressioni:

$$0 \leq T < T_B \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right] \quad 2.14$$

$$T_B \leq T < T_C \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \quad 2.15$$

$$T_C \leq T < T_D \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C}{T} \right) \quad 2.16$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right) \quad 2.17$$

Sia la forma spettrale che il valore di a_g variano al variare della probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{VR} , quindi si valuteranno due spettri di risposta elastici nei due stati limite considerati (spettro di risposta elastico delle accelerazioni per gli stati limite di esercizio e per gli stati limite ultimi).

Lo spettro di risposta elastico degli spostamenti si ricava da quello delle accelerazioni attraverso i seguenti passaggi:

- si rende dimensionale lo spettro elastico in accelerazione moltiplicandolo per l'accelerazione di gravità ($g = 9.81 \text{ m / s}^2$);
- si moltiplica la pseudo-accelerazione S_a per l'inverso della pulsazione naturale ω al quadrato ($S_d = \frac{S_a}{\omega^2}$).

Infatti la relazione che lega lo spostamento alla pseudo-accelerazione è la seguente:

$$S_a = \omega^2 S_d \quad 2.18$$

con $\omega = \frac{2\pi}{T}$

2.2.3.2.4 Spettri di risposta elastici delle accelerazioni e degli spostamenti per gli stati limite di esercizio

2.2.3.2.5 Spettro di risposta elastico delle accelerazioni per gli stati limite di esercizio

- T è il periodo fondamentale di vibrazione della struttura;
- S_e è l'accelerazione spettrale orizzontale;
- η è il fattore che si ricava in funzione del coefficiente di smorzamento viscoso convenzionale ξ , (per $\xi = 5\%$, $\eta = 1$);
- F_0 valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale uguale a 2.48;
- a_g accelerazione orizzontale massima al sito pari a 0.0528g;
- S è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche mediante la relazione seguente

$$S = S_s \cdot S_T = 1.50 \quad 2.19$$

- T_C è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro, dato da

$$T_C = C_C \cdot T_C^* \quad 2.20$$

dove:

- T_C^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale uguale a 0.26s;
- C_C è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo, definito nella *tabella 3.2.V*, in relazione al valore di T_C^* ; per la categoria di sottosuolo C:

$$C_C = 1.05 \cdot (T_C^*)^{-0.33} = 1.6378 \quad 2.21$$

$$T_C = C_C \cdot T_C^* = 1.6378 \cdot 0.26 = 0.4258s \quad 2.22$$

- T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante,

$$T_B = T_C/3 = 0.1419s \quad 2.23$$

- T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro a spostamento costante,

$$T_D = 4.0 \frac{a_g}{g} + 1.6 = 1.811s \quad 2.24$$

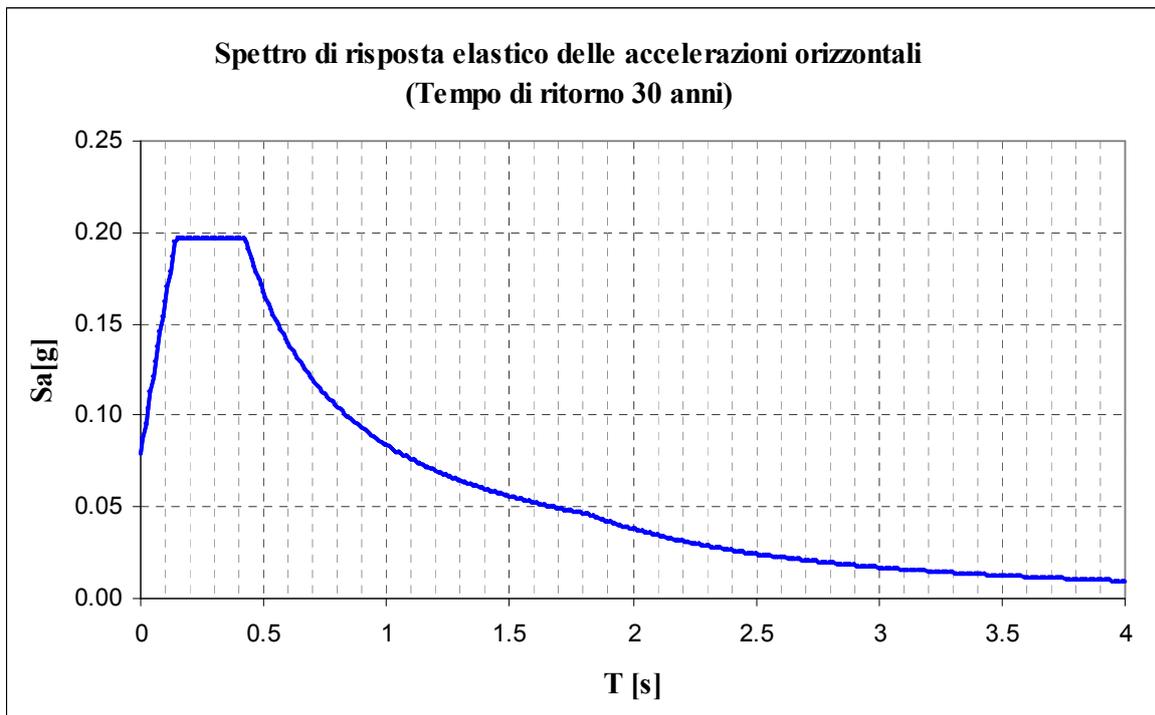


Figura 2.9 Spettro di risposta elastico delle accelerazioni orizzontali, adimensionalizzato, caratterizzato da un valore della PGA corrispondente ad un tempo di ritorno di 30 anni, o, in modo equivalente, corrispondente a una probabilità di superamento dell'81 % in un tempo di riferimento pari a 50 anni, considerando un coefficiente di smorzamento pari al 5 %, calcolato secondo il D.M. 08.

2.2.3.2.6 Spettro di risposta elastico degli spostamenti per gli stati limite di esercizio

Nota lo spettro di risposta delle accelerazioni, adimensionalizzato, caratterizzato da un valore della PGA corrispondente ad un tempo di ritorno di 30 anni, o, in modo equivalente, corrispondente a una probabilità di superamento dell'81 % in un tempo di riferimento pari a 50 anni, calcolato secondo il *D.M. 08*, è possibile, in primo luogo renderlo dimensionale,

e, in secondo luogo, ricavare lo spettro di risposta agli spostamenti attraverso l'utilizzo delle relazioni che legano le pseudo – accelerazioni agli spostamenti; infatti, la relazione tra la pseudo – accelerazione e lo spostamento risulta:

$$S_a = \omega^2 S_d \quad 2.25$$

dove:

S_a : è la pseudo – accelerazione in m / s^2 ;

S_d : è spostamento in m;

ω : è la pulsazione naturale in rad / s.

Ricordando che la relazione tra il periodo e la pulsazione naturale di una struttura risulta:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad 2.26$$

Si ha che la relazione tra la pseudo – accelerazione e lo spostamento diventa:

$$S_a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 S_d \quad 2.27$$

Risolvendo l'equazione precedente in termini di S_d , si ha:

$$S_d = \frac{T^2}{4\pi^2} S_a \quad 2.28$$

Allora, alla luce della relazione precedente, si ha che lo spettro di risposta degli spostamenti risulta quello mostrato in Figura 2.10

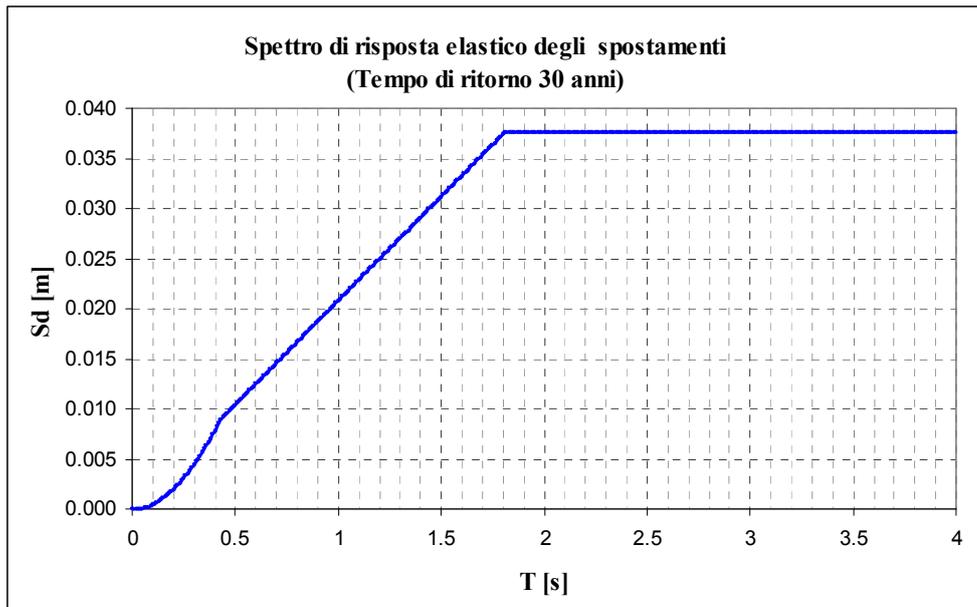


Figura 2. 10 – Spettro di risposta degli spostamenti,ottenuto da uno spettro di risposta delle pseudo – accelerazioni dimensionalizzato, caratterizzato da un valore della PGA corrispondente ad un tempo di ritorno di 30 anni, o, in modo equivalente, corrispondente a una probabilità di superamento dell’81 % in un tempo di riferimento pari a 50 anni, considerando un coefficiente di smorzamento pari al 5 %, calcolato secondo il *D.M. 08*.

2.2.3.2.7 Massa di piano

Si assume il valore della massa di piano pari a $0.8 \cdot 10^5$ kg, valore specificato nel paragrafo 2.2.3.1. Per semplicità in tabella sono riportati nuovamente i valori caratteristici dei telai considerati.

Massa piano	$0.8 \cdot 10^5$ kg
Rigidezza pilastri	$4 \cdot 10^7$ N/m
Altezza d’interpiano	3 m

Tabella 2. 2 Caratteristica della struttura

2.2.3.2.8 Calcolo della rigidezza dei dispositivi

Il valore della rigidezza dei dispositivi, come precedentemente specificato, è uguale per tutti i piani e per tutte le strutture .

Dall'imposizione dell'obiettivo prestazionale del paragrafo 2.2.3.1, si ricava dalla spettro di risposta elastico agli spostamenti, con sito di riferimento Bologna, un periodo target pari a:

$$T_{target} = 0.72 \text{ sec}$$

$$k_d = \frac{4\pi^2 m_{piano}}{T_{target}^2} = \frac{4\pi^2 (0.8 \cdot 10^5 \text{ (kg)})}{(0.72 \text{ (s)})^2} = 6.09 \cdot 10^6 \text{ (N/m)} \quad 2.29$$

2.2.3.2.9 I° verifica del soddisfacimento dell'obiettivo imposto

Si ricorda che l'obiettivo imposto è quello che preserva gli elementi strutturali per un sisma di intensità frequente.

$$\delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{ ‰ h} \quad 2.30$$

La prima prova consiste nel verificare il raggiungimento dell'obiettivo imposto tramite analisi modale a spettro di risposta, in cui la matrice delle rigidezze viene aggiornata con il valore della rigidezza del dispositivo che vale:

$$k_d = 6.09 \cdot 10^6 \text{ (N/m)}$$

Si riportano i risultati prima con valori numerici, poi in via grafica per tutti le strutture analizzate; si precisa che per quanto riguarda le analisi del tipo time history i valori riportati degli spostamenti d'interpiano sono valori ottenuti tramite media dei risultati avuti sottoponendo ciascun telaio ai sette sismi spettro compatibili alla forma spettrale definita al paragrafo 2.2.3.2.5.

Gli spostamenti d'interpiano fanno riferimento ad una numerazione di piano crescente a partire dal basso. In tabella 2.2 e 2.3 si riportano i risultati numerici degli spostamenti d'interpiano e dei periodi propri.

[cm]	Analisi Modale						[cm]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
d 1_0	0.45	0.52	0.54	0.5	0.46	0.43	d 1_0
d 2_1		0.84	0.13	0.42	0.39	0.37	d 2_1
d 3_2			0.25	0.31	0.31	0.29	d 3_2
d 4_3				0.17	0.23	0.24	d 4_3
d 5_4					0.13	0.18	d 5_4
d 6_5						0.1	d 6_5

Tabella 2. 3 Spostamenti d'interpiano

[s]	Analisi Modale						[s]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
T1	0.1	0.38	0.47	0.53	0.58	0.61	T1
T2		0.17	0.21	0.26	0.3	0.35	T2
T3			0.15	0.178	0.2	0.23	T3
T4				0.14	0.16	0.18	T4
T5					0.14	0.15	T5
T6						0.14	T6

Tabella 2.4 Periodi dei sistemi

Nel grafico che segue, si illustrano i risultati ottenuti mediante tale metodologia. In ascissa, è rappresentata una grandezza adimensionale, ovvero il rapporto (Formula 2.31) tra lo spostamento d'interpiano ottenuto e lo spostamento d'interpiano obiettivo o target,

$\delta_{FO} = 1.5$ cm; in ordinata, sono rappresentati i piani, quindi il numero di edifici per cui si è svolta l'analisi. Pertanto l'andamento che si riscontra nel grafico, rappresenta nient'altro che l'andamento dello spostamento d'interpiano adimensionalizzato al variare del numero di piani della struttura considerata.

Una prima stima della bontà del metodo è stata quella di saggiare le proprietà conservative. In effetti, si nota che tutti gli andamenti sono all'interno del campo conservativo, rappresentato dal valore di rapporto unitario.

$$r\delta_{i,i-1} = \frac{\delta_{i,i-1}}{\delta_{FO}}$$

2. 31

con i indice di piano.

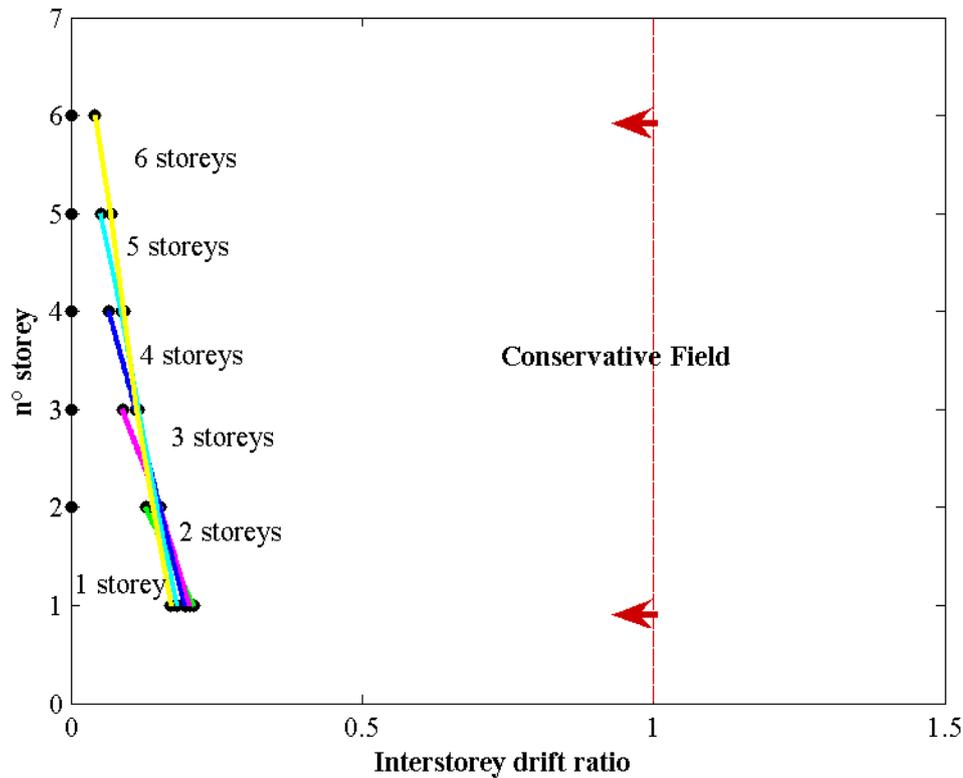


Figura 2.11 Andamento del rapporto di spostamento d'interpiano

Dalla Figura n° 2.11, è possibile affermare che l'effetto dei dispositivi sugli spostamenti della struttura, si concretizza con una diminuzione del valore dell'interstorey drift con l'aumentare del numero di piani.

Effetto aspettato perché la sollecitazione tagliante ai piani alti diminuisce e la rigidezza del piano, modellato come un sdof, somma del contributo della rigidezza dei pilastri e di quella dei dispositivi, perché in parallelo, è uguale e di valore costante per ogni singolo piano.

Quindi, seppur la struttura si comporti globalmente come una struttura shear-type, l'incremento di spostamento da un piano all'altro, andando dal primo piano a salire, diminuisce di un valore costante secondo l'analisi modale, infatti i punti sul grafico si dispongono tutti su un'unica retta.

Questo comportamento è da evitare poiché avere uno spostamento d'interpiano maggiore ai piani bassi, che sono maggiormente sollecitati anche dall'aggravio di sforzo normale, aumenterebbe la tensione nella sezione di verifica del pilastro di base.

2.3 Seconda metodologia: rigidezza proporzionale ai tagli di piano della struttura

2.3.0 Introduzione

La metodologia, presentata in questo paragrafo, concepisce la struttura tal qual è, ovvero, come un sistema a n gdl, ove si tiene presente, quindi, l'interazione tra essi.

Questa interazione viene valutata tramite un approccio alle sollecitazioni, calcolate mediante analisi modale a spettro di risposta.

L'analisi modale permette di calcolare i tagli di piano; ottenuti i quali, viene ricavata la rigidezza dei dispositivi mediante la formula:

$$k = \frac{T}{\delta} \qquad 2.32$$

Caratterizzando la formula per una struttura a n gdl, si ottengono delle rigidezze dei dispositivi variabili da piano a piano, la cui variazione è proporzionale, ovviamente, ai tagli di piano ottenuti tramite analisi modale.

L'altra grandezza caratterizzante la formula è uno spostamento, che in tal caso, è lo spostamento d'interpiano obiettivo: δ_{FO} del valore di 1.5 cm, ricavato dal livello prestazionale considerato (*terremoto frequente*).

Anche in tal caso, si osserva che questa metodologia si inserisce nel campo di un caso limite, differente da quello del capitolo precedente; poiché, a differenza del primo metodo, la valutazione della rigidezza dei dispositivi è fatta a partire dai tagli di piano derivanti dalla struttura priva di dispositivi. Così procedendo, è evidente che la rigidezza dei dispositivi non viene considerata, assumendo, quindi, nella valutazione dei tagli di piano il suo valore pari a zero.

2.3.1 Concezione del sistema

Il sistema, come esplicitato nel paragrafo 2.3.0 , si concepisce come costituito dalla sola struttura. La rigidezza dei dispositivi verrà poi valutata in base ai tagli di piano della struttura.

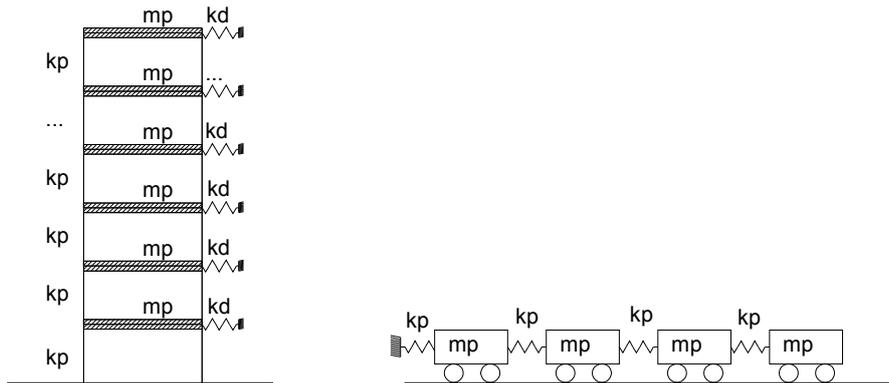


Figura 2.12 Concezione della struttura

2.3.2 Sviluppo della metodologia in formule

In questo paragrafo, si specifica quanto illustrato in precedenza: la valutazione dei tagli di piano mediante analisi modale a spettro di risposta.

L'analisi modale a spettro di risposta viene applicata a sei diversi tipi di strutture, aventi caratteristiche inerziali e di resistenza identiche tra loro, ma con un numero di piani crescente da due a sei. Poiché, inoltre, le strutture considerate sono del tipo shear-type, il numero dei piani corrisponde al numero dei gradi di libertà del sistema che non sono altro che le traslazioni delle masse di piano nella direzione orizzontale del piano in cui giace il telaio.

Di seguito, si riportano in via schematica i passi da seguire per sviluppare tale analisi relativa ad un sistema a n gdl:

- definizione delle equazioni del moto
- analisi agli autovalori: pulsazioni e modi naturali
- trasformazione modale (equazione del moto in forma disaccoppiata)
- valutazione del massimo spostamento modale

- somma dei contributi modali: metodo CQC (Complete quadratic combination)
- valutazione dei massimi spostamenti e massimi tagli.

Si caratterizza, ora, la procedura di cui sopra mediante formulazione matematica.

2.3.2.1 Definizione delle equazioni del moto

Per snellezza di rappresentazione, si sviluppa l'analisi per un sistema a 3 gradi di libertà, essendo quello a n gdl una pura estensione.

Si considera un sistema shear-type smorzato, in cui lo smorzamento è stato valutato con il metodo di Rayleigh (smorzamento proporzionale), e sollecitato da forzanti esterne del tipo $p(t)$.

Siano:

la matrice di massa:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad 2.33$$

la matrice di smorzamento:

$$\begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad 2.34$$

la matrice delle rigidezze:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad 2.35$$

il vettore delle accelerazioni:

$$\begin{bmatrix} \dots \\ u_1 \\ \dots \\ u_2 \\ \dots \\ u_3 \end{bmatrix} \quad 2.36$$

il vettore delle velocità:

$$\begin{bmatrix} \dots \\ u_1 \\ \dots \\ u_2 \\ \dots \\ u_3 \end{bmatrix} \quad 2.37$$

il vettore degli spostamenti:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad 2.38$$

le equazioni del moto per il sistema in esame, in forma matriciale si definiscono come segue:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{bmatrix} \quad 2.39$$

che in forma matriciale contratta diventano:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t). \quad 2.40$$

Si precisa che la matrice di smorzamento valutata con il metodo di Rayleigh è una soluzione al disaccoppiamento modale, poiché di norma la presenza dello smorzamento non lo consentirebbe. Il metodo di Rayleigh prevede lo smorzamento in tale forma:

$$c = \alpha \cdot m + \beta \cdot k \quad 2.41$$

Dove i parametri α e β , per un rapporto di smorzamento costante per tutti i modi, ξ , sono dati dalla seguente espressione:

$$\alpha = \xi \frac{2\omega_i \cdot \omega_j}{\omega_i + \omega_j}; \quad \beta = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad 2.42$$

in cui ω_i e ω_j sono le pulsazioni naturali dei modi i e j , rispettivamente.

2.3.2.2 Analisi agli autovalori

Si consideri il problema delle vibrazioni libere del sistema a 3 gdl non smorzato, nella forma matriciale contratta è:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad 2.43$$

La soluzione della equazione può essere ricercata nella seguente classi di funzioni:

$$u_r(t) = \phi \cdot g(t) \quad \text{per } r=1,2,3. \quad 2.44$$

Sostituendo nell'equazione n°2.43 l'espressione n°2.44 si ottiene:

$$\ddot{g}(t)m\phi + g(t)k\phi = 0 \quad 2.45$$

La n° 2.43 può scriversi nella forma:

$$\frac{k\phi}{m\phi} = -\frac{\ddot{g}(t)}{g(t)} = \text{cost.} = \omega^2 \quad 2.46$$

Quindi:

$$\left(k - \omega^2 m\right)\phi = 0 \quad 2.47$$

La n° 2.47 costituisce il problema agli autovalori

$$\dot{g}(t) + \omega^2 g(t) = 0 \quad 2.48$$

La n° 2.48 costituisce l'espressione del moto armonico.

La n° 2.47 ammette soluzione non banale, tale che:

$$\left(k - \omega_r^2 m\right)\phi_r = 0 \quad 2.49$$

se e solo se il determinante della matrice dei coefficienti del sistema è nullo:

$$\det\left(k - \omega^2 m\right) = 0 \quad 2.50$$

La soluzione banale della 1 non interessa, $\phi_1=0$, $\phi_2=0$, $\phi_3=0$, poiché corrispondente al caso dell'equilibrio statico.

L'equazione n° 2.50 è un'equazione algebrica di grado 3 (per i gradi di libertà del sistema considerato; estendendo a n gdl sarebbe diventata un'equazione algebrica di grado n), le cui radici, ω_r^2 , ($r=1,2,3$; nel caso di n gdl $r=1,2,3,\dots,n$) prendono il nome di autovalori, le radici quadrate di tali valori, detti anche valori caratteristici, sono le pulsazioni naturali del sistema.

In corrispondenza di ogni autovalore ω_r^2 , il sistema ammette una soluzione non nulla ϕ_r , denominata autovettore. Ogni autovettore è denominato vettore modale e rappresenta il modo naturale di vibrare. Nel particolare caso, si hanno 3 autovettori, che definiscono 3 modi di vibrare; l'autovettore relativo al generico modo r assume tale forma:

$$\phi_r = \begin{bmatrix} \phi_{1r} \\ \phi_{2r} \\ \phi_{3r} \end{bmatrix} \quad 2.51$$

Il generico autovettore ϕ_r , espresso dalla n°2.49, non è determinato univocamente, bensì a meno di una costante moltiplicativa. Difatti, se il vettore colonna ϕ_r è soluzione del sistema omogeneo (cfr 2.48), anche il vettore $c_r \cdot \phi_r$ è soluzione del medesimo sistema, essendo c_r , una costante reale. Tuttavia, il rapporto tra l'i-esima componente $c_r \cdot \phi_{ir}$ e la j-esima componente $c_r \cdot \phi_{jr}$ dell'autovettore $c_r \cdot \phi_r$ è costante. Pertanto l'autovettore ϕ_r corrispondente all'autovalore ω_r^2 ha una ben definita forma, anche se di ampiezza arbitraria. Quindi, se una componente dell'autovettore è assegnata, risultano univocamente definite le restanti n-1 componenti. Assegnare un valore ad una componente dell'autovettore corrisponde all'operazione di normalizzazione dell'autovettore.

La normalizzazione può essere fatta in diversi modi:

1. si pone uguale ad 1 la massima componente
2. si pone che la somma dei quadrati delle singole componenti dell'autovettore sia uguale ad 1
3. si pone uguale ad 1 la massa generalizzata: $M_r = \phi_r^T \cdot m \cdot \phi_r = 1$.

In tale studio, la normalizzazione degli autovettori eseguita è stata quella indicata al punto 1 dell'elenco.

Si perviene in questa fase, alla definizione di tre pulsazioni naturali e di tre autovettori, ovvero tre modi di vibrare del sistema.

Pulsazioni naturali: $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

$$\text{Modi naturali: } \phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{21} \\ \phi_{31} \end{bmatrix}, \phi_2 = \begin{bmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{22} \\ \phi_{32} \end{bmatrix}, \phi_3 = \begin{bmatrix} \phi_{13} \\ \phi_{23} \\ \phi_{33} \end{bmatrix}. \quad 2.52$$

2.3.2.3 Trasformazione modale

Si pone in evidenza che qualsiasi moto del sistema può essere espresso come:

$$u(t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i \cdot q_i(t) = \tilde{\phi} \cdot \bar{q}(t) \quad 2.53$$

in cui $\tilde{\phi}$ denota la matrice modale che, per il caso a tre gradi di libertà è:

$$\tilde{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad 2.54$$

e $\bar{q}(t)$ è il vettore delle coordinate modali.

Introducendo nell'equazione del moto l'espressione di $u(t)$, e moltiplicando ogni termine per la trasposta della matrice modale, si ottiene un sistema di tre equazioni disaccoppiate.

Per semplicità di scrittura, la matrice modale non avrà il simbolo di matrice e il vettore delle coordinate modali non avrà il simbolo di vettore.

Sia, quindi:

il vettore dei gradi di libertà $u(t)$:

$$u(t) = \phi \cdot q(t) \quad 2.55$$

il vettore delle accelerazioni e delle velocità diventano rispettivamente:

$$\ddot{u}(t) = \phi \cdot \ddot{q}(t) \quad 2.56$$

$$\dot{u}(t) = \phi \cdot \dot{q}(t) \quad 2.57$$

L'equazione del moto, che viene riscritta nella sua forma completa matriciale contratta, diventa:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p \quad 2.58$$

$$m \cdot \phi \cdot \ddot{q} + c \cdot \phi \cdot \dot{q} + k \cdot \phi \cdot q = p \quad 2.59$$

Moltiplicando per la trasposta della matrice modale ϕ , la n° 2.59 diventa:

$$\phi^T \cdot m \cdot \phi \cdot \ddot{q} + \phi^T \cdot c \cdot \phi \cdot \dot{q} + \phi^T \cdot k \cdot \phi \cdot q = \phi^T \cdot p \quad 2.60$$

In notazione matriciale estesa, trascrivendo i risultati delle moltiplicazioni tra matrici delle grandezze presenti nell'equazione n°2.60, che diventano, rispettando l'ordine dei termini dell'equazione, matrice delle masse modali, matrice dello smorzamento modale e matrice delle rigidezze modali, la trasformazione modale viene espressa come segue:

$$\begin{bmatrix} M_1 & & \\ & M_2 & \\ & & M_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & & \\ & C_2 & \\ & & C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_2 & \\ & & K_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \phi^T \cdot p \quad 2.61$$

Se si indica la forzante p come una forzante di tipo sismico, allora la sua intensità è data da una forza proporzionale alla matrice delle masse e all'accelerazione del terreno tramite il vettore d'influenza del terremoto \underline{R} che fornisce gli spostamenti nella direzione dei gradi di libertà del sistema per uno spostamento unitario del terreno.

Essendo il modello analizzato, un telaio shear-type bidimensionale (piano x-z), esso avrà come gradi di libertà i soli spostamenti dei piani in direzione x, da cui si deduce che, per uno spostamento del terreno unitario in direzione x, il vettore \underline{R} associato al modello sarà un vettore unitario.

Tale rappresentazione dell'effetto del sisma introduce un nuovo vettore, il vettore delle masse m , infatti seguendo quanto detto in precedenza si ottiene:

$$\begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_2 & \\ & & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = \bar{m} \quad 2.62$$

L'espressione precedente diventa:

$$\begin{bmatrix} M_1 & & \\ & M_2 & \\ & & M_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & & \\ & C_2 & \\ & & C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_2 & \\ & & K_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = -\phi \cdot \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \ddot{u}_g(t) \quad 2.63$$

Svolgendo le operazioni, si perviene al suddetto di sistema disaccoppiato di tre equazioni in tre incognite (le tre coordinate modali); è evidente, quindi, la semplificazione che apporta la trasformazione modale, in quanto essa permette di avere matrici diagonali e di

conseguenza, di avere una sola incognita in ogni equazione del sistema. Il sistema a tre gradi di libertà è stato in tal modo scomposto in 3 oscillatori semplici.

Si riscrive ora l'i-esima equazione del sistema in forma simile all' equazione del moto:

$$M_i \cdot \ddot{q}_i + C_i \cdot \dot{q}_i + K_i \cdot q_i = -\phi_i^T \cdot \bar{m} \cdot \bar{u}_g(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad 2.64$$

Dividendo ogni termine per l'i-esima componente della matrice delle masse modali si ottiene la seguente espressione:

$$\ddot{q}_i + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \dot{q}_i + \omega_i^2 \cdot q_i = -\Gamma_i \cdot \bar{u}_g(t) \quad 2.65$$

in cui $\Gamma_i = \frac{\phi_i^T \cdot \bar{m}}{M_i}$ è chiamato fattore di partecipazione modale. Detto fattore indica di quanto viene amplificata l'accelerazione $\ddot{u}_g(t)$, per il generico oscillatore nello spazio modale.

2.3.2.4 Valutazione del massimo spostamento tramite spettro di risposta

La valutazione dei valori massimi di sollecitazioni e spostamenti associati a ciascun modo di vibrare della struttura avviene tramite l'uso dello spettro di risposta della pseudo-accellerazione. Quindi, l'utilizzo dello spettro di risposta permette di stimare il comportamento del telaio soggetto ad un sisma di una determinata intensità.

Se si confronta l'equazione del moto nello spazio modale con quella di un oscillatore semplice avente le medesime caratteristiche dinamiche, è possibile valutare il massimo spostamento del SDOF equivalente grazie allo spettro di risposta della pseudo-accellerazione. Noto, infatti, il periodo naturale del SDOF, si considera il valore di accelerazione dello spettro relativo a tale periodo, e, mediante la relazione che lega spostamento alla pseudo-accellerazione, si ricava il massimo spostamento spettrale. Si precisa, ora, quanto spiegato tramite approccio matematico.

Sia l'equazione dell'i-esimo modo:

$$\ddot{q}_i + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \dot{q}_i + \omega_i^2 \cdot q_i = -\Gamma_i \cdot \bar{u}_g(t), \quad 2.66$$

la si confronti con quella di un SDOF, avente le stesse caratteristiche dinamiche, vale a dire ω_i , e lo stesso coefficiente di smorzamento: ξ_i :

$$\ddot{u}_i + 2 \cdot \xi_i \cdot \omega_i \cdot \dot{u}_i + \omega_i^2 \cdot u_i = -\ddot{u}_g(t) \quad 2.67$$

Il periodo naturale dell'oscillatore semplice è: $T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$.

Entrando nello spettro di risposta delle accelerazioni, oppure, in modo equivalente, nello spettro di risposta agli spostamenti, si ricava lo spostamento massimo spettrale D_i , relativo al periodo naturale T_i .

Il massimo spostamento modale risulta essere pari a:

$$q_{i,\max} = \Gamma_i \cdot D_i \quad 2.68$$

2.3.2.5 Somma dei contributi modali

Siano noti i massimi spostamenti modali, è necessario passare dallo spazio modale allo spazio fisico, ovvero quello reale.

Pertanto la risposta dinamica della struttura, sotto l'effetto di eccitazione sismica risulta essere rappresentata dal vettore di spostamento dei gradi di libertà, precedentemente menzionato $\bar{u}(t)$.

Tale vettore risulta essere pari a:

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix} = \tilde{\phi} \cdot \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \end{bmatrix} \quad 2.69$$

Tuttavia lo spostamento massimo nello spazio fisico non corrisponde al massimo spostamento nello spazio modale, moltiplicato per la matrice modale, poiché tutti i modi non raggiungono il massimo valore simultaneamente.

$$\begin{bmatrix} u_{1\max} \\ u_{2\max} \\ u_{3\max} \end{bmatrix} \neq \tilde{\phi} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_1 D_1 \\ \Gamma_2 D_2 \\ \Gamma_3 D_3 \end{bmatrix} \quad 2.70$$

Le norme consentono di calcolare il loro più probabile valore massimo utilizzando la combinazione CQC (Complete quadratic combination).

Mediante questo metodo, il generico effetto risulta definito tramite la relazione:

$$E = \left(\sum_j \sum_i \rho_{ij} \cdot E_i \cdot E_j \right)^{1/2} \quad 2.71$$

dove:

E_i, E_j sono i valori dell'effetto relativo rispettivamente al modo i e j

ρ_{ij} coefficiente di correlazione tra il modo i e il modo j , la cui espressione è data dalla n°2.70

$$\rho_{ij} = \frac{8 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{ij}^{3/2}}{(1 + \beta_{ij}) \cdot \left[(1 - \beta_{ij})^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{ij} \right]} \quad 2.72$$

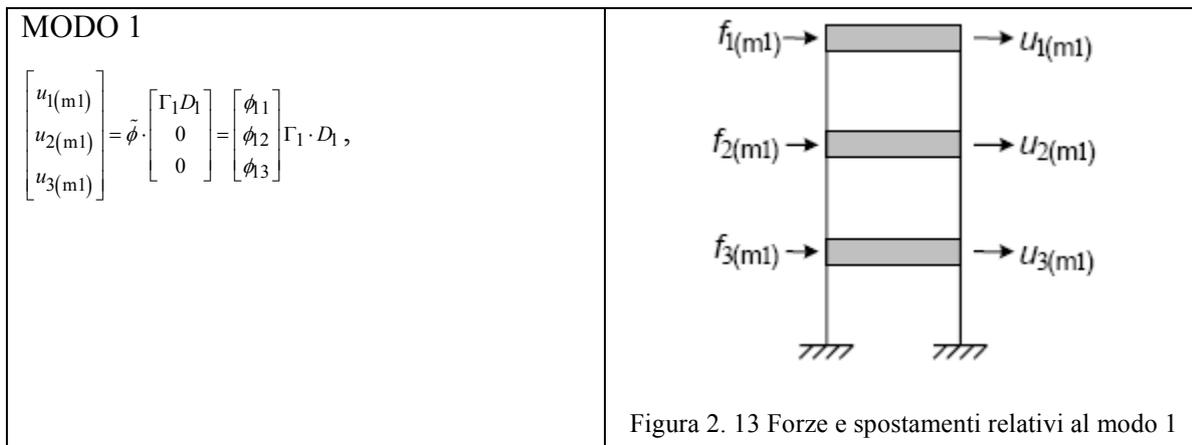
in cui:

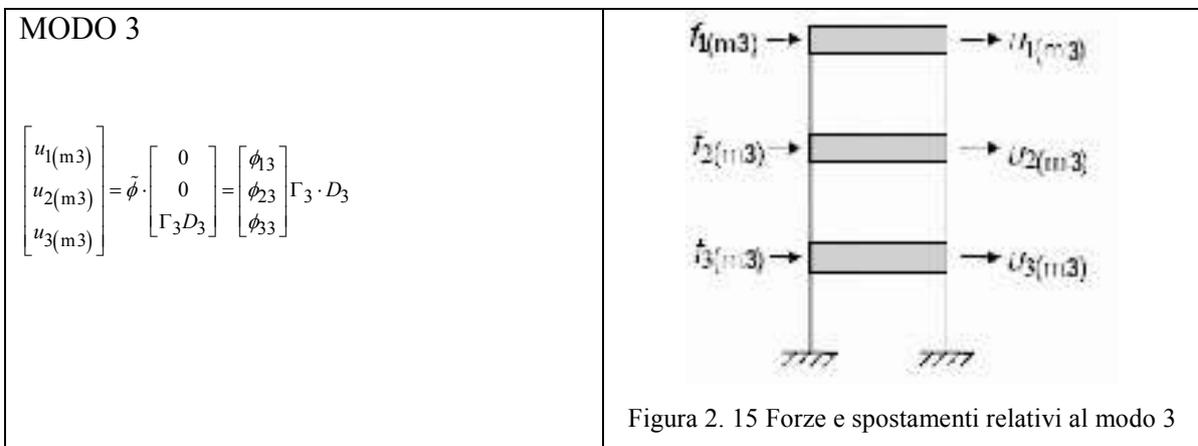
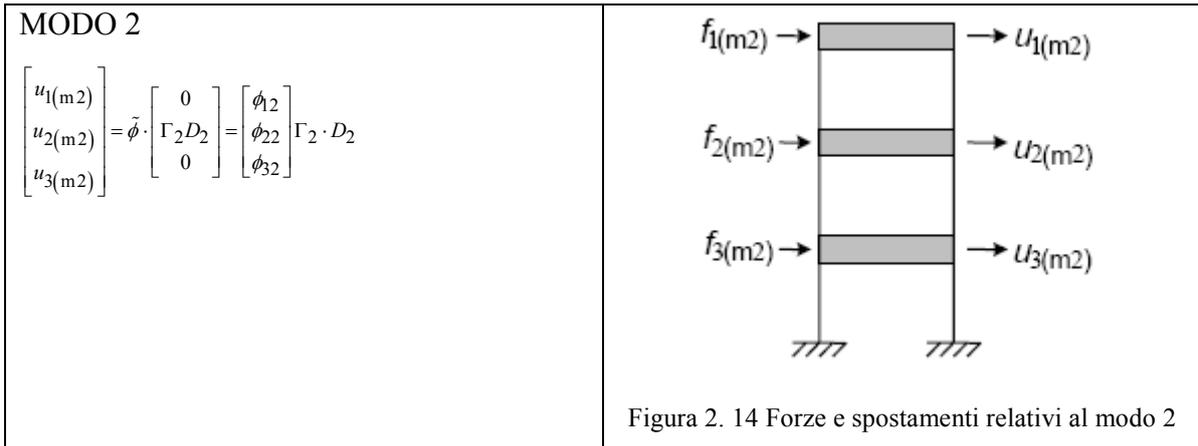
ξ è lo smorzamento viscoso dei modi i e j ;

β_{ij} è il rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i e j ($\beta_{ij} = \frac{T_j}{T_i}$).

2.3.2.6 Valutazione dei massimi spostamenti e massimi tagli

Descritta la combinazione utilizzata per valutare il più probabile valore massimo dell'effetto desiderato, si esplicita più in dettaglio la procedura per ottenere la stima dei tagli massimi. Per ciascun modo si calcolano i massimi spostamenti:





Si definisce il vettore dello spostamento massimo:

$$\bar{u}_{\max} = \sqrt{\left[(\bar{u}_1)_{\max}^2 + 2 \cdot \rho_{12} (\bar{u}_1)_{\max} (\bar{u}_2)_{\max} + (\bar{u}_2)_{\max}^2 + 2 \cdot \rho_{23} (\bar{u}_2)_{\max} (\bar{u}_3)_{\max} + (\bar{u}_3)_{\max}^2 + 2 \cdot \rho_{13} (\bar{u}_1)_{\max} (\bar{u}_3)_{\max} \right]} \quad 2.73$$

Si calcolano le forze massime:

$$\begin{bmatrix} f_1(\max) \\ f_2(\max) \\ f_3(\max) \end{bmatrix} = \bar{k} \cdot \bar{u}_{\max}$$

2. 74

Le sollecitazioni risultano, infine, essere pari a:

$$\begin{bmatrix} V_{1(\max)} \\ V_{2(\max)} \\ V_{3(\max)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1(\max)} + f_{2(\max)} + f_{3(\max)} \\ f_{2(\max)} + f_{3(\max)} \\ f_{3(\max)} \end{bmatrix}$$

2. 75

2.3.2.7 Valutazione della rigidezza dei dispositivi

Nel paragrafo precedente è stato illustrato come si valutano i tagli di piano; grandezze necessarie per la definizione delle rigidezze dei dispositivi da inserire tra il piano della struttura e il controvento rigido.

Nel caso specifico del paragrafo precedente si sarebbero ottenuti tre diversi valori di rigidezze dei dispositivi, crescenti dal primo all'ultimo piano.

Nel caso più generale, per un sistema MDOF a n gdl si sarebbero ottenuti n valori di rigidezza, ciascuno proporzionale al corrispondente valore di taglio.

In formule, il valore di rigidezza del dispositivo all'i-esimo piano, $k_{d,i}$, risulta essere:

$$k_{d,i} = \frac{T_i}{\delta_{FO}} \quad 2. 76$$

2.3.3 Sviluppo della metodologia in numeri

Il processo con cui viene determinato il valore di rigidezza iniziale dei dispositivi si basa sulle seguenti grandezze note:

- massa di piano
- periodo target [sec.].

Se la massa di piano si ottiene dall'analisi dei carichi, il periodo target si ottiene a partire dallo spettro degli spostamenti, caratteristico del sito in cui viene realizzata la struttura e dall'obiettivo prestazionale che essa stessa deve rispettare per il livello di intensità sismica scelto. Quindi è necessario definire tali grandezze:

- livello d'intensità sismica

- obiettivo prestazionale.
- sito di riferimento (spettro di risposta elastico)
- massa di piano

2.3.3.1 Obiettivi prestazionali sismici

Gli obiettivi prestazionali nonché le caratteristiche del sito di riferimento sono le stesse del paragrafo 2.2.3.1.

2.3.3.2 Caratteristiche della struttura

Massa piano	$0.8 \cdot 10^5$ kg
Rigidezza pilastri	$4 \cdot 10^7$ N/m
Altezza d'interpiano	3 m

Tabella 2.5 Caratteristiche della struttura

2.3.3.3 Calcolo della rigidezza dei dispositivi

Sostituendo alla trattazione in formule, i valori numerici, caratterizzando il problema con il sito di riferimento, e con gli obiettivi prestazionali sismici, si ottengono tali risultati:

Si riportano in tabella n° 2.6 i risultati dei tagli di piano, per il set di strutture analizzate.

10 ⁵ [N]	Analisi Modale						10 ⁵ [N]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
Tpiano1	1.57	2.74	2.87	2.96	3.02	7.65	Tpiano1
Tpiano2		1.68	2.26	2.53	2.67	6.93	Tpiano2
Tpiano3			1.27	1.87	2.18	6.05	Tpiano3
Tpiano4				1.02	1.58	5.08	Tpiano4
Tpiano5					0.86	3.87	Tpiano5
Tpiano6						2.18	Tpiano6

Tabella 2.6 Tagli di piano delle strutture senza dispositivi

Le rigidezze sono calcolate a partire dalla formula n°2.74, che si riporta per semplicità di seguito:

$$k_{d,i} = \frac{T_i}{\delta_{FO}}$$

Si è già precisato che questo criterio prevede una variabilità delle rigidezze dei dispositivi al variare della loro posizione e quindi dell'altezza a cui sono posti, in quanto con l'altezza variano i tagli di piano.

In tabella 2.7, si riportano i risultati delle rigidezze in N/m:

10 ⁷ [N/m]	Analisi Modale						10 ⁷ [N/m]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
kdisp1	1.04	1.83	1.92	1.97	2.01	2.05	kdisp1
kdisp2		1.12	1.51	1.68	1.78	1.85	kdisp2
kdisp3			0.85	1.24	1.45	1.58	kdisp3
kdisp4				0.68	1.05	1.27	kdisp4
kdisp5					0.57	0.92	kdisp5
kdisp6						0.5	kdisp6

Tabella 2.7 Rigidezze dei dispositivi in notazione scientifica

2.3.3.4 I° verifica del soddisfacimento dell'obiettivo imposto

In tabella n° 2.8 e 2.9 si riportano i risultati in termini di periodi propri dei sistemi strutture + dispositivi, e degli spostamenti d'interpiano.

[s]	Analisi Modale						[s]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
T1	0.25	0.33	0.4	0.45	0.49	0.52	T1
T2		0.16	0.2	0.24	0.27	0.3	T2
T3			0.15	0.17	0.19	0.22	T3
T4				0.14	0.15	0.17	T4
T5					0.14	0.15	T5
T6						0.14	T6

Tabella 2.8

[cm]	Analisi Modale						[cm]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
d 1_0	0.39	0.37	0.37	0.34	0.3	0.27	d 1_0
d 2_1		0.27	0.35	0.33	0.3	0.25	d 2_1
d 3_2			0.27	0.32	0.32	0.27	d 3_2
d 4_3				0.29	0.36	0.34	d 4_3
d 5_4					0.3	0.39	d 5_4
d 6_5						0.32	d 6_5

Tabella 2.9

Gli spostamenti d'interpiano fanno riferimento ad una numerazione di piano crescente a partire dal basso. Nel grafico che segue, si illustrano i risultati ottenuti mediante tale metodologia. In ascissa, è rappresentata una grandezza adimensionale, ovvero il rapporto

$$r\delta_{i,i-1} = \frac{\delta_{i,i-1}}{\delta_{FO}} \quad (\text{cfr. 2.77})$$

tra lo spostamento d'interpiano ottenuto e lo spostamento d'interpiano obiettivo o target, $\delta_{FO} = 1.5$ cm; in ordinata, sono rappresentati i piani, quindi il numero di edifici per cui si è svolta l'analisi. Pertanto l'andamento che si riscontra nel grafico, rappresenta nient'altro che l'andamento dello spostamento d'interpiano adimensionalizzato al variare del numero di piani della struttura considerata.

Una prima stima della bontà del metodo è stata quella di saggiare le proprietà conservative, in effetti si nota che tutti gli andamenti sono all'interno del campo conservativo, rappresentato dal valore di rapporto unitario.

$$r\delta_{i,i-1} = \frac{\delta_{i,i-1}}{\delta_{FO}} \tag{2.77}$$

con i indice di piano.

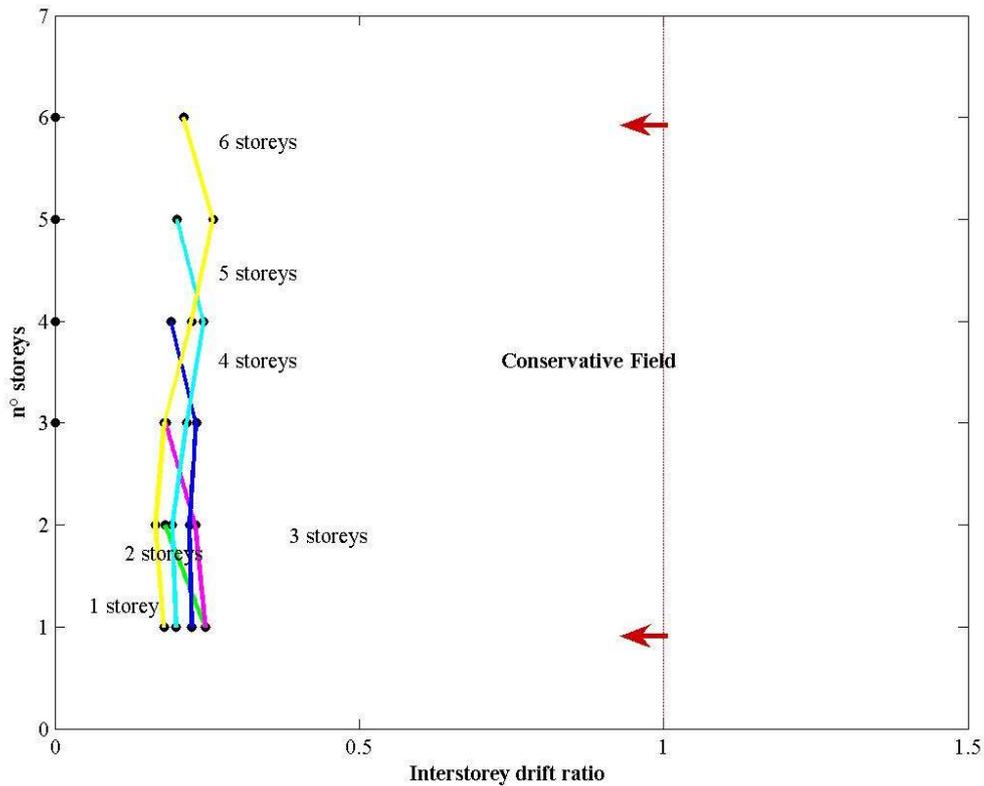


Figura 2.14 Andamento del rapporto d'interpiano

Questa metodologia si avvicina all'obiettivo che si vuole raggiungere con questa prima ricerca: dimensionare la rigidezza iniziale dei dispositivi in modo tale che lo spostamento d'interpiano sia uguale per ciascun piano, indipendente dal numero dei piani.

Come si nota, l'andamento desiderato è prossimo soprattutto per edifici a 4-5-6 piani; anche se essi presentano una variazione maggiore del valore dello spostamento d'interpiano relativo all'ultimo piano rispetto a quella presente agli altri piani.

Minor costanza del valore dello spostamento d'interpiano si riscontra negli edifici a 2 e 3 piani, in cui la variabilità è maggiore.

Tale comportamento è dovuto al fatto che la metodologia utilizzata sovrastima il valore della rigidezza dei dispositivi per gli edifici con un numero basso di piani, fenomeno che, invece, diminuisce qualora il numero dei piani aumenti.

Tutto questo è da attribuire all'interazione differente che si hanno per edifici con un diverso numero di piani tra forze e spostamenti.

Infatti, sebbene, nella fase iniziale di questa metodologia, gli elementi della matrice di rigidezza assumano valore identico per tutte le strutture; diverso è il valore che assume lo spostamento di ciascun piano per una struttura a 2-3-4-5 o 6 piani; se lo spostamento

dell'ultimo piano di un edificio a 2 piani è minore rispetto a quello che si ha se l'edificio ha un numero di piani maggiore, maggiore è, però, la differenza di spostamento tra un piano e l'altro per strutture basse, piuttosto che per strutture alte. Da questa osservazione, si comprende il comportamento differente per le strutture caratterizzate da un basso numero di piani rispetto quelle che hanno un numero di piani maggiore.

A tal proposito, si nota anche che il valore dell'interstorey drift ratio relativo all'ultimo piano per strutture a 4-5-6 piani è lo stesso, poiché prossimo è il valore della rigidezza dei dispositivi e il valore del taglio; approssimazione che diventa minima nell'analisi.

2.4 Terza metodologia: analisi modale iterativa.

2.4 Introduzione

La metodologia sviluppata in questo paragrafo è un'estensione del secondo approccio sviluppato nel dettaglio nel paragrafo 2.3.

Infatti, si adotta la stessa procedura di valutazione delle rigidezze dei dispositivi usata nella seconda metodologia, vale a dire si considera la struttura come un sistema a n-gdl e si valuta mediante analisi modale il valore d'interesse (taglia dei dispositivi in termini di rigidezza). La differenza tra l'approccio attuale e il precedente consiste nel fatto che, la popolazione finale delle rigidezze di cui si tiene conto non è quella che si ottiene mediante la seconda metodologia ma è la "progenie" della popolazione madre identificata con quella ricavata nel secondo approccio.

Infatti, inizialmente, si ricercano i valori base di rigidezza dei dispositivi (secondo approccio) e successivamente tali valori vengono raffinati e migliorati iterativamente fin quando non si giunge ad una variabilità tra un'iterazione e l'altra pressoché nulla.

In via sintetica, si potrebbe indicare che questa metodologia fa uso di un algoritmo che, a partire da una popolazione base di rigidezze dei dispositivi, ne genera una migliore.

La popolazione finale, ovvero il gruppo di rigidezze dei dispositivi, i cui valori rimangono costanti dopo n iterazioni, è migliore di quella iniziale poiché mentre il gruppo base di rigidezze degli elementi aggiuntivi della struttura è stato valutato con un'approssimazione forte che considera solo la rigidezza della struttura, ovvero rigidezza dei pilastri, il gruppo

successivo dei valori di rigidezza dei dispositivi tiene conto del valore iniziale dei dispositivi, quindi tiene conto del sistema aggiuntivo di cui si è dotata la struttura per migliorarne le caratteristiche antisismiche.

E' immediato notare che una popolazione di rigidezza dei dispositivi calcolata dopo n iterazioni è più raffinata rispetto all'iterazione $n-1$ sia poiché tiene comunque conto della presenza degli elementi analizzati, sia perché è minore la variabilità tra un'iterazione e l'altra, con l'aumentare del numero di iterazioni. Il ciclo iterativo termina quando si riscontra la variabilità nulla tra l' n -ma popolazione e la $n-1$ popolazione.

2.4.1 Sviluppo della terza metodologia in formule

Per raggiungere la miglior popolazione, ovvero quella che tra un'iterazione e l'altra rimane invariata, si è messo a punto un algoritmo che usufruendo dei mezzi dell'analisi modale effettua n analisi modale, aggiornando di volta in volta il valore della rigidezza dei dispositivi.

Quindi, si comprende che il corpo principale dell'algoritmo è l'analisi modale a spettro di risposta solo che questa è ripetuta per un numero di volte tale per cui non viene raggiunto l'obiettivo che è la condizione dell'algoritmo.

Di seguito vengono illustrati i passi di tale procedura:

- I step: calcolo della popolazione madre della rigidezza dei dispositivi con seconda metodologia: analisi modale considerando solo la rigidezza dei pilastri.
- II step: calcolo della prima generazione introducendo nell'analisi modale la rigidezza madre dei dispositivi e verifica della variabilità tra il nuovo valore ottenuto e il precedente. Se la differenza tra i due valori non è nulla allora si prosegue con il III step
- III step: calcolo della seconda generazione introducendo nell'analisi modale la rigidezza dei dispositivi della prima generazione e successivo test di verifica. Se il test non viene superato si continua il ciclo, altrimenti il ciclo si blocca e viene scelto come valore di rigidezza da introdurre nelle analisi time history e nelle analisi modali a spettro di risposta la generazione che soddisfa il criterio di arresto del ciclo.

Con un diagramma a blocchi si illustra quanto detto sopra; si introducono i seguenti simboli:

k_c = rigidezza dei pilastri;

k_d = rigidezza dei dispositivi;

Φ = matrice degli autovettori;

i = numero di piano;

T_i = tagli di piano;

δFO = spostamento target o obiettivo = 1.5 cm;

$j = 0, 1, 2, \dots, n$ = numero di iterazioni

Diagramma di flusso del ciclo iterativo utilizzato

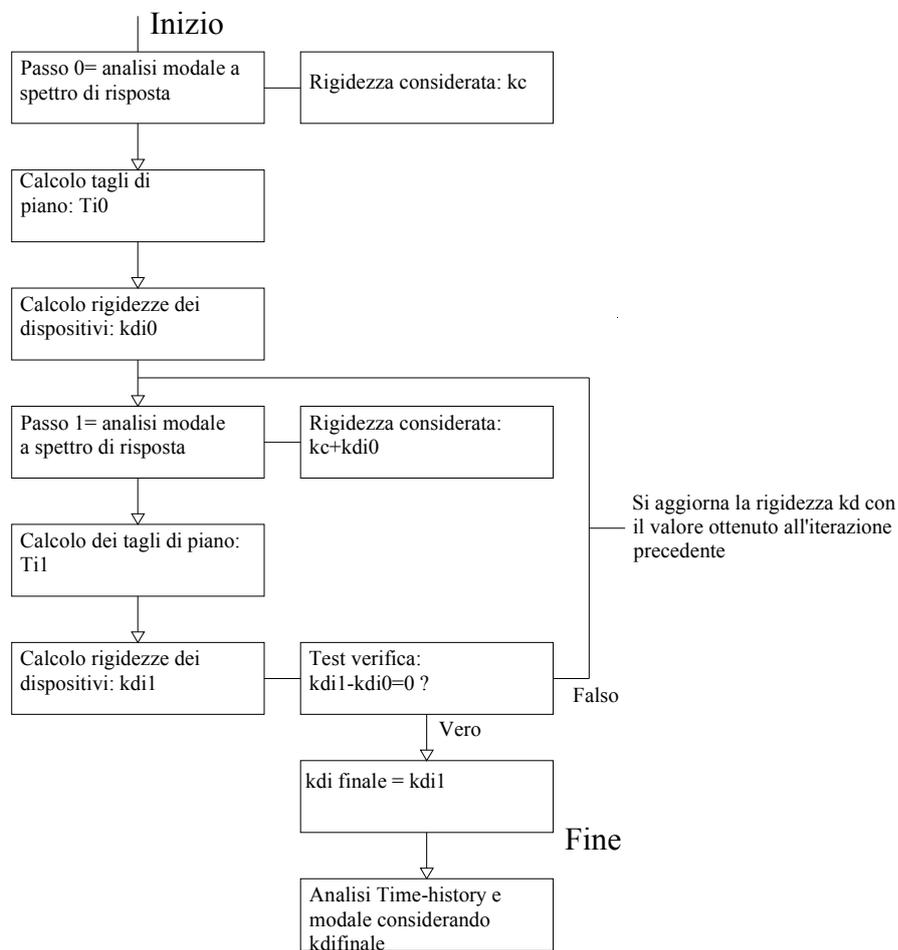


Figura 2. 15 Schema dell'algorithm utilizzato

Si nota che questa metodologia si pone come caso intermedio tra i casi limite precedentemente esposti, poiché considera di volta in volta, ovvero ad ogni iterazione, la rigidezza dei dispositivi contemporaneamente alla rigidezza della struttura.

Pertanto, viene migliorato l'approccio precedente superando quell'ipotesi semplificativa che basa il calcolo dei tagli di piano, necessari a valutare il valore delle rigidezze dei dispositivi, dato lo spostamento d'interpiano, su una struttura m-dof priva dei dispositivi.

Tale procedura costituisce, invece, la parte iniziale di questo approccio che quindi si prefigge di giungere ad un valore più preciso e meno approssimato dell'incognita da valutare.

2.4.2 Sviluppo numerico

2.4.2.1 Obiettivi prestazionali sismici

Si riprendono quelli della metodologia 1 e 2, essendo l'obiettivo perseguito comune a tutti i criteri esposti o da esporre.

2.4.2.2 Caratteristiche della struttura

Massa piano	$0.8 \cdot 10^5$ kg
Rigidezza pilastri	$4 \cdot 10^7$ N/m
Altezza d'interpiano	3 m

Tabella 2. 10 Caratteristiche della struttura

2.4.2.3 Calcolo della rigidezza dei dispositivi

Dopo aver implementato l'algoritmo, sopra descritto, si sono trovati i seguenti valori di rigidezza dei dispositivi:

10 ⁷ [N/m]	Analisi Modale						10 ⁷ [N/m]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
kdisp1	1.04	2.2	2.22	3.15	3.93	4.78	kdisp1
kdisp2		1.28	2.28	1.88	2.84	3.78	kdisp2
kdisp3			0.85	1.3	2	2.88	kdisp3
kdisp4				0.89	1.4	2.15	kdisp4
kdisp5					0.95	1.6	kdisp5
kdisp6						1.1	kdisp6

Tabella 2. 11 Rigidezze dei dispositivi

2.4.2.4 I° verifica della bontà del metodo

Come fatto per le metodologie precedenti, si assicura che il sistema si trovi in campo conservativo e poi si valuta il soddisfacimento del secondo obiettivo: l'uguaglianza dello spostamento d'interstorey drift tra i piani.

Si riportano i risultati del sistema in termini di periodi e spostamenti d'interpiano, (cfr. tabelle n°2.12, 2.13) sottoposto ad analisi modale a spettro di risposta.

[s]	Analisi Modale						[s]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
T1	0.25	0.15	0.35	0.35	0.35	0.35	T1
T2		0.1	0.19	0.21	0.23	0.23	T2
T3			0.14	0.16	0.17	0.19	T3
T4				0.13	0.15	0.16	T4
T5					0.13	0.14	T5
T6						0.13	T6

Tabella 2. 12 Periodi propri

[cm]	Analisi Modale						[cm]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
d 1_0	0.39	0.05	0.27	0.18	0.14	0.12	d 1_0
d 2_1		0.079	0.28	0.2	0.12	0.09	d 2_1
d 3_2			0.23	0.23	0.15	0.09	d 3_2
d 4_3				0.23	0.22	0.12	d 4_3
d 5_4					0.23	0.21	d 5_4
d 6_5						0.23	d 6_5

Tabella 2. 13 Spostamenti d'interpiano

Gli spostamenti d'interpiano fanno riferimento ad una numerazione di piano crescente a partire dal basso.

Nel grafico che segue, si illustrano i risultati ottenuti mediante tale metodologia. In ascissa, è rappresentata una grandezza adimensionale, ovvero il rapporto (2.78) tra lo spostamento d'interpiano ottenuto e lo spostamento d'interpiano obiettivo o target, $\delta_{FO} = 1.5$ cm; in ordinata, sono rappresentati i piani, quindi il numero di edifici per cui si è svolta l'analisi. Pertanto l'andamento che si riscontra nel grafico, rappresenta nient'altro che l'andamento dello spostamento d'interpiano adimensionalizzato al variare del numero di piani della struttura considerata.

Una prima stima della bontà del metodo è stata quella di saggiare le proprietà conservative, in effetti si nota che tutti gli andamenti sono all'interno del campo conservativo, rappresentato dal valore di rapporto unitario:

$$r\delta_{i,i-1} = \frac{\delta_{i,i-1}}{\delta_{FO}} \quad 2.78$$

con i indice di piano.

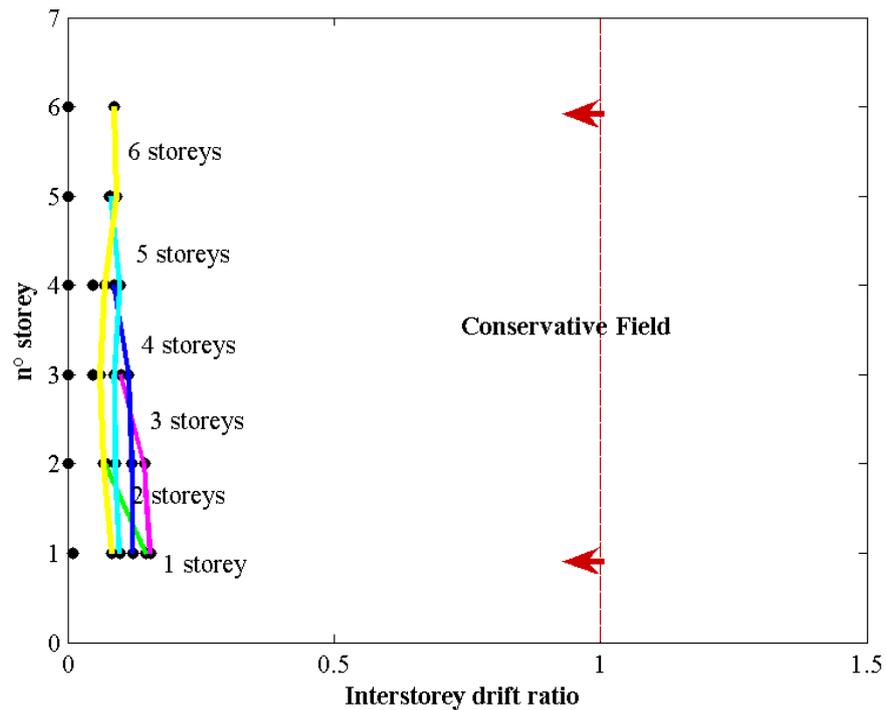


Figura 2. 16 Andamento dello spostamento d'interpiano

Si nota che all'aumentare dei piani della struttura la curva d'interstorey drift si configura come una retta verticale; cioè lo scostamento tra un'interstorey drift e l'altro è praticamente uguale.

Questa metodologia è un'estensione della seconda, in quanto iterativamente ma con lo stesso tipo di strumento di analisi, valuta un valore di rigidezza dei dispositivi che supera quelle interazioni tra forza e spostamento, introdotte nel paragrafo precedente.

2.5 Quarta metodologia: n sdof interconnessi.

2.5.0 Introduzione

La metodologia illustrata nella presente sessione si configura come l'estensione della prima metodologia, in precedenza descritta.

Infatti, essa concepisce la struttura MDOF a n-gdl come una serie di n oscillatori semplici.

L'estensione consiste nel sottoporre ogni oscillatore semplice, eccetto quello posto all'ultimo piano della struttura, ad un'ulteriore azione, oltre l'azione sismica, data dalla forza trasmessa dal dispositivo soprastante.

Nella figura viene visualizzata tale concezione:

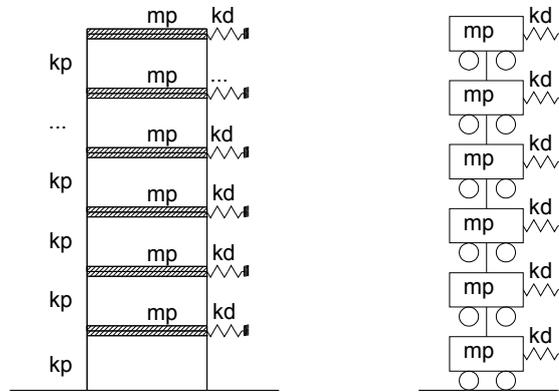


Figura 2. 17 Concezione della sistema

2.5.1 Sviluppo della metodologia in formule

La metodologia esaminata viene sviluppata a mezzo di considerazioni di equilibrio; dalle quali si ricava un'equazione che esprime lo spostamento target del piano i-esimo in funzione della rigidezza del dispositivo (unica incognita), della rigidezza dei pilastri, della massa di piano e dell'angolo obiettivo ricavato dallo spettro di risposta elastico.

L'angolo obiettivo è stato ricavato come approssimazione della tangente del triangolo rettangolo ricavato dallo spettro di risposta elastico agli spostamenti, i cui cateti sono dei segmenti individuati l'uno dall'intervallo temporale, dt , l'altro dalla differenza di spostamento tra lo spostamento obiettivo, δ_{FO} , e lo spostamento relativo all'istante temporale che precede quello per cui si ha lo spostamento obiettivo,

$$\delta(t) = \delta(t_{FO} - dt) = \delta_{FO-dt} ; \tag{2.79}$$

tale differenza è esplicitata come segue:

$$\Delta\delta = \delta_{FO} - \delta_{(FO-dt)} . \tag{2.80}$$

Quindi l'angolo obiettivo è dato dalla seguente espressione:

$$\varphi^* = \operatorname{tg} \left(\frac{\Delta \delta}{dt} \right).$$

2. 81

La figura sottostante chiarisce meglio la procedura sopra esplicitata:

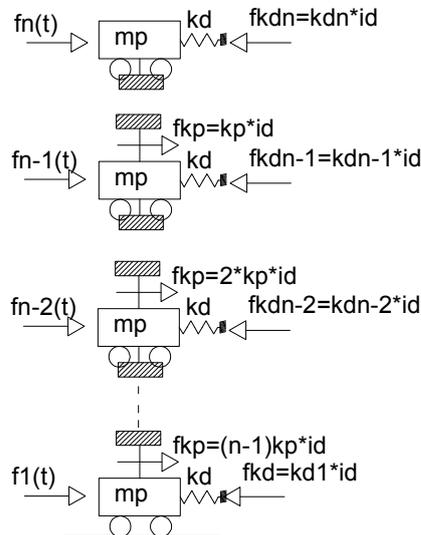


Figura 2. 18 Rappresentazione della procedura

Siano quindi:

$\delta^* = \delta_{FO}$ lo spostamento obiettivo al livello prestazionale *fully operational*;

φ^* l'angolo spettrale obiettivo;

m la massa di piano;

k_p la rigidezza dei pilastri;

k_d la rigidezza dei dispositivi;

l'espressione da cui si ricava, successivamente, la rigidezza dei dispositivi è:

$$\delta^* = \frac{k_p \cdot \delta^*}{k_d} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_d}}$$

2. 82

Essa vale per la rigidezza del dispositivo relativo al penultimo piano. Il primo termine a destra dell'uguale è la quota parte dello spostamento dovuta al taglio trasmesso dal piano soprastante quello considerato; il secondo termine è, invece, la quota parte dello spostamento valutato a partire dallo spettro di risposta elastico agli spostamenti, esplicitando lo spostamento obiettivo come il prodotto tra l'angolo di cui sopra e il periodo T_{FO} .

Si precisa meglio come è stata ottenuta la suddetta espressione:

- il primo termine è stato ottenuto, quindi da considerazioni di equilibrio: il taglio trasmesso dal piano soprastante deve eguagliare la reazione offerta dalla rigidezza del dispositivo per lo spostamento d'interpiano impresso; in tal modo esplicitando lo spostamento obiettivo si ottiene il primo termine a destra dell'uguale.
- il secondo termine a destra dell'uguale è stato valutato riprendendo la concezione della prima metodologia: la rigidezza del dispositivo è stata calcolata dalla relazione che lega la pulsazione naturale di un oscillatore semplice al periodo:

$$k_d = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_{FO}^2} \quad 2.83$$

e, essendo lo spostamento obiettivo espresso come:

$$\delta_{FO} = \delta^* = \varphi^* \cdot T_{FO}, \quad 2.84$$

esprimendo il periodo in funzione della rigidezza dei dispositivi, si ottiene l'espressione del termine spiegato in tale punto.

Si è detto che l'espressione n° 2.80 che esprime la concezione della quarta metodologia è valida per il penultimo piano, si ricavano espressioni analoghe per i piani successivi. Esse si differenziano da un piano all'altro poiché all'aumentare del numero di piani cresce la sollecitazione tagliante che grava sul piano oggetto della valutazione della rigidezza del dispositivo.

Infatti, numerati i piani in modo crescente dal basso verso l'alto, per una struttura a n piani, si ottengono le seguenti espressioni da cui ricavare la rigidezza dei dispositivi:

$$\begin{aligned}
 k_{d,n} &\rightarrow k_{d,n} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_{FO}^2} \\
 k_{d,n-1} &\rightarrow \delta^* = \frac{k_p \cdot \delta^*}{k_{d,n-1}} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{d,n-1}}} \\
 k_{d,n-2} &\rightarrow \delta^* = 2 \cdot \frac{k_p \cdot \delta^*}{k_{d,n-2}} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{d,n-2}}} \\
 k_{d,n-3} &\rightarrow \delta^* = 3 \cdot \frac{k_p \cdot \delta^*}{k_{d,n-3}} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{d,n-3}}} \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 k_{d,n-(n-1)} &\rightarrow \delta^* = (n-1) \cdot \frac{k_p \cdot \delta^*}{k_{d,1}} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{d,1}}} \rightarrow 1^\circ \text{ piano}
 \end{aligned}
 \tag{2.85}$$

Si osserva che tale metodologia può essere definita come caso intermedio tra i due casi limite che facevano capo alla prima e seconda metodologia, esposti nei precedenti paragrafi. Tale considerazione è giustificata dal fatto che si introduce sia la rigidezza alla traslazione della struttura, rigidezza dei pilastri, sia la rigidezza dei dispositivi stessi. In tal caso, la rigidezza dei pilastri non è sfruttata come tale ma come sollecitazione.

2.5.2 Sviluppo metodologia in formule

2.5.2.1 Obiettivi sismici prestazionali

Si considerano gli stessi obiettivi prestazionali delle metodologie precedenti (cfr. paragrafo 2.2.3.1)

2.5.2.2 Caratteristiche della struttura

La struttura analizzata rimane invariata, si riportano nuovamente le caratteristiche:

Massa piano	0.8*10 ⁵ kg
Rigidezza pilastri	4*10 ⁷ N/m
Altezza d'interpiano	3 m

Tabella 2. 14 Caratteristiche della struttura

2.5.2.3 Calcolo della rigidezza dei dispositivi

Svolgendo il sistema espresso dalla 2.85, si ottengono questi valori di rigidezza:

10 ⁷ [N/m]	Analisi Modale						10 ⁷ [N/m]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
kdisp1	0.609	2.17	6.08	9.58	13.1	16.8	kdisp1
kdisp2		0.609	2.17	6.08	9.58	13.1	kdisp2
kdisp3			0.609	2.17	6.08	9.58	kdisp3
kdisp4				0.609	2.17	6.08	kdisp4
kdisp5					0.609	2.17	kdisp5
kdisp6						0.609	kdisp6

Tabella 2. 15 Rigidezza dei dispositivi

2.5.2.4 I° verifica dei risultati

Si riportano i valori dei periodi e degli spostamenti d'interpiano (cfr. Tabelle n° 2.16, 2.17).

[s]	Analisi Modale						[s]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
T1	0.45	0.35	0.37	0.37	0.37	0.37	T1
T2		0.16	0.18	0.18	0.18	0.18	T2
T3			0.135	0.15	0.15	0.15	T3
T4				0.12	0.13	0.13	T4
T5					0.11	0.12	T5
T6						0.106	T6

Tabella 2. 16 Periodi Propri del sistema

[cm]	Analisi Modale						[cm]
	1 Piani	2 Piani	3 piani	4 piani	5 piani	6 piani	
d 1_0	0.4	0.35	0.37	0.37	0.37	0.37	d 1_0
d 2_1		0.35	0.18	0.18	0.19	0.18	d 2_1
d 3_2			0.135	0.15	0.15	0.15	d 3_2
d 4_3				0.12	0.13	0.13	d 4_3
d 5_4					0.11	0.12	d 5_4
d 6_5						0.1	d 6_5

Tabella 2. 17 Spostamento d'interpiano del sistema

Gli spostamenti d'interpiano fanno riferimento ad una numerazione di piano crescente a partire dal basso.

Nel grafico che segue, si illustrano i risultati ottenuti mediante tale metodologia. In ascissa, è rappresentata una grandezza adimensionale, ovvero il rapporto (cfr 2.86) tra lo spostamento d'interpiano ottenuto e lo spostamento d'interpiano obiettivo o target, $\delta_{FO} = 1.5$ cm; in ordinata, sono rappresentati i piani, quindi il numero di edifici per cui si è svolta l'analisi. Pertanto l'andamento che si riscontra nel grafico, rappresenta nient'altro che l'andamento dello spostamento d'interpiano adimensionalizzato al variare del numero di piani della struttura considerata.

Una prima stima della bontà del metodo è stata quella di saggiare le proprietà conservative, in effetti si nota che tutti gli andamenti sono all'interno del campo conservativo, rappresentato dal valore di rapporto unitario.

$$r\delta_{i,i-1} = \frac{\delta_{i,i-1}}{\delta_{FO}} \tag{2.86}$$

con i indice di piano.

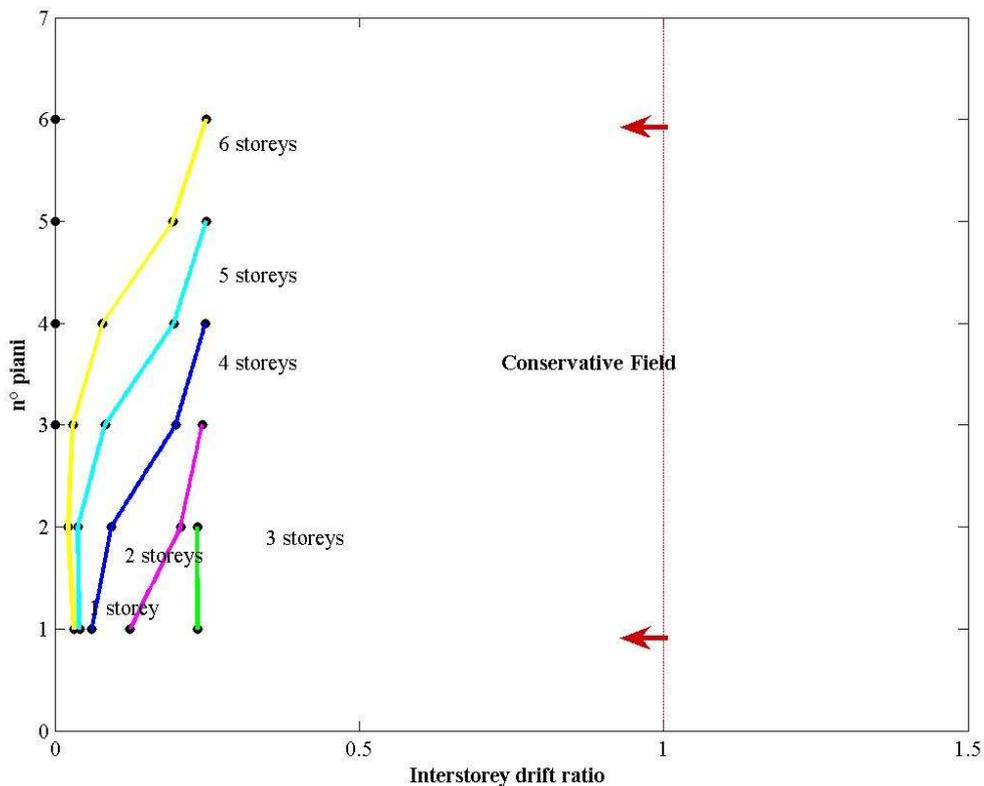


Figura 2.19 Andamento del rapporto d'interpiano

Dal grafico degli spostamenti effettuati mediante analisi modale, si riscontra che gli ultimi piani della struttura hanno lo stesso rapporto di spostamento d'interpiano, ovvero lo stesso spostamento. Questo perché il valore della rigidezza del dispositivo dell'ultimo piano è uguale per ciascuna struttura e quindi anche la forza che assorbe l'ultimo piano è uguale indipendentemente dal numero dei piani dell'edificio.

Si nota che l'andamento dello spostamento d'interpiano è più rigido ai piani bassi (spostamento minore) e meno ai piani alti; questo comportamento è da imputare a come è stato concepito il quarto approccio; infatti, risulta evidente che ai piani bassi, e specialmente al primo piano, si ha un valore di rigidezza maggiore rispetto ai piani soprastanti, poiché si risente dell'effetto che gli stessi hanno su piano posto al livello più basso.

Tale aumento della taglia dei dispositivi aumenta, naturalmente con l'aumentare del numero dei piani della struttura, pur tuttavia raggiungendo ai piani alti lo stesso spostamento indipendentemente dal numero dei piani; inoltre, il valore della rigidezza per lo stesso numero di piano di ciascuna struttura è lo stesso poiché la rigidezza dei pilastri

non varia da struttura a struttura quindi l'equazione dalla quale si ricava la rigidezza ha gli stessi parametri per l'n-simo piano di strutture diverse.

Si evince, quindi, che per questo metodo gli spostamenti per lo stesso numero di piani rimane invariato da struttura a struttura.

Le diverse strutture si differenziano tra loro, soltanto per lo spostamento al primo piano di ciascuna, minore per la struttura avente un numero maggiore di piani e via via maggiore per la struttura avente un numero di piani minore.

L'obiettivo si può ritenere raggiunto in modo soddisfacente per gli edifici a 4-5-6 piani, mentre si nota che per gli edifici a 2-3 piani la variazione del parametro esaminato è minore rispetto a quella valutata nella seconda metodologia.

2.6 Quinta metodologia :Algoritmi genetici

2.6.0 Introduzione

In questo paragrafo, viene ripercorsa la procedura numerica con cui, nella tesi di dottorato del Dott. Ing. Stefano Silvestri, "*Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system*" (Università di Bologna, 2002 -2003), si è valutato il problema dell'inserimento ottimale degli smorzatori viscosi, per sistemi di smorzamento classici e non, in strutture shear-type.

L'identificazione di sistemi di smorzamento ottimali viene condotta con riferimento all'ottimizzazione di selezionati indici prestazionali attraverso procedure di tipo numerico. Gli algoritmi numerici utilizzati in tal sede sono gli algoritmi genetici, ideati da Holland (1975) e già utilizzati per l'ottimizzazione del sistema di smorzamento da Singh e Moreschi (2002).

2.6.1 Gli algoritmi genetici

Gli algoritmi genetici, inventati da John Holland nella metà 1970, sono ispirati alla teoria dell'evoluzione di Darwin e ai processi di naturale selezione della specie. La teoria

dell'evoluzione afferma che soltanto gli individui più forti riescono a sopravvivere alle difficoltà ambientali.

La ricerca, negli ultimi anni, ha posto l'attenzione sull'impiego degli algoritmi genetici nel campo dell'ingegneria civile, sfruttando le caratteristiche del calcolo combinatorio di cui sono caratterizzati. I principi e le caratteristiche sono specificati in Appendice I.

2.6.2 Ottimizzazione dell'inserimento dei dispositivi nelle strutture shear-type

2.6.2.0 Introduzione

In Appendice I, è stata esposta la teoria degli algoritmi genetici (abbreviazione GA), delineando le linee guida per lo sviluppo di un ciclo da applicare in qualsiasi campo.

Nella terza parte della tesi di dottorato del Dott. Ing. Stefano Silvestri, "*Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system*", (cfr. capitoli 8-9), si illustrano i risultati ottenuti per l'ottimizzazione degli smorzatori viscosi in strutture shear-type, mediante l'utilizzo dei GA. In particolare, si è investigato sulle proprietà di mitigazione degli effetti del sisma, su una generica struttura shear-type, di diversi sistemi di smorzamento viscoso. Le proprietà di cui sopra sono state valutate in base alla minimizzazione degli indici prestazionali descritti in Appendice I.

In questa sezione, l'obiettivo è quello di sfruttare i GA, al fine di ottenere la miglior calibrazione della rigidezza iniziale dei dispositivi, introdotti in modo generico nelle strutture shear-type a N piani, avente le medesime caratteristiche delle strutture descritte nei paragrafi precedenti.

In particolare, si sfrutterà l'algoritmo sviluppato dal Dott. Ing. Silvestri per i sistemi di smorzamento viscoso, adattandolo al caso in esame, ovvero la ricerca della taglia della rigidezza iniziale di un sistema di controvento dissipativo all'interno di strutture shear-type ad n piani.

2.6.2.1 Sviluppo metodologia

2.6.2.1.1 Algoritmo adottato

Si è utilizzato il procedimento esplicitato precedentemente nel paragrafo “Generalità riguardo l’algoritmo di Holland” di cui si riportano i passi:

Step 1: generare una popolazione casuale di individui.

Step 2: valutare la fitness (indice di performance) di ogni individuo della popolazione e riordinare la popolazione in ordine decrescente, ovvero dal miglior individuo, caratterizzato dalla miglior fitness, al peggiore.

Step 3: creare una nuova popolazione dalla ripetizioni di questi passi:

- Selezionare degli individui “genitori” dalla popolazione scelta in base alla sua fitness.
- Incrociare i due genitori per produrre un nuovo individuo, individuo figlio, per mezzo della cross over probability.
- Mutare gli individui genitori per produrre un individuo figlio, usando la mutation choice.
- Assicurare che i miglior individui genitori siano copiati senza cambi nella nuova prole, mediante elitism choice; in questo modo la miglior soluzione creata sopravvive fino alla fine del ciclo.
- Porre la nuova popolazione figlia nella nuova popolazione.

Step 4: usare la nuova generazione di popolazione per un’ulteriore corsa dell’algoritmo, ripetendo i passi 2-3 fin quando una data condizione non sia soddisfatta, oppure un dato numero di iterazioni non siano raggiunte.

Step 5: ritornare alla miglior soluzione nella popolazione attuale.

2.6.2.1.2 Definizione del sistema da analizzare con variabili note e incognite

Per quanto riguarda il sistema da analizzare, sostanzialmente si fa riferimento al sistema shear-type il cui sistema di equazioni del moto è stato esplicitato nell’Appendice I, definendo le matrici di massa, di rigidezza e di smorzamento. Si riporta di seguito, per facilitare la comprensione di quanto si dirà di qui in avanti, il problema matematico con cui

è stato schematizzato il problema fisico; ovvero il comportamento dinamico di una struttura shear-type a n piani dotata di dispositivi dissipativi atti a mitigare gli effetti del sisma sulla struttura stessa. Si precisa che, a differenza del caso esposto nell'Appendice I in cui l'incognita da determinare era la matrice di smorzamento, in questo caso, la matrice da determinare è una matrice delle rigidezze dei dispositivi comunque disposti, i cui elementi sono determinati in base all'obiettivo che si vuole raggiungere.

Si riporta di seguito il sistema risolvibile.

L'equazione del moto nel dominio del tempo per un sistema di questo tipo è:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + (k_c + k_d) \cdot u(t) = -m \cdot 1 \cdot \ddot{u}_g(t) \quad 2.87$$

In cui:

$u(t)$ è il vettore colonna che individua gli spostamenti di piano della struttura;

$\mathbf{1}$ è il vettore d'influenza le cui componenti sono pari all'unità e di ordine N, ovvero tanti quanti sono i piani della struttura

k_d è la matrice i cui elementi sono le rigidezze iniziali dei dispositivi da determinare attraverso l'ottimizzazione.

Le proprietà inerziali, elastiche e dissipative della struttura sono racchiuse, rispettivamente nella matrice delle masse m ; nella matrice di rigidezza trasversale degli elementi verticali che collegano due piani adiacenti k_c (in cui il pedice c indica column/pilastro), nella matrice di smorzamento alla Rayleigh c .

2.6.2.1.2.1 *Descrizione delle variabili del sistema struttura + dispositivi*

Si riporta l'espressione dell'equazione del moto per un sistema a tre gradi di libertà:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} k_{c,1} & -k_{c,2} & 0 \\ -k_{c,2} & k_{c,2} + k_{c,3} & -k_{c,3} \\ 0 & -k_{c,3} & k_{c,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{d,1} + k_{d,2} + k_{d,4} & -k_{d,2} & -k_{d,4} \\ -k_{d,2} & k_{d,2} + k_{d,3} + k_{d,5} & -k_{d,3} \\ -k_{d,4} & -k_{d,3} & k_{d,3} + k_{d,4} + k_{d,6} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} =$$

$$- \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_g \end{bmatrix}$$

2.88

Si precisa che la matrice di smorzamento è una matrice alla Rayleigh, quindi non diagonale ed ogni elemento è proporzionale, per quanto detto sopra, alla massa tramite un

coefficiente α e alla rigidezza alla traslazione orizzontale di interpiano tramite un coefficiente β ; pertanto un generico elemento della matrice c è dato da questa espressione:

$$c_{ij} = \alpha \cdot m_{ij} + \beta \cdot k_{ij} \quad 2.89$$

in particolare, nota la forma della matrice delle masse e delle rigidezze, se:

$$i = j \rightarrow c_{ii} = \alpha \cdot m_i + \beta \cdot (k_i + k_{i+1}) \quad 2.90$$

$$i \neq j \rightarrow c_{ij} = \beta \cdot k_{ij} \quad 2.91$$

Il calcolo delle costanti α e β viene fatto sviluppando il metodo di Rayleigh, in cui è noto: il rapporto di smorzamento della struttura, costante per tutti i modi, pari al 5% la pulsazione naturale maggiore ω_j e minore ω_i , ottenuta tramite analisi modale della struttura shear-type non dotata di dispositivi.

Fissate tali grandezze, è possibile determinare le costanti α e β mediante la seguente espressione:

$$\alpha = \xi \cdot \frac{2 \cdot \omega_i \cdot \omega_j}{\omega_i + \omega_j} [1/\text{sec}]$$
$$\beta = \xi \cdot \frac{2}{\omega_i + \omega_j} [\text{sec}] \quad 2.92$$

Si evince, infine, che sono assunte grandezze note la matrice delle masse, quella delle rigidezze alla traslazione orizzontale degli elementi verticali tra due piani adiacenti e quella di smorzamento; mentre la matrice delle rigidezze dei dispositivi è l'incognita da determinare attraverso l'ottimizzazione.

2.6.2.1.2.2 Il vincolo di "total cost".

Si introduce il vincolo che lega la dimensione di tutti i dispositivi presenti sulla struttura al fine di poter svolgere un'adeguata procedura di ottimizzazione e un altrettanto confronto fra i diversi sistemi di dissipazione utilizzati. In questa sezione, si sono adottati diversi valori del vincolo e quindi sono state svolte diverse analisi, tante quanti sono i diversi valori di vincolo di total cost imposto. La base per il calcolo del vincolo di "total cost" è fornita dalle analisi delle metodologie precedenti. In particolare, si è valutato come vincolo

di “total cost”, in prima fase la media dei valori di rigidezza dei dispositivi ottenuti tramite le diverse metodologie; in seconda fase, si è considerata come base per il calcolo del vincolo, la metodologia che soddisfa maggiormente l’obiettivo posto (spostamento d’interpiano costante) quindi la terza metodologia; in terza fase, come base di vincolo del total cost, si sono differenziate le metodologie adottate a seconda delle prestazioni ottenute; infatti, nella terza fase, si applicherà la quarta metodologia per quanto riguarda la struttura a 2-gdl, metodologia che si avvicina maggiormente all’obiettivo preposto, e la terza per le restanti.

Sebbene l’ottimizzazione della caratteristica dei dispositivi in questa sezione si differenzia da quanto detto in precedenza, si ritiene valido il ragionamento seguito per il calcolo del vincolo di “total cost” per gli smorzatori viscosi; infatti, essendo il costo di ogni dispositivo proporzionale, ovviamente, alla sua caratteristica principale, in tal caso la rigidezza iniziale del dispositivo, si indica come costo totale la somma dei valori delle rigidezze di tutti i dispositivi presenti sulla struttura.

Il vincolo, k_{tot} , è pari alla somma di tutti, in questo caso, valori di rigidezza dei dispositivi presenti sulla struttura, k_j :

$$k_{tot} = \sum_{j=1}^M k_j = \bar{k} \tag{2.93}$$

In relazione all’usuale notazione per la matrice di rigidezza, la condizione di cui sopra viene tradotta nella seguente espressione:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij} = \bar{k} \tag{2.94}$$

E’ evidente che per il punto due si è effettuato un puro parallelismo tra il caso guida degli smorzatori viscosi e quello in esame dei dispositivi con la rigidezza iniziale da determinare, con metodi di ottimizzazione.

2.6.2.1.2.3 Individuazione degli indici sintetici

Gli indici che vengono identificati di seguito sono necessari per valutare le capacità dei diversi sistemi di dispositivi, vengono utilizzati in particolare quelli del secondo tipo: (definiti in base alla risposta del sistema di un input stocastico).

Sia il sistema N-dof soggetto ad una accelerazione orizzontale $\ddot{u}_g(t)$, l'equazione del moto del sistema sotto il dominio delle frequenze assume tale forma:

$$\left(-\omega^2 \cdot m + i \cdot \omega \cdot c + (k_c + k_d)\right) \cdot U(\omega) = -m \cdot 1 \cdot \ddot{U}_g(\omega) \quad 2.95$$

in cui ω è la frequenza naturale del sistema, i è l'unità immaginaria e $U(\omega)$ e $\ddot{U}_g(\omega)$ sono rispettivamente il vettore colonna della trasformata di Fourier dello spostamento di piano $u_i(t)$ e la trasformata di Fourier dell'input dell'accelerazione orizzontale $\ddot{u}_g(t)$.

L'espressione di cui sopra viene riscritta nel seguente modo sintetico:

$$\mathbf{A}(\omega) \cdot \mathbf{U}(\omega) = \mathbf{B} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_g(\omega) \quad 2.96$$

Dove

$\mathbf{A}(\omega)$ è una matrice $N \times N$

$\mathbf{B} = -m \cdot \mathbf{1}$ è il vettore delle masse $N \times 1$

Si ricava dall'espressione compatta la risposta del sistema:

$$\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \ddot{\mathbf{U}}_g(\omega) \quad 2.97$$

in cui si definisce $\mathbf{H}(\omega)$ vettore della funzione di trasferimento del sistema pari a:

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{A}(\omega)^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad 2.98$$

Si nota che a differenza del caso precedente, la funzione di trasferimento assume una diversa forma, in quanto diversa è la matrice $\mathbf{A}(\omega)$.

Infatti, per il caso di smorzatori viscosi, in cui la matrice di smorzamento è l'incognita da determinare si ha:

$$A(\omega) = \left(-\omega^2 \cdot m + i \cdot \omega \cdot c + k\right) \quad 2.99$$

per il caso dei dispositivi generici, in cui la matrice delle rigidezze iniziali è l'incognita da determinare si ha:

$$A(\omega) = \left(-\omega^2 \cdot m + i \cdot \omega \cdot c + (k_c + k_d)\right) \quad 2.100$$

Nota la forma della funzione di trasferimento per il caso corrente, si prosegue con la definizione degli indici come nel caso precedente.

Si assume che l'input sia costituito da un processo casuale stazionario, con media nulla e avente la funzione di densità spettrale PSD definita da $S_g(\omega)$. La varianza della risposta del j-esimo piano corrisponde alla risposta media del quadrato dello spostamento del j-esimo piano della struttura.

$$\sigma_j^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H_j(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega \quad 2.101$$

in cui H_j è la j-esima componente del vettore della funzione di trasferimento del sistema $\mathbf{H}(\omega)$.

Si nota che la σ_j denota la deviazione standard della risposta del j-esimo piano.

In merito alla definizione degli indici, al fine di perseguire risultati validi nella maggior parte dei casi, è stato considerato l'input stocastico aventi tali caratteristiche:

White noise, con limiti di banda compresi tra 0 e $\bar{\omega} = 60 \text{ rad/s}$, stazionario, gaussiano con media nulla.

Costante ampiezza di densità spettrale pari a

$$A^2 = 0.144 \text{ m}^2/\text{s}^3;$$

$$S_g(\omega) = \begin{cases} A^2 \rightarrow 0 \leq \omega \leq \bar{\omega} \\ 0 \rightarrow \text{elsewhere} \end{cases} \quad 2.102$$

La scelta di questi valori trova giustificazione nel fatto che la deviazione standard dell'accelerazione alla base della struttura sottoposta a questo tipo di input stocastico è di 0.3g (g accelerazione di gravità).

Si definisce quindi la varianza di tale input stocastico che corrisponde alla media del quadrato dello spostamento del j-esimo piano della struttura (risposta della struttura).

$$\sigma_j^2 = A^2 \int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega \quad 2.103$$

Di seguito si riportano le espressioni dei vari indici:

Indice I_1 : deviazione standard dello spostamento dell'ultimo piano

$$I_1 = \sigma_N = A \sqrt{\int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega} \quad 2.104$$

con N = indice dell'ultimo piano.

Indice I_2 : deviazione standard del taglio alla base

$$I_2 = k_1 \sigma_1 = k_1 A \sqrt{\int_0^{\omega} |\mathbf{H}_j(\omega)|^2 d\omega} \quad 2.105$$

Indice I_3 : media della deviazione standard dell'angolo di inter-storey drift.

Per questo indice viene definita la varianza dell'inter-storey drift, che segue l'espressione della varianza dello spostamento sopra indicata, pur contenendo una diversa espressione della funzione di trasferimento.

Infatti la varianza di inter-storey drift di una struttura soggetta ad un input stocastico del tipo descritto precedentemente è:

$$\sigma_{IDj}^2 = A^2 \int_0^{\omega} |\mathbf{H}_{IDj}(\omega)|^2 d\omega \quad 2.106$$

dove \mathbf{H}_{IDj} è la j-esima componente del vettore della funzione di trasferimento dell'inter-storey drift $\mathbf{H}_{ID}(\omega)$, che viene espressa come segue:

$$\mathbf{H}_{ID}(\omega) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{H}(\omega) \quad 2.107$$

in cui T è una matrice NxN i cui elementi hanno valore 1 o -1 o 0, che permette di passare dagli spostamenti assoluti di piano agli spostamenti relativi tra un piano e l'altro.

Tale matrice viene così definita:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & & & & & \\ -\mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \dots & \dots & \dots & \\ \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{1} & \end{bmatrix} \quad 2.108$$

A partire dalla definizione della varianza di inter-storey drift, viene definito l'indice I_3 che corrisponde alla media della deviazione standard degli spostamenti d'interpiano

$$I_3 = \frac{1}{N} \sum_j \sigma_{IDj} = \frac{1}{N} \sum_j A \sqrt{\int_0^{\omega} |H_{IDj}(\omega)|^2 d\omega} \quad 2.109$$

in cui h_j rappresenta l'altezza d'interpiano tra il piano j-1 e il piano j della struttura.

Indice I_4 : massimo rapporto dello spostamento d'interpiano iesimo con lo spostamento d'interpiano obiettivo.

$$I_4 = \max\left(\frac{id_i}{d_FO}\right) = \max\left(\frac{\sigma_{IDj}}{d_FO}\right) = \max\left(\frac{A \cdot \sqrt{\int_0^{\omega} |H_{IDj}(\omega)|^2 d\omega}}{d_FO}\right)$$

2. 110

2.6.2.2 Risultati ottenuti

Si riportano i valori delle rigidezze iniziali dei dispositivi risultanti dall'applicazione dell'algoritmo genetico.

Le tabelle sono relative a ciascuna struttura; il sistema identificato con l'acronimo FD è il sistema che riporta le stesse caratteristiche di quello presentato nella metodologia per cui si è scelto il total cost.(metodologia iterativa). I valori sono da intendersi moltiplicati per 10^7 .

La sigla GIO sta per Genetically Identified Optimisation

	2-DOF					3-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	21.15	0.00	29.72	14.53	17.21	2.21	0.00	3.16	0.00	1.97	k1
k2	11.10	32.70	2.97	18.17	15.49	1.29	0.00	1.19	1.74	1.78	k2
k3						0.85	4.35	0.00	2.61	0.59	k3

Tabella 2.23

	4-DOF					5-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	3.16	0.00	4.80	0.00	2.40	3.93	0.00	6.94	0.00	3.17	k1
k2	1.88	0.00	1.80	1.80	1.87	2.84	0.00	2.75	2.10	2.22	k2
k3	1.28	0.00	0.60	2.70	1.87	1.99	0.00	1.39	3.00	1.90	k3
k4	0.89	7.20	0.00	2.70	1.07	1.40	2.47	0.00	3.00	2.22	k4
k5						0.95	8.63	0.00	3.00	1.58	k5

Tabella 2.24

	6-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	4.78	0.00	9.78	0.00	3.26	k1
k2	3.78	0.00	4.35	2.93	2.90	k2
k3	2.88	0.00	1.09	3.34	2.54	k3
k4	2.15	1.63	1.09	3.34	2.54	k4
k5	1.61	3.26	0.00	3.34	2.90	k5
k6	1.11	11.41	0.00	3.34	2.17	k6

Tabella 2.25

2.6.2.2.1 Genetically Identified Optimization

Gli istogrammi di seguito visualizzati indicano gli indici sopra descritti, e i sistemi genetici che li minimizzano. Per ciascuno sistema genetico esiste una diversa distribuzione delle taglie relative delle rigidezze dei dispositivi. Dall'analisi generale, sotto input stocastico è risultato che il sistema genetico che soddisfa pienamente l'obiettivo del raggiungimento dello spostamento d'interpiano costante è quello che minimizza il quarto indice, come era, del resto, facilmente intuibile.

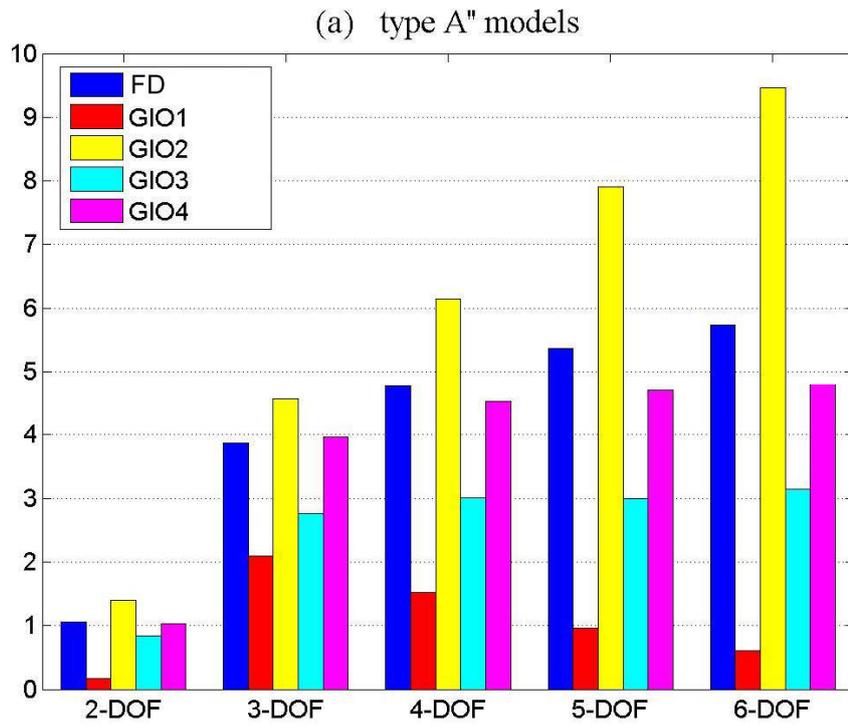


Figura 2. 20 Sistemi che minimizzano l'indice I_1

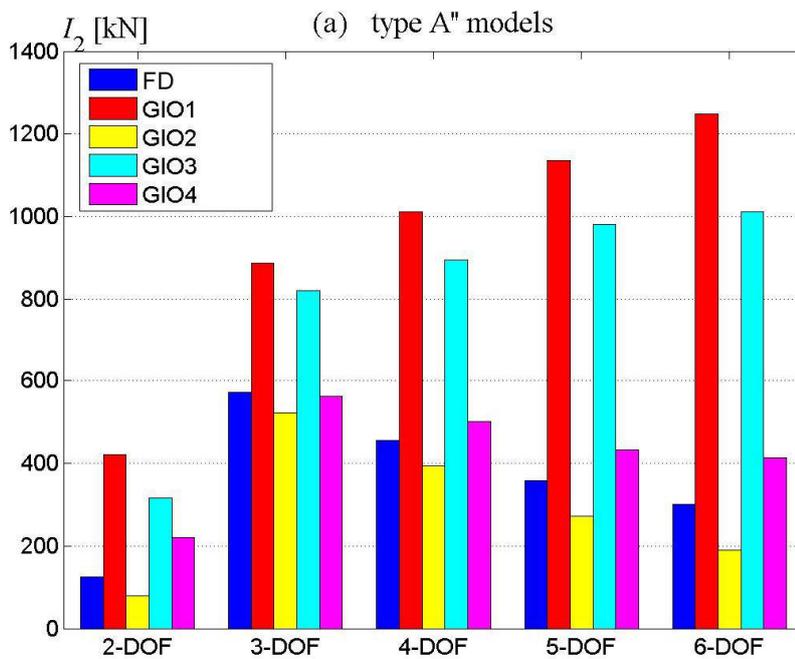


Figura 2. 11 Sistemi che minimizzano l'indice I_2

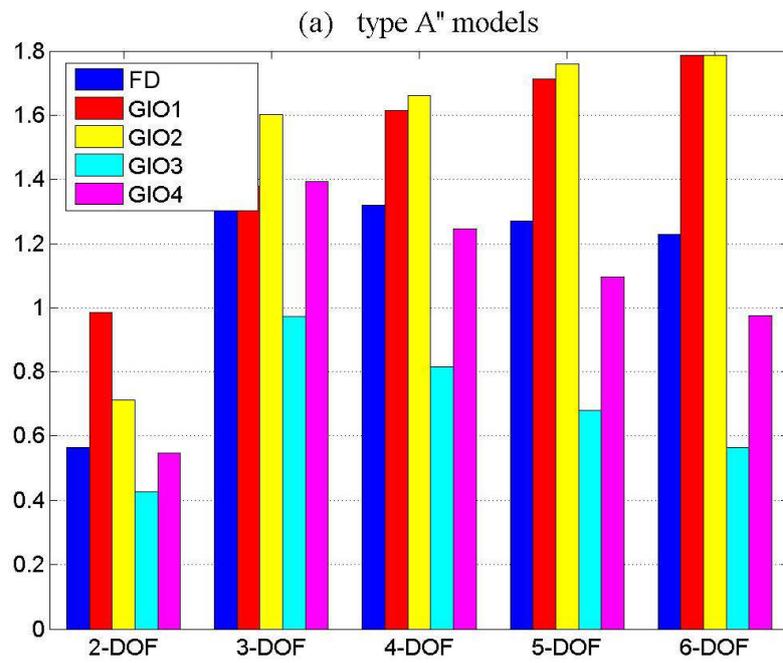


Figura 2. 22 Sistemi che minimizzano l'indice I_3

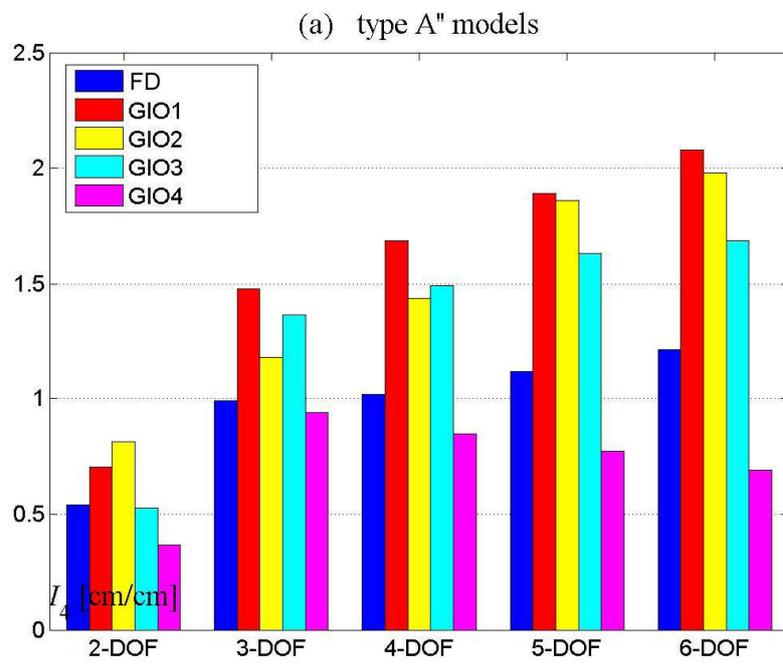


Figura 2. 23 Sistemi che minimizzano l'indice I_4

2.6.2.2.2 Visualizzazione del rapporto di spostamento d'interpiano per sistemi FD e GIO
sotto input stocastico.

Anche per questa metodologia si sono ricavati i grafici che consentono di valutare il rapporto d'interstorey drift. L'input cui è stato sottoposto il set di strutture è un input stocastico, quindi a carattere più generale, che prescinde dalle caratteristiche del sito di riferimento.

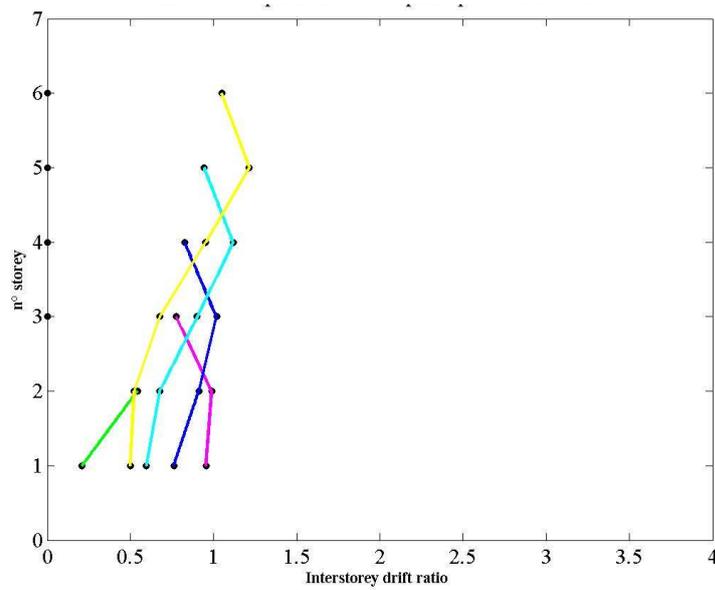


Figura 2. 24 Andamento del sistema FD (Frame Device)

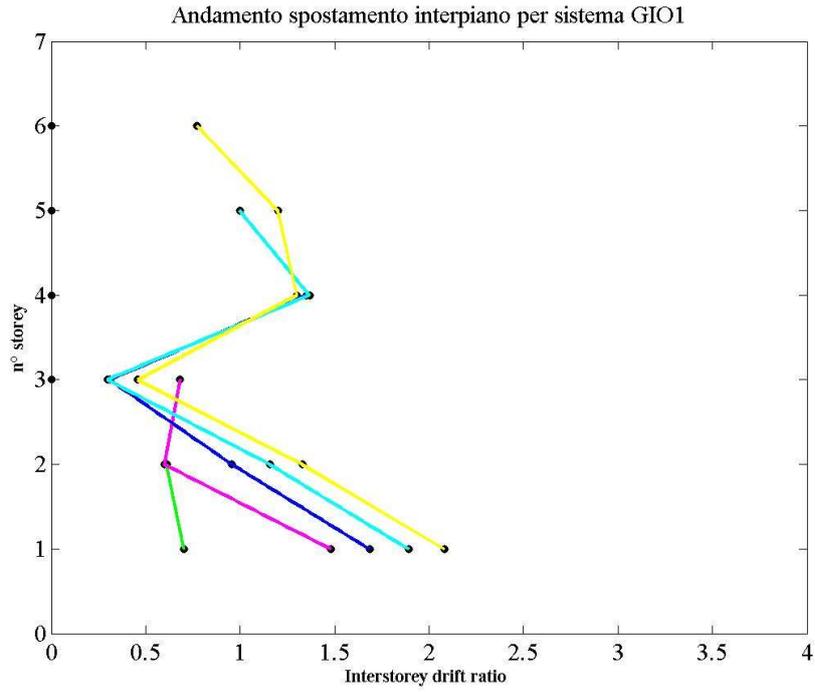


Figura 2. 25 Andamento dello spostamento d'interpiano per GIO1

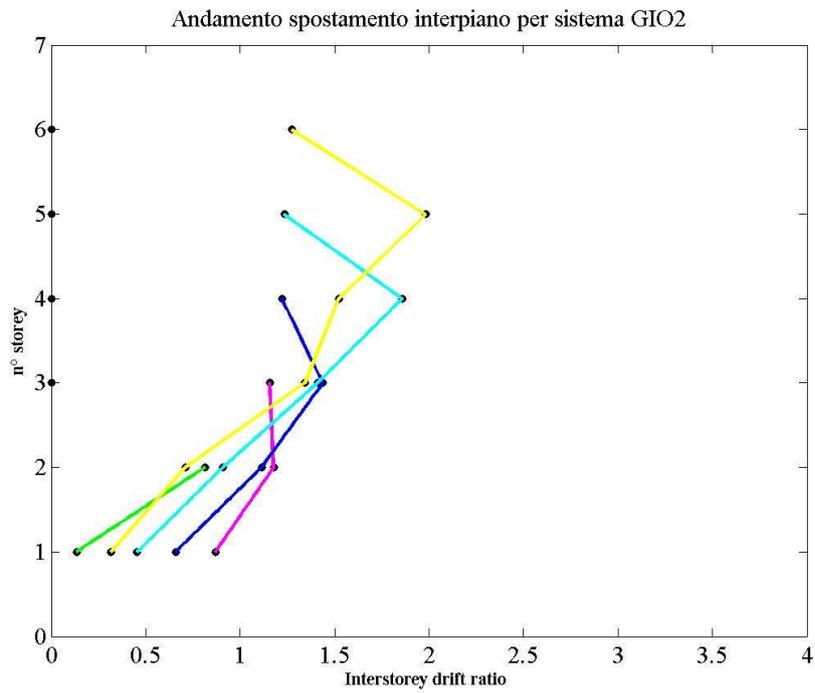


Figura 2.26 Andamento dello spostamento d'interpiano per GIO2

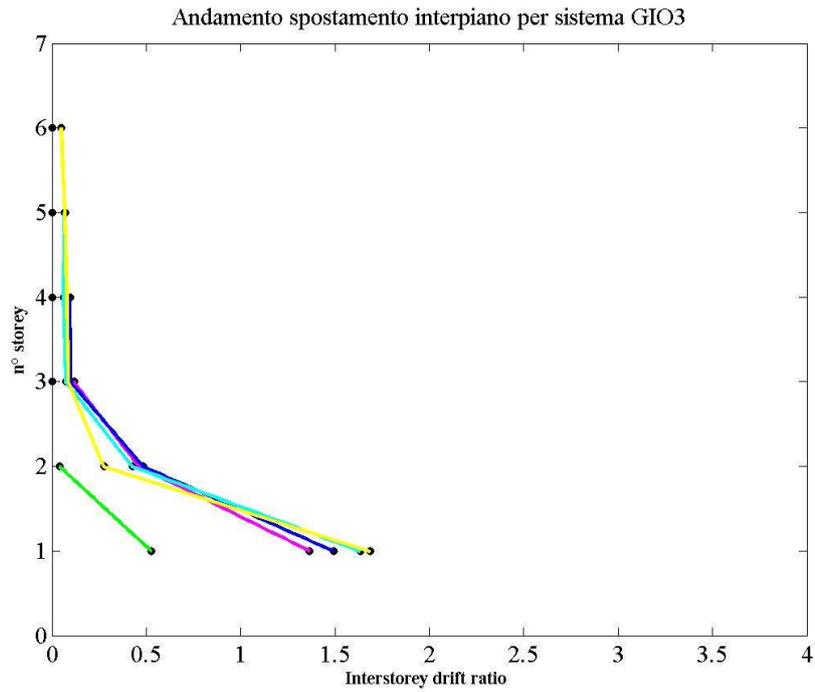


Figura 2. 27 Andamento dello spostamento d'interpiano per GIO3

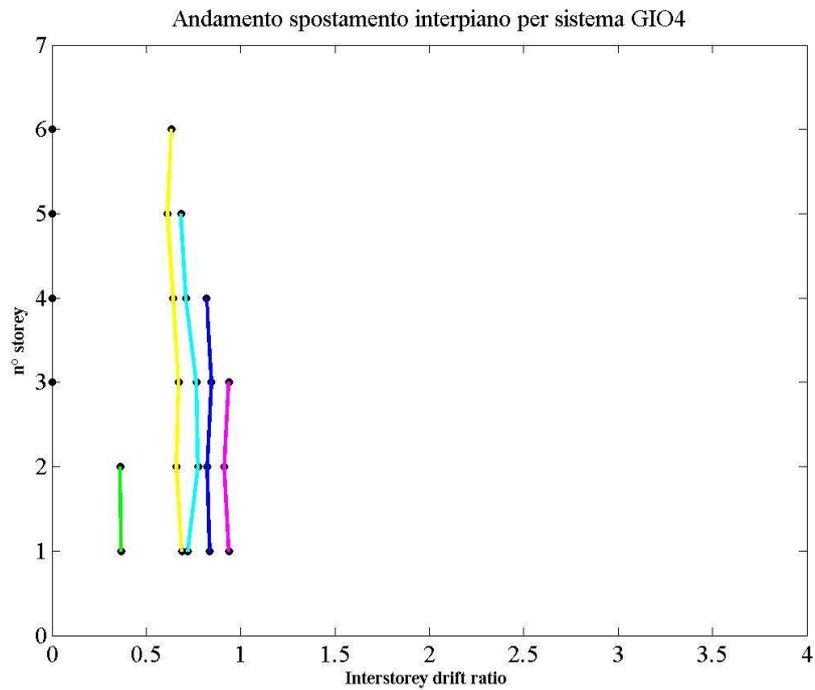


Figura 2. 28 Andamento dello spostamento d'interpiano per GIO4

Si nota che il sistema che minimizza il quarto indice è quello che soddisfa al meglio entrambi gli obiettivi, che si ricorda sono:

1. obiettivo prestazionale sismico : $\delta^* \leq \delta_{FO}$
2. obiettivo del comportamento della struttura : spostamento d'interpiano costante con l'altezza o al più variabile linearmente (retta monotona crescente).

2.7 Scelta della metodologia

2.7.0 Introduzione

L'analisi di ricerca, fin qui condotta, sulla stima della rigidezza iniziale dei dispositivi, da inserire in strutture shear-type, è stata effettuata con un approccio matematico.

In particolare, si sono sviluppate diverse metodologie di stima della rigidezza iniziale dei dispositivi, con l'intento di semplificare quanto più possibile il processo di determinazione di tale valore, al fine di inserirla in un'ottica progettuale, quindi di carattere pratico.

Si riassumono le metodologie descritte in precedenza:

- **Prima Metodologia:** N-dof as N-sdof. La struttura shear type a n gradi di libertà viene scomposta in n oscillatori semplici, ciascuno rappresentante un piano della struttura e quindi un grado di libertà. Le conseguenti rigidezze si mantengono uguali da un piano all'altro e sono ricavate, sfruttando l'ottica prestazionale, con la nota formula che lega il periodo proprio di un sdof alla sua pulsazione:

$$k_d = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_{target}^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m}{T_{FO}^2} \quad 2.111$$

- **Seconda Metodologia:** Rigidezza Proporzionale ai tagli di piano (SSPS). La rigidezza dei dispositivi è valutata in base ai tagli di piano derivanti dall'analisi modale a spettro di risposta riferito a sisma frequente. La formula da cui si ottengono tali valori, variabili da piano a piano secondo i tagli di piano è la seguente:

$$k_{di} = \frac{T_i}{d_{FO}} \quad 2.112$$

in cui l'indice i è l'indice di piano con numerazione crescente dal basso verso l'alto.

- **Terza Metodologia:** Iterazione della metodologia proporzionale ai tagli di piano. Si tratta di una metodologia basata sulla costanza dei valori delle rigidezze dei dispositivi. In particolare, a partire da una prima stima delle rigidezze dei dispositivi, valutata secondo i tagli di piano, ottenuti tramite analisi modale sulla struttura scevra di quest'ultimi (metodologia SSPS), l'iesima iterazione consiste nel valutare nuovi valori di rigidezza dei dispositivi a partire dai valori ottenuti dall'iterazione precedente (i-1); l'iesima iterazione si basa sempre sull'analisi modale, sebbene questa, a differenza dell'analisi modale con cui il ciclo parte, sia applicata alla struttura dotata dei dispositivi. Il ciclo termina quando si ha una stabilità dei valori delle rigidezze; ovvero quando i valori delle rigidezze dei dispositivi tra l'iesima iterazione e la successiva risultano uguali.
- **Quarta Metodologia:** N-sdof interconnessi. In questa metodologia, si considera la struttura a ngdl, come composta da n-sdof. Tuttavia, a differenza della prima metodologia, in cui ciascun sdof è considerato indipendente dall'altro, in questa si considerano in relazione l'uno con l'altro. La formula indicante tale relazione si basa sulla trasmissione delle forze dal piano superiore a quello inferiore adiacente. L'equazione è un'equazione di equilibrio statico in cui intervengono forze di richiamo elastiche e forze sismiche derivanti dallo spettro di progetto. Si riporta di seguito la formula in termini di spostamento:

$$\delta^* = \frac{k_{p,i+1} \cdot \delta^*}{k_{d,i}} + \varphi^* \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k_{d,i}}} \quad 2.113$$

- in cui i è l'indice di piano; la numerazione adottata è crescente dal basso verso l'alto .
 - il primo termine a destra dell'uguale è quello che considera l'effetto del piano soprastante a quello considerato
 - il secondo termine a destra dell'uguale è la quota parte dello spostamento relativo allo spettro di risposta.
- **Quinta metodologia:** Genetic Algorithm. Tale metodologia utilizza gli algoritmi genetici, che attraverso un calcolo puramente combinatorio sono designati per minimizzare indici prestazionali definiti nelle ipotesi del problema di ottimizzazione.

Le considerazioni sulla scelta della miglior metodologia sono state fatte sulla base dell'obiettivo premesso; ovvero ottenere uno spostamento d'interpiano costante fra piano e piano. Si ritiene che tale obiettivo possa essere ben visualizzato nel grafico "*piani-rapporto spostamento d'interpiano*" (rapporto tra spostamento d'interpiano i e lo spostamento d'interpiano obiettivo per sisma frequente δ_{FO}), mediante una spezzata che si mantenga il più possibile verticale da un piano all'altro; poiché, ciò significa che, essendo costante il rapporto d'interstorey drift, è costante anche lo spostamento d'interpiano stesso.

Tuttavia, è possibile affermare che un andamento accettabile della funzione "*piani-rapporto spostamento d'interpiano*" sia rappresentato da una funzione monotona crescente. Il perché di tale osservazione trova giustificazione nell'analisi della tensione sulla sezione più sollecitata dei pilastri; infatti, è noto che il pilastro di base è quello che è soggetto ad una tensione maggiore, dovuta al fatto che lo sforzo normale aumenta dall'alto verso il basso; poiché la tensione è data sia dal contributo dello sforzo normale, sia dal contributo del momento flettente; qualora si abbia un aumento dello sforzo normale, è da evitare un aumento anche del momento flettente, che è proporzionale allo spostamento d'interpiano. Quindi, avere una curva nel grafico "*piani-rapporto spostamento d'interpiano*" che abbia carattere monotono decrescente, si tradurrebbe in un aumento dello spostamento ai piani inferiori, con lo spostamento maggiore al piano base, e di conseguenza un aumento del momento flettente sullo stesso e quindi, sulla sezione del pilastro da verificare.

Si ammette, quindi, che un comportamento monotono crescente lineare o più che lineare soddisfi l'obiettivo preposto.

2.7.1 Riassunto dei risultati ottenuti

Al fine di chiarire quanto detto, si riportano i grafici "*piani-rapporto spostamento d'interpiano*" per le strutture analizzate con le diverse metodologie.

2.7.1.1 Prima metodologia

Struttura 2-DOF,3-DOF,4-DOF,5-DOF,6-DOF

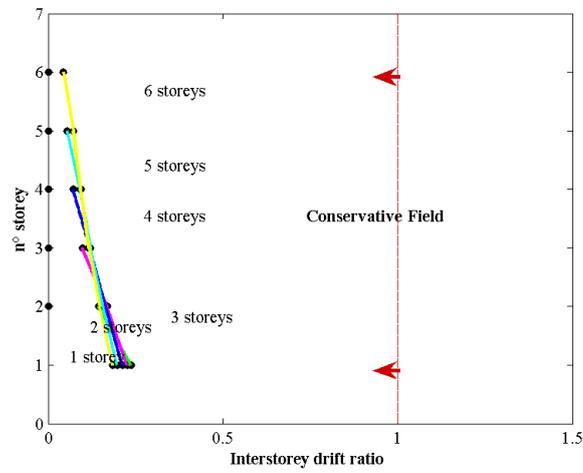


Figura 2.29 Risultati prima metodologia per set di strutture sottoposte ad analisi modale a spettro di risposta

2.7.1.2 Seconda metodologia

Struttura 2-DOF,3-DOF,4-DOF,5-DOF,6-DOF

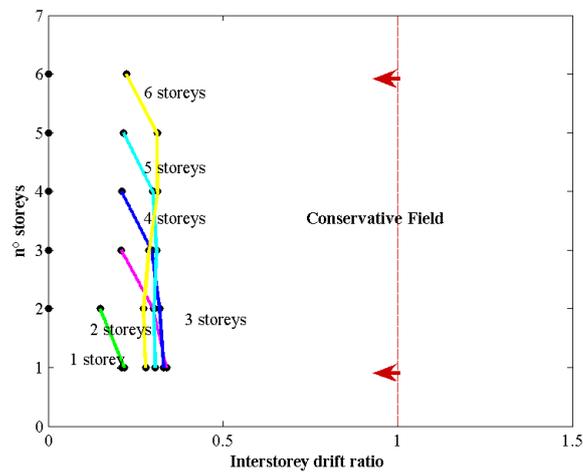


Figura 2.30 Risultati seconda metodologia per set di strutture sottoposte ad analisi modale a spettro di risposta

2.7.1.3 Terza metodologia

Struttura 2-DOF,3-DOF,4-DOF,5-DOF,6-DOF

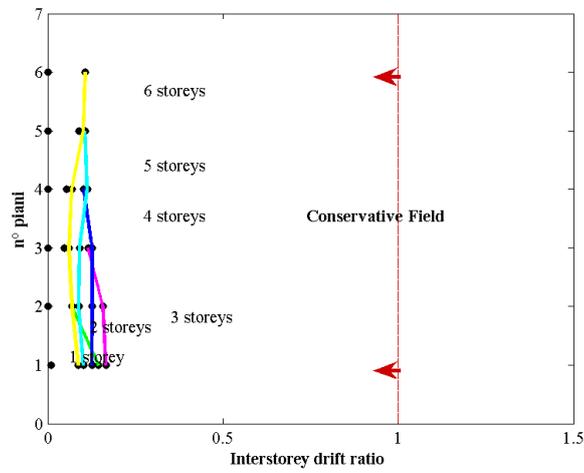


Figura 2.31 Risultati terza metodologia per set di strutture sottoposte ad analisi modale a spettro di risposta

2.7.1.4 Quarta metodologia

Struttura 2-DOF,3-DOF,4-DOF,5-DOF,6-DOF

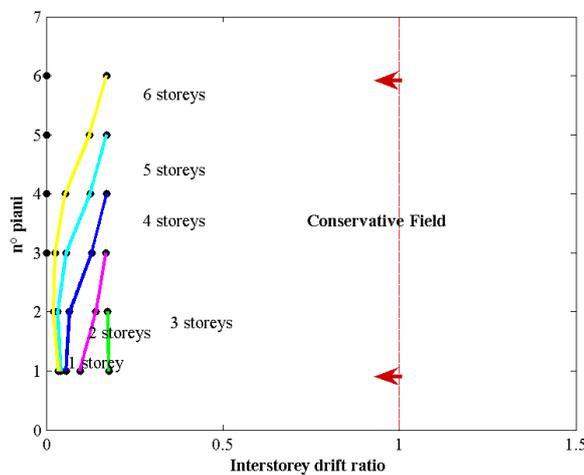


Figura 2.32 Risultati quarta metodologia per set di strutture sottoposte ad analisi modale a spettro di risposta

Per quanto detto in precedenza, osservando i grafici, è possibile affermare che le metodologie che soddisfano l'obiettivo sono: la seconda, seppur con qualche approssimazione, la terza e la quarta.

Tra queste, quella che raggiunge pienamente l'obiettivo è la terza metodologia, in quanto è evidente un andamento verticale della funzione/curva spezzata, che rappresenta i rapporti tra spostamento d'interpiano e lo spostamento obiettivo, al variare dei piani.

Un altro criterio di valutazione della miglior metodologia si basa sull'osservazione dei valori di rigidezza dei dispositivi ottenuti. Questo criterio verrà esplicitato nel paragrafo che segue.

2.7.2 Linearizzazione dei risultati

2.7.2.0 Introduzione

Da un punto di vista progettuale, sarebbe opportuno riuscire a trovare una funzione che indichi la variabilità dei valori di rigidezza dei dispositivi lungo l'altezza delle strutture analizzate. Si rileva, quindi, la necessità di definire un trend di comportamento della distribuzione dei valori di rigidezza lungo l'altezza di un edificio, che sia il più possibile vicino all'obiettivo perseguito e raggiunto con una delle metodologie adottate.

Dall'osservazione dei valori delle rigidezze dei dispositivi, visualizzati negli istogrammi propri di ciascuna struttura, si ipotizza che, ad esclusione dell'ultimo piano, il comportamento della distribuzione dei valori delle rigidezze lungo l'altezza abbia un andamento lineare al variare di quest'ultima.

Al fine di trovare una relazione che leghi i risultati numerici, rappresentanti il valore delle rigidezze iniziali dei dispositivi ed ottenuti tramite un'ispezione matematica basata sulla determinazione di quattro metodologie, e il numero dei piani, si riporta in tale sezione l'analisi di regressione.

2.7.2.1 Teoria della regressione

In questo tipo di analisi, la variabile ordinaria, ovvero quella misurata senza errore o tale che ad essa è possibile assegnare un valore qualsiasi è la variabile x , con cui si indicherà il numero dei piani. Essa è la variabile indipendente.

La variabile y è una variabile casuale; con questa variabile si indicherà la taglia dei dispositivi, ovvero, che è la medesima cosa, il valore delle loro rigidezze iniziali.

L'analisi di regressione ha come scopo, pertanto, la ricerca di una relazione tra le variabili x ed y .

Quindi, si farà uso delle misurazioni riferite ad ogni tipo di struttura e ottenute tramite le metodologie ritenute soddisfacenti in virtù di quanto spiegato nel paragrafo precedente.

Come esempio, vengono visualizzate le misurazioni riferite alla struttura a sei piani per la metodologia iesima nella tabella seguente:

Numero di piani	Valore rigidezze iniziale dei disp. metodologia i [N/m]
<i>Variabile indipendente x</i>	<i>Variabile casuale y</i>
1	kd_{1piano}
2	kd_{2piano}
3	kd_{3piano}
4	kd_{4piano}
5	kd_{5piano}
6	kd_{6piano}

Tabella 2. 18 Misurazioni deterministiche intese come valori della rigidezza dei dispositivi per una struttura a 6 gdl

La regressione verrà eseguita secondo il criterio dei minimi quadrati, secondo cui la “*funzione ideale*” che meglio rappresenta i punti identificati dalle coordinate (x,y) , è quella che rende minimo il valore di J : grandezza che indica la somma dei quadrati delle differenze verticali tra la retta e i punti noti. Queste differenze vengono chiamate *residui* o *errori*.

Si riporta l'espressione di J :

$$J = \sum_{i=1}^n [(f(x_i)) - y_i]^2 \quad 2.114$$

In cui:

$f(x_i)$ è il valore y ottenuto dalla funzione utilizzata per rappresentare i dati

y_i è il valore dato.

Pertanto, dalla grandezza J , minimizzando la stessa, nell'ottica di perseguire il criterio sopra citato, si trovano i coefficienti atti a rappresentare la funzione arbitraria che si è scelta come possibile funzione ideale, che meglio identifica il legame tra le due variabili descritte. La minimizzazione della funzione avviene derivando la stessa rispetto a tutti i coefficienti che rappresentano la funzione e ponendo la derivata, eseguita rispetto a ciascun coefficiente, uguale a zero.

In tal modo, si ottengono tante equazioni quante sono le incognite, vale a dire i coefficienti della funzione.

In questa sede, si sono utilizzate solo funzioni polinomiali di grado $n-1$, dove n è il numero di punti; questo perché se il grado del polinomio è maggiore o al più uguale al numero di punti il numero di equazioni non sarebbe sufficiente a determinare i coefficienti del polinomio.

Così, se si volessero approssimare le misurazioni con una funzione quadratica, si dovrebbero determinare 3 coefficienti, cubica 4 e così per successione.

In genere, quindi, per un polinomio, la somma dei quadrati dei residui è data dalla seguente espressione:

$$J = \sum_{i=1}^n (a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \dots + a_n x + a_{n-1} - y_i)^2 \quad 2.115$$

I valori degli $n+1$ coefficienti a_i che rendono minimo J si ottengono, infine, risolvendo un sistema di $n+1$ equazioni lineari.

Nell'analisi di regressione, si è anche indicato un indice sintetico che visualizza numericamente la bontà dell'approssimazione di una funzione.

La bontà dell'approssimazione si avvale del criterio dei minimi quadrati sfruttando la grandezza già nota J , e introducendone un'altra, S , che rappresenta la somma dei quadrati della deviazione dei valori y dal loro valore medio \bar{y} .

Il valore di S può essere espresso dalla seguente formula:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad 2.116$$

Si identifica il *coefficiente di determinazione* o *valore r -quadrato*, come l'indice che indica la bontà dell'approssimazione:

$$r^2 = 1 - \frac{J}{S} \quad 2.117$$

Se l'adattamento ai punti della funzione è perfetto, J è di valore nullo e quindi r^2 è pari all'unità, di conseguenza tanto più il valore di r^2 è prossimo all'unità tanto migliore è l'approssimazione.

Si vuol precisare che, in tal sede verranno privilegiate, nella scelta della funzione ideale che meglio rappresenta i dati, polinomi di primo o al più di secondo grado; tale scelta è giustificata dal fatto che l'uso di polinomi di grado elevato comporta due problemi da non sottovalutare.

Il primo problema è che tali polinomi possono presentare ampie escursioni fra alcune coppie di punti; questo implica degli errori notevoli, se si utilizza un polinomio di grado elevato per stimare un valore di y compreso fra queste coppie di punti.

Il secondo problema connesso all'uso di tali polinomi è che i loro coefficienti richiedono spesso un numero elevato di cifre significative per essere rappresentati accuratamente.

Nell'ottica di un'implementazione all'elaboratore, non solo, i coefficienti devono essere visualizzati e registrati con un numero sufficiente di cifre decimali, ma sono anche più difficili da elaborare con precisione; inoltre, si rileva che all'aumentare del grado del polinomio aumenta il numero di equazioni lineari da risolvere e l'imprecisione delle soluzioni numeriche di queste equazioni diventa più rilevante.

Si precisa che, per questioni connesse alla pratica, anche in un'ottica progettuale, si è scelto di indagare soltanto sui valori ottenuti dai polinomi di primo grado. L'indagine sarà meglio e più ampiamente spiegata nel paragrafo successivo.

2.7.2.2 Validazione della tesi: andamento della distribuzione delle rigidezze dei dispositivi lineare al variare dell'altezza.

In questa sede, si vuole esaminare la bontà e veridicità della tesi esplicitata in precedenza:

- i valori della rigidezza dei dispositivi si assestano su una retta che rappresenta la variazione lineare da un piano all'altro della struttura.

La validazione di tale tesi viene eseguita dal confronto fra:

- misurazioni deterministiche
- regressione lineare con polinomio di primo grado
- retta passante per i punti che rappresentano gli indici di piano

Il confronto sarà visualizzato in un grafico cartesiano avente per ascisse il numero dei piani, e per ordinate le taglie relative dei dispositivi; ovvero:

- per le misurazioni deterministiche la generica ordinata y rappresenta il rapporto tra il valore di rigidezza del piano i e la somma dei valori di rigidezza di tutti i piani ('total cost'):

$$y_i = \frac{k_{di}}{\sum_{i=1}^n k_{di}} \quad 2.118$$

- per quanto riguarda la regressione lineare, essa viene svolta sulla base delle misurazioni così come ricavate al punto precedente. I gruppi di valori su cui si basa la ricerca della *funzione ideale* sono due;
 - il primo gruppo di valori effettua l'analisi di regressione (ricerca della funzione ideale) su tutte le n misurazioni.
 - il secondo gruppo di valori, invece, adotta $n-1$ valori; ovvero, delle n misurazioni, che rappresentano le taglie dei dispositivi di ciascuno piano della struttura shear-type, se ne considerano $n-1$ poiché, viene esclusa dall'analisi di regressione, il valore di rigidezza dell'ultimo piano. Tale scelta è mossa dall'osservazione dell'andamento dei valori della rigidezza dei dispositivi tra piano e piano delle strutture analizzate (variazione lineare dal primo al penultimo piano, ad eccezione dell'ultimo che varia più che linearmente).

- per quanto riguarda il terzo punto dell'elenco precedente, la retta viene ricavata semplicemente interpolando le ordinate individuate dal rapporto tra l'indice di piano i e la somma totale degli indici di piano della struttura. Tale somma è differente per le due regressioni adottate. In particolare, per la prima regressione si adatterà la somma dei dispositivi estesa da 1 a n , dove n è il numero dei piani; per la seconda, al contrario, la somma dei dispositivi sarà data dalla somma dei numeri naturali da 1 ad $n-1$.

Nelle figure 2.33, 2.34, 2.35, 2.36, 2.37, sono riportati i valori di rigidezze dalla cui osservazione si è pensato, che gli indici relativi fossero proporzionali agli indici di piano. I colori delle barre degli istogrammi fanno riferimento rispettivamente alla metodologia: 1°, 2°, 3°, 4°.

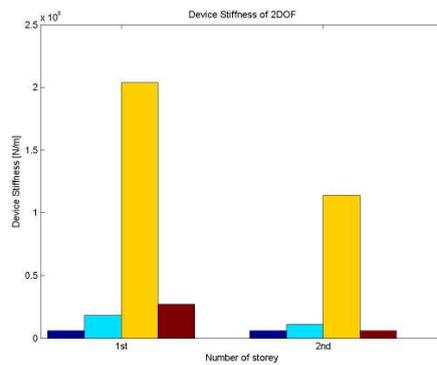


Figura 2.33

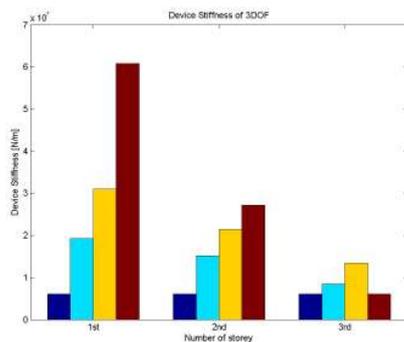


Figura 2.34

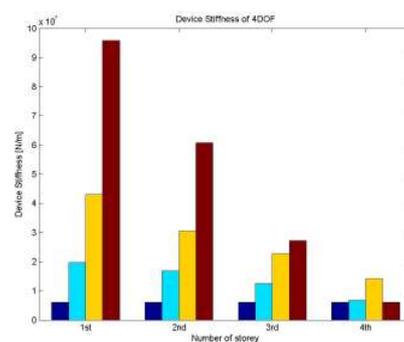


Figura 2.35

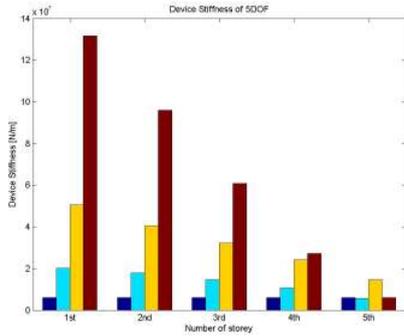


Figura 2.36

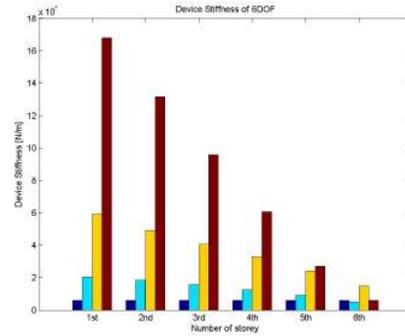


Figura 2.37

2.7.2.2.1 Misurazioni deterministiche

Si riportano in tabella, le taglie relative dei dispositivi $\left(\frac{k_{di}}{\sum_{i=1}^n k_{di}} \right)$ per:

- 1) le metodologie ritenute soddisfacenti: SSPS, ISSPS, Csdof.
- 2) ogni struttura analizzata

Si rileva che i valori delle taglie relative delle rigidezze costituiscono le ordinate nel grafico di confronto, mentre i valori delle ascisse sono individuati dalla successione di numeri naturali, da 1 a n (n = numero di piani). Per semplicità di rappresentazione grafica, si è adottata una numerazione del numero di piani crescente dall'alto verso il basso.

Struttura 2-gdl							
Taglie assolute delle rigidezze [N/m]				Taglie relative delle rigidezze [kdi/Σ(kdi)]			
<i>Metodologia</i>				<i>Metodologia</i>			
	SSPS	ISSPS	Csdof		SSPS	ISSPS	Csdof
kd1	1.83E+07	2.04E+08	2.72E+07	kd1/totalcost	6.19E-01	6.41E-01	8.17E-01
kd2	1.12E+07	1.14E+08	6.09E+06	kd2/totalcost	3.81E-01	3.59E-01	1.83E-01
Total Cost	2.95E+07	3.18E+08	3.33E+07				
Struttura 3-gdl							
Taglie assolute delle rigidezze [N/m]				Taglie relative delle rigidezze [kdi/Σ(kdi)]			
<i>Metodologia</i>				<i>Metodologia</i>			
	SSPS	ISSPS	Csdof		SSPS	ISSPS	Csdof
kd1	1.92E+07	3.10E+07	6.08E+07	kd1/totalcost	4.49E-01	4.71E-01	6.46E-01
kd2	1.51E+07	2.14E+07	2.72E+07	kd2/totalcost	3.53E-01	3.26E-01	2.89E-01
kd3	8.47E+06	1.34E+07	6.09E+06	kd3/totalcost	1.98E-01	2.04E-01	6.48E-02
Total Cost	4.28E+07	6.58E+07	9.41E+07				
Struttura 4-gdl							
Taglie assolute delle rigidezze [N/m]				Taglie relative delle rigidezze [kdi/Σ(kdi)]			
<i>Metodologia</i>				<i>Metodologia</i>			
	SSPS	ISSPS	Csdof		SSPS	ISSPS	Csdof
kd1	1.23E+07	4.30E+07	9.59E+07	kd1/totalcost	3.60E-01	3.90E-01	5.05E-01
kd2	1.01E+07	3.05E+07	6.08E+07	kd2/totalcost	2.97E-01	2.76E-01	3.20E-01
kd3	7.46E+06	2.27E+07	2.72E+07	kd3/totalcost	2.19E-01	2.06E-01	1.43E-01
kd4	4.22E+06	1.41E+07	6.09E+06	kd4/totalcost	1.24E-01	1.28E-01	3.21E-02
Total Cost	3.41E+07	1.10E+08	1.90E+08				
Struttura 5-gdl							
Taglie assolute delle rigidezze [N/m]				Taglie relative delle rigidezze [kdi/Σ(kdi)]			
<i>Metodologia</i>				<i>Metodologia</i>			
	SSPS	ISSPS	Csdof		SSPS	ISSPS	Csdof
kd1	2.01E+07	5.05E+07	1.32E+08	kd1/totalcost	2.93E-01	3.12E-01	4.10E-01
kd2	1.78E+07	4.04E+07	9.59E+07	kd2/totalcost	2.59E-01	2.50E-01	2.98E-01
kd3	1.45E+07	3.22E+07	6.08E+07	kd3/totalcost	2.11E-01	1.99E-01	1.89E-01
kd4	1.05E+07	2.41E+07	2.72E+07	kd4/totalcost	1.53E-01	1.49E-01	8.44E-02
kd5	5.72E+06	1.45E+07	6.09E+06	kd5/totalcost	8.32E-02	8.98E-02	1.89E-02
Total Cost	6.88E+07	1.62E+08	3.22E+08				
Struttura 6-gdl							
Taglie assolute delle rigidezze [N/m]				Taglie relative delle rigidezze [kdi/Σ(kdi)]			
<i>Metodologia</i>				<i>Metodologia</i>			
	SSPS	ISSPS	Csdof		SSPS	ISSPS	Csdof
kd1	2.05E+07	5.92E+07	1.68E+08	kd1/totalcost	2.51E-01	2.68E-01	3.43E-01
kd2	1.85E+07	4.92E+07	1.32E+08	kd2/totalcost	2.27E-01	2.22E-01	2.69E-01
kd3	1.58E+07	4.07E+07	9.59E+07	kd3/totalcost	1.93E-01	1.84E-01	1.96E-01
kd4	1.27E+07	3.30E+07	6.08E+07	kd4/totalcost	1.55E-01	1.49E-01	1.24E-01
kd5	9.20E+06	2.42E+07	2.72E+07	kd5/totalcost	1.13E-01	1.10E-01	5.55E-02
kd6	4.98E+06	1.49E+07	6.09E+06	kd6/totalcost	6.10E-02	6.74E-02	1.24E-02
Total Cost	8.17E+07	2.21E+08	4.90E+08				

Tabella 2. 19 Riassunto dei valori di rigidezza assoluti e relativi per ciascuna metodologia e ciascuna

struttura

2.7.2.2.2 Regressione lineare

2.7.2.2.2.1 Primo gruppo di valori: parametri di regressione svolta su n-misurazioni

I risultati dell'analisi di regressione svolta su n-1 misurazioni rappresentanti le taglie relative dei dispositivi sono visualizzati nei grafici seguenti.

Per ciascun grafico, è indicata la funzione che approssima meglio la distribuzione delle misurazioni e il coefficiente di determinazione.

Ogni figura si riferisce ad una struttura e all'analisi di regressione sulle tre metodologie.

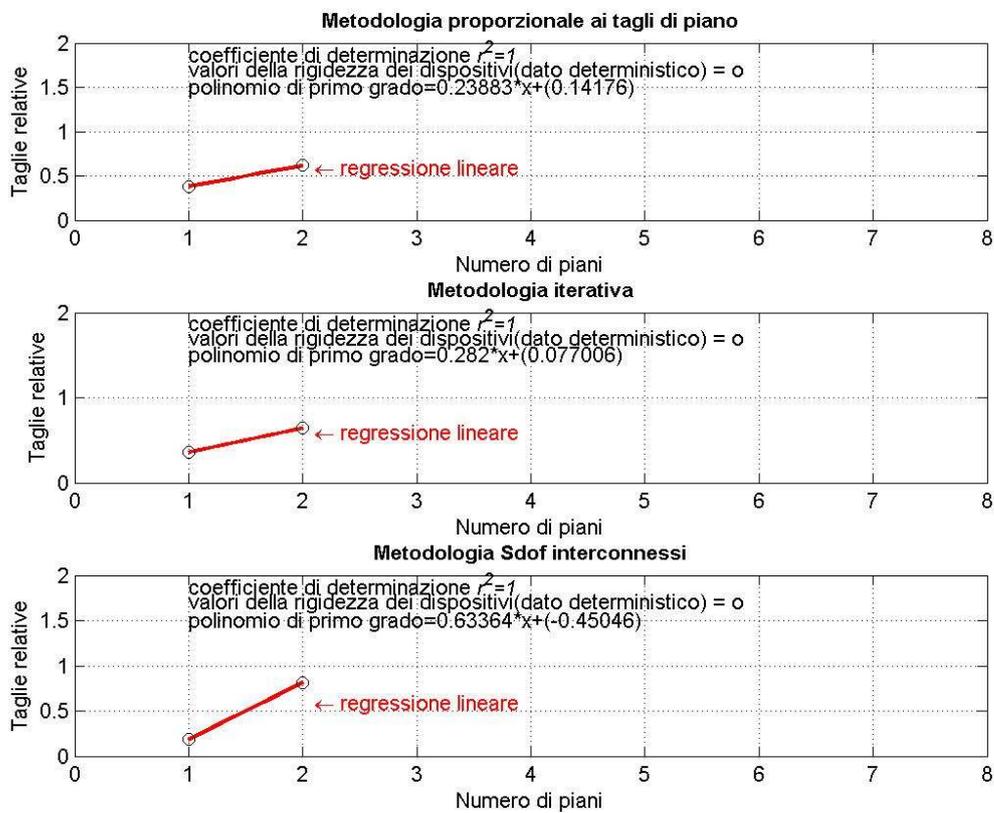


Figura 2.38 Struttura a 2gdl

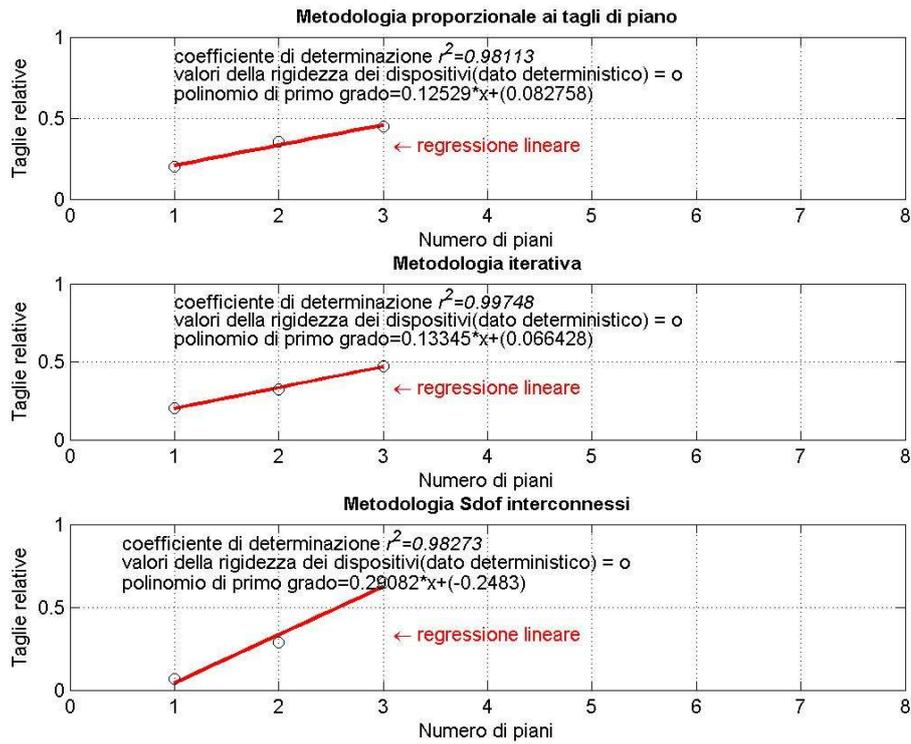


Figura 2.39 Struttura a 3gdl

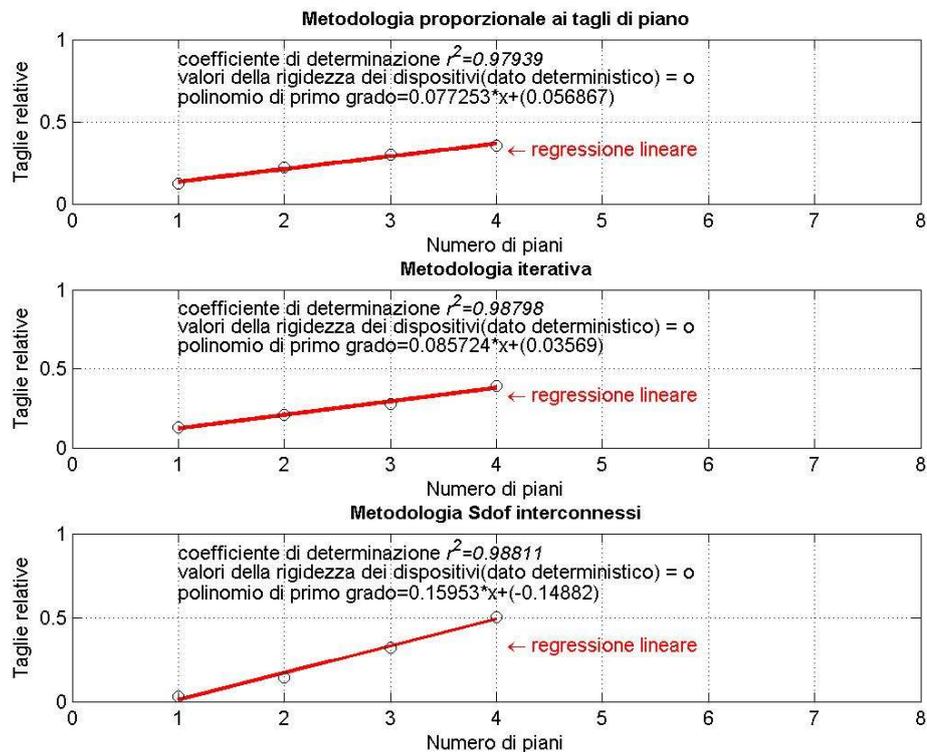


Figura 2.40 Struttura a 4gdl

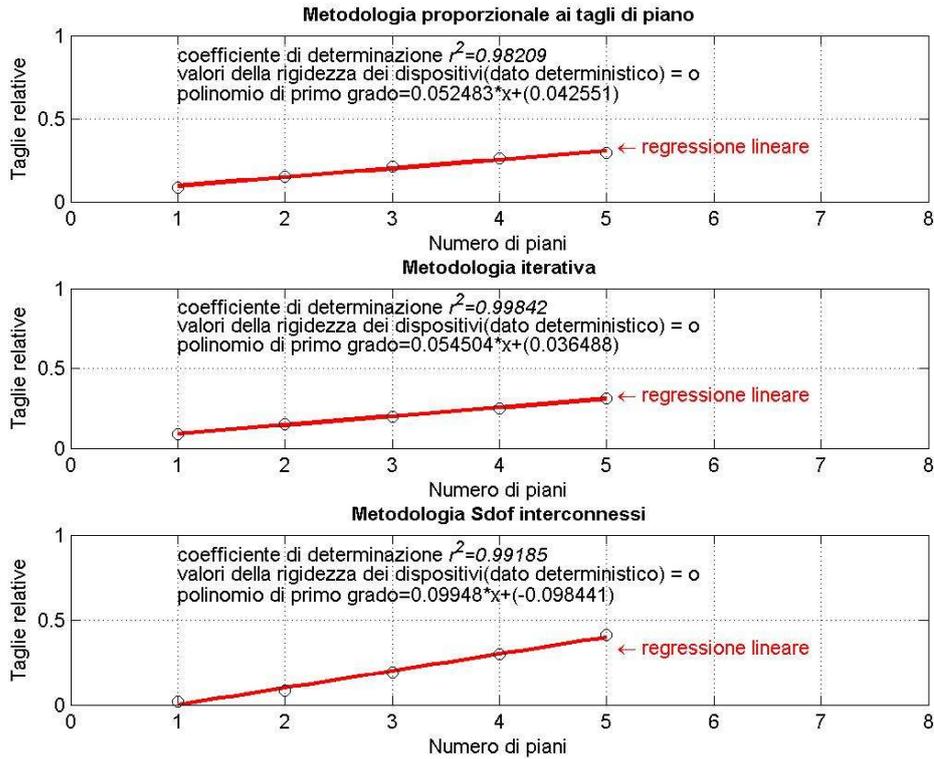


Figura 2.41 Struttura a 5gdl

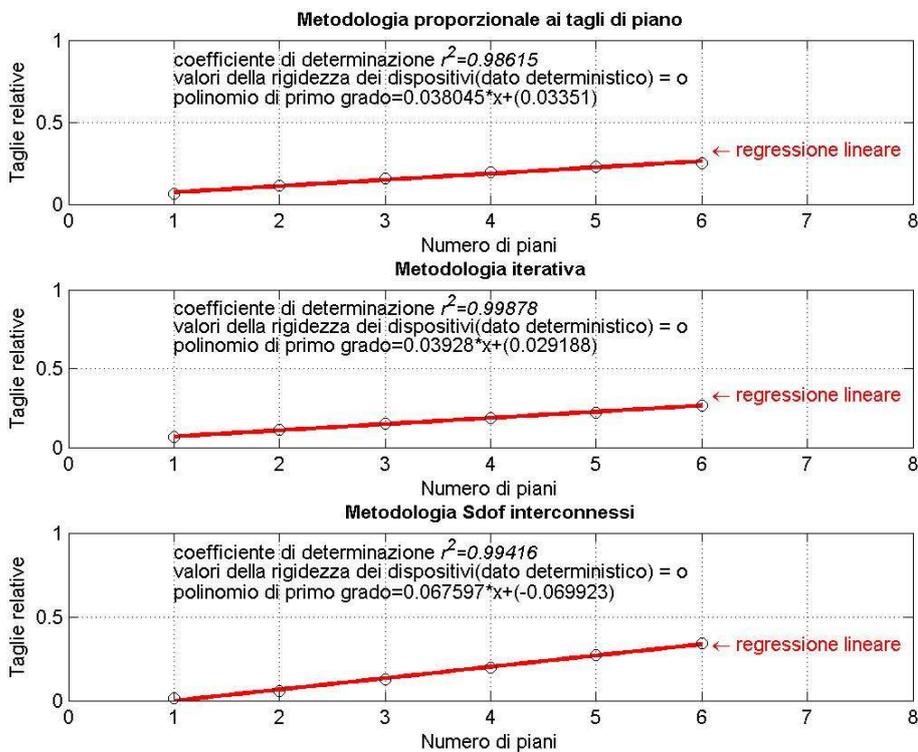


Figura 2.42 Struttura a 6gdl

2.7.2.2.2 Secondo gruppo di valori: parametri di valori svolta su n-1 misurazioni

I risultati dell'analisi di regressione svolta su n-1 misurazioni rappresentanti le taglie relative dei dispositivi sono visualizzati nei grafici seguenti.

Per ciascun grafico, è indicata la funzione che approssima meglio la distribuzione delle misurazioni e il coefficiente di determinazione.

Ogni figura si riferisce ad una struttura e all'analisi di regressione sulle tre metodologie.

Risultati per struttura 2-gdl

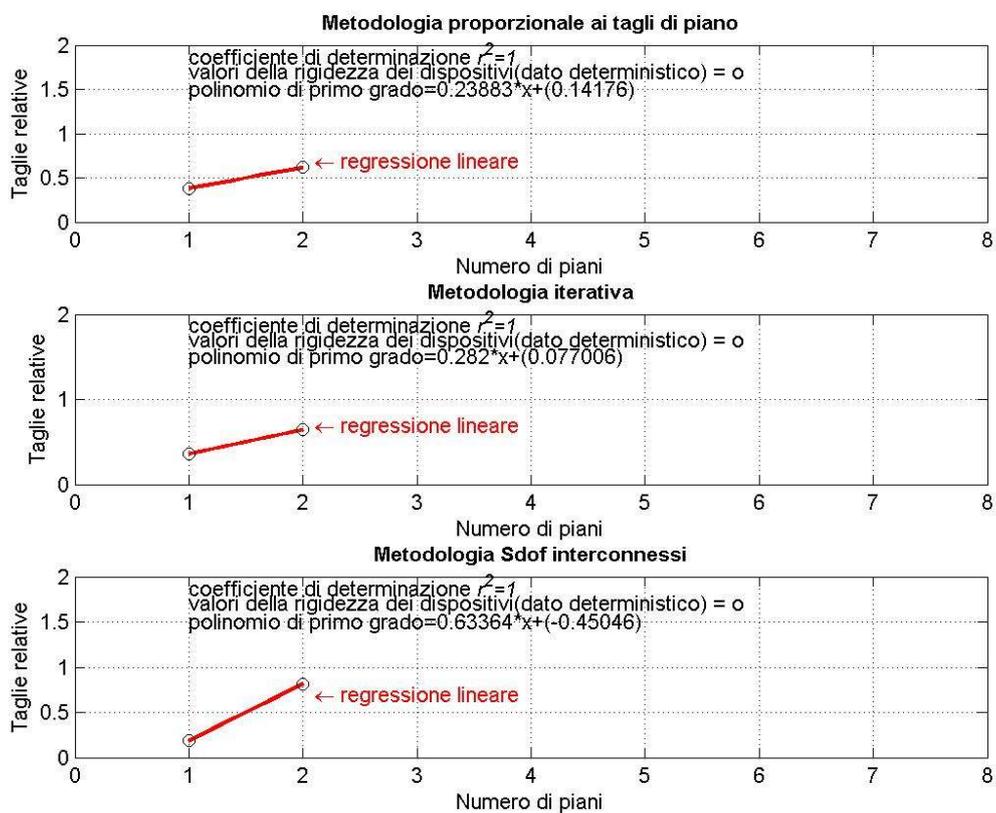


Figura 2.43 Struttura a 2gdl

Risultati per struttura 3-gdl

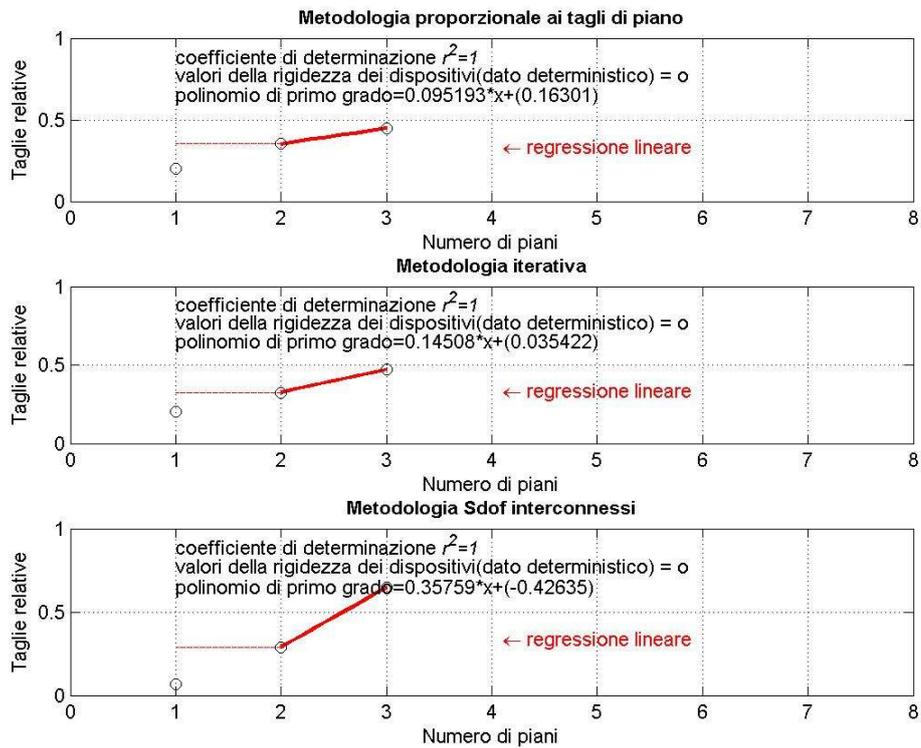


Figura 2.44 Struttura a 3gdl

Risultati per 4-gdl

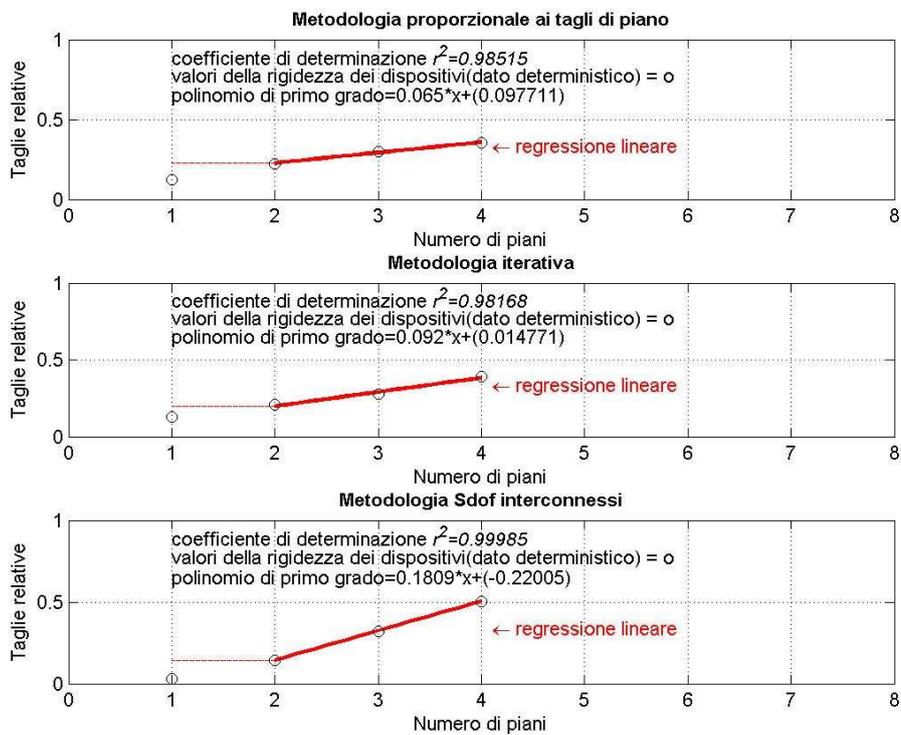


Figura 2.45 Struttura a 4gdl

Risultati struttura 5-gdl

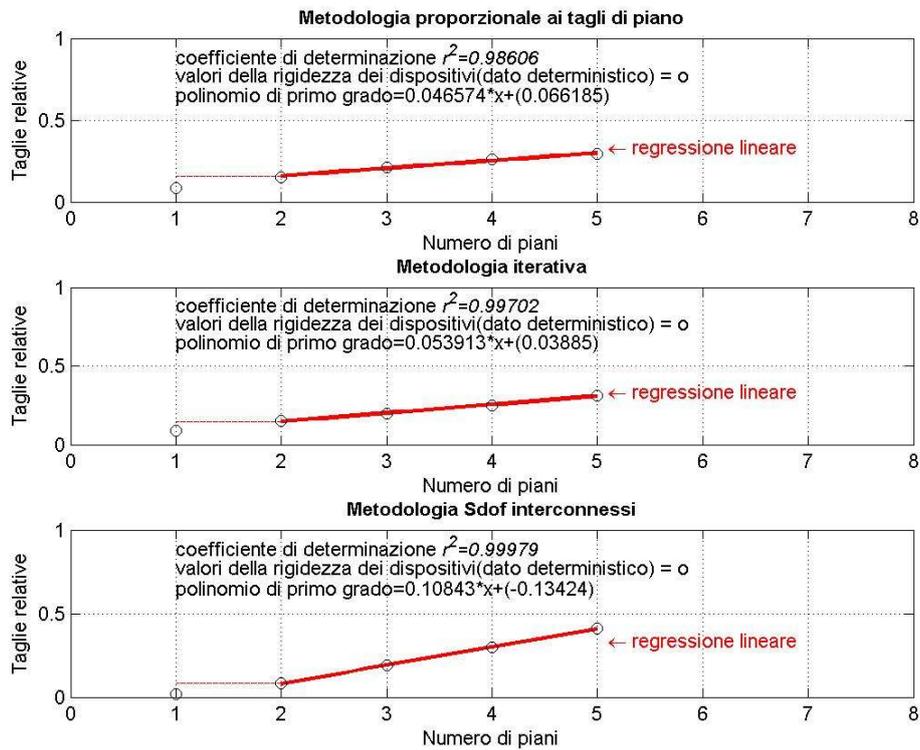


Figura 2.46 Struttura a 5gdl

Risultato struttura 6-gdl

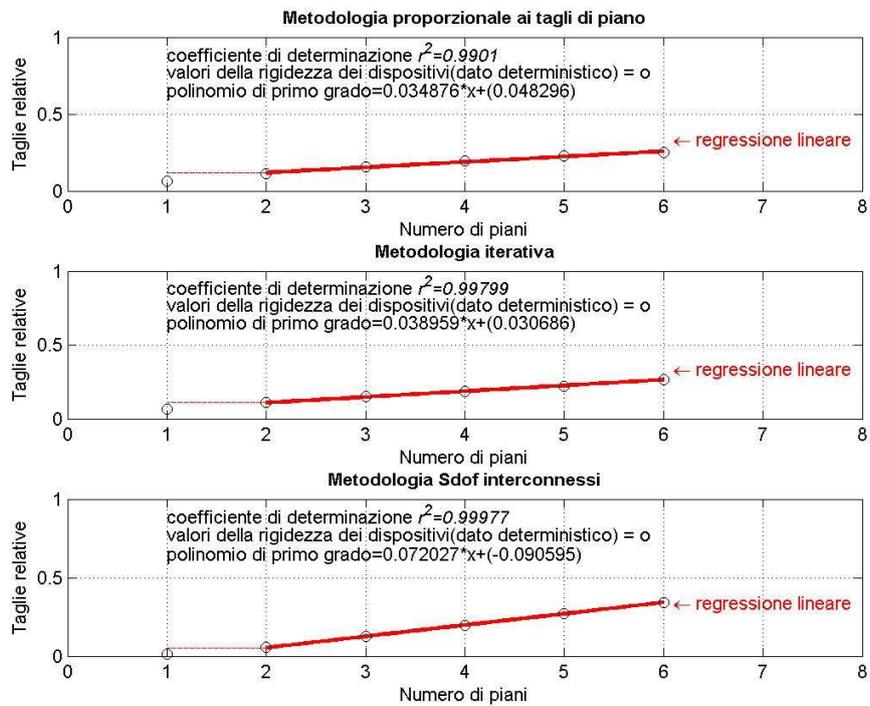


Figura 2.47 Struttura a 6gdl

2.7.2.2.3 Funzione polinomiale di primo grado dell'andamento dell'indice di piano relativo.

La funzione cercata rappresenta la retta passante per i punti le cui ordinate sono individuate dagli indici di piano relativi, e le ascisse dal numero di piani.

Gli indici di piano relativi sono una riproduzione delle taglie relative delle rigidezze dei dispositivi; questo perché, al fine di verificare la veridicità della tesi, è necessario confrontare risultati comparabili.

Gli indici di piano relativi sono stati ricavati attraverso due diversi approcci, ciascuno usato per l'analisi di regressione di riferimento:

- 1) *Per prima regressione*: indice di piano relativo è il rapporto tra l'indice di piano e la serie numerica che va da 1 ad n, in cui n è il numero totale dei piani della struttura:

$$i_{r,2} = \frac{i}{S(n)} \quad 2.119$$

$$S(n) = \sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

dove S(n) è la serie numerica, i è l'indice di piano. Si è considerata una numerazione dei piani crescente dall'alto verso il basso.

- 2) *Per seconda regressione*: indice di piano relativo è il rapporto tra l'indice di piano e la serie numerica che va da 1 a n-1 +1, cioè è la serie che considera tutti i piani eccetto che l'ultimo. Viene aggiunta, comunque, l'unità poiché, l'ultimo piano viene considerato con lo stesso indice del penultimo (1) . Tale approccio segue la scelta di effettuare la regressione sulle misurazioni riferite a tutti i piani eccetto che l'ultimo. Poiché la taglia relativa dei dispositivi è stata valutata rispetto al total cost (somma delle rigidezze di piano), è evidente che è necessario considerare comunque l'esistenza dell'ultimo piano, ciò spiega l'aggiunta dell'unità alla serie:

$$i_{r,1} = \frac{i}{S(n-1)+1} \quad 2.120$$

$$S(n-1) = \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1) \cdot (n)}{2}$$

Quanto detto nei punti precedenti viene rappresentato visivamente al fine di rendere più chiare e immediate le operazioni svolte.

Si riporta la numerazione adottata per una struttura a sei gradi di libertà, con i valori degli indici relativi per le due diverse regressioni adottate

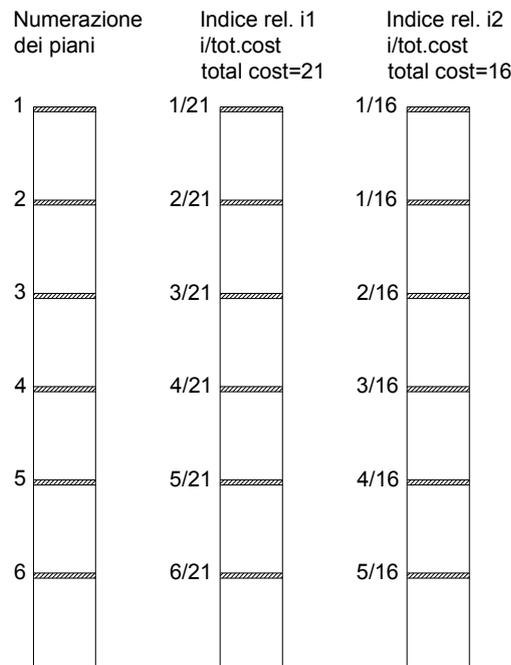


Figura 2.48 Esempio di indice relativo per strutture a 6gdl

Ogni tipologia di calcolo di indice relativo, se generalizzata in funzione dell'indice di piano, rappresenta l'equazione della retta che in corrispondenza di un piano i esimo (ascissa) dà il valore del coefficiente moltiplicativo (ordinata) con cui ottenere la taglia assoluta dei dispositivi se moltiplicato per la somma totale delle rigidezze della struttura.

L'andamento delle suddette funzioni è reso chiaro dalla figura successiva, in cui a titolo di esempio, si mostrano gli andamenti delle due funzioni per una struttura a 6 gdl, variando soltanto dalle altre, il valore della sommatoria nel rapporto.

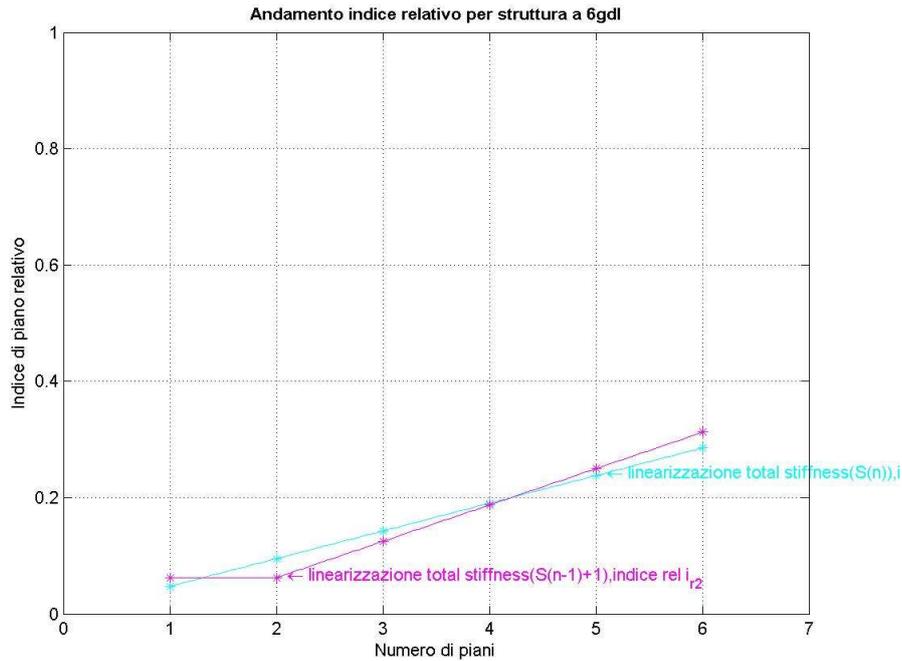


Figura 2.49

2.7.2.2.3.1 Risultati

Si riportano i risultati ottenuti per ogni struttura e per ciascuna metodologia.

I successivi grafici mettono a confronto i dati deterministici, l'analisi di regressione e con il relativo approccio di linearizzazione.

Si precisa che il metodo utilizzato per valutare le taglie relative dei dispositivi (dati deterministici) è la metodologia iterativa, in quanto è stata classificata come la più soddisfacente l'obiettivo preposto.

2.7.2.2.3.1.1 Regressione su le n misurazioni, linearizzazione effettuata sulla base della serie numerica $S(n)$.

Struttura 2 gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.34	0.34	0.33
2	0.66	0.66	0.67
Coefficiente r^2		1	1

Tabella 2. 20

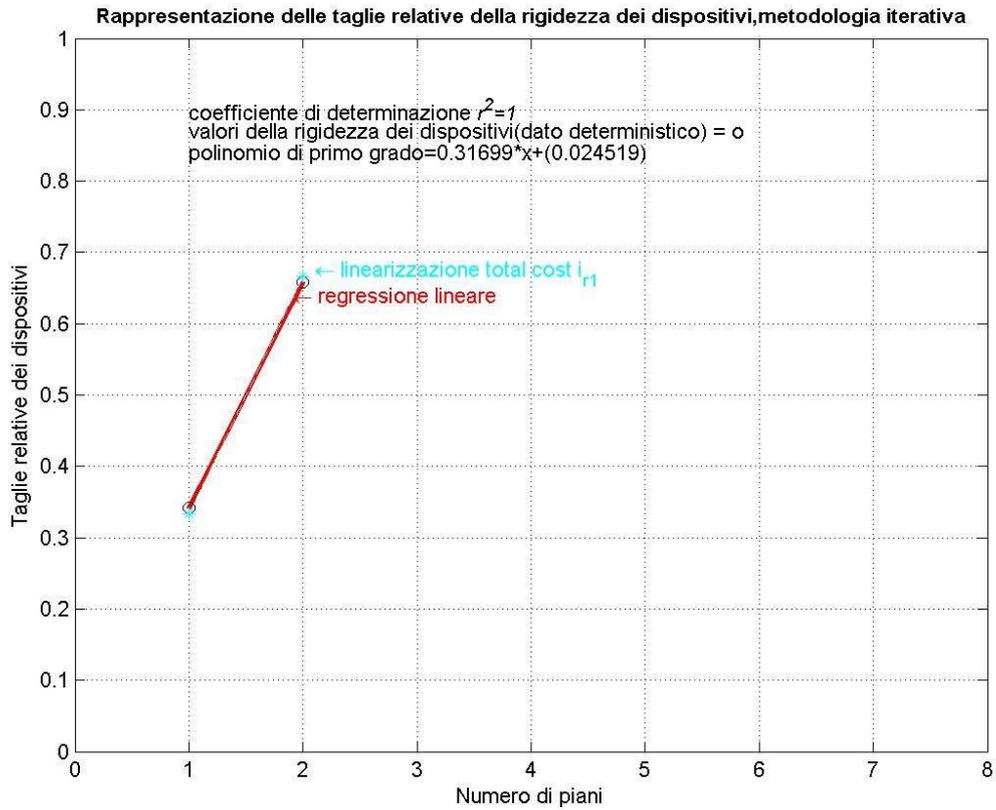


Figura 2.50

Struttura 3gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.1961	0.1774	0.167
2	0.2965	0.3333	0.333
3	0.508	0.4890	0.500
Coefficiente r^2		0.959	0.955

Tabella 2. 21

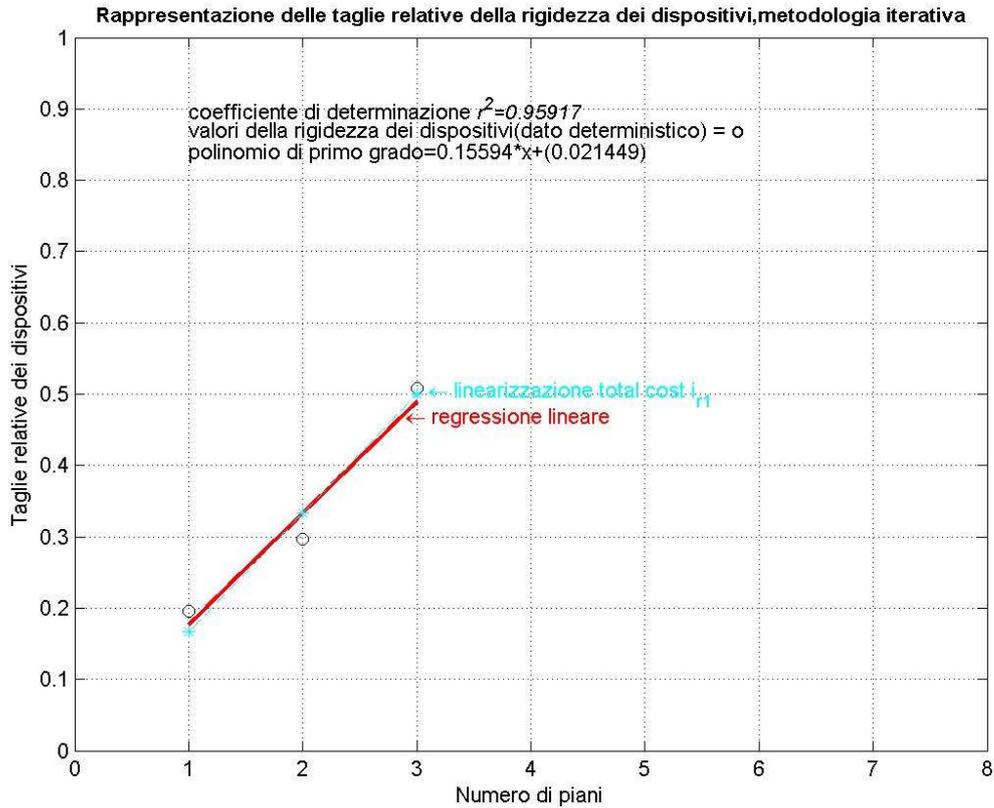


Figura 2.51

Struttura 4 gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.122	0.096	0.1
2	0.178	0.1986	0.2
3	0.261	0.3012	0.3
4	0.439	0.4042	0.4
Coefficiente r^2		0.929	0.93

Tabella 2. 22

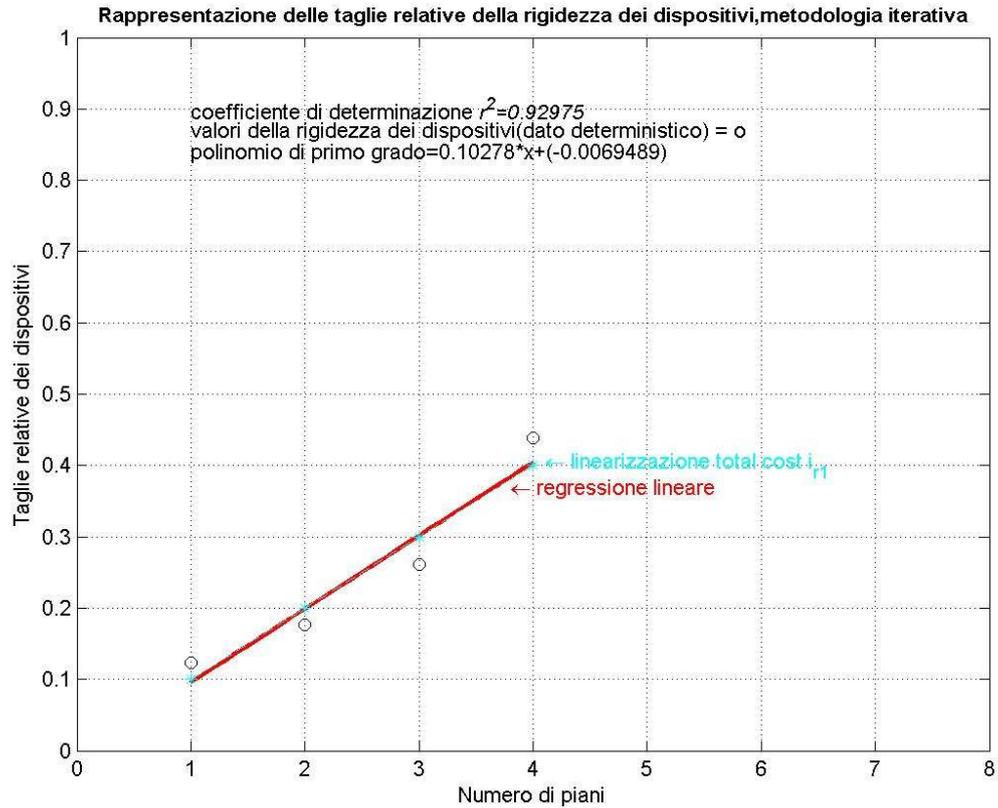


Figura 2.52

Struttura 5 gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.0856	0.067	0.067
2	0.1261	0.133	0.133
3	0.1793	0.2	0.2
4	0.2558	0.266	0.266
5	0.3540	0.33	0.33
Coefficiente r^2		0.97	0.96

Tabella 2. 23

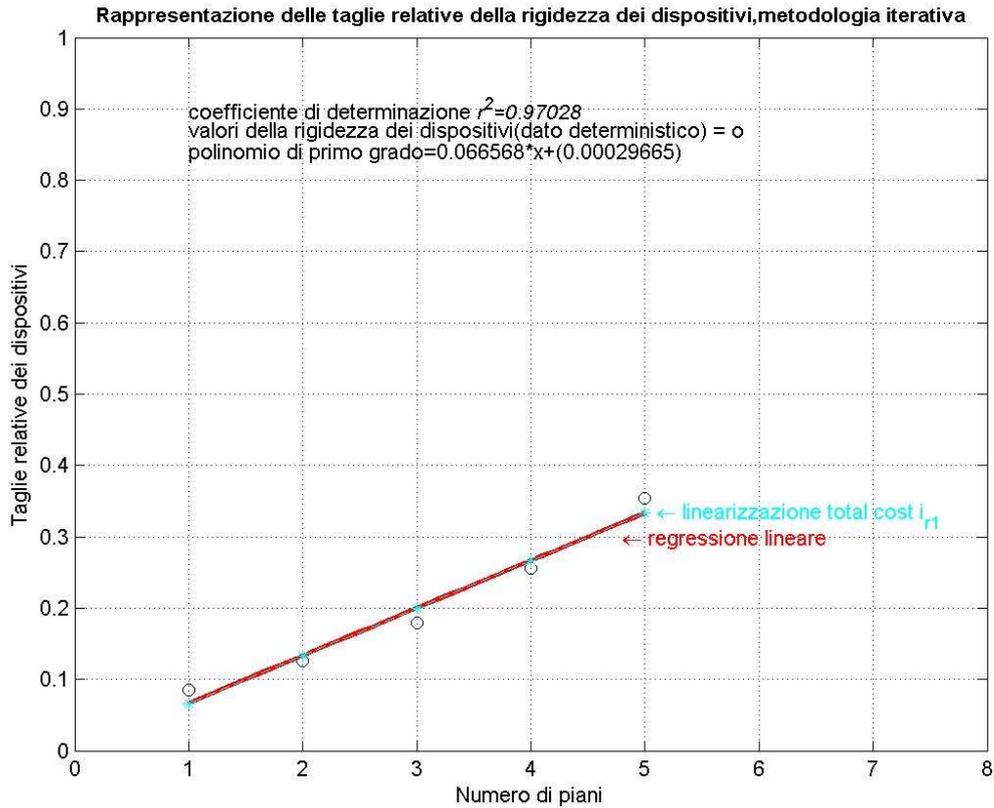


Figura 2.53

Struttura 6 gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.0681	0.0542	0.0476
2	0.0982	0.0992	0.0952
3	0.1313	0.1442	0.1429
4	0.1767	0.1891	0.1905
5	0.2319	0.2341	0.2381
6	0.2935	0.2791	0.2857
Coefficiente r^2		0.98	0.976

Tabella 2. 24

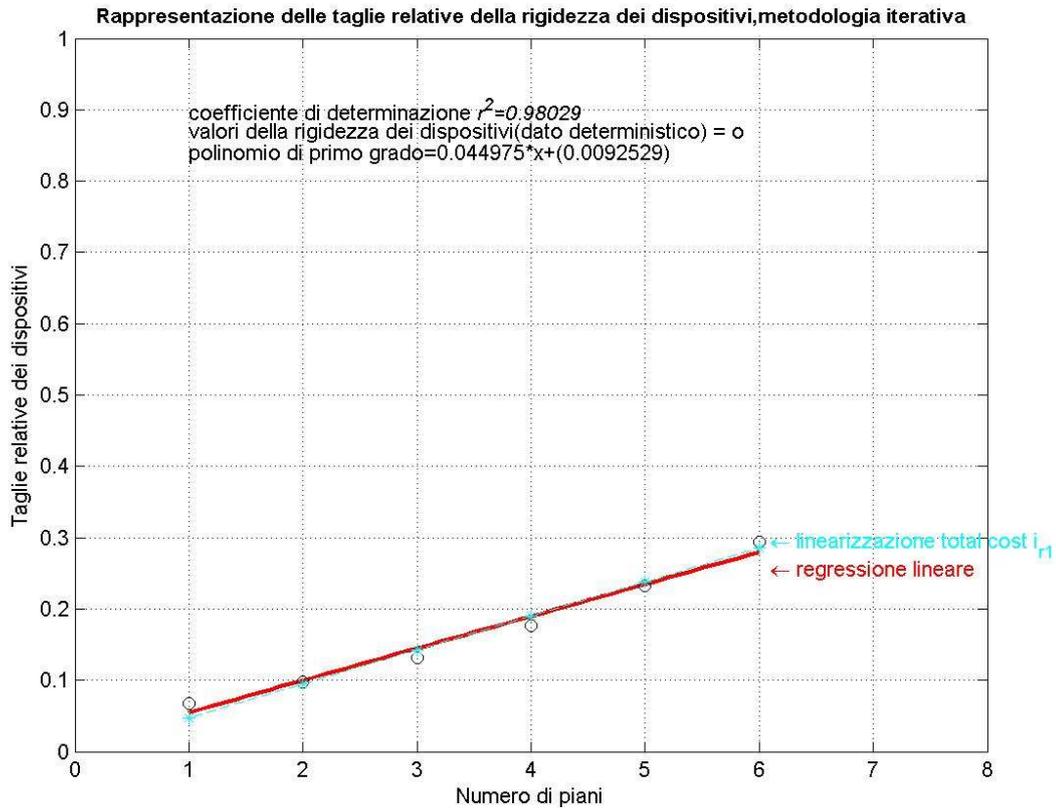


Figura 2.54

2.7.2.2.3.1.2 Regressione sulle $n-1$ misurazioni, linearizzazioni effettuate sulla base della serie numerica $S(n-1)$

Struttura a 2-gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.34	0.34	0.33
2	0.66	0.66	0.67
Coefficiente r^2		1	0

Tabella 2. 25

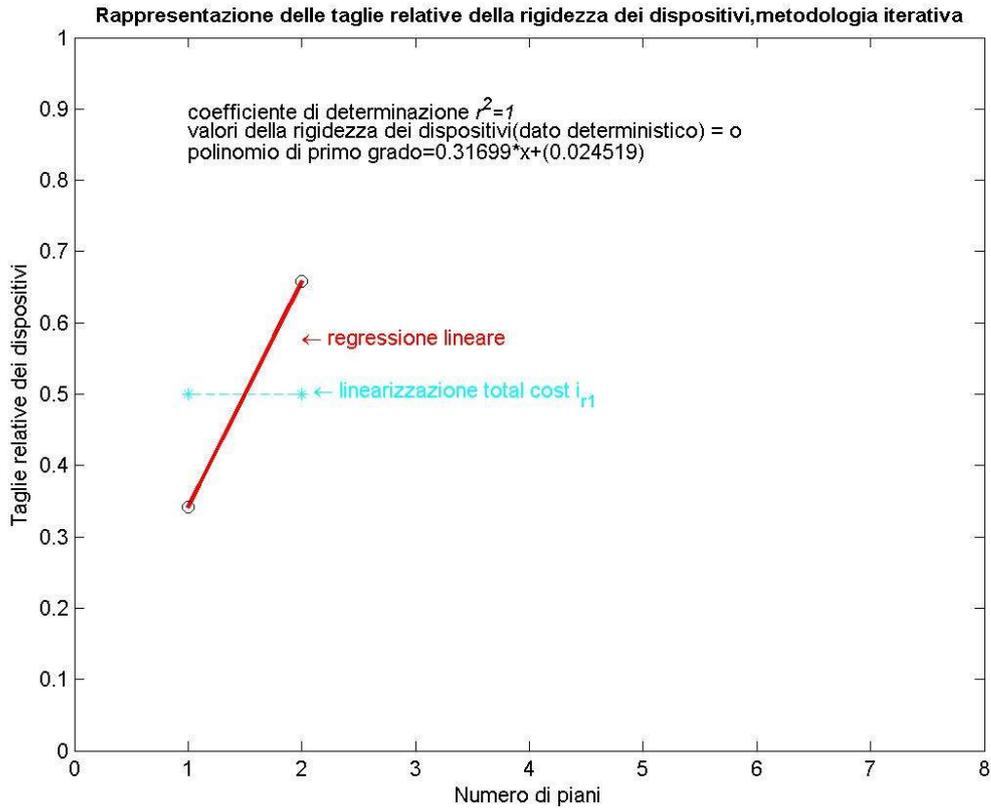


Figura 2.55

Struttura 3-gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.1961	0.3062	0.25
2	0.2965	0.3062	0.25
3	0.508	0.5226	0.50
Coefficiente r^2		1	0.89

Tabella 2. 26

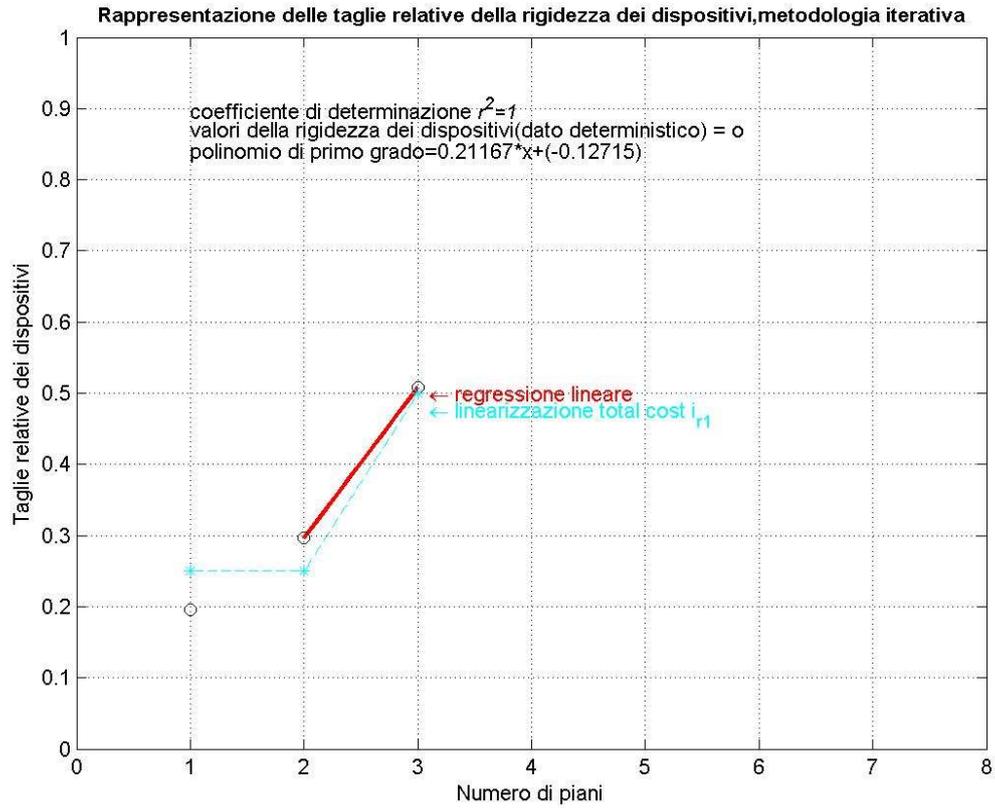


Figura 2.56

Struttura 4-gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.122	0.1617	0.1429
2	0.178	0.1617	0.1429
3	0.261	0.2922	0.2857
4	0.439	0.4226	0.4286
Coefficiente r^2		0.959	0.958

Tabella 2. 27

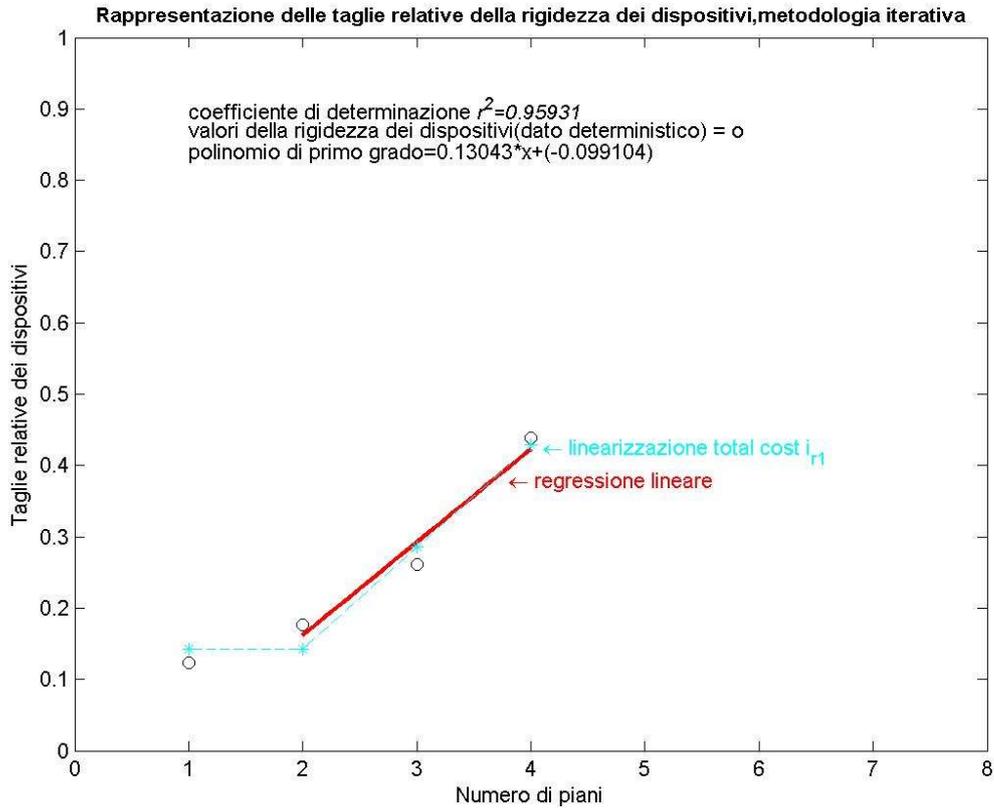


Figura 2.57

Struttura 5-gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.0856	0.1148	0.091
2	0.1261	0.1148	0.091
3	0.1793	0.1907	0.182
4	0.2558	0.2666	0.273
5	0.3540	0.3425	0.364
Coefficiente r^2		0.98	0.96

Tabella 2. 28

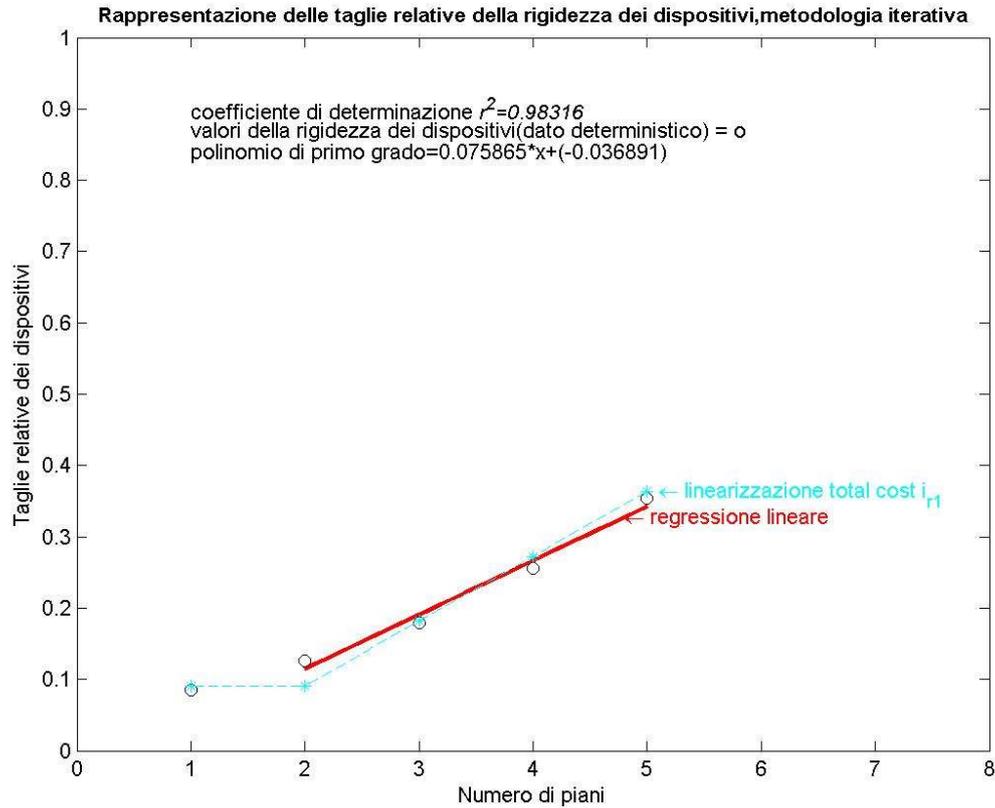


Figura 2.58

Struttura 6-gdl

Metodologia ISSPS

Indice di piano	Taglia rel. effettiva	$\rho_{reg.}$	$\rho_{lin.}$
1	0.0681	0.0882	0.0625
2	0.0982	0.0882	0.0625
3	0.1313	0.1373	0.1250
4	0.1767	0.1864	0.1875
5	0.2319	0.2335	0.2500
6	0.2935	0.2846	0.3125
Coefficiente r^2		0.987	0.94

Tabella 2. 29

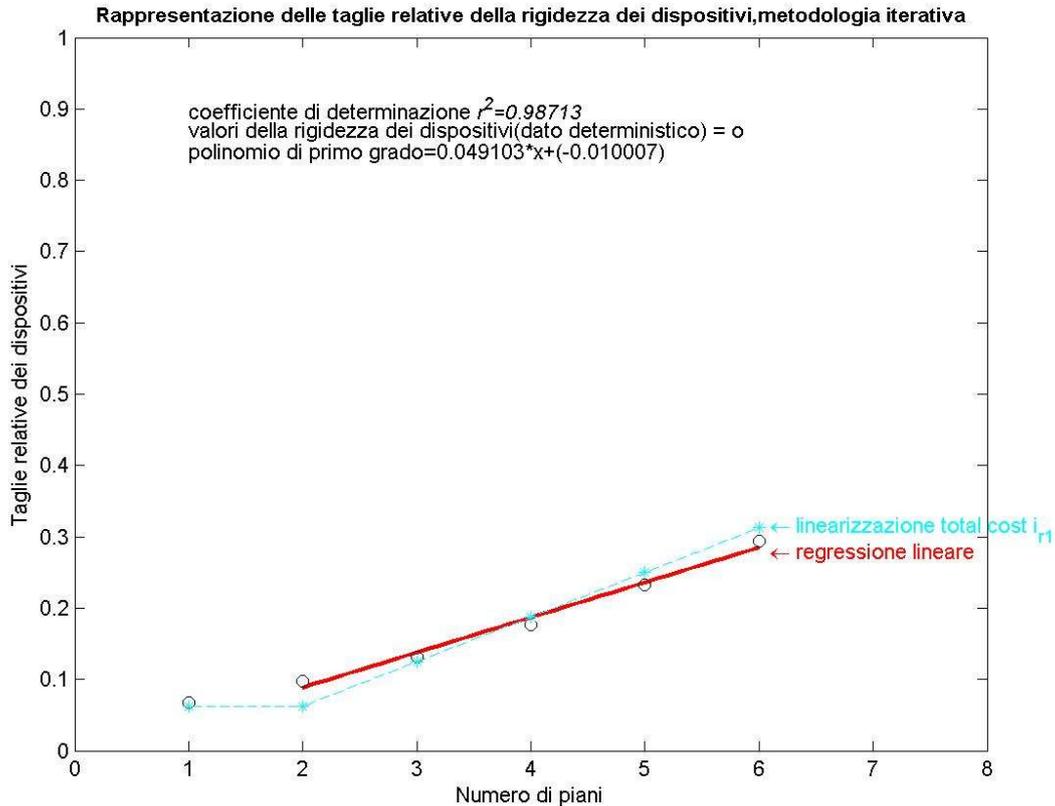


Figura 2.59

A conclusione dei risultati rappresentati, si rileva che, avendo a disposizione un valore di rigidezza dei dispositivi totale, è possibile distribuire tale valore, con buona approssimazione, mediante un polinomio di primo grado, avente un andamento monotono crescente al variare del numero dei piani numerati in modo crescente dall'alto verso il basso.

2.7.2.3 Linearizzazione dei risultati mediante gli algoritmi genetici

Un'ulteriore indagine è stata svolta mettendo a confronto le entità delle rigidezze dei dispositivi ottenute mediante lo sviluppo della metodologia iterativa e della metodologia che fa capo agli algoritmi genetici.

Quest'ultima analisi ha come fattore comune il valore totale della rigidezza dei dispositivi, e per quanto riguarda lo sviluppo tramite algoritmi genetici, si è ottimizzata soltanto la taglia dei dispositivi.

Tale ottimizzazione, parziale rispetto a quella effettuata in precedenza, (in cui si trattava il problema in modo generale; ovvero si pensava ad ottimizzazione la taglia dei dispositivi e

la posizione di essi) è dovuta alla volontà di confrontare grandezze comparabili; ovvero, in tal caso, si adottano due metodologie differenti volte a valutare la taglia dei dispositivi e non la loro posizione, avendo attribuito la stessa a priori.

Quindi, in conclusione, si precisa che gli algoritmi genetici sono stati applicati a strutture aventi i dispositivi posti tra piano e nucleo di controventamento.

Come riportato in precedenza, nelle tabelle seguenti, sono rappresentati i valori delle taglie relative delle rigidezze per una struttura a n piani, aventi dispositivi posizionati tra piano e nucleo di controventamento. I valori sono da intendersi moltiplicati per 10^7 , l'unità di misura in cui sono espressi è N/m

	2-DOF					3-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	21,15	0,00	29,72	14,53	17,21	2,21	0,00	3,16	0,00	1,97	k1
k2	11,10	32,70	2,97	18,17	15,49	1,29	0,00	1,19	1,74	1,78	k2
k3						0,85	4,35	0,00	2,61	0,59	k3

Tabella 2. 30

	4-DOF					5-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	3,16	0,00	4,80	0,00	2,40	3,93	0,00	6,94	0,00	3,17	k1
k2	1,88	0,00	1,80	1,80	1,87	2,84	0,00	2,75	2,10	2,22	k2
k3	1,28	0,00	0,60	2,70	1,87	1,99	0,00	1,39	3,00	1,90	k3
k4	0,89	7,20	0,00	2,70	1,07	1,40	2,47	0,00	3,00	2,22	k4
k5						0,95	8,63	0,00	3,00	1,58	k5

Tabella 2. 31

	6-DOF					
	FD	GIO1	GIO2	GIO3	GIO4	
k1	4,78	0,00	9,78	0,00	3,26	k1
k2	3,78	0,00	4,35	2,93	2,90	k2
k3	2,88	0,00	1,09	3,34	2,54	k3
k4	2,15	1,63	1,09	3,34	2,54	k4
k5	1,61	3,26	0,00	3,34	2,90	k5
k6	1,11	11,41	0,00	3,34	2,17	k6

Tabella 2. 32

Dati questi valori di rigidezza, si è effettuata la regressione lineare confrontando la metodologia iterativa con il sistema ottimale identificato dal GA atto a minimizzare un particolare indice; si è scelto, pertanto, di confrontare la metodologia iterativa con il sistema che minimizza l'indice I_4 , l'indice di controllo degli spostamenti d'interpiano. risultati, che verranno esposti di seguito, confrontano l'andamento della regressione lineare fatta su n misurazioni e l'andamento della taglia relativa ottenuto tramite GA.

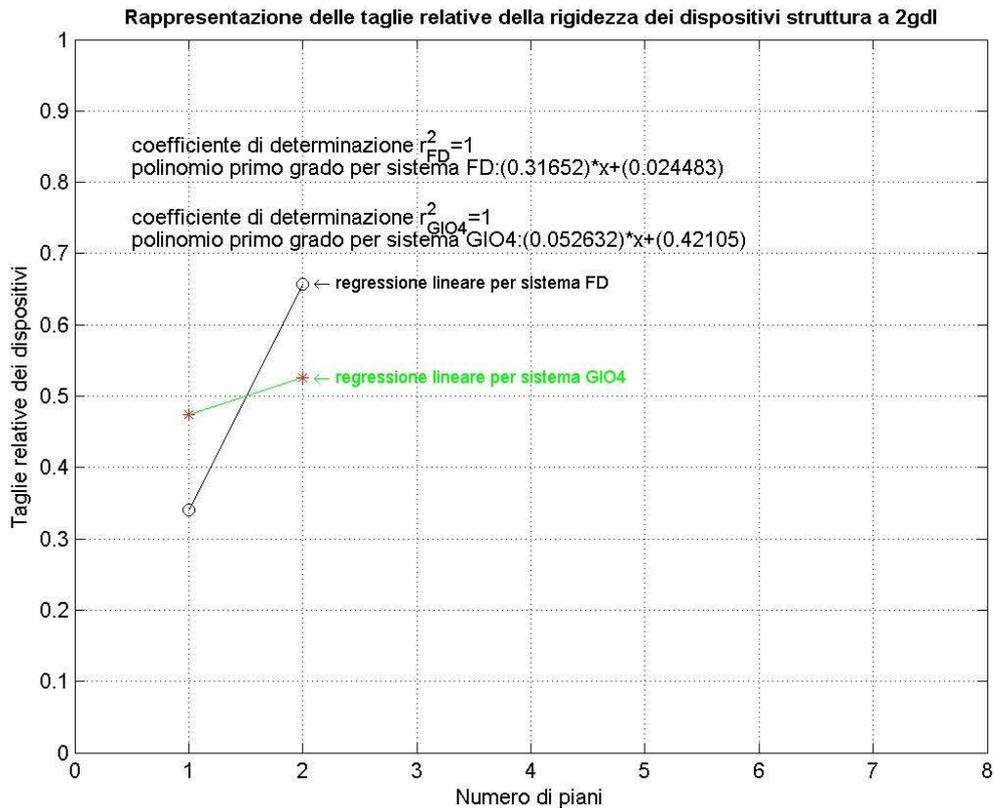


Figura 2.60

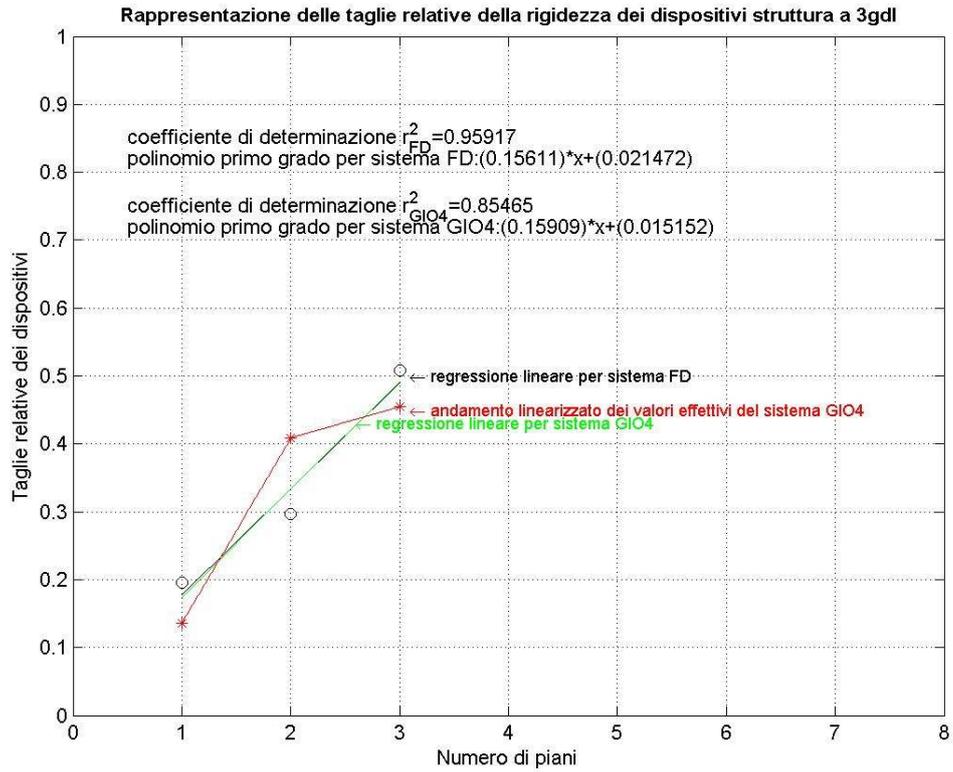


Figura 2.61

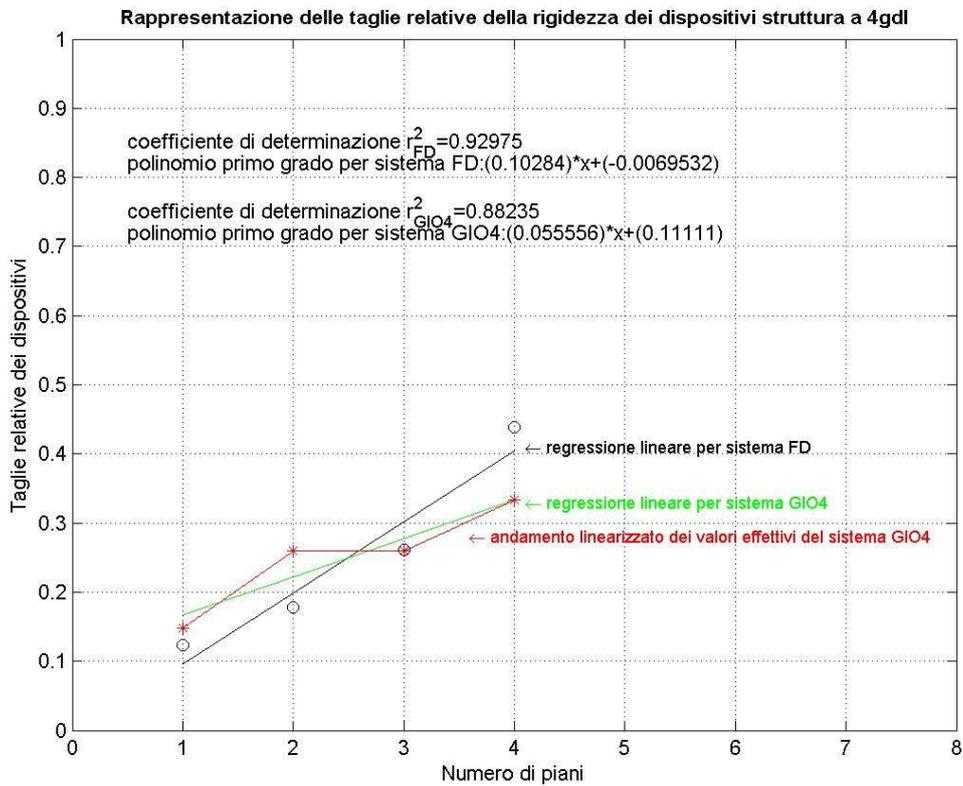


Figura 2.62

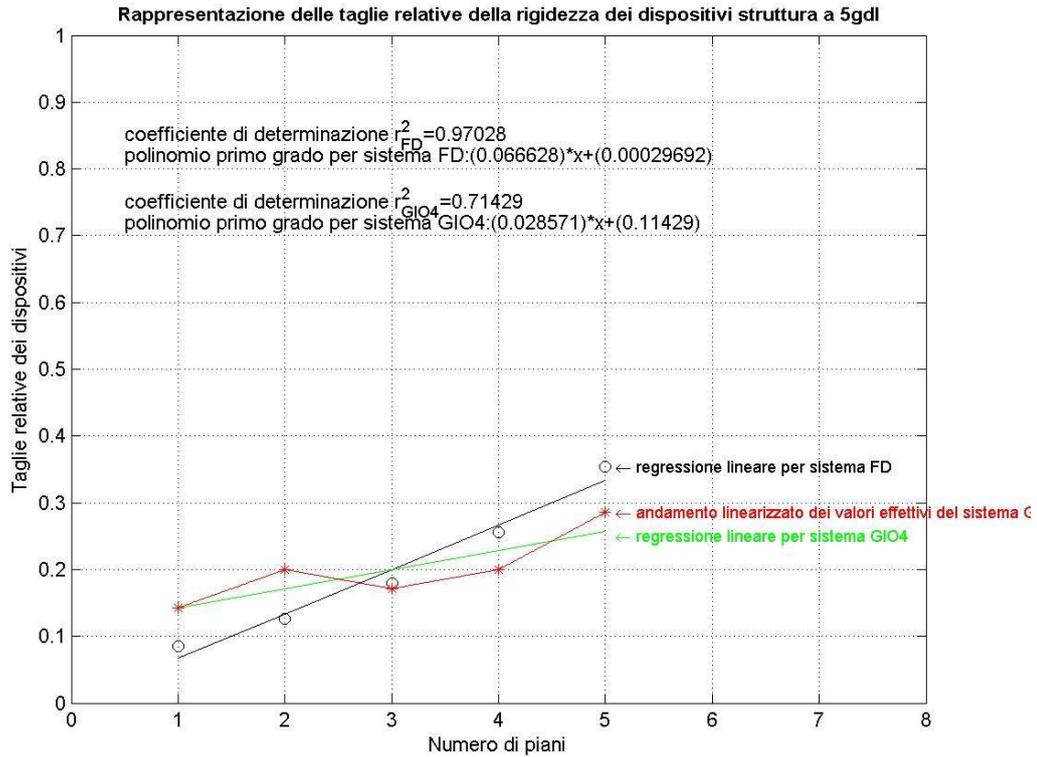


Figura 2.63

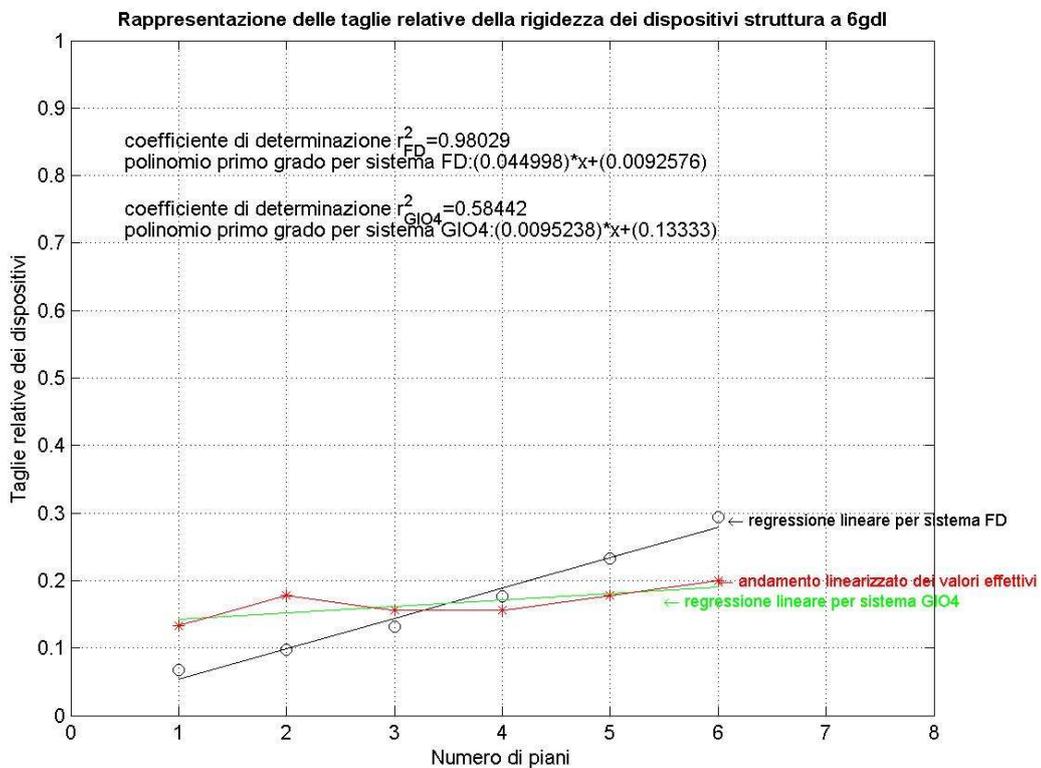


Figura 2.64

In tabella sono riportati i coefficienti relativi; indici che moltiplicati per la rigidezza totale dei dispositivi danno la distribuzione delle stesse lungo l'altezza dell'edificio.

STRUTTURA		Indici di distribuzione	
		Linearizzazione su n misurazioni	Linearizzazione su n-1 misurazioni
2 PIANI		n tot = 3	n tot = 2
	1°	2/3	2/2
	2°	1/3	2/2
3 PIANI		n tot = 6	n tot = 4
	1°	3/6	3/4
	2°	2/6	2/4
	3°	1/6	2/4
4 PIANI		n tot = 10	n tot = 7
	1°	4/10	4/7
	2°	3/10	3/7
	3°	2/10	2/7
	4°	1/10	2/7
5 PIANI		n tot = 15	n tot = 11
	1°	5/15	5/11
	2°	4/15	4/11
	3°	3/15	3/11
	4°	2/15	2/11
	5°	1/15	2/11
6 PIANI		n tot = 21	n tot = 16
	1°	6/21	6/16
	2°	5/21	5/16
	3°	4/21	4/16
	4°	3/21	3/16
	5°	2/21	2/16
	6°	1/21	2/16

Tabella 2. 33 Riassunto degli indici relativi

2.8 Conclusione

La disanima della ricerca della miglior metodologia atta a soddisfare gli obiettivi preposti in precedenza ha condotto a ripartire un valore della totalità delle rigidezze dei dispositivi.

In modo lineare lungo l'altezza della struttura.

In particolare:

- si è indagato in che modo i dispositivi interagissero con la struttura “nuda” per raggiungere l'obiettivo conservativo imposto dal livello prestazionale “Fully Operational” e l'altro, condizione sugli spostamenti d'interpiano stessi;
- si è stabilita la metodologia che raggiungesse nel miglior modo possibile gli obiettivi, coniugando la caratteristica di semplicità e velocità di calcolo
- il criterio di distribuzione delle rigidezze dei dispositivi è stato ideato sulla base di osservazioni della metodologia scelta.

Si è dimostrato che, tramite il coefficiente di determinazione, le linearizzazioni così pensate approssimano meglio i dati deterministici che non la regressione lineare stessa.

Pertanto, si può concludere che la rigidezza del tratto iniziale di ciascun dispositivo per ogni tipo di struttura analizzata verrà espressa secondo le due tipologie di distribuzione trovate, di cui si riportano le espressioni degli indici relativi:

- *distribuzione effettuata su n misurazioni*

$$i_{r,2} = \frac{i}{S(n)} \quad 2.121$$
$$S(n) = \sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

- *distribuzione effettuata su n-1 misurazioni*

$$i_{r,1} = \frac{i}{S(n-1)+1} \quad 2.122$$
$$S(n-1) = \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1) \cdot (n)}{2}$$

3. Determinazione della rigidità totale dei dispositivi

3.0 Introduzione

In questa sezione, si vuole identificare una formula per la determinazione della rigidità totale dei dispositivi, ovvero il valore caratterizzante la grandezza da distribuire lungo l'altezza dell'edificio nel modo precedentemente esplicitato.

Nella prima parte, si espone il metodo per ricavare la rigidità totale sulla base dello spostamento d'interpiano del primo modo di vibrare derivante dall'analisi modale a spettro di risposta.

Lo scopo è quello di trovare un trend di valori su cui il valore della rigidità totale al variare del numero di piani della struttura e del periodo delle stesse si assesta.

Si rileva che l'indagine parametrica è molto onerosa dal punto di vista computazionale e un risultato di questo tipo è stato trovato per strutture a due piani.

Nella seconda parte, si presentano due criteri semplici che permettono di raggiungere lo scopo con facilità e immediatezza.

Il primo calcola la rigidità totale in relazione al comportamento della struttura senza dispositivi e sottoposta a sisma di intensità frequente.

Il secondo calcola la rigidità totale considerando la struttura + dispositivi come unione di due casi limite: struttura solo con dispositivi e struttura senza dispositivi; esso è fondato sulla teoria esplicitata nella prima parte, ma schematizzata attraverso i suoi punti limite.

3.1 Analisi modale a spettro di risposta parametrica.

3.1.1 Trattazione matematica

Nella definizione del problema si esplicitano le grandezze note, quelle incognite e i parametri.

Grandezze note:

Massa di piano

Forza sismica

Distribuzione delle rigidità dei dispositivi lungo l'altezza

Grandezze incognite:

Rigidità totale del dispositivo, o rigidità dei dispositivi ad ogni piano (incognita utilizzata per il sistema a due gradi di libertà).

Parametro variabile

Rigidità dei pilastri

Il metodo risolutivo che s'intende seguire è basato sullo svolgimento di un'analisi modale in funzione del parametro e dell'incognita, di cui sopra.

Successivamente, ricavato il vettore di spostamento d'interpiano della struttura si impone che esso sia minore o al più uguale allo spostamento d'interpiano obiettivo.

Ovviamente, si tratta di risolvere un sistema di equazioni irrazionali, in funzione di due parametri; per questa ragione, la trattazione specifica e dettagliata per cui si arriva ad una soluzione matematica è esposta solo per una struttura a due gradi di libertà.

3.1.2 Passi del procedimento

Si impone il procedimento come segue:

1. definizione delle matrici di rigidità e delle masse
2. problema agli autovalori
3. passaggio allo spazio modale

4. imposizione dello spostamento massimo spettrale (funzione dell'intensità della forza sismica)
5. ritorno allo spazio fisico
6. imposizione dello spostamento obiettivo

3.1.2.1 Passi del procedimento in formule

definizione della matrice delle masse e delle rigidzze

matrice delle rigidzze:

k_c = rigidzze di piano

k_{dtot} = rigidzza totale del dispositivo

α_i = coefficiente di distribuzione delle rigidzze

$$k = \begin{bmatrix} 2*k_c + kd_1 & -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_c & 2*k_c + kd_2 & -k_c & & & & \\ 0 & -k_c & 2*k_c + \alpha_3 kd_{tot} & -k_c & & & \\ 0 & \dots & -k_c & 2*k_c + \alpha_4 kd_{tot} & & & \\ 0 & & & & \dots & & \\ 0 & & & & & \dots & -k_c \\ 0 & \dots & & & & -k_c & k_c + \alpha_n kd_{tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2*k_c + \alpha_1 kd_{tot} & -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_c & 2*k_c + \alpha_2 kd_{tot} & -k_c & & & & \\ 0 & -k_c & 2*k_c + kd_3 & -k_c & & & \\ 0 & \dots & -k_c & 2*k_c + kd_4 & & & \\ 0 & & & & \dots & & \\ 0 & & & & & \dots & -k_c \\ 0 & \dots & & & & -k_c & k_c + kd_n \end{bmatrix}$$

3. 1

matrice delle masse:

m_i = massa di piano

$$m = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & m_i & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & m_i & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m_i & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & m_i & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & m_i \end{bmatrix}$$

3. 2

Problema agli autovalori

$$\begin{aligned}(k - m \cdot I \cdot \omega^2) \cdot \varphi &= 0 \\ (m^{-1} \cdot k - I \cdot \omega^2) \cdot \varphi &= 0 \\ (A - I \cdot \omega^2) \cdot \varphi &= 0\end{aligned}\tag{3.3}$$

autovettori $\rightarrow \omega_i^2 \rightarrow \text{pulsazioni} \rightarrow \sqrt{\omega_i^2(kd_{tot})}$

autovalori \rightarrow matricemodale $\rightarrow \varphi(kd_{tot}) = \begin{bmatrix} \varphi^1 & \varphi^2 & \dots & \varphi^n \end{bmatrix} \rightarrow$ autovettoremodo $\rightarrow \varphi^i \rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{1,i} \\ \varphi_{2,i} \\ \varphi_{3,i} \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{n,i} \end{bmatrix}$$

Spazio modale e fattore di partecipazione del primo modo

Matrici modali

$$\begin{aligned}K &= \varphi^t \cdot k \cdot \varphi \\ M &= \varphi^t \cdot m \cdot \varphi\end{aligned}\tag{3.4}$$

Vettore di trascinamento

$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}\tag{3.5}$$

Fattore di partecipazione

$$\Gamma_n(kd_{tot}) = \frac{\varphi_n^t \cdot m \cdot R}{M_n}\tag{3.6}$$

Imposizione dello spostamento massimo spettrale

$$\begin{aligned}D_n(kd_{tot}) &= \frac{S_a}{\omega_n^2(kd_{tot})} \\ D_n(kd_{tot}) &= \frac{\alpha_v \cdot PGV}{2\pi} \cdot T_n(kd_{tot}) = \frac{1.74 \cdot 0.20(m/s)}{2\pi} \cdot T_n(kd_{tot}) \\ q_n(kd_{tot}) &= \Gamma_n(kd_{tot}) D_n(kd_{tot})\end{aligned}\tag{3.7}$$

ritorno allo spazio fisico

$$u_n(kd_{tot}) = \varphi_n \cdot q_n \quad 3.8$$

imposizione del spostamento obiettivo

$$u_n = \delta_{FO} \quad 3.9$$

Il punto sei consiste nell'imporre che lo spostamento del primo piano relativo alla prima forma modale sia al più uguale allo spostamento obiettivo, più precisamente si è imposto che la risoluzione del problema è data dallo spostamento d'interpiano in funzione della rigidezza totale massimo imposto uguale allo spostamento obiettivo.

Questo approccio è stato applicato ad una struttura a due gradi di libertà. I risultati sono riportati in Appendice II.

3.2 Criteri semplificati

Da un punto di vista computazionale, il metodo sopra esposto è molto oneroso e per un sistema per gradi di libertà maggiore di tre, il problema non si risolve in forma chiusa.

Occorrerebbe effettuare un'analisi parametrica per vedere statisticamente quale sia il valore mediano tra tutti i valori.

In questo paragrafo, si visualizzano due criteri più semplici e basati su ragionamenti intuitivi, ma che vedono anche la presenza di formulazioni matematiche.

- Il primo criterio trova il suo punto di partenza nella struttura progettata per resistere ai soli carichi verticali; la sua formulazione prosegue imponendo il soddisfacimento dell'obiettivo prestazionale *Fully Operational*, che impone il limite allo spostamento d'interpiano o dello spostamento elastico di piano, qualora esso sia minore del primo. Infatti, si attende che la struttura così pensata non sia in grado di soddisfare a priori tale obiettivo, il cui raggiungimento viene imposto mediante l'aggiunta dei dispositivi presi in esame.
- Il secondo criterio è l'unione di due diversi modi di concepire la struttura + dispositivi. In questo caso, si ragiona per casi limite:

- il primo trascura la presenza della rigidità di piano della struttura, quindi la si concepisce come una serie di n oscillatori semplici (in cui n è il numero dei piani della struttura nonché dei gradi di libertà), avente per massa, la massa di piano i -esimo e per rigidità, la rigidità di un singolo dispositivo, relativo al piano i -esimo;
- il secondo trascura la presenza dei dispositivi e riprende la formulazione della pulsazione del primo modo di vibrare, in funzione del numero di piani e della frequenza ω_0 . Tale concezione si avvale dei risultati ottenuti nella tesi di dottorato del Dott. Ing. Silvestri “*Optimal Insertion of viscous damper in shear – type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system*” (Università di Bologna 2002-2003).

Dei due risultati ottenuti con le procedure espresse nell’elenco al punto 2, si fa una media aritmetica; questa operazione è giustificata dal fatto che il comportamento globale della struttura + dispositivi è intermedio tra i due casi limite. Questo secondo criterio è una semplificazione della formulazione iniziale della rigidità totale, che richiedeva analisi agli autovalori troppo onerose dal punto di vista computazionale.

3.2.1 Primo criterio

3.2.1.1 Primo criterio a parole

Il primo criterio è stato applicato su una struttura reale. Si sono eseguiti i seguenti passi:

1. Progettazione della struttura ai carichi verticali
2. Verifica del raggiungimento dell’obiettivo imposto dal livello prestazionale *Fully Operational* ($d \leq \min(d_{FO}=0.005h, d_{el})$), mediante sottoposizione della struttura ad analisi modale a spettro di risposta considerando lo forma spettrale per livello di intensità sismica, “*terremoto frequente*”.
3. Applicazione del criterio 1, introducendo dei dispositivi aggiuntivi del tipo Fixed Point , la cui rigidità iniziale è parte di quella totale ricavata come espresso di seguito, qualora il punto due non sia verificato.

Si precisa l’uguaglianza del punto 2.

E' possibile che l'obiettivo imposto dal livello prestazionale *Fully Operational* non dia il limite superiore in assoluto. Infatti, se il limite elastico della struttura è inferiore del limite d_{FO} , allora, al fine di preservare la struttura in campo elastico sotto un evento d'intensità sismica frequente, il limite superiore sarà imposto dalle caratteristiche elastiche della struttura stessa.

3.2.1.2 Primo criterio in formule

Quanto detto viene esplicitato in formule:

$$kd_{piano,new} = kp_{piano,old} \cdot \max\left(\frac{\max(id)_{piano}}{d_{FO}}, \frac{\max(id)_{piano}}{d_{el}}\right) \quad 3.10$$

In cui :

$kd_{piano,new}$ è la nuova rigidità da attribuire al piano che ha presentato maggiore spostamento (per struttura shear - type il primo piano), tale per cui la struttura possa soddisfare il punto due dell'elenco.

$kp_{piano,old}$ è la rigidità di piano della struttura, quella che non soddisfa da sola l'obiettivo prestazionale imposto.

$\max(id)_{piano}$ è lo spostamento massimo del piano i-esimo che la struttura ha presentato quando sottoposta ad analisi a spettro di risposta.

d_{FO} è lo spostamento prestazionale imposto

d_{el} è lo spostamento elastico della struttura.

La rigidità totale sarà, poi, calcolata in base alla distribuzione precedentemente trovata, in particolare saranno investigate due strade:

Rigidezza totale ricavata a partire dalla prima tipologia di distribuzione

$$k_{tot1} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n i} \cdot kd_{piano,new} \quad 3.11$$

$i = 1, 2, \dots, n$

Rigidezza totale ricavata a partire dalla seconda tipologia di distribuzione

$$k_{tot1} = \frac{n-1}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1} \cdot kd_{piano,new} \quad 3.12$$

$i = 1, 2, \dots, n$

3.2.1.3 Primo criterio in numeri

3.2.1.3.1 Descrizione struttura

La struttura che si prende in considerazione è una struttura in acciaio, a 5 piani, con maglia strutturale 6m x 5m, sita a L'Aquila, destinata a civile abitazione. Essa presenta una pianta rettangolare di 36x15m e un'altezza totale pari a 17.5m.

Si nota che la struttura presenta un'uguale rigidezza in entrambe le direzioni perché i pilastri sono orditi metà in una direzione e metà nell'altra.

3.2.1.3.2 Norme tecniche di riferimento

Le norme tecniche di riferimento sono:

D.M del 14-01-2008;

CNR 10011.

3.2.1.3.3 Materiali utilizzati

La struttura è in acciaio, tipo S275, le cui caratteristiche meccaniche (cfr. *tabella 11.3.IX del D.M. 08*) sono:

Tensione caratteristica a rottura: $f_{tk} = 430 \text{ N/mm}^2$

Tensione caratteristica a snervamento: $f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$

Modulo di elasticità normale: $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

Come riportato nel paragrafo 4.2.4.1.1 del D.M. 08, la resistenza di progetto dell'acciaio è definita attraverso la seguente relazione:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Tensione di snervamento di progetto:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{f_{yk}}{1.05} = 262 \text{ N/mm}^2$$
$$f_{yd} = 262 \text{ N/mm}^2 = 2670 \text{ kg/cm}^2$$

In cui il coefficiente riduttivo della resistenza caratteristica, γ_{M0} , si assume pari a 1.05 (cfr. Tabella 4.2.V del D.M.08).

3.2.1.3.4 Analisi dei carichi

In seguito si procederà ad un'analisi dei carichi più dettagliata, in tal sede si assume che il valore del peso di piano per unità di superficie sia di circa 0.9 t/m^2 .

Si ottiene, quindi un peso di piano pari a :

$$W_{\text{piano}} = 0.9 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \cdot 15\text{m} \cdot 36\text{m} = 486\text{t} \approx 500\text{t} \quad 3.13$$

Il peso totale dell'edificio è:

$$W_{\text{tot}} = 0.9 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \cdot 15\text{m} \cdot 36\text{m} \cdot 5 = 2430\text{t} \approx 2500\text{t} \quad 3.14$$

La massa totale dell'edificio risulta essere:

$$m_{\text{tot}} = \frac{W_{\text{tot}}}{g} = \frac{2500\text{t}}{10\text{m/s}^2} = 250\text{t} \cdot \text{s}^2 / \text{m} \quad 3.15$$

3.2.1.3.5 Azione sismica di riferimento

La struttura è stata sottoposta ad un'analisi modale a spettro di risposta ; la forma spettrale adottata è quella che fa riferimento allo stato limite di operatività del *D.M.14-11-08*.

In via schematica, si riportano i parametri caratteristici per definire la forma spettrale relativa al livello di intensità sismica terremoto frequente.

Probabilità di superamento del periodo di riferimento P_{vr}

$$SLO \rightarrow P_{vr} = 81\%$$

Periodo di ritorno T_r :

$$T_r = -\frac{V_r}{\ln(1-P_{vr})} = -\frac{50}{\ln(1-0.81)} = 30 \text{anni}$$

$$V_r = V_n \cdot C_u$$

$$V_n = 50$$

$$C_u = 1$$

3. 16

Dove V_n è la vita nominale dell'opera (per opere ordinarie è 50 anni), e C_u è il coefficiente relativo alla classe d'uso che prevede normali affollamenti. (Classe d'uso II, $C_u=1$).

Parametri spettrali

Essi sono ricavati in base alle mappe di pericolosità (L'Aquila: lat = 42.365; long=13.396) sismica e in funzione del periodo di ritorno dell'evento sismico(*Allegato B del D.M. 14-11-2008*).

SLO: T_r 50 anni

$$a_g = 0.1038g$$

$$F_0 = 2.33$$

$$T_c^* = 0.28 \text{sec}$$

In cui a_g è l'accelerazione orizzontale massima al sito, F_0 è il valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale, T_c^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

Caratteristiche del sito

Al fine di caratterizzare l'azione sismica di progetto, si rende necessario valutare l'effetto della risposta sismica locale, che grazie alla normativa (*par.3.2.2*), viene trattata in modo semplificato individuando le categorie di sottosuolo (*Tab. 3.2.II*) e le condizioni topografiche di riferimento (*Tab. 3.2.IV*).

Categoria del sottosuolo C (Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fine mediamente consistenti).

Coefficiente di amplificazione stratigrafica: S_s

$$S_s = 1.00 \leq 1.70 - 0.60 F_0 \frac{a_g}{g} \leq 1.50$$

SLO

$$a_g = 0.1038g$$

$$F_0 = 2.33$$

$$S_s = 1.55 \leq 1.50$$

3.17

Si considera $S_s = 1.50$.

Condizione topografica di riferimento:

T1 (superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $\leq 15^\circ$)

Coefficiente di amplificazione stratigrafica:

$$S_T = 1.$$

Formule per spettro di risposta elastico in accelerazioni delle componenti orizzontali (*par.3.2.3.2.1 del D.M.08*)

Si definisce in base alle seguenti espressioni:

$$0 \leq T \leq T_B$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

$$T_C \leq T \leq T_D$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T$$

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

Definizione dei parametri dello spettro:

$a_g = 0.1039g$ accelerazione orizzontale massima al sito

$F_0=2.33$ valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale

$S = S_S S_T=1.50$ coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche

$T_c=C_c*T_c^*=1.598*0.28=0.447\text{sec}$ è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro

C_c è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo, definito nella *tabella 3.2.V*, in relazione al valore di T_c^* ; per la categoria di sottosuolo C:

$$C_c = 1.05(T_c^*)^{-0.33}=1.598$$

T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante

$$T_B= T_c/3=0.149\text{sec}$$

T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro a spostamento costante

$$T_D= 4.0a_g/g + 1.6= 2.05\text{sec}$$

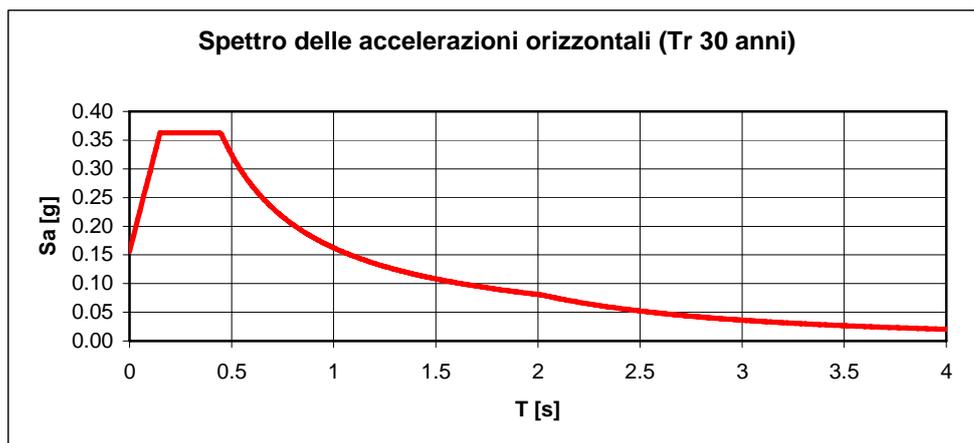


Figura 3.1 Spettro di risposta elastico delle accelerazioni orizzontali, adimensionalizzato, caratterizzato da un valore della PGA corrispondente ad un tempo di ritorno di 30 anni, o, in modo equivalente, corrispondente a una probabilità di superamento dell'81% in un tempo di riferimento pari a 50 anni, considerando un coefficiente di smorzamento pari al 5% calcolato scendo il D.M.08.

3.2.1.3.6 Progettazione della trave

3.2.1.3.6.1 Dimensionamento

Il dimensionamento della trave viene fatto sulla base della verifica di deformabilità della trave stessa; tale verifica è quella più gravosa per le travi in acciaio. La verifica di deformabilità della trave impone che:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} \leq \frac{l}{500} \quad 3.18$$

dove:

l è la luce della trave (6m);

E è il modulo di elasticità dell'acciaio: $E = 2100000 \left[\frac{kg}{cm^2} \right]$

J è il momento d'inerzia della sezione della trave;

l/500 è il limite di deformabilità per una trave portante principale: $\frac{l}{500} = \frac{600[cm]}{500} = 1.2$

q è il carico uniformemente distribuito, calcolato considerando come peso di piano per unità di superficie $p = 0.9t/m^2$: $q = p \cdot i = 0.9[t/m^2] \cdot 5[m^2] = 4.5t$

Sostituendo il valore all'espressione 3.18, e risolvendola con il segno di uguaglianza, in funzione di J, si ottiene il valore:

$$J = 30133.93cm^4$$

Pertanto si sceglie una trave che abbia un momento d'inerzia $J \geq 30133.93cm^4$

Dal profilario, si sceglie un HEB340, aventi le seguenti caratteristiche (tabella n° 3.1)

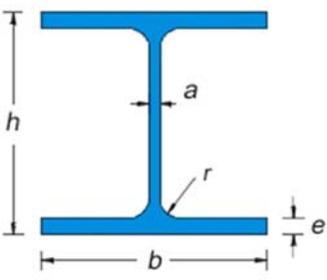
	b = 300mm	$J_x = 36660 \text{ cm}^4$
	h = 340mm	$J_y = 9690 \text{ cm}^4$
	a = 12mm	$W_x = 2156 \text{ cm}^3$
	e = 21,5mm	$W_y = 646 \text{ cm}^3$
	r = 27mm	$r_x = 14,65 \text{ cm}$
	peso = 134 kg/m	$r_y = 7,53 \text{ cm}$
	A = 170,9cm ²	

Tabella 3. 1 Caratteristiche della trave

3.2.1.3.6.2 Verifica di resistenza della trave

Il momento massimo nella mezzera della trave generica vale:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} \quad 3.19$$

dove :

l: è la luce della trave (6m);

q: è il carico uniformemente distribuito, calcolato considerando come valore dipeso per piano il valore di 0.9 t/m^2 a piano.

Allora il momento massimo nella mezzera della generica trave vale:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{45 \text{ kg/cm} \cdot (600)^2}{8} = 2025000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad 3.20$$

La verifica di resistenza nella trave maggiormente sollecitata (sezione di mezzera) è svolta secondo la *CNR 10011, 6.4*:

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq f_{yd} \quad 3.21$$
$$\sigma = \frac{2025000 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{2156 \text{ cm}^3} = 939 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \leq 2670 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

3.2.1.3.6.3 Verifica di deformabilità della trave

La verifica di deformabilità impone che:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{EJ} \leq \frac{l}{500} \quad 3.22$$
$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{45 [\text{kg/cm}] \cdot 600^4 [\text{cm}^4]}{2100000 [\text{kg/cm}^2] \cdot 36660 [\text{cm}^4]} = 0.98 \text{ cm} \leq \frac{l}{500} = 1.2 \text{ cm}$$

3.2.1.3.7 Progettazione del pilastro

3.2.1.3.7.1 Dimensionamento del pilastro

La progettazione del pilastro viene svolta sulla base della verifica ad instabilità, che risulta essere la più gravosa.

Si considera lo sforzo normale agente sul singolo pilastro:

area d'influenza : $A=5\text{m} \times 6\text{m} = 30 \text{ m}^2$

peso per unità di superficie : $p = 0.9 \text{ t/m}^2$

$N = p A = 135\text{t}$

L'area del pilastro deve essere maggiore dell'area limite ottenuta mediante la seguente formula:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_{yd} \quad 3.23$$

$$A = \frac{135000\text{kg}}{2670\text{kg/cm}^2} = 50.57\text{cm}^2$$

Si sceglie un HEB 220, le cui caratteristiche sono espresse di seguito:

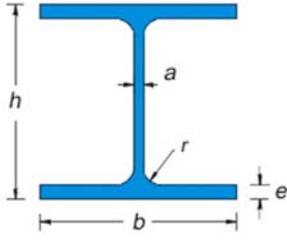
	<table> <tr> <td>$b = 220\text{mm}$</td> <td>$J_x = 8091 \text{ cm}^4$</td> </tr> <tr> <td>$h = 220\text{mm}$</td> <td>$J_y = 2843 \text{ cm}^4$</td> </tr> <tr> <td>$a = 9,5\text{mm}$</td> <td>$W_x = 735,5 \text{ cm}^3$</td> </tr> <tr> <td>$e = 16\text{mm}$</td> <td>$W_y = 258,5 \text{ cm}^3$</td> </tr> <tr> <td>$r = 18\text{mm}$</td> <td>$r_x = 9,43 \text{ cm}$</td> </tr> <tr> <td>peso = $71,5 \text{ kg/m}$</td> <td>$r_y = 5,59 \text{ cm}$</td> </tr> <tr> <td>$A = 91,04\text{cm}^2$</td> <td></td> </tr> </table>	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091 \text{ cm}^4$	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843 \text{ cm}^4$	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5 \text{ cm}^3$	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5 \text{ cm}^3$	$r = 18\text{mm}$	$r_x = 9,43 \text{ cm}$	peso = $71,5 \text{ kg/m}$	$r_y = 5,59 \text{ cm}$	$A = 91,04\text{cm}^2$	
$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091 \text{ cm}^4$														
$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843 \text{ cm}^4$														
$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5 \text{ cm}^3$														
$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5 \text{ cm}^3$														
$r = 18\text{mm}$	$r_x = 9,43 \text{ cm}$														
peso = $71,5 \text{ kg/m}$	$r_y = 5,59 \text{ cm}$														
$A = 91,04\text{cm}^2$															

Tabella 3. 2 Sezione Caratteristica del pilastro

3.2.1.3.7.2 Verifica di stabilità del pilastro

Secondo la *CNR 10011*, 7.2.2.4, la verifica del pilastro, richiede che:

$$\omega \cdot \frac{N}{A} \leq f_{yd} \quad 3.24$$

dove:

N è lo sforzo assiale agente sul pilastro

A è l'area della sezione trasversale del pilastro

f_{yd} è la resistenza di progetto del pilastro

ω è il coefficiente che amplifica il valore dello sforzo assiale nel pilastro, al fine di tenere in conto eventuali problemi di instabilità; il suo valore è ricavabile dalla *CNR 10011* in funzione della snellezza dell'elemento e della sua sezione trasversale.

In un primo momento si considera la snellezza del pilastro in entrambe le direzioni:

$$\begin{aligned} \lambda_y &= \frac{\beta_0 l}{\rho_x} = \frac{0.7 \cdot 350 [cm]}{9.43 [cm]} = 26 \\ \lambda_x &= \frac{\beta_0 l}{\rho_y} = \frac{0.7 \cdot 350 [cm]}{5.59 [cm]} = 43.8 \end{aligned} \quad 3.25$$

La verifica viene effettuata nella condizione più gravosa, ovvero nella direzione in cui il pilastro mostra la massima lunghezza libera d'inflessione ($\lambda_x = 43.8$).

Per un acciaio S275 (indicato con la sigla Fe 340 nella *CNR 10011*), e per una sezione di tipo HEB220 (in cui $\frac{h}{b}=1$), si fa riferimento al *Prospetto 7-IIIc* della *CNR 10011*, e si ha che:

$$\lambda_x = 43.8 \rightarrow \omega = 1.2 \quad 3.26$$

La verifica di stabilità del pilastro risulta soddisfatta:

$$\frac{\omega N}{A} = \frac{1.2 \cdot 135000}{91.04} = 1779 \frac{kg}{cm^2} \leq f_{yd} = 2670 \frac{kg}{cm^2} \quad 3.27$$

Verifica del raggiungimento dell'obiettivo imposto dal livello prestazionale *Fully Operational* ($d_{FO} \leq 0.005h$), mediante sottoposizione della struttura ad analisi modale a spettro di risposta considerando lo forma spettrale per livello di intensità sismica SLD.

3.2.1.3.8 Valori di spostamento d'interpiano della struttura sottoposta ad analisi modale a spettro di risposta.

La struttura così caratterizzata (travi HEB340, pilastri HEB220) è analizzata mediante analisi modale a spettro di risposta; lo spettro è quello relativo allo stato limite di operatività, così come definito dal *D.M. 14-11-08*, le cui caratteristiche sono state indicate nel paragrafo 3.2.1.3.5

Si riportano i risultati degli spostamenti d'interpiano in cm, ordinati dal primo piano all'ultimo.

2.4870891e+000

2.1510378e+000

1.7372972e+000

1.2720491e+000

7.0690407e-001

Il massimo spostamento si riscontra, ovviamente, nel primo piano essendo le rigidzze di piano uguali al variare dei piani e lo spostamento d'interpiano proporzionale al taglio di piano.

Si considera quindi il valore dello spostamento d'interpiano :

$$\max(id)_{piano} = 2.49cm$$

Risulta evidente che il punto due della procedura sopra indicata non è verificato; di conseguenza è d'obbligo il passo successivo, ovvero la necessità di aggiungere elementi di adatti a portare l'azione orizzontale che costituisce l'evento sismico.

3.2.1.3.9 Calcolo dello spostamento d'interpiano.

Si indicano, di seguito, i valori degli spostamenti d'interpiano, che sono i valori limite massimi che la struttura sottoposta a sisma non dovrebbe superare.

3.2.1.3.9.1 Spostamento Fully Operational

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non strutturali. Sia h l'altezza d'interpiano:

$$d_{FO} = 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.50m = 0.0175m = 1.75cm \quad 3.28$$

In via cautelativa si riduce questo limite del 10%, quindi si ha:

$$d_{FO} = 1.75cm \cdot 0.90 = 1.58cm \quad 3.29$$

3.2.1.3.9.2 Spostamento elastico della struttura.

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale che essa rimanga in campo elastico.

Sia il pilastro un HEB 220, le cui caratteristiche sono riportate di seguito, si calcola lo spostamento al limite elastico dello stesso.

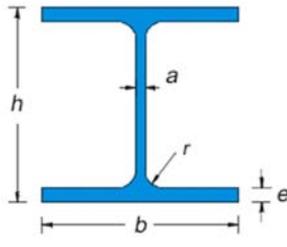
	$b = 220mm$ $h = 220mm$ $a = 9,5mm$ $e = 16mm$ $r = 18mm$ peso = 71,5 kg/m $A = 91,04cm^2$	$J_x = 8091 cm^4$ $J_y = 2843 cm^4$ $W_x = 735,5 cm^3$ $W_y = 258,5 cm^3$ $r_x = 9,43 cm$ $r_y = 5,59 cm$
---	--	--

Tabella 3. 3 Sezione del pilastro

Si calcola il momento elastico mediante la seguente espressione:

Direzione forte:

$$M_x = W_x \cdot \sigma_{max} = 735.5cm^3 \cdot 2750kg / cm^2 = 2022625kg \cdot cm = 20.22tm \quad 3.30$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_x = \frac{M_x \cdot 2}{h} = \frac{20,22tm \cdot 2}{3,5m} = 11,55t \quad 3.31$$

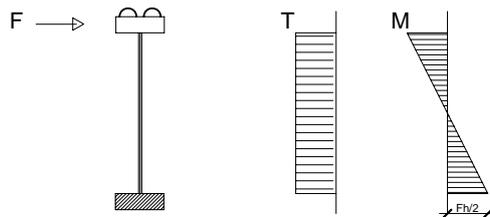


Figura 3.2 Schema statico

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

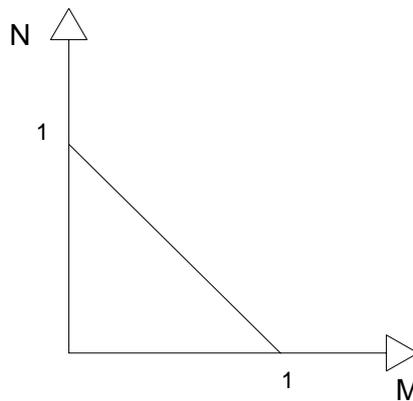


Figura 3.3 Diagramma d'interazione N-M

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{kg}{cm^2} - \frac{135000kg}{91,04cm^2}\right)}{2750 \frac{kg}{cm^2}} = 0,46 \approx 0,40 \quad 3.32$$

$$F_x = 11.55t \cdot 0.40 = 4.62t \quad 3.33$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3} \quad 3.34$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_x = \frac{F_x}{k_x} = \frac{4620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 8091}{350^3}} = 0.97cm \quad 3.35$$

Poiché, come raffigurato in pianta, i pilastri sono orientati metà in direzione forte e l'altra metà in direzione debole, viene anche calcolato lo spostamento al limite elastico del pilastro in posizione debole, con la stessa procedura adottata per lo spostamento del limite elastico in posizione forte.

Direzione debole:

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5cm^3 \cdot 2750kg/cm^2 = 710875kg \cdot cm = 7.11tm \quad 3.36$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_y = \frac{M_y \cdot 2}{h} = \frac{7.11tm \cdot 2}{3.5m} = 4.062t \quad 3.37$$

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{kg}{cm^2} - \frac{135000kg}{91.04cm^2} \right)}{2750 \frac{kg}{cm^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 3.38$$

$$F_y = 4.062t \cdot 0.40 = 1.62t \quad 3.39$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_y = \frac{12EJ}{h^3} \quad 3.40$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_y = \frac{F_y}{k_y} = \frac{1620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 2843}{350^3}} = 0.96 \text{ cm} \quad 3.41$$

Lo spostamento medio tra il d_x e il d_y è lo spostamento elastico di piano:

$$d_m = \frac{d_x + d_y}{2} = 0.97 \text{ cm} \quad 3.42$$

3.2.1.3.9.3 Calcolo del coefficiente di amplificazione della rigidezza dei pilastri

$$\psi = \max\left(\frac{id_{\max}}{d_{FO}}, \frac{id_{\max}}{d_{el}}\right) = \max\left(\frac{2.49 \text{ cm}}{1.57 \text{ cm}}, \frac{2.49 \text{ cm}}{0.97 \text{ cm}}\right) = \max(1.58, 2.56) = 2.56 \quad 3.43$$

Calcolo della nuova rigidezza, che rappresenta la rigidezza da attribuire al dispositivo collocato tra il primo piano e il nucleo di controventamento.

$$k_{d1, \text{new}} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p = 2.56 \cdot 9 \cdot 10^7 \text{ N / m} = 2.30 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 3.44$$

Il valore della rigidezza totale, come precedentemente spiegato, viene ricavato dalla distribuzione delle rigidezze iniziali dei dispositivi lungo l'altezza della struttura.

In particolare, si analizzeranno strutture dotate di due differenti rigidezze totali dei dispositivi:

- il valore della rigidezza da attribuire al primo dispositivo è quella ricavata dalla formula n
- il valore della rigidezza da attribuire al primo dispositivo è quella ricavata dalla formula n a cui si toglie la rigidezza di piano:

$$k_{d1} = (k_{d, \text{new}} - k_p) \quad 3.45$$

Si riportano in tabella i valori della rigidezza totale per i due tipi di rigidezze nuove trovate e per le due diverse distribuzioni di rigidezza lungo l'altezza.

Distribuzione lungo l'altezza	$k_{d1} = k_{d,new} = 2.38 \cdot 10^8 N / m$	$k_{d1} = (k_{d,new} - k_p) = 1.40 \cdot 10^8 N / m$
$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$ $i=1,2,..n$	$k_{tot} = \frac{k_{d,new}}{\alpha 1} = \frac{2.38 \cdot 10^8 N / m}{5/15} = 6.91 \cdot 10^8 N / m$	$k_{tot} = \frac{k_{d,new}}{\alpha 1} = \frac{1.40 \cdot 10^8 N / m}{5/15} = 4.20 \cdot 10^8 N / m$
$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$ $i=1,2,..(n-1)$	$k_{tot} = \frac{k_{d,new}}{\alpha 1} = \frac{2.38 \cdot 10^8 N / m}{4/11} = 6.54 \cdot 10^8 N / m$	$k_{tot} = \frac{k_{d,new}}{\alpha 1} = \frac{1.40 \cdot 10^8 N / m}{4/11} = 3.85 \cdot 10^8 N / m$
n = numero di piani		

Tabella 3. 4 Risultati della rigidezza totale

3.2.2 Secondo Criterio

In merito al secondo criterio semplificato, si adotta la stessa struttura presa in considerazione nello sviluppo del primo criterio. Si riportano in via schematica i dati utili al fine dello svolgimento di quest'ultimo criterio.

3.2.2.1 Grandezze note

massa di piano: uguale per ciascun piano. Valore: 50000kg

periodo target: ricavato dallo spettro di risposta dello spostamento, il cui andamento in funzione del tempo è ricavato a partire dallo spettro di risposta elastico alle

accelerazioni: $s_d(T) = \frac{S_a(T)}{\omega^2} = \frac{S_a(T) \cdot T^2}{4\pi^2}$. Valore: 0.44sec (per $d_{FO}=1.75\text{cm}$); 0.33sec(per $d_{el}=0.95\text{cm}$)

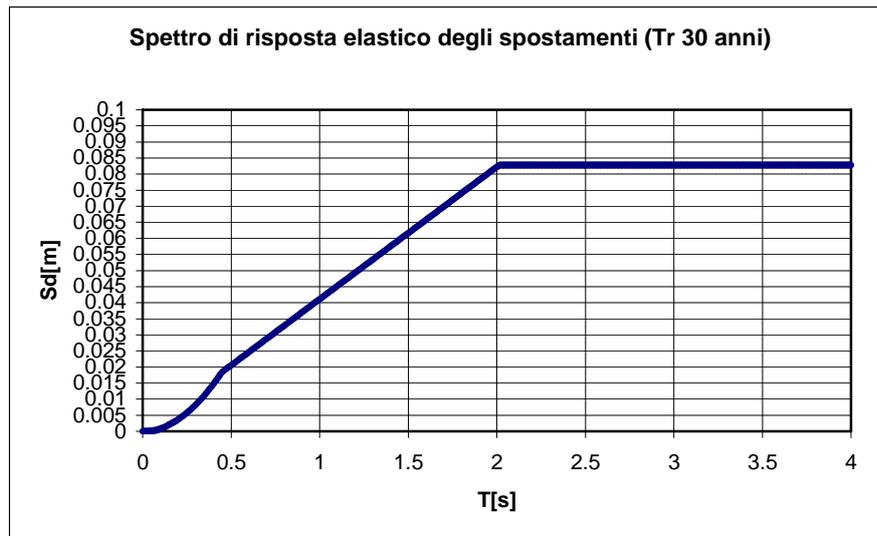


Figura 3. 4 Spettro di risposta elastico degli spostamenti

3.2.2.2 Secondo Criterio in formule

Si è sviluppato il criterio attraverso un ragionamento per casi limite.

Caso limite 1

Si trascura la rigidezza dei pilastri:

$$k_{tot} = \frac{4\pi^2}{T_{target}^2} m_{tot} \quad , \quad 3.46$$

poiché la struttura è, mediante tale ipotesi, come una serie di n oscillatore semplici, si ottiene la rigidezza del singolo dispositivo, considerando che essa è uguale per ciascun dispositivo:

$$\begin{aligned} k_{tot} &= \frac{4\pi^2}{T_{target}^2} m_{tot} \\ nk_d &= \frac{4\pi^2}{T_{target}^2} nm_i \\ k_d &= \frac{4\pi^2}{T_{target}^2} m_i \end{aligned} \quad 3.47$$

Caso limite 2

Si trascura la rigidezza dei dispositivi.

Per questa concezione della struttura, si riprende quanto già matematicamente dimostrato nell'analisi sulle caratteristiche degli autovalori di una struttura ad N gradi di libertà, nella

tesi di laurea di dottorato del Dott. Ing. S.Silvestri, “*Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system*”(Università di Bologna 2002-2003).

Sotto le ipotesi di strutture shear-type, con numero di piani maggiori di 2, con rigidezza di piano e massa di piano che rimangano invariate lungo l’altezza, e dall’analisi agli auto valori, si giunge alla definizione del valore della frequenza circolare normalizzata del primo modo di vibrare. si considera il primo modo in quanto per strutture shear-type, esso è rilevante nella caratterizzazione della risposta dinamica del sistema.

Si definisce pertanto la frequenza del primo modo di vibrare normalizzata:

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0} \quad 3.48$$

In cui

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_p}{m}} \quad 3.49$$

Per una struttura ad n gradi di libertà, l’autovalore del primo modo di vibrare è espresso mediante questa espressione:

$$\Lambda_1 = \Omega_1^2 \approx \frac{2}{N(N+1)} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 \quad 3.50$$

Da questa espressione si ricava la frequenza del primo modo di vibrare funzione della frequenza di riferimento ω_0 .

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2}{N(n+1)} \cdot \frac{k_p}{m}} \quad 3.51$$

dall’espressione della pulsazione è possibile ricavare il periodo della struttura:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{N(n+1)}{2} \cdot \frac{m}{k_p}} \quad 3.52$$

Imponendo il periodo proprio del primo modo uguale al periodo target ricavato dallo spettro, si ottiene la rigidezza dei pilastri:

$$k_p = \frac{2\pi^2 N(N+1)}{T_{target}^2} \cdot m \quad 3.53$$

Fin qui, si sono trovati due valori di rigidezza di due diversi elementi, ricavati da ragionamenti al limite.

Si riassumono di seguito:

- Caso limite 1: struttura come n oscillatori semplici indipendenti l'uno dall'altro

$$k_d = \frac{4\pi^2}{T_{target}^2} m_i \quad 3.54$$

- Caso limite 2: non considerazione dei dispositivi, ma della sola struttura.

$$k_p = \frac{2\pi^2 N(N+1)}{T_{target}^2} \cdot m \quad 3.55$$

Si è precedentemente esplicitato che la base di questo secondo metodo è nell'unione dei due casi limite; pertanto, si considera la rigidezza del dispositivo come media dei due casi limite, in quanto si presuppone che il comportamento della sistema struttura + dispositivi, sia intermedio tra le due concezioni.

$$k_{d,sin\ golo} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{target}^2} \quad 3.56$$

$$k_{tot} = n \cdot k_{d,sin\ golo}$$

3.2.2.3 Secondo Criterio in numeri

Sostituendo i valori noti nella formula precedente si ottiene:

$$\begin{aligned} m_i &= 500000\text{kg} \\ T_{FO} &= 0.44\text{sec} \leftarrow d_{FO} \\ T_{el} &= 0.33\text{sec} \leftarrow d_{el} \end{aligned} \quad 3.57$$

$$\begin{aligned} k_{d,sin\ golo} &= \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 \cdot 5(5+1)}{2} \right) \frac{500000\text{kg}}{(0.33\text{sec})^2} = 1.54 \cdot 10^9\text{ N / m} \\ k_{tot} &= 5 \cdot k_{d,sin\ golo} = 7.70 \cdot 10^9\text{ N / m} \end{aligned} \quad 3.58$$

3.3 Risultati

Si riassumono i risultati ottenuti per i due criteri:

	Valore di rigidezza totale [N/m]	
Criterio 1 distribuzione 1	$6.91 \cdot 10^8$	$4.20 \cdot 10^8$
Criterio 1 distribuzione 2	$6.54 \cdot 10^8$	$3.85 \cdot 10^8$
Criterio 2	$7.70 \cdot 10^9$	$7.70 \cdot 10^9$

Tabella 3. 5 Risultati della rigidezza totale secondo il criterio1 – criterio 2

4. Definizione dei legami costitutivi dei dispositivi

4.0 Introduzione

Questo capitolo tratta della terza parte della procedura, in particolare dell'identificazione della forza di snervamento da attribuire a ciascun dispositivo.

Si presentano i criteri utilizzati per assegnare a ciascun dispositivo, posto tra piano e nucleo di controventamento, il legame costitutivo forza-spostamento.

La definizione di tale legame si basa e su un ragionamento intuitivo, e sulle caratteristiche di comportamento dei dispositivi, indagate in precedenti lavori di ricerca, quali quelli di Ilaria Ricci, "*PROGETTAZIONE SISMICA DI TIPO PRESTAZIONALE DI UNA STRUTTURA IN ACCIAIO*" (Università di Bologna 2007-2008), di Eleonora Guidi, "*SISTEMI INNOVATIVI DI CONTROVENTO DISSIPATIVO PER STRUTTURE IN ACCIAIO IN ZONA SISMICA*" (Università di Bologna 2008-2009), di Julian Abdul "*LEGAMI FORZA SPOSTAMENTO DI DIVERSE TIPOLOGIE DI CRESCENT SHAPED-BRACES*" (Università di Bologna 2008-2009).

4.1 Criteri per la definizione dei legami forza spostamento dei dispositivi

4.1.0 Introduzione

Il modello di legame forza-spostamento che si vuole ottenere è un legame di tipo trilineare, con ugual comportamento in trazione e in compressione; si individuano pertanto tre rigidità, coefficienti angolari delle tre rette, e i punti per i quali le rette debbono passare.

Il coefficiente angolare con cui viene calcolata la pendenza iniziale è ricavato dalla conoscenza della rigidità totale dei dispositivi e della distribuzione di essa lungo l'altezza.

Il calcolo si basa sulla conoscenza della rigidezza totale dei dispositivi e della distribuzione di quest'ultime lungo l'altezza della struttura (distribuzione lineare o prossimo al lineare lungo l'altezza della struttura) ; pertanto i tre coefficienti angolari risultano essere già definiti per ogni dispositivo, in quanto dipendenti dalla rigidezza iniziale dei dispositivi ricavata nei capitoli precedenti.

La dipendenza degli altri due coefficienti angolari (rigidezza post-snervamento, rigidezza assiale/incrudimento) è definita sulla base dei dati ricavati nelle tesi precedenti.

Si è giunti, infatti, a definire il coefficiente del secondo tratto pari al 3-10% del coefficiente del tratto iniziale, e quello del terzo tratto pari al 50% del coefficiente del tratto iniziale.

Per chiarezza, si definiscono i coefficienti della curva trilineare:

$$m_1 = k_i$$

$$m_2 = 3-10\% k_i$$

$$m_3 = 50\% k_i$$

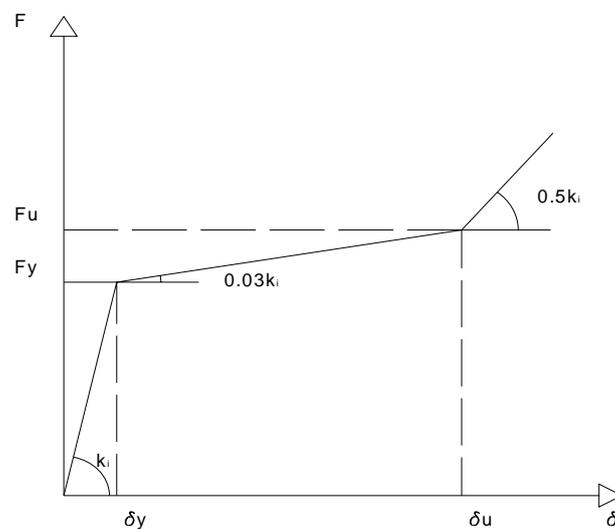


Figura4. 1 Tipologia del legame forza spostamento del dispositivo generico

Si seguono due criteri di definizione del legame forza-spostamento dei dispositivi:

1. forza di snervamento uguale per tutti i dispositivi della struttura, il valore di tale forza è quello relativo alla forza di snervamento del dispositivo posto al primo piano

2. spostamento di snervamento ed ultimo uguale per tutti i dispositivi della struttura, i valori sono propri degli obiettivi prestazionali imposti, vale a dire: Fully Operational e Life Safe.

Scelta della rigidità del secondo tratto

Si precisa che la pendenza del tratto due, ovvero quella che determina il comportamento post elastico del dispositivo, si è tenuta di valore basso, il 3% della rigidità iniziale, poiché in tal modo si ottiene un comportamento elasto - plastico del dispositivo stesso e nello stesso tempo si sposta il punto in cui la rigidità del terzo tratto (quella che definisce il comportamento a biella del dispositivo) entra in gioco.

Tale scelta è giustificata dal fatto che si riuscirebbero ad ottenere cicli di isteresi ampi ed allo stesso tempo l'elemento avrebbe una risorsa ultima di resistenza che entrerebbe in gioco per sismi di intensità elevata che inducono forti deformazioni nel sistema di collegamento, in questo modo il sistema di collegamento svolgerebbe comunque il suo compito tornando a trasmettere forze elevate dal telaio ai nuclei per i sismi più forti.

Criterio 1: Uguale Forza di snervamento.

Il criterio di uguale forza di snervamento tra i dispositivi si basa su un ragionamento intuitivo: identificando con taglia del dispositivo la sua rigidità iniziale, è immediato attribuire al dispositivo al primo piano la taglia maggiore, in quanto deve assorbire il taglio alla base, somma dei tagli dei piani superiori. Se tutti gli altri dispositivi, pur avendo taglia minore rispetto a quello del primo piano (ovvero rigidità decrescente con l'aumento del numero di piani), sono caratterizzati dalla medesima forza di snervamento del dispositivo del primo piano, ciò vorrebbe dire che si concentra la dissipazione ai piani bassi, poiché si mira a raggiungere lo snervamento proprio del primo dispositivo.

La definizione del legame costitutivo forza spostamento dei dispositivi è basata sul legame forza spostamento del dispositivo posizionato tra il primo piano e il nucleo di controventamento.

Si usano i seguenti dati per la definizione del legame:

- valori di rigidità ricavati dalla distribuzione indicata in precedenza, a partire dal vincolo di rigidità totale ricavato nel precedente capitolo.

- spostamenti obiettivo, in particolare quelli relativi agli livelli prestazionali *Fully Operational* e *Life Safe*, cui fanno riferimento i terremoti di intensità frequente e rara, rispettivamente
- spostamento elastico della struttura

Gli spostamenti sopra citati vengono definiti sulla base delle interpretazioni personali presentate nella tesi di Ilaria Ricci, “*Progettazione sismica di tipo prestazionale di una struttura in acciaio*”.

Criterio 2 : Ugual spostamento

Questo criterio è l'altra strada con cui si esplora il comportamento dei dispositivi e dei benefici che essi danno alla struttura e al nucleo di controventamento.

Mantenere lo spostamento costante vorrebbe dire che, al contrario, si concentra la dissipazione ai piani alti. Questo è giustificato dal fatto che in alto si hanno spostamenti maggiori rispetto al basso e caratterizzando i dispositivi con spostamento uguale per ciascuno, si assicura che il dispositivo posto ai piani bassi rimanga in campo elastico-lineare, mentre si prevede che ai piani alti, il dispositivo si snervi, in quanto progettato per uno spostamento minore di quello sollecitante.

Questa ipotesi si avvale del fatto che avere dispositivi snervati ai piani alti e averne in campo elastico lineare ai piani bassi rispetta la teoria che dove ci sono spostamenti maggiori c'è anche una maggior dissipazione di energia.

La definizione del legame costitutivo dei dispositivi si basa sulle caratteristiche prestazionali da raggiungere in una progettazione sismica.

Come, precedentemente, specificato tali obiettivi prestazionali individuano dei limiti di spostamento massimo che l'elemento non può superare.

Questo criterio, quindi, impone che tutti i dispositivi abbiano i medesimi spostamenti, sia di snervamento che ultimo; e poiché hanno taglia variabile, sono caratterizzati da forze diverse.

4.1.1 Definizione dei punti di ascissa del legame forza-spostamento dei dispositivi

Gli spostamenti che vengono individuati di seguito, sono comuni ai due criteri. Si adottano per la loro definizione le interpretazioni e i passi specificati nella tesi sopra citata.

Viene, di seguito, riportato il procedimento logico che verrà esposto sottoforma di uno schema a blocchi, in figura 4.2.

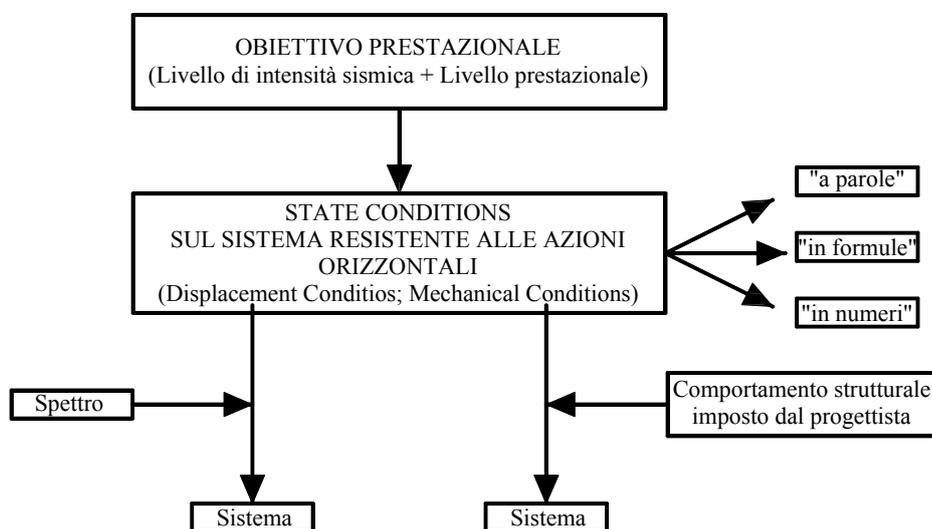


Figura4. 2 Schema logico generale

Tale schema trova il suo punto di partenza nella definizione dell'obiettivo prestazionale imposto.

In particolare, il “livello prestazionale” è definito in maniera sintetica e incisiva dalle condizioni sullo stato della struttura, genericamente indicate con il termine di *State Conditions*. Le *State Conditions* possono riguardare gli spostamenti, e, in questo caso assumeranno il nome di *Displacement State Conditions*, oppure, possono riguardare il comportamento meccanico del sistema resistente alle azioni orizzontali, nel qual caso si parlerà di *Mechanical State Conditions*. È bene notare, che ciascuna *State Condition* può essere declinata in tre modi differenti; infatti di ciascuna *State Condition* può essere fornita

una breve descrizione a parole, ma, successivamente, anche una traduzione in formula matematica, e, infine, una limitazione numerica.

4.1.1.1 “Obiettivo prestazionale”: “Fully Operational” con “Terremoto Frequente”

Si caratterizza lo schema logico per il livello prestazionale “Fully Operational”.

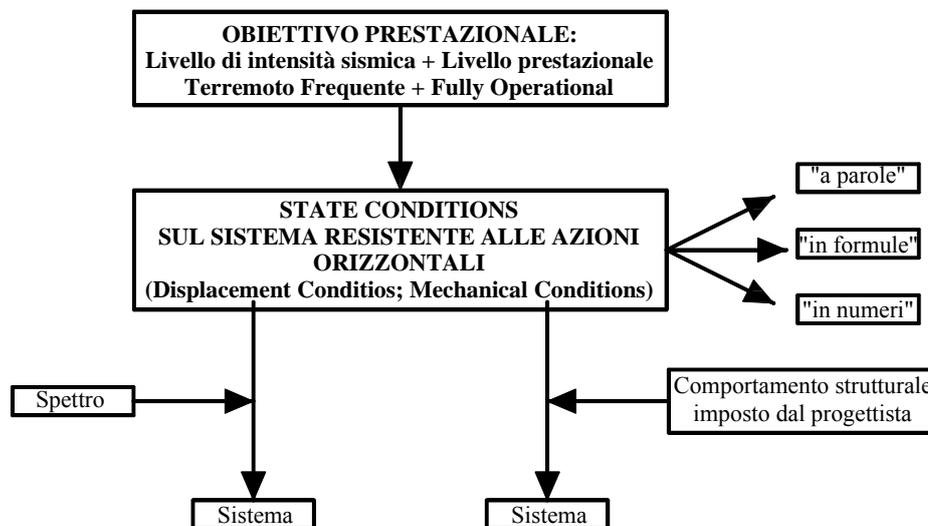


Figura4. 3 Schema logico caratterizzato per il livello prestazionale Fully Operational

4.1.1.1.1 Descrizione sintetica del “Livello prestazionale”: “Fully Operational”

Infatti, il “livello prestazionale” di “Fully Operational” richiede che, dopo il terremoto, la struttura possa essere immediatamente fruibile e si verifichino, al più, lievi danni, che in ogni caso, non devono portare ad alcuna interruzione dei servizi. Per questo motivo, la struttura può, al più, raggiungere il primo snervamento, devono essere nulli gli spostamenti residui, i danni devono essere lievi e non devono interessare gli elementi strutturali, e non devono verificarsi fenomeni di instabilità locali.

Descrizione delle Displacement Conditions

A partire da tale descrizione del “livello prestazionale” di “Fully Operational”, si possono, in un primo momento, andare ad individuare tutte le possibili *Displacement State Conditions* (DSCs) che riguardano gli spostamenti della struttura, dopodiché, una volta note tutte le possibili DSCs, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento. In conclusione, vengono ricapitolati sinteticamente i passaggi che si svolgeranno:

- Identificazione delle *Displacement State Conditions* per il “livello prestazionale” di “Fully Operational” (“a parole”, “in formula”, “in numeri”);
- Confronto tra le *Displacement State Conditions* individuate per il “livello prestazionale” di “Fully Operational”;
- Determinazione della capacità di spostamento di progetto per il “livello prestazionale” di “Fully Operational”.

Descrizione delle Mechanical Conditions

Sempre a partire dalla descrizione del “livello prestazionale” di “Fully Operational”, si possono, in un secondo momento, andare ad individuare tutte le possibili *Mechanical State Conditions* (MSCs) che riguardano il comportamento della struttura, dopodiché, una volta note tutte le possibili MSCs, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento. In conclusione, ricapitoliamo sinteticamente i passaggi che ci si accinge a fare:

- Identificazione delle *Mechanical State Conditions* per il “livello prestazionale” di “Fully Operational”;
- Confronto tra le *Mechanical State Conditions* individuate per il “livello prestazionale” di “Fully Operational”;

- Determinazione dello spostamento di primo snervamento che rappresenta la capacità di spostamento del sistema per il “livello prestazionale” di “Fully Operational”.

4.1.1.1.2 Identificazione delle Displacement State Conditions

La descrizione del “livello prestazionale” di “Fully Operational” sopra riportata, può essere tradotta nelle seguenti *Displacement State Conditions (DSCs)*.

Tali *Displacement State Conditions (DSCs)*, saranno, di seguito, declinate, in un primo momento, “a parole”, successivamente, “in formule” (*Mathematical Displacement State Conditions*), ed infine, “in numeri” (*Numerical Displacement State Conditions*):

4.1.1.1.2.1 Prima Displacement State Condition

Prima Displacement State Condition “a parole”:

DSC 1. La struttura deve presentare spostamenti di interpiano ridotti per poter ridurre al minimo i danni agli elementi non strutturali.

Prima Displacement State Condition “in formula”:

La prima *Displacement State Condition (DSC)*, può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Displacement State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{DSC 1.} \quad \delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{ ‰ } h \quad 4.1$$

Dove:

δ_{FO} : è lo spostamento di interpiano che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Frequente*”, caratterizzato da un periodo di ritorno di 30 anni;

$\delta^* = 5 \text{ ‰ } h$: è la capacità di spostamento che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non-strutturali.

Prima Displacement State Condition “in numeri”:

Considerando che il valore dell'altezza di interpiano, in questo caso specifico, risulta pari a 3.5 m, si ha che la *Numerical Displacement State Condition* risulta:

$$\text{DSC 1.} \quad \delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{‰} h = 0.005 \cdot 350 = 1.75 \text{ cm} \quad 4.2$$

4.1.1.1.2.2 *Seconda Displacement State Condition*

Seconda Displacement State Condition “a parole”:

DSC 2. La struttura deve presentare spostamenti di interpiano ridotti in modo tale che i pilastri rimangano in ambito elastico lineare.

Seconda Displacement State Condition “in formula”:

La seconda *Displacement State Condition* (DSC), può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Displacement State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{DSC 2.} \quad \delta_{FO} \leq \delta^{**} \quad 4.3$$

Dove:

δ_{FO} : è lo spostamento di interpiano che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Frequente*”, caratterizzato da un periodo di ritorno di 30 anni;

δ^{**} : è la capacità di spostamento che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire che i pilastri si mantengano in ambito elastico lineare.

Si sono considerate strutture shear - type, di conseguenza, considerando che la rigidezza di piano non vari da piano a piano, lo spostamento elastico del sistema sarà lo stesso per ogni piano e qualora, come in questo caso, si consideri una disposizione delle colonne per metà in direzione forte e per l'altra metà in direzione debole, lo spostamento elastico della struttura viene assunto dalla media dei due spostamenti valutati nelle due direzioni.

Di seguito si riportano:

1. lo schema statico con cui si è calcolato lo spostamento al limite elastico
2. la formulazione per il solo calcolo nella direzione forte
3. il valore dello spostamento elastico, nota la sezione del pilastro, la tensione di snervamento e lo sforzo assiale, dovuto di carichi della struttura, agente su di esso.

In figura 4.4 si riporta lo schema statico adottato:

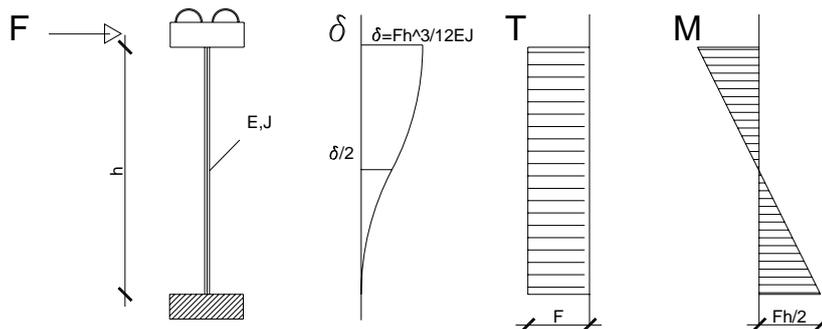


Figura4. 4 Schema statico considerato per il calcolo dello spostamento di snervamento della struttura

Il valore dello spostamento elastico è lo stesso di quello calcolato nel Capitolo 3 “Identificazione della rigidezza totale dei dispositivi”, di cui si riportano, in breve i passaggi:

$$M_x = W_x \sigma_{\max}$$

$$F_x = \frac{M_x}{\frac{h}{2}}$$

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3}$$

$$\delta_x = \frac{F_x}{k_x}$$

4. 4

Considerando l'influenza dello sforzo normale, ed adottando un diagramma d'interazione N-M di tipo lineare, del tipo presentato in figura 4.5

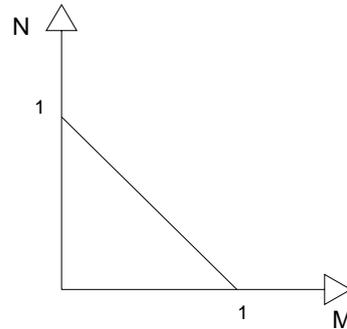


Figura4. 5 Diagramma d'interazione N-M

lo spostamento viene ridotto di un fattore $\zeta \leq 1$, pari a:

$$\zeta = \frac{\sigma_{\max} - \left(\frac{N}{A}\right)}{\sigma_{\max}} \quad 4.5$$

pertanto, lo spostamento al limite elastico in direzione x, direzione forte della sezione del pilastro vale:

$$\delta_{el} = \zeta \cdot \delta_x \quad 4.6$$

Lo stesso procedimento di calcolo è stato svolto per lo spostamento nella direzione debole del pilastro.

Lo spostamento finale risulta essere una media dei due spostamenti.

$$\delta_{el} = \frac{\delta_x + \delta_y}{2} \quad 4.7$$

Seconda Displacement State Condition “in numeri”

Considerando quindi la sezione del pilastro, come quella adottata in precedenza, HEB220 ed lo sforzo normale N, così come calcolato per la struttura presentata nel Capitolo 5, si hanno i seguenti valori dello spostamento:

- Caratteristiche della sezione del pilastro:

b = 220mm	$J_x = 8091 \text{ cm}^4$
h = 220mm	$J_y = 2843 \text{ cm}^4$
a = 9,5mm	$W_x = 735,5 \text{ cm}^3$
e = 16mm	$W_y = 258,5 \text{ cm}^3$
r = 18mm	$r_x = 9,43 \text{ cm}$
peso = 71,5 kg/m	$r_y = 5,59 \text{ cm}$
A = 91,04cm ²	

- Sforzo normale e tensione di snervamento:

$$N = p A = 135t$$

$$\sigma = 2670 \text{ kg/cm}^2$$

- Spostamento elastico

$$\delta_{el} = \frac{\delta_x + \delta_y}{2} = 0,97 \text{ cm}$$

4. 8

4.1.1.1.2.3 Sintesi delle Displacement State Condition

A partire dalla descrizione del “livello prestazionale” di “Fully Operational”, si sono individuate tutte le possibili *Displacement State Conditions (DSCs)* relative agli spostamenti della struttura. Finora tali condizioni sono state analizzate nel dettaglio.

Ora che sono note tutte le possibili *Displacement State Conditions*, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento.

Nella Tabella 4.1 seguente, vengono riassunte le *Displacement State Conditions*, che possono essere considerate in corrispondenza del “livello prestazionale” di “Fully Operational”.

Per maggiore chiarezza, si ricorda che con il simbolo δ_{FO} , si indica la domanda di spostamento richiesta dal cosiddetto “Terremoto Frequente” (caratterizzato secondo il *D.M. 08*^[3] da un tempo di ritorno pari a 30 anni); viceversa, con i simboli, δ^* , o δ^{**} , si indica la capacità di spostamento della struttura, che assume valori differenti a seconda che

si ritenga più importante la necessità di non danneggiare gli elementi non strutturali o la necessità di garantire ai pilastri un comportamento in campo elastico lineare.

“Fully- Operational”				
(FO)				
		“a parole”	“in formule”	“in numeri”
Displacement State Conditions	DSC 1.	La struttura deve presentare spostamenti di interpiano ridotti per poter ridurre al minimo i danni agli elementi non strutturali.	$\delta_{FO} \leq \delta^* = 5 \text{‰} h$	$\delta_{FO} \leq \delta^* = 1.75 \text{ cm}$
	DSC 2.	La struttura deve presentare spostamenti di interpiano ridotti in modo tale che i pilastri rimangano in ambito elastico lineare.	$\delta_{FO} \leq \delta^{**}$	$\delta_{FO} \leq \delta^{**} = 0.97 \text{ cm}$

Tabella 4. 1 Displacement conditions sintesi

4.1.1.1.2.4 Scelta della capacità di spostamento di progetto

Ritenendo le due *Displacement State Conditions*, considerate per il “livello prestazionale” di “Fully Operational” della medesima importanza, si valuta la capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$, attraverso la seguente relazione:

$$\bar{\delta} = \min \{ \delta^*; \delta^{**} \} \quad 4.9$$

E, dovrà essere dunque che:

$$\delta_{FO} \leq \bar{\delta} \quad 4.10$$

Quest’ultima condizione, esprime, essenzialmente, la necessità che la domanda di spostamento richiesta dal “Terremoto Frequente”, δ_{FO} , sia minore, o al più, uguale alla capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$.

Poiché risulta:

$$\bar{\delta} = \min \{ \delta^* ; \delta^{**} \} = \min \{ 1.75 \text{ cm} ; \delta^{**} = 0.97 \text{ cm} \} = 0.97 \text{ cm} \quad 4.11$$

Allora dovrà essere:

$$\delta_{FO} \leq \bar{\delta} = 0.97 \text{ cm} \quad 4.12$$

In particolare:

$$\delta_{FO} = \psi_{FO} \cdot \bar{\delta} \quad 4.13$$

Dove ψ_{FO} è un coefficiente, minore di 1.

In questo caso si sceglie:

$$\psi_{FO} = 1 \quad 4.14$$

Di conseguenza, si ha che la domanda di spostamento richiesta dal “*Terremoto Frequente*”, δ_{FO} , sia uguale alla capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$; infatti:

$$\delta_{FO} = \psi_{FO} \cdot \bar{\delta} = 1 \cdot 0.97 = 0.97 \text{ cm} \quad 4.15$$

Considerando, in via cautelativa, anche l’influenza della deformabilità tagliante del pilastro stesso, è stato valutato lo spostamento del pilastro modellando lo schema statico nel programma SAP2000, e si è ottenuto un valore pari a:

$$\delta_{el} = 0.95 \text{ cm} \quad 4.16$$

4.1.1.1.2.5 Imposizione delle Displacement State Conditions

Si consideri, al limite, che la domanda di spostamento richiesta dal “*Terremoto Frequente*”, δ_{FO} , sia uguale alla capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$ (si assuma, cioè, che il coefficiente ψ sia pari ad 1), cioè:

$$\delta_{FO} = \psi_{FO} \cdot \bar{\delta} = 1 \cdot 0.95 = 0.95 \text{ cm} \quad 4.17$$

4.1.1.1.3 Identificazione delle Mechanical State Conditions

La descrizione del “livello prestazionale” di “Fully Operational” riportata nel paragrafo 4.2.3.1, può essere tradotta nella seguente *Mechanical State Condition (MSC)*.

Tale *Mechanical State Condition (MSC)*, sarà, di seguito, declinata, in un primo momento, “a parole”, successivamente, “in formula” (*Mathematical Mechanical State Condition*), ed infine, “in numeri” (*Numerical Mechanical State Condition*).

4.1.1.1.3.1 Prima Mechanical State Condition

Prima Mechanical State Condition “a parole”:

MSC 1. La struttura può al più raggiungere il primo snervamento, e devono essere nulli gli spostamenti residui.

Prima Mechanical State Condition “in formula”:

La prima *Mechanical State Condition (MSC)*, può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Mechanical State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{MSC 1.} \quad \delta_{y1} = \gamma \cdot \delta_{FO} \quad 4.18$$

Dove:

δ_{FO} : è lo spostamento di interpiano che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma cosiddetto “*Terremoto Frequente*”, caratterizzato da un periodo di ritorno di 30 anni;

δ_{y1} : è lo spostamento di primo snervamento del sistema resistente alle azioni orizzontali, ed è dunque, una proprietà meccanica del sistema;

γ : è un coefficiente, maggiore o uguale ad uno, il cui valore impone di quanto lo spostamento di primo snervamento della struttura debba essere maggiore (o, al più, uguale) rispetto alla domanda di spostamento δ_{FO} . Imponendo $\gamma = 1$, si impone che lo spostamento di primo snervamento sia uguale alla domanda di spostamento δ_{FO} .

Prima Mechanical State Condition “in numeri”:

Supponendo che il coefficiente γ valga 1 e ricordando che la domanda di spostamento, δ_{FO} , vale 0.95 cm si ha che la *Numerical Mechanical State Condition* risulta:

$$\text{MSC 1.} \quad \delta_{y1} = \gamma \cdot \delta_{FO} = 1 \cdot 0.95 = 0.95 \text{cm} \quad 4.19$$

In questo caso, non si hanno ulteriori *Mechanical State Conditions (MSC)* da individuare, di conseguenza la *Prima Mechanical State Condition* determina direttamente la capacità di spostamento del sistema.

4.1.1.1.3.2 Imposizione delle Mechanical State Condition

Il valore trovato nel paragrafo precedente è il valore assunto come ascissa del primo punto che individua il punto di snervamento nel legame Forza-spostamento dei dispositivi.

4.1.1.2 “Obiettivo Prestazionale”: “Life - Safe” con “Terremoto Raro”

Nei paragrafi seguenti, si seguirà lo stesso percorso esplicitato sopra, caratterizzando i valori ottenuti per il livello prestazionale “*Life-Safe*”

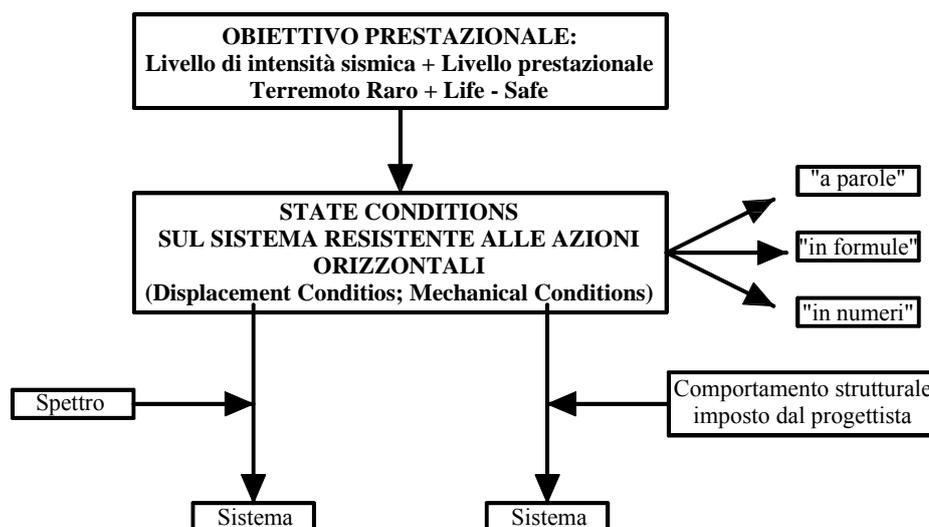


Figura4. 6 Schema Logico per il livello prestazionale Life - Safe

4.1.1.2.1 Descrizione sintetica “Livello prestazionale”: “Life - Safe”

Il “livello prestazionale” di “Life - Safe” richiede che, dopo il terremoto possa essere garantita la salvaguardia delle vite umane, di conseguenza la struttura non deve collassare. Allora, vanno limitati gli spostamenti affinché la struttura non vada ad urtare gli edifici adiacenti, affinché si possa evitare la crisi dei pilastri a seguito del verificarsi di effetti di secondo ordine, o a seguito del raggiungimento dello spostamento ultimo del pilastro stesso, e infine, affinché si possa evitare la crisi degli eventuali elementi di controventamento. Inoltre, qualora la struttura si possa ritenere ordinaria, si può ipotizzare per essa un comportamento elastico-perfettamente plastico o in alternativa si può ammettere un certo incremento della forza agente sull’edificio rispetto al valore della forza di primo snervamento. Invece, nel caso di strutture particolari perché, ad esempio contenenti macchinari o oggetti delicati che non ammettono accelerazioni elevate, allora le accelerazioni devono essere contenute entro limiti variabili caso per caso. Comunque, in ogni caso, la rigidità effettiva della struttura deve risultare non troppo bassa (e quindi il periodo effettivo della struttura andrà limitato al di sotto di certi valori) in modo da impedire che la struttura sia eccessivamente flessibile.

Definizione delle Displacement Conditions

A partire da tale descrizione del “livello prestazionale” di “Life - Safe”, si possono, in un primo momento, andare ad individuare tutte le possibili *Displacement State Conditions* (*DSCs*) che riguardano gli spostamenti della struttura, dopodiché, una volta note tutte le possibili *DSCs*, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento.

In conclusione, vengono ricapitolati sinteticamente i passaggi che ci si accinge a fare:

- Identificazione delle *Displacement State Conditions* per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”;
- Confronto tra le *Displacement State Conditions* individuate per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”;

- Determinazione della capacità di spostamento di progetto per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”.

Definizione delle Mechanical Conditions

Sempre a partire dalla descrizione del “livello prestazionale” di “Life - Safe”, si possono, in un secondo momento andare ad individuare tutte le possibili *Mechanical State Conditions* (MSCs) che riguardano il comportamento della struttura, dopodiché, una volta note tutte le possibili MSCs, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento.

In conclusione, si riassumono i passaggi che si eseguiranno:

- Identificazione delle *Mechanical State Conditions* per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”;
- Confronto tra le *Mechanical State Conditions* individuate per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”;
- Determinazione della capacità di spostamento del sistema per il “livello prestazionale” di “Life - Safe”.

4.1.1.2.2 Identificazione delle Displacement State Conditions

La descrizione del “livello prestazionale” di “Life - Safe” sopra riportata, può essere tradotta nelle seguenti *Displacement State Conditions* (DSCs).

Tali *Displacement State Conditions* (DSCs), saranno, di seguito, declinate, in un primo momento, “a parole”, successivamente, “in formule” (*Mathematical Displacement State Conditions*), ed infine, “in numeri” (*Numerical Displacement State Conditions*):

4.1.1.2.2.1 Prima Displacement State Condition

Prima Displacement State Condition “a parole”:

DSC 1. La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che la struttura stessa tocchi gli edifici adiacenti.

Prima Displacement State Condition “in formula”:

La prima *Displacement State Condition* (DSC), può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Displacement State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{DSC 1.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^* \quad 4.20$$

Dove:

δ_{LS} : è lo spostamento che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Raro*” (tempo di ritorno di 475 anni);

δ^* : la capacità di spostamento che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da evitare che la struttura vada a toccare gli edifici adiacenti. Il valore di δ^* deve essere valutato caso per caso, in funzione della sensibilità del progettista e del problema specifico.

Si sceglie di adottare come valore δ^* il valore espresso nel nel sito web^[4] del Professor Stephen A. Mahin, in cui si suggerisce di adottare un valore massimo di inter-storey drift al “livello prestazionale” di “*Life - Safe*” deve essere pari a 1.5 % h, dove h è l’altezza di interpiano.

Prima Displacement State Condition “in numeri”:

Alla luce di quanto sopra riportato, considerando che i valori di spostamento massimo ammissibile riportati nelle varie normative sono valori orientativi e cautelativi da

utilizzarsi in caso di assenza di calcoli precisi a riguardo, si sceglie di utilizzare come valore di δ^* il valore di 1.5 % h (h è l'altezza di interpiano), così come indicato dal Professor Stephen A. Mahin in^[4]. In questo caso, si ha che la *Numerical Displacement State Condition* risulta:

$$\text{DSC 1.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^* = 1.5 \% h = 0.015 \cdot 350 \text{ cm} = 5.3 \text{ cm} \quad 4. 21$$

4.1.1.2.2.2 Seconda Displacement State Condition

Seconda Displacement State Condition “a parole”:

DSC 2. La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che si verifichino effetti di secondo ordine che darebbero problemi ai pilastri.

Seconda Displacement State Condition “in formula”:

La seconda *Displacement State Condition* (DSC), può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Displacement State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{DSC 2.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^{**} \quad 4. 22$$

Dove:

δ_{LS} : è lo spostamento che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Raro*” (tempo di ritorno di 475 anni);

δ^{**} : è la capacità di spostamento che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da evitare che vadano in crisi i pilastri a seguito del manifestarsi di effetti del secondo ordine. Il valore di δ^{**} deve essere valutato caso per caso, in funzione della sensibilità del progettista e del problema specifico. In ogni caso, si può assumere come ordine di grandezza per δ^{**} il valore compreso tra 2 e 3 % h.

Seconda Displacement State Condition “in numeri”:

Considerando che il valore di spostamento δ^{**} , raggiungibile per evitare che i pilastri abbiano una crisi a seguito del manifestarsi di effetti del secondo ordine, possa essere valutato come dell'ordine del 3 % h, (con h = 350 cm: altezza dei pilastri compresi tra il primo e il secondo piano) si ha che la *Numerical Displacement State Condition* risulta:

$$\text{DSC 2.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^{**} = 3 \% h = 0.03 \cdot 350 \text{ cm} = 10.5 \text{ cm}$$

4.1.1.2.2.3 Terza Displacement State Condition

Terza Displacement State Condition “a parole”:

DSC 3. La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare il raggiungimento dello spostamento ultimo dei pilastri.

Terza Displacement State Condition “in formula”:

La terza *Displacement State Condition* (DSC), può, ora, essere tradotta in una *Mathematical Displacement State Condition*, cioè può essere tradotta in formula come segue:

$$\text{DSC 3.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^{***} \quad 4.23$$

Dove:

δ_{LS} : è lo spostamento che si verifica sotto una certa azione sismica, è quindi la domanda di spostamento richiesta dal sisma, cosiddetto “*Terremoto Raro*” (tempo di ritorno di 475 anni);

δ^{***} : è la capacità di spostamento che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da evitare il raggiungimento dello spostamento ultimo dei pilastri.

Si assume come valore di δ^{***} , valore che rappresenta lo spostamento ultimo dei pilastri, un valore pari a 9 volte lo spostamento di snervamento degli stessi; così come riportato

sulla FEMA 273 (cfr. Chapter 5: "Steel and Cast Iron", Tabel 5.4: "Modelling Parameters and Acceptance Criteria for Non linear Procedures").

Terza Displacement State Condition "in numeri":

Allora si ha che la Numerical Displacement State Condition risulta:

$$\text{DSC 3.} \quad \delta_{LS} \leq \delta^{***} = 9 \cdot \delta_{ly} = 9 \cdot 0.95 \text{ cm} = 8.55 \text{ cm} \quad 4.24$$

Quarta Displacement State Condition

Quarta Displacement State Condition "a parole":

DSC 4. La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che si verifichi la crisi dei controventamenti.

4.1.1.2.2.4 Sintesi delle Displacement State Conditions

A partire dalla descrizione del "livello prestazionale" di "Life - Safe", si sono individuate tutte le possibili *Displacement State Conditions* (DSCs) relative agli spostamenti della struttura. Finora tali condizioni sono state analizzate nel dettaglio.

Ora che sono note tutte le possibili *Displacement State Conditions*, è possibile confrontarle e, qualora siano tutte della medesima importanza, è possibile scegliere tra i diversi valori limite il più piccolo, o, in alternativa, il valore da utilizzare nella fase successiva potrebbe essere figlio di un preciso ragionamento.

Nella Tabella 4.2 seguente vengono riassunte le *Displacement State Conditions* che possono essere considerate in corrispondenza del "livello prestazionale" di "Life - Safe".

Per maggiore chiarezza, si ricorda che con il simbolo δ_{LS} , si indica la domanda di spostamento richiesta dal cosiddetto "Terremoto Raro" (caratterizzato secondo il D.M. 08^[3] da un tempo di ritorno pari a 475 anni); viceversa, con i simboli, δ^* , o δ^{**} , o δ^{***} , o, si indica la capacità di spostamento della struttura, che assume valori differenti a seconda che

si ritenga più importante la necessità di non danneggiare i pilastri o la necessità di non danneggiare i controventamenti.

“Life - Safe”				
(LS)				
		“a parole”	“in formule”	“in numeri”
Displacement State Conditions	DSC 1.	La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che la struttura stessa tocchi gli edifici adiacenti.	$\delta_{FO} \leq \delta^*$	$\delta_{LS} \leq \delta^* = 5.3 \text{ cm}$
	DSC 2.	La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che si verifichino effetti di secondo ordine che darebbero problemi ai pilastri.	$\delta_{LS} \leq \delta^{**}$	$\delta_{LS} \leq \delta^{**} = 10.5 \text{ cm}$
	DSC 3.	La struttura deve presentare spostamenti limitati per evitare che si raggiunga lo spostamento ultimo dei pilastri.	$\delta_{LS} \leq \delta^{***}$	$\delta_{LS} \leq \delta^{***} = 8.55 \text{ cm}$

Tabella 4. 2 Displacement State Conditions al “livello prestazionale” di “Life - Safe”.

4.1.1.2.2.5 Scelta della capacità di spostamento di progetto

Ritenendo le quattro *Displacement State Conditions*, considerate per il “livello prestazionale” di “Life - Safe” della medesima importanza, si valuta la capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$, attraverso la seguente relazione:

$$\bar{\delta} = \min \{ \delta^*; \delta^{**}; \delta^{***} \} \tag{4.25}$$

E, dovrà essere dunque che:

$$\delta_{LS} \leq \bar{\delta} \tag{4.26}$$

Quest'ultima condizione, esprime, essenzialmente, la necessità che la domanda di spostamento richiesta dal “*Terremoto Raro*”, δ_{LS} , sia minore o, al più, uguale, alla capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$.

Poiché risulta:

$$\bar{\delta} = \min \{ \delta^*; \delta^{**}; \delta^{***} \} = \min \{ 5.3 \text{ cm}; 10.5 \text{ cm}; 8.55 \text{ cm} \} \quad 4.27$$

In questo caso, non si prende in considerazione la capacità di spostamento δ^* , in quanto tale valore è l'unico valore per in quale non sia stata fornita una ragionevole dimostrazione.

Allora dovrà essere:

$$\delta_{LS} \leq \bar{\delta} = 8.55 \text{ cm} \quad 4.28$$

In particolare:

$$\delta_{LS} = \psi_{LS} \cdot \bar{\delta} \quad 4.29$$

Dove ψ_{LS} è un coefficiente, minore, o al più uguale ad 1.

4.1.1.2.2.6 Imposizione delle Displacement State Conditions

Si consideri che la domanda di spostamento richiesta dal “*Terremoto Raro*”, δ_{LS} , sia minore o, al più, uguale alla capacità di spostamento del sistema di progetto, $\bar{\delta}$, cioè:

$$\delta_{LS} \leq \bar{\delta} = 8.55 \text{ cm} \quad 4.30$$

Si ricordi, inoltre, che lo spostamento di primo snervamento della struttura, vale $\delta_{y1} = 0.95 \text{ cm}$.

Si impone la duttilità richiesta dai dispositivi a partire dallo spostamento del sistema di progetto δ_{LS} , prevista per il “*livello prestazionale*” di “*Life – Safe*”:

$$\mu_{LS} = \frac{\delta_{LS}}{\delta_{y1}} \quad 4.31$$

4.1.1.2.2.7 Identificazione delle Mechanical State Conditions

In questa sede, non vengono valutate le MCS, poiché non ritenute di particolare utilità per la definizione dei legami.

4.1.2 Definizione del legame Forza Spostamento dei dispositivi

Per la definizione dei punti del diagramma forza-spostamento dei dispositivi, è stato adottato l'approccio introdotto nella tesi di Ilaria Ricci "Progettazione di tipo prestazionale di un edificio in acciaio".

In particolare, si assumono come ascisse dei punti del legame forza-spostamento i seguenti valori espressi in tabella, ed adottati per il dispositivo da inserire tra il primo piano e l'elemento di controventamento.

E' bene notare che si è imposto che lo spostamento elastico dei dispositivi non sia pari a quello della struttura, ma ridotto di un 50% in modo tale che si tuteli il primo piano, in quanto soggetto al maggior spostamento, essendo quest'ultimo proporzionale al taglio di piano. Inoltre, lo spostamento ultimo, che si ipotizza non venga mai raggiunto, poiché vorrebbe significare che il dispositivo abbia finito anche la sua risorsa plastica flessionale, si ipotizza essere di 40cm.

Spostamenti del dispositivo	Spostamento imposto e ricavato dall'imposizione degli obiettivi prestazionali	Punti notevoli
d_A	d_FO	
d_B	d_LS	
d_C	d_u	

Tabella 4. 3 Legame trilineare

4.1.3 Determinazione dei legami

In questa sezione vengono riportati i legami numericamente, in funzione della struttura adottata per la determinazione della rigidezza totale dei dispositivi.

In particolare, si procederà definendo i legami forza spostamento degli elementi in funzione della rigidezza totale del dispositivo e della distribuzione delle rigidezza lungo l'altezza. Quindi, come espresso nel Capitolo 3, si sono valutate 3 diverse rigidzze totali, distribuite secondo le due distribuzioni lungo l'altezza della struttura esplicitate nel Capitolo 2, ed applicate secondo i due criteri di definizione del legame di cui sopra.

Quindi, si visualizzeranno 3x2x2 tipi di legami, il numero di legami è visualizzato nella seguente tabella a doppia entrata :

<i>Formula adottata per identificare ktot,disp.</i>	<i>Distribuzione lungo l'altezza della struttura</i>	<i>Criteri di definizione del legame forza-spostamento dei dispositivi</i>	
		F cost	d cost
Formula 1.1 $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	1	2
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	3	4
Formula 1.2 $k_{d1} = (k_{d,new} - k_p)$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	5	6
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	7	8
Formula 2 $k_{d,sin\ golo} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2}\right) \frac{m}{T_{target}^2}$ $k_{tot} = n \cdot k_{d,sin\ golo}$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	9	10
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	11	12

Tabella 4. 4 Numerazione dei legami costitutivi in base alla formula adottata per la rigidezza totale, per il criterio della distribuzione lungo l'altezza, per il criterio di definizione dei legami

Si sono valutati quindi 12 diverse tipologie di legame forza-spostamento, sulla base della struttura analizzata già nel capitolo di determinazione della formula per la rigidità totale dei dispositivi. In via del tutto semplificativa, si riportano in figura pianta e prospetti della struttura stessa.

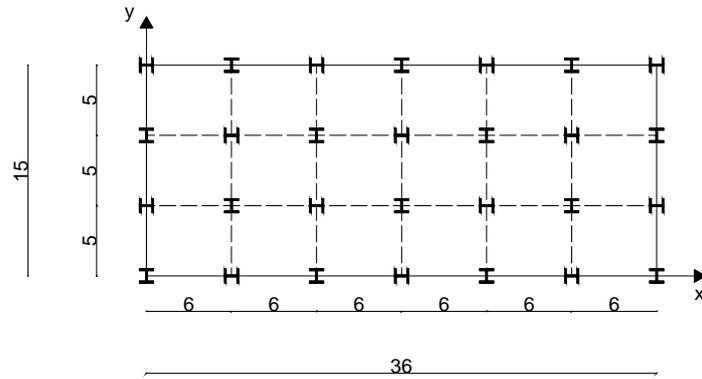


Figura4. 7 Pianta della struttura

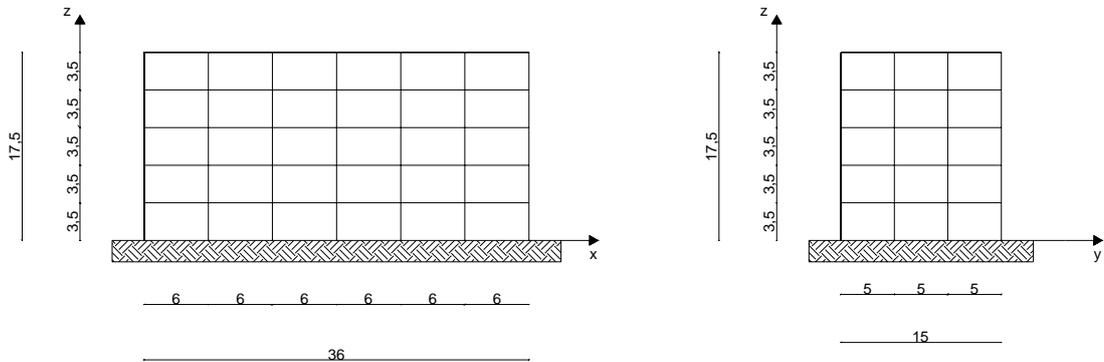


Figura4. 8 Prospetti in direzione x e in direzione y

4.1.3.1 Criterio 1: Uguale Forza di snervamento

Si espongono, di seguito, i legami identificati nella terza colonna della Tabella 4.4 , relativi al criterio 1 di uguale forza di snervamento.

Si specificano i passi che si seguiranno di seguito:

1. definizione del legame forza spostamento dei dispositivi in formule
2. definizione del legame forza spostamento dei dispositivi in numeri con la caratterizzazione delle altre grandezze della Tabella 4.4 ovvero:
 - formula per la rigidità totale
 - tipo di distribuzione lungo l'altezza

4.1.3.1.1 Definizione del legame forza-spostamento in formule

Legame forza-spostamento del primo dispositivo :

Punto A

Il punto A è il punto che individua lo snervamento dell'elemento.

$$A = (\delta_A, F_A) = (\delta_{y1}, (\delta_{y1} \cdot k_1)) \quad 4.32$$

Punto B è il punto che individua il raggiungimento della capacità ultima.

$$B = (\delta_B, F_B) = (\delta_{LS}, (F_y + (\delta_{LS} - \delta_A) \cdot 30\% \cdot k_{1disp})) \quad 4.33$$

Punto C è il punto che si ipotizza il dispositivo non raggiunga mai:

$$C = (\delta_C, F_C) = (\delta_u, (F_B + (\delta_u - \delta_B) \cdot 50\% \cdot k_{1disp})) \quad 4.34$$

Si suppone che l'elemento abbia il medesimo comportamento sia in trazione che in compressione.

Legame forza-spostamento dell'i-esimo dispositivo

Di seguito, si riportano le espressioni dei punti per un dispositivo generico diverso dal primo.

$$A_i = (\delta_{A_i}, F_A) = \left(\frac{F_A}{k_i}, F_A \right) \quad 4.35$$

$$B_i = (\delta_{B_i}, F_B) \quad 4.36$$

in cui il generico spostamento ultimo si ricava da semplici considerazioni geometriche; in formule assume tale valore, mantenendo costante la forza ultima:

$$\delta_{B_i} = \delta_{A_i} + \Delta\delta = \delta_{A_i} + (F_B - F_A) / (k_i \cdot 3\%) \quad 4.37$$

Si nota che definendo in tal modo il legame costitutivo, man mano che la taglia (rigidezza iniziale) dei dispositivi diminuisce, aumenta lo spostamento di snervamento degli stessi fino a superare lo spostamento di snervamento della struttura; questo accade agli ultimi piani, dove si ipotizza che la struttura si ameno sollecitata, in quanto il taglio è minore.

Il criterio viene esplicitato graficamente nel diagramma $F-\delta$, al lato viene anche rappresentata la struttura con la posizione dei dispositivi al variare dei piani.

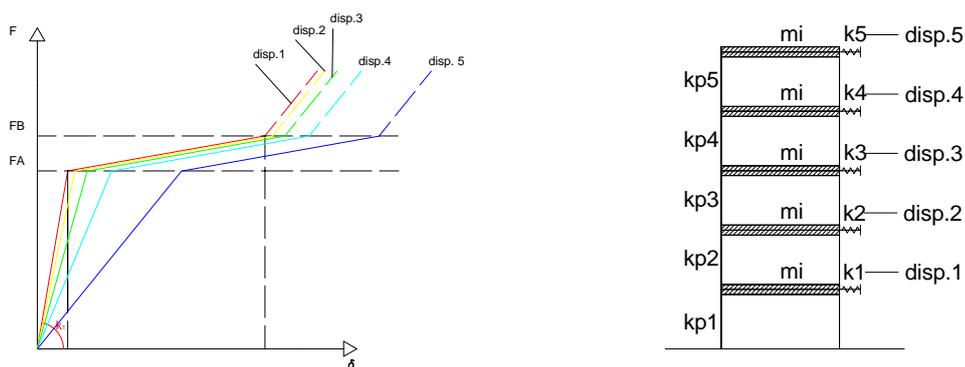


Figura4. 9 Illustrazione del criterio 1: Uguale Forza di snervamento

4.1.3.1.2 Definizione del legame forza-spostamento in numeri

Legame Forza-spostamento 1

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d,nev} = 2.38 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4. 25$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4. 26$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

$$\sum_{i=1}^n i = 15$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{15}; \quad 4. 27$$

$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$

$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.36E+08
k2	1.89E+08
k3	1.41E+08
k4	9.43E+07
k5	4.72E+07

Tabella 4. 5

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.23E+06
Punto B	0.0855	1.80E+06
Punto C	0.4	3.89E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.53E-03	1.23E+06
Punto B	1.07E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	2.94E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	8.71E-03	1.23E+06
Punto B	1.43E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	2.00E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.31E-02	1.23E+06
Punto B	2.14E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	1.06E+07
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.61E-02	1.23E+06
Punto B	4.28E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	1.15E+06

Tabella 4. 6

Legame Forza-spostamento 3

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 2.38 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4. 28$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{j=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4. 29$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11};$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

4. 30

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.36E+08
k2	1.77E+08
k3	1.18E+08
k4	5.90E+07
k5	5.90E+07

Tabella 4. 7

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.23E+06
Punto B	0.0855	1.80E+06
Punto C	0.4	3.89E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.97E-03	1.23E+06
Punto B	1.14E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	2.71E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.05E-02	1.23E+06
Punto B	1.71E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	1.53E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	1.23E+06
Punto B	3.42E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	3.51E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	1.23E+06
Punto B	3.42E-01	1.80E+06
Punto C	0.4	3.51E+06

Tabella 4. 8

Legame Forza-spostamento 5

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d,nev} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4.31$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4.32$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

$$\sum_{i=1}^n i = 15$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{15};$$

$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$

$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

4.33

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	1.46E+08
k2	1.17E+08
k3	8.75E+07
k4	5.83E+07
k5	2.92E+07

Tabella 4.9

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.62E+05
Punto B	0.0855	1.11E+06
Punto C	0.4	2.40E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.53E-03	7.62E+05
Punto B	1.07E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	1.82E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	8.71E-03	7.62E+05
Punto B	1.43E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	1.24E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.31E-02	7.62E+05
Punto B	2.14E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	6.55E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.61E-02	7.62E+05
Punto B	4.28E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	7.12E+05

Tabella 4. 10

Legame Forza-spostamento 7

- *Valore della rigidità totale*

$$k_{d1} = k_{d,nev} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4.34$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4.35$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11};$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

4.36

- *Valore delle rigidità dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	1.46E+08
k2	1.09E+08
k3	7.29E+07
k4	3.65E+07
k5	3.65E+07

Tabella 4. 11

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.62E+05
Punto B	0.0855	1.11E+06
Punto C	0.4	2.40E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.97E-03	7.62E+05
Punto B	1.14E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	1.68E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.05E-02	7.62E+05
Punto B	1.71E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	9.46E+06
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	7.62E+05
Punto B	3.42E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	2.17E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	7.62E+05
Punto B	3.42E-01	1.11E+06
Punto C	0.4	2.17E+06

Tabella 4. 12

Legame Forza-spostamento 9

- *Valore della rigidità totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 7.25 \cdot 10^9 \text{ N / m} \quad 4. 37$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4. 38$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

$$\sum_{i=1}^n i = 15$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{15}; \quad 4. 39$$

$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$

$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

- *Valore delle rigidità dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.417E+09
k2	1.933E+09
k3	1.450E+09
k4	9.667E+08
k5	4.834E+08

Tabella 4. 13

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.26E+07
Punto B	0.0855	1.84E+07
Punto C	0.4	3.98E+08
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.53E-03	1.26E+07
Punto B	1.07E-01	1.84E+07
Punto C	0.4	3.02E+08
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	8.71E-03	1.26E+07
Punto B	1.43E-01	1.84E+07
Punto C	0.4	2.05E+08
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.31E-02	1.26E+07
Punto B	2.14E-01	1.84E+07
Punto C	0.4	1.08E+08
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.61E-02	1.26E+07
Punto B	4.28E-01	1.84E+07
Punto C	0.4	1.18E+07

Tabella 4. 14

Legame Forza-spostamento 11

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 7.25 \cdot 10^9 \text{ N / m} \quad 4. 40$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{j=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4. 41$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11}; \quad 4. 42$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.637E+09
k2	1.977E+09
k3	1.318E+09
k4	6.591E+08
k5	6.591E+08

Tabella 4. 15

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.38E+07
Punto B	0.0855	2.01E+07
Punto C	0.4	4.35E+08
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.97E-03	1.38E+07
Punto B	1.14E-01	2.01E+07
Punto C	0.4	3.03E+08
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.05E-02	1.38E+07
Punto B	1.71E-01	2.01E+07
Punto C	0.4	1.71E+08
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	1.38E+07
Punto B	3.42E-01	2.01E+07
Punto C	0.4	3.92E+07
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.09E-02	1.38E+07
Punto B	3.42E-01	2.01E+07
Punto C	0.4	3.92E+07

Tabella 4. 16

4.1.3.2 Criterio 2: Uguale Spostamento

Si espongono, di seguito, i legami identificati nella quarta colonna della tabella 4.4 ,
relativi al criterio 2 di uguale spostamento.

Si specificano i passi che si seguiranno di seguito:

3. definizione del legame forza spostamento dei dispositivi in formule
4. definizione del legame forza spostamento dei dispositivi in numeri con la
caratterizzazione delle altre grandezze della tabella 4.4 ovvero:
 - formula per la rigidità totale
 - tipo di distribuzione lungo l'altezza

4.1.3.2.1 Definizione del legame forza-spostamento in formule

Legame forza - spostamento del primo dispositivo :

Punto A

Il punto A è il punto che individua lo snervamento dell'elemento.

$$A = (\delta_A, F_A) = (\delta_{y1}, (\delta_{y1} \cdot k_1)) \quad 4.43$$

Punto B è il punto che individua il raggiungimento della capacità ultima.

$$B = (\delta_B, F_B) = (\delta_{LS}, (F_y + (\delta_{LS} - \delta_A) \cdot 3\% \cdot k_{1disp})) \quad 4.44$$

Punto C è il punto che si ipotizza il dispositivo non raggiunga mai:

$$C = (\delta_C, F_C) = (\delta_u, (F_B + (\delta_u - \delta_B) \cdot 50\% \cdot k_{1disp})) \quad 4.45$$

Si suppone che l'elemento abbia il medesimo comportamento sia in trazione che in compressione.

Legame forza-spostamento dell'i-esimo dispositivo

Di seguito, si riportano le espressioni dei punti per un dispositivo generico diverso dal primo.

$$\begin{aligned}
 A_i &= (\delta_A, F_{Ai}) = (\delta_A, \delta_A \cdot k_i) \\
 B_i &= (\delta_B, F_{Bi}) = (\delta_B, F_{Ai} + (\delta_B - \delta_A) \cdot 3\% \cdot k_i) \\
 C_i &= (\delta_C, F_{Ci}) = (\delta_C, F_{Bi} + (\delta_C - \delta_B) \cdot 50\% \cdot k_i)
 \end{aligned}
 \tag{4.46}$$

Si nota che definendo in tal modo il legame costitutivo, man mano che la taglia (rigidezza iniziale) dei dispositivi diminuisce, diminuisce la forza di snervamento e la forza ultima degli stessi, in tal modo si prevede che i dispositivi ai piani alti si snervino prima di quelli ai piani bassi, in quanto caratterizzati da una minor forza.

D'altra parte, poiché si tratta di sistemi in parallelo con il piano i-esimo della struttura, si ha uguaglianza di spostamento e ripartizione delle forze proporzionale alle rigidezze; pertanto anche in tal caso si è specificato un legame che tenga conto del fatto che abbattere di molto la forza dei dispositivi potrebbe provocare danni maggiori alla struttura, che tuttavia, ai piani alti è meno sollecitata.

Il criterio viene esplicitato graficamente nel diagramma $F - \delta$, al lato viene anche rappresentata la struttura con la posizione dei dispositivi al variare dei piani.

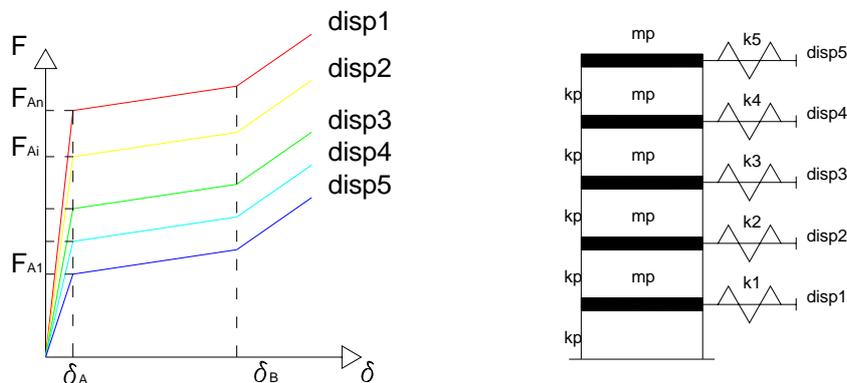


Figura4. 10 Illustrazione del criterio 2: Uguale Spostamento di snervamento ed ultimo

4.1.3.2.2 *Definizione del legame forza-spostamento in numeri*

Legame Forza-spostamento 2

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d,nev} = 2.38 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4. 47$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4. 48$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

$$\sum_{i=1}^n i = 15$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{15};$$

$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$

$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

4. 49

- *Valore delle rigidzze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.36E+08
k2	1.89E+08
k3	1.41E+08
k4	9.43E+07
k5	4.72E+07

Tabella 4. 17

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.23E+06
Punto B	0.0855	1.80E+06
Punto C	0.4	3.89E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	9.86E+05
Punto B	0.0855	1.44E+06
Punto C	0.4	3.11E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.39E+05
Punto B	0.0855	1.08E+06
Punto C	0.4	2.33E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	4.93E+05
Punto B	0.0855	7.20E+05
Punto C	0.4	1.56E+07
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	2.46E+05
Punto B	0.0855	3.60E+05
Punto C	0.4	7.78E+06

Tabella 4. 18

Legame Forza-spostamento 4

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 2.38 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4. 50$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{j=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4. 51$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11}; \quad 4. 52$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.36E+08
k2	1.77E+08
k3	1.18E+08
k4	5.90E+07
k5	5.90E+07

Tabella 4. 19

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.23E+06
Punto B	0.0855	1.80E+06
Punto C	0.4	3.89E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	9.24E+05
Punto B	0.0855	1.35E+06
Punto C	0.4	2.92E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	6.16E+05
Punto B	0.0855	9.00E+05
Punto C	0.4	1.94E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	3.08E+05
Punto B	0.0855	4.50E+05
Punto C	0.4	9.72E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	3.08E+05
Punto B	0.0855	4.50E+05
Punto C	0.4	9.72E+06

Tabella 4. 20

Legame Forza-spostamento 6

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ N / m}$$

4. 53

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4.54$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$
$$\sum_{i=1}^n i = 15$$
$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$
$$\alpha_2 = \frac{4}{15}; \quad 4.55$$
$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$
$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$
$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

- *Valore delle rigidzze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	1.46E+08
k2	1.17E+08
k3	8.75E+07
k4	5.83E+07
k5	2.92E+07

Tabella 4. 21

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.01925	2.81E+06
Punto B	0.105	3.18E+06
Punto C	0.4	2.47E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.01925	2.25E+06
Punto B	0.105	2.55E+06
Punto C	0.4	1.98E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.01925	1.68E+06
Punto B	0.105	1.91E+06
Punto C	0.4	1.48E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.01925	1.12E+06
Punto B	0.105	1.27E+06
Punto C	0.4	9.88E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.01925	5.62E+05
Punto B	0.105	6.37E+05
Punto C	0.4	4.94E+06

Tabella 4. 22

Legame Forza-spostamento 8

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ N / m} \quad 4. 56$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{j=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4. 57$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11}; \quad 4. 58$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	1.46E+08
k2	1.09E+08
k3	7.29E+07
k4	3.65E+07
k5	3.65E+07

Tabella 4. 23

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.62E+05
Punto B	0.0855	1.11E+06
Punto C	0.4	2.40E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	5.72E+05
Punto B	0.0855	8.35E+05
Punto C	0.4	1.80E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	3.81E+05
Punto B	0.0855	5.57E+05
Punto C	0.4	1.20E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.91E+05
Punto B	0.0855	2.78E+05
Punto C	0.4	6.01E+06
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.91E+05
Punto B	0.0855	2.78E+05
Punto C	0.4	6.01E+06

Tabella 4. 24

Legame Forza-spostamento 10

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 7.25 \cdot 10^9 \text{ N / m} \quad 4. 59$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i} \quad 4. 60$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

$$\sum_{i=1}^n i = 15$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{15};$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{15}; \quad 4. 61$$

$$\alpha_3 = \frac{3}{15};$$

$$\alpha_4 = \frac{2}{15};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{15};$$

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.417E+09
k2	1.933E+09
k3	1.450E+09
k4	9.667E+08
k5	4.834E+08

Tabella 4. 25

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.26E+07
Punto B	0.0855	1.84E+07
Punto C	0.4	3.98E+08
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.01E+07
Punto B	0.0855	1.48E+07
Punto C	0.4	3.19E+08
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.58E+06
Punto B	0.0855	1.11E+07
Punto C	0.4	2.39E+08
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	5.05E+06
Punto B	0.0855	7.38E+06
Punto C	0.4	1.59E+08
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	2.53E+06
Punto B	0.0855	3.69E+06
Punto C	0.4	7.97E+07

Tabella 4. 26

Legame Forza-spostamento 12

- *Valore della rigidezza totale*

$$k_{d1} = k_{d, new} = 7.25 \cdot 10^9 \text{ N / m} \quad 4. 62$$

- *Distribuzione lungo l'altezza*

$$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{j=1}^{n-1} i \right) + 1} \quad 4. 63$$

dove n è il numero di piani, in tal caso 5

$$\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{j=1}^{n-1} i}$$

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} i = 11$$

$$\alpha_1 = \frac{4}{11};$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{11};$$

$$\alpha_3 = \frac{2}{11};$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{11};$$

$$\alpha_5 = \frac{1}{11};$$

4. 64

- *Valore delle rigidezze dei singoli dispositivi*

	[N/m]
k1	2.637E+09
k2	1.977E+09
k3	1.318E+09
k4	6.591E+08
k5	6.591E+08

Tabella 4. 27

- Determinazione dei punti A, B, C, del legame per ciascun dispositivo

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.38E+07
Punto B	0.0855	2.01E+07
Punto C	0.4	4.35E+08
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.03E+07
Punto B	0.0855	1.51E+07
Punto C	0.4	3.26E+08
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	6.89E+06
Punto B	0.0855	1.01E+07
Punto C	0.4	2.17E+08
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	3.44E+06
Punto B	0.0855	5.03E+06
Punto C	0.4	1.09E+08
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	3.44E+06
Punto B	0.0855	5.03E+06
Punto C	0.4	1.09E+08

Tabella 4. 28

5. Calibrazione e verifica del comportamento post elastico dei dispositivi

5.0 Introduzione

In questo capitolo, si riportano le analisi di calibrazione dei dispositivi modellati con i legami costitutivi esplicitati nel Capitolo 4.

In particolare, come primo passo si illustrerà il sistema “*struttura + dispositivi*” semplificata e implementata nel programma SAP2000 (modellazione), di seguito si illustreranno i sismi cui è stata sottoposta (carichi), e per finire si riporteranno, per ciascun tipo di legame (cfr. Cap.4, Tabella 4.3), i risultati ottenuti (calibrazione). Quest’ultimi sono costituiti da “*Punti di controllo*”, rappresentanti gli effetti di ogni sisma sul dispositivo in termini di Forza-Spostamento.

Lo scopo è quello di avere dispositivi in campo elastico qualora la struttura sia sottoposta a *terremoto frequente* (livello prestazionale *Fully Operational*) e di avere dispositivi in campo post elastico, quindi snervati, qualora sottoposta a *terremoto raro* (livello prestazionale *Life Safe*). Il raggiungimento di questo scopo garantisce la concentrazione della dissipazione in elementi sostituibili, pertanto si accetta anche che qualche *punto di controllo* relativo al livello prestazionale *Life-Safe* sia nel terzo ramo della trilineare che rappresenta il legame costitutivo del dispositivo; lo punto di controllo posto sul terzo ramo del legame rappresenta lo stato del dispositivo, che avendo esaurito le sue risorse plastiche e dissipative, si comporta come un collegamento rigido che trasmette forze tra telai e nuclei di controventamento senza deformarsi.

5.1 Modellazione della struttura + dispositivi

Al fine di voler indagare con più precisione il comportamento del sistema dei dispositivi sotto sisma, si è riprodotta, nel programma SAP2000, l’idealizzazione dle sistema reale.

Si prosegue, quindi, la concezione adottata nei primi capitoli della presente tesi, che schematizza la struttura come un sistema di n masse collegate in serie da molle (pilastri), che sono in parallelo con le altre molle (dispositivi).

Schematizzare la struttura come un telaio ad una campata di tipo shear-type, in cui ogni piano è collegato ad un nucleo di controventamento mediante dei dispositivi dissipativi, vorrebbe dire analizzare una struttura ibrida, ovvero a metà tra una concezione ideale ed una reale. Questo comporterebbe, comunque, l'introduzione di errori nei risultati dovute all'incertezza del modello, al materiale etc...

D'altra parte, la calibrazione su una struttura reale sarebbe troppo onerosa dal punto di vista dei tempi di calcolo.

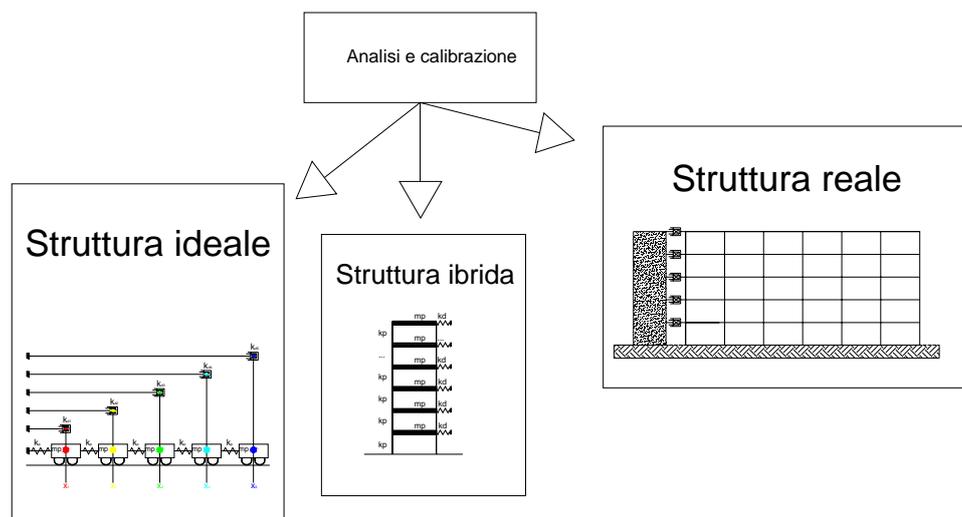


Figura 5. 1 Possibili campi di analisi

Il campo in cui, quindi, si agisce è ancora quello ideale, in cui si assume che:

1. il pilastro abbia un comportamento elasto-plastico
2. il dispositivo abbia un comportamento elasto-plastico-incrudente (legame costitutivo trilineare)

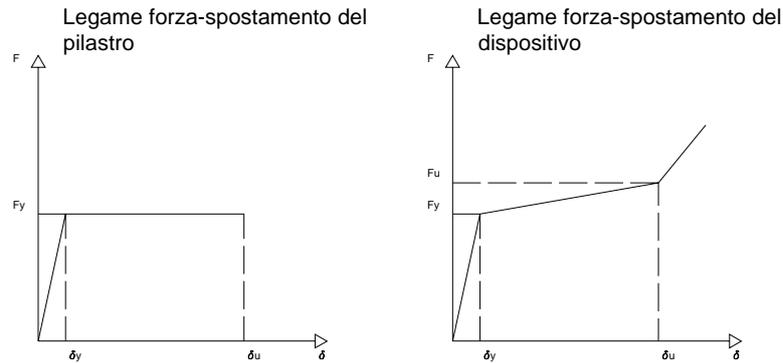


Figura 5.2 Legami costitutivi dei pilastri e dei dispositivi dissipativi

La struttura implementata è costituita da:

- n nodi ad ognuno dei quali è attribuita una massa in direzione x, direzione del sisma
- la massa ha il valore della massa di piano; valore derivato dall'analisi dei carichi di una struttura in acciaio tipo.
- il nodi sono collegati da NL link, cui è stato imposto il comportamento elasto - plastico. Il valore di forza e spostamento di snervamento è calcolato in base alle caratteristiche del pilastro stesso (sezione, materiale) e della struttura (numero di pilastri, disposizione di essi in pianta).
- il primo nodo è vincolato tramite incastro (riproduce il vincolo di incastro alla base della struttura)
- ogni nodo, ad eccezione del primo, è collegato ad altri nodi posti ad una distanza z dai nodi che rappresentano la struttura, mediante il *constraint Equal*. Questo riproduce la configurazione di pilastri e dispositivi posti in parallelo nel sistema. Infatti, attribuendo ad ogni coppia di nodi il suddetto *Constraint*, si garantisce l'ugual spostamento nella direzione imposta (x) e la ripartizione delle forze in base alle rigidezze.
- i nodi aggiuntivi, collegati ai nodi cui si sono attribuite le masse, sono collegati alle estremità con NL link, cui si è imposto un legame costitutivo trilineare. Essi rappresentano i dispositivi posti tra piano e nucleo di controventamento; schematizzato come prima precisato mediante un incastro.

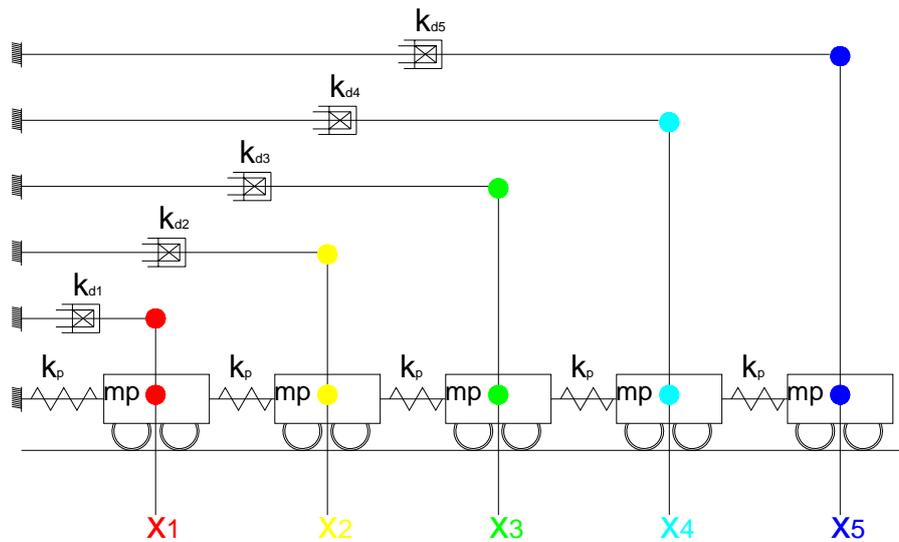


Figura 5. 3 Modello ideale implementato nel programma SAP 2000

Si caratterizza ogni punto dell'elenco di cui sopra.

5.1.1 Massa di piano

La massa di piano è ricavata dall'analisi dei carichi della struttura analizzata nel Capitolo 3. Si riportano in breve le caratteristiche:

- maglia strutturale 6m x 5m
- sito L'Aquila
- destinazione d'uso: civile abitazione
- pianta rettangolare : 36mx15m
- altezza totale: 17.5m.
- disposizione dei pilastri metà in un senso metà nell'altro (rigidezza uguale in entrambe le direzioni).

La pianta e i prospetti sono riportati in figura

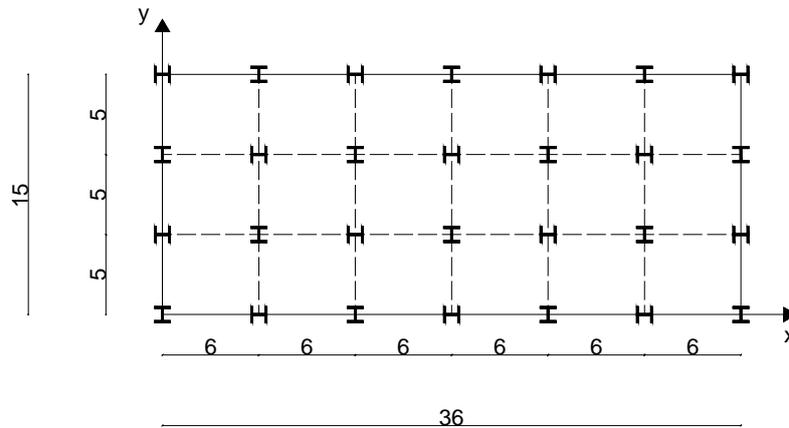


Figura 5.4 Pianta della struttura considerata

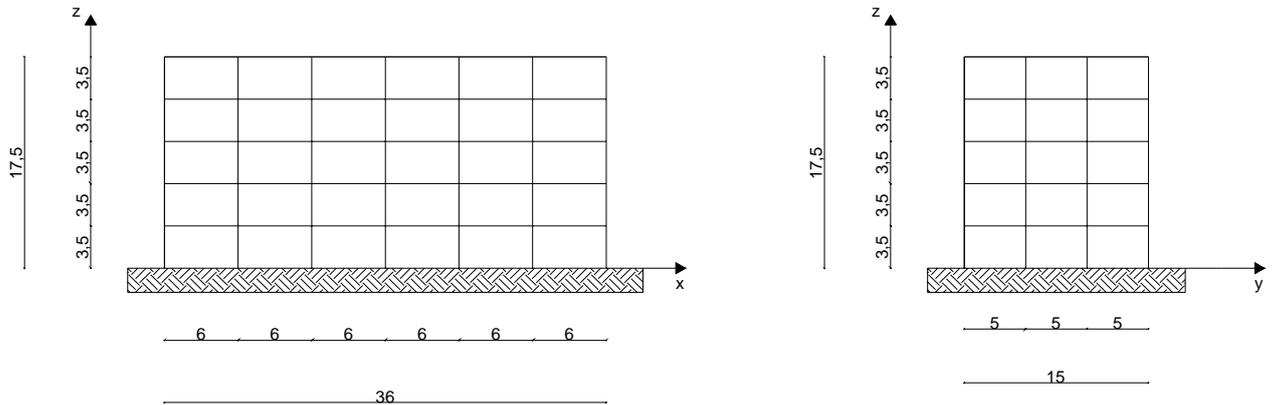


Figura 5.5 Prospetto in direzione x e y

Norme tecniche di riferimento

Le norme tecniche di riferimento sono:

D.M del 14-01-2008;

CNR 10011.

Materiali utilizzati

La struttura è in acciaio, tipo S275, le cui caratteristiche meccaniche (cfr. *tabella 11.3.IX del D.M. 08*) sono:

Tensione caratteristica a rottura: $f_{tk} = 430 \text{ N/mm}^2$

Tensione caratteristica a snervamento: $f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$

Modulo di elasticità normale: $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

Come riportato nel paragrafo 4.2.4.1.1 del D.M. 08, la resistenza di progetto dell'acciaio è definita attraverso la seguente relazione:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad 5.1$$

Tensione di snervamento di progetto:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{f_{yk}}{1.05} = 262N / mm^2$$
$$f_{yd} = 262N / mm^2 = 2670kg / cm^2$$

In cui il coefficiente riduttivo della resistenza caratteristica, γ_{M0} , si assume pari a 1.05 (cfr. Tabella 4.2.V del D.M.08).

5.1.2 Analisi dei carichi

in tal sede si assume che il valore del peso di piano per unità di superficie sia di circa 0.9 t/m².

Si ottiene, quindi un peso di piano pari a :

$$W_{piano} = 0.9 \frac{t}{m^2} \cdot 15m \cdot 36m = 486t \approx 500t \quad 5.2$$

Il peso totale dell'edificio è:

$$W_{tot} = 0.9 \frac{t}{m^2} \cdot 15m \cdot 36m \cdot 5 = 2430t \approx 2500t \quad 5.3$$

La massa totale dell'edificio risulta essere:

$$m_{tot} = \frac{W_{tot}}{g} = \frac{2500t}{10m/s^2} = 250t \cdot s^2 / m \quad 5.4$$

La massa di piano è:

$$m_p = \frac{m_{tot}}{n} = \frac{250t \cdot s^2 / m}{5} = 50000kg \quad 5.5$$

5.1.3 Modellazione del pilastro

Sono stati adottati pilastri del tipo HEB 220, le cui caratteristiche sono indicate in figura 5.6

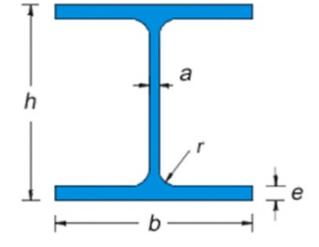
	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091\text{ cm}^4$
	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843\text{ cm}^4$
	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5\text{ cm}^3$
	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5\text{ cm}^3$
	$r = 18\text{mm}$	$r_x = 9,43\text{ cm}$
	peso = 71,5 kg/m	$r_y = 5,59\text{ cm}$
	$A = 91,04\text{cm}^2$	

Figura 5. 6 Proprietà della sezione HEB220

Per rappresentare il legame elasto – plastico del pilastro si calcola:

- Lo spostamento al limite elastico
- La forza di snervamento

5.1.3.1 Spostamento elastico del pilastro.

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale che essa rimanga in campo elastico.

Sia il pilastro un HEB 220, le cui caratteristiche sono riportate di seguito, si calcola lo spostamento al limite elastico dello stesso.

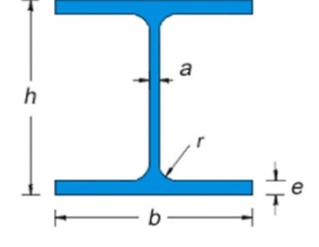
	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091\text{ cm}^4$
	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843\text{ cm}^4$
	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5\text{ cm}^3$
	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5\text{ cm}^3$
	$r = 18\text{mm}$	$r_x = 9,43\text{ cm}$
	peso = 71,5 kg/m	$r_y = 5,59\text{ cm}$
	$A = 91,04\text{cm}^2$	

Figura 5. 7

Si calcola il momento elastico mediante la seguente espressione:

Direzione forte:

$$M_a = W_x \cdot \sigma_{\max} = 735,5\text{cm}^3 \cdot 2750\text{kg} / \text{cm}^2 = 2022625\text{kg} \cdot \text{cm} = 20,22\text{tm}$$

5. 5

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_x = \frac{M_x \cdot 2}{h} = \frac{20,22tm \cdot 2}{3,5m} = 11,55t \quad 5.6$$

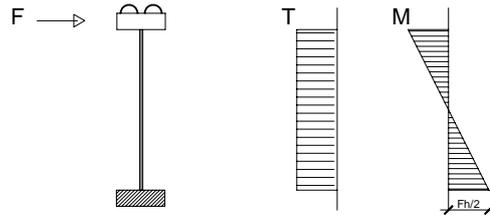


Figura 5. 8 Schema statico di riferimento

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

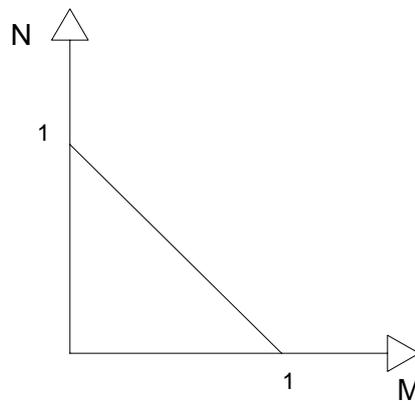


Figura 5. 9 Diagramma d'interazione

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{kg}{cm^2} - \frac{135000kg}{91,04cm^2} \right)}{2750 \frac{kg}{cm^2}} = 0,46 \approx 0,40 \quad 5.7$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3} \quad 5.6$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_x = \frac{F_x}{k_x} = \frac{4620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 8091}{350^3}} = 0.97cm \quad 5.7$$

Poiché, come raffigurato in pianta, i pilastri sono orientati metà in direzione forte e l'altra metà in direzione debole, viene anche calcolato lo spostamento al limite elastico del pilastro in posizione debole, con la stessa procedura adottata per lo spostamento del limite elastico in posizione forte. Direzione debole:

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5cm^3 \cdot 2750kg/cm^2 = 710875kg \cdot cm = 7.11tm \quad 5.8$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_y = \frac{M_y \cdot 2}{h} = \frac{7.11tm \cdot 2}{3.5m} = 4.062t \quad 5.9$$

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{kg}{cm^2} - \frac{135000kg}{91.04cm^2}\right)}{2750 \frac{kg}{cm^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 5.10$$

$$F_y = 4.062t \cdot 0.40 = 1.62t \quad 5.11$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_y = \frac{12EJ}{h^3} \quad 5.12$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_y = \frac{F_y}{k_y} = \frac{1620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 2843}{350^3}} = 0.96cm \quad 5.13$$

Lo spostamento medio tra il d_x e il d_y è lo spostamento elastico di piano:

$$d_m = \frac{d_x + d_y}{2} = 0.97cm \quad 5.14$$

Considerando anche la deformabilità tagliante dello stesso, il limite valutato implementando nel *Sap2000* il tipo di schema statico è stato considerato uno spostamento elastico del valore di:

$$d_{el} = 0.95cm \quad 5.15$$

5.1.3.2 Forza di snervamento di piano

Si definisce la rigidezza dei pilastri nelle due direzioni, forte e debole, e la si moltiplica per il numero di pilastri presenti nel piano. Si precisa che per la disposizione adottata la rigidezza del piano sarà data dalla somma tra: $\frac{n}{2} \cdot k_x$ e $\frac{n}{2} \cdot k_y$.

Rigidezza in direzione forte

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3} \quad 5.16$$

$$k_x = \frac{12EJ_x}{h^3} = \frac{12 \cdot 2100000 \frac{kg}{cm^2} \cdot 8901cm^4}{(350cm)^3} = 4755.52 \frac{kg}{cm} = 4755.52 * 10^3 \frac{N}{m} \quad 5.17$$

Sia il numero totale dei pilastri di piano pari a 28, si ottiene che la rigidezza totale in direzione forte è:

$$k_{x,tot} = \frac{n}{2} \cdot \frac{12EJ_x}{h^3} = 14 \cdot \frac{12 \cdot 2100000 \frac{kg}{cm^2} \cdot 8901cm^4}{(350cm)^3} = 6.66 \cdot 10^7 \frac{N}{m} \quad 5.18$$

Rigidezza in direzione debole

$$k_y = \frac{12EJ_x}{h^3} \quad 5.19$$

$$k_x = \frac{12EJ_x}{h^3} = \frac{12 \cdot 2100000 \frac{kg}{cm^2} \cdot 2843cm^4}{(350cm)^3} = 1671 \frac{kg}{cm} = 1671 \cdot 10^3 \frac{N}{m} \quad 5.20$$

Sia il numero totale dei pilastri di piano pari a 28, si ottiene che la rigidezza totale in direzione debole è:

$$k_{y,tot} = \frac{n}{2} \cdot \frac{12EJ_y}{h^3} = 14 \cdot \frac{12 \cdot 2100000 \frac{kg}{cm^2} \cdot 2843cm^4}{(350cm)^3} = 2.33 \cdot 10^7 \frac{N}{m} \quad 5.21$$

Rigidezza totale di piano

$$k_{tot} = k_{x,tot} + k_{y,tot} = (6.66 + 2.33) \cdot 10^7 \frac{N}{m} = 8.99 \cdot 10^7 \frac{N}{m} \approx 9 \cdot 10^7 \frac{N}{m} \quad 5.22$$

La forza di snervamento è valutata dalla semplice formula:

$$F = k \cdot \delta \quad 5.23$$

in cui si sostituisce alla rigidezza la rigidezza totale di piano, e allo spostamento lo spostamento elastico.

$$F_{yield} = k_{tot} \cdot \delta_{el} = 9 \cdot 10^7 \frac{N}{m} \cdot 0.0095m = 8.55 \cdot 10^5 N = 89.70t \quad 5.24$$

Si visualizza la finestra di dialogo del programma in cui si introduce il legame dei pilastri:

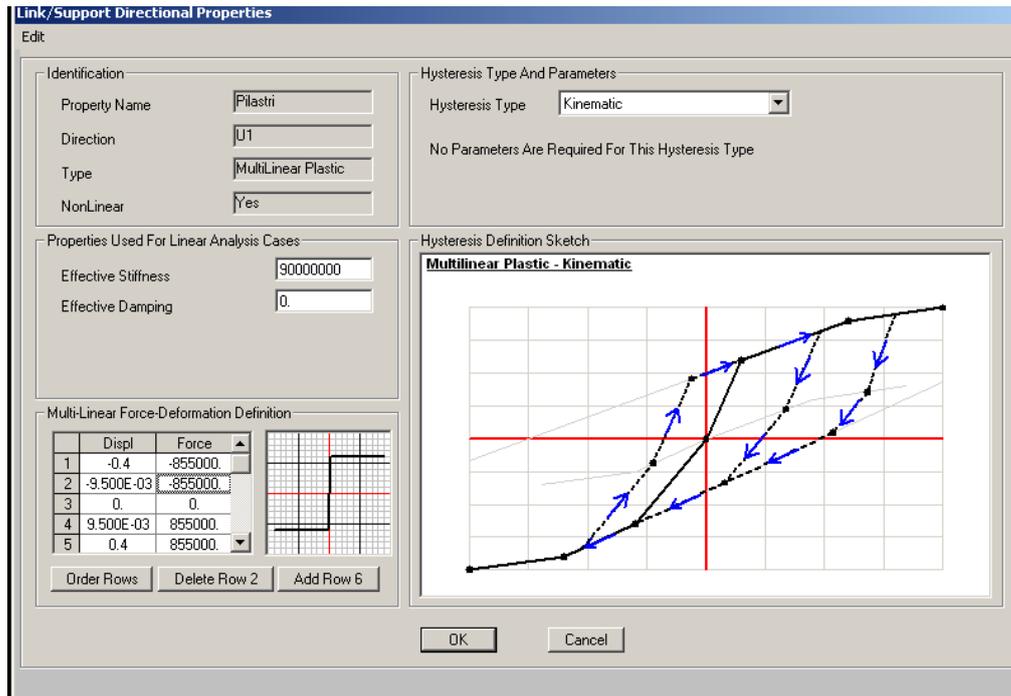


Figura 5. 10 Finestra di dialogo del legame costitutivo del pilastro

5.1.4 Modellazione dei dispositivi

Per quanto riguarda la modellazione dei dispositivi, si fa riferimento al capitolo precedente in cui sono stati introdotti i 12 legami costitutivi che si analizzeranno.

Si riporta la tabella 4.3 del precedente capitolo per semplicità:

<i>Formula adottata per identificare ktot ,disp.</i>	<i>Distribuzione lungo l'altezza della struttura</i>	<i>Criteri di definizione del legame forza-spostamento dei dispositivi</i>	
		F cost	d cost
Formula 1.1 $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	1	2
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	3	4
Formula 1.2 $k_{d1} = (k_{d,new} - k_p)$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	5	6
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	7	8
Formula 2 $k_{d,sin\ golo} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2}\right) \frac{m}{T_{arg et}^2}$ $k_{tot} = n \cdot k_{d,sin\ golo}$	$\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	9	10
	$\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$	11	12

Tabella 5. 1 Numerazione dei legami sottoposti ad analisi time – history

Poiché ci sarebbero 12 diversi gruppi di legami costitutivi per 5 dispositivi, in quanto 5 è il numero dei piani della struttura in esame, per non appesantire il testo, non si visualizzano i legami costitutivi di ciascun dispositivo di ciascun gruppo, poichè la tipologia di quest'ultimi è già stata specificata ampiamente in precedenza.

I punti notevoli dei legami costitutivi sono stati definiti nel capitolo 4 e si utilizzano per le diverse analisi.

Il tipo di link utilizzato nella modellazione è un NL link, in cui di volta in volta vengono attribuiti spostamenti e forze.

L'esempio riporta la finestra di dialogo del SAP2000, programma agli elementi finiti utilizzato per tale modellazione, relativa al dispositivo non lineare del quarto piano, relativo alla formula totale di rigidezza 1.2, ad una distribuzione adimensionalizzata su n misurazioni, ed al criterio di forza costante dei dispositivi.

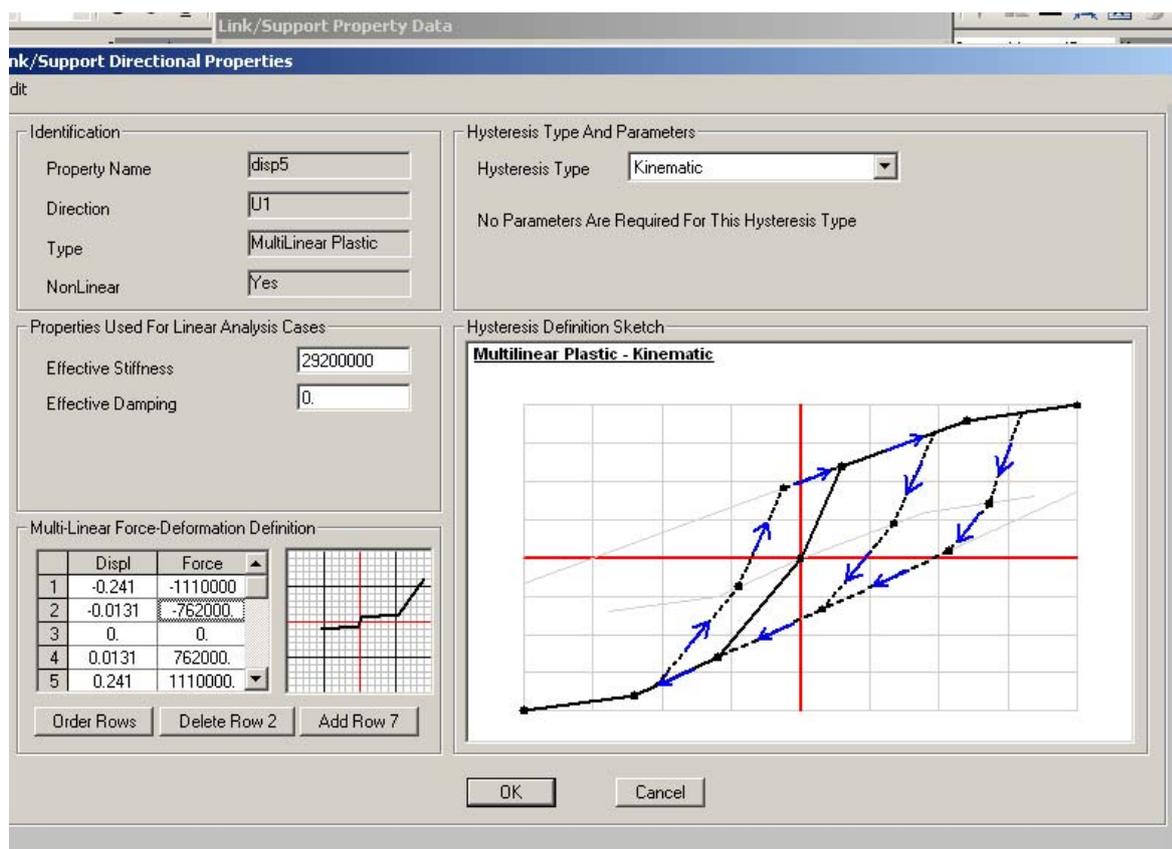


Figura 5. 11 Finestra di dialogo per il legame costitutivo dei dispositivo

5.2 Analisi dinamiche non lineari di tipo Time-History

Si procede con la verifica della struttura ideale tramite delle analisi non lineari di tipo *time-history*. Il sistema verrà sollecitato con accelerogrammi spettro – compatibili al “livello di intensità sismica” che verrà di volta in volta preso in esame.

Accelerogrammi spettro compatibili

Gli accelerogrammi spettro – compatibili sono stati individuati tramite il software REXEL v 2.2 beta che permette la ricerca di combinazioni di accelerogrammi naturali compatibili con gli spettri delle *Norme Tecniche per le costruzioni* (NTC) e dell' *Eurocodice 8* (EC8) che possono anche rispecchiare caratteristiche di interesse di magnitudo e distanza epicentrale. Le registrazioni accelerometriche a cui si fa riferimento sono quelle dello *European Strong – Motion Database* (ESD).

5.2.1 Accelerogrammi spettro – compatibili con il “livello di intensità sismica” definito “Terremoto frequente”

Gli accelerogrammi spettro – compatibili con lo spettro da normativa sono riportati nella figura seguente.

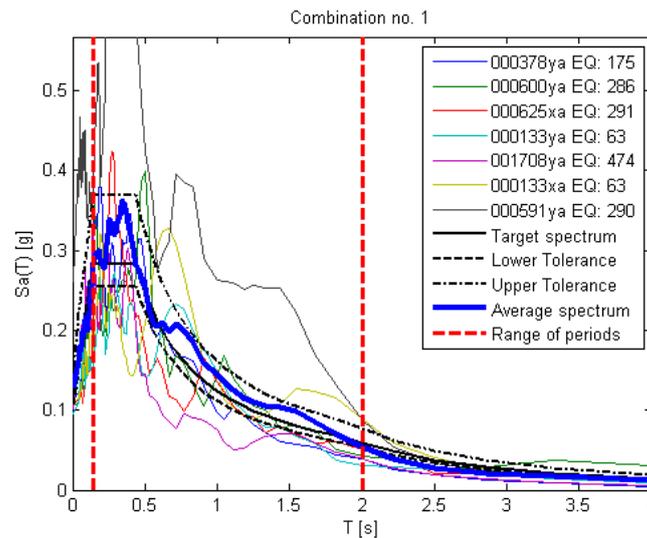


Figura 5. 12 Combinazione dei sette sismi al livello prestazionale *Fully Operational*, livello di intensità sismica Terremoto Frequente

Le informazioni sismologiche sui singoli accelerogrammi, sono riportate nella tabella seguente (Tabella 5.1)

Waveform ID	Earthquake ID	Station ID	Earthquake Name	Date	Mw
378	175	ST152	Lazio Abruzzo	07/05/1984	5.09
600	286	ST223	Umbria Marche	26/09/1997	6
625	291	ST223	Umbria Marche (aftershock)	06/10/1997	5.05
133	63	ST33	Friuli (aftershock)	15/09/1976	6
1708	474	ST1253	Ano Liosia	07/09/1999	6
133	63	ST33	Friuli (aftershock)	15/09/1976	6
591	290	ST221	Umbria Marche	26/09/1997	5.07
media:					5.8714

Tabella 5. 1 Caratteristiche sismologiche degli accelerogrammi

Di seguito si riportano gli accelerogrammi di cui sopra con la sigla usata nell'identificazione nel programma *SAP 2000* (Tabella n 5.2).

ACCELEROGRAMMA		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO IN SAP2000
Waveform ID	Earthquake ID	
378	175	SO1
600	286	SO2
625	291	SO3
133	63	SO4
1708	474	SO5
133	63	SO6
591	290	SO7

Tabella 5. 2 Indicazione della numerazione adottata nel programma *SAP 2000*

Di seguito vengono riportate le forme dei sette accelerogrammi spettro – compatibili con il cosiddetto “*Terremoto Frequente*”.

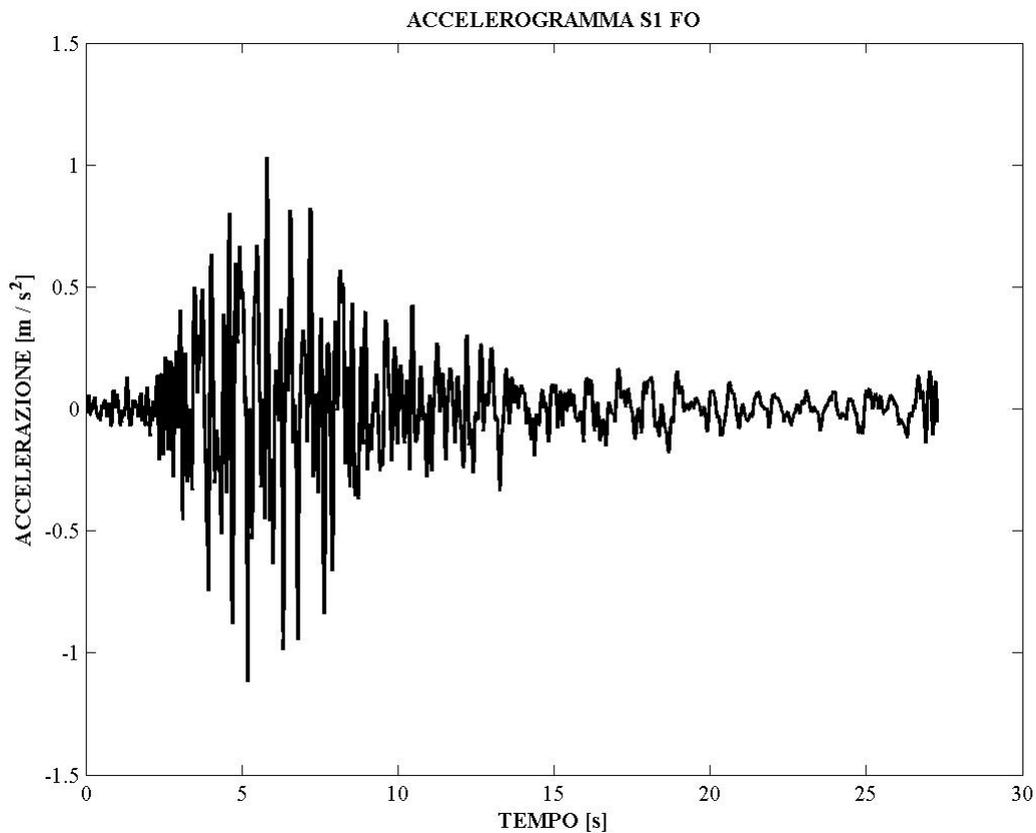


Figura 5.13 Accelerogramma SO1

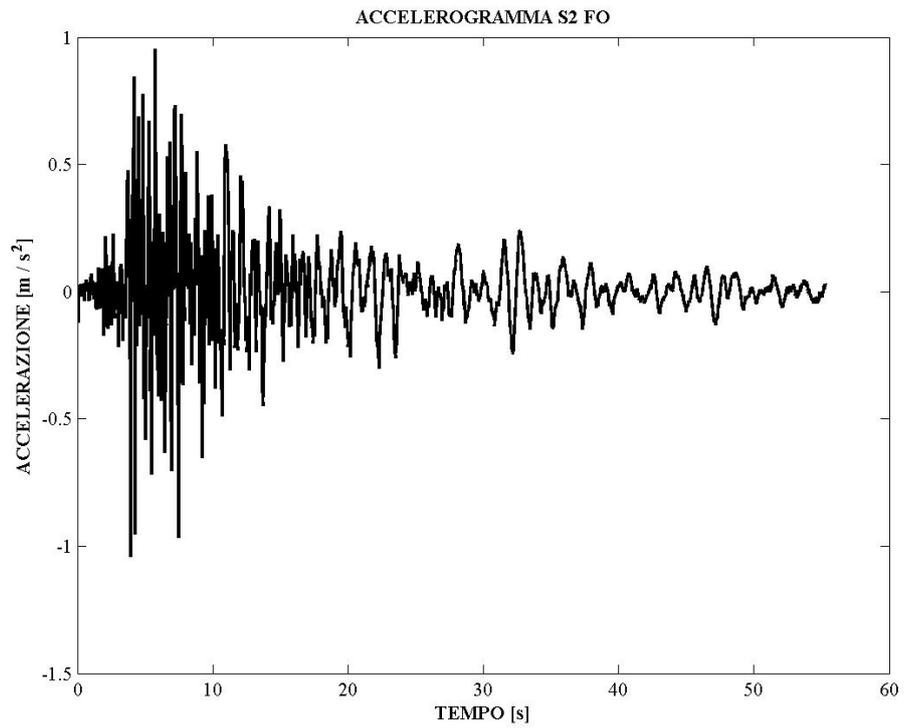


Figura 5. 14 Accelerogramma SO2

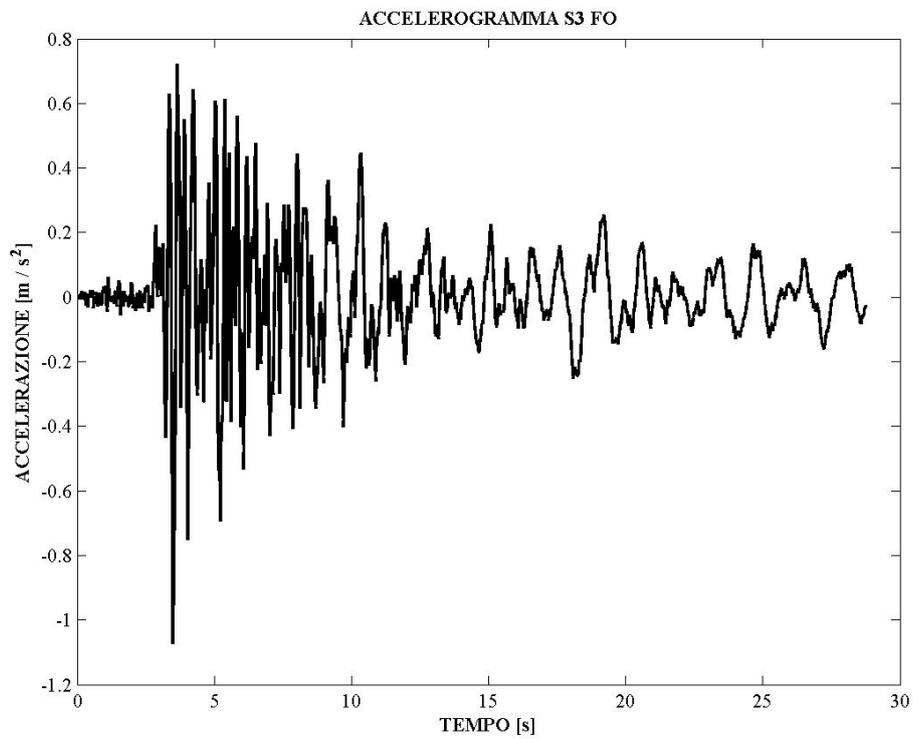


Figura 5. 15 Accelerogramma SO3

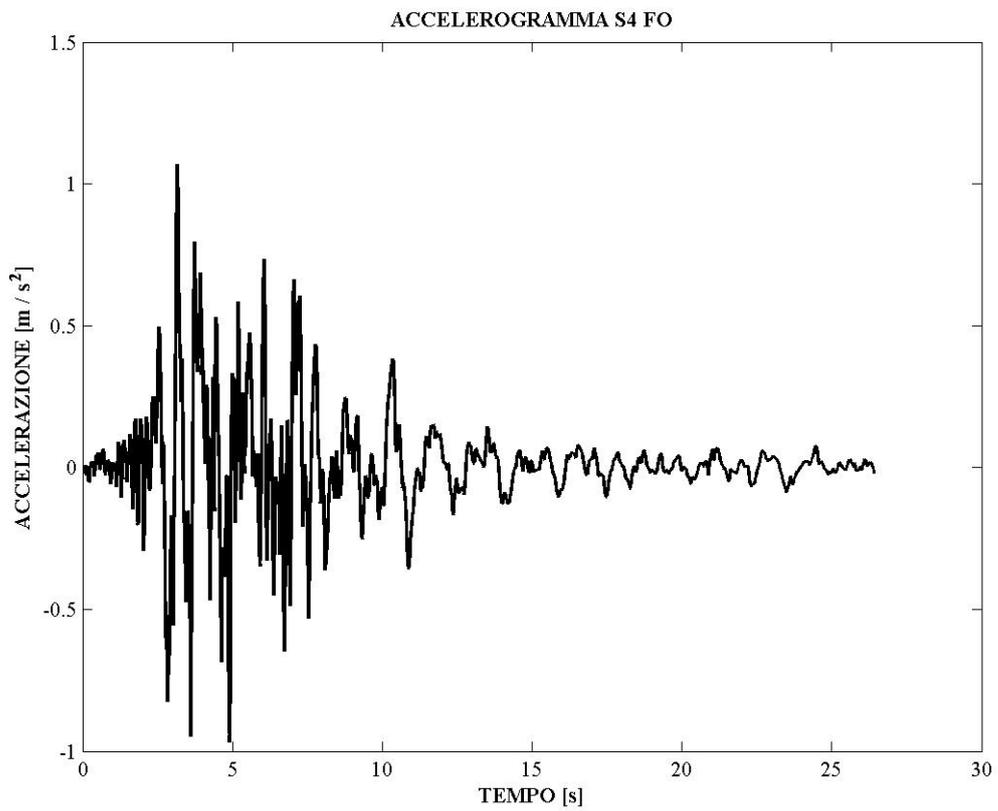


Figura 5. 16 Accelerogramma SO4

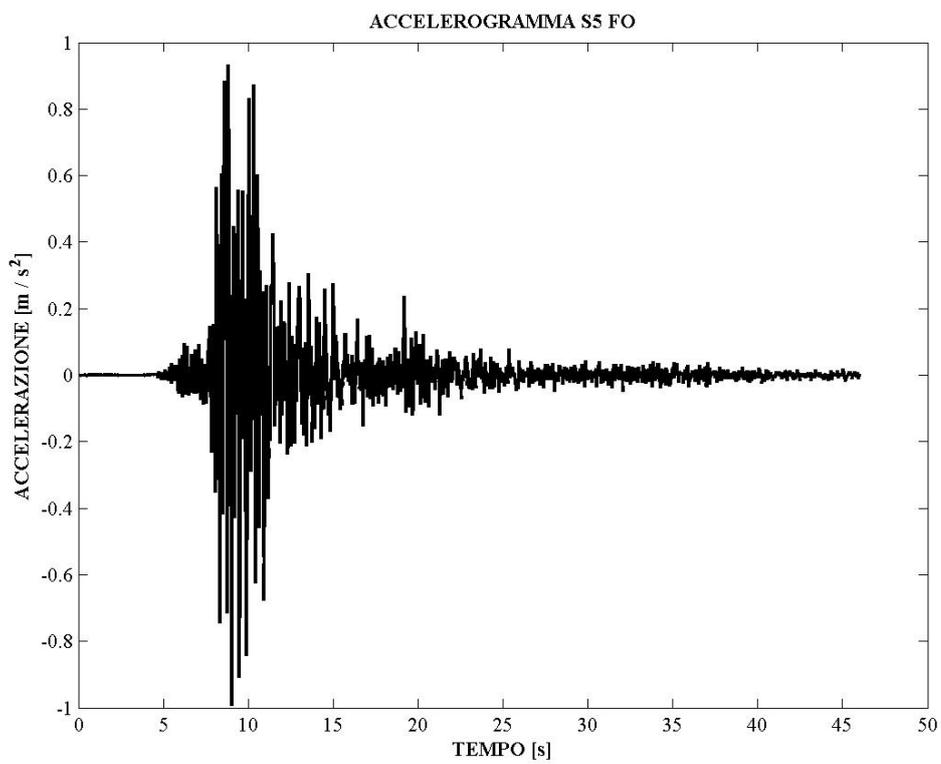


Figura 5. 17 Accelerogramma SO5

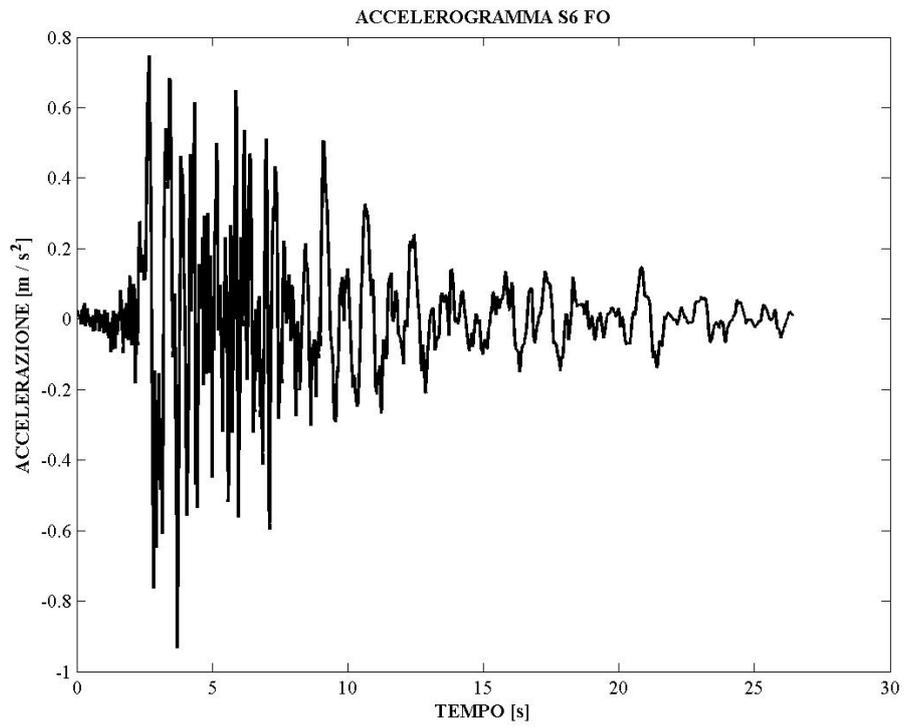


Figura 5. 18 Accelerogramma SO6

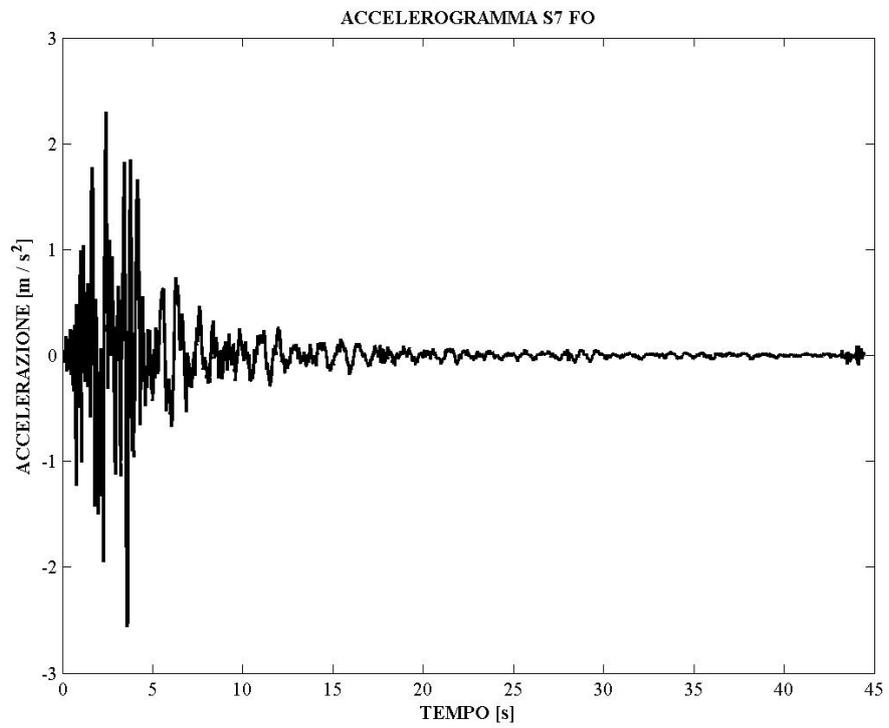


Figura 5. 19 Accelerogramma SO7

5.2.2 Accelerogrammi spettro – compatibili con il “livello di intensità sismica definito “Terremoto Raro”

Gli accelerogrammi spettro – compatibili con lo spettro da normativa sono riportati nella figura seguente.

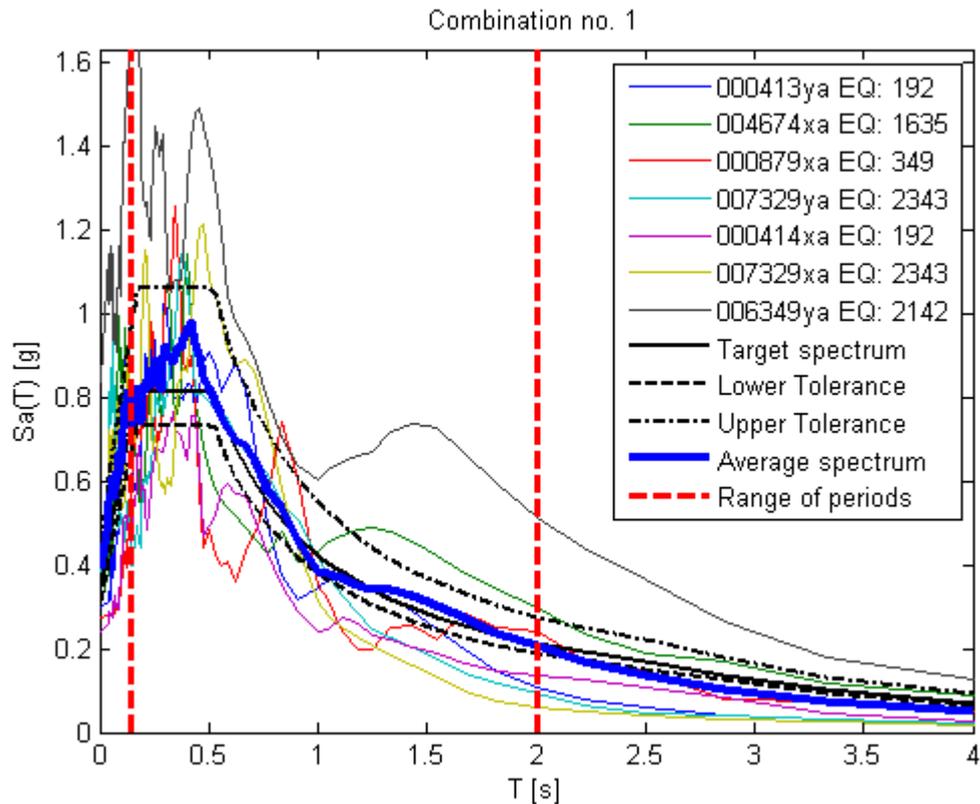


Figura 5. 20 Accelerogrammi spettro – compatibili con il livello prestazionale
Life – Safe, livello d'intensità sismica *terremoto raro*

Le informazioni sismologiche sui singoli accelerogrammi sono riportate nella tabella seguente (Tabella 5.2).

Waveform ID	Earthquake ID	Station	Earthquake Name	Date	Mw
		ID			
413	192	ST164	Kalamata	13/09/1986	5.09
4674	1635	ST2486	South Iceland	17/06/2000	6.05
879	349	ST271	Dinar	01/10/1995	6.04
7329	2343	ST87	Faial	09/07/1998	6.01
414	192	ST163	Kalamata	13/09/1986	5.09
7329	2343	ST87	Faial	09/07/1998	6.01
6349	2142	ST2558	South Iceland (aftershock)	21/06/2000	6.04
mean:					6.185714

Tabella 5. 2 Caratteristiche degli accelerogrammi

Di seguito, si indicano gli accelerogrammi di cui sopra con la sigla riportata nel programma *SAP 2000* (Tabella 5.3).

ACCELEROGRAMMI		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO IN SAP2000
Waveform ID	Earthquake ID	
413	192	LS1
4674	1635	LS2
879	349	LS3
7329	2343	LS4
414	192	LS5
7329	2343	LS6
6349	2142	LS7

Tabella 5. 3 Numerazione degli accelerogrammi implementata nel SAP 2000

Di seguito vengono riportate le forme dei sette accelerogrammi spettro compatibili con il cosiddetto “*Terremoto Raro*”.

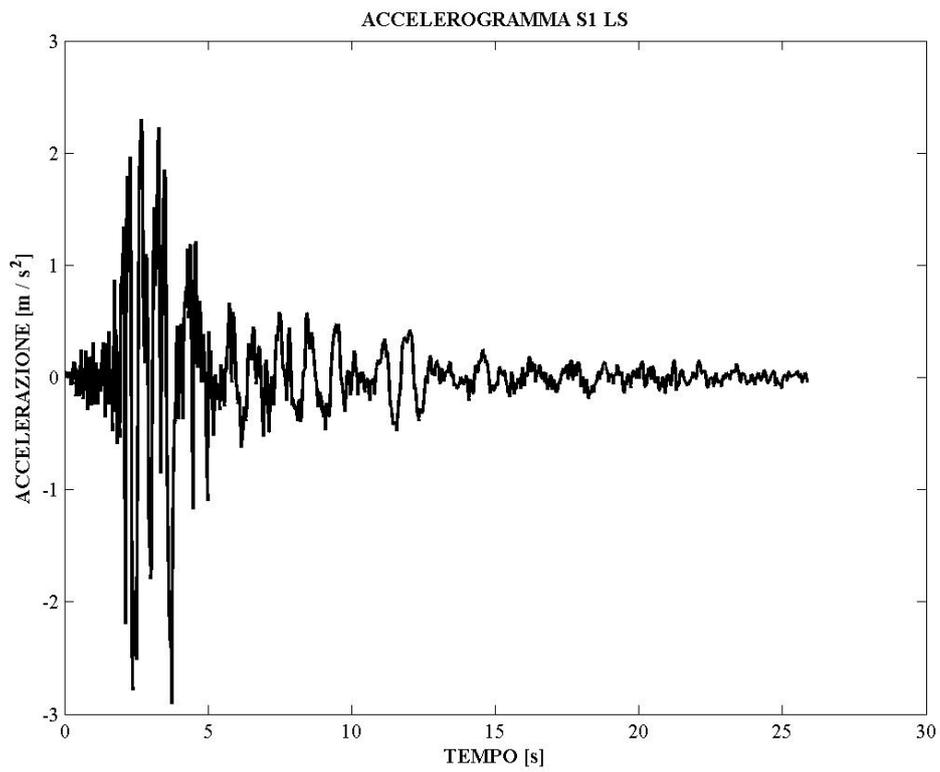


Figura 5. 21 Accelerogramma LS1

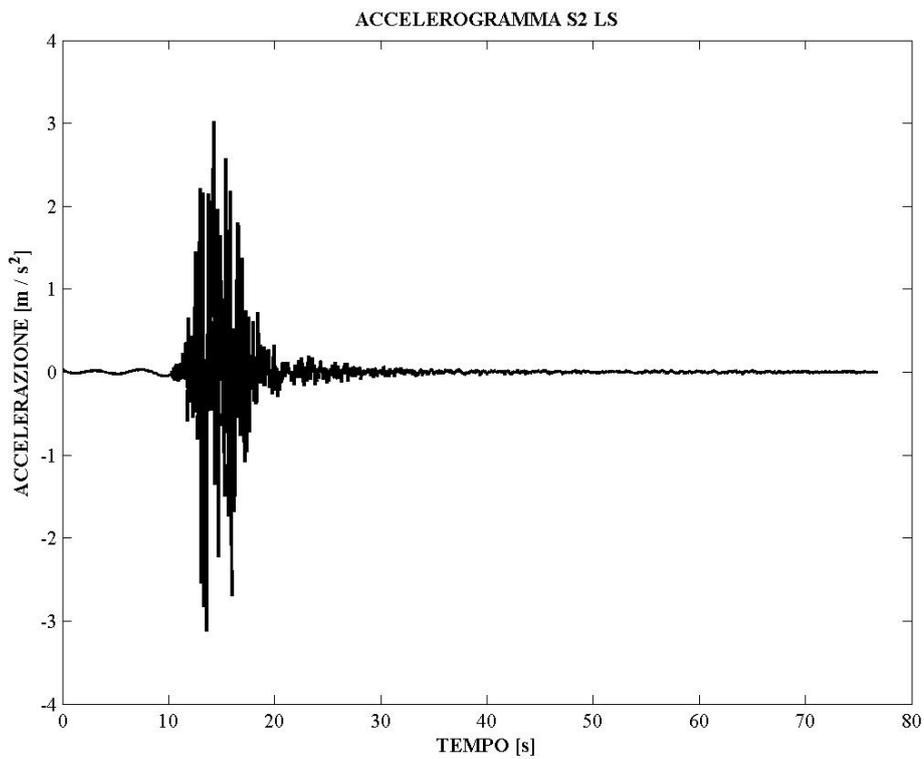


Figura 5. 22 Accelerogramma LS2

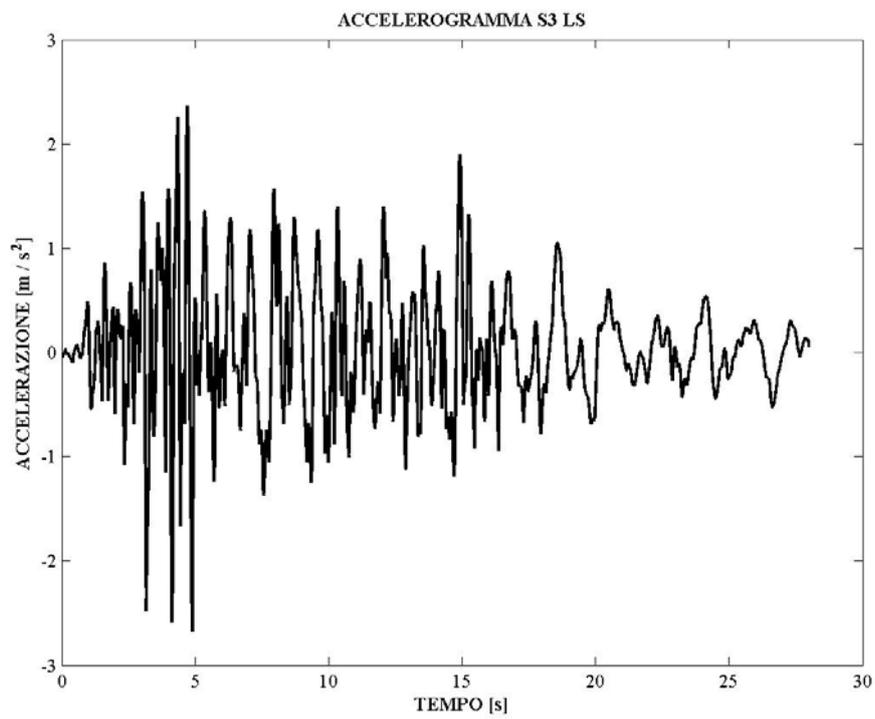


Figura 5. 23 Accelerogramma LS3

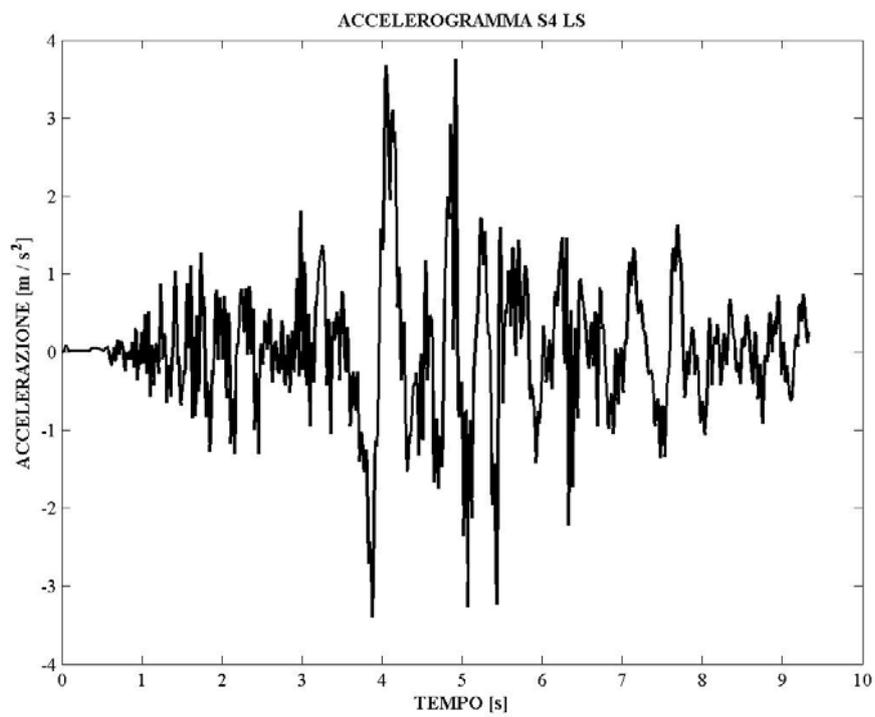


Figura 5. 24 Accelerogramma LS4

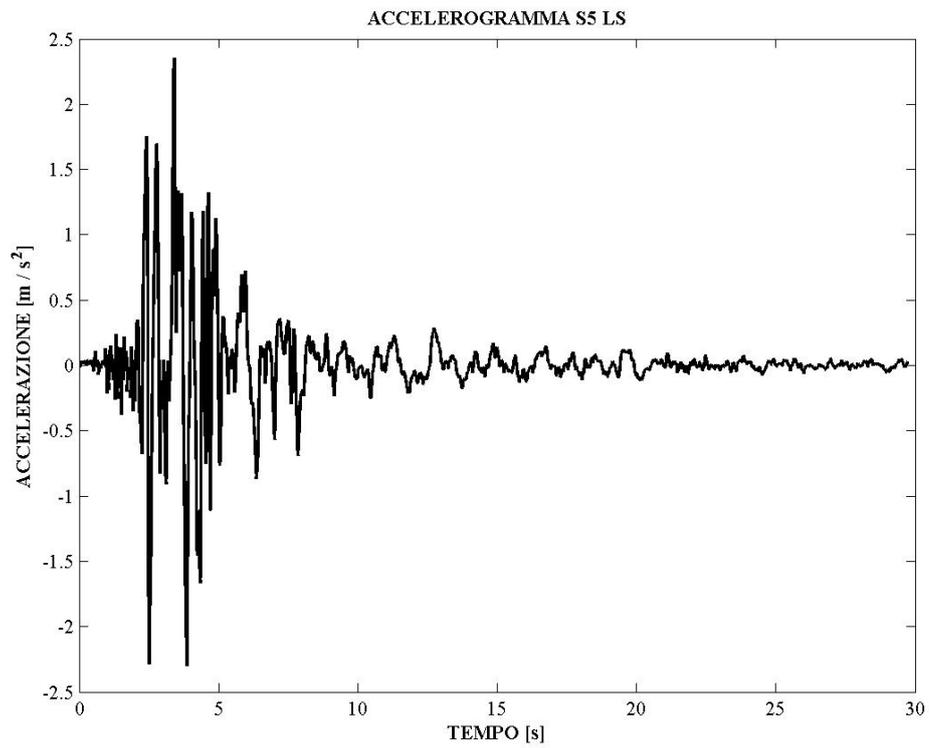


Figura 5. 25 Accelerogramma LS5

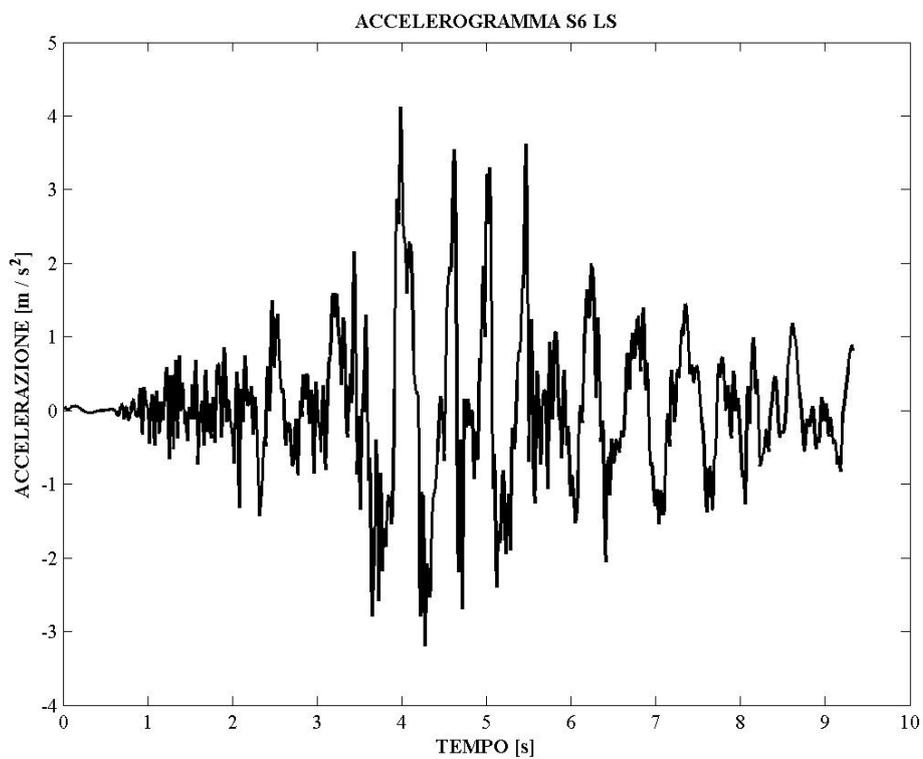


Figura 5. 26 Accelerogramma LS6

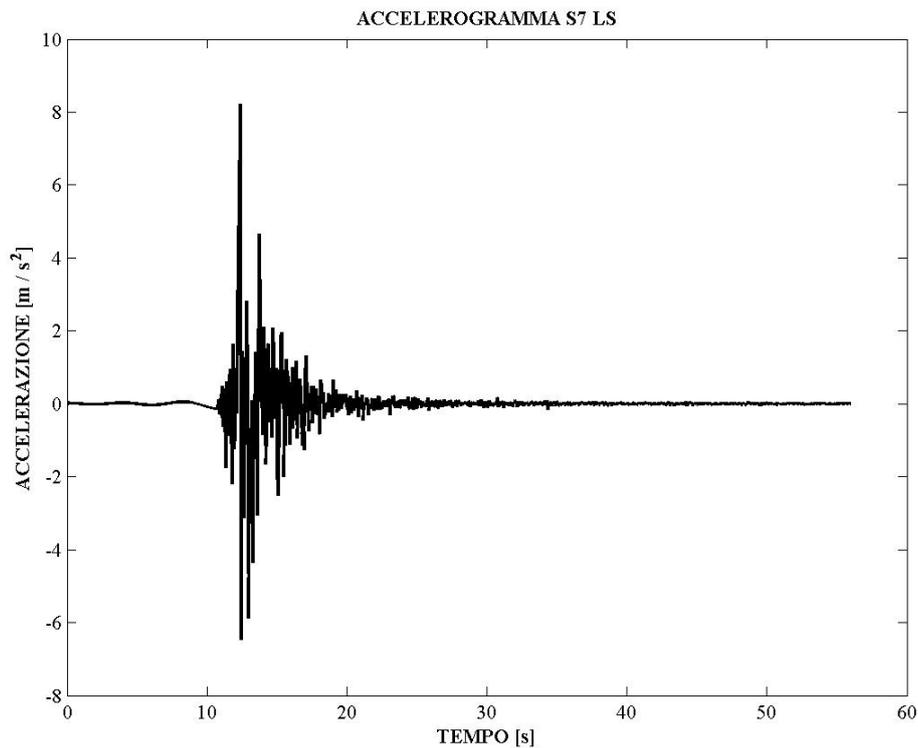


Figura 5. 27 Accelerogramma LS7

5.3 Risultati delle analisi

Sono state svolte analisi non lineari di tipo time – history per entrambi i livelli prestazionali con cui si è progettato il set di dispositivi (*terremoto frequente, terremoto raro*).

Per semplicità di esposizione dei dati, si dividono i risultati di quanto ottenuto.

Si precisa che lo scopo è quello di far rimanere i dispositivi in campo elastico sotto un terremoto di intensità bassa (*frequente*), e di snervarli sotto un terremoto di intensità più alta (*raro*)

5.3.1 Analisi non lineari di tipo time – history per il livello prestazionale indicato con *terremoto frequente*.

In questo paragrafo si riportano i risultati delle analisi time-history svolte per il “livello prestazionale” identificato con “*terremoto frequente*”.

Si riportano per ogni set di dispositivi (cioè gruppo di 5 dispositivi, tanti quanti sono i piani i piani della struttura) relativi a :

1. Tipo di formula per la rigidezza totale;
2. Tipo di distribuzione delle rigidezze lungo l’altezza della struttura;
3. Tipo di criterio per la determinazione dei legami costitutivi le seguenti grandezze:
 - Taglio di piano (Forza sismica nei NL-Link che rappresentano i pilastri) in termini di:
 - i. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto frequente*”
 - ii. deviazione standard
 - iii. coefficiente di variazione
 - Sforzi nei dispositivi in termini di:
 - i. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto frequente*”
 - ii. deviazione standard
 - iii. coefficiente di variazione
 - Spostamenti d’interpiano (definiti mediante i *Generalized Displacement* riferiti ai nodi che collegano le masse, vedi figura 5.3) in termini di:
 - i. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto frequente*”
 - ii. deviazione standard
 - iii. coefficiente di variazione
 - Punti di controllo dei dispositivi individuati e confrontati con il legame attribuito a ciascun dispositivo.

Per l'eccessiva quantità di informazioni, i risultati ottenuti si presenteranno :

1. Per scelta della formula della rigidezza totale (Colonna 1, tutte le righe della Tabella 5.1, cfr Tabella 5.1)
2. Di seguito si sceglierà la distribuzione (Colonna 2, riga 1 o 2 della tabella 5.1, cfr Tabella 5.1)
3. Ed infine per criterio di determinazione dei dispositivi (Colonna 3 o 4 della Tabella 5.1, cfr Tabella 5.1).

La strada percorsa nella visualizzazione dei risultati è la seguente:

1) Tipo di formula per la definizione di rigidezza totale

- Distribuzione del tipo: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
 - o Criterio di Uguale Forza
 - o Criterio di Uguale Spostamento
- Distribuzione del tipo : $\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$
 - o Criterio di Uguale Forza
 - o Criterio di Uguale Spostamento

Per meglio comprendere quanto sopra indicato si individua, con delle sigle numeriche, il set di risultati che viene esplicitato in Tabella 5.4

Formula per rigidezza totale	Tipologia											
	$k_{new}=\psi k_{old}$				$k_{new}=\psi k_{old}-k_p$				$k_{tot} = n^*((4\pi^2+2*\pi^2*(n*(n+1)))/2)^*m_p/T^{\wedge}2$			
	1		2		2		3		3		3	
Distribuzione lungo l'altezza	$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}(i)+1)$		$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}(i)+1)$		$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}(i)+1)$	
	1.1	1.1	1.2	1.2	2.1	2.1	2.2	2.2	3.1	3.1	3.2	3.2
Scelta del criterio per la determinazione del legame costitutivo	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante
	1.1.1	1.1.2	1.2.1	1.2.2	2.1.1	2.1.2	2.2.1	2.2.2	3.1.1	3.1.2	3.2.1	3.2.2

Tabella 5. 4 Numerazione dei risultati

5.3.1.1 Risultati 1.1.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	35.29067	24.45931	0.69
piano 2	34.83523	21.87793	0.63
piano 3	45.73238	18.46478	0.40
piano 4	68.96621	16.64836	0.24
piano 5	82.39034	10.9294	0.13

Tabella 5. 5 Tagli di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	75.62937	26.67363	0.35
disp 2	97.53434	18.36557	0.19
disp 3	111.0906	15.23439	0.14
disp 4	105.5157	26.67587	0.25
disp 5	91.9552	29.4893	0.32

Tabella 5. 6 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.3955	0.3157	0.80
ID_2-1	0.3689	0.2317	0.63
ID_3-2	0.4843	0.1956	0.40
ID_4-3	0.7894	0.2778	0.35
ID_5-4	1.0269	0.2893	0.28

Tabella 5. 7 Spostamenti d'interpiano

5.3.1.2 Risultati 1.1.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual spostamento

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	33.46767	20.24299	0.60
piano 2	33.94605	24.82445	0.73
piano 3	42.78284	22.27343	0.52
piano 4	64.35538	17.86821	0.28
piano 5	78.07567	7.461722	0.10

Tabella 5. 8 Taglio di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	74.90762	26.05877	0.35
disp 2	87.27999	12.82808	0.15
disp 3	76.71875	2.678774	0.03
disp 4	52.15148	2.015148	0.04
disp 5	26.8335	1.362545	0.05

Tabella 5. 9 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.3544	0.2144	0.60
ID_2-1	0.3764	0.3072	0.82
ID_3-2	0.4684	0.2740	0.58
ID_4-3	0.7629	0.3649	0.48
ID_5-4	0.8651	0.1658	0.19

Tabella 5. 10 Spostamenti d'interpiano

5.3.1.3 Confronto grafico dei risultati 1.1.1 e 1.1.2

Si effettua un confronto grafico fra i due criteri di ugual forza e ugual spostamento, visualizzando la distribuzione degli sforzi negli elementi e lo stato dei dispositivi sottoposti a sisma.

Si rappresenta, ora, la distribuzione dell'azione sollecitante tra telaio e dispositivi (Tabella 5.11):

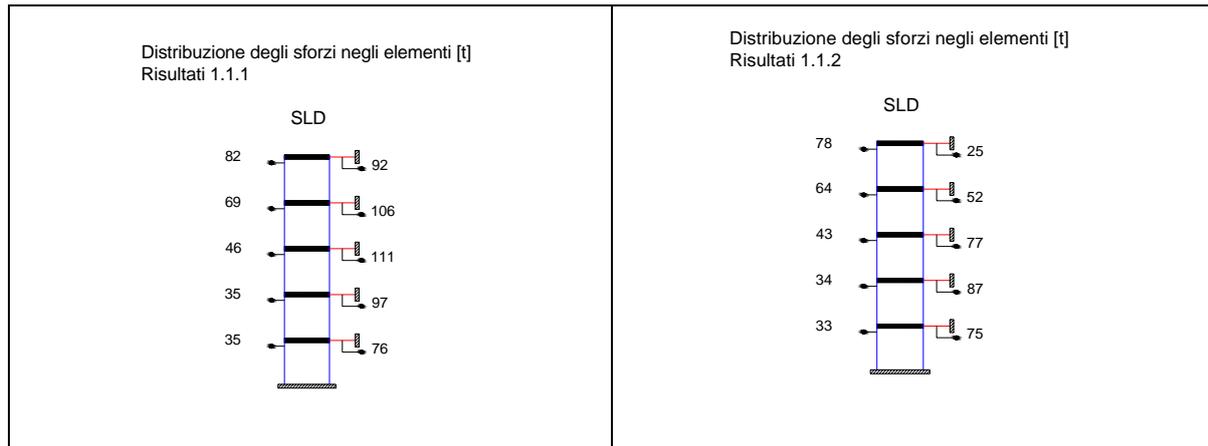


Tabella 5. 11 Confronto tra la distribuzione degli sforzi negli elementi del sistema per i diversi criteri di definizione del legame costitutivo

5.3.1.4 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si illustrano gli effetti che i 7 accelerogrammi spettro – compatibili con lo spettro di risposta per il livello prestazionale identificato con il terremoto frequente hanno sui dispositivi.

Nelle tabelle seguenti, verranno confrontati i risultati ottenuti per ciascun dispositivo attraverso i due criteri di definizione della forza di snervamento.

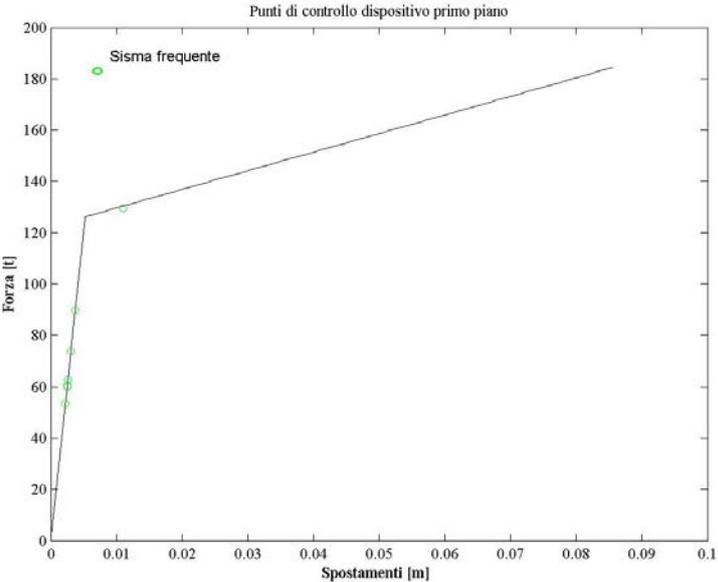
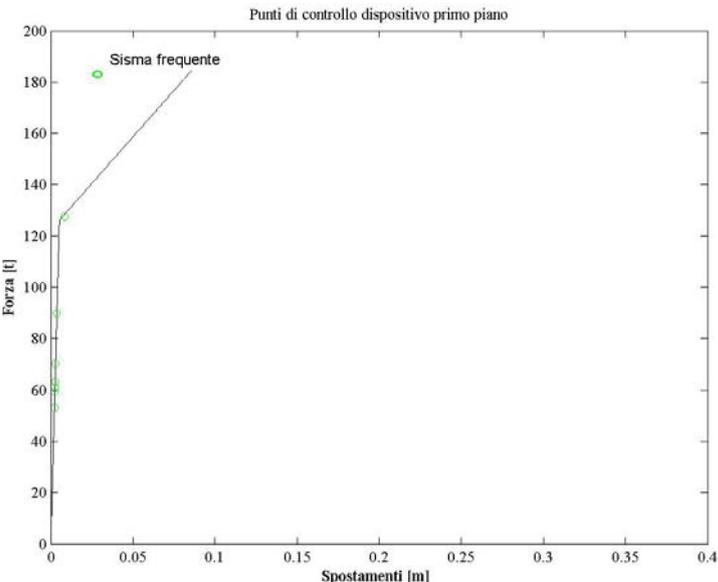
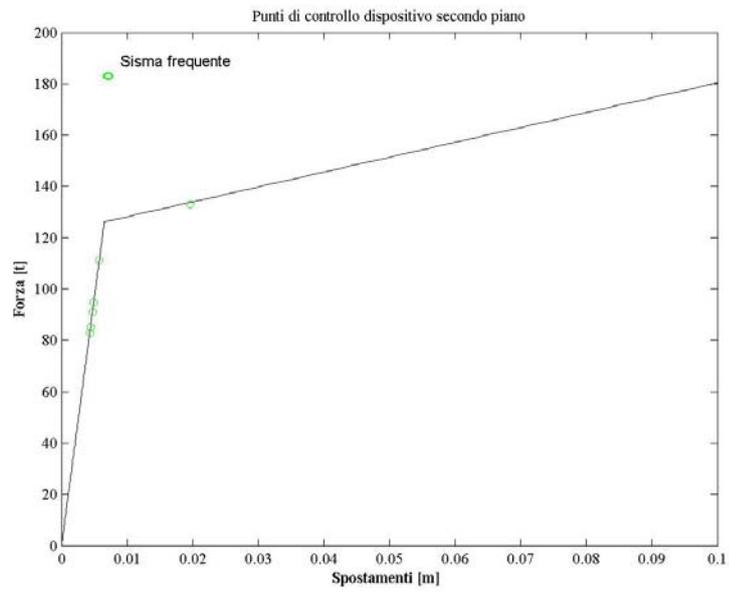
Risultati 1.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Spostamenti [m]</p>
Risultati 1.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Spostamenti [m]</p>

Tabella 5. 12 Risultati per il primo dispositivo

Risultati 1.1.1



Risultati 1.1.2

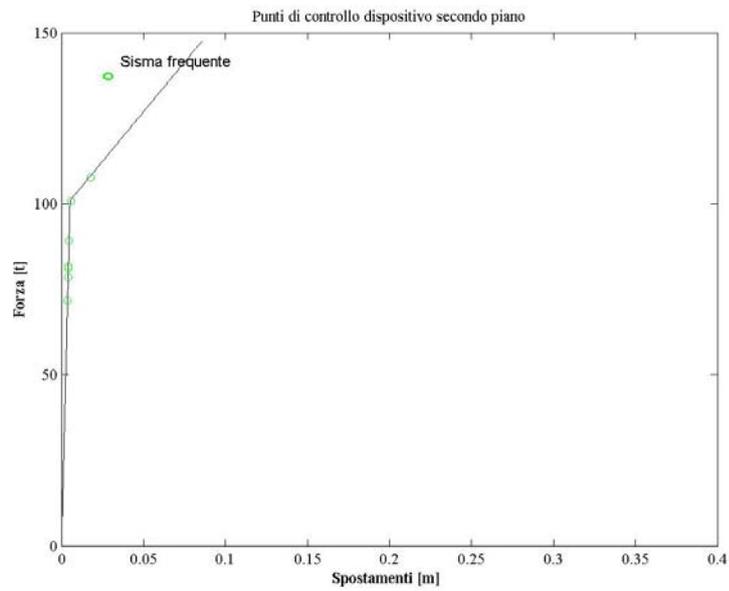


Tabella 5. 13 Risultati per il secondo dispositivo

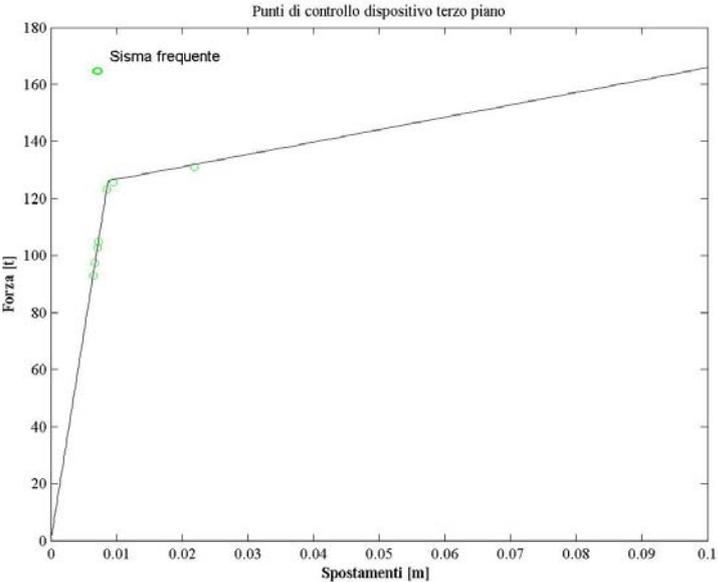
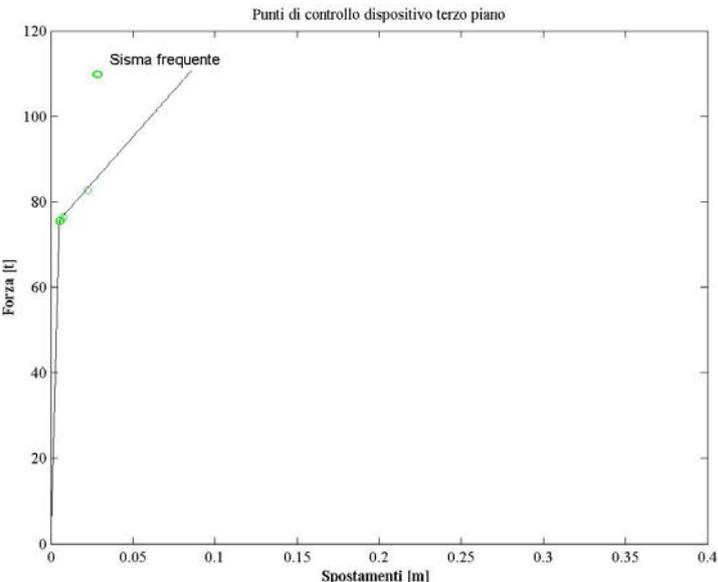
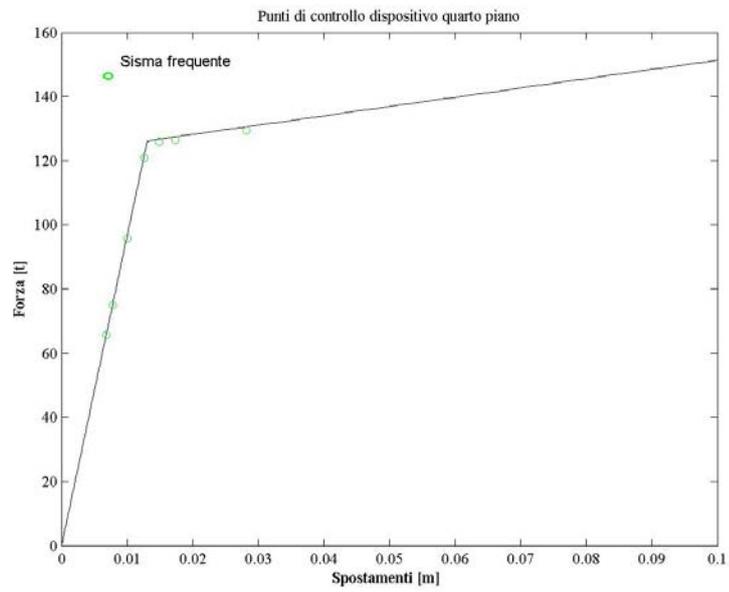
<p>Risultati 1.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>
<p>Risultati 1.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>

Tabella 5. 14 Risultati per il terzo dispositivo

Risultati 1.1.1



Risultati 1.1.2

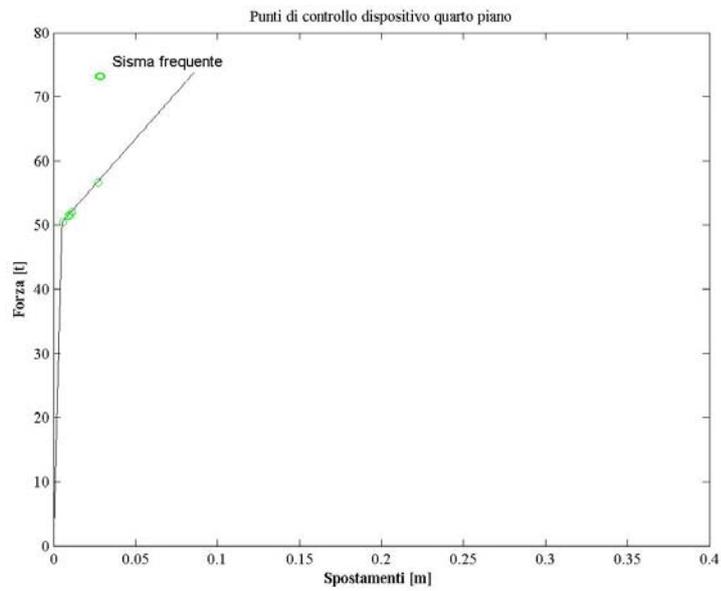
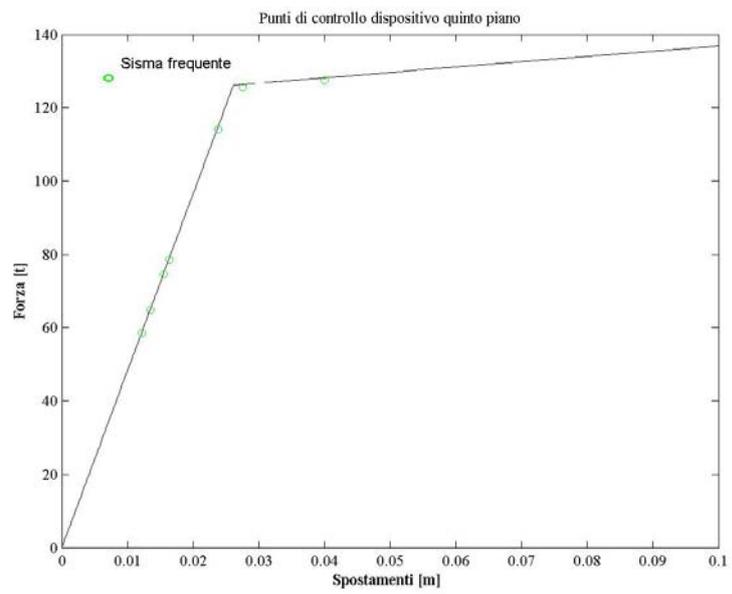


Tabella 5. 15 Risultati per il quarto dispositivo

Risultati 1.1.1



Risultati 1.1.2

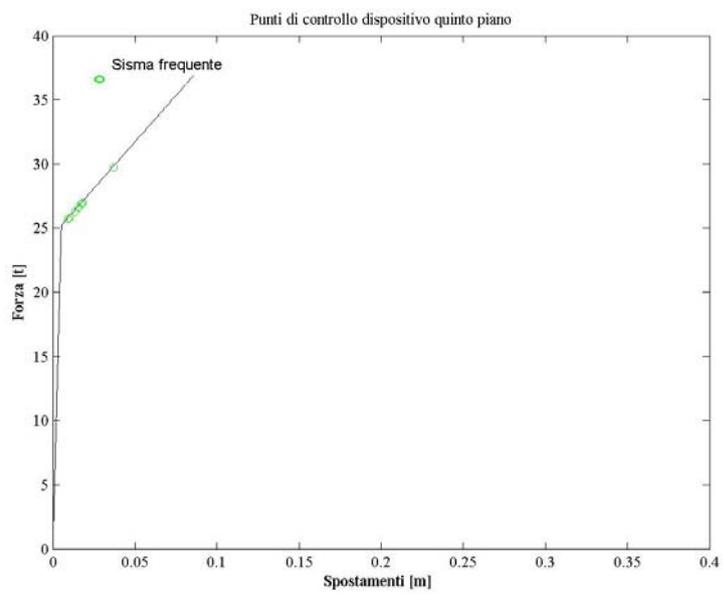


Tabella 5. 16 Risultati per il quinto dispositivo

5.3.1.5 Risultati 2.1.1

Si analizza ora come influisce una diminuzione di rigidità totale dei dispositivi sul sistema. Tale riduzione è comunque lecita se si pensa al fatto che comunque i pilastri abbiano una loro effettiva rigidità traslazionale. Si ricorda che non è da confondersi la formula esplicitata di seguito per indicare il tipo di rigidità totale, con la rigidità totale stessa, in quanto, la formula rappresenta la rigidità da attribuire all'elemento aggiuntivo della struttura, posizionato al suo livello. La rigidità totale, viene calcolata di seguito, considerando la distribuzione lungo l'altezza.

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidità totale dei dispositivi: $k_{d1} = (k_{d, new} - k_p)$
- distribuzione della rigidità lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	45.40716	19.90308	0.44
piano 2	46.23498	20.01704	0.43
piano 3	55.94966	15.89874	0.28
piano 4	79.10348	12.06866	0.15
piano 5	82.94986	8.801599	0.11

Tabella 5. 17 Tagli di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	62.96937	10.17965	0.16
disp 2	77.90623	4.002387	0.05
disp 3	77.90789	3.63421	0.05
disp 4	74.10566	11.92144	0.16
disp 5	63.86497	12.78356	0.20

Tabella 5. 18 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.5446	0.3776	0.69
ID_2-1	0.5409	0.3440	0.64
ID_3-2	0.5925	0.1684	0.28
ID_4-3	0.8685	0.1729	0.20
ID_5-4	0.9497	0.2023	0.21

Tabella 5. 19 Spostamenti d'interpiano

5.3.1.6 Risultati 2.1.2

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	44.17278	20.52628	0.46
piano 2	41.23212	21.7971	0.53
piano 3	58.25136	21.83487	0.37
piano 4	76.22914	12.26815	0.16
piano 5	75.6928	8.405567	0.11

Tabella 5. 20 Tagli di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	60.82312	10.8627	0.18
disp 2	63.40159	2.261911	0.04
disp 3	48.39892	2.335536	0.05
disp 4	33.23778	1.760861	0.05
disp 5	17.05242	0.959987	0.06

Tabella 5. 21 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.4866	0.2663	0.55
ID_2-1	0.5290	0.4728	0.89
ID_3-2	0.6688	0.3357	0.50
ID_4-3	1.0180	0.5766	0.57
ID_5-4	0.8509	0.2051	0.24

Tabella 5. 22 Spostamenti d'interpiano

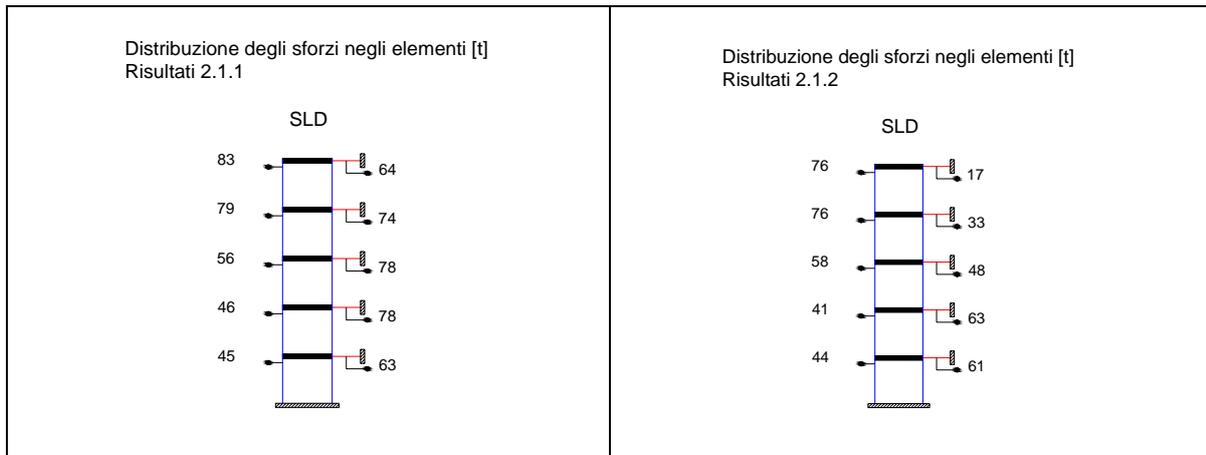


Tabella 5. 23

5.3.1.7 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si illustrano gli effetti che i 7 accelerogrammi spettro – compatibili con lo spettro di risposta per il livello prestazionale identificato con il terremoto frequente hanno sui dispositivi.

Nelle tabelle seguenti, verranno confrontati i risultati ottenuti per ciascun dispositivo attraverso i due criteri di definizione della forza di snervamento.

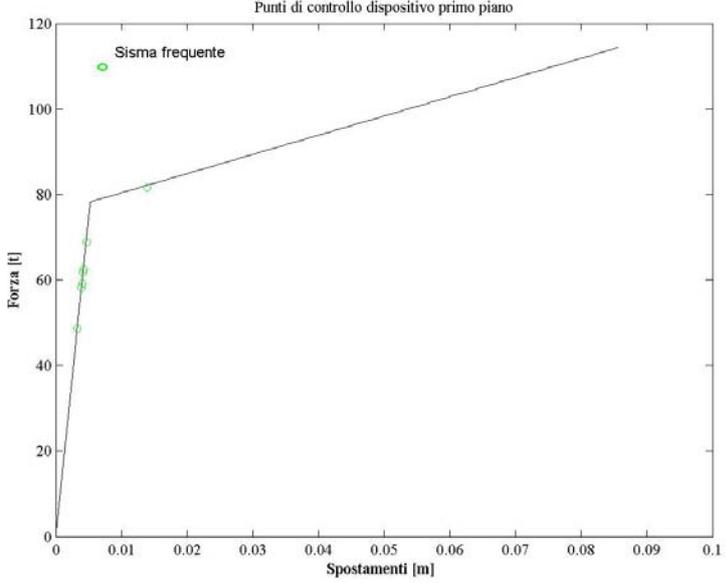
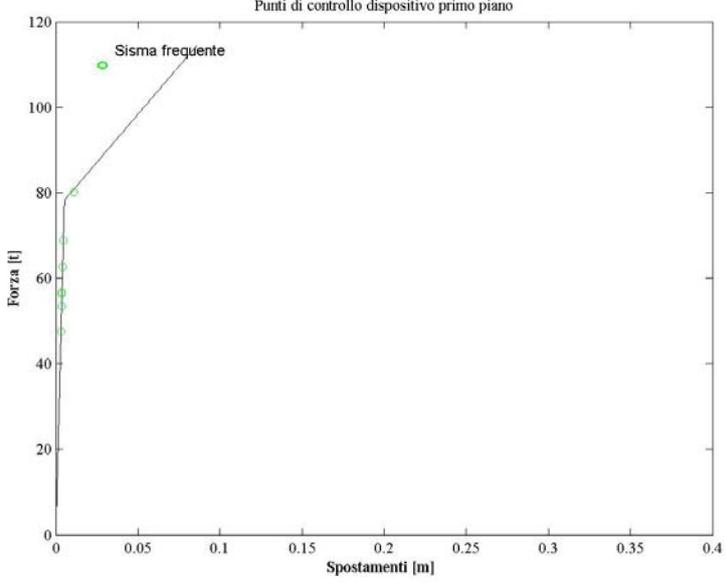
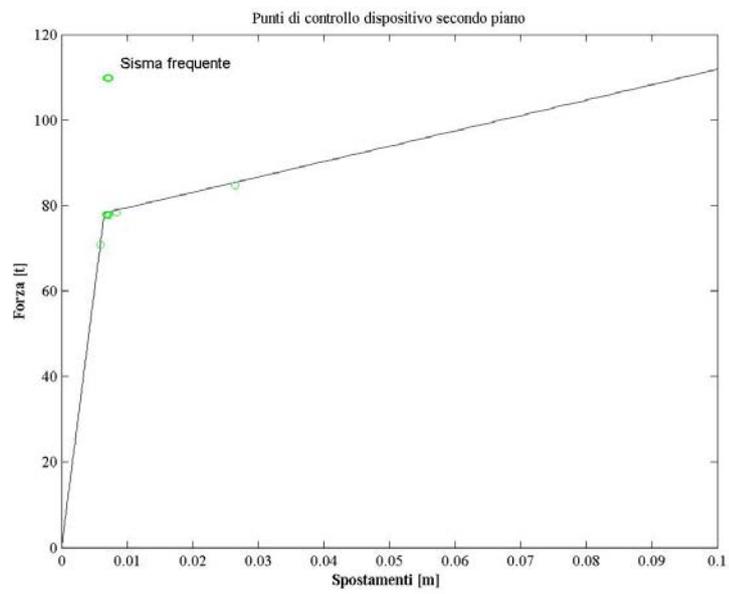
<p>Risultati 2.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>
<p>Risultati 2.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>

Tabella 5. 23 Risultati per il primo dispositivo

Risultati 2.1.1



Risultati 2.1.2

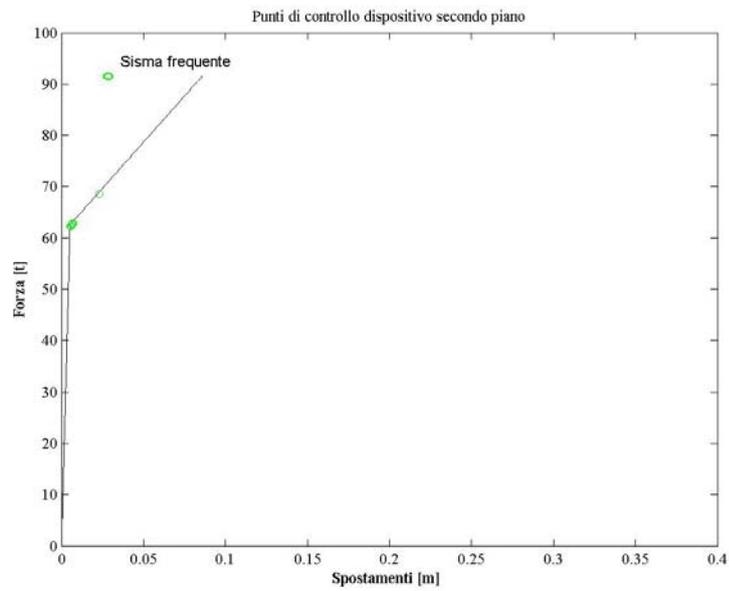


Tabella 5. 24 Risultati per il secondo dispositivo

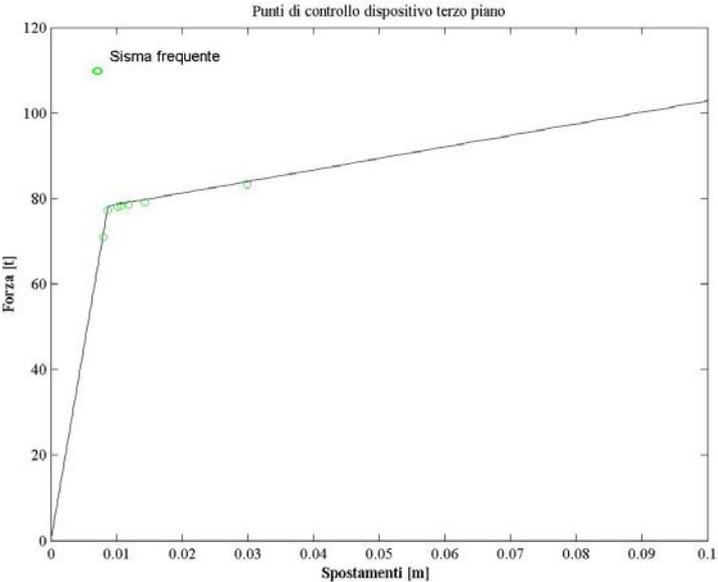
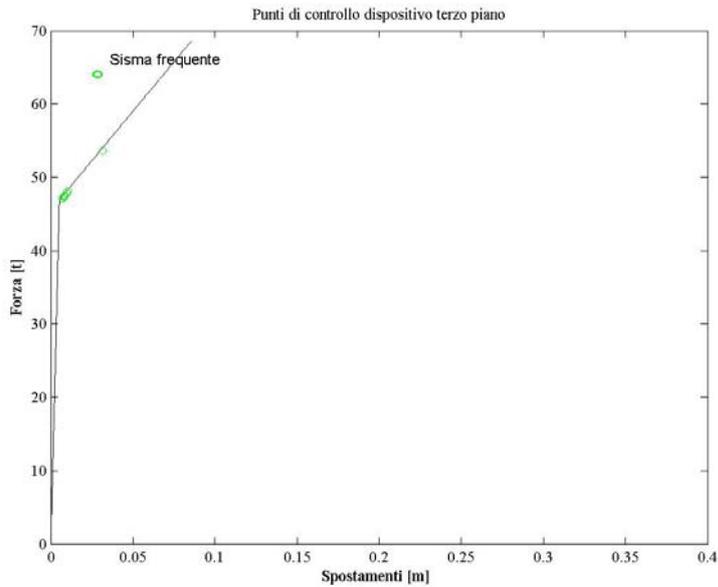
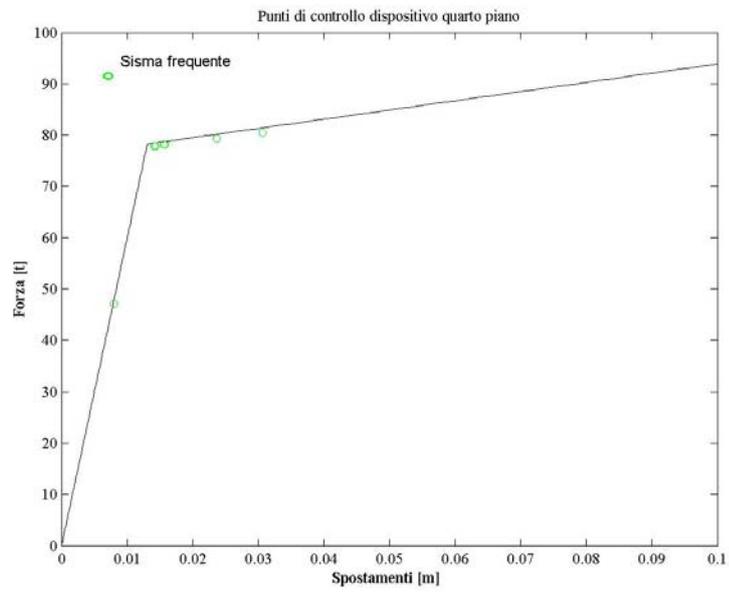
Risultati 2.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.005</td><td>110</td></tr><tr><td>0.008</td><td>70</td></tr><tr><td>0.01</td><td>78</td></tr><tr><td>0.015</td><td>78</td></tr><tr><td>0.02</td><td>78</td></tr><tr><td>0.03</td><td>82</td></tr><tr><td>0.1</td><td>100</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0	0	0.005	110	0.008	70	0.01	78	0.015	78	0.02	78	0.03	82	0.1	100
Spostamenti [m]	Forza [t]																		
0	0																		
0.005	110																		
0.008	70																		
0.01	78																		
0.015	78																		
0.02	78																		
0.03	82																		
0.1	100																		
Risultati 2.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.005</td><td>48</td></tr><tr><td>0.01</td><td>48</td></tr><tr><td>0.02</td><td>53</td></tr><tr><td>0.03</td><td>65</td></tr><tr><td>0.05</td><td>65</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0	0	0.005	48	0.01	48	0.02	53	0.03	65	0.05	65				
Spostamenti [m]	Forza [t]																		
0	0																		
0.005	48																		
0.01	48																		
0.02	53																		
0.03	65																		
0.05	65																		

Tabella 5. 25 Risultati per il terzo dispositivo

Risultati 2.1.1.



Risultati 2.1.2

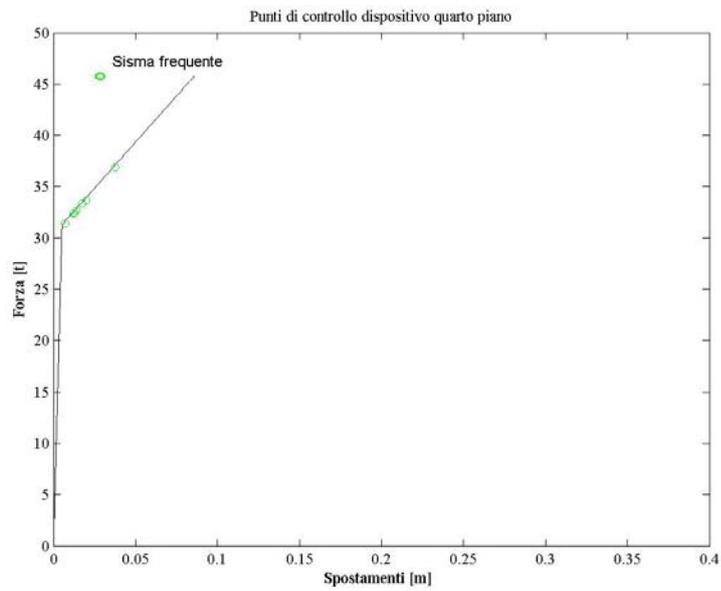


Tabella 5. 26 Risultato per il quarto dispositivo

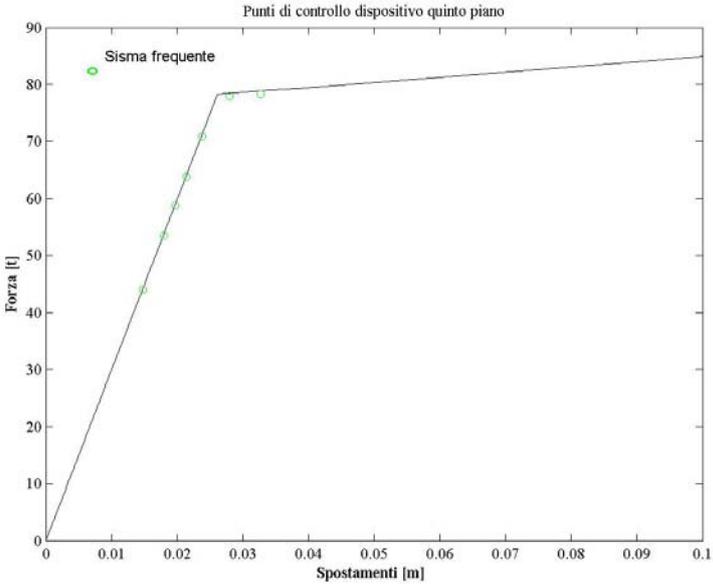
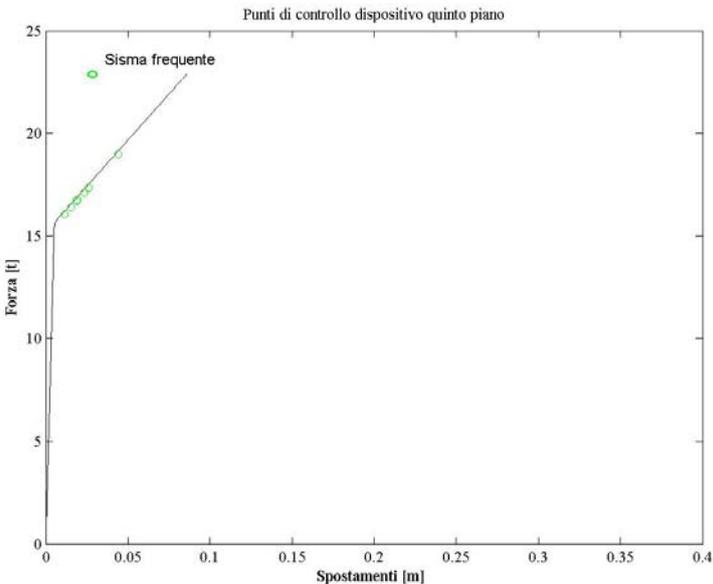
<p>Risultati 2.1.1</p>	
<p>Risultati 2.1.2</p>	

Tabella 5. 27 Risultati per il quinto dispositivo

5.3.1.8 Risultati 3.1.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d, \text{sin golo}} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{\text{target}}^2} \quad 5. 25$$

$$k_{\text{tot}} = n \cdot k_{d, \text{sin golo}}$$

- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n}$
- criterio di ugual forza di snervamento
-

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	3.638483	1.366919	0.38
piano 2	2.496573	0.935213	0.37
piano 3	4.248826	1.191606	0.28
piano 4	8.672108	2.970716	0.34
piano 5	22.62062	5.469059	0.24

Tabella 5. 28 Taglio di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	94.72084	35.58508	0.38
disp 2	98.88935	36.49083	0.37
disp 3	107.4688	35.2946	0.33
disp 4	117.1906	33.71891	0.29
disp 5	140.8062	37.75976	0.27

Tabella 5. 29 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.0385	0.0145	0.38
ID_2-1	0.0264	0.0099	0.38
ID_3-2	0.0450	0.0126	0.28
ID_4-3	0.0918	0.0315	0.34
ID_5-4	0.2395	0.0579	0.24

Tabella 5. 30 Spostamenti d'interpiano

5.3.1.9 Risultati 3.1.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d, \text{sin golo}} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{\text{target}}^2}$$

$$k_{\text{tot}} = n \cdot k_{d, \text{sin golo}}$$

- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual spostamento

Tagli di piano[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	3.638758	1.367304	0.38
piano 2	2.479662	0.928641	0.37
piano 3	4.220648	1.187292	0.28
piano 4	8.607294	2.962373	0.34
piano 5	22.55604	5.42444	0.24

Tabella 5. 31 Tagli di piano

Disp[t]	SLD		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	94.728	35.59509	0.38
disp 2	98.92802	36.50252	0.37
disp 3	107.3001	35.08609	0.33
disp 4	117.0121	33.27189	0.28
disp 5	140.8598	37.88968	0.27

Tabella 5. 32 Sforzi nei dispositivi

[cm]	SLD		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.0385	0.0145	0.38
ID_2-1	0.0263	0.0098	0.37
ID_3-2	0.0447	0.0126	0.28
ID_4-3	0.0912	0.0314	0.34
ID_5-4	0.2389	0.0574	0.24

Tabella 5. 33 Spostamenti d'interpiano

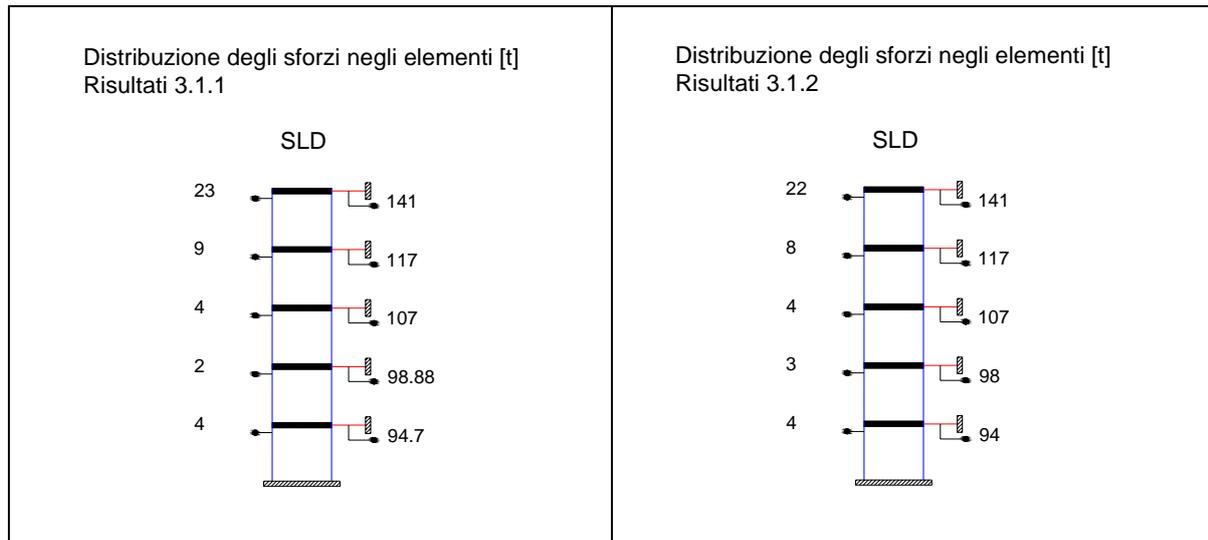


Figura 5. 28

Si nota che la differenza tra i due criteri non rileva diversi comportamenti allo stato limite di danno, questo perché i dispositivi rimangono in campo elastico lineare, scambiando con la struttura la stessa quantità di forza sismica.

5.3.1.10 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si illustrano gli effetti che i 7 accelerogrammi spettro – compatibili con lo spettro di risposta per il livello prestazionale identificato con il terremoto frequente hanno sui dispositivi.

Nelle tabelle seguenti, verranno confrontati i risultati ottenuti per ciascun dispositivo attraverso i due criteri di definizione della forza di snervamento.

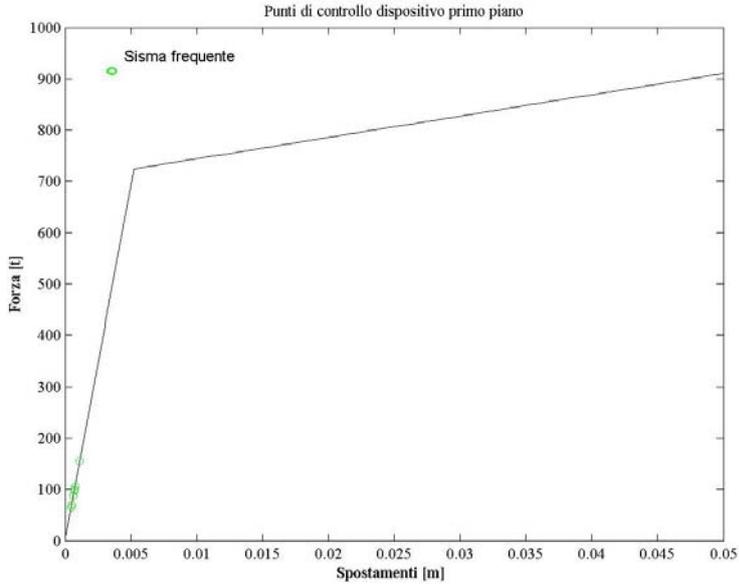
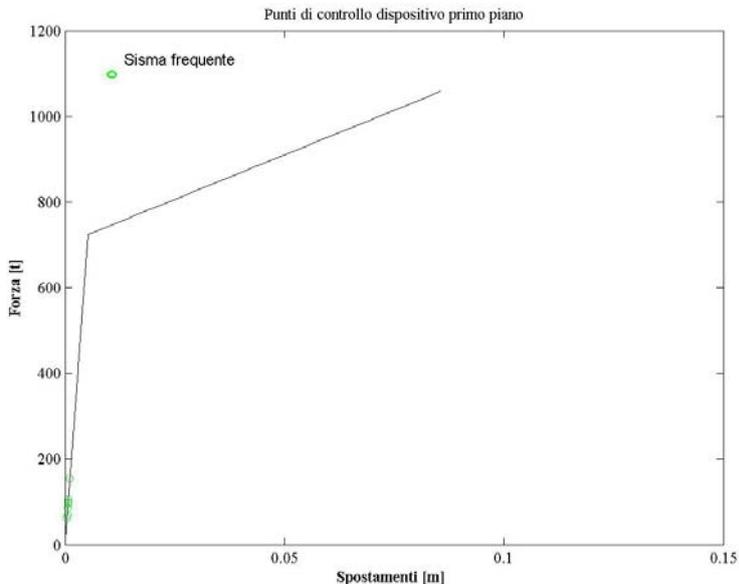
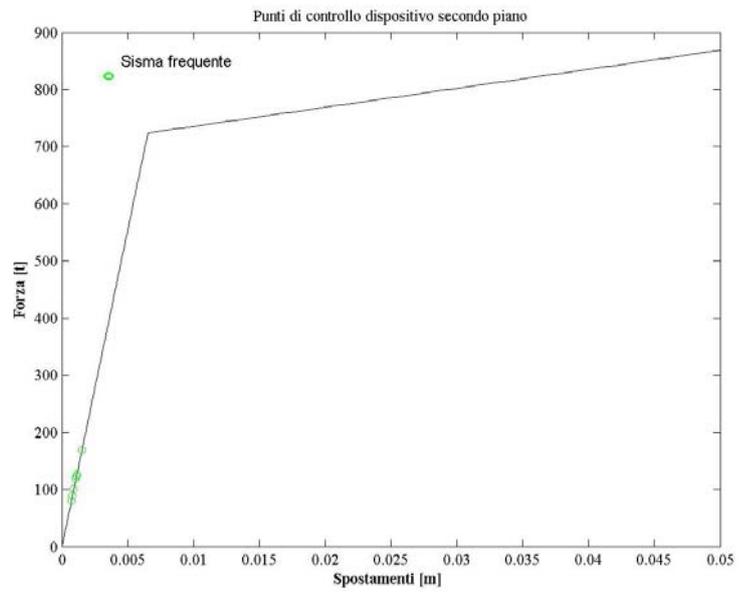
Risultati 3.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>
Risultati 3.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>

Tabella 5. 34

Risultati 3.1.1



Risultati 3.1.2

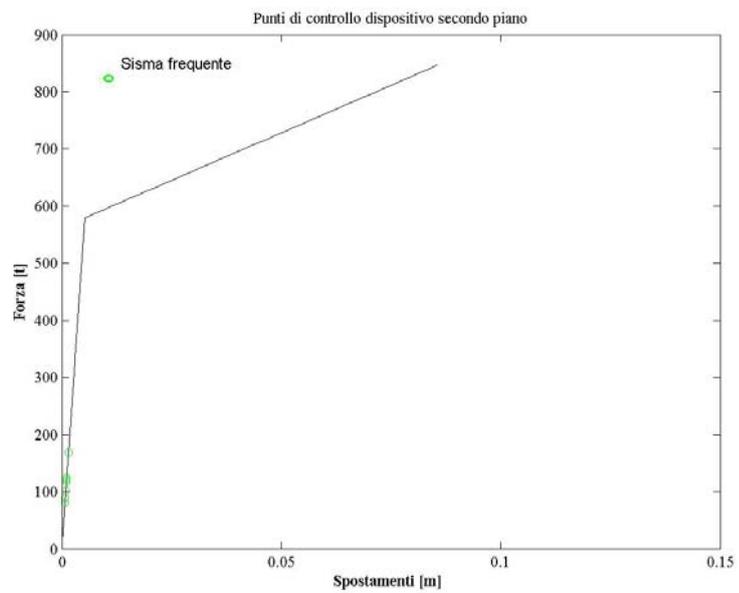


Tabella 5. 35

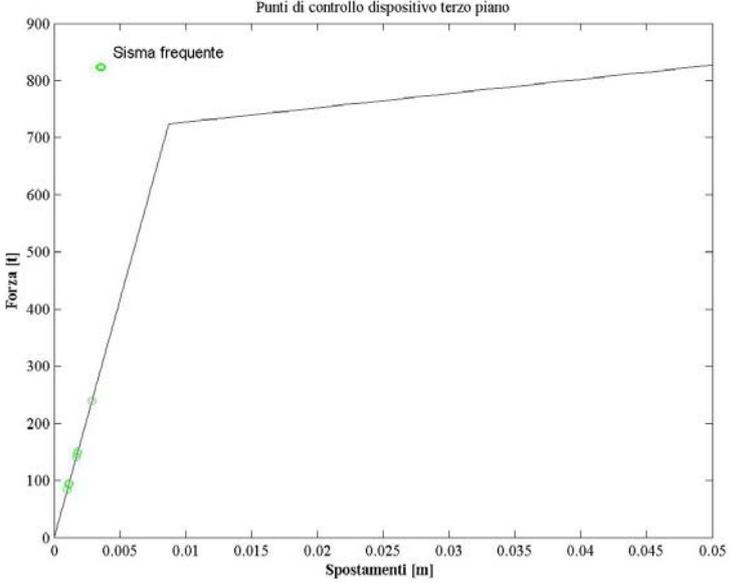
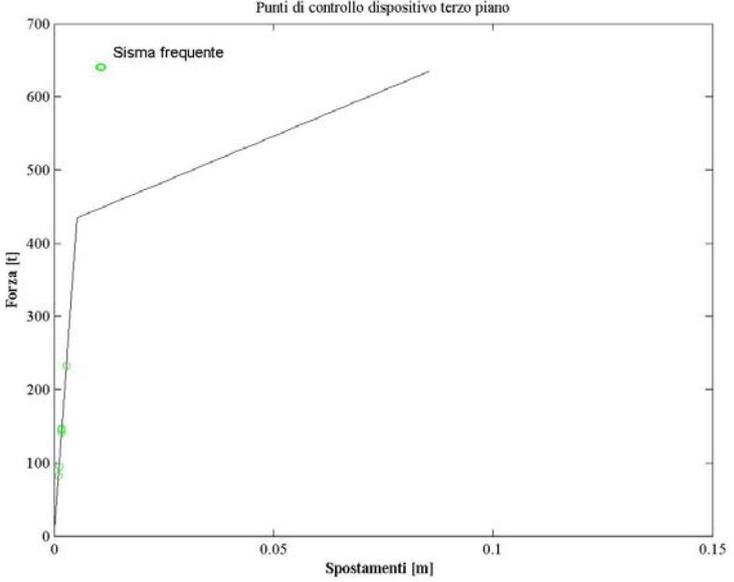
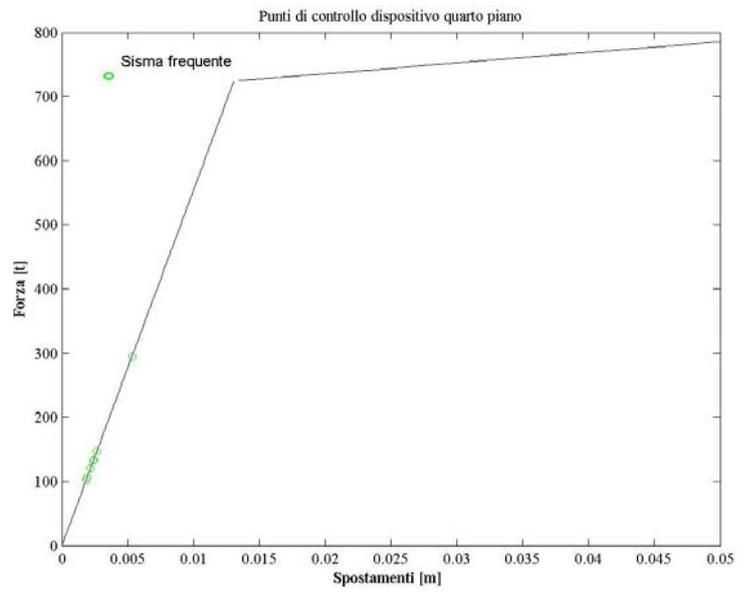
<p>Risultati 3.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [N]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>
<p>Risultati 3.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [N]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p>

Tabella 5. 36

Risultati 3.1.1



Risultati 3.1.2

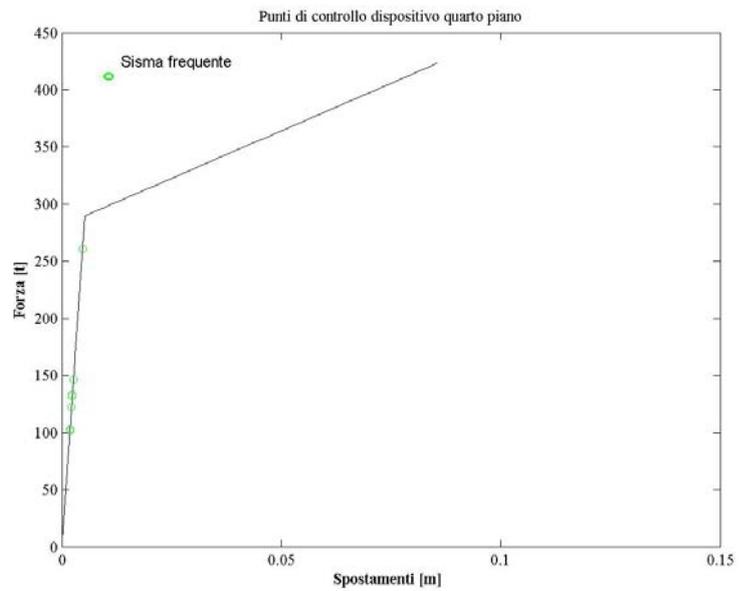
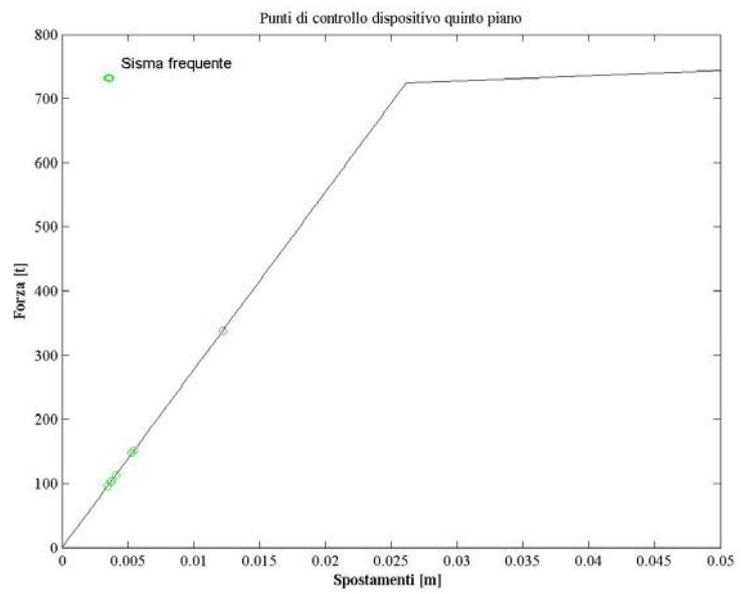


Tabella 5. 37

Risultati 3.1.1



Risultati 3.1.2

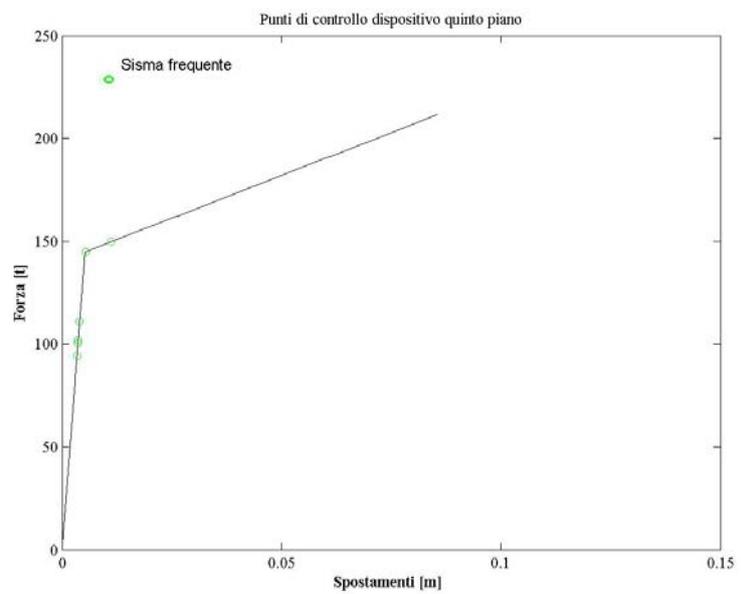


Tabella 5. 38

5.3.2 Analisi non lineari di tipo time – history per il livello prestazionale indicato con *terremoto raro*.

In questo paragrafo si riportano i risultati delle analisi time-history svolte per il “*livello prestazionale*” identificato con “*terremoto raro*”.

Si riportano per ogni set di dispositivi (cioè gruppo di 5 dispositivi, tanti quanti sono i piani i piani della struttura) relativi a :

4. Tipo di formula per la rigidezza totale;
5. Tipo di distribuzione delle rigidezze lungo l’altezza della struttura;
6. Tipo di criterio per la determinazione dei legami costitutivi le seguenti grandezze:
 - Taglio di piano (Sforzi nei NL-Link che rappresentano i pilastri) in termini di:
 - i. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto raro*”
 - ii. deviazione standard
 - iii. coefficiente di variazione
 - Sforzi nei dispositivi in termini di:
 - i. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto raro*”
 - ii. deviazione standard
 - iii. coefficiente di variazione
 - Spostamenti d’interpiano (definiti mediante i *Generalized Displacement* riferiti ai nodi che collegano le masse, vedi figura xxxx) in termini di:
 - iv. Media sui sette accelerogrammi spettro – compatibili al “*terremoto raro*”
 - v. deviazione standard
 - vi. coefficiente di variazione

- Punti di controllo dei dispositivi individuati e confrontati con il legame attribuito a ciascun dispositivo.

Per l'eccessiva quantità di informazioni, i risultati ottenuti si presenteranno :

4. Per scelta della formula della rigidezza totale (Colonna 1, tutte le righe della Tabella 5.1, cfr Tabella 5.1)
5. Di seguito si sceglierà la distribuzione (Colonna 2, riga 1 o 2 della tabella 5.1, cfr Tabella 5.1)
6. Ed infine per criterio di determinazione dei dispositivi (Colonna 3 o 4 della Tabella 5.1, cfr Tabella 5.1).

La strada percorsa nella visualizzazione dei risultati è la seguente:

1) Tipo di formula per la definizione di rigidezza totale

- Distribuzione del tipo: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
 - o Criterio di Uguale Forza
 - o Criterio di Uguale Spostamento
- Distribuzione del tipo : $\alpha_i = \frac{i}{\left(\sum_{i=1}^{n-1} i\right) + 1}$
 - o Criterio di Uguale Forza
 - o Criterio di Uguale Spostamento

Per meglio comprendere quanto sopra indicato si individua, con delle sigle numeriche, il set di risultati che viene esplicitato in Tabella 5.4

Formula per rigidezza totale	Tipologia											
	$k_{new}=\psi k_{old}$				$k_{new}=\psi k_{old}-k_p$				$k_{tot} = n*((4\pi^2+2*\pi^2*(n*(n+1)))/2)*m_p/T^2$			
	1		2		2		2		3		3	
Distribuzione lungo l'altezza	$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}_1(i)+1)$		$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}_1(i)+1)$		$i/\Sigma(i)$		$i/(\Sigma^{n-1}_1(i)+1)$	
	1.1	1.1	1.2	1.2	2.1	2.1	2.2	2.2	3.1	3.1	3.2	3.2
Scelta del criterio per la determinazione del legame costitutivo	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante	Fcostante	d Costante
	1.1.1	1.1.2	1.2.1	1.2.2	2.1.1	2.1.2	2.2.1	2.2.2	3.1.1	3.1.2	3.2.1	3.2.2

Tabella 5. 39 Numerazione dei risultati

5.3.2.1 Risultati 1.1.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	87.93252	3.097928	0.04
piano 2	86.67716	6.321845	0.07
piano 3	88.21916	3.929541	0.04
piano 4	89.70438	0	0.00
piano 5	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 40 Tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 6	135.8284	15.11716	0.11
disp 1	139.5549	12.64152	0.09
disp 2	138.9576	10.6894	0.08
disp 3	135.3371	6.29662	0.05
disp 4	129.5954	3.654912	0.03

Tabella 5. 41 Sforzi nei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	1.9657	2.0885	1.06
ID_2-1	1.3415	0.5088	0.38
ID_3-2	1.5621	0.7002	0.45
ID_4-3	2.1704	0.6010	0.28
ID_5-4	1.9450	0.2802	0.14

Tabella 5. 42 Spostamento d'interpiano

Con questo tipo di legame costitutivo ideato per tutelare la struttura, si concentra la dissipazione in elementi sostituibili, ovvero i dispositivi, che si snervano quando il sistema è soggetto al *livello prestazionale* identificato con *terremoto raro*.

Si precisa che ragionando sulla funzione di questi dispositivi, avendo “plafonato” il tratto incrudente, si aumentano i cicli d'isteresi e si limitano al tempo stesso la distribuzione di forze negli elementi strutturali.

Si è imposto il limite di spostamento di snervamento, ridotto di un 50% del limite della struttura, poiché in tal modo si limitano le forze nella stessa, anche se tuttavia si concentra la sollecitazione nel nucleo di controventamento, in quanto il dispositivo, una volta raggiunta la sua resistenza ultima tornerebbe a svolgere il compito di trasmissione delle forza dal telaio al nucleo di controventamento per sismi d'intensità elevata.

Il dispositivi si snervano ad ogni piano, diffondendo la dissipazione in modo omogeneo tra gli elementi strutturali stessi.

5.3.2.2 Risultati 1.1.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{j=1}^n i}$
- criterio di ugual spostamento di snervamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	83.70851	6.89787	0.08
piano 2	87.95246	4.59636	0.05
piano 3	89.70438	0	0.00
piano 4	89.70438	0	0.00
piano 5	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 43 Tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 6	133.777	13.85673	0.10
disp 1	114.3801	15.54146	0.14
disp 2	94.40332	19.93041	0.21
disp 3	87.74962	63.18059	0.72
disp 4	51.08407	48.12125	0.94

Tabella 5. 44 Sforzi dei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	1.6823	1.9144	1.14
ID_2-1	1.6011	0.9214	0.58
ID_3-2	3.0392	2.7701	0.91
ID_4-3	3.1374	1.2317	0.39
ID_5-4	1.5078	0.1677	0.11

Tabella 5. 45 Spostamento d'interpiano

Si effettua un confronto grafico fra i due criteri di ugual forza e ugual spostamento, visualizzando la distribuzione delle forze sismiche negli elementi e lo stato dei dispositivi sottoposti a sisma.

Si rappresenta, ora, la distribuzione dell'azione sollecitante tra telaio e dispositivi (Tabella 5.11):

<p>Distribuzione degli sforzi negli elementi [t] Risultati 1.1.1</p> <p style="text-align: center;">SLV</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>89.70</td><td>129.6</td></tr> <tr><td>89.70</td><td>135.38</td></tr> <tr><td>88.22</td><td>138.96</td></tr> <tr><td>86.67</td><td>139.55</td></tr> <tr><td>87.9</td><td>135.82</td></tr> </table>	89.70	129.6	89.70	135.38	88.22	138.96	86.67	139.55	87.9	135.82	<p>Distribuzione degli sforzi negli elementi [t] Risultati 1.1.2</p> <p style="text-align: center;">SLV</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>89.70</td><td>51</td></tr> <tr><td>89.70</td><td>87</td></tr> <tr><td>89.70</td><td>94</td></tr> <tr><td>87.95</td><td>114</td></tr> <tr><td>83.70</td><td>133.77</td></tr> </table>	89.70	51	89.70	87	89.70	94	87.95	114	83.70	133.77
89.70	129.6																				
89.70	135.38																				
88.22	138.96																				
86.67	139.55																				
87.9	135.82																				
89.70	51																				
89.70	87																				
89.70	94																				
87.95	114																				
83.70	133.77																				
<p>Pilastri snervati :2 Sforzi nei dispositivi distribuite in maniera omogenea</p>	<p>Pilastri snervati: 3 Sforzi nei dispositivi crescenti verso il basso Taglio alla base più basso del 5%.</p>																				

Tabella 5. 46 Confronto tra la distribuzione degli sforzi negli elementi del sistema per i diversi criteri di definizione del legame costitutivo

5.3.2.3 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si indicano ora gli effetti del sisma al livello prestazionale LS sui dispositivi, in una tabella (Tabella n 5.12), in cui nella prima riga sono riportati i risultati relativi al criterio di ugual forze, nella seconda al criterio di ugual spostamento.

Seguiranno tabelle uguali alla Tabella n 5.12, relative ai dispositivi posizionati al secondo, terzo, quarto, e quinto piano.

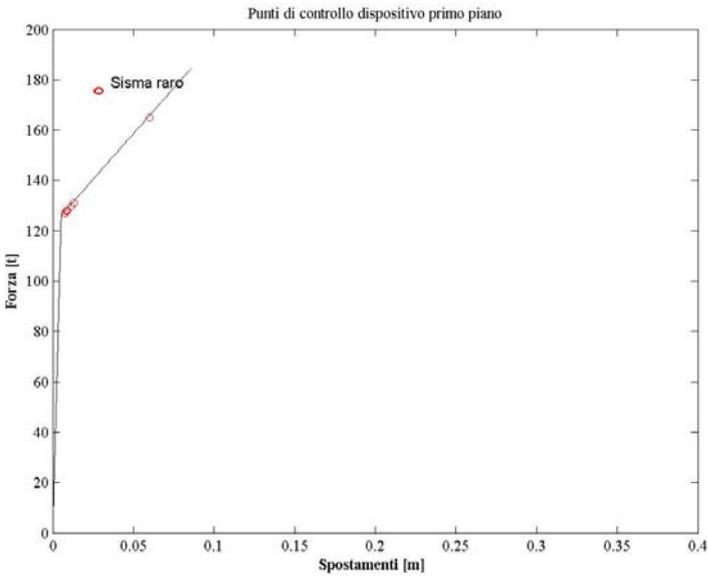
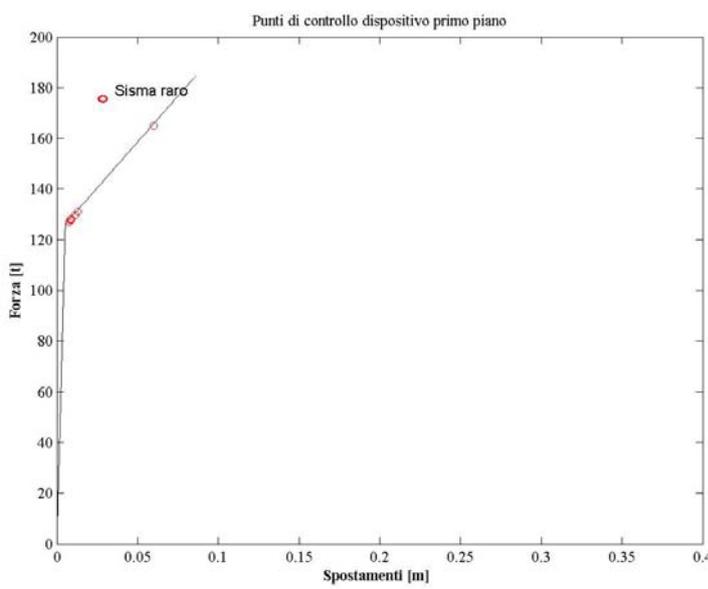
Risultati 1.1.1.	 <p>The graph shows Force [t] on the y-axis (0 to 200) and Displacement [m] on the x-axis (0 to 0.4). A linear trendline is shown. A red circle labeled 'Sisma raro' is at approximately (0.03, 175). Other data points are at (0,0), (0.01, 125), (0.02, 130), (0.03, 135), (0.04, 140), (0.05, 150), (0.06, 160), (0.07, 170).</p>
Risultati 1.1.2	 <p>The graph shows Force [t] on the y-axis (0 to 200) and Displacement [m] on the x-axis (0 to 0.4). A linear trendline is shown. A red circle labeled 'Sisma raro' is at approximately (0.03, 175). Other data points are at (0,0), (0.01, 125), (0.02, 130), (0.03, 135), (0.04, 140), (0.05, 150), (0.06, 160), (0.07, 170).</p>

Tabella 5. 47 risultati relativi al primo dispositivo

Si nota che mantenendo la rigidezza del dispositivo costante, e attribuendo ad esso lo stesso legame costitutivo, l'effetto che il sisma ha su di esso è indipendente dal criterio adottato. Quindi, il comportamento del dispositivo è indipendente dal comportamento degli altri.

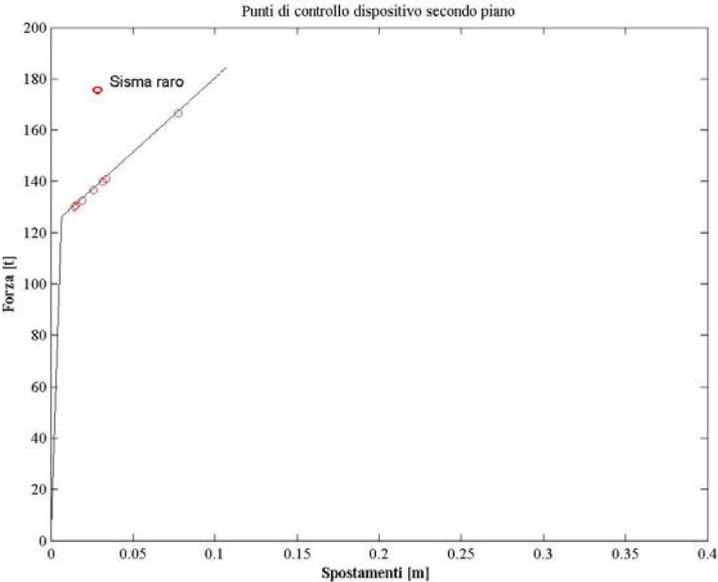
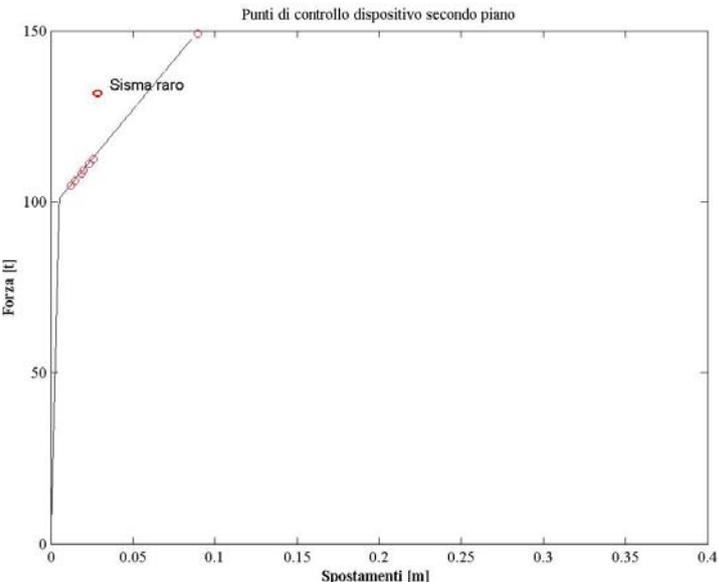
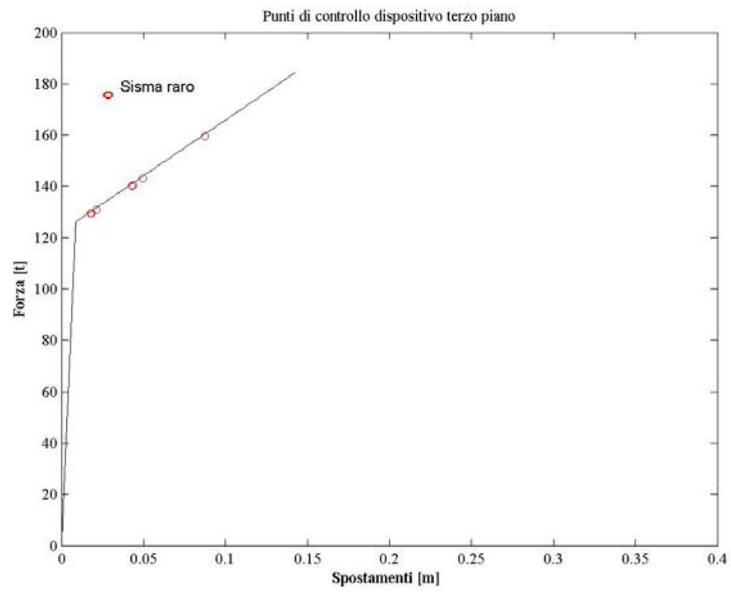
<p>Risultati 1.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 1.1.1</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.00</td><td>0</td></tr><tr><td>0.01</td><td>120</td></tr><tr><td>0.02</td><td>130</td></tr><tr><td>0.03</td><td>140</td></tr><tr><td>0.04</td><td>145</td></tr><tr><td>0.05</td><td>150</td></tr><tr><td>0.06</td><td>160</td></tr><tr><td>0.07</td><td>170</td></tr><tr><td>0.08</td><td>180</td></tr><tr><td>0.09</td><td>185</td></tr><tr><td>0.10</td><td>190</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.00	0	0.01	120	0.02	130	0.03	140	0.04	145	0.05	150	0.06	160	0.07	170	0.08	180	0.09	185	0.10	190
Spostamenti [m]	Forza [t]																								
0.00	0																								
0.01	120																								
0.02	130																								
0.03	140																								
0.04	145																								
0.05	150																								
0.06	160																								
0.07	170																								
0.08	180																								
0.09	185																								
0.10	190																								
<p>Risultati 1.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 1.1.2</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.00</td><td>0</td></tr><tr><td>0.01</td><td>100</td></tr><tr><td>0.02</td><td>105</td></tr><tr><td>0.03</td><td>110</td></tr><tr><td>0.04</td><td>115</td></tr><tr><td>0.05</td><td>120</td></tr><tr><td>0.06</td><td>125</td></tr><tr><td>0.07</td><td>130</td></tr><tr><td>0.08</td><td>135</td></tr><tr><td>0.09</td><td>140</td></tr><tr><td>0.10</td><td>145</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.00	0	0.01	100	0.02	105	0.03	110	0.04	115	0.05	120	0.06	125	0.07	130	0.08	135	0.09	140	0.10	145
Spostamenti [m]	Forza [t]																								
0.00	0																								
0.01	100																								
0.02	105																								
0.03	110																								
0.04	115																								
0.05	120																								
0.06	125																								
0.07	130																								
0.08	135																								
0.09	140																								
0.10	145																								

Tabella 5. 48 risultati relativi al secondo dispositivo

Risultati 1.1.1



Risultati 1.1.2

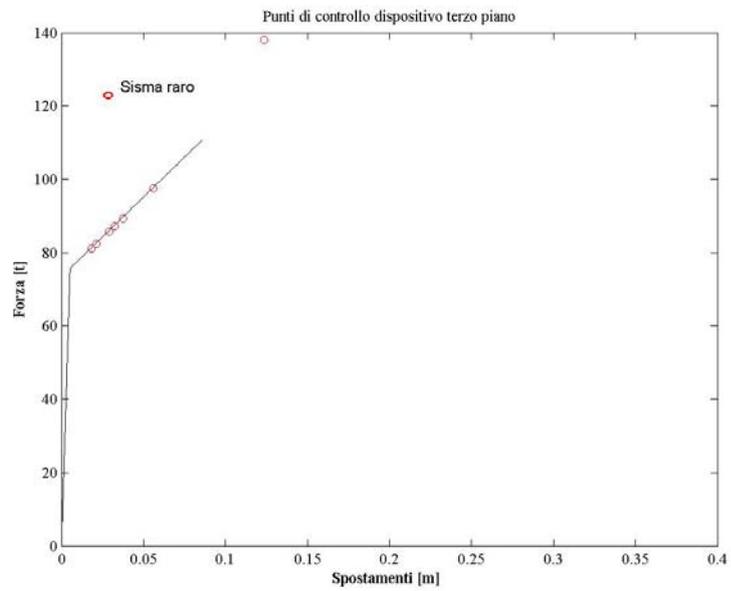


Tabella 5. 49 risultati relativi al terzo dispositivo

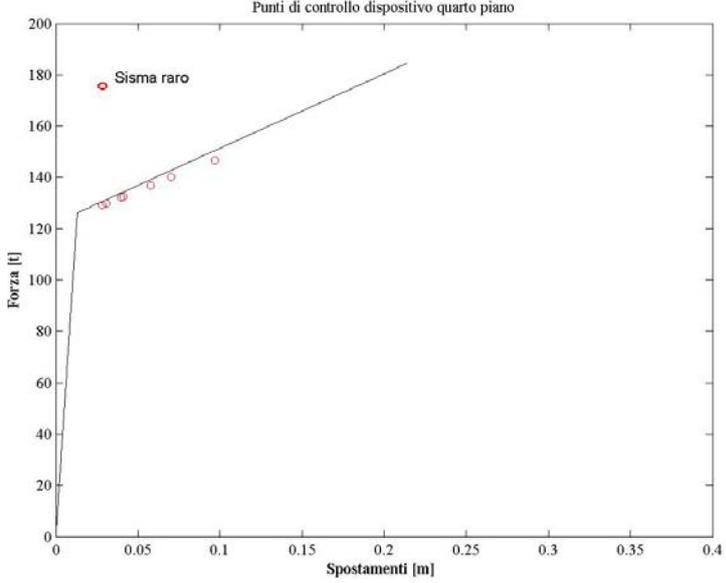
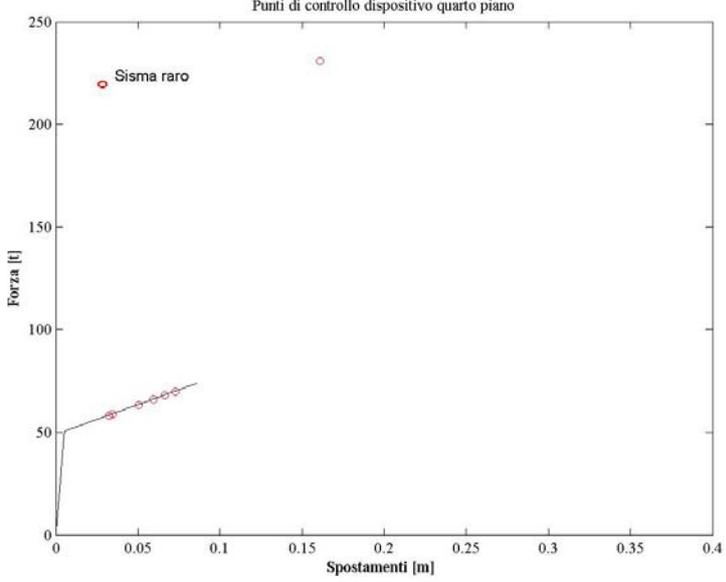
Risultati 1.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 1.1.1</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.00</td><td>0</td></tr><tr><td>0.01</td><td>125</td></tr><tr><td>0.02</td><td>128</td></tr><tr><td>0.03</td><td>130</td></tr><tr><td>0.04</td><td>132</td></tr><tr><td>0.05</td><td>135</td></tr><tr><td>0.06</td><td>138</td></tr><tr><td>0.07</td><td>140</td></tr><tr><td>0.08</td><td>142</td></tr><tr><td>0.10</td><td>145</td></tr><tr><td>0.15</td><td>155</td></tr><tr><td>0.20</td><td>165</td></tr><tr><td>0.22</td><td>170</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.00	0	0.01	125	0.02	128	0.03	130	0.04	132	0.05	135	0.06	138	0.07	140	0.08	142	0.10	145	0.15	155	0.20	165	0.22	170		
Spostamenti [m]	Forza [t]																														
0.00	0																														
0.01	125																														
0.02	128																														
0.03	130																														
0.04	132																														
0.05	135																														
0.06	138																														
0.07	140																														
0.08	142																														
0.10	145																														
0.15	155																														
0.20	165																														
0.22	170																														
Risultati 1.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 1.1.2</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.00</td><td>0</td></tr><tr><td>0.01</td><td>50</td></tr><tr><td>0.02</td><td>55</td></tr><tr><td>0.03</td><td>58</td></tr><tr><td>0.04</td><td>60</td></tr><tr><td>0.05</td><td>62</td></tr><tr><td>0.06</td><td>64</td></tr><tr><td>0.07</td><td>66</td></tr><tr><td>0.08</td><td>68</td></tr><tr><td>0.10</td><td>70</td></tr><tr><td>0.15</td><td>75</td></tr><tr><td>0.20</td><td>80</td></tr><tr><td>0.22</td><td>85</td></tr><tr><td>0.16</td><td>230</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.00	0	0.01	50	0.02	55	0.03	58	0.04	60	0.05	62	0.06	64	0.07	66	0.08	68	0.10	70	0.15	75	0.20	80	0.22	85	0.16	230
Spostamenti [m]	Forza [t]																														
0.00	0																														
0.01	50																														
0.02	55																														
0.03	58																														
0.04	60																														
0.05	62																														
0.06	64																														
0.07	66																														
0.08	68																														
0.10	70																														
0.15	75																														
0.20	80																														
0.22	85																														
0.16	230																														

Tabella 5. 50 risultati relativo al quarto dispositivo

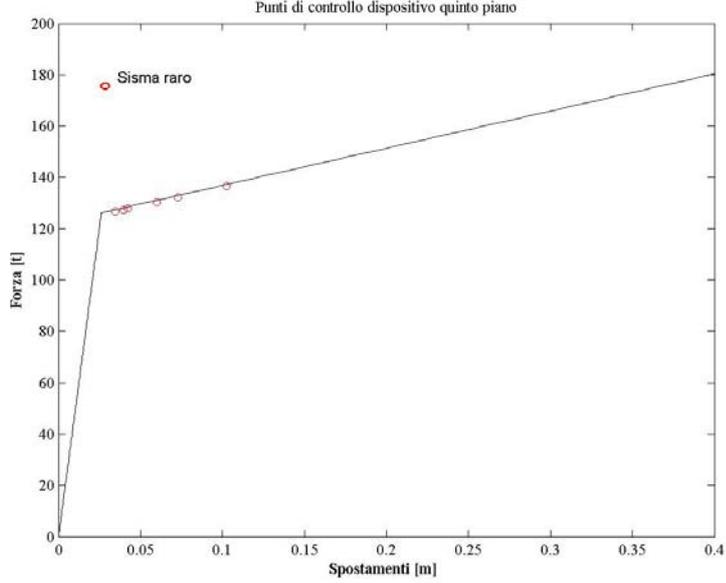
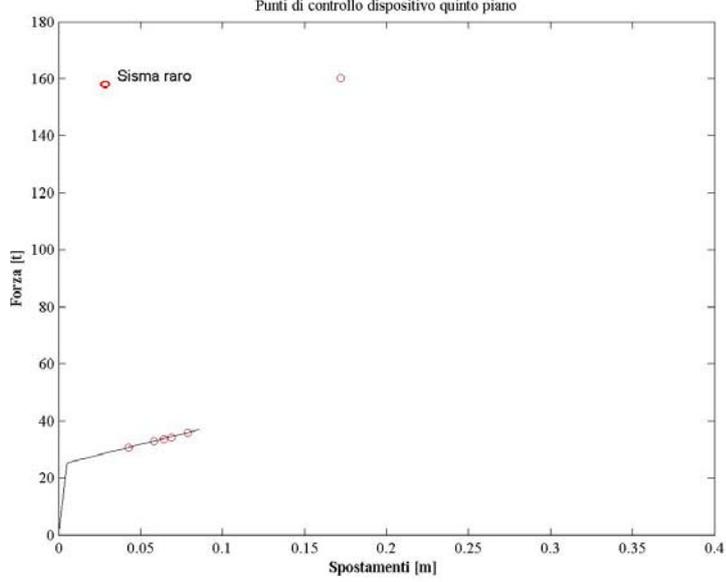
<p>Risultati 1.1.1</p>	
<p>Risultati 1.1.2</p>	

Tabella 5. 51 risultati relativi al quinto dispositivo

Si nota che per alcuni si sismi particolarmente forti, i dispositivi del terzo, quarto e quinto piano, per il criterio di ugual spostamento, prendono, addirittura, la propria risorsa dissipativa, ciò si traduce in un aumento della pendenza nel tratto 3 del legame costitutivo, in cui si pensa che il dispositivo entri in un comportamento tipo biella, e funga da trasmissione delle forze tra telaio e nucleo.

Quindi i punti fuori dal legame non sono nient'altro che l'effetto che un sisma forte ha nei dispositivi stessi.

Osservazioni

Dalle figure seguenti si evince che il criterio di ugual spostamento, sollecita maggiormente il dispositivo rispetto al criterio di ugual forza, ed inoltre, la struttura presenta, come era lecito aspettarsi, una maggiore sollecitazione verso l'alto, essendo i dispositivi meno resistenti ma più deformabili. Il criterio di ugual spostamento, come si nota dalla distribuzione degli sforzi nei dispositivi, considera proprio la ripartizione delle forze in base alle rigidezze, essendo il dispositivo del primo piano più rigido ed anche più sollecitato. Tuttavia, sebbene i dispositivi entrino prima in snervamento e così anche un numero di percentuale maggiore di pilastri, in termini di taglio alla base, si ha un, seppur piccolo (5%), miglioramento.

Mentre, per quanto riguarda il comportamento generale della struttura, essa è maggiormente sollecitata se si adottano dispositivi che hanno un ugual spostamento di snervamento (20% in più rispetto alla struttura in cui si sono adottati dispositivi schematizzati con il criterio di ugual forza).

In termini di spostamenti d'interpiano, si è raggiunto l'obiettivo prestazionale relativo a tale livello, che imponeva che lo spostamento doveva essere tale da non far entrare in crisi i pilastri, (danneggiamento quasi completo degli elementi strutturali).

5.3.2.4 Risultati 2.1.1

Si analizza ora come influisce una diminuzione di rigidezza totale dei dispositivi sul sistema. Tale riduzione è comunque lecita se si pensa al fatto che comunque i pilastri abbiano una loro effettiva rigidezza traslazionale. Si ricorda che non è da confondersi la formula esplicitata di seguito per indicare il tipo di rigidezza totale, con la rigidezza totale stessa, in quanto, la formula rappresenta la rigidezza da attribuire all'elemento aggiuntivo della struttura, posizionato al suo livello. La rigidezza totale, viene calcolata di seguito, considerando la distribuzione lungo l'altezza.

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1} = (k_{d,new} - k_p)$

- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n}$
- criterio di ugual forza di snervamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	89.22389	1.271264	0.01
piano 2	89.70438	0	0.00
piano 3	89.70438	0	0.00
piano 4	89.70438	0	0.00
piano 5	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 52 tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	91.07161	15.96672	0.18
disp 2	94.59939	15.34165	0.16
disp 3	93.52674	11.48439	0.12
disp 4	87.40929	6.525359	0.07
disp 5	82.36237	3.808519	0.05

Tabella 5. 53 sforzi nei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	3.6161	3.7303	1.03
ID_2-1	2.4906	1.0265	0.41
ID_3-2	2.0225	0.3231	0.16
ID_4-3	1.9327	0.7843	0.41
ID_5-4	1.3710	0.2082	0.15

Tabella 5. 54 spostamenti d'interpiano

5.3.2.5 Risultati 2.1.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1} = (k_{d,new} - k_p)$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual spostamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	89.70438	0	0.00
piano 2	89.70438	0	0.00
piano 3	89.70438	0	0.00
piano 4	89.70438	0	0.00
piano 5	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 55 tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	108.3811	67.73368	0.62
disp 2	113.3424	107.1487	0.95
disp 3	97.80992	98.98098	1.01
disp 4	84.57916	89.68243	1.06
disp 5	51.87892	60.80743	1.17

Tabella 5. 56 sforzi nei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	3.1302	3.8575	1.23
ID_2-1	2.8447	1.4931	0.52
ID_3-2	3.9714	1.5924	0.40
ID_4-3	3.2551	1.2821	0.39
ID_5-4	1.4350	0.6876	0.48

Tabella 5. 57 spostamento d'interpiano

In tabella 5.58 è riportata la distribuzione della forza sismica negli elementi.

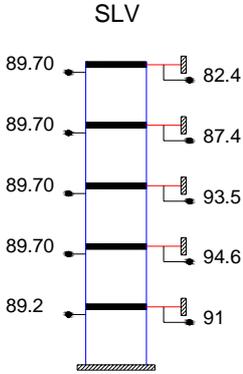
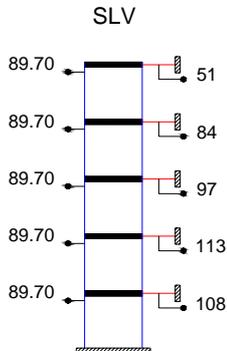
<p>Distribuzione degli sforzi negli elementi [t] Risultati 2.1.1</p> 	<p>Distribuzione degli sforzi negli elementi [t] Risultati 2.1.2</p> 
<p>Criterio ugual Forza: Pilastrini snervati : 4 Sforzi nei dispositivi distribuiti in maniera omogenea</p>	<p>Criterio Ugual spostamento: Pilastrini snervati: 5 Sforzi nei dispositivi crescenti verso il basso</p>

Tabella 5. 58 Confronto tra i due criteri in termini di distribuzione degli sforzi negli elementi

Una minore rigidezza del dispositivo sollecita maggiormente la struttura; infatti essendo minori le forze che gli stessi riescono ad assorbire, il telaio, insieme al muro di controventamento assorbe una forza maggiore. Si rileva, infatti, dalla distribuzione degli sforzi negli elementi che per il criterio di uguale forza di snervamento si snervano 4 pilastrini su 5, per il criterio di uguale spostamento si snervano 5 su 5.

5.3.2.6 Verifica del comportamento dei dispositivi

Di seguito, si confrontano i risultati ottenuti per i due diversi criteri di definizione del legame costitutivo (rispettivamente Tabelle n° 5.59, 5.60, 5. 61 , 5.62 , 5.63, 5. 64)

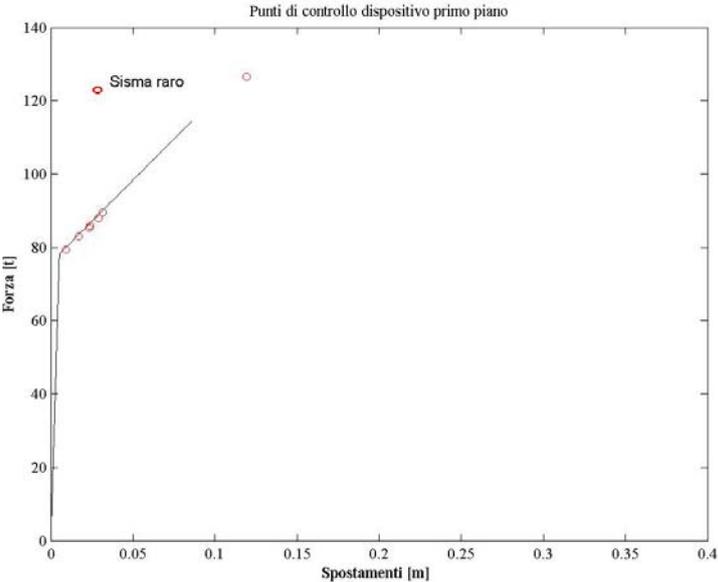
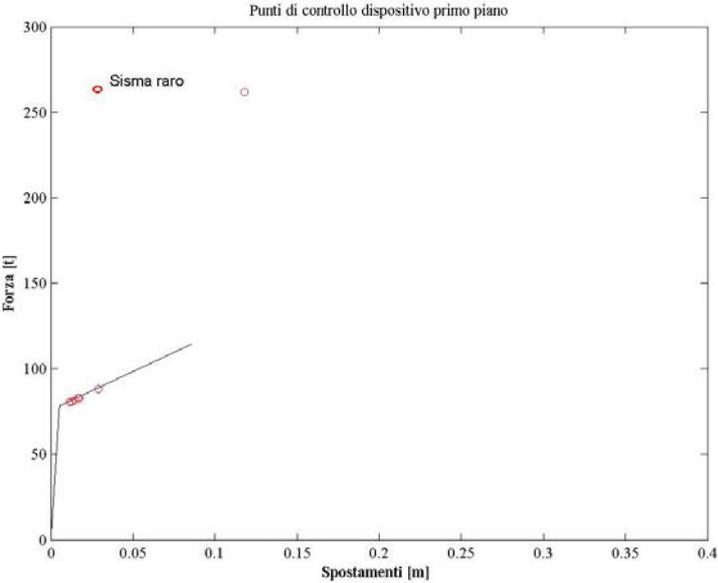
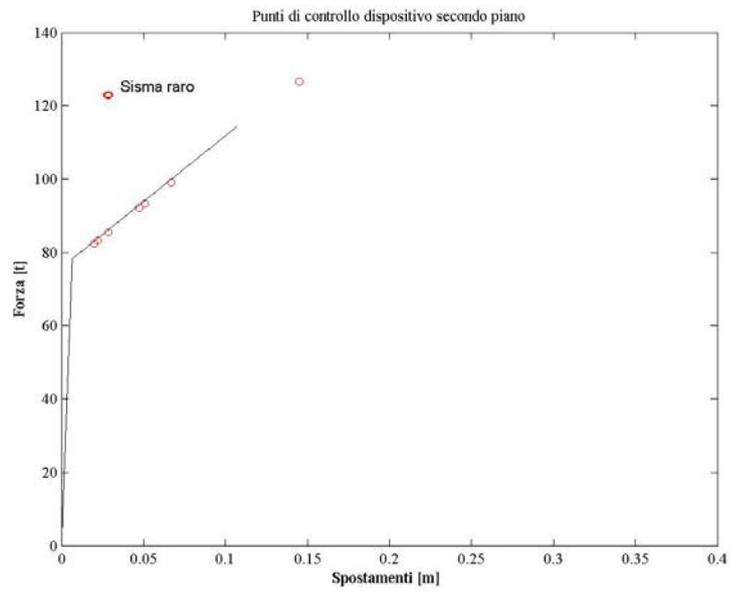
Risultati 2.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>
Risultati 2.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>

Tabella 5. 59 Risultati relativi al primo dispositivo

Risultati 2.1.1



Risultati 2.1.2

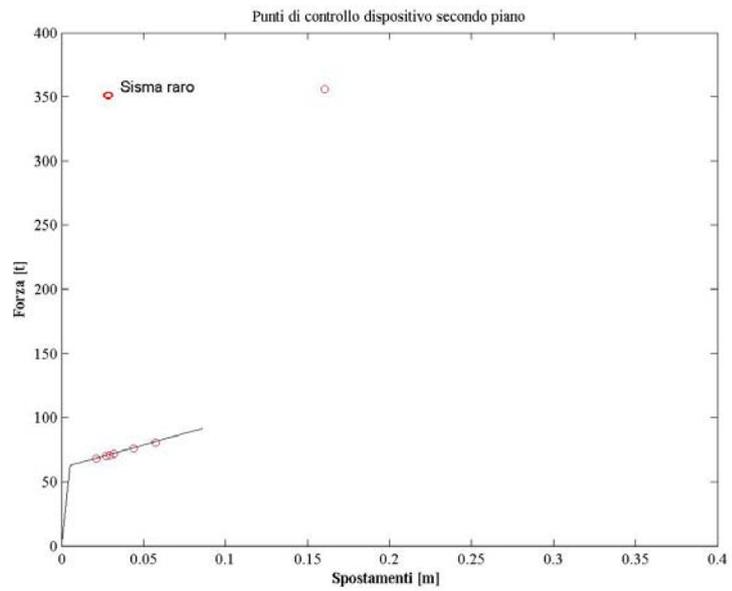


Tabella 5. 60 Risultati relativi al secondo dispositivo

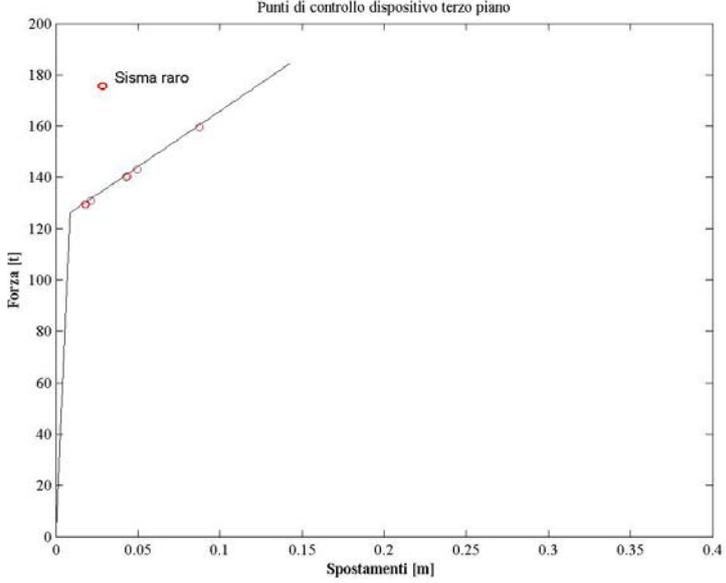
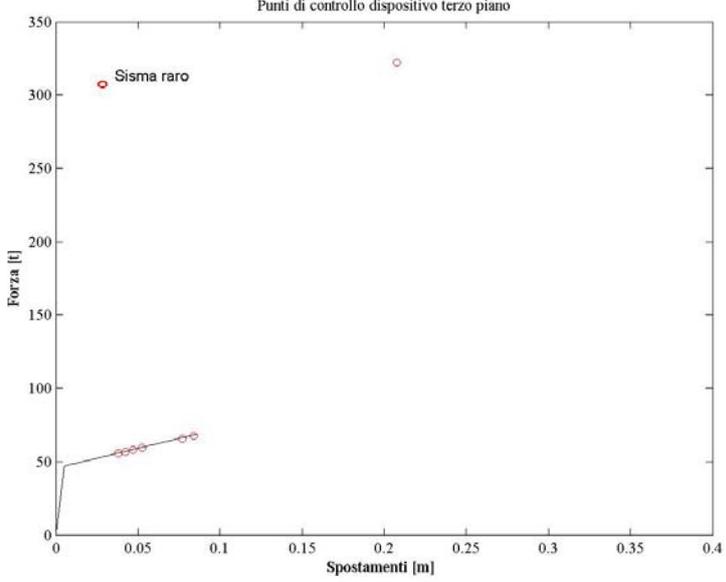
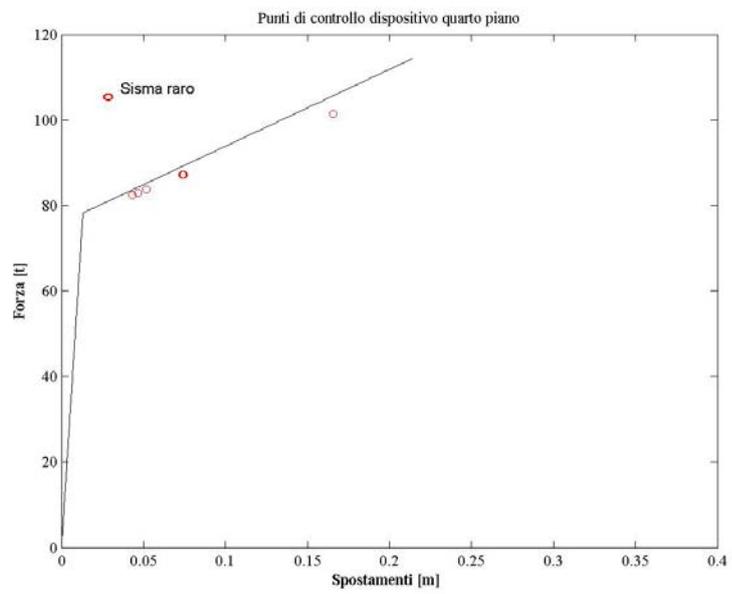
<p>Risultati 2.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p>
<p>Risultati 2.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p>

Tabella 5. 61 Risultati relativo al terzo dispositivo

Risultati 2.1.1



Risultati 2.1.2

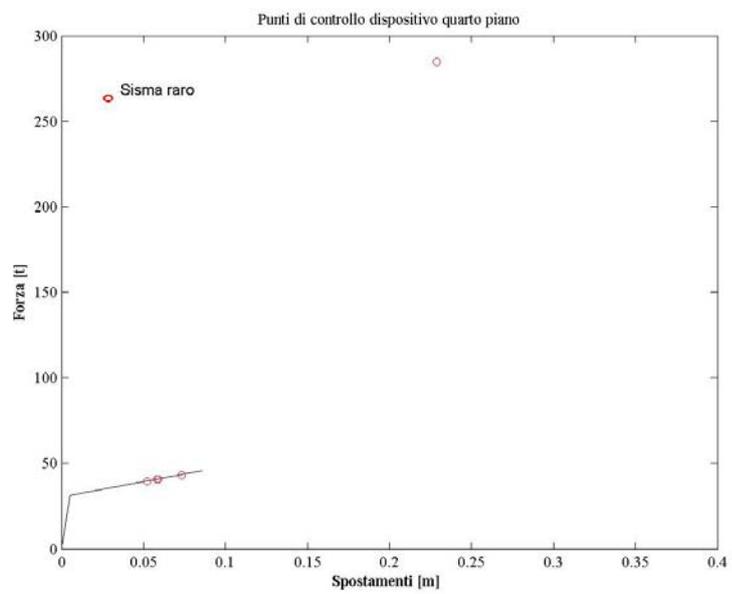


Tabella 5. 62 Risultati relativi al quarto dispositivo

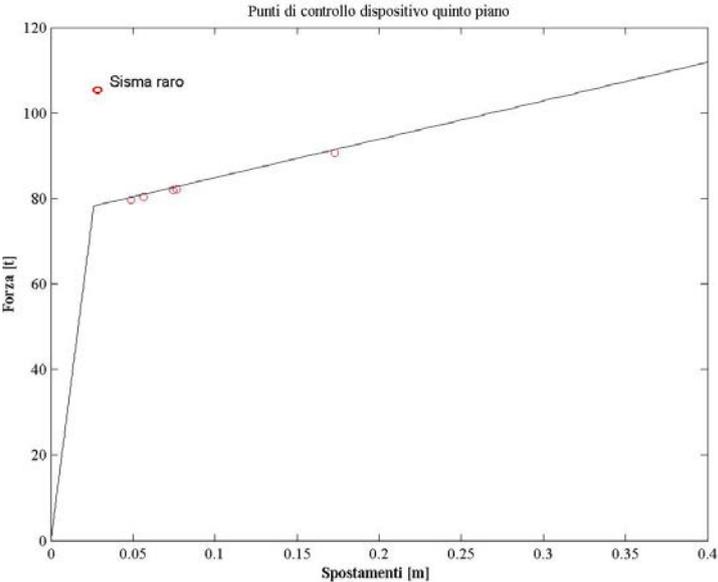
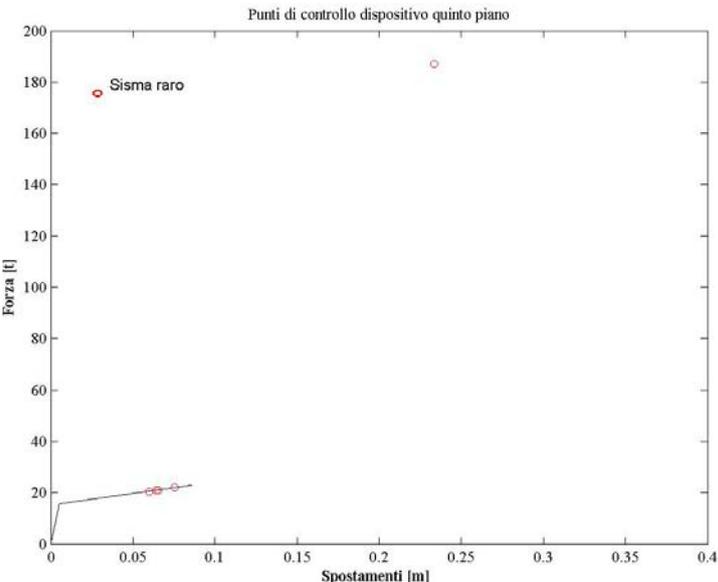
Risultati 2.1.1	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 2.1.1</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.02</td><td>105</td></tr><tr><td>0.04</td><td>80</td></tr><tr><td>0.05</td><td>80</td></tr><tr><td>0.06</td><td>80</td></tr><tr><td>0.07</td><td>82</td></tr><tr><td>0.17</td><td>90</td></tr><tr><td>0.40</td><td>110</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.02	105	0.04	80	0.05	80	0.06	80	0.07	82	0.17	90	0.40	110
Spostamenti [m]	Forza [t]																
0.02	105																
0.04	80																
0.05	80																
0.06	80																
0.07	82																
0.17	90																
0.40	110																
Risultati 2.1.2	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 2.1.2</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.02</td><td>175</td></tr><tr><td>0.06</td><td>20</td></tr><tr><td>0.07</td><td>20</td></tr><tr><td>0.08</td><td>22</td></tr><tr><td>0.23</td><td>185</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0.02	175	0.06	20	0.07	20	0.08	22	0.23	185				
Spostamenti [m]	Forza [t]																
0.02	175																
0.06	20																
0.07	20																
0.08	22																
0.23	185																

Tabella 5. 63 Risultati relativi al quinto dispositivo

5.3.2.7 Risultati 3.1.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d,\text{sin golo}} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{\text{tag et}}^2}$$

5. 26

$$k_{\text{tot}} = n \cdot k_{d,\text{sin golo}}$$

- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n}$
 $\sum_{i=1}^n i$
- criterio di ugual forza di snervamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	11.27583	5.324084	0.47
piano 2	8.258807	4.318974	0.52
piano 3	14.78769	8.110691	0.55
piano 4	29.1785	15.37887	0.53
piano 5	56.0224	17.49189	0.31

Tabella 5. 64 Tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 6	293.5443	138.6022	0.47
disp 1	312.1008	144.3926	0.46
disp 2	362.2175	174.2837	0.48
disp 3	383.5891	168.4104	0.44
disp 4	355.5914	150.7777	0.42

Tabella 5. 65 Sforzi nei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.1194	0.0564	0.47
ID_2-1	0.0875	0.0457	0.52
ID_3-2	0.1566	0.0859	0.55
ID_4-3	0.3090	0.1629	0.53
ID_5-4	0.6854	0.4127	0.60

Tabella 5. 66 Spostamenti d'interpiano

5.3.2.8 Risultati 3.1.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d,\sin\ golo} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{target}^2}$$

$$k_{tot} = n \cdot k_{d,\sin\ golo}$$

5. 27

- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n} - \sum_{i=1}^n i$
- criterio di ugual spostamento

Tagli di piano[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
piano 1	11.27224	5.318825	0.47
piano 2	8.226303	4.31356	0.52
piano 3	14.79442	8.344714	0.56
piano 4	30.28094	18.49726	0.61
piano 5	58.8817	18.14878	0.31

Tabella 5. 67 Tagli di piano

Disp[t]	LS		
	media	dev.stand.	cov
disp 1	293.451	138.4653	0.47
disp 2	311.76	143.6164	0.46
disp 3	361.5796	172.8351	0.48
disp 4	356.6184	119.8657	0.34
disp 5	257.0776	18.26949	0.07

Tabella 5. 68 Sforzi nei dispositivi

[cm]	LS		
	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.1194	0.0563	0.47
ID_2-1	0.0871	0.0457	0.52
ID_3-2	0.1567	0.0884	0.56
ID_4-3	0.3207	0.1959	0.61
ID_5-4	0.7121	0.3991	0.56

Tabella 5. 69 Spostamenti d'interpiano

In tabella 5.70 è riportata la distribuzione della forza sismica negli elementi

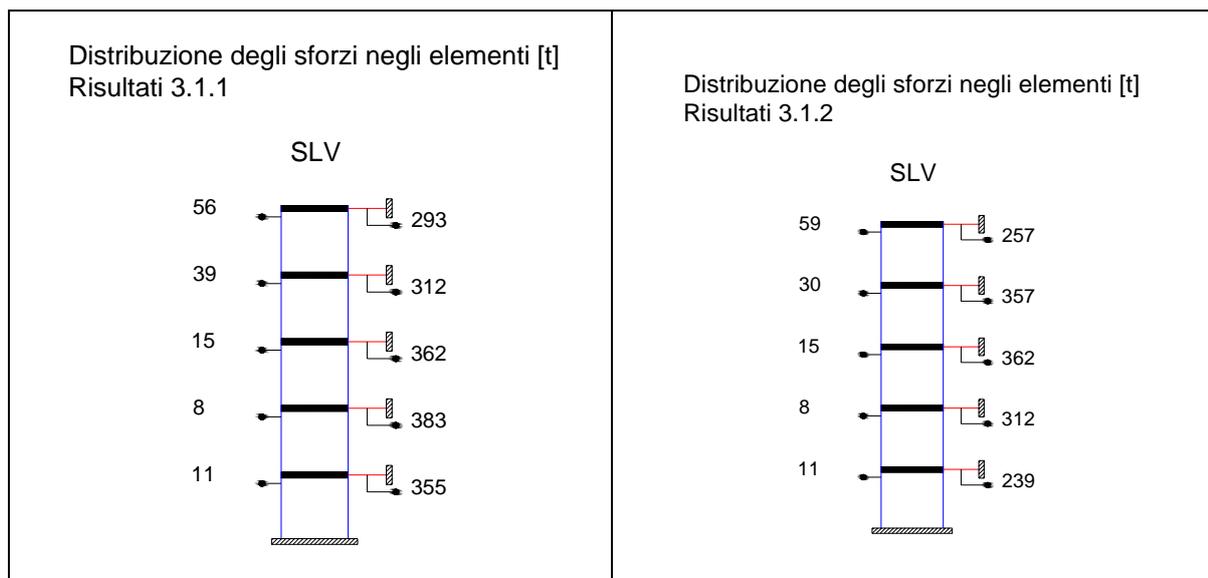


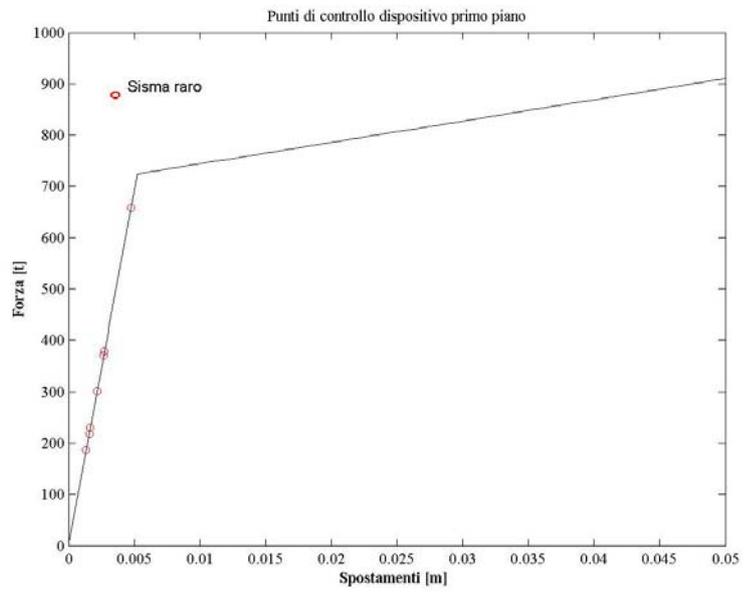
Tabella 5. 70

Si nota che una rigidezza totale di un ordine di grandezza più grande della rigidezza totale basata sulla necessità si sopperire alle mancanze di rigidezza della struttura singola , a parità di spostamento di snervamento del dispositivo e della struttura stessa, ovviamente, sollecita in modo minore al struttura. Infatti sia nel caso in cui si è seguito una forza costante, sia nel caso in cui si è seguito il criterio di ugual spostamento, i pilastri non raggiungono mai la forza di snervamento, e per giunta la differenza tra le sollecitazioni dei due criteri è di circa il 5% (calcolo effettuato mediante la media delle percentuali della somma delle sollecitazioni relative ai diversi elementi strutturali).

5.3.2.9 Verifica del comportamento del dispositivo

Di seguito, si confrontano i risultati ottenuti per i due diversi criteri di definizione del legame costitutivo (rispettivamente Tabelle n° 5.71, 5.72, 5.73, 5.74 , 5.75, 5.76)

Risultati 3.1.1



Risultati 3.1.2

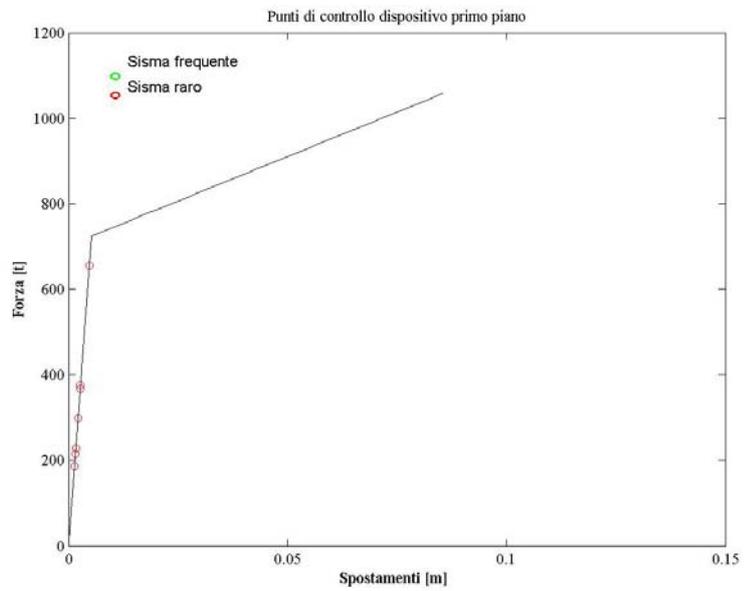
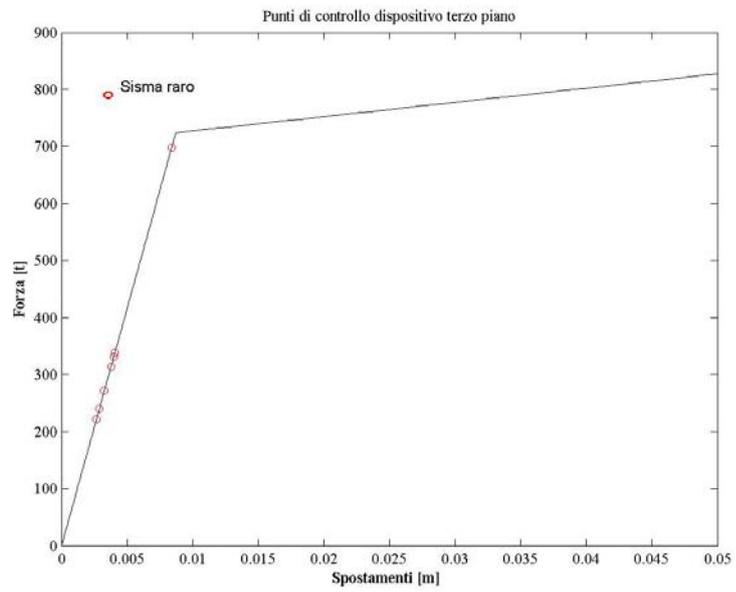


Tabella 5. 71 Risultati riferiti al primo dispositivo

<p>Risultati 3.1.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>
<p>Risultati 3.1.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>

Tabella 5. 72 Risultati relativo al secondo dispositivo

Risultati 3.1.1



Risultati 3.1.2

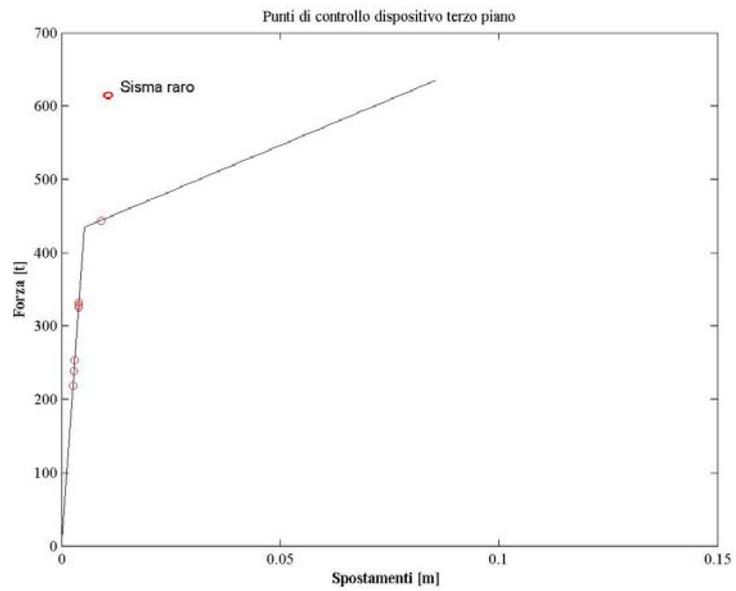


Tabella 5. 73 risultati relativo al terzo dispositivo

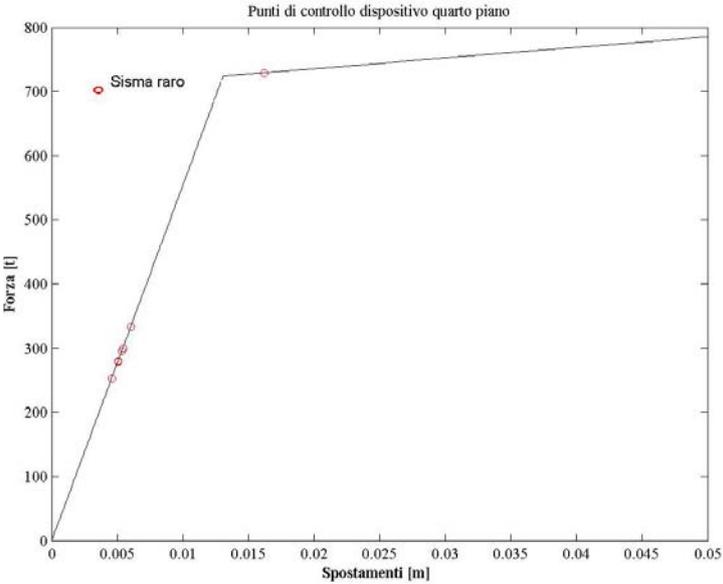
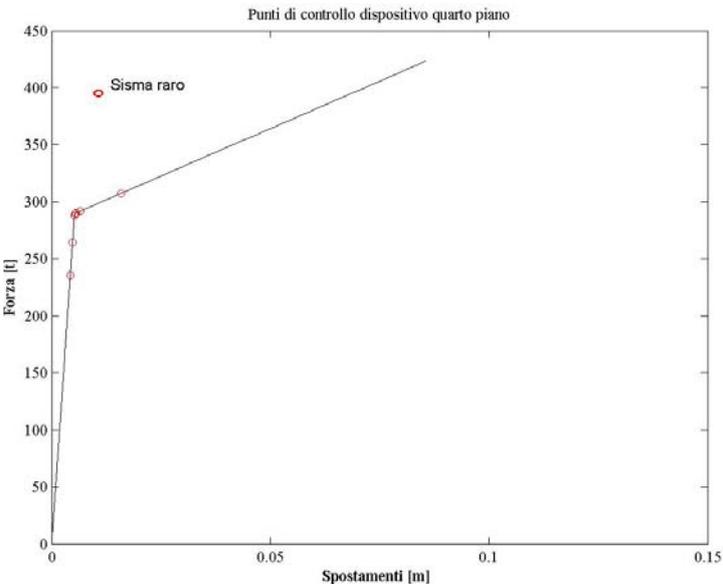
<p>Risultati 3.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 3.1.1</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.002</td><td>250</td></tr><tr><td>0.003</td><td>280</td></tr><tr><td>0.004</td><td>320</td></tr><tr><td>0.005</td><td>350</td></tr><tr><td>0.006</td><td>380</td></tr><tr><td>0.015</td><td>720</td></tr><tr><td>0.05</td><td>780</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0	0	0.002	250	0.003	280	0.004	320	0.005	350	0.006	380	0.015	720	0.05	780		
Spostamenti [m]	Forza [t]																				
0	0																				
0.002	250																				
0.003	280																				
0.004	320																				
0.005	350																				
0.006	380																				
0.015	720																				
0.05	780																				
<p>Risultati 3.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p> <table border="1"><caption>Data points for Risultati 3.1.2</caption><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.002</td><td>230</td></tr><tr><td>0.003</td><td>260</td></tr><tr><td>0.004</td><td>290</td></tr><tr><td>0.005</td><td>310</td></tr><tr><td>0.006</td><td>330</td></tr><tr><td>0.01</td><td>300</td></tr><tr><td>0.05</td><td>360</td></tr><tr><td>0.1</td><td>420</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	0	0	0.002	230	0.003	260	0.004	290	0.005	310	0.006	330	0.01	300	0.05	360	0.1	420
Spostamenti [m]	Forza [t]																				
0	0																				
0.002	230																				
0.003	260																				
0.004	290																				
0.005	310																				
0.006	330																				
0.01	300																				
0.05	360																				
0.1	420																				

Tabella 5. 74 Risultati relativi al quarto dispositivo

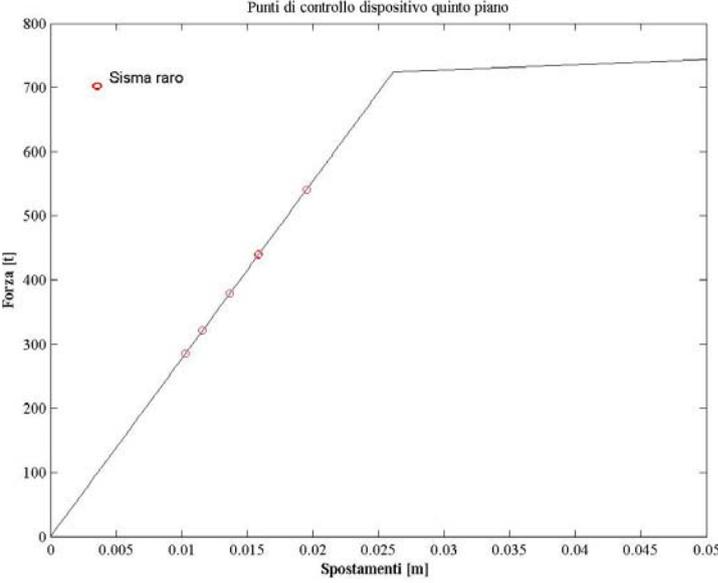
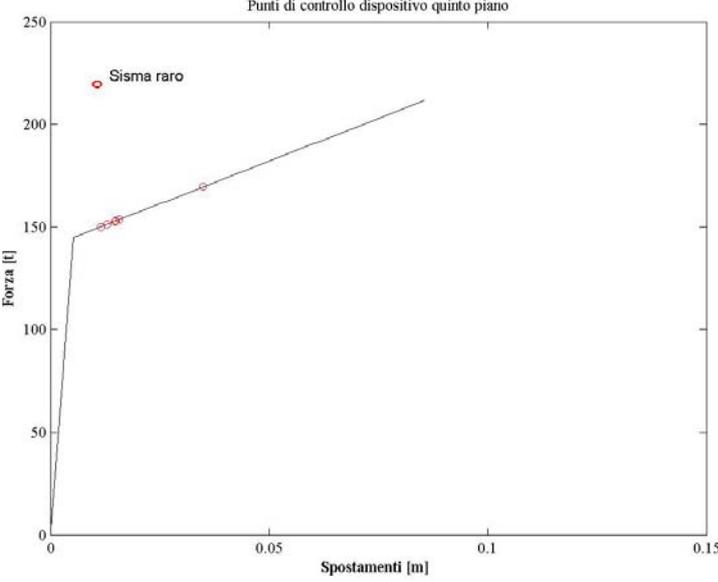
<p>Risultati 3.1.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p>
<p>Risultati 3.1.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma raro</p>

Tabella 5. 75 Risultati relativi al quinto dispositivo

Osservazioni

A parità di spostamento di snervamento imposto, si rileva, com'era lecito aspettarsi, che il criterio di ugual spostamento di snervamento, concentra la dissipazione in alto, dove lo spostamento è maggiore. Tuttavia, avendo una rigidezza molto elevata, sulla struttura non si rilevano aggravii evidenti e in termini di forze e in termini di spostamento d'interpiano, valori del resto che presuppongono che essa rimanga in campo elastico. (soddisfacimento

dell'obiettivo prestazionale dettato dal livello prestazionale *Fully Operational* anche sotto sisma più forte (*intensità rara*)).

5.3.3 Conclusioni

Dall'osservazione della distribuzione della forza sismica di piano tra gli elementi, si può concludere, in generale che i dispositivi la cui forza di snervamento è calibrata secondo il criterio di ugual forza di snervamento per ciascuna dispositivo, funzionano bene, in quanto è maggiore la quota parte di forza sismica che essi assorbono rispetto a quella presa dai pilastri. Ciò consente di sgravare la struttura dalla forza sismica che essa assorbirebbe se non ci fossero i dispositivi.

5.3.4 Analisi non lineare di tipo Time – History per il livello prestazionale indicato con “*terremoto frequente*” e “*terremoto raro*”.

In questo paragrafo, si riportano i risultati delle analisi condotte per la distribuzione della rigidezza che vede gli indici relativi definiti secondo la linearizzazione svolta su n-1 misurazioni.

Si rileva che per tale distribuzione i dispositivi che fanno capo all'ultimo e penultimo piano hanno le medesime caratteristiche

5.3.4.1 Risultato 1.2.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.76, 5.77, 5.78, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	35.58002	24.32583	0.68	87.40497	4.108821	0.05
piano 2	37.1776	23.05616	0.62	84.77346	7.425221	0.09
piano 3	56.47487	18.61803	0.33	88.93138	2.045175	0.02
piano 4	73.83685	14.76582	0.20	89.70438	0	0.00
piano 5	67.2803	17.04252	0.25	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 76 Tagli di piano al livello prestazionale “Fully Operational”
e “Life Safe”

Disp[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	76.31475	26.21753	0.34	134.358	12.768	0.10
disp 2	95.77434	20.33261	0.21	137.7537	11.71145	0.09
disp 3	105.2591	19.75292	0.19	135.8983	8.783125	0.06
disp 4	91.84381	29.377	0.32	130.8954	4.446908	0.03
disp 5	105.2012	22.5002	0.21	132.0658	4.36604	0.03

Tabella 5. 77Forze sismiche nei dispositivi al livello prestazionale
“Fully Operational” e “Life – Safe”

[cm]	FO			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.3916	0.2963	0.76	1.7626	1.7640	1.00
ID_2-1	0.3937	0.2442	0.62	1.4437	0.6321	0.44
ID_3-2	0.5981	0.1972	0.33	1.8510	0.8077	0.44
ID_4-3	0.8610	0.2714	0.32	2.2118	0.3672	0.17
ID_5-4	0.7899	0.3426	0.43	1.4397	0.2471	0.17

Tabella 5. 78 Spostamenti d'interpiano

5.3.4.2 Risultati 1.2.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$
- criterio di ugual spostamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.79, 5.80, 5.81, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	SLD			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	31.13636	17.17596	0.55	81.25103	8.869689	0.11
piano 2	32.6094	25.37852	0.78	87.46279	5.930703	0.07
piano 3	48.61025	20.05084	0.41	89.70438	0	0.00
piano 4	70.65543	15.16983	0.21	89.70438	0	0.00
piano 5	65.56629	12.78375	0.19	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 79 Tagli di piano al livello prestazionale
"Fully Operational" e "Life Safe"

Disp[t]	SLD			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	72.31915	26.7263	0.37	133.4251	13.59832	0.10
disp 2	79.26238	13.68537	0.17	107.6189	15.82259	0.15
disp 3	63.93026	2.745153	0.04	97.42437	59.99727	0.62
disp 4	32.8202	1.201693	0.04	62.82297	58.21908	0.93
disp 5	33.51798	1.596792	0.05	67.19061	63.11895	0.94

Tabella 5. 80 Forze sismiche nei dispositivi al livello
prestazionale "Fully Operational" e "Life – Safe"

[cm]	SLD			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.3297	0.1819	0.55	1.6337	1.8787	1.15
ID_2-1	0.3819	0.3648	0.96	1.7736	1.2024	0.68
ID_3-2	0.5715	0.3539	0.62	3.9221	3.5952	0.92
ID_4-3	0.8313	0.3365	0.40	3.1654	0.8912	0.28
ID_5-4	0.7286	0.2167	0.30	1.1957	0.1121	0.09

Tabella 5. 81 Spostamenti d'interpiano

5.3.4.3 Verifica del comportamento dei dispositivi

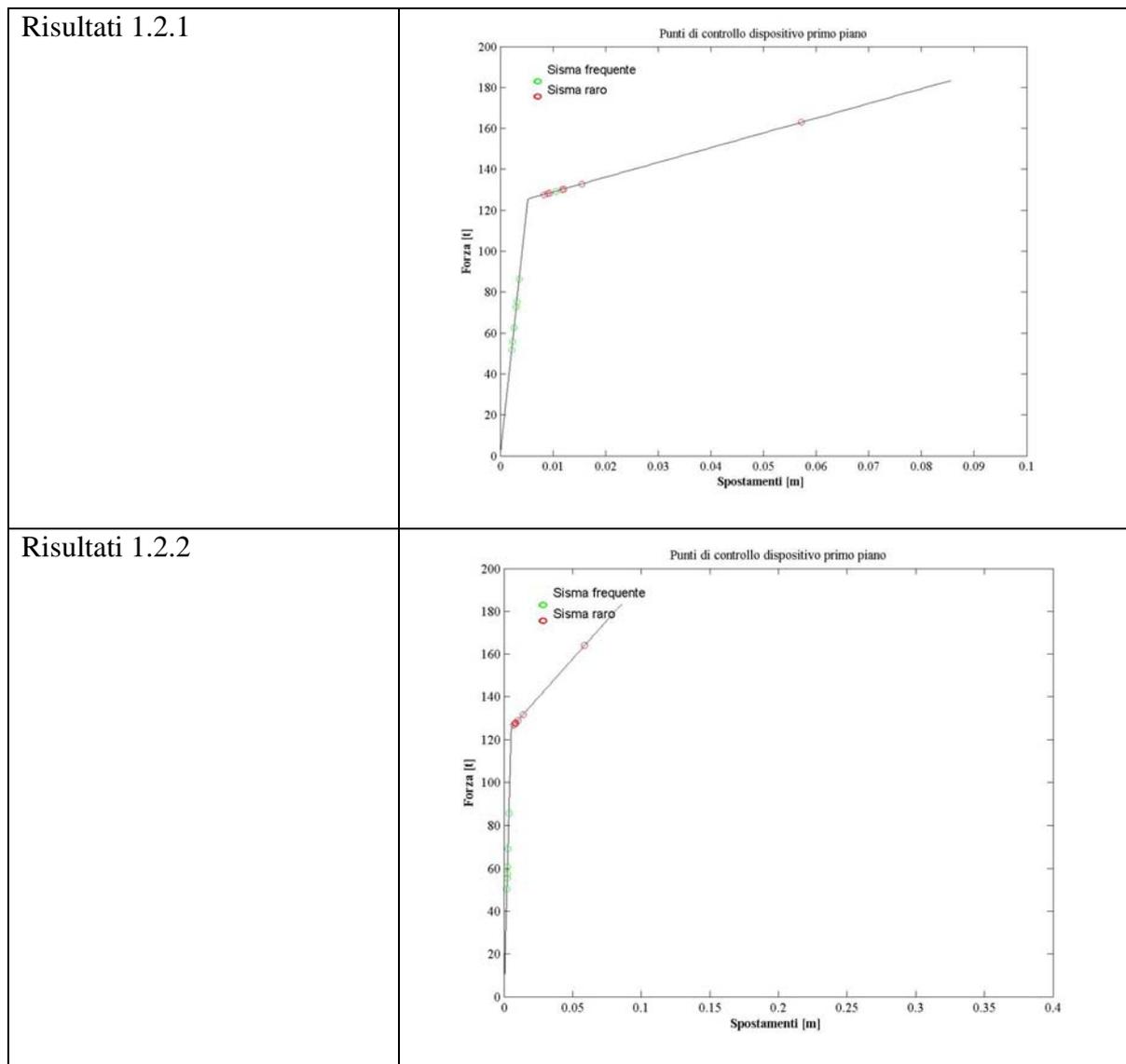
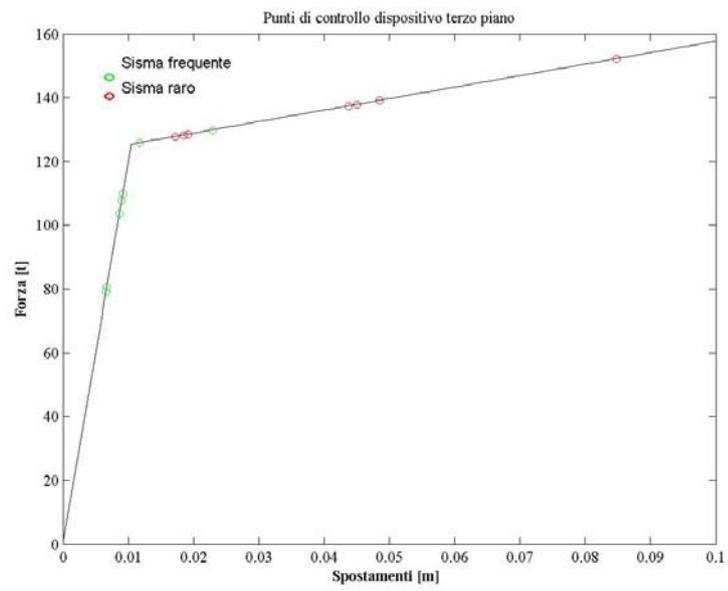


Tabella 5. 82 Risultati relativi al primo dispositivo

<p>Risultati 1.2.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Legenda: ○ Sisma frequente ○ Sisma raro</p>
<p>Risultati 1.2.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo secondo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Legenda: ○ Sisma frequente ○ Sisma raro</p>

Tabella 5. 83 Risultati relativi al secondo dispositivo

Risultati 1.2.1



Risultati 1.2.2

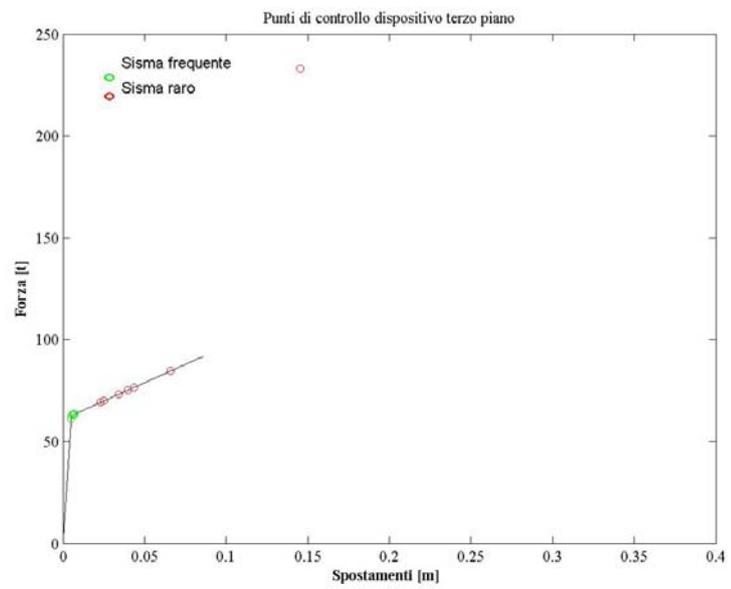


Tabella 5. 84 Risultati relativi al terzo dispositivo

<p>Risultati 1.2.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [kN]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p>
<p>Risultati 1.2.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [kN]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p>

Tabella 5. 85 Risultati relativi al quarto dispositivo

<p>Risultati 1.2.1</p>	
<p>Risultati 1.2.2</p>	

Tabella 5. 86 Risultati relativi al quinto dispositivo

5.3.4.4 Risultati 2.2.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1,nev} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p - k_p = (\psi - 1)k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n-1} \cdot \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.87, 5.88, 5.89, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	46.87625	18.956	0.40	89.70438	0	0.00
piano 2	54.3095	16.77642	0.31	89.70438	0	0.00
piano 3	65.39762	16.50251	0.25	89.70438	0	0.00
piano 4	82.51592	7.368172	0.09	89.70438	0	0.00
piano 5	70.1184	10.76058	0.15	89.70438	0	0.00

Tabella 5. 87 Tagli di piano

Disp[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	65.09682	7.180367	0.11	90.00119	12.99249	0.14
disp 2	66.14082	7.891173	0.12	92.37977	13.45043	0.15
disp 3	74.86683	10.3614	0.14	90.87405	9.529833	0.10
disp 4	67.58294	14.91881	0.22	83.92809	4.619708	0.06
disp 5	73.94712	9.492333	0.13	84.38737	4.622739	0.05

Tabella 5. 88 Forze sismiche nei dispositivi

[cm]	SLD			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.5202	0.2634	0.51	3.3116	2.9401	0.89
ID_2-1	0.6046	0.2519	0.42	2.4864	1.0897	0.44
ID_3-2	0.6932	0.1758	0.25	2.3306	0.4727	0.20
ID_4-3	0.9214	0.1453	0.16	1.7829	0.3914	0.22
ID_5-4	0.7603	0.1542	0.20	1.1235	0.0968	0.09

Tabella 5. 89 Spostamenti d'interpiano

5.3.4.5 Risultato 2.2.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi: $k_{d1, new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p - k_p = (\psi - 1)k_p$
- distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$
- criterio di ugual forza di snervamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.90, 5.91, 5.92, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	42.74585	21.08216	0.49	89.70438	0	0.00
piano 2	41.05617	21.74627	0.53	89.70438	0	0.00
piano 3	63.82675	19.78715	0.31	89.70438	0	0.00
piano 4	75.85908	13.04769	0.17	89.70438	0	0.00
piano 5	68.57058	10.00202	0.15	89.70388	0.001336	0.00

Tabella 5. 90 Tagli di piano

Disp[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	58.49809	11.21147	0.19	87.22731	13.55774	0.16
disp 2	59.30457	1.907317	0.03	97.31746	77.28037	0.79
disp 3	40.55663	1.967151	0.05	82.16279	83.12282	1.01
disp 4	20.88522	1.030277	0.05	56.03012	61.37085	1.10
disp 5	21.36166	1.137287	0.05	60.1541	63.9008	1.06

Tabella 5. 91 Forze sismiche nei dispositivi

[cm]	FO			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.4547	0.2285	0.50	2.6839	3.0680	1.14
ID_2-1	0.5169	0.4461	0.86	3.7433	3.4776	0.93
ID_3-2	0.7542	0.3699	0.49	4.1562	1.6211	0.39
ID_4-3	1.0050	0.5596	0.56	2.9729	1.1012	0.37
ID_5-4	0.7729	0.2257	0.29	1.0804	0.0948	0.09

Tabella 5. 92 Spostamenti d'interpiano

5.3.4.6 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si riportano in tabelle il comportamento dei dispositivi per i due criteri di definizione della forza di snervamento degli stessi.

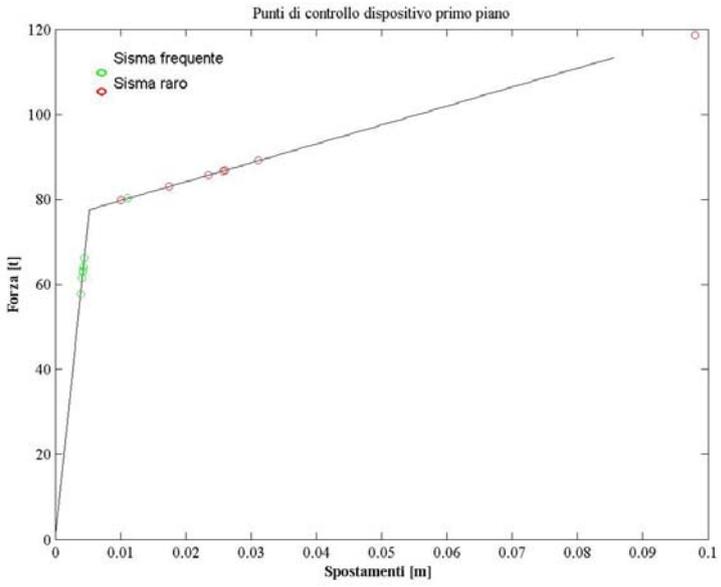
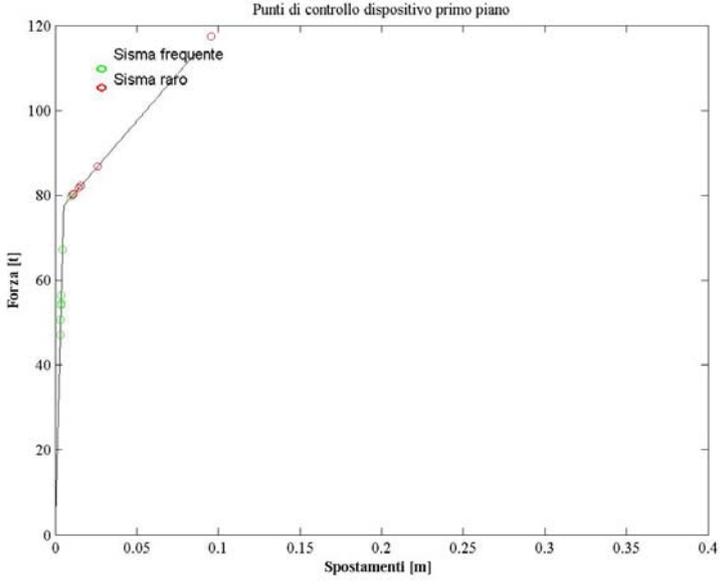
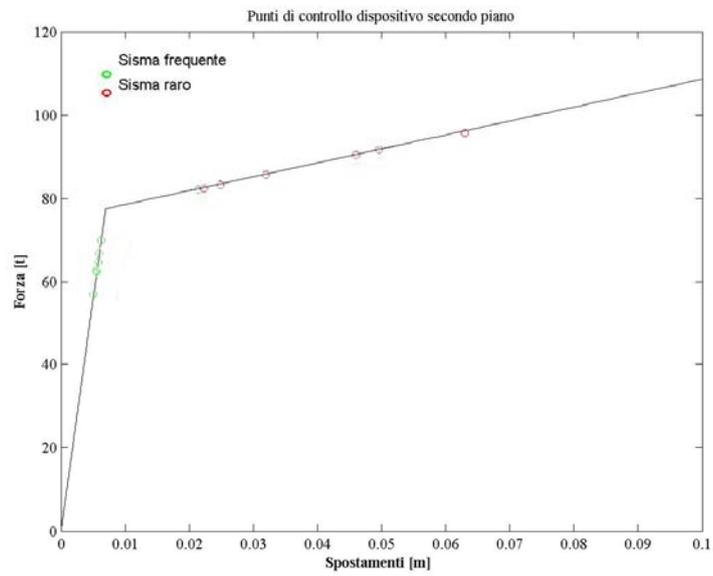
<p>Risultati 2.2.1</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>
<p>Risultati 2.2.2</p>	 <p>Punti di controllo dispositivo primo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Spostamenti [m]</p>

Tabella 5. 93 Risultati relativi al primo dispositivo

Risultati 2.2.1



Risultati 2.2.2

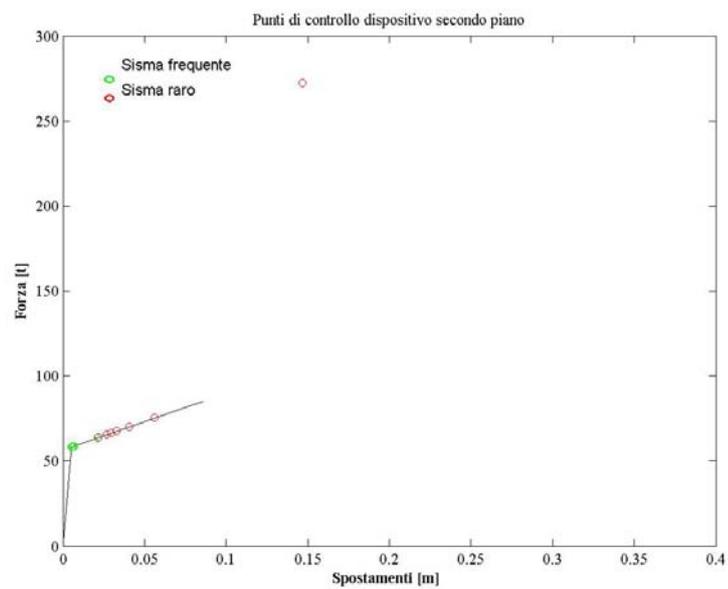


Tabella 5. 94 Risultati relativi al secondo dispositivo

<p>Risultati 2.2.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p>
<p>Risultati 2.2.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p>

Tabella 5. 95 Risultati relativi al terzo dispositivo

<p>Risultati 2.2.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente Sisma raro</p> <table border="1"> <caption>Data for Risultati 2.2.1</caption> <thead> <tr> <th>Spostamenti [m]</th> <th>Forza [t] (Sisma frequente)</th> <th>Forza [t] (Sisma raro)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0.01</td><td>38</td><td>38</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>78</td><td>78</td></tr> <tr><td>0.03</td><td>78</td><td>78</td></tr> <tr><td>0.04</td><td>79</td><td>79</td></tr> <tr><td>0.05</td><td>80</td><td>80</td></tr> <tr><td>0.06</td><td>81</td><td>81</td></tr> <tr><td>0.07</td><td>82</td><td>82</td></tr> <tr><td>0.08</td><td>83</td><td>83</td></tr> <tr><td>0.09</td><td>84</td><td>84</td></tr> <tr><td>0.10</td><td>85</td><td>85</td></tr> </tbody> </table>	Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)	0.00	0	0	0.01	38	38	0.02	78	78	0.03	78	78	0.04	79	79	0.05	80	80	0.06	81	81	0.07	82	82	0.08	83	83	0.09	84	84	0.10	85	85																		
Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)																																																					
0.00	0	0																																																					
0.01	38	38																																																					
0.02	78	78																																																					
0.03	78	78																																																					
0.04	79	79																																																					
0.05	80	80																																																					
0.06	81	81																																																					
0.07	82	82																																																					
0.08	83	83																																																					
0.09	84	84																																																					
0.10	85	85																																																					
<p>Risultati 2.2.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quarto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente Sisma raro</p> <table border="1"> <caption>Data for Risultati 2.2.2</caption> <thead> <tr> <th>Spostamenti [m]</th> <th>Forza [t] (Sisma frequente)</th> <th>Forza [t] (Sisma raro)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0.01</td><td>20</td><td>20</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>22</td><td>22</td></tr> <tr><td>0.03</td><td>24</td><td>24</td></tr> <tr><td>0.04</td><td>25</td><td>25</td></tr> <tr><td>0.05</td><td>26</td><td>26</td></tr> <tr><td>0.06</td><td>27</td><td>27</td></tr> <tr><td>0.07</td><td>27.5</td><td>27.5</td></tr> <tr><td>0.08</td><td>28</td><td>28</td></tr> <tr><td>0.09</td><td>28.5</td><td>28.5</td></tr> <tr><td>0.10</td><td>28.5</td><td>28.5</td></tr> <tr><td>0.15</td><td>29</td><td>29</td></tr> <tr><td>0.20</td><td>29.5</td><td>29.5</td></tr> <tr><td>0.25</td><td>29.8</td><td>29.8</td></tr> <tr><td>0.30</td><td>30</td><td>30</td></tr> <tr><td>0.35</td><td>30</td><td>30</td></tr> <tr><td>0.40</td><td>30</td><td>30</td></tr> </tbody> </table>	Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)	0.00	0	0	0.01	20	20	0.02	22	22	0.03	24	24	0.04	25	25	0.05	26	26	0.06	27	27	0.07	27.5	27.5	0.08	28	28	0.09	28.5	28.5	0.10	28.5	28.5	0.15	29	29	0.20	29.5	29.5	0.25	29.8	29.8	0.30	30	30	0.35	30	30	0.40	30	30
Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)																																																					
0.00	0	0																																																					
0.01	20	20																																																					
0.02	22	22																																																					
0.03	24	24																																																					
0.04	25	25																																																					
0.05	26	26																																																					
0.06	27	27																																																					
0.07	27.5	27.5																																																					
0.08	28	28																																																					
0.09	28.5	28.5																																																					
0.10	28.5	28.5																																																					
0.15	29	29																																																					
0.20	29.5	29.5																																																					
0.25	29.8	29.8																																																					
0.30	30	30																																																					
0.35	30	30																																																					
0.40	30	30																																																					

Tabella 5. 96 Risultati relativi al quarto dispositivo

<p>Risultati 2.2.1</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [kN]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Legenda: Sisma frequente (green circles), Sisma raro (red circles)</p>
<p>Risultati 2.2.2</p>	<p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [kN]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Legenda: Sisma frequente (green circles), Sisma raro (red circles)</p>

Tabella 5. 97 Risultati relativi al quinto dispositivo

5.3.4.7 Risultati 3.2.1

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- o formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d, \sin \text{golo}} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{i, \text{arg et}}^2} \quad 5. 28$$

$$k_{tot} = n \cdot k_{d, \sin \text{golo}}$$

- o distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{n-1} \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^n i \right)$

- o criterio di ugual forza di snervamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.98, 5.99, 5.100, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	2.983841	1.55211	0.52	9.136556	4.273404	0.47
piano 2	2.460002	1.009104	0.41	8.274507	4.295541	0.52
piano 3	4.672909	1.576328	0.34	16.08262	7.976597	0.50
piano 4	13.66734	3.415146	0.25	39.76561	22.66819	0.57
piano 5	7.234278	2.592942	0.36	17.50041	11.7679	0.67

Tabella 5. 98 Tagli di piano

Disp[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	91.85791	47.78192	0.52	281.27	131.5573	0.47
disp 2	98.63149	35.63314	0.36	297.9187	130.8567	0.44
disp 3	108.3461	43.71066	0.40	352.6825	170.8668	0.48
disp 4	131.4565	44.39741	0.34	351.7483	193.6661	0.55
disp 5	157.5982	50.1075	0.32	429.8454	274.0061	0.64

Tabella 5. 99 Forze sismiche nei dispositivi

[cm]	FO			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.0316	0.0164	0.52	0.0968	0.0453	0.47
ID_2-1	0.0260	0.0107	0.41	0.0876	0.0455	0.52
ID_3-2	0.0495	0.0167	0.34	0.1703	0.0845	0.50
ID_4-3	0.1447	0.0362	0.25	0.4471	0.3072	0.69
ID_5-4	0.0766	0.0275	0.36	0.1853	0.1246	0.67

Tabella 5. 100 Spostamenti d'interpiano

5.3.4.8 Risultati 3.2.2

Si precisano le caratteristiche del set di dispositivi riferite a tale risultati:

- o formula per determinare la rigidezza totale dei dispositivi:

$$k_{d,\sin\ golo} = \frac{kd + kp}{2} = \left(\frac{4\pi^2 + 2\pi^2 N(N+1)}{2} \right) \frac{m}{T_{tagliet}^2} \quad 5.29$$

$$k_{tot} = n \cdot k_{d,\sin\ golo}$$

- o distribuzione della rigidezza lungo l'altezza dei dispositivi: $\alpha_i = \frac{i}{1 + \sum_{i=1}^{n-1} i}$
- o criterio di ugual spostamento

I risultati in termini di taglio di piano, sforzi nei dispositivi e spostamento d'interpiano sono riportati nelle tabelle 5.101, 5.102, 5.103, rispettivamente.

Tagli di piano[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
piano 1	2.983714	1.550872	0.52	9.135997	4.272016	0.47
piano 2	2.444643	1.008235	0.41	8.274223	4.353025	0.53
piano 3	4.642972	1.580834	0.34	16.07074	8.022036	0.50
piano 4	13.66671	3.4156	0.25	39.79266	22.64505	0.57
piano 5	7.246992	2.585164	0.36	21.66534	22.22481	1.03

Tabella 5. 101 Tagli di piano

Disp[t]	FO			LS		
	media	dev.stand.	cov	media	dev.stand.	cov
disp 1	91.854	47.7438	0.52	281.2528	131.5145	0.47
disp 2	98.69057	35.52349	0.36	298.0235	130.3763	0.44
disp 3	108.3133	43.65831	0.40	352.6523	170.8405	0.48
disp 4	131.3155	44.41907	0.34	297.291	60.69575	0.20
disp 5	157.5296	50.18935	0.32	336.2844	54.50821	0.16

Tabella 5. 102 Forze sismiche nei dispositivi

[cm]	FO			LS		
	media	dev.stand	cov	media	dev.stand	cov
ID_1-0	0.0316	0.0164	0.52	0.0968	0.0452	0.47
ID_2-1	0.0259	0.0107	0.41	0.0876	0.0461	0.53
ID_3-2	0.0492	0.0167	0.34	0.1702	0.0849	0.50
ID_4-3	0.1447	0.0362	0.25	0.4654	0.3539	0.76
ID_5-4	0.0768	0.0274	0.36	0.2294	0.2354	1.03

Tabella 5. 103 Spostamento d'interpiano

5.3.4.9 Verifica del comportamento dei dispositivi

Si riportano in tabelle il comportamento dei dispositivi per i due criteri di definizione della forza di snervamento degli stessi.

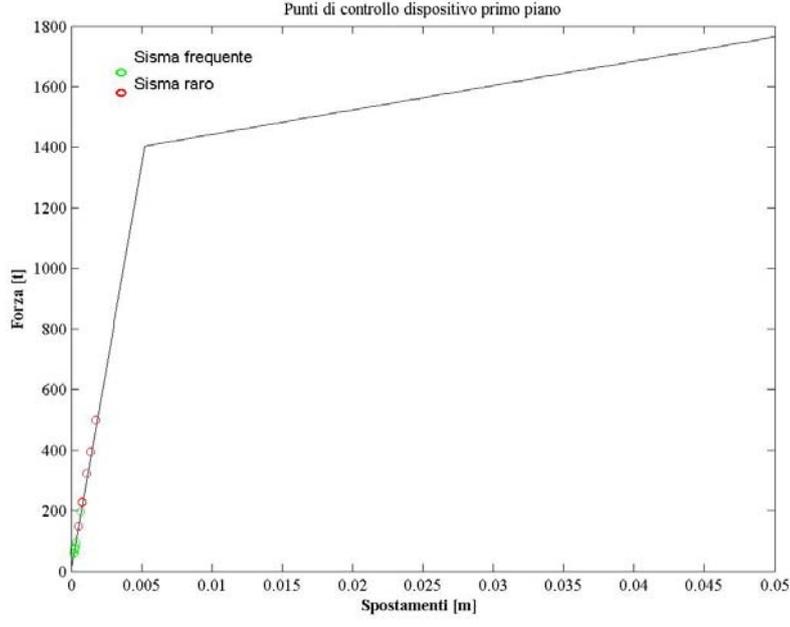
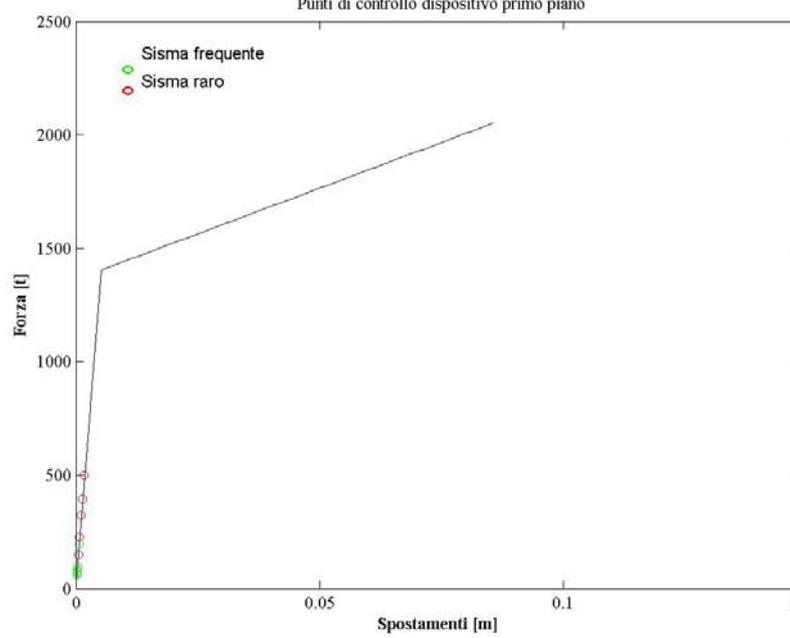
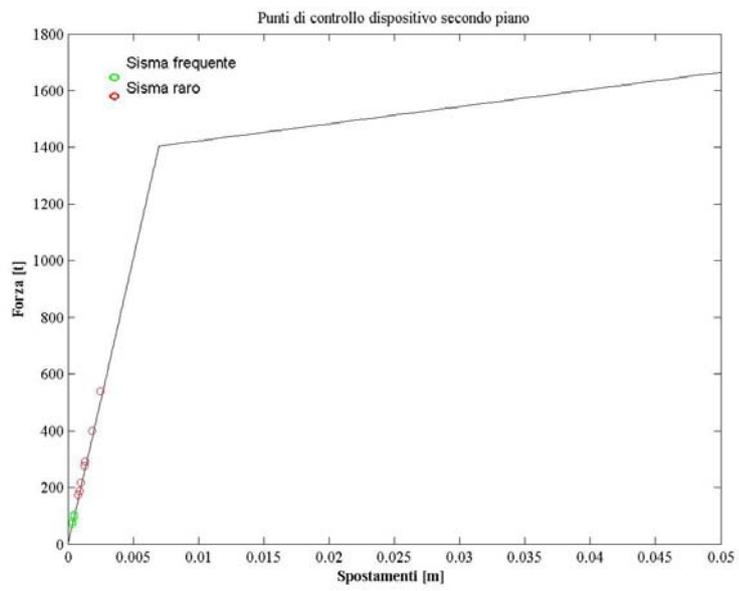
<p>Risultati 3.2.1</p>	 <p>The graph shows Force [t] on the y-axis (0 to 1800) and Displacement [m] on the x-axis (0 to 0.05). It features a legend with 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). The data points show a linear increase in force up to approximately 1400 t at 0.005 m displacement, followed by a slightly less steep linear increase to about 1750 t at 0.05 m displacement.</p>
<p>Risultati 3.2.2</p>	 <p>The graph shows Force [t] on the y-axis (0 to 2500) and Displacement [m] on the x-axis (0 to 0.15). It features a legend with 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). The data points show a linear increase in force up to approximately 1400 t at 0.01 m displacement, followed by a linear increase to about 2050 t at 0.1 m displacement.</p>

Tabella 5. 104 risultati relativi al primo dispositivo

Risultati 3.2.1



Risultati 3.2.2

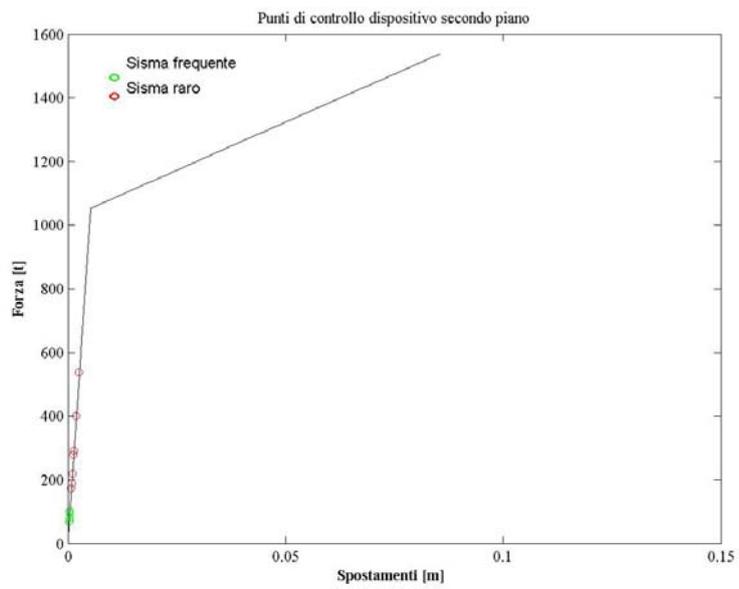


Tabella 5. 105 Risultati relativi al secondo dispositivo

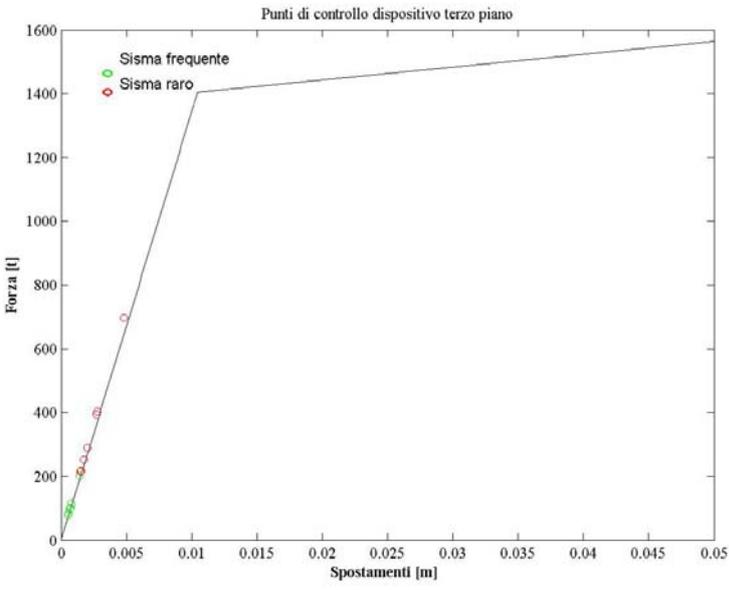
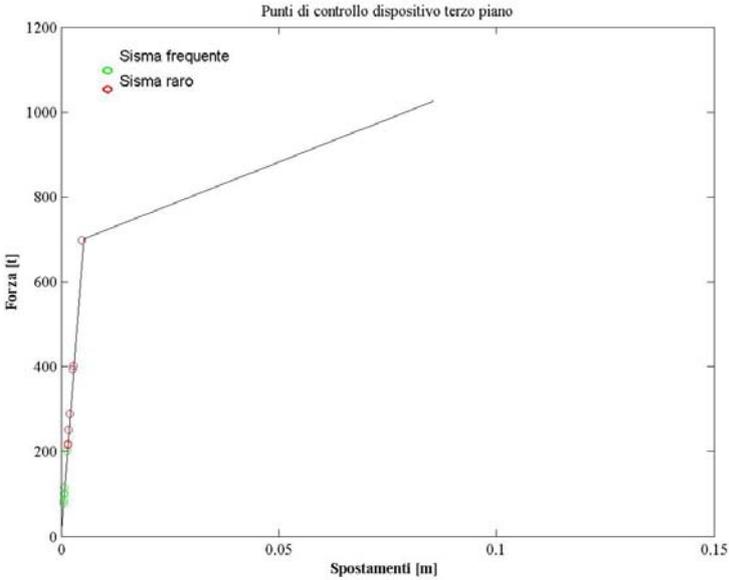
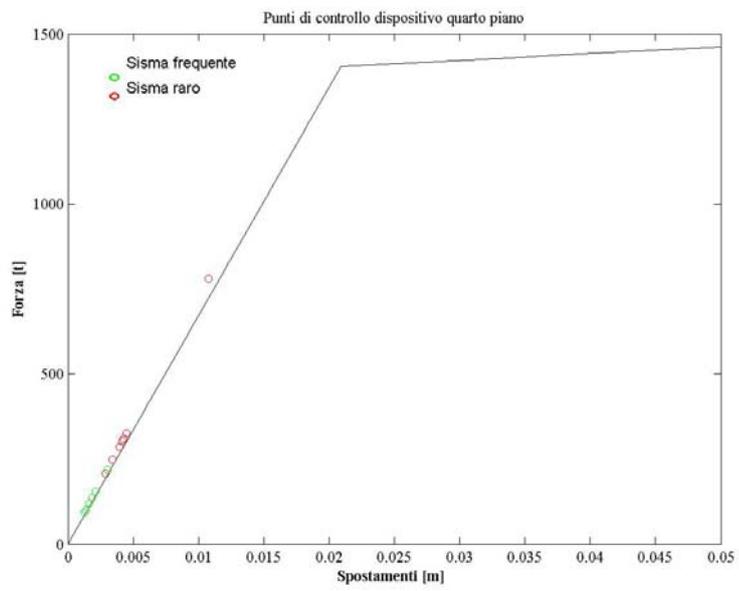
Risultati 3.2.1	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Detailed description: This graph shows the force-displacement relationship for a third-floor control point. The y-axis represents Force in tons (Forza [t]) from 0 to 1600, and the x-axis represents Displacement in meters (Spostamenti [m]) from 0 to 0.05. The data points are categorized into 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). The curve shows a linear elastic region up to approximately 1400 t, followed by a slight increase in force with displacement, indicating post-elastic behavior.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th><th>Category</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.000</td><td>0</td><td>Origin</td></tr><tr><td>0.001</td><td>100</td><td>Sisma frequente</td></tr><tr><td>0.002</td><td>200</td><td>Sisma frequente</td></tr><tr><td>0.003</td><td>300</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.004</td><td>400</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.005</td><td>500</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.006</td><td>700</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.010</td><td>1400</td><td>End of linear region</td></tr><tr><td>0.050</td><td>1550</td><td>End of test</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	Category	0.000	0	Origin	0.001	100	Sisma frequente	0.002	200	Sisma frequente	0.003	300	Sisma raro	0.004	400	Sisma raro	0.005	500	Sisma raro	0.006	700	Sisma raro	0.010	1400	End of linear region	0.050	1550	End of test
Spostamenti [m]	Forza [t]	Category																													
0.000	0	Origin																													
0.001	100	Sisma frequente																													
0.002	200	Sisma frequente																													
0.003	300	Sisma raro																													
0.004	400	Sisma raro																													
0.005	500	Sisma raro																													
0.006	700	Sisma raro																													
0.010	1400	End of linear region																													
0.050	1550	End of test																													
Risultati 3.2.2	 <p>Punti di controllo dispositivo terzo piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Detailed description: This graph shows the force-displacement relationship for a third-floor control point. The y-axis represents Force in tons (Forza [t]) from 0 to 1200, and the x-axis represents Displacement in meters (Spostamenti [m]) from 0 to 0.15. The data points are categorized into 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). The curve shows a linear elastic region up to approximately 700 t, followed by a slight increase in force with displacement, indicating post-elastic behavior.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t]</th><th>Category</th></tr></thead><tbody><tr><td>0.000</td><td>0</td><td>Origin</td></tr><tr><td>0.001</td><td>100</td><td>Sisma frequente</td></tr><tr><td>0.002</td><td>200</td><td>Sisma frequente</td></tr><tr><td>0.003</td><td>300</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.004</td><td>400</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.005</td><td>700</td><td>Sisma raro</td></tr><tr><td>0.010</td><td>700</td><td>End of linear region</td></tr><tr><td>0.100</td><td>1050</td><td>End of test</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t]	Category	0.000	0	Origin	0.001	100	Sisma frequente	0.002	200	Sisma frequente	0.003	300	Sisma raro	0.004	400	Sisma raro	0.005	700	Sisma raro	0.010	700	End of linear region	0.100	1050	End of test			
Spostamenti [m]	Forza [t]	Category																													
0.000	0	Origin																													
0.001	100	Sisma frequente																													
0.002	200	Sisma frequente																													
0.003	300	Sisma raro																													
0.004	400	Sisma raro																													
0.005	700	Sisma raro																													
0.010	700	End of linear region																													
0.100	1050	End of test																													

Tabella 5. 106 Risultati relativi al terzo dispositivo

Risultati 3.2.1



Risultati 3.2.2

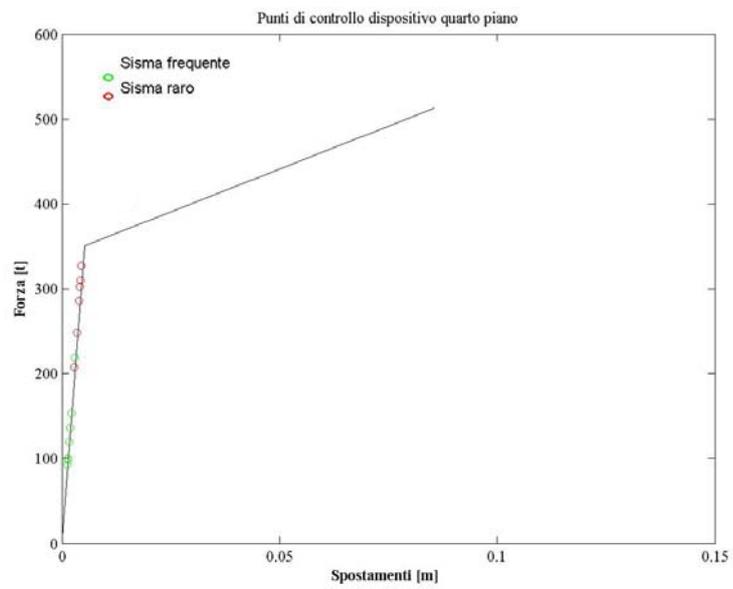


Tabella 5. 107 Risultati relativi al quarto dispositivo

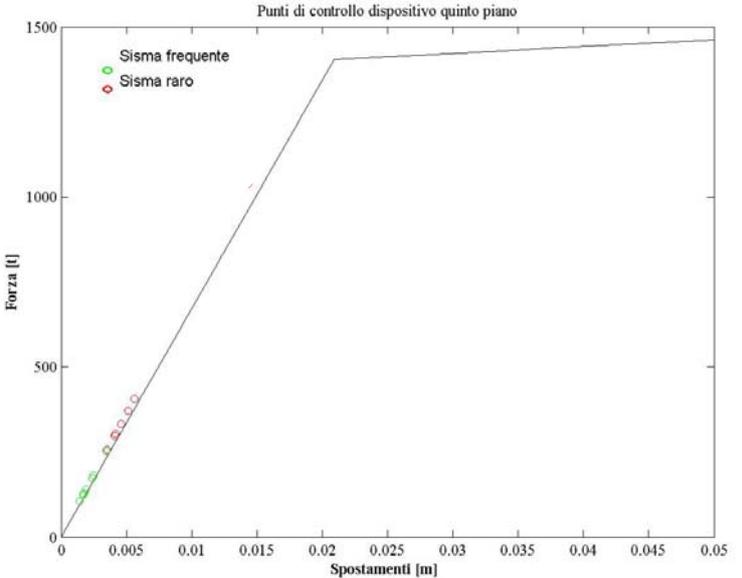
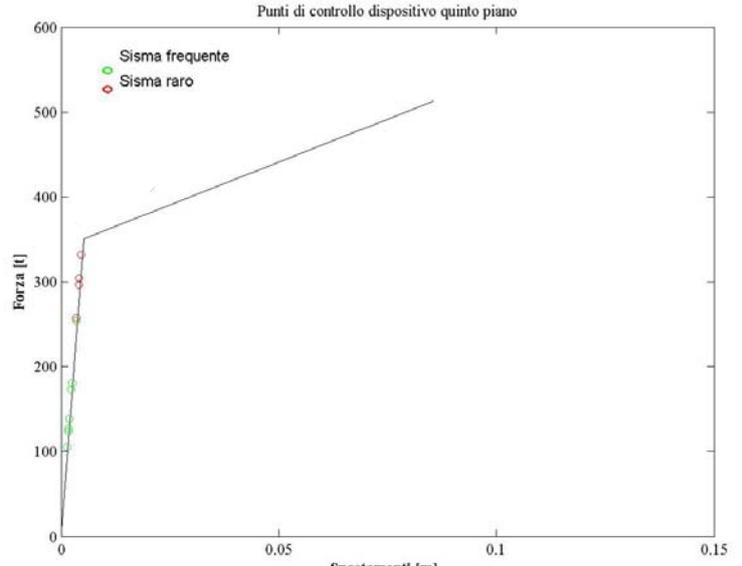
Risultati 3.2.1	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Detailed description: This graph shows the force-displacement relationship for the fifth floor control point. The y-axis represents Force in tons (Forza [t]) from 0 to 1500, and the x-axis represents Displacement in meters (Spostamenti [m]) from 0 to 0.05. Two data series are plotted: 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). Both series follow a linear path from the origin to approximately 0.02 m displacement and 1400 t force, after which the force remains constant up to 0.05 m displacement.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t] (Sisma frequente)</th><th>Forza [t] (Sisma raro)</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.002</td><td>100</td><td>100</td></tr><tr><td>0.004</td><td>200</td><td>200</td></tr><tr><td>0.006</td><td>300</td><td>300</td></tr><tr><td>0.008</td><td>400</td><td>400</td></tr><tr><td>0.010</td><td>500</td><td>500</td></tr><tr><td>0.015</td><td>750</td><td>750</td></tr><tr><td>0.020</td><td>1000</td><td>1000</td></tr><tr><td>0.025</td><td>1400</td><td>1400</td></tr><tr><td>0.030</td><td>1400</td><td>1400</td></tr><tr><td>0.035</td><td>1400</td><td>1400</td></tr><tr><td>0.040</td><td>1400</td><td>1400</td></tr><tr><td>0.045</td><td>1400</td><td>1400</td></tr><tr><td>0.050</td><td>1400</td><td>1400</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)	0	0	0	0.002	100	100	0.004	200	200	0.006	300	300	0.008	400	400	0.010	500	500	0.015	750	750	0.020	1000	1000	0.025	1400	1400	0.030	1400	1400	0.035	1400	1400	0.040	1400	1400	0.045	1400	1400	0.050	1400	1400
Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)																																												
0	0	0																																												
0.002	100	100																																												
0.004	200	200																																												
0.006	300	300																																												
0.008	400	400																																												
0.010	500	500																																												
0.015	750	750																																												
0.020	1000	1000																																												
0.025	1400	1400																																												
0.030	1400	1400																																												
0.035	1400	1400																																												
0.040	1400	1400																																												
0.045	1400	1400																																												
0.050	1400	1400																																												
Risultati 3.2.2	 <p>Punti di controllo dispositivo quinto piano</p> <p>Forza [t]</p> <p>Spostamenti [m]</p> <p>Sisma frequente</p> <p>Sisma raro</p> <p>Detailed description: This graph shows the force-displacement relationship for the fifth floor control point. The y-axis represents Force in tons (Forza [t]) from 0 to 600, and the x-axis represents Displacement in meters (Spostamenti [m]) from 0 to 0.15. Two data series are plotted: 'Sisma frequente' (green circles) and 'Sisma raro' (red circles). Both series follow a linear path from the origin to approximately 0.01 m displacement and 350 t force, then continue with a shallower slope up to 0.10 m displacement and 510 t force.</p> <table border="1"><thead><tr><th>Spostamenti [m]</th><th>Forza [t] (Sisma frequente)</th><th>Forza [t] (Sisma raro)</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0.005</td><td>100</td><td>100</td></tr><tr><td>0.010</td><td>200</td><td>200</td></tr><tr><td>0.015</td><td>300</td><td>300</td></tr><tr><td>0.020</td><td>350</td><td>350</td></tr><tr><td>0.030</td><td>380</td><td>380</td></tr><tr><td>0.040</td><td>410</td><td>410</td></tr><tr><td>0.050</td><td>440</td><td>440</td></tr><tr><td>0.060</td><td>470</td><td>470</td></tr><tr><td>0.070</td><td>500</td><td>500</td></tr><tr><td>0.080</td><td>510</td><td>510</td></tr><tr><td>0.090</td><td>510</td><td>510</td></tr><tr><td>0.100</td><td>510</td><td>510</td></tr></tbody></table>	Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)	0	0	0	0.005	100	100	0.010	200	200	0.015	300	300	0.020	350	350	0.030	380	380	0.040	410	410	0.050	440	440	0.060	470	470	0.070	500	500	0.080	510	510	0.090	510	510	0.100	510	510			
Spostamenti [m]	Forza [t] (Sisma frequente)	Forza [t] (Sisma raro)																																												
0	0	0																																												
0.005	100	100																																												
0.010	200	200																																												
0.015	300	300																																												
0.020	350	350																																												
0.030	380	380																																												
0.040	410	410																																												
0.050	440	440																																												
0.060	470	470																																												
0.070	500	500																																												
0.080	510	510																																												
0.090	510	510																																												
0.100	510	510																																												

Tabella 5. 108 Risultati relativi al quinto dispositivo

5.3.4.10 Conclusioni

Si rileva che il comportamento dei dispositivi aventi una rigidezza distribuita secondo una linearizzazione svolta su $n-1$ misurazioni è essenzialmente il medesimo di quello per cui la rigidezza iniziale dell'elemento sostituibile è distribuita secondo l'altro criterio.

Si nota che anche in questo caso, per il criterio di ugual forza di snervamento, i dispositivi funzionano bene, poiché assorbono più forza sismica dei pilastri; tuttavia, si ha un aumento del taglio nel pilastro del penultimo piano, da imputare ad “sottodimensionamento” della propria rigidezza, pertanto anche gli spostamenti d'interpiano presentano un forte aumento in corrispondenza del piano stesso, in esame.

Pertanto si sceglie come criterio di distribuzione della rigidezza iniziale degli elementi quello lineare, che fornisce risultati più omogenei in termini di forze negli elementi strutturali e in termini di spostamenti.

6. Case study

6.0 Introduzione

In questo capitolo, si propone un esempio di applicazione della procedura specificata nei Capitoli precedenti ad una struttura reale in acciaio, a 5 piani. In particolare, si adotta la medesima struttura oggetto di analisi dei Capitoli 3 - 4 - 5.

L'obiettivo di questa sezione è ottenere la concentrazione della dissipazione nei dispositivi, lasciando gli elementi strutturali che compongono il sistema in campo elastico lineare.

Per far ciò, si confrontano i risultati in termini di taglio alla base del nucleo di controventamento e del telaio di due diversi sistemi, l'uno costituito da struttura shear – type – link rigidi – nucleo di controventamento, l'altro costituito da struttura shear – type – dispositivi dissipativi – nucleo di controventamento.

L'esempio verrà specificato come segue:

1. Progettazione dell'edificio ai carichi verticali
2. Progettazione del sistema di collegamento.
3. Analisi e verifica del soddisfacimento degli obiettivi imposti.

6.0.1 Obiettivo

In particolare, si impone che il rapporto tra il taglio sismico alla base del sistema nucleo + dispositivi antisismici + struttura e il taglio sismico alla base del sistema nucleo + link rigidi + struttura sia inferiore ad 0.33.

$$\frac{\text{Taglio}_{(\text{strut. analizzata})}}{\text{Taglio}_{(\text{strut. confronto})}} \leq 0.33$$

6. 1

Tale limite superiore è stato stabilito poiché per un nucleo di controventamento si adotta, in genere, un fattore di struttura pari a 3; il soddisfacimento di tale limite assicura che la dissipazione nei dispositivi è uguale a quella che si avrebbe sfruttando la dissipazione del nucleo di irrigidimento.

6.1 Progettazione ai carichi verticali

6.1.1 Descrizione struttura

La struttura che si prende in considerazione è una struttura in acciaio, a 5 piani, con maglia strutturale 6m x 5m, sita a L'Aquila, destinata a civile abitazione.

Essa presenta una pianta rettangolare di 36x18m e un'altezza totale pari a 17.5m.

La pianta e i prospetti sono riportati in figura 6.1 – 6.2

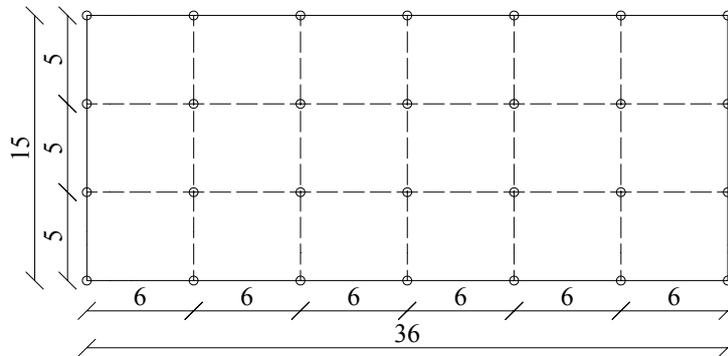


Figura 6. 1 Pianta della struttura

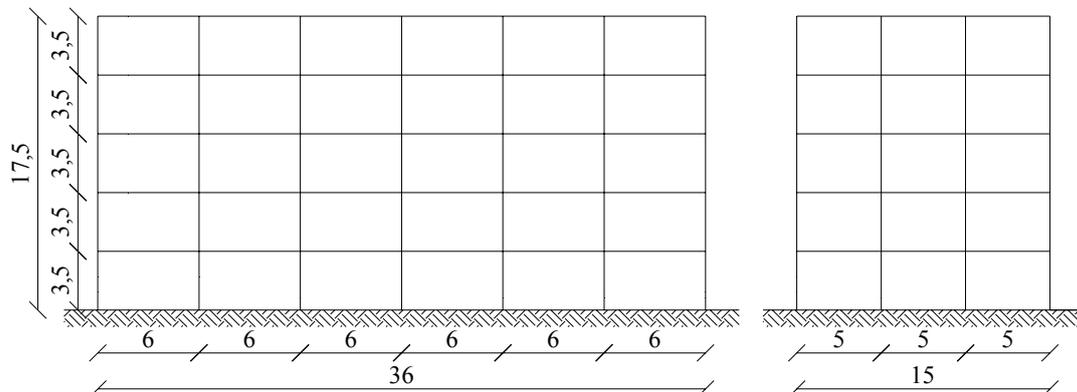


Figura 6. 2 Prospetti della struttura

Si nota che la struttura presenta un'uguale rigidezza in entrambe le direzioni perché i pilastri sono orditi metà in una direzione e metà nell'altra.

Norme tecniche di riferimento

Le norme tecniche di riferimento sono:

D.M del 14-01-2008;

CNR 10011.

Materiali utilizzati

La struttura è in acciaio, tipo S275, le cui caratteristiche meccaniche (cfr. *tabella 11.3.IX del D.M. 08*) sono:

Tensione caratteristica a rottura:	$f_{tk} = 430 \text{ N/mm}^2$
Tensione caratteristica a snervamento:	$f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$
Modulo di elasticità normale:	$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

Come riportato nel paragrafo *4.2.4.1.1 del D.M. 08*, la resistenza di progetto dell'acciaio è definita attraverso la seguente relazione:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Tensione di snervamento di progetto:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{f_{yk}}{1.05} = 262 \text{ N / mm}^2$$

$$f_{yd} = 262 \text{ N / mm}^2 = 2670 \text{ kg / cm}^2$$

In cui il coefficiente riduttivo della resistenza caratteristica, γ_{M0} , si assume pari a 1.05 (cfr. *Tabella 4.2.V del D.M.08*).

6.1.2 Analisi dei carichi

L'analisi dei carichi verrà fatta in modo distinto per:

- il solaio del piano tipo (civile abitazione);
- il solaio di copertura.

Solaio del piano tipo:**Carichi Permanenti:**

• Tramezzi	1.2 kN/m ²		
• Pavimento	0.4 kN/m ²		
• Massetto (0.10 m x 1400 kg/m ³)	1.4 kN/m ²		
• Intonaco (0.02 m x 1800 kg/m ³)	0.4 kN/m ²		
• Peso proprio solaio	3.0 kN/m ²		
TOTALE CARICHI PERMANENTI	6.4 kN/m²	→	640 kg/m²

Carichi Variabili:

• Civile abitazione	2 kN/m ²		
TOTALE CARICHI VARIABILI	2 kN/m²	→	200 kg/m²

Totale Carichi Permanenti e Variabili: 8.4 kN/m² → 840 kg/m²

Solaio di copertura:**Carichi Permanenti:**

• Coppi	0.8 kN/m ²		
• Coibenza e impermeabilizzazione	0.2 kN/m ²		
• Massetto (sottofondo)	1.4 kN/m ²		
• Intonaco	0.4 kN/m ²		
• Peso proprio solaio	3.0 kN/m ²		
TOTALE CARICHI PERMANENTI	5.8 kN/m²	→	580 kg/m²

Carichi Variabili:

• Neve	1.20 kN/m ²		
TOTALE CARICHI VARIABILI	1.20 kN/m ²	→	120 kg/m ²
Totale Carichi Permanenti e Variabili:	7.0 kN/m ²	→	700 kg/m ²

6.1.2.1 Combinazione statica delle azioni allo SLE

Come riportato nel *Paragrafo 2.5.8 del D.M. 08^[3]*, ai fini delle verifiche degli stati limite di esercizio si definisce la seguente combinazione delle azioni (Combinazione Rara):

$$G_1 + G_2 + P + Q_{k1} + \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad 6.2$$

Dove:

G₁: sono i carichi permanenti portanti;

G₂: sono i carichi permanenti portati;

Q_{ki}: sono i carichi variabili;

ψ_{0i}: sono i coefficienti di combinazione.

Nel caso specifico, non si fa distinzione tra i carichi permanenti portanti e i carichi permanenti portati, ed, inoltre, si considera un solo tipo di carico variabile, il carico variabile di civile abitazione per il piano tipo, e il carico neve per la copertura; per cui risulta:

$$G_1 + Q_{k1} \quad 6.3$$

In particolare, si ha che il peso per unità di superficie del piano tipo, considerando la combinazione rara della azioni statiche allo stato limite di esercizio vale:

$$w_{\text{solaio, piano tipo}} = 640 + 200 = 840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$w_{\text{solaio, copertura}} = 580 + 120 = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Sforzo assiale sul pilastro di base allo SLE, in Combinazione Rara:

L'area di influenza del generico pilastro (ad eccezione dei pilastri di bordo) vale:

$$A_{\text{pilastro}} = 5 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 30 \text{ m}^2$$

Si valuta ora l'incidenza dei carichi sullo sforzo assiale sul pilastro di base:

Piano Tipo:
$$W_{\text{solaio piano-tipo}} = 840 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 30 \text{ m}^2 = 25.2 \text{ t}$$

Copertura:
$$W_{\text{solaio copertura}} = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 30 \text{ m}^2 = 21 \text{ t}$$

Lo sforzo assiale sul pilastro di base, vale:

$$N_{\text{pilastro}} = 21 + 4 \cdot 25.2 = 122 \text{ t} \cong 125 \text{ t}$$

6. 4

6.1.2.2 Combinazione statica delle azioni allo SLU

Come riportato nel *Paragrafo 2.5.8 del D.M. 08^[3]*, ai fini delle verifiche degli stati limite ultimi si definisce la seguente combinazione delle azioni:

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad 6.5$$

Dove:

G_1 : sono i carichi permanenti portanti;

G_2 : sono i carichi permanenti portati;

γ_{Gi} : sono i coefficienti parziali di sicurezza ($\gamma_{Gi} = 1.35$);

γ_{Qj} : sono i coefficienti parziali di sicurezza ($\gamma_{Qj} = 1.5$);

Q_{ki} : sono i carichi variabili;

ψ_{0i} : sono i coefficienti di combinazione.

Nel caso specifico, non si fa distinzione tra i carichi permanenti portanti e i carichi permanenti portati, e, inoltre, si considera un solo tipo di carico variabile, il carico variabile di civile abitazione per il piano tipo, e il carico neve per la copertura; per cui risulta:

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} \quad 6.6$$

In particolare, si ha che il peso per unità di superficie del solaio del piano tipo e del solaio di copertura, considerando la combinazione rara delle azioni statiche allo stato limite di esercizio vale:

$$w_{\text{solaio, piano tipo}} = 1.35 \cdot 640 + 1.5 \cdot 200 \cong 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}$$

$$w_{\text{solaio, piano tipo}} = 1.35 \cdot 580 + 1.5 \cdot 120 \cong 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^2}$$

6.1.2.3 Effetti dell'azione sismica

Come riportato nel *Paragrafo 3.2.4 del D.M. 08^[3]*:

“Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj} \quad 6.7$$

I valori dei coefficienti ψ_{2j} sono riportati nella Tabella 2.5.I.”

Nel caso specifico, non si fa' distinzione tra i carichi permanenti portanti e i carichi permanenti portati, e, inoltre, si considera un solo tipo di carico variabile, il carico variabile di civile abitazione per il piano tipo, e il carico neve per la copertura; per cui risulta:

$$G_1 + \psi_{21} Q_{k1} \quad 6.8$$

I coefficienti ψ_{21} valgono rispettivamente:

$$\text{Carico di civile abitazione:} \quad \psi_{21} = 0.3$$

$$\text{Carico neve:} \quad \psi_{21} = 0$$

Allora risulta che il peso per unità di superficie del solaio del piano tipo e del solaio di copertura, valgono:

$$w_{\text{solaio,piano tipo}} = 640 + 0.3 \cdot 200 = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad 6.9$$

$$w_{\text{solaio,piano tipo}} = 580 + 0 \cdot 120 = 580 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad 6.10$$

6.1.2.4 Pesì di piano

Sapendo che l'area di ciascun piano vale:

$$A_{\text{piano}} = 15 \text{ m} \cdot 36 \text{ m} = 540 \text{ m}^2 \quad 6.11$$

Si valuta ora l'incidenza sul peso di ciascun piano dei solai, delle travi, dei pilastri e delle tamponature.

Incidenza del Solaio:

Il peso di ciascun piano, calcolato tenendo conto della sola incidenza dei solai, risulta:

$$\text{Piano Tipo:} \quad W_{\text{solaio piano-tipo}} = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 540 \text{ m}^2 = 378 \text{ t} \quad 6.12$$

$$\text{Copertura:} \quad W_{\text{solaio copertura}} = 580 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 540 \text{ m}^2 = 313 \text{ t} \quad 6.13$$

Incidenza delle Travi:

Si ipotizza di utilizzare delle travi del tipo HEB 340, caratterizzate da un peso di 134 kg/m. Considerando che i telai in direzione x sono 7 e quelli in direzione y sono 4, si ha che lo sviluppo delle travi è pari a:

$$\text{Sviluppo travi} = 7 \cdot 36 \text{ m} + 4 \cdot 15 \text{ m} = 312 \text{ m} \quad 6.14$$

Allora l'incidenza delle travi per ciascun piano vale:

$$W_{\text{travi}} = 137 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 312 \text{ m} = 43 \text{ t} \quad 6.15$$

Incidenza dei Pilastri:

Si ipotizza di utilizzare dei pilastri del tipo HEB 280, caratterizzate da un peso di 103 kg/m. Considerando che ad ogni piano sono presenti 28 pilastri, e considerando che l'altezza di ogni palastro è pari a 3.5 m, si ha che l'incidenza dei pilastri per ciascun piano vale:

$$W_{\text{pilastri}} = 103 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 3.5\text{m} \cdot 28 = 10\text{t} \quad 6.16$$

In copertura, l'incidenza dei pilastri sarà dimezzata, e quindi:

$$W_{\text{pilastri}} = \frac{W_{\text{pilastri}}}{2} = \frac{10\text{t}}{2} = 5\text{t} \quad 6.17$$

Incidenza delle Tamponature:

Si ipotizza di realizzare delle tamponature in doppia fodera caratterizzate dai seguenti strati:

Intonaco interno (2 cm):	36	kg/m ²
Fodera interna (10 cm):	80	kg/m ²
Fodera esterna (15 cm):	120	kg/m ²
Intonaco esterno (2 cm):	36	kg/m ²
Totale:	272	kg/m²

L'altezza delle tamponature vale 3.5 m.

Lo sviluppo delle tamponature vale:

$$\text{Sviluppo tamponature} = (36\text{ m} + 15\text{ m}) \cdot 2 = 102\text{ m}$$

Allora l'incidenza delle tamponature per ciascun piano vale:

$$W_{\text{tamponature}} = 272 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 102\text{ m} \cdot 3.5\text{ m} = 97\text{ t} \quad 6.18$$

In copertura, l'incidenza delle tamponature sarà dimezzata, e quindi:

$$W_{\text{tamponature, copertura}} = \frac{97 \text{ t}}{2} = 48.5 \text{ t} \quad 6.19$$

Peso sismico del piano Tipo:

Incidenza del Solaio	378 t
Incidenza delle Travi	43 t
Incidenza dei Pilastrini	14 t
Incidenza delle Tamponature	97 t
<u>Totale:</u>	532 t

Peso sismico della Copertura:

Incidenza del Solaio	313 t
Incidenza delle Travi	43 t
Incidenza dei Pilastrini	7 t
Incidenza delle Tamponature	49 t
<u>Totale:</u>	412 t

Se si assume che ogni piano sia caratterizzato da un peso per unità di superficie pari a 1 t/m^2 , si ottengono risultati del tutto analoghi a quelli sopra riportati. Per questo motivo, d'ora in poi si considererà che ciascun piano sia caratterizzato da un peso per unità di superficie pari a 1 t/m^2 . Di conseguenza, considerando che l'edificio ha delle dimensioni in pianta pari a $36 \text{ m} \times 15 \text{ m}$, si ha che il valore di peso di piano risulta pari a:

$$W_{\text{piano}} = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \cdot 15 \text{ m} \cdot 36 \text{ m} = 540 \text{ t} \quad 6.20$$

$$W_{\text{piano}} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 15 \text{ m} \cdot 36 \text{ m} = 5400 \text{ kN} \quad 6.21$$

6.1.2.5 Peso totale dell'edificio

Considerando che ogni piano pesa 540 t (5400 kN), si ha che il peso totale dell'edificio che è costituito da 5 piani, risulta pari a:

$$W_{\text{tot}} = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \cdot 5 \cdot 15 \text{ m} \cdot 36 \text{ m} = 2700 \text{ t} \quad 6.22$$

$$W_{\text{tot}} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 5 \cdot 15 \text{ m} \cdot 36 \text{ m} = 27000 \text{ kN} \quad 6.23$$

6.1.2.6 Massa totale dell'edificio

La massa totale dell'edificio risulta:

$$m = \frac{W_{\text{tot}}}{g} = \frac{2700 \text{ [t]}}{10 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]} = 270 \left[\frac{\text{t} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} \right] \quad 6.24$$

$$m = \frac{W_{\text{tot}}}{g} = \frac{27000 \text{ [kN]}}{10 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]} = 2700 \left[\frac{\text{kN} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \text{t} \right] \quad 6.25$$

6.1.3 Progettazione della trave

6.1.3.1 Dimensionamento

Il dimensionamento della trave viene fatto sulla base della verifica di deformabilità della trave stessa; tale verifica è quella più gravosa per le travi in acciaio. La verifica di deformabilità della trave impone che:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q l^4}{EJ} \leq \frac{l}{500} \quad 6.26$$

dove:

l è la luce della trave (6m);

E è il modulo di elasticità dell'acciaio: $E = 2100000 \left[\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$

J è il momento d'inerzia della sezione della trave;

$l/500$ è il limite di deformabilità per una trave portante principale: $\frac{l}{500} = \frac{600[\text{cm}]}{500} = 1.2$

q è il carico uniformemente distribuito, calcolato considerando come peso di piano

per unità di superficie $p = 1 \text{ t/m}^2$: $q = p \cdot i = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \cdot 5\text{m} = 5 \frac{\text{t}}{\text{m}}$

Sostituendo i valore all'espressione 6.26, e risolvendola con il segno di uguaglianza, in funzione di J , si ottiene il valore:

$$J = 30133.93 \text{cm}^4$$

Pertanto si sceglie una trave che abbia un momento d'inerzia $J \geq 30133.93 \text{cm}^4$

Dal profilario, si sceglie un HEB340, aventi le seguenti caratteristiche (tabella n.6):

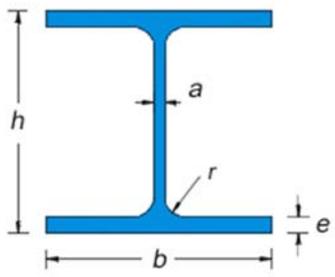
	$b = 300\text{mm}$	$J_x = 36660\text{ cm}^4$
	$h = 340\text{mm}$	$J_y = 9690\text{ cm}^4$
	$a = 12\text{mm}$	$W_x = 2156\text{ cm}^3$
	$e = 21,5\text{mm}$	$W_y = 646\text{ cm}^3$
	$r = 27\text{mm}$	$\rho_x = 14,65\text{ cm}$
	$\text{peso} = 134\text{ kg/m}$	$\rho_y = 7,53\text{ cm}$
	$A = 170,9\text{cm}^2$	

Tabella 6. 1 Caratteristica della sezione della trave

6.1.3.2 Verifica di resistenza della trave

Il momento massimo nella mezzera della trave generica vale:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} \quad 6.27$$

dove :

l : è la luce della trave (6m);

q : è il carico uniformemente distribuito, calcolato considerando come valore dipeso per piano il valore di 0.9 t/m^2 a piano.

Allora il momento massimo nella mezzera della generica trave vale:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{45\text{kg/cm} \cdot (600)^2}{8} = 2025000\text{kg} \cdot \text{cm} \quad 6.28$$

La verifica di resistenza nella trave maggiormente sollecitata (sezione di mezzera) è svolta secondo la *CNR 10011, 6.4*:

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq f_{yd} \quad 6.29$$

$$\sigma = \frac{2025000\text{kg} \cdot \text{cm}}{2156\text{cm}^3} = 939 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \leq 2670 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

6.1.3.3 Verifica di deformabilità della trave

La verifica di deformabilità impone che:

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EJ} \leq \frac{l}{500}$$

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{45 \left[\frac{kg}{cm} \right] \cdot 600^4 \left[cm^4 \right]}{2100000 \left[\frac{kg}{cm^2} \right] \cdot 36660 \left[cm^4 \right]} = 0.98 cm \leq \frac{l}{500} = 1.2 cm \quad 6.30$$

6.1.4 Progettazione del pilastro

6.1.4.1 Dimensionamento del pilastro

La progettazione del pilastro viene svolta sulla base della verifica ad instabilità, che risulta essere la più gravosa.

Si considera lo sforzo normale agente sul singolo pilastro:

$$\text{area d'influenza : } A = 5m \times 6m = 30 \text{ m}^2$$

$$\text{peso per unità di superficie : } p = 1 \text{ t/m}^2$$

$$N = p A = 150t$$

L'area del pilastro deve essere maggiore dell'area limite ottenuta mediante la seguente formula:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_{yd}$$

$$A = \frac{150000 kg}{2670 \frac{kg}{cm^2}} = 56.18 cm^2 \quad 6.31$$

Si sceglie un HEB 220, le cui caratteristiche sono espresse di seguito:

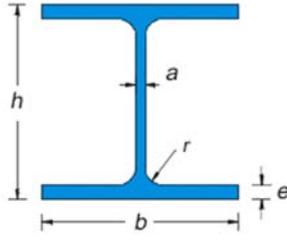
	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091\text{ cm}^4$
	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843\text{ cm}^4$
	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5\text{ cm}^3$
	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5\text{ cm}^3$
	$r = 18\text{mm}$	$\rho_x = 9,43\text{ cm}$
	peso = 71,5 kg/m	$\rho_y = 5,59\text{ cm}$
	$A = 91,04\text{cm}^2$	

Tabella 6. 2 Caratteristiche della sezione del pilastro

6.1.4.2 Verifica di stabilità del pilastro

Secondo la *CNR 10011*, 7.2.2.4, la verifica del pilastro, richiede che:

$$\omega \cdot \frac{N}{A} \leq f_{yd} \quad 6.32$$

dove:

N è lo sforzo assiale agente sul pilastro

A è l'area della sezione trasversale del pilastro

f_{yd} è la resistenza di progetto del pilastro

ω è il coefficiente che amplifica il valore dello sforzo assiale nel pilastro, al fine di tenere in conto eventuali problemi di instabilità; il suo valore è ricavabile dalla *CNR 10011* in funzione della snellezza dell'elemento e della sua sezione trasversale.

In un primo momento si considera la snellezza del pilastro in entrambe le direzioni:

$$\lambda_y = \frac{\beta_0 l}{\rho_x} = \frac{0.7 \cdot 350 [\text{cm}]}{9.43 [\text{cm}]} = 26$$

$$\lambda_x = \frac{\beta_0 l}{\rho_y} = \frac{0.7 \cdot 350 [\text{cm}]}{5.59 [\text{cm}]} = 43.8 \quad 6.33$$

La verifica viene effettuata nella condizione più gravosa, ovvero nella direzione in cui il pilastro mostra la massima lunghezza libera d'inflessione ($\lambda_x = 43.8$).

Per un acciaio S275 (indicato con la sigla Fe 340 nella *CNR 10011*), e per una sezione di tipo HEB220 (in cui $\frac{h}{b}=1$), si fa riferimento al *Prospetto 7-IIIc* della *CNR 10011*, e si ha che:

$$\lambda_x = 43.8 \rightarrow \omega = 1.2 \quad 6.34$$

La verifica di stabilità del pilastro risulta soddisfatta:

$$\frac{\omega N}{A} = \frac{1.2 \cdot 135000}{91.04} = 1779 \frac{kg}{cm^2} \leq f_{yd} = 2670 \frac{kg}{cm^2} \quad 6.35$$

6.2 Progettazione del sistema di collegamento

6.2.1 Azione sismica di riferimento

La struttura è stata sottoposta ad un'analisi modale a spettro di risposta ; la forma spettrale adottata è quella che fa riferimento allo stato limite di operatività del *D.M.14-11-08*.

In via schematica, si riportano i parametri caratteristici per definire la forma spettrale relativa al livello di intensità sismica terremoto frequente.

Probabilità di superamento del periodo di riferimento P_{vr}

$$SLO \rightarrow P_{vr} = 81\% \quad 6.36$$

Periodo di ritorno T_r :

$$T_r = -\frac{V_r}{\ln(1-P_{vr})} = -\frac{50}{\ln(1-0.81)} = 30 \text{anni}$$

$$V_r = V_n \cdot C_u \quad 6.37$$

$$V_n = 50$$

$$C_u = 1$$

Dove V_n è la vita nominale dell'opera (per opere ordinarie è 50 anni), e C_u è il coefficiente relativo alla classe d'uso che prevede normali affollamenti. (Classe d'uso II, $C_u=1$).

Parametri spettrali ricavati in base alle mappe di pericolosità (L'Aquila: lat = 42.365; long=13.396) sismica e in funzione del periodo di ritorno dell'evento sismico (*Allegato B del D.M. 14-11-2008*).

SLO: Tr 50 anni

$$a_g = 0.1038g$$

$$F_0 = 2.33$$

$$T_c^* = 0.28 \text{sec}$$

In cui a_g è l'accelerazione orizzontale massima al sito, F_0 è il valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale, T_c^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

Caratteristiche del sito

Al fine di caratterizzare l'azione sismica di progetto, si rende necessario valutare l'effetto della risposta sismica locale, che grazie alla normativa (*par.3.2.2*), viene trattata in modo semplificato individuando le categorie di sottosuolo (*Tab. 3.2.II*) e le condizioni topografiche di riferimento (*Tab. 3.2.IV*).

Categoria del sottosuolo C (Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fine mediamente consistenti).

Coefficiente di amplificazione stratigrafica: S_s

$$S_s = 1.00 \leq 1.70 - 0.60 F_0 \frac{a_g}{g} \leq 1.50$$

SLO

$$a_g = 0.1038g$$

$$F_0 = 2.33$$

$$S_s = 1.55 \leq 1.50$$

Si considera $S_s = 1.50$.

Condizione topografica di riferimento:

T1 (superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $\leq 15^\circ$)

Coefficiente di amplificazione stratigrafica:

$$S_T = 1.$$

Formule per spettro di risposta elastico in accelerazioni delle componenti orizzontali (*par.3.2.3.2.1 del D.M.08*) è definito dalle seguenti espressioni:

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$$

Definizione dei parametri dello spettro:

$a_g = 0.1039g$ accelerazione orizzontale massima al sito

$F_0=2.33$ valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale

$S = S_S S_T=1.50$ coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche

$T_c=C_c*T_c^*=1.598*0.28=0.447\text{sec}$ è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro

C_c è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo, definito nella *tabella 3.2.V*, in relazione al valore di T_c^* ; per la categoria di sottosuolo C: $C_c = 1.05(T_c^*)^{-0.33}=1.598$

T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante
 $T_B = T_c/3=0.149\text{sec}$

T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro a spostamento costante
 $T_D = 4.0a_g/g + 1.6 = 2.05\text{sec}$

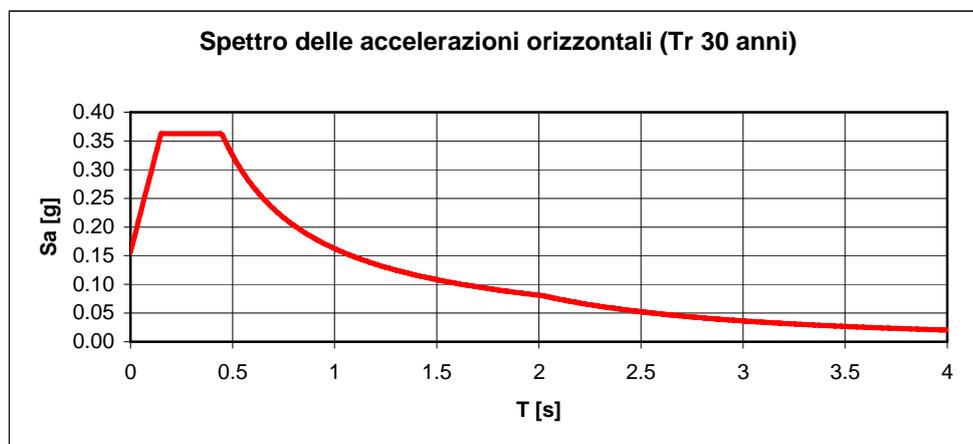


Figura 6. 3 Spettro di risposta elastico delle accelerazioni orizzontali, adimensionalizzato, caratterizzato da un valore della PGA corrispondente ad un tempo di ritorno di 30 anni.

6.2.2 Applicazione della procedura per la definizione del sistema di collegamento

Si specificano i passi della procedura al fine di determinare il legame forza – spostamento di ciascun dispositivo.

1. Determinazione della rigidezza totale secondo la formula 1
2. Distribuzione delle rigidezze iniziali di ciascun dispositivo linearizzata su n misurazioni
3. Determinazione del criterio forza – spostamento :
 - Forza di snervamento costante
 - Spostamento di snervamento costante

Seguendo i passi si ottengo in tal modo quattro tipologie diversi di sistemi da analizzare, caratterizzati da 2 diversi tipi di collegamento, che in sintesi viene espresso in tabella:

Collegamento	Formula ktot	Distribuzione ki	Criterio Fy
Tipo 1	$k_{i,new} = \max\left(\frac{id_{i,max}}{id_{FO}}, \frac{id_{i,max}}{id_{el}}\right) \cdot kp,old$ $k_{tot} = \frac{\sum_{i=1}^n i}{i} \cdot k_{i,new}$	$i_{rel} = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$	$F_{yi} = Fy1 = k1 \cdot \min(\delta_{FO}, \delta_{el})$

Tabella 6. 3 Schema dei sistemi analizzati

6.2.2.1 Sistema n° 1

6.2.2.1.1 Introduzione

Si definisce il sistema numero 1.

Esso è caratterizzato dalla struttura shear – type definita in precedenza, dal sistema di collegamento tipo 1, e dal nucleo di controventamento in calcestruzzo.

Si precisa che le analisi svolte sono analisi nel piano, e che la dimensione nel piano del nucleo è stata ricavata tramite l'imposizione dell'uguaglianza della rigidezza alla traslazione orizzontale del nucleo stesso e della parete equivalente. In particolare, mantenendo fissa una dimensione, in tal caso la larghezza, si è trovato lo spessore equivalente.

6.2.2.1.2 Caratteristiche della parete

Materiale Utilizzato

Calcestruzzo

Modulo di elasticità $E = 2.500E+09 \text{ kg/m}^2$

Tensione ammissibile $\sigma_{\text{adm}} = 110\text{kg/cm}^2$

Dimensioni

Base

$b = 6\text{m}$

Spessore

$s = 1\text{m}$

6.2.2.1.3 Determinazione della rigidezza totale

6.2.2.1.3.1 Calcolo dello spostamento del solo telaio

Si calcola la rigidezza totale dei dispositivi secondo il primo criterio; si effettua, pertanto l'analisi modale a spettro di risposta, calcolando lo spostamento d'interpiano massimo della struttura.

L'azione sismica considerata è quella definita nel Paragrafo 6.2.1.

Dai risultati delle analisi, in cui la struttura è stata schematizzata come al capitolo 3, è risultato che il massimo spostamento d'interpiano è 2.58 cm.

6.2.2.1.3.2 Calcolo dello spostamento Obiettivo Sismico

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non strutturali. Sia h l'altezza d'interpiano:

$$d_{FO} = 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.50\text{m} = 0.0175\text{m} = 1.75\text{cm} \quad 6.38$$

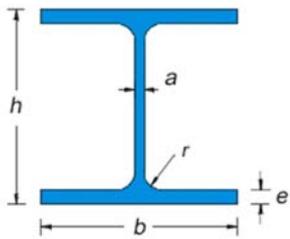
In via cautelativa si riduce questo limite del 10%, quindi si ha:

$$d_{FO} = 1.75\text{cm} \cdot 0.90 = 1.58\text{cm} \quad 6.39$$

6.2.2.1.3.3 Calcolo dello spostamento elastico della struttura

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale che essa rimanga in campo elastico.

Sia il pilastro un HEB 220, le cui caratteristiche sono riportate di seguito, si calcola lo spostamento al limite elastico dello stesso.

	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091\text{ cm}^4$
	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843\text{ cm}^4$
	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5\text{ cm}^3$
	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5\text{ cm}^3$
	$r = 18\text{mm}$	$\rho_x = 9,43\text{ cm}$
	peso = 71,5 kg/m	$\rho_y = 5,59\text{ cm}$
	$A = 91,04\text{ cm}^2$	

Si calcola il momento elastico mediante la seguente espressione:

Direzione forte:

$$M_x = W_x \cdot \sigma_{\max} = 735,5\text{ cm}^3 \cdot 2750\text{ kg/cm}^2 = 2022625\text{ kg} \cdot \text{cm} = 20,22\text{ tm} \quad 6.40$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_x = \frac{M_x \cdot 2}{h} = \frac{20,22\text{ tm} \cdot 2}{3,5\text{ m}} = 11,55\text{ t} \quad 6.41$$

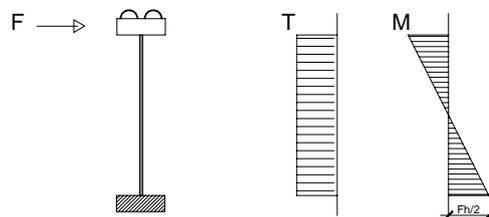


Figura 6. 4 Schema statico

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

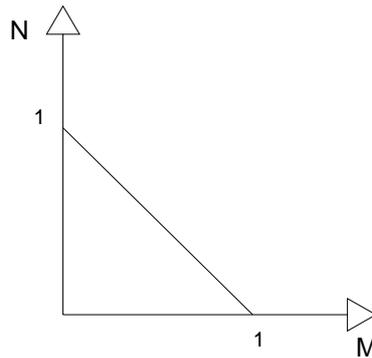


Figura 6. 5 Diagramma d'interazione N-M

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} - \frac{135000 \text{kg}}{91.04 \text{cm}^2}\right)}{2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 6.42$$

$$F_x = 11.55t \cdot 0.40 = 4.62t \quad 6.43$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3} \quad 6.44$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_x = \frac{F_x}{k_x} = \frac{4620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 8091}{350^3}} = 0.97 \text{cm} \quad 6.45$$

Poiché, come raffigurato in pianta, i pilastri sono orientati metà in direzione forte e l'altra metà in direzione debole, viene anche calcolato lo spostamento al limite elastico del pilastro in posizione debole, con la stessa procedura adottata per lo spostamento del limite elastico in posizione forte.

Direzione debole:

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5 \text{cm}^3 \cdot 2750 \text{kg} / \text{cm}^2 = 710875 \text{kg} \cdot \text{cm} = 7.11 \text{tm} \quad 6.46$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_y = \frac{M_y \cdot 2}{h} = \frac{7.11tm \cdot 2}{3.5m} = 4.062t \quad 6.47$$

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera, quindi, un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{kg}{cm^2} - \frac{135000kg}{91.04cm^2} \right)}{2750 \frac{kg}{cm^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 6.48$$

$$F_y = 4.062t \cdot 0.40 = 1.62t \quad 6.49$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_y = \frac{12EJ}{h^3} \quad 6.50$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_y = \frac{F_y}{k_y} = \frac{1620}{\frac{12 \cdot 21000000 \cdot 2843}{350^3}} = 0.96cm \quad 6.51$$

Lo spostamento medio tra il d_x e il d_y è lo spostamento elastico di piano:

$$d_m = \frac{d_x + d_y}{2} = 0.97cm \quad 6.52$$

Tenendo conto della deformabilità a taglio del pilastro, ed avendo implementato in SAP 2000 lo schema statico, si è notato che il valore più idoneo a rappresentare lo spostamento d'interpiano è :

$$\delta_{el} = 0.95cm \quad 6.53$$

6.2.2.1.3.4 Calcolo del coefficiente di amplificazione della rigidezza dei pilastri

$$\psi = \max\left(\frac{id_{\max}}{d_{FO}}, \frac{id_{\max}}{d_{el}}\right) = \max\left(\frac{2.59}{1.57}, \frac{2.59}{0.95}\right) = \max(1.65, 2.72) = 2.72 \quad 6.54$$

6.2.2.1.3.5 Calcolo della nuova rigidezza

Si calcola la nuova rigidezza dei dispositivi, che rappresenta la rigidezza da attribuire al dispositivo collocato tra il primo piano e il nucleo di controventamento.

$$k_{d1, new} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p = 2.45 \cdot 10^8 \text{ N/m} \quad 6.55$$

6.2.2.1.4 Rigidezza iniziale di ogni dispositivo.

Si riporta la rigidezza iniziale di ciascun obiettivo, tenendo conto della formula di distribuzione in tabella 6.4.

	[N/m]
k1	2.449E+08
k2	1.959E+08
k3	1.469E+08
k4	9.796E+07
k5	4.898E+07

Tabella 6. 4 Rigidezza iniziale dei dispositivi per ciascun piano

6.2.2.1.5 Definizione del legame costitutivo

Si segue il procedimento di calcolo della forza di snervamento dei dispositivi, considerando il criterio di ugual forza degli stessi.

In particolare, al fine di tutelare la struttura si è posta una forza di snervamento del primo dispositivo, quindi quello posto al primo piano, pari a:

$$F_y = \frac{k_1 \cdot \delta_{el}}{\gamma} \quad 6.56$$

in γ è un coefficiente di sicurezza che limita la forza di snervamento nei dispositivi e quindi di trasmissione della stessa sugli elementi strutturali.

$$F_y = \frac{k_1 \cdot \delta_{el}}{\gamma} = \frac{2.45 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0.0095 \text{m}}{2} = 1.28 \cdot 10^6 \text{ N} \quad 6.57$$

Di seguito si riportano i valori dei punti dei legami di ciascun dispositivo posto tra il piano i-esimo e il nucleo di controventamento (tabella n° 6.5).

Si ricorda che per tal criterio, le forze di snervamento e le forze ultime sono le stesse per ogni dispositivo; il criterio è illustrato in figura 6.6 .

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.28E+06
Punto B	0.0855	1.87E+06
Punto C	0.4	4.04E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	6.53E-03	1.28E+06
Punto B	1.07E-01	1.87E+06
Punto C	0.4	3.06E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	8.71E-03	1.28E+06
Punto B	1.43E-01	1.87E+06
Punto C	0.4	2.08E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	1.31E-02	1.28E+06
Punto B	2.14E-01	1.87E+06
Punto C	0.4	1.10E+07
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	2.61E-02	1.28E+06
Punto B	4.28E-01	1.87E+06

Tabella 6. 5 Legame dei dispositivi

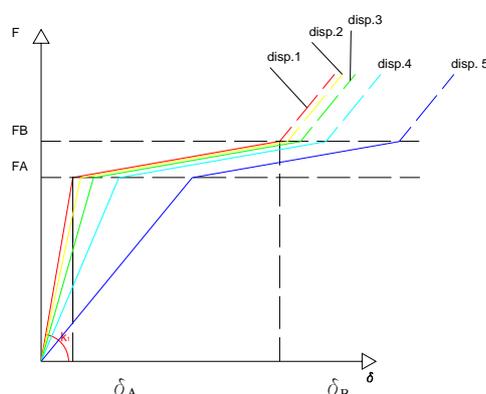


Figura 6. 6 Illustrazione del criterio Uguale Forza di snervamento

6.2.2.1.6 Modellazione del sistema

Il sistema è stato implementato nel programma SAP 2000, attraverso cui si sono svolte analisi non lineari del tipo time – history nel piano, in particolare in direzione x.

Il telaio è stato modellato con elementi beam, attribuendo a ciascun nodo il valore di massa relativo all'area d'influenza del nodo stesso. Le caratteristiche delle sezioni sono state attribuite considerando 4 telai (numero di telai in direzione y) schiacciati nel piano rappresentato.

Si rileva, che al fine di riprodurre, il legame elasto – plastico del pilastro si sono inserite le cerniere plastiche in ogni pilastro di piano, considerando che il telaio è concepito come struttura shear – type.

6.2.2.1.6.1 Modellazione del comportamento elasto – perfettamente plastico dei pilastri mediante l'utilizzo di cerniere plastiche.

Nella fase di definizione del legame costitutivo dei dispositivi, si è attribuito al pilastro un legame elasto perfettamente plastico, per poter riscontrare tale comportamento anche nella fase di verifica, occorre disporre delle cerniere plastiche nelle sezioni dei pilastri che risultano maggiormente sollecitate.

A favore di sicurezza, si sono poste le cerniere alle estremità di ogni pilastro, noto lo schema shear – type con cui si è schematizzata la struttura.

6.2.2.1.6.2 Valutazione del momento di snervamento dei pilastri

Si valuta il valore del momento flettente in corrispondenza del quale la sezione del pilastro raggiunge lo snervamento.

Considerando, quanto detto nel *paragrafo 3.21.3.9.2*, si calcola il momento di snervamento, tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale sul pilastro stesso:

Direzione Forte (Pilastro HEB220)

$$M_x = W_x \cdot \sigma_{\max} = 735.5 \text{ cm}^3 \cdot 2750 \text{ kg / cm}^2 = 2022625 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 20.22 \text{ tm} \quad 6.58$$

tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale si ha:

$$M_x = \psi M_x = 0.40 \cdot 20.22 \text{ tm} = 8.088 \text{ tm} \quad 6.59$$

Direzione Debole (Pilastro HEB220)

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5 \text{ cm}^3 \cdot 2750 \text{ kg / cm}^2 = 710875 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 7.11 \text{ tm} \quad 6.60$$

tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale si ha:

$$M_y = \psi M_y = 0.40 \cdot 7.11 \text{ tm} = 2.84 \text{ tm} \quad 6.61$$

6.2.2.1.6.3 Disposizione delle cerniere plastiche

Sono state definite, quindi, due cerniere plastiche, una da inserire nei pilastri disposti nella loro direzione debole e una da inserire nei pilastri disposti nella loro direzione forte:

- Per un pilastro HEB220 disposto nella direzione forte:
 - Cerniera FH1: si attiva quando il momento raggiunge un valore pari a $M3 = 8.088 \text{ tm}$
- Per un pilastro HEB220 disposto nella direzione debole:
 - Cerniera FH2: si attiva quando il momento raggiunge un valore pari a $M2 = 2.84 \text{ tm}$

Nella figura 6.7 è rappresentata la finestra di dialogo del programma attraverso cui si sono definite le cerniere.

Si nota che i valori dei momenti sono stati moltiplicati per 4, essendo 4 il numero di telai schiacciati nel piano di riferimento.

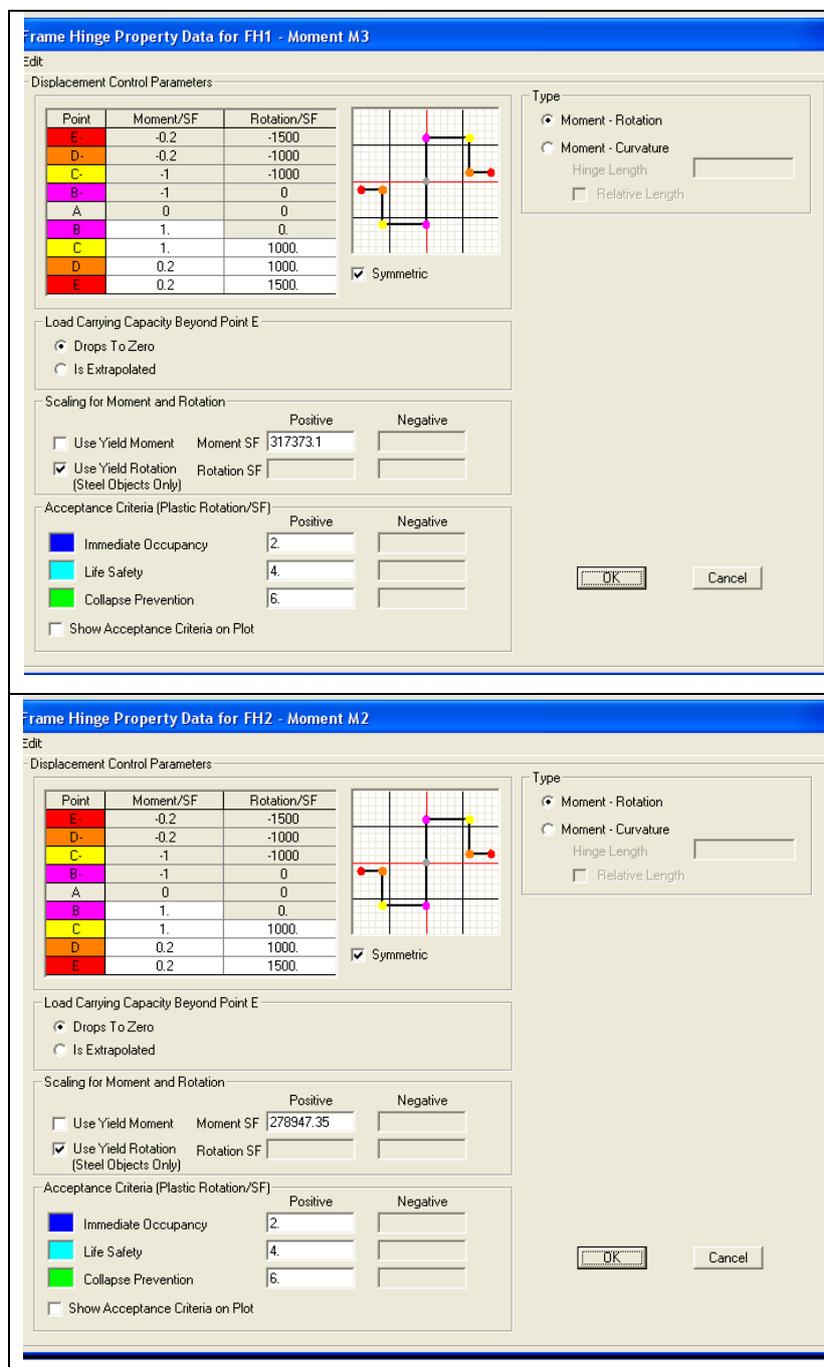


Figura 6.7 Parametri necessari alla definizione delle cerniere plastiche FH1 - FH2

Il punto C si considera molto lontano dal punto di snervamento del pilastro in modo tale che durante le analisi esso non sia mai raggiunto (rispetto del comportamento elasto

perfettamente plastico dei pilastri). Il diagramma momento rotazione, riportato nell'interfaccia grafica, è adimensionalizzato rispetto ai valori di momento e rotazione di snervamento.

6.2.2.1.6.4 Modellazione dei dispositivi dissipativi antisismici

Per la modellazione dei dispositivi, vengono usati dei N-L link. Tale particolare elemento viene definito in base al suo legame forza spostamento e alla sua rigidità iniziale.

Introducendo pertanto i valori per ogni dispositivo specificati in tabella n°6.5 nella finestra di dialogo opportuna (figura 6.8 Esempio di definizione delle caratteristiche del N-L link del primo piano) si definiscono le caratteristiche degli stessi:

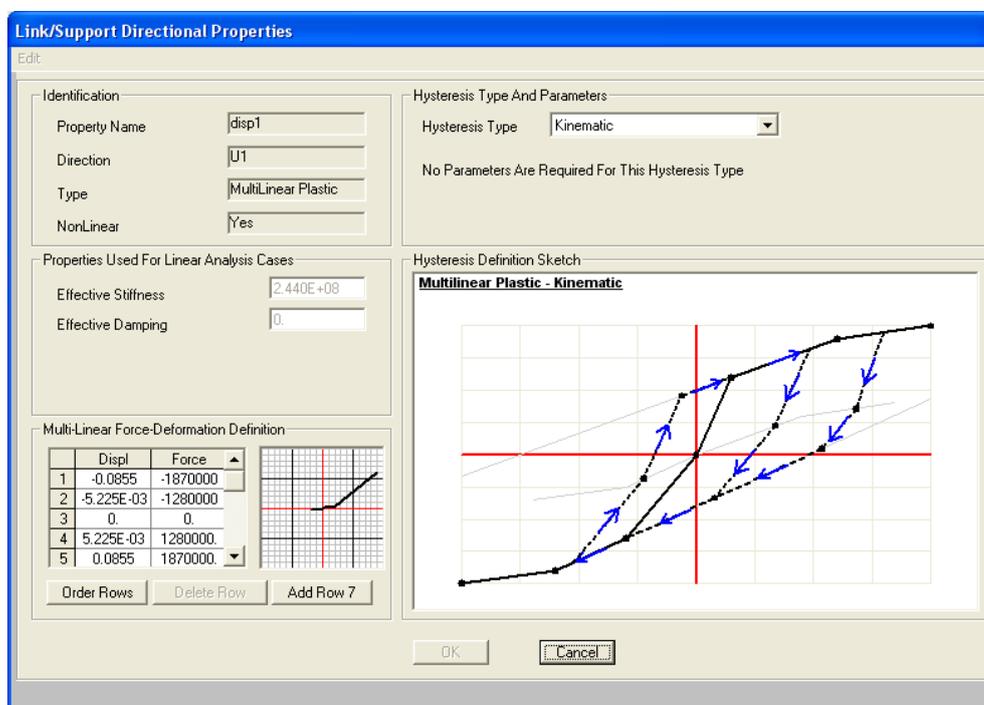


Figura 6. 8 Parametri di definizione del N-L link posto al livello del primo piano

6.2.2.1.7 Analisi non lineari time – history e verifica

Di seguito, si procede con la verifica del sistema tramite analisi non lineari *time – history*.

Il telaio piano verrà sollecitato con accelerogrammi spettro compatibili al “livello di intensità sismica” che verrà di volta in volta considerato.

Gli accelerogrammi ai “livelli di intensità sismica” considerati sono i medesimi di quelli adottati per la definizione del legame dei dispositivi nel Capitolo 4.

In tal sede, si riporta la tabella con la numerazione adottata nel programma SAP 2000.

ACCELEROGRAMMA		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO IN
Waveform ID	Earthquake ID	SAP2000
378	175	SO1
600	286	SO2
625	291	SO3
133	63	SO4
1708	474	SO5
133	63	SO6
591	290	SO7

Tabella 6. 6 Numerazione adottata per l'identificazione dei sismi nel programma SAP2000 per "livello di intensità sismica" frequente

ACCELEROGRAMMI		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO IN
Waveform ID	Earthquake ID	SAP2000
413	192	LS1
4674	1635	LS2
879	349	LS3
7329	2343	LS4
414	192	LS5
7329	2343	LS6
6349	2142	LS7

Tabella 6. 7 Numerazione adottata per l'identificazione dei sismi nel programma SAP2000 per "livello di intensità sismica" raro

Si riportano in Tabella 6.8, il risultato ottenuto dalle analisi lineari per questo tipo di legame. Si precisa che il confronto è basato esclusivamente sul rapporto del taglio alla base del nucleo.

Rapporto del taglio alla base del nucleo	
Livello di intensità sismica	Taglio
FO	0.6
LS	0.55

Tabella 6.8

6.2.2.2 Sistema n° 2

6.2.2.2.1 Introduzione

Si definisce il sistema numero 2.

Esso è caratterizzato dalla struttura shear – type definita in precedenza, dal sistema di collegamento tipo 2, e dal nucleo di controventamento in calcestruzzo.

Si precisa che le analisi svolte sono analisi nel piano, e che la dimensione nel piano del nucleo è stata ricavata tramite l'imposizione dell'uguaglianza della rigidità alla traslazione orizzontale del nucleo stesso e della parete equivalente. In particolare, mantenendo fissa una dimensione, in tal caso la larghezza si è trovata lo spessore equivalente.

6.2.2.2.2 Caratteristiche della parete

Materiale Utilizzato

Calcestruzzo

Modulo di elasticità $E = 2.500E+09 \text{ kg/m}^2$

Tensione ammissibile $\sigma_{\text{adm}} = 110 \text{ kg/cm}^2$

Dimensioni

Base

$b = 6 \text{ m}$

Spessore

$s = 1 \text{ m}$

6.2.2.2.3 Determinazione della rigidità totale

6.2.2.2.3.1 Calcolo dello spostamento del solo telaio

Si calcola la rigidità totale dei dispositivi secondo il primo criterio; si effettua, pertanto l'analisi modale a spettro di risposta, calcolando lo spostamento d'interpiano massimo della struttura.

L'azione sismica considerata è quella definita nel Paragrafo 6.2.1.

Dai risultati delle analisi, in cui la struttura è stata schematizzata come al capitolo 3, è risultato che il massimo spostamento d'interpiano è 2.58 cm.

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale da garantire danni lievi agli elementi non strutturali. Sia h l'altezza d'interpiano:

$$d_{FO} = 0.005 \cdot h = 0.005 \cdot 3.50 \text{ m} = 0.0175 \text{ m} = 1.75 \text{ cm}$$

In via cautelativa si riduce questo limite del 10%, quindi si ha:

$$d_{FO} = 1.75\text{cm} \cdot 0.90 = 1.58\text{cm}$$

6. 63

6.2.2.2.3.2 Calcolo dello spostamento elastico della struttura

Questo limite è la capacità di spostamento d'interpiano che si desidera che la struttura possa al massimo raggiungere ma non superare, ed è tale che essa rimanga in campo elastico.

Sia il pilastro un HEB 220, le cui caratteristiche sono riportate di seguito, si calcola lo spostamento al limite elastico dello stesso.

	$b = 220\text{mm}$	$J_x = 8091 \text{ cm}^4$
	$h = 220\text{mm}$	$J_y = 2843 \text{ cm}^4$
	$a = 9,5\text{mm}$	$W_x = 735,5 \text{ cm}^3$
	$e = 16\text{mm}$	$W_y = 258,5 \text{ cm}^3$
	$r = 18\text{mm}$	$\rho_x = 9,43 \text{ cm}$
	peso = 71,5 kg/m	$\rho_y = 5,59 \text{ cm}$
	$A = 91,04\text{cm}^2$	

Si calcola il momento elastico mediante la seguente espressione:

Direzione forte:

$$M_x = W_x \cdot \sigma_{\max} = 735.5\text{cm}^3 \cdot 2750\text{kg} / \text{cm}^2 = 2022625\text{kg} \cdot \text{cm} = 20.22\text{tm}$$

6. 64

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_x = \frac{M_x \cdot 2}{h} = \frac{20.22\text{tm} \cdot 2}{3.5\text{m}} = 11.55\text{t}$$

6. 65

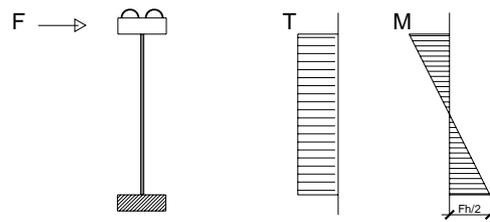


Figura 6. 9 Schema statico

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

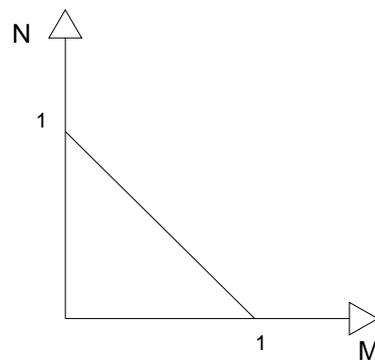


Figura 6. 10 Diagramma d'interazione N-M

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} - \frac{135000 \text{kg}}{91.04 \text{cm}^2}\right)}{2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 6.66$$

$$F_x = 11.55t \cdot 0.40 = 4.62t \quad 6.67$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_x = \frac{12EJ}{h^3} \quad 6.68$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_x = \frac{F_x}{k_x} = \frac{4620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 8091}{350^3}} = 0.97 \text{ cm} \quad 6.69$$

Poiché, come raffigurato in pianta, i pilastri sono orientati metà in direzione forte e l'altra metà in direzione debole, viene anche calcolato lo spostamento al limite elastico del pilastro in posizione debole, con la stessa procedura adottata per lo spostamento del limite elastico in posizione forte.

Direzione debole:

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5 \text{ cm}^3 \cdot 2750 \text{ kg / cm}^2 = 710875 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 7.11 \text{ tm} \quad 6.70$$

Siano i vincoli di estremità del pilastro del tipo incastro-incastro scorrevole, si ricava la forza di snervamento:

$$F_y = \frac{M_y \cdot 2}{h} = \frac{7.11 \text{ tm} \cdot 2}{3.5 \text{ m}} = 4.062 \text{ t} \quad 6.71$$

Tuttavia, è lecito considerare l'influenza dello sforzo normale sul valore del momento. Si considera quindi un diagramma d'interazione del tipo lineare N-M.

Quindi, si ha che l'influenza dello sforzo normale è di circa il 40%, pertanto la forza di snervamento, calcolata soltanto in base alla sola presenza del momento flettente, viene ridotta del 60%.

$$\zeta = \frac{\left(2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} - \frac{135000 \text{ kg}}{91.04 \text{ cm}^2} \right)}{2750 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.46 \approx 0.40 \quad 6.72$$

$$F_y = 4.062 \text{ t} \cdot 0.40 = 1.62 \text{ t} \quad 6.73$$

Sia la rigidezza alla traslazione orizzontale di questo tipo di collegamento pari a:

$$k_y = \frac{12EJ}{h^3} \quad 6.74$$

Si ricava lo spostamento elastico nella direzione forte dalla solita espressione:

$$d_y = \frac{F_y}{k_y} = \frac{1620}{\frac{12 \cdot 2100000 \cdot 2843}{350^3}} = 0.96 \text{ cm} \quad 6.75$$

Lo spostamento medio tra il d_x e il d_y è lo spostamento elastico di piano:

$$d_m = \frac{d_x + d_y}{2} = 0.97 \text{ cm} \quad 6.76$$

Tenendo conto della deformabilità a taglio del pilastro, ed avendo implementato in SAP 2000 lo schema statico, si è notato che il valore più idoneo a rappresentare lo spostamento d'interpiano è :

$$\delta_{el} = 0.95 \text{ cm} \quad 6.77$$

6.2.2.1.3.3 Calcolo del coefficiente di amplificazione della rigidezza dei pilastri

$$\psi = \max\left(\frac{id_{\max}}{d_{FO}}, \frac{id_{\max}}{d_{el}}\right) = \max\left(\frac{2.59}{1.57}, \frac{2.59}{0.95}\right) = \max(1.65, 2.72) = 2.72 \quad 6.78$$

6.2.2.1.3.4 Calcolo della nuova rigidezza

Si calcola la nuova rigidezza dei dispositivi, che rappresenta la rigidezza da attribuire al dispositivo collocato tra il primo piano e il nucleo di controventamento.

$$k_{d1, \text{new}} = \psi \cdot k_{old} = \psi \cdot k_p = 2.45 \cdot 10^8 \text{ N/m} \quad 6.79$$

6.2.2.2.4 Rigidezza iniziale di ogni dispositivo.

Si riporta la rigidezza iniziale di ciascun obiettivo, tenendo conto della formula di distribuzione in tabella 6.9.

	[N/m]
k1	2.449E+08
k2	1.959E+08
k3	1.469E+08
k4	9.796E+07
k5	4.898E+07

Tabella 6. 9 Rigidezza iniziale dei dispositivi per ciascun piano

6.2.2.2.5 Definizione del legame costitutivo

Si segue il procedimento di calcolo della forza di snervamento dei dispositivi, considerando il criterio di ugual spostamento degli stessi.

In particolare, si è posta una forza di snervamento del primo dispositivo, quindi quello posto al primo piano, pari a:

$$\delta y_i = \delta_{el} \quad 6.80$$

$$F y_i = \frac{k_i \delta_{el}}{\gamma} \quad 6.81$$

in γ è un coefficiente di sicurezza che limita la forza di snervamento nei dispositivi e quindi di trasmissione della stessa sugli elementi strutturali.

Di seguito si riportano i valori dei punti dei legami di ciascun dispositivo posto tra il piano i-esimo e il nucleo di controventamento (tabella n° 6.10).

Si ricorda che per tal criterio, le forze di snervamento e le forze ultime sono le stesse per ogni dispositivo; il criterio è illustrato in figura 6.11

Dispositivo Primo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.28E+06
Punto B	0.0855	1.87E+06
Punto C	0.4	4.04E+07
Dispositivo Secondo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	1.03E+06
Punto B	0.0855	1.50E+06
Punto C	0.4	3.24E+07
Dispositivo Terzo Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	7.69E+05
Punto B	0.0855	1.12E+06
Punto C	0.4	2.43E+07
Dispositivo Quarto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	5.13E+05
Punto B	0.0855	7.49E+05
Punto C	0.4	1.62E+07
Dispositivo Quinto Piano		
	Spost.[m]	Forza[N]
Punto A	0.005225	2.56E+05
Punto B	0.0855	3.74E+05
Punto C	0.4	8.09E+06

Tabella 6. 10 Legame dei dispositivi

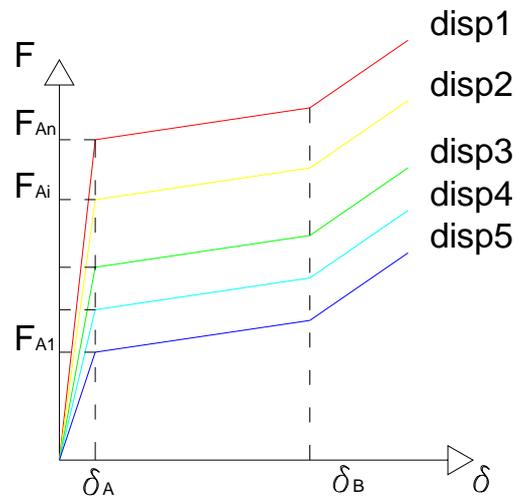


Figura 6. 11 Illustrazione del criterio Uguale Spostamento

6.2.2.2.6 Modellazione della sistema

Il sistema è stato implementato nel programma SAP 2000, attraverso cui si sono svolte analisi non lineari del tipo time – history nel piano, in particolare in direzione x.

Il telaio è stato modellato con elementi beam, attribuendo a ciascun nodo il valore di massa relativo all'area d'influenza del nodo stesso. Le caratteristiche delle sezioni sono state attribuite considerando 4 telai (numero di telai in direzione y) schiacciati nell'unico rappresentato.

Si rileva, che al fine di riprodurre, il legame elasto – plastico del pilastro si sono inserite le cerniere plastiche in ogni pilastro di piano, considerando che il telaio è concepito come struttura shear – type.

6.2.2.2.6.1 Modellazione del comportamento elasto –perfettamente plastico dei pilastri mediante l'utilizzo di cerniere plastiche.

Nella fase di definizione del legame costitutivo dei dispositivi, si è attribuito al pilastro un legame elasto perfettamente plastico, per poter riscontrare tale comportamento anche nella fase di verifica, occorre disporre delle cerniere plastiche nelle sezioni dei pilastri che risultano maggiormente sollecitate.

A favore di sicurezza, si sono poste le cerniere alle estremità di ogni pilastro, noto lo schema shear – type con cui si è schematizzata la struttura.

6.2.2.2.6.2 Valutazione del momento di snervamento dei pilastri

Si valuta il valore del momento flettente in corrispondenza del quale la sezione del pilastro raggiunge lo snervamento.

Considerando, quanto detto nel *paragrafo 3.2.1.3.9.2*, si calcola il momento di snervamento, tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale sul pilastro stesso:

Direzione Forte (Pilastro HEB220)

$$M_x = W_x \cdot \sigma_{\max} = 735.5 \text{ cm}^3 \cdot 2750 \text{ kg / cm}^2 = 2022625 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 20.22 \text{ tm} \quad 6.82$$

tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale si ha:

$$M_x = \psi M_x = 0.40 \cdot 20.22 \text{ tm} = 8.088 \text{ tm} \quad 6.83$$

Direzione Debole (Pilastro HEB220)

$$M_y = W_y \cdot \sigma_{\max} = 258.5 \text{ cm}^3 \cdot 2750 \text{ kg / cm}^2 = 710875 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 7.11 \text{ tm} \quad 6.84$$

tenendo conto dell'influenza dello sforzo normale si ha:

$$M_y = \psi M_y = 0.40 \cdot 7.11 \text{ tm} = 2.84 \text{ tm} \quad 6.85$$

6.2.2.2.6.3 Disposizione delle cerniere plastiche

Sono state definite quindi due cerniere plastiche, una da inserire nei pilastri disposti nella loro direzione debole e una da inserire nei pilastri disposti nella loro direzione forte:

- Per un pilastro HEB220 disposto nella direzione forte:
 - Cerniera FH1: si attiva quando il momento raggiunge un valore pari a $M3 = 8.088\text{tm}$
- Per un pilastro HEB220 disposto nella direzione debole:
 - Cerniera FH2: si attiva quando il momento raggiunge un valore pari a $M2=2.84\text{tm}$

Nella figura 6.12 è rappresentata la finestra di dialogo del programma attraverso cui si sono definite le cerniere.

Si nota che i valori dei momenti sono stati moltiplicati per 4, essendo 4 il numero di telai schiacciati nel piano di riferimento.

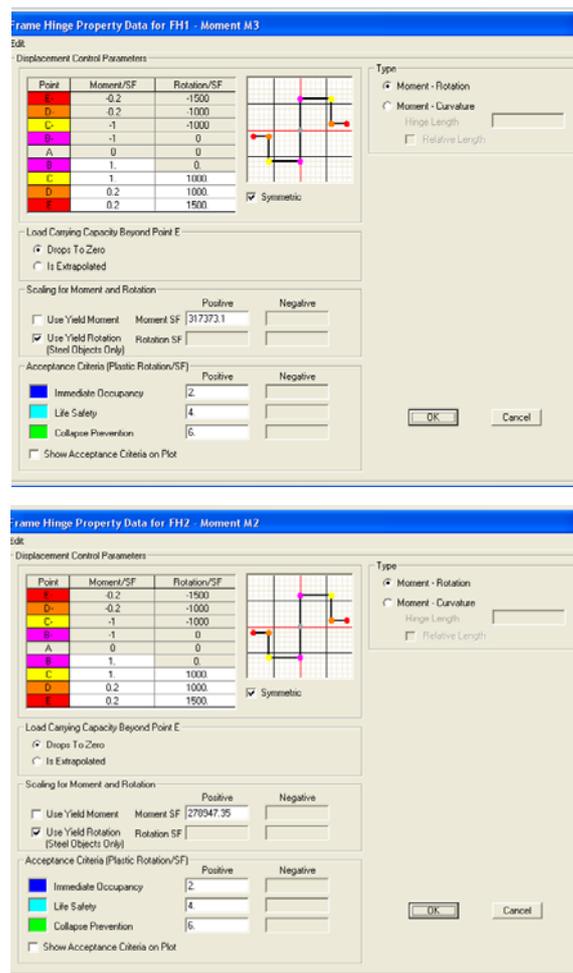


Figura 6. 12Parametri necessari alla definizione delle cerniere plastiche FH1 - FH2

Il punto C si considera molto lontano dal punto di snervamento del pilastro in modo tale che durante le analisi esso non sia mai raggiunto (rispetto del comportamento elasto perfettamente plastico dei pilastri).

Il diagramma momento rotazione, riportato nell'interfaccia grafica, è adimensionalizzato rispetto ai valori di momento e rotazione di snervamento.

6.2.2.2.6.4 Modellazione dei dispositivi dissipativi antisismici

Per la modellazione dei dispositivi, vengono usati dei N-L link. Tale particolare elemento viene definito in base al suo legame forza spostamento e alla sua rigidità iniziale.

Introducendo pertanto i valori per ogni dispositivo specificati in Tabella n° 6.10 nella finestra di dialogo opportuna (Figura 6.13 Esempio di definizione delle caratteristiche del N-L link del primo piano) si definiscono le caratteristiche degli stessi:

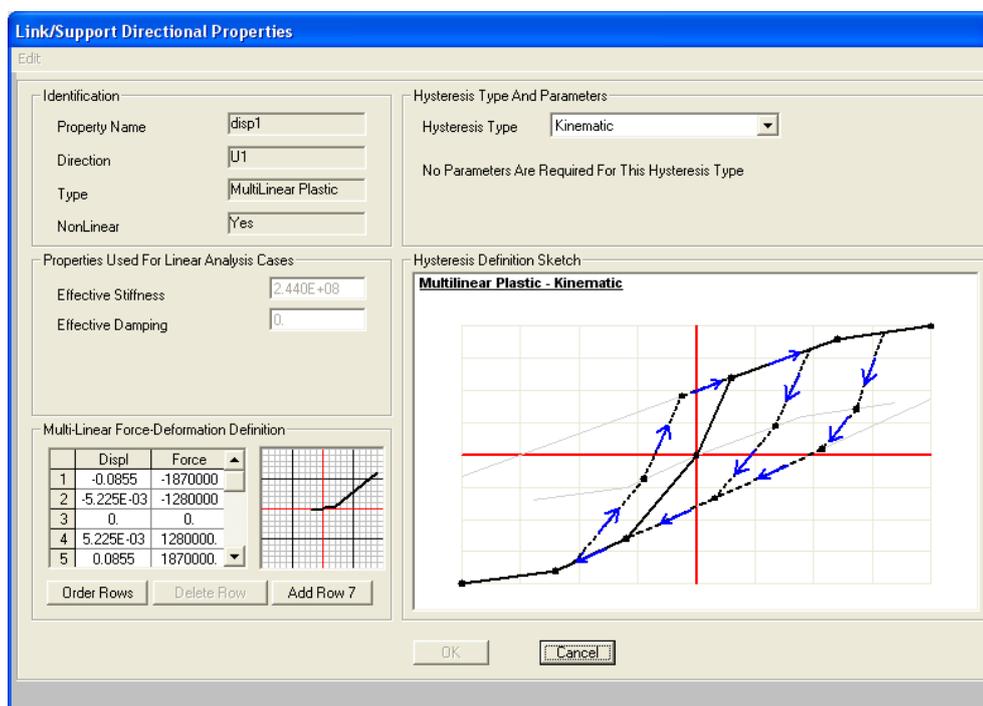


Figura 6. 13 Parametri di definizione del N-L link posto al livello del primo piano

6.2.2.2.7 Analisi non lineari time – history e verifica

Di seguito si procede con la verifica del sistema tramite analisi non lineari *time – history*.

Il telaio piano verrà sollecitato con accelerogrammi spettro compatibili al “*livello di intensità sismica*” che verrà di volta in volta considerato.

Gli accelerogrammi ai “*livelli di intensità sismica*” considerati sono i medesimi di quelli adottati per la definizione del legame dei dispositivi nel Capitolo 4.

In tal sede, si riportano le Tabelle 6.11 - 6.12 con la numerazione adottata nel programma SAP 2000.

ACCELEROGRAMMA		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO
Waveform ID	Earthquake ID	IN SAP2000
378	175	SO1
600	286	SO2
625	291	SO3
133	63	SO4
1708	474	SO5
133	63	SO6
591	290	SO7

Tabella 6. 8 Numerazione adottata per l’identificazione dei sismi nel programma SAP2000 per “*livello di intensità sismica*” frequente

ACCELEROGRAMMI		SIGLA UTILIZZATA NEL MODELLO
Waveform ID	Earthquake ID	IN SAP2000
413	192	LS1
4674	1635	LS2
879	349	LS3
7329	2343	LS4
414	192	LS5
7329	2343	LS6
6349	2142	LS7

Tabella 6. 9 Numerazione adottata per l’identificazione dei sismi nel programma SAP2000 per “*livello di intensità sismica*” raro

Si riportano in Tabella 6.13, il risultato ottenuto dalle analisi lineari per questo tipo di legame.

Si precisa che il confronto è basato esclusivamente sul rapporto del taglio alla base del nucleo.

Rapporto del taglio alla base del nucleo	
Livello di intensità sismica	Taglio
FO	0.51
LS	0.37

Tabella 6.13

L'obiettivo non è stato pienamente raggiunto, ma come primo tentativo, i risultati, specialmente per il criterio di ugual spostamento di definizione della forza di snervamento nel legame dei dispositivi, risulta accettabile e soddisfacente, in quanto i dispositivi riescono a ridurre il taglio alla base della mensola di $1/2$, per un sisma d'intensità *Frequente*, e di circa $1/3$ per il sisma d'intensità *Rara*.

7. Conclusione

7.1 Riassunto dei passi svolti e dei risultati ottenuti

Nel capitolo 1, è stata illustrata l'ipotesi di adozione di una procedura svolta in quattro passi per la progettazione di un sistema di collegamento tra telai tipo shear – type e nucleo di controventamento, che fa uso di dispositivi dissipativi antisismici.

In particolare, l'obiettivo è quello di identificare i punti specifici del legame costitutivo dell' i – esimo dispositivo, al fine di raggiungerne l'obiettivo sismico imposto:

- “livello prestazionale Fully Operational”
 - Spostamento d'interpiano uguale al variare dei piani
 - Spostamento d'interpiano della struttura minore del minimo spostamento ricavato dal gruppo delle Displacement State Conditions .

- “livello prestazionale “Life – Safe”
 - Forza di snervamento
 - Rigidezza del secondo tratto del legame costitutivo.

Il primo passo della procedura è stato ampiamente discusso nel Capitolo 2, in cui si illustrano 5 diverse metodologie matematiche per definire la pendenza del tratto iniziale del legame $F - \delta$ del dispositivo i – esimo; si elencano di seguito le metodologie:

1. Metodologia 1: trasformazione di un sistema a nDOF ad uno composto da n SDOF indipendenti l'uno dall'altro
2. Metodologia 2: rigidezza proporzionale ai tagli di piano del solo telaio
3. Metodologia 3: iterazione della metodologia 2.
4. Metodologia 4: trasformazione di un sistema a nDOF ad uno composto da n SDOF collegati tra loro
5. Metodologia 5: Ottimizzazione della rigidezza iniziale tramite Algoritmi Genetici

Queste metodologie vengono interpretate, allo scopo di fornire un criterio semplice con cui progettista possa attribuire a ciascun dispositivo la rigidezza iniziale, che determina il primo tratto del legame $F-\delta$.

Quindi, a valle dei risultati ottenuti, si è reputato, per raggiungimento dell'obiettivo e semplicità della metodologia stessa, idonea la metodologia iterativa.

L'interpretazione svolta consiste in analisi di regressione lineare, con polinomi di primo grado e identificazione di indici relativi sulla base dell'osservazione dell'andamento delle rigidezze per ciascun set di strutture.

Si è visto che l'andamento dell'indice relativo lineare con il numero di piani si avvicina maggiormente ai dati deterministici relativi, ovvero il valore delle rigidezze dei dispositivi ricavati dalla metodologia 3, rapportati alla somma delle rigidezze del numero dei dispositivi relativi alla struttura.

Tale indice viene identificato con la seguente formula:

$$i_{rel} = \frac{i}{\sum_{i=1}^n i}$$

in cui :

- i è il numero che identifica il piano i -esimo. Si segue una numerazione crescente verso il basso, in modo tale che la quota parte di rigidezza totale dei dispositivi che afferisce al primo piano è maggiore rispetto a quella relativa agli altri dispositivi.
- n è il numero di piani della struttura.

Nel capitolo 3, si è messo a punto la metodologia di identificazione della rigidezza totale dei dispositivi da distribuire lungo l'altezza della struttura, lungo i piani della stessa.

A tal proposito, si sono ideate due criteri:

- il criterio 1 si basa sulle caratteristiche della struttura “nuda”, ovvero priva di dispositivi, progettata per resistere ai soli carichi verticali. La rigidezza totale viene identificata come il contributo che il sistema di collegamento deve fornire alla struttura per soddisfare l'obiettivo prestazionale imposto
- il criterio 2, esente dal comportamento della struttura sotto sisma; si basa, invece, su due ragionamenti al limite:
 - il primo scompone la struttura in tanti Sdof quanti sono i piani, e valuta la rigidezza del singolo dispositivo, considerandola come rigidezza di un oscillatore semplice la cui massa è la massa di piano della struttura;

▪ il secondo considera la struttura senza dispositivi e identifica la rigidezza del singolo dispositivo come quella che si ottiene invertendo la formula che esprime la pulsazione w del primo modo di vibrare per una struttura shear – type a ngdl. (tale approssimazione è lecita in quanto il comportamento dinamico di una struttura shear – type è identificato dal primo modo di vibrare).

Nel capitolo 4, si sono identificati i legami dei dispositivi, identificando criteri per la determinazione della forza di snervamento, della pendenza del tratto post elastico del dispositivo

i – esimo, dello spostamento ultimo dello stesso.

La determinazione della forza di snervamento segue due grandi filoni:

1. mantenimento della forza di snervamento del dispositivo del primo piano a tutti i dispositivi dissipativi inseriti tra struttura e nucleo di controventamento.
2. mantenimento dello spostamento di snervamento del dispositivo (ricavato dall'imposizione degli obiettivi prestazionali) uguale per tutti i dispositivi.

Si precisa che il secondo criterio è un approccio diverso e mai sperimentato fin da ora, che impone che la dissipazione si concentri ai piani alti; questo approccio è da prendere in considerazione, e potrebbe essere oggetto di studi futuri, in quanto concentrare la dissipazione laddove c'è maggior spostamento potrebbe avere dei vantaggi.

La rigidezza del secondo tratto del legame è stata imposta essere di un 3% della rigidezza del tratto iniziale, per limitare le forze che entrano negli elementi strutturali.

Lo spostamento ultimo dei dispositivi è stato valutato in base ai valori imposti dalle Displacement State Conditions per il “livello prestazionale *Life – Safe*”. In tal caso risulta essere di valore pari a :

$$\delta_u = 9 \cdot \delta_{el}$$

in cui δ_{el} è lo spostamento elastico del pilastro.

Il Capitolo 5, verifica tramite analisi non lineare di tipo time – history il comportamento dei dispositivi. Vengono esaminati i dispositivi inseriti in una struttura a 5 piani, in acciaio, tipo shear – type, caratterizzati da due tipi di rigidezza totale e da due tipi di Forza di snervamento (Secondo i criteri esplicitati in via sintetica sopra).

I risultati hanno condotto al raggiungimento del comportamento elastico sotto un sisma d'intensità sismica frequente e dello snervamento sotto un sisma d'intensità sismica rara per il set dispositivi caratterizzati da una rigidezza totale secondo il primo dei due criteri adottati.

Ed in particolare, il criterio che vede una distribuzione della forza sismica di piano idonea, ovvero maggior forza nei dispositivi e minor nei pilastri, è la metodologia che individua il legame dei dispositivi caratterizzato dalla stessa forza di snervamento.

Infine nel Capitolo 6, si provvede ad un'applicazione della procedura ad una struttura reale.

Si sono svolte analisi nel piano, e per la precisione in direzione x, per verificare se un sistema di collegamento così definito potesse dissipare quanto un muro di controventamento.

In particolare, si sono confrontati tramite un rapporto i valori del taglio alla base del sistema telaio + nucleo collegato mediante tali dispositivi e di un telaio + nucleo collegato tramite link rigidi.

L'obiettivo è quello di raggiungere un valore del rapporto inferiore a 0.33.

Si è visto che tale rapporto è di circa 0.5, per un sistema di collegamento progettato secondo:

1. una rigidezza totale tarata sulla capacità della struttura "nuda"
2. una distribuzione della rigidezza totale lineare secondo l'altezza della struttura
3. forza di snervamento uguale per ogni dispositivo.

I. Teoria degli algoritmi genetici

I.0 I principi della teoria biologica degli algoritmi genetici

In natura, ogni organismo necessita di adattarsi ai cambiamenti dell'ambiente in cui vive, al fine di aumentare le proprie possibilità di sopravvivenza all'interno dello stesso.

Gli organismi evolvono, nella maggior parte dei casi, mediante due processi: la selezione naturale e la riproduzione.

Il primo determina il membro della popolazione che sopravvive e si riproduce, ovvero quello che ha presentato rispetto agli altri, una più spiccata capacità di superare le difficoltà ambientali presenti nel processo di evoluzione. Le prove che il processo di selezione naturale pone ad ogni singolo membro della popolazione vengono riassunte in un'unica parola: *fitness*. Pertanto, se un individuo del gruppo non ha una fitness adeguata e tale da poter reggere il confronto con la fitness ambientale e naturale, allora l'individuo non sopravvive.

Il secondo processo assicura, tramite una ricombinazione e uno scambio del materiale genetico della popolazione madre, la creazione di una popolazione figlia. Questo scambio di geni consente alla popolazione figlia di evolversi più velocemente rispetto ad una popolazione figlia nata dalla copia dei geni di un singolo genitore, magari modificata occasionalmente tramite mutazione.

Le caratteristiche di ogni individuo sono contenute nei cromosomi, che vengono sottoposti a trasformazione quando avviene la riproduzione oppure quando sono soggetti a mutazioni casuali per creare una nuova popolazione. Nel tempo, per mezzo della selezione naturale, le alterazioni dei cromosomi favoriscono maggiormente la crescita di specie più adatte alla sopravvivenza, quindi con miglior *fitness*, rispetto alle altre specie che non hanno subito alterazioni. Inoltre, le specie che sopravvivono hanno più possibilità di trasmettere le loro caratteristiche alle generazioni future. Dopo molte generazioni, si attende che la popolazione di organismi risultante abbia migliori capacità di sopravvivenza nell'ambiente in cui vive rispetto alla popolazione originale.

Gli algoritmi genetici di Holland si basano su questi principi biologici, pertanto nella ricerca della miglior soluzione, si designa una popolazione di progetto, si simula il processo di evoluzione, sulla base della selezione naturale, della riproduzione e degli

scambi genetici, su una popolazione originaria; tale processo produrrà, passo dopo passo, popolazioni migliori, fin quando non viene raggiunta la popolazione di progetto. Il concetto chiave, quindi, di tali algoritmi è trovare la soluzione migliore che sia il più possibile vicina alla soluzione di progetto, tra un set di soluzioni possibili.

Si definiscono alcuni termini appartenenti a tale teoria per meglio identificare l'argomento di cui si sta parlando.

- Ogni potenziale soluzione di progetto del problema è una fattibile soluzione (*feasible solution*). L'ambiente di tutte le fattibili soluzioni è chiamato spazio delle soluzioni (*solution space*).
- Ogni fattibile soluzione è detta *individuo* e può essere descritta da un *cromosoma* (infatti gli esseri viventi sono composti da cellule ed in ognuna di esse risiedono set di cromosomi). Ogni *cromosoma* è composto da una stringa di *geni*.
- Ogni *gene* codifica un *tratto*. I possibili set di *tratti* prendono il nome di *alleli*. Ogni gene ha una sua propria posizione nel cromosoma che viene chiamata *locus*.
- La *fitness* di un individuo è una misura del successo dell'*individuo* o per riprendere quanto detto in precedenza è una misura delle performance che ogni individuo è in grado di offrire. Ogni *individuo* è classificato secondo la sua *fitness* per un dato problema.
- Un set di individui, *sottospazio dello spazio delle soluzioni*, costituisce la *popolazione*.

I.1 Generalità riguardo l'algoritmo di Holland: “simple genetic algorithm”.

Si riportano, in tale paragrafo, i passi del “simple genetic algorithm” di Holland.

Step 1: generare una popolazione casuale di individui.

Step 2: valutare la fitness (indice di performance) di ogni individuo della popolazione e riordinare la popolazione in ordine decrescente, ovvero dal miglior individuo, caratterizzato dalla miglior fitness, al peggiore.

Step 3: creare una nuova popolazione dalla ripetizioni di questi passi:

- Selezionare degli individui “genitori” dalla popolazione scelta in base alla sua fitness.

- Incrociare i due genitori per produrre un nuovo individuo, individuo figlio, per mezzo della cross over probability.
- Mutare gli individui genitori per produrre un individuo figlio, usando la mutation choice.
- Assicurare che i miglior individui genitori siano copiati senza cambi nella nuova prole, mediante elitism choice; in questo modo la miglior soluzione creata sopravvive fino alla fine del ciclo.
- Porre la nuova popolazione figlia nella nuova popolazione.

Step 4: usare la nuova generazione di popolazione per un'ulteriore corsa dell'algoritmo, ripetendo i passi 2-3 fin quando una data condizione non sia soddisfatta, oppure un dato numero di iterazioni non siano raggiunte.

Step 5: ritornare alla miglior soluzione nella popolazione attuale.

I.2 Implementazione degli algoritmi genetici

L'algoritmo di Holland è un algoritmo molto generale che prescinde dall'implementazione su un pc delle tematiche che presentano gli algoritmi genetici. Ad esempio, è interessante analizzare il modo con cui implementare i cromosomi/individui. Questo problema tratta la codifica delle informazioni che un individuo di una popolazione può contenere riguardo la soluzione che si desidera raggiungere.

I.2.1 Metodologie di codifica

Le varie metodologie di codifica attuate e sviluppate sono di seguito riportate:

- *binary encoding*. Il più conosciuto e utilizzato, ogni individuo viene rappresentato da una stringa (array) di bits, 0 o 1:

cromosoma A : 1001000100110110

cromosoma B : 1101111000011110

- *value encoding*. Utilizzato soprattutto nei problemi che presentano valori complicati, ad esempio numeri reali, ogni individuo consiste in una stringa di valori, che possono essere numeri interi o reali, lettere, istanze:

cromosoma A: 45 6 81 230 2 3 10 9 16

cromosoma B: 4.5678 9.7823 0.2361 11.8975 2.7395

cromosoma C: (back) (back) (forward) (left) (right) (left)

cromosoma D: R S O P G B M Q L A I

- *permutation encoding*. Utilizzato per problemi ordinari, ogni individuo è rappresentato da una serie di numeri interi:

cromosoma A: 1 5 3 2 6 4 7 9 8

cromosoma B: 8 5 6 7 2 3 1 4 9

- *tree encoding*. Utilizzato principalmente per i problemi di evoluzione, ogni individuo è rappresentato da uno sviluppo ad albero di oggetti (funzioni, comandi inerenti a linguaggi di programmazione etc...). Esempio della metodologia di codifica

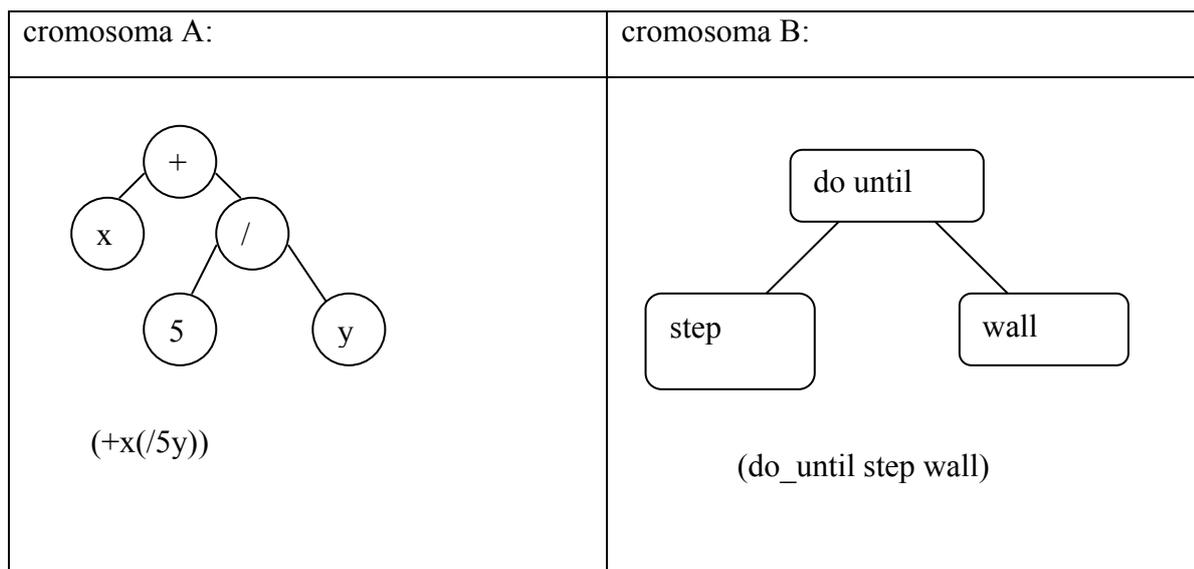


Figura I. 1 Metodologia di codifica *Tree Encoding*

Nella decisione di scegliere una più adatta rappresentazione dei cromosomi o individui, è necessario creare una popolazione casuale di individui che serve come punto di partenza dell'algoritmo genetico.

I.2.2 Valutazione della fitness

La valutazione della fitness implica la definizione della funzione obiettivo o dell'indice di performance nei cui confronti ogni individuo deve mettersi alla prova per poter superare le difficoltà dell'ambiente circostante. Per ordinare in modo ordinato gli individui, la fitness dovrebbe essere una quantità ben definita, ad esempio un valore numerico. Si nota che man mano che l'algoritmo avanza, si suppone che la fitness del miglior individuo cresca tanto quanto la fitness dell'intera popolazione.

I.2.3 Operatori degli Algoritmi Genetici

I.2.3.1 Selezione

Questo operatore seleziona i cromosomi nella popolazione per la riproduzione. La selezione dei cromosomi che vengono definiti "padri" si basa sulla teoria dell'evoluzione darwiniana; ovvero viene scelta la miglior coppia di individui, nell'ottica che questa possa dar vita ad una miglior generazione. Ci sono diversi metodi per selezionare i miglior individui "padri". Si riportano tali metodi nell'elenco che segue:

Roulette wheel selection.

Il metodo di scelta si basa sulla valutazione della fitness; ovvero, più è alto il suo valore, più è alta la capacità di essere selezionati. Il concetto è maggiormente comprensibile se si immagina la ruota di una roulette in cui tutti i cromosomi sono posizionati, ed occupano una fetta più o meno grande della ruota a seconda della grandezza della propria fitness. Una pallina viene lanciata all'interno della ruota, quando la pallina termina il suo movimento, stabilisce il cromosoma che viene scelto nella posto della ruota in cui si è fermata.

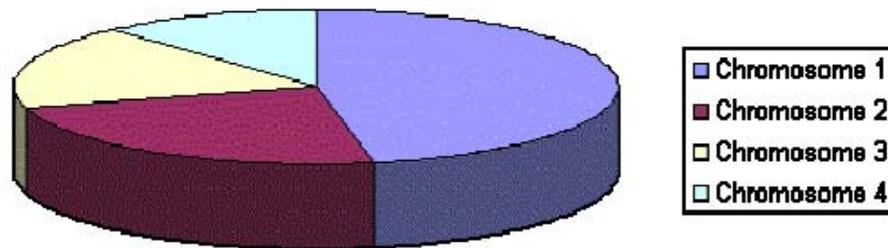


Figura 2.19 Roulette Wheel Selection

Ovviamente, si intuisce che tanto più un cromosoma occupa uno spazio maggiore all'interno della ruota, tanto più esso ha la possibilità di essere scelto. Questo processo può essere descritto tramite una procedura:

[Sum] Si calcola la somma delle fitness di tutti gli individui della popolazione

[Select] Si genera un numero casuale compreso nell'intervallo $[0, S]$

[Loop] Si fa partire un ciclo che analizza iterazione dopo iterazione la popolazione e la somma delle fitness ottenute fino all' i esima iterazione, partendo dal valore 0. Se la somma parziale delle fitness s , raggiunta fino quell' i esima iterazione, è più grande di r , allora il ciclo si ferma e ritorna al cromosoma che ha determinato tale risultato all'interno della popolazione.

Rank selection.

Nella precedente selezione, la scelta è basata sul valore assoluto della fitness di un individuo, pertanto potrebbe presentare dei problemi qualora la fitness di un individuo occupasse, ad esempio il 90% della popolazione, poiché è evidente che i restanti individui avrebbero una possibilità veramente bassa di essere selezionati. Nella rank selection, gli individui nella popolazione sono ordinati in base alla fitness, e il valore atteso di ogni individuo dipende dal suo numero di ordine piuttosto che dalla sua fitness assoluta. In tal caso, non è necessario scalare la fitness di un individuo, poiché le differenze tra un valore di fitness appartenente ad un individuo e un valore appartenente ad un altro sono cancellate. Tale metodo di selezione evita che un gruppo di individui caratterizzato dalla medesima fitness molto ampio sia favorito nella scelta rispetto ad un gruppo di individui più piccolo ma caratterizzato da un valore di fitness migliore. Infatti, la popolazione di individui viene ordinata in ordine crescente da 1 ad N , in base al valore della sua fitness assoluta, in cui con N si indica la dimensione della popolazione che si ipotizza rimanga costante da generazione in generazione, pertanto le differenze tra un individuo e l'altro

vengono abbattute. Questo, però, potrebbe procurare uno svantaggio, consistente in una bassa convergenza in quanto il miglior cromosoma non si differenzia molto da tutti gli altri.

Steady state selection. In ogni generazione, si individuano i cromosomi migliori (miglior fitness) destinati a creare una figliolanza. Nella generazione precedente, i cromosomi non scelti, definiti non buoni perché non caratterizzati da un buon valore di fitness, vengono rimossi; il loro posto è occupato dalla nuova figliolanza. Il resto della popolazione sopravvive per la nuova generazione.

I.2.3.2 Crossover

Questo tipo di operatore sceglie a caso un locus di un cromosoma, poi scambia la sottosequenza del cromosoma “tagliato” con la sottosequenza di un altro cromosoma. In tal modo si creano due nuovi cromosomi formati dalle parti dei due cromosomi in cui il crossover ha operato. Un esempio è il seguente. Sia A il cromosoma composto dalla stringa:10000100 e B il cromosoma composto dalla stringa 11111111. I due cromosomi possono essere interrotti all’altezza del terzo locus; a partire da tale interruzione è possibile scambiarne i geni generando due nuovi cromosomi, ovvero cromosomi figli. Quindi si avrà il cromosoma C rappresentato dalla parte antecedente il taglio del cromosoma A e per la restante parte, dalla parte che segue il taglio del cromosoma B: C=10011111; il cromosoma D viceversa, sarà rappresentato per una parte dalla parte antecedente il taglio del cromosoma B e per l’altra parte dalla parte che segue il taglio del cromosoma A: D=11100100.

Quanto detto rappresenta il più semplice modo di operare di tale operatore, e viene indicato in letteratura come *single point crossover*. Ovviamente, il crossover può operare più di una volta su un singolo cromosoma, effettuando, quindi più interruzioni e dando, in tal modo, la possibilità di creare una più ampia nuova generazione.

Visivamente il *single point crossover* agisce in questo modo(si indica con | il locus scelto dal crossover, punto di singolo crossover):

cromosoma A: 100 | 00100

cromosoma B: 111 | 11111

nuovi cromosomi:

cromosoma C: 10011111

cromosoma D: 11100100

Si evince che tale operatore rappresenta la ricombinazione tra due singoli cromosomi nella riproduzione biologica.

I.2.3.3 Mutation

Questo operatore cambia l'informazione contenuta in un locus del cromosoma, in tal modo il cromosoma originario non è più lo stesso perché ha subito un processo di mutazione.

Quindi, la mutazione cambia casualmente un individuo introducendo in esso un'alterazione di o più geni originari. Un esempio esplicativo è fornito dal considerare i cromosomi come stringhe del codice binario. Infatti, in tal modo, la mutazione può operare scambiando 0 con 1 o viceversa. Questo tipo di mutazione viene chiamata in letteratura bit mutation e può essere illustrata in questo modo:

cromosoma A: 10010 | 00100110110

cromosoma mutatoA: 11010 | 00100110010

I.2.3.4 Elitism

Questo tipo di operatore consente di copiare il miglior cromosoma dalla generazione cui appartiene a quella nuova, al fine di evitare la perdita di quest'ultimo nella nuova generazione che è possibile ogni qualvolta si effettuino operazioni di crossover o mutation. Elitism incrementa la performance degli algoritmi genetici, poichè, per ogni generazione, previene la perdita della miglior soluzione trovata.

Tali operatori vengono inseriti usualmente nel ciclo del semplice algoritmo genetico. La *fitness* di ogni cromosoma della nuova popolazione viene poi valutata e l'intera procedura ripetuta fin quando non viene soddisfatta la condizione sul miglior individuo.

I.2.4 Parametri degli algoritmi genetici

Risulta fondamentale nell'ottica di un'implementazione degli algoritmi genetici, il settaggio dei valori di diversi parametri, di cui si è discusso nei precedenti paragrafi, che li caratterizzano.

Si esplicitano in via riassuntiva tali parametri:

Iteration number (IN): parametro che indica quante volte l'algoritmo dovrebbe girare. Ovviamente, più è alto il valore IN più è alta la possibilità di raggiungere la miglior soluzione. I ricercatori propongono dei valori compresi tra 150 e 200, ma tutto dipende dalla tipologia del problema.

Population size (PS): parametro che indica da quanti individui è composta la popolazione in una generazione. Se la popolazione non è molto vasta, la possibilità di sfruttare le proprietà dell'operatore crossover sono minime e di conseguenza solo una parte dello spazio delle soluzioni verrebbe esplorata. D'altra parte, se la popolazione fosse troppo vasta, allora l'algoritmo perderebbe di performance a livello di tempi. I ricercatori propongono la grandezza della popolazione compresa tra i 20 e i 30 individui, talvolta anche tra 50÷100.

Mutation number (MN) o *mutation rate*(MR, data MN/PS): parametro che indica la frequenza con cui avvengono le alterazioni dei geni nei cromosomi. Ovviamente se MR è 100% allora tutti i cromosomi della popolazione hanno subito una mutazione, se il valore è 0% nessun cromosoma ha subito alterazioni. Tale operazione di mutazione ha lo scopo di non far ricadere la soluzione dell'algoritmo genetico intorno ad punto di estremo locale, tuttavia essa non deve avvenire in modo frequente in modo tale che non avvengano cambi di direzione nella ricerca casuale dell'algoritmo. Quindi, seppur auspicabile, la velocità di mutazione non deve essere alta. I miglior valori di velocità riportati si aggirano intorno all'1%.

Elitism number (EN) o *elitism rate* (ER, data EN/PS): parametro che indica il numero di cromosomi che deve essere copiato dalla popolazione generatrice a quella nuova. Il valore che assicura che i migliori tratti della popolazione generatrice siano conservati nella nuova si aggira intorno ad un intervallo tra 5 e il 10%.

Crossover number (CN) o *crossover rate* (CR, data CN/PS): parametro che indica quante volte avviene il crossover. Se CR assume il valore di 100% allora tutta la nuova generazione è stata creata da parti sezionate e scambiate della generazione precedente; qualora, invece, fosse 0% allora la nuova generazione è la copia esatta di quella precedente. Si consiglia di assumere un valore alto di CR, per esempio compreso tra 75÷90%.

Si precisa che per tali parametri vale la relazione:

$$MN+EN+CN=PS$$

quindi

$$MR+ER+CR=1$$

Si pone in evidenza, inoltre, che non esiste una teoria capace di suggerire i parametri degli algoritmi genetici validi in generale, quindi per ogni tipo di problema. Pertanto, nel lavoro di ricerca del Dott. Ing. Silvestri, “*Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping system.*”, si è svolto un accurato lavoro di calibrazione dei vari parametri, valori che sono stati successivamente ripresi per l’analisi sull’argomento indagato. Tali valori verranno indicati nel paragrafo seguente.

I.2.5 Caratteristiche dell’algoritmo genetico per la simultanea ottimizzazione della dimensione e della posizione dei dispositivi.

Si tracciano ora le linee generali per l’implementazione dell’algoritmo.

Una possibile soluzione (*individuo*) è una possibile distribuzione di dispositivi dalle dimensioni differenti che connettono piani adiacenti, piani non adiacenti, piani al terreno o punto fisso.

Ogni individuo è rappresentato da una stringa di $N(N+1)/2$ geni, essendo $N(N+1)/2$ il numero totale di dispositivi che possono essere inseriti in qualsiasi posizione nelle strutture shear-type.

E' adottato come metodo di codifica il *value encoding*.

Il gene in un particolare *locus* rappresenta la dimensione di un dispositivo posizionato in una data posizione.

Ogni gene di un individuo è dato da un numero intero compreso tra 0 e 10, che rappresenta quanto grande sia la taglia del dispositivo in una data posizione rispetto agli altri.

Il *locus* del gene rappresenta un possibile posizionamento tra le $N(N+1)/2$ possibilità consentite in Free Placement.

IN = 300

PS = 30 individui

MR= 17%

La tipologia di mutation adottata è la bit mutation

ER= 17%

CR= 17%

CR = 66%

Il metodo di selezione scelto è la *roulette wheel selection*

La tipologia di *cross over* adottata è la *single point crossover*.

Ovviamente tali valori sono stati ricavati dal lavoro di calibrazione esposto nella tesi di dottorato del Dott. Ing. Silvestri.

I.2.6 Sulla metodologia adottata

La procedura utilizzata per lo sviluppo di un algoritmo numerico con cui avviene l'ottimizzazione del sistema di smorzamento si basa:

sulla descrizione dei dati e delle variabili del sistema matematico che modella il problema fisico;

sull'introduzione di un vincolo sulle variabili;

sull'individuazione di una serie di indici sintetici delle prestazioni del sistema da considerarsi, poi, come funzioni obiettivo da ottimizzare.

I.2.6.1 Descrizione delle variabili del sistema struttura+dispositivi

Si precisa con il nome dispositivo si indica qualsiasi tipo di elemento aggiuntivo atto a modificare il comportamento dinamico della singola struttura, a prescindere dalle sue caratteristiche meccaniche, di funzionamento, di taglia o di posizione.

Si descrive l'equazione del moto per una struttura a telaio shear-type a N piani dotata di dispositivi di smorzamento. Tale sistema è soggetto ad una forzante sismica orizzontale.

L'equazione del moto nel dominio del tempo per un sistema di questo tipo è:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m \cdot \mathbf{1} \cdot \ddot{u}_g(t) \quad \text{I. 1}$$

In cui:

- $u(t)$ è il vettore colonna che individua gli spostamenti di piano della struttura;
- $\mathbf{1}$ è il vettore d'influenza le cui componenti sono pari all'unità e di ordine N, ovvero tanti quanti sono i piani della struttura

Le proprietà inerziali, elastiche e dissipative della struttura sono racchiuse, rispettivamente nella matrice delle masse m ; nella matrice della rigidità k , nella matrice di smorzamento c .

Si riporta l'espressione dell'equazione del moto per un sistema a tre gradi di libertà:

$$\begin{bmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & m_2 & \vdots \\ 0 & \dots & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_4 & -c_2 & -c_4 \\ -c_2 & c_2 + c_3 + c_5 & -c_3 \\ -c_4 & -c_3 & c_3 + c_4 + c_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ k_2 & k_2 + k_3 & k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & m_2 & \vdots \\ 0 & \dots & m_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_g \\ \ddot{u}_g \end{bmatrix} \quad \text{I. 2}$$

Si precisa che l'indice del coefficiente di smorzamento non è riferito al piano poichè i dispositivi, in questo caso smorzatori viscosi, possono essere collocati in diverse posizioni ed essere un numero maggiore del numero dei piani.

Sono assunte grandezze note la matrice delle masse e quella delle rigidità, mentre la matrice di smorzamento è l'incognita da determinare attraverso l'ottimizzazione.

I.2.6.2 Il vincolo di “total cost”

Si introduce il vincolo che lega la dimensione di tutti i dispositivi presenti sulla struttura al fine di poter svolgere un’adeguata procedura di ottimizzazione e un altrettanto confronto fra i diversi sistemi di dissipazione utilizzati.

In particolare, essendo il costo di ogni dispositivo proporzionale ovviamente alla sua caratteristica principale, ovvero se si tratta di smorzatori viscosi, sono proporzionali al coefficiente di smorzamento viscoso, si indica come costo totale la somma dei coefficienti di smorzamento.

Il vincolo, c_{tot} , è pari alla somma di tutti, in questo esempio, coefficienti di smorzamento degli smorzatori presenti sulla struttura, c_j :

$$c_{tot} = \sum_{j=1}^M c_j = \bar{c}$$

I. 3

In relazione all’usuale notazione per la matrice di smorzamento, la condizione di cui sopra viene tradotta nella seguente espressione:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} = \bar{c}$$

I. 4

I.2.6.3 Individuazione degli indici sintetici

Gli indici che vengono identificati di seguito sono necessari per valutare le capacità dei diversi sistemi di smorzamento:

- Primo tipo: rapporto di smorzamento modale
- Secondo tipo: indici definiti in base alla risposta del sistema di un input stocastico
- Terzo tipo: rappresentazioni delle risposte caratteristiche della struttura (spostamenti, velocità, accelerazioni e interstorey drift angles) soggetta ad un dato numero di sismi.

Poichè in tale sezione si vuole esporre la metodologia eseguita per ottimizzare il sistema dei dispositivi introdotti, si specificheranno solo gli indici del secondo tipo essendo gli altri meno necessari alla definizione di tale procedura.

Indici definiti in base alla risposta del sistema ad un input stocastico.

Sia il sistema N-dof soggetto ad una accelerazione orizzontale $\ddot{u}_g(t)$, l'equazione del moto del sistema sotto il dominio delle frequenze assume tale forma:

$$(-\omega^2 \mathbf{m} + i\omega \mathbf{c} + \mathbf{k})\mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{m}\mathbf{1}\ddot{U}_g(\omega) \quad \text{I. 5}$$

in cui ω è la frequenza naturale del sistema, i è l'unità immaginaria e $U(\omega)$ e $\ddot{U}(\omega)$ sono rispettivamente il vettore colonna della trasformata di Fourier dello spostamento di piano $u_i(t)$ e la trasformata di Fourier dell'input dell'accelerazione orizzontale $\ddot{u}_g(t)$.

L'espressione di cui sopra, viene riscritta nel seguente modo sintetico:

$$\mathbf{A}(\omega) \cdot \mathbf{U}(\omega) = \mathbf{B} \cdot \ddot{U}_g(\omega) \quad \text{I. 6}$$

Dove

$\mathbf{A}(\omega)$ è una matrice NxN

$\mathbf{B} = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{1}$ è il vettore delle masse Nx1

Si ricava dall'espressione compatta la risposta del sistema:

$$\mathbf{U}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \cdot \ddot{U}_g(\omega) \quad \text{I. 7}$$

in cui si definisce $\mathbf{H}(\omega)$, vettore della funzione di trasferimento del sistema pari a:

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{A}(\omega)^{-1} \cdot \mathbf{B} \quad \text{I. 8}$$

Si assume che l'input sia costituito da un processo casuale stazionario, con media nulla e avente la funzione di densità spettrale PSD definita da $S_g(\omega)$. La varianza della risposta del j-esimo piano corrisponde alla risposta media del quadrato dello spostamento del j-esimo piano della struttura.

$$\sigma_j^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H_j(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega \quad \text{I. 9}$$

in cui H_j è la j-esima componente del vettore della funzione di trasferimento del sistema $\mathbf{H}(\omega)$.

si nota che la σ_j^2 denota la deviazione standard della risposta del j-esimo piano.

In merito alla definizione degli indici, al fine di perseguire risultati validi nella maggior parte dei casi, è stato considerato l'input stocastico aventi tali caratteristiche:

White noise, con limiti di banda compresi tra 0 e $\bar{\omega} = 60 \text{ rad/sec}$, stazionario, gaussiano con media nulla

Costante ampiezza di densità spettrale pari a:

$$A^2 = 0.144 \text{ m}^2/\text{s}^3; \tag{I. 10}$$

$$S_x(\omega) = \begin{cases} A^2 \rightarrow 0 \leq \omega \leq \bar{\omega} \\ 0 \rightarrow \text{elsewhere} \end{cases} \tag{I. 11}$$

La scelta di questi valori trova giustificazione nel fatto che la deviazione standard dell'accelerazione alla base della struttura sottoposta a questo tipo di input stocastico è di 0.3g (g accelerazione di gravità).

Si definisce quindi la varianza di tale input stocastico che corrisponde alla media del quadrato dello spostamento del j-esimo piano della struttura (risposta della struttura).

$$\sigma_j^2 = A^2 \int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega \tag{I. 12}$$

Di seguito, si riportano le espressioni dei vari indici:

Indice I₁: deviazione standard dello spostamento dell'ultimo piano.

$$I_1 = \sigma_N = A \sqrt{\int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega} \tag{I. 13}$$

In cui N è l'indice dell'ultimo piano.

Indice I₂: deviazione standard del taglio alla base

$$I_2 = k_2 \sigma_1 = k_2 A \sqrt{\int_0^{\bar{\omega}} |H_j(\omega)|^2 d\omega} \tag{I. 14}$$

Indice I₃: media della deviazione standard dell'angolo di inter-storey drift.

Per questo indice viene definita la varianza dell'inter-storey drift, che segue l'espressione della varianza dello spostamento sopra indicata, pur contenendo una diversa espressione della funzione di trasferimento.

Infatti la varianza di inter-storey drift di una struttura soggetta ad un input stocastico del tipo descritto precedentemente è:

$$\sigma_{IDj}^2 = A^2 \int_0^{\infty} |H_{IDj}(\omega)|^2 d\omega \quad \text{I. 15}$$

dove H_{IDj} è la j-esima componente del vettore della funzione di trasferimento dell'inter-storey drift $H_{ID}(\omega)$, che viene espressa come segue:

$$H_{ID}(\omega) = T \cdot H(\omega) \quad \text{I. 16}$$

in cui T è una matrice NxN i cui elementi hanno valore 1 o -1 o 0, che permette di passare dagli spostamenti assoluti di piano agli spostamenti relativi tra un piano e l'altro.

Tale matrice viene così definita:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & & & \\ -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & -1 & 1 & 0 & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \end{bmatrix} \quad \text{I. 17}$$

A partire dalla definizione della varianza di inter-storey drift, viene definito l'indice I_3 che corrisponde alla media della deviazione standard degli angoli d'inter-storey drift:

$$I_3 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_{IDj}}{h_j} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{A}{h_j} \sqrt{\int_0^{\infty} |H_{IDj}(\omega)|^2 d\omega} \quad \text{I. 18}$$

in cui h_j rappresenta l'altezza d'interpiano tra il piano j-1 e il piano j della struttura.

Indice I_4 : somma dei valori della funzione di trasferimento d'inter-storey drift relativa alla frequenza propria.

Questo indice è stato proposto in quanto necessario per confrontare i risultati ottenuti nel lavoro di ricerca del Dott. Ing. Silvestri con i precedenti, presenti in letteratura.

$$I_4 = \sum_{j=1}^N |H_{IDj}(\omega)|$$

I. 19

Indice I₅: indice complessivo

Tale indice raggruppa tutti gli indici precedentemente esposti al fine di confrontare la totalità delle proprietà dissipative di ogni sistema.

$$I_5 = \frac{1}{4} \sum_{r=1}^4 \frac{I_r}{I_{r,min}}$$

2. 95

in cui $I_{r,min}$ rappresenta il minimo valore, quindi quello che individua il sistema di smorzamento migliore, dei diversi indici osservato tra tutti i sistemi di smorzamento del gruppo.

I.2.7 Tipologie di dispositivi

Nel lavoro di ricerca del Dott. Ing. Stefano Silvestri, *“Optimal insertion of viscous damper in shear-type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system”*, vengono espone diverse tipologie di dispositivi, in particolare di smorzatori viscosi in base al posizionamento nella struttura, che caratterizza anche il loro comportamento dissipativo.

In particolare, l’analisi è incentrata sulla matrice di smorzamento alla Rayleigh, di cui si mette in evidenza la parte proporzionale alla massa e quella proporzionale alla rigidezza. Distinguendo queste due parti, si possono identificare due sistemi di smorzamento distinti e fisicamente separati, con la possibilità di implementarli nella struttura in maniera indipendente; tali sistemi, che costituiscono i due casi limite nell’ambito della classe dei sistemi di Rayleigh vengono chiamati: sistemi “SPD”, stiffness proportional damping e sistemi “MPD”, mass proportional damping.

Sia c^r la matrice di smorzamento alla Rayleigh definita, com’è noto, dalla seguente espressione:

$$c^* = \alpha m + \beta k \tag{I. 20}$$

In cui m e k sono, rispettivamente, la matrice delle masse e delle rigidezze, mentre α e β sono delle costanti aventi le dimensioni, rispettivamente di $[\text{sec}^{-1}]$ e $[\text{sec}]$.

Pertanto, è possibile definire la matrice di smorzamento MPD, corrispondente al sistema MDP come:

$$c^{MPD} = \alpha m \tag{I. 21}$$

e la matrice di smorzamento SPD, corrispondente al sistema SPD come:

$$c^{SPD} = \beta k \tag{I. 22}$$

In notazione estesa per una struttura shear-type a N piani, nota la rigidezza laterale di piano e nota la massa di piano, la matrice di smorzamento proporzionale alle masse è della seguente forma:

$$c^{MPD} = \begin{bmatrix} \alpha m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha m_3 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha m_N \end{bmatrix} \tag{I. 23}$$

La forma di quella proporzionale alle rigidezze è :

$$c^{SPD} = \begin{bmatrix} \beta(k_1 + k_2) & -\beta k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta k_2 & \beta(k_2 + k_3) & -\beta k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta k_3 & \beta(k_3 + k_4) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \beta k_N \\ 0 & 0 & 0 & -\beta k_N & \beta k_N \end{bmatrix} \tag{I. 24}$$

Si nota che queste matrici di smorzamento sono indipendenti sia per quanto riguarda il loro posizionamento, sia per quanto riguarda il loro dimensionamento.

In particolare del sistema MPD è lecito affermare che:

- In merito alla posizione, è un sistema del tipo Fixed Point Placement, (abbreviazione FP), ovvero ogni dispositivo collega il piano ad un punto fisso che può essere il terreno oppure un nucleo infinitamente rigido. Per questo tipo di posizionamento, gli smorzatori producono delle forze dissipative che sono proporzionali alla velocità relativa tra il piano e il punto fisso.
- In merito alla dimensione, è un sistema proporzionale alle masse di piano.

Per il sistema SPD, invece, si può affermare che:

- In merito alla posizione, è un sistema del tipo Inter-storey placement, (abbreviazione IS), in cui ogni dispositivo è disposto tra due piani consecutivi e capace di produrre una forza proporzionale alla velocità relativa tra i due piani adiacenti.
- In merito alla dimensione, è un sistema proporzionale alla rigidità degli elementi verticali che connettono i corrispondenti piani adiacenti.

Quanto esplicitato sopra, rappresenta la distinzione tra i due casi limite, che come si è detto in precedenza, contengono tutti i possibili casi di smorzamento alla Rayleigh; infatti, si possono comunque definire altri sistemi di smorzamento caratterizzati da un diverso posizionamento oppure da un diverso tipo di dimensione. Tali sistemi, più generali dei due descritti in precedenza, si distinguono per:

Posizione

Dimensione

Per quanto riguarda la posizione, essi possono essere collocati in qualsiasi punto:

- FP (Fixed Point placement): ogni dispositivo connette il piano a cui è legato ad un punto fisso
- IS (Inter-storey placement): ogni dispositivo connette piani adiacenti
- F (Free placement): un dispositivo può connettere piani non adiacenti
- IS+FP: insieme di sistemi FP e IS.

Per quanto riguarda la dimensione, si possono classificare i dispositivi di smorzamento in tre categorie:

- MP (Mass Proportional sizing): il coefficiente di smorzamento c_j di ogni dispositivo è proporzionale alla corrispondente massa di piano (massa del piano cui è connesso il dispositivo).
- SP (Stiffness Proportional sizing): il coefficiente di smorzamento c_j di ogni dispositivo è proporzionale alla rigidità alla traslazione orizzontale degli elementi verticali che connettono due piani adiacenti.
- F (Free sizing) : il coefficiente di smorzamento di ogni dispositivo può assumere qualsiasi valore; ovviamente, il dispositivo, il cui coefficiente di smorzamento c_j non è proporzionale né alla massa né alla rigidità ricade in tale categoria.

II Analisi Modale Parametrica

II.1 Trattazione matematica

Nella definizione del problema si esplicitano le grandezze note, quelle incognite e i parametri.

Grandezze note:

- Massa di piano
- Forza sismica
- Distribuzione delle rigidità dei dispositivi lungo l'altezza

Grandezze incognite:

- Rigidità totale del dispositivo, o rigidità dei dispositivi ad ogni piano (incognita utilizzata per il sistema a due gradi di libertà).

Parametro variabile

- Rigidità dei pilastri

Il metodo risolutivo che s'intende seguire è basato sullo svolgimento di un'analisi modale in funzione del parametro e dell'incognita, di cui sopra.

Successivamente, ricavato il vettore di spostamento d'interpiano della struttura si impone che esso sia minore o al più uguale allo spostamento d'interpiano obiettivo.

Ovviamente, si tratta di risolvere un sistema di equazioni irrazionali, in funzione di due parametri; per questa ragione, la trattazione specifica e dettagliata per cui si arriva ad una soluzione matematica è esposta solo per una struttura a due gradi di libertà.

II.1.1 Steps del procedimento

1. definizione delle matrici di rigidezze e delle masse
2. problema agli autovalori
3. passaggio allo spazio modale
4. imposizione dello spostamento massimo spettrale (funzione dell'intensità della forza sismica)
5. ritorno allo spazio fisico
6. imposizione dello spostamento obiettivo

II.1.2 Steps del procedimento in formule

1. definizione della matrice delle masse e delle rigidezze

matrice delle rigidezze:

k_c = rigidezze di piano

k_{dtot} = rigidezza totale del dispositivo

α_i = coefficiente di distribuzione delle rigidezze

$$k = \begin{bmatrix} 2 * k_c + k d_1 & -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_c & 2 * k_c + k d_2 & -k_c & & & & \\ 0 & -k_c & 2 * k_c + \alpha_3 k d_{tot} & -k_c & & & \\ 0 & \dots & -k_c & 2 * k_c + \alpha_i k d_{tot} & & & \\ 0 & & & & \dots & & \\ 0 & & & & & \dots & -k_c \\ 0 & \dots & & & & & -k_c & k_c + \alpha_n k d_{tot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 * k_c + \alpha_1 \cdot k d_{tot} & -k_c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_c & 2 * k_c + \alpha_2 k d_{tot} & -k_c & & & & \\ 0 & -k_c & 2 * k_c + k d_3 & -k_c & & & \\ 0 & \dots & -k_c & 2 * k_c + k d_i & & & \\ 0 & & & & \dots & & \\ 0 & & & & & \dots & -k_c \\ 0 & \dots & & & & & -k_c & k_c + k d_n \end{bmatrix}$$

II. 1

matrice delle masse:

m_i = massa di piano

$$m = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & m_i & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & m_i & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m_i & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & m_i & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & m_i \end{bmatrix}$$

II. 2

2. Problema agli autovalori

$$(k - m \cdot I \cdot \omega^2) \cdot \varphi = 0$$

$$(m^{-1} \cdot k - I \cdot \omega^2) \cdot \varphi = 0$$

$$(A - I \cdot \omega^2) \cdot \varphi = 0$$

II. 3

autovettori $\rightarrow \omega_i^2 \rightarrow$ pulsazioni $\rightarrow \sqrt{\omega_i^2 (kd_{tot})}$

II. 4

autovalori \rightarrow matricemodale $\rightarrow \varphi(kd_{tot}) = [\varphi^1 \quad \varphi^2 \quad \dots \quad \varphi^n] \rightarrow$ autovettoremodale $\rightarrow \varphi^i \rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{1,i} \\ \varphi_{2,i} \\ \varphi_{3,i} \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_{n,i} \end{bmatrix}$$

II. 5

3. Spazio modale e fattore di partecipazione del primo modo

Matrici modali

$$K = \varphi^t \cdot k \cdot \varphi$$

$$M = \varphi^t \cdot m \cdot \varphi$$

II. 6

Vettore di trascinamento

$$R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

II. 7

Fattore di partecipazione

$$\Gamma_n(kd_{tot}) = \frac{\varphi_n^t \cdot m \cdot R}{M_n} \quad \text{II. 8}$$

4. Imposizione dello spostamento massimo spettrale

$$D_n(kd_{tot}) = \frac{S_a}{\omega_n^2(kd_{tot})}$$

$$D_n(kd_{tot}) = \frac{\alpha_v \cdot PGV}{2\pi} \cdot T_n(kd_{tot}) = \frac{1.74 \cdot 0.20(m/s)}{2\pi} \cdot T_n(kd_{tot}) \quad \text{II. 9}$$

$$q_n(kd_{tot}) = \Gamma_n(kd_{tot}) D_n(kd_{tot})$$

5. ritorno allo spazio fisico

$$u_n(kd_{tot}) = \varphi_n \cdot q_n \quad \text{II. 10}$$

6. imposizione del spostamento obiettivo

$$u_n = \delta_{FO} \quad \text{II. 11}$$

Il punto sei consiste nell'imporre che lo spostamento del primo piano relativo alla prima forma modale sia al più uguale allo spostamento obiettivo, più precisamente si è imposto che la risoluzione del problema è data dallo spostamento d'interpiano in funzione della rigidità totale massimo imposto uguale allo spostamento obiettivo.

Per una struttura a 2 gradi di libertà, si è imposto che contemporaneamente, per entrambi gli spostamenti d'interpiano, sia verificata la condizione dell'uguaglianza con lo spostamento obiettivo.

Il metodo viene esplicitato per una struttura a due piani.

Sostituendo le matrici generali con matrici idonee a due gradi di libertà, matrici 2x2, si ottiene il determinante da cui ricavare gli autovalori, pulsazioni al quadrato e risolvendo il sistema algebrico, mediante sostituzione degli autovalori ottenuti, si ottengono gli auto vettori, funzione, come l'autovalore di mi, kc, kdtot.

$$k = \begin{bmatrix} 2kc + kd1 & -kp \\ -kp & kp + kd2 \end{bmatrix}$$

$$m = \begin{bmatrix} mi & 0 \\ 0 & mi \end{bmatrix}$$

$$(k - m\omega^2)\varphi = 0$$

II. 12

Determinante della matrice deve essere uguale a zero:

$$\det(k - m\omega^2) = \begin{bmatrix} 2kc + kd1 - m\omega^2 & -kp \\ -kp & kp + kd2 - m\omega^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$(2kc + kd1 - m\omega^2) \cdot (kp + kd2 - m\omega^2) - k_p^2 = 0$$

$$m^2 \omega^4 - m\omega^2 (3kp + kd1 + kd2) + (kp(2kd2 - kp) + kd1(kp + kd2)) = 0$$

II. 13

Da cui si ricavano le pulsazioni naturali:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{2mi} \cdot \left(3kp + kd1 + kd2 - \sqrt{5k_p^2 + 2kp(kd1 - kd2) + (kd1 - kd2)^2} \right)}$$

II. 14

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{2mi} \cdot \left(3kp + kd1 + kd2 + \sqrt{5k_p^2 + 2kp(kd1 - kd2) + (kd1 - kd2)^2} \right)}$$

II. 15

I periodi:

$$T_1 = 2\pi / \sqrt{\frac{1}{2mi} \cdot \left(3kp + kd1 + kd2 - \sqrt{5k_p^2 + 2kp(kd1 - kd2) + (kd1 - kd2)^2} \right)}$$

II. 16

$$T_2 = 2\pi / \sqrt{\frac{1}{2mi} \cdot \left(3kp + kd1 + kd2 + \sqrt{5k_p^2 + 2kp(kd1 - kd2) + (kd1 - kd2)^2} \right)}$$

II. 17

Da cui si ricava la matrice modale e il fattore di partecipazione, di conseguenza, svolgendo le operazioni sopra esplicitate.

Si riporta il vettore dello spostamento d'interpiano, indicando con:

- id11 lo spostamento d'interpiano del primo piano relativo al primo modo
- id21 lo spostamento d'interpiano del secondo piano relativo al primo modo

$$\text{id11} = \left[\frac{3.99 \cdot 10^{15}}{3.60 \cdot 10^{16}} \left(-\frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}a \right) \cdot \left(\frac{\left(-\frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}conj(a) \right) mi}{kp} + mi \right) \pi \right]$$

$$\left[kp \left(\left(-\frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}conj(a) \right) mi \left(-\frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}a \right) \frac{1}{kp} + mi \right) \cdot \left(\frac{\frac{3}{2}kp + \frac{1}{2}kd1 + \frac{1}{2}kd2 - \frac{1}{2}a}{mi} \right)^{1/2} \right]$$

II. 18

$$a = \left(5k_p^2 + 2k_{d1}k_p - 2k_{d2}k_p + (k_{d1} - k_{d2})^2 \right)^{1/2}$$

$$\mathbf{id21} = \frac{\left(\frac{3.99 \cdot 10^{15}}{3.60 \cdot 10^{17}}\right) \left(\frac{cmi}{kp} + mi\right) \pi}{\left(\frac{c \cdot mi \cdot b}{k_p^2} + mi\right) \left(\frac{\frac{3}{2}kp + \frac{1}{2}kd1 + \frac{1}{2}kd2 - \frac{1}{2}a}{mi}\right)^{1/2}} \left(1 - \frac{b}{kp}\right) \quad \text{II. 19}$$

$$a = 5 \cdot k_p^2 + 2k_{d1}k_p - 2k_{d1}k_p + (k_{d1} - k_{d2})^2$$

$$b = -\frac{1}{2}k - \frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}a$$

$$c = -\frac{1}{2}k - \frac{1}{2}k_p - \frac{1}{2}k_{d1} + \frac{1}{2}k_{d2} + \frac{1}{2}conj(a)$$

Il sistema risolvete è :

$$\begin{cases} id11 = \delta_{FO} \\ id21 = \delta_{FO} \end{cases} \quad \text{II. 20}$$

II.1.3 Risultati.

In questa sezione, vengono mostrati quale siano i risultati sotto un input generico, spostamento generico, ripreso dall'articolo " On the seismic Response Spectra and thier Schematisation" (Trombetti T., Silvestri S., Gasparini G., (2010)) e sotto uno spostamento spettrale, ricavato dalla pseudo accelerazione spettrale del tratto compreso tra il periodo TB e il periodo TC, così come definito nelle 'Norme tecniche per le costruzioni', D.M.08.

Al fine di condurre un'analisi sulla variabilità della rigidezza dei dispositivi al variare del periodo stesso della struttura, si è fissata la massa di piano m_i (valore = $0.8 \cdot 10^5$ [kg]) e si è fatta variare la rigidezza di piano da un minimo $2 \cdot 10^6$ a $4 \cdot 10^7$ [N/m].

Sotto i diversi spostamenti imposti D_n , si sono ottenuti i seguenti grafici:

Valori ottenuti per input generico, $D_n = \frac{\alpha_v}{2\pi} PGV \cdot T_n$

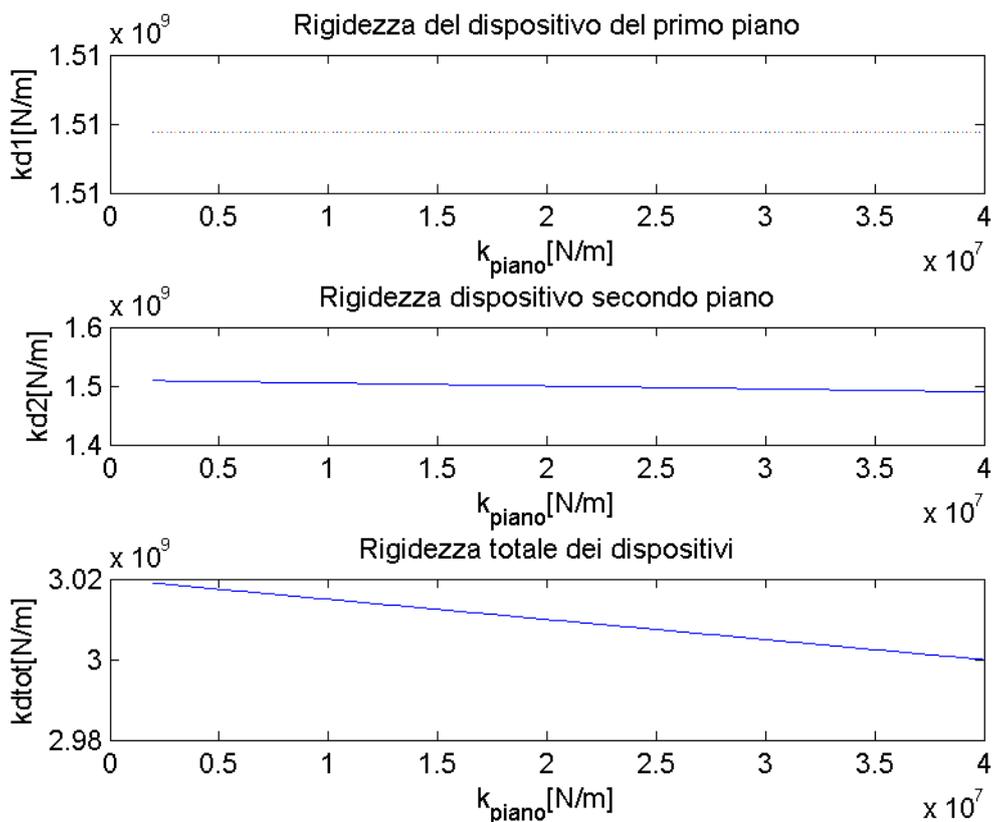


Figura I. 1 Andamento della rigidezza di ciascun dispositivo e totale per una struttura sottoposta a input generico, con massa fissa $0.8 \cdot 10^5$ [kg] e rigidezza di piano variabile $2 \cdot 10^6$ a $4 \cdot 10^7$ [N/m]

Valori ottenuti per $D_n = S_a / \omega_n^2$

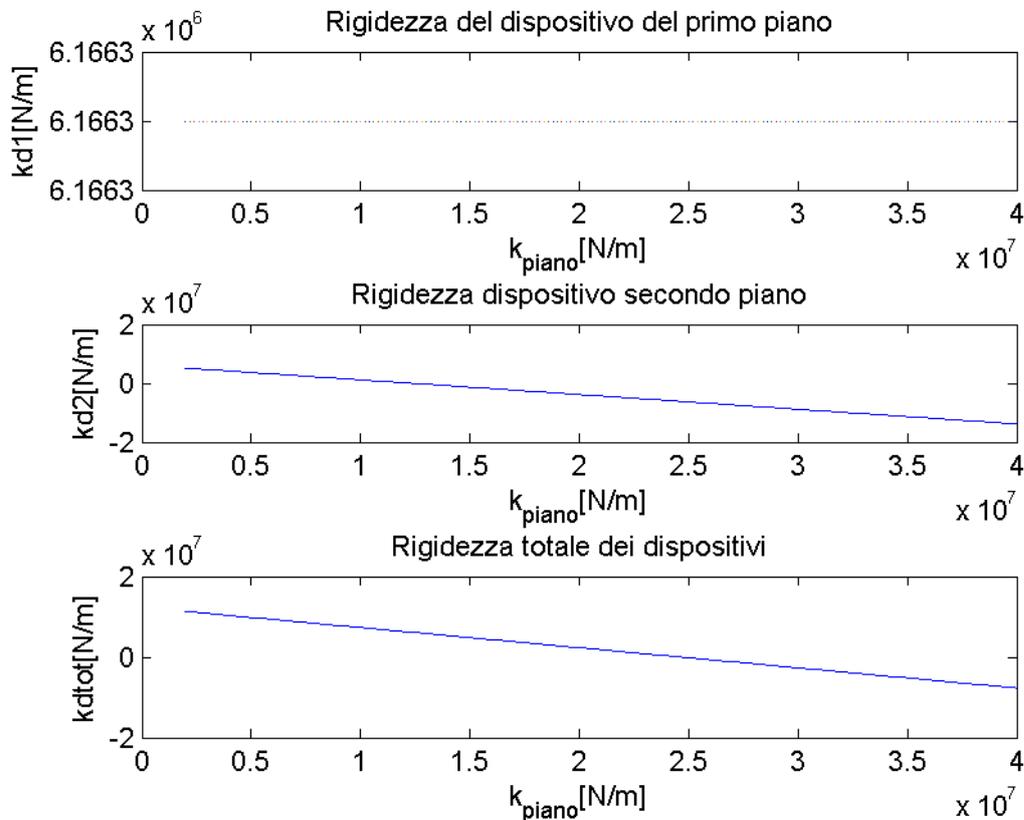


Figura I. 2 Andamento della rigidezza di ciascun dispositivo e totale per una struttura sottoposta a accelerazione spettrale massima, con massa fissa $0.8 \cdot 10^5$ [kg] e rigidezza di piano variabile $2 \cdot 10^6$ a $4 \cdot 10^7$ [N/m]

Si rileva che la rigidezza di un dispositivo posto al primo piano è indipendente dalla rigidezza di piano, mentre quella di un dispositivo posto al secondo piano è inversamente proporzionale ad essa, infatti diminuisce all'aumentare della stessa.

Si è svolta un'analisi variando il periodo della struttura, la rappresentazione è stata visualizzata per valori crescenti di rigidezza.

Se, invece, si esegue l'analisi variando la massa di piano e mantenendo costante la rigidezza di piano, si ottiene il seguente andamento:

Valori di rigidezza per:

$$\text{un input generico: } D_n = \frac{\alpha_v}{2\pi} PGV \cdot T_n$$

$$k_p = 4 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$m_i = 0.8 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

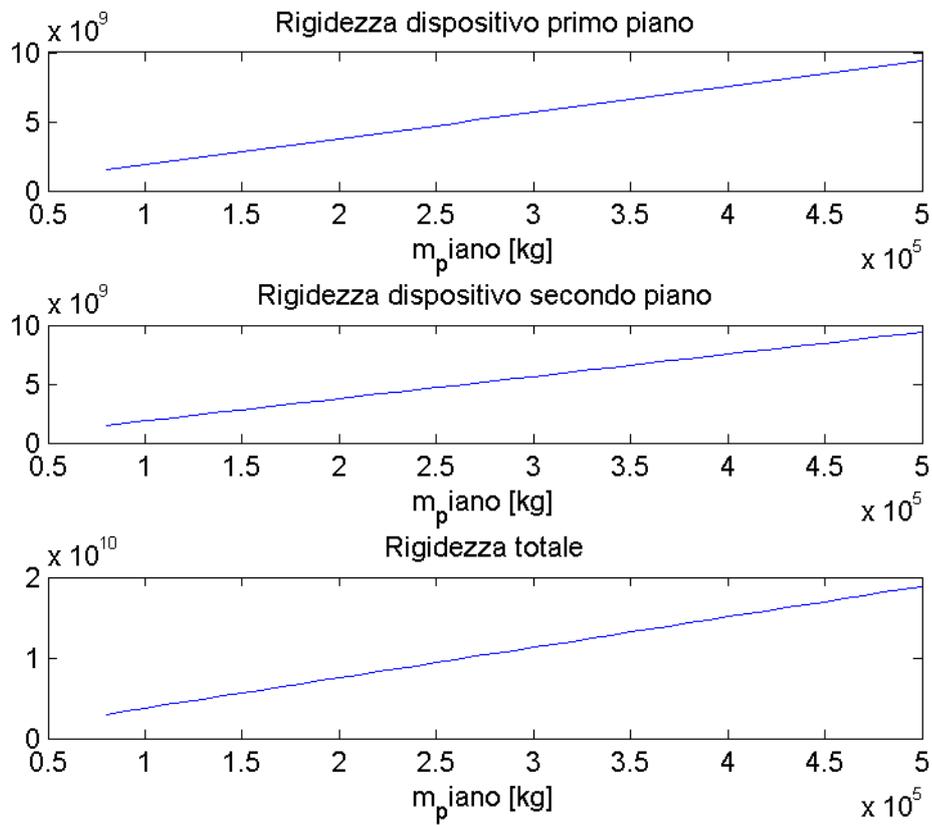


Figura I. 3 Andamento della rigidezza di ciascun dispositivo e totale per una struttura sottoposta a input generico, con rigidezza fissa $4 \cdot 10^7$ [N/m] e massa di piano variabile $0.8 \cdot 10^5$ a $5 \cdot 10^5$ [kg]

Valori di rigidezza per:

un input generico: $D_n = S_a / \omega_n^2$

$$k_p = 4 \cdot 10^7 \text{ N/m}$$

$$m_i = 0.8 \cdot 10^5 \div 5 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

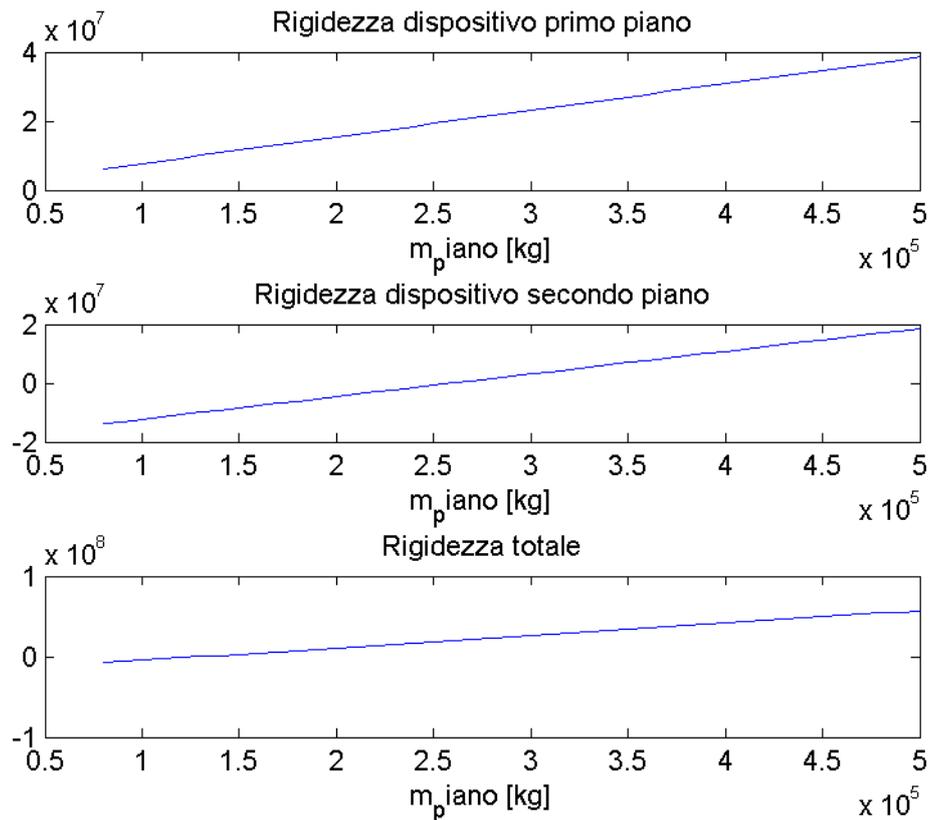


Figura I. 4 Andamento della rigidezza di ciascun dispositivo e totale per una struttura sottoposta a accelerazione spettrale massima, con rigidezza fissa $4 \cdot 10^7$ [N/m] e massa di piano variabile $0.8 \cdot 10^5$ a $5 \cdot 10^5$ [kg]

Quindi per una struttura a due piani, soggetta ad un input generico il valore della rigidezza iniziale per una struttura a due piani, con caratteristiche:

-massa $0.8 \cdot 10^5$ kg

-rigidezza di piano $4 \cdot 10^7$ N/m

assume il valore di $3 \cdot 10^9$ N/m.

Si nota che per un input caratterizzato dai valori di accelerazione massima spettrale al livello prestazionale *fully operational* la rigidezza dei dispositivi risulta essere negativa, perché già la sola struttura è in grado di soddisfare questo livello prestazionale.

Calando, ovviamente la rigidezza oppure aumentando la massa, si nota che per soddisfare il limite imposto al livello *fully operational*, sono necessari i dispositivi.

Si può affermare, analizzando i risultati ottenuti, che, all'aumentare della rigidezza di piano della struttura, mantenendo costante la massa di piano, la rigidezza totale è somma di

retta con coefficiente angolare pari a zero e di una retta monotona decrescente; il risultato ottenuto in questa indagine parametrica evidenzia che la rigidezza del dispositivo da inserire al primo piano è indipendente dalla rigidezza di piano, mentre la rigidezza del secondo dispositivo cala al suo aumento.

Nella successiva indagine parametrica, svolta per valori crescenti della massa di piano e valore costante della rigidezza di piano, si nota, al contrario, che entrambe le rigidezze dei dispositivi aumentano all'aumentare della massa; ovvero aumentano all'aumentare del primo periodo proprio della struttura.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Viola, E (2001), *Fondamenti di dinamica e vibrazioni delle strutture*, Pitagora Editrice, Bologna
- [2] Nunziata (2004), *Teoria e pratica delle strutture in cemento armato*.
- [3] Chopra, A.K.(1995), *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- [4] Priestley, M.J.N., Calvi, G.M. and Kowalsky, M.J. (2007), *Direct Displacement-Based Seismic Design of Structures*, IUSS Press, Pavia.
- [5] Priestley, M.J.N (2003), *Myths and Fallacies in Earthquake Engineering*, IUSS Press, Pavia.
- [6] Mitchell, M. (1998), *An introduction to Genetic Algorithms*, Mit Press, Cambridge, Massachusetts
- [7] SEAOC Vision 2000 Committee. *Performance-based seismic engineering*. Report prepared by Structural Engineers Association of California, Sacramento, CA, 1995.
- [8] R. D. Bertero and V. V. Bertero (2002), *Performance-based seismic engineering: the need for a reliable conceptual comprehensive approach*, John Wiley & Sons.
- [11] William J. Palm III (2005), *Introduction to Matlab 7 for Engineers*, McGraw-Hill, Milano
- [12] CNR – UNI 10011, *Costruzioni in acciaio; Istruzioni per il calcolo, l'esecuzione, il collaudo e la manutenzione*, Giugno 1988.
- [13] “*Norme Tecniche per le Costruzioni*” adottate con il D.M. del 14 gennaio 2008 e pubblicate sul S.O. n. 30 alla G.U. n. 29 del 04/02/2008.
- [14] Trombetti T., Silvestri S., Gasparini G.(2010), “A Five – Step Procedure for the Dimensioning of Viscous Dampers to be Inserted in Building Structure”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 14, No,3(2010) 417-447
- [15] Trombetti T., Silvestri S., Gasparini G.(2010), “On the seismic Response Spectra and their Schematisations”
- [16] “Optimal Insertion of viscous dampers in shear – type structures for maximum efficiency in mitigation of the seismic effects: the mass proportional damping (MPD) system”, Tesi di laurea di dottorato, Dott. Ing. Stefano Silvestri (2003).
- [17] “*Sistemi innovativi di controvento dissipativo per strutture in acciaio in zona sismica*”, Tesi di laurea di Eleonora Guidi, Università di Bologna 2007/2008.

- [18] *“Progettazione sismica di tipo prestazionale di una struttura in acciaio”*, Tesi di laurea di Ilaria Ricci, Università di Bologna 2007/2008.

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Tomaso Trombetti per la disponibilità, i consigli, la passione che ha saputo trasmettermi nel portare avanti questo lavoro.

Ringrazio il Prof. Stefano Silvestri per la continua pazienza che ha avuto nell'indicarmi la strada quando a volte la perdevo, per la disponibilità e l'entusiasmo con cui, ad ogni revisione, ascoltava i miei risultati.

Ringrazio Ilaria, perché con lei le attese in dipartimento sembravano un piacere; la ringrazio per avermi tranquillizzato ed incoraggiato.

Ringrazio la mia famiglia, la mia grande famiglia, perché mi ha sempre sostenuto ed incoraggiato, e perché senza, non avrei raggiunto questo traguardo.