

**ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile – Indirizzo Strutture**

Tesi di Laurea  
in Progetto di Strutture LS

**DISTART**

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del  
Rilevamento del Territorio

**MODELLAZIONE DI MASCHI MURARI MEDIANTE SCHEMI A  
TRALICCIO**

Candidato:  
Davide Chiodi

Relatore:  
Chiar.mo Prof. Marco Savoia  
Correlatori:  
Prof. Claudio Mazzotti  
Dott. Ing. Loris Vincenzi

Sessione III  
Anno Accademico 2006-2007



CAPITOLO 1 .....	3
COSTRUZIONI IN MURATURA E SISMICITA' .....	3
1.1 Introduzione .....	3
1.2 Muratura e sismicità .....	5
1.3 Muratura moderna.....	8
1.3.1 Elementi in laterizio.....	9
1.3.2 Malta.....	11
1.4 Le tecniche moderne.....	12
1.5 Concezione strutturale dell'edificio in muratura.....	14
1.5.1 Accorgimenti per conferire comportamento scatolare.....	19
1.5.2 Simmetria planimetrica .....	22
1.6 Analisi per le azioni orizzontali .....	24
CAPITOLO 2.....	29
CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA MURATURA .....	29
2.1. Premessa .....	29
2.2. Comportamento per compressione monoassiale.....	31
2.3. Comportamento a trazione.....	38
2.4. Stati tensionali complessi.....	39
CAPITOLO 3.....	43
COMPORAMENTO DELLE PARETI IN MURATURA .....	43
3.1 Modellazione delle pareti.....	43
3.2 Azioni sismiche nel piano di una parete in muratura .....	44
3.3 Meccanismi di crisi .....	46
3.3.1 Meccanismo di crisi per pressoflessione .....	47
3.3.2 Meccanismo di crisi per taglio.....	51
3.4 Diagramma d'interazione .....	55
3.5 Confronto tra i meccanismi di crisi .....	56
3.5.1 Risposta flessionale.....	57
3.5.2 Risposta a taglio diagonale.....	59
3.5.3 Risposta a taglio con scorrimento.....	61
CAPITOLO 4.....	62
METODI DI ANALISI E MODELLAZIONE STRUTTURALE .....	62
4.1. Introduzione .....	62
4.2. Criteri generali di progetto .....	64
4.3. Verifica sismica .....	66
4.4. Modellazione delle strutture murarie .....	70
4.4.1 Analisi limite dell'equilibrio elastico .....	71
4.4.2 Modellazione bidimensionale.....	72
4.4.3 Modellazione a puntone equivalente .....	74
4.4.4 Il metodo POR .....	74
4.4.5 Il metodo SAM .....	77
CAPITOLO 5.....	84

ANALISI STATICA NON LINEARE CON IL MODELLO RETICOLARE .....	84
5.1. Premessa .....	84
5.2. Descrizione del metodo .....	85
5.3. Calibrazione delle bielle nel modello reticolare equivalente .....	89
5.3.1 Dimensionamento delle aste diagonali .....	91
5.3.2 Dimensionamento dei montanti verticali .....	92
5.3.3 Dimensionamento dei montanti orizzontali .....	94
5.3.4 Comportamento dello schema reticolare sottoposto a carichi normali ...	94
5.4 Discretizzazione raffittita del pannello .....	96
5.5 Legami costitutivi adottati .....	98
5.6 Schemi delle simulazioni eseguite .....	101
CAPITOLO 6 .....	106
CALIBRAZIONE E APPLICAZIONE DEL MODELLO RETICOLARE .....	106
6.1. Introduzione .....	106
6.2. Definizione dei legami costitutivi .....	106
6.3. Applicazioni del modello reticolare .....	109
6.3.1 Prove Magenes - Costa .....	109
6.3.2 Prove Callerio .....	116
6.3.3 Prove Giambanco .....	119
6.3.4 Prove Marcari .....	121
6.3.5 Prove Fantoni .....	124
6.3.6 Prove Faella .....	129
6.3.7 Prove Zingone .....	132
6.3.8 Prove Zurigo .....	134
6.3.9 Prove ElGawady .....	137
6.4. Definizione dei parametri medi .....	142
CAPITOLO 7 .....	152
APPLICAZIONI DEL MODELLO RETICOLARE A PANNELLI RINFORZATI MEDIANTE FRP .....	152
7.1 Introduzione .....	152
7.2 Descrizione del materiale .....	152
7.3 Proprietà degli FRP .....	153
7.4 Tecniche di applicazione comportamento e vantaggi .....	155
7.5 Inserimento del rinforzo all'interno del modello reticolare .....	156
7.6 Simulazioni numeriche .....	157
Bibliografia .....	163

## CAPITOLO 1

### ***COSTRUZIONI IN MURATURA E SISMICITÀ***

#### **1.1 Introduzione**

Gli edifici in muratura costituiscono a tutt'oggi la maggior parte delle costruzioni presenti sia in Italia, sia nel resto dell'Europa e rappresentano uno degli elementi fondamentali nell'ambito della storia dell'architettura.

Per costruzione in muratura si intende il raggruppare elementi lapidei o di laterizio, sovrapponendo gli uni agli altri con un certo ordine, in modo da ottenere un complesso dotato di una certa stabilità. Da questa definizione si può ben comprendere come, data la loro semplicità realizzativa, le costruzioni murarie siano esistite sin dai tempi più remoti. A questa tecnica in passato veniva affiancata quella delle costruzioni in legno, utilizzata specialmente per edifici non monumentali e meno impegnativi dal punto di vista architettonico, ma, al contrario di quelli realizzati in muratura, molti di questi non sono sopravvissuti sino ai giorni nostri ad eventi come incendi, demolizioni e distruzioni. Utilizzando questi due materiali, distintamente o congiuntamente, sono state realizzate opere che per grandiosità e raffinatezza costruttiva devono essere considerate esempi difficilmente eguagliabili.

E' quindi lecito affermare che per molti secoli la storia stessa delle costruzioni sia concisa con quella delle costruzioni in muratura: l'acciaio ed il cemento armato hanno fatto la loro comparsa solamente intorno al 1840. Le costruzioni che sono durate secoli e

ancora restano sono in grandissima parte in muratura; esse sono una delle più importanti testimonianze delle civiltà che si sono succedute nel corso della storia.

Nell'espressione costruzione in muratura convergono un insieme molto ampio di tecniche e di forme molto differenti tra di loro: questa varietà è legata a caratteri tecnologici che generalmente dipendono dal sito di costruzione, dal periodo storico di realizzazione e della destinazione d'uso originaria; una loro classificazione deve necessariamente tenere in conto sia delle dimensioni e della disposizione degli elementi costituenti la muratura, dei materiali utilizzati, la presenza o meno di materiale cementante.

I primi muri furono costruiti da blocchi lapidei informi ed irregolari, posti uno sull'altro con strati di allettamento formati da fango e scaglie più piccole che compensavano le lacune. Con il progredire della tecnica nel tagliare e lavorare la pietra in blocchi, le costruzioni furono realizzate da massi regolari sovrapposti (muro in pietra squadrata). La stabilità era affidata unicamente alla massa dei blocchi lapidei adoperati: per ottenere muri dotati di maggiore stabilità, si richiedevano notevoli dimensioni in pianta.

Parallelamente all'utilizzo di pietre squadrate si diffuse largamente, a partire dall'Egitto e dalla Mesopotamia, l'uso dei mattoni in argilla, inizialmente crudi e seccati al sole. Alla fine del IV secolo a.C. fa la sua prima apparizione la calce. Non si conosce una data certa della sua introduzione nell'arte del costruire ma è certo che la si trova in uso a Pompei attorno al 300 a.C., ricavata dai monti vicini. Si può dire che, con l'introduzione della calce, il tradizionale sistema di costruire la muratura subì l'ultima grande svolta tecnica della sua evoluzione: non più grandi blocchi, ma

blocchi più piccoli, facili da maneggiare, che potevano essere cementati, in modo da formare una massa muraria compatta e solida e che consentiva una maggiore libertà nell'arte stessa del costruire.

Per quanto riguarda l'analisi strutturale, le prime teorie sulla resistenza degli archi e delle volte (P. de la Hire, 1695) furono elaborate poco prima delle discussioni sulla stabilità della Cupola di S. Pietro da parte del Poleni (1748) e dei matematici Le Seur, Jacquier e Boscovich; le prime verifiche sulla resistenza di strutture in muratura si svilupparono solamente nel '700, con prove sistematiche di resistenza a compressione sulle pietre utilizzate per la costruzione della chiesa di S. Geneviève a Parigi. (Gauthey, 1773).

Da allora la modellazione strutturale e l'analisi hanno registrato importanti progressi. I metodi dell'equilibrio sono arrivati da Coulomb (1773) fino ai nostri giorni (Heyman, 1995).

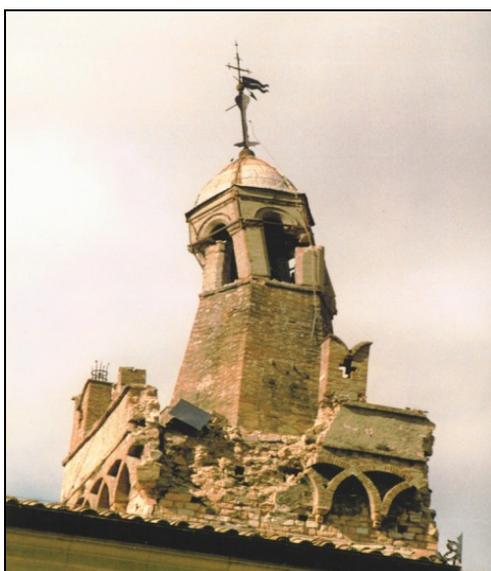
Un fondamentale passo avanti si è poi verificato abbinando all'equilibrio la compatibilità delle deformazioni (Casigliano 1880).

Un'ulteriore progresso si è ottenuto con l'applicazione della tecnica degli elementi finiti, che ha spalancato i più ampi orizzonti alla comprensione e alla verifica delle complesse costruzioni del passato.

## **1.2 Muratura e sismicità**

Il comportamento di edifici in muratura soggetti ad azione sismica è sicuramente tema di grande interesse ed attualità: l'Italia infatti è situata in una zona caratterizzata da una relativa sismicità

del territorio e gli effetti catastrofici dei terremoti sono ben noti anche ai non esperti del settore, basti solo pensare agli eventi che hanno colpito Messina nei primi anni del Novecento, al Friuli nel 1978 ed Irpinia nel 1980, fino ai più recenti sismi che colpirono l'Umbria e le Marche nel 1997 e il Molise nel 2002.



*Figura 1.1 - Campanile in Umbria dopo l'evento sismico del 1997*

Gli effetti di questi tragici eventi furono numerose perdite di vite umane e danni materiali per decine di milioni di euro, ma fornirono anche lo spunto per interrogarsi sull'effettiva capacità degli edifici di sopportare l'evento sismico senza riportare danni significativi alle strutture portanti e senza riportare crolli.

Da questi studi effettuati è emerso che i danni maggiori sono stati riportati da edifici realizzati con muratura portante: questa evidenza, unitamente alla complessità e disomogeneità tipica del materiale potrebbe spingere ad abbandonare tale tecnica costruttiva in zona sismica, preferendole edifici con ossatura in acciaio o cemento armato.

Ad un esame più accurato si può però osservare come queste carenze si presentino in realtà solo in vecchi edifici, progettati e realizzati in epoche in cui le conoscenze e l'accuratezza dell'esecuzione erano limitate, unitamente alla mancanza di manutenzione ed all'utilizzo di materiali di scarsa qualità.

Le prestazioni della muratura, grazie anche al miglioramento dei metodi di analisi strutturale, appaiono oggi decisamente migliori rispetto ad un tempo, ed il comportamento di tali strutture sottoposte ad azioni sismiche risulta essere soddisfacente. Per un giudizio sulla muratura come tecnica costruttiva si possono evidenziare i seguenti vantaggi:

- semplicità e rapidità di esecuzione rispetto alle costruzioni in cemento armato ed acciaio;
- capacità di adattamento ambientale, richiesta soprattutto nei centri storici;
- ottima durabilità nel tempo;
- ottime prestazioni per quanto riguarda la resistenza al fuoco, l'isolamento acustico e la risposta alle escursioni termiche;
- minore costo rispetto alle strutture in cemento armato ed acciaio.

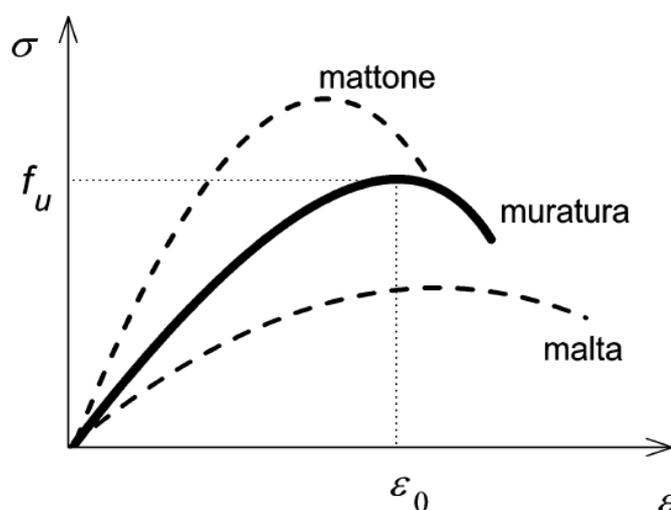
D'altra parte, confrontando la muratura con le altre due tecniche costruttive sopra citate, si evidenziano anche svantaggi, riassumibili come:

- minore resistenza a compressione rispetto al calcestruzzo;
- fragilità;
- scarsa duttilità;
- diminuzione della resistenza sotto carichi ciclici ripetuti, tipici di un evento sismico.

Queste caratteristiche negative possono essere mitigate attraverso un'attenta progettazione ed una corretta esecuzione, rendendo la muratura un'efficace e sicura tecnica costruttiva anche nei luoghi ad alta sismicità.

### 1.3 Muratura moderna

La muratura è un tipico materiale composito i cui elementi costituenti hanno caratteristiche meccaniche molto differenti tra di loro. E' ragionevole quindi aspettarsi che le caratteristiche meccaniche siano intermedie a quelle dei suoi costituenti.



**Figura 1.2 - Il comportamento in compressione di un provino di muratura in laterizio è intermedio tra quello dei suoi costituenti a causa della coazione che si instaura tra malta e mattoni**

La muratura moderna è costituita da elementi resistenti (blocchi, mattoni, conci), generalmente di forma parallelepipedica, posti in opera in strati regolari di spessore costante e legati tra loro

tramite malta. Alcune tecniche moderne prevedono anche l'uso di forme particolari (blocchi a incastro, a T), allo scopo di ridurre la trasmittanza termica, o di facilitare la realizzazione di spessori diversi, o per facilitare la costruzione, o per altri impieghi speciali. È il caso di sottolineare come le caratteristiche dei materiali moderni, in particolare degli elementi, siano il frutto di una continua evoluzione tecnologica che tende al raggiungimento di adeguate caratteristiche sia per quel che riguarda le prestazioni meccaniche, sia per quel che riguarda le proprietà di isolamento termo-acustico, di resistenza al fuoco, di durabilità.

Nel seguito del paragrafo viene riportata una breve descrizione dei materiali componenti la muratura, ponendo l'attenzione in particolare sulle loro proprietà meccaniche.

### **1.3.1 Elementi in laterizio**

La materia prima degli elementi in laterizio è l'argilla, generalmente di tipo calcareo, che subisce i processi di omogeneizzazione, di formatura in plastico (con mezzi diversi a seconda della destinazione d'uso del laterizio) e, di seguito, viene sottoposta a cottura ad alte temperature (900-1000°C) che ne determinano l'indurimento.

Il prodotto così ottenuto è dotato di una buona resistenza meccanica e di un certo grado di porosità; quest'ultima caratteristica può condizionare fortemente il comportamento meccanico della muratura in quanto ad essa sono legati:

- l'aderenza tra la malta ed il mattone, fondamentale per assicurare un buon comportamento alla muratura nel suo complesso;

- proprietà isolanti termo-acustiche;
- l'assorbimento di acqua dell'impasto che determina con una conseguente riduzione di resistenza nella malta.

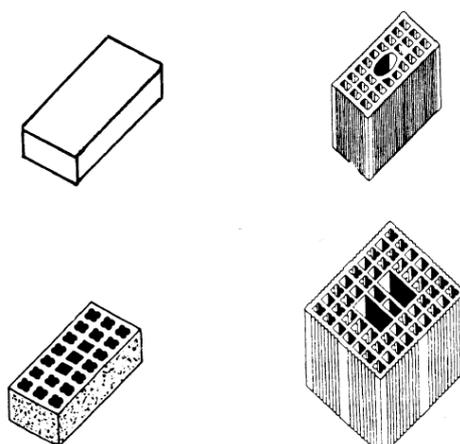
Un laterizio ottimale dovrebbe essere privo di impurità, presentare grana fine ed uniforme, facce piane, prive di cricche ma dotate di una certa scabrezza; non dovrebbe contenere più dello 0.05% di anidride solforica e deve resistere senza sfaldarsi all'acqua di mare e agli agenti atmosferici.

Sul mercato i laterizi si possono distinguere tra “normali” e “alleggeriti”. I laterizi normali sono di materiale pieno, mentre quelli alleggeriti sono di materiale forato. Quest'ultima tipologia è quella maggiormente impiegata nelle costruzioni moderne: la foratura permette un maggior isolamento termico e un peso minore. La foratura degli elementi può essere sfruttata inoltre per la posa di armature, come nel caso della muratura armata.

La normativa italiana di riferimento, nel D.M. del 20/11/87, distingue gli elementi in base alla percentuale di foratura, introducendo tre classi:

elementi pieni	$F/A \leq 15\%$	$f \leq 9 \text{ cm}^2$
elementi semipieni	$15\% \leq F/A \leq 45\%$	$f \leq 12 \text{ cm}^2$
elementi forati	$45\% \leq F/A \leq 55\%$	$f \leq 15 \text{ cm}^2$

con F area complessiva dei fori passanti e profondi non passanti, A area lorda della faccia, f area media della sezione normale di un foro.



**Figura 1.3 - Esempi di elementi in laterizio**

Il parametro più significativo per un laterizio è la sua resistenza a compressione. E' necessario distinguere fra il laterizio come materiale, che può avere una tensione media di rottura di  $130 \text{ N/mm}^2$ , dal laterizio come blocco o mattone da costruzione, che presenta una resistenza molto minore.

La resistenza caratteristica a compressione del laterizio da costruzione è denominata in normativa  $f_b$  (da "brick", mattone), si riferisce all'area lorda dalle faccia dell'elemento e si misura in direzione normale al piano di posa. La norma italiana fissa dei valori per  $f_b$  quali:

$$f_b = 2-3 \text{ N/mm}^2 \text{ per elementi forati}$$

$$f_b = 30-50 \text{ N/mm}^2 \text{ per elementi semipieni}$$

### **1.3.2 Malta**

La malta è una miscela di legante, acqua e sabbia. Tra i leganti, che caratterizzano maggiormente il comportamento della malta, ricordiamo la calce idraulica, la calce idrata, il cemento e la pozzolana.

La funzione della malta all'interno di una muratura è quella di unire tra loro gli elementi resistenti e conferire monoliticità alla struttura; proprio per questo motivo il giunto tra il mattone e la malta risulta essere una zona critica e di debolezza della struttura.

La normativa italiana classifica le malte in funzione della loro resistenza media a compressione  $f_m$  (da mortar, malta):

Malta M1	$f_m \geq 12 \text{ N/mm}^2$
Malta M2	$f_m \geq 8 \text{ N/mm}^2$
Malta M3	$f_m \geq 5 \text{ N/mm}^2$
Malta M4	$f_m \geq 2.5 \text{ N/mm}^2$

Per ogni classe la norma definisce la composizione della malta e le proporzioni volumetriche tra i vari componenti.

Come è possibile osservare la malta ha valori di tensione di rottura più bassi rispetto a quelli del laterizio mentre al contrario presenta un campo di deformazione più ampio. Per entrambi i materiali la resistenza a sollecitazioni di trazione, se confrontata a quelli di compressione, risulta essere molto bassa.

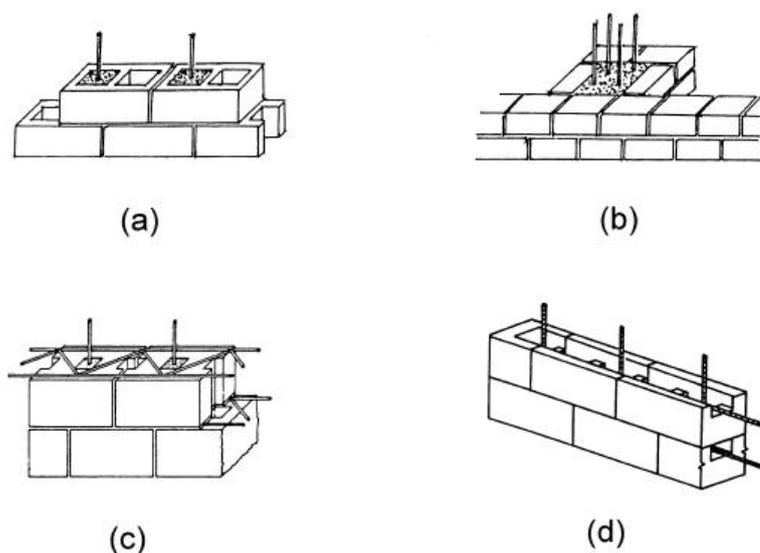
#### 1.4 Le tecniche moderne

Attualmente si tendono a distinguere le tecniche costruttive per la muratura strutturale in tre tipologie: la muratura semplice, la muratura armata, la muratura intelaiata.

La *muratura semplice* è costituita dall'assemblaggio degli elementi murari rendendoli solidali tramite la malta. Si tratta della tipologia costruttiva più diffusa ed è a questa che si farà riferimento nelle analisi e nelle applicazioni seguenti questo lavoro. La disposizione degli elementi resistenti può essere molto variabile in

funzione delle esigenze architettoniche e funzionali. Presenta una resistenza a trazione molto bassa, specie in direzione normale ai giunti orizzontali, che può causare meccanismi di collasso fragili (taglio, instabilità). L'introduzione di armature metalliche (muratura armata) o cordolature in c.a. (muratura intelaiata) consente di assorbire le tensioni di trazione e di ridurre in questo modo la fragilità dei meccanismi di crisi.

La *muratura armata* prevede l'introduzione di armature verticali e orizzontali all'interno della muratura. L'armatura verticale viene solitamente alloggiata all'interno di fori verticali presenti nei blocchi oppure in tasche create opportunamente dalla disposizione opportuna degli elementi e viene resa solidale alla muratura mediante malta o calcestruzzo (Figura 1.4, a,b). L'armatura orizzontale può trovare alloggiamento nei letti di malta oppure entro tasche a sviluppo orizzontale (Figura 1.4, c,d).

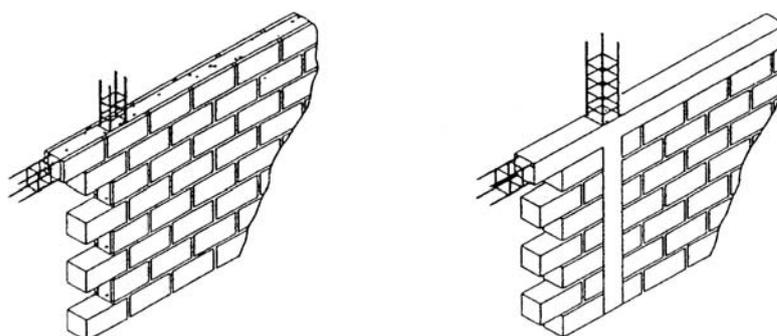


**Figura 1.4 - Esempi di posizionamento delle armature all'interno della muratura**

La presenza di armatura all'interno di un elemento murario migliora sensibilmente il comportamento di una parete sottoposta ad

azioni orizzontali: viene aumentata la sua resistenza flessionale ed allo stesso tempo il suo comportamento post elastico con un sensibile incremento della duttilità. La presenza di armatura può essere efficace anche per contenere fessurazioni in condizioni di esercizio, dovute a concentrazioni di tensione o a stati di coazione.

La *muratura intelaiata* viene realizzata mediante cordoli in cemento armato orizzontali e verticali adeguatamente collegati tra loro ed aderenti agli elementi murari assieme ai quali formano l'organismo resistente (Figura 1.5). Le prestazioni di una muratura intelaiata sono paragonabili a quelle fornite dalla muratura armata.



**Figura 1.5 - Esempi di muratura intelaiata**

## **1.5 Concezione strutturale dell'edificio in muratura**

Gli edifici in muratura sono generalmente strutture tridimensionali complesse ove tutti gli elementi cooperano nel resistere ai carichi applicati. Se da un lato questa condizione risulta essere molto vantaggiosa ai fini della resistenza della struttura, il loro comportamento reale rimane molto complesso, si pensi soltanto alla grande variabilità delle proprietà della muratura stessa, e la loro

analisi e progettazione richiede l'introduzione di notevoli semplificazioni.

I modelli comportamentali più raffinati concepiscono la struttura di un edificio come un insieme tridimensionale di maschi e solai, oppure come una serie di strutture modellate con un telaio equivalente; modelli di analisi più raffinati concepiscono la struttura; i modelli meno sofisticati, ma che comunque permettono di descrivere efficacemente il comportamento globale di un edificio considerano la struttura come una serie di elementi indipendenti opportunamente collegati tra di loro. Utilizzando quest'ultimo approccio la progettazione viene effettuata attribuendo ad ogni maschio murario una determinata funzione statica e verificando, indipendentemente l'uno dall'altro, la sua resistenza e le condizioni di esercizio. In quest'ottica è possibile individuare all'interno di una struttura:

- muri portanti, la cui funzione statica è prevalentemente volta a sopportare i carichi verticali;
- muri di controvento, che sono volti a sopportare le azioni orizzontali;
- solai, che sono elementi orizzontali che devono essere sufficientemente rigidi e resistenti per poter ripartire le azioni sui muri.

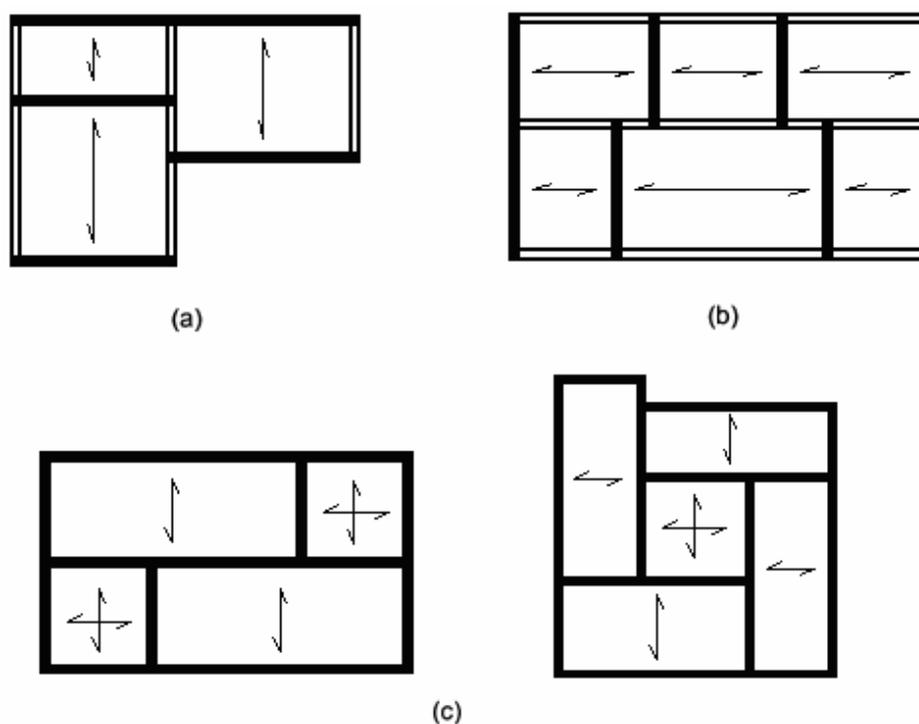
I muri portanti hanno principalmente la funzione di sostenere il carico verticale trasmesso loro dai solai e dalle porzioni di muro soprastanti ad essi, trasferendolo sino alle fondazioni; si sviluppano in direzione ortogonale a quella della tessitura dei solai e sono sollecitati prevalentemente da sforzo normale eccentrico che induce su di loro uno stato di pressoflessione.

I muri di controvento sono progettati per resistere sia ai carichi verticali che carichi ai orizzontali (vento, azioni indotte dal sisma). La resistenza alle azioni orizzontali è assicurata disponendo l'elemento in direzione parallela a quella secondo cui agisce il carico, sfruttando in questo modo il massimo momento d'inerzia della sezione. La parete muraria così collocata risulterà soggetta prevalentemente a taglio e ad uno sforzo di compressione dovuto ai carichi verticali; è bene ricordare che la compressione ha un effetto stabilizzante sulla parete e la sua presenza può garantire maggiore resistenza al taglio.

Al contrario, la parete garantisce scarsa resistenza per le azioni che agiscono ortogonalmente al suo piano medio: con questa disposizione, infatti, gli effetti ribaltanti del carico sono molto maggiori, la parete non può offrire altra resistenza se non il contributo, molto modesto, del suo peso proprio. In questo modo è facilmente verificabile il collasso fuori dal piano. Questo comportamento, valido in generale per pareti di qualsiasi materiale, assume particolare importanza per le murature a causa della sua caratteristica di anisotropia e disomogeneità.

Alla luce di quanto esposto è possibile individuare degli schemi che si distinguono sostanzialmente per la distribuzione e disposizione dei muri portanti e dall'orditura dei solai. Si possono così individuare uno schema a muri portanti longitudinali (Figura 1.6,a), nel quale questi si sviluppano lungo la dimensione maggiore dell'edificio, uno a muri portanti trasversali (Figura 1.6,b), in cui al contrario questi sono disposti trasversalmente alla dimensione maggiore dell'edificio, uno schema a nuclei (Figura 1.6, c) nel quale tutti i muri assolvono sia alla funzione portante che di controvento.

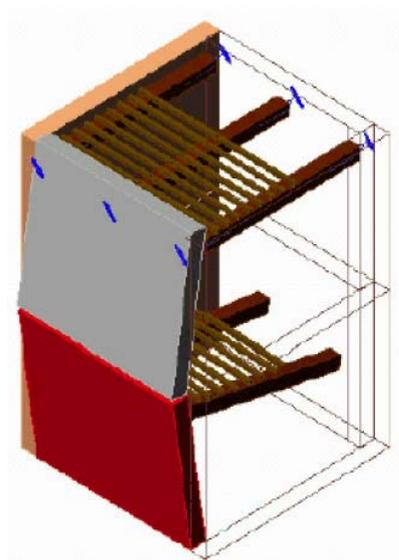
È opportuno commentare a questo proposito che, nel caso dei primi due schemi, i muri portanti fungono anche da muri di controvento in direzione parallela al loro piano medio, e che la stabilità dell'edificio alle azioni orizzontali richiede necessariamente anche la presenza di muri di controvento ortogonali a quelli portanti. E' altresì evidente come, sulla base delle precedenti considerazioni, lo schema cellulare sia quello staticamente più efficiente, con tutti i muri che assolvono contemporaneamente la funzione portante e di controvento.



**Figura 1.6 - Schemi a muri portanti longitudinali (a), trasversali (b), cellulare (c)**

Quanto appena detto sintetizza il concetto di comportamento scatolare di una struttura, situazione la quale dovrebbe tendere una buona progettazione: la struttura in muratura per poter offrire una buona resistenza sotto qualsiasi configurazione di carico deve presentarsi come un unico organismo in cui le varie parti collaborino

al meglio tra di loro, dimostrandosi idonea anche in zona sismica. La mancanza di un adeguata connessione tra gli elementi strutturali può invece causare collassi parziali, i cosiddetti meccanismi di primo modo: le azioni sismiche non si ripartiscono correttamente sui vari elementi, le pareti tendono a comportarsi indipendentemente le une dalle altre e a sviluppare meccanismi di crisi per flessione fuori dal loro piano, verso i quali dispongono di scarse risorse e un comportamento fragile.



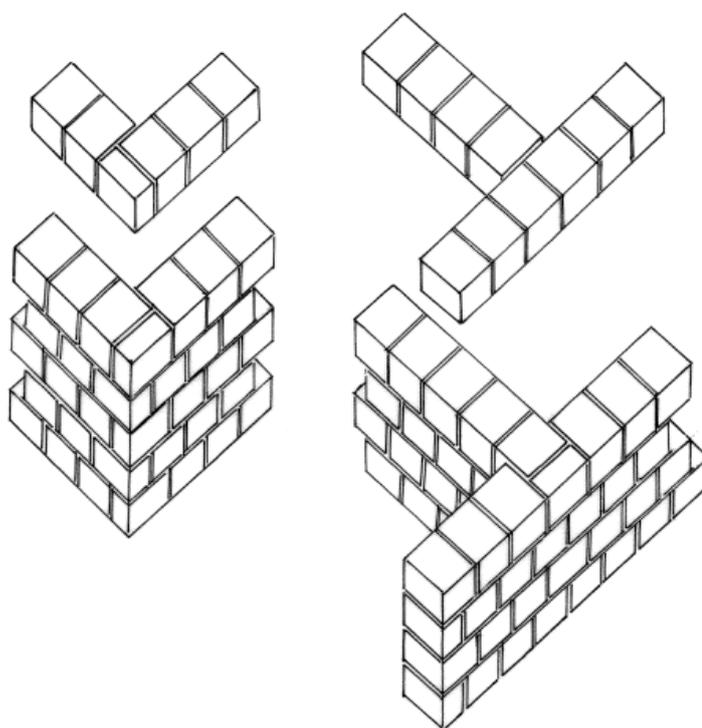
**Figura 1.7 - Meccanismo di crisi di 1° modo causato da flessione fuori dal piano della parete**

La presenza di opportuni collegamenti tra le pareti permette la corretta ripartizione delle azioni sismiche in base alla loro rigidezza; la risposta globale della struttura in questo caso dipende dal comportamento delle pareti nel proprio piano.

### 1.5.1 Accorgimenti per conferire comportamento scatolare

Per garantire ad una struttura un comportamento scatolare è necessario adottare una serie di soluzioni architettoniche e costruttive.

In primo luogo è opportuno che i muri siano efficacemente ammorsati tra di loro lungo le intersezioni orizzontali, mediante un adeguata disposizione degli elementi; in questo modo, quando una parete è soggetta ad un carico orizzontale ortogonale al suo piano medio, non subisce il suo effetto ribaltante, in quanto riesce a trasmettere gli sforzi alle pareti trasversali ad essa collegate.



**Figura 1.8 - Esempi di disposizione dei blocchi per realizzare un buon ammorsamento**

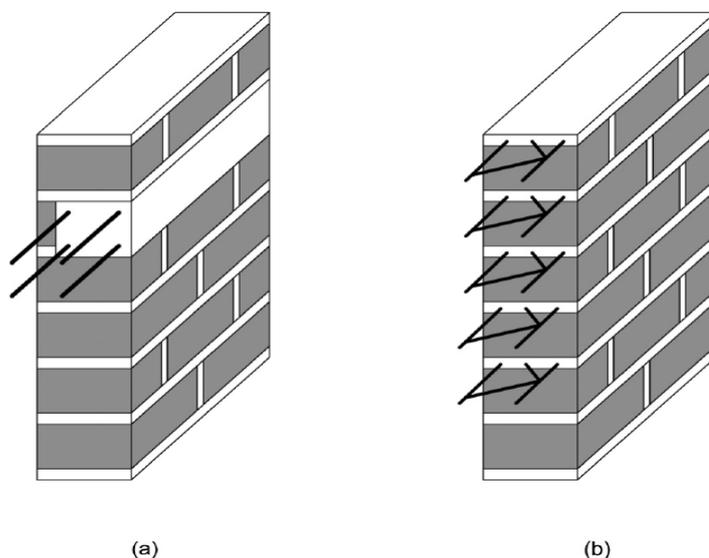


**Figura 1.9 Esempio di danno causato da carenza di ammassamento tra le pareti**

Sempre della realizzazione di un corretto comportamento scatolare molto importante è il ruolo svolto dai solai, che devono funzionare come diaframmi di piano: essi devono essere il più possibile rigidi nel loro piano in modo da ripartire le azioni orizzontali tra i vari ordini di pareti a cui sono connessi. Perché la trasmissione delle sollecitazioni tra i solai e le pareti di controvento sia efficace deve essere curato anche il collegamento tra i due elementi: tale collegamento può essere effettuato tramite la realizzazione di cordoli. Si tratta di elementi orizzontali, continui, all'altezza dei solai e che percorrono tutta la lunghezza dei muri, solitamente realizzati in cemento armato.

Le funzioni dei cordoli continui sono molteplici: da un lato svolgono una funzione di vincolo per le pareti sollecitate ortogonalmente al proprio piano, ostacolandone il meccanismo di ribaltamento. Inoltre consentono di irrigidire i solai nel loro piano e di ridistribuire più efficacemente le azioni orizzontali tra i muri di

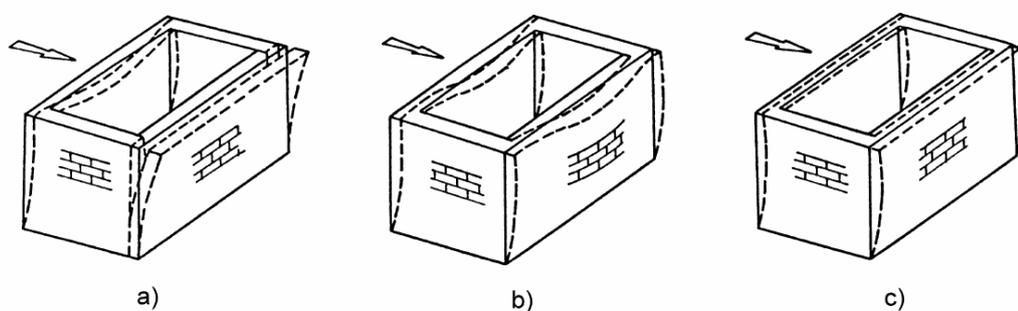
controventamento complanari, conferendo una maggiore stabilità ed iperstaticità al sistema.



**Figura 1.10 - a) Cordolatura; b) armature orizzontali per cordolo**

Una soluzione alternativa alla realizzazione di un cordolo in cemento armato può essere la presenza di armature orizzontali annegate nei letti di malta poste all'altezza degli orizzontamenti (Figura 1.10, b).

Gli effetti complessivi della presenza di solai e cordoli sul comportamento della struttura sono illustrati in figura 1.11.



**Figura 1.11 - Risposta ad un azione orizzontale: a) con solaio deformabile senza cordolo; b) con cordolo e solaio deformabile; c) con cordolo e solaio rigido**

Un'altra soluzione architettonica atta a garantire la scatolarità della struttura è costituita dagli incatenamenti. Si tratta di barre metalliche poste a livello di solaio, che collegano fra loro le pareti parallele della struttura; sono ancorate ai cordoli opposti e sono disposte ortogonalmente ai muri da collegare. Le armature dei solai stessi possono assolvere la funzione di incatenamento, ma deve essere garantito un perfetto ancoraggio tra queste ed i cordoli.

La funzione degli incatenamenti è duplice: quando collegano le pareti sollecitate a sforzo orizzontali ortogonali al loro piano medio, essi forniscono un vincolo per le pareti, in modo da evitare ogni rischio di inflessione fuori dal piano con conseguente ribaltamento. Gli incatenamenti tra le pareti di controvento, invece, migliorano la distribuzione dei carichi orizzontali tra di esse.

### **1.5.2 Simmetria planimetrica**

Un ultimo aspetto particolarmente importante per le strutture in zona sismica è quello relativo alla simmetria planimetrica: un buon comportamento dell'edificio sotto l'azione sismica dipende fortemente dalla distribuzione spaziale degli elementi resistenti. Per minimizzare deformazioni di carattere torsionale è bene che lo schema resistente sia il più possibile simmetrico rispetto ad ognuna delle due direzioni principali.

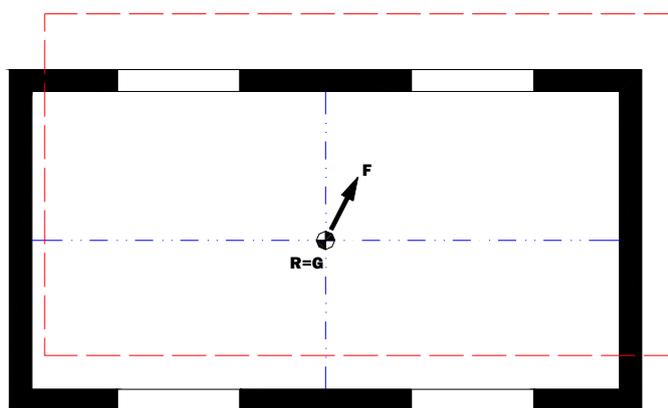
E' possibile schematizzare l'azione sismica come una forza statica equivalente applicata, piano per piano, nel loro centro di massa, che per semplicità può essere identificato con il baricentro geometrico  $G$  del piano in questione. La reazione della struttura alla forza sismica può invece essere immaginata applicata, almeno per la fase elastica, al baricentro delle rigidezze  $R$ : quest'ultimo viene

definito come il baricentro di tutte le pareti che contribuiscono alla rigidezza del piano in questione nei confronti delle forze orizzontali.

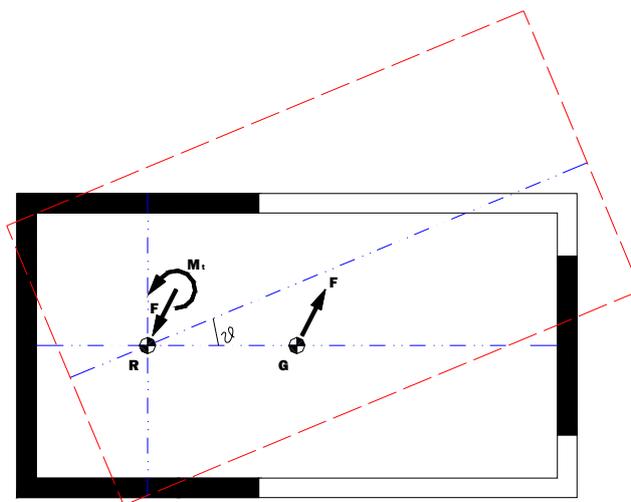
In condizioni di simmetria planimetrica del sistema di controventamento, i due punti tendono a convergere (Figura 1.12); in situazioni non simmetriche essi possono essere molto distanti (Figura 1.12).

In questo secondo caso la risultante del carico, che agisce sul baricentro delle masse, crea un *momento torsionale*, in cui il braccio è costituito dalla distanza fra i due baricentri, misurata nella direzione perpendicolare alla direzione di carico.

In caso di asimmetria dunque, poiché generalmente le pareti di taglio vengono considerate prive di rigidezza torsionale, si svilupperanno significative rotazioni attorno al baricentro delle rigidezze ed il momento torcente risulterà equilibrato dalle coppie generate dai tagli di piano dei vari elementi. In questa circostanza è evidente come i pannelli siano sollecitati in modo assai differente e siano soggetti a spostamenti elevati rispetto alla situazione di simmetria planimetrica.



**Figura 1.12 - Sistema spaziale di controvento dotato di due assi di simmetria**



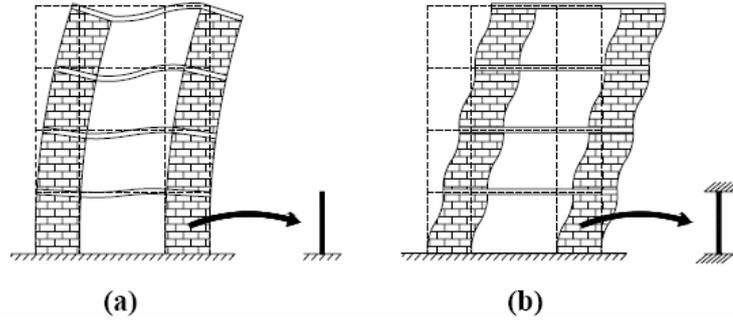
**Figura 1.13 - Sistema di controvento non simmetrico e rotazione torsionale**

## 1.6 Analisi per le azioni orizzontali

E' stato ribadito più volte nel corso di questo capitolo come gli edifici in muratura siano delle strutture complesse tridimensionali caratterizzate da non linearità geometriche e costitutive e come d'altro canto sia oneroso e al tempo stesso incerto eseguire per esse analisi d'insieme.

Per questo motivo nella pratica professionale si preferisce operare su schemi strutturali semplificati scelti in funzione delle azioni convenzionali da considerare nelle verifiche e del tipo di elementi che esse andranno principalmente ad interessare. Tale approccio, che trova riscontro anche nelle norme tecniche vigenti, prevede l'uso di modelli distinti per la verifica alle azioni verticali ed orizzontali. In particolare, nel caso della verifica alle azioni orizzontali, si è soliti usare modelli in cui i montanti murari sono assimilati a mensole deformabili a taglio e flessione. Gli aspetti chiave di questo tipo di modellazione riguardano:

- la possibilità di considerare il contributo di pareti ortogonali alla direzione dei carichi che, nel caso di buon ammorsamento, si comportano come flangie collaboranti dei muri di controvento. Ciò richiede di conseguenza anche la verifica del collegamento tra anima ed ala alle azioni di taglio, che non possono eccedere la resistenza a taglio della muratura stessa.
- la valutazione dell'ipotesi di solai infinitamente rigidi nel proprio piano, prestando particolare attenzione alla presenza di vani scala-ascensore che possono indebolire notevolmente l'impalcato.
- la possibilità di considerare l'accoppiamento flessionale tra i montanti murari offerto dalla presenza di solai, travi o pannelli di fascia strutturalmente collaboranti. L'ipotesi prospettata in figura 1.14 (a), trascura completamente tale accoppiamento sovrastimando il momento alla base dei montanti e può portare facilmente a risultati critici nel caso di muratura non armata. In presenza di fasce di piano più ampie e con rigidità paragonabile a quella che compete ai maschi murari, tale accoppiamento va invece tenuto in considerazione ed è possibile schematizzare il comportamento globale delle pareti alla stregua di un telaio dotato di traversi rigidi, che impediscono rotazioni alle estremità dei maschi (Figura 1.14, b).



**Figura 1.14 - Modellazione dell'accoppiamento tra i montanti murari**

Il taglio d'interpiano viene ripartito tra i vari montanti murari ricorrendo ancora una volta a metodi semplificati. Con riferimento alle notazioni di figura 1.15, supposti gli orizzontamenti infinitamente rigidi e calcolato il baricentro delle rigidità di piano, imponendo l'equilibrio alla traslazione in direzione x ed y e alla rotazione attorno all'origine e sfruttando le relazioni cinematiche che conseguono all'ipotesi di orizzontamenti infinitamente rigidi, le azioni taglianti  $V_{ix}$ ,  $V_{iy}$  e il momento torcente  $T_i$  su ogni muro sono dati da:

$$V_{ix} = \frac{K_{xi}}{K_{x,tot}} \cdot V_{x,tot} - \frac{K_{xi} \cdot (y_i - y_r)}{J_{p,tot}} \cdot M_{tot}$$

$$V_{iy} = \frac{K_{yi}}{K_{y,tot}} \cdot V_{y,tot} - \frac{K_{yi} \cdot (x_i - x_r)}{J_{p,tot}} \cdot M_{tot}$$

$$T_i = \frac{K_{\theta i}}{J_{p,tot}} \cdot M_{tot}$$

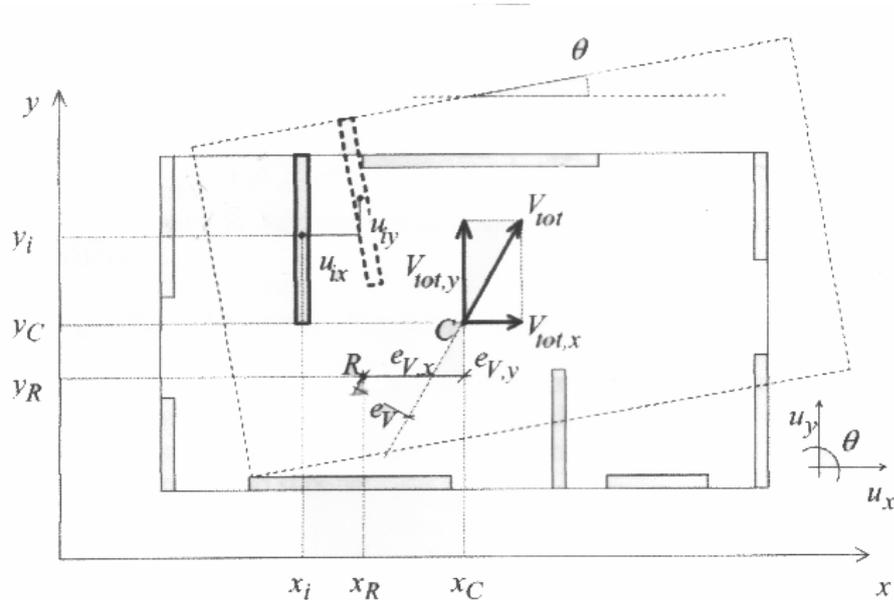
dove:

$$K_{x,tot} = \sum_i K_{xi} \qquad K_{y,tot} = \sum_i K_{yi}$$

$$J_{p,tot} = \sum_i K_{xi} \cdot (y_i - y_r)^2 + \sum_i K_{yi} \cdot (x_i - x_r)^2 + \sum_i K_{\theta i}$$

sono le rigidezze traslazionali e rotazionali totali di piano. Il momento torcente di piano dovuto all'eventuale eccentricità di piano è:

$$M_{tot} = V_{tot,y} \cdot e_{V,x} + V_{tot,x} \cdot e_{V,y}$$



**Figura 1.15 - Ripartizione delle azioni orizzontali sugli elementi**

Per la valutazione della rigidezza delle pareti, tenuto conto della loro deformabilità a taglio e flessione si pone:

$$K_{x,y} = \frac{1}{\left( \frac{h^3}{\beta \cdot E \cdot J_{x,y}} + 1.2 \cdot \frac{h}{G \cdot A} \right)}$$

in cui h è l'altezza libera d'interpiano, A l'area resistente a taglio (trascurando eventuali flangie) e  $\beta$  un coefficiente che dipende dalle condizioni di vincolo alle estremità. La definizione di tale coefficiente, che richiederebbe l'adozione di ulteriori ipotesi circa l'interazione esistente tra i montanti e gli altri elementi strutturali, viene fatta assimilando il comportamento deformativo di questi, tra un piano e l'altro, a quello di una mensola ( $\beta=3$ ), salvo poi introdurre a posteriori correzioni legate al grado di accoppiamento flessionale

offerto dagli elementi di collegamento orizzontali che permettano di valutare con più precisione il momento flettente in una data sezione dell'elemento murario.

Una volta note le sollecitazioni nei muri di controvento in termini di azioni taglianti, momenti flettenti e azioni assiali si deve procedere alle verifiche di sicurezza a pressoflessione e a taglio.

Poiché nelle verifiche a pressoflessione occorre considerare l'effetto concomitante delle azioni verticali ed orizzontali, devono essere definite sia le eccentricità longitudinali che quelle trasversali in quanto la loro presenza, specie delle seconde, può ridurre notevolmente la resistenza a flessione di un elemento murario a causa degli effetti del secondo ordine.

Alla verifica globale della risposta dell'edificio è necessario infine affiancare le verifiche per azioni fuori dal piano. Anche in questo caso è necessario valutare il corretto comportamento degli impalcati che devono fornire un vincolo efficace alle azioni ortogonali alle pareti.

## CAPITOLO 2

# **CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA MURATURA**

### **2.1. Premessa**

La muratura costituisce il primo materiale composito impiegato nelle costruzioni. In questo capitolo viene analizzato il suo comportamento quale unico elemento, mentre, nel capitolo precedente, erano state illustrate le caratteristiche dei singoli componenti. Gli aspetti che caratterizzano maggiormente il suo comportamento meccanico possono essere così riassumibili:

- disomogeneità;
- anisotropia;
- asimmetria di comportamento;
- non linearità del legame sforzo - deformazioni.

La muratura è un materiale composito i cui elementi costituenti hanno caratteristiche molto differenti tra loro: la sua *disomogeneità* dipende fortemente da questa ragione è legata al fatto: risulta essere molto difficoltoso ricavare le proprietà della muratura a livello macroscopico partendo dalla conoscenza delle proprietà dei singoli materiali.

L'*anisotropia* riguarda invece la differenza di comportamento del materiale nelle varie direzioni considerate: questo fenomeno è legato alla disposizione dei vari elementi e dalla loro proporzione. La muratura presenta elementi disposti in corsi orizzontali collegati tra loro con giunti continui di malta, mentre in direzione verticale i giunti

tra le teste dei laterizi risultano essere discontinui, per cui risulta evidente che il comportamento nelle due direzioni sia profondamente differente.

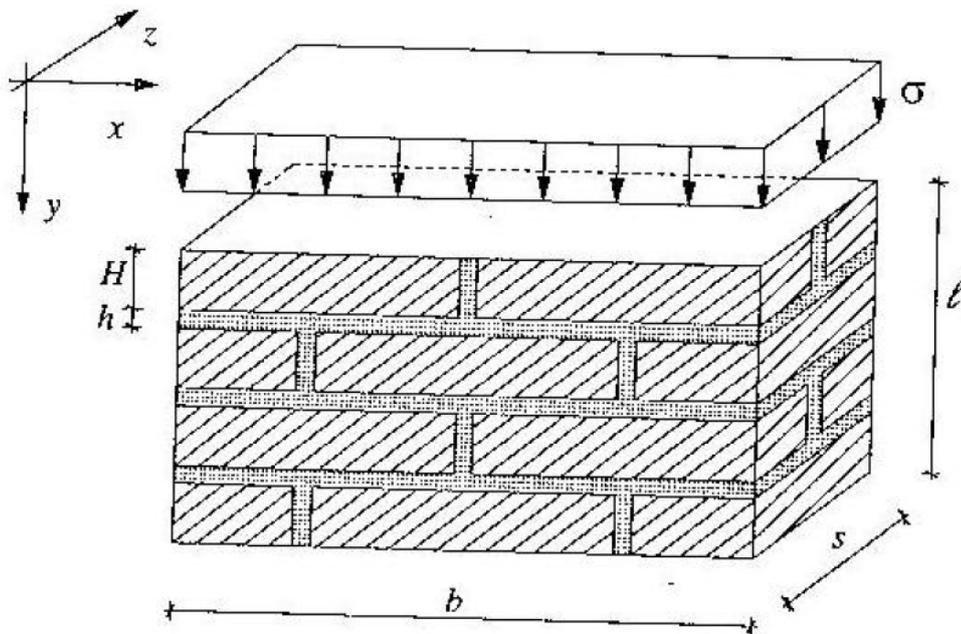
Con *asimmetria* si intende la notevole differenza di comportamento, sia dei laterizi che della malta, nei confronti di sollecitazioni di compressione o di trazione: la resistenza a trazione risulta per entrambi decisamente inferiore a quella a compressione. Un ruolo importante in questo senso viene giocato dall'interfaccia malta-laterizio, la quale possiede una resistenza a trazione addirittura minore e più aleatoria di quella dei singoli elementi. Sulla base di queste osservazioni la muratura viene frequentemente modellata come materiale non reagente a trazione (modelli no tension).

La *non linearità* nel comportamento della muratura deriva dalle caratteristiche fin qui elencate: per qualsiasi stato e livello di sollecitazione, anisotropia e disomogeneità assieme alla bassissima resistenza a trazione del materiale, determinano una fessurazione diffusa con conseguente allontanamento dalla linearità di comportamento ben prima di arrivare al massimo sforzo sopportabile.

Tenere in conto di questi comportamenti in ambito progettuale risulterebbe estremamente complesso: è necessario definire un modello continuo equivalente mediante il quale idealizzare il comportamento della muratura in maniera semplificata. La descrizione delle caratteristiche del materiale equivalente, che realizza il passaggio tra le grandezze locali a quelle macroscopiche globali, viene effettuata nel seguente capitolo.

## 2.2. Comportamento per compressione monoassiale

In questo paragrafo viene illustrata la trattazione sviluppata da Hilsdorf per il calcolo della tensione di rottura della muratura. Nello studio si fa riferimento ad un macro elemento di una muratura in mattoni pieni, costituito da almeno quattro file di laterizi e tre letti di malta, soggetto ad un carico perpendicolare ai letti di malta illustrato in figura 2.1.



**Figura 2.1 - Macro elemento murario soggetto a compressione assiale**

Si suppone che lo spessore dell'elemento murario sia piccolo rispetto alle altre due dimensioni, in modo da supporre uno stato di tensione piano con componenti nulle sulle giaciture ortogonali all'asse  $z$ ; l'asse  $z$  è, quindi, una direzione principale di tensione e le corrispondenti tensioni principali nei materiali costituenti la muratura sono nulle:

$$\sigma_z^L = \sigma_z^M$$

dove gli apici superiori L ed M sono riferiti rispettivamente al laterizio ed alla malta.

Inoltre, se supponiamo che la distribuzione delle tensioni lungo l'asse y sia costante, si può ritenere che le tensioni verticali nella malta e nel laterizio abbiano uguale valore:

$$\sigma_y^L = \sigma_y^M = \sigma$$

Nella direzione x, per l'equilibrio alla traslazione orizzontale dell'elemento si ha:

$$\gamma \cdot \sigma_x^L = \sigma_x^M = 0$$

dove con  $\gamma = H/h$  si è indicato il rapporto tra l'altezza H del laterizio e lo spessore h dei letti di malta. Se si suppone che i materiali costituenti la muratura obbediscano al legame elastico, lineare, omogeneo ed isotropo, i valori della tensione  $\sigma_x^M$  della malta possono essere ricavati uguagliando per congruenza gli allungamenti lungo l'asse x:

$$\frac{1}{E^L} \cdot (\sigma_x^L - \nu \cdot \sigma_y^L) = \frac{1}{E^M} \cdot (\sigma_x^M - \nu \cdot \sigma_y^M)$$

Ponendo le seguenti quantità dimensionali:

$$\alpha = \frac{E^L}{E^M} \cdot \frac{\nu^M}{\nu^L}$$

$$\beta = \frac{E^L}{E^M}$$

Si ottiene:

$$\sigma_x^L = \frac{1 - \alpha}{1 + \beta \cdot \gamma} \cdot \sigma$$

$$\sigma_x^M = \frac{\gamma \cdot (1 - \alpha)}{1 + \beta \cdot \gamma} \cdot \sigma$$

A questo punto vengono introdotte due ipotesi:

- i materiali costituenti la muratura seguono il criterio di Mohr-Coulomb;
- la malta è soggetta ad uno stato di compressione anche lungo l'asse  $z$ , di intensità pari a quella relativa all'asse  $x$ , verificando la condizione  $\sigma_z^M = \sigma_x^M$ .

Il criterio di Mohr-Coulomb per i due materiali può essere riscritto come, relativamente alle due direzioni:

$$\left( \frac{\sigma_x^L}{\sigma_{rt}^L} - \frac{\sigma}{\sigma_{rc}^L} \right) = 1 \quad \left( \frac{\sigma_x^M}{\sigma_{rt}^M} - \frac{\sigma}{\sigma_{rc}^M} \right) = 1$$

da qui introducendo la relazione  $\sigma_z^M = \sigma_x^M$  si ottengono due relazioni che nel piano  $(\sigma_x^L, \sigma)$  sono rappresentate da due rette  $r_L$  e  $r_M$  che intersecano gli assi coordinati rispettivamente nei punti

$$P_1 = (\sigma_{rt}^L, 0) \quad P_2 = (0, -\sigma_{rc}^L)$$

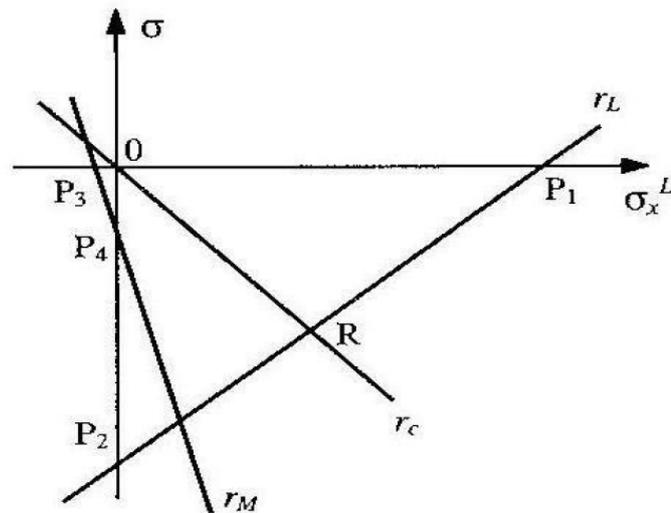
e nei punti

$$P_3 = \left( \frac{-\sigma_{rt}^M}{\gamma}, 0 \right) \quad P_4 = (0, -\sigma_{rc}^M)$$

Con riferimento alla figura 2.2, la retta  $r_c$  rappresenta la retta di carico di equazione:

$$\sigma_x^L = \frac{1-\alpha}{1+\beta \cdot \gamma} \cdot \sigma$$

L'intersezione della retta  $r_c$  con una delle due rette relative alla malta e al laterizio determina la tensione di rottura  $\sigma_r$ .



**Figura 2.2 - Rappresentazione del criterio di rottura nel piano ( $\sigma_x^L, \sigma$ )**

La rottura avviene per la crisi del laterizio e per una tensione  $\sigma$  superiore alla resistenza a compressione della malta. Affinché la rottura avvenga per schiacciamento della malta, occorre che la retta di carico  $r_c$  abbia una pendenza molto forte e, cioè, che le tensioni  $\sigma_x$  siano molto ridotte. Un fattore che porta a sovrastimare il carico di rottura è l'aver considerato la tensione  $\sigma_z^M$  della malta nella direzione  $z$  pari alla tensione  $\sigma_x^M$  nella direzione  $x$ . La realtà sperimentale è diversa dall'ipotesi considerata, poiché un effetto di compressione trasversale della malta è presente, anche nella direzione  $z$ ; e pertanto sono sufficienti minimi valori di questa compressione per evitare che la rottura della malta preceda quella del laterizio.

Il modello di rottura descritto consente di legittimare, dal punto di vista teorico, i seguenti aspetti qualitativi del comportamento a rottura della muratura:

- il collasso avviene per rottura a trazione del complesso malta laterizio, e non per schiacciamento dei giunti di malta;

- il miglioramento della malta non consente di apportare variazioni importanti del carico di collasso, che risulta essere indipendente dalle caratteristiche della malta;
- uno spessore eccessivo dei giunti di malta riduce notevolmente la resistenza della muratura.

Si vuole sottolineare come questa trattazione rappresenti un approccio puramente teorico al problema dell'omogeneizzazione, dove si cerca di descrivere il legame esistente tra la resistenza ultima a compressione della muratura e le caratteristiche dei singoli elementi che la compongono, nonché dei loro stati di coazione.

Altri studi condotti hanno invece abbandonato la strada della formulazione elastica del problema: individuando con il tipo di disposizione dei giunti e la qualità della malta i parametri che più di ogni altro concorrono a caratterizzare la resistenza della muratura, forniscono relazioni empiriche che tengono conto di tali fattori: è questo il caso della formulazione adottata in Europa e proposta dall'Eurocodice 6:

$$f_k = k \cdot f_b^\alpha \cdot f_m^\beta$$

dove:

$f_k$  : resistenza caratteristica a compressione della muratura;

$f_b$  : resistenza media a compressione del laterizio;

$f_m$  : resistenza media a compressione della malta;

$k$  : coefficiente che dipende dal tipo di malta, assunto in generale pari a 0,4÷0,6;

$\alpha, \beta$  : valori che dipendono dal tipo di malta, in generale

si assume  $\alpha = 0,65, \beta = 0,25$ .

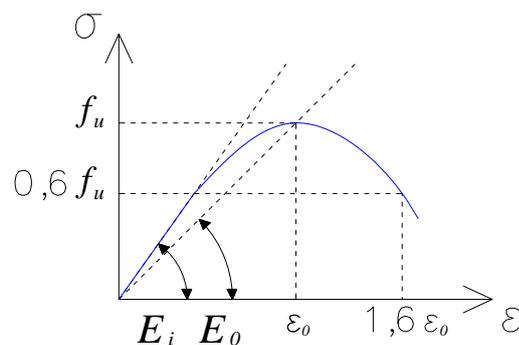
La normativa italiana, nel D.M. del 20/11/87, fornisce una tabella mediante la quale è possibile ricavare il valore della

resistenza caratteristica della muratura una volta note quelle dell'elemento resistente e della malta.

Il comportamento deformativo in compressione semplice di un prisma in muratura può essere approssimato in modo abbastanza soddisfacente dalla seguente relazione  $\sigma - \varepsilon$  di tipo parabolico:

$$\sigma = f_u \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

Prove sperimentali hanno mostrato come questa relazione descriva in modo soddisfacente la fase di carico (tratto ascendente), ma che può risultare adeguata anche per una porzione del ramo di softening, fase in cui sono presenti maggiori incertezze. In **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** viene illustrato il diagramma ricavato da elaborazioni dei risultati sperimentali di Hendry (1981), assumendo  $\varepsilon_u = 0.25 \div 0.35 \%$ .



**Figura 2.3 - Curva adimensionale tensioni deformazioni per la muratura compressa**

L'analisi del comportamento deformativo della muratura risulta estremamente laboriosa e affetta da numerose incertezze, in particolar modo quando si cerca di determinare il valore per il

modulo elastico  $E$ . E' convenzione considerare un modulo tangente alla curva  $\sigma - \varepsilon$  per un tratto limitato a  $\sigma = 0,35 \div 0,4 f_u$  (valore  $E_i$  nel diagramma di Figura 2.3).

In alternativa è possibile riferirsi a relazioni empiriche le quali legano le caratteristiche di laterizio e malta alle proprietà della muratura:

$$E = 500 \div 1000 f_u$$

Il valore esatto dipenderà dalle qualità dei materiali componenti.

Volendo riassumere i risultati ottenuti con le teorie e le sperimentazioni citate, si possono elencare le seguenti conclusioni sul comportamento della muratura a compressione:

- la resistenza della muratura aumenta, ma non in modo direttamente proporzionale, con il crescere della resistenza degli elementi componenti;
- la resistenza della muratura aumenta, al crescere della resistenza dei laterizi, in modo più rapido della diretta proporzionalità se la malta è di buona qualità;
- la resistenza della muratura aumenta, al crescere della resistenza della malta, in modo più lento della diretta proporzionalità;
- la resistenza della muratura diminuisce al crescere dello spessore dei giunti di malta, tanto più se la malta è di qualità scarsa.

E' da notare che in queste conclusioni non sono stati presi in esame altri fattori che, nella realtà, influenzano le proprietà della

muratura, quali ad esempio la presenza di giunti verticale e tipo di orditura degli elementi.

### 2.3. Comportamento a trazione

Il meccanismo di resistenza della muratura a trazione è ancora più incerto del caso di compressione. Per la sua analisi non si può far riferimento ad un chiaro meccanismo di comportamento.

La rottura per trazione può avvenire per:

- rottura del giunto di malta;
- decoesione dell'interfaccia malta-mattone;
- rottura del mattone.

I primi due casi sono assolutamente i più frequenti, in quanto, affinché si verifichi la terza ipotesi, la malta deve avere una resistenza maggiore dei laterizi.

Le prove sperimentali per studiare l'effetto di trazione pura sono molto difficili da realizzare, per cui, spesso, ci si riferisce a prove di trazione per flessione.

Per quanto riguarda formule empiriche, in questo caso non esiste una grande disponibilità. Tassios ha sviluppato una formulazione valida nel caso di trazione pura che agisce in direzione ortogonale ai giunti di malta:

$$f_t = \frac{2}{3} \cdot f_{mt}$$

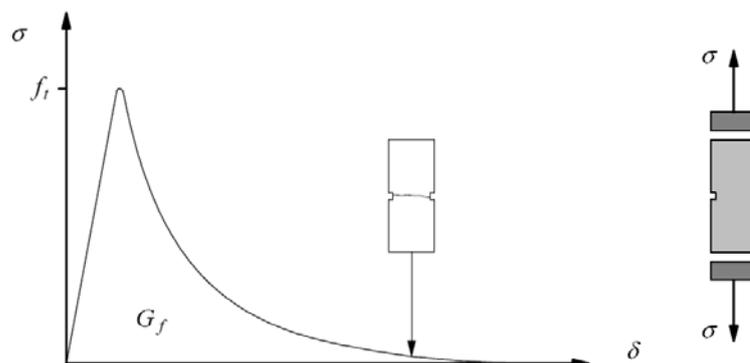
dove:

$f_t$ : resistenza della muratura a trazione di direzione verticale;

$f_{mt}$ : resistenza della malta a trazione.

Tale valore di resistenza non è correlabile al variare dell'angolo secondo cui agisce la tensione principale di trazione.

Prove sperimentali vari ricercatori hanno determinato che  $f_t$  può variare da 1 a 3,5 MPa, tuttavia, la scarsità di informazioni certe sulla trazione pura rientra tra i motivi per cui, in generale, si sceglie di considerare la muratura come materiale non reagente a trazione.



**Figura 2.4 - Prova di trazione sulla muratura; il suo comportamento è quello tipico dei materiali fragili**

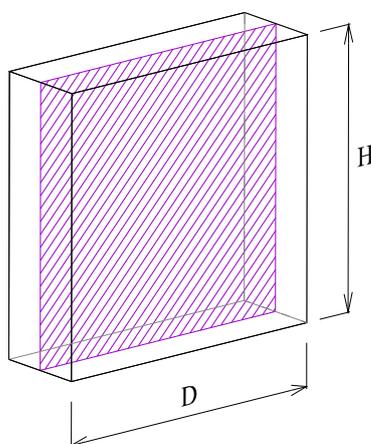
## 2.4. Stati tensionali complessi

Con questi si intendono tutte quelle combinazioni di sforzo che possono coinvolgere tutte e tre le dimensioni spaziali. Ancora più che nel caso precedente, l'anisotropia della muratura rende lo studio di questi stati tensionali alquanto difficile.

Tuttavia, ricorrendo ai risultati ottenuti da prove sperimentali, si denota che il comportamento anisotropo della muratura può essere ricondotto, semplificando il concetto, ad un comportamento ortotropo: ciò è ragionevole se si pensa che le proprietà della muratura variano, sostanzialmente, tra le due direzioni, ortogonali fra loro, dei giunti orizzontali e di quelli verticali. Sempre dall'analisi di dati sperimentali, si può osservare come il comportamento della muratura risulti tanto più simile nelle varie direzioni quanto più la

malta è di buona qualità. Questo è dovuto al fatto che, quando le proprietà meccaniche della malta divengono simili a quelle del laterizio, la giacitura orizzontale dei letti di malta, punto debole della parete muraria, tende a influenzare sempre meno il suo comportamento.

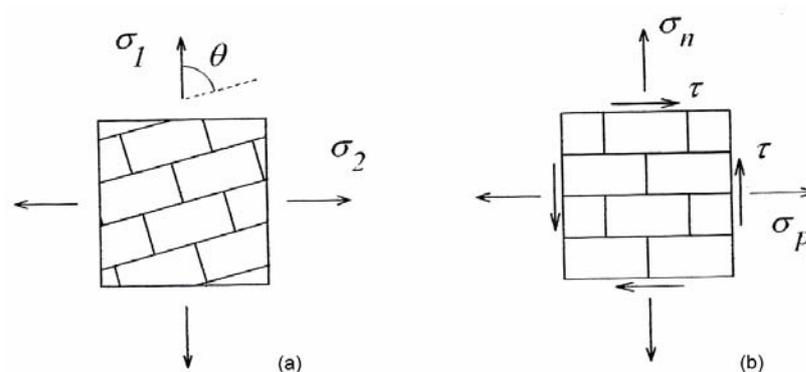
Un'ulteriore semplificazione consiste poi nel supporre che le risultanti degli sforzi siano applicate al piano medio così da potersi riferire ad uno stato di tensione piano (Figura 2.5).



**Figura 2.5 - Piano medio della parete in muratura**

In uno stato piano di tensione le grandezze dipendono dal tipo di riferimento utilizzato; si possono considerare due sistemi di riferimento con le rispettive tensioni:

- le tensioni principali  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  e l'angolo  $\theta$  che una di esse forma con la direzione dei giunti di malta (Figura 2.6,a);
- le tensioni normale e parallela ai letti di malta,  $\sigma_n$  e  $\sigma_p$ , e la tensione tangenziale  $\tau$ , nel sistema di riferimento del materiale, con gli assi diretti secondo le direzioni dei giunti orizzontali e verticali (Figura 2.6,b).

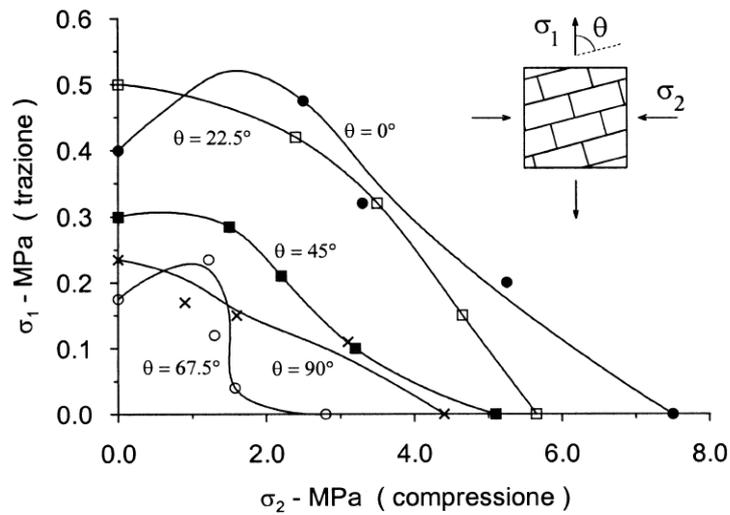


**Figura 2.6 - Sistemi di riferimento per uno stato tensionale piano di trazione di direzione generica: a) tensioni principali, b) tensioni parallele e ortogonali ai letti di malta**

Prove sperimentali condotte da diversi autori hanno permesso di individuare i domini di resistenza per stati di tensione biassiali (Figura 2.7).

Nell'illustrazione vengono utilizzate le tensioni principali  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  e l'angolo rispetto alla giacitura dei letti di malta  $\theta$ . Si noti come il fenomeno sia influenzato da quest'ultimo valore: il grafico tende ad assumere un andamento lineare quando l'angolo  $\theta$  tende a  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , cioè, quando le tensioni principali hanno direzione normale e parallela ai giunti orizzontali. E' anche possibile notare la forte dipendenza della resistenza a trazione o a compressione monoassiale, e dei meccanismi fessurativi associati, dall'orientamento rispetto ai letti di malta.

Di particolare interesse per le applicazioni sono gli stati tensionali di compressione e taglio, quali quelli in cui vengono a trovarsi frequentemente le pareti di controventamento di edifici soggetti ad azioni orizzontali. Gli studi su tale argomento sono vasti e approfonditi e verranno approfonditi nel capitolo seguente.



**Figura 2.7 - Dominio di rottura biassiale ottenuto sperimentalmente su muratura di mattoni**

Un ultimo accenno deve essere fatto alla deformabilità a taglio in fase non fessurata che può essere descritta in modo adeguato dal modulo di elasticità tangenziale  $G$ . E' ipotesi comune correlare il modulo  $G$  con il modulo  $E$  misurato in direzione perpendicolare ai letti di malta. Valori frequentemente adottati sono  $G = 0,3 \div 0,4 E$ .

Si noti comunque che, essendo la muratura un materiale anisotropo, è possibile scendere al di sotto del limite  $G = E/3$  tipico di un materiale elastico ed isotropo con coefficiente di Poisson  $\nu = 0,5$ .

## CAPITOLO 3

# COMPORTAMENTO DELLE PARETI IN MURATURA

### 3.1 Modellazione delle pareti

In questo capitolo viene studiato il comportamento meccanico della pareti in muratura ponendo particolare attenzione sull'effetto dell'azione sismica. La conoscenza dei complessi fenomeni che governano la risposta del singolo pannello a tale azione è tutt'oggi oggetto di studi approfonditi: solo comprendendo in maniera rigorosa tali fenomeni sarà possibile modellare con sufficiente accuratezza il comportamento sismico degli edifici in muratura.

Alla luce di quanto illustrato precedentemente (Cap. 1, par. 1.5), non vengono prese in considerazione le situazioni in cui l'azione sismica sia agente nel piano ortogonale al pannello, ma trattati solamente i casi di azione nel piano. La descrizione riguarda solamente il comportamento di un pannello sollecitato da un'azione sismica nel suo piano che provoca al suo interno uno stato tensionale di compressione e taglio.

Nella trattazione la muratura verrà considerata come un materiale continuo omogeneo equivalente, andando così a confondere lo stato tensionale locale, difficilmente definibile in via analitica, con uno stato tensionale macroscopico.

### 3.2 Azioni sismiche nel piano di una parete in muratura

Lo stato tensionale di una parete sollecitata da un azione sismica nel suo piano può essere considerato una combinazione di compressione e di taglio, il primo derivante dai carichi permanenti ad esso applicati, il secondo legato all'azione orizzontale.

Il problema della risposta di un maschio murario soggetto a carichi sismici viene studiato l'ausilio di prove sperimentali. Le configurazioni utilizzate in tali tipo di prove sono prevalentemente riconducibili a due schemi, mostrati in figura 3.1.

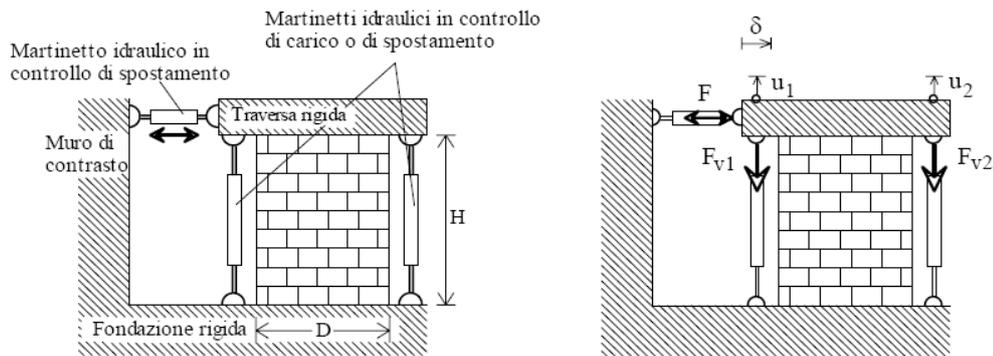
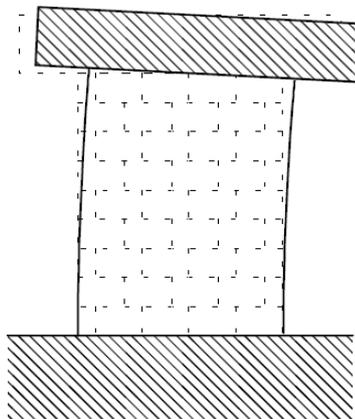


Figura 3.1 - Tipiche configurazioni di prova di pannelli murari

Nella prima configurazione, il maschio è soggetto ad un carico verticale distribuito applicato in sommità e mantenuto costante e centrato sulla testa del pannello. Successivamente viene applicato uno spostamento orizzontale, che può essere anche ciclico, in testa all'elemento, tale da generare una forza tagliante  $F$ ; la base superiore del muro rimane libera di ruotare, determinando in questo modo un comportamento a mensola (Figura 3.2, a). La trasmissione del carico verticale e della forza tagliante al pannello in muratura viene solitamente realizzata tramite una traversa rigida che consente la distribuzione degli sforzi sulla larghezza del muro. Le risultanti di compressione alla base superiore ed inferiore avranno

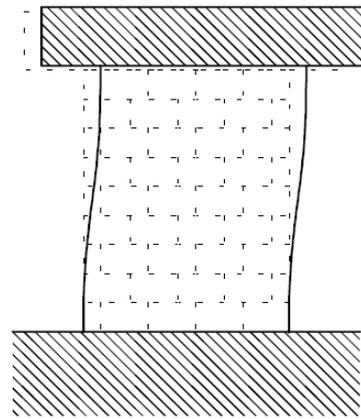
eccentricità, rispetto all'asse del pannello, di segno uguale ed il momento provocato dalla sollecitazione tagliante  $V$  presenterà un massimo nella base inferiore e nullo in sommità

La seconda configurazione prevede invece che la traversa superiore possa traslare rigidamente senza ruotare, realizzando in tal modo sul pannello una condizione di doppio incastro, che porta le risultanti di compressione superiore ed inferiore ad avere eccentricità di segno opposto, crescenti al crescere del valore della forza tagliante (Figura 3.2, b).



$$F_{v1} = F_{v2} = \text{cost.} = P/2$$

(a)



$$F_{v1} + F_{v2} = \text{cost.} = P; \quad u_1 = u_2$$

(b)

**Figura 3.2 - Possibili condizioni di vincolo alle estremità**

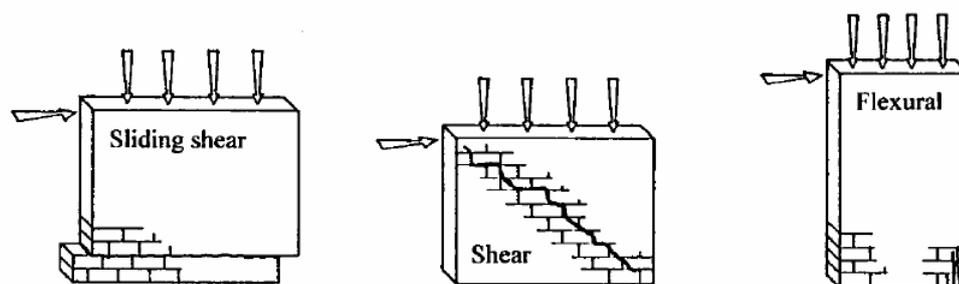
Sebbene si sia affermato che la seconda configurazione approssimi meglio le condizioni di sollecitazione di un maschio murario in un edificio, in realtà le condizioni di vincolo effettive possono essere molto varie, con situazioni intermedie alle due e addirittura con eccentricità dello stesso segno alle basi superiore ed inferiore.

### 3.3 Meccanismi di crisi

Vengono ora esaminati i meccanismi di crisi di una parete di muratura sollecitata da azioni nel suo piano. Sostanzialmente è possibile individuare tre differenti modalità di rottura, che si possono manifestare anche non singolarmente:

- rottura della parete per pressoflessione;
- rottura della parete per taglio con fessurazione diagonale;
- rottura della parete per taglio con scorrimento.

Tali meccanismi sono schematicamente illustrati in figura  
Figura 3.3

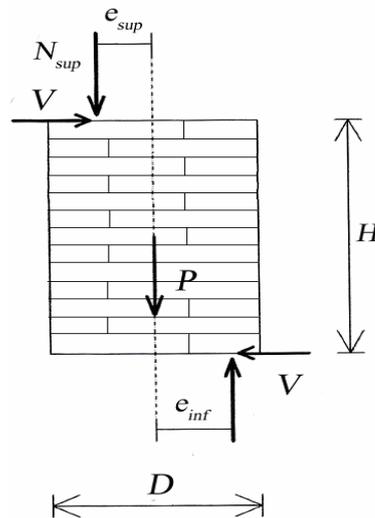


**Figura 3.3 – Possibili meccanismi di crisi per pannelli sollecitati nel piano proposti da Tomazevic [1999]**

Prima di esaminare le formulazione adottate per descrivere tali meccanismi si rammenta che l'instaurarsi dell'uno piuttosto che dell'altro dipende sostanzialmente dal valore della compressione media applicata, dal rapporto di forma del pannello e dalle condizioni di vincolo delle sue estremità.

I vari meccanismi verranno analizzati singolarmente nei prossimi paragrafi facendo riferimento al caso di una parete in muratura sollecitata a compressione a taglio nelle due sezioni d'estremità superiore ed inferiore illustrato in figura Figura 3.4 ; le risultanti di tali sollecitazioni sono contenute nel piano medio della

parete. Per ogni sezione orizzontale della parete è possibile definire il valore dell'azione assiale, del taglio e del momento.



**Figura 3.4 - Parete soggetta a compressione e taglio**

Imponendo l'equilibrio alla traslazione ed alla rotazione è possibile ricavare le seguenti relazioni:

$$N_{inf} = N_{sup} + P$$

$$M = V \cdot H = N_{inf} \cdot e_{inf} + N_{sup} \cdot e_{sup}$$

### 3.3.1 Meccanismo di crisi per pressoflessione

La rottura di una parete pressoinflessa è associata allo schiacciamento del lembo compresso di una delle due sezioni estreme.

Tale meccanismo si instaura più facilmente rispetto alle altre modalità qualora si abbiano bassi valori di carico normale al pannello: quando si hanno bassi valori di sforzo assiale, la zona compressa occupa una minima parte della sezione rispetto a quella

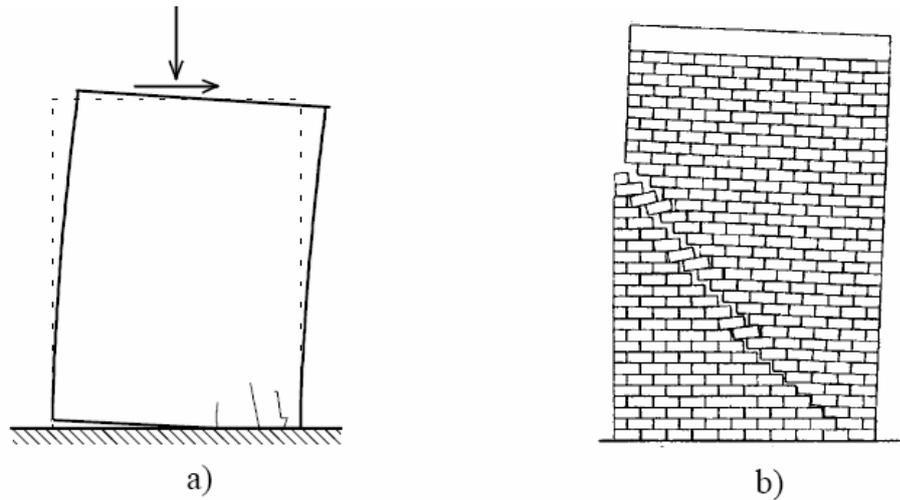
tesa, lasciando spazio alla formazione di fessure. L'incremento della sollecitazione tagliante e del momento flettente portano alla progressiva parzializzazione della sezione di base e alla sua fessurazione; la crisi sopraggiunge al momento in cui lo sforzo normale applicato è più in grado di equilibrare il momento flettente esterno, innescando così un meccanismo di ribaltamento.



**Figura 3.5 - Meccanismo di danno per flessione con formazione di fessure orizzontali**

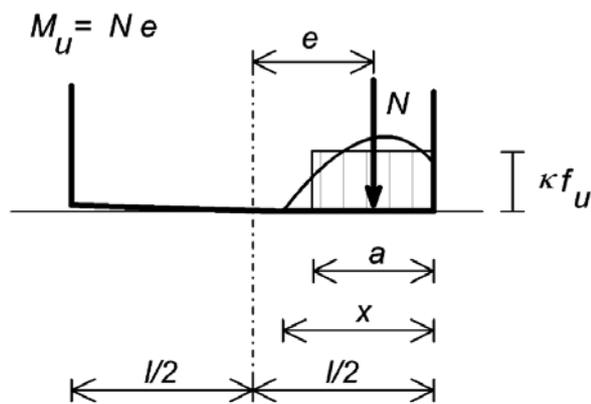
E' evidente come l'innescò di tale meccanismo sia legato al rapporto di forma della parete: se questa è molto snella, con valori  $H/D$  molto elevati, il momento ribaltante predomina rispetto a quello generato dall'eccentricità del carico normale che ha funzione stabilizzante.

E' opportuno sottolineare il fatto che mentre in murature realizzate con malta di buona qualità la rottura per ribaltamento vede solitamente la formazione di una fessura orizzontale alla base con relativo ribaltamento dell'intero pannello (Figura 3.6, a), l'uso malte di scarsa qualità o la totale sua assenza (muratura a secco) provoca il ribaltamento di una parte del muro individuata da una linea la cui inclinazione è legata alla forma dei conci e alla loro tessitura (Figura 3.6, b).



**Figura 3.6 - Diverse modalità di rottura per ribaltamento. Giuffrè [1994]**

Per analizzare lo stato ultimo per pressoflessione, si considera ciò che accade nella sezione estrema inferiore, dove il momento ribaltante assume il valore maggiore, trascurando per semplicità il contributo del peso proprio della parete.



**Figura 3.7 - Distribuzione delle tensioni nel lembo compresso**

L'analisi del comportamento a rottura per pressoflessione può essere agevolato dall'utilizzo di un opportuno "stress-block" della muratura in compressione, come mostrato in figuraFigura 3.7. In questo caso dall'equilibrio a traslazione verticale è possibile scrivere:

$$a = \frac{N}{\kappa \cdot f_u \cdot t}$$

da cui per l'equilibrio a rotazione si trova il valore del momento ultimo:

$$M_u = N \left( \frac{l-a}{2} \right) = \frac{Nl}{2} \left( 1 - \frac{N}{\kappa f_u l t} \right)$$

Il coefficiente  $\kappa$  tiene conto della reale distribuzione non lineare degli sforzi nella sezione di base e può essere assunto generalmente di valore compreso tra 0.85 ed 1.

Esplicitando il valore di taglio che genera il momento ultimo e facendo riferimento alla compressione media sulla base superiore  $p$  si ottiene:

$$V_u = \frac{pl^2t}{2H_0} \left( 1 - \frac{p}{\kappa f_u} \right) = \frac{plt}{2\alpha_v} \left( 1 - \frac{p}{\kappa f_u} \right)$$

dove  $\alpha_v$  è il fattore di taglio così definito:

$$\alpha_v = \frac{M}{VL} = \frac{H_0}{L} = \psi' \cdot \frac{H}{D}$$

L'altezza  $H_0$  corrispondente alla distanza della base dalla sezione di "momento nullo"; il parametro  $\psi'$  assume un valore pari a 1 quando la base superiore del pannello è libera di ruotare restando fissa quella inferiore (configurazione a mensola), mentre vale 0,5 nel caso in cui la sommità possa solo traslare senza ruotare (configurazione di tipo "b"). Il fattore di taglio  $\alpha_v$  ed il rapporto  $H/D$ , denominato fattore di forma, risultano, quindi, legati fra loro tramite il coefficiente  $\psi'$  che rappresenta le condizioni di vincolo della parete.

I fattori di taglio e di forma vengono utilizzati per esprimere direttamente la dipendenza della resistenza della parete da alcune sue caratteristiche: rapporto fra momento generato e taglio agente, grado di vincolamento e snellezza.

### 3.3.2 Meccanismo di crisi per taglio

Questo meccanismo di rottura è, secondo l'esperienza, quello che avviene più frequentemente nelle costruzioni in muratura semplice. E' possibile distinguere tra due fondamentali modalità di crisi:

- rottura per taglio con fessurazione diagonale;
- rottura per taglio con scorrimento.

La fenomenologia della rottura per taglio con fessurazione diagonale in pannelli di muratura semplice vede solitamente la formazione di una o più fessure inclinate. Tali fessure diagonali possono essere a loro volta configurate in modo tale da interessare prevalentemente i giunti di malta oppure, nel caso di leganti di buona qualità, propagarsi prevalentemente attraverso i mattoni o i blocchi. Solitamente la comparsa di fessure diagonali visibili avviene per valori di taglio totale agente prossimi al massimo taglio resistente ( $V_{fess} = 0,85 \div 1,00 V_u$ ); la fessurazione si innesca inizialmente al centro del pannello per poi propagarsi verso le estremità.



**Figura 3.8 - Meccanismo di danno per taglio con fessurazione diagonale**

La rottura per taglio con fessurazione diagonale è di tipo fragile, in particolare quando l'azione tagliante è di tipo ciclico, con la formazione di due sistemi di fessure diagonali incrociate.

La seconda modalità di rottura associata alle tensioni tangenziali vede lo scorrimento di una parte del muro sull'altra lungo una o più superfici di frattura orizzontali, tipicamente contenute nei letti orizzontali di malta (Figura 3.8).



**Figura 3.9 - Rottura per taglio con scorrimento**

La propagazione della frattura attraverso il piano debole innesca un cinematismo di scorrimento tra la parte superiore della parete, che mantiene la sua integrità, e quella inferiore. Tale meccanismo si innesca facilmente in elementi già affetti da fessurazione flessionale, caratterizzati da una certa parzializzazione delle sezioni di estremità.

Sono stati proposti diversi criteri per la formulazione della resistenza a taglio di un pannello in muratura. Tale formulazione presenta alcuni problemi di non facile soluzione. Innanzitutto i dati sperimentali tendono a presentare una dispersione piuttosto elevata. Ciò è tipico dei fenomeni di rottura fragile, ma nelle murature questa dispersione è accentuata anche dall'influenza di

fattori non sempre controllabili legati all'esecuzione della muratura stessa. Inoltre un elemento strutturale è caratterizzato da una distribuzione non uniforme di sforzi macroscopici. L'applicazione di un criterio di resistenza "puntuale" presuppone quindi la capacità di calcolare la distribuzione degli sforzi macroscopici in ogni punto dell'elemento, o perlomeno nei punti che si ritengono critici. In generale ciò è complicato da fenomeni quali la parzializzazione della sezione legata alla scarsa resistenza a trazione normalmente ai letti di malta ed il comportamento non lineare del materiale. Tra l'altro la rottura per taglio è tipica di elementi tozzi, in cui l'analisi dello stato tensionale risulta essere più difficoltosa. I criteri utilizzati nelle applicazioni tendono quindi inevitabilmente ad introdurre delle semplificazioni, a scapito dell'accuratezza.

La resistenza nel caso di fessurazione diagonale nella formulazione proposta da Turnsek e Cacovic viene individuata quando lo sforzo di trazione principale (macroscopico) nella muratura eguaglia il valore limite  $f_{tu}$  assunto come resistenza a trazione convenzionale della muratura. Si assume quindi che l'anisotropia del materiale possa essere trascurata con il notevole vantaggio di poter utilizzare un singolo parametro di resistenza. Supponendo in prima istanza che il pannello sia abbastanza snello da poter essere assimilato ad un solido di De Saint Venant, il criterio si traduce nella seguente espressione della resistenza a taglio:

$$V_u = \frac{f_{tu} \cdot l \cdot t}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_m}{f_{tu}}}$$

$$\sigma_m = \frac{N}{l \cdot t}$$

Dove  $b$  è un coefficiente che assume in questo caso valore pari a 1.5. Per poter applicare la formula anche a pannelli tozzi sono stati proposti valori di  $b$  variabili con il rapporto di forma:

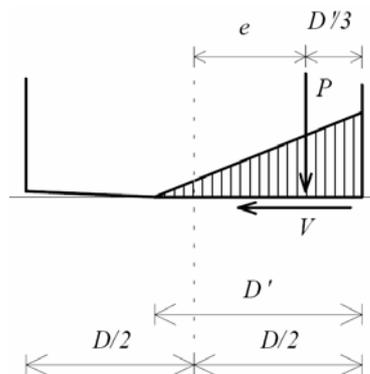
$$\begin{aligned} b &= 1.5 & H/D &\geq 1.5; \\ b &= 1 & H/D &\leq 1.5. \end{aligned}$$

Questa formulazione riproduce in maniera sufficientemente accurata la dipendenza delle resistenza a taglio dal carico assiale solo nel caso le estremità del pannello siano vincolate con incastro rotazionale.

La tradizionale alternativa all'approccio basato sulla resistenza a trazione convenzionale è l'approccio con il criterio di Mohr-Coulomb. In questo caso la resistenza a taglio della muratura viene espressa nella forma:

$$\tau = c + \mu\sigma$$

dove  $c$  e  $\mu$  sono rispettivamente coesione e coefficiente di attrito della muratura. Secondo l'impostazione seguita da gran parte delle normative, la resistenza a taglio della muratura è espressa come resistenza a taglio unitaria moltiplicata per l'area reagente del muro, individuabile come l'area compressa calcolata nell'ipotesi di materiale non reagente a trazione:



**Figura 3.10 - Ipotesi per il calcolo della lunghezza reagente**

In questo caso si sostituisce allo sforzo normale la compressione media della zona reagente considerata di lunghezza pari a  $D'$ .

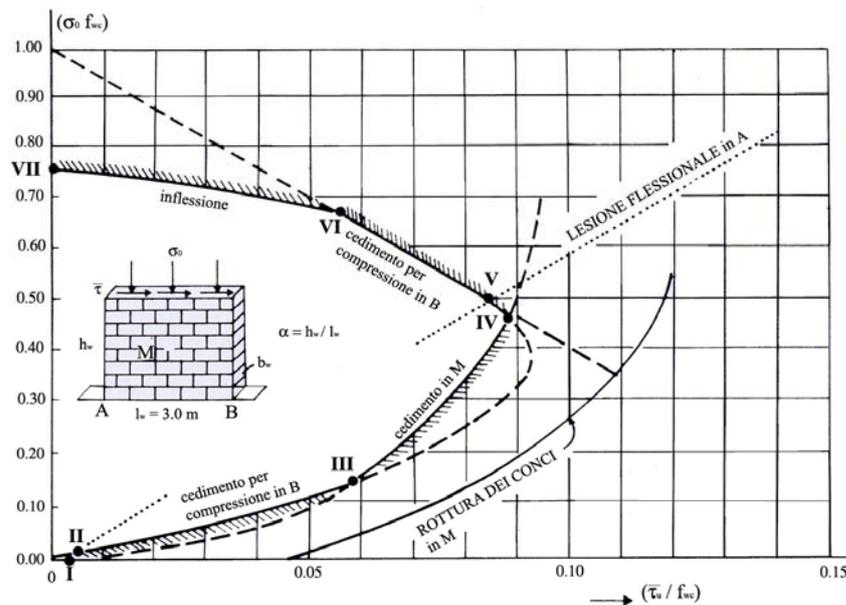
$$V_u = f_{vk} \cdot t \cdot D'$$

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4 \cdot \sigma_d$$

Tale formulazione risulta più adatta a descrivere una rottura per scorrimento che una per fessurazione diagonale.

### 3.4 Diagramma d'interazione

Per una singola parete a mensola e per un dato valore di compressione assiale  $\sigma_0$ , i valori minimi della tensione tangenziale ultima  $\tau_u$  possono essere dedotti dalle precedenti espressioni analitiche. I punti rappresentativi critici determinano il diagramma di interazione del pannello murario in esame.



**Figura 3.11 - Diagrammi d'interazione per un pannello di muratura non armata; Jolley, 1976**

E' interessante notare che il settore del diagramma d'interazione maggiormente impiegato è quello per valori  $\frac{\sigma_0}{f_t} \leq 0.2$ .

### 3.5 Confronto tra i meccanismi di crisi

La risposta dei pannelli sollecitati da azioni nel piano è fortemente non lineare già a bassi livelli di carico. Tale deviazione dal comportamento lineare è dovuta principalmente alla parzializzazione delle sezioni, in conseguenza della trascurabile resistenza a trazione dei letti di malta, nonché ad un progressivo sviluppo di deformazioni anelastiche dovute alle sollecitazioni di taglio e compressione nelle porzioni reagenti. Per questa ragione la definizione della rigidezza deve essere riferita a determinati livelli di deformazione.

Un approccio comune è quello di schematizzare il comportamento di un pannello tramite una curva bilineare secondo i criteri illustrati in figura 3.12.

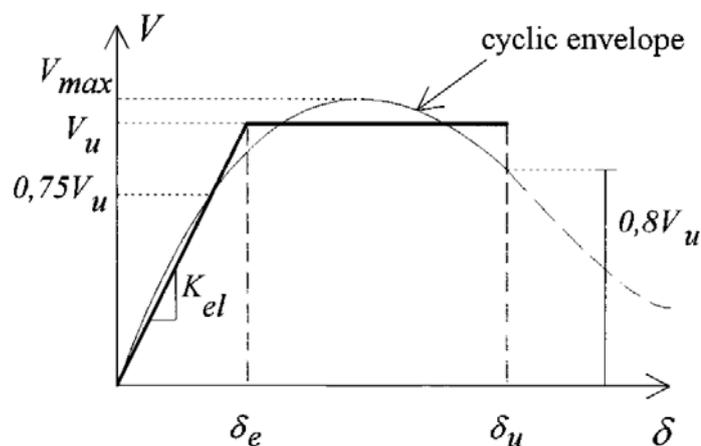


Figura 3.12 - Definizione della curva bilineare equivalente

La rigidezza elastica iniziale  $K_e$  e il valore del taglio  $V_u$  devono essere individuati in modo da fornire l'equivalenza in termini energetici rispetto alla curva sperimentale. Lo spostamento ultimo  $\delta_u$  viene individuato in corrispondenza di una determinata perdita di resistenza durante la prova sperimentale.

Una possibilità per valutare il modulo elastico iniziale è considerare la rigidezza secante a valori del carico pari a  $0.75 V_u$ . Studi condotti da Tomazevic propongono  $V_u = 0.9 \cdot V_{\max}$  per l'equivalenza energetica delle curve nel caso di rottura per taglio del pannello. Lo spostamento ultimo si estendono viene definito quando la curva sperimentale, nel suo ramo discendente, presenta valori del taglio pari a  $V = 0.8 \cdot V_u$ .

L'involuppo delle curve sperimentali dipende fortemente dalle modalità di applicazione del carico, siano esse cicliche o monotone, statiche o dinamiche, specie nel caso si inneschino meccanismi di crisi per taglio, costituendo un problema per la correlazione dei dati ottenuti in diverse prove sperimentali.

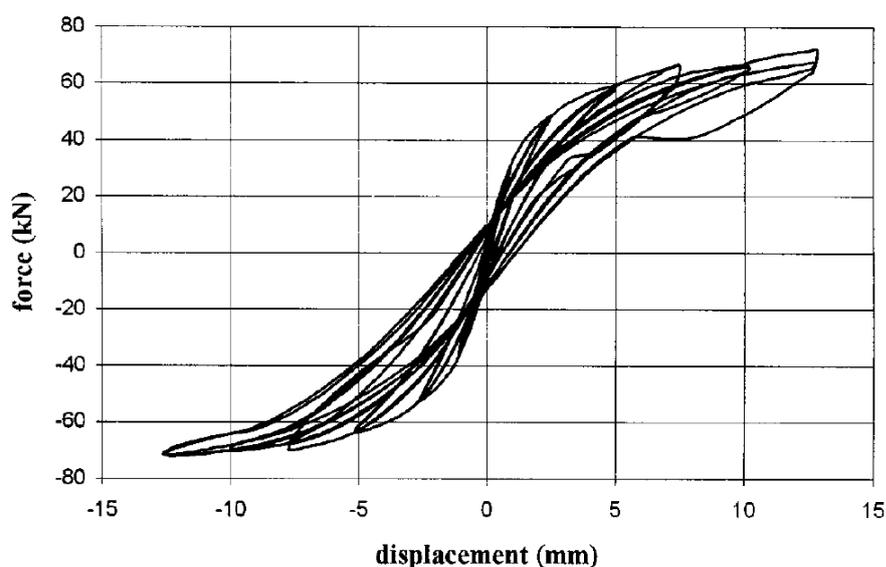
Viene ora illustrato il comportamento dei pannelli in funzione del meccanismo di crisi che si viene a determinare durante le simulazioni sperimentali.

### 3.5.1 Risposta flessionale

Nel caso di crisi governata da meccanismi flessionali è possibile raggiungere teoricamente elevati valori di spostamento orizzontale senza una significativa perdita di resistenza nell'elemento, specialmente quando in carico assiale produce uno

stato tensionale basso rispetto alla resistenza a compressione della muratura.

Tale meccanismo mostra un involuppo con andamento quasi asintotico, cicli di isteresi con bassa dissipazione energetica e una scarsa perdita di resistenza tra i cicli di carico.



**Figura 3.13 - Esempio di risposta flessionale di un pannello in muratura sottoposto a carico ciclico [25]**

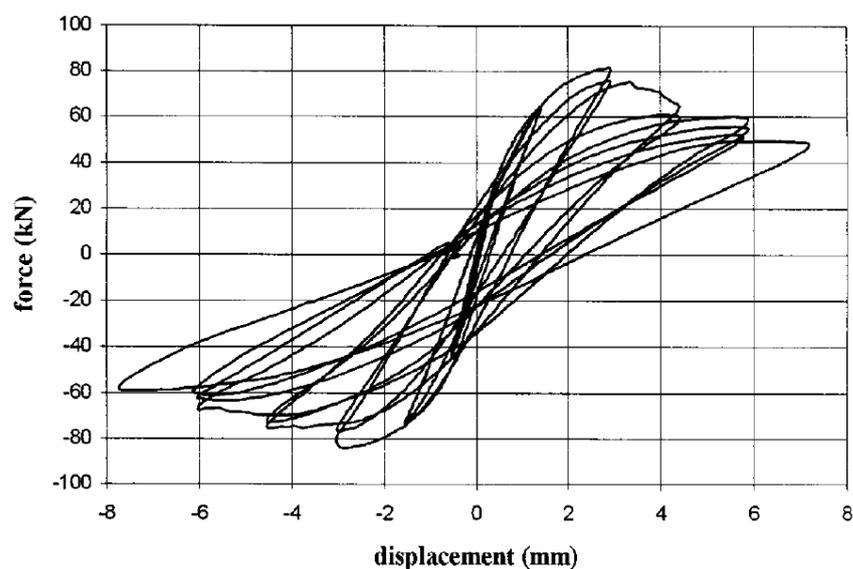
Se l'elemento non incorre in altri meccanismi di crisi l'entità dello spostamento ultimo che può essere prodotto può provocare l'insorgenza di fenomeni del secondo ordine, associati con il movimento di ribaltamento, che causano una rapida perdita di resistenza dell'elemento. Tali fenomeni limitano lo spostamento ultimo a valori di  $\delta_u = 10\% H$ , valore chiaramente non raggiungibile nelle applicazioni reali, anche a causa dell'insorgere di altri meccanismi di collasso.

Come conseguenza non è possibile definire per tale tipo di risposta un valore ultimo di spostamento sopportabile dal pannello, né una rigidezza secante al collasso. Tali valori dipenderanno dalla

domanda delle azioni sismiche e dai limiti imposti dagli altri meccanismi di crisi.

### 3.5.2 Risposta a taglio diagonale

Un tipico esempio di curva taglio spostamento di pannelli governati da meccanismi di crisi per taglio diagonale viene illustrata in figura 3.14.

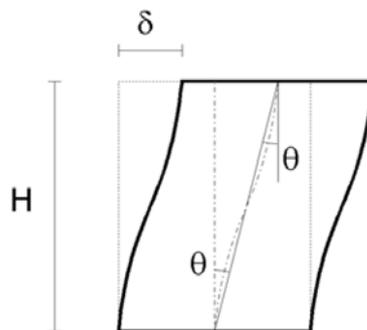


**Figura 3.14 - Involuppo sperimentale di un pannello sottoposto a carichi ciclici, con risposta governata da meccanismi di taglio diagonale [25]**

Il comportamento iniziale risulta caratterizzato da una lieve isteresi accanto a modeste perdite di rigidezza e di capacità resistente sino alla comparsa delle prime fessure al centro del pannello, che si sviluppano generalmente a partire da livelli di carico pari al 90 % del carico massimo. Successivamente alla fessurazione il comportamento del pannello è caratterizzato da un rapido degrado

della resistenza accompagnato da una forte dissipazione di energia per isteresi.

La curva bilineare equivalente può essere definita come in figura 3.12, dove il valore dello spostamento ultimo  $\delta_u$  è definito come quello corrispondente ad una perdita di resistenza del 20% rispetto al valore di  $V_u$  (28% di  $V_{max}$ ). Dall'analisi di dati sperimentali è stato osservato come i dati relativi a questa condizione ultima siano associabili al raggiungimento di una deformazione angolare ultima (*drift ultimo*), esprimibile tramite il rapporto  $\delta_u/H$ . Tale parametro assume nelle condizioni limite un valore pari a 5÷5.3 ‰; questo valore risulta essere pressoché costante al variare delle modalità di prova e della geometria del pannello. Alternativamente, con riferimento alla curva bilineare equivalente, è possibile considerare lo spostamento ultimo come un multiplo di quello elastico, introducendo una pseudoduttilità:  $\mu = \frac{\delta_u}{\delta_e}$ . Tale parametro, al contrario, presenta valori molto dispersi e non correlabili alla snellezza del muro o alle condizioni di carico.



**Figura 3.15 - Definizione geometrica del drift**

Una possibile spiegazione di questo risultato è dovuta al fatto che la rigidità iniziale è associata ad un ramo che descrive il

comportamento del pannello durante una fase caratterizzata da una propagazione instabile delle fratture; è evidente come, adottando un approccio in duttilità, anche gli spostamenti ultimi risentano dell'incertezza con la quale viene determinata la rigidità iniziale. La possibilità di svincolare la previsione della effettiva capacità di deformazione ultima della struttura dall'accuratezza con cui si modella la rigidità iniziale rende il parametro drift ultimo più affidabile sul quale costruire la bilineare equivalente.

### **3.5.3 Risposta a taglio con scorrimento**

La risposta governa da tale modalità di rottura porta alla formazione di un meccanismo molto stabile, che rende possibili grandi deformazioni senza che la stabilità della parete ne risulti compromessa.

La zona danneggiata è concentrata lungo un singolo letto di malta e, sino a che lo sforzo normale è applicato sul pannello, sono possibili meccanismi fortemente dissipativi. Prove con sollecitazione dinamica hanno mostrato come questo meccanismo si sviluppi associato ad un comportamento flessionale, in presenza di basso sforzo di compressione. La valutazione di uno spostamento massimo, anche in questo caso, non è utilizzabile nelle applicazioni reali perchè fornisce valori troppo alti.

## CAPITOLO 4

# METODI DI ANALISI E MODELLAZIONE STRUTTURALE

### 4.1. Introduzione

Prevedere e quantificare la risposta di una struttura sollecitata da azione sismica in termini di spostamenti, sollecitazioni e deformazioni richiede l'aiuto di modelli matematici e tecniche di analisi che sono proprie della dinamica delle strutture. Per descrivere gli aspetti dell'eccitazione dinamica e della risposta di un edificio soggetto ad un moto del terreno, espresso come accelerazione del suolo, è possibile fare riferimento ad un semplice sistema ad un grado di libertà, la cui equazione del moto è la seguente:

$$m \frac{\partial^2 u(t)}{\partial t^2} + c \frac{\partial u(t)}{\partial t} + ku(t) = -m \frac{\partial^2 u_g(t)}{\partial t^2} = F(t)$$

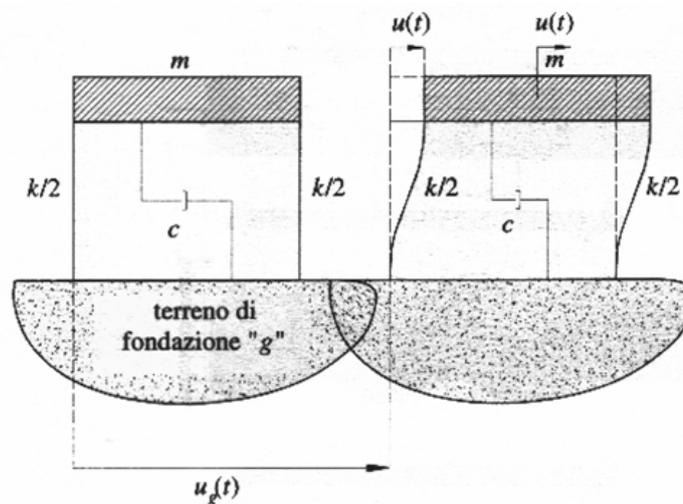


Figura 4.1 - Oscillatore elementare eccitato alla base

Dall'analisi dell'equazione del moto si evince la proporzionalità che lega la forzante del sistema alla massa del sistema e all'accelerazione del terreno.

Nell'ambito della progettazione in zona sismica è necessario conoscere le sollecitazioni indotte sulla struttura da un dato terremoto: esse sono conseguenza di un fenomeno dinamico molto complesso e dipendono sia dal moto del terreno, sia dalle caratteristiche di risposta della struttura. In particolare, a parità di accelerazione al suolo, il valore delle sollecitazioni che l'edificio deve sopportare dipende da:

- rigidità globale dell' edificio, a cui è legato il suo periodo proprio  $T$ ;
- capacità di smorzamento;
- modalità di risposta dei singoli elementi dell'edificio alle sollecitazioni cicliche.

Tali caratteristiche possono variare nel corso dell' evento sismico, contribuendo ad aumentare la complessità del fenomeno. Nel caso di edifici in muratura, ad esempio, si hanno valori molto bassi del periodo proprio, legati all'elevata rigidità presentata dalla struttura: questo implica una notevole amplificazione dell'effetto sismico in termini di sollecitazione. Tuttavia, il progressivo danneggiamento della struttura, che si manifesta a partire dalle prime oscillazioni, genera un incremento della capacità di smorzamento e l'aumentata deformabilità della struttura così determinata porta ad accrescere il suo periodo proprio.

E' bene sottolineare che questo tipo di risposta può essere possibile se la struttura presenta un comportamento scatolare, presentando in questo modo un certo grado di duttilità che permette la redistribuzione delle sollecitazioni tra le pareti.

## 4.2. Criteri generali di progetto

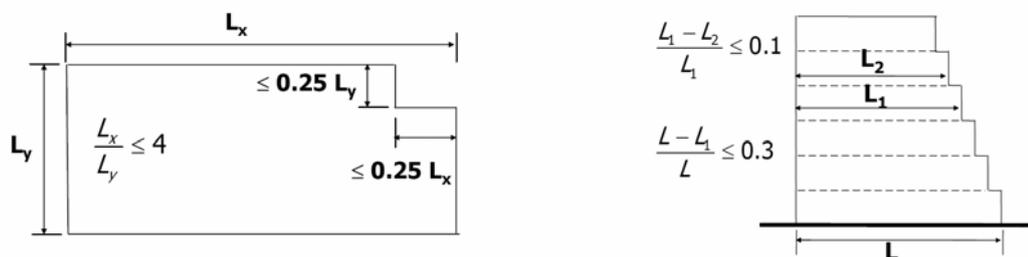
Il comportamento di una struttura durante un terremoto dipende oltre che dalle caratteristiche dell'azione sismica dalla qualità della stessa, che è funzione della tipologia strutturale, della procedura di progettazione, del dettaglio degli elementi strutturali e della cura della realizzazione. L'aspetto concettuale del progetto di un edificio è di grande importanza in ambito sismico: concepire un edificio dove le forze laterali possono essere trasferite a terra senza eccessive deformazioni e meccanismi locali, ma con comportamento duttile, ne assicura il buon funzionamento sotto l'azione sismica. Questo obiettivo può essere raggiunto seguendo il principio della regolarità strutturale, che, inserito nel contesto normativo, si traduce durante la progettazione nel rispetto di vincoli geometrici. Nell'Ordinanza 3274 vengono riportati i seguenti parametri per la definizione di regolarità in pianta:

- le piante degli edifici dovranno essere quanto più possibile compatte e simmetriche rispetto ai due assi ortogonali, in relazione alla distribuzione di masse e rigidezze;
- il rapporto tra i lati di un rettangolo in cui l'edificio risulta inscritto deve essere inferiore a 4 ed eventuali rientri o sporgenze non devono superare il 25% della dimensione totale nella corrispondente direzione;
- i solai devono essere considerati infinitamente rigidi nel loro piano rispetto agli elementi verticali e sufficientemente resistenti;
- area e rigidezza delle murature devono essere approssimativamente uguali nelle due direzioni;

- in caso di edificio nuovo di forma complessa è necessario scomporre l'intero edificio in più moduli regolari.

La condizione di regolarità in altezza è invece verificata quando siano soddisfatti le seguenti condizioni:

- i sistemi resistenti verticali dell'edificio si estendono per tutta l'altezza dell'edificio;
- massa e rigidezza rimangono costanti o variano gradualmente lungo l'altezza; le variazioni di massa da un piano all'altro non superano il 25%;
- eventuali restringimenti della sezione orizzontale dell'edificio avvengono in modo graduale da un piano al successivo, rispettando i seguenti limiti: ad ogni piano il rientro non supera il 30% della dimensione corrispondente al primo piano, né il 20% della dimensione corrispondente al piano sottostante.
- le aperture sono verticalmente allineate (in caso contrario la resistenza effettiva spetta solo alle zone di muratura continue dalla fondazione al piano di verifica);
- solai e coperture non sono spingenti sulle murature, o le spinte sono assorbite da opportuni elementi strutturali.



**Figura 4.2 - Regolarità in pianta e in altezza**

### 4.3. Verifica sismica

In generale, le normative riguardanti le costruzioni in muratura affrontano la verifica sismica controllando, come primo passo, che non si giunga a rottura per ribaltamento fuori dal piano delle pareti soggette a carichi orizzontali ortogonali al loro piano medio; in seguito si passa alla valutazione del comportamento d'insieme della struttura, effettuando una verifica globale della scatola muraria e tale verifica può essere eseguita tramite diversi tipi di analisi.

La normativa redatta nel 2003 contempla, per la verifica e la progettazione di un edificio in zona sismica:

- Analisi Statica Lineare;
- Analisi Dinamica Modale;
- Analisi Statica Non Lineare;
- Analisi Dinamica Non Lineare.

L'Ordinanza fornisce anche un elenco dettagliato delle condizioni per cui poter utilizzare un'analisi piuttosto che un'altra.

Il procedimento, per una progettazione o per una verifica, consisterà, dunque, nella scelta dell'analisi da effettuare nel rispetto delle condizioni dettate dalle norme e, di seguito, nella definizione del modello di calcolo più adeguato al tipo di analisi.

Nel caso particolare delle costruzioni in muratura, la scelta dell'analisi con cui condurre la verifica o la progettazione in zona sismica è condizionata anche dalla maggiore complessità di comportamento che questa tecnica costruttiva presenta, rispetto, ad esempio, al cemento armato o all'acciaio.

L'analisi statica lineare e l'analisi dinamica modale si fondano sull'ipotesi che gli elementi della struttura presentino un comportamento lineare con l'aumento della sollecitazione,

operando, così, in campo elastico lineare. Come è stato più volte asserito nei precedenti capitoli e confermato da ogni prova sperimentale, questa è un'ipotesi molto approssimativa per la muratura.

Tuttavia, anche la normativa più recente, identificata con l'Ordinanza 3274 sopra citata, dichiara che è possibile effettuare un'*analisi statica lineare*, purché l'edificio possieda determinate caratteristiche di regolarità geometrica molto restrittive. In generale, però, con forze sismiche di intensità pari al valore suggerito dalle suddette norme, è stato appurato che, per gli edifici nuovi, il rispetto dei risultati di un'analisi statica lineare, porterebbe ad un dimensionamento eccessivo degli elementi; mentre nel caso di adeguamento sismico di edifici esistenti, gli elementi della struttura, soggetta alle forze sismiche definite in normativa, si allontanano troppo velocemente dal campo elastico.

Pertanto, da queste osservazioni effettuate dalla comunità scientifica, si deduce come, nel rispetto della normativa del 2003, l'analisi statica lineare non risulti, in generale, la più adeguata per le costruzioni in muratura in zona sismica.

L'*analisi dinamica modale* prevede anch'essa l'ipotesi di comportamento elastico lineare dei materiali. Proprio per tale motivo anche questo metodo risulta inappropriato.

Per le costruzioni in muratura dunque, i risultati migliori in termini di accuratezza si otterrebbero mediante l'*analisi dinamica non lineare*, sebbene questo approccio sia computazionalmente molto oneroso. L'analisi dinamica non lineare richiede infatti una modellazione ad elementi finiti molto complessa. La laboriosità dei calcoli che ne conseguono rende tale approccio difficilmente

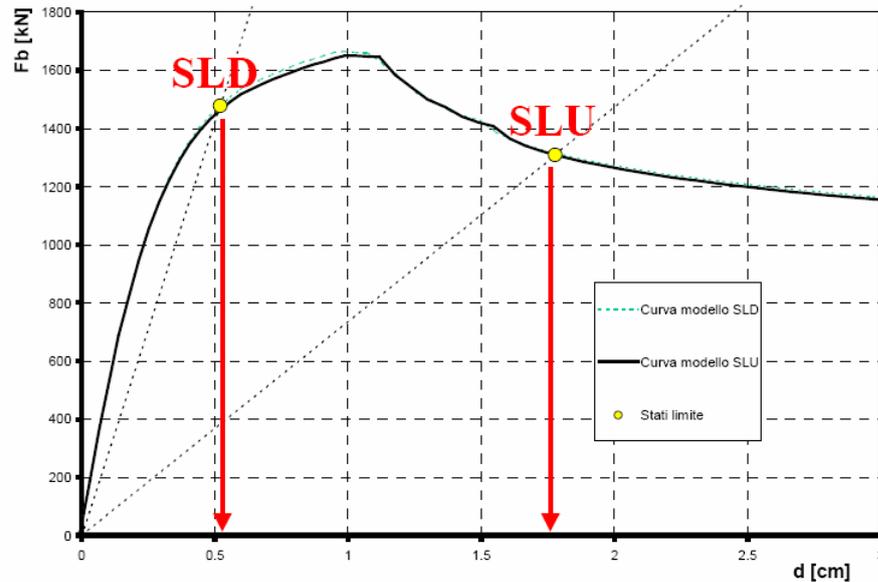
utilizzabile dai progettisti e confinato per il momento al mondo della ricerca.

In definitiva, è l'*analisi statica non lineare* a presentarsi come il metodo di calcolo più adeguato per gli edifici in muratura in zona sismica, dimostrandosi quello che più soddisfa esigenze di accuratezza e di semplicità di utilizzo.

Tale metodologia di analisi è presente da molti anni nelle normative italiane: è stata introdotta per la prima volta nelle normative tecniche del 1978 nella verifica delle costruzioni in muratura con il metodo POR, ideato da Tomazevic negli anni Settanta e ripresa e approfondita nelle successive norme del 1996.

In questo tipo di analisi vengono applicate incrementalmente, ad un modello della struttura che descriva il comportamento non lineare del materiale, particolari distribuzioni di forze statiche orizzontali, sino al raggiungimento delle condizioni ultime; in questo modo è possibile cogliere i cambiamenti della risposta complessiva della struttura man mano che i singoli elementi si plasticizzano.

Risultato finale dell'analisi è la curva che riporta la relazione tra taglio totale applicato e lo spostamento orizzontale del nodo di controllo, che rappresenta la curva di capacità della struttura e che verrà quindi confrontata con la domanda.

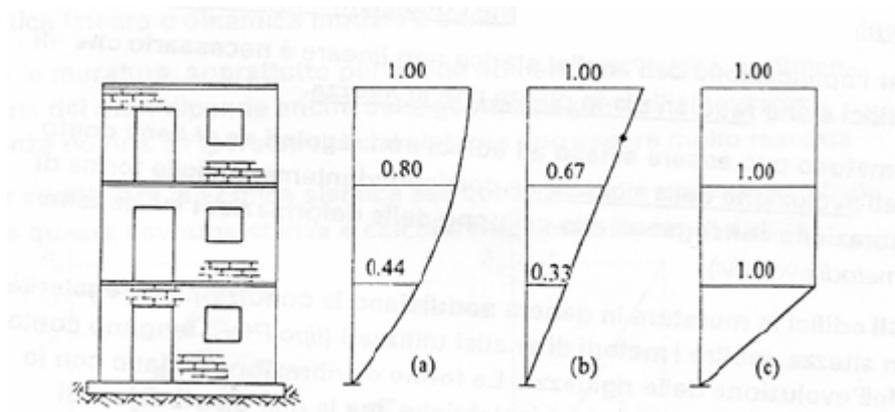


**Figura 4.3 - Curva di capacità e definizione degli stati limite**

La capacità di spostamento relativa agli stati limite di danno e ultimo verrà valutata sulla curva globale appena definita, in corrispondenza dei punti seguenti:

- stato limite di danno: lo spostamento minore tra quello corrispondente al raggiungimento della massima forza e quello per il quale il primo maschio murario raggiunge lo spostamento ultimo;
- stato limite ultimo: lo spostamento corrispondente ad una riduzione della forza pari al 20% del massimo, per effetto della progressiva eliminazione dei contributi dei maschi murari che raggiungono lo spostamento ultimo.

La normativa italiana individua due distinti sistemi di forze orizzontali applicate su ciascun piano: in particolare si considerano una distribuzione di forze proporzionale alle masse e una distribuzione di forze proporzionali al prodotto delle masse per la deformata corrispondente al primo modo di vibrare del sistema considerato elastico.



**Figura 4.4 - Diverse distribuzioni di forza applicate alla struttura durante l'analisi pushover**

#### 4.4. Modellazione delle strutture murarie

Il comportamento sismico degli edifici in muratura differisce da quello degli edifici a telaio (tipici delle strutture in c.a. o in acciaio) sia per una diversa distribuzione delle masse sia per le diverse caratteristiche geometriche e di rigidezza degli elementi che li contraddistinguono.

La modellazione strutturale delle costruzioni in muratura può essere affrontata secondo approcci molto differenti tra loro in funzione delle finalità delle analisi. La ricerca su tali tematiche è molto attiva in Italia: solo negli ultimi venti anni sono stati proposti numerosi modelli per il calcolo della risposta sismica di pareti murarie e di edifici. Sono caratterizzati da diversi livelli di dettaglio e sviluppati a partire da differenti presupposti teorici. La diversità dei presupposti teorici è spesso conseguenza della grande varietà degli oggetti che vengono studiati: quando si parla di murature si intendono forme costruttive che possono differire considerevolmente

per materiali, tessitura concezione d'insieme del sistema strutturale e dettagli costruttivi.

Nei prossimi paragrafi vengono illustrati i principali modelli che, grazie ad un onere computazionale ridotto, consentono l'analisi di interi edifici, e che per brevità si denominano come modelli "semplificati", anche se, in alcuni casi, i presupposti teorici o la loro implementazione possono essere tutt'altro che semplici. Si resterà quindi nell'ambito della macromodellazione, in cui lo scopo è di cogliere con sufficiente accuratezza il comportamento di macroelementi (pannelli) semplici, mediante i quali è possibile valutare la risposta globale della struttura. In un possibile criterio di classificazione di tali modelli vengono individuati:

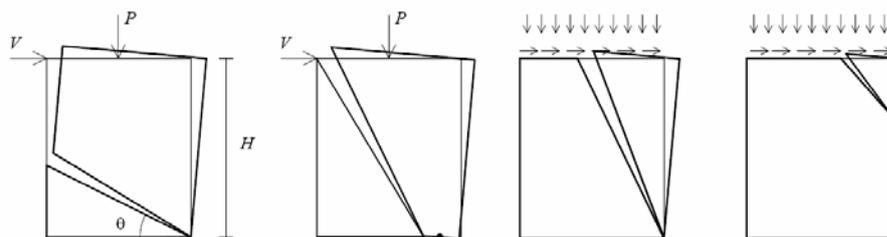
- modelli basati sull'analisi limite;
- modelli monodimensionali;
- modelli bidimensionali;
- modelli a telaio equivalente.

#### **4.4.1 Analisi limite dell'equilibrio elastico**

Una panoramica sulle metodologie di modellazione ed analisi della risposta sismica delle costruzioni in muratura inizia necessariamente dai modelli più semplici forniti dalla scienza delle costruzioni: i meccanismi di collasso possono essere studiati col metodo dell'analisi limite dell'equilibrio, nei quali si contempla solo l'esame della situazione di collasso e del suo cinematismo corrispondente.

Grazie all'ipotesi di non resistenza a trazione ed in genere all'approssimazione di infinita resistenza a compressione è

possibile ricondurre la parete in muratura ad una catena cinematica di corpi rigidi in cui la configurazione del sistema è funzione di un unico parametro, lo spostamento di un punto. Ipotizzati il cinematismo, dunque, il sistema si traduce in un sistema ad un grado di libertà equivalente in cui un moltiplicatore orizzontale statico dei carichi è calcolato in corrispondenza della soglia di attivazione del meccanismo.



**Figura 4.5 - Analisi limite: cinematismi di collasso nel caso di rottura per ribaltamento (Grimaldi e Como, 1985)**

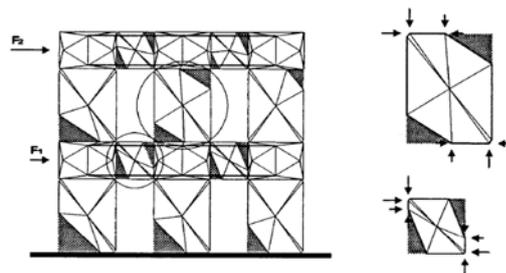
Il limite del metodo è quello di fornire unicamente informazioni relative al carico di collasso ed al relativo meccanismo di crisi, mentre non si studia la deformabilità della struttura in fase elastica e post - elastica, in quanto ci si riconduce solamente ad uno studio di equilibri e cinematismi di corpi rigidi.

#### 4.4.2 Modellazione bidimensionale

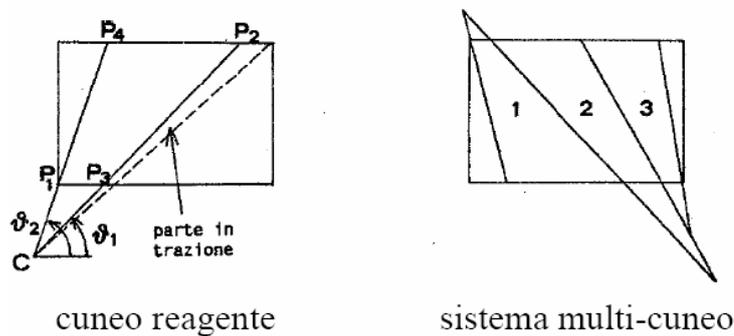
L'ipotesi fondamentale su cui sono sviluppati questi modelli di calcolo è il comportamento monolatero del materiale, che permette di conferire all'elemento una rigidità variabile in funzione dello stato di sollecitazione; il comportamento monolatero può essere globale (non si ammette trazione in qualsiasi giacitura), oppure

limitato a una giacitura in particolare, comunemente coincidente con quella dei letti di malta. L'implementazione della condizione di "no tension" può avvenire utilizzando tecniche che modificano la geometria degli elementi, al fine di eliminare le zone in trazione (D'Asdia e Viskovic, 1994), oppure mediante una opportuna formulazione del campo di sforzi all'interno del pannello (Braga e Liberatore, 1990).

In entrambi i modelli si prevede, per le zone reagenti una relazione costitutiva del tipo elastico lineare; la verifica viene effettuata utilizzando criteri di resistenza per le parti reagenti associati diversi meccanismi di collasso.



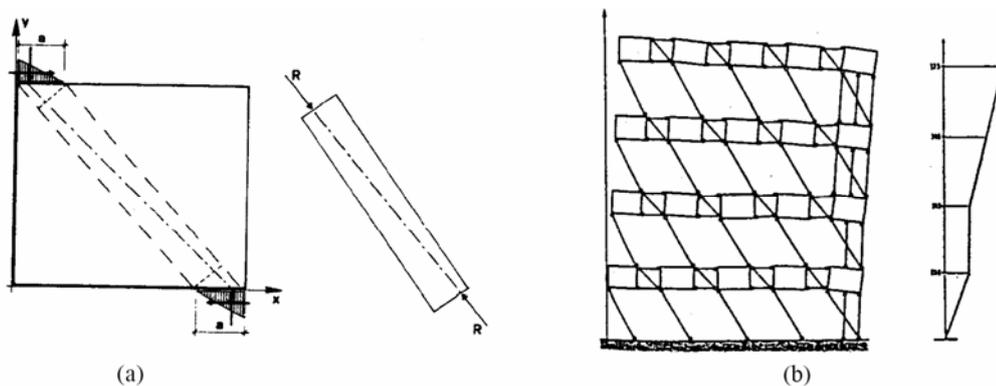
**Figura 4.6 - Individuazione delle zone tese all'interno del pannello (D'Asdia e Viskovic, 1994)**



**Figura 4.7 - Modello a macroelementi con campo di sforzi no tension (Braga e Liberatore, 1990)**

### 4.4.3 Modellazione a puntone equivalente

Si tratta di una modellazione monodimensionale nella quale si propone di idealizzare la porzione reagente del pannello murario mediante un elemento biella la cui inclinazione e rigidezza riproducano in media il comportamento del pannello. Al crescere della parzializzazione, vengono modificate sia l'inclinazione che la rigidezza della biella. La crisi dei singoli pannelli è associata al raggiungimento di una configurazione limite di equilibrio oppure alla rottura per compressione del puntone.

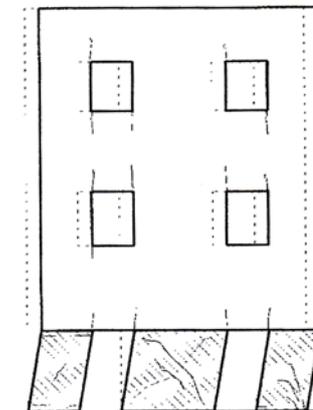


**Figura 4.8 - Modellazione dei pannelli parzializzati mediante puntone equivalenti (a); parete modellata con bielle equivalenti (b)**

### 4.4.4 Il metodo POR

Il metodo POR può essere inserito nella classe dei modelli monodimensionali, dove gli elementi sono considerati travi equivalenti deformabili unicamente a taglio; il comportamento degli elementi prevede una fase elastica, caratterizzata da una rigidezza costante, seguita da una fase di deformazione plastica.

Questo modello è basato sull'ipotesi di meccanismo di piano: si presuppone che il meccanismo di collasso più probabile sia quello di rottura per taglio dei maschi di un certo piano, detto piano critico; per questo motivo viene eseguita un'analisi non lineare separatamente per ogni interpiano, individuando quello più debole. In questo modo l'onere computazionale del metodo di calcolo è minimo.

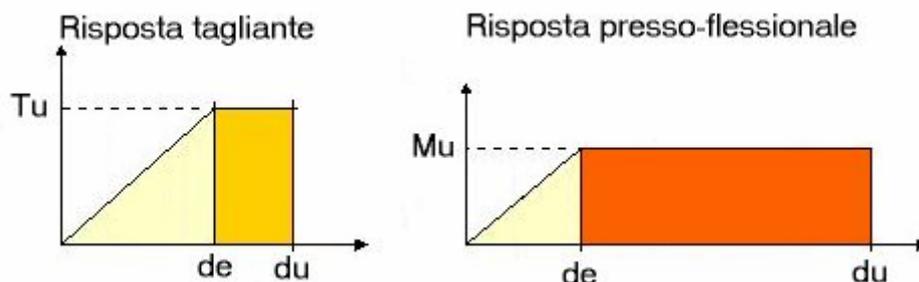


**Figura 4.9 - Esempio di meccanismo di piano debole: la crisi degli elementi si concentra al primo piano**

Il metodo è stato elaborato alla fine degli anni Settanta dal ricercatore sloveno Tomazevic e rappresenta il primo modello sviluppato unicamente per le costruzioni in muratura; la sua implementazione, chiara e precisa, risulta di facile applicabilità anche in campo pratico, ed è stata inserita nelle normative tecniche a partire dal 1978 come possibile approccio allo studio delle strutture murarie in ambito sismico.

Il metodo POR, tuttavia, dalla data della sua ideazione, è stato oggetto di continue migliorie, sia da parte dell'autore stesso che di altri ricercatori. Le modifiche effettuate riguardano principalmente il meccanismo di collasso considerato per i maschi

murari: il limite di considerare solo la rottura per taglio con fessurazione diagonale è stato superato introducendo ulteriori ed opportuni criteri di rottura. E' stata inoltre definita una duttilità in funzione dei meccanismi di crisi generati nell'elemento.



**Figura 4.10 - Modellazione del comportamento dei maschi murari; la duttilità viene definita in relazione al meccanismo di crisi**

Il limite del modello è quello di considerare i maschi murari come unica sede possibile di deformazioni e rotture, trascurando completamente il ruolo delle fasce di piano e le sollecitazioni che vi si creano. L'analisi taglio-spostamento interpiano richiede che vengano avanzate delle ipotesi sul grado di vincolo esistente alle estremità dei maschi, il quale è fornito proprio dagli elementi fascia e dipende, dunque, dalla loro rigidezza e resistenza. E' evidente come, al crescere dello stato di sollecitazione nelle fasce, il grado di accoppiamento offerto ai maschi possa cambiare e di come questo fenomeno possa essere valutati solo attraverso un'analisi globale dell'edificio.

Il limite del metodo POR va ricercato proprio nell'ipotesi iniziale del modello, quella di considerare come unico meccanismo quello di piano.

#### 4.4.5 Il metodo SAM

Il metodo SAM, il cui nome è l'acronimo di Simplified Analysis Method, è stato sviluppato nella seconda metà degli anni Novanta presso l'unità di ricerca dell'Università di Pavia e rientra nella categoria dei metodi semplificati a telaio equivalente per l'analisi statica non lineare di costruzioni in muratura. Come per i metodi visti in precedenza, il metodo SAM si basa su una modellazione a macroelementi; inoltre si fonda anch'esso sull'ipotesi di meccanismo di piano, alla quale, tuttavia, sono state recate opportune variazioni per allargarne il suo campo di validità. La modellazione degli elementi, comunemente a quella del metodo POR, viene effettuata schematizzando le pareti come travi deformabili a taglio con comportamento idealmente elasto - plastico.

Il metodo proposto mira alla valutazione della risposta globale degli edifici, in cui il meccanismo resistente è governato dalla risposta nel piano delle pareti, trascurando eventuali meccanismi di collasso associati alla risposta dinamica fuori dal piano.

Il metodo è stato sviluppato per la muratura di mattoni non armata; esso si è dimostrato applicabile anche per altri tipi di muratura, tra cui quella armata, senza eccessive difficoltà; lo scopo del metodo è l'analisi globale degli edifici, per i quali il meccanismo resistente complessivo è governato dalla risposta nel piano delle pareti. Pertanto, l'analisi viene condotta per ogni parete che compone la scatola muraria dell'edificio.

Nello sviluppo del metodo sono stati presi in considerazione alcuni requisiti ritenuti irrinunciabili per un modello di calcolo non

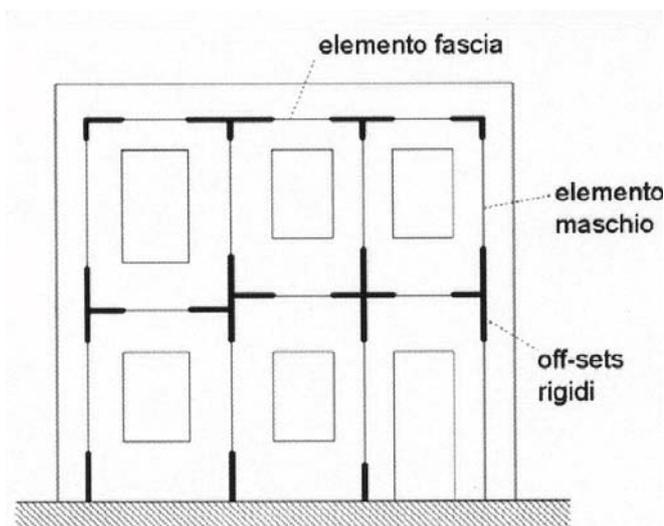
lineare, ancorché semplificato, a fronte delle ricerche sperimentali e numeriche finora svolte:

- il modello deve prevedere tutti i principali meccanismi di rottura degli elementi strutturali, sia in muratura che ad esempio, nei cordoli. Ad ogni meccanismo di rottura deve essere associato un opportuno criterio di resistenza sufficientemente approssimato.
- gli equilibri locali e globali devono essere rispettati. Questo requisito, assieme al precedente, ha lo scopo di ridurre al minimo la possibilità di ottenere soluzioni grossolanamente errate in termini di resistenza ultima della struttura.
- deve esserci la possibilità di definire in modo abbastanza agevole delle soglie significative di danneggiamento degli elementi (basate ad esempio su misure di deformazione). Questo requisito prevede l'applicazione del metodo nell'ambito dei più moderni approcci di verifica basati sugli stati limite prestazionali.

Le prime due condizioni implicano il superamento dei due grossi limiti del metodo POR. Rispetto a quest'ultimo le migliorie apportate riguardano una più completa descrizione dei possibili meccanismi di rottura e la novità della modellazione a telaio equivalente delle pareti murarie. Quest'ultima consente di condurre analisi globali sull'edificio senza incorrere nel rischio di violazioni globali o locali dell'equilibrio che rappresentano una delle critiche maggiormente mosse al metodo POR.

Tale modellazione consente inoltre anche di superare un altro limite intrinseco ai metodi che fanno uso del concetto di meccanismo di piano: quello di trascurare l'influenza esercitata sui

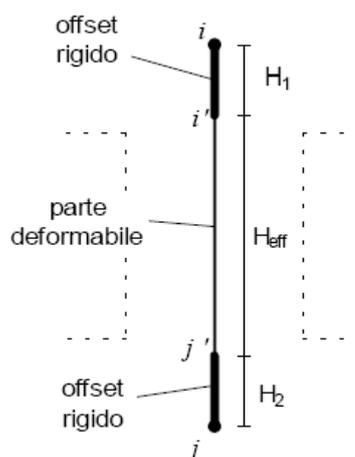
maschi dalle fasce murarie. Esse sono infatti nel metodo SAM parte integrante del sistema modellante ove compaiono come elementi aventi ben determinate caratteristiche di comportamento.



**Figura 4.11 - Schematizzazione a telaio equivalente**

Per l'illustrazione del modello si faccia riferimento in prima istanza al problema di una parete multipiano in muratura con aperture (Figura 4.1), caricata nel piano, soggetta a carichi verticali costanti e a forze orizzontali crescenti applicate al livello dei solai, secondo una distribuzione assegnata. Se la geometria della parete e delle aperture è sufficientemente regolare, è possibile idealizzare una parete muraria mediante un telaio equivalente costituito da elementi maschio (ad asse verticale), elementi fascia (ad asse orizzontale) ed elementi nodo. Gli elementi maschio e gli elementi fascia vengono modellati come elementi di telaio deformabili assialmente e a taglio. Se si suppone che gli elementi nodo siano infinitamente rigidi e resistenti, è possibile modellarli numericamente introducendo opportuni bracci rigidi (offsets) alle estremità degli elementi maschio e fascia.

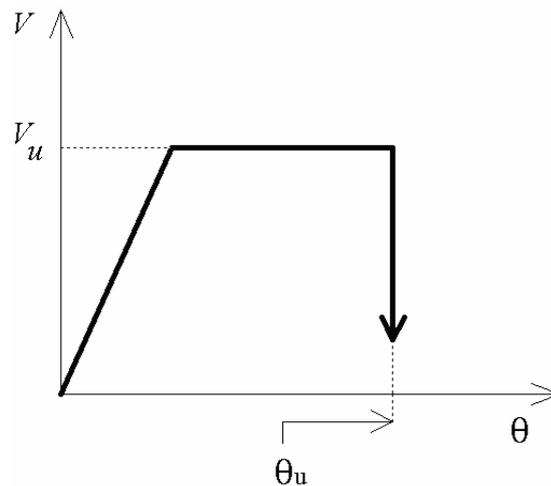
L'elemento maschio deve simulare in modo realistico la risposta del montante murario corrispondente. Precisamente, si definiscono, oltre alla geometria dell'elemento, il grado di vincolamento possibile del pannello, il massimo taglio resistente che riprodurrà la resistenza del pannello murario e la deformabilità dell'elemento sia prima che dopo il raggiungimento della resistenza massima. Si suppone che un elemento maschio sia costituito da una parte deformabile con resistenza finita, e di due parti infinitamente rigide e resistenti alle estremità dell'elemento.



**Figura 4.12 - L'elemento maschio murario**

L'altezza efficace del maschio  $H_{eff}$  viene definita secondo in funzione delle dimensioni delle aperture per tenere conto in modo approssimato della deformabilità della muratura nelle zone di nodo.

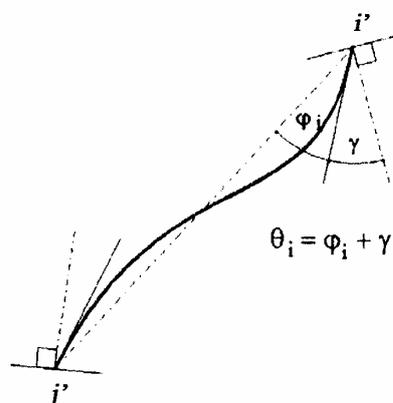
Il comportamento dell'elemento maschio viene supposto elasto-plastico con limite in deformazione: il comportamento elastico lineare viene mantenuto sino a che non viene verificato uno dei possibili criteri di rottura. Nella definizione di tali limiti vengono prese in considerazione tre differenti modalità: per pressoflessione, per taglio con fessurazione diagonale o con scorrimento.



**Figura 4.13 - Comportamento meccanico del maschio sollecitato nel piano**

A seconda della modalità di crisi del pannello viene determinato lo spostamento ultimo del pannello, espresso in funzione della deformazione angolare ultima  $\theta_u = \delta_u / H$ .

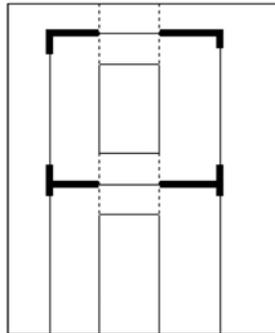
L'elemento maschio con condizioni di vincolo qualsiasi è caratterizzabile attraverso il valore del taglio su di esso agente e la rotazione alla corda (*chord rotation*) definita generalmente dalla somma tra la rotazione tagliante  $\gamma$  e quella flessionale  $\varphi$  (Figura 4.14).



**Figura 4.14 - Deformazione angolare di un elemento con condizioni di vincolo qualsiasi**

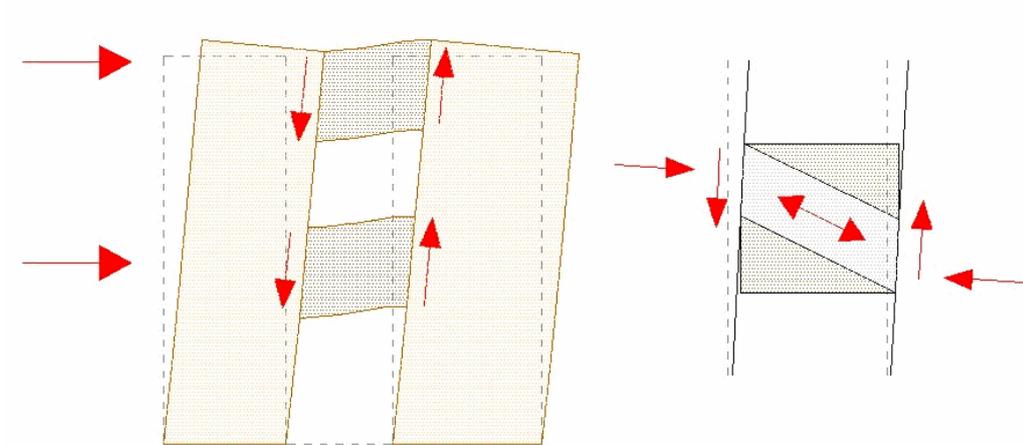
Per le fasce murarie la disponibilità di teorie e sperimentazioni è assai scarsa, non è paragonabile a quella relativa ai maschi. Sebbene siano i montanti murari a costituire il sistema principale di resistenza, le fasce possono influenzare in modo considerevole la risposta sotto azione sismica di un edificio o anche solo di una parete multipiano, tanto più, quanto maggiore è il numero di piani.

Le caratteristiche geometriche dell'elemento fascia sono sostanzialmente simili a quelle dell'elemento maschio: si ha ancora un elemento di telaio, con una parte centrale deformabile la cui lunghezza è individuata dalla luce delle aperture e da degli estremi infinitamente rigidi e resistenti.



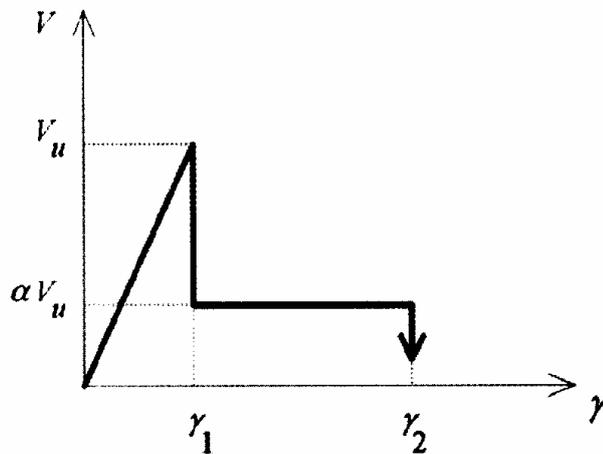
**Figura 4.15 - Definizione della lunghezza efficace delle fasce**

In analogia con i maschi murari è possibile elencare le varie modalità di collasso delle fasce: rottura per schiacciamento del puntone compresso (analogo alla rottura per pressoflessione del maschio) e rottura per taglio.



**Figura 4.16 - Funzione statica delle fasce e meccanismo e relative sollecitazioni nell'elemento**

Il comportamento deformativo delle fasce, considerato più fragile di quello dei maschi, viene descritto riducendo il valore ultimo del taglio sopportabile dall'elemento durante il ramo plastico.



**Figura 4.17 - Comportamento elastico fragile della fascia di piano**

## CAPITOLO 5

# ***ANALISI STATICA NON LINEARE CON IL MODELLO RETICOLARE***

### **5.1. Premessa**

Negli ultimi decenni le ricerche sulla muratura si sono concentrate soprattutto sulla sperimentazione, ed i risultati hanno fornito preziose indicazioni per la costruzione empirica di modelli di comportamento del materiale.

Accanto a questi, come visto nel capitolo precedente, sono stati sviluppati numerosi e qualificati studi nel campo della modellazione delle strutture murarie, in particolare per quanto riguarda l'ambito sismico.

La procedura più adeguata per simulare il reale comportamento tridimensionale di strutture in murature è costituita dal metodo agli elementi finiti. Grazie a questo metodo è stato possibile studiare comportamenti associati ad irregolarità nelle costruzioni e alla presenza di disomogeneità dei parametri di resistenza.

Sono altresì evidenti una serie di difficoltà e problematiche connesse all'utilizzo di questo tipo di modellazione: l'adozione di legami costitutivi elastico lineari non permette di cogliere effetti redistributivi delle azioni sismiche all'interno degli elementi; inoltre, la presenza di tensioni di trazione è inaccettabile ed i modi di vibrare superiori al primo generati durante l'analisi possono essere solamente virtuali, quindi senza alcun riferimento alla struttura reale.

L'adozione di leggi costitutive più complesse permette di superare queste problematiche e descrivere i complessi fenomeni di non linearità evidenziati, ottenendo risultati affidabili e ricchi di informazioni, ma la complessità e gli oneri computazionali molto elevati limitano l'utilizzo di tale tecnica al campo della ricerca.

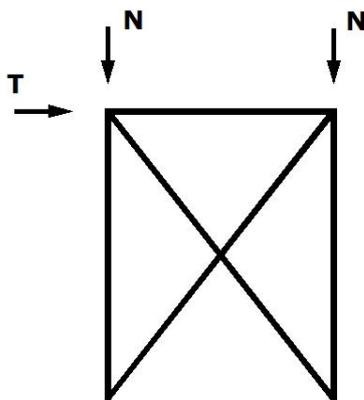
In questo lavoro si è calibrato un modello reticolare che mira alla valutazione, mediante un metodo semplificato, della risposta delle pareti in muratura per carichi nel piano e, più in generale quindi, della risposta degli edifici all'azione sismica, senza valutare altri eventuali meccanismi di crisi. Tale metodo è stato pensato anche per poter valutare, sia in termini di resistenza che di rigidità, gli effetti prodotti da un eventuale presenza di elementi di rinforzo sulla muratura, quali ad esempio materiali fibrorinforzati FRP.

## **5.2. Descrizione del metodo**

Lo schema a traliccio reticolare è stato sviluppato per cercare di modellare il comportamento non lineare di pannelli di muratura compressi e caricati da forze orizzontali nel loro piano, in presenza o meno di un eventuale rinforzo; in particolare si voleva cercare di comprendere come la presenza di questi ultimi possa modificare la distribuzione delle forze all'interno del pannello su cui è stato applicato e di computare gli eventuali benefici derivanti dal loro utilizzo, sia in termini di resistenza che di spostamento ultimo.

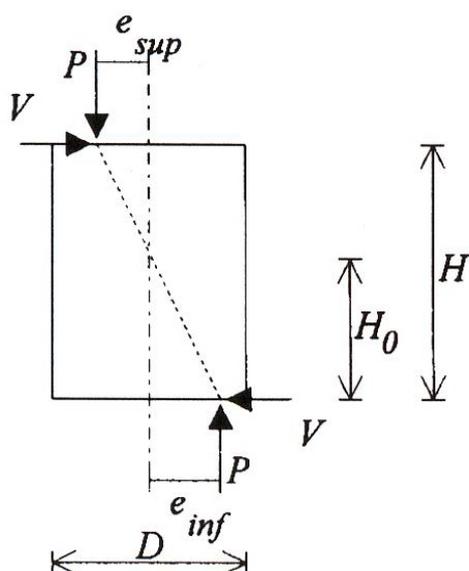
Per analizzare il comportamento di un pannello rinforzato mediante strisce di materiale composito, anche in funzione della loro distribuzione spaziale, si è pensato ad un modello reticolare in cui

fosse possibile sovrapporre gli effetti dell'azione combinata della muratura e del rinforzo. Lo schema resistente delle murature è stato simulato con un sistema di aste pendolo organizzate in montanti verticali, montanti orizzontali e diagonali incrociate (Figura 5.1), il cui dimensionamento è stato eseguito assegnando un'equivalenza meccanica tra il reticolo e l'elemento murario in questione, nell'ipotesi di comportamento perfettamente elastico.

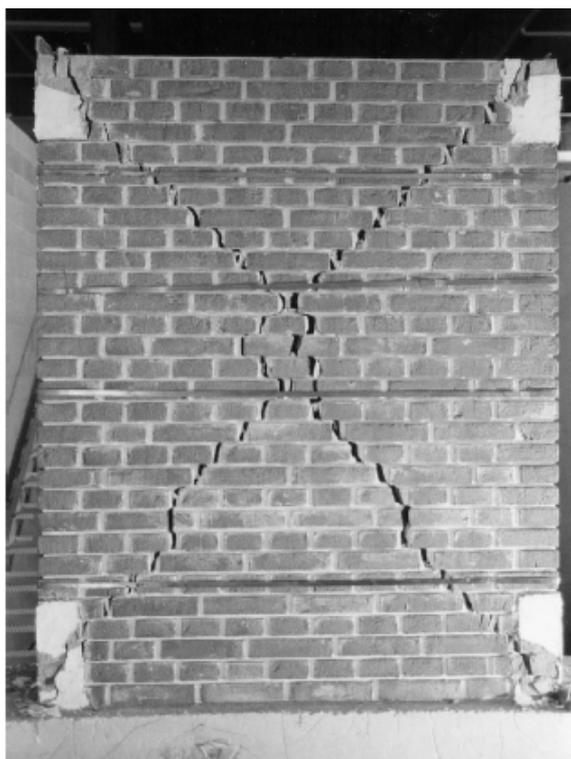


**Figura 5.1 - Schema reticolare equivalente**

Mediante lo schema reticolare adottato si è cercato di riproporre, in maniera semplificata, l'effettivo comportamento di un pannello sottoposto ad una forza orizzontale, il quale, data la forte anisotropia della muratura, tende a reagire ad essa impegnando maggiormente la zona localizzata lungo la diagonale, portando alla creazione una fascia compressa. Questo comportamento è visualizzabile anche durante l'esecuzione di prove sperimentali dall'osservazione dello stato fessurativo del pannello stesso.



**Figura 5.2 - Parete soggetta a sforzo normale e taglio con formazione di una fascia compressa lungo la diagonale**



**Figura 5.3 - Doppia fessurazione diagonale di un pannello in muratura testato per taglio ciclico**

Il comportamento flessionale del pannello, sicuramente meno rilevante rispetto a quello appena descritto a causa della scarsa resistenza a trazione della muratura rispetto quella a compressione, viene comunque considerato grazie alla presenza dei montanti verticali nel modello reticolare.

In parallelo a questo meccanismo resistente è possibile introdurre nello schema del pannello la presenza di elementi di rinforzo realizzati con materiale fibrorinforzato FRP, che data la loro natura, ammettono al loro interno solamente sforzi di trazione. In questo modo è possibile integrare ai meccanismi resistenti del pannello, tipici di un materiale scarsamente resistente a trazione (nel modello viene considerato un valore di resistenza pari ad  $1/10$  del valore a compressione) i benefici derivanti dall'utilizzo di elementi di rinforzo che vanno a sopperire a queste carenze.

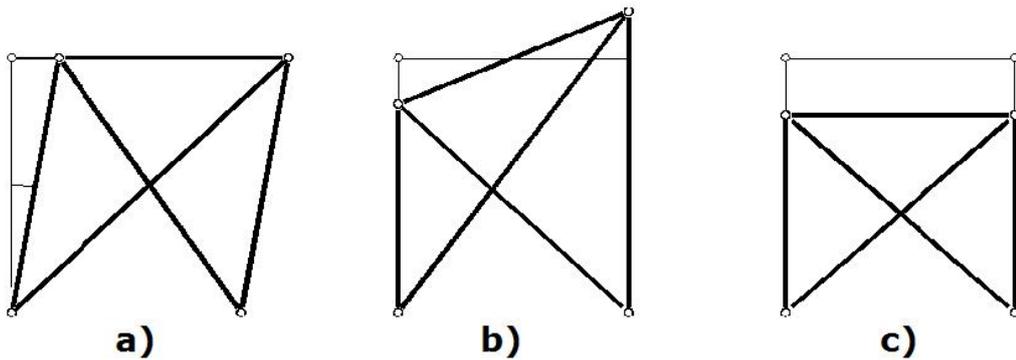
Il dimensionamento delle aste del reticolo è stato effettuato imponendo l'uguaglianza della rigidezza tra il pannello ed il reticolo stesso; la rigidezza estensionale delle aste è stata assegnata con l'equivalenza meccanica al materiale muratura; l'introduzione di legami bilineari per il comportamento delle bielle ha permesso di simulare il comportamento della parete oltre il campo elastico lineare sino ai valori di carico che portano alla sua crisi. Il modello utilizza quindi legami costitutivi più vicini al reale comportamento del materiale: la plasticità, intesa come spostamenti in aumento a parità di incrementi di forza, è descritta dalla variazione della geometria resistente prodotta dal comportamento unilaterale o bilaterale (non simmetrico) della muratura.

Nello sviluppo del metodo reticolare sono stati presi in considerazione dei requisiti fondamentali per un modello di calcolo non lineare:

- il modello deve poter cogliere e prevedere i meccanismi deformativi e di distribuzione delle forze all'interno del pannello e individuare i principali meccanismi di rottura, anche in funzione del carico assiale applicato;
- il modello deve poter permettere di inserire al suo interno eventuali di elementi di rinforzo e di cercare di cogliere i benefici derivanti dal loro utilizzo, anche in funzione della loro geometria;
- il modello deve fornire delle indicazioni sul comportamento degli elementi murari rinforzati con cui effettuare analisi statiche non lineari su costruzioni in muratura;
- deve essere raggiunto un buon compromesso tra la semplicità di uso e il livello di dettaglio ottenibile dall'analisi.

### **5.3. Calibrazione delle bielle nel modello reticolare equivalente**

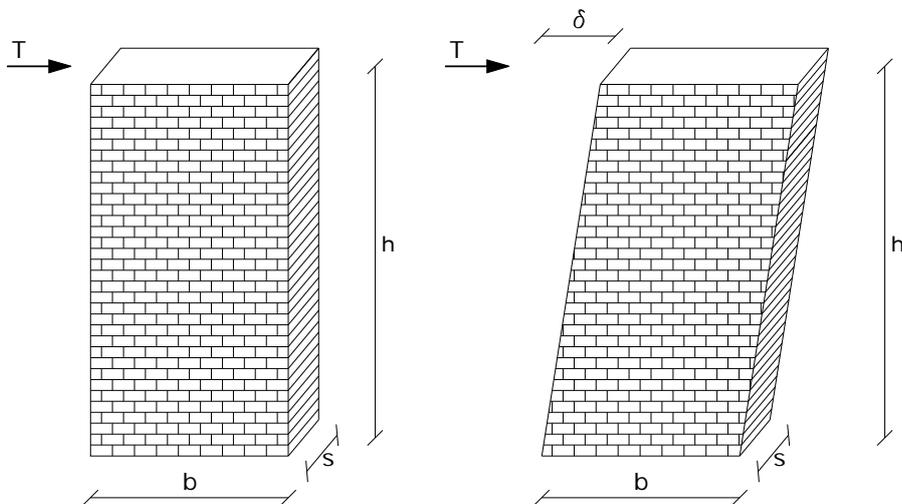
Come anticipato nel paragrafo precedente un generico pannello di muratura con sezione rettangolare viene schematizzato mediante un reticolo di aste incernierate alle loro estremità (tipo truss), in modo che il loro comportamento sia unicamente per sforzo normale e non flessionale. Le aste sono immaginate essere costituite dello stesso materiale del pannello.



**Figura 5.4 - Deformazioni del pannello reticolare equivalente: a) operazioni di piano; b) rotazioni del pannello; c) variazione di lunghezza delle aste.**

Il dimensionamento delle aree delle singole aste è stato effettuato imponendo l'equivalenza meccanica tra il sistema reticolare ed il pannello stesso, considerando i tre cinematismi fondamentali illustrati in figura 5.4 : traslazioni orizzontali di piano, rotazioni flessionali del pannello e variazione di lunghezza delle aste per sforzo normale centrato.

La rigidezza alla traslazione del singolo pannello murario può essere ricavata, tramite una formulazione elastica, come somma di due contributi distinti, quello relativo alla deformabilità flessionale e quello relativo alla deformabilità a taglio, riportati nel seguito:



**Figura 5.5 - Pannello di muratura sottoposto a sforzo di taglio**

$$\delta_S = 1.2 \cdot \frac{T \cdot h}{G \cdot A}$$

deformabilità da taglio;

$$\delta_F = \frac{T \cdot h^3}{12 \cdot E \cdot J}$$

deformabilità flessionale nel caso di schema statico a doppio incastro;

$$\delta_F = \frac{T \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot J}$$

deformabilità flessionale nel caso di schema a mensola;

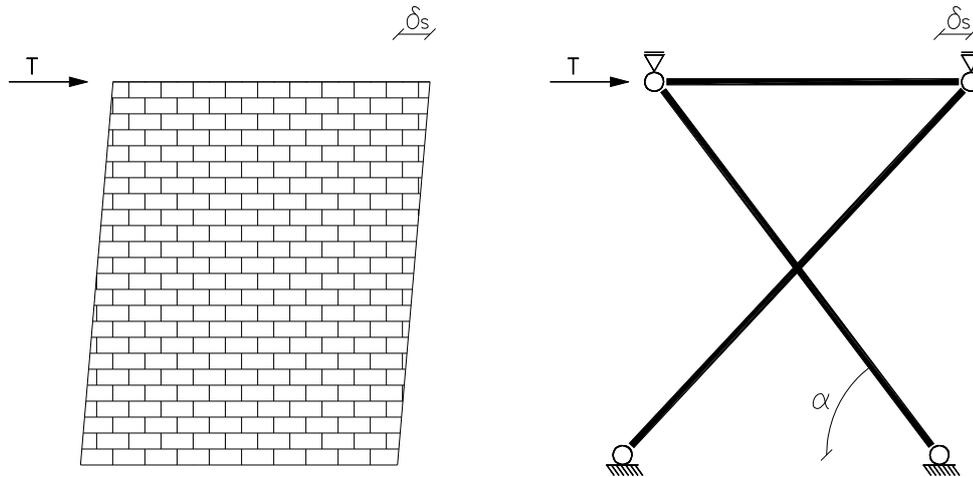
$$K = \frac{F}{\delta} = \frac{1}{\frac{1.2 \cdot h}{G \cdot A} + \frac{h^3}{12 \cdot E \cdot J}} = K_S + K_F$$

rigidezza complessiva del pannello.

Al sistema di aste diagonali è stata attribuito il comportamento a taglio del pannello e per il loro dimensionamento ci si è riferiti al solo valore di rigidezza  $K_S$ . Il comportamento flessionale ed estensionale invece è stato simulato tramite il sistema dei montanti verticali, imponendo la congruenza delle rotazioni tra il sistema continuo e quello discreto di aste.

### 5.3.1. Dimensionamento delle aste diagonali

Le aree delle aste diagonali sono state determinate in modo tale che il sistema reticolare da loro formato avesse la stessa rigidezza del sistema reale, considerando di quest'ultimo solo il contributo della deformabilità a taglio.



**Figura 5.6 - Dimensionamento delle aste diagonali in funzione della deformabilità a taglio del pannello**

Noti dalla geometria del pannello i valori dell'angolo e la lunghezza dell'asta, è possibile scrivere l'equivalenza meccanica dei due sistemi:

$$\delta_s = 1.2 \cdot \frac{T \cdot h}{G \cdot A} = \frac{N \cdot l_D}{E \cdot A_D \cdot \cos \alpha}$$

dove con N si indica lo sforzo normale agente sulle aste; imponendo l'equilibrio nel sistema discreto è possibile determinare analiticamente l'area delle aste diagonali  $A_D$ :

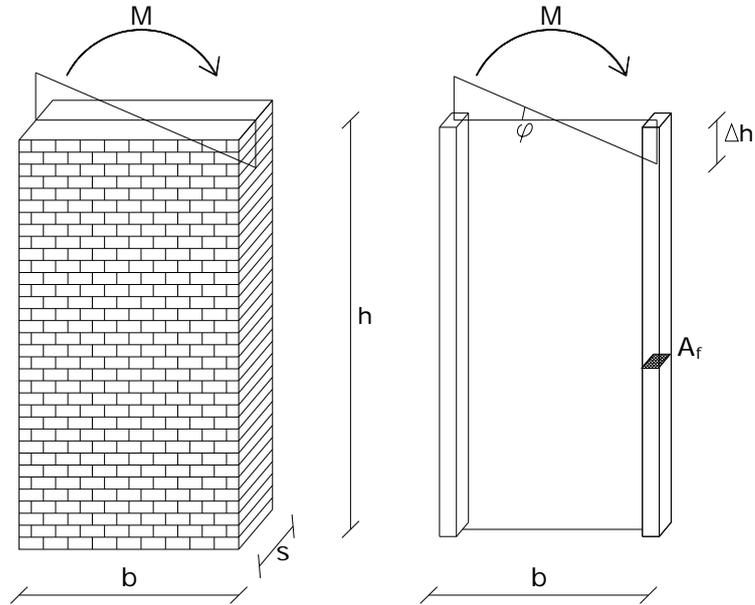
$$N = \frac{T}{2 \cdot \cos \alpha}$$

$$A_D = \frac{l_D \cdot G \cdot A}{2.4 \cdot E \cdot \cos^2 \alpha}$$

### 5.3.2. Dimensionamento dei montanti verticali

La calibrazione dei montanti verticali è stata effettuata imponendo la congruenza delle rotazioni tra il sistema reale e quello

discreto, considerandolo sottoposto solamente ad una sollecitazione flettente.



**Figura 5.7 - Pannello murario sottoposto a momento flettente**

$$\varphi_{REALE} = \frac{M \cdot h}{E \cdot J}$$

$$\varphi_{DISCRETO} = \frac{2 \cdot \Delta h}{b}$$

$$\Delta h = \varepsilon \cdot h = \frac{\sigma \cdot h}{E} = \frac{N \cdot h}{E \cdot A}$$

Imponendo la congruenza delle rotazioni tra il sistema discreto e quello reale è possibile fornire la seguente espressione analitica per il calcolo dell'area dei montanti verticali:

$$\varphi_{REALE} = \varphi_{DISCRETO} \quad \frac{M \cdot h}{E \cdot J} = 2 \cdot \frac{N \cdot h}{E \cdot A \cdot b}$$

$$M = N \cdot b \quad J = \frac{b^3 \cdot s}{12}$$

$$A_F = \frac{2 \cdot J}{b^2}$$

Operando in questo modo si impone al sistema reticolare un momento d'inerzia equivalente a quello del sistema reale in muratura; tale valore, nel sistema discreto, dipende unicamente dalla posizione del baricentro delle aste e dalla loro area, mentre risulta essere indipendente dalla geometria della loro sezione.

### **5.3.3. Dimensionamento dei montanti orizzontali**

Alle aste orizzontali viene assegnata un'area pari a metà di quella trasversale del pannello. Analiticamente questo valore si può esprimere come:

$$A_o = \frac{h \cdot s}{2}$$

### **5.3.4. Comportamento dello schema reticolare sottoposto a carichi normali**

Con le espressioni ottenute precedentemente si è calibrato il sistema reticolare perché avesse un comportamento meccanico identico a quello del pannello, per valori di carico modesti, sia per quanto riguarda le rotazioni di nodo che per le traslazioni orizzontali nel piano (Figura 5.4, a, b). Tale sistema reticolare ha una rigidezza alla traslazione verticale che risulta essere in funzione dell'area  $A_F$  dei montanti verticali e, in misura minore, di quella delle aste diagonali, mentre risulta essere indipendente dalla reale deformabilità per carichi assiali del pannello (Figura 5.4, c). Il sistema calibrato in questo modo risulta avere una cedevolezza maggiore rispetto a quella del sistema reale e, anche alla luce dell'importanza che assume la presenza di sforzo normale sul

comportamento a taglio dei pannelli, risulta essere poco adeguato per le simulazioni. Tale comportamento è giustificato dal fatto che la somma delle aree delle aste verticali risulta essere inferiore a quella di base del pannello.

Per poter ristabilire la perfetta equivalenza meccanica tra i due sistemi anche per quanto riguarda la rigidezza assiale è possibile operare nei seguenti modi:

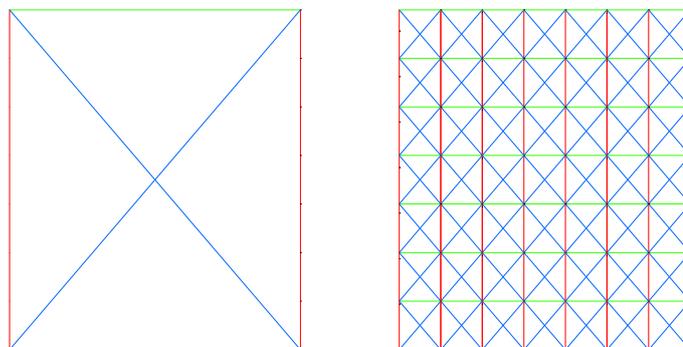
- introdurre in posizione centrale del modello una terza asta verticale che ristabilisca la rigidezza estensionale reale ma che, in virtù della sua posizione, non modifichi il comportamento flessionale globale;
- applicare al sistema reticolare una forza normale scalata in modo che questa produca su di questo una tensione pari a quella presente nel sistema reale; il fattore di riduzione da applicare è pari al rapporto tra l'area dei montanti verticali e quella reale; in questo caso la rigidezza estensionale del modello è più bassa di quella del sistema reale, ma gli effetti dello sforzo normale, valutati sia a livello di tensioni che di deformazioni, sono gli stessi su entrambi;
- applicare al sistema lo stesso sforzo normale presente nel caso reale andando però ad incrementare proporzionalmente anche la resistenza dei montanti. Anche in questo caso la rigidezza estensionale del sistema reticolare rimane più bassa di quella del pannello e, a parità di carico imposto, le sollecitazioni e deformazioni del primo saranno di entità più elevata. Aumentando la resistenza dei montanti proporzionalmente alla differenza di rigidezza dei due sistemi

è possibile correggere lo stato tensionale negli elementi, ristabilendo il rapporto  $\frac{\sigma}{f_u}$  originale.

#### 5.4. Discretizzazione raffittita del pannello

Nel paragrafo precedente sono stati definiti i criteri con cui dimensionare le aree di un modello reticolare con il quale simulare il comportamento in campo elastico di un pannello in muratura sottoposto ad azioni orizzontali. Introducendo legami costitutivi elasto-plastici per le singole aste è possibile studiare il comportamento globale del pannello ed individuare le zone più sollecitate, andando ad individuare in questo modo le modalità di crisi del sistema.

Volendo determinare più accuratamente il progressivo estendersi delle parzializzazioni è possibile raffinare ulteriormente il sistema, andando ad introdurre nel modello un numero maggiore di elementi e ridurre conseguentemente le dimensioni della discretizzazione.



**Figura 5.8 - Esempio di parete muraria in studio; modello reticolare semplice e raffittito con  $n=7$**

Operando in questo modo è possibile definire un sistema reticolare che rappresenti con migliore approssimazione il modello continuo anche per quel che riguarda il comportamento in ambito non lineare, quello nel quale le aste tendono progressivamente ad entrare in campo plastico, andando in questo modo a ridurre la rigidezza complessiva del sistema. L'adozione di un modello con discretizzazione raffittita permette di aumentare il livello di dettaglio ottenibili dall'analisi, mantenendo nello stesso tempo una semplicità di lettura dei risultati ottenuti.

Il dimensionamento delle aree delle aste che compongono il reticolo viene effettuato con gli stessi criteri illustrati precedentemente, ma la presenza di un maggior numero di aste porta ad adottare espressioni analitiche leggermente differenti. In particolare, in funzione del numero di elementi utilizzati per la discretizzazione  $n$  si hanno i seguenti valori riportati in tabella:

n=3	$A_F = \frac{9}{5} \cdot \frac{J}{b^2}$
n=5	$A_F = \frac{10}{7} \cdot \frac{J}{b^2}$
n=7	$A_F = \frac{7}{6} \cdot \frac{J}{b^2}$
n=9	$A_F = \frac{52}{55} \cdot \frac{J}{b^2}$

**Tabella 5.1 - Valori delle aree da adottare nel sistema reticolare**

Le espressioni per la determinazione delle sezioni delle bielle diagonali ed orizzontali rimangono invariate tenendo però in conto delle nuove dimensioni del pannello di cui si vuole determinare la rigidezza equivalente.

Per la creazione del modello geometrico e meccanico e per la successiva esecuzione delle analisi è stato utilizzato il codice agli elementi finiti STRAUS 7.

### **5.5. Legami costitutivi adottati**

Come anticipato precedentemente si è cercato di simulare il comportamento di un generico pannello di muratura mediante uno schema a traliccio reticolare di aste. Queste ultime sono state immaginate essere costituite dello stesso materiale del pannello, per cui si è cercato di riproporre gli stessi legami costitutivi della muratura, anche se semplificati, per governare il comportamento delle aste.

E' evidente già da subito quale importanza rivesta la definizione di tali legami costitutivi sul comportamento complessivo della struttura reticolare e, quindi, sulla affidabilità delle simulazioni effettuate con tale metodo. Solo una serie ricca ed accurata di confronti con dati di prove sperimentali potrà fornire credibilità ed attendibilità ai risultati ottenibili con il metodo esposto.

Gli sforzi di formalizzare i fenomeni sono resi difficoltosi anche dalla difficoltà stessa di definire parametri univoci per la descrizione delle caratteristiche della muratura, considerando la sua variabilità di forme e materiali utilizzati, il suo comportamento fortemente anisotropo, le incertezze relative alla determinazione delle resistenze.

Per quanto riguarda l'anisotropia del materiale, ogni tentativo di parametrizzare il fenomeno porta a risultati poco utilizzabili: è stato per cui deciso di riferirsi ad un comportamento isotropo della

muratura, quindi senza riferimenti alle direzioni degli elementi rispetto a quelle principali. Tale operazione di semplificazione permette di adottare in tutte le aste del modello reticolare, indipendentemente dalla loro giacitura, un unico valore di modulo elastico  $E$  da introdurre nel loro legame costitutivo. Tale valore viene assunto pari a quello assunto dalla muratura in direzione normale ai giunti. Analisi più raffinate oltre a comportare evidenti difficoltà per la formulazione di un legame costitutivo del materiale anisotropo che descrivesse anche il comportamento post elastico, avrebbe fatto perdere di versatilità al modello proposto rendendolo utilizzabile solo su specifiche tipologie di materiali su cui era stato calibrato.

L'assenza di tali complicazioni consente quindi al modello di adattarsi allo studio delle diverse tipologie realizzative e ai diversi materiali che caratterizzano le costruzioni in muratura.

L'adozione di un materiale equivalente nelle aste del sistema reticolare che avesse la stessa rigidità della muratura era d'altra parte necessaria anche alla luce delle ipotesi fatte durante la calibrazione delle aree del modello, riportate nel paragrafo precedente.

Definita la rigidità estensionale delle aste sulla base di quella ricavata dalle prove di compressione sui provini in muratura e assumendo, in prima istanza, un comportamento perfettamente elastico, è necessario calibrare i valori di tensione massima, sia a trazione che a compressione, sopportabili dalle aste. Nelle aste orizzontali e verticali tali valori sono stati assunti uguali ai valori medi di resistenza  $f_{mc}$  e  $f_{mt}$ , ricavabili semplicemente da prove di carico monoassiali. Il valore di resistenza a trazione, quando non supportato da dati sperimentali viene assunto pari a 1/10 di quello a compressione. Anche in questo caso, alla luce di quanto visto nel

capitolo 2, la grande variabilità dei meccanismi resistenti a trazione e la necessità di cogliere un comportamento "medio" della muratura impone di adottare delle relazioni semplificate.

I valori delle tensioni massime sopportabili dalle aste diagonali sono stati invece ottenuti in seguito ad un procedimento di calibrazione, confrontando la risposta globale del modello reticolare a quelle ottenute in diverse prove sperimentali presenti in letteratura; questo argomento verrà trattato più dettagliatamente nel capitolo successivo.

I presupposti essenziali per il calcolo in fase post - elastica del sistema reticolare sono:

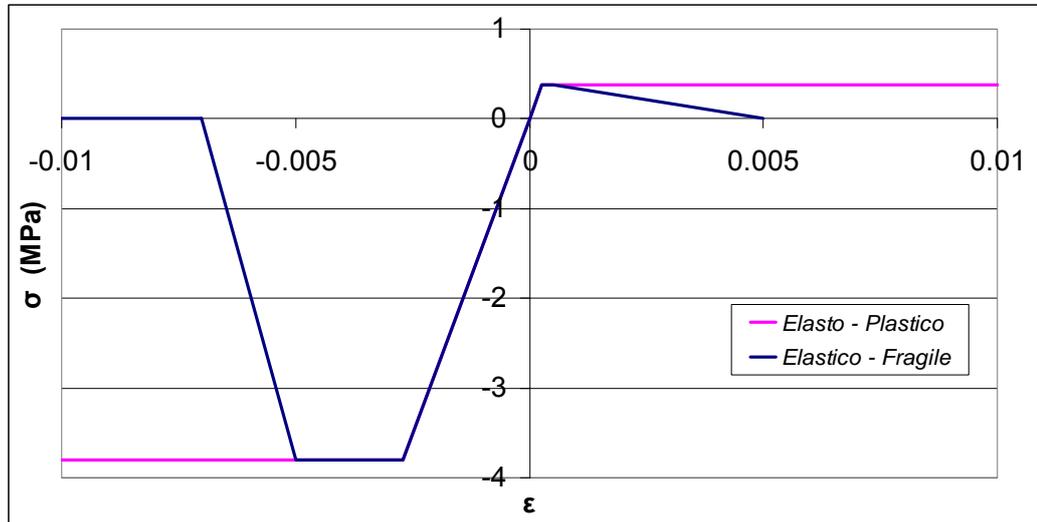
- la definizione dei limiti di validità delle ipotesi di elasticità lineare;
- la conoscenza del comportamento del materiale una volta che tali limiti siano stati superati.

Individuati i limiti del comportamento elastico delle aste, viene quindi richiesto di formulare il loro comportamento dopo questa fase, portando a definire in questo modo un legame costitutivo bilatero che vada a sostituire quello perfettamente elastico.

La prima ipotesi percorsa è stata quella di definire la fase post - elastica con un comportamento perfettamente plastico del materiale, integrata da un controllo delle deformazioni massime per tenere in conto della modesta duttilità del materiale muratura.

Un secondo legame adottato nelle simulazioni è stato quello di tenere in conto del comportamento strain - softening del materiale, descrivendo in questo modo la progressiva perdita di rigidità e capacità portante del materiale una volta superato il suo limite elastico. Con l'adozione di questo legame, unitamente alla

definizione di una deformazione ultima, è possibile simulare il comportamento fragile della muratura.



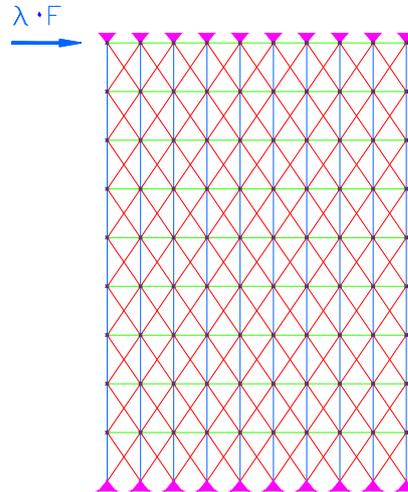
**Figura 5.9 - Legame costitutivo elastoplastico (a) e elastico - fragile (b)**

## 5.6. Schemi delle simulazioni eseguite

Con il modello a traliccio appena calibrato è stato possibile simulare, mediante il codice agli elementi finiti STRAUS 7, il comportamento di prove sperimentali presenti in letteratura scientifica. Le analisi sono state effettuate imponendo al modello la stessa geometria e le stesse caratteristiche meccaniche rilevate sperimentalmente. Il grado di vincolamento esterno dei pannelli è stato riprodotto impedendo le rotazioni delle due estremità, oppure lasciando un'estremità del pannello libera.

Al modello sono stati poi applicati i carichi: lo sforzo normale, mantenuto costante per tutta la prova, viene ripartito tra le aste verticali; la sua presenza, in caso di schemi di prova con entrambe le estremità impedito di ruotare è stata simulata imponendo ai nodi

superiori dell'elemento un cedimento vincolare equivalente. La forza orizzontale è stata applicata in sommità dell'elemento.

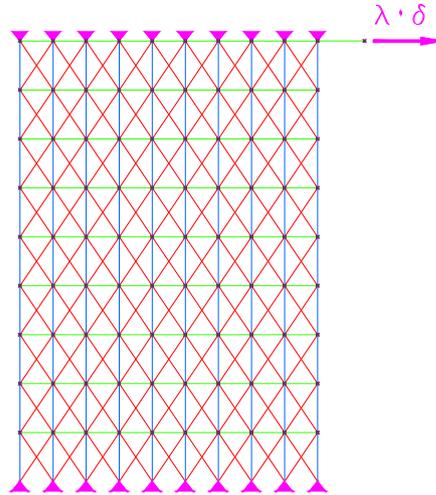


**Figura 5.10 - Simulazione della prova in controllo di forza**

Per poter ottenere la curva taglio - spostamento (curva di capacità del pannello) la forza orizzontale è stata incrementata in maniera monotona conducendo un'analisi step by step: ad ogni passo dell'analisi viene aumentato il carico e trovata numericamente la condizione di equilibrio; il calcolo viene condotto così sino al valore ultimo del moltiplicatore di carico. Il procedimento illustrato permette la definizione del comportamento sino al collasso del manufatto murario, fornendo dati utili sulla resistenza ultima, sulla sua rigidezza, sull'evolversi degli stati tensionali all'interno del pannello e sul progredire delle plasticizzazioni.

Un secondo schema adottato è quello a "spostamenti impressi": definito lo sforzo normale, mantenuto costante per tutta la prova, viene assegnato ai nodi superiori dell'elemento uno spostamento orizzontale crescente e, passo dopo passo, registrata la conseguente reazione fornita dal pannello (Figura 5.11). Questo schema, introducendo nei legami costitutivi delle aste un

comportamento di tipo softening, consente il tracciamento, anche in fase di carico decrescente, delle curve taglio - spostamento.



**Figura 5.11 - Simulazione della prova in controllo di spostamento**

L'adozione di legami costitutivi che presentano un comportamento di softening, illustrato in figura 5.9, b, utilizzati per descrivere la progressiva perdita di capacità portante del materiale superate certe soglie di deformazione, introduce notevoli problemi numerici: un asta, quando entra in questo campo, tende a perdere la sua rigidità, mentre quella degli altri elementi rimane invariata. Gli approcci numerici classici basati sulla meccanica del continuo non sono adatti per studiare tali problemi. Questa situazione provoca una localizzazione delle deformazioni solo sull'asta in esame, falsando così il comportamento globale del modello e facendo perdere l'oggettività della risposta numerica. La soluzione in questo caso richiede l'uso di tecniche di analisi numerica più sofisticate che ovvino a tali problemi introducendo procedimenti di regolarizzazione, ma la cui definizione esula dagli scopi di questo lavoro.

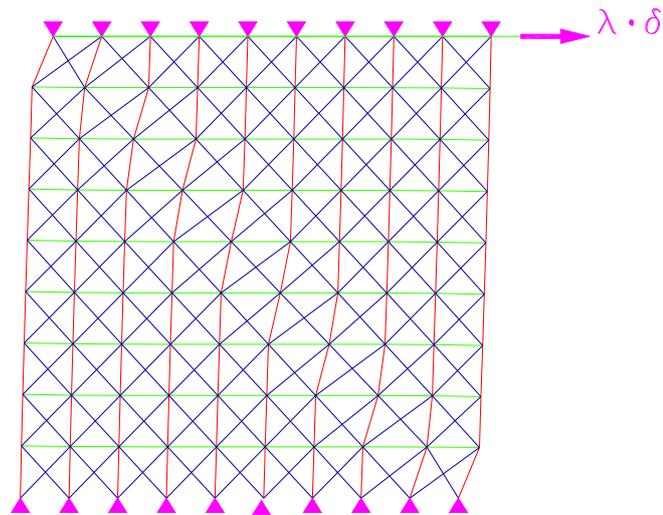
Dato questo limite dello strumenti di calcolo, la scelta dei legami costitutivi si è limitata ad un comportamento elastico - perfettamente plastico, abbandonando quelli con la presenza di un ramo di softening, utili a descrivere il comportamento fragile della muratura.

Per questa ragione è stato deciso di introdurre nei montanti verticali del modello un comportamento monolatero, introducendo in questo modo un legame "no tension". La presenza di trazione infatti, mantenuta nelle aste per ogni livello deformativo, avrebbe introdotto notevoli errori nella valutazione del comportamento flessionale del pannello non riuscendo a simulare la progressiva fessurazione delle zone più sollecitate.

Nel seguito vengono illustrati, a titolo di esempio, i risultati ottenuti con l'adozione di tre differenti legami costitutivi elastico - fragili per tutte le aste ed i problemi di carattere numerico appena descritti. La prova è stata condotta con successivi incrementi del parametro  $\lambda$ , moltiplicatore dello spostamento in sommità del pannello.

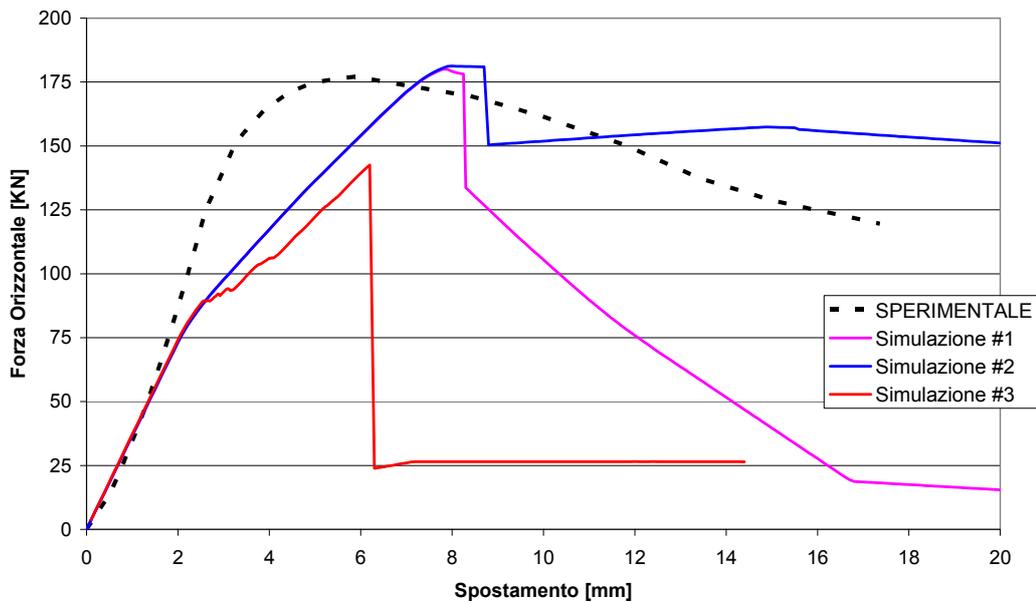
La figura 5.12 mostra lo stato deformativo delle aste del pannello; è possibile individuare la localizzazione delle deformazioni nelle aste disposte lungo la diagonale già per bassi livelli di spostamento orizzontale.

In tale situazione le condizioni di equilibrio determinate per via numerica perdono di affidabilità e di significato, non rispecchiando il reale comportamento della struttura.



**Figura 5.12 - Stato deformativo del modello; è possibile notare una fascia diagonale nella quale si localizza la deformazione già per bassi livelli tensionali**

Nel grafico mostrato in figura 5.13 viene illustrata la curva di capacità del pannello reale, in termini di sforzo di taglio applicato e spostamento; accanto a questa sono riportati i risultati determinati nelle analisi utilizzando per le aste tre differenti legami costitutivi.



**Figura 5.13 - Curva di capacità del pannello confrontata con i risultati numerici**

## **CAPITOLO 6**

# ***CALIBRAZIONE E APPLICAZIONE DEL MODELLO RETICOLARE***

### **6.1. Introduzione**

In questo capitolo vengono illustrati nel dettaglio i risultati ottenuti dall'applicazione del modello reticolare e la relativa procedura di calibrazione. Tramite il modello reticolare sono state eseguite simulazioni di varie prove sperimentali presentate in letteratura scientifica. Tale modello, dimensionato con i criteri definiti nel paragrafo 5.3, è stato calibrato facendo riferimento ad ogni singola prova scegliendo i parametri di resistenza dei legami costitutivi delle aste. I criteri con cui è stata effettuata la calibrazione di tali parametri sono illustrati nel prossimo paragrafo; successivamente vengono mostrati i risultati ottenuti e confrontati con i dati sperimentali. Tutte le prove sono simulate in controllo di forza incrementando monotonamente il carico orizzontale e mantenendo costante quello verticale. In ogni prova la discretizzazione del pannello è stata effettuata introducendo una mesh di dieci elementi verticali ed orizzontali.

### **6.2. Definizione dei legami costitutivi**

Come già anticipato, l'impossibilità di adottare legami costitutivi con ramo di softening ha spinto ad adottare, relativamente

alle aste verticali, schemi di comportamento monolatero, trascurando in questo modo la resistenza a trazione della muratura; tale scelta è motivata dalla necessità di simulare la progressiva parzializzazione delle sezioni di base del pannello per poter descrivere correttamente il suo comportamento flessionale. Inoltre, tutti i legami costitutivi introdotti per le aste hanno un ramo finale perfettamente plastico; così facendo si è evitata la localizzazione delle deformazioni in zone concentrate del pannello.

Per quanto riguarda il comportamento a sforzo assiale (par. 5.3.4) ci si è posto il problema di ristabilire l'equivalenza meccanica tra il sistema reale ed il modello. E' stato deciso di incrementare la resistenza a compressione delle aste, rispetto al valore sperimentale  $f_{mc}$ , in maniera proporzionale alla differenza di rigidità dei due sistemi. In questo modo non si ristabilisce la perfetta equivalenza meccanica tra i due sistemi ma, a parità di carico applicato, resta invariato il rapporto  $\sigma/f_c$  tra la tensione generata dallo sforzo assiale e quella massima sopportabile dall'elemento; in questo modo si stabilisce un'equivalenza in termini di pericolosità dello stato tensionale tra i due sistemi. Tale intervento è stato applicato solamente alle aste verticali del modello.

Il valore del coefficiente adottato per incrementare la resistenza degli elementi del modello, per la discretizzazione adottata, è pari a:

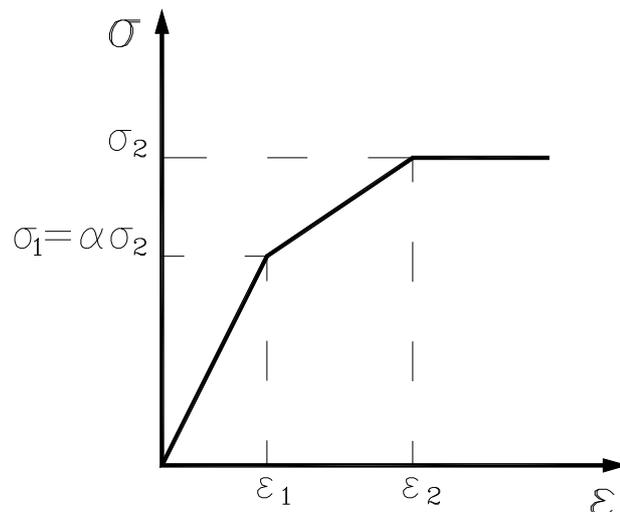
$$\beta = \frac{A_{Reale}}{A_{Modello}} = 1.26$$

La curva di risposta del modello è stata calibrata con quella sperimentale intervenendo unicamente sulla resistenza delle aste diagonali, limitando il comportamento elastico ad un valore di

resistenza  $\sigma_1$  ridotto rispetto a  $f_{cu}$ . Tale calibrazione è stata effettuata cercando di cogliere correttamente la capacità resistente ultima del pannello. Il valore della tensione limite  $\sigma_1$  risulta essere circa pari ad un terzo di quella originale.

La curva taglio - spostamento fornita dal modello presenta un ramo finale sub-orizzontale; a partire da questa è possibile definire, nell'ottica di quanto descritto nel par. 3.4, una curva bilineare equivalente. Per tale ragione è fondamentale che la risposta fornita dal modello presenti nel ramo finale un andamento orizzontale: a fronte di incertezze relative alla definizione di uno spostamento ultimo è necessario comunque limitare l'errore nella valutazione della resistenza corrispondente.

A partire da i livelli di tensione massima appena determinati è poi possibile introdurre un legame costitutivo delle aste diagonali leggermente più complesso con l'introduzione di un ramo intermedio plastico-incrudente. Tale accorgimento migliora la risposta del modello rendendo più progressiva la perdita di rigidità del pannello.



**Figura 6.1- Legame costitutivo elastico, plastico incrudente, perfettamente elastico**

La curva trilineare, illustrata in figura 6.1, può essere identificata mediante tre parametri: il valore di tensione limite per il primo tratto  $\sigma_1$ , il valore di tensione massima  $\sigma_2$ , e il modulo elastico del secondo ramo, espresso come frazione del modulo elastico originale. Il valore limite del primo ramo viene invece espresso in funzione della tensione  $\sigma_2$  tramite il parametro  $\alpha$ :

$$\sigma_1 = \alpha\sigma_2$$

Al termine delle simulazioni numeriche, ipotizzato uno spostamento orizzontale ultimo pari allo 0.5% dell'altezza del pannello, viene individuata all'interno del modello l'asta più deformata. In questo modo è possibile risalire al probabile meccanismo di crisi: meccanismi di crisi flessionali vedranno maggiormente deformate le aste posta nella zona compressa della base del pannello; meccanismi di crisi per taglio vedranno concentrate le maggiori deformazioni nelle aste diagonali.

### **6.3. Applicazioni del modello reticolare**

Vengono ora illustrati singolarmente i dati relativi alla simulazione di prove sperimentali tramite il modello reticolare; per ogni prova vengono illustrate le caratteristiche dei materiali impiegati, le condizioni di vincolo esterno ed i parametri adottati

#### **6.3.1 Prove Magenes - Costa**

Si fa riferimento a prove eseguite presso il laboratorio di Meccanica Strutturale dell'Università di Pavia presentate in [11].

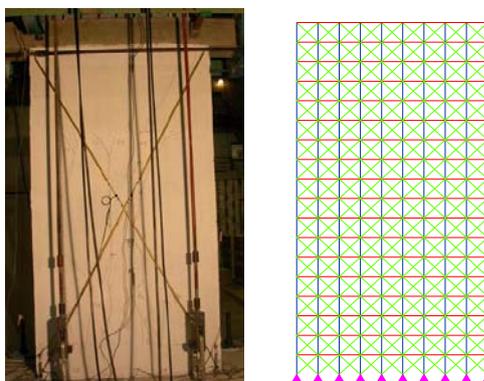
Viene preso in considerazione il comportamento di tre differenti pannelli, sollecitati mediante forza orizzontale ciclica e da un carico normale mantenuto costante durante la prova. L'estremità superiore dei pannelli non è stata vincolata, per cui è possibile considerare uno schema statico a mensola.

- Prova A

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche della muratura sono così sintetizzate:

- B= 147.5 cm	Larghezza della parete
- H= 275.5 cm	Altezza della parete
- s= 30 cm	Spessore della parete
- E= 1900 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 300 kN	Azione verticale applicata
- $f_c$ = 2.015 MPa	Resistenza a compressione

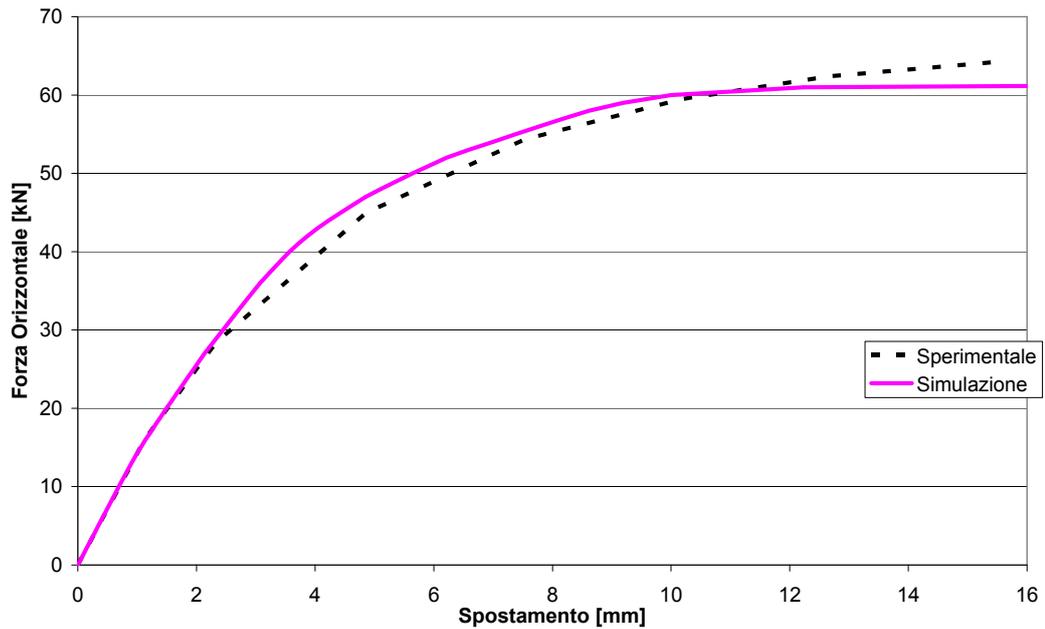
Si riportano nel seguito le immagini relative al tipo di modellazione effettuata, le sezioni delle bielle ed i parametri che definiscono il comportamento degli elementi diagonali:



**Figura 6.2 - Schema di prova e modello reticolare equivalente prova A Magenes Costa**

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	22.43	93.64
Montanti verticali	15.3	348.63
Montanti orizzontali	16.4	460

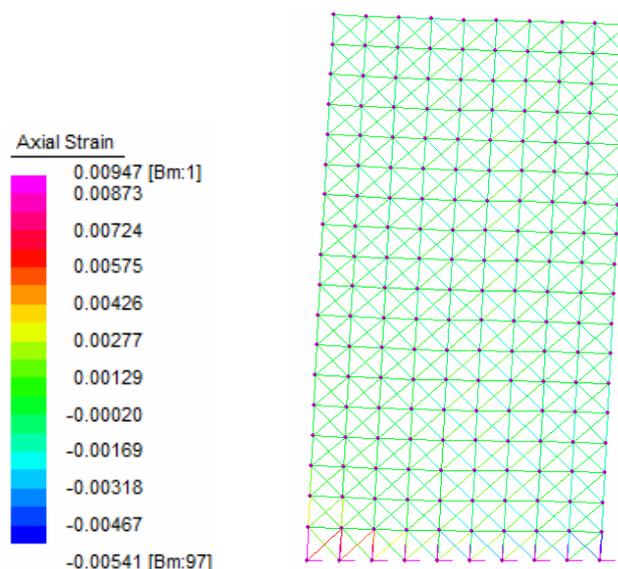
**Tabella 6.1 - Sezione delle bielle equivalenti**



**Figura 6.3 - Prova Magenes Costa A: confronto tra le curve di capacità**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.57$
	Resistenza a trazione	$0.15 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.41 f_c$
	Rigidezza	$0.15 E$

**Tabella 6.2 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



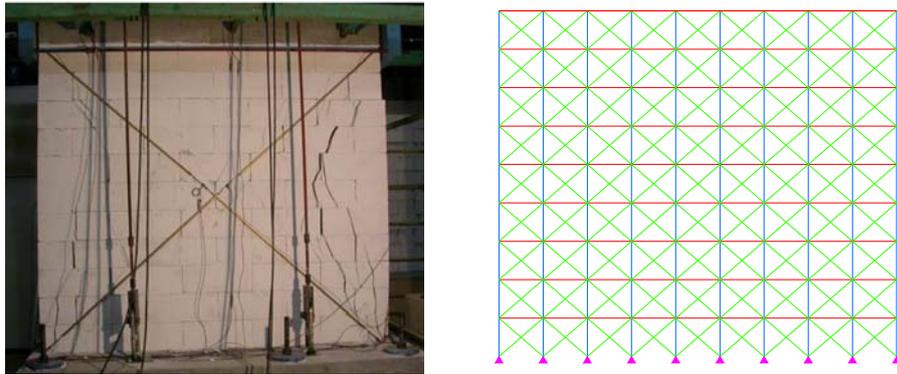
**Figura 6.4 - Stato deformativo del modello relativo allo step 61**

Facendo riferimento alla figura 6.4, che illustra lo stato deformativo al raggiungimento dello spostamento ultimo, pari a  $\delta = 1.37$  cm, è possibile individuare l'asta più sollecitata quella verticale alla base del pannello, con una deformazione pari a  $\varepsilon = 0.54$  %. Da questo è possibile dedurre un meccanismo di crisi di natura flessionale.

- Prova B

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche della muratura sono così sintetizzate:

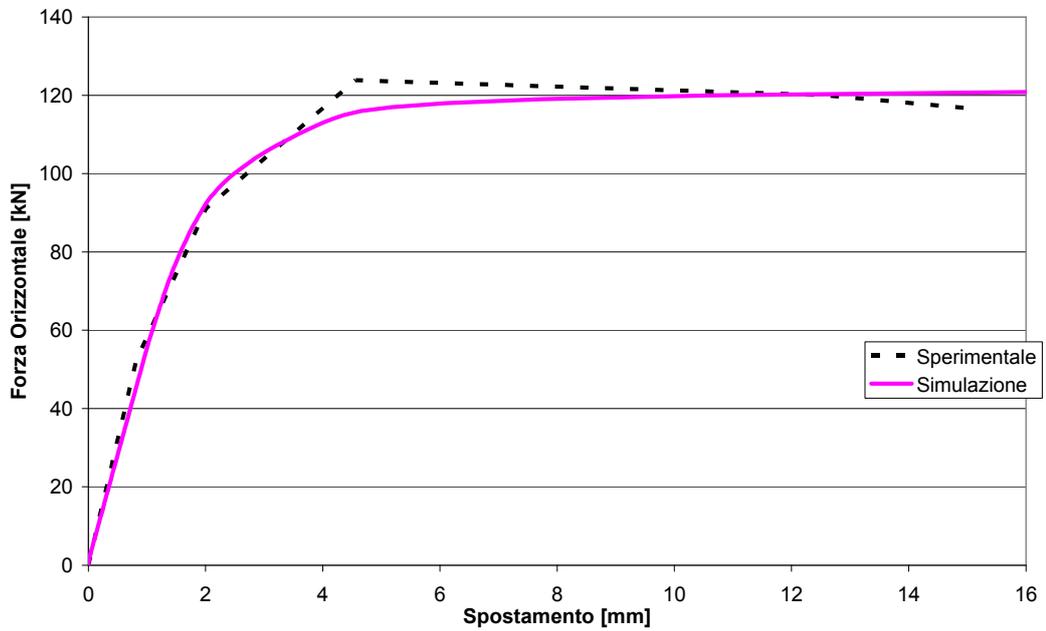
- B= 312.5 cm	Larghezza della parete
- H= 275.5 cm	Altezza della parete
- s= 30 cm	Spessore della parete
- E= 1900 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 300 kN	Azione verticale applicata
- $f_c = 2.015$ MPa	Resistenza a compressione



**Figura 6.5 - Schema di prova e modello reticolare equivalente prova B Magenes Costa**

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	46.26	194.40
Montanti verticali	30.6	738.63
Montanti orizzontali	34.7	918.33

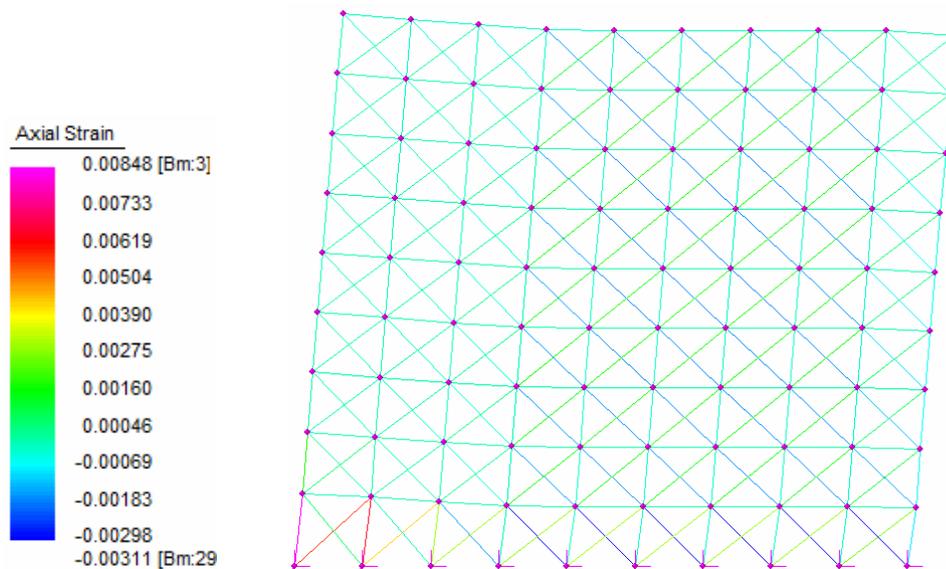
**Tabella 6.3 - Sezione delle bielle equivalenti**



**Figura 6.6 - Prova Magenes Costa B: confronto tra le curve di capacità**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.83$
	Resistenza a trazione	$0.18 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.3 f_c$
	Rigidezza	$0.1 E$

**Tabella 6.4 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



**Figura 6.7 - Stato deformativo del modello relativo allo step 120**

Relativamente al modello è possibile individuare l'asta più deformata, al raggiungimento dello spostamento orizzontale ultimo, nella fascia diagonale, con una  $\varepsilon = 0.31 \%$ ; è possibile anche notare la parzializzazione della sezione di base.

- Prova C

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche della muratura sono così sintetizzate:

- B= 437.5 cm                      Larghezza della parete
- H= 275.5 cm                    Altezza della parete
- s= 30 cm                         Spessore della parete

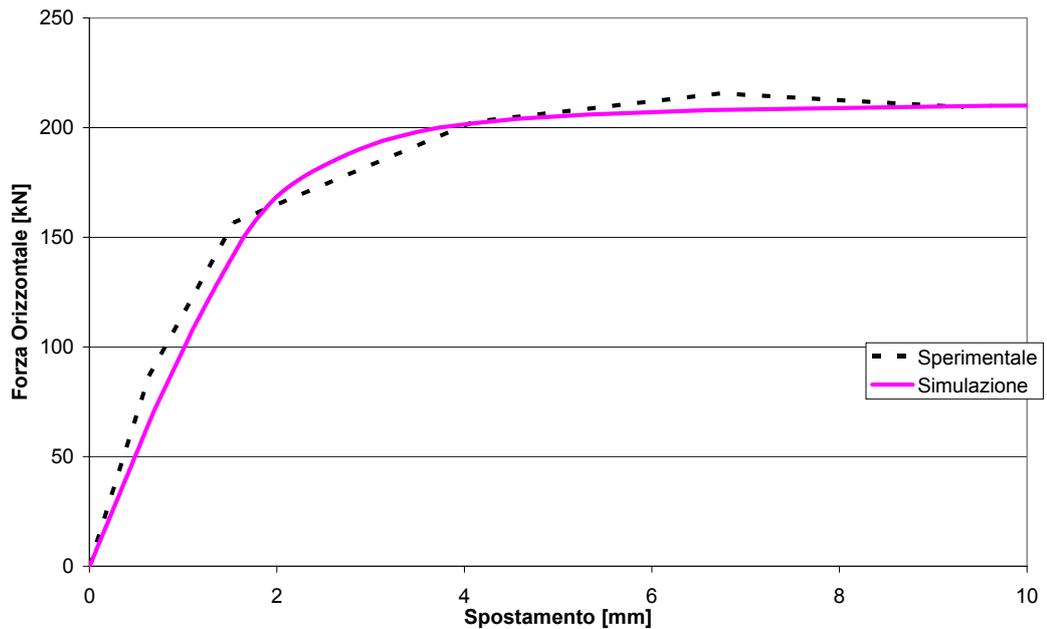
- $E = 1900 \text{ MPa}$                       Modulo elastico della muratura
- $N = 300 \text{ kN}$                         Azione verticale applicata
- $f_c = 2.015 \text{ MPa}$                     Resistenza a compressione



**Figura 6.8 - Pannello testato nella prova C Magenes Costa**

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	57.43	217.50
Montanti verticali	30.6	1034.09
Montanti orizzontali	48.6	918.33

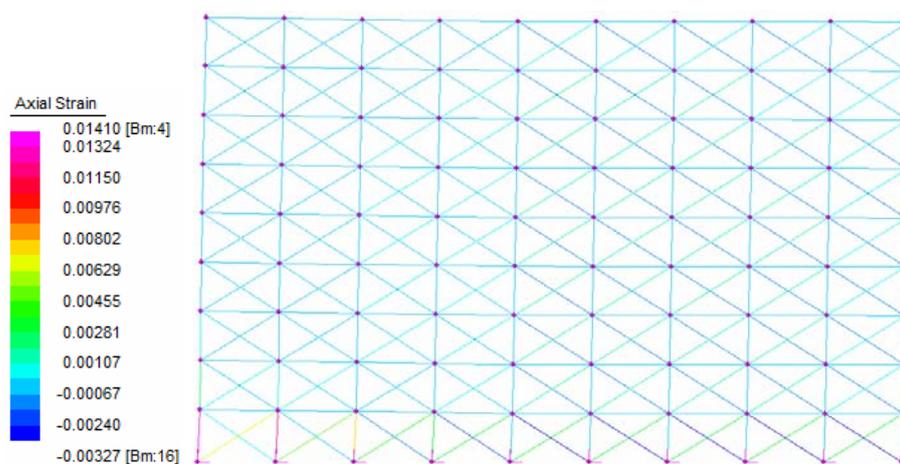
**Tabella 6.5 - Sezione delle bielle equivalenti**



**Figura 6.9 - Prova Magenes Costa C: confronto tra le curve di capacità**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.85$
	Resistenza a trazione	$0.20 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.4 f_c$
	Rigidezza	$0.15 E$

**Tabella 6.6 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



**Figura 6.10 - Stato deformativo del modello relativo allo step 120**

Relativamente al modello è possibile individuare l'asta più deformata, al raggiungimento dello spostamento orizzontale ultimo  $\delta_u = 1.37$  cm, nella diagonale, con una  $\varepsilon = 0.33$  %; da questo è possibile individuare un meccanismo di crisi per taglio.

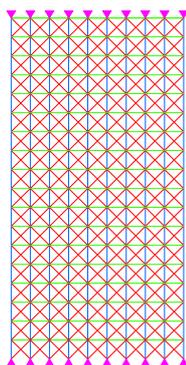
### 6.3.2 Prove Callerio

Si riferimento a prove sperimentali presentate in [7] relative a pannelli in muratura testati sollecitati da un carico orizzontale con schema statico a doppio incastro.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 100 cm                      Larghezza della parete

- H= 200 cm	Altezza della parete
- s= 25 cm	Spessore della parete
- E= 1910 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 150 kN	Azione verticale applicata
- $f_c$ = 6.2 MPa	Resistenza a compressione



**Figura 6.11 - Modello reticolare equivalente relativo alla prova Callerio**

<b>Elemento</b>	<b>Lunghezza [cm]</b>	<b>Sezione [cm<sup>2</sup>]</b>
Diagonali	15.69	107.83
Montanti verticali	11.1	196.96
Montanti orizzontali	11.1	555.55

**Tabella 6.7 - Sezioni delle bielle equivalenti**

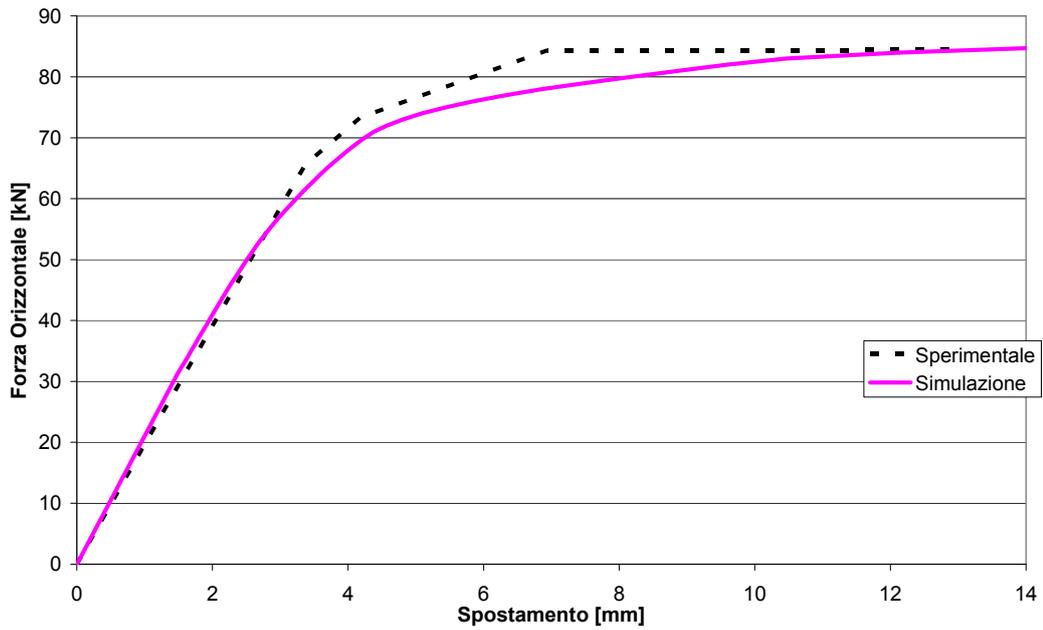


Figura 6.12 - Prova Callerio: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.97$
	Resistenza a trazione	$0.11 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.34 f_c$
	Rigidezza	$0.05 E$

Tabella 6.8 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali

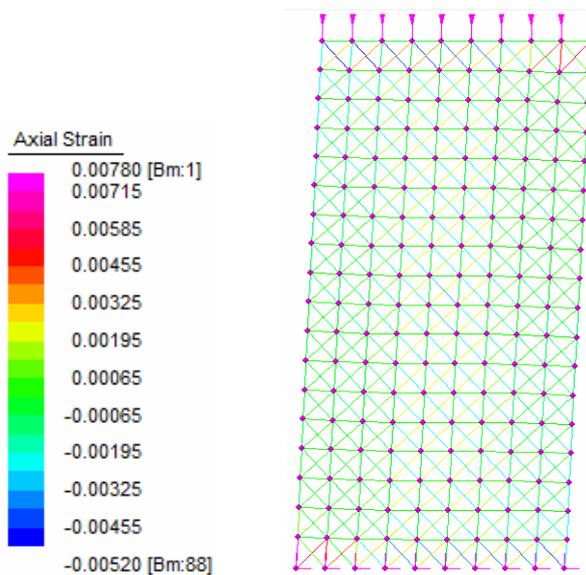


Figura 6.13 - Stato deformativo del modello relativo allo step 82

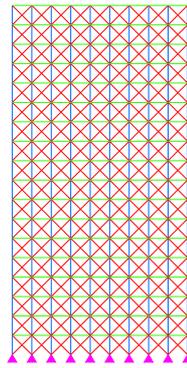
Facendo riferimento alla figura 6.13, che illustra lo stato deformativo al raggiungimento dello spostamento ultimo, pari a  $\delta_u = 1$  cm, è possibile individuare l'asta più sollecitata nella diagonale sulla base superiore del pannello, con una deformazione assiale massima pari a  $\varepsilon = 0.52$  %.

### 6.3.3 Prove Giambanco

Si riferimento a prove sperimentali presentate in [21] relative a pannelli in muratura testati sollecitati da un carico orizzontale; l'estremità superiore dei pannelli non è stata vincolata alla rotazione, per cui è possibile fare riferimento ad uno schema statico a mensola.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

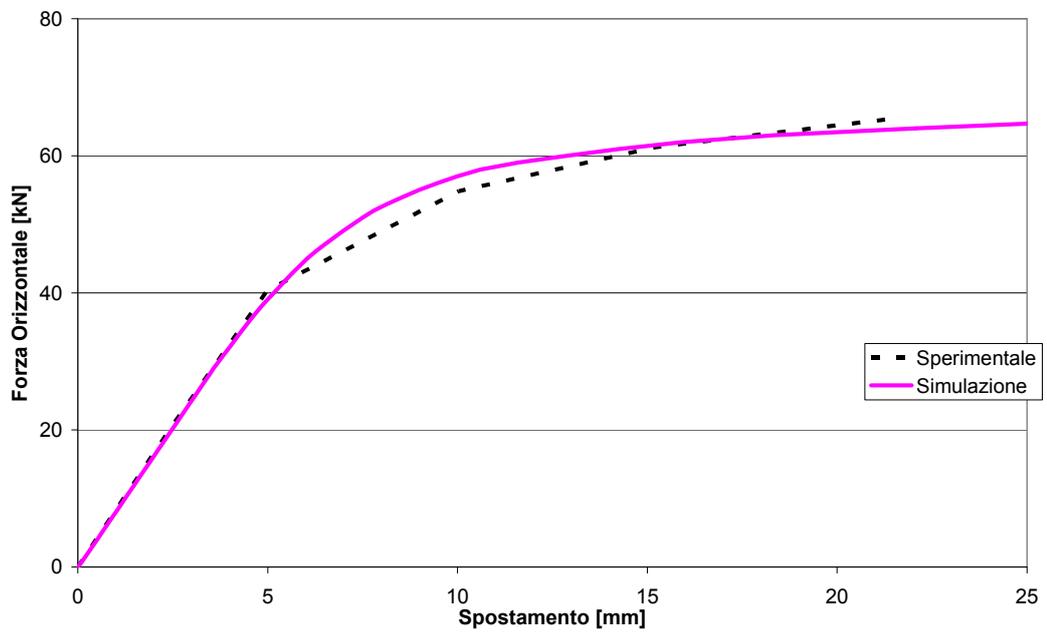
- B= 120 cm	Larghezza della parete
- H= 240 cm	Altezza della parete
- s= 50 cm	Spessore della parete
- E= 726 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 311 kN	Azione verticale applicata
- $f_c = 3.5$ MPa	Resistenza a compressione



**Figura 6.14 - Modello reticolare equivalente relativo alla prova Giambanco**

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	18.8	130.78
Montanti verticali	13.3	472.72
Montanti orizzontali	13.3	665

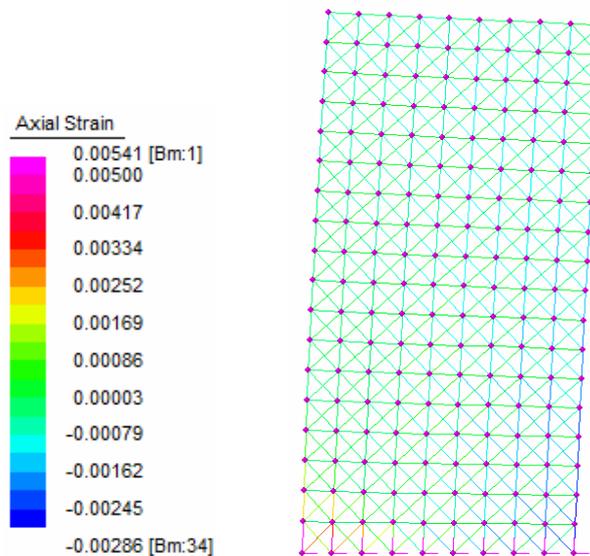
**Tabella 6.9 - Sezioni delle bielle equivalenti**



**Figura 6.15 - Prova Giambanco: confronto tra le curve di capacità**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.84$
	Resistenza a trazione	$0.04 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.30 f_c$
	Rigidezza	$0.2 E$

**Tabella 6.10 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



**Figura 6.16 - Stato deformativo del modello relativo allo step 59**

Facendo riferimento alla figura 6.16, che illustra lo stato deformativo al raggiungimento dello spostamento ultimo, pari a  $\delta_u = 1.2$  cm, è possibile individuare come asta più sollecitata quella verticale alla base del pannello, con una deformazione pari a  $\varepsilon = 0.28$  %. Da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi di natura flessionale.

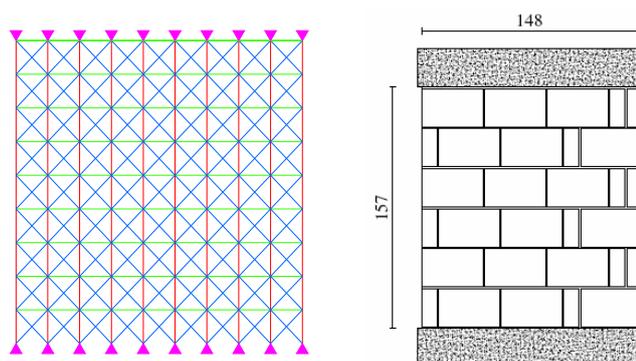
### 6.3.4 Prove Marcari

Vengono presi a riferimento a prove sperimentali su pannelli di tufo presentate in [27]. Tali pannelli, sottoposti a sforzi normali e

di taglio, presentano entrambe le estremità vincolate, per cui è possibile considerare uno schema statico a doppio incastro.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

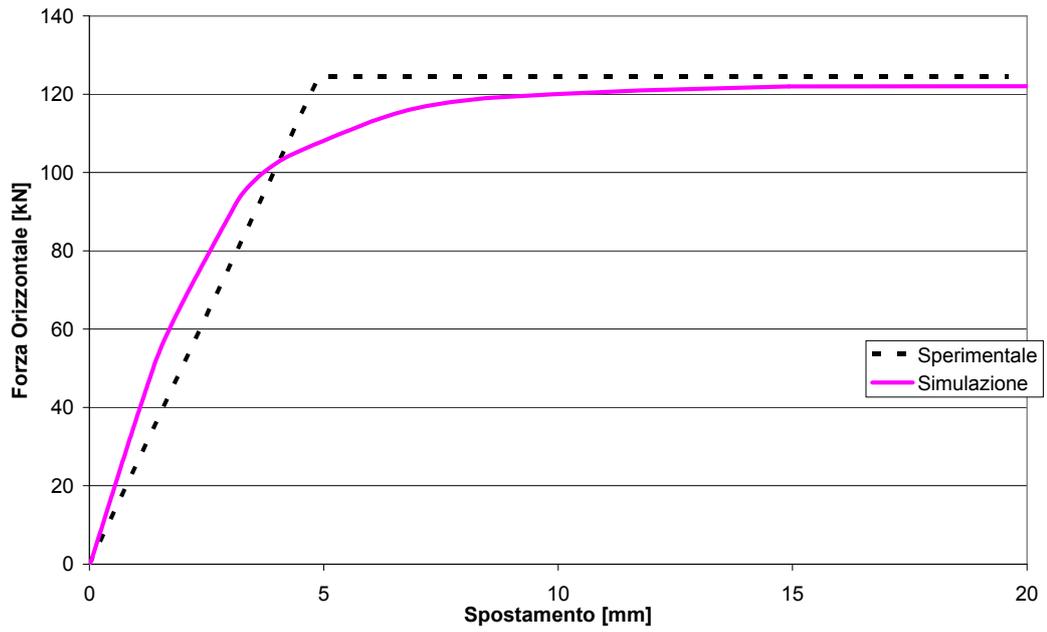
- B= 148 cm                      Larghezza della parete
- H= 157 cm                      Altezza della parete
- s= 53 cm                        Spessore della parete
- E= 630 MPa                      Modulo elastico della muratura
- N= 393 kN                        Azione verticale applicata
- $f_c$ = 1.7 MPa                      Resistenza a compressione



**Figura 6.17 - Schema di prova e modello reticolare equivalente prova Marcarì**

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	23.9	176.78
Montanti verticali	16.4	618.01
Montanti orizzontali	17.4	924.55

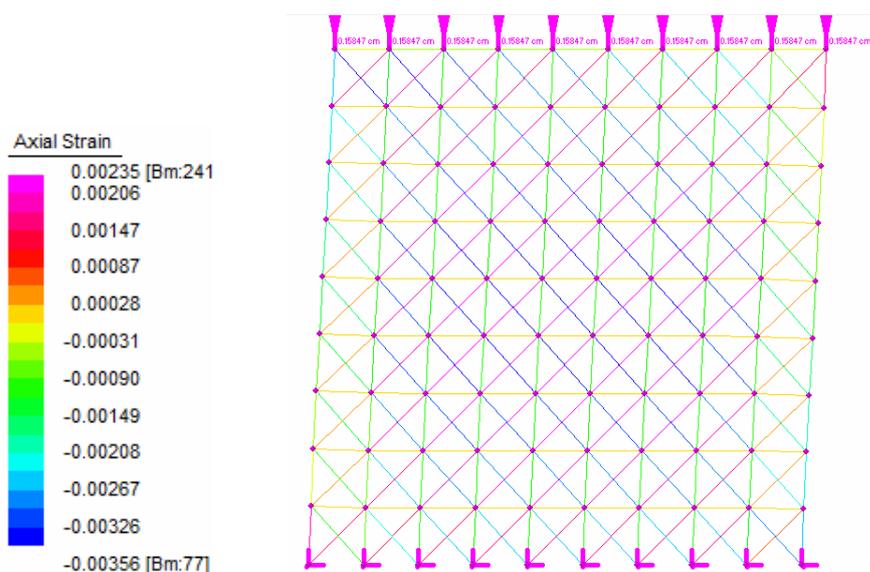
**Tabella 6.11 - Sezioni delle bielle equivalenti**



**Figura 6.18 - Prova Marcari: confronto tra la curve di capacità e l'idealizzazione bilineare**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.83$
	Resistenza a trazione	$0.20 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.42 f_c$
	Rigidezza	$0.1 E$

**Tabella 6.12 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



**Figura 6.19 - Stato deformativo del modello relativo allo step 118**

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.78$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia una diagonale, con  $\epsilon = 0.35$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi per taglio.

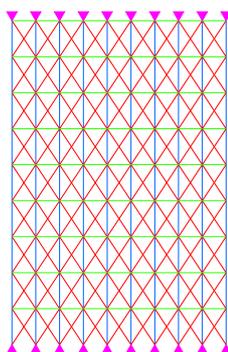
### 6.3.5 Prove Fantoni

Vengono presi a riferimento a prove sperimentali su pannelli di muratura in pietrame presentate in [19]. Le prove sono state eseguite su due pannelli che presentavano le stesse dimensioni, ma realizzati con materiali differenti; le estremità superiori dei pannelli testati erano vincolate alla rotazione, per cui è possibile considerare uno schema statico a doppio incastro.

## - Prova A

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 125 cm                      Larghezza della parete
- H= 185 cm                      Altezza della parete
- s= 50 cm                        Spessore della parete
- E= 1290 MPa                    Modulo elastico della muratura
- N= 358 kN                        Azione verticale applicata
- $f_c$ = 3.69 MPa                    Resistenza a compressione



**Figura 6.20 - modello reticolare equivalente prova Fantoni A**

<b>Elemento</b>	<b>Lunghezza [cm]</b>	<b>Sezione [cm<sup>2</sup>]</b>
Diagonali	24.9	371.37
Montanti verticali	20.6	492.92
Montanti orizzontali	13.9	1027.77

**Tabella 6.13 - Sezioni delle bielle equivalenti**

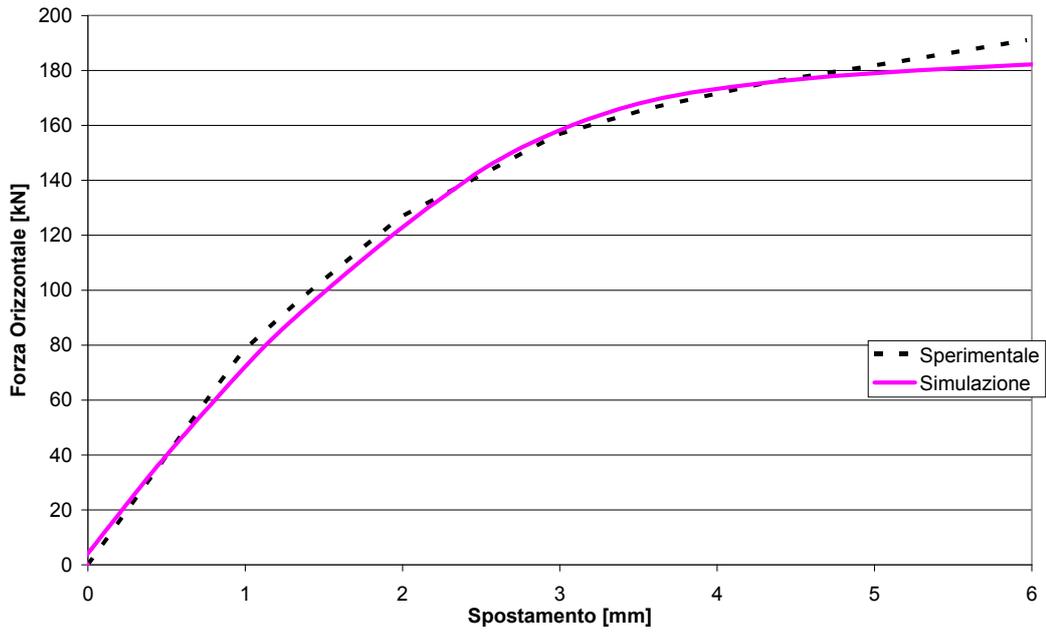


Figura 6.21 - Prova Fantoni A: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.83$
	Resistenza a trazione	$0.05 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.24 f_c$
	Rigidezza	$0.2 E$

Tabella 6.14 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali

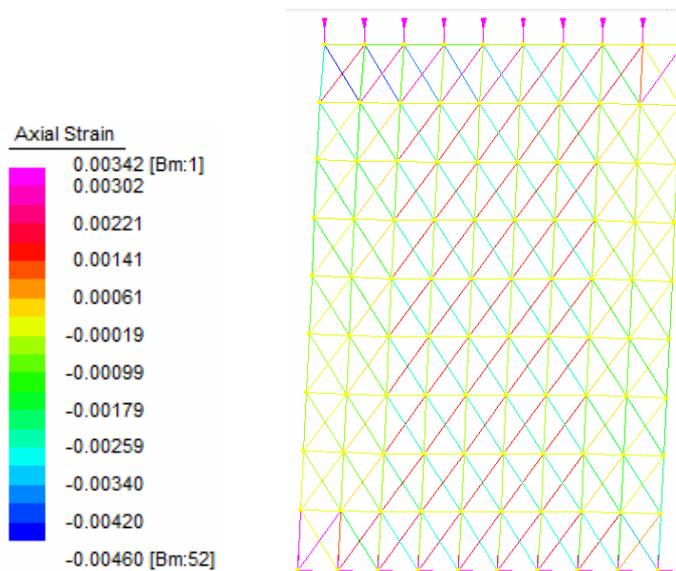


Figura 6.22 - Stato deformativo del modello relativo allo step 94

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.92$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia una diagonale, con  $\epsilon = 0.46$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi per taglio.

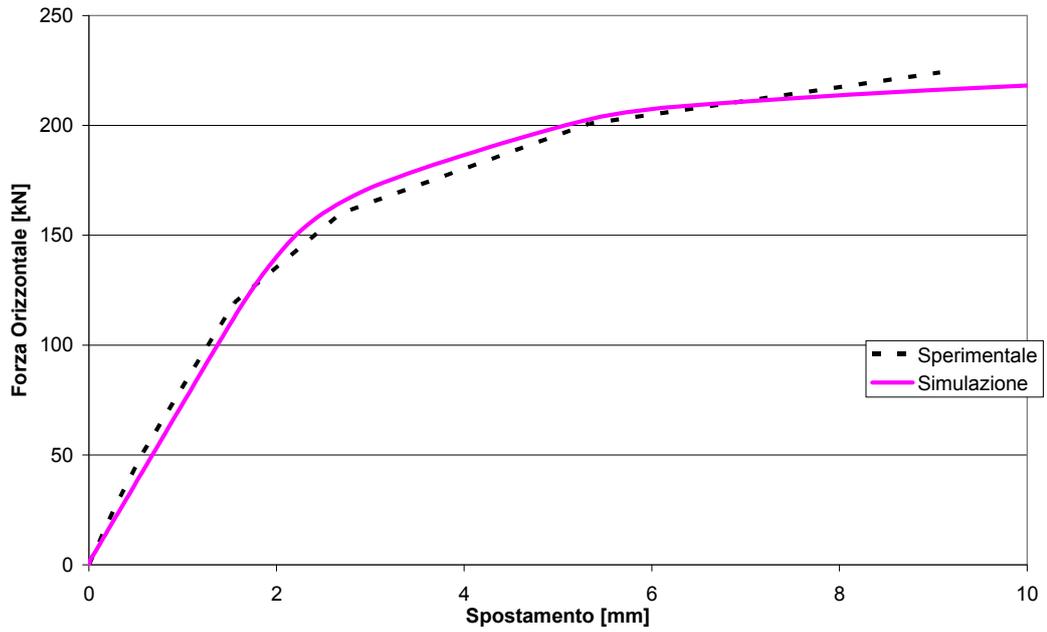
- Prova B

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 125 cm                      Larghezza della parete
- H= 184 cm                    Altezza della parete
- s= 50 cm                      Spessore della parete
- E= 1785 MPa                 Modulo elastico della muratura
- N= 360 kN                    Azione verticale applicata
- $f_c = 5.5$  MPa                Resistenza a compressione

<b>Elemento</b>	<b>Lunghezza [cm]</b>	<b>Sezione [cm<sup>2</sup>]</b>
Diagonali	24.6	221.55
Montanti verticali	20.4	492.92
Montanti orizzontali	13.9	1022.22

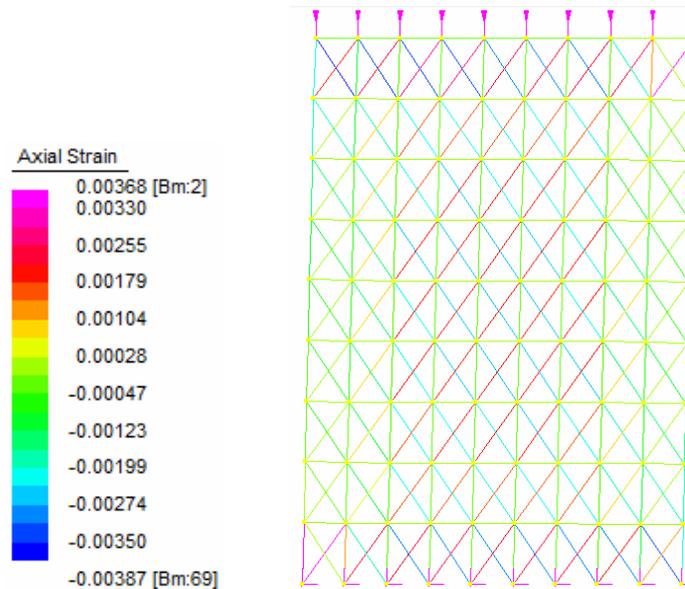
**Tabella 6.15 - Sezioni delle bielle equivalenti**



**Figura 6.23 - Prova Fantoni B: confronto tra le curve di capacità**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.78$
	Resistenza a trazione	$0.05 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.31 f_c$
	Rigidezza	$0.25 E$

**Tabella 6.16 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



**Figura 6.24 - Stato deformativo del modello relativo allo step 108**

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.92$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia una diagonale localizzata nel bordo inferiore, con  $\varepsilon = 0.39$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi per taglio.

### 6.3.6 Prove Faella

Vengono presi a riferimento a prove sperimentali su pannelli di muratura in tufo sottoposti a carichi orizzontali ciclici [17]; le estremità superiori dei pannelli testati erano vincolate alla rotazione, per cui è possibile considerare uno schema statico a doppio incastro.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 130 cm                      Larghezza della parete

- $H = 125$  cm                      Altezza della parete
- $s = 50$  cm                        Spessore della parete
- $E = 1550$  MPa                    Modulo elastico della muratura
- $N = 325$  kN                        Azione verticale applicata
- $f_c = 3.5$  MPa                      Resistenza a compressione

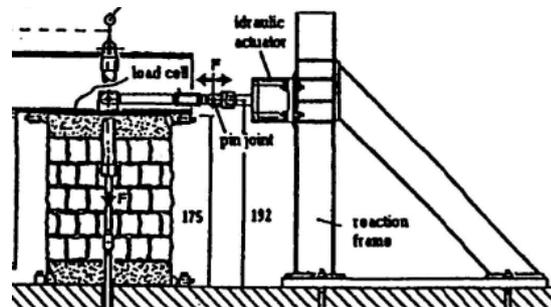


Figura 6.25 - Set up della prova eseguita

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	20.01	167.11
Montanti verticali	13.9	512.12
Montanti orizzontali	14.4	694.44

Tabella 6.17 - Sezioni delle bielle equivalenti

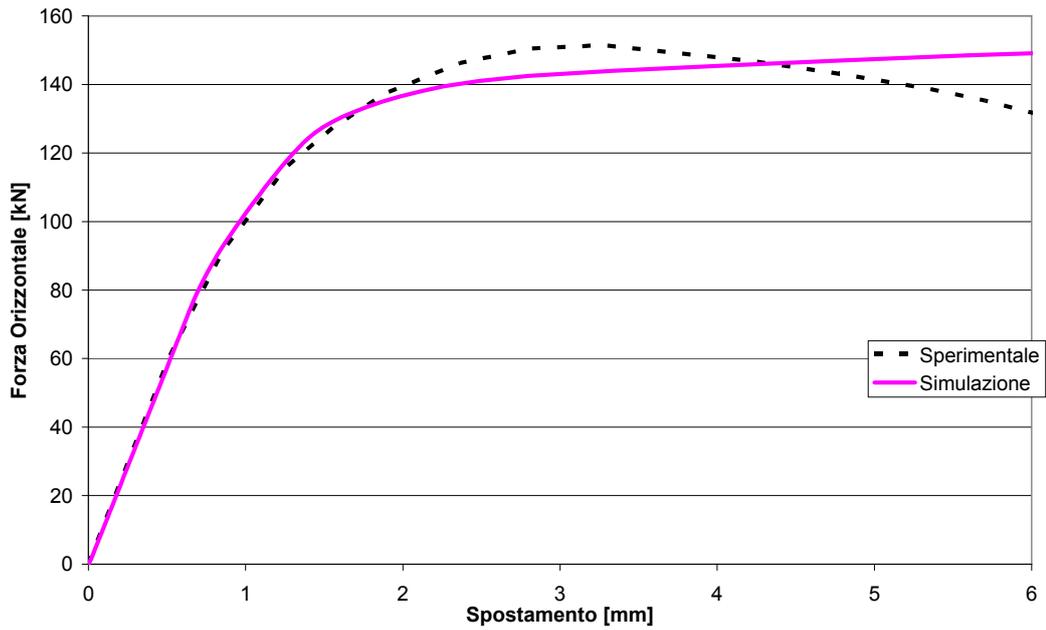


Figura 6.26 - Prova Faella: confronto tra le curve di capacità

1° Tratto	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.94$
	Resistenza a trazione	$0.05 f_c$
2° Tratto	Tensione limite	$0.35 f_c$
	Rigidezza	$0.12 E$

Tabella 6.18 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali

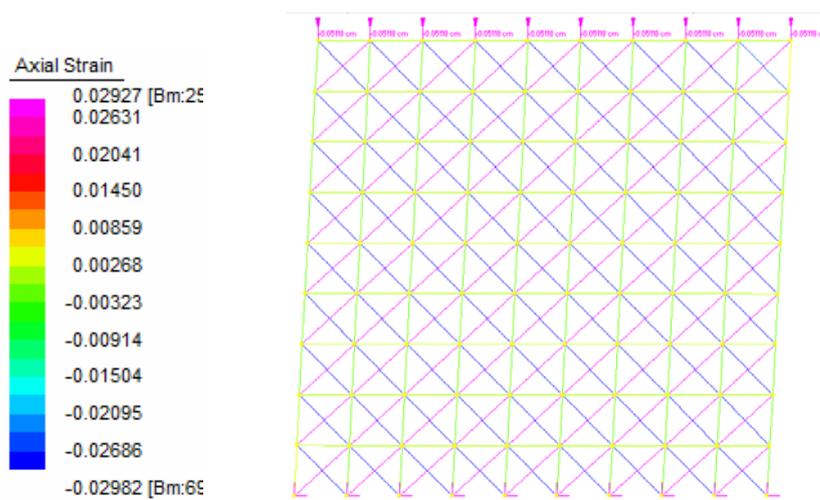


Figura 6.27 - Stato deformativo del modello relativo allo step 100

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.62$  cm, si evidenzia come le aste più deformate siano le diagonali, con  $\varepsilon = 0.29$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi per taglio.

### 6.3.7 Prove Zingone

Vengono presi a riferimento i risultati ottenuti in prove sperimentali su pannelli di muratura in conci di calcarenite sottoposti a compressione verticale e forze cicliche di taglio [45]; lo schema statico a cui ci si è riferiti nella simulazione è quello relativo al comportamento a mensola.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 100 cm	Larghezza della parete
- H= 146 cm	Altezza della parete
- s= 25 cm	Spessore della parete
- E= 2450 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 250 kN	Azione verticale applicata
- $f_c = 3.7$ MPa	Resistenza a compressione

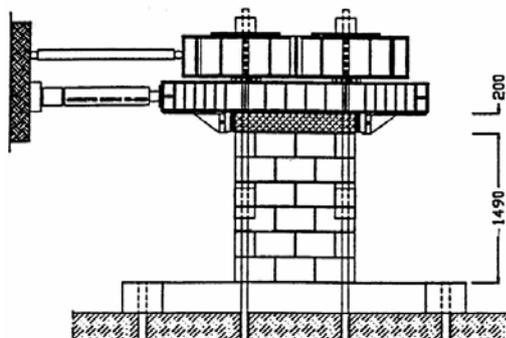


Figura 6.28 - Descrizione modalità di prova

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	15.78	109.71
Montanti verticali	11.2	196.96
Montanti orizzontali	11.1	280.75

Tabella 6.19 - Sezioni delle bielle equivalenti

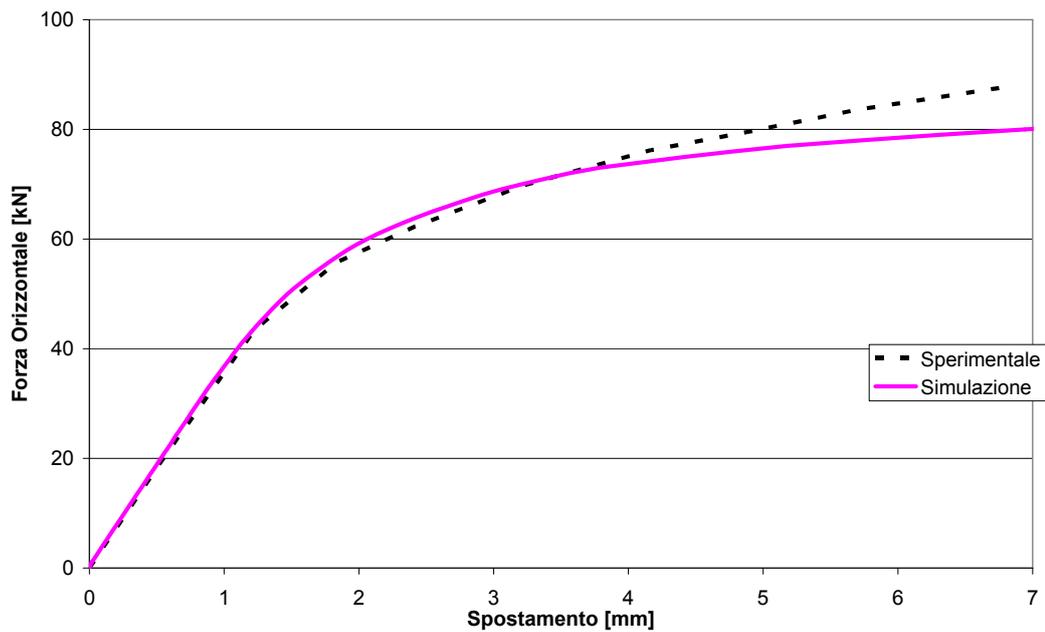
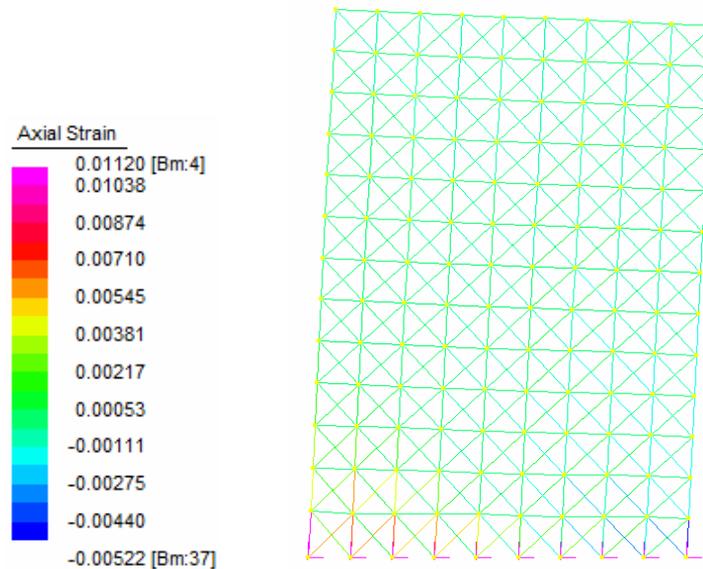


Figura 6.29 - Prova Zingone: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.54$
	Resistenza a trazione	$0.05 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.55 f_c$
	Rigidezza	$0.15 E$

Tabella 6.20 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali



**Figura 6.30 - Stato deformativo del modello relativo allo step 80**

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\bar{\delta}_u = 0.73$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia il montante verticale alla base del pannello, con  $\varepsilon = 0.52$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi flessionale.

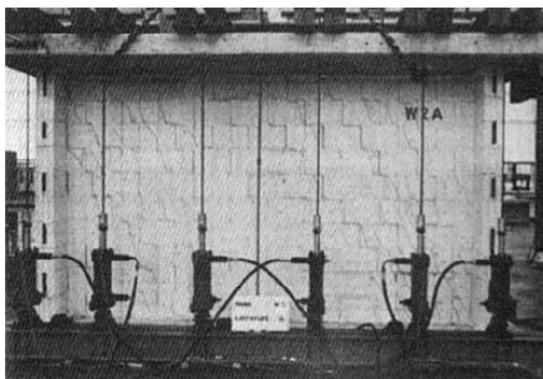
### 6.3.8 Prove Zurigo

Si fa riferimento a prove eseguite presso il laboratorio di ETHZ di Zurigo su pannelli in muratura sottoposti a compressione verticale e forza di taglio applicata in controllo di spostamento [6]. Lo schema statico a cui si fa riferimento è quello relativo al comportamento a mensola.

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 360 cm                      Larghezza della parete
- H= 200 cm                     Altezza della parete

- $s = 15$  cm                      Spessore della parete
- $E = 2460$  MPa                    Modulo elastico della muratura
- $N = 1030$  kN                    Azione verticale applicata
- $f_c = 9.5$  MPa                    Resistenza a compressione



**Figura 6.31 - Schema di prova**

<b>Elemento</b>	<b>Lunghezza [cm]</b>	<b>Sezione [cm<sup>2</sup>]</b>
Diagonali	56.57	325.85
Montanti verticali	40	425.45
Montanti orizzontali	40	600

**Tabella 6.21 - Sezioni delle bielle equivalenti**

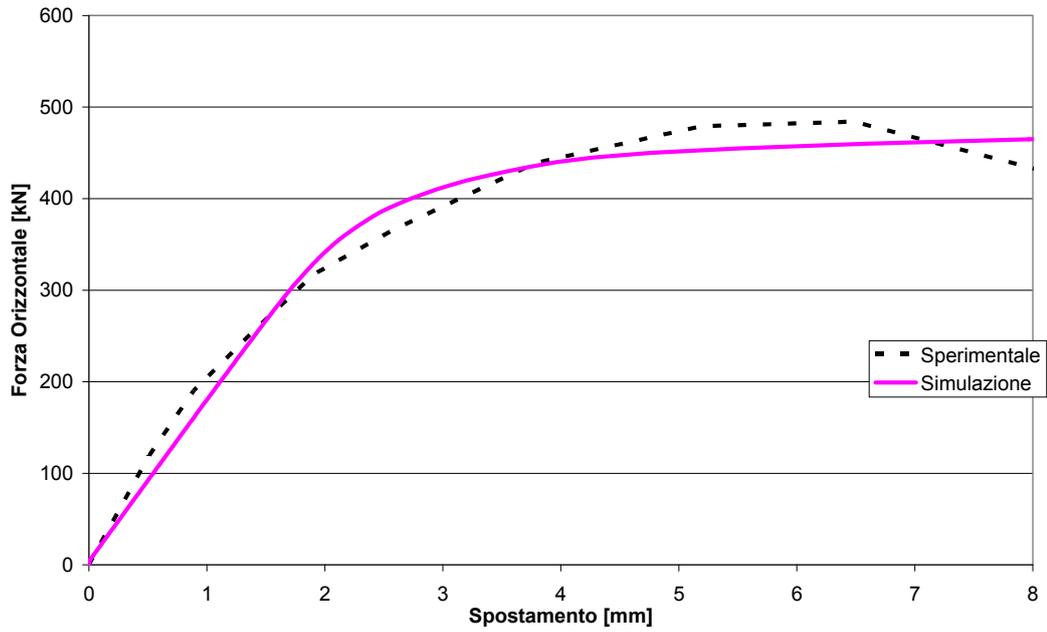


Figura 6.32 - Prova Zurigo: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.91$
	Resistenza a trazione	$0.04 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.22 f_c$
	Rigidezza	$0.1 E$

Tabella 6.22 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali

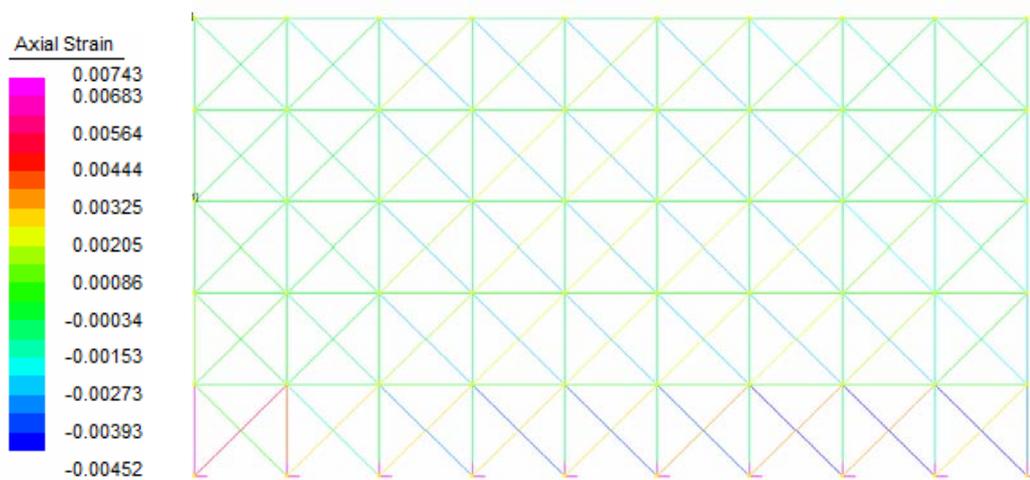


Figura 6.33 - Stato deformativo del modello relativo allo step 94

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\bar{\delta}_u = 1$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia la diagonale situata nell'estremo compresso del pannello, con  $\varepsilon = 0.42$  %; da questo è possibile ipotizzare un meccanismo di crisi per taglio.

### 6.3.9 Prove ElGawady

Si fa riferimento a prove eseguite presso il laboratorio di ETHZ di Zurigo su pannelli in muratura sottoposti a compressione verticale e forza di taglio generata da sollecitazioni di tipo dinamico generate da una tavola vibrante [13]; sono stati eseguite prove su due differenti pannelli. Lo schema statico a cui si fa riferimento è quello relativo al comportamento a mensola.

- Pannello snello A

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 156 cm	Larghezza della parete
- H= 160 cm	Altezza della parete
- s= 10 cm	Spessore della parete
- E= 1800 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 42 kN	Azione verticale applicata
- $f_c = 4.2$ MPa	Resistenza a compressione



Figura 6.34 - Schema di prova del pannello snello

Elemento	Lunghezza [cm]	Sezione [cm <sup>2</sup> ]
Diagonali	24.89	34.59
Montanti verticali	17.8	123.69
Montanti orizzontali	17.4	177.77

Tabella 6.23 - Sezioni delle bielle equivalenti

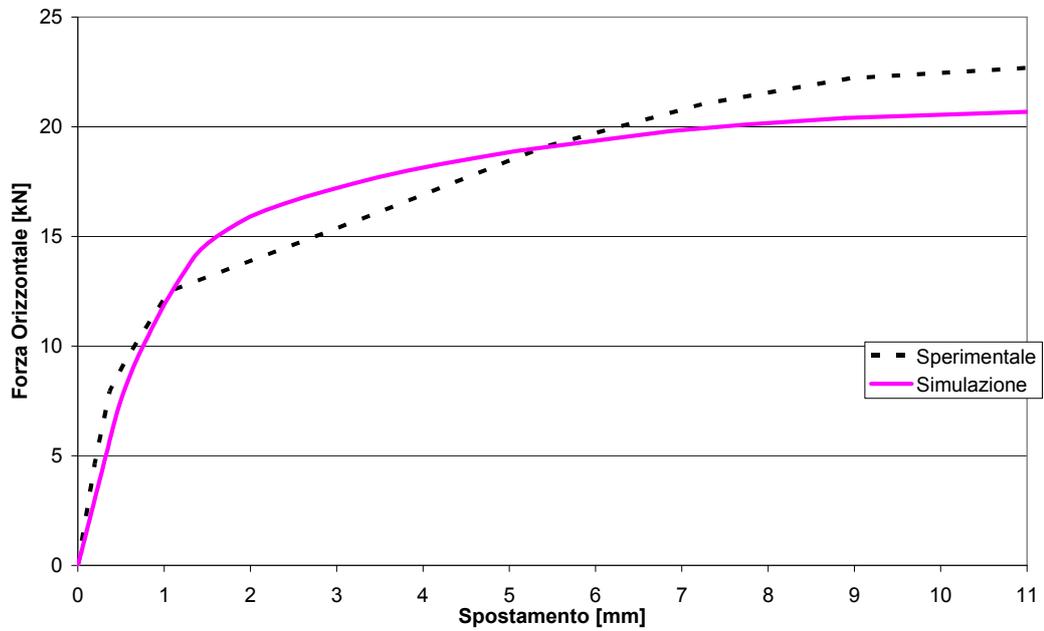
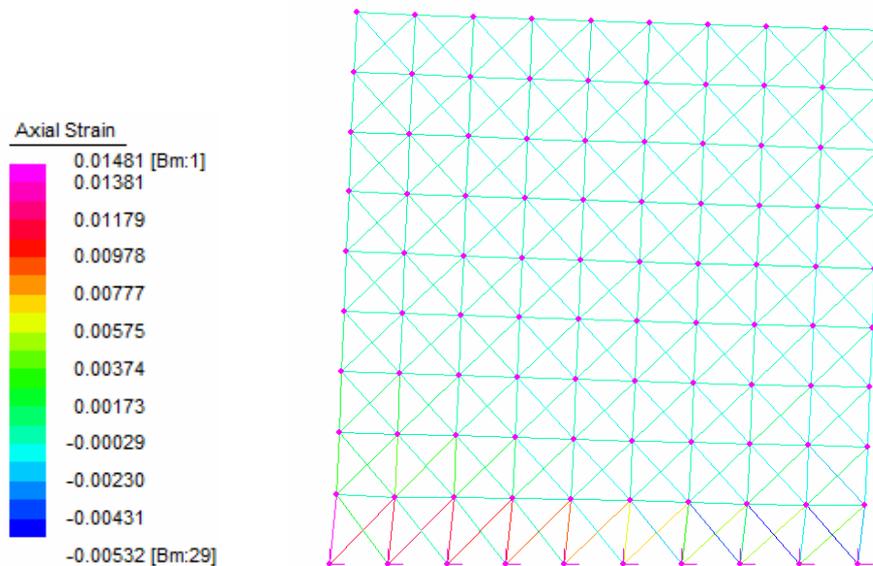


Figura 6.35 - Prova EIGawady A: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.48$
	Resistenza a trazione	$0.04 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.41 f_c$
	Rigidezza	$0.15 E$

**Tabella 6.24 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali**



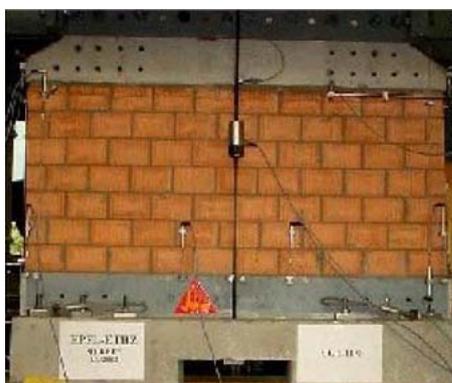
**Figura 6.36 - Stato deformativo del modello relativo allo step 82**

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.78$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata sia la diagonale situata nell'angolo compresso del pannello, con  $\epsilon = 0.53$  %; è possibile notare anche l'estensione della parzializzazione della sezione di base del pannello causata dal basso sforzo normale applicato.

- Pannello tozzo B

Le dimensioni del pannello e le caratteristiche meccaniche del materiale testato sono le seguenti:

- B= 156 cm	Larghezza della parete
- H= 70 cm	Altezza della parete
- s= 7.5 cm	Spessore della parete
- E= 1800 MPa	Modulo elastico della muratura
- N= 42 kN	Azione verticale applicata
- $f_c$ = 4.2 MPa	Resistenza a compressione



**Figura 6.37 - Schema di prova del pannello snello**

<b>Elemento</b>	<b>Lunghezza [cm]</b>	<b>Sezione [cm<sup>2</sup>]</b>
Diagonali	24.85	25.92
Montanti verticali	17.75	92.77
Montanti orizzontali	17.4	133.13

**Tabella 6.25 - Sezioni delle bielle equivalenti**

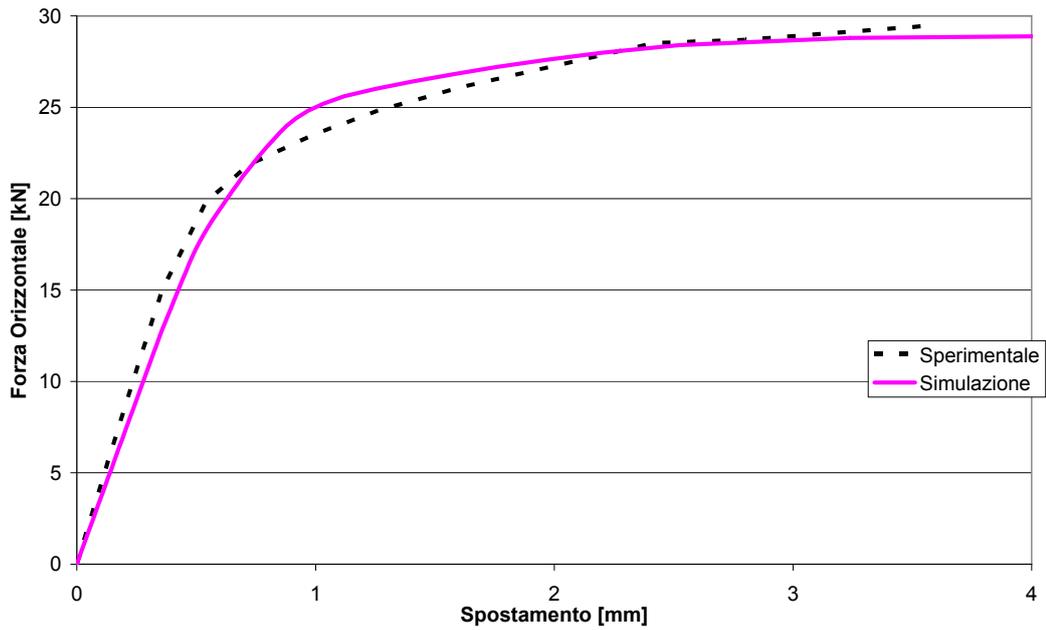


Figura 6.38 - Prova EIGawady B: confronto tra le curve di capacità

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.83$
	Resistenza a trazione	$0.1 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.36 f_c$
	Rigidezza	$0.1 E$

Tabella 6.26 - Parametri del legame costitutivo per le aste diagonali

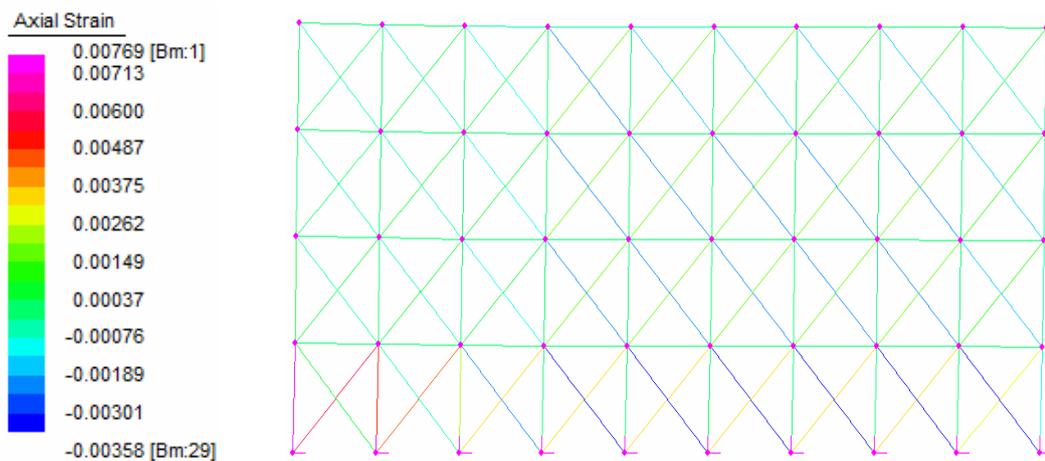


Figura 6.39 - Stato deformativo del modello relativo allo step 72

Dall'analisi dello stato deformativo del pannello nella condizione di spostamento ultimo, con  $\delta_u = 0.35$  cm, si evidenzia come l'asta più deformata siano le diagonali situate nella zona compressa del pannello, con  $\varepsilon = 0.36$  %; in questo caso è possibile ipotizzare una rottura per taglio.

#### **6.4. Definizione dei parametri medi**

Nel paragrafo precedente sono stati illustrati i risultati relativi alla simulazione di tredici prove sperimentali; la calibrazione dei parametri relativi al legame costitutivo delle aste diagonali è stato effettuato singolarmente per ogni prova, allo scopo di rendere il comportamento del modello simile a quello reale riscontrato nelle prove di laboratorio. I valori di tali parametri vengono riportati in tabella 6.27.

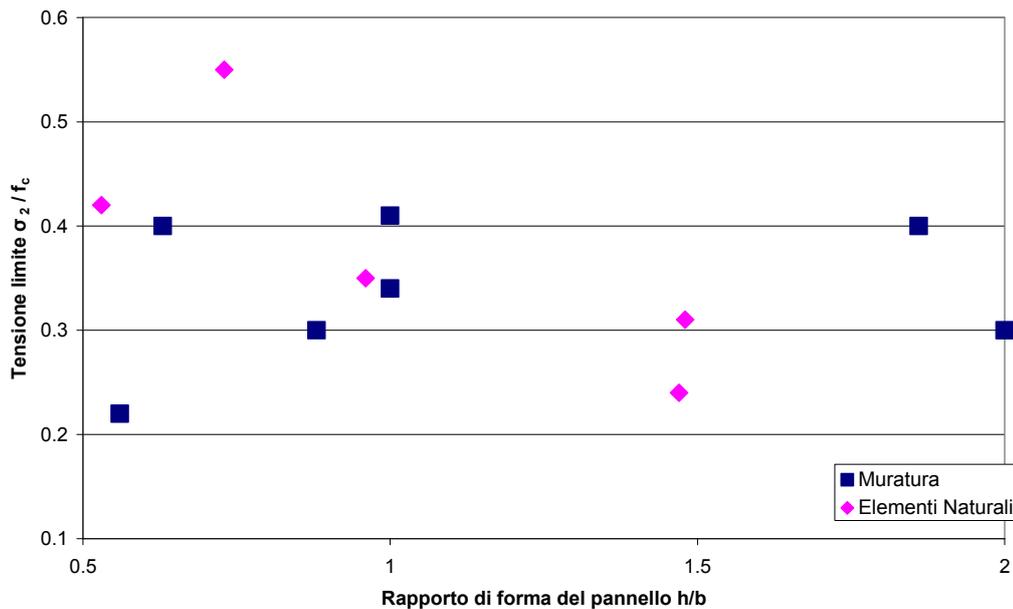
E' possibile cercare di correlare questi dati tra loro, in funzione anche del rapporto di forma del pannello e della natura dei materiali impiegati, introducendo una distinzione tra muratura in laterizio e quella realizzata in elementi naturali.

La dispersione dei dati è generata dall'elevata disomogeneità dei materiali considerati, dai differenti modalità di prova, dalla mancanza di dati più precisi relativamente alla resistenza a trazione dei materiali e da incertezze proprie del modello. Sicuramente la calibrazione effettuata su un campione di prove più ampio renderà più accurate ed attendibili queste valutazioni e permetterà di correlare correttamente tali parametri alla geometria del pannello e alle caratteristiche dei materiali.

		Materiale Resistente	Base b	Altezza h	Spessore s	h/b	Vincolo Superiore	$\delta$ max	$\delta/h$	1° RAMO		2° RAMO	
										Resistenza a Compressione $\alpha$	Resistenza Trazione	TensioneLimite $\sigma$	Rigidezza
<b>Magenes</b>													
<b>Costa</b>	<i>Prova A</i>	Muratura	148	275	30	1.86	Libero	1.54	0.0056	0.57	0.15 fc	0.41 fc	0.15
	<i>Prova B</i>	Muratura	313	275	30	0.88	Libero	0.46	0.0017	0.83	0.18 fc	0.3 fc	0.1
	<i>Prova C</i>	Muratura	438	275	30	0.63	Libero	0.67	0.0024	0.85	0.20 fc	0.4 fc	0.15
<b>Callerio</b>													
	<i>Tall</i>	Muratura	100	200	25	2.00	Incastro	1.30	0.0065	0.97	0.11 fc	0.34 fc	0.05
<b>Giambanco</b>													
	<i>Prova</i>	Muratura	120	240	50	2.00	Libero	2.15	0.0090	0.84	0.04 fc	0.3 fc	0.2
<b>Marcari</b>													
	<i>Prova</i>	Tufo	148	157	53	1.06	Incastro	0.68	0.0043	0.83	0.2 fc	0.42 fc	0.1
<b>Fantoni</b>													
	<i>Prova A</i>	Pietra	125	185	50	1.48	Incastro	0.60	0.0032	0.83	0.05 fc	0.24 fc	0.2
	<i>Prova B</i>	Pietra	125	184	50	1.47	Incastro	0.91	0.0049	0.78	0.05 fc	0.31fc	0.25
<b>Faella</b>													
	<i>Wall 6/T2</i>	Tufo	130	125	50	0.96	Incastro	0.28	0.0022	0.94	0.05 fc	0.35 fc	0.12
<b>Zingone</b>													
	<i>C100 M4</i>	Calcarenite	100	146	25	1.46	Libero	0.67	0.0046	0.54	0.05 fc	0.55 fc	0.15
<b>Zurigo</b>													
	<i>Prova</i>	Muratura	360	200	15	0.56	Libero	0.64	0.0032	0.91	0.04 fc	0.22 fc	0.1
<b>EIGawady</b>													
	<i>SlenderL1</i>	Muratura	156	160	10	1.03	Libero	1.12	0.0070	0.48	0.04 fc	0.41 fc	0.15
	<i>Squat S1</i>	Muratura	156	70	7.5	0.45	Libero	0.36	0.0051	0.83	0.1 fc	0.36 fc	0.1

Tabella 6.27 - Parametri relativi alle simulazioni effettuate

Il parametro che influenza maggiormente il comportamento del modello è sicuramente il limite di resistenza delle aste diagonali  $\sigma_2$ , che determina, specie in pannelli con basso rapporto di forma  $h/b$ , il livello di carico ultimo sopportabile dal pannello; in figura 6.40 vengono illustrati i dati ottenuti:



**Figura 6.40 - Tensione limite  $\sigma_2$  in funzione del rapporto di forma del pannello**

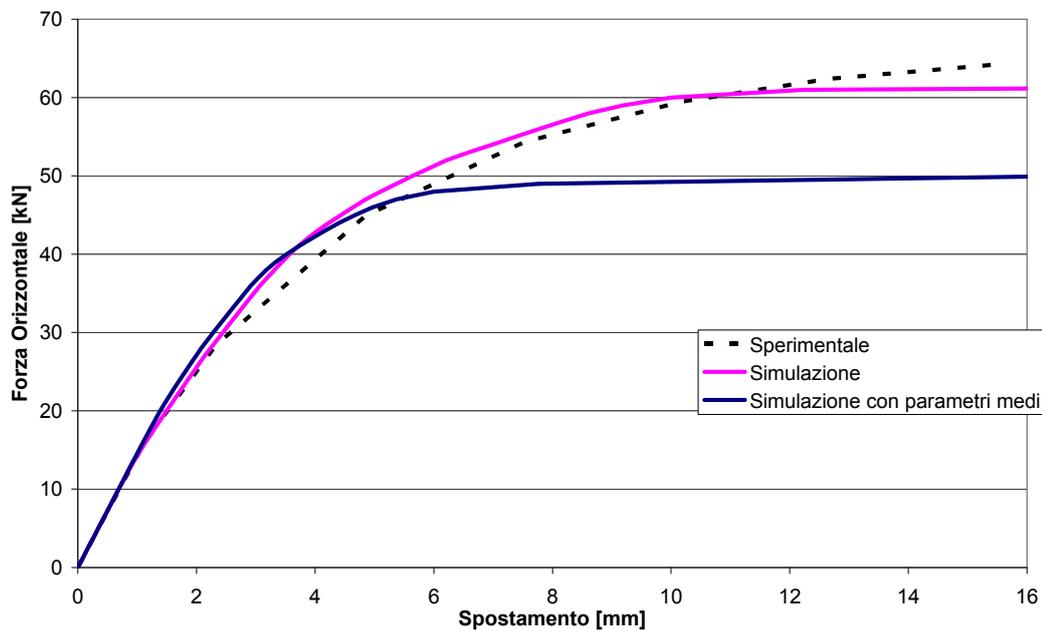
Nel seguito vengono simulate le prove utilizzando i parametri medi ottenuti, distinguendo tra elementi in muratura di laterizio e elementi in materiale naturale; in questo modo è possibile fornire un carattere di generalità al modello.

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.78$
	Resistenza a trazione	$0.1 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.34 f_c$
	Rigidezza	$0.125 E$

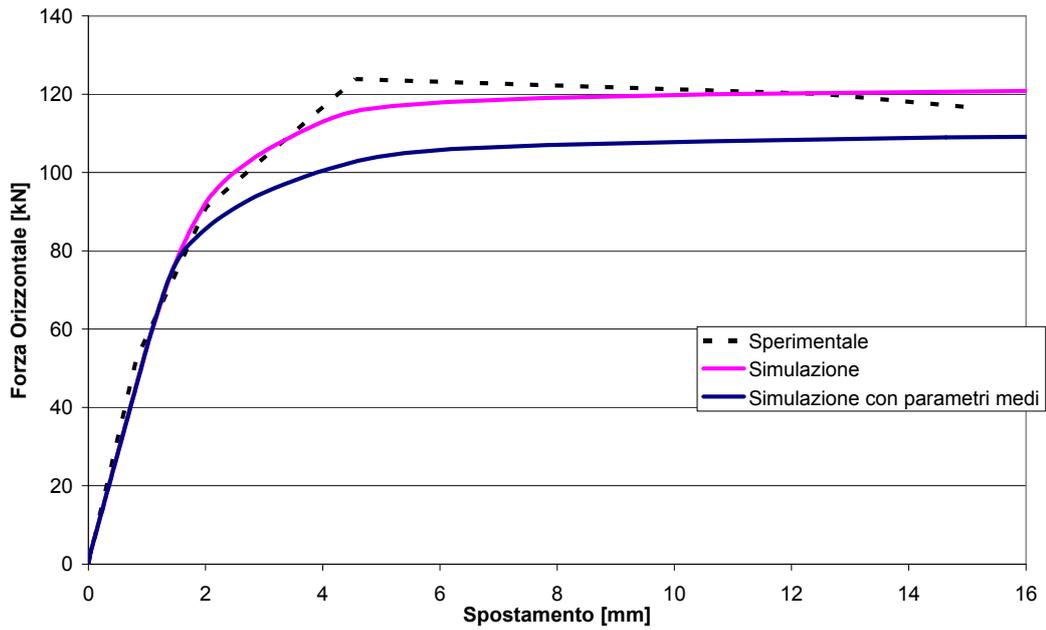
**Tabella 6.28 - Parametri del legame costitutivo medio delle aste diagonali per elementi di muratura in laterizio**

<b>1° Tratto</b>	Resistenza a compressione	$\alpha = 0.78$
	Resistenza a trazione	$0.1 f_c$
<b>2° Tratto</b>	Tensione limite	$0.34 f_c$
	Rigidezza	$0.125 E$

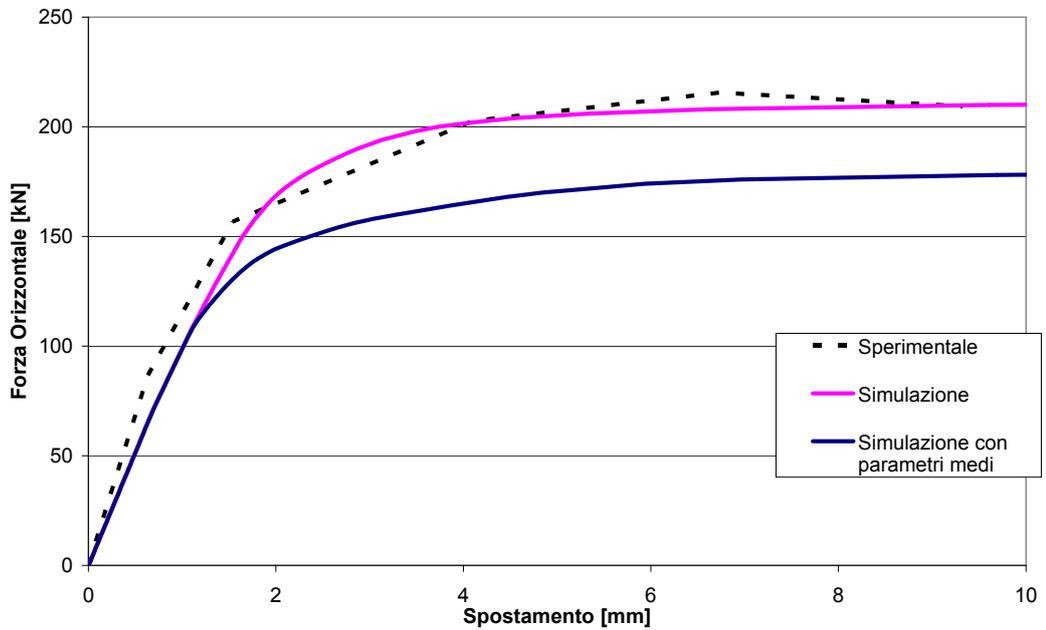
**Tabella 6.29 - Parametri del legame costitutivo medio delle aste diagonali per muratura in elementi naturali**



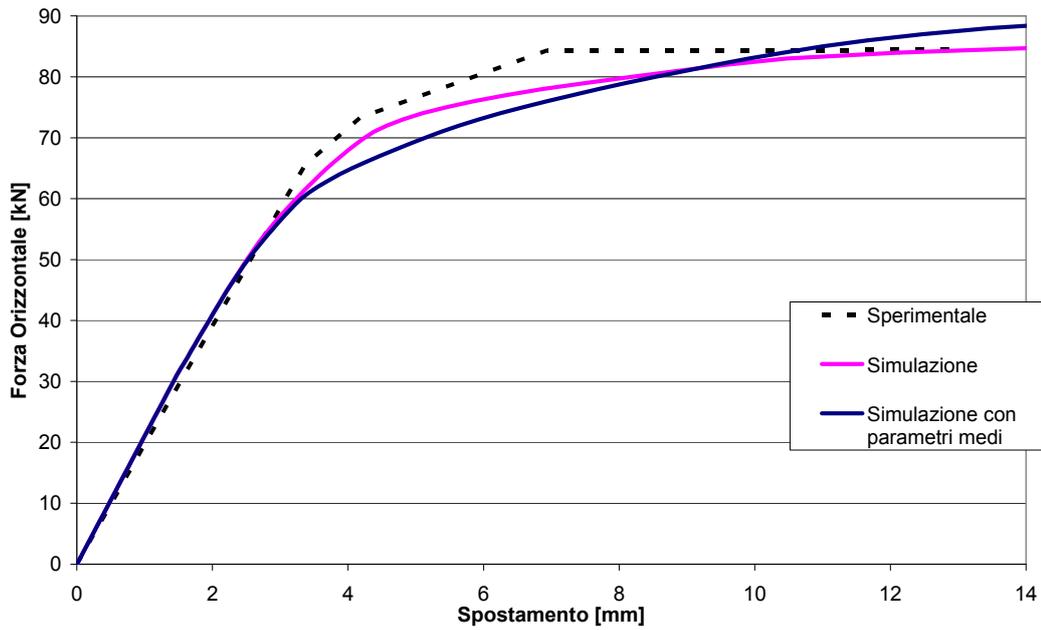
**Figura 6.41 - Confronto tra le curve di capacità prova Magenes Costa A**



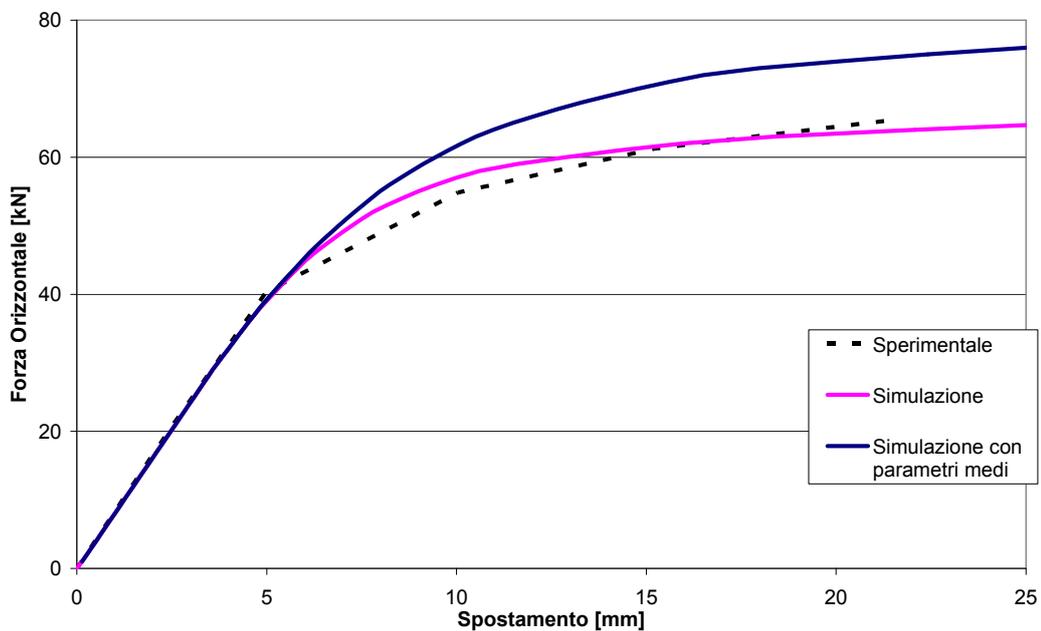
**Figura 6.42 - Confronto tra le curve di capacità prova Magenes Costa B**



**Figura 6.43 - Confronto tra le curve di capacità prova Magenes Costa C**



**Figura 6.44 - Confronto tra le curve di capacità prova Callerio**



**Figura 6.45 - Confronto tra le curve di capacità prova Giambanco**

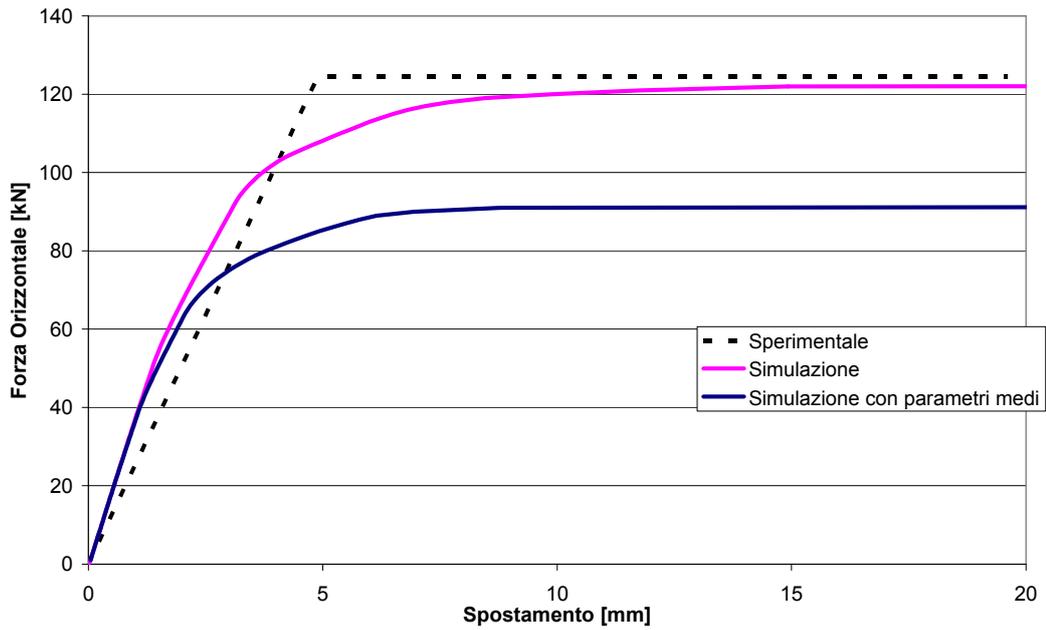


Figura 6.46 - Confronto tra le curve di capacità prova Marcari

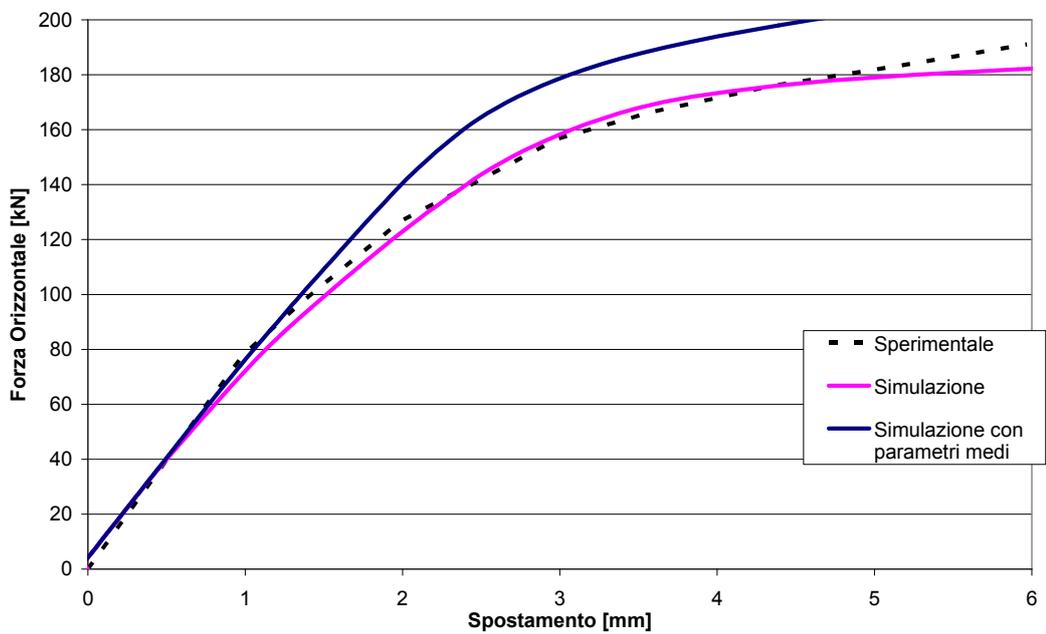
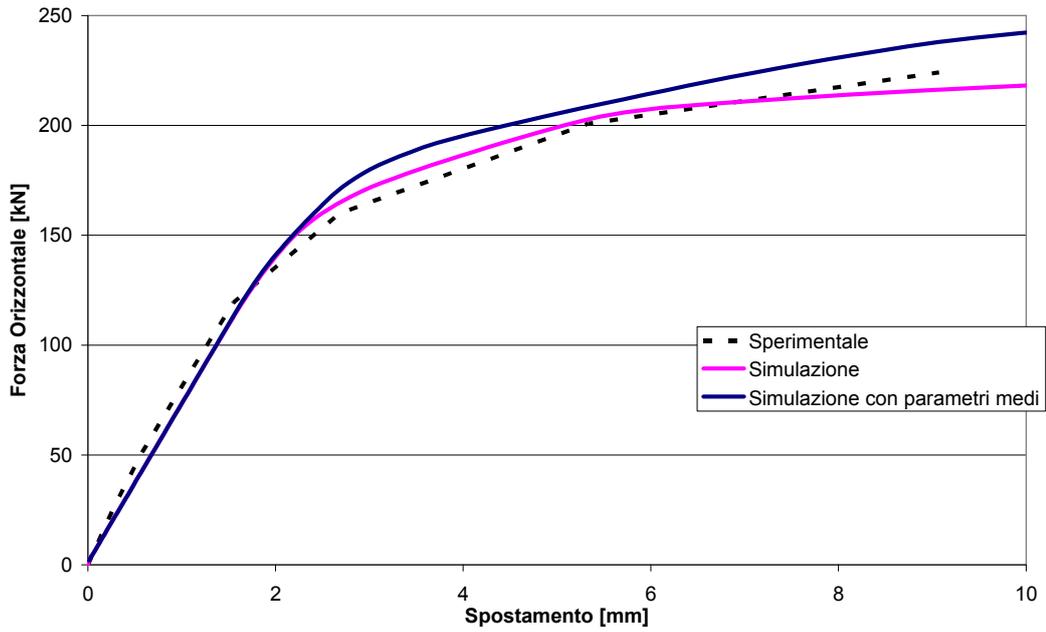
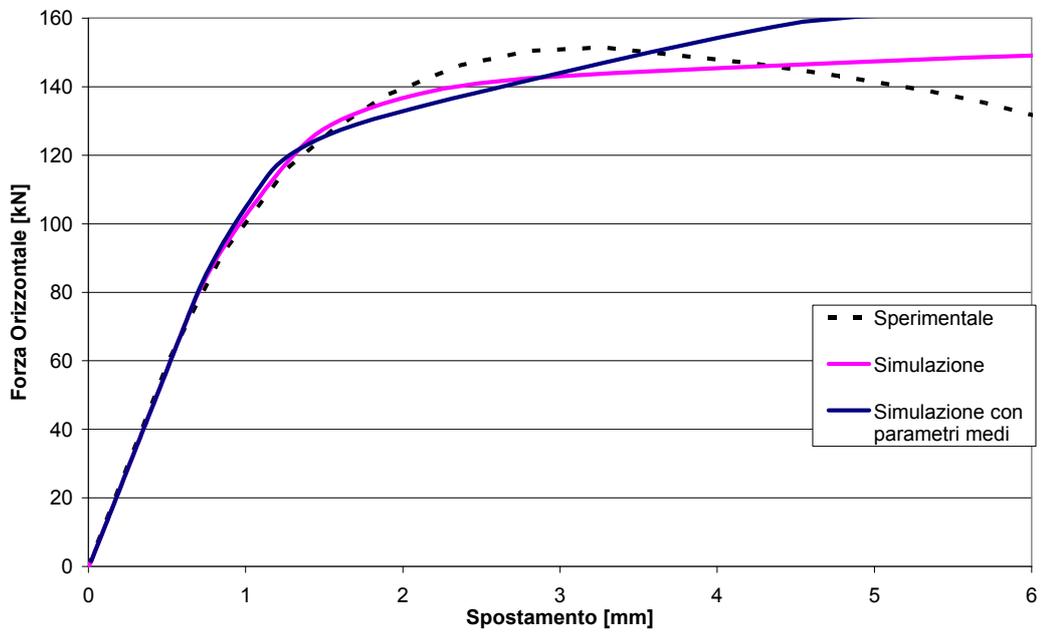


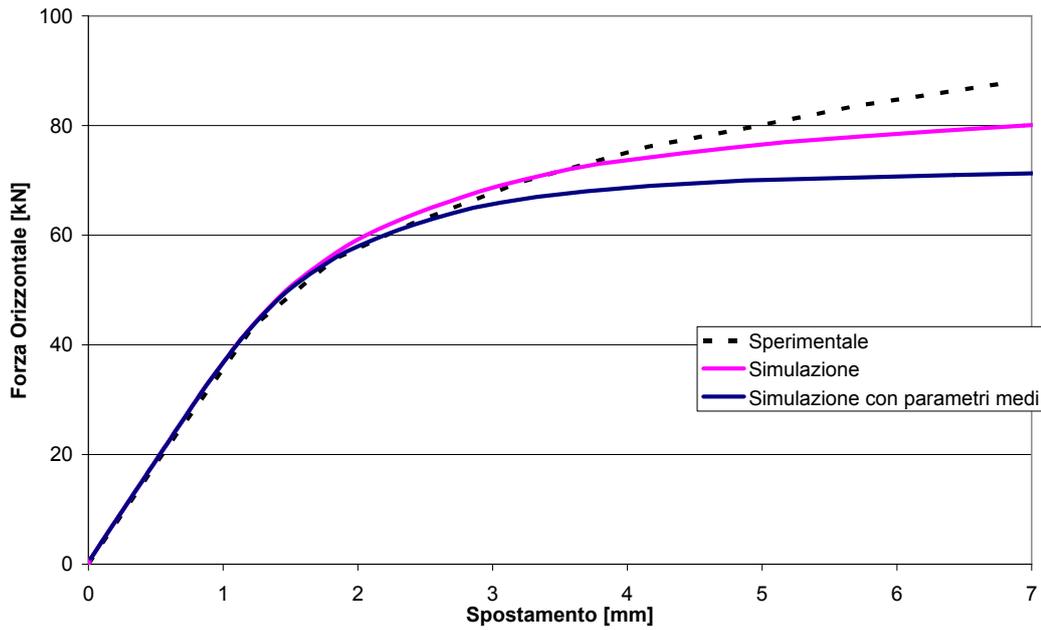
Figura 6.47 - Confronto tra le curve di capacità prova Fantoni A



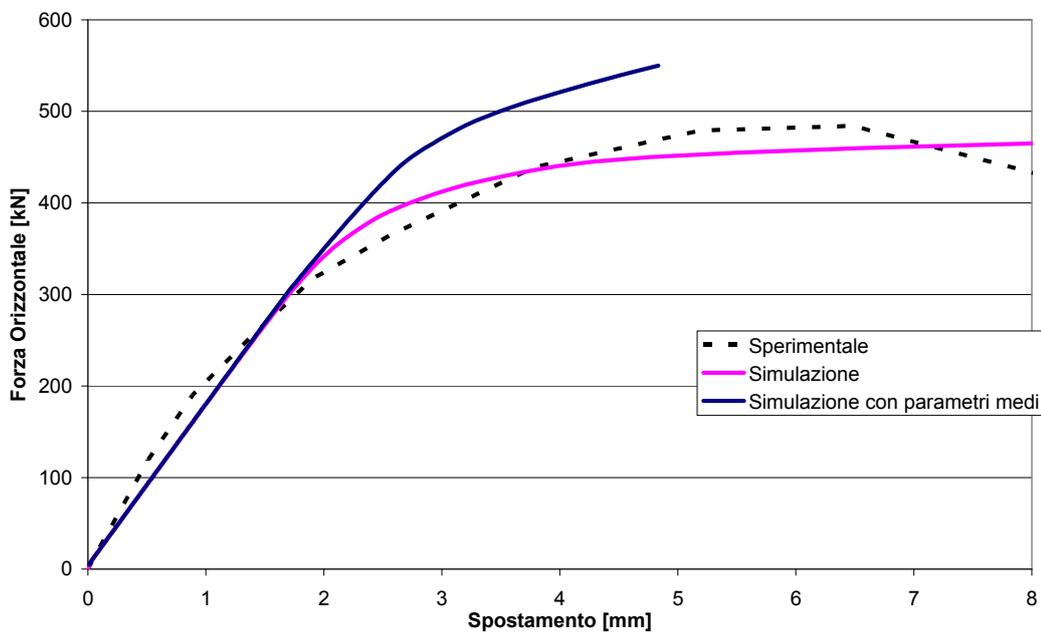
**Figura 6.48 - Confronto tra le curve di capacità prova Fantoni B**



**Figura 6.49 - Confronto tra le curve di capacità prova Faella**



**Figura 6.50 - Confronto tra le curve di capacità prova Zingone**



**Figura 6.51 - Confronto tra le curve di capacità prova Zurigo**

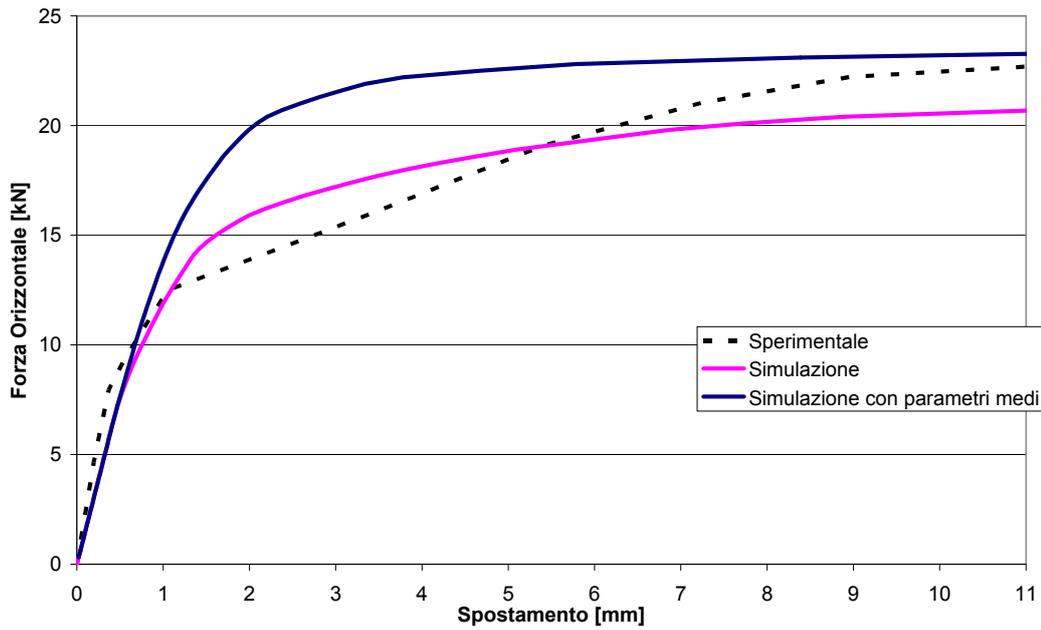


Figura 6.52 - Confronto tra le curve di capacità prova EI Gawady A

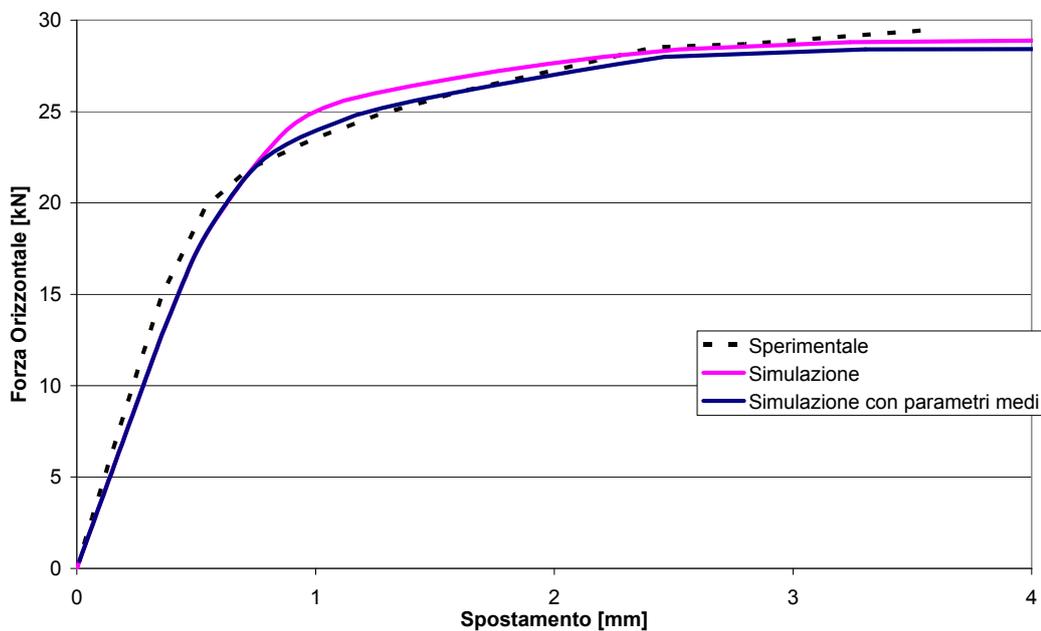


Figura 6.53 - Confronto tra le curve di capacità prova EI Gawady B

## **CAPITOLO 7**

# ***APPLICAZIONI DEL MODELLO RETICOLARE A PANNELLI RINFORZATI MEDIANTE FRP***

### **7.1 Introduzione**

Il modello reticolare, calibrato con i criteri illustrati nei capitoli precedenti, è stato utilizzato per descrivere il comportamento di pannelli in muratura rinforzati da elementi in materiale composito FRP.

In parallelo al meccanismo resistente pannello simulato tramite un reticolo equivalente di aste è stata inserita la presenza degli elementi di rinforzo che contribuiscono unicamente ad assorbire sforzi di trazione.

Nei paragrafi che seguono vengono illustrate le caratteristiche del materiale di rinforzo ed illustrati brevemente i risultati ottenuti.

### **7.2 Descrizione del materiale**

Il termine FRP è l'acronimo di Fiber Reinforced Polymer, ossia, materiale polimerico fibrorinforzato ed appartengono alla famiglia dei compositi strutturali costituiti da due fasi; a questi tipi di materiali appartiene anche il cemento armato. Le due fasi sono costituite da:

- rinforzo, caratterizzato da alte prestazioni meccaniche;

- matrice, identificabile come un elemento che assicura la continuità con caratteristiche meccaniche inferiori.

La caratteristica fondamentale dei compositi strutturali è quella di avere prestazioni meccaniche superiori a quelle che le singole fasi componenti sarebbero in grado di fornire distintamente.

Per ottenere un composito con elevate caratteristiche meccaniche, non è sufficiente utilizzare fibre resistenti, ma bisogna garantire una buona adesione tra matrice e rinforzo.

Nei compositi a matrice polimerica (FRP) la matrice è generalmente costituita da una resina epossidica ed i rinforzi possono essere di fibre di carbonio, di vetro o aramidiche.

Gli FRP sono materiali utilizzati da parecchi anni in settori come quello aeronautico, navale e per applicazioni militari. La notevole riduzione dei costi, legata alla loro maggiore diffusione, ha consentito l'introduzione degli FRP anche nel settore delle costruzioni edili.

### **7.3 Proprietà degli FRP**

Le principali proprietà dei costituenti gli FRP sono quantificabili attraverso i valori indicativi riportati nella tabella 7.1 dove vengono riportati anche i valori per un acciaio da costruzione per un utile raffronto.

	<b>Modulo Elastico E</b>  <b>[GPa]</b>	<b>Resistenza <math>\sigma_r</math> a rottura</b>  <b>[MPa]</b>	<b>Deformazione a rottura <math>\epsilon_r</math></b>  <b>[%]</b>	<b>Dilatazione termica <math>\alpha</math></b>  <b>[10<sup>-6</sup> °C]</b>	<b>Densità <math>\rho</math></b>  <b>[g/cm<sup>3</sup>]</b>
<b>Fibre di vetro E</b>	72-80	3445	4.8	5-5.4	2.5-2.6
<b>Fibre di vetro S</b>	85	4585	5.4	1.6-2.9	2.46-2.49
<b>Fibre di carbonio (alto modulo)</b>	390-760	2400-3400	0.5-0.8	-1.45	1.85-1.9
<b>Fibre di carbonio (alta resistenza)</b>	240-280	4100-5100	1.6-1.73	-0.6 -- -0.9	1.75
<b>Fibre aramidiche</b>	62-180	3600-3800	1.9-5.5	-2	1.44-1.47
<b>Matrice polimerica</b>	2.7 – 3.6	70 – 82	1.4 – 5.2	30 – 54	1.10 – 1.25
<b>Acciaio da costruzione</b>	206	250 - 400 (snervamento)	20 - 30	10.4	7.8

**Tabella 7.1 Confronto tra le proprietà delle fibre di rinforzo, delle matrici e dell'acciaio da costruzione**

Si può notare in particolare che le fibre di carbonio hanno valori di modulo di elasticità normale molto più elevati dei comuni da costruzione; essi sono quindi materiali molto efficienti dal punto di vista strutturale. La matrice può essere considerata come un continuo isotropo.

Le caratteristiche di un rinforzo sono definite dalla disposizione delle fibre rispetto agli assi dell'elemento e dalla geometria. Se la disposizione delle fibre è casuale nel piano e nello spazio il composito risulta avere caratteristiche simili a quelle di un materiale isotropo, negli altri casi il composito risulta essere anisotropo.

## 7.4 Tecniche di applicazione comportamento e vantaggi

Gli FRP sono materiali compositi che trovano impiego nel consolidamento e nel rinforzo di strutture civili.

Per gli edifici in cemento armato e in muratura avviene essenzialmente mediante due tecniche:

- placcaggio;
- confinamento.

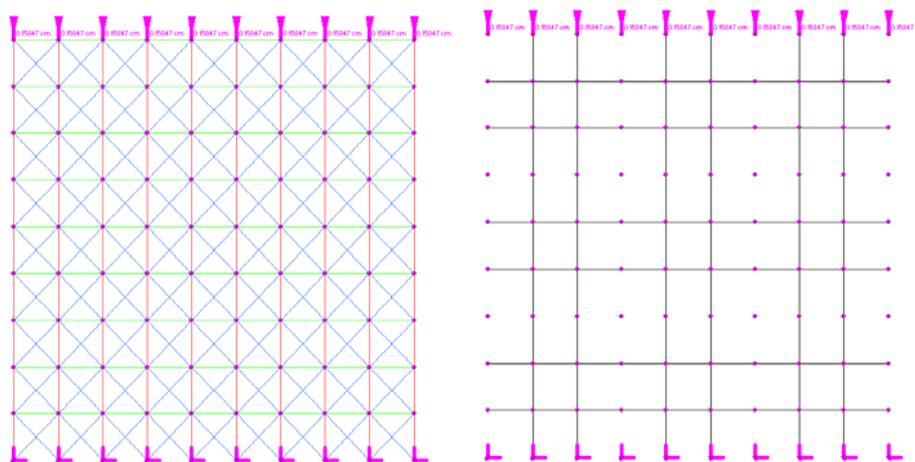
Il placcaggio consiste nell'applicare il rinforzo nella zona tesa di strutture inflesse e corrisponde alla tradizionale metodologia del placcaggio con piastre di acciaio (beton plaquè). I risultati che si ottengono sono l'aumento delle caratteristiche meccaniche, riduzione delle deformazioni per i carichi di esercizio, limitazioni degli stati fessurativi.

Il confinamento, detto anche wrapping, consiste nella fasciatura di elementi soggetti a compressione, taglio, flessione, come ad esempio i pilastri; questi interventi conferiscono agli elementi trattati maggiori caratteristiche di resistenza e duttilità. Quest'ultima caratteristica è importantissima per gli interventi di adeguamento delle strutture di edifici in zona sismica.

I vantaggi di tali applicazioni sono innumerevoli: leggerezza, elevate proprietà meccaniche, elevata resistenza alla corrosione, poca invasività degli interventi, facilità di applicazione, dimensioni delle parti strutturali aggiunte estremamente contenute, rapidità, durabilità superiore quella di interventi tradizionali. Per contro il costo di tali materiali è ancora superiore a quello dei materiali tradizionali.

## 7.5 Inserimento del rinforzo all'interno del modello reticolare

Lo studio dei pannelli rinforzati da elementi FRP è stato affrontato tramite il modello reticolare inserendo, accanto allo schema statico resistente del pannello, quello relativo agli elementi compositi.



**Figura 7.1 - Schema del pannello (a) e del rinforzo (b)**

In parallelo al meccanismo di riferimento del pannello è possibile introdurre la presenza di elementi di rinforzo realizzati in FRP che, data la loro natura, ammettono al loro interno solamente sforzi di trazione.

La tensione massima ammissibile nelle fibre è stata valutata come quella di delaminazione del rinforzo dal supporto, cioè quella relativa alle deformazioni che provocano il distacco delle fibre dal sottofondo.

La valutazione di tali parametri è stata fatta facendo riferimento alla normativa CNR DT 200/2004 dove:

$$\Gamma_{fk} = c_1 \cdot \sqrt{f_{mk} \cdot f_{mtm}}$$

$$f_{fdm} = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot \Gamma_{FK}}{t_f}}$$

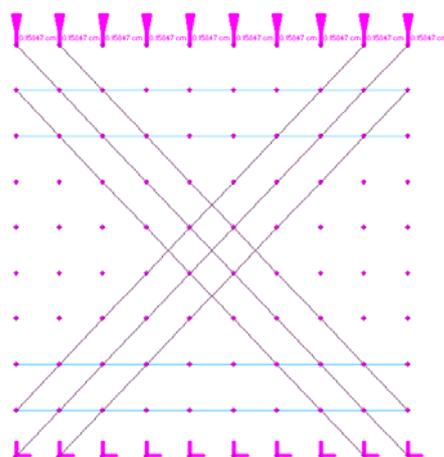
## 7.6 Simulazioni numeriche

Tramite il modello reticolare sono state simulate prove sperimentali effettuate su pannelli rinforzati mediante l'uso di elementi in FRP. Il modello è stato calibrato inizialmente sul comportamento dei pannelli non rinforzati, con il procedimento illustrato nel capitolo precedente; in seguito è stata inserita, all'interno dello schema reticolare la presenza del rinforzo. In questo modo è stato possibile valutare l'efficacia dell'intervento confrontando le due curve di capacità.

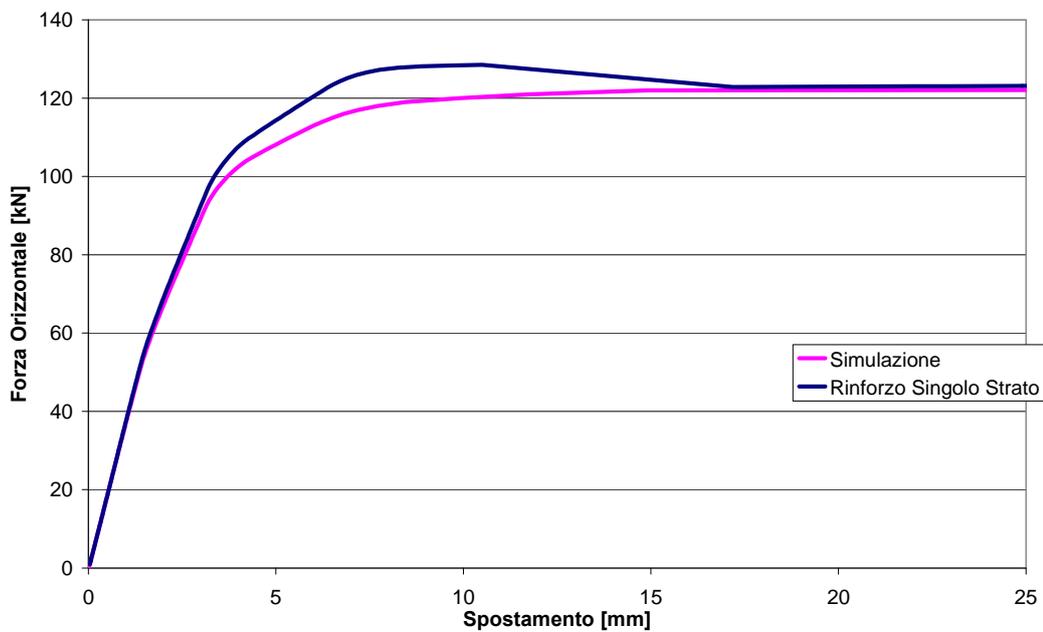
Il fenomeno della delaminazione delle fibre dal sottofondo è stato simulato imponendo alle stesse una deformazione ultima, al di sopra della quale viene persa la capacità portante dell'elemento. Tale valore di deformazione viene valutato mediante le indicazioni fornite all'interno della norma CNR DT200 2004.

La prima simulazione ha preso in considerazione prove presentate in [27], relative al comportamento di pannelli di tufo sollecitati da azione tagliante e rinforzati mediante lamine in FRP.

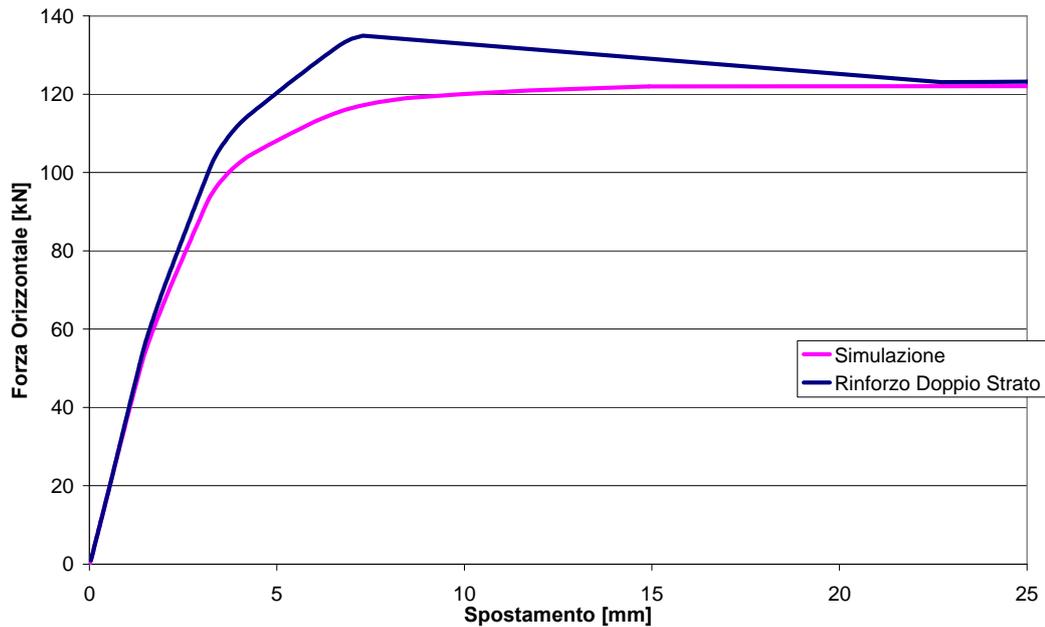




**Figura 7.3 - Posizione delle fibre all'interno del modello**



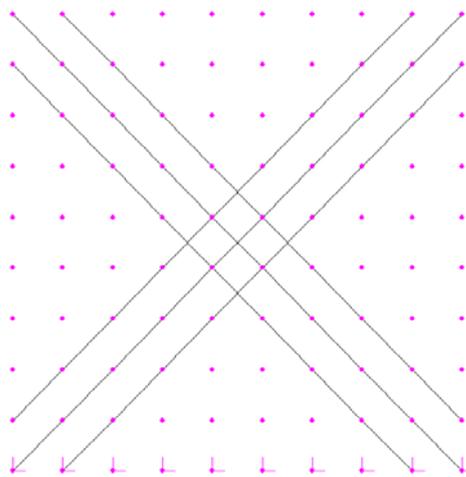
**Figura 7.4 - Curve di capacità in seguito all'applicazione del rinforzo singolo strato**



**Figura 7.5 - Curve di capacità in seguito all'applicazione del rinforzo doppio strato**

La seconda simulazione riguarda le prove sperimentali eseguite su pannelli rinforzati mediante elementi in fibra di vetro disposti lungo le diagonali e presentati in [13].

Il caso del comportamento del pannello non rinforzato è stato illustrato nel presente lavoro in 6.3.9.



**Figura 7.6 - Disposizione delle fibre all'interno del modello**



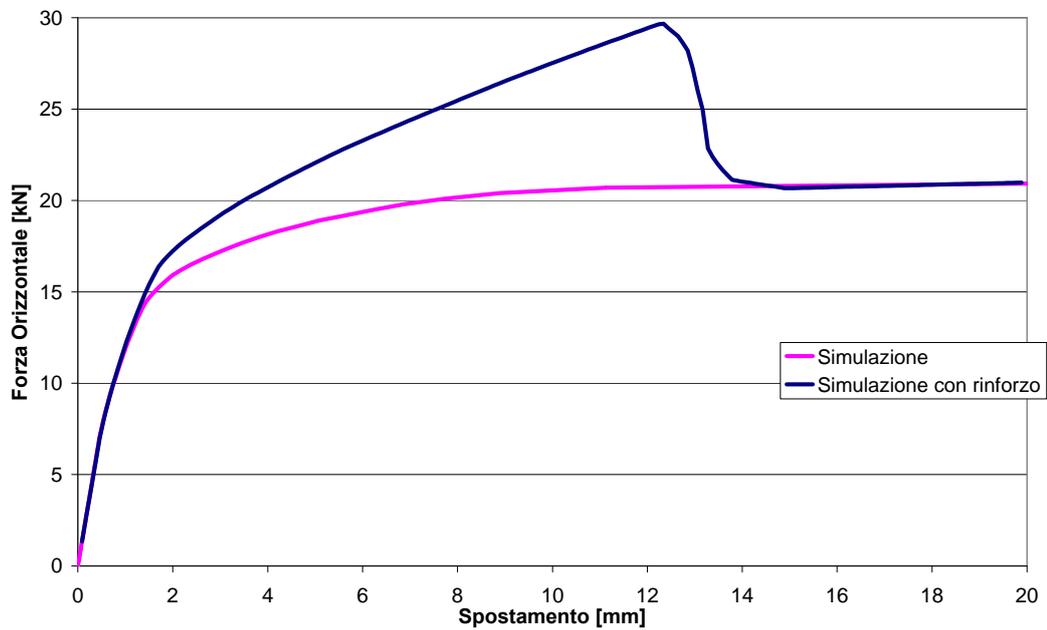
**Figura 7.7 - Disposizione del rinforzo sul pannello**

La tensione massima ammissibile all'interno delle fibre è:

$\Gamma_{Fk} = 0.0199 \text{ N/mm}$       energia di frattura

$f_{fdm} = 243.24 \text{ N/mm}^2$       tensione di delaminazione

$\varepsilon = 0.0014$       deformazione massima della lamina



**Figura 7.8 - Curve di capacità in seguito all'applicazione del rinforzo**

Dall'analisi delle curve ottenute è possibile osservare come la presenza delle fibre riesca a produrre benefici nel comportamento

del pannello rinforzato: la forza massima sopportata dal pannello aumenta proporzionalmente alla quantità di fibre applicate; inoltre, lo spostamento relativo al carico ultimo aumenta notevolmente rispetto al caso del pannello non rinforzato, migliorando quindi le caratteristiche di duttilità dell'elemento.

Si nota anche, che in seguito al raggiungimento della tensione massima all'interno delle fibre, determinata dall'instaurarsi del fenomeno della delaminazione, l'incremento di capacità portante generato dall'applicazione delle fibre viene perso ed il comportamento del pannello tende a ritornare uguale a quello del caso non rinforzato.

## ***Bibliografia***

### **Articoli**

- [1] Aiello M.A, S.M. Sciolti. Bond analysis of masonry structures strengthened with CFRP sheets. *Construction and Building Materials* 20 (2006) 90–100.
- [2] Ascione L, Feo L, Fraternali F. Load carrying capacity of 2D FRP/strengthened masonry structures. *Composites: Part B* 36 (2005) 619–626.
- [3] Bakis C. E, Bank L. C, Brown V. L, Cosenza E, Davalos J. F, Lesk J. J, Machida A, Rizkalla H, Triantafillou T. C. Fiber Reinforced Polymer Composites for Construction: State of the Art Review. *Journal of composites for construction*, may 2002.
- [4] Bank L, Gentry T, Thompson B.P. A model specification for FRP composites for civil engineering structures. *Construction and Building Materials* 17 (2003) 405–437.
- [5] Benedetti A, Steli E. Analytical models for shear displacement curves of unreinforced and FRP reinforced masonry panels. *Construction and Building Materials* (2006).
- [6] Berto L, Saetta A, Scotta R, Vitaliani R. Shear behaviour of masonry panel: parametric FE analyses. *International journal of solid and structures* 41 (2004) 4383-4405.
- [7] Callerio A. Comportamento sismico delle murature negli edifici monumentali: un metodo di analisi basato sulla meccanica del danneggiamento. Università di Napoli (1998).

- [8] Casareto M, Olivieri A, Romelli A. Strengthening of Masonry: Opportunities and Challenges in the Use of Composites. University of Missouri-Rolla. CIES 03-40.
- [9] Corradi M, Borri A, Vignoli A. Strengthening techniques tested on masonry structures struck by the Umbria–Marche earthquake of 1997–1998. *Construction and Building Materials* 16 (2002) 229-239.
- [10] Corradi M, Borri A, Vignoli A. Experimental study on the determination of strength of masonry walls. *Construction and Building Materials* 17 (2003) 325–337
- [11] Costa A. Experimental testing of lateral capacity of masonry piers. an application to seismic assessment of AAC masonry buildings. 2007.
- [12] Ehsani M.R, Saadatmanesh H, Al-Saidy A. Shear behaviour of URM wall retrofitted with FRP overlays. *Journal of composites for construction*. February 1997.
- [13] ElGawady M.A, Lestuzzi P, Badoux M. Aseismic retrofitting of unreinforced masonry walls using FRP. *Composites: Part B* 37 (2006) 148–162.
- [14] ElGawady M.A, Lestuzzi P, Badoux M. Analytical model for the in-plane shear behavior of URM walls retrofitted with FRP. *Composites Science and Technology* 66 (2006) 459–474.
- [15] ElGawady M.A, Lestuzzi P, Badoux M. Shear strength of URM walls retrofitted using FRP. *Engineering Structures* 28 (2006) 1658–1670.
- [16] ElGawady M.A, Lestuzzi P, Badoux M. Dynamic versus static cyclic tests of masonry walls before and after retrofitting with GFRP. 13th World conference on earthquake engineering. Vancouver, August 2004. Paper no. 2913.

- [17] Faella G, Manfredi G, Realfonzo R. Cyclic behaviour of tuff masonry walls under horizontal loadings. 6th Canadian masonry symposium, June 1992.
- [18] Fam A, Musiker D. In plane testing of damaged masonry wall repaired with FRP. *Advanced Composite Letters*, vol. 11, no.06, 2002.
- [19] Fantoni L. Rapporto sulle prove della capacita` portante di murature in pietrame iniettate. CRAD: Centro di ricerca applicata e documentazione. Udine, 1981.
- [20] Gabor A, Bennani A, Jacquelin E, Lebon F. Modelling approaches of the in-plane shear behaviour of unreinforced and FRP strengthened masonry panels. *Composite Structures* 74 (2006) 277–288.
- [21] Giambanco G, Rizzo S, Spallino R. Il modello di interfaccia a doppia asperita` per l'analisi delle strutture discontinue. *Atti del convegno nazionale: La meccanica delle murature tra teoria e progetto*. Messina, 1996.
- [22] Hall J.D, Schuman P.M, Hamilton III H.R. Ductile anchorage for connecting FRP strengthening of under-reinforced masonry buildings. *Journal of composites for constructions*. February 2002.
- [23] Lourenco P.J. *Computational strategy for masonry structures*. 1996.
- [24] Magenes G. Il metodo SAM.
- [25] Magenes G, Calvi G.M. In-plane seismic response of brick masonry walls. *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 26, 1091-1112 (1997).
- [26] Magenes G, Penna A, Costa A. Experimental tests on masonry panels subjected to in-plane loads. *State of art and new*

proposals. Sísmica 2007 – 7º Congresso de sismologia e engenharia sísmica.

[27] Marcari G, Manfredi G, Prota A, Pecce M. In-plane shear performance of masonry panels strengthened with FRP. Composites: Part B 2007.

[28] Nanni A, Tumialan J.G, Myers J.J. Field Evaluation of Masonry Walls Strengthened with FRP Composites at the Malcolm Bliss Hospital. University of Missouri-Rolla. CIES 99-12.

[29] Nanni A, Tinazzi D. Assessment of technologies of masonry retrofitting with frp. University of Missouri-Rolla. CIES 2000.

[30] Nanni A, Tumialan J.G. In Plane and Out of Plane Behavior of Masonry Walls Strengthened with FRP Systems. University of Missouri-Rolla. CIES 01-24.

[31] Nanni A, Galati N, Garbin E. Design guidelines for the strengthening of unreinforced masonry structures using fiber reinforced polymers (frp) systems. 2005.

[32] Prota A, Marcari G, Fabbrocino G, Manfredi G, Aldea C. Experimental in-plane behavior of tuff masonry strengthened with cementitious matrix–grid composites. Journal of composites for construction. may/june 2006.

[33] Roca P. Assessment of masonry shear-walls by simple equilibrium models. Construction and building materials 20 (2006) 229-238.

[34] Sacco E, Marfia S. Modeling of reinforced masonry elements. International journal of solids and structures 38 (2001) 4177-4198.

[35] Secondin S. Masonry reinforced with FRP systems. University of Missouri-Rolla. CIES 03-43.

- [36] Shrive N.G. The use of reinforced polymers to improve seismic resistance of masonry. *Construction and building materials* 20 (2006) 269 -277.
- [37] Stratford T, Pascale G, Manfroni O, Bonfiglioli B. Shear strengthening masonry panels with sheet glass-fiber reinforced polymer. *Journal of composites for constructions*. September/october 2004.
- [38] Tomazevic M, Lutman M, Bosiljkov V. Robustness of hollow clay masonry units and seismic behaviour of masonry walls. *Construction and Building Materials* 20 (2006) 1028–1039.
- [39] Triantafillou T.C. Strengthening of masonry struts using epoxy bonded FRP composites. *Journal of composites for constructions*. May 1998.
- [40] Triantafillou T.C. Seismic retrofitting of structures with fibre reinforced polymers. *Prog. Struct. Engng Mater.* 2001; 3: 57-65.
- [41] Tumialan G, Morbin A, Nanni A, Modena C. Shear strengthening of masonry walls with FRP composites. *Composites 2001 Convention and Trade Show*.
- [42] Valluzzi M.R, Modena C, Tinazzi D. Shear behavior of masonry panels strengthened by FRP laminates. *Construction and Building Materials* 16 (2002) 409–416.
- [43] Voon K.C, Ingham J.M. Experimental In-Plane Shear Strength Investigation of Reinforced Concrete Masonry Walls. *Journal of structural engineering*. March 2006.
- [44] Voon K.C, Ingham J.M. Design Expression for the In-Plane Shear Strength of Reinforced Concrete Masonry. *Journal of structural engineering*. May 2007.
- [45] Zingone G, Failla A, Ganduscio S, Puleri R, Romano F. Indagini sperimentali sul comportamento di murature in conci di

calcarenite soggetti a carichi ciclici. 6° Convegno nazionale L'ingegneria sismica in Italia, Perugia, Ottobre 1983.

### **Libri di testo**

[T1] Meccanica delle murature. Theodosios P. Tassios. Napoli: Liguori editore 1998.

[T2] La meccanica delle murature tra teoria e progetto: atti del Convegno nazionale: Messina, 18-20 settembre 1996. A cura di Luigi Gambarotta. Bologna : edizioni Pitagora, 1996.

[T3] Ingegneria delle strutture, vol.III. A cura di E.Giangreco. UTET editore, 2002.

### **Normative**

[N1] Circolare ministeriale LL.PP. 21745/1981: "Istruzioni relative alla normativa tecnica per la riparazione ed il rafforzamento degli edifici in muratura danneggiati dal sisma".

[N2] Decreto 20 Novembre 1987. "Norme tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento" .

[N3] Eurocodice 6 : Progettazione delle strutture di muratura – Parte 1-1 regole generali per gli edifici – "Regole per la muratura armata e non armata - UNI ENV 1996-1-1".

[N4] Ordinanza 3431 – Testo integrato dell'allegato 2 – Edifici – all'ordinanza 3274 come modificato dall' OPCM 3431 del 3/5/05: "Norme tecniche per il progetto, la valutazione, e l' adeguamento sismico degli edifici".

[N5] Istruzioni CNR-DT 200/2004: " Istruzioni per la progettazione, l'esecuzione ed il controllo di interventi di consolidamento statico mediante l'utilizzo di compositi fibrorinforzati".