Scuola di Scienze Corso di Laurea Magistrale in Fisica

Studio e caratterizzazione di sensori distribuiti in fibra ottica basati su scattering Brillouin

Relatore: Prof. Beatrice Fraboni Presentata da: Marco Iuliano

Correlatore: Dott. Gabriele Bolognini

> Sessione III Anno Accademico 2015/2016

Indice

Introduzione	
Capitolo 1	7
Sensori in fibra ottica	7
1.1 Sensori in fibra ottica	7
1.2 Sensori distribuiti in fibra ottica (DOFS)	11
1.2.1 DOFS basati su diffusione Brillouin spontanea	15
1.2.2 DOFS basati su diffusione Brillouin stimolata	16
Capitolo 2	
Teoria dell'ottica guidata	
2.1 Equazioni delle onde elettromagnetiche in mezzo dielettrico	
2.2 Guide d'onda: geometrie	
2.2.1 Studio dei raggi ottici	
2.2.2 Raggi ottici: i modi di una guida d'onda planare	25
2.3 Equazione delle onde per guide planari	27
2.3.1 Modi TE	
2.3.2 Modi TM	
2.3.3 Soluzioni generali per l'equazione delle onde	
2.4 Modi guidati	
2.5 Fibra ottica	
2.5.1 Modi di una fibra ottica	
Capitolo 3	40
Scattering in fibra ottica	

Introduzione

Gli studi riguardanti i sensori in fibra ottica sono stati approfonditi negli ultimi quaranta anni a causa della riscoperta delle varie proprietà attribuibili alla fibra ottica e alle sue applicazioni derivate, ed al contemporaneo sviluppo dell'elettronica quantistica che ha reso disponibili sorgenti fotoniche coerenti e fotorivelatori adeguati. Più in particolare, l'aumento e la versatilità dell'utilizzo della fotonica in fibra ottica sono strettamente correlati alle sue peculiarità intrinseche ed estrinseche. Difatti la fibra è un mezzo dielettrico trasmissivo, non invasivo, a basso costo, resistente alle interferenze elettromagnetiche esterne e facilmente integrabile ai diversi sistemi ottici o elettronici. Per tali motivi il suo impiego non è limitato al campo delle misure in ambito fisico o nelle telecomunicazioni, nel quale trova impiego come mezzo per confinare e trasmettere i segnali come informazioni codificate, e anzi si espande nel settore dei sensori.

I fenomeni fisici utilizzati per implementare sensori in fibra sono quelli che in funzione di determinate grandezze esterne possono alterare il percorso ottico della radiazione luminosa che si propaga in fibra. In particolare si tratta di fenomeni di scattering derivanti dall'interazione della radiazione elettromagnetica con la struttura cristallina della fibra-sensore. Tra questi i principali impiegati nel campo dei sensori sono lo scattering Brillouin, lo scattering Raman e lo scattering Rayleigh.

I sensori in fibra ottica possono essere utilizzati infatti come sistemi di monitoraggio strutturale poiché permettono una valutazione continua e in tempo reale delle caratteristiche di vari tipi di strutture e la loro degradazione. La possibilità di essere implementati nei sistemi per misure distribuite li rendono inoltre un'ottima alternativa ai sensori discreti.

L'utilizzo di sensori discreti richiederebbe la sistemazione di un elevato numero di dispositivi in punti "strategici", con conseguenti problemi di gestione dei dati. Inoltre, se un guasto o un cedimento avvenisse in una zona non coperta dai sensori, sarebbe impossibile segnalarlo.

I sensori distribuiti in fibra ottica (DOFS) consentono di determinare i valori delle grandezze fisiche esterne capaci di modificare i parametri della radiazione luminosa guidata al loro interno lungo l'intera lunghezza della fibra.

Tipiche applicazioni in cui vengono impiegati i DOFS sono:

- il monitoraggio delle deformazioni di grandi strutture come ponti, dighe, gallerie, edifici, serbatoi, pozzi petroliferi e navi;
- le misure di profili di temperatura in trasformatori elettrici di potenza, generatori, reattori nucleari, gasdotti, oleodotti, sistemi per il controllo di processi e sistemi per la rivelazione di incendi;
- *3)* l'identificazione di perdite in condutture, la diagnostica dei guasti e la rivelazione di anomalie elettriche o magnetiche nei sistemi di distribuzione dell'energia elettrica;
- 4) la valutazione delle deformazioni, delle vibrazioni e della temperatura nei materiali utilizzati nel settore dell'industria aerospaziale.

Le tecniche impiegate per ottenere misure distribuite sono comunemente basate su fenomeni di diffusione della luce all'interno della fibra. La risoluzione spaziale è tipicamente ottenuta mediante la tecnica della riflettometria ottica nel dominio del tempo (OTDR), nella quale vengono lanciati impulsi di luce nella fibra ottica e vengono misurate le variazioni di alcuni parametri dell'intensità retrodiffusa indotte dall'interazione delle grandezze fisiche esterne con i fenomeni di diffusione della radiazione luminosa guidata al suo interno.

Nel nostro elaborato otterremo le risoluzioni di variazione di temperatura e di deformazione utilizzando la tecnica *Brillouin Optical Time-Domain Analysis* (BOTDA), basata sul fenomeno di diffusione Brillouin stimolata (SBS). Per l'attività sperimentale ci siamo avvalsi di una particolare modifica allo schema BOTDA tradizionale.

Nel Capitolo 1 si effettuerà una breve introduzione storica dei sensori distribuiti in fibra ottica rivolgendo una particolare attenzione sui DOFS basati su diffusione Brillouin spontanea e stimolata.

Si presenterà quindi nel Capitolo 2 lo stato dell'arte della teoria dell'ottica guidata al fine di comprendere i fenomeni fisici che regolano la propagazione della radiazione luminosa

all'interno di particolari dispositivi optoelettronici, come la fibra ottica, capaci di confinare, per mezzo del fenomeno della riflessione totale interna, la luce: le guide d'onda.

Si studieranno nel Capitolo 3 i diversi processi di diffusione possibili in fibra ottica, in particolare lo scattering Brillouin stimolato, e le sue applicazioni nel campo dei sensori distribuiti.

Nel Capitolo 4 si discuterà della tecnica BOTDA (Brillouin Optical Time-Domain Analysis) utilizzata per la ricerca della risoluzione spaziale delle variazioni di temperatura e di deformazione in fibra ottica tramite la ricostruzione dello spettro BGS (Brillouin Gain Spectrum).

Infine nel Capitolo 5 esplicheremo l'attività da noi svolta in laboratorio presentando la particolare implementazione apportata alla convenzionale configurazione sperimentale basata su BOTDA. Mostreremo quindi i risultati della risoluzione spaziale per una fibra monomodale utilizzata come DOFS e le relative risoluzioni di temperatura e deformazione sottolineando l'efficienza della modifica proposta per il setup sperimentale.

Capitolo 1

Sensori in fibra ottica

In un sensore in fibra ottica la grandezza fisica che si vuole misurare influenza il modo in cui la radiazione luminosa si propaga all'interno del mezzo. La propagazione del campo elettromagnetico, in base alla frequenza a cui oscilla, è condizionata da alcune grandezze fisiche che possono essere misurate. I sensori in fibra ottica che vengono studiati in questo elaborato permettono di misurare la temperatura e la deformazione (*strain*), sfruttando la diffusione che subisce la radiazione confinata nella fibra: lo scattering Brillouin stimolato.

1.1 Sensori in fibra ottica

L'invenzione del laser, nel 1960, diede origini ad una serie di possibilità applicative in vari campi dell'ingegneria delle telecomunicazioni e della fisica. Dall'invenzione del laser in poi, cominciarono a diffondersi nel mercato molti altri dispositivi optoelettronici. Il laser è un dispositivo in grado di emettere una radiazione luminosa quasi monocromatica, cioè con una larghezza di banda estremamente limitata, fortemente collimata e coerente, sfruttando il fenomeno dell'emissione stimolata. Su una radiazione emessa da un laser è possibile imprimere informazioni codificate modulando alcune proprietà della luce come intensità, fase e polarizzazione. La capacità di un canale di comunicazione, cioè la quantità di informazioni che possono essere trasportate efficientemente, è proporzionale alle frequenze della radiazione utilizzata, detta portante. I laser attualmente in commercio permettono di ottenere portanti ottiche di frequenze pari a centinaia di THz, ossia 10^{14} , impiegate per comunicazioni che raggiungono valori di decine di Gigabit al secondo per canale.

Le comunicazioni ad alte capacità, come quelle per il traffico dati internet, utilizzano guide d'onda per confinare il segnale e trasmetterlo da un punto all'altro del sistema. L'ottica guidata permette da una parte di ridurre la diffrazione del segnale e dall'altra di diminuire le perdite di propagazione. In particolare le fibre ottiche rappresentano oggi la struttura di base per la trasmissione di dati in canali ad alta capacità. Le fibre ottiche a simmetria cilindrica sono costruite da sezioni in Silice con differente indice di rifrazione e permettono il confinamento della radiazione sfruttando il fenomeno della *riflessione totale interna*.

Agli inizi degli anni Cinquanta l'elevata attenuazione delle fibre ($\approx 250 \ dB/km$) limitò il loro utilizzo a comunicazioni su percorsi lunghi qualche metro. Nel 1966 gli studi di Kao, Hockam e Werts [1] misero in evidenza che le perdite delle fibre ottiche potevano essere sostanzialmente ridotte rimuovendo impurità, come ad esempio ioni di metalli pesanti. Ciò portò ad una serie di ricerche ed allo sviluppo di tecniche di fabbricazione delle fibre che permisero di ottenere valori di perdita al di sotto dei 20 dB/km.

Ad oggi sono disponibili fibre ottiche con attenuazioni al di sotto di 0,15 *dB/km*, valori prossimi al limite teorico imposto dalla teoria della diffusione Rayleigh. Questi valori di perdite permisero l'utilizzo di fibre ottiche in canali di telecomunicazione lunghi diverse decine di kilometri. Oltre all'impiego in sistemi di telecomunicazione, le fibre iniziarono ad essere utilizzate anche come sensori in grado di rilevare le variazioni di alcune grandezze dell'ambiente circostante la guida, come la temperatura e la deformazione. La tecnologia dei sensori basati su fibra ottica mosse i suoi primi passi con dispositivi come sensori di temperatura *break-point*, sensori a *singolo-punto* (come il *giroscopio in fibra ottica* FOG) e dispositivi che sfruttavano le proprietà di polarizzazione della luce per misure di corrente. Il miglioramento della tecnologia per le comunicazioni in fibra ottica assieme al parallelo progresso nel campo dei sensori in fibra, richiese lo sviluppo di dispositivi per la diagnosi in grado di localizzare perdite anomale e cattive giunzioni.

Una tecnica utilizzata per il sistema di monitoraggio è rappresentata dalla *riflettometria ottica nel dominio del tempo (OTDR)* [2]. Essa rappresenta la prima tecnica utilizzata per il monitoraggio distribuito in fibra ottica analizzando il tempo di volo della radiazione e permetteva l'individuazione spaziale della presenza di qualsiasi grandezza perturbativa in grado di influenzare l'attenuazione della luce. I sistemi basati su sensori in fibra ottica offrono considerevoli vantaggi rispetto ad altri sensori comunemente utilizzati, ad esempio, per il monitoraggio di proprietà strutturali di grandi strutture.



Figura 1.1: propagazione del segnale pulsato e rispettiva retrodiffusione in un sistema OTDR convenzionale.

Un mezzo di misurazione unidimensionale, passivo, dielettrico e flessibile che possa, facilmente e a basso costo, essere installato con la minima intrusione in strutture come ponti, dighe, impianti chimici o ingegneristici era attraente soprattutto per la sua capacità di offrire, nell'effettuare misure di temperatura e deformazione, monitoraggi continui sia per la comprensione delle strutture stesse che per il rilevamento di condizioni anomale [3]. Negli ultimi decenni si è assistito ad una diversificazione dei sistemi basati su sensori in fibra. I sensori in fibra possono essere completamente distribuiti (*DOFS, distributed optical fiber sensors*) [4] oppure sistemi quasi-distribuiti. I primi permettono di misurare variazioni di grandezze in ogni punto del sensore mentre i secondi permettono la rilevazione solamente in alcuni punti. Questi sensori sfruttano, come accennato precedentemente, fenomeni di scattering, o diffusione, che si verificano al passaggio della radiazione all'interno della fibra. Gli effetti lineari sono più semplici da implementare in riferimento ai requisiti di sorgente e ricevitore, tuttavia gli effetti non lineari offrono maggiori gradi di libertà per via delle diverse e più singolari risposte a determinate grandezze fisiche.

La possibilità di eseguire misure distribuite di temperatura fu dimostrata per la prima volta da Hartog e Payne [5], i quali sfruttarono la dipendenza dalla temperatura del coefficiente di diffusione di Rayleigh lungo fibre a nucleo liquido o in Silice. Dakin et al. [6] dimostrarono invece la possibilità di effettuare misure di profili di temperatura tramite il monitoraggio delle variazioni dei coefficienti di retrodiffusione dello scattering Raman. L'utilizzo dell'effetto Raman è conveniente poiché consente l'impiego di fibre ottiche in Silice come sensori la cui sensibilità alla temperatura è estremamente elevata, però, non permette misure di deformazione. Nel 1989 fu dimostrato che la generazione di segnali a frequenze minori rispetto a quella portante, indotto da un altro tipo di scattering, lo scattering Brillouin, dipende fortemente dalla deformazione e dalla temperatura alla quale è sottoposta la fibra ottica [7]. Da allora una notevole attenzione è stata rivolta alla possibilità di utilizzare lo scattering Brillouin per misure di strain e temperatura in DOFS. Lo shift Brillouin, ossia la differenza in frequenza fra la radiazione originaria e quella ottenuta dallo scattering, a differenza delle tecniche che sfruttano lo scattering Raman, è relativamente piccolo ($\sim 10 GHz$) e consente quindi di lavorare nella regione di minime perdite delle fibre ottiche, cioè intorno alla lunghezza d'onda di 1550 nm. Un altro vantaggio dei sensori Brillouin, deriva dalla possibilità di poter utilizzare le fibre ottiche standard usate nelle telecomunicazioni, consentendo, quindi, misure su distanze anche di parecchi chilometri, a costi contenuti.

In questo lavoro, riportiamo i risultati di uno studio teorico e sperimentale su sensori in fibra ottica che utilizzano la dipendenza dei coefficienti dello scattering Brillouin per la misura di temperatura e strain. Lo scattering Brillouin può verificarsi in maniera spontanea o stimolata. La diffusione stimolata presenta precisi vantaggi in termini di livelli di potenza del segnale ed applicabilità per misure su grandi distanze, sembra perciò rappresentare la candidata migliore per applicazioni dirette.

Il settore dei DOFS, al momento, si sta comunque espandendo in tutti i suoi campi con una gran varietà di applicazioni valide in molti ambiti, sia industriali che commerciali. Alcune di esse stanno aprendo nuove opportunità nel monitoraggio e nel controllo automatico. Tra i vantaggi principali forniti da un'intensa raccolta di informazioni rimangono la forte riduzione dei costi, conseguenza delle operazioni di manutenzione effettuate in condizioni ottimali su grandi strutture anche in situazioni critiche, e una più profonda comprensione dei loro comportamenti che permette di poter apportare delle migliorie anche in fase progettuale.



Figura 1.2: classificazione dei sensori in fibra ottica; sensori discreti (a), sensori quasi-distribuiti (b) e sensori distribuiti (c).

1.2 Sensori distribuiti in fibra ottica (DOFS)

Il vantaggio dell'utilizzo di sensori distribuiti in fibra ottica rispetto a sensori discreti è la capacità di poter compiere misure di determinate grandezze fisiche in ogni punto della fibra. La risoluzione spaziale di questi sistemi, attualmente, può raggiungere i $0,1 \div 1 m$, con un'accuratezza nella misura di circa l' 1% su distanze che variano, a seconda delle tecniche di misurazione ed alle applicazioni, da pochi metri a circa 100 km [8].

La capacità di determinazione delle caratteristiche spaziali e temporali di una grandezza offre nuove possibilità di monitoraggio e controllo di strutture grandi ed estese, qualunque sia la tipologia, con un mezzo, la fibra stessa, che ha la peculiarità di essere non invasivo, dielettrico, passivo, flessibile e facile da installare secondo le tempistiche sperimentali, dunque anche in momenti successivi alla prima installazione.

Il problema da risolvere per i sistemi e dispositivi basati su DOFS è quello di poter determinare i valori di una qualsivoglia grandezza fisica in modo continuo ed in funzione della posizione lungo tutta la lunghezza della fibra ottica, con risoluzioni spaziali e sensibilità che possano essere ben definite già in partenza. Ciò comporta che ogni misura eseguita,

appunto in funzione della distanza, deve poter essere identificata da particolari sezioni della fibra-sensore estremamente localizzate e di cui siano note le posizioni. D'altra parte risulta sconveniente utilizzare per l'identificazione di tali sezioni altri tipi di trasmettitori, pena la perdita dei vantaggi che la fibra ottica stessa porta a questi sistemi, in particolare l'essere uno strumento passivo e dielettrico. L'identificazione, quindi, sarà ottenuta attraverso uno dei due terminali della fibra ottica o, come nella maggior parte dei casi, da entrambe le estremità.

La raccolta ed analisi delle informazioni "misurate" dal sensore, ossia la sua interrogazione, avvengono tramite l'iniezione e la rivelazione del segnale ai terminali della fibra. Il prototipo di questo tipo interrogazione in remoto, è la tecnica OTDR in cui analizzando le caratteristiche di un segnale riflesso ed il suo tempo di volo, è possibile quantificare e localizzare le variazioni delle grandezze fisiche in analisi [9].

Sia τ l'intervallo temporale fra la partenza dell'impulso utilizzato per l'interrogazione ed il ritorno, è possibile risalire alla distanza *s* dal terminale della fibra in cui è iniettata la radiazione, del punto dove si è verificata la retrodiffusione:

$$s = \frac{v_a \tau}{2} \tag{1.1}$$

in cui ν_a è la velocità della luce nella fibra. In circostanze particolari però una tecnica di risoluzione temporale come quella appena vista potrebbe non raggiungere la sensibilità necessaria poiché è limitata a livelli di potenza riflessa molto bassi.

Vengono quindi utilizzate diverse tecniche per ottimizzare l'apparato sperimentale. Lo stesso sensore può ad esempio trattarsi di un sensore a selezione di lunghezza d'onda in modo da poter essere interrogato con sorgenti *CW* (ad *onda continua*) a banda larga. In questo caso l'identificazione viene effettuata nel dominio delle frequenze per mezzo di reticoli, prismi di rilevamento o filtri particolari. Un'alternativa consiste nell'utilizzare due diversi percorsi ottici, ognuno dei quali con differenti velocità della radiazione luminosa e costituiti da due diversi modi di polarizzazione di una fibra ottica ad alta birifrangenza. La grandezza fisica esterna che si indaga in questo contesto non farà altro che accoppiare la luce da un percorso all'altro. Per fare ciò viene lanciata lungo uno dei due percorsi una luce a bassa coerenza, quando la variazione del parametro comporta l'accoppiamento con i modi che si propagano nel secondo percorso in un particolare punto della fibra, le due componenti viaggiano verso il terminale in modo accoppiato fornendo in uscita al terminale un ritardo relativo che le rende

mutuamente incoerenti. Si verificherà al terminale una interferenza ottica solo se verrà inserito un ritardo pari al ritardo intrinseco dovuto alla differenza del loro percorso ottico fino a risalire in questo modo alla posizione locale in cui avviene l'accoppiamento.

La classe di sensori distribuiti in fibra che abbiamo analizzato in questo lavoro, sfrutta effetti non lineari, in particolare fenomeni di scattering in la radiazione iniziale e quella finale hanno differenti lunghezze d'onda.

Sostanzialmente si indagano le interazioni impulso-onda ed impulso-impulso relative a diffusioni bidirezionali. Verrà in questo caso lanciato nella fibra ottica un impulso di radiazione luminosa con alta potenza di picco in modo da generare un effetto locale non lineare durante la propagazione. Un'onda continua (*CW*) contropropagante farà emergere la non-linearità nel momento in cui sarà attraversata dall'impulso (*pulse wave*) e sarà modulata affinché dipenda da, ed amplifichi proprio questi effetti. La variazione temporale dell'onda continua mapperà così il passaggio dell'impulso che la attraversa e contemporaneamente verrà mappato ogni campo elettromagnetico esterno che influenzerà l'interazione non lineare. Il vantaggio enorme che possiedono questi sistemi è relativo proprio alla risoluzione temporale che raggiungono non influenzati dalla bassa sensibilità legata ai meccanismi di retrodiffusione. È però necessario raggiungere dei livelli di potenza della sorgente laser pulsante tali da permettere di entrare nel regime non lineare. Nei prossimi capitoli si vedranno in dettaglio le teorie fisiche, le tecniche ed i setup sperimentali studiati ed utilizzati per ottimizzare i sistemi che sfruttano fenomeni di diffusione non lineare Brillouin.

I parametri di valutazione che caratterizzano questi sistemi basati su DOFS sono principalmente i seguenti:

- La risoluzione spaziale (m): si tratta sostanzialmente del più piccolo tratto di fibra ottica nel quale un sensibile cambiamento della grandezza misurata può essere rilevato. L'informazione che si misura è acquisita con una serie di valori, ognuno dei quali mediato e normalizzato sulla sezione di fibra dalla quale deriva.
- 2) La sensibilità (*Hz*): è definita come la variazione della frequenza nello scattering ottico osservata dal ricevitore, ottenuta da una variazione unitaria della grandezza fisica misurata per unità di lunghezza della fibra (ad es. $MHz/^{\circ}C$).

- 3) La larghezza di banda del sistema (*Hz*): si tratta dell'intervallo di banda necessario al ricevitore per poter analizzare il sistema. Deve essere tale da permettere la risposta al passaggio dell'impulso ottico sul tratto di fibra pari alla risoluzione spaziale.
- Il range dinamico (*dB*): definito come il rapporto tra il valore massimo e quello minimo della grandezza fisica tale da essere misurato con l'accuratezza richiesta.
- 5) L'accuratezza (%): è la misura della potenza in uscita dal ricevitore in funzione dei livelli di rumore del sistema. La misurazione sarà tanto più accurata quanto minore sarà il rumore.
- 6) Le proprietà della fibra ottica: le specifiche del sistema devono includere una dichiarazione della fibra ottica utilizzata per poter permettere modifiche e comprendere al meglio anomalie e guasti. Tra queste proprietà le principali da prendere in considerazione sono gli spettri di attenuazione (l'attenuazione in funzione della lunghezza d'onda nel punto di lavoro) e di dispersione (l'indice di rifrazione in funzione della lunghezza d'onda nel punto di lavoro), il tipo di propagazione modale (il numero di modi), le proprietà geometriche (tra le quali il profilo dell'indice di rifrazione) e le proprietà del mantello (resistenza alla rottura, massima temperatura di utilizzo).

Esiste ovviamente tra i parametri un grande compromesso tale da ottimizzare il sistema a seconda del tipo di applicazioni cui è interessato. Importante esempio è quello che occorre tra la sensibilità e la risoluzione spaziale: la sensibilità sarà infatti migliore quanto maggiore sarà la risoluzione spaziale del tratto di fibra ottica sul quale si effettua la misura, tuttavia affinché la risoluzione sia buona la lunghezza dello stesso tratto deve essere corta.

1.2.1 DOFS basati su diffusione Brillouin spontanea

Nella diffusione Brillouin una pompa ottica provoca l'eccitazione delle molecole allo stato fondamentale o ad uno stato già eccitato, il decadimento da questi nuovi stati comporta la formazione di transizioni Stokes o anti-Stokes. La diffusione avviene sostanzialmente, in una rappresentazione 'classica', come conseguenza di una riflessione di Bragg su "reticoli" di diffrazione mobili generati dalle variazioni dell'indice di rifrazione del nucleo della fibra causate da onde acustiche che si propagano. Alcune onde acustiche possono essere generate in modo spontaneo da un'eccitazione termica e, quando ciò accade, l'effetto risultante sulle onde è conosciuto come diffusione Brillouin spontanea. L'onda Stokes riflessa nasce quindi da un'onda acustica che si propaga lungo l'asse della fibra, allontanandosi da un impulso generato dalla pompa ottica, mentre l'onda anti-Stokes viceversa nasce da un'onda acustica che si propaga in direzione dell'impulso. Secondo un modello quantistico esse sono sostanzialmente degli effetti Doppler quantizzati, rappresentate come una diffusione di fotoni dai fononi del mezzo. L'effetto Brillouin comporta uno spostamento delle frequenze d Stokes ed anti-Stokes nella fibra ottica legato all'indice di rifrazione della fibra, alla velocità acustica ed alla lunghezza d'onda di pompa. Per una fibra in silice, ad una lunghezza d'onda di pompa di 1,55 µm si ha tipicamente un valore di frequenza Brillouin di circa 10 GHz. A queste frequenze è facile vedere che le variazioni di frequenza si verificano nella zona delle radiofrequenze (GHz), cosa che implica la richiesta di una serie di tecniche di rilevazione adeguate. È necessario inoltre sottolineare che l'intensità delle interazioni è molto grande poiché è coinvolto un gran numero di molecole, conseguentemente risulta molto più stretta la larghezza di banda. Il punto focale dei sistemi DOFS di questa tipologia riguarda il fatto che sia la variazione delle frequenze Brillouin che la potenza riflessa sono dipendenti dalla temperatura e dall'elongazione (strain) della fibra, poiché la stessa velocità del suono nel materiale e la sezione trasversale riflettente sono entrambe dipendenti dalle due sopracitate grandezze fisiche. È dunque possibile misurarle in maniera distribuita utilizzando questo fenomeno di scattering. È stato progettato a tal fine il BOTDR (Brillouin Optical Time Domain Reflectometer), riflettometro ottico nel dominio del tempo. Esso permette misure distribuite su lunghezze molto grandi (dell'ordine delle centinaia di km) e l'utilizzo di una vastità di tecniche optoelettroniche nel processo di ricezione [10].

1.2.2 DOFS basati su diffusione Brillouin stimolata

Quando un'onda acustica si propaga in un mezzo, le variazioni di pressione che ne derivano provocano delle variazioni dell'indice di rifrazione del mezzo propagante per via della deformazione che ne deriva. A temperature sopra lo zero assoluto, vi è in ogni caso presenza di una popolazione di onde acustiche (fononi), poiché le molecole sono in movimento e scambiano parte della loro energia con i modi dinamici della fibra ottica. La diffusione ottica che deriva da queste onde acustiche termicamente eccitate è la diffusione Brillouin spontanea. In presenza di una radiazione elettromagnetica (pompa ottica), quindi, l'onda ottica riflessa dall'onda acustica interferisce con l'onda di pompa che viaggia in avanti. Per potenze ottiche della radiazione di pompa superiori ad un valore detto di soglia, ciò genera un'onda acustica significativa che si propaga alla velocità del suono. È proprio questa nuova onda derivante dall'interferenza delle due generatrici che comporta le variazioni dell'indice di rifrazione della fibra attraverso il fenomeno dell'elettrostrizione. Questo processo di retrodiffusione a tre onde è noto come diffusione Brillouin stimolata (SBS). Essa porta ad una retrodiffusione maggiore delle frequenze di Stokes ed anti-Stokes della controparte spontanea. Nei sistemi DOFS ad SBS un impulso coerente agisce come segnale di pompa, mentre viene scannerizzata in frequenza una radiazione (detta probe) CW contro-propagante intorno alla linea di Stokes. Quando la CW arriva a coincidere con la linea di Stokes sperimenterà un guadagno dal segnale di pompa grazie al processo SBS. Sostanzialmente la CW dà luogo ad un'interferenza a larga ampiezza con l'impulso generando un'onda acustica dalla quale il segnale di pompa viene fortemente riflesso. Osservando il livello del segnale in funzione del tempo e della frequenza al propagarsi dell'impulso di pompa con uno specifico analizzatore (BOTDA, Brillouin optical time domain analysis) la frequenza di Stokes può essere mappata in funzione della posizione lungo la fibra ottica. In alcuni sistemi per superare il problema legato alla diminuzione del segnale di pompa causato dalla forte retrodiffusione si utilizza la linea anti-Stokes, ciò vuol dire che in questo caso il segnale CW verrà attenuato mentre l'impulso di pompa amplificato. È inoltre possibile sfruttare sistemi nei quali entrambe le onde sono generate da una singola sorgente laser utilizzando un modulatore ottico integrato, ciò assicura la stabilità della differenza di frequenza.

I sistemi che sfruttano la diffusione Brillouin stimolata, dunque, riescono ad ottenere un'ottima risoluzione spaziale lavorando su distanze molto grandi. Unici svantaggi pratici sono la richiesta di ulteriori accorgimenti sulla coerenza della sorgente e la perdita della dipendenza della potenza del segnale dalla temperatura e dalla deformazione poiché il processo è controllato dall'interferenza della radiazione in gioco e non più dalle proprietà intrinseche della fibra ottica. Di conseguenza non è possibile misurare le due grandezze contemporaneamente o simultaneamente, entrambe possono essere misurate solamente in assenza di vicendevoli variazioni o determinate indipendentemente [11].

Capitolo 2

Teoria dell'ottica guidata

I dispositivi fotonici si basano sul trattamento e la manipolazione della luce (radiazione elettromagnetica) confinata all'interno di strutture ottiche chiamate *guide d'onda*. In questo capitolo descriveremo la teoria fisica che sta alla base di questi dispositivi. A partire dallo studio dei raggi ottici fino alla teoria elettromagnetica della luce, descriveremo il concetto dei modi ottici e discuteremo dei tipi di modi che possono essere studiati per strutture planari. Utilizzando le equazioni di Maxwell otterremo l'equazione differenziale per una guida d'onda planare *step-index* considerando separatamente i modi polarizzati TE e TM. Vedremo in particolare che, per radiazioni confinate, l'equazione dell'onda ammetterà un numero finito di soluzioni, chiamati modi guidati. Si discuterà infine della teoria di un particolare tipo di guida d'onda: la fibra ottica e le sue proprietà.

2.1 Equazioni delle onde elettromagnetiche in mezzo dielettrico

Per un mezzo dielettrico perfetto, ossia quei materiali con conducibilità elettrica σ trascurabile, omogeneo e lineare, si può dimostrare che il campo elettrico e magnetico soddisfano le seguente equazioni:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}}$$

$$\nabla^{2} \boldsymbol{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^{2} \boldsymbol{H}}{\partial t^{2}}$$
(2.1)
(2.2)

Ciascuna di queste due equazioni vettoriali possono essere separate equazioni scalari per ognuna delle componenti dei vettori campo elettrico e magnetico ξ (r, t):

$$\nabla^2 \xi = \mu \varepsilon \, \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \tag{2.3}$$

La soluzione di questa equazione rappresenta un'onda che si propaga con una velocità v (*velocità di fase*):

$$v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$$
(2.4)

pertanto la soluzione completa delle equazioni vettoriali rappresenta un'onda elettromagnetica in cui ciascuna delle componenti cartesiane dei campi elettrico e magnetico propagano sotto forma di onde con la medesima velocità di fase. Per la propagazione di una radiazione elettromagnetica nel vuoto, utilizzando i valori per la permettività e permeabilità, otteniamo:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \simeq 3.00 \ x \ 10^8 \frac{m}{s}$$

$$(2.5)$$

che corrisponde alla velocità della luce nel vuoto. E'conveniente nell'ambito dell'ottica esprimere la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche in un mezzo in funzione della velocità della luce nello spazio libero attraverso la relazione:

$$v = c/n \tag{2.6}$$

dove n rappresenta l'indice di rifrazione del mezzo dielettrico. Tenendo conto delle relazioni precedenti, l'indice di rifrazione è correlato con la permettività dielettrica e la permeabilità magnetica tramite seguente relazione:

$$n \simeq \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{\mu_0\varepsilon_0}} \tag{2.7}$$

Nei materiali non magnetici, in particolare in mezzi dielettrici, la permeabilità magnetica è molto vicina a quella del vuoto ($\mu \approx \mu_0$). Con questa approssimazione l'indice di rifrazione può essere semplificato con la relazione:

$$n \simeq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\varepsilon_r}$$
(2.8)

dove abbiamo introdotto la grandezza ε_r ; la costante dielettrica relativa è definita come il rapporto tra la costante dielettrica del mezzo materiale e quella del vuoto. La radiazione elettromagnetica trasporta energia, il flusso di energia trasportato dall'onda è definito tramite il vettore di *Poynting* **S**:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{x}\boldsymbol{H} \tag{2.9}$$

mentre l'intensità (o *irradianza*) della radiazione è definita come la quantità di energia che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo, ed è data dalla media temporale del vettore del modulo del vettore di Poynting :

$$I = <|S|>$$
(2.10)

2.2 Guide d'onda: geometrie

Una guida d'onda può essere definita come una struttura ottica che permette il confinamento della luce al suo interno tramite riflessione interna totale. Affinché sia possibile sfruttare questo fenomeno ottico è necessario concentrare la maggior parte dell'energia della radiazione in un film ad alto indice di rifrazione, circondato da materiali a basso indice di rifrazione.

Una prima classificazione per le guide è quindi geometrica e riguarda la forma stessa della struttura utilizzata ed il numero di dimensioni spaziali entro le quali la luce è confinata. I tre principali tipi di guide d'onda riguardano proprio quest'ultimo aspetto: le guide d'onda planari (1D) in cui la radiazione è confinata in una dimensione, le guide d'onda a canale (2D) ed i cristalli fotonici in cui il confinamento avviene in 3 dimensioni [13].



Figura 2.1: struttura delle guide d'onda planari (a), a canale (b) e fibra ottica (c).

E' doveroso a questo punto considerare le dimensioni di scala delle strutture guidanti. Esse possono essere macroscopiche come nel caso delle guide planari, fino a raggiungere, diminuendo progressivamente lo spessore del film guidante, le dimensioni dell'ordine di grandezza della stessa lunghezza d'onda della radiazione. In questo caso l'interferenza prodotta dalle onde riflesse dalle interfacce superiore ed inferiore permetterà la propagazione solamente per un numero discreto di angoli di incidenza dell'onda. Le caratteristiche dei modi di propagazione saranno quindi il risultato della combinazione tra la riflessione intera totale e l'angolo critico di incidenza, che determina una interferenza costruttiva delle onde riflesse dalle interfacce.

Descriviamo ora le geometrie tipiche delle guide d'onda, planari e a canale. Le guide planari sono strutture che confinano la luce in una dimensione, a seconda della distribuzione dell'indice di rifrazione esse possono essere di due tipi: *guide step-index* oppure *guide graded index*.

La guida d'onda planare step-index è formata da un film planare con indice di rifrazione n_f , circondato da due mezzi dielettrici con indice di rifrazione minore (cladding e substrato). Il cladding ha un indice generalmente minore o uguale a quello del *substrato* (in molti casi il mezzo è l'aria con n = 1). Se i due mezzi che "racchiudono" il film sono gli stessi, dunque con le medesime costanti ottiche, la struttura prende il nome di guida planare *simmetrica*. Solitamente, nei dispositivi ottici integrati, il cladding e il substrato sono differenti: questo tipo di strutture è definita guida planare *asimmetrica*.



Figura 2.2: guide d'onda planari step-index(sopra) e graded-index (sotto).

Questo tipo di guide viene realizzato tramite l'impiego di diverse tecniche di fabbricazione, sia di tipo fisico (*thermal evaporation, molecular beam epitaxy, sputtering*, etc.) che chimico

(*chemical vapour deposition*). Se l'indice di rifrazione del film non è omogeneo ma dipende dalla profondità, la struttura è chiamata ad indice graduale. Di consueto in queste strutture l'indice è maggiore sulla superficie superiore per diminuire scendendo verso il substrato. Poiché libera, anche se la luce è confinata lungo una sola direzione di propagazione, essa può diffondersi in direzione perpendicolare per via della diffrazione. E' necessario quindi aggiungere anche condizioni laterali per il confinamento 2D, in cui il film ad alto indice interno è interamente ricoperto da materiali con indici di rifrazione minori (*cladding*). Questo tipo di guide si chiamano *guide a canale* e sono divise in tre principali tipologie a seconda del metodo di fabbricazione e dello scopo applicativo: *stripe channel waveguides, rib channel waveguides*.

2.2.1 Studio dei raggi ottici

Sebbene l'analisi della propagazione guidata della luce richieda una trattazione elettromagnetica a partire dalla soluzione delle equazioni di Maxwell, è utile partire da un'analisi semplificata fondata su considerazioni basate sull'ottica geometrica. Essa, nonostante non tenga conto di effetti legati alla lunghezza d'onda della radiazione, permette di descrivere l'effetto della riflessione totale interna in maniera estremamente semplice, e via via più accurato per dimensioni geometriche delle strutture maggiori della lunghezza d'onda[13]. Iniziamo con il considerare un raggio di luce (E_i) che si propaga in un mezzo con indice di rifrazione n_1 ed incontra la superficie tra due mezzi diversi ad un angolo di incidenza θ_1 . All'interfaccia, la luce è in parte riflessa (E_r) e in parte trasmessa (E_t) . La relazione che lega i due indici n_1 ed n_2 con i rispettivi angoli di propagazione del raggio è data dalla *legge di Snell*:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{2.11}$$



Figura 2.3:rappresentazione della legge di Snell per due mezzi dielettrici. Si evidenziano gli angoli di incidenza, riflessione e trasmissione della radiazione.

come mostrato in figura l'indice di rifrazione del primo mezzo è più grande dell'indice del secondo, di conseguenza $\theta_1 > \theta_2$. Aumentando il valore di θ_1 , θ_2 tende a 90°, esisteranno dunque dei valori di θ_1 per cui θ_2 risulterà un angolo retto e la *legge di Snell* si semplifica in :

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \tag{2.12}$$

Possiamo in questo modo definire un angolo critico θ_c :

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \tag{2.13}$$

per angoli di incidenza maggiori di questo angolo critico, non esistono raggi trasmessi nel secondo mezzo e si presenta il fenomeno della *riflessione totale interna*: fenomeno fisico principale sfruttato dalla propagazione in guide d'onda. Infatti considerando l'esistenza di un terzo mezzo per completare la geometria di base di una guida ottica sarà possibile tramite questo fenomeno confinare la luce all'interno del mezzo con indice di rifrazione maggiore.



Figura 2.4: Riflessione totale interna per fibre ottiche step-index e graded-index.

2.2.2 Raggi ottici: i modi di una guida d'onda planare

Studiamo il fenomeno della riflessione interna per una guida planare composta dai tre strati: *cover, film* e *substrato*. Assumiamo che l'indice di rifrazione del film n_f della guida sia maggiore dei rispettivi indici di rifrazione del substrato n_s e del mantello (*cover*) n_c , e che sia soddisfatta la relazione $n_s > n_c$. E' così possibile determinare gli angoli critici per la *riflessione totale interna* alle due interfacce: *cover-film* (θ_{1c}) e *film-substrato*(θ_{2c}):

$$\theta_{1c} = \sin^{-1} \left(\frac{n_c}{n_f} \right)$$

$$\theta_{2c} = \sin^{-1} \left(\frac{n_s}{n_f} \right)$$
(2.14)
$$(2.15)$$

La relazione $n_f > n_s > n_c$ che lega gli indici di rifrazione implicherà, inoltre, per gli angoli critici che $\theta_{2c} > \theta_{1c}$. Possiamo dunque distinguere tre regimi differenti a seconda del valore dell'angolo di propagazione della luce nel film :

- 1) $\theta < \theta_{1c}$. Se il raggio si propaga con un angolo interno θ minore dell'angolo critico corrispondente all'interfaccia *film-cover*, la luce penetrerà sia nel substrato che nel mantello. Ciò vuol dire che non sarà confinata all'interno del film ma attraverserà le tre regioni (*radiation modes*).
- 2) $\theta_{1c} < \theta < \theta_{2c}$. In questo intervallo la luce sarà totalmente riflessa all'interfaccia *film-cover*, tuttavia la radiazione riuscirà comunque a penetrare nel substrato (*substrate radiation modes*).
- 3) $\theta_{1c} < \theta < \frac{\pi}{2}$. Solamente in questo intervallo la luce potrà essere riflessa da entrambe le interfacce e confinata totalmente all'interno del film. Questa situazione corrisponde ai *modi guidati* di nostro interesse.

La prima condizione che deve essere soddisfatta affinché un'onda sia confinata all'interno di un film coinvolge l'angolo di incidenza della radiazione rispetto alle interfacce della guida; per ottenere dei modi guidati è necessario che si verifichi una condizione di interferenza costruttiva fra la radiazione incidente e la radiazione che incide all'interfaccia dopo avere subito una doppia riflessione. Solo un numero discreto di angoli può soddisfare tale condizione: tali angoli sono gli angoli di propagazione dei modi guidati. Lo spostamento di fase trasversale sarà:

$$\varphi = 2k_x d = 2 k_0 n_f d \cos \theta \tag{2.16}$$

dove k_x è la componente lungo x del vettore d'onda. Vanno però considerate nel calcolo della fase le componenti che derivano dalla riflessione interna del raggio sulle pareti superiore ed inferiore (di cover e substrato) per le polarizzazioni TM e TE. La condizione di interferenza costruttiva implica lo sfasamento totale deve essere zero o un multiplo intero di 2π :

$$2 k_0 n_f d \cos \theta - \varphi_c - \varphi_s = 2\pi m$$
(2.17)

In cui il numero intero *m* rappresenta l'ordine del modo. Questa relazione è conosciuta come la condizione di risonanza trasversale per i modi guidati in guide d'onda planari asimmetriche a *step-index*. Per un particolare modo *m* l'equazione può essere risolta analiticamente e ci fornisce l'angolo relativo al modo in questione. La costante di propagazione del modo β_m è la componente del vettore d'onda lungo la direzione di propagazione, per cui posso scrivere la relazione:

$$\beta_m = k_0 n_f \sin \theta_m \tag{2.18}$$

Questa relazione rappresenta il punto di contatto fra le due trattazioni, quella basata sull'ottica geometrica e quella basata sulla risoluzione delle equazioni di Maxwell, considerando contemporaneamente sia l'angolo relativo al modo di propagazione che la costante di propagazione stessa derivante dalla trattazione della teoria delle onde elettromagnetiche.

2.3 Equazione delle onde per guide planari

Possiamo ora analizzare la teoria elettromagnetica della propagazione di onde elettromagnetiche applicata ad una guida d'onda planare. Questa struttura è estremamente semplice e permette di ricavare diverse proprietà delle guide utilizzando una trattazione puramente analitica. Le proprietà ottenute possono essere generalizzate a geometrie molto più complesse [12].

Considerando il caso di un mezzo dielettrico perfetto (conduttività $\sigma = 0$), non magnetico (permeabilità magnetica $\mu = \mu_0$), isotropo e lineare ($D = \varepsilon E$), le equazioni di Maxwell si riducono a:

$$\nabla x \boldsymbol{E} = -\mu_0 \, \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{2.19}$$

$$\nabla x \boldsymbol{H} = \varepsilon_0 n^2 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$
(2.20)

dove E ed H sono rispettivamente i campi elettrico e magnetico, μ_0 è la permeabilità nel vuoto, ε_0 la permettività nel vuoto ed n l'indice di rifrazione del mezzo in cui la luce si propaga. Se il mezzo non è omogeneo le sue proprietà dipenderanno dalla posizione, dunque l'indice di rifrazione sarà n = n(r). Le equazioni (2.19)(2.20) diventano:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} + \nabla \left(\frac{1}{n^{2}} \nabla n^{2} \boldsymbol{E} \right) - \varepsilon_{0} \mu_{0} n^{2} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} = 0$$

$$(2.21)$$

$$\nabla^{2} \boldsymbol{H} + \frac{1}{2} \nabla n^{2} \boldsymbol{r} (\nabla \boldsymbol{r} \boldsymbol{H}) - \varepsilon_{0} \mu_{0} n^{2} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{H}}{\partial t^{2}} = 0$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} + \frac{1}{n^2} \nabla n^2 x (\nabla x \boldsymbol{H}) - \varepsilon_0 \mu_0 n^2 \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0$$
(2.22)

Le componenti cartesiane dei campi elettrico e magnetico sono dunque accoppiate. Non è quindi possibile risalire ad una equazione scalare per ogni componente come nel caso di un mezzo omogeneo in cui l'indice di rifrazione non varia nello spazio ($\nabla n^2 = 0$) e si ottengono nuovamente le equazioni alle onde descritte nel paragrafo precedente.

Se l'indice di rifrazione del mezzo disomogeneo dipende solamente da due coordinate in direzione ortogonale a quella di propagazione z, n = n(x, y), è possibile cercare una soluzione per le due equazioni precedenti nella forma:

$$E(\mathbf{r},t) = E(x,y)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H(\mathbf{r},t) = H(x,y)e^{i(\omega t - \beta z)}$$
(2.23)
(2.24)

dove ω è la frequenza angolare e β la costante di propagazione dell'onda. Queste due espressioni determinano la distribuzione trasversale del campo elettromagnetico per un modo di propagazione con costante di propagazione β .

La soluzione trovata per le guide a canale è valida anche per strutture guidanti a simmetria cilindrica, come le fibre ottiche su cui si basano i nostri sensori analizzati in questo lavoro.

Nel caso delle fibre ottiche, infatti, l'indice di rifrazione, è invariante lungo la direzione di propagazione z e nella direzione radiale.

Assumendo ora il caso delle guide planari, in cui l'indice di rifrazione dipende da una sola componente cartesiana: n = n(x), la dipendenza spaziale della distribuzione dei campi elettrico e magnetico può essere espressa nella forma exp $[-i(\Upsilon y + \beta z)]$. Inoltre, assumendo che la propagazione avvenga lungo l'asse z, l'onda non dipende in alcun modo da y ($\Upsilon = 0$), e i campi elettrico e magnetico assumeranno la forma:

$$E(\mathbf{r},t) = E(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H(\mathbf{r},t) = H(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$
(2.25)
$$(2.26)$$

Dunque data la distribuzione dell'indice di rifrazione n(x), le soluzioni per le equazioni dei campi elettromagnetici associati alla guida planare si riducono alle soluzioni delle equazioni per le ampiezze complesse E(x) ed H(x), dipendentemente dalla costante di propagazione β . Possiamo dimostrare, quindi, che per una particolare costante di propagazione β corrispondente ai modi guidati (confinati all'interno del *film*), la distribuzione dei campi è completamente determinata, e viceversa la conoscenza della polarizzazione della radiazione, che si propaga, determina univocamente un modo a partire da β .

Anaizziamo ora due casi corrispondenti alle diverse polarizzazioni del campo elettrico e magnetico [12]:

- Il caso in cui il campo elettrico associato al modo ha solo *componenti* trasversali, rispetto al piano contenente il vettore d'onda della propagazione e il vettore riflesso, *MODI TE*,
- 2) il campo elettrico ha solo componenti parallele, MODI TM.

2.3.1 Modi TE

Osservando la geometria mostrata nella figura (*figura 2.5*) le componenti perpendicolari sono le E_x , allora risulterà $E_y = E_z = 0$, e per il campo magnetico vale $H_y = 0$. Le uniche componenti non nulle dei campi saranno E_y , H_x e H_z . Sostituendo le soluzioni delle equazioni per una guida planare nelle equazioni di Maxwell per un mezzo dielettrico otteniamo:

$$H_{x} = -\left(\frac{\beta}{\omega\mu_{0}}\right)E_{y}$$

$$H_{z} = \left(\frac{i}{\omega\mu_{0}}\right)\frac{\partial E_{y}}{\partial x}$$
(2.27)
$$(2.28)$$

$$i\beta H_x + \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0 n^2(x)E_y$$
(2.29)

Sostituendo le prime due equazioni nell'ultima otteniamo l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} + [k_0^2 n^2(x) - \beta^2] E_y(x) = 0$$
(2.30)

in cui la componente $E_y(x)$ del campo deve soddisfare la propagazione dei modi TE in strutture planari, dove $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ e λ_0 è la lunghezza d'onda della luce nel vuoto, legata alla frequenza angolare dalla relazione $\omega = 2\pi c / \lambda_0$. Poiché si tratta di una equazione differenziale di secondo grado occorre imporre ulteriori condizioni al contorno, in particolare è necessario che le componenti tangenziali dei campi siano continue sulle interfacce della struttura; nel caso qui descritto per una struttura planare possiamo vedere che E_y e H_z sulle interfacce *cover-film* e *substrato-film* risultano continue per motivi analitici, infatti la componente z del campo magnetico H_z è proporzionale alla derivata prima di E_y rispetto ad x.

2.3.2 Modi TM

Consideriamo ora il caso in cui le uniche componenti del vettore campo elettrico siano quelle parallele al piano incidente, contemporaneamente le uniche componenti del campo magnetico saranno quelle perpendicolari al piano (*figura 2.6*).

Seguendo gli stessi passaggi utilizzati per i modi TE ora le uniche componenti non nulle saranno E_x , E_z ed H_y . Ricavo quindi:

$$E_{x} = -\left(\frac{\beta}{\omega\varepsilon_{0}n^{2}}\right)H_{y}$$

$$E_{z} = \left(\frac{i}{i\omega\varepsilon_{0}n^{2}}\right)\frac{\partial H_{y}}{\partial x}$$
(2.31)
$$(2.32)$$

$$i\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y$$

(2.33)

ed ottengo l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2 H_y(x)}{dx^2} - \frac{1}{n^2} \frac{dn^2}{dx} \frac{dH_y(x)}{dx} + [k_0^2 n^2(x) - \beta^2] H_y(x) = 0$$
(2.34)

Possiamo in ogni caso semplificare l'equazione ipotizzando di considerare una regione di materiale con indice di rifrazione costante, per cui si ottiene:

$$\frac{d^2 H_y(x)}{dx^2} + [k_0^2 n^2(x) - \beta^2] H_y(x) = 0$$
(2.35)

Anche in questo caso è necessario porre le condizioni al contorno per le componenti all'interfaccia.



Figura 2.5: propagazione TE per una guida d'onda planare.



Figura 2.6: propagazione TM per una guida d'onda planare.

2.3.3 Soluzioni generali per l'equazione delle onde

Esaminiamo ora quali tipi di soluzioni sono ammesse per l'equazione delle onde in polarizzazione TE. Si può notare che le soluzioni nel caso della polarizzazione TM sono sostanzialmente le stesse considerando, però, la differenza relativa alle condizioni al contorno conseguenti al fattore $1/n^2$ che influisce sulla continuità della derivata della componente del campo magnetico [12] [13]. Dunque considerando i modi TE caratterizzati dalla costante di propagazione β , scriviamo le soluzioni per la componente $E_y(x)$ nella forma:

$$E_j(x) = A_j e^{i\gamma_j x} + B_j e^{-i\gamma_j x}$$
(2.36)

dove $E_y(x)$ è la componente lungo y dell'ampiezza del campo elettrico per l'onda propagante; A_j e B_j sono due costanti complesse che possono essere calcolate con le appropriate condizioni al contorno. Si può dimostrare che queste soluzioni soddisfano l'equazione differenziale per:

$$\gamma_j = \sqrt{k_0^2 n_j^2 - \beta^2}$$
(2.37)

in cui γ_j è diverso in ogni regione a seconda del valore dell'indice di rifrazione n_j . Per analizzare il comportamento delle soluzioni attenute per ogni particolare regione è utile introdurre un nuovo parametro adimensionale: l'*indice di rifrazione efficace N*, direttamente correlato alla costante di propagazione del modo particolare tramite la formula:

$$\beta = k_0 N \tag{2.38}$$

Possiamo ora discutere dell'andamento delle soluzioni trovate a seconda della regione attraversata dall'onda che propaga:

1) Se la costante di propagazione β è minore di $k_0 n_j$ (cioè $N < n_j$) allora il parametro γ_j è reale e le soluzioni generali avranno una forma sinusoidale.

2) Se invece $\beta > k_0 n_j$, il parametro γ_j è un numero immaginario, allora le soluzioni possono essere descritte solo da una funzione esponenziale.

2.4 Modi guidati

Le soluzioni ottenute possono essere applicate al caso dei modi guidati in una guida d'onda planare asimmetrica *step-index* [12]. I tre mezzi che compongono la struttura con i rispettivi indici di rifrazione sono separati dalle interfacce che determineranno le condizioni al contorno, la radiazione elettromagnetica si propaga lungo l'asse z mentre i tre strati sono separati perpendicolarmente alla direzione dell'onda, lungo l'asse x. Partendo dalla relazione $n_f < n_s < n_c$ assumiamo che il piano x = 0 corrisponde all'interfaccia *cover-film*, dunque se lo spessore del film è d, l'interfaccia inferiore *film-substrato* si troverà sul piano x = -d. Nonostante le guide *step-index* siano strutture disomogenee sappiamo che ognuna delle tre regioni che le compongono hanno un indice di rifrazione costante. Possiamo dunque partire considerando l'equazione per i modi TE per ogni singola regione con la relazione:

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + [k_0^2 n^2 - \beta^2] E_y = 0$$
(2.39)

Cercando la soluzione nella forma di modi guidati, sapendo che la costante di propagazione associata al particolare modo *m* deve soddisfare la condizione:

$$k_0 n_s < \beta < k_0 n_f \tag{2.40}$$

che in termini dell'indice efficace si può esprimere come: $n_s < N < n_f$. In ognuno dei *film* si ottiene:

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} - \gamma_c^2 E_y = 0 \qquad per \ x \ge 0 \quad (cover)$$
(2.41)

$$\frac{d^{2}E_{y}}{dx^{2}} - \kappa_{f}^{2}E_{y} = 0 \quad per \ 0 > x > -d \ (film)$$

$$\frac{d^{2}E_{y}}{dx^{2}} - \gamma_{s}^{2}E_{y} = 0 \quad per \ x \le -d \ (substrato)$$

$$(2.42)$$

$$(2.43)$$

dove i tre parametri sono dati dalle relazioni:

$$\gamma_c^2 = \beta^2 - k_0^2 n_c^2$$
(2.44)
$$\kappa_f^2 = k_0^2 n_f^2 - \beta^2$$

$$\gamma_s^2 = \beta^2 - k_0^2 n_s^2$$

Risolvendo le tre equazioni differenziali i rispettivi valori del campo elettrico nelle tre regioni sono dati da:

$$E_{y} = \begin{cases} Ae^{-\gamma_{c}x} \\ Be^{i\kappa_{f}x} + Ce^{-i\kappa_{f}x} \\ De^{\gamma_{s}x} \end{cases}$$
(2.47)

rispettivamente per $x \ge 0$, 0 > x > -d e $x \le -d$. Il campo elettrico nelle regioni di cover e substrato ammette soluzioni aggiuntive (del tipo $A'e^{\gamma_c x}$, $D'e^{-\gamma_s x}$) che possono essere annullate poiché per x > 0 non hanno significato fisico.

I vincoli del nostro sistema impongono che E_y e dE_y/dx siano continui alle interfacce superiore ed inferiore, ossia in x = 0 ed x = -d, fornendo quindi quattro equazioni per i parametri A, B, C, D e per la costante di propagazione β . Il parametro A rimane quindi un parametro libero e corrisponde all'energia trasportata dal campo.

Risolvendo questo set di equazioni si ottiene la seguente equazione che permette di ottenere la *relazione di dispersione* della struttura, ossia la relazione fra costante di propagazione e frequenza angolare:

(2.45)

(2.46)
$$\tan \kappa_f d = \frac{\frac{\gamma_c}{\kappa_f} + \frac{\gamma_s}{\kappa_f}}{1 - \left(\frac{\gamma_c}{\kappa_f}\right)\left(\frac{\gamma_s}{\kappa_f}\right)}$$
(2.48)

La relazione di dispersione lega tutti i parametri ottici della struttura con la costante di propagazione β dei modi guidati, che può essere determinata numericamente. La tangente deve soddisfare :

$$\tan \kappa_f d = \tan(\kappa_f d + m\pi)$$

con m = 0, 1, 2, etc.

In generale esistono diverse soluzioni a seconda di m (mode order) cui corrisponde la rispettiva costante di propagazione β_m .

2.5 Fibra ottica

La fibra ottica è una guida d'onda cilindrica, usualmente di vetro, costituita da un nucleo e un mantello (*cladding*), in cui il nucleo che funge da struttura guidante ha un indice di rifrazione maggiore di quello del *cladding* circostante. Anche in questo caso, così come per le guide d'onda a canale, con un approccio basato sull'ottica geometrica, l'effetto di confinamento può essere spiegato osservando che i raggi di luce che viaggiano nel nucleo e che formano angoli piccoli con l'asse del cilindro incontrano l'interfaccia nucleo-mantello con un angolo di incidenza superiore ad un certo angolo critico e vengono per questo motivo totalmente riflessi. Nel seguito considereremo la struttura modale delle fibre a *step-index*. Questa struttura è aperta e, come per la trattazione della guida planare dielettrica, non contiene solo modi guidati. Per le applicazioni in telecomunicazione possiamo tuttavia limitarci a questi modi, in cui il campo è confinato essenzialmente nel nucleo, e quindi supporre che il mantello abbia un'estensione infinita [12] [13].

Esiste una grande varietà di strutture diverse di fibre ottiche a seconda dei diversi tipi di applicazioni cui sono rivolte. Le fibre utilizzate per le telecomunicazioni in ottica sono

(2.49)

usualmente in Ossido di Silicio (SiO_2) il cui nucleo e/o *cladding* sono leggermente dopati al fine di modificare i relativi indici di rifrazione. Le fibre possono essere di due tipi principali, con un nucleo ad indice di rifrazione costante (*step-index fibre*) oppure con un nucleo dotato di un indice di rifrazione che varia con il raggio della fibra (*graded-index fibre*) (*figura 2.4*). Lo stesso mantello può essere di questi due tipi al fine di ottimizzare le performance di eventuali parametri a seconda dello scopo di utilizzo. Se il nucleo della fibra è sufficientemente piccolo essa sarà capace di supportare un singolo modo (tipicamente il nucleo di fibre a modo singolo è dell'ordine di $2 \div 10 \ \mu m$).



Figura 2.7: schema di una fibra ottica.

2.5.1 Modi di una fibra ottica

Per trattare la propagazione in fibra, non è sufficiente utilizzare l'ottica geometrica ma bisogna ricorrere anche in questo caso alle equazioni di propagazione del campo elettromagnetico. Da questa analisi è possibile dimostrare l'esistenza di un numero discreto di modi di campo elettromagnetico che, confinati principalmente nel nucleo, si propagano senza perdite.

In questo paragrafo esponiamo brevemente la trattazione che ci permette di ricavare i modi della fibra ottica discutendone i risultati principali. Un modo è caratterizzato da una costante di propagazione β_m e da una configurazione trasversale di campo $E_m(x, y)$ entrambi dipendenti dall'indice intero m:

$$E_m(x, y, z, t) = E_0 E_m(x, y) e^{i(\beta_m z - \omega t)}$$
(2.50)

La distribuzione di un modo guidato è concentrata principalmente nel nucleo (*core*). Dalla trattazione analitica si dimostra l'esistenza di un modo fondamentale della fibra, usualmente chiamato LP_{01} , la cui distribuzione spaziale può essere approssimata da una funzione Gaussiana:

$$E_{01}(x,y) = E_0 e^{-\frac{x^2 + y^2}{r^2}}$$
(2.51)

È utile a questo punto introdurre un parametro V conosciuto come frequenza normalizzata, definito come:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} NA$$
(2.52)

con n_1 indice di rifrazione del nucleo, λ lunghezza d'onda dell'onda che si propaga e NA l'apertura numerica, un parametro che deriva dalla *legge di Snell* per la trattazione ottica della fibra; risulta infatti per una fibra :

$$\sin \theta_{max} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$$
(2.53)

nella quale rispettivamente n_1 ed n_2 sono gli indici di rifrazione di nucleo e mantello della fibra, n_0 è l'indice di rifrazione dell'aria e θ_{max} l'angolo critico di incidenza della radiazione in fibra; infine posso definire $n_0 \sin \theta_{max} = NA$.

In figura si mostra il profilo di intensità del modo fondamentale in funzione di V. È possibile notare come gran parte della potenza luminosa è confinata all'interno del nucleo: ciò significa che il parametro r della funzione Gaussiana è dell'ordine del raggio a del nucleo. I modi di ordine superiore possono propagarsi solamente se V supera un certo valore critico V_c , nel caso di fibre step-index $V_c = 2.405$.

In un mezzo uniforme con indice di rifrazione n, la velocità di fase è data da v = c/n ma nel caso delle fibre ottiche la costante di propagazione può essere riscritta come:

$$\beta_{01} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{eff}$$
(2.53)

dove l'indice di rifrazione efficace n_{eff} avrà un valore intermedio tra n_1 ed n_2 e tende a n_1 per grandi valori di V quando il modo di propagazione sarà quasi totalmente confinato nel nucleo della fibra. E' necessario considerare però che il valore di n_{eff} è diverso per ogni modo di propagazione e, più in generale, i modi di ordine superiore avranno un valore dell'indice di rifrazione efficace minore, data la differente distribuzione trasversale rispetto al modo fondamentale.

Capitolo 3

Scattering in fibra ottica

La diffusione Brillouin stimolata (*SBS*, *stimulated Brillouin scattering*) è un processo nonlineare che si può presentare quando la potenza di un segnale che si propaga in una guida ottica supera una certa soglia. Tale soglia dipende dalle caratteristiche del segnale stesso e dal tipo di guida (quindi dal tipo di materiale di cui è composta). Il processo consiste in un urto anelastico della radiazione che porta il trasferimento di energia ad un'onda, detta di *Stokes*, con una lunghezza d'onda inferiore, che si contropropaga all'interno della fibra ottica. Se da una parte, la diffusione Brillouin stimolata rappresenta un fenomeno indesiderato nei sistemi di telecomunicazione, tuttavia questo effetto può essere sfruttato in determinati tipi di sensori, ed in particolare per la misurazione di quelle grandezze fisiche che influenzano i parametri dello scattering, come la temperatura e la deformazione dei punti in cui si manifesta il fenomeno di diffusione. Di seguito discuteremo della teoria alla base dei fenomeni fisici di diffusione che possono verificarsi in fibra ottica, con particolare attenzione alla diffusione Brillouin spontanea e successivamente allo SBS.

3.1 Fenomeni di scattering in fibra ottica

Una radiazione elettromagnetica propagante può incorrere in diversi tipi di scattering in seguito all'interazione con il mezzo di cui la guida ottica è costituita, sia che si tratti di una struttura cristallina, come nel caso delle guide ottiche che comunemente contengono strutture in Silicio, o di materiali amorfi, come la Silica di cui le fibre ottiche sono composte.

Il fenomeno dello scattering può essere descritto, in accordo con la teoria quantistica come l'interazione fra un fotone incidente ed un fonone del mezzo in cui avviene la propagazione che porta alla generazione di un fotone acustico. In base all'energia del fotone emergente, in relazione all'energia di quello incidente, i fenomeni di scattering possono essere classificati in due categorie:

- Scattering elastico: processo nel quale i fotoni diffusi hanno la stessa energia e la stessa frequenza della luce incidente.
- 2) Scattering anelastico: in questo caso i fotoni diffusi hanno un'energia differente rispetto ai fotoni incidenti. Se la frequenza dei fotoni finali è minore di quella dei fotoni incidenti, la radiazione diffusa è detta Stokes. In caso contrario, la radiazione diffusa è detta anti-Stokes.



Figura 3.1: tipico spettro dei principali fenomeni di scattering in fibra ottica.

In figura 3.1 sono riportati gli spettri di diffusione degli scattering più comuni [15]:

 Scattering Rayleigh: è originato dalle fluttuazioni non propaganti della densità del mezzo, si tratta di uno scattering elastico poiché non induce uno shift di frequenza.

- Scattering Brillouin: è un processo di scattering anelastico originato dalle fluttuazioni della densità del mezzo risultanti dalla propagazione di onde di pressione, onde acustiche, attraverso il mezzo. È considerato una diffusione di radiazione luminosa indotta da *fononi acustici*.
- 3) Scattering Raman: risulta dall'interazione tra la luce ed i modi di vibrazione molecolari. In questo caso i fotoni incidenti scambiano energia con i fononi ottici, i quali trasportano molta più energia rispetto a quelli acustici. Ciò rende lo scattering Raman un fenomeno altamente anelastico caratterizzato da uno shift in frequenza di tre ordini di grandezza superiore rispetto allo scattering Brillouin.
- 4) *Scattering Rayleigh-wing*: si tratta di uno scattering elastico dovuto alla tendenza delle molecole anisotrope del mezzo ad allinearsi lungo il vettore campo elettrico dell'onda ottica incidente.

3.2 Equazione per le onde perturbate

Come abbiamo visto per la descrizione delle guide d'onda, la propagazione della luce attraverso un mezzo può essere descritta dalle equazioni delle onde derivanti dalla trattazione di Maxwell [15] [16]:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} - \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} = \mu_{0} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{P}}{\partial t^{2}}$$
(3.1)

dove **P** è il campo di polarizzazione, **E** il campo elettrico, *c* la velocità della luce nel vuoto e μ_0 la permettività magnetica nel vuoto. In un mezzo lineare, il vettore di polarizzazione **P** è proporzionale ad **E**:

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\chi} \cdot \boldsymbol{E}$$

(3.2)

42

Dove χ è la suscettibilità dielettrica del mezzo ed ε_0 la permettività dielettrica nel vuoto. In un mezzo isotropico disomogeneo, il tensore χ diventa uno scalare per cui l'equazione per le onde precedente diventa:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$$
(3.3)

nella quale $n = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} = \sqrt{1+\chi}$ è l' indice di rifrazione del mezzo ed ϵ la costante dielettrica.

La presenza di fluttuazioni spaziali e temporali nella struttura molecolare o cristallina del mezzo di propagazione fanno sì che la polarizzazione non risponda idealmente all'applicazione di un campo elettrico.

Il vettore di polarizzazione può essere espresso come:

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \boldsymbol{\chi} \cdot \boldsymbol{E} + \varepsilon_0 \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\chi} \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{P}_0 + \boldsymbol{P}_d$$
(3.4)

in cui P_0 è la polarizzazione lineare mentre $P_d = \varepsilon_0 \Delta \chi \cdot E = \Delta \varepsilon \cdot E$ è il contributo dovuto alle non idealità del mezzo. L'equazione diventa:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} - \frac{n^{2}}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} = \mu_{0} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{P}_{d}}{\partial t^{2}}$$
(3.5)

Il membro destro di questa equazione è il termine responsabile dei processi di scattering. Per comprendere più dettagliatamente ogni tipo di scattering è utile analizzare gli elementi $\Delta \varepsilon_{ij}$ del tensore $\Delta \varepsilon$. Esso è diviso in due termini [15]:

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon \, \delta_{ij} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(t)} \tag{3.6}$$

Il contributo dello scalare $\Delta \varepsilon$ deriva dalle fluttuazioni legate alle quantità termodinamiche: pressione, entropia, densità o temperatura. Lo scattering che dipende da $\Delta \varepsilon$ prende il nome di *scalar light scattering*, ed è l'origine dello scattering Brillouin di nostro interesse, indotto proprio dalla variazione di densità associata alla pressione dell'onda propagante nel mezzo e dello scattering Rayleigh. D'altra parte lo scattering derivante dal secondo contributo $\Delta \varepsilon_{ij}^{(t)}$ viene chiamato *tensor light scattering* [15]. Quest'ultimo tensore è composto da due tensori statistici indipendenti:

$$\Delta \varepsilon_{ij}^{(t)} = \Delta \varepsilon_{ij}^{(s)} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(a)}$$
(3.7)

dove $\Delta \varepsilon_{ij}^{(s)}$ è il termine simmetrico di $\Delta \varepsilon_{ij}^{(t)}$, ossia $\Delta \varepsilon_{ij}^{(s)} = \Delta \varepsilon_{ji}^{(s)}$, e dà origine allo scattering Rayleigh-wing, legato all' immediato riorientamento delle molecole asimmetriche sotto l'effetto del campo elettrico. Mentre $\Delta \varepsilon_{ij}^{(a)}$ è il termine asimmetrico, $\Delta \varepsilon_{ij}^{(a)} = -\Delta \varepsilon_{ji}^{(a)}$, da cui deriva lo scattering Raman, dipendente dalle vibrazioni delle molecole nel mezzo.

In generale, gli scattering derivanti dal contributo tensoriale sono chiamati *depolarized scattering* poiché il grado di polarizzazione della luce diffusa è tipicamente minore di quello della luce incidente. Essendo la densità (ρ) e la temperatura (T) variabili termodinamiche indipendenti, il termine scalare $\Delta \varepsilon$ può essere scritto come:

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \Delta \rho + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_\rho \Delta T$$
(3.8)

Nella trattazione dei fenomeni di scattering spontaneo possiamo trascurare l'influenza delle variazioni di temperatura sulla costante dielettrica, ciò perché la bassa intensità luminosa che caratterizza la diffusione spontanea causa un aumento di temperatura trascurabile. Per questo motivo, lo scattering scalare è determinato principalmente da variazioni di densità, e possiamo riscrivere:

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T \Delta \rho \tag{3.9}$$

La stessa variazione di densità può essere suddivisa in due contributi legati alla pressione e all'entropia:

$$\Delta \varepsilon = \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_{s} \Delta p + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{p} \Delta s$$
(3.10)

Il primo termine dell'equazione descrive le fluttuazioni adiabatiche di densità, ossia le onde sonore che provocano la diffusione Brillouin. Il secondo termine, legato alla diffusione Rayleigh, descrive le fluttuazioni isobare di densità, ovvero le fluttuazioni di entropia e di temperatura a pressione costante.

3.2.1 Scattering Brillouin spontaneo

Per descrivere il processo di scattering Brillouin spontaneo è necessario considerare l'equazione del moto di un'onda di pressione Δp [14] [15]. L'equazione acustica da cui partiamo è :

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} - \Gamma \nabla^2 \frac{\partial \Delta p}{\partial t} - v_a^2 \nabla^2 \Delta p = 0$$
(3.11)

dove Γ è il *parametro di smorzamento* e v_a è la velocità acustica nel mezzo che può essere espressa in funzione delle variabili termodinamiche di interesse:

$$v_a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{C_s \rho}}$$
(3.12)

dove K è il *modulo di bulk*, ρ la densità del mezzo e C_s la compressibilità adiabatica. Una soluzione dell'equazione è rappresentata dalla seguente equazione per l'onda di propagazione:

$$\Delta p = \Delta p_0 \exp[i(-\boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{r} - \boldsymbol{\Omega} t)] + c.c.$$
(3.13)

nella quale è soddisfatta la relazione di dispersione per $\Omega = v_a |q|$.

45

Considerando un'onda incidente monocromatica e sostituendo l'equazione per un'onda propagante nella precedente equazione del moto possiamo vedere come il campo di diffusione derivante soddisfi la seguente equazione:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} - \frac{n^{2}}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} = -\frac{\gamma_{e} C_{s}}{c^{2}} \{ (\omega - \Omega)^{2} E_{0} \Delta p^{*} \mathrm{e}^{[i(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\cdot\boldsymbol{r}-i(\omega-\Omega)t]} + (\omega + \Omega)^{2} E_{0} \Delta p \mathrm{e}^{[i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q})\cdot\boldsymbol{r}-i(\omega+\Omega)t]} + c.c. \}$$

$$(3.14)$$

dove E_0 , $\omega \in \mathbf{k}$ sono rispettivamente l'ampiezza, la frequenza e il vettore d'onda della luce incidente mentre γ_e è la costante di elettrostrizione definita da:

$$\gamma_e = \left(\rho \; \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_{\rho = \rho_0} \tag{3.15}$$

il primo termine a destra dell'uguale nell'equazione 3.14 rappresenta la componente oscillante con vettore d'onda $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{q}$ e frequenza $\omega' = \omega - \Omega$ che danno origine alle componenti Stokes dello scattering Brillouin. Il secondo termine corrisponde invece alla componente di scattering Brillouin anti-Stokes, il cui vettore d'onda è $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{q}$ con frequenza $\omega' = \omega + \Omega$. In entrambi i casi la frequenza è legata al vettore d'onda dalla relazione:

$$\omega = |\mathbf{k}| \frac{c}{n} \tag{3.16}$$

 Ω e q rappresentano la frequenza ed il vettore d'onda dell'onda acustica, i quali soddisfano:

$$\Omega = |\boldsymbol{q}| \, \boldsymbol{v}_a \tag{3.17}$$

La stessa relazione (3.16) deve valere per $w' \in \mathbf{k}'$:

$$\omega' = |\mathbf{k}'|\frac{c}{n} \tag{3.18}$$

Affinché possa verificarsi il fenomeno di scattering Brillouin è necessario che vengano soddisfatte contemporaneamente le leggi di conservazione di energia e momento.

Nelle *figure 3.2-3.3* si mostrano le relazioni fra i vettori d'onda e le frequenze delle onde incidenti, onde acustiche e radiazione Stokes ed anti-Stokes coinvolti nello scattering Brillouin.



Figura 3.2: condizioni geometriche per il fenomeno di diffusione Brillouin Stokes.



Figura 3.3: condizioni geometriche per il fenomeno di diffusione Brillouin anti-Stokes

Analogamente le componenti anti-Stokes sono considerate il risultato di una diffusione generata da onde acustiche contropropaganti rispetto la direzione della luce incidente.

Dal punto di vista quanto-meccanico, lo scattering Brillouin Stokes è interpretato come il risultato dell'assorbimento di un fotone della radiazione incidente [16], cui segue l'emissione di un fonone acustico, e un fotone ad energia minore. Viceversa per le onde anti-Stokes, tenendo conto del fatto che la frequenza dell'onda acustica (Ω) è molto minore rispetto alle frequenze ottiche, si può assumere che $|\mathbf{k}'| \approx |\mathbf{k}|$, sia per le componenti Stokes che per le componenti anti-Stokes.

Il vettore d'onda dell'onda acustica può essere espresso come:

$$|\boldsymbol{q}| = 2 |\boldsymbol{k}| \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$
(3.19)

Utilizzando l'espressione della relazione di dispersione, la frequenza dell'onda acustica risulta:

$$\Omega = 2 |\mathbf{k}| v_a \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{2n\omega v_a}{c} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$
(3.20)

Si nota che la frequenza acustica Ω è uguale a zero per la diffusione in direzione parallela alla propagazione, ($\theta = 0$), ed è massima per la radiazione retrodiffusa ($\theta = 180^{\circ}$). La frequenza a cui corrisponde la massima potenza trasferita dalla radiazione incidente a quella diffusa, Ω_b , è detta *Brillouin frequency shift* ed è definita dalla seguente relazione:

$$\Omega_b = \frac{2n\omega v_a}{c} \tag{3.21}$$

Tenendo conto dell'assorbimento delle onde acustiche all'interno del mezzo, l'intensità di un'onda di pressione può essere espressa nella forma:

$$|\Delta p(z)|^{2} = |\Delta p(0)|^{2} \exp(-\alpha_{a} z)$$
(3.22)

in cui α_a è il coefficiente di assorbimento acustico definito:

$$\alpha_a = \frac{|\boldsymbol{q}|^2 \Gamma}{v_a} = \frac{\Gamma_B}{v_a}$$
(3.23)

dove $\Gamma_B = |\mathbf{q}|^2 \Gamma$ è il *rate* di decadimento del fonone (*acoustic damping coefficient*), inversamente proporzionale per definizione al tempo di vita medio del fonone acustico nel mezzo materiale τ_p (*acoustic damping time*). Come conseguenza diretta dell'assorbimento dell'onda acustica, le componenti Brillouin non sono monocromatiche per via del valore finito della vita media del fonone e mostrano un *profilo spettrale Lorentziano*:

$$g_B(\nu) = g_{B0} \frac{(\Delta \nu_B/2)^2}{(\nu - \nu_B)^2 + (\Delta \nu_B/2)}$$
(3.24)

nel quale $\Delta v_B = \Gamma_B/2\pi$ è la *larghezza a metà altezza* (FWHM) dello spettro Brillouin ed il massimo coefficiente di guadagno al valore di risonanza $v_B = \Omega_B/2\pi$ risulta $g_{B0} = g_B(v_B)$ così definito:

$$g_{B0} = \frac{8\pi^2 \gamma_e^2}{n_p \lambda_p^2 \rho_0 c \, v_a \Gamma_B}$$
(3.25)

con $\gamma_e \approx 0.902$ la costante elettrostrittiva della Silica, $\rho_0 \approx 2210 \ kg/m^3$ la densità della fibra in Silica, λ_p la lunghezza d'onda della radiazione luminosa incidente e n_p il corrispondente indice di rifrazione.

Le componenti Stokes e anti-Stokes della diffusione Brillouin mostrano il medesimo shift di frequenza ed intensità, mentre nel caso di diffusione Brillouin stimolata ciò non accade. In questo processo, infatti, il segnale delle componenti Stokes risulta amplificato mentre il segnale della componenti anti-Stokes è attenuato.



Figura 3.4: tipico spettro di radiazione Brillouin retrodiffusa in fibra ottica.

3.3 Fenomeni di scattering stimolato in fibra ottica

Fino ad ora abbiamo considerato dei processi di scattering lineare nei quali la polarizzazione indotta è proporzionale al campo elettrico applicato. Questa condizione rimane valida fintantoché l'intensità della luce incidente rimane debole, lasciando così inalterate le proprietà ottiche del mezzo in cui si propaga la radiazione. Nel caso in cui, invece, viene applicato al mezzo un campo elettrico ad alta intensità, la risposta del mezzo non è più trascurabile. Il regime di scattering stimolato è un fenomeno non lineare ed è caratterizzato da una

amplificazione esponenziale della radiazione diffusa [14]:

$$I_{S}(output) = I_{S}(input) e^{g_{B}(v)I_{L}l}$$
(3.26)

L'amplificazione *G* espressa dall'esponenziale è determinata dal coefficiente di guadagno $g_B(v)$, dall'intensità della luce incidente I_L , e dalla lunghezza di interazione del mezzo *l*. Si vede subito come esiste una forte dipendenza dello scattering dall'intensità incidente. Inoltre, lo scattering è molto più intenso alla frequenza di massimo guadagno $g_B(0)$. Come diretta conseguenza di questa forte dipendenza esponenziale lo scattering stimolato mostrerà una larghezza di banda molto più stretta rispetto ad uno scattering spontaneo. Nell'SBS la retrodiffusione ($\theta = 180^\circ$) è la direzione predominante del processo per questi motivi principali:

- 1) La lunghezza massima di guadagno è generalmente lungo l'asse del fascio e corrisponde alla lunghezza di interazione del mezzo (l). Per altri angoli la lunghezza di interazione è limitata dal diametro (d) del fascio incidente $(d \ll l)$.
- 2) Il tempo di risposta acustico è minimo per $\theta = 180^{\circ}$, motivo per cui la crescita più rapida e l'insorgenza del fenomeno di dispersione saranno in direzione antiparallela rispetto alla direzione dell'onda incidente. Ciò è importante quando si utilizzano impulsi particolarmente brevi.

Nella maggior parte dei casi, l'intensità luminosa iniziale diffusa deriva dalle deboli diffusioni spontanee che avvengono nel mezzo. Per la geometria di scattering retro-diffuso, la diffusione spontanea che si verifica nella regione di interazione è l'effettiva generatrice delle intensità e potenze di radiazione luminosa, ed è proporzionale all'intensità del laser, a temperatura ambiente, secondo la relazione; $I_s(l) \approx I_L(l) \exp(-30)$. Quando il guadagno esponenziale raggiunge un valore tipico di $G \sim 10^{13}$, il fenomeno di amplificazione stimolata permette alla diffusione iniziale di raggiungere il valore $I_s(0)$, paragonabile al valore dell'intensità della radiazione laser incidente.

Questo fattore di guadagno di soglia corrisponde all'intensità secondo la formula [14]:

$$I_{l,th} = \frac{30}{g_B l} \tag{3.27}$$

A questa intensità ci si aspetta un alto valore di conversione dell'intensità del laser nella radiazione diffusa. Bisogna tener presente però che l'intensità del laser non è costante lungo tutto il tragitto della lunghezza di interazione, è necessario dunque tenere in considerazione alcune correzioni teoriche. Alternativamente, considerando alcune approssimazioni ed un valore di guadagno di soglia $G = \exp(25)$ è possibile raggiungere una conversione dell' 1% del laser in radiazione Stokes. Sperimentalmente i processi di diffusioni stimolate occorrono

in condizioni di amplificazioni ed intensità di radiazioni molto minori, motivo per cui è bene considerare questo valore di soglia come un valore sperimentale osservato. Lavorando con intensità molto maggiori rispetto a quella di soglia è possibile raggiungere un'efficienza di conversione del 90%. È proprio questo che rende interessante il processo di diffusione stimolata, assieme alla possibilità di "sfruttare" dei processi di diffusione non-lineare utilizzando unicamente delle proprietà ottiche della fibra mezzo propagante.

3.3.1 Polarizzazione non-lineare

A partire dalla descrizione tramite le equazioni di Maxwell per l'interazione tra la radiazione elettromagnetica ed un mezzo diffusivo, considerando il contributo non lineare alla polarizzazione possiamo scrivere l'equazione delle onde per l'interazione non-lineare [14]:

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E} - \frac{n^{2}}{c^{2}} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} - \frac{\alpha n}{c} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \mu_{0} \frac{\partial^{2} \boldsymbol{P}^{NL}}{\partial t^{2}}$$
(3.28)

dove l'indice di rifrazione n ed il coefficiente di assorbimento α derivano dal contributo lineare a bassa intensità di radiazione incidente della polarizzazione, mentre il termine P^{NL} è la polarizzazione non-lineare. Per semplificare l'equazione ci serviamo di alcune ipotesi: consideriamo il campo elettrico come una somma di onde a diversa frequenza (ω_j) con ampiezze e fasi piccole (E_j) e che la polarizzazione lineare e la propagazione della luce avvengano lungo l'asse $\pm z$. Scriviamo quindi:

$$E(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \{E_j \exp\left[i\left(+\mathbf{K}_j z - \omega_j t\right) + E_j^* \exp\left[-i\left(+\mathbf{K}_j z - \omega_j t\right)\right\}\right]$$
(3.29)

$$P^{NL}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \{ P_j^{NL} \exp(-i\omega_j t) + (P_j^{NL})^* \exp(i\omega_j t) \}$$
(3.30)

La piccola variazione di ampiezza rispetto alla lunghezza d'onda ottica ci permette di trascurare le derivate di ordini superiori al primo rispetto z e t permettendoci di riscrivere l'equazione come:

$$\mp \frac{i}{2k_j} \nabla_T^2 E_j + \frac{n_j}{c} \frac{\partial E_j}{\partial t} \pm \frac{\partial E_j}{\partial z} + \frac{1}{2} \alpha E_j = i \frac{\omega_j}{2\varepsilon_0 c n_j} P_j^{NL} \exp\left(\mp i K_j z\right)$$
(3.31)

nella quale $\nabla_T^2 = (\partial^2/\partial x^2) + (\partial^2/\partial y^2)$ rappresenta il termine trasversale della diffrazione. Per campi elettrici molto forti però la suscettibilità non è più indipendente dal campo e si può scrivere la polarizzazione come una sua serie di potenze [15] [16]:

$$P_{i} = \varepsilon_{0} \left\{ \sum_{j} \chi_{ij}^{(1)} E_{j} + \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(2)} E_{j} E_{k} + \sum_{j,k,l} \chi_{ijkl}^{(3)} E_{j} E_{k} E_{l} + \cdots \right\}$$
(3.32)

Il terzo termine della seguente equazione è il responsabile del contributo non lineare nei fenomeni di diffusione stimolata.

3.3.2 Scattering Brillouin stimolato (SBS)

Il termine di polarizzazione non lineare è legato alla densità ed alla temperatura secondo la relazione:

$$P^{NL} = \left[\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T \Delta \rho + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_\rho \Delta T \right] E$$
(3.33)

nella quale compaiono i termini di variazione in ampiezza delle due grandezze legati all'intensità di radiazione. L'interazione tra il laser di pompa ed il campo elettromagnetico provocano un'interferenza che modula la densità del mezzo propagante e guida l'onda acustica. Sono due i meccanismi responsabili [14] [15]:

- l'elettrostrizione (*figura 3.5*) provocata dall'interferenza tra il laser e le componenti Stokes del campo elettrico, la quale induce variazioni di densità locali nel materiale con conseguente deformazione del materiale stesso,
- l'assorbimento ottico, legato all'influenza del campo elettrico sulla temperatura, anch'essa determina variazioni di densità del mezzo e legato alla modulazione dell'onda acustica.

Considerando piccole variazioni di densità del mezzo $\Delta \rho = \rho' - \rho_0$ indotte dalla presenza del campo elettrico, dove ρ_0 è la densità media, possiamo scrivere:

$$E = \frac{1}{2} \{ E_L \exp [i(K_L z - \omega_L t)] + E_L^* \exp[-i(K_L z - \omega_L t)] + E_S \exp[i(K_S z - \omega_S t)] + E_S^* \exp[-i(-K_S z - \omega_S t)] \}$$
(3.34)

$$\Delta \rho = \frac{1}{2} \{ \rho \exp [i(Kz - \omega t)] + c.c \}$$
(3.35)

in cui $\omega = \omega_L - \omega_S$ è la differenza di frequenza tra il laser ed il campo a componenti Stokes, mentre K_L, K_S e K sono le ampiezze dei rispettivi vettori d'onda con $K = K_L + K_S \approx 2K_L$. La radiazione luminosa del laser viaggia in direzione +z, le componenti Stokes -z(retrodiffusione) e l'onda acustica (derivante dalla variazione di densità) in direzione +z. Inoltre assumiamo una piccola variazione di fase di risonanza $\Delta \omega = \omega - \omega_B$. La relazione appena ottenuta deriva proprio dalla dipendenza quadratica della forza elettrostrittiva del mezzo dal campo elettrico.

La fibra (o più in generale, il mezzo propagante) non risponde direttamente al campo elettrico in regime di frequenze ottiche ma risponde alla differenza di frequenza tra i due campi interagenti del laser e di Stokes che si propagano con velocità $(\omega_L - \omega_S)/(K_L + K_S)$. Se la modulazione che ne deriva viaggia alla velocità del suono nel mezzo, le forze guidanti saranno in fase con l'onda acustica generata, risulteranno cioè in risonanza (*phase matching condition*) [14] [15].



Figura 3.5: generazione dell'onda acustica attraverso il fenomeno di elettrostrizione.

A partire dall'equazione che descrive la dipendenza tra la forza di elettrostrizione ed il campo elettrico in polarizzazione non-lineare ed inserendo le equazioni per le onde appena ricavata, otteniamo:

$$\frac{\partial E_L}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_L}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha E_L = \frac{i\omega_L}{4cn_L} \frac{\gamma_e}{\rho_0} E_S \rho$$

$$-\frac{\partial E_S}{\partial z} + \frac{n}{c} \frac{\partial E_S}{\partial t} + \frac{1}{2} \alpha E_S = \frac{i\omega_S}{4cn_S} \frac{\gamma_e}{\rho_0} E_L \rho^*$$
(3.36)
$$(3.37)$$

dove $\gamma_e = \rho_0 (\partial \varepsilon / \partial \rho)_T$ è il coefficiente di elettrostrizione. Per ricavare l'ampiezza della perturbazione non-lineare indotta dalla densità del mezzo si combinano le equazioni derivanti dall'elettrostrizione con l'equazione di continuità, per cui:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial \rho}{\partial t} - (\omega^2 - \omega_B^2 + i\omega \Gamma_B)\rho = \frac{\gamma_e \varepsilon_0 K_B^2}{2} E_L E_S^*$$
(3.38)

Nell'equazione (3.38) sono state trascurate le derivate del campo generato dalle onde acustiche poiché le onde acustiche stesse non si propagano significativamente nella scala temporale dello scattering ($v \ll c/n$). Da questa relazione è possibile vedere come l'elettrostrizione induce l'aumento di densità nelle regioni del materiale in cuil il valore del campo elettrico è alto. Poiché l'ampiezza dell'onda acustica cresce molto lentamente rispetto alla frequenza possiamo utilizzare l'approssimazione ($\partial^2 \rho$)/(∂t^2) $\ll 2\omega(\partial \rho/\partial t)$. Questa correzione rimane valida nella maggior parte dei casi sperimentali ma decade quando si lavora con impulsi molto corti, il cui periodo è di $\sim 1ns$. Utilizzando inoltre una seconda approssimazione in caso di piccola differenza di fase, ($\omega^2 - \omega_B^2$) = ($\omega + \omega_B$)($\omega - \omega_B$) $\approx 2\omega_B\Delta\omega$, otteniamo l'equazione per l'onda acustica:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(-i\Delta\omega + \frac{\Gamma_B}{2}\right)\rho = \frac{i\gamma_e\varepsilon_0 K_B}{4\nu}E_L E_S^*$$
(3.39)

Le equazioni precedenti in funzione di spazio e tempo (3.36, 3.37, 3.38) e l'equazione per l'onda acustica (3.39) descrivono l'intero processo SBS assumendo una interazione planare, il che le rende coerenti e giustificate nel caso di una diffusione Brillouin stimolata in fibra ottica monomodale.

Nel caso stazionario, si può dimostrare che la densità è data da [14]:

$$\rho = \frac{i \gamma_e \varepsilon_0 K_B}{4\nu} \frac{1}{\left(1 - \frac{2i\Delta\omega}{\Gamma_B}\right)} E_L E_S^*$$
(3.40)

Inserendo questo valore nelle equazioni per il campo di interazione ed utilizzando l'espressione dell'intensità del campo elettrico $I_j = \varepsilon_0 c n |E_j|^2/2$, si ottengono le equazioni che descrivono le intensità di laser e pompa:

$$\frac{dI_L}{dz} = -g_B(\Delta\omega)I_L I_S$$

$$\frac{dI_S}{dz} = -g_B(\Delta\omega)I_L I_S$$
(3.41)
(3.42)

dove $g_B(\Delta \omega)$ è il coefficiente di guadagno Brillouin in regime stazionario definito:

$$g_B(\Delta\omega) = g_B(0) \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Delta\omega}{\Gamma_B}\right)^2}$$

$$g_B(0) = \frac{\omega_s^2 \gamma_e^2}{c^3 n v \rho_0 \Gamma_B}$$
(3.43)
(3.44)

dove $g_B(0) = g_B$ è il massimo coefficiente di guadagno in risonanza. Si è utilizzata l'approssimazione $\omega_L = \omega_S$ poiché la differenza di frequenza acustica è di cinque ordini di grandezza inferiori rispetto alle frequenze ottiche.

Così come per il caso di diffusione Brillouin spontanea il coefficiente di guadagno Brillouin (*BGS, Brillouin gain spectrum*) mostra uno spettro Lorentziano centrato in Γ_B da cui è possibile ricavare il tempo di vita medio del fonone, $\tau_B = 1/\Gamma_B$, come nel caso di diffusione Brillouin spontanea [14] [16].

Capitolo 4

BOTDA, Brillouin Optical Time-Domain Analisys

4.1 Descrizione della tecnica BOTDA

La tecnica BOTDA (*Brillouin Optical Time-Domain Analysis*) nasce inizialmente come strumento di misura di attenuazione delle fibre ottiche, sfruttando il guadagno Brillouin, come alternativa alla OTDR [17] [18]. Con l'avanzare delle conoscenze teoriche per la comprensione del fenomeno di diffusione Brillouin stimolata, ed in particolare con lo studio della dipendenza dell'SBS da temperatura e strain, e le conseguenti interessanti applicazioni che ne possono derivare nel campo dei sensori in fibra, l'analisi ottica nel dominio del tempo per la diffusione Brillouin si impone come tecnica fondamentale per la misurazione dello spettro di guadagno Brillouin (BGS) di sensori distribuiti in fibra ottica.

In figura si mostra la configurazione originale dei sistemi strumentali alla base della tecnica BOTDA. L'apparato sperimentale richiede la presenza di due laser a singola frequenza disposti su entrambi i capi della fibra ottica, uno dei due laser genera una luce pulsata mentre il secondo emette una radiazione ad onda continua (CW). L'impulso di pompa è lanciato al capo di input della fibra ottica (z = 0) e si propaga in direzione +z, la radiazione CW è introdotta invece al capo opposto della fibra (z = L, con L lunghezza della fibra) contropropagandosi dunque in direzione -z. A seconda delle frequenze ottiche coinvolte nell'interazione Brillouin che ne segue è possibile configurare il sistema BOTDA in due particolari analisi di misura [17]: la *Brillouin gain configuration*, in funzione del guadagno indotto dalla diffusione Brillouin, e la *Brillouin loss configuration*, in funzione della perdita:

1) Brillouin gain configuration: la luce pulsata (ad una frequenza v_0) è la radiazione di pompa per l'amplificazione Brillouin mentre la CW, chiamata segnale di probe, si propaga ad una frequenza minore ($v_0 - \Delta v$) rispetto la luce di pompa. (*figura 4.1 (a)*) Quando la frequenza della luce CW rientrerà nel range di frequenze dello spettro di guadagno Brillouin, il segnale di probe

risulterà amplificato per via dell'interazione SBS. Per questo motivo le variazioni locali di temperatura o strain in alcune sezioni della fibra-sensore, variazioni che sposteranno di un certo valore lo spettro di guadagno BGS, comporteranno alterazioni dell'amplificazione della radiazione CW di probe, solamente in quelle specifiche sezioni in modo discriminante. Per ricostruire, quindi, la distribuzione di strain o temperatura lungo la fibra ottica si misurano le variazioni temporali dell'intensità della luce CW nel capo di input della fibra-sensore, in funzione dell'offset di frequenza (Δv) tra i due segnali ottici. L'intero spettro sarà quindi ricostruito semplicemente misurando le variazioni di intensità di probe in funzione delle diverse frequenze di offset.

2) Brillouin loss configuration: in questo caso, la luce CW è la luce di pompa e avrà una frequenza (v₀ + Δv) maggiore del fascio pulsato, che sarà appunto il segnale di probe. (figura 4.1 (b)) Quando la differenza di frequenza tra i due segnali rientrerà nello spettro BGS e allo stesso tempo la luce pulsata sarà amplificata dal guadagno Brillouin durante la propagazione, la CW risulterà attenuata lungo la fibra. Le sue variazioni temporali di intensità indotte dalla SBS, che in questo caso saranno perdite di guadagno, sono misurate al capo della fibra z = 0, in funzione del tempo per ricostruire i profili di temperatura e strain. Per ottenere valori di attenuazioni che permettano una ricostruzione significativa delle tracce è necessario che la potenza della luce CW sia molto minore rispetto alla potenza del segnale pulsato [19].

L'interazione *pump-probe* induce variazioni periodiche dell'indice di rifrazione della fibra ottica che a loro volta comportano la riflessione di una parte del segnale di pompa tramite diffrazione di Bragg, andando ad amplificare l'intensità delle onde acustiche. Il trasferimento di energia tra i segnali ottici avviene in ogni posizione della fibra-sensore in cui la differenza di frequenza delle onde ottiche è nell'intervallo BGS. Per questo motivo i valori massimi di amplificazione ed attenuazione si ottengono quando l'offset si trova nell'intervallo di frequenza del picco del fonone acustico generato.

Questa è proprio la frequenza locale della diffusione Brillouin (BFS, *Brillouin frequency shift*) della fibra che dipende linearmente dall'elongazione e dalla temperatura. Per misurare quindi il BGS in funzione della distanza utilizzando la tecnica BOTDA è necessario variare questa differenza di frequenza tra i segnali di pompa e probe di poche centinaia di *MHZ* intorno al picco BFS, tipicamente ~ 10.9 *GHz* ad una lunghezza d'onda di 1550 *nm* per fibre ottiche monomodali. La risoluzione spaziale è così ottenuta tramite la distribuzione temporale e la durata del segnale di pompa lanciato al capo di input della fibra-sensore (z = 0) mente lo spostamento locale della frequenza Brillouin è stimato adattando la curva BGS misurata ad una curva Lorentziana.

Lo svantaggio principale legato ai sistemi che sfruttano BOTDA è legato alla necessità di due differenti laser per generare i segnali contro propaganti, uno dei quali deve in aggiunta aver la possibilità di essere regolato per osservare tutte le frequenze BGS. Inoltre per determinare la differenza di frequenza tra i segnali si deve poter lavorare e processare, con la maggior accuratezza possibile, i segnali a microonde delle radiazioni luminose in gioco. Questi vincoli sperimentali sono difficilmente superabili se si vogliono mantenere condizioni stabili ed accurate di misura per le analisi in frequenza e potenza.



Figura 4.1: trasferimento energetico tra i segnali di probe e pump nelle Brillouin gain configuration (a) e Brillouin loss configuration (b).

La più importante soluzione proposta è quella offerta da Niklés et al. [20] chiamata sideband technique. Essa si basa sull'utilizzo di un unico laser a singola frequenza e di un modulatore elettro-ottico (EOM) controllato da un generatore a microonde. L'EOM modula l'intensità luminosa ad una frequenza fissa f_m , fornita dal generatore di microonde, generando così due nuove componenti di frequenza nello spettro ottico. Queste si troveranno simmetricamente intorno al valore di frequenza del laser v_0 e separate proprio da una frequenza f_m (figura 4.2). Quando la f_m si trova nel range BGS, entrambe le bande laterali interagiscono con la radiazione luminosa di pompa tramite SBS, propagandosi in direzioni opposte. In questo modo le onde coinvolte nel processo saranno tre: il segnale pulsato ad una frequenza v_0 e i due segnali delle bande laterali rispettivamente a $v_0 \pm f_m$. Questa tecnica offre un enorme vantaggio poiché non sono più necessari due laser indipendenti per i segnali di sonda e pompa, e lo *sweep* in frequenza è semplicemente ottenuto tramite il generatore di microonde. Per eliminare il più possibile il rumore della propagazione bidirezionale delle due onde ottiche alla stessa frequenza si sopprime la portante dello spettro modulato regolando il *bias* dell' EOM.



Figura 4.2: intensità dello spettro ottico per la tecnica side-band (a) e soppressione della portante (b)

4.2 Modello teorico per sensori BOTDA

Per ricostruire lo spettro di guadagno o l'attenuazione Brillouin lungo la fibra-sensore, si misurano le variazioni dell'intensità del segnale CW risultanti dall'interazione Brillouin con il fascio pulsato, in funzione del tempo e dell'offset Δv nel punto di input della fibra z = 0. Se consideriamo impulsi ottici dell'ordine della vita media dei fononi (~10 *ns*), è possibile utilizzare come buona approssimazione le equazioni per l'SBS stazionario per descrivere l'interazione pump-probe lungo la fibra:

$$\frac{d}{dz}I_P(z) = -g_B(z,\Delta\nu) I_P(z) I_{CW}(z) - \alpha I_P(z)$$

$$\frac{d}{dz}I_{CW}(z) = -g_B(z,\Delta\nu) I_P(z) I_{CW}(z) + \alpha I_{CW}(z)$$

$$(4.1)$$

$$(4.2)$$

dove $I_P(z)$ e $I_{CW}(z)$ sono rispettivamente le intensità delle luci di pompa e dell'onda continua, α è il coefficiente di attenuazione della fibra, $g_B(z, \Delta v)$ è lo spettro di guadagno Brillouin. Quando il valore di $g_B(z, \Delta v)$ è positivo, l'energia si trasferisce dall'impulso di pompa all'onda continua in ogni punto della fibra-sensore, secondo le dinamiche precedentemente discusse per la configurazione di guadagno Brillouin. Viceversa quando $g_B(z, \Delta v)$ è negativo l'energia si trasferirà dalla CW al segnale pulsato. Per risolvere il sistema di equazioni che forniscono le variazioni del segnale CW in funzione dell'interazione SBS nei sistemi BOTDA si utilizza un metodo perturbativo [21] [22]. Se supponiamo inizialmente che il segnale CW dipenda solamente dalle attenuazioni della fibra ottica possiamo trascurare il termine a destra della seconda equazione, questo ci permette di ottenere la soluzione:

$$I_{CW}(z) = I_{CW}(L) \exp\left[-\alpha(L-z)\right]$$
(4.3)

in cui $I_{CW}(L)$ è il valore di potenza in ingresso dell'onda continua ed L è la lunghezza della fibra. Posso così calcolare l'intensità della luce pulsata per sostituzione:

$$I_P(z) = I_P(0) \exp(-\alpha z) G(z, \Delta \nu)$$
(4.4)

Dove il fattore $G(z, \Delta v)$ rappresenta l'amplificazione (o attenuazione) derivante dall'interazione SBS tra i due segnali luminosi, ed è dato da:

$$G(z,\Delta\nu) = \exp\left[-\int_0^z g_B(\xi,\Delta\nu) I_{CW}(L) \exp[-\alpha(L-\xi)] d\xi\right]$$
(4.5)

Il coefficiente di guadagno Brillouin dipende in ogni punto z della fibra sia dal *frequency shift* locale $v_B(z)$ che dalla frequenza di offset pump-probe ed ha un andamento tipicamente Lorentziano. È necessario tenere presente che il guadagno Brillouin locale dipende altresì fortemente dallo stato di polarizzazione dei due fasci luminosi in ogni punto della fibra, motivo per il quale si deve considerare una stessa variazione del valore del guadagno Brillouin per il profilo BFS:

$$g_B(z,\Delta\nu) = g_{B0} \frac{\gamma(z)(\Delta\nu_B/2)^2}{(\nu - \nu_B)^2 + (\Delta\nu_B/2)}$$
(4.6)

dove Δv_B è il FWHM del BGS, g_{B0} è il valore di picco del guadagno Brillouin e $\gamma(z)$ è il fattore di polarizzazione che tiene appunto conto della dipendenza dei due fasci luminosi dalla polarizzazione in ogni sezione locale della fibra ottica. Anche in questo caso sostituendo le equazioni ottenute possiamo ora integrare sulla distanza Δz , la quale rappresenta proprio la lunghezza delle sezioni di fibra ottica nelle quali le due onde in gioco interagiscono. Questo intervallo corrisponde alla risoluzione spaziale del sensore. Otteniamo [23] [24]:

$$\int_{I_{CW}}^{I_{CW}(z+\Delta z)} \frac{dI_{CW}(\xi,\Delta v)}{I_{CW}(\xi,\Delta v)} = \int_{z}^{z+\Delta z} \left[-g_{B}(\xi,\Delta v)I_{P}(\xi,\Delta v) + \alpha\right] d\xi$$

$$\frac{I_{CW}(z+\Delta z,\Delta v)}{I_{CW}(z,\Delta v)} = \exp\left\{\int_{z}^{z+\Delta z} \left[-g_{B}(\xi,\Delta v)I_{P}(\xi,\Delta v)\right] d\xi\right\} \exp\left(\alpha\Delta z\right)$$

$$(4.8)$$

A questo punto per ottenere informazioni della distribuzione del BGS lungo tutta la fibra confrontiamo la relazione ottenuta con l'equazione per l'intensità luminosa della CW in assenza di diffusione Brillouin:

$$\Delta I_{CW}(t,\Delta\nu) = |I_{CW}(z=0,t,\Delta\nu) - I_{CW}(L)\exp(-\alpha L)|$$
(4.9)

L'intensità del segnale in z = 0, come funzione del tempo e dell'offset, può così essere espressa:

$$\Delta I_{CW}(t,\Delta\nu) = I_{CW}(L) \exp(-\alpha L) \times \left\{ exp\left[-\int_{t\nu_g/2}^{t\nu_g/2} g_B(\xi,\Delta\nu) I_P(\xi,\Delta\nu) d\xi \right] - 1 \right\}$$
(4.10)

dove $0 < t < 2(L - \Delta z)/v_g$.

Quando il fattore di guadagno $G(z, \Delta v)$ è quasi unitario per ogni offset di pump-probe ed ogni posizione z lungo la fibra, l'amplificazione (o attenuazione) indotta dal fascio delle onde CW sull'intensità dell'impulso di pompa è trascurabile, le uniche variazioni osservabili nell'intensità sono quindi quelle dovute alle attenuazioni della fibra. In questo caso l'energia trasferita è molto piccola e rende lineare l'equazione precedente.

L'intensità del segnale pulsato dipenderà quindi solamente dalla posizione $z = t v_g/2$. Automaticamente il guadagno Brillouin può essere ricostruito direttamente misurando in quel punto il valore dell'intensità di CW, la quale esibisce il solito andamento Lorentziano centrato direttamente sul valore $v_B(z)$ del BFS locale [22]. Ciò permette direttamente la costruzione del BGS in funzione della distanza semplicemente misurando le tracce ottenute dall'analisi BOTDA, in funzione dei diversi offset di frequenza.

4.3 Limiti dei sensori BOTDA

La trattazione teorica appena vista mostra come l'ampiezza delle tracce BOTDA dipenda da diversi parametri fondamentali: il guadagno Brillouin locale, la risoluzione spaziale, la lunghezza della fibra e le intensità degli impulsi in gioco. Il modo in cui queste variabili dipendono reciprocamente le une dalle altre impone diversi limiti alle potenzialità e all'accuratezza dei sensori basati su configurazioni BOTDA tradizionali. Questi posso essere categorizzati in 3 tipi:

- 1) Effetti non-locali.
- 2) Effetti non-lineari.
- 3) Risoluzione spaziale.



Figura 4.3: profilo BFS di 7 km di fibra in funzione del segnale CW per le configurazioni di guadagno (a) e perdita (b) Brillouin [22].

4.3.1 Effetti non-locali

In condizioni normali la ricostruzione del profilo di strain e temperatura tramite BFS in funzione della distanza è ottenuto valutando il guadagno o la perdita dello spettro di interazione Brillouin in ogni posizione della fibra. Il BGS viene stimato misurando le variazioni di intensità della CW su ogni offset di frequenza tra le due onde contro propaganti. Si costruisce così un profilo per il Brillouin frequency shift tramite un fit Lorentziano dello spettro, misurato in ogni posizione z della fibra. Questo profilo tuttavia assume che esista una relazione lineare tra il coefficiente di guadagno Brillouin $g_B(z, \Delta v)$ e le variazioni del segnale CW misurate, eppure questa dinamica è possibile solamente quando il valore di $G(z, \Delta v)$ risulta quasi unitario. Si presenta dunque una situazione molto più complessa quando si utilizzano valori di potenza della CW molto maggiori al fine di aumentare la lunghezza della fibra-sensore da utilizzare. Le equazioni precedenti mostrano come le intensità luminose della CW e la sovrapposizione con le onde della luce di pompa sono proporzionali all'intensità luminosa dell'onda continua all'ingresso della fibra, per questo motivo è possibile aumentare l'ampiezza delle tracce BOTDA, aumentando il segnale in ingresso. Tuttavia questo procedimento implicherebbe l'aumento dell'energia trasferita tra i segnali ottici comportando dei guadagni o delle perdite al fattore $G(z, \Delta v)$. In caso di guadagno, G < 1, l'intensità $I_P(z, \Delta v)$ risulterebbe attenuata inducendo degli effetti di pump depletion, viceversa in configurazione di perdita Brillouin, G > 1 indurrebbe una excess amplification del segnale pulsato di probe (figura 4.3).

Le maggiore conseguenza di questi eccessi di amplificazione o attenuazione è che la I_P per ogni posizione z della fibra risulta dipendere da ogni altra interazione Brillouin presente lungo tutta la fibra-sensore, a partire da z = 0 fino al punto di misura locale. In questo modo la stessa BGS misurata in una particolare sezione di fibra è influenzata da effetti non locali di variazioni di temperatura e strain precedentemente indotti [22] [23].

Queste variazioni comportano ovviamente delle distorsioni dello spettro BGS misurato, poiché dipendono dalla lunghezza della fibra e dalle potenze in gioco, che deviano il valore del *Brillouin frequency shift* stimato rispetto al valore reale ed inducono a loro volta errori sistematici sulle stesse grandezze fisiche in esame. Questo errore, risulta ancora più critico quando si utilizzano configurazioni BOTDA a lungo raggio limitando quindi la distanza massima, e dunque la risoluzione spaziale massima, che può essere raggiunta dalla fibrasensore. Si presentano dunque alcune tecniche principali utilizzate per superare queste problematiche sperimentali:

- Utilizzando sofisticati metodi di elaborazione dei segnali [25], come ad esempio tecniche basate sulla scomposizione del profilo BFS in un numero finito funzioni armoniche determinate da algoritmi numerici iterativi. Tali metodi permettono di compensare gli effetti non locali, tuttavia, il tempo di calcolo necessario all'elaborazione cresce con la lunghezza della fibra, limitandone l'utilizzo pratico nei casi in cui risultino necessari intervalli di tempo di rilevamento molto lunghi.
- 2) Usando due linee spettrali del segnale CW [26]. Questo metodo è facilmente implementabile con la tecnica *sideband*; la banda laterale up-shifted è utilizzata per amplificare il segnale pulsato in modo da compensare l'attenuazione degli impulsi indotta dalla banda laterale down-shifted.
- 3) Le tecniche in cui anche l'onda della sonda è pulsata in configurazione di guadagno Brillouin, consentendo di lavorare su di una lunghezza di interazione più breve [27]. In questo setup la diffusine Brillouin è vista solamente in alcune sezioni della fibra-sensore in funzione del ritardo tra gli impulsi ottici di pompa e di sonda. Variando il ritardo della sonda, la BGS può essere misurata lungo l'intera lunghezza della fibra con una conseguente riduzione degli effetti non locali. Dal momento che il segnale della sonda deve eseguire la scansione di tutta la fibra di rilevamento la tecnica richiede un tempo di misurazione maggiore rispetto i sistemi tradizionali, ma il tempo non cresce linearmente con il numero di sezioni da analizzare per via del ridotto numero di medie richiesto nel processo di acquisizione, grazie alla maggiore potenza della sonda utilizzata.
- 4) La minimizzazione della perdita DC del segnale impulsato [28]. È stato dimostrato che l'uso di modulatori elettro-ottici genera un segnale ad impulsi con una componente di perdita continua che interagisce con il segnale CW lungo la fibra di rilevamento.

4.3.2 Effetti non-lineari

Quando si utilizzano brevi impulsi, all'interno della fibra ottica si verifica una interazione pump-probe con una lunghezza caratteristica corta, regolata dalla risoluzione spaziale Δz . Sebbene l'intensità dell'impulso possa essere aumentata per estendere il campo di rilevamento, il livello di potenza massima è comunque limitato da diversi effetti non lineari; tra i principali citiamo l'instabilità di modulazione (MI, *modulation instability*) e la modulazione di fase autoindotta (SPM, *self-phase modulation*).

- Modulation instability: quando la potenza dell'impulso ottico in un apparato BOTDA viene aumentata di circa 100 mW e si utilizza come sensore una fibra monomodale standard, nello spettro ottico appaiono due bande laterali simmetriche intorno alla frequenza iniziale come risultato dell'instabilità di modulazione. Tali bande laterali diventano più ampie quando la potenza aumenta, portando ad un impoverimento significativo degli impulsi ottici, poiché comportano un trasferimento di energia aggiuntivo al segnale pulsato alla radiazione CW [29].
- 2) Self-phase modulation: quando in una fibra ottica si propaga un fascio ottico ad alta intensità, la risposta non lineare del mezzo propagante comporta una variazione dell'indice di rifrazione stesso in funzione dell'intensità. Nei sensori BOTDA questi sbalzi di fase inducono un allargamento dello spettro del segnale pulsato, effetto che aumenta con la lunghezza di propagazione. Ciò comporta un graduale aumento dello spettro di guadagno Brillouin misurato distorcendolo dal valore effettivo. È possibile utilizzare per limitare questi effetti, spaziali, temporali ed energetici, degli impulsi rettangolari al fine di tagliare i fronti di salita e discesa dei profili spettrali BGS [30].



Figura 4.4: influenza della MI in funzione della potenza applicata [29].



Figura 4.5: allargamento dello spettro BGS indotto da SPM in funzione della potenza per 25 km di fibra SMF [30].

Capitolo 5

Risultati sperimentali

In questo capitolo si riportano la configurazione sperimentale basata sullo schema BOTDA classico e le relative modifiche utilizzate per la ricostruzione degli spettri di guadagno Brillouin per l'analisi e rilevazione delle variazioni di strain e temperatura in una fibra ottica monomodale. Si segue in questo modo l'analisi sperimentale del fenomeno della diffusione Brillouin stimolata nei suoi passaggi attraverso i dispositivi ottici ed elettronici per la ricostruzione del *Brillouin frequency shift*.

Si presentano infine i risultati sperimentali, ottenuti con il particolare schema BOTDA adottato per la ricostruzione BGS, delle risoluzioni di variazione di temperatura e di deformazione.

5.1 Configurazione sperimentale e modifiche al Brillouin Fiber Ring Laser

Il nostro lavoro consiste, secondo la tradizionale tecnica BOTDA, nel ricostruire la distribuzione BFS lungo la fibra acquisendo gli spettri delle variazioni di intensità della radiazione CW di probe nel dominio del tempo. Queste si contropropagano nella fibra-sensore rispetto ad un segnale pulsato di pompa ad un certo numero di valori FS (*frequency shift*) tra pompa e sonda. La massima amplificazione del segnale della luce di probe (a spese dell'intensità del segnale di pompa) è raggiungibile dal momento in cui la differenza di frequenza tra le due onde risulta uguale alla frequenza di risonanza del fonone acustico. Sarà quindi possibile acquisire gli spettri FS e processare i dati ottenuti in funzione del tempo al fine di ricostruire in ogni punto della fibra il BGS, il cui picco induce le variazioni del *Brillouin frequency shift*.

L'analisi di queste variazioni permetterà di ottenere i valori delle variazioni di temperatura e deformazione della fibra [31].

I metodi tipicamente utilizzati per generare delle modulazioni FS della luce di probe rispetto quella di pompa considerano l'impiego di un PLL (*optical Phase-Locked Loop*)[32] o della tecnica OSB (*optical side-band*) [33].

Nell'OSB, il segnale della luce di probe è ottenuto attraverso la modulazione di una porzione della luce di pompa, la modulazione è impiegata per mezzo di un EOM (modulatore elettroottico) guidato da un segnale a microonde ad una lunghezza d'onda regolata per ottenere l'FS desiderato. Ciò richiede un EOM estremamente veloce capace di lavorare in un intervallo di frequenze dell'ordine dei 10 *GHz*, il che implica un considerevole aumento del costo per la strumentazione ed una complessa attività di interfacciamento del setup.

Nello schema della tecnica PLL, invece, il segnale di probe è ottenuto tramite una sorgente laser secondaria (*slave*) che emette radiazioni ad una lunghezza d'onda fissa e "bloccata" rispetto al laser principale (*master*). Per farlo si utilizza un sistema di feedback capace di imporre e mantenere costante un determinato shift di lunghezze d'onda sintonizzabile. Per questi motivi i PLL richiedono essenzialmente un laser *master* dotato di una linea spettrale molto piccola affinché si possa mantenere il più stabile possibile la lunghezza d'onda di lavoro da mantenere fissa. I problemi che ne derivano a livello pratico sono la difficoltà di allineamento delle radiazioni emesse dai due laser e l'ottimizzazione dell'apparato sperimentale per performance a lungo termine.

Per generare il segnale di sonda a diverse lunghezze d'onda utilizziamo un circuito chiuso che impiega una struttura BFRL (*Brillouin fiber ring laser*) ed un B-EDFA (*bi-directional Erbium Doped Fiber Amplifier*) [35].

Tramite questa sostanziale modifica possiamo contemporaneamente settare e sintonizzare le lunghezze d'onda dei segnali ottimizzando le intensità di sonda e pompa solamente regolandone le amplificazioni, e siamo in grado di modulare i segnali alle frequenze di lavoro necessarie per il rilevamento Brillouin.

Impieghiamo come sorgente laser un DFB (*Distributed feedback laser*) centrato ad una lunghezza d'onda di 1551 nm (*linewidth* \sim 1.25 MHz), valori standard di sorgente secondo i classici modelli configurazionali basati su BOTDA.

Attraverso un OC (optical coupler) la luce CW, generata dal laser DFB, viene divisa ed inviata nel ramo per il segnale di pompa (30%) ed attraverso la porta 1 nel ramo con il circuito BFRL (70%).


Figura 5.1: schema della sorgente BFRL modificata, B-EDFA: bi-directional Erbium-doped fiber amplifier, FC: fiber coupler, OC: optical circulator, OSA: optical spectrum analyzer.

In *figura 5.1* si mostra lo schema modificato del BFRL da noi utilizzato per la tecnica BOTDA.

Diversamente dalle classiche configurazioni per sistemi basati su *ring coupler*, non è permessa alcuna ricircolazione del segnale della radiazione di pompa [34].

La parte di radiazione inviata al BFRL passa attraverso un modulatore *Mach-Zender* (MZM) guidato da un *Pulse Generator* a bassa frequenza ed infine inviata ad un amplificatore *B*-*EDFA* che ne aumenta la potenza ed amplifica la luce SBS al fine di indurre l'abbassamento del livello di soglia Brillouin e migliorare il rapporto segnale-rumore e l'analisi degli spettri del sistema. Non sono stati sperimentati oscillazione oscillazioni di potenza per valori di guadagno di ~ 15 *dB*.

L'amplificatore genera impulsi di pompa ad alta potenza (50 *ns*). L'impulso di pompa, che sarà la causa dell'interazione Brillouin, viene infine accoppiato ad uno dei due capi della fibra-sensore.

Lo scattering Brillouin induce la produzione delle linee di Stokes che insieme al segnale continuo Rayleigh della pompa si propagano nel verso opposto alla direzione della radiazione luminosa in uscita dallo schema BFRL. Le onde Stokes vengono quindi reintrodotte tramite un circolatore ottico (OC, 95/5 *splitting ratio*) nel *loop* dello schema BFRL tramite le porte 2 e 3. Una parte delle radiazioni luminose contropropaganti generate dalla diffusione Brillouin stimolata viene così prelevata dalla cavità ad anello tramite l'accoppiatore ed indirizzata nel sistema BOTDA per l'analisi di spettro in modulazione di frequenza.

La modulazione della frequenza, con il relativo shift indotto della lunghezza d'onda del segnale di probe è ottenuta, per mezzo del BFRL modificato, semplicemente regolando i valori di temperatura e deformazione del *Brillouin Fiber Ring coil*.

Per ottenere dei valori di modulazione dei segnali affinché sia possibile la ricostruzione BGS attraverso tutta la fibra-sensore, impieghiamo degli attuatori termici e piezoelettrici che agiscono sul *ring* del BFRL regolati da un *voltage-DC generator*.

Restringiamo quindi la linea spettrale della radiazione del segnale di probe in modo che rientrino nell'intervallo di frequenze di lavoro ottimale per l'interazione Brillouin, così da ricostruire il BGS senza il rischio di influenzare la risoluzione spaziale del sensore.

Per valutare e caratterizzare la linea spettrale della sorgente utilizziamo la tecnica *delayed self-heterodyne* [35] lavorando nell'intervallo di frequenza dei MHz.

Misuriamo dei valori di FWHM del picco del segnale che oscillano di poco intorno alla larghezza di banda della diffusione Brillouin, ciò consente una accurata ricostruzione del BGS nel rilevamento BOTDA. La potenza in uscita è infine misurata tramite un Optical Power Meter.



Figura 5.2: setup sperimentale BOTDA per l'analisi dello spettro di guadagno Brillouin.

5.2 Analisi sperimentale

Come sottolineato nella trattazione teorica del fenomeno di diffusione Brillouin stimolata, l'efficienza dell'interazione SBS dipende fortemente dallo stato di polarizzazione delle onde in gioco. Per questo motivo è stato inserito nella configurazione un *polarization scrambler* (PS) per depolarizzare il segnale della radiazione luminosa della sonda. Tale accorgimento permette di sopprimere il più possibile le fluttuazioni del guadagno Brillouin indotte dai diversi stati di polarizzazione.

Il capo di output della fibra-sensore raccoglie il segnale della luce di sonda attraverso un STB e la accoppia attraverso un ulteriore circolatore ottico ad un fotorivelatore (125 *MHz* di lunghezza di banda) per il successivo campionamento analogico/digitale e la relativa memorizzazione dei dati.

Per calcolare le variazioni di deformazione e temperatura in sensori distribuiti in fibra ottica, per le varie problematiche discusse nei precedenti capitoli, è necessario un vasto intervallo di modulazione di frequenza del segnale di sonda così da rilevare lo spettro BGS con il più basso rapporto segnale-rumore possibile. Gli attenuatori termici che agiscono sul *ring* del nostro schema BFRL presenano un *range di tuning* di ~ 90 *MHz*, mentre con gli attenuatori piezoelettrici è possibile impartire uno sforzo di strain fino a ~4 m ε con conseguente *tuning* di ~ 200 *MHz*.

La luce del segnale di sonda dovrebbe avere una larghezza di banda sufficiente a permettere una buona e corretta ricostruzione BGS senza incidere sulla risoluzione del sensore (deve essere molto più stretta di quella BGS).

Per validare la nostra proposta di source è importante caratterizzare la larghezza di linea dello spettro del segnale di probe. A tal fine si è impiegata la tecnica *delayed self-heterodyne* (attraverso una linea di ritardo tramite una fibra *spool* monomodale) che fornisce una qualificazione accurata intorno ai *MHz*.

La distribuzione dello spettro dei segnali derivanti dall'interazione Brillouin è così convertito in un segnale elettrico tramite un *analizzatore di spettro ottico* (ESA) ad alta risoluzione (< 550 *MHz*), mentre la potenza estratta viene misurata tramite un *optical power meter*.

La fibra-sensore utilizzata è costituita da diverse bobine di più corte fibre monomodali. Ognuna di queste SMF presenta diverse caratteristiche di *Brillouin frequency shift* in modo tale da stimare le diverse prestazioni di rilevamento per 2.6 *km* di fibra per ogni variazione di temperatura e strain. La lunghezza di ogni bobina è mostrata in *figura 5.3*.



Figura 5.3: diverse bobine di SMF con differenti caratteristiche BFS.

In particolare le due bobine di SMF più corte mostrano valori di BFS spostati indietro (*downshifted*) di circa 30 *MHz* rispetto la bobina più lunga iniziale. Queste sono utilizzate come validi sensori per la stima della risoluzione spaziale rilevata in caso di "punti caldi" (*hot spots*) o piccole parti di fibra tesa.

Si calcolano infine i parametri BFS delle tracce dell'analisi Brillouin nel dominio del tempo (*DatiBOTDA*) ottenute, tramite un *fit Lorentziano* (eseguito tramite un codice realizzato utilizzando il programma MATLAB) degli spettri di guadagno Brillouin in funzione della modulazione di frequenza per ogni punto della fibra.

5.2.1 Codice MATLAB per il fit Lorentziano

Di seguito si presenta il codice MATLAB elaborato per eseguire il fit Lorentziano degli spettri di guadagno Brillouin:

NewFolderName = 'Risultati '; mkdir (myFolder, NewFolderName); NewTXTName = 'freqpicco.txt'; filenotepad = fopen (fullfile(myFolder, NewFolderName, NewTXTName), 'wt '); fprint (filenotepad, '%12s %12s \r\n ', 'titolodix ', 'titolodir ');

```
MN = min(DatiBOTDA(riga, :));

x0 = [20, 132 - Ind*2, MN];

xdata = Freq;

ydata = DatiBOTDA (riga, :);

[x, r] = lsqcurvefit (fun,x0,xdata,ydata);

fprint (filenotepad, ' %8.4f %8.4f \n', x(1),x(2),x(3),r);

riga = riga +1;

disp(x);
```

end

5.3 Calcolo della risoluzione spaziale

La risoluzione spaziale dei sensori BOTDA è determinata dalla lunghezza efficace di interazione tra gli impulsi ed il segnale CW, fornita dall'intervallo di integrazione Δz delle equazioni analizzate nel paragrafo sul modello teorico. Analogamente ai sistemi basati su OTDR, la lunghezza dell'interazione è determinata dalla durata dell'impulso secondo la relazione:

$$\Delta z = v_g W/2 \tag{5.1}$$

dove v_g è la velocità di gruppo nella fibra. Se la durata dell'impulso è variabile, la risoluzione spaziale subisce di conseguenza delle variazioni, assumendo che la larghezza di banda del ricevitore sia sufficientemente ampia da non limitarla e da non distorcere le tracce di misura. Nei sensori basati sull'effetto Brillouin inoltre esiste un altro fattore che limita fortemente la risoluzione spaziale: il tempo di vita del fonone acustico. Qualsiasi miglioramento al fine di ottenere una risoluzione spaziale sub-metrica richiederebbe l'utilizzo di impulsi più brevi del periodo di smorzamento delle onde acustiche, le quali non avrebbero di conseguenza il tempo necessario per rispondere completamente all'eccitazione indotta dall'interazione tra le radiazioni luminose in gioco. Dal punto di vista delle frequenza ciò vorrebbe dire che gli spettri dei guadagni e delle perdite dovute all'effetto Brillouin si allargherebbero per via della convoluzione tra il BGS intrinseco e lo spettro degli impulsi ottici. Assumendo impulsi rettangolari di durata W, questa interferenza può essere descritta tramite la relazione [36]:

$$\bar{g}_B(\Delta \nu) = 2 \exp(-\pi \,\Delta \nu_B W) \left[\cosh(\pi \Delta \nu \,\nu_B W) - \cos(2\pi \Delta \nu \,W)\right] g_B(\Delta \nu)$$
(5.2)

dove Δv_B è la larghezza di riga BGS e $g_B(\Delta v)$ rappresenta lo spettro di guadagno Brillouin locale. La dipendenza dalla posizione z in fibra viene determinata dal fattore di polarizzazione tenendo conto della polarizzazione rispettiva dei due fasci ottici. Secondo la relazione, quindi, $\bar{g}_B(\Delta v)$ deve sostituire il profilo Lorentziano $g_B(\Delta v)$. Quando vengono utilizzati impulsi paragonabili o inferiori a 10 *ns*, la loro larghezza spettrale diventa dell'ordine di grandezza dello spettro di guadagno Brillouin spontaneo, problema che influisce in modo negativo sulla performance delle configurazioni BOTDA, principalmente per due motivi:

- 1) La riduzione del guadagno del picco Brillouin.
- 2) L'allargamento spettrale delle misure BGS aumenta l'incertezza nella determinazione del *Brillouin frequency shift*, peggiorando la risoluzione finale.

Entrambi gli effetti possono essere osservati in figura (*figura 5.4*), dove vengono mostrati gli spettri di guadagni Brillouin efficaci in fibra per diverse risoluzioni spaziali. La migliore risoluzione spaziale che può essere raggiunta tramite diffusione Brillouin in questa configurazione sperimentale è di 1 m.

Il significativo allargamento spettrale e il basso rapporto segnale-rumore, derivante dagli effetti non-lineari e non-locali delle misurazioni, rendono impossibile una determinazione attendibile dell'BFS lungo la fibra-sensore, per valori di intensità luminose al di fuori di un intervallo di frequenze e di lunghezze di interazione della diffusione Brillouin stimolata. Per questo motivo sono necessarie altre tecniche, più sofisticate, per eseguire misure di strain e temperatura con risoluzioni spaziali inferiori al metro.



Figura 5.4: spettri di guadagno Brillouin per diverse risoluzioni spaziali L [31].

5.3 Prestazioni e caratterizzazione

La precisione delle misure (accuratezza) ottenuta con il nostro setup particolare in configurazione BOTDA può essere semplicemente calcolata come la *deviazione standard* della traccia del Brillouin frequency shift mostrato in *figura 5.8*.

Otteniamo un valore di 0.5 *MHz* per tutta la lunghezza della fibra-sensore, che comporta una risoluzione per le variazioni di temperatura e di deformazione di ~ 0.5 °*C* C e ~10 $\mu\epsilon$.

La *figura 5.5* mostra i valori di potenza della diffusione Brillouin stimolata in funzione della potenza in ingresso. Possiamo così risalire ad un valore per la soglia SBS di $\sim 2 mW$ cui corrispondono $\sim 0.5 mW$ di potenza massima in uscita.



Figura 5.5: andamento della potenza del segnale di probe in funzione della potenza di input del laser.



Figura 5.6: schema della tecnica self-heterodyne e spettro del segnale di probe su analizzatore di spettro (10 MHz/freq per divisione).

In *figura 5.6* osserviamo la lunghezza di linea dello scattering Brillouin stimolato ricavata dalla luce di probe attraverso la tecnica *self-heterodyne* (1km di ritardo) ed il relativo spettro dopo il passaggio attraverso l'ESA (10 *MHz/freq per division*). È possibile risalire ad un valore di *larghezza a metà altezza* FWHM di ~2.5 *MHz* cioè circa l'0.1% della larghezza di banda BGS. Ciò permette una accurata ricostruzione del BGS tramite la tecnica BOTDA senza compromettere la risoluzione del sensore.



Figura 5.7: si mostrano le misure del BGS in funzione della lunghezza della fibra-sensore e della frequenza, si nota lo spostamento del Brillouin Frequency Shift in funzione della modulazione del segnale di probe, dal quale sarà possibile ricavare i valori di risoluzione di temperatura e strain. Il grafico è stato ottenuto tramite il fit Lorentziano degli spettri di guadagno Brillouin, operato utilizzando il codice MATLAB.



Figura 5.8: Brillouin frequency shift in funzione di tutta la lunghezza della fibra-sensore. Si notano i picchi relativi alle diverse caratteristiche BFS delle bobine più corte che costituiscono la fibra, dimostrando, tramite l'analisi nel dominio del tempo, una risoluzione spaziale di 5 metri per una fibra-sensore SMF di 2.6 km. Il grafico è stato ricostruito a partire dai valori BOTDA del BGS, tramite il programma MATLAB.

Il grafico in *figura 5.7* mostra gli spettri di guadagno Brillouin misurati in ogni punto della fibra-sensore in funzione della modulazione di frequenza del segnale della sonda e della distanza.

Nell'ultimo grafico in *figura 5.8* infine si mostrano i risultati del Brillouin frequency shift lungo tutta la fibra. È possibile nella parte destra vedere la capacità della tecnica BOTDA di rilevare variazioni di BFS in bobine più corte di fibra in modo più accurato ed efficiente (soprattutto per la bobina da 7 m).

Conclusioni

Obiettivo di questo elaborato di tesi era quello di analizzare una configurazione innovativa di sensore distribuito in fibra ottica (DOFS) monomodale, utilizzando la tecnica BOTDA basata su diffusione Brillouin stimolata (SBS), verificando le prestazioni ed in particolare i valori di risoluzione spaziale, di accuratezze nelle misure di temperatura e deformazione.

Nel Capitolo 1 sono stati presentati i sensori in fibra ottica rivolgendo particolare attenzione ai DOFS, sensori capaci di effettuare misure distribuite delle grandezze fisiche che influenzano la propagazione della radiazione luminosa guidata in fibra ottica.

Nel Capitolo 2 e nel Capitolo 3 sono stati presentati i concetti teorici e le trattazioni analitiche e geometriche della propagazione della luce nelle guide d'onda, ed i modelli che descrivono i fenomeni di diffusione spontanea e stimolata in fibra ottica.

Si è rivolta particolare attenzione al fenomeno di scattering Brillouin stimolato, un processo non-lineare che si presenta nelle fibre ottiche quando il livello di potenza del segnale di ingresso alla fibra supera una determinata soglia, e la relativa dipendenza dalla temperature e dalla deformazione.

I DOFS basati su SBS permettono di determinare misure di temperatura e strain in modo continuo ed in funzione della posizione lungo tutta la lunghezza della fibra ottica, con risoluzioni spaziali che possono raggiungere valori inferiori ad 1 m per fibre la cui lunghezza va da pochi metri a diversi kilometri.

La larghezza spettrale del guadagno Brillouin si aggira attorno ai $10 \div 20 MHz$, e la larghezza a metà altezza (FWHM) si aggira attorno ai 100 MHz per lunghezze d'onda di pompa tipiche di 1550 nm, il che rende i sensori distribuiti basati su SBS dei dispositivi facilmente integrabili con gli apparati sperimentali attualmente utilizzati nel settore delle telecomunicazioni, non invasivi ed a basso costo.

Nel Capitolo 4 si è presentato lo stato dell'arte del BOTDA, il modello teorico e la descrizione della tecnica sperimentale.

Se ne sono infine discussi i limiti pratici e teorici legati ad effetti non locali, non lineari ed alla risoluzione spaziale, limiti che è possibile superare attraverso alcuni accorgimenti sperimentali, o particolari modifiche da apportare agli schemi delle configurazioni

attualmente in uso. È stata quindi discussa nel quinto capitolo una modifica efficace per migliorare la risoluzione spaziale di un DOFS basato su SBS.

Abbiamo dimostrato come l'analisi ottica nel dominio del tempo per la diffusione Brillouin si sia imposta come tecnica fondamentale per la misurazione dello spettro di guadagno Brillouin (BGS) di sensori distribuiti in fibra ottica al fine di ottenere misure di variazione di temperatura e deformazione con ottimi valori di risoluzione spaziale.

Infine nel Capitolo 5 è stata descritta la configurazione sperimentale adottata per l'attività di misura con la relativa modifica al *Brillouin Fiber Ring Laser* rispetto alle configurazione BOTDA convenzionale.

La nostra proposta si dimostra un'ottima alternativa all'utilizzo della tecnica *sideband* e delle configurazioni PLL convenzionali per la generazione dei segnali di pompa e sonda. Entrambe queste tecniche sono infatti costose, per via dei vari dispositivi necessari per la loro realizzazione, e complicate. Tramite l'implementazione descritta nel nostro lavoro di tesi è invece possibile raggiungere bassi valori di soglia, grandi margini di modulazione dei segnali, ed una stretta larghezza di banda per il calcolo del BGS, proprietà che rendono i sensori basati su BOTDA semplici da configurare ed economicamente vantaggiosi, permettendone un ampio impiego e sviluppo su larga scala.

La sorgente BFRL presentata mostra degli adeguati valori di potenza del segnale di probe in uscita ($\sim 0.5 \ mW$), un largo intervallo di modulazione ($\sim 200 \ MHz$) ed una stretta linea spettrale ($< 2.5 \ MHz$).

Sono stati mostrati quindi i parametri del *Brillouin frequency shift* delle tracce BOTDA ottenute operando un *fit Lorentziano*, tramite il programma MATLAB, degli spettri di guadagno Brillouin in funzione della modulazione di frequenza per ogni punto della fibra.

La BFRL così modificata offre la possibilità di poter lavorare in intervalli di frequenze paragonabili allo spettro di guadagno Brillouin mantenendo alti livelli di potenza dei segnali rilevati, permettendo dunque di ottenere ottimi valori di risoluzione di 5 *m* per una fibra SMF di (~2.6 *Km*) con i relativi valori di risoluzione di temperatura e deformazione rispettivamente di ~0.5 °C e ~10 $\mu\epsilon$.

Bibliografia

[1] K. C. Kao and G. A. Hockham, "Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies," Proc. IEE, Vol. 113, 1151–58, 1966.

[2] Personick S. D., Photon probe – "An optical fiber time-domain reflectometer", Bell System Technical Journal, vol. 56, 355-66, 1977.

[3] B. Culshaw, "Fibre Optic Sensor Technology – An Engineering Reality or an Scientific Opportunity?" in Proc. Of SPIE vol. 7653, Furth European Workshop on Optical Fibre Sensors, Sep. 2010, paper 765304.

[4] A. J. Rogers, 'Distributed optical-fiber sensing', Meas. Sci. Techno., vol. 10 (8), R75-R99, 1999.

[5] A. H. Hartog and D. N. Payne, 'Remote measurement of temperature distribution using an optical fiber', Proc. ECOC '82, 215-220, 1982.

[6] J. P. Dakin, D. J. Pratt, G.W. Bibby and J. N. Ross, 'Distributed optical fiber Raman temperature sensor using a semiconductor light source and detector', Electron. Lett., vol. 21, no. 13, 569-570, 1985.

[7] D. Culverhouse et al., 'Potential of stimulated Brillouin scattering as sensing mechanism for distributed temperature sensors', Electron. Lett., vol. 25, no. 14, 913-915, 1989.

[8] A. Rogers, "Distribuiter optical-fibre sensing", Meas. Sci. Technol., vol 10, no. 8, R75-R99, Aug. 1999.

[9] K. I. Aoyama, K. Nakagawa, and T. Itoh, "Optical Time Domain Reflectometry in a Single-Mode Fiber", IEEE J. Quantum Electron., vol. QE-17, no. 6, 862-68, Jun. 1981.

[10] P. C. Wait, K. D. Souza, and T. P. Newson, "A theoretical comparison of spontaneous raman and brillouin based fiber optic distributed temperature sensors", Opt. Commun, vol. 144, 17-23, 1997.

[11] M. J. Damzen, V.I. Vlad, V. Babin, and A. Mocofanescu, "Stimulated Brillouin Scattering, Fundamentals and Applications". Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 2003.

[12] G. Lifante, Integrated Photonics: fundamentals, Chichester (EN), Jhon Wiley & Sons Ltd, 2003.

[13] G. T. Reed and A. P. Knights, Silicon Photonics: an introduction, Chichester (EN), Jhon Wiley & Sons Ltd, 2004.

[14] M. J. Damzen, V. I. Vlad, V. Babin and A. Mocofanescu, Stimulated Brillouin Scattering: Fundamentals and Applications, Bristol, Institute of Physics Publishing Ltd, 2003.

[15] R. W. Boyd, Nonlinear Optical, 2nd ed., San Diego, CA- London: Academic Press, 2003.

[16] G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, 4th ed., San Diego, CA: Academic Press, 2007.

[17] T. Horiguchi and M. Tateda, "BOTDA- Nondestructive Measurement of Single-Mode Optical Fiber Attenuation Characteristics Using Brillouin Interaction: Theory", J. Lightwave Technol., vol. 7, no. 8, 1170-76, Aug. 1989.

[18] T. Horiguchi and M. Tateda, "Optical-fiber-attenuation investigation using stimulated Brillouin scattering between a pulse and a continuos wave", Opt. Lett., vol. 14, no. 8, 408-10, Apr. 1989.

[19] Y. Dong, L. Chen, and X. Bao, "System optimization of a long-range Brillouin-lossbased distribuited fiber sensor", Appl. Opt., vol. 49, no. 27, 5022-25, Sep. 2010. [20] M. Niklés, L. Thévenaz, and P. A. Robert, "Brillouin Gain Specrum Characterization in Single-Mode Optical Fibers", J. Lightwave Technol., vol. 15, no. 10, 1842-51, Oct. 1997.

[21] X. Bao, J. Dhliwayo, H. Heron, D. J. Webb, and D. A. Jackson, "Experimental and Theoretical Studies on a Distributed Temperature Sensor Based on Brillouin Scattering", J. Lightwave Technol, vol. 13, no. 7, 1340-48, Jul. 1995.

[22] A. Minardo, R. Bernini, L. Zeni, L. Thévenaz, and F. Brifford, "A reconstruction technique for long-range stimulated Brillouin scattering distributed fibre-otic sensors: experimental results", Meas. Sci. Technol., vol. 16, no. 4, 900-8, Apr. 2005.

[23] R. Bernini, A. Minardo, and L. Zeni, "A Reconstruction Technique for Stimulated Brillouin Scattering Fiber-Optic Sensor for Simultaneous Measurement of Temperature and Strain", in Proceedings of IEEE Sensors 2002, 1006-11.

[24] A. Minardo, R. Bernini, and L. Zeni, "Accurate distributed temperature measurements by Brillouin scattering fiber-optic sensor", in Proceedings of IEEE Sensors 2003, 348-52.

[25] E. Geinitz, S. Jetschke, U. Ropke, R. Willsch, and H. Bartelt, "The influence of pulse amplification on distributed fibre-optic Brillouin sensing and a method to compensate for systematic errors", Meas. Sci. Technol., vol. 10, no. 2, 112-16, Feb. 1999.

[26] A. Minardo, R. Berinin, and L. Zeni, "A simple Technique for Reducing Pump Depletion in Long-Range Distributed Brillouin Fiber Sensors", IEEE Sens. J., vol. 9, no. 6, 633-34, Jun 2009.

[27] A. Zornoza, A. Minardo, R. Bernini, A. Loayssa, and L. Zeni, "Pulsing the probe wave to reduce nonlocal effects in Brillouin optical time domain analysis (BOTDA) sensors", IEE Sens. J., Sep. 2010.

[28] S. A. V., G. A. Ferrier, X. Bao, and L. Chen, "Effect of the finite extintion ratio o fan electro-optic modulator on the performance of distributed probe-pump Brillouin sensor systems", Opt. Lett., vol. 28, no. 16, 1418-20, Aug. 2003.

[29] D. Alasia, M. G. Herràez, L. Abrardi, S. M. Lòpez, and L. Thévenaz, "Detrimental effect of modulation instability on distributed optical fibre sensors using stimulated Brillouin scattering", in Proceeding of SPIE, vol. 5855, 17th International Conference on Optical Fibre Sensors, 587-90.

[30] S. M. Foaleng, F. Rodrìguez, S. M. Lopèz, M. G. Herràez, and L. Thèvenaz, "Impact of self phase modulation on the performance of Brillouin distributed fibre sensors", in Proceedings of SPIE, vol. 7653, Fourth European Workshop on Optical Fibre Sensors, paper 76532U.

[31] T. Kurashima, T. Horiguchi, M. Tateda., "Distributed temperature sensing using stimulated Brillouin scattering in optical silica fibers", Opt. Lett., 15(18), 1038-40, 1990.

[32] M. A. Soto, G. Bolognini, F. Di Pasquale, and L. Thévenaz, "Simplex-coded BOTDA fiber sensor with 1 m spatial resolution over a 50 km range," Opt. Lett.. 35(2), 259-61, 2010.

[33] A. W. Brown, J. P. Smith, X. Bao, M. Demerchant M, and Bremner T., "Brillouin scattering based distributed sensors for structural applications," J. Intell. Mater. Syst. Struct. 10, 40-349, 1999.

[34] M. Nikles,L. Thévenaz, and P. A. Robert, "Simple distributed fiber sensor based on Brillouin gain spectrum analysis," Opt. Lett. 21(10), 758–60, 1996.

[35] F. Bastianini , D. Marini , and G. Bolognini, "Modified Brillouin ring laser technology for Brillouin-based sensing,", proc. SPIE, 96345E1-4, 2015.

[36] A. Fellay, L. Thèvenaz, M, Facchini, M. Niklès, and P. Robert, "Distributed sensing using stimulated Brillouin scattering: towards ultimate resolution", in OSA Technical Digest Series, vol. 16, 12th International Conference on Optical Fiber Sensors, 324-27, 1997.