

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

Scuola di Scienze  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Fisica

**Time Crystals: Trattazione dell'argomento  
al fine della pubblicazione sull'enciclopedia  
online Wikipedia**

**Relatore:**  
**Prof. Enrico G. Campari**

**Candidato:**  
**Giovanni Campri**

Anno Accademico 2017/2018



*“Se ho visto più lontano,  
è perché stavo sulle spalle di giganti.”  
-Isaac Newton*



# Abstract

I cristalli temporali rappresentano il primo esempio di un nuovo stato della materia in condizione di non equilibrio. Le applicazioni possibili sono svariate e possono portare enormi miglioramenti, specialmente nello sviluppo di orologi atomici e computer quantistici. L'elaborato si propone di fornire una trattazione generale dell'argomento, affinché possa essere fruibile da tutti per mezzo dell'enciclopedia online Wikipedia. Per fare ciò si è eseguita un'ampia ricerca bibliografica e si è scelto di approfondire principalmente l'evoluzione del modello teorico, i principi fisici dietro a questo, le prime osservazioni di un time crystal e le sue possibili applicazioni. Al termine della scrittura si è poi pubblicato il lavoro sull'enciclopedia online.



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>v</b>
<b>1 Evoluzione del Modello</b>	<b>1</b>
1.1 Le prime proposte del modello . . . . .	1
1.2 Go-no Theorem . . . . .	4
1.3 Cristalli temporali in condizioni di non equilibrio . . . . .	6
1.4 Creazione dei primi Time Crystals . . . . .	12
<b>2 Principi Fisici</b>	<b>15</b>
2.1 Spontaneous Symmetry Breaking . . . . .	15
2.2 Cluster Property . . . . .	16
2.3 Definizione di Time Crystal . . . . .	17
2.4 Floquet Time Crystal MBL . . . . .	18
<b>3 Esperimenti</b>	<b>21</b>
3.1 Observation of a Discrete Time Crystal . . . . .	21
3.2 Observation of a discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body-system . . . . .	26
<b>4 Applicazioni</b>	<b>33</b>
4.1 Sensori . . . . .	33
4.2 Quantum Computing . . . . .	35
<b>Bibliografia</b>	<b>37</b>



# Introduzione

Un **crystallo temporale** è una struttura che si ripete periodicamente nel tempo, così come un normale crystallo tridimensionale si ripete periodicamente nello spazio. Quindi questo è un sistema che si modifica costantemente nel tempo ma torna sempre nella configurazione iniziale alla fine di un periodo. Il crystallo temporale è un nuovo tipo di materia detta “**non - equilibrium matter**”, che ha la peculiarità di non raggiungere mai l’equilibrio termico, dimostrando stabilità e resilienza alle perturbazioni. L’idea è stata proposta per la prima volta nel 2012 dal fisico Frank Wilczek e le prime prove di osservazioni di cristalli temporali sono state pubblicate nel 2017 sulla rivista Nature.



# Capitolo 1

## Evoluzione del Modello

### 1.1 Le prime proposte del modello

La prima idea di cristallo temporale viene proposta nel 2012 dal professore all'MIT, premio nobel, **Frank Wilczek**. Egli considera la possibilità che sistemi dinamici classici indipendenti dal tempo possano mostrare un moto periodico nel loro stato di minima energia, dando così origine a una struttura temporale ordinata, analoga a quella spaziale tipica dei cristalli ordinari. L'idea deriva dallo studio delle



Figura 1.1: *Frank Wilczek*.

simmetrie e delle loro rotture spontanee. Questo è un argomento centrale nella fisica moderna e quella per traslazione temporale è, forse, la simmetria più importante, dal momento che essa è alla base della ripetibilità degli esperimenti e della conservazione dell'energia. La rottura spontanea di tale simmetria non è mai stata osservata prima, dunque viene naturale domandarsi se la simmetria di traslazione temporale possa rompersi spontaneamente in un sistema quanto-meccanico chiuso. Con gli articoli pubblicati nel lu-

glio 2012, Frank Wilczek tenta di dare una risposta affermativa a questa domanda, considerando orbite arbitrarie di variabili angolari come traiettorie a bassa energia per sistemi di Lagrangiane. Secondo il modello proposto (soliton model), considerando un elevato numero di particelle disposte ad anello con una interazione reciproca attrattiva, se il sistema è isolato, il suo ground state è uno stato simmetrico di densità costante lungo l'anello. Tale stato è però molto fragile e qualsiasi interazione con l'ambiente o qualsiasi tentativo di misura farà collassare il sistema in uno stato ben localizzato lungo l'anello, formando così dei "grumi". Questa localizzazione forma il così detto solitone. Se attraversato da un flusso magnetico, la rottura spontanea di simmetria si manifesta, a causa della legge di Faraday, con la rotazione del solitone, cioè con un'onda di densità che si muove lungo l'anello. Il ground state presenta dunque movimento residuo periodico, perciò il sistema non è più invariante per trasformazioni di traslazione temporale continua. In generale però, si vede emergere una nuova simmetria nel sistema, ovvero quella per traslazione temporale discreta. Questa idea è pericolosamente vicina al concetto di moto perpetuo. Intuitivamente, infatti, l'assunto che, allo stato di minima energia, si possa trovare ancora questo tipo di moto induce a pensare che sia possibile estrarre ulteriore energia dal sistema e che, dunque, questo possa fornire energia infinita. Come fa notare Wilczek, però, anche nei superconduttori si può osservare che la corrente elettrica persiste nel ground state, in condizioni adeguate. Tuttavia, le coppie di Cooper e gli elettroni in rotazione in un anello superconduttore non sono cristalli temporali dal momento che la loro funzione d'onda è omogenea e, dunque, nessuna simmetria di traslazione temporale è rotta.

Nel 2013 Xiang Zhang, nano-ingegnere alla University of California, Berkeley, e il suo team propongono un modello di cristallo spazio-temporale e un metodo per realizzarlo in laboratorio. Nell'articolo da loro pubblicato presentano un modo per creare un cristallo spaziale che sia anche un cristallo temporale, utilizzando ioni raffreddati in una trappola ionica a simmetria cilindrica. La forte repulsione coulombiana fra gli ioni permette la spontanea

rottura di simmetria per traslazione spaziale, dando origine a una struttura ordinata. A differenza del soliton model, quindi, anche quando il flusso magnetico è nullo si è comunque di fronte a un cristallo (spaziale). Si propone dunque l'utilizzo combinato di una variazione della trappola ionica di Paul, che genera un potenziale di cattura a forma di anello, e un debole campo magnetico statico. Il campo magnetico è diretto parallelo all'asse dell'anello ed è molto debole, così da avere una influenza minima sul potenziale. La rotazione persistente di ioni identici, per esempio di  ${}^9\text{Be}^+$ , in queste condizioni, è un fenomeno quantistico macroscopico che diventa più visibile quando il numero di particelle è grande. Se si confinano molti ioni in un potenziale per formare la struttura di un cristallo tridimensionale, questi ruoteranno tutti con la stessa frequenza angolare e avranno così formato un cristallo 4D spazio-temporale. La rotazione degli ioni confinati può essere rilevata tramite la misura dell'effetto Doppler causato dal movimento, ma è possibile anche osservarla direttamente misurando la posizione di uno ione in due istanti differenti. Per esempio, se si ha un anello formato da  $N$  ioni identici di  ${}^9\text{Be}^+$  nel loro stato fondamentale, si può usare un impulso laser su uno ione per alterare il suo stato iperfine e quindi "marchiarlo". La coerenza di memoria dei qubit si è dimostrata essere maggiore di 10 secondi per il  ${}^9\text{Be}^+$ . Quindi, utilizzando un secondo laser come sonda, che può andare incontro a scattering solo con lo ione marchiato, si può misurare lo spostamento angolare compiuto nell'intervallo di tempo trascorso tra il primo impulso laser e il secondo. La grossa differenza tra questo modello e le coppie di Cooper che, assieme agli elettroni, si muovono in un anello superconduttore, è che queste ultime non sono ordinate nello spazio, quindi la misura della posizione di una singola particella non permette di localizzare spazialmente tutte le altre, lasciando la funzione d'onda di probabilità omogenea nel ground state. Il cristallo temporale, invece, permette, tramite una debole osservazione di una singola particella, di conoscere subito le coordinate di tutte le altre, quindi questa disomogeneità dello stato fondamentale è ciò che rompe la simmetria.

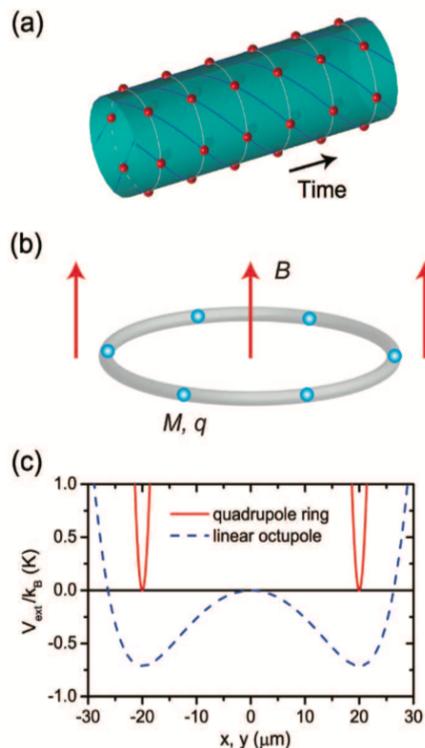


Figura 1.2: *Come creare un cristallo spazio-temporale. (a) Una possibile struttura di un cristallo spazio-temporale. Questo ha una struttura periodica sia nello spazio che nel tempo. Le particelle ruotano in una direzione anche nello stato di minima energia. (b) Ioni ultrafreddi sono confinati in un potenziale a forma di anello che li intrappola in un debole campo magnetico. La massa e la carica di ogni ione sono  $M$  e  $q$  rispettivamente. IL diametro dell'anello di ioni è  $d$ , e il campo magnetico  $B$ . (c) Esempi di pseudopotenziali ( $V_{ext}$ ).*

## 1.2 Go-no Theorem

In seguito alle proposte di questi modelli, vengono pubblicati, poco dopo, alcuni commenti e articoli che vanno a confutare l'idea e la plausibilità di un cristallo temporale, almeno secondo la sua prima definizione. In particolare Patrick Bruno, fisico teorico all'ESRF, commenta entrambi i modelli in due paper del 2012 e ne mostra le inesattezze. Parlando del soliton model pone

il caso in cui il numero di particelle sia molto grande, così che l'ampiezza del solitone tenda a 0, assieme alla sensibilità rispetto a un flusso magnetico. Interagendo con l'ambiente esterno (come per esempio la radiazione elettromagnetica, se le particelle hanno una carica elettrica), i "grumi" ruotando dovrebbero irradiare energia mentre sono nel ground state, violando così il principio di conservazione dell'energia, probabilmente il più forte principio della fisica. Questo suggerisce che lo stato del solitone rotante di Wilczek non è lo stato fondamentale, ma che il vero ground state è in realtà stazionario. Le soluzioni esplicite delle equazioni di Schrödinger non lineari portano Patrick Bruno ad affermare che il sistema abbia un livello di energia minore di quello di Wilczek. Riguardo al modello di cristallo spazio-temporale, invece, i problemi sono molteplici. In primo luogo si osserva che se il cristallo, composto da ioni disposti ad anello, rompesse davvero la simmetria per traslazione temporale, questo dovrebbe generare un campo elettromagnetico e irradiare energia, violando la legge di conservazione dell'energia. Xiang Zhang afferma che dal momento che il sistema è già nel suo stato fondamentale non c'è perdita di energia irradiata causata dalla rotazione, ma non spiega come sia possibile che cariche localizzate rotanti possano bypassare le equazioni di Maxwell ed evitare di irradiare. In secondo luogo lo stato fondamentale dell'Hamiltoniana presenta una densità di carica e di corrente indipendenti dal tempo; quindi, quantunque il cristallo ruotasse, generando corrente, dimostrerebbe una densità stazionaria e rotazionale uniforme, venendo meno a quella che è la definizione di cristallo temporale. Questi errori si possono ricondurre al fatto che si sta cercando una rottura spontanea di simmetria, che può avere luogo solo nel limite termodinamico ( $N \rightarrow \infty$ ), e che non può essere rappresentata da un calcolo per  $N$  finito. Bruno e Nozières nei loro articoli escludono rigorosamente la possibilità di un moto rotazionale spontaneo nel ground state, per un'ampia classe di sistemi. Queste argomentazioni, però, sono limitate al caso di un anello sottoposto a un flusso magnetico: non precludono in generale l'esistenza dei cristalli temporali. Altri modelli vengono, infatti, proposti successivamente come possibili realizzazioni differenti

di cristalli temporali, correggendo sistematicamente le inesattezze emerse. Lo scenario che si presenta a questo punto rischia di generare confusione, tra condizioni di esistenza e successive confutazioni troppo stringenti e situazionali. Parte del problema a questo punto sta nella mancanza di una definizione matematica precisa e rigorosa di cosa sia un cristallo temporale. Watanabe e Oshikawa propongono una definizione di “time crystal” all’equilibrio, una naturale generalizzazione di quella di cristallo ordinario che può essere formulata precisamente anche per il cristallo temporale, che si basa sul comportamento a lunga distanza delle funzioni di correlazione. Infatti, tutte le convenzionali rotture di simmetria si possono definire in termini di queste funzioni, senza dover introdurre un campo che rompa la suddetta simmetria. Dunque, un sistema è un cristallo temporale se la funzione di correlazione non si annulla all’aumentare della distanza e presenta una oscillazione periodica nel tempo. Inoltre, Watanabe e Oshikawa mostrano che nessun ordine su lunga distanza dipendente dal tempo è possibile, in altre parole l’esistenza di cristalli temporali all’equilibrio è definitivamente proibita da questo “go-no theorem”. Quindi, il modello iniziale di cristallo di Wiczek che prende in considerazione lo stato fondamentale, e quindi di equilibrio, del sistema è, a questo punto, fisicamente impossibile.

### 1.3 Cristalli temporali in condizioni di non equilibrio

Il go-no theorem si applica solo agli stati di equilibrio ma lascia aperto il problema di quelli di non equilibrio. Lo studio dei sistemi in non equilibrio è un argomento estremamente vasto e ancora largamente inesplorato, nonostante i molti progressi fatti recentemente grazie a tecniche sperimentali sempre più all’avanguardia. Il motivo principale è che, mentre il concetto di equilibrio termico è ben chiaro e definito, con il termine “non equilibrio” è possibile identificare svariate circostanze. Per esempio Volovik investiga la rottura spontanea di simmetria per traslazione temporale in una pubblica-

zione del 2013, dove propone alcuni esempi di sistemi in non equilibrio che persistono per lungo periodo di tempo prima di raggiungere il completo equilibrio termico. In particolare, il fisico conclude che la rottura spontanea di simmetria cercata si può osservare solo quando il tempo di rilassamento di un qualsiasi numero quantico  $Q$  è molto maggiore del tempo di rilassamento energetico, ovvero il tempo impiegato per raggiungere l'equilibrio, ma comunque non un tempo infinito, cioè  $Q$  non è conservato.

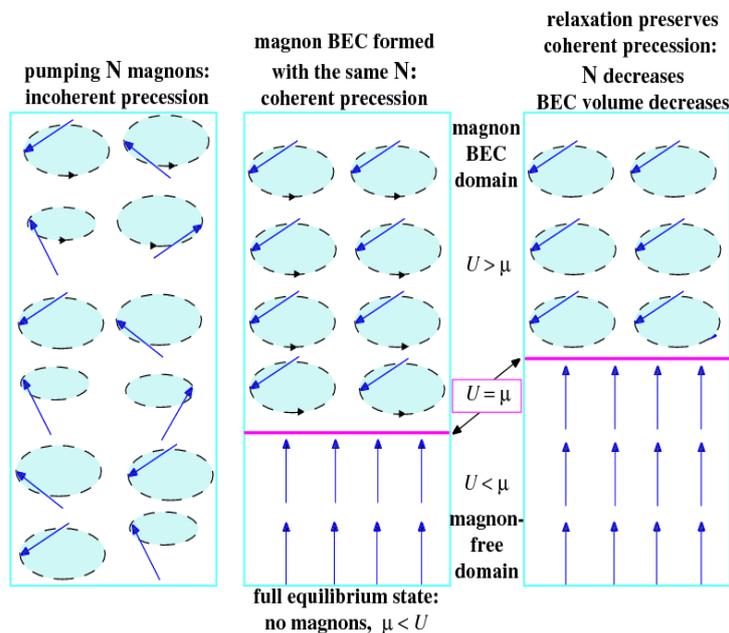


Figura 1.3: *Formazione e rilassamento della precessione coerente di spin in termini della condensazione di Bose-Einstein dei magnoni. A sinistra: Precessione incoerente dopo l'applicazione di una NMR pulsata. In centro: Dopo un breve tempo  $\tau_E$  di rilassamento energetico si forma lo stato ordinato, che è rappresentato dalla BEC di magnoni nella regione dove il potenziale chimico  $\mu$  dei magnoni eccede il potenziale esterno  $U$ . La BEC dei magnoni si manifesta come una precessione con una fase coerente e una frequenza globale. A destra: Il rilassamento del numero quantico quasi-conservato  $Q = S_z$  non distrugge la BEC dei magnoni, ma comporta il lento decremento del suo volume.*

Tra i vari esempi, si può citare il fenomeno dei magnoni in un superfluido,

in cui il numero quantico preso in considerazione è  $S_z$ , ovvero la proiezione dello spin sulla direzione del campo magnetico. In completo equilibrio, una volta applicato al sistema un campo magnetico,  $S_z$  ha un certo valore. Ma se il sistema presenta un valore di  $S_z$  diverso da quello di equilibrio, si manifesta una rottura spontanea di simmetria attraverso una coerenza collettiva della precessione di spin di tutto il superfluido, come si osserva nella *Figura 1.3*, che persiste, ma si riduce lentamente di volume durante il tempo di rilassamento del suddetto numero quantico. Un sistema indotto in uno stato eccitato è un esempio di condizione di non equilibrio, un altro scenario può essere rappresentato da sistemi periodicamente guidati. Se l'Hamiltoniana è dipendente dal tempo, la simmetria per traslazione temporale è chiaramente rotta, ma se essa è periodica nel tempo, rimane una simmetria per traslazione temporale discreta. Una traslazione di tempo  $t$ , multiplo del periodo  $T$ , lascia l'Hamiltoniana invariata. Il sistema può rompere questa simmetria, mostrando invarianza solo per traslazioni temporali di una quantità  $nT$ , dove  $n$  è un numero intero. Questa rottura spontanea di simmetria prende il nome di "Floquet time crystal". Quando un generico sistema a molti corpi non integrabile evolve nel tempo, ci si aspetta che questo raggiunga l'equilibrio termico. Questo stato è caratterizzato da un piccolo numero di quantità estensive (temperatura, potenziale chimico ecc.) e tutte le altre informazioni locali dello stato iniziale sono distribuite su tutto il sistema e sono, quindi, inaccessibili. Tuttavia, la termalizzazione non è l'unico risultato possibile per un sistema a molti corpi. Per esempio, sistemi integrabili invarianti per traslazione sono noti per non raggiungere l'equilibrio termico, perché vi sono molte quantità conservate che possono essere espresse come somma di operatori locali. Questa proprietà dipende dal tipo specifico di Hamiltoniana e può verificarsi per modelli molto delicati e sensibili a variazioni. D'altro canto, quando è presente sufficiente disordine la localizzazione può avvenire e dare luogo al fenomeno studiato da P. W. Anderson, ovvero la localizzazione di Anderson. La presenza di disordine previene la trasmissione di calore ed elettricità e il sistema non riesce quindi a termalizzarsi o a condurre. Un

sistema a molti corpi localizzato non riesce a raggiungere l'equilibrio termico, preserva, quindi, le informazioni sullo stato iniziale ed è sufficientemente resiliente alle perturbazioni, fin quando il disordine è abbastanza forte. Questo principio può essere applicato a un sistema di Floquet a molti corpi, che rappresenta il caso di un sistema "guidato" da un campo esterno, il quale induce la periodicità dell'Hamiltoniana. Un cristallo temporale in questo caso si manifesta con la rottura di simmetria per traslazione di tempo discreta e torna allo stato iniziale solo dopo multipli interi del periodo della guida esterna. Il cristallo, quindi, risulta in realtà un cristallo temporale discreto.

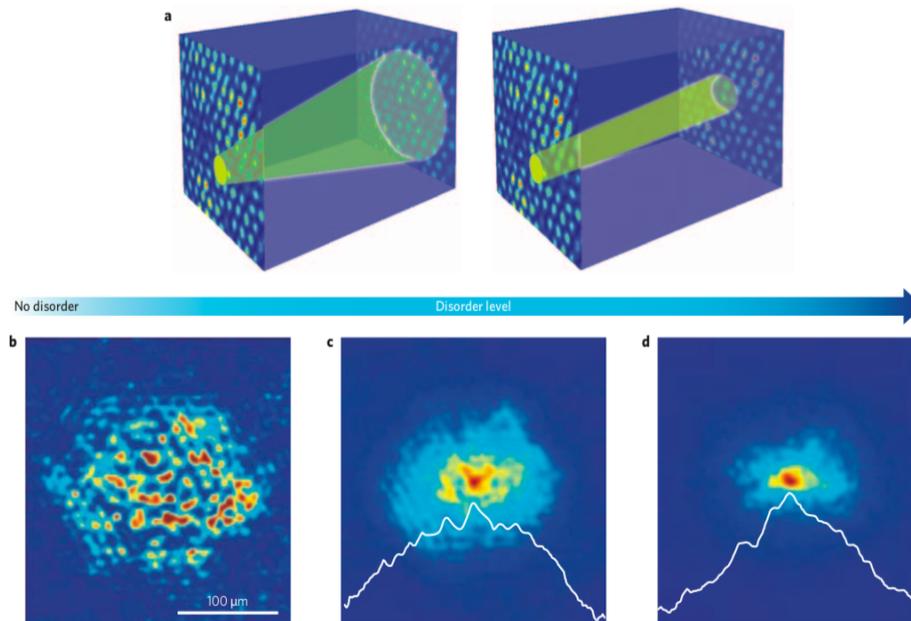


Figura 1.4: *Localizzazione di Anderson. All'aumentare del disordine indotto nel reticolo di elettroni la luce risulta sempre meno diffratta.*

Norman Yao e il suo team (University of California, Berkeley) espongono, in un articolo pubblicato nel 2016, un modello teorico di un sistema quantistico che permette la formazione di un cristallo temporale, ed anche un procedimento per realizzarlo in laboratorio.

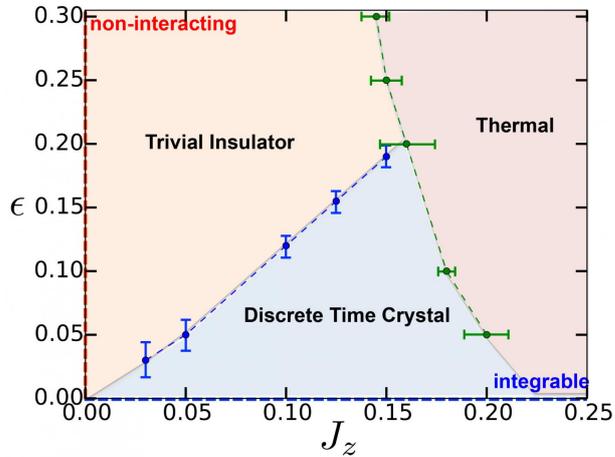
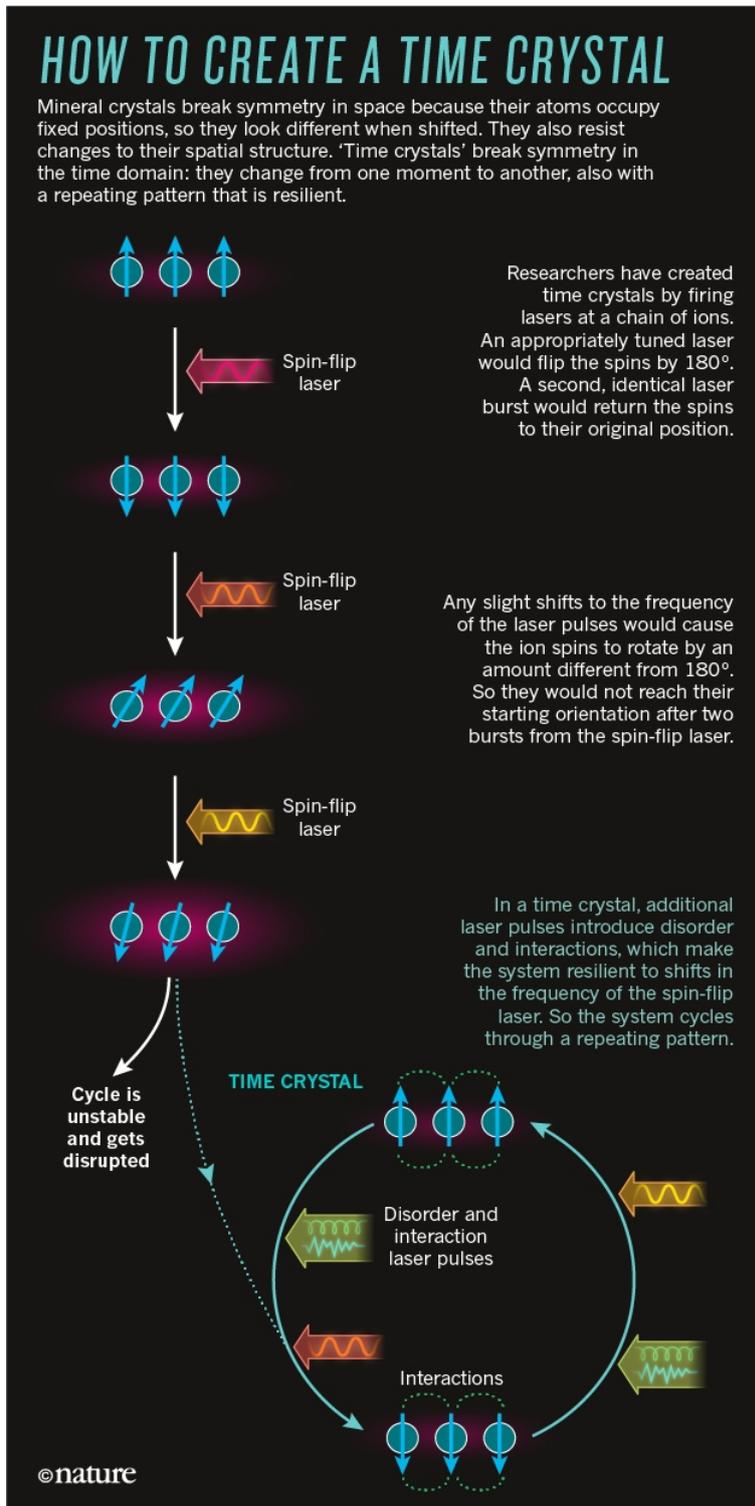


Figura 1.5: *Diagramma di fase di un cristallo temporale discreto come funzione della forza d'interazione di Ising e delle imperfezioni del segnale di spin-echo.*

Il sistema proposto è una catena monodimensionale di ioni raffreddati sottoposta ad una guida esterna alternata che prima inverte tutti gli spin e poi gli permette di interagire fra loro. Questa interazione si verifica in presenza di campi magnetici esterni disordinati, che forniscono il disordine necessario a far sì che il fenomeno di MLB (many-body localization) abbia luogo. Yao calcola il range di parametri entro i quali un cristallo temporale

discreto può esistere (vedasi *Figura 1.5*), e mostra come questi cambino al variare delle dimensioni del sistema. Una proprietà cruciale di questi discrete time crystals è la loro “rigidità”: anche quando i parametri del campo esterno che guida il sistema vengono leggermente modificati (per esempio facendo in modo che l’impulso esterno non sia tale da invertire perfettamente lo spin), il periodo di oscillazione del cristallo temporale rimane rigidamente bloccato.



## 1.4 Creazione dei primi Time Crystals

Dopo la pubblicazione di tale proposta, vengono finalmente effettuate osservazioni sperimentali dal team di Chris Monroe all'università del Maryland nel settembre 2016, e da Mikhail Lukin e il suo gruppo all'Università di Harvard nell'Ottobre dello stesso anno.

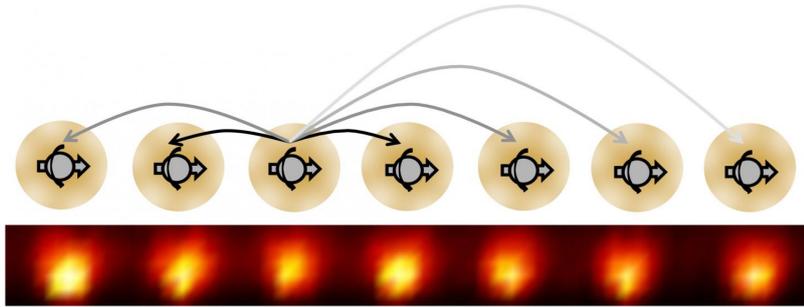


Figura 1.6: Seguendo il modello creato da Norman Yao, i fisici dell'Università del Maryland realizzano il primo cristallo temporale usando una catena monodimensionale di ioni di Itterbio. Ogni ione si comporta come uno spin elettronico ed esibisce un'interazione a lungo raggio come indicato dalle frecce.

Nel lavoro di Monroe, che maggiormente segue le linee guida di Yao, il cristallo temporale viene realizzato tramite una stringa di ioni di itterbio, in relazione tra loro dalla mutua interazione Coulombiana. Durante l'applicazione alternata di sequenze di precisi impulsi laser, che inducono lo spin flip o generano interazione fra gli spin e introducono disordine, si monitora l'evoluzione temporale del sistema e, come predetto da Yao, la magnetizzazione degli spin oscilla con un periodo esattamente doppio di quello dell'impulso laser iniziale. La simmetria per traslazione temporale discreta, in questo modo, è rotta in un suo sotto gruppo, ovvero in una nuova simmetria per traslazione temporale discreta ma con un periodo doppio. Questa oscillazione persiste anche quando vengono modificati i parametri dell'impulso laser che induceva lo spin flip iniziale, dimostrando che si può parlare a tutti gli effetti di un cristallo. Infatti la rigidità è un elemento chiave nei cristalli in generale, così come in quelli tradizionali si nota una resistenza alla varia-

zione della distanza fra gli atomi, che si manifesta macroscopicamente con la loro “durezza”, in quelli temporali si evince una resilienza alle perturbazioni e alla variazione di frequenza di oscillazione. Lukin e il suo team,

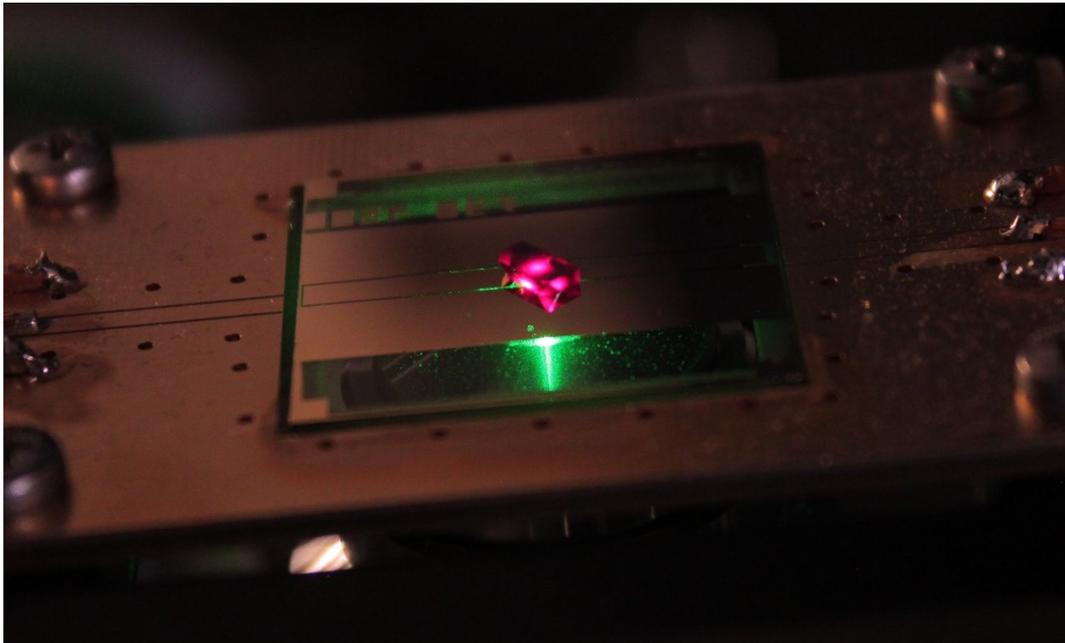


Figura 1.7: *Il diamante creato da Lukin ha così tante impurità di azoto al suo interno che appare nero. Nell’immagine il cristallo è illuminato da un raggio laser verde e sottoposto a microonde. La luminescenza rossa visibile sono le impurità che formano il cristallo temporale.*

studiano invece un insieme di circa un milione di impurità all’interno di un diamante, chiamate “nitrogen-vacancy center”. Viene impiegata radiazione elettromagnetica, più precisamente microonde, per invertire alternatamente gli spin delle impurità e generare una interazione spin-spin, il tutto in presenza del disordine casuale necessario, già presente nativamente all’interno del diamante. Nonostante l’uso di un sistema completamente differente da quello di Monroe, i ricercatori osservano le stesse caratteristiche tipiche di un time crystal: oscillazione a multipli interi del periodo di drive  $T$  (sia  $2T$  che  $3T$  in questo esperimento) e la resistenza alla perturbazione del segnale di drive. Ecco come si presenta dunque un cristallo temporale “incastonato” in un

cristallo spaziale (*Fig. 1.7*). Entrambi i team hanno inoltre misurato il punto di confine, predetto da Yao, al di fuori del quale altri fenomeni prendono il sopravvento e il cristallo temporale si “scioglie”. Tali risultati conseguiti in modi così diversi dimostrano che il cristallo temporale è a tutti gli effetti un nuovo stato della materia, e non una semplice curiosità relegata ad alcuni sistemi specifici.

# Capitolo 2

## Principi Fisici

### 2.1 Spontaneous Symmetry Breaking

La materia è composta da atomi, questi si possono organizzare in diversi modi che comportano diverse proprietà fisiche. Differenti organizzazioni degli atomi corrispondono a differenti simmetrie. Un sistema può modificare la propria simmetria tramite una transizione di fase. Un esempio è il passaggio dallo stato liquido a quello cristallino a cui è associata una rottura spontanea della simmetria per traslazione spaziale.

In un sistema quantistico una rottura spontanea di simmetria si ha quando l'Hamiltoniana è invariante sotto un dato gruppo di simmetria, ma la realizzazione fisica del sistema non lo è. Secondo la teoria di Landau, solo quando il parametro d'ordine ha un valore di aspettazione diverso da zero si osserva una rottura spontanea di simmetria, ma è noto che la meccanica statistica non è in grado di rilevarla in un sistema di grandezza finita. La soluzione al problema è fornita da Bogolyubov introducendo un termine di rottura di simmetria nell'Hamiltoniana. Ora che l'insieme non è più simmetrico, il parametro locale d'ordine può avere un valore di aspettazione diverso da zero. Per riottenere l'Hamiltoniana simmetrica bisogna prima porre il limite termodinamico, quindi far tendere il volume all'infinito, e solo dopo mandare a zero il termine aggiunto all'Hamiltoniana. Tuttavia, spesso

il metodo di Bogolyubov non è tra i più diretti ed è preferibile una definizione alternativa formulata in termini di correlazione long-range del parametro d'ordine

$$\lim_{|x-x'|\rightarrow\infty} \langle a(x)a(x') \rangle = c \quad (2.1)$$

Possiamo dire che si ha rottura spontanea di simmetria quando la correlazione del parametro d'ordine locale non si annulla a lunghe distanze ( $c \neq 0$ ).

## 2.2 Cluster Property

Consideriamo per esempio un modello di Ising prossimo alla temperatura zero e senza campi esterni. Il modello presenta una simmetria globale di parità che è rotta spontaneamente in due stati di ground  $|\uparrow \dots \uparrow\rangle$  e  $|\downarrow \dots \downarrow\rangle$ . Questi stati hanno un valore di aspettazione del parametro d'ordine diverso da zero, rappresentato dalla magnetizzazione. Sappiamo per le leggi quantomeccaniche che il sistema potrebbe esistere anche in una combinazione dei due ground state

$$|\pm\rangle = \frac{|\uparrow \dots \uparrow\rangle \pm |\downarrow \dots \downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad (2.2)$$

Questo stato (detto “gatto di *Schrödinger*”, o “cat state”) rispetta la simmetria di parità del sistema. Questo è applicabile quando il sistema ha un numero finito di gradi di libertà, ma quando si ha un numero infinito di spin il cat state è fisicamente irrealizzabile. Una perturbazione infinitesima si tradurrà in uno splitting dei due stati. Questo accade a causa del fatto che la perturbazione agisce localmente e non coinvolge l'intera catena di spin nello stesso momento, quindi i primi due stati sono stabili nel limite termodinamico, ma lo stato  $|\pm\rangle$  no. La descrizione fisica del nostro sistema con un infinito numero di gradi di libertà è limitata dal fatto che si possono operare solamente misure locali e non si può agire sull'intero sistema. Questo principio è codificato nella **proprietà di gruppo di decomposizione**:

$$\lim_{|x-y| \rightarrow \infty} \langle \Phi | O_1(x) O_2(y) | \Phi \rangle - \langle \Phi | O_1(x) | \Phi \rangle \langle \Phi | O_2(y) | \Phi \rangle = 0 \quad (2.3)$$

Gli stati  $|\uparrow \dots \uparrow\rangle$  e  $|\downarrow \dots \downarrow\rangle$  rispettano tale proprietà e sono quindi fisicamente realizzabili, a differenza dello stato  $|\pm\rangle$ . Si può affermare in conclusione che la rottura spontanea di simmetria avviene quando lo stato di ground, che preserva la simmetria, viola la proprietà di decomposizione.

## 2.3 Definizione di Time Crystal

Nel 2015 viene formulato un go-no theorem che impedisce l'esistenza di cristalli temporali all'equilibrio. Watanabe e Oshikawa formulano una precisa definizione di cristallo temporale, assente fino a quel momento, definendo un time crystal come un sistema in cui la funzione di correlazione

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \langle \phi(x, t) \phi(0, 0) \rangle = f(t) \quad (2.4)$$

non si annulla per  $|x|$  abbastanza grande ed esibisce un'oscillazione periodica nel tempo. Una definizione equivalente può essere formulata in termini del parametro d'ordine integrato

$$\Phi(t) = \int_V dx^d \phi(x, t) \quad (2.5)$$

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\langle \Phi(t) \Phi(0) \rangle}{V^2} \quad (2.6)$$

Watanabe e Oshikawa mostrano che un ordine su lunga distanza dipendente dal tempo è impossibile, provando che:

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\langle \Phi(t) \Phi(0) \rangle}{V^2} = c \quad (2.7)$$

dove  $c$  è una costante. Escludendo definitivamente la possibilità dell'esistenza di cristalli temporali all'equilibrio.

## 2.4 Floquet Time Crystal MBL

Anche se è stato provato che i cristalli temporali non possono esistere in uno stato di equilibrio, nulla vieta che possano esistere in uno di non equilibrio. Una delle possibili realizzazioni è rappresentata dai sistemi di Floquet, cioè sistemi in cui l'Hamiltoniana è periodica nel tempo. Volendo dare una definizione del fenomeno si può affermare che: data un'Hamiltoniana periodica nel tempo con un periodo  $T$ , alcune delle osservabili presenti oscillano con un periodo  $nT$ , con  $n$  numero intero. Dunque il gruppo di simmetria generato dalla traslazione di tempo  $T$  è rotto spontaneamente nel sottogruppo generato dalla traslazione di tempo  $nT$ .

Un sistema quindi, per definizione, evolve secondo una Hamiltoniana dipendente dal tempo:

$$H(t + T) = H(t) \quad (2.8)$$

dove  $T$  è il periodo. L'equazione di *Schrödinger*:

$$\left( H(t) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) |\Psi(t)\rangle = 0 \quad (2.9)$$

ha soluzioni della forma:

$$|\Psi_\alpha(t)\rangle = \exp(-i\epsilon_\alpha t/\hbar) |\Phi_\alpha(t)\rangle \quad (2.10)$$

dove  $|\Phi_\alpha(t)\rangle$  è periodico nel tempo. Gli autostati di Floquet obbediscono alla proprietà:

$$|\Psi_\alpha(t + T)\rangle = \exp(-i\epsilon_\alpha T/\hbar) |\Psi_\alpha(t)\rangle \quad (2.11)$$

e diagonalizzano l'operatore unitario di evoluzione  $U(T)$ .

In generale i sistemi di Floquet non conservano l'energia: nel caso ergodico generale il sistema può assorbire energia dalla guida esterna indefinitamente, quindi ci si aspetta che si termalizzi a uno stato termico di temperatura infinita. Se è presente sufficiente disordine nel sistema, questo gli impedisce

di termalizzarsi e di continuare ad assorbire energia all'infinito (si fa riferimento al fenomeno di localizzazione di Anderson). Si considera quindi una Hamiltoniana MLB (Many-body Localization), cioè dotata di un termine che aggiunge disordine e il risultato è un sistema detto di Floquet MBL.

Si può definire un Floquet Time Crystal affermando che: *la rottura di simmetria per traslazione temporale avviene se tutti gli autostati di Floquet violano la proprietà di decomposizione*. In altre parole la rottura spontanea di simmetria può avvenire in un sistema di Floquet quando gli stati che preservano tale simmetria sono fisicamente irrealizzabili. Come conseguenza gli stati saranno invarianti per traslazioni di tempo pari a multipli interi del periodo del drive.

La ricetta di base per un cristallo temporale di Floquet si compone di tre ingredienti:

1. Interazione;
2. Disordine;
3. Drive periodico.

Preso una catena di spin, tali ingredienti sono ottenuti utilizzando un driving “stroboscopico” a due step:

- nel primo intervallo di tempo si applica una  $H_{MBL}$  i cui autostati sono localmente ordinati rispetto alla direzione  $z$  dello spin
- nel secondo intervallo si applica il  $\pi$  - *pulse* che inverte gli spin

$$H_{MBL} \begin{cases} H_1 = \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z \\ H_2 = \sum_i D_i \sigma_i^z \\ H_3 = g(1 - \epsilon) \sum_i \sigma_i^y \end{cases} \quad (2.12)$$

dove  $H_{MBL}$  è composta da un termine d'interazione ( $H_1$ ) e un termine di disordine ( $H_2$ ). Quando  $\epsilon = 0$  si ha un  $\pi$  - *pulse* perfetto. Le configurazioni di UP e di DOWN degli spin si rivelano essere macroscopicamente distinguibili, quindi in questo caso gli autostati di Floquet non rispettano la proprietà di decomposizione. Negli stati realizzabili fisicamente la simmetria per traslazione temporale in un singolo ciclo è rotta, infatti il sistema tornerà nella configurazione iniziale solo dopo il secondo  $\pi$  - *pulse* che invertirà nuovamente gli spin.

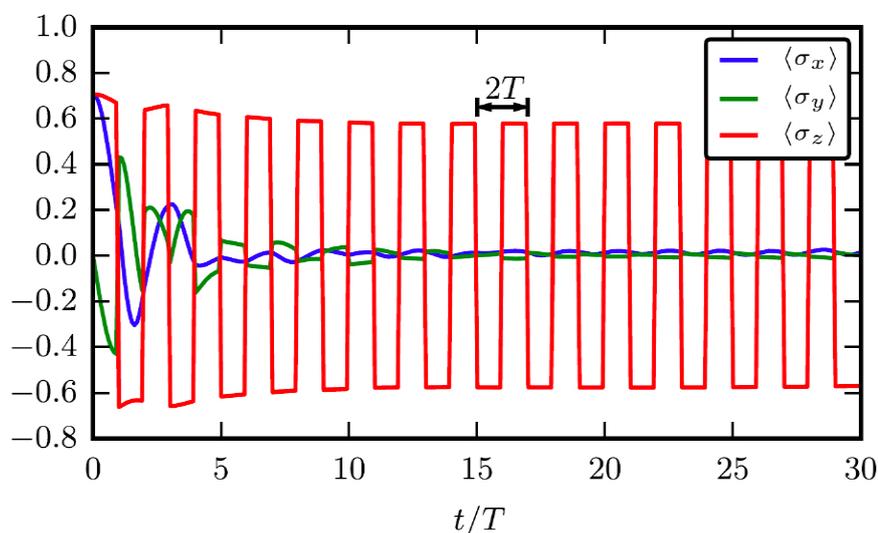


Figura 2.1: L'immagine raffigura un sperimentazione numerica del fenomeno.  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  rappresentano le componenti dello spin, ed è possibile osservare che lungo  $x$  e  $y$  queste si termalizzano, mentre lungo  $z$  rimangono stabili con un periodo  $2T$ .

# Capitolo 3

## Esperimenti

### 3.1 Observation of a Discrete Time Crystal

Nel 2016 il team di Chris Monroe, all'università del Maryland, realizza la prima osservazione sperimentale di un cristallo temporale discreto. Nell'articolo viene riportata l'osservazione della rottura di simmetria per traslazione temporale discreta e la formazione di un DTC (Discrete time Crystal) in una catena di spin di ioni atomici, sotto l'influenza di un'Hamiltoniana periodica di Floquet-MBL. Si è implementata sperimentalmente un'Hamiltoniana di quantum many-body con interazione di Ising a long-range e campi disordinati locali, tramite l'utilizzo di tecniche di controllo ottico. Seguendo l'evoluzione del sistema attraverso svariati periodi di Floquet, si è misurata la correlazione temporale delle dinamiche di magnetizzazione di spin. È necessario controllare l'interazione fra tre ingredienti chiave: un drive forte, interazioni e disordine. L'Hamiltoniana è formata da questi tre termini in successione con un periodo totale  $T = t_1 + t_2 + t_3 (\hbar = 1)$

$$H = \begin{cases} H_1 = g(1 - \epsilon) \sum_i \sigma_i^y & \text{time } t_1 \\ H_2 = \sum_{ij} J_{ij} \sigma_i^x \sigma_j^x & \text{time } t_2 \\ H_3 = \sum_i D_i \sigma_i^x & \text{time } t_3 \end{cases}$$

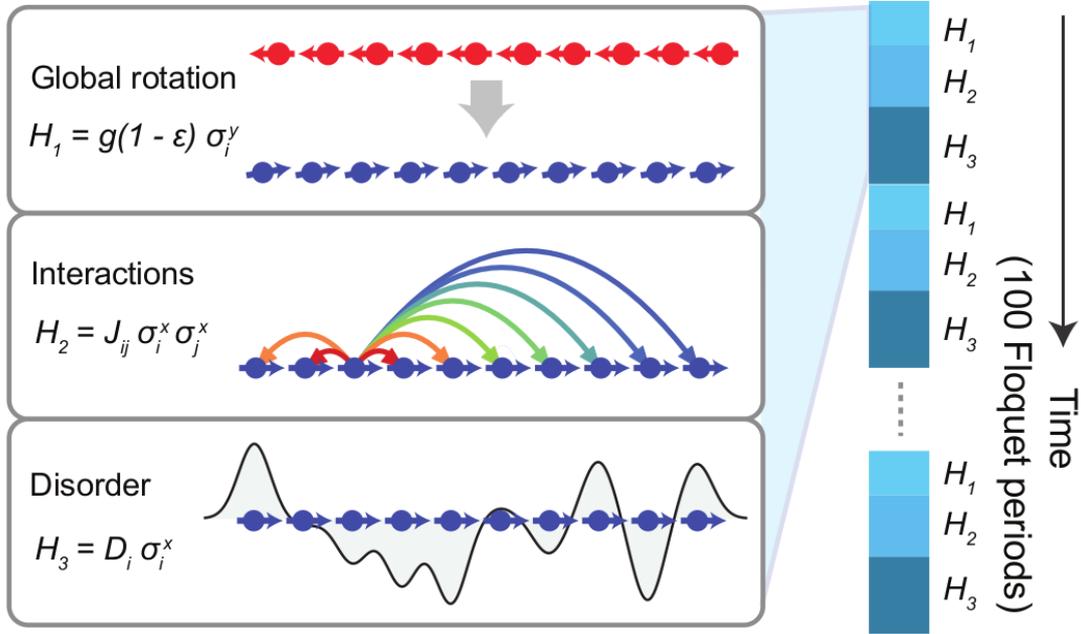


Figura 3.1: *Periodo di Floquet composto da rotazione, interazione e disordine.*

dove  $\sigma_i^\gamma$  ( $\gamma = x, y, z$ ) è la matrice di Pauli agente sull'iesimo spin,  $g$  è la frequenza di Rabi con piccole perturbazioni  $\epsilon$ ,  $J_{ij}$  è l'interazione tra gli spin  $i$  e  $j$ , e  $D_i$  è il potenziale locale disordinato campionato da una distribuzione casuale uniforme con  $D_i \in [0, W]$ . Si è disposta una catena di 10 ioni di  $^{171}\text{Yb}^+$  in una trappola di Paul lineare, si sono applicate rotazioni dei singoli spin usando transizioni di Raman, guidate otticamente, tra i due stati di spin. L'interazione tra spin si è ottenuta tramite l'uso di forze di dipolo ottiche spin-dipendenti, che danno luogo all'accoppiamento di Ising, il quale decresce approssimativamente come  $J_{ij} \propto J_0|i-j|^\alpha$ . Il disordine programmabile tra gli spin si è introdotto con l'uso di un raggio laser concentrato agente singolarmente su ogni spin tramite AC Stark shift. In seguito si è misurata la magnetizzazione di ogni spin osservandone la fluorescenza con una camera per immagini a risoluzione atomica. Questo permette una misura della magnetizzazione singola  $\sigma_i^\gamma$  lungo qualsiasi direzione con una fedeltà  $> 98\%$  per

spin. L'operatore di evoluzione temporale in un periodo di Floquet è

$$U(T) = e^{-iH_3t_3} e^{-iH_2t_2} e^{-iH_1t_1}$$

Il primo operatore di evoluzione  $e^{-iH_1t_1}$  fa ruotare tutti gli spin attorno all'asse  $y$  della sfera di Bloch di un angolo  $2gt_1 = \pi$ , ma include anche una perturbazione angolare controllata,  $\epsilon\pi$ , dove  $\epsilon < 0.15$ . Questa rotazione è soggetta ad errori, dati dall'instabilità dell'intensità del laser e dalle disomogeneità ottiche, che vengono controllati con una imprecisione sull'angolo  $< 0.5\%$ . Il secondo operatore di evoluzione  $e^{-iH_2t_2}$  applica l'interazione tra gli spin. Il terzo operatore  $e^{-iH_3t_3}$  porta il disordine necessario a localizzare il sistema ed è programmato perché la varianza del disordine sia imposta da  $Wt_3 = \pi$ . Partendo da una inizializzazione degli stati di spin  $|\psi_0\rangle = |\downarrow\rangle_x$ , si sono eseguiti svariati periodi di Floquet e si è poi misurata la magnetizzazione di ogni spin lungo  $x$ , ottenendo la funzione di correlazione temporale

$$\langle \sigma_i^x(t) \rangle = \langle \psi_0 | \sigma_i^x(t) \sigma_i^x(0) | \psi_0 \rangle$$

La *Figura 3.2* rappresenta la misura di magnetizzazione di spin, sia rispetto al periodo che alla frequenza, dopo  $N=100$  periodi di Floquet, il valore di singolo periodo è tra  $74 - 75\mu s$ . Il  $\pi$  - *pulse* ruota gli spin di circa metà giro, quindi ci si aspetta una risposta del sistema al doppio del periodo di drive  $2T$ , o alla metà della frequenza di Floquet. Questa frequenza subarmonica è sensibile al valore preciso della rotazione dato da  $H_1$  e ci si aspetta quindi che tenga traccia della perturbazione  $\epsilon$ . Infatti, come risultato, si osservano dei battimenti e uno splitting pari a  $2\epsilon$  nello spettro di Fourier (*Fig.2(a)*). Quando si aggiunge il disordine  $e^{-iH_3t_3}$  al periodo di Floquet, i singoli spin precedono a diverse frequenze di Larmor (*Fig.3.3(e)*) e si sfasano l'uno rispetto all'altro (*Fig.3.2(b)*). Solo dopo aver aggiunto l'interazione di Ising  $e^{-iH_2t_2}$ , gli spin si sincronizzano (*Fig.3.2(c)* e *Fig.3.3(f)*). Il risultato principale è che con tutti questi elementi, la risposta del sistema è bloccata al doppio del periodo di Floquet, nonostante le perturbazioni del drive in  $H_1$ . Questo si può vedere chiaramente da come lo splitting dei picchi di Fourier

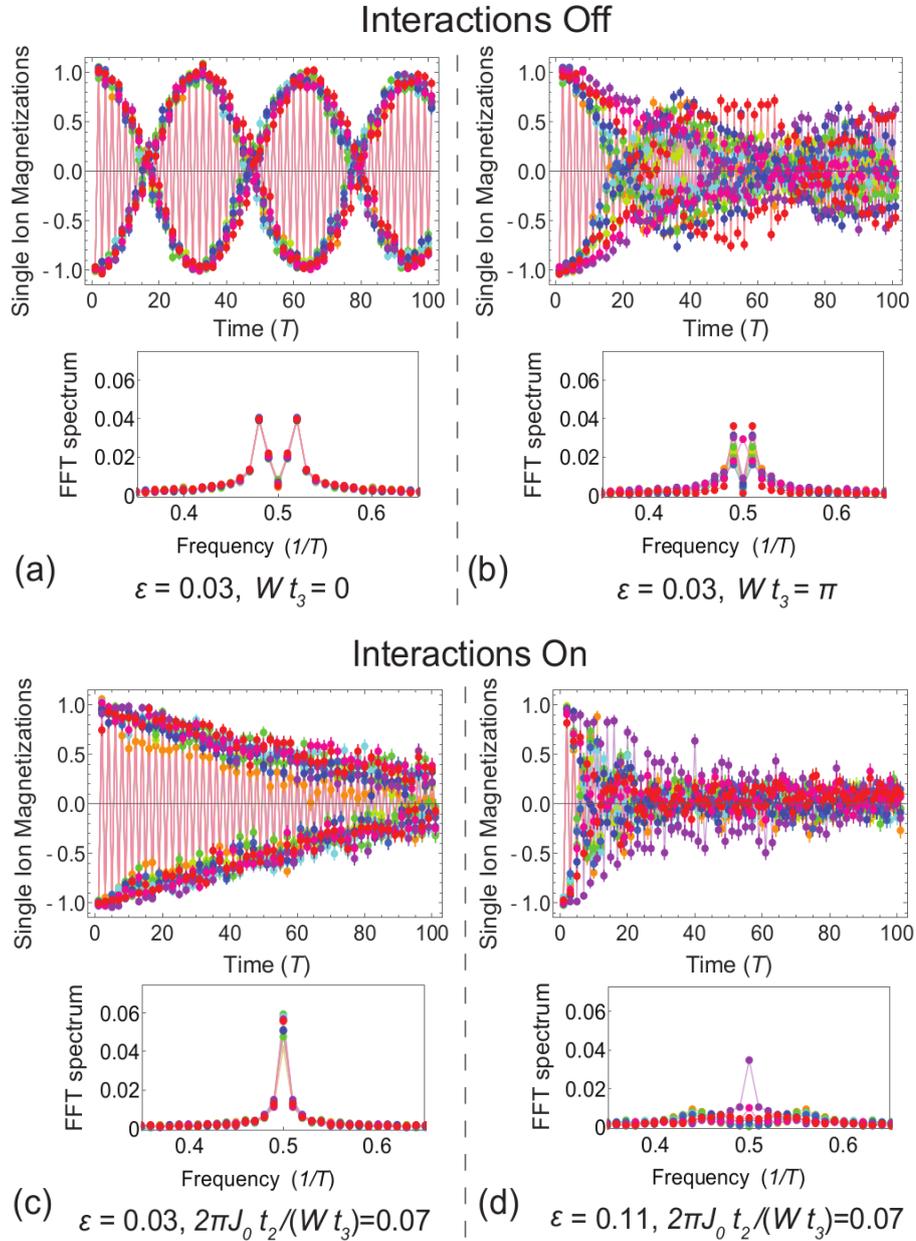


Figura 3.2: Nei riquadri (a,b,c,d): evoluzione temporale della magnetizzazione di ogni spin  $\langle \sigma_i^x(t) \rangle$  e spettro di Fourier, mostra la risposta subarmonica del sistema alla Hamiltoniana di Floquet. (a) Quando è applicato solo  $H_1$ , gli spin oscillano con una risposta subarmonica soggetta a battimenti causati dalla perturbazione  $\epsilon = 0.03$  applicata al  $\pi$ -pulse, con un chiaro splitting nello spettro di Fourier. (b) Applicando sia  $H_1$  che  $H_3$ , il disordine, gli spin precedono con varie frequenze di Larmor in presenza di differenti campi individuali. (c) Aggiungendo l'interazione spin-spin di  $H_2$ , gli spin si bloccano alla frequenza subarmonica; qui lo spettro di Fourier forma un unico picco nonostante l'elemento di perturbazione  $\epsilon$ . (d) Quando la perturbazione è troppo forte  $\epsilon = 0.11$ , si sorpassa il margine del DTC e si ottiene uno stato in cui la simmetria non è rotta.

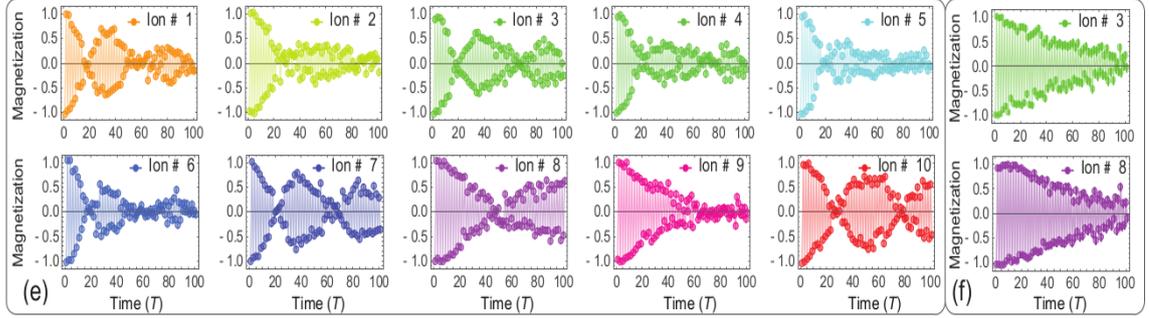


Figura 3.3: Nei riquadri (e,f): evoluzioni temporali individuali. (e) Magnetizzazione di spin per tutte e 10 gli atomi nel caso descritto in (b). (f) Spin 3 e 8 nel caso descritto in (c). Ogni punto è la media su 150 ripetizioni sperimentali.

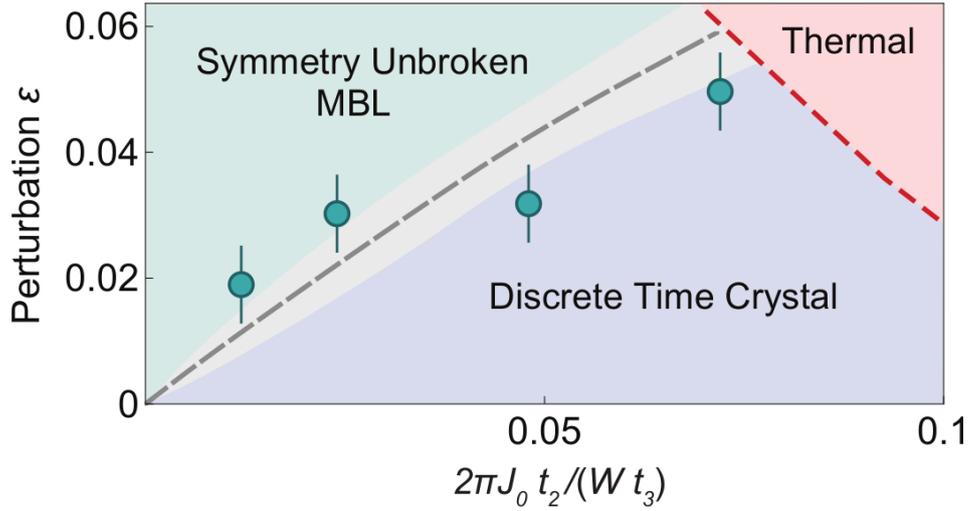


Figura 3.4: Diagramma di fase di un DTC.

della Fig.3.2(b) si uniscono in un singolo picco in Fig.3.2(c), e ciò rappresenta la “rigidità” del cristallo temporale discreto, che persiste sotto moderate perturbazioni. Per  $\epsilon$  grandi, tuttavia, la fase di DTC scompare come si evince dal decrescere delle correlazioni temporali e dalla soppressione del picco centrale in Fig.3.2(d). Nel limite termodinamico queste perturbazioni inducono una transizione di fase da DTC a un MBL in cui è assente la rottura di simmetria. Il confine tra le due fasi è definito dalla competizione tra la

perturbazione del drive  $\epsilon$  e l'intensità d'interazione  $J_0$ . Si è sondato questo limite misurando la varianza dell'altezza del picco dello spettro, calcolata sulle 10 posizioni e mediata su 10 istanze di disordine, per 4 diversi valori d'interazione. La *Figura 3.4* mostra i picchi delle varianze, fittati sopra il confine di fase calcolato numericamente con i parametri sperimentali. Le misure sono in accordo con le previsioni numeriche e il confine di fase dimostra approssimativamente una dipendenza lineare dal valore della perturbazione, nel limite di interazioni sufficientemente piccole. La regione grigia indica, con un livello di confidenza del 90%, il confine di fase.

In sintesi, si è presentata la prima osservazione sperimentale di un cristallo temporale discreto, si è misurata l'oscillazione e la sincronizzazione degli spin interagenti e si è mostrato che il cristallo è rigido e resistente a perturbazioni nel drive.

### 3.2 Observation of a discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body-system

Quasi contemporaneamente al gruppo di Monroe, ma in maniera del tutto indipendente, il team di Mikhail Lukin (Università di Harvard) sperimenta un modo alternativo per realizzare in laboratorio un DTC.

Nell'esperimento si è osservata la formazione di un ordine temporale in un insieme di spin di impurità presenti in un diamante, note come centri azoto-lacune o NV (Nitrogen-Vacancy center), a temperatura ambiente. Ogni centro NV ha uno spin elettronico  $S=1$ , da cui si è ricavato un sistema a due livelli applicando un campo magnetico esterno. Per inizializzare, manipolare e rilevare questi stati isolati di spin si è utilizzato una radiazione a microonde. Il campione in esame ha una elevata concentrazione di centri NV (45 ppm), e ciò dà luogo ad una forte interazione magnetica long-range. Gli spin sono anche soggetti a molteplici fonti di disordine dovute alla tensione del reticolo,

a impurità paramagnetiche e alla posizione casuale dei centri NV. Un intenso campo di microonde è utilizzato per controllare l'orientazione di spin, con la conseguente Hamiltoniana

$$H(t) = \sum_i \Omega_x(t) S_i^x + \Omega_y(t) S_i^y + \Delta_i S_i^z + \sum_{ij} (J_{ij}/r_{ij}^3) (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y - S_i^z S_j^z)$$

Dove  $S_i^\mu$  ( $\mu \in \{x, y, z\}$ ) sono gli operatori di spin-1/2 di Pauli agenti sul sistema formato dagli stati  $|m_s = 0\rangle$  e  $|m_s = -1\rangle$ ,  $\Omega_{x(y)}$  è la frequenza di Rabi del drive a microonde,  $\Delta_i$  è un campo di disordine con una deviazione standard approssimativa  $W = 2\pi \times 4.0 MHz$ ,  $r_{ij}$  è la distanza tra gli spin  $i$  e  $j$  (la distanza media dello spin più vicino è  $r_0$  circa  $8nm$ ), e  $J_{ij}$  sono i coefficienti di interazione dipolare. Per sondare l'esistenza di un ordine temporale previsto in un time crystal, si è monitorata la dinamica degli spin inizialmente polarizzati lungo la direzione  $+\hat{x}$ , applicando, in un primo periodo di tempo  $\tau_1$ , un drive a microonde continuo lungo  $\hat{x}$  con la frequenza di Rabi  $\Omega_x = 2\pi \times 54.6 MHz$ . Poi si è ruotato lo spin del sistema di un angolo  $\theta$  attorno all'asse  $\hat{y}$  utilizzando un forte impulso a microonde con  $\Omega_y = 2\pi \times 41.7 MHz$  per una durata  $\tau_2 = \theta/\Omega_y \ll \tau_1$  (*Fig.3.5(a)*). Questa sequenza definisce un periodo di Floquet totale pari a  $T = \tau_1 + \tau_2$  ed è ripetuto  $n$  volte prima che la polarizzazione  $P(nT)$  lungo l'asse  $\hat{x}$  sia misurata. La dinamica di tale polarizzazione è analizzata sia sul dominio temporale che quello delle frequenze e la ripetizione di tali misure variando  $\tau_1$  e  $\theta$  permette di esplorare gli effetti delle interazioni e delle rotazioni.

La *Figura 3.5(b-d)* mostra l'evoluzione temporale e i corrispondenti spettri di Fourier,  $S(\nu) \equiv \sum_n P(nT) e^{i2\pi n\nu}$ , per diversi valori di  $\tau_1$  e di  $\theta$ . Per le brevi interazioni di tempo  $\tau_1 = 92ns$  e  $\pi$ -pulse quasi perfetti ( $\theta \sim \pi$ ), si osserva che la polarizzazione  $P(nT)$  si alterna fra valori positivi e negativi con una frequenza subarmonica, presentando quindi un picco in  $\nu = 1/2$  (*Fig.3.5(b)*). Si è sperimentato che per un drive sufficientemente intenso, dominante rispetto agli altri effetti, quando  $\theta = \pi$ , questo impulso inverte semplicemente il segno della polarizzazione mostrando un picco in  $\nu = 1/2$ . Tuttavia questa risposta subarmonica è suscettibile alle variazioni di  $\theta$ , in-

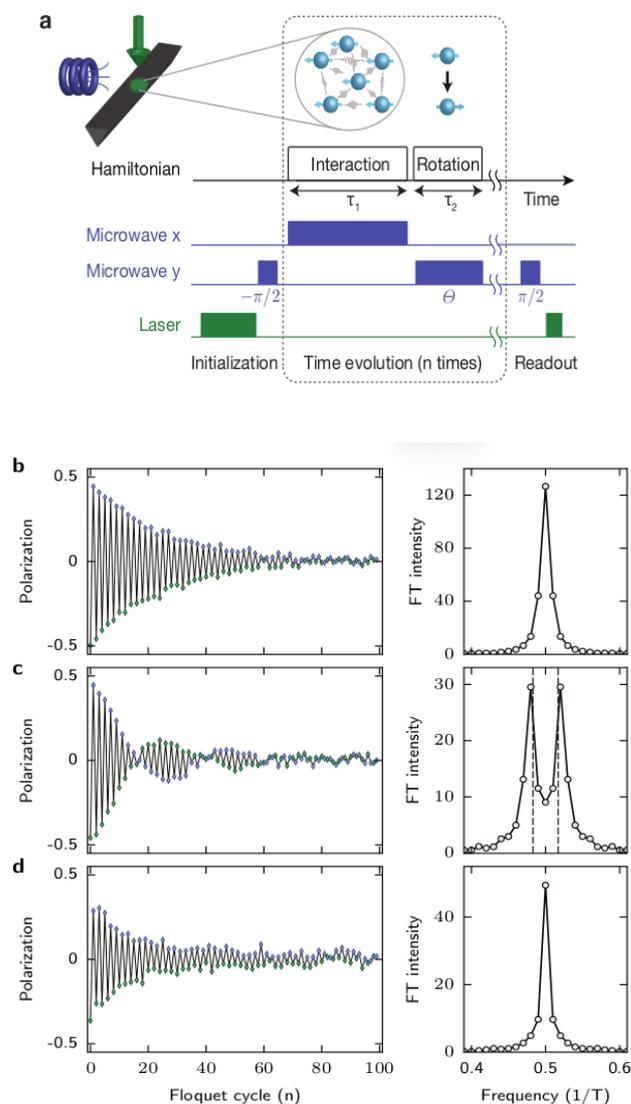


Figura 3.5: (a) Ciclo di Floquet (interazione e rotazione). Evoluzione temporale, (b) senza perturbazioni, (c) con perturbazioni, (d) con interazione aumentata.

fatti un cambio dell'angolo di rotazione a  $\theta = 1.034\pi$  dà come risultato la scomparsa della risposta a  $2T$  e uno splitting del picco di Fourier (Fig. 3.5(c)). Si nota però che la risposta periodica a  $2T$  è ristabilita quando la fase d'interazione è migliorata aumentando  $\tau_1$  a  $989ns$ , indicando che il picco a  $\nu = 1/2$  è stabilizzato dall'interazione. In questo caso si osserva un netto picco e le

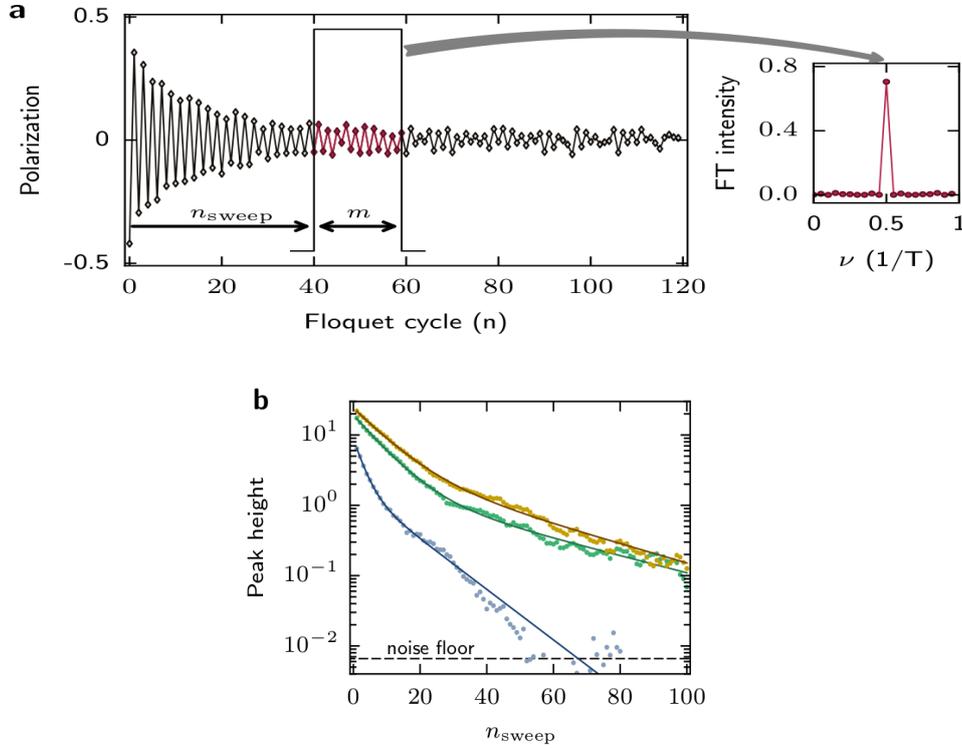


Figura 3.6: Si studia la fase di un DTC osservando l'evoluzione temporale dei picchi dello spettro, per  $\theta = \pi$  (giallo),  $\theta = 1.034\pi$  (verde),  $\theta = 1.085\pi$  (blu).

oscillazioni di  $P(nT)$  proseguono per oltre  $n \sim 100$  (Fig.3.5(d)). Con un tempo di interazione  $\tau_1 = 790ns$  e  $\theta = 1.034\pi$ , la polarizzazione mostra un iniziale decremento seguito da una successiva persistenza dell'oscillazione per tutto il tempo d'osservazione dell'esperimento (Fig.3.6(a)). Si è eseguita una trasformata di Fourier su un intervallo della traccia e si è estratta l'intensità del picco  $\nu = 1/2$  come funzione della posizione dell'intervallo (Fig.3.6(b)). Si osserva una lenta decrescita indicativa della persistenza del DTC e si nota che il tasso di decrescita a lungo termine sembra essere relativamente insensibile alla variazione dell'angolo da  $\pi$  a  $1.034\pi$ , e alla variazione degli stati iniziali di spin, ma incrementa significativamente quando si approssima il confine di fase vicino a  $\theta = 1.086\pi$ . Per osservare sperimentalmente il confine di fase del cristallo temporale, si è considerato il comportamento a lungo

termine della polarizzazione ( $50 < n < 100$ ) e si è calcolata la “frazione di cristallo” definita come

$$f = |S(\nu = 1/2)|^2 / \sum_{\nu} |S(\nu)|^2$$

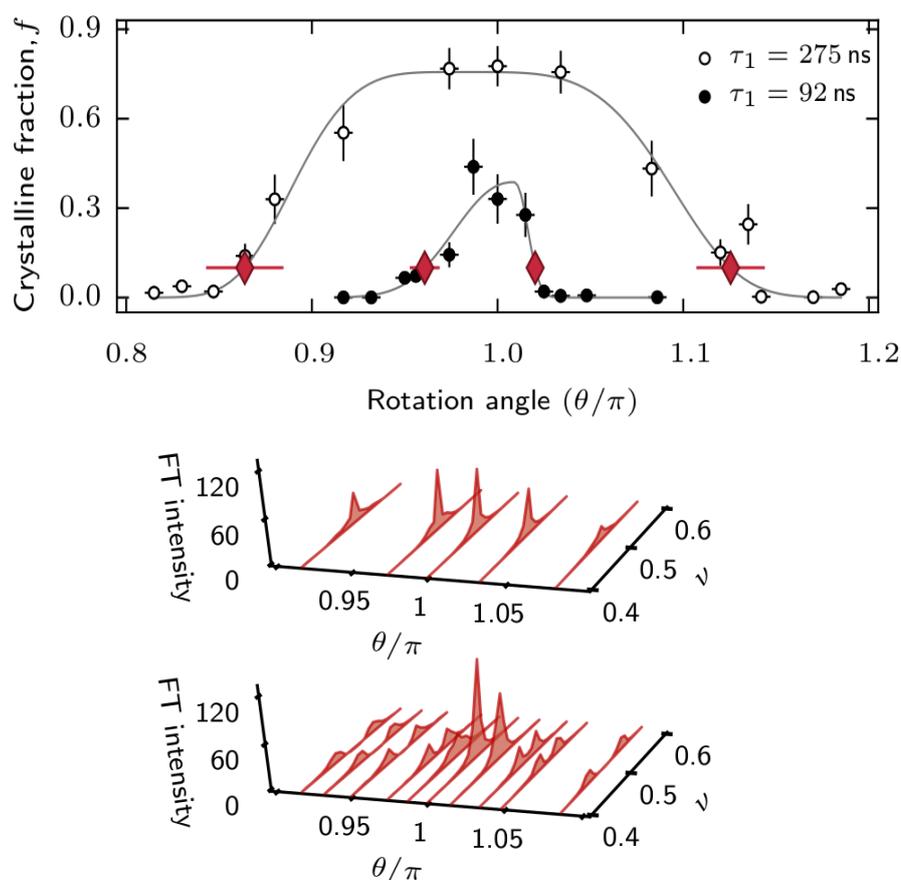


Figura 3.7: *Frazione di cristallo in funzione di  $\theta$ .*

La *Figura 3.7(in alto)* mostra  $f$  in funzione di  $\theta$  per due differenti tempi d’interazione e si osserva che per interazioni deboli ( $\tau_1 = 92ns$ ),  $f$  ha un massimo per  $\theta = \pi$  ma decresce rapidamente appena  $\theta$  si discosta di  $\sim 0.02\pi$ . Per interazioni più forti ( $\tau_1 = 275ns$ ), si osserva invece una fase di DTC più resistente, che si manifesta come una frazione di cristallo più ampia che spazia un range  $0.86\pi < \theta < 1.13\pi$ . Il confine di fase può essere visualizzato anche

con l'abbassamento del picco a  $\nu = 1/2$  e il conseguente splitting dello stesso (Fig.3.7(in basso)). Infine si è dimostrato che la simmetria per traslazione

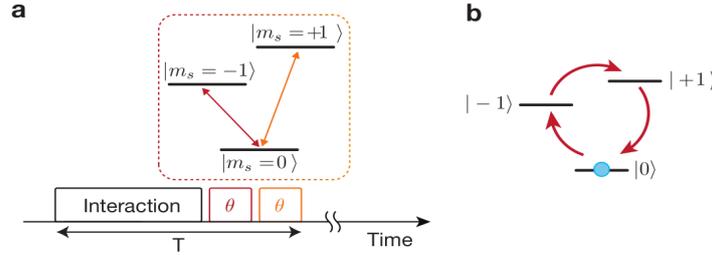


Figura 3.8: *Ciclo di Floquet composto da interazione e due diverse transizioni.*

temporale discreta può essere rotta ulteriormente fino a  $Z_3$ , ottenendo un DTC per  $\nu = 1/3$ . Per fare ciò si sono utilizzati tutte e tre gli stati di spin dei centri NV, iniziando con tutti gli spin polarizzati con  $|m_s = 0\rangle$ , si sono applicate due impulsi di microonde, ognuno della durata di  $\tau_2$ . Il primo per le transizioni tra  $|m_s = 0\rangle$  e  $|m_s = -1\rangle$  e il secondo per quelle tra  $|m_s = 0\rangle$  e  $|m_s = 1\rangle$ . Il periodo di Floquet è dunque  $T = \tau_1 + 2\tau_2$  (Fig.3.8).

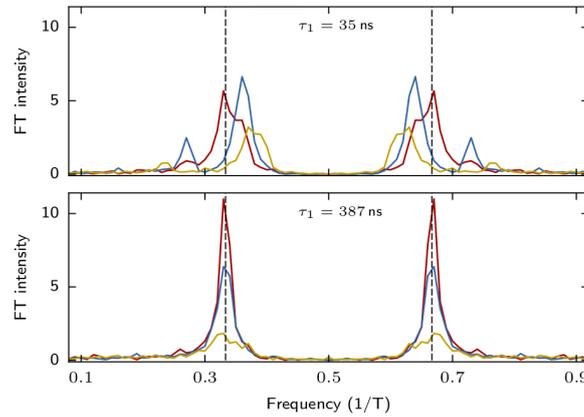


Figura 3.9: *Lo spettro di Fourier della polarizzazione, per due differenti valori di  $\tau_1$  e per tre diversi angoli di rotazione:  $\theta = \pi$  (rosso),  $1.086\pi$  (blu),  $1.17\pi$  (giallo). Con interazioni deboli ( $\tau_1 = 35ns$ ), la posizione dei picchi è molto sensibile alle perturbazioni, ma con una forza d'interazione sufficiente ( $\tau_1 = 387ns$ ) i picchi sono fissati al valore di  $\nu = 1/3$  nonostante una perturbazione del 17%.*

Il lavoro svolto dal team di Lukin apre molte nuove strade allo studio e alle applicazioni delle fasi quantistiche dinamiche in Hamiltoniane sempre più complesse.

# Capitolo 4

## Applicazioni

### 4.1 Sensori

Una possibile applicazione per i cristalli temporali è quella dei sensori ad alta precisione. Le impurità nei diamanti sono già utilizzate per la misura di minuscole variazioni di temperatura e di campo magnetico, ma questo approccio ha dei limiti, perchè se c'è una densità troppo elevata di impurità, le loro interazioni distruggono il fragile sistema quantistico. In un cristallo temporale, invece, le interazioni servono ad aumentare la stabilità del sistema. Se si accumulano milioni di impurità in un piccolo spazio, è possibile ottenere un segnale abbastanza forte da essere in grado di sondare in modo efficiente cellule viventi e materiali densi di atomi.

I cristalli temporali possono anche essere utilizzati per migliorare le misurazioni degli orologi atomici. Se questi orologi sono abbastanza sensibili, possono misurare anche le più piccole variazioni nei campi magnetici o gravitazionali, per esempio fornendo informazioni su tunnel e cavità nascoste nel sottosuolo. Orologi atomici in grado di fare ciò esistono già, ma al momento sono molto instabili, hanno bisogno di essere raffreddati a una temperatura estremamente basse e devono essere tenuti completamente isolati dall'ambiente; condizioni estremamente precise che sono irrealizzabili fuori da un laboratorio adeguatamente attrezzato. Questo a causa del fatto che gli stati

di coerenza quantistica sono di durata relativamente breve, perché le particelle quantistiche sono estremamente sensibili alle perturbazioni e si possono destabilizzare in fretta interagendo con l'ambiente. La minima variazione termica o perturbazione proveniente dall'ambiente circostante può causare la perdita di informazioni del sistema quantistico. E' qui che entrano in gioco i cristalli temporali. La loro resilienza alle perturbazioni fa sì che il sistema si preservi nella sua condizione di stabilità, anche se è lontano dalla condizione di equilibrio (*Figura 4.1*). Una semplice illustrazione del concetto di allontanare qualcosa dall'equilibrio per aumentarne la stabilità è il noto trucco di far alzare una scopa rovesciata sul palmo della mano o su una delle punte delle dita: se si tiene ferma la mano, la scopa è instabile e cadrà rapidamente, ma se si sposta la mano con il giusto periodo, si può rendere la scopa molto stabile e quindi farla rimanere dritta all'infinito.

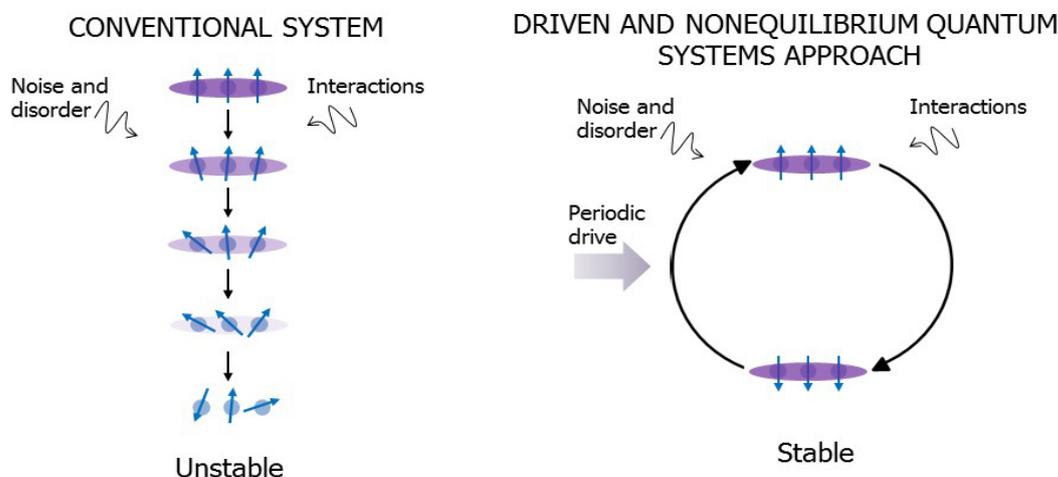


Figura 4.1: *Sistema sensibile alle perturbazioni, perde facilmente stabilità (a sinistra). Sistema in condizione di non equilibrio, preserva la propria stabilità (a destra).*

Questa applicazione dei time crystal potrebbe portare a orologi atomici molto più stabili e resistenti a perturbazioni dell'ambiente esterno e funzio-

nanti a temperature più elevate, estendendo così la loro applicabilità anche al di fuori di laboratori ad hoc, come per esempio in campo militare.

## 4.2 Quantum Computing

Lo stesso principio di stabilità espresso fin ora può essere ampiamente applicato ai computer quantistici. Questi, si trovano a fronteggiare due sfide opposte tra loro: proteggere i fragili bit quantistici che eseguono i calcoli e mantenerli comunque accessibili per la lettura e la scrittura di informazioni. Una delle delle particolarità dei qubit è che agiscono in modo diverso quando osservati. Senza una sufficiente coerenza, qualsiasi dato trasmesso, creato o memorizzato in un sistema quantico potrebbe semplicemente svanire nel momento in cui si prova a guardarlo. La soluzione potrebbe essere la creazione di cristalli temporali in bit quantistici, in modo che “vogliano” essere coerenti. I cristalli temporali possono essere la chiave per creare un computer quantistico che non richieda temperature prossime allo zero per funzionare; infatti si è dimostrata possibile la loro creazione a temperatura ambiente.



# Bibliografia

- [1] Frank Wilczek (11 Luglio 2012) - “Quantum Time Crystals”.
- [2] Alfred Shapere and Frank Wilczek (12 Luglio 2012) - “Classical Time Crystals”.
- [3] Tongcang Li, Zhe-Xuan Gong, Zhang-Qi Yin, H. T. Quan, Xiaobo Yin, Peng Zhang, L.-M. Duan and Xiang Zhang (19 Giugno 2013) - “Space-time crystals of trapped ions”.
- [4] Patrick Bruno (15 Ottobre 2012) - “Comment on “Quantum Time Crystals”: a new paradigm or just another proposal of perpetuum mobile?”.
- [5] Patrick Bruno (20 Novembre 2012) - “Comment on “Space-Time Crystals of Trapped Ions”: And Yet it Moves Not!”.
- [6] Federica Maria Surace (20 Luglio 2017) - “Floquet time crystals in clock models”.
- [7] Phil Richerme (16 Gennaio 2017) - “How to create a Time Crystal”, Physics, American Physics Society.
- [8] N.Y. Yao, A. C. Potter, I. D. Potirniche and A. Vishwanath (2016) - “Discrete Time Crystals: Rigidity, Criticality and Realizations ”, Phys. Rev. Lett. 118, 030401.

- 
- [9] G.E. Volovik (16 Settembre 2013) - “On the broken translation symmetry in macroscopic systems: precessing states and off-diagonal long-range order ”.
- [10] Haruki Watanabe and Masaki Oshikawa (18 Giugno 2015) - “Absence of Quantum Time Crystals ”.
- [11] N.Y. Yao, C. Monroe, J. Zhang, P. Beckers et al. (27 Settembre 2016) - “Observation of a Discrete Time Crystal ”.
- [12] Soonwon Choi, Joonhee Choi, Norman Y. Yao et al. (25 Ottobre 2015) - “Observation of discrete time-crystalline order in a disordered dipolar many-body system ”.
- [13] Dominic V. Else, Bela Bauer, Chetan Nayak (8 Giugno 2016) “Floquet Time Crystals”
- [14] <https://thenextweb.com/science/2018/05/30/time-crystals-could-be-the-miracle-quantum-computing-needs/>
- [15] <https://www.nature.com/news/the-quest-to-crystallize-time-1.21595>
- [16] <https://www.nature.com/articles/nphoton.2013.30.pdf>
- [17] <https://www.darpa.mil/news-events/2018-01-18>