

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA
CORSO DI LAUREA IN ASTRONOMIA

Radiazione di Bremsstrahlung e applicazioni Astrofisiche

Tesi di Laurea

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Candidata:
Andrealuna Pizzetti

Sessione II
Anno Accademico 2017-2018

A mia nonna Gisella,
che ora risplende come le stelle
di cui sono follemente innamorata.

Radiazione di Bremsstrahlung e processi astrofisici

Andrealuna Pizzetti

Sommario

In fisica ci si riferisce alla *radiazione elettromagnetica* per identificare le onde del campo elettromagnetico emesse da particelle cariche in moto non uniforme che si propagano nello spazio-tempo, trasportando con loro energia radiativa. Dalle equazioni di Maxwell per l'elettromagnetismo, si evince infatti che una carica accelerata emette radiazione elettromagnetica e la potenza rilasciata è proporzionale all'accelerazione della particella: una carica stazionaria o in moto uniforme, ha campo elettrico costante ed un campo magnetico nullo e pertanto non irradia. I principali meccanismi di produzione energetica in ambito astrofisico hanno alla base proprio l'accelerazione di cariche elettriche e un esempio ne è l'emissione di *Bremsstrahlung* trattata in questa tesi.

Durante un esperimento sulle perdite energetiche degli elettroni al passaggio attraverso la materia, nel 1930 Carl Anderson notò che il rate di perdita radiativa sottostimava il rate di perdita energetica nel caso di elettroni relativistici: l'ulteriore meccanismo di perdita energetica venne associato all'emissione di un'onda elettromagnetica in seguito all'accelerazione di un elettrone nel campo elettromagnetico di un nucleo atomico. Questa radiazione, già notata da Nikola Tesla nel 1880 in un contesto differente, prese il nome di *radiazione di frenamento* o *Bremsstrahlung*, dal tedesco "bremsen" (frenare) e "Strahlung" (radiazione).

L'emissione di Bremsstrahlung si ha come conseguenza dell'interazione tra elettroni e nuclei (ioni) attraverso la forza di coulomb: la particella in movimento perde energia cinetica che viene convertita in radiazione (fotoni) per soddisfare la conservazione dell'energia. Un tale effetto non si nota se sono i nuclei a ionizzare la materia, in quanto l'energia emessa è inversamente proporzionale al quadrato della massa della particella che irradia e quindi non apprezzabile in quest'ultimo caso.

La Bremsstrahlung è identificata anche come *free-free emission* in quanto gli elettroni sono liberi sia prima che dopo la decelerazione. Perché avvenga è necessario avere cariche libere, condizione largamente presente all'interno dei plasmi astrofisici, nei quali l'emissione di frenamento è il principale meccanismo di raffreddamento quando si hanno temperature $T > 10^7 K$. In ambiente astrofisico, l'emissione di Bremsstrahlung viene osservata in diversi ambiti, un esempio sono le regioni di idrogeno ionizzato (regioni HII) alle temperature di $T \sim 10^4 K$, nella quali l'emissione di frenamento è responsabile del continuo radio. Importante è anche l'emissione nei raggi X del gas intergalattico negli ammassi di galassie, dove vengono raggiunte temperature $T \sim 10^8 K$, e delle binarie X a temperatura $T \sim 10^7 K$. L'emissione free-free è osservabile anche nei dischi di accrescimento attorno a stelle evolute o a buchi neri.

In questa tesi verrà dedicata particolare attenzione alle emissioni di Bremsstrahlung di Nebulose Planetarie, Novae simbiotiche e oggetti celesti del nostro Sistema Solare.

Indice

1	Descrizione fisica del processo	1
1.1	Radiazione da singolo elettrone	1
1.1.1	Distribuzione spettrale della radiazione	3
1.2	Radiazione di un plasma reale e parametri di impatto	3
1.2.1	Fattore di Gaunt	5
1.3	Bremsstrahlung termica	5
1.3.1	Emissività scpecifica ed emissività totale	6
1.3.2	Tempo di raffreddamento	7
1.3.3	Auto-assorbimento e misura di emissione	8
1.4	Bremsstrahlung relativistica	9
2	Applicazioni Astrofisiche	10
2.1	Emissione di Bremsstrahlung nel Cosmo	10
2.1.1	Novae Simbiotiche	10
2.1.2	Nebulose Planetarie	11
2.1.3	Bremsstrahlung nel Sistema Solare: Le aurore polari	13
2.2	Bremsstrahlung relativistica: i Brillamenti Solari	15
	Riferimenti bibliografici	16

1 Descrizione fisica del processo

La radiazione dovuta all'accelerazione di cariche nel campo coulombiano di un'altra carica è chiamata *Bremsstrahlung* o emissione free-free, questo perchè l'elettrone perde energia passando da uno stato non legato ad un altro stato non legato, motivo per cui si ottiene uno spettro continuo. Per una comprensione completa dell'argomento sarebbe necessario trattare il fenomeno attraverso l'elettrodinamica quantistica (QED), dato che possono essere prodotti fotoni di energia comparabile a quella della particella che emette radiazione. Tuttavia, le formule che si ottengono in approssimazione semiclassica presentano la giusta dipendenza funzionale per la maggior parte dei parametri fisici e danno il risultato esatto in alcuni regimi. Inoltre, a partire dalle formule ottenute classicamente è possibile ricondursi a quelle quantistiche, introducendo come termine correttivo il fattore di Gaunt. Per fare ciò dobbiamo supporre che la lunghezza di De Broglie della particella sia minore delle dimensioni del sistema $\lambda_{DB} = \sqrt{\hbar m k T} \ll r$ e che le perdite energetiche siano molto inferiori all'energia della particella emittente $h\nu \ll \epsilon$.

Questa è la strada che verrà seguita nei paragrafi seguenti per la trattazione del fenomeno. Prima sarà illustrato il caso di elettroni in moto con velocità $v \ll c$, mentre il caso relativistico verrà trattato solo in un secondo momento¹.

Si osserva che l'emissione per Bremsstrahlung dovuta alla collisione di due particelle uguali (ad esempio protone-protone, elettrone-elettrone) è zero nell'approssimazione di dipolo, dato che il momento di dipolo $\sum e_i r_i$ è proporzionale al centro di massa $\sum m_i r_i$, una costante del moto: si devono pertanto considerare due particelle differenti se si vuole un'emissione non nulla in seguito alla decelerazione. La Bremsstrahlung che si considera è dunque quella emessa dai soli elettroni, che si comportano quindi da radiatori principali. Poichè nell'interazione elettrone-nucleo il nucleo non viene accelerato in maniera apprezzabile a causa della sua grande massa, il problema è approssimabile in termini di una collisione dell'elettrone con un campo di forze statico.

1.1 Radiazione da singolo elettrone

Consideriamo ora l'interazione che avviene tra uno ione di carica $+Ze$, dove Z è il numero atomico, ed un singolo elettrone di carica $-e$. Supponiamo per semplicità che il gas sia monoatomico e completamente ionizzato e che la velocità v dell'elettrone sia non relativistica.

Il processo elementare è schematizzato in Figura 1: un elettrone, che si muove con velocità v , collide, con parametro d'impatto b , con un nucleo di carica Ze .

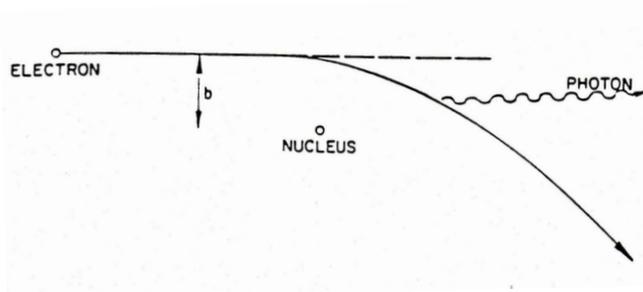


Figura 1: Schema del processo elementare.

¹ $c = 2.99792458 \times 10^8 m \cdot s^{-1}$ è la velocità della luce nel vuoto.

Allora, la potenza totale irradiata dal singolo elettrone è data dalla formula di Larmor

$$P(t) = -\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} a(t) = \frac{2}{3} \frac{q^2}{m^2 c^3} \left(\frac{d\vec{p}}{dt} \right)^2 \quad (1)$$

(dove $\vec{p} = m\vec{v}$ è la quantità di moto della particella), che, per un elettrone, è espressa dalla:

$$P_{br} = -\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} a^2 \quad (2)$$

dove, se x è la distanza nucleo-elettrone, $a = \frac{Ze^2}{m_e x(t)^2}$ è l'accelerazione coulombiana.

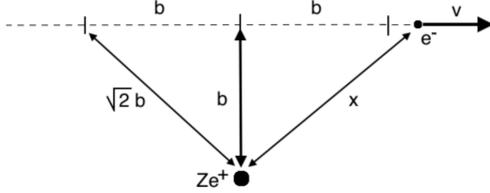


Figura 2: Schematizzazione del processo di Bremsstrahlung.

Si nota che $P \propto x^{-4}$: il massimo dell'emissione si avrà, pertanto, in corrispondenza della distanza minima tra le due particelle, che coincide con $x_{min} = b$, dove b è il parametro di impatto, ovvero la distanza tra lo ione e la traiettoria iniziale dell'elettrone, come mostrato in Figura 2.

Per distanze minori o maggiori la potenza irradiata va a zero molto rapidamente ed è perciò trascurabile. Pertanto, quando la distanza x è minima, l'accelerazione è massima e vale

$$a_{max} = \frac{Ze^2}{mb^2}$$

e si ha massima emissione:

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(\frac{Ze^2}{m_e b^2} \right)^2 = \frac{2}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2 b^4} \quad (3)$$

Dall'eq. 3 si nota che la potenza dipende dalla distanza in modo esponenziale, ciò significa che l'energia viene irradiata in modo significativo solo fin tanto che l'elettrone rimane ad una distanza pari a b dal nucleo. Per convenzione si suppone che l'interazione abbia inizio quando l'elettrone si trova ad una distanza b dal punto di minima distanza tra ione e traiettoria, in modo che $x = \sqrt{2}b$. Di conseguenza l'interazione può essere interpretata come una collisione di durata finita pari al *tempo di collisione*

$$t_{collision} = \Delta t \sim \frac{2b}{v}$$

che avviene in corrispondenza della distanza minima x_{min} , nonostante quella coulombiana sia una forza a lungo range.

Si avrà quindi che l'energia totale emessa in una singola collisione è data dalla seguente equazione:

$$E = P \cdot \Delta t = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{b^3 v} \quad (4)$$

che permette di fare due importanti considerazioni:

- * fissato un parametro di impatto b , l'energia totale emessa è minore per gli elettroni più veloci dato che minore è il tempo di interazione tra le cariche;
- * a fissata velocità v , l'energia totale emessa aumenta fortemente al diminuire del parametro di impatto.

1.1.1 Distribuzione spettrale della radiazione

Durante la collisione, l'elettrone subisce un'accelerazione massima soltanto una volta: la radiazione verrà quindi emessa in un impulso di durata Δt e con un profilo leggermente asimmetrico. Questo è dovuto al fatto che, dopo l'interazione, l'elettrone ha una velocità inferiore, avendo perso parte della sua energia cinetica sotto forma di radiazione elettromagnetica.

L'analisi di Fourier del moto della particella nell'intervallo d'interazione ci procura una distribuzione spettrale dell'energia irradiata in funzione della frequenza:

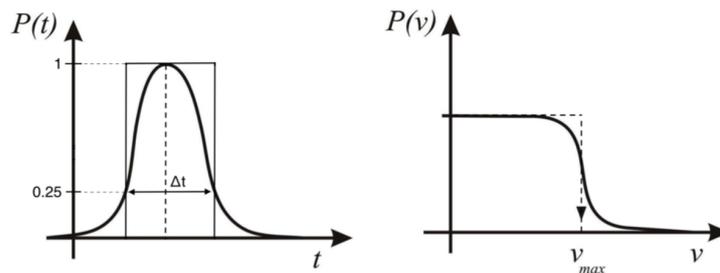


Figura 3: Spettro di emissione di Bremsstrahlung da singolo elettrone: grafici dell'impulso in funzione del tempo e in funzione della frequenza dopo l'analisi di Fourier.

In Figura 3 si vede come l'energia totale emessa sia data dall'area del rettangolo che ha come lati P_{max} e Δt . Si nota anche come la distribuzione in funzione della frequenza risulti piatta fino ad una certa *frequenza di cut-off*, legata all'energia cinetica dell'elettrone, per poi crollare esponenzialmente a zero.

La frequenza di cut-off è data da

$$\nu_{max} \simeq \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v}{4b}$$

dove ν_{max} rappresenta la frequenza caratteristica della radiazione da singola collisione: la si può interpretare come la frequenza alla quale l'elettrone orbita attorno allo ione viaggiando ad una velocità v con un raggio b .

Si può ora ricavare l'energia emessa per unità di frequenza:

$$\frac{P\Delta t}{\Delta\nu} = \frac{dW}{d\nu} = \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m^2} \frac{1}{b^2 v^2} \quad (5)$$

La Bremsstrahlung presenta quindi uno spettro continuo la cui intensità del picco si sposta verso frequenze maggiori man mano che l'energia emessa dalla particella decelerata aumenta; inoltre, la radiazione di un singolo elettrone è polarizzata linearmente.

1.2 Radiazione di un plasma reale e parametri di impatto

Consideriamo ora un plasma ionizzato che abbia una densità di ioni n_Z ed una densità n_e di elettroni, tutti in moto con la stessa velocità v . Generalmente $n_e \geq n_Z$ e la velocità v degli elettroni è fissata rispetto agli ioni.

L'emissività specifica, cioè la potenza spettrale irradiata in un volume unitario, si ottiene moltiplicando l'eq. 5 per il numero di urti che avvengono in un secondo, contro i nuclei contenuti nel volume unitario, con tutti i possibili parametri di impatto. Per

fare ciò, si deve calcolare il numero di collisioni al secondo con parametro d'impatto compreso tra b e $b+db$ ed integrare su tutti i b possibili. Con l'aiuto della seguente figura (Figura 4), si vede subito che, per un singolo nucleo, tale numero è dato da $n_{collisioni} = 2\pi b db \times n_e \times v$; pertanto, il numero totale di collisioni sarà $N_{coll} = n_{collisioni} \cdot n_e$.

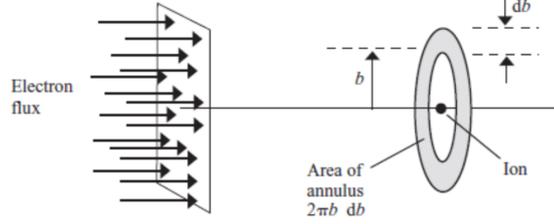


Figura 4: Flusso di elettroni che si muovono verso uno ione nel caso di un plasma reale. L'anello rappresenta l'area del bersaglio con parametro di impatto b in db .

Se n_Z è la densità degli ioni, l'emissività totale di una nube che emette per Bremsstrahlung sarà data da:

$$J_{Br}(v, \nu) = \frac{dW}{d\nu dV dt} = 2\pi n_e n_Z v \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v^2} b db = \boxed{\frac{32}{3} \frac{\pi e^6}{c^3 m_e^2} n_e n_Z Z^2 \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right)} \quad (6)$$

dove b_{min} e b_{max} sono rispettivamente il minimo e il massimo dei parametri di impatto permessi, che verranno giustificati e calcolati in seguito.

In ambiente astrofisico si ha a che fare con l'idrogeno, pertanto $n_e \approx n_Z$ e si ha $J_{Br}(v, \nu) \sim \frac{1}{v} n_e^2$.

Avendo densità molto basse ($n_e < 10^{-2} \cdot cm^{-2}$ nel caso di HIM e $n_e \approx 1 \cdot cm^{-2}$ nel caso di WIM²), il processo di emissione risulta essere molto lento.

In prima approssimazione, l'emissione totale $J_{Br}(v, \nu)$ non dipende esplicitamente da ν e quindi il grafico che la rappresenta è una retta parallela all'asse delle frequenze. In realtà la dipendenza dal ν è all'interno dei parametri di impatto.

Il valore massimo di b è valutato in modo che le interazioni che avvengono a distanze maggiori siano trascurabili: ad una data frequenza ν , quindi, si considereranno solo le interazioni in cui gli elettroni hanno un parametro di impatto corrispondente ad una frequenza di cut-off ν_{max} maggiore della frequenza considerata. Si avrà pertanto:

$$b_{max} \simeq \frac{v}{4\nu_{max}} \leq \frac{v}{4\nu}$$

Per valutare il parametro d'impatto minimo, invece, si può considerare sia l'approssimazione semiclassica che quella quantistica.

- ★ Nell'approssimazione semiclassica viene richiesto che $\Delta v \leq v$, dato che se fosse maggiore gli elettroni emetterebbero più energia di quella che possiedono sotto forma di energia cinetica. Si ottiene quindi:

$$b_{min,class} \simeq \frac{2Ze^2}{m_e v^2}$$

Da quest'ultima equazione si nota come, essendo $b_{min,class} \neq 0$, non vi è un contatto effettivo tra ione ed elettrone.

² HIM=Hot Ionized Medium($T \approx 10^{6-7} K$), WIM= Warm Ionized Medium($T \approx 10^4 K$).

★ La meccanica quantistica richiede che sia rispettato il principio di indeterminazione di Heisenberg

$\Delta p \Delta x \geq h/(2\pi)^3$, dove $\Delta p \approx m_e \Delta v$ e $\Delta x \approx b$. La condizione da rispettare è pertanto

$$m_e v \geq \frac{h}{2\pi b}$$

che porta all'equazione per il parametro d'impatto minimo quantistico:

$$b_{min,quant} \simeq \frac{h}{2\pi m_e v}$$

Rapportando i due valori appena ottenuti, è possibile stabilire quando considerare l'uno o l'altro:

$$\frac{b_{min,quant}}{b_{min,class}} \approx \frac{hc}{4\pi Z e^2} \frac{v}{c} \approx \frac{137 v}{Z c}$$

In particolare, si ha che

$$b_{min,quant} > b_{min,class} \iff v \geq 0.01c$$

Dalla termodinamica è noto che $v = \sqrt{3kT/m_e}$, dove $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{K}^{-1}$ è la costante di Boltzmann, pertanto si avrà

$$\frac{b_{min,quant}}{b_{min,class}} \approx \frac{137}{Z} \sqrt{\frac{3k}{m_e}} T^{1/2}$$

Questo implica che il limite quantistico entra in gioco quando si hanno temperature molto elevate, come nel caso di gas intergalattico che raggiunge temperature dell'ordine di 10^8 K ; nel caso di regioni HII, invece, dove si hanno temperature dell'ordine di 10^4 K , l'emissione di Bremsstrahlung è calcolata utilizzando il parametro di impatto b_{min} classico.

1.2.1 Fattore di Gaunt

Una trattazione più rigorosa dell'emissione di Bremsstrahlung si ottiene introducendo un fattore correttivo derivante dalla correzione quantistica del processo: questo fattore, detto *fattore correttivo di Gaunt* ($\mathbf{g}_{ff}(\nu, \mathbf{T})$), dipende sia dalla frequenza di emissione che dall'energia dell'elettrone e permette di definire in modo preciso l'emissività specifica di Bremsstrahlung:

$$g_{ff}(\nu, T) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left(\frac{b_{max}}{b_{min}} \right) \implies J_{Br}(\nu, \nu) = \frac{32\pi e^6}{3\sqrt{3}c^3 m_e v} n_e n_Z Z^2 \mathbf{g}_{ff}(\nu, \mathbf{T}) \quad (7)$$

1.3 Bremsstrahlung termica

L'emissione di una nube di gas composta da ioni ed elettroni all'equilibrio termico prende il nome di *Bremsstrahlung termica*: in questo caso, le particelle non hanno tutte la stessa velocità ma seguono la distribuzione di Maxwell-Boltzmann che ne descrive il comportamento in modo statistico.

La probabilità che una particella abbia una velocità compresa tra v e $v + dv$ è data da:

$$f(v)dv \propto v^2 \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2kT} \right) dv$$

³ $h = 6.62606896(33) \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ costante di Plank

1.3.1 Emissività scpecifica ed emissività totale

Mediando l'emissività specifica ottenuta nell'eq.7 sulla distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann si ottiene l'emissività specifica di Bremsstrahlung termica:

$$J_{Br}(\nu, T) = \int_{v_{min}}^{\infty} J_{Br}(\nu, v) f(v) dv \quad (8)$$

La velocità minima v_{min} dipende dalla frequenza: deve infatti essere rispettata la condizione

$$h\nu \leq \frac{mv^2}{2}$$

dato che un elettrone non può emettere più energia di quella che possiede, pertanto si arriva ad ottenere

$$v_{min} = \sqrt{\frac{2h\nu}{m_e}} \quad (9)$$

Questo porta ad avere un cut-off nel limite inferiore di integrazione sulle velocità delle particelle che prende il nome di *photon discreteness effect*.

Integrando si può pertanto ottenere l'emissività specifica di Bremsstrahlung termica, espressa qui in unità cgs:

$$J_{Br}(\nu, T) = 6.68 \times 10^{-38} T^{-1/2} e^{-h\nu/kT} n_e n_Z Z^2 \overline{g_{ff}}(\nu, T) \quad (10)$$

dove $\overline{g_{ff}}(\nu, T)$ è un fattore di Gaunt medio che, nella maggior parte dei casi, è dell'ordine dell'unità se si considera $h\nu \approx kT$.

Si possono fare alcune importanti osservazioni riguardo l'equazione appena riportata. Prima di tutto, si è sostituita la dipendenza dall'inverso della velocità con quella dell'inverso della radice della temperatura; questo implica che, all'aumentare della temperatura, l'emissività specifica diminuisce. Inoltre, l'esponenziale deriva dalla distribuzione di Maxwell-Boltzmann e ad una data frequenza fornisce il *cut-off* dello spettro di radiazione:

$$\nu_{cutoff} \simeq \frac{kT}{h}$$

ovvero, all'aumentare della temperatura aumenta anche il valore della frequenza di cut-off. Infine, dato che negli ambienti astrofisici $n_e \simeq n_Z$, l'emissività di Bremsstrahlung è direttamente proporzionale al quadrato della densità numerica degli elettroni: nubi più dense emetteranno di più.

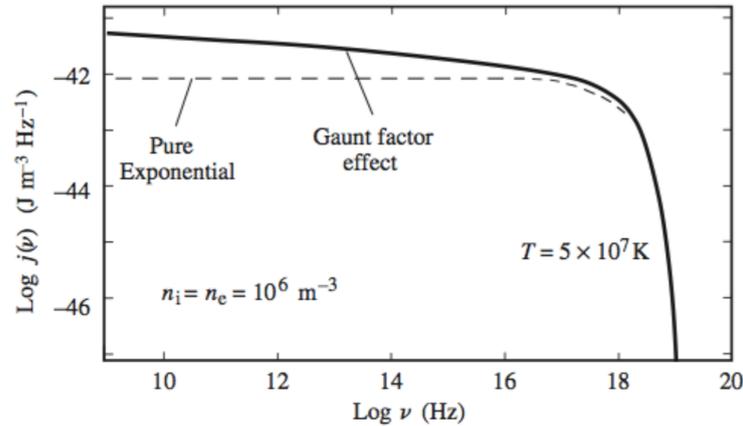


Figura 5: Spettro teorico di Bremsstrahlung termica. Nello specifico, viene considerata un plasma di idrogeno ($Z=1$), di temperatura $T = 5 \times 10^7 K$ con una densità numerica di $n_e = n_Z = 10^6 m^{-3}$.

L'andamento dello spettro mostrato in Figura 5 fa notare come, fissata una certa temperatura, la distribuzione spettrale di Bremsstrahlung termica si mantenga quasi del tutto piatta fino ad una certa frequenza di cut-off, dopo la quale l'emissività cala rapidamente a zero a causa del fattore di taglio esponenziale. Il fattore di Gaunt è il responsabile della pendenza dello spettro prima del taglio esponenziale.

L'area sottesa dalla distribuzione spettrale mostrata in Figura 5 rappresenta l'emissività totale di Bremsstrahlung termica, ovvero l'energia totale emessa per unità di volume: questa non dipende dalla frequenza ma solo dalla temperatura.

Integrando sull'intero spettro l'emissività specifica si ottiene l'equazione per l'emissività totale:

$$J_{Br}(T) = \frac{dW}{dt dV} = 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e n_Z^2 \overline{g_B}(T) \quad (11)$$

dove $\overline{g_B}(T)$ è il fattore di Gaunt medio che assume valori compresi tra 1.1 e 1.5.

Considerando $T_2 > T_1$ si osserva che:

$$\star J_{Br}(\nu, T_1) > J_{Br}(\nu, T_2)$$

$$\star J_{Br}(T_1) < J_{Br}(T_2)$$

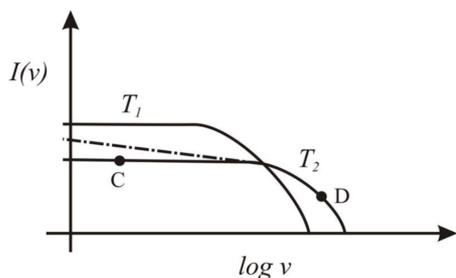


Figura 6: Spettro di Bremsstrahlung per plasmi a diverse temperature, con $T_2 > T_1$.

ovvero che l'energia irradiata per unità di volume e di tempo è maggiore a basse temperature, ma l'emissione totale è maggiore a temperature più alte, come si può notare graficamente in Figura 6.

Questo fatto si spiega considerando la frequenza di cut-off: con l'aumentare della temperatura la frequenza di cut-off cresce e questo permette di avere più fotoni energetici a disposizione. Nel complesso, pertanto, si ha più energia emessa a temperature più alte.

1.3.2 Tempo di raffreddamento

Il tempo di raffreddamento è definito come il rapporto tra l'energia termica del plasma e la perdita radiativa per Bremsstrahlung:

$$t_{cooling} = \frac{E_{thermal}^{tot}}{J_{Br}(T)} = \frac{3/2(n_e + n_Z)kT}{J_{Br}(T)} = \frac{1.8 \times 10^{11} T^{1/2}}{\overline{g_B} n_e} s \approx \frac{6 \times 10^3 T^{1/2}}{\overline{g_B} n_e} yr \quad (12)$$

con $n_e \approx n_Z$. Importante è notare la dipendenza del tempo di raffreddamento sia dalla temperatura che dalla densità del plasma. Ad esempio, nelle regioni HII, dove le densità sono $n_e \sim 10^2 - 10^3 cm^{-3}$ e le temperature dell'ordine di $T \sim 10^4 K$, il tempo di raffreddamento è di circa 1000 anni, mentre, nel caso di ammassi di galassie, nei quali si hanno densità molto inferiori ($n_e \sim 10^{-3} cm^{-3}$) e le temperature molto più alte ($T \sim 10^7 K$) il tempo di raffreddamento è dell'ordine dei 6×10^{10} anni. La Bremsstrahlung termica è il principale processo di raffreddamento del plasma a temperature superiori ai $T \sim 10^7 K$.

1.3.3 Auto-assorbimento e misura di emissione

Un principio estremamente generale, detto *principio del bilancio dettagliato*, afferma che, all'equilibrio termico, ogni processo è bilanciato dal suo inverso: in un plasma all'equilibrio termico, pertanto, il processo di emissione deve essere bilanciato da un processo di assorbimento. Il sistema passa quindi dall'essere un problema a due corpi, elettrone e ione, ad un problema a tre corpi, in cui interagiscono elettrone, ione e fotone: si parla in questo caso di *assorbimento free-free termico* dove l'energia rilasciata da un'interazione elettrone-ione viene assorbita da un elettrone libero.

All'equilibrio termico vale la legge di Kirchhoff che mette in relazione il coefficiente di emissione $j(\nu, T)$ con quello di assorbimento $\mu/\nu, T$:

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T)B_{bb}(\nu, T) \quad (13)$$

dove $B_{bb}(\nu, T)$ ⁴ è la legge di Plank per il corpo nero, in cui è presente l'equazione del trasporto radiativo.

Per una nube di plasma che emette radiazione termica di Bremsstrahlung in modo isotropico, il coefficiente di assorbimento è:

$$\mu_{Br}(\nu, T) = \frac{J_{Br}(\nu, T)}{4\pi B_{bb}\nu, T} \propto T^{-1/2}(1 - e^{-h\nu/kT}) \quad (14)$$

Importante è notare una forte dipendenza dalla frequenza:

- ★ ad alte frequenze, l'assorbimento non è rilevante in questa regione di spettro, infatti, quando $h\nu \gg kT$, l'esponenziale è trascurabile e $\mu_{Br}(\nu, T) \propto \nu^{-3}$;
- ★ a basse frequenze, invece, quando $h\nu \ll kT$, si è nel regime di Rayleigh-Jeans e l'esponenziale può essere sviluppato in serie, rendendo l'equazione 15 approssimabile a

$$\mu_{Br}(\nu, T) \simeq 0.018T^{-3/2}n_e n_Z Z^2 \nu^{-3} \overline{g_{ff}}, \quad \overline{g_{ff}} \approx 10 \quad (15)$$

In generale, quindi, l'assorbimento è efficiente a basse frequenze e porta ad un irripidimento dello spettro, come mostrato in Figura 7.

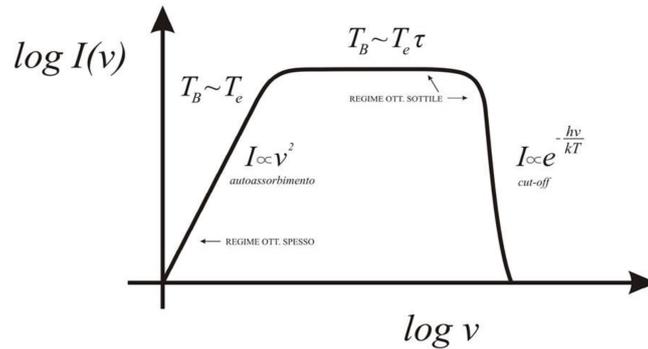


Figura 7: Spettro teorico di Bremsstrahlung termica in caso di autoassorbimento.

Ad alte frequenze l'effetto dell'autoassorbimento è per lo più trascurabile e si ha il cut-off esponenziale⁵.

⁴ $B_{bb}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$

⁵ Non tutti i plasmi presentano nel loro spettro il fenomeno dell'autoassorbimento dato che in alcuni casi la frequenza a cui questo avviene è fuori da ogni banda osservabile.

Applicando l'equazione del trasporto radiativo⁶, diventa possibile ricavare la Brillanza totale di una nube che emette per Bremsstrahlung e assorbe la sua stessa radiazione:

$$B_{cloud}(\nu, T) = \frac{J_{Br}(\nu, T)}{4\pi\mu(\nu, T)}(1 - e^{-\tau}) = B_{bb}(\nu, T)(1 - e^{-\tau}) \propto \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}}(1 - e^{-\tau}) \quad (16)$$

Nell'intervallo in cui vale l'approssimazione di Rayleigh-Jeans $h\nu \ll kT$ diventa possibile scrivere le seguenti relazioni:

- ★ se $\tau(\nu, T) \gg 1$ si è nel regime *otticamente spesso* e $B_{\nu, T_e} \propto T_e \nu^2$, $T_B \approx T_e$,⁷
- ★ se $\tau(\nu, T) \ll 1$, invece, si è nel regime *otticamente sottile* e $B_{\nu, T} \propto T^{-1/2} \nu^0$, $T_B \approx T_e \times \tau$.

Entrambi gli andamenti della brillanza in funzione della frequenza e della temperatura sono visibili in Figura 7.

Il valore della frequenza in corrispondenza della quale lo spettro passa dall'essere ripido ($B \propto \nu^2$) all'essere piatto ($B \propto \nu^0$) permette di trovare la *misura di emissione*:

$$E.M. = \int Z^2 n_e n_Z dl \quad (17)$$

1.4 Bremsstrahlung relativistica

Fino ad ora si è trattata l'emissione di Bremsstrahlung per un plasma non relativistico. Nel caso in cui gli elettroni abbiano velocità relativistiche ($v \approx c$), le formule viste fino ad ora possono essere estese al caso relativistico introducendo un opportuno fattore di Gaunt. L'emissività specifica per emissione di Bremsstrahlung relativistica, considerando abbondanze cosmiche $\langle Z \rangle = 1.3$, è:

$$J_{Br,rel}(v, \nu) \approx 5 \times 10^{-42} n_e n_Z \quad (18)$$

Si nota subito come, in condizioni relativistiche, la temperatura non sia più rilevante per la determinazione dell'emissività specifica: la Bremsstrahlung relativistica è pertanto un processo non termico. Nel caso in cui gli elettroni seguano una distribuzione di energia a legge di potenza, caratteristica dei processi non termici, del tipo $n_e(E) \approx n_{e,0} E^{-\delta}$, integrando l'equazione 19 sugli elettroni con $E \geq h\nu$, si ottiene:

$$J_{Br,rel}(\nu) \sim \int_{h\nu}^{\infty} n_e(E) n_Z Z^2 dE \approx \int_{h\nu}^{\infty} E^{-\delta} dE \approx \frac{E^{-\delta+1}}{1-\delta} \approx \boxed{\nu^{-\delta+1}} \quad (19)$$

Lo spettro di emissione nel caso di Bremsstrahlung relativistica, riportato in Figura 8, è una legge di potenza, essendo il processo non termico.

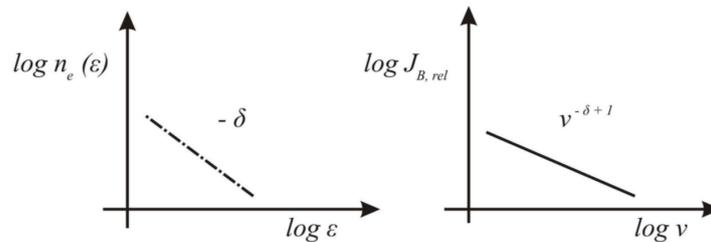


Figura 8: Spettro a legge di potenza tipico della Bremsstrahlung relativistica

⁶ $\tau = \mu(\nu)l_0$ è il coefficiente di opacità e l_0 lo spessore della nube.

⁷ T_B è la temperatura di brillanza mentre T_e è la temperatura di agitazione termica degli elettroni.

Il fatto che si abbia Bremsstrahlung termica o relativistica dipende dalla distribuzione dei velocità degli elettroni, che possono seguire quella di Maxwell-Boltzmann o una legge di potenza.

2 Applicazioni Astrofisiche

2.1 Emissione di Bremsstrahlung nel Cosmo

2.1.1 Novae Simbiotiche

Le *Novae Simbiotiche* sono variabili eruttive irregolari con nova-like outbursts molto lenti che possono arrivare ad aumentare la luminosità della stella dalle 9 alle 11 magnitudini. La luminosità di queste novae persiste al massimo per qualche decennio, dopo il quale la luminosità declina riportando la stella alla sua magnitudine iniziale.

Le variabili di questo tipo sono sistemi di stelle binarie composte da una gigante rossa (classe M) ed una nana bianca. Nelle novae simbiotiche, le due componenti orbitano molto vicine: quando l'atmosfera della gigante rossa arriva a superare il suo lobo di Roche⁸, la materia inizia a defluire attraverso il punto lagrangiano L1, formando un disco di accrescimento attorno alla nana bianca che accumula così materia. Le nane bianche sono costituite da materia degenera, pertanto l'aumento di materia non porta ad un aumento di volume ma solo di temperatura: quando la temperatura degli strati esterni della nana bianca supera i $\sim 20 \times 10^6 K$, si ha l'innescio delle reazioni termonucleari attraverso il ciclo CNO; si ha così un outburst, simile a quello delle novae classiche.

Le variabili simbiotiche presentano attività in ogni parte dello spettro elettromagnetico, dalle onde radio ai più energetici raggi X. La Bremsstrahlung termica è la responsabile dell'emissione di questi ultimi. Grazie all'utilizzo del X-Ray Einstein Observatory, sono state detectate emissioni X in tre novae simbiotiche, RR Tel, nella costellazione australe del Telescopio, V1016 Cygni, nella costellazione boreale del Cigno, e HM Sge, nella Sagitta. Gli spettri di tali osservazioni sono riportati in Figura 9.

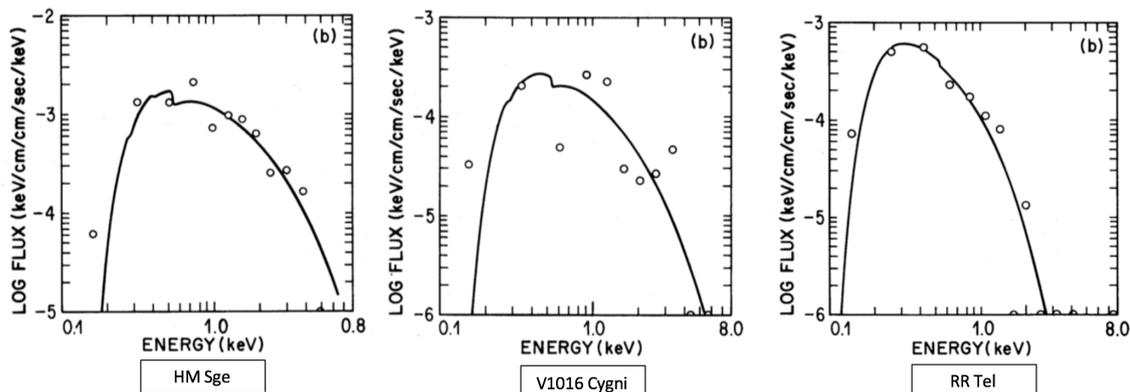


Figura 9: Spettro delle tre novae simbiotiche analizzate. I cerchietti rappresentano i dati ottenuti dall'Einstein Observatory, mentre la linea continua rappresenta il best fit dei dati con lo spettro di Bremsstrahlung.

⁸ Il lobo di Roche è una regione dello spazio attorno ad una stella binaria entro il quale il materiale orbitante è gravitazionalmente legato a quella stessa stella, mentre il materiale esterno al lobo può invece essere cadere sulla stella compagna.

L'emissione X rilevata è il risultato dell'emissione per Bremsstrahlung termica del gas ionizzato che circonda la nova simbiotica e non deriva dai processi termonucleari presenti sulla superficie della nana bianca. Per una temperatura $kT = 1.5keV$ ⁹, l'Emission Measure risulta essere $EM = 10^{56}(D/kpc)^2 \cdot cm^{-3}$, la quale porta ad ottenere la dimensione della regione emittente come

$$R \sim 4 \times 10^{14} (n_e/10^6 cm^{-3})^{-2/3} (D/kpc)^{2/3}$$

dove si è assunta l'abbondanza di He rispetto all'H di pari a 0.11.

Le zone circumstellari ad alta temperatura attorno alle novae simbiotiche sono il naturale risultato di un backward-moving shock dalla regione in cui il vento stellare della gigante rossa e della nana bianca collidono. In prima approssimazione, la temperatura del gas shockato è data da

$$T = \frac{\mu m_H P}{k\rho}$$

dove ρ, P, T e μ sono rispettivamente la densità, la temperatura, la pressione ed il peso atomico medio del gas ionizzato in questione, mentre m_H è la massa dell'idrogeno atomico. Considerando l'approssimazione adiabatica, la pressione del gas ionizzato risulta essere proporzionale al quadrato della velocità del vento stellare: inserendo un'avelocità $v = 2000km \cdot s^{-1}$ ed un peso atomico medio $\mu = 0.62$, si ottiene che la temperatura risulta essere

$$T \sim 1.6 \times 10^7 K \quad \Rightarrow \quad kT \sim 1.4keV$$

che è consistente con i valori di 1.5 keV misurati attorno a HM Sge e alle altre due novae simbiotiche considerate. Si può pertanto supporre che l'emissione X rilevata nelle novae simbiotiche sia originata dal vento stellare shockato della nana bianca in seguito alla collisione con i venti stellari della compagna.

2.1.2 Nebulose Planetarie

Le Nebulose Planetarie, abbreviate PNe, sono affascinanti oggetti celesti la quale analisi permette di ottenere preziose informazioni sui principali processi radiativi, sulle abbondanze cosmiche e sui modelli di nucleosintesi stellare e di arricchimento del mezzo interstellare (ISM).

Una nebulosa planetaria si forma quando una gigante rossa di massa compresa tra le $0.8M_{\odot}$ e le $8M_{\odot}$ ¹⁰ rilascia i suoi strati più esterni nel mezzo interstellare (ISM) circostante, ad una velocità di circa $10 - 30km/s$. Il gas appena rilasciato viene poi altamente ionizzato dalle emissioni ultraviolette della nana bianca in formazione: le PNe sono pertanto luminose nubi di gas ionizzato e polveri che avvolgono stelle evolute.

Le PNe emettono radiazione nel continuo in un largo range di frequenze: dal Far-UV al Near-IR (NIR), il continuo è dato dall'interazione tra gli elettroni e gli ioni di idrogeno ed elio attraverso processi free-free e bound-free. Nel Far-IR (FIR) il continuo è invece dominato dall'emissione di corpo nero dei grani di polvere riscaldati. Nella banda radio, poi, i grani non giocano più un ruolo importante, e l'emissione free-free data dall'interazione tra atomi diventa la principale responsabile del continuo.

Le stelle centrali delle nebulose planetarie sono calde stelle compatte con temperature

⁹ $eV = 1.06 \times 10^{-19} J$

¹⁰ $M_{\odot} = 1.98 \times 10^{33} g$ è la massa del Sole.

comprese tra i $3 \times 10^4 K$ e i $10^5 K$: questo significa che le stelle più calde possono arrivare ad emettere nei raggi X¹¹.

Dallo studio attraverso telescopi a raggi X ad alta risoluzione, come Chandra X-ray Observatory e Einstein Observatory, è stato possibile riconoscere nelle emissioni X delle nebulose planetarie, non solo l'emissione della stella centrale ma anche un'emissione più diffusa. Il processo fisico che ne sta alla base fu studiato per la prima volta da Kwok et al. nel 1978 ed è conosciuto come *Interacting stellar-wind model*: in questo modello viene assunto che un caldo vento stellare, tenue, ma comunque veloce, proveniente dalla stella centrale, con velocità di $1 - 5 \times 10^3 km/s$ porti la nebulosa ad espandersi con velocità che vanno dai 10 ai 40 km/s. La collisione del veloce vento stellare con il denso materiale della nebulosa, eiettato dalla stessa stella quando era in tarda fase AGB¹², permette la formazione di un fronte di shock nel quale la maggior parte dell'energia cinetica del vento stellare viene dissipata sotto forma di calore ed il gas shockato viene riscaldato fino a $10^7 K$: si formano così condizioni ottimali per avere emissione X. Questa è confinata nella regione più centrale della nebulosa, come si può vedere in Figura 10, consistente con l'ipotesi che il gas venga riscaldato da un'onda d'urto provocata dai venti stellari della nana bianca in formazione.

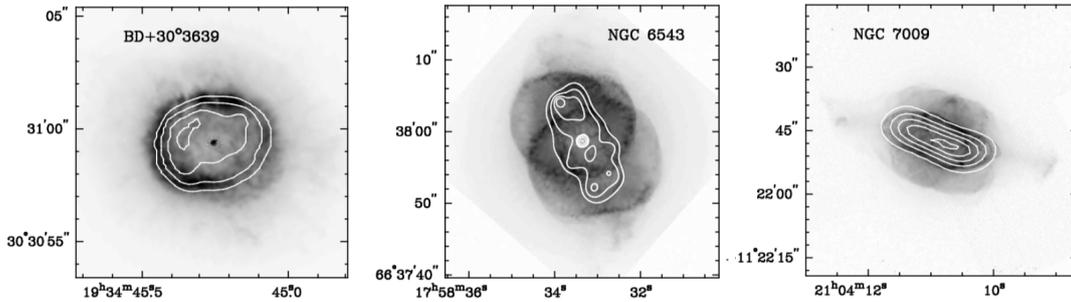


Figura 10: Immagini $H\alpha$ ottenute da *Hubble Space Telescope* WFPC2 alle quali è stata sovrapposta l'emissione diffusa in X (isofote bianche) rilevata dai telescopi *Chandra* e *XMM-Newton* di tre nebulose planetarie, in ordine BD +30 3638, ngc 6543 e ngc 7009.

Quando rilevata, l'emissione X di una nebulosa planetaria permette di ottenere informazioni essenziali sui meccanismi di formazione delle nebulose stesse. Infatti, dalla distribuzione spaziale e delle proprietà spettrali dell'emissione diffusa di raggi X nelle PNe si possono ricavare informazioni sulla posizione e sulle condizioni fisiche del gas caldo shockato negli interni delle nebulose; inoltre, l'eventuale presenza di una sorgente puntiforme accompagnata da un'emissione di hard X-ray, può significare la presenza di una compagna binaria.

Due diversi meccanismi di emissione X sono presi in considerazione nelle PNe: se la nana bianca centrale raggiunge temperature superficiali di $1 - 2 \times 10^5 K$, questa è in grado di emettere fotoni X che seguono la distribuzione spettrale data dalla legge di Planck per il corpo nero. In questo caso, i fotoni detectati hanno energie minori $\sim 0.4 keV$, ed è quindi lecito assumere derivino dalle emissioni della fotosfera della stella centrale. Un esempio di questo tipo di emissione è dato dalla nebulosa planetaria ngc 6853 (M27, Dumbell Nebula) le cui misurazioni in X seguono perfettamente l'andamento di un

¹¹ Il picco di emissione delle stelle, che son approssimabili a corpi grigi, viene fornito dalla legge di Wien che relazione temperatura superficiale e lunghezza d'onda del picco di emissione di un corpo nero $\lambda_{max} \cdot T = 0.29$.

¹² Asymptotic Giant Branch.

corpo nero di temperatura $T \sim 195000K$, come mostrato in Figura 11 a. Nel secondo caso, invece, l'emissione X risulta essere diffusa e lo spettro può essere descritto da quello di un plasma otticamente sottile che emette per Bremsstrahlung, a temperature di qualche milione di K, con fotoni che presentano energie superiori ai $0.5keV$, come si può apprezzare in Figura 11 b, nella quale è riportato lo spettro di ngc 6543 (Cat's Eye Nebula).

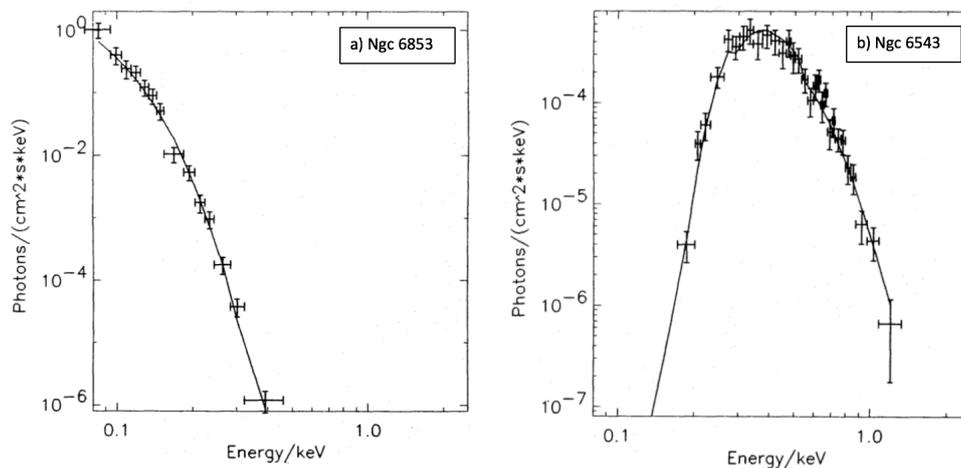


Figura 11: Misurazioni di emissione X di due nebulose planetarie, ottenute per mezzo di Einstein Observatory e EXOSAT. a) Emissione di ngc 6853: si nota come i dati osservativi (crocette) si adattino allo spettro di un corpo nero con temperatura di $195000K$. b) Emissione di ngc 6543: i dati osservativi, in questo caso, ricalcano perfettamente lo spettro di Bremsstrahlung termica.

2.1.3 Bremsstrahlung nel Sistema Solare: Le aurore polari

Nello spazio, l'emissione di raggi X è solitamente associata a fenomeni che coinvolgono alte temperature, come plasmi caldi con $T \sim 10^6 - 10^8 K$, nelle corone stellari o nei resti di supernova. Tuttavia, nel Sistema Solare (d'ora in poi abbreviato SS), l'emissione in X è stata osservata in corpi celesti con temperature molto inferiori al migliaio di Kelvin. Il primo rilevamento di raggi X all'interno del SS è avvenuto nel 1950, con la detection di raggi X di origine terrestre. Dopo questa prima rivelazione, emissioni X con energie generalmente sotto i $2keV$, sono state rilevate in tutti i corpi del nostro sistema planetario, sia nei pianeti rocciosi che nei giganti gassosi, così come nei loro satelliti, negli asteroidi e nelle comete. Gli studi spettroscopici delle emissioni X derivanti dalle atmosfere dei pianeti del SS hanno aperto una nuova strada all'esplorazione delle caratteristiche delle particelle energetiche, dei loro meccanismi di emissione e del loro comportamento in risposta all'attività solare.

Di particolare rilievo sono le emissioni di raggi X osservate nelle aurore polari di Terra e Giove, accumulati dall'aver dense atmosfere ed una magnetosfera intrinseca. La precipitazione di particelle energetiche cariche, derivanti dal vento solare e trasportate dalla magnetosfera all'interno dell'atmosfera terrestre, causa ionizzazione, dissociazione e riscaldamento dei gas neutri dell'alta atmosfera. La decelerazione delle particelle precipitanti in seguito all'interazione con gli atomi e le molecole della atmosfera, causa l'emissione di uno spettro continuo nei raggi X: la Bremsstrahlung elettronica è quindi il principale meccanismo di produzione di raggi X nelle aurore polari terrestri, per energie $\leq 3 keV$. Per questo motivo, lo spettro X delle aurore polari terrestri si è rivelato molto utile nello studio delle caratteristiche delle particelle precipitanti. Dal momento che

i rilevamenti di raggi X non sono contaminati dalla luce solare, la loro rilevazione permette di studiare le precipitazioni elettroniche sia durante il giorno che durante la notte.

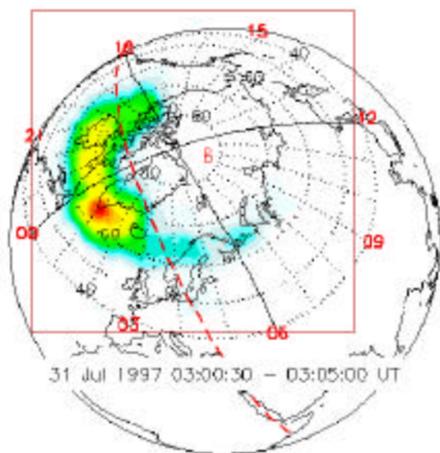


Figura 12: Immagine in X di un'aurora polare terrestre ripresa dal satellite PIXIE nel Luglio 1997. Il range di energie rilevato è di 2.81(azzurro)-9.85(rosso)keV.

raggiunto il picco di emissione delle particelle.

In analogia con quanto avviene sulla Terra, anche l'emissione X presente nelle aurore di Giove è causata da Bremsstrahlung elettronica, in seguito alla precipitazione di particelle cariche derivanti dall'imponente magnetosfera del gigante gassoso. In Figura 13 è mostrata un'immagine ottica di Giove (ripresa da HST) al quale è stata sovrapposta l'emissione X di un'aurora polare ripresa nell'Aprile 2004 da Chandra X-ray Observatory, affiancata allo spettro X ripreso dallo strumento *EPIC* a bordo del satellite XMM-Newton.

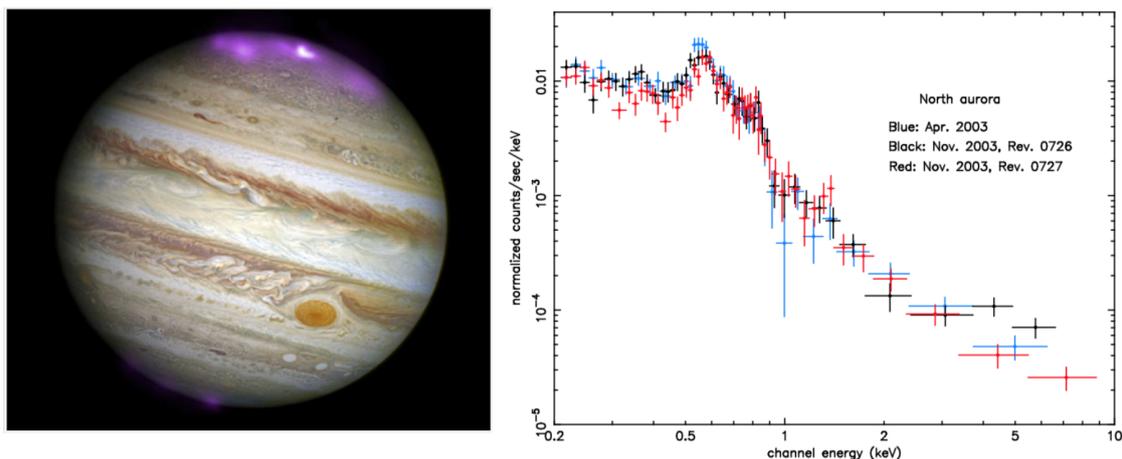


Figura 13: Aurora polare su Giove. L'immagine a sinistra raffigura Giove ripreso da Hubble Space Telescope al quale è stata sommata l'emissione X ripresa da Chandra; a destra è riportato lo spettro combinato dell'aurora polare del Novembre 2003 (rosso) e Aprile 2004 (blu), ripresa dallo strumento EPIC durante due rivoluzioni del satellite XMM-Newton attorno al pianeta. Credit: Branduardi-Raymont et al., 2005.

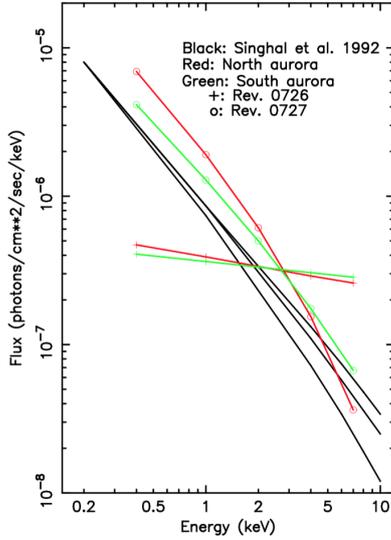


Figura 14: Modello della componente delle alte energie uniformato ai dati delle aurore di Novembre 2003 (0726) e Aprile 2004 (0727); si nota come le emissioni seguano due diverse distribuzioni: quella di novembre segue una legge di potenza piatta mentre quella di aprile una ripida Bremsstrahlung.

un'intensa attività solare, responsabile della produzione di elettroni particolarmente energetici.

Lo spettro dell'aurora può essere ben rappresentato da un modello che combina due continui derivanti dalla Bremsstrahlung termica con quattro righe spettrali, dovute alle emissioni di zolfo, ossigeno VII, ferro XVII e carbonio.

Il continuo di Bremsstrahlung riflette la presenza di due distinte componenti spettrali, che dominano rispettivamente alle basse e le alte energie. Le temperature della componente a bassa energia risultano essere abbastanza stabili, variando tra i 0.1 e gli 0.3 keV. La componente a più alta energia, invece, richiede temperature più alte: questa parte dello spettro risulta infatti essere approssimata meglio da una legge di potenza molto appiattita, piuttosto che dalla Bremsstrahlung termica, come si può apprezzare in Figura 14.

La variazione osservata sia nel flusso che nello spettro sembra essere legata alla distribuzione energetica degli elettroni precipitanti all'interno della magnetosfera, e quindi all'attività solare. Non a caso, tra l'ottobre e il novembre 2003, quando i primi dati sono stati raccolti, si è misurata

2.2 Bremsstrahlung relativistica: i Brillamenti Solari

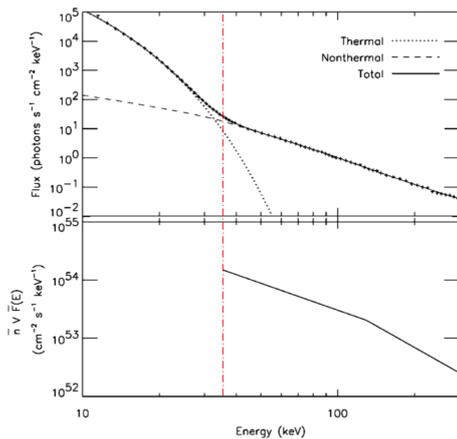


Figura 15: Flusso medio di fotoni (pannello superiore) e di elettroni (pannello inferiore) del brillamento solare del 23 luglio 2003, Gordon et al., 2003.

elettroni più energetici, come mostra il pannello inferiore. In particolare, la loro distribuzione energetica è ben descritta da indici di pendenza $\delta = 1.5$ e $\delta = 2.5$; per questa distribuzione di elettroni relativamente piatta, l'appiattimento relativistico dato dalla Bremsstrahlung diventa importante per fotoni con energie superiori ai 100 keV.

I brillamenti sono violente eruzioni di materia nella fotosfera di una stella, in grado di sprigionare enormi quantità di energia. Nel Sole, questi possono rilasciare energie dell'ordine di $10^{23} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ e raggiungere dimensioni di 10^5 km ($\sim 15R_{\oplus}$). In Figura 15 è rappresentato lo spettro del continuo nei raggi X e γ di un brillamento solare ripreso dallo strumento *Ramatou High Energy Solar Spectroscopic Imager - RHESSI* nel luglio 2002. Dall'immagine si nota come lo spettro dei fotoni registrati (segni + nell'immagine) sia ben rappresentato sia dal contributo di Bremsstrahlung di un plasma isotermico, che da una componente a legge di potenza, caratteristica della Bremsstrahlung relativistica dovuta agli

Riferimenti bibliografici

- [1] Dallacasa D., *Processi di Radiazione e MHD*, dispense 2017
- [2] Ribiki, Lightman *Radiative Processes in Astrophysics*, 2001
- [3] Fanti e Fanti, *Lezioni di Radioastronomia*, 2012
- [4] Hapugoda Dr Sachintha, *Radiopaedia.org*, rID: 51794
- [5] Bradt H., *Astrophysical Processes*, 2008
- [6] Kwok Sun, Leahy D. A., *X-Ray emission from symbiotic novae*, 1984
- [7] Kreysing H. C., Diesch C., Zweigle J., Staubery R., Grewing M., Hasinger G., *Extended X-ray emission from planetary nebulae*, 1992
- [8] Pottasch S.R., *Nebular Continuum Emission*, 1984.
- [9] You-Hua Chu, Martin A. Guerrero, and Robert A. Gruendl, *X-rays from Planetary Nebulae*, 2000
- [10] Arnold Jacob, *Planetary Nebulae*, 2008
- [11] Young Sam Yu, Raanan Nordon, Joel H. Kastner, John Houck, Ehud Behar, and Noam Soker, *The X-Ray Spectrum of a planetary nebula at high resolution: Chandra Grating spectroscopy of BD +30 3639*, 2008
- [12] Arnaud Keith, Borkowski Kazimier J., Harrington Patrick J., *X-Ray Emission from the wind-blown bubble in the planetary nebula BD +30 3639*, 1996
- [13] Joel H. Kastner, Saeqa D. Vrtilek, Noam Soker, *Discovery of extended X-Ray emission from the planetary nebula ngc 7027 by the Chandra X-ray observatory*, 2001
- [14] M. A. Guerrero, R. A. Gruendl, and Y.-H. Chu, *Diffuse X-ray emission from the planetary nebula NGC 7009*, 2002
- [15] Barbosa, D. D., *Bremsstrahlung X-ray spectra of Jupiter and Saturn - Predictions for future planetary spacecraft*, 2008
- [16] G. Branduardi-Raymont, A. Bhardwaj, R. F. Elsner, G. R. Gladstone, G. Ramsay, P. Rodriguez, R. Soria, J. H. Waite, Jr, T. E. Cravens, *A study of Jupiter's aurorae with XMM-Newton*, 2006
- [17] Anil Bhardwaj, Carey M. Lisse, Konrad Dennerl, *X-rays in the Solar System*, 2017
- [18] A. Bhardwaj et al., *Soft X-ray emission from planets moons and comets*, 2008
- [19] G. Branduardi-Raymont, A. Bhardwaj, R. F. Elsner, G. R. Gladstone, G. Ramsay, P. Rodriguez, R. Soria, J. H. Waite, Jr, T. E. Cravens, *XMM-Newton observation of X-ray emission from Jupiter*, 2004
- [20] Gordon D. Holman, Linhui Sui, Richard A. Schwartz, A. Gordon Emslie, *Electron Bremsstrahlung hard X-ray spectra, electron distributions and energetics in the 2002 July 23 solar flare*, 2003

Ringraziamenti

Ci tengo a ringraziare il Professore Daniele Dallacasa per gli utili consigli dati per la stesura di questa tesi.

Ringrazio tanto l'Associazione Astronomica Geminiano Montanari di Cavezzo, i cui soci mi hanno permesso di imparare tanto sull'Astronomia osservativa; in particolare ringrazio Mauro Facchini, che con i suoi consigli mi ha insegnato ad immortalare le bellezze del cielo.

Un grazie speciale va anche ai miei compagni di corso, che negli anni sono diventati amici stretti, e senza i quali questi tre anni sarebbero stati quasi impossibili.

Ringrazio anche Marianna e Chiara, per essermi sempre state vicine e aver creduto in me.

Un ringraziamento che viene dal cuore lo rivolgo a Federico, per avermi supportata e sopportata in questi anni, senza di te non so come avrei fatto.

Ed infine, il mio ringraziamento più grande va ai miei nonni e ai miei genitori, Roberta e Gianni, che mi hanno permesso, non senza indugio o senza sacrifici, di realizzare il mio più grande sogno, permettendomi di iscrivermi alla facoltà di Astronomia e di raddrizzare così la mia strada.