

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

La Costante di Newton a piccole e grandi scale

Relatore:
Prof. Roberto Casadio

Presentata da:
Barbara Ferretti

Sessione III
Anno Accademico 2014/2015

Indice

1	INTRODUZIONE	4
1.1	La Costante di Gravitazione	4
1.2	Teorie non Newtoniane della Gravitazione	7
1.3	Esperimenti effettuati per la misura della costante di gravitazione	9
2	MISURA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE CON ATOMI FREDDI	16
2.1	Interferometria Atomica	16
2.2	Metodologia Sperimentale	17
2.2.1	Risultati	20
3	TEST DELLA FORZA GRAVITAZIONALE MEDIANTE OSSERVAZIONE DELLA PULSAR BINARIA PSR J1713+0747	23
3.1	Variazione Temporale della "costante" di Newton	24
3.2	Metodo di Osservazione	26
3.2.1	Calcolo dei tempi di Arrivo	26
3.2.2	Stima degli Errori	28
3.3	Risultati	29
3.3.1	Variazione Orbitale Intrinseca	30
3.3.2	Variazione temporale di G	30
3.3.3	SEP e PFE	32
4	CONCLUSIONI	35
	Bibliografia	36

SOMMARIO

La validità della legge di gravitazione di Newton, o ISL (dall'inglese *inverse square law*) è stata ampiamente dimostrata dalle osservazioni astronomiche nel sistema solare (raggio d'azione di circa $10^7 - 10^9$ km). Gli esperimenti effettuati su scale geologiche (raggio d'azione tra cm e km), eredi dell'esperimento di Cavendish, sono stati capaci di fornire un valore sperimentale della costante G della ISL affetto però da un'incertezza consistente (la precisione con cui si conosce G è dell'ordine di grandezza di 10^{-4}).

L'interesse nella determinazione di un valore più preciso della costante G è aumentato negli ultimi decenni, supportato dalla necessità di mettere alla prova nuove teorie di gravitazione non Newtoniane emergenti, e da un avanzamento tecnologico negli apparati di misura, che sono ora in grado di rilevare l'interazione gravitazionale anche su distanze molto brevi (al di sotto del mm).

In questo elaborato vengono brevemente presentate alcune delle teorie avanzate negli ultimi decenni che hanno reso urgente la riduzione dell'incertezza sulla misura di G, elencando successivamente alcuni importanti esperimenti condotti per la determinazione di un valore di G ripercorrendone brevemente i metodi sperimentali seguiti.

Tra gli esperimenti presentati, sono infine analizzati nel dettaglio due esperimenti significativi: La misura della costante gravitazionale effettuata a corto raggio con l'utilizzo di atomi freddi nell'ambito dell'esperimento MAGIA a Firenze, e l'osservazione della presunta variazione di G su scale temporali relativamente lunghe, effettuata mediante l'osservazione (della durata di 21 anni) della pulsar binaria PSR J1713+0747.

Capitolo 1

INTRODUZIONE

La legge di Gravitazione rappresenta la prima interazione fisica fondamentale di cui si è scoperta l'esistenza. Nonostante l'analisi della forza gravitazione abbia più di 300 anni di esperimenti alle spalle, il valore della costante di gravità non è ancora stato determinato con una precisione accettabile.

Questa incertezza sul valore di G , è stata a lungo attribuita a carenze nella strumentazione di misura che non erano sufficientemente sensibili per isolare l'interazione gravitazionale tra due corpi dalle altre interazioni presenti.

Già nel 1937 però, Dirac, mise l'accento su questo punto critico elevando il problema della determinazione di G da problema puramente metrologico a questione teoretica, interrogandosi sull'effettiva costanza della "costante" gravitazionale ed aprendo la strada a teorie di gravitazione alternative alla ISL ed alla relatività generale (che saranno brevemente esposte in seguito): a questo punto risulta chiaro che non è più sufficiente imputare l'errore relativo alla misura della costante alla scarsa precisione strumentale, e diventa vitale per la conferma delle teorie di gravitazione provare con buona confidenza la costanza di G e determinarne un valore il più possibile accurato.

Nel seguito sarà presentata brevemente la problematica della misura della costante di gravitazione rispetto alle altre costanti fisiche fondamentali, e saranno riportati alcuni esperimenti effettuati nel tentativo di determinarne un valore più accurato, analizzando nello specifico due esperimenti in particolare, uno realizzato a corto raggio (scale sub-millimetriche, con l'utilizzo di atomi freddi ed interferometria atomica) ed uno realizzato su scale astronomiche.

1.1 La Costante di Gravitazione

Nel 1687 Newton pubblicò il famoso *Philosophiae naturalis Principia Mathematica*, in cui introdusse la legge di gravitazione universale. La forza di Newton è definita come:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

dove G é, appunto, la costante gravitazionale.

Il primo esperimento accurato di misura della costante di Newton fu effettuato da Cavendish nel 1798, nonostante essa non compaia in modo esplicito nel suo lavoro: Cavendish misurò infatti una grandezza che lui stesso aveva denominato: "gravità specifica della Terra", che dipendeva dal raggio della terra, dall'accelerazione di gravità e da quella che é oggi a tutti gli effetti la costante di gravitazione universale. Viene tuttavia riconosciuto a Cavendish il merito di aver introdotto la tecnica di misura tramite bilancia di torsione che verrà poi affinata in seguito. Infatti, molti esperimenti effettuati successivamente a quello di Cavendish, si basano sullo stesso metodo sperimentale, con la differenza che le misure vengono effettuate con strumentazione più accurata. Questo tuttavia non sembra aver influito in modo significativo sulla precisione con cui conosciamo la misura di G : come illustrato nel grafico che segue, il valore ufficiale del "committee on data for Science and Technology" [1] (CODATA) riporta tutt'ora una notevole incertezza, in quanto le misure effettuate nei vari laboratori non sono consistenti fra loro.

Si tratta di una situazione non comune nella fisica moderna, in quanto le costanti riguardanti altre interazioni fisiche fondamentali, come ad esempio la costante di struttura fina (determinata con una precisione di 10^{-10}), sono determinate con una precisione molto più alta.

Un breve elenco esemplificativo dell'accuratezza relativa ad alcune costanti fisiche fondamentali è riportato in tabella, i valori delle incertezze fanno riferimento ai valori CODATA 2010.

Costante	incertezza relativa(2010)
α	$3.2 \cdot 10^{-10}$
a_0	$3.2 \cdot 10^{-10}$
λ_c	$6.6 \cdot 10^{-10}$
r_e	$9.7 \cdot 10^{-10}$
h	$4.4 \cdot 10^{-8}$
m_e	$4.4 \cdot 10^{-8}$
μ_B	$2.2 \cdot 10^{-8}$
μ_N	$2.2 \cdot 10^{-8}$
μ_e	$2.2 \cdot 10^{-8}$
μ_p	$2.4 \cdot 10^{-8}$
k	$9.1 \cdot 10^{-7}$
σ	$3.6 \cdot 10^{-4}$
G	$1.2 \cdot 10^{-4}$

Risulta chiaro dal confronto con le altre costanti fisiche. che l'incertezza sul valore di G è estremamente elevata, una deviazione tanto alta non sarebbe tollerata nemmeno nell'industria di precisione.

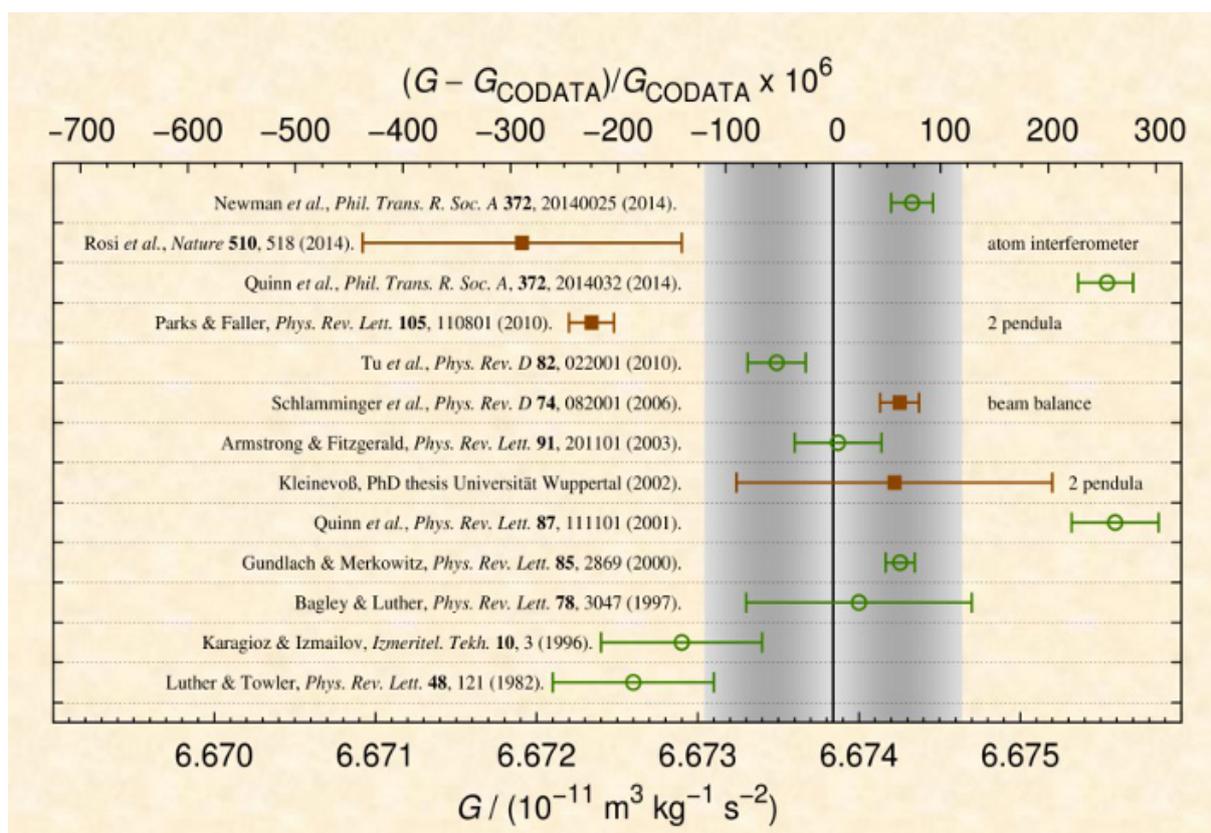


Figura 1.1: confronto delle misure attuali di G , con l'indicazione degli articoli di ricerca dei diversi gruppi

Considerando il ruolo fondamentale giocato dalla costante G nelle teorie della gravitazione, in teorie cosmologiche, nell'astrofisica, nei modelli geofisici e nella fisica delle particelle, è evidente che la determinazione di un valore della costante di gravitazione più accurato sia estremamente importante per la fisica contemporanea.

1.2 Teorie non Newtoniane della Gravitazione

La relatività generale di Einstein si fonda sulla ISL introdotta da Newton, conservando la costante gravitazionale G .

Negli ultimi decenni sono state introdotte numerose teorie differenti dalla relatività generale che violano la ISL e che in certi casi sono supportate da evidenze sperimentali.[2] Di seguito è fornito un breve elenco di alcune di queste teorie, che verranno successivamente discusse in questa sezione.

- 1971: Modello della dilatazione di Fujii
- 1976: Long afferma di aver trovato le prove della violazione della *inverse square law*
- 1986: Fischbach introduce l'ipotesi della quinta forza
- 1998: formulazione di una legge di gravità non newtoniana basata su un modello extra-dimensionale

Nel 1971 Fujii propose un modello di gravità non newtoniana assumendo l'esistenza di una nuova interazione, detta *dilatation-mediated* con validità nel range compreso tra 10 m e 1 Km o al disotto di 1 cm.

Il potenziale gravitazionale di Fujii risulterebbe quindi essere:

$$V_{\text{Fujii}}(r) = -G_{\infty} \cdot \frac{Mm}{r} \left(1 + \frac{1}{3}e^{-r/\lambda}\right) = G_{\text{Fujii}}(r) \cdot \frac{Mm}{r}$$

dove λ sembra essere il range d'interazione per il nuovo campo dilatato e G_{∞} indica la costante gravitazionale ideale, senza alcuna dipendenza da r .

Per $\lambda \gg r_N$, $G_N = G_{\text{Fujii}}(r_N) = \frac{4}{3}G_{\infty}$ è ottenuta mediante la costante gravitazionale G_{Fujii} dipendente da r .

Con G_N si intende qui il valore sperimentale della costante di Newton misurato a distanze corrispondenti a scale di laboratorio dell'ordine di 0.1 m.

Fujii assume quindi che $G_{\infty} = \frac{4}{3}G_N$ sia differente dal valore misurato (G_N) in laboratorio. Il potenziale di Fujii è un potenziale di Yukawa e può essere generalizzato come:

$$V_{\text{Yukawa}} = -G_{\infty} \frac{Mm}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$

dove il range del potenziale di Yukawa può essere scritto come $\lambda = \frac{\hbar}{m_b c}$ quando m_b tende a zero, si ottiene nuovamente la ISL.

Il potenziale di Yukawa può anche essere espresso in termini di una costante $G_{\text{Yukawa}}(r)$ dipendente dalla distanza

In particolare, secondo le ipotesi di Fujii, $G_N = \frac{4}{3}G_\infty$ si ottiene quando $\alpha = \frac{1}{3}$ e $\lambda \gg r_N$. In tutti gli altri casi, non è possibile utilizzare il valore misurato di G_N come G_∞ .

L'ipotesi di Fujii diede inizio ad una serie di esperimenti realizzati su scale geologiche (Km) e di laboratorio (m) con l'obiettivo di verificare la validità della teoria proposta e di determinare eventuali vincoli sui parametri α e λ .

Nel 1976 Long sostenne di aver trovato evidenze sperimentali di una $G=G(r)$ nella forma: $G_{\text{Long}}(r) = g_\infty(1 + 0.002 \ln[r/cm])$ su una scala dell'ordine del cm.

Molti esperimenti effettuati in laboratorio hanno tentato di confermare il risultato di Long, ma non è stata osservata tale violazione della ISL.

Nel 1968, Fischbach, rianalizzando l'esperimento di Etövös (1922), affermò che G dovesse dipendere da una composizione.

Questa teoria è nota anche come "la quinta forza" e può essere espressa come:

$$G_5 = G_\infty(1 + \tilde{\alpha} q_1 q_2 e^{-r/\lambda})$$

dove q_i "è una generica carica puntiforme per le particelle $i=1,2$ divise per la loro massa m_i e normalizzate dalla massa dell'idrogeno m_H .

Sono stati realizzati numerosi esperimenti, su differenti scale di lunghezza, per tentare di provare l'esistenza di questa nuova forza, che, se fosse confermata, introdurrebbe una violazione dell'universalità della costante G . È possibile realizzare test sperimentali della quinta forza testando la dipendenza di G dalla distanza dunque per testare l'esistenza della nuova forza basta servirsi di apparati strumentali già utilizzati per i test della ISL. Questi test non possono dimostrare l'esistenza di $\tilde{\alpha}$ ma solo stabilirne i limiti superiori.

Dall'inizio degli anni novanta, i test sulla deviazione dalla legge di Newton sono stati solamente capaci di stabilire che la ISL è confermata con una precisione dell'ordine di 10^{-4} .

Nel 1998, Arkani, Hamed, Dimopoulos e Dvali proposero un modello basato sull'esistenza di dimensioni extra (modello ADD). Questo modello prevede una violazione della ISL su distanze di circa 0.1 mm, provando che esistono n "grandi" dimensioni extra oltre alle quattro del nostro spazio-tempo, introdotte per risolvere il cosiddetto "*problema della gerarchia*".[3]

Il problema della gerarchia può essere riassunto come il grande divario presente tra le due scale energetiche fondamentali esistenti in natura: la scala elettrodebole: E_{We} dell'ordine di 1 Tev, e la scala gravitazionale: E_g dell'ordine di 10^{16} Tev.

Il modello ADD spiega la debolezza della forza di gravità a lungo raggio introducendo n dimensioni extra che siano "grandi" rispetto alla scala di Plank, le quali non vengono rilevate dai campi del modello standard.

Il potenziale gravitazionale in quattro dimensioni è:

$$V(r) = -G_4 \frac{M}{r}$$

Il potenziale nel modello ADD, con l'introduzione di n dimensioni extra diventa:

$$V_{4+N}(r) = -G_{4+n} \frac{M}{r^{n+1}}$$

quando si lavora con lunghezze inferiori alla "grandezza" (λ) delle dimensioni extra, dove il potenziale è indipendente da essa. Se invece la distanza d'interesse è maggiore di λ , l'espressione per il potenziale è data da:

$$V_{4+N} = -G_{\infty} \frac{Mm}{r}$$

Dunque, ci si aspetta che la ISL sia modificata su scale minori di r_N .

1.3 Esperimenti effettuati per la misura della costante di gravitazione

Quando Newton formulò la teoria di gravitazione universale, la strumentazione sperimentale non aveva ancora raggiunto uno sviluppo tale da consentire una verifica immediata di tale legge.

Fu solo dalla fine del '700 in poi che gli scienziati iniziarono a porsi il problema di come ottenere un valore per la costante di gravità.

In oltre 200 anni, sono stati condotti numerosi esperimenti con lo scopo di ottenere un valore della costante di gravitazione con una confidenza sufficientemente accettabile. Come sottolineato in precedenza la maggior parte degli esperimenti, effettuati nell'arco di oltre 200 anni, si basano sull'utilizzo della bilancia di torsione introdotta da Cavendish.

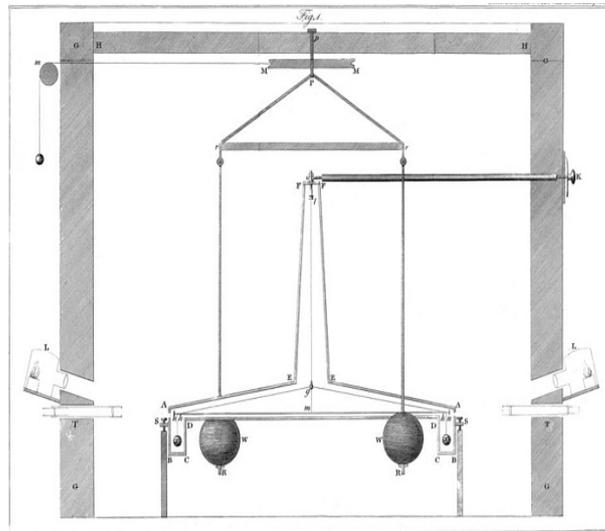


Figura 1.2: apparato sperimentale di Cavendish: due sferette h di diametro prossimo a 5 centimetri (tutte le misure originali erano indicate in pollici e piedi) erano unite da un braccio triangolare e sospese attraverso un filo lungo circa un metro. L'attrazione dovuta ai pesi W era sufficiente per torcere il filo di sospensione e mettere la coppia di sferette in oscillazione. Il braccio lungo sei piedi (circa 1,83 metri) era realizzato con fili metallici, tra i quali l'argento. Anche i pesi W potevano essere disposti nelle vicinanze dell'apparato mobile in diverse posizioni. L'esperimento consisteva quindi nell'applicare una coppia di forze ed osservare le oscillazioni smorzate dell'apparato mobile.

Di seguito è presentato un breve elenco degli esperimenti storici, con i valori sperimentali di G ottenuti:

1. Cavendish, 1798
2. Poynting, 1892, $6,6984 \cdot 10^{-11}$
3. Boys 1895, $6,6579 \cdot 10^{-11}$
4. Braun 1896, $(6,65816 \pm 0,00168) \cdot 10^{-11}$
5. Richardz, Krigar Menzel, 1897, $(6,685 \pm 0,0011) \cdot 10^{-11}$

Per brevità e poiché esula dagli scopi di questa esposizione, non saranno trattate le metodologie sperimentali nel dettaglio.

Il metodo sperimentale introdotto da Cavendish ha subito in oltre due secoli numerose modifiche e perfezionamenti, fino ad arrivare alle tecniche più all'avanguardia utilizzate negli ultimi 15 anni in numerosi esperimenti per la misura della costante G o per *testare* la legge di Newton, o *gravitational inverse square law*, la quale, data la scarsa precisione nella misura di G , è stata messa in discussione negli ultimi cinquant'anni dalle suddette teorie della gravitazione *non newtoniane*.

A questo proposito, una serie di esperimenti sono stati condotti tra il 2000 e il 2008 dall'*Eöt-Wash group*, che ha sviluppato una bilancia di torsione a basse frequenze basata sul principio della *massa mancante*. L'apparato utilizzato nell'esperimento condotto nel 2000 [4] era composto da un pendolo di torsione contenente un anello di alluminio su cui sono stati praticati 10 buchi cilindrici, ed una sorgente di rame con 10 buchi analoghi, capace di ruotare uniformemente attorno all'asse verticale grazie ad un motore posizionato al di sotto di essa.

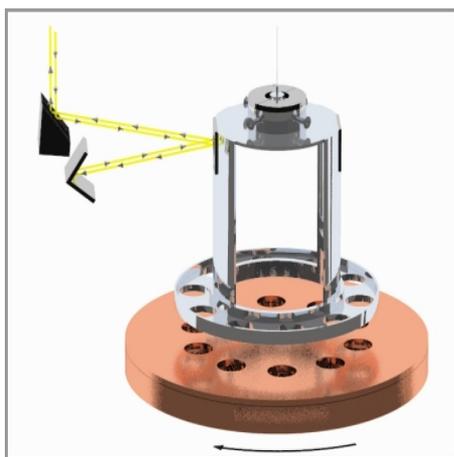


Figura 1.3: apparato utilizzato nell'esperimento

L'interazione gravitazionale tra la sorgente ed il rilevatore produce la torsione

$$N(\phi) = -\frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi}$$

$N(\phi)$ oscilla 10 volte per ogni periodo di rivoluzione della sorgente, producendo così torsioni a 10f, 20f, 30 f . . . (dove f è la frequenza con cui ruota la sorgente).

Il momento torcente produce una torsione del pendolo, misurata da un autocollimatore che riflette due volte un raggio laser da ognuno dei due specchi piani posizionati sul pendolo.

Un secondo disco di rame, più sottile del primo e contenente anch'esso 10 buchi ma sfasati di un angolo pari a $\pi/10$, è posto sotto alla sorgente con lo scopo di eliminare l'interazione gravitazionale tra sorgente e rilevatore.

Nonostante elimini l'interazione gravitazionale, dovrebbe comunque permettere al sistema di rilevare interazioni parametrizzabili come segue tramite potenziale di Yukawa

$$V(r) = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r} \cdot [1 + \alpha \exp(-r/\lambda)]$$

se il raggio di questa nuova forza è minore della dimensione del disco di rame che funge da sorgente. il rilevatore in alluminio è progettato in modo da minimizzare gli effetti di oscillazione e smorzamento della torsione, inoltre, le eventuali tensioni elettrostatiche sono minimizzate da uno scudo di Berillio-Rame posto fra rilevatore e sorgente, e per finire, il pendolo, gli specchi e la superficie superiore della sorgente sono ricoperti in oro. Il team ha ripetuto due volte l'esperimento utilizzando differenti set up dell'apparato.

La massima sensibilità è stata ottenuta per $\lambda = 1.5$ mm, decretando così $|\alpha| < 0,0079$ con una precisione del 95%, ed imponendo un raggio massimo per un' eventuale dimensione extra pari a: $R = 160 \mu\text{m}$.

Nel 2006, sempre presso l'università di Washington, è stato condotto un altro esperimento utilizzando una versione aggiornata della bilancia di torsione a "massa mancante" precedente.[5]

Le dimensioni dell'apparato vengono ridotte di circa la metà : ciò comporta che gli esperimenti vengano effettuati ad un raggio più corto rispetto ai precedenti. I buchi (ovvero le masse mancanti) praticati nel rilevatore e nel disco di rame sorgente sono questa volta 42, il risultato è che il rilevatore oscilla 21 volte in un periodo di rivoluzione della sorgente. Per l'eliminazione dell'attrazione gravitazionale tra sorgente e rilevatore, è utilizzato questa volta un disco di tantalio, posizionato sotto il disco sorgente. Anche in questo caso, il disco dovrebbe avere l'effetto di eliminare l'interazione gravitazionale ma non un'ulteriore interazione che dipende dal potenziale di Yukawa riportato precedentemente.

Per minimizzare gli effetti di disturbo e gli errori sistematici derivanti, sono state affinate le tecniche dell'esperimento precedente: vengono ridotte le dimensioni dello scudo, oltre ad essere ricoperto d'oro, l'apparato è circondato da un alloggio di rame su cui sono stati praticati dei buchi.

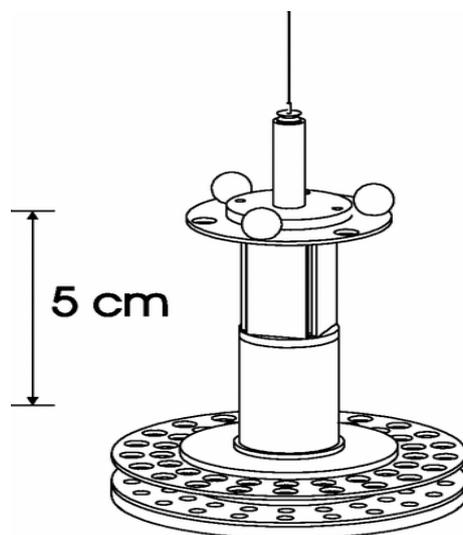


Figura 1.4: apparato sperimentale utilizzato nell'esperimento condotto 2006

Tutto l'apparato è conservato ad un vuoto di 10^{-16} torr.

Con questo apparato sono state effettuate tre misure.

La massima sensibilità è stata ottenuta per $\lambda=600\mu\text{m}$, vincolando il valore di $|\alpha|<0.0037$ e $R<44\mu\text{m}$.

Per quanto riguarda invece la misura vera e propria della costante di gravitazione, negli ultimi cinque anni sono stati effettuati esperimenti sempre più accurati, nella speranza di ridurre ancora gli errori sistematici e gli effetti di disturbo sulla rilevazione, tra gli esperimenti troviamo: la misura di G effettuata nel 2013 dal BIPM, l'esperimento MAGIA, condotto nel 2014 presso i laboratori di Firenze dell'INFN, ed un esperimento durato 21 anni che si è concluso nel 2015, che consisteva nell'osservazione di una stella di neutroni pulsar denominata PSR J1713+0747, mediante l'uso di due telescopi: Green Bank Telescope (GBT) nella West Virginia e quello dell'Arecibo Observatory a Puerto Rico. Gli ultimi due esperimenti verranno trattati approfonditamente nei capitoli successivi.

Si da ora un accenno alla metodologia utilizzata dal BIPM per la misurazione di G . [6]

Lo scopo del lavoro del BIPM era quello di progettare un esperimento che includesse almeno due metodi indipendenti l'uno dall'altro ma condotti contemporaneamente e con lo stesso apparato: in questo modo, diventa improbabile che gli stessi errori sistematici siano presenti in entrambi i metodi. L'apparato di misura utilizzato consiste in una bilancia di torsione sospesa da un'ampia e sottile striscia di rame e berillio, alla quale è appeso un disco di torsione in alluminio, in cui sono praticati fori di diametri variabili al fine di ridurre la massa del disco e di minimizzare l'effetto di accoppiamento con la massa sorgente. Nella periferia del disco sono posizionate simmetricamente le quattro masse di prova, di rame, con massa di circa 1.2 Kg e diametro di 55 mm, la massa totale della bilancia di torsione è circa 6 Kg. A fianco di ogni massa sono localizzati speciali elettrodi per l'autocontrollo elettrostatico. Alla bilancia di



Figura 1.5: apparato sperimentale utilizzato nell'esperimento condotto 2006

torsione é attaccato un pilastro con due specchi per permettere all'autocollimatore esterno di rilevare la posizione del dico di torsione. Tutto questo apparato è tenuto sottovuoto ed appena al di fuori della camera da vuoto si trova una giostra, sulla quale sono posizionate le quattro masse sorgenti, ognuna delle quali ha una massa di circa 11 Kg ed un diametro di 120 mm. La giostra può essere ruotata per cambiare l'assetto delle masse sorgenti rispetto alle masse di prova situate sulla bilancia di torsione: quando sono allineate con le masse di prova, le masse sorgenti non producono alcuna torsione, mentre si ha la torsione gravitazionale massima quando queste sono ruotate di 18.9 gradi(in ambo le direzioni).

La bilancia é utilizzabile in due modalità operative: deflessione libera ed autocontrollo elettrostatico.

Nel metodo con autocontrollo elettrostatico, la torsione gravitazionale é bilanciata da una torsione elettrostatica applicata alle masse di prova tramite gli elettrodi, in modo da impedire alla bilancia di torsione di ruotare: la torsione τ è dunque ottenuta dalla variazione di energia elettrostatica totale come funzione dell'angolo θ

$$\frac{dU}{d\theta} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,j=1}^3 \frac{dC_{i,j}}{d\theta} \cdot (V_i - V_j)^2$$

dove la sommatoria é da intendersi tra le capacità relative $C_{i,j}$ fra due elettrodi e tra un elettrodo ed il resto dell'apparato. In questo modo si trova $G=\tau/T$, con τ la torsione descritta sopra e T accoppiamento gravitazionale tra la bilancia e le masse sorgenti.

Nella deflessione libera (metodo di Cavendish), la bilancia di torsione è lasciata libera di ruotare in risposta al momento torcente della forza gravitazionale esercitata dalle masse campione. La deflessione angolare misurata dall'autocollimatore è legata alla torsione dalla

legge di Hooke $\tau=c\theta$, dove c è la *rigidezza* della sospensione della bilancia $c=I(2\pi/t)^2$. Si ha inoltre $\tau=GT$, da cui si ricava G .

Durante l'esperimento si sono utilizzate tecniche raffinate per la minimizzazione di errori sistematici già rilevati in esperimenti precedenti.

Il valore di G ottenuto è $G = 6.67545 \cdot 10^{-11} m^3 K g^{-1} s^{-2}$ con un'incertezza di 27 ppm.

Sebbene l'incertezza sia inferiore rispetto a quella ottenuta con esperimenti precedenti eseguiti con la medesima metodologia, il valore di G ottenuto è molto distante dai valori CODATA 2010.

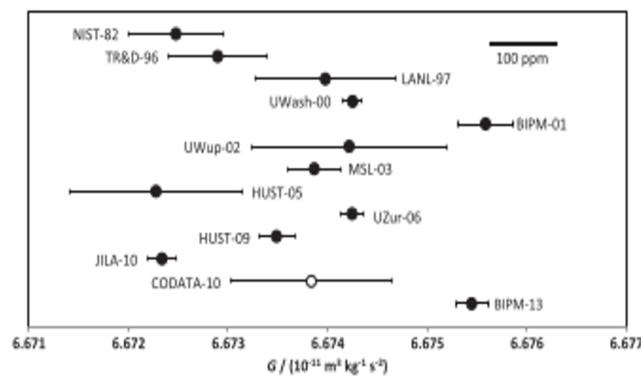


FIG. 3. The present result (BIPM-13) compared with recent measurements of G [6].

Q-4

Figura 1.6: risultato ottenuto da BIPM paragonato con i valori codata

Capitolo 2

MISURA DELLA COSTANTE DI GRAVITAZIONE CON ATOMI FREDDI

Il metodo sperimentale che sarà trattato in questo capitolo è il metodo utilizzato nel 2014 nei laboratori di Firenze dell'INFN nell'ambito dell'esperimento MAGIA.[8] L'esperimento ha come obiettivo quello di migliorare la precisione con cui si conosce il valore della costante gravitazionale G , introducendo un metodo sperimentale concettualmente differente da quello di Cavendish, con il quale ci si propone di individuare eventuali errori sistematici presenti in precedenti esperimenti e, di conseguenza, essere in grado di ridurre gli stessi. La metodologia sperimentale si basa infatti sull'interferometria atomica: si utilizza un interferometro atomico come sensore ed una massa ben caratterizzata come sorgente del campo gravitazionale.

2.1 Interferometria Atomica

Gli interferometri atomici sono strumenti relativamente recenti, il primo interferometro atomico è stato progettato circa 25 anni fa[9], ma la tecnologia degli interferometri si è sviluppata in modo sorprendentemente veloce, rendendo questi strumenti accelerometri e giroscopi con sensibilità elevata.

Gli ottimi risultati ottenuti nel campo dell'interferometria di onde di materia, ed il fatto, già precedentemente evidenziato, che la tecnologia degli strumenti di rilevazione ha raggiunto in breve tempo un alto grado di maturità, ha aperto la strada all'utilizzo di interferometri atomici per la rilevazione di onde gravitazionali.

Il primo workshop riguardante questa possibile applicazione si è tenuto in Italia, a Firenze nel 2009. [10] Da qui in poi la letteratura scientifica è prolifica di articoli e saggi che propongono nuovi schemi per gli interferometri ed analizzano i risvolti teorici delle possibili applicazioni.

Fra questi si trovano:

- L'articolo di Honensee[11], in cui è presentato un interferometro ottimizzato per la rilevazione delle onde gravitazionali.
- L'articolo di Zohu [12] che riporta di un interferometro atomico progettato per misure gravitazionali di precisione e per testare il *principio di equivalenza*, in via di costruzione a Whuan, Cina
- L'articolo di Lepoutre [13] in cui si discute l'ottimizzazione degli interferometri atomici per la rilevazione di onde gravitazionali, prendendo in considerazione vari processi di diffrazione, concentrandosi sulla diffrazione di Bragg di onde laser.
- L'articolo di Tino e Vetrano [14] in cui un interferometro *Mach-Zehnder* viene studiato come rilevatore di onde gravitazionali, ed è analizzata in dettaglio una possibile configurazione per uno specifico range di frequenze.

2.2 Metodologia Sperimentale

Descrizione dell'Apparato Strumentale

Il sensore atomico è un doppio interferometro configurato come rilevatore gravitazionale, al fine di sottrarre i segnali di disturbo *common mode*.

Per generare il campo gravitazionale sono utilizzati due set di masse ben caratterizzate per un totale di 24 cilindri in lega di tungsteno, con massa complessiva di 516 Kg, poste in due posizioni differenti per modulare il segnale gravitazionale.

Il valore della costante gravitazionale è ottenuto da una serie di misure del gradiente della gravità effettuate modificando periodicamente la posizione delle masse sorgenti tra le configurazioni C ed F (riportate in figura 1)

L'interferometro utilizza la tecnica di Raman, tecnica di raffreddamento atomico mediante l'impiego di metodi ottici, per stimolare negli atomi dell'isotopo rubidio 87 una *two-photons transition* fra i livelli della struttura iperfina $|1\rangle \Rightarrow |F = 1, m_f = 0\rangle$ e $|2\rangle \Rightarrow |F = 2, m_f = 0\rangle$ della configurazione atomica di base.

Il campo fotonico è generato da due raggi laser di vettore d'onda K_1 e $K_2 = -K_1$, allineati lungo la direzione verticale, la cui configurazione è ottenuta grazie ad uno specchio posizionato in cima al tubo verticale mostrato in figura, che riflette i laser di Raman.

Le frequenze ν_1, ν_2 dei laser soddisfano la condizione di risonanza

$$\nu_1 - \nu_2 = \nu_0 + \nu_{AC} + \nu_{rec}$$

dove $h\nu_0$ è l'energia corrispondente alla transizione $|1\rangle |2\rangle$, $h\nu_{AC}$ è l'effetto Stark ed $h\nu_{rec}$ è lo sfasamento di energia dovuto al rinculo dei due fotoni.

Di conseguenza, la transizione modifica sia l'energia interna sia il momento atomico totale, accoppiando i due stati atomici $|1, p\rangle$ e $|2, p+h\rangle$, con $K = k_1 - k_2$ vettore d'onda effettivo della transizione di Raman.

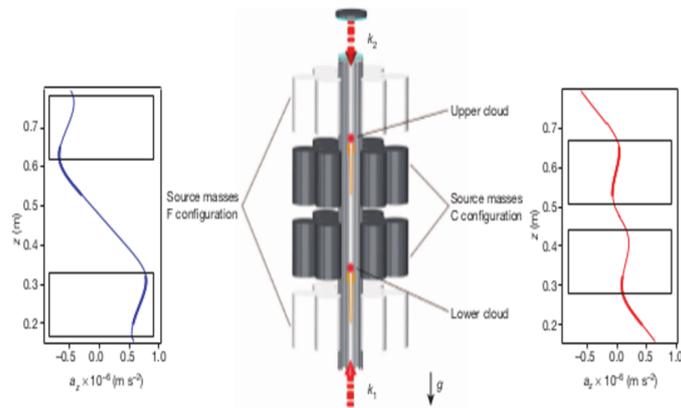


Figura 2.1: schema dell'apparato sperimentale

I pacchetti di onde atomiche vengono divisi fra i due bracci dell'interferometro grazie al momento trasferito hK .

I due interferometri operano in modalità differenziale: due nuvole atomiche sono lanciate lungo la direzione verticale e vengono analizzate alla medesima sequenza di impulsi $\pi/2 - \pi - \pi/2$, rilevando la popolazione atomica negli stati iperfini $F=1$ ed $F=2$.

Indicando con ϕ la differenza fase degli atomi nei due diversi bracci dell'interferometro, la probabilità di rilevare atomi nello stato $|2\rangle$ è data da: $P_2 = (1 - \cos\phi)/2$.

In presenza di un campo gravitazionale, gli atomi dovrebbero avere una differenza di fase $\phi = k \cdot gT^2$.

Dunque, la differenza nello spostamento di fase rilevata all'uscita di ciascun interferometro, fornisce una misura diretta dell'accelerazione indotta dalla gravità sui due campioni atomici.

Esecuzione dell'Esperimento

Nella camera da vuoto posizionata al di sotto dell'apparato un *magneto optical trap (MOT)* contiene circa 10^{-9} atomi di rubidio. Dopo lo spegnimento del MOT, gli atomi sono lanciati verticalmente lungo l'asse di simmetria del tubo da vuoto usando la *moving-molasses technique*.¹

Durante la sequenza di lancio gli atomi vengono raffreddati dal laser fino a temperature dell'ordine di $4 \mu\text{K}$.

¹Tecnica di raffreddamento basata sulla cosiddetta melassa ottica, costituita da tre coppie di raggi laser in polarizzazione sferica, che si incontrano nella regione in cui si trovano gli atomi. Mediante tale tecnica, è possibile portare gli atomi a temperature più basse rispetto a quelle ottenibili utilizzando la tecnica MOT, raggiungendo temperature atomiche di oltre $40\mu\text{K}$.

Gli interferometri sono posizionati al centro del tubo verticale: in questa regione è presente un campo magnetico uniforme di $29 \mu\text{T}$ lungo la direzione verticale, che definisce l'asse di quantizzazione. Qui, gli atomi sono sottoposti alla sequenza dei tre impulsi di Raman, l'impulso centrale π si verifica circa 6ms dopo che gli atomi hanno raggiunto l'apice delle loro traiettorie.

Al termine del volo balistico, viene misurata la popolazione dello stato fondamentale rilevando l'emissione di luce sotto forma di fluorescenza conseguente all'eccitazione degli atomi in entrambi i livelli iperfini dello stato fondamentale.

Ogni misurazione richiede 1.9 secondi ed alla fine di ogni sequenza dell'interferometro, si rilevano circa 10^5 atomi per ogni campione di rubidio.

I dati riguardanti lo spostamento di fase si ricavano dalla *curva di Lissajous* ottenuta plotando il segnale di un interferometro come funzione dell'altro. I punti sono distribuiti attorno ad ellissi, come mostrato in figura 7 e la fase differenziale viene estratta dall'eccentricità e dall'angolo di rotazione di quest'ultimo.

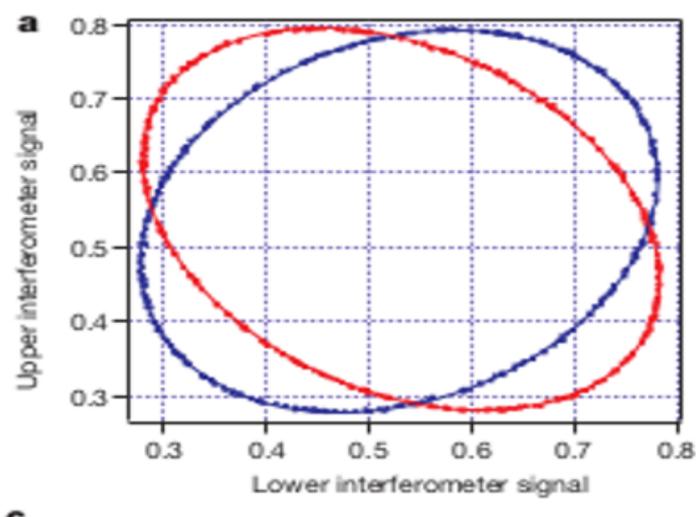


Figura 2.2: Curva di Lissajous ottenuta plotando i segnali di output degli interferometri l'uno in funzione dell'altro

Ai fini dell'esperimento risulta di fondamentale importanza monitorare le fonti di disturbo statistico e lo spostamento di fase nella misura causato dagli errori sistematici.

Una principale fonte di rumore ed errori sistematici è rappresentata dagli effetti inerziali indotti dalla rotazione terrestre: infatti le misure del gradiente di gravità sono soggette all'accelerazione di Coriolis quando sono presenti fra i due campioni velocità dirette lungo l'asse est-ovest e quando la direzione stessa di lancio non è stabile.

È possibile contenere gli effetti dell'accelerazione di Coriolis applicando una rotazione costante allo specchio catadiottrico di Raman, durante la sequenza di interferometria. La frequenza di rotazione ottimale è determinata con una precisione superiore a $2\mu\text{rads}^{-1}$. In queste

condizioni, la deviazione residua equivale a $1.5\Delta\theta$, dove $\Delta\theta$ rappresenta la variazione nella direzione di lancio (espressa in radianti), che si verifica cambiando la configurazione dei campioni: di conseguenza, volendo determinare G con una precisione di 100 p.p.m., è richiesto un controllo su $\Delta\theta$ superiore $37\mu\text{rad}$. Nell'esecuzione di questo esperimento è stato possibile giungere ad un livello di confidenza superiore agli $8\mu\text{rad}$.

Un'altra fonte di errore, che contribuisce ad una deviazione sistematica nella misura di G , è rappresentata dalla distribuzione delle velocità degli atomi dovuta alla temperatura finita dei campioni. In questo esperimento, l'inclinazione dello specchio di Raman è determinata con precisione superiore ai 100 nrad, rendendo così i relativi errori sulla misura di G trascurabili.

I campi magnetici possono perturbare le misure degli interferometri sia attraverso un'interazione di tipo meccanico che devia le traiettorie degli atomi, sia mediante effetto Zeeman del secondo ordine: allo scopo di minimizzare le interazioni con campi magnetici esterni, il tubo verticale è isolato tramite un sistema composto da due strati metallici cilindrici, in questo modo si ottiene un fattore schermante di 10^3 .

Infine, i principali parametri dell'esperimento sono stati stabilizzati per ottimizzare la sensibilità e la stabilità nel lungo periodo delle misure gravitazionali.

Table 1 | Effects, relative corrections and uncertainties considered in our determination of G

Parameter	Uncertainty in parameter	Relative correction to G (p.p.m.)	Relative uncertainty in G (p.p.m.)
Air density	10%	60	6
Apogee time	$30\mu\text{s}$	—	6
Atomic cloud horizontal size	0.5 mm	—	24
Atomic cloud vertical size	0.1 mm	—	56
Atomic cloud horizontal position	1 mm	—	37
Atomic cloud vertical position	0.1 mm	—	5
Atom launch direction change C/F	$8\mu\text{rad}$	—	36
Cylinder density homogeneity	10^{-4}	91	18
Cylinder radial position	$10\mu\text{m}$	—	38
Ellipse fit	—	-13	4
Size of detection region	1 mm	—	13
Support platform mass	10 g	—	5
Translation stage position	0.5 mm	—	6
Other effects	—	<2	1
Total systematic uncertainty	—	—	92
Statistical uncertainty	—	—	116
Total	—	137	148

Uncertainties are quoted as one standard deviation. The third column contains the corrections we applied to account for effects not included in the Monte Carlo simulation. The bias and systematic error from

Figura 2.3: fonti di errore che influenzano la misura di G

2.2.1 Risultati

I dati sono stati raccolti in 100 ore nell'arco di una settimana nel luglio 2013.

La misura di ogni fase è stata ottenuta fittando 360 punti rilevati dall'interferometro atomico sul bordo di un ellissi.

Il valore risultante per la fase differenziale, da cui è stata ricavata G , è: $0,547870(63)$ rad.

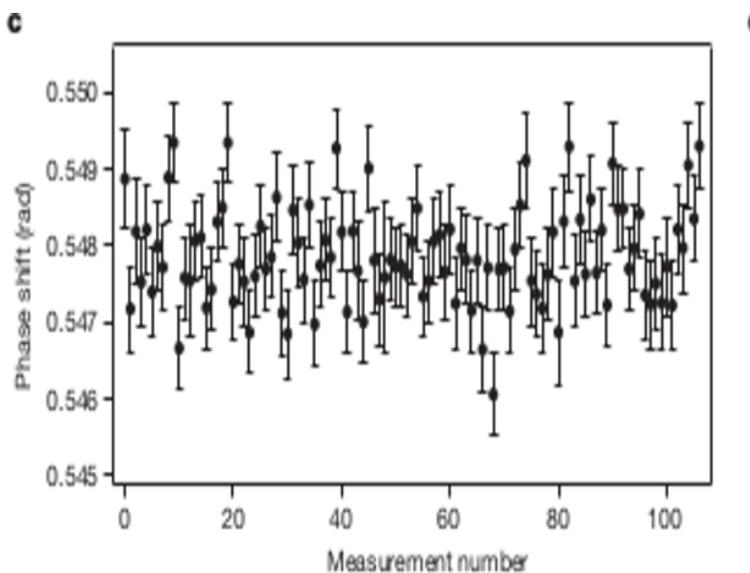


Figura 2.4: Risultati delle misure dello spostamento di fase. Ogni punto è stato ottenuto mediando i segnali registrati per le due direzioni del vettore d'onda di Raman K

Per ricavare il valore della costante di gravitazione dai dati ottenuti, sono stati effettuati i seguenti passaggi:

1. calcolo del potenziale gravitazionale prodotto dalle masse sorgenti
2. calcolo dello spostamento di fase per le traiettorie dei singoli atomi
3. simulazione della nuvola atomica utilizzando metodi di Monte Carlo ²
4. calcolo delle correzioni per gli effetti non analizzati nelle simulazioni di Monte Carlo

In seguito ad un'accurata analisi delle fonti di errore, è stato ottenuto il valore

$$G = 6.67191(77)(62) \cdot 10^{-11} m^3 K g^{-1} s^{-2}$$

²le misure sono confrontate con una simulazione numerica che valuta il potenziale gravitazionale prodotto da una determinata configurazione delle masse sorgenti, implementa il calcolo dello spostamento di fase subito da un atomo nei due interferometri ed infine produce una simulazione di Monte Carlo delle traiettorie variando la posizione iniziale e la velocità in funzione della densità e della distribuzione di velocità della nuvola atomica che più si adatta al profilo sperimentale. La simulazione di Monte Carlo è inoltre utilizzata per determinare l'incertezza finale sullo spostamento di fase e, di conseguenza, per stimare l'incertezza sulla misura di G .

con incertezza relativa di 150 p.p.m. Il valore ottenuto tramite questo esperimento in cui é stata utilizzata una metodologia completamente differente dalle precedenti, differisce di 1.5 deviazioni standard combinate dall'attuale valore CODATA $G = 6.67384(80) \cdot 10^{-11} m^3 Kg^{-1} s^{-2}$. Un esperimento concettualmente differente come questo, dovrebbe servire ad identificare gli

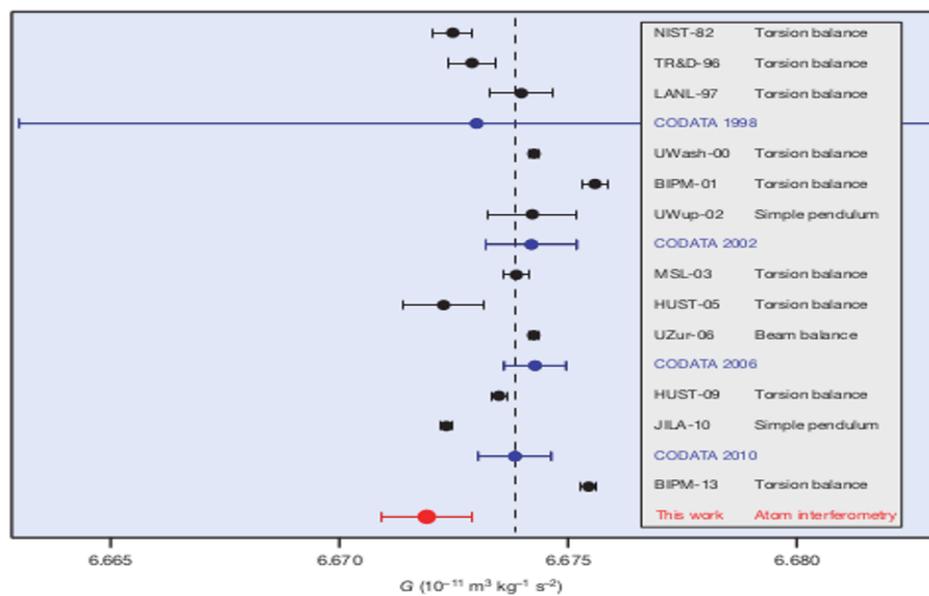


Figura 2.5: La figura mostra i risultati dell'esperimento confrontati con i valori ottenuti negli esperimenti precedenti ed i recenti valori CODATA

errori responsabili delle discrepanze tra i precedenti esperimenti: vista l'importanza rivestita dalla costante di gravitazione in numerosi ambiti, ed in assenza di una teoria unificata che colleghi la gravitazione alle altre forze, sono fondamentali misure di alta precisione basate su metodi differenti ed indipendenti, per aumentare la confidenza sul valore di G . In conclusione, l'esperimento appena descritto apre la strada ad una nuova generazione di esperimenti di misurazione di G utilizzando *ultracold atoms* confinati in trappole ottiche che permettano un posizionamento specifico degli atomi,

Infatti, il contributo maggiore all'incertezza sistematica resta quello dato dalla localizzazione degli atomi rispetto alla massa sorgente, dunque, la scelta di atomi differenti potrebbe ridurre questa incertezza al pari delle altre. Ad esempio, atomi di stronzio possono essere raffreddati rapidamente per formare un condensato di Bose-Einstein, in questo modo gli atomi non dovrebbero essere influenzati da campi magnetici esterni e potrebbero essere localizzati con una precisione tale da rendere minima la relativa incertezza.

Capitolo 3

TEST DELLA FORZA GRAVITAZIONALE MEDIANTE OSSERVAZIONE DELLA PULSAR BINARIA PSR J1713+0747

In questa sezione viene riportata l'osservazione, effettuata nell'arco di 21 anni, della pulsazione della pulsar J1713+0747[15]. I dati raccolti tramite i radiotelescopi impiegati nella misura, GBT (Green Bank Telescope, West Virginia) e quello dell'Arceibo Observatory a Puerto Rico, hanno fornito un modello ad alta precisione della pulsar binaria, che comprende, oltre al modello calcolo dei tempi di arrivo delle pulsazioni, l'orbita tridimensionale della pulsar ed un modello di rumore (NM), il quale include sia rumori associati a lunghe scale temporali sia rumori associati a scale temporali corte come *jitter*¹ e *red noise*.²

La pulsar in questione (MSP, millisecond pulsar) fu scoperta nel 1993, è fra le pulsar più brillanti osservate dall'*American Nanohertz Observatory for Gravitational Waves* ed ha il minor *timing residual* tra tutte le NANPgrav pulsar analizzate [16].

Avendo a disposizione una raccolta dati durata 21 anni, è possibile ridefinire le precedenti misure sui parametri orbitali del sistema binario con maggior precisione: ad esempio, è stata osservata una variazione apparente del periodo orbitale del sistema, dovuta all'effetto di Shklovskii³ ed all'accelerazione galattica differenziale.

¹*jitter* è definito come la variazione nel tempo dei margini di un set di segnali rispetto al loro valore ideale. Può essere causato da vari fattori di disturbo del sistema come il rumore termico (forma di degradazione del segnale presente in ogni sistema che si trovi ad una temperatura diversa dallo zero assoluto) o il rumore prodotto dall'apparato di misura.

²Il *red noise*, anche detto rumore browniano, è il disturbo del segnale di un sistema causato, appunto, dal moto browniano. La densità spettrale del *red noise* è inversamente proporzionale ad f^2 , dunque l'energia di *red noise* è maggiore a basse frequenze.

³Secondo la teoria introdotta nel 1953 da Shklovskii e perfezionata in seguito nel 1959 da Ginzburg, l'e-

Il lungo periodo orbitale e la stabilità del sistema binario PSR J1713+0747 lo rendono un eccellente laboratorio per l'osservazione della variazione temporale della costante di Newton G (concetto introdotto per la prima volta da Dirac nel 1937 e diventato successivamente una delle previsioni di teorie di gravitazione alternative alla relatività generale) : ricavando misure sperimentali molto precise dei tempi di arrivo (TOAs) e, conseguentemente, valori precisi dei loro *residui* ⁴, è stato infatti possibile stabilire vincoli stringenti sulla variazione intrinseca del periodo orbitale, consentendo di testare alcune teorie di gravitazione alternative alla Relatività Generale.

Il sistema binario PSR J1713+0747 è inoltre un ottimo laboratorio per testare il SEP (strong equivalence principle) ed il PFE (preference frame effect)⁹.

In conclusione, il sistema in analisi si è rivelato l'ambiente di osservazione ideale per saggiare la bontà di alcune teorie di gravitazione proposte: attraverso le osservazioni della MSP si sono infatti ottenuti limiti molto stretti per teorie della gravitazione alternative, ed è stato possibile determinare un limite superiore sul valore di G , con validità generale.

3.1 Variazione Temporale della "costante" di Newton

L'ipotesi della variazione di G su scale temporali cosmologiche, fu introdotta per la prima volta da Dirac nel 1937, basandosi sulla sua "ipotesi dei grandi numeri".

Dirac giunse all'ipotesi dei grandi numeri nel tentativo di *unificare* la fisica sub atomica con la fisica cosmologica, attuando una complessa riflessione sulle costanti universali della fisica: considerando il fatto che nessuna teoria era in grado di fornire una previsione per il valore di costanti come la velocità della luce, la costante di gravitazione e la massa di elettrone e protone, esse devono obbligatoriamente essere misurate. Dirac tentò dunque di far emergere una struttura nascosta "manipolando" le costanti universali. Quello che Dirac ottiene dalla combinazione algebrica delle costanti, sono numeri, i cui valori sono o sorprendentemente grandi o sorprendentemente piccoli.

Questo indusse Dirac a formulare la sua ipotesi dei grandi numeri, affermando che: " tutti i numeri puri molto grandi presenti in natura sono collegati a due a due da una relazione matematica semplice i cui coefficienti sono dell'ordine dell'unità ".

Nello specifico, Dirac ottenne che il rapporto tra la forza elettrica esercitata fra un elettrone ed un protone e la forza gravitazionale fra gli stessi, ha lo stesso valore del rapporto tra l'età dell'universo con il periodo orbitale di un elettrone attorno al protone nell'atomo di idrogeno. Questo valore è 10^{39} .

missione di onde radio non termica di stelle e galassie in fasi evolutive di estrema condensazione e forti campi magnetici, sarebbe dovuta a radiazioni sincrotrone di elettroni relativistici in campi magnetici

⁴I residui sui tempi di arrivo delle pulsazioni sono le differenze tra i valori teorici previsti per questi tempi ed i valori effettivamente rilevati.

Rifiutando di considerare questo dato come una coincidenza, Dirac ipotizzò che la costante gravitazionale variasse inversamente all'età dell'universo, diminuendo quindi con il trascorrere del tempo.

Con questa sua riflessione, anche se essa non fu accettata come possibile teoria dal mondo scientifico, Dirac mise l'accento su un problema che sussiste tutt'oggi, ovvero il raggiungimento di una teoria unificata.

L'ipotesi introdotta da Dirac sulla presunta "non costanza" di G , divenne elemento di teorie alternative di gravitazione, come la *Scalar-Tensor Theory*[17], introdotta nel 1955 da Jordan e successivamente ripresa da Brans e Dicke (modello BD).

Nella teoria formulata da Jordan, viene reintrodotta un campo scalare gravitazionale (l'idea di un campo di gravità scalare era già stata precedentemente introdotta da Noström ed in seguito accantonata) a fianco del campo tensoriale metrico della relatività generale: nel tentativo di incorporare una varietà curva quadridimensionale all'interno di uno spazio-tempo "piatto" a cinque dimensioni, Jordan ottenne un campo scalare a quattro dimensioni, il quale permette di introdurre una "costante" gravitazionale dipendente dallo spazio-tempo.

La lagrangiana di Jordan:

$$L_j = \sqrt{-g}[\varphi_j^\gamma (R - \omega_j \frac{1}{\varphi_j^2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi_j \partial_\nu \varphi_j) + L_{\text{matter}}(\varphi_j, \Psi)]$$

in cui φ_j è il campo scalare, mentre ω_j e γ sono scalari, evidenzia un termine di accoppiamento non minimo, φ_j^γ , con il campo tensoriale metrico di Einstein. Il termine L_{matter} indica la lagrangiana del mezzo, che in generale dipende anch'essa dal campo scalare.

Brans e Dicke, analizzando il lavoro di Jordan, ridefiniscono il campo scalare come: $\varphi = \varphi_j^\gamma$, semplificando la lagrangiana ed ottenendo:

$$L_{\text{BD}} = \sqrt{-g}(\varphi R - \omega \frac{1}{\varphi} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi + L_{\text{matter}}(\Psi))$$

In cui il termine di accoppiamento è $\sqrt{-g}\varphi R$. Confrontando il termine di accoppiamento non minimo con il termine di Einstein-Hilbert nella relatività generale:

$$\sqrt{-g} \frac{1}{16\pi G} R$$

si ottiene che nel modello teorizzato dalla *scalar-tensor theory* non prevede alcuna costante gravitazionale ma piuttosto una G_{eff} , che nell'approssimazione di variazioni sufficientemente lente di φ è espressa da:

$$\frac{1}{16\pi G_{\text{eff}}} = \varphi$$

Assumendo, secondo l'ipotesi di Dirac, che φ sia uniforme nello spazio ma che vari lentamente su scale temporali cosmiche, si ottiene che G_{eff} subisce variazioni nelle medesime scale temporali.

3.2 Metodo di Osservazione

I dati raccolti sono frutto dell'osservazione del tempo di pulsazione di PSR J1713+0747 presso Arecibo Observatory, dal 1992 al 2013, e presso il Robert C. Byrd Green Bank Telescope (GBT), dal 2006 al 2013. Le misure sono state effettuate utilizzando varie generazioni di sistemi di acquisizione dati.

Nei primi 12 anni (1992-2004) sono stati utilizzati i seguenti sistemi di acquisizione: Mark III, Mark IV ed Arecibo-Berkley Pulsa Processor (ABPP). Le prime osservazioni (1992-1994, utilizzando il sistema Princeton Mark II) furono effettuate utilizzando un singolo ricevitore che operava soltanto oltre una certa ampiezza di banda limite, in questo modo non si poteva separare il comportamento intrinseco della pulsar dagli effetti del mezzo interstellare (ISM)⁵. Le misure immediatamente successive furono quindi realizzate con l'ausilio di due rilevatori, operanti su un piú ampio raggio di frequenze (1410-2380 MHz presso Arecibo ed 800-1410 MHz presso GBT) al fine di ottenere una separazione fra i due effetti.

Tra il 1998 ed il 2004 le osservazioni furono effettuate mediante il sistema di acquisizione Princeton Mark IV ed il sistema ABPP utilizzati in parallelo: Il sistema Mark IV raccoglie dati selezionando frequenze di 10MHz, mediante campionamento 2-bit. Il sistema ABPP campiona voltaggi con risoluzione 2 bit e li filtra in 32 canali specifici.

Dal 2004 al 2012, i dati relativi alla pulsar sono stati raccolti utilizzando l'Astronomical Signal Processor (ASP) nell'osservatorio di Arecibo, e il (G)ASP presso il Green Bank Telescope.

Infine, a partire dal 2010 presso il GBT ed a partire dal 2012 presso l'Arecibo Observatory, sono stati utilizzati rispettivamente il Green Bank Ultimate Pulsar Processor (GUPPI) ed il Puerto-Rican Ultimate Pulsar Processor (PUPPI). Le larghezze delle bande spettrali fornite da GUPPI e PUPPI sono state fondamentali nella risoluzione dell'evoluzione del profilo di pulsazione della pulsar.

3.2.1 Calcolo dei tempi di Arrivo

Il tempo di arrivo di una pulsazione (TOA) é definito come l'intervallo di tempo che intercorre fra l'inizio della scansione (inizio raccolta dati) e l'arrivo del segnale allo strumento, formalmente: $TOA = \text{start scan time} + \Delta T$.

Nell'arco di un'osservazione, possono anche verificarsi 100000 pulsazioni. Il TOA è dunque il tempo medio di arrivo che rappresenta l'intero insieme di pulsazioni.

La determinazione del TOA richiede dunque una serie di passaggi.

⁵Il mezzo interstellare, dall'inglese interstellar medium ISM, consiste nel materiale rarefatto costituito da gas e polvere che si trova tra le stelle all'interno di una galassia. Il mezzo interstellare galattico é colmato da energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e si mescola gradatamente al mezzo intergalattico circostante

In primo luogo, i dati, così come sono stati raccolti, vengono inseriti all'interno di profili ottenuti da un'effemeridi ⁶ abbastanza buona da prevedere, per l'intera durata dell'osservazione, il periodo di pulsazione.

In seguito, i differenti profili ricavati da differenti canali di frequenze per ottimizzare il rapporto segnale-rumore ⁷ del profilo. Le polarizzazioni ortogonali sono sommate tra loro per produrre un profilo ad intensità totale.

Successivamente, i profili ottenuti vengono confrontati con profili di pulsazioni standard di frequenza appropriata.

Il valore finale del TOA del profilo é calcolato sommando la metà del tempo di osservazione ed il prodotto tra il periodo di pulsazione e i picchi di fase, misurati utilizzando le *frequency domain-cross correlation techniques* ⁸).

System	Alias ^d	Observatory	Dates	Number of ToAs	Epochs	Bandwidth (MHz)	Typical Integration Time (minutes)
Mark III-A ^b (1410 MHz)	M3A-L	Arecibo	1992 Jun–1993 Jan	9	9	40	47
Mark III-B ^c (1410 MHz)	M3B-L	Arecibo	1993 Jan–1994 Jan	46	46	40	47
Mark IV (1410 MHz)	M4-L	Arecibo	1998 Jul–2004 May	81	81	10	58
Mark IV (2380 MHz)	M4-S	Arecibo	1999 Oct–2004 May	44	44	10	29
Mark IV-O ^d (1410 MHz)	M4O-L	Arecibo	2004 Jun–2005 Mar	22	16	10	60
Mark IV-O ^d (2380 MHz)	M4O-S	Arecibo	2004 Jun–2005 Jan	8	7	10	30
ABPP (1410 MHz)	ABPP-L	Arecibo	1998 Feb–2004 May	98	89	56	60
ABPP (2380 MHz)	ABPP-S	Arecibo	1999 Dec–2004 May	46	46	112	30
ASP (1410 MHz)	ASP-L	Arecibo	2005 Jan–2012 Jan	990	48	64	20
ASP (2350 MHz)	ASP-S	Arecibo	2005 Jan–2012 Mar	668	41	64	20
GASP (800 MHz)	GASP-8	GBT	2006 Mar–2011 Jan	997	41	64	20
GASP (1410 MHz)	GASP-L	GBT	2006 Mar–2010 Jun	863	42	64	20
GUPPI (800 MHz)	GUPPI-8	GBT	2010 Mar–2013 Oct	3533	49	800	20
GUPPI (1410 MHz)	GUPPI-L	GBT	2010 Mar–2013 Nov	4381	64	800	20
PUPPI (1410 MHz)	PUPPI-L	Arecibo	2012 Mar–2013 Nov	1972	26	800	20
PUPPI (2300 MHz)	PUPPI-S	Arecibo	2012 Mar–2013 Nov	992	24	800	20

Figura 3.1: In tabella sono riportati i TOA raccolti nei vari periodi dell'esperimento con i vari strumenti di acquisizione.

⁶tabelle che contengono valori calcolati, nel corso di un particolare intervallo di tempo, di diverse grandezze astronomiche variabili, come: magnitudine, parametri orbitali, coordinate di pianeti, comete, asteroidi e satelliti artificiali. Quando si utilizzano strumenti di osservazione come i telescopi le effemeridi sono fondamentali per trovare immediatamente gli astri nel cielo, pianificare osservazioni a lungo e breve termine e identificare gli stessi astri presenti nel campo di osservazione dello strumento.

⁷il rapporto segnale/rumore, spesso abbreviato con la sigla inglese SNR (Signal to Noise Ratio) o S/N anche nell'uso italiano, Á una grandezza numerica che mette in relazione la potenza del segnale utile rispetto a quella del rumore in un qualsiasi sistema di acquisizione, elaborazione o trasmissione dell'informazione.

⁸La *cross-correlation* tra due segnali é uguale al prodotto tra la trasformata di Fourier di un segnale e l'antitrasformata di Fourier dell'altro segnale. Facendo la IFFT (inverse fast Fourier transformation) del segnale prodotto si ha un picco in corrispondenza dello spostamento reciproco dei due segnali

Un ruolo di fondamentale importanza nell'ambito del testaggio di teorie gravitazionali, è ricoperto dai residui dei tempi di arrivo.

I residui sono definiti come la differenza tra il valore teorico previsto per il TOA ed il suo valore effettivamente misurato.

Durante tutto il periodo di osservazione sono stati mappati e calcolati dopo un'accurata stima degli errori mediante un appropriato "metodo di rumore" descritto in seguito.

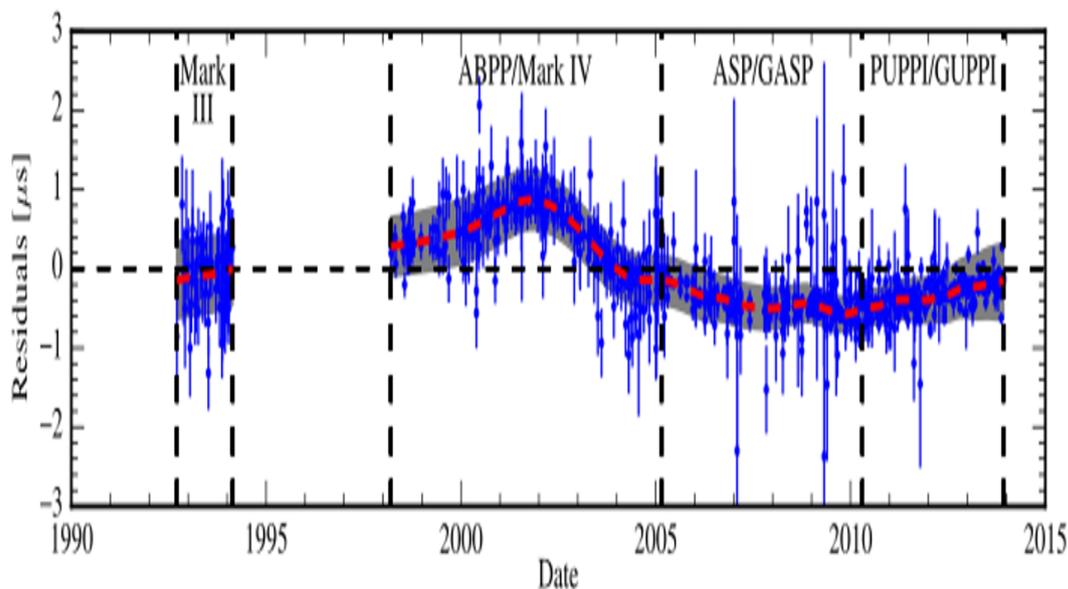


Figura 3.2: Media giornaliera dei residui di PSP J1713+0747 tenendo conto del "noise model" utilizzato.

Dal modello dei TOAs sono stati dedotti anche la posizione della pulsar (α, δ), il moto proprio della pulsar nel cielo ($\mu_\alpha, \mu_{\text{delta}}$) ed il relativo parallasse w .

I parametri binari come la massa della nana bianca (M_c), il periodo orbitale P_b , l'angolo di periastro ω , il periodo di periastro T_0 , la proiezione del semiasse maggiore e la sua variazione durante il moto, sono stati ricavati utilizzando il modello di moto binario di Damour e Dereulle (DD).

Confrontando i nuovi *timing model* con quelli prodotti in precedenza, è stata per la prima volta osservata un variazione del periodo binario (\dot{P}_b) che è stata attribuita al moto relativo del sistema binario rispetto al sole.

3.2.2 Stima degli Errori

Nella determinazione delle incertezze relative ai modelli prodotti ed alle misure effettuate, si è tenuto conto delle varie fonti di errore presenti nel processo di acquisizione dati, di misura e di calcolo.

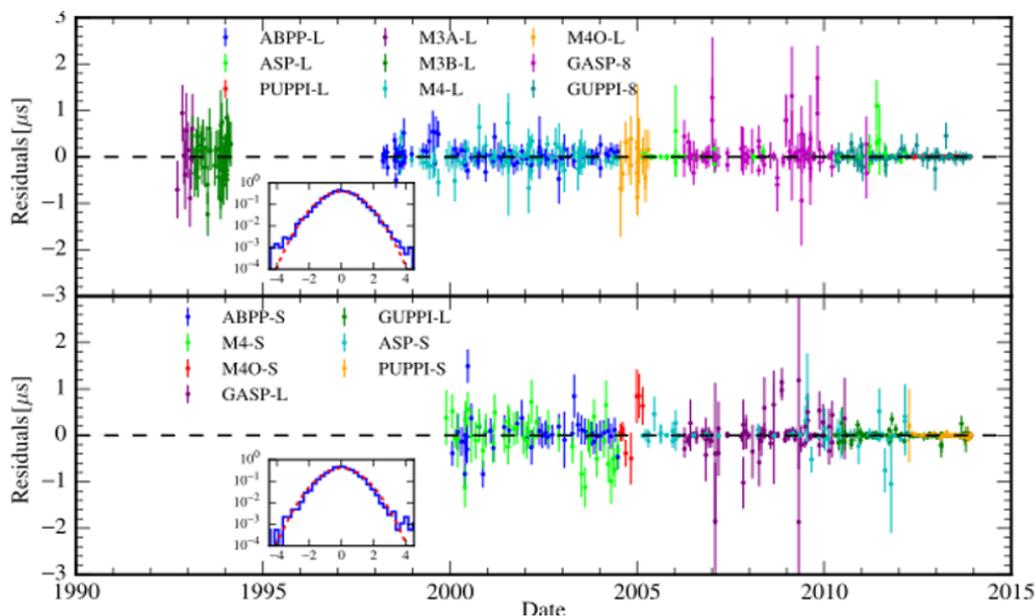


Figura 3.3: Residui giornalieri dei TOAs di PSP J1713+0747 a basse frequenze

Per rimuovere la *variazione del tempo di volo* della pulsazione del sistema all'interno del sistema solare, è stata utilizzata l'efemeride del sistema solare JPL DE421.

Al fine di tenere in considerazione gli errori sistematici ignoti sui TOA prodotti dai diversi strumenti di misura ed i rumori correlati alle osservazioni (come il rumore jitter associato al processo di emissione della pulsar), è stato utilizzato un "modello di rumore" (noise model) generale che fornisce una parametrizzazione sia degli rumori correlati sia dei rumori non correlati.

In generale, i rumori non correlati sono indipendenti dal TOA specifico, mentre i rumori correlati non lo sono. Nel caso in esame: i disturbi del segnale derivanti dal radiometro non sono correlati nel tempo, mentre il *jitter noise* ed il *textslred noise* sono correlati nel tempo: risulta dunque necessario nella realizzazione del modello di rumore, utilizzare diversi parametri di rumore per valutare gli errori correlati e gli errori non correlati.

Le incertezze sulle misure dei tempi sono infine calcolate con il metodo dei minimi quadrati generalizzati (GLS), disponibile nei software TEMPO e TEMPO2, includendo un'analisi simultanea dei parametri di rumore.

3.3 Risultati

Di seguito sono elencati i risultati ottenuti in 21 anni di osservazione della pulsar binaria che più interessano la determinazione della costanza G ed i relativi test sulle varie teorie di Gravitazione.

3.3.1 Variazione Orbitale Intrinseca

La variazione apparente del periodo orbitale di PSR J1713+0747 osservata è:

$$\dot{P}_b = (0.36 \pm 0.17) \cdot 10^{-12} s s^{-1}$$

Questa variazione non è però intrinseca al sistema binario: essa è infatti la combinazione di accelerazione differenziale nel potenziale galattico e *Shklovskii effect* causato dal moto relativo della pulsar binaria rispetto alla Terra. La variazione apparente del periodo orbitale dovuta all'accelerazione nel potenziale gravitazionale galattico è data da:

$$\dot{P}_b^{\text{Gal}} = \frac{A_G}{c} P_b = (-0.10 \pm 0.02) \cdot 10^{-12} s s^{-1}$$

Mentre l'effetto Shklovskii causa variazioni su \dot{P}_b :

$$\dot{P}_b^{\text{Shk}} = (\mu_\alpha^2 + \mu_\delta^2) \frac{d}{c} P_b = (0.65 \pm 0.02) \cdot 10^{-12} s s^{-1}$$

Rimuovendo questi effetti, si è in grado di studiare la variazione intrinseca dell'orbita:

$$\dot{P}_b^{\text{Int}} = \dot{P}_b^{\text{Oss}} - \dot{P}_b^{\text{Shk}} - \dot{P}_b^{\text{Gal}} = (-0,20 \pm 0.17) \cdot 10^{-12} s s^{-1}$$

che è consistente con zero.

Questo risultato è totalmente in accordo con la descrizione della radiazione gravitazionale quadripolare della Relatività Generale, la quale, dato il lungo periodo orbitale del sistema binario (circa 68 giorni), prevede che la radiazione gravitazionale emessa dal sistema non sia rilevabile.

Esistono altri due effetti classici che potrebbero entrare in gioco nella determinazione di \dot{P}_b^{Int} : P_b^{M} , dovuto alla perdita di massa del sistema binario, e P_b^{T} è il contributo degli effetti di marea.⁹

Entrambi i parametri derivati da tali effetti si sono rivelati più piccoli degli intervalli di incertezza.

3.3.2 Variazione temporale di G

Nel 1988 Damour determinò un limite fenomenologico per G utilizzando il *timing model* della pulsar binario PSR B1913+16, non considerando l'energia di legame delle due stelle, ottenendo:

$$\frac{\dot{G}}{G} \simeq \frac{-\dot{P}_b^{\text{exc}}}{2P_b} = (1.0 \pm 2.3) \cdot 10^{-11} yr^{-1}$$

⁹La forza di marea (spesso usato al plurale, forze di marea o forze mareali, e anche con l'espressione effetti di marea) è un effetto secondario della forza di gravità. Quando un oggetto molto grande subisce l'influenza gravitazionale di un altro, la forza gravitazionale può variare considerevolmente da una parte all'altra di questo oggetto, distorcendo in tal modo la forma senza modificare il volume.

dove \dot{P}_b^{exc} é definito come l'eccesso nella variazione del periodo orbitale ed è dunque dato da:

$$\dot{P}_b^{\text{exc}} = \dot{P}_b^{\text{Int}} - \dot{P}_b^{\text{M}} - \dot{P}_b^{\text{T}} - \dot{P}_b^{\text{GR}}$$

dove \dot{P}_b^{GR} rappresenta il contributo alla variazione del momento orbitale dato dall'emissione della radiazione gravitazionale.

Da allora, sono stati utilizzate le variazioni dei momenti orbitali di vari pulsar, tra cui anche quello di PSR J1713+0747, per vincolare \dot{G} entro determinati valori limite e fin'ora tutte le osservazioni hanno mostrato che il rapporto $\frac{\dot{G}}{G}$ è vicino allo zero con buona approssimazione.

La pulsar binaria PSR J1713+0747 è particolarmente adatta alla determinazione di vincoli sulla variazione temporale della costante di Newton, in quanto ha il piú piccolo valore conosciuto $\frac{\dot{P}_b^{\text{exc}}}{2P_b} \simeq (-0,5 \pm 0,9) \cdot 10^{-11} yr^{-1}$. Nel 1990, Lazaridis e Freire mostrarono che includendo l'energia di legame della stella di neutroni si ottiene un test piú rigoroso della variazione di G : in questo modo si tiene conto della compattezza della pulsar, ma allo stesso tempo si puó ignorare il contributo dell'autogravitazione in quanto gli effetti perturbativi di ordini superiori sono considerati assenti.

L'energia di legame di una stella compatta varia insieme a G , il risultato é che anche la massa cambia, influenzando cosí sull'orbita e provocando una variazione del periodo orbitale:

$$\dot{P}_b^{\dot{G}} = -2 \frac{\dot{G}}{G} [1 - (1 + \frac{m_c}{2M}) S_p] P_b$$

in cui s_p indica un parametro di sensibilità all'autogravitazione del sistema.

Secondo la teoria della relatività generale di Einstein, non c'è radiazione gravitazionale prodotta dal momento di dipolo indotto dall'autogravitazione, ma ciò non è piú valido in teorie della gravitazione alternative.

Infatti, nell'ambito di teorie alternative in cui é violato il principio di equivalenza debole (SEP), un sistema binario, se composto da corpi con valori molto diversi di autogravitazione e compattezza, può emettere una radiazione gravitazionale di dipolo, che può portare ad un ulteriore variazione extra del periodo orbitale:

$$\dot{P}_b^{\text{D}} \simeq -4\pi \frac{T_{\odot} \mu}{P_b} K_{\text{D}} S^2$$

con: $T_{\odot} = \frac{GM_{\odot}}{c^3} = 4.95490947 \mu_s$, μ é la massa ridotta del sistema, K_{D} é la "costante di accoppiamento" della radiazione gravitazionale di dipolo, ed S é la differenza fra le "sensibilità" all'autogravitazione dei due corpi.

Il sistema PSR J1713+0747, poiché possiede un'orbita binaria maggiore di quelle di molte altre pulsar, avendo dunque \dot{P}_b^{D} molto piccolo e \dot{P}_b^{G} che aumenta all'aumentare di P_b , é considerato il sistema binario migliore per stabilire dei valori limite sulla variazione della costante gravitazionale (\dot{G}).

Applicando il metodo di Lazaridis per stabilire i limiti su \dot{G} e k_{D} , si ottiene un intervallo di confidenza per G , come mostrato in figura.

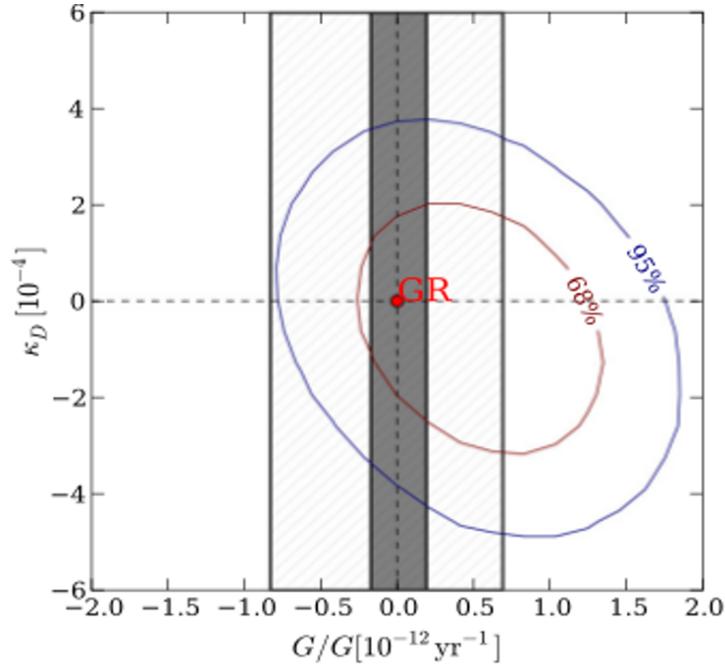


Figura 3.4: Intervalli di confidenza della variazione di G e di k_D , calcolati per PSPs J1012+5307 e PSP J1713+0747

Il limite sul rapporto

$$\frac{\dot{G}}{G} = (0.6 \pm 10^{-12} \text{yr}^{-1})$$

e sul valore

$$K_D = (-0,9 \pm 3.3)10^{-4}$$

sono stati determinati con una confidenza del 95%.

Il vincolo su G ottenuto é piú stretto che i vincoli ottenuti in precedenza tramite misure effettuate su altre pulsar, ed ha un valore molto vicino ad uno dei migliori vincoli $\frac{\dot{G}}{G} = (-0.7 \pm 0.76)10^{-12} \text{yr}^{-1}$, derivato dal " Lunar Laser Ranging experiment" (LLR)¹⁰.

3.3.3 SEP e PFE

I vincoli ottenuti sulla variazione di G e di K_D sono particolarmente interessanti per testare la validitá di teorie basate sulla violazione del principio di equivalenza debole e forte (SEP e PFE).

¹⁰LLR: esperimento tramite il quale é stata misurata la distanza Terra-Luna con una precisione di circa 10^{-1} mediante osservazione della durata di 39 anni.

Secondo il principio di equivalenza debole, l'effetto gravitazionale su un piccolo corpo di prova è indipendente da esso, in particolare: corpi differenti con differenti autogravitazioni si comportano allo stesso modo se sottoposti allo stesso esperimento di gravitazione.

In alcune teorie alternative della gravitazione, come la "Scalar-tensor-theory" di Jordan-Brans-Dicke, questo principio è violato. Ciò comporta che la stella di neutroni e la nana bianca nel sistema binario vengano accelerate in maniera diversa dal campo Galattico gravitazionale, causando la polarizzazione del dell'orbita binaria verso il centro della Galassia.

Il termine aggiuntivo di eccentricità dell'orbita dovrebbe essere:

$$|e_F| = \frac{1}{2} \frac{\Delta g_{\perp} c^2}{FG(M_{\text{PSR}} + M_c)(2\pi/P_b)^2}$$

dove F è un fattore che tiene conto delle variazioni del potenziale dovute al rate di avanzamento del periastro, G è la costante di gravitazione effettiva in gioco nell'interazione fra la stella di neutroni e la nana bianca, In seguito si assumerà: $FG \simeq G$; g_{\perp} è la proiezione dell'accelerazione galattica sul piano dell'orbita e Δ è un fattore adimensionale caratteristico della violazione del SEP.

Il principio di equivalenza forte (PEF) asserisce che è sempre possibile scegliere un sistema di riferimento rispetto al quale è sempre possibile scegliere un intorno di un punto in cui gli effetti dell'accelerazione dovuti al campo gravitazionale siano nulli.

La Relatività Generale, prevede dunque che nell'universo non ci sia nessun sistema di riferimento privilegiato. Questo principio può non essere valido in teorie alternative.

In questo esperimento è stato testato α_3 , uno dei parametri del formalismo Post Newtoniano Parametrizzato (PPN)¹¹

La variazione dell'eccentricità dell'orbita per un corpo rotante accelerato perpendicolarmente al proprio asse di spin, è:

$$|e_F| = \hat{\alpha}_3 \cdot \frac{c_p |W| P_b^2 c^2}{24\pi P F G (M_{\text{PSR}} + M_c)} \sin\beta$$

dove w è la velocità assoluta de sistema binario, P è il periodo di spin della pulsar, β è l'angolo tra w e l'asse di spin della pulsar, ed $\hat{\alpha}_3$ è la versione del parametro α_3 del PPN per i campi forti.

La pulsar binaria PSR J1713+0747 si è rivelata un ambiente di osservazione perfetto anche per determinare i parametri Δ e $\hat{\alpha}_3$ delle equazioni precedenti. Basandosi solo sull'osservazione, della durata di 21 anni, del sistema PSR J1713+0747, sono stati stabiliti i seguenti limiti sui valori di Δ e $\hat{\alpha}_3$, con 95% di confidenza:

$$\Delta < 0.01$$

¹¹Il formalismo post-newtoniano $\hat{\Delta}$ è uno strumento di calcolo che esprime le equazioni gravitazionali di Einstein (non lineari) in termini di deviazioni di ordine inferiore alla teoria di Newton, permettendo approssimazioni utilizzabili nel caso di campi deboli. Il formalismo parametrizzato post-newtoniano o formalismo PPN $\hat{\Delta}$ è una versione di questa formulazione che, con chiarezza, espone nei dettagli i parametri laddove la teoria generale gravitazionale può differire dalla gravitazione newtoniana.

e

$$\hat{\alpha}_3 < 2 \cdot 10^{-20}$$

Capitolo 4

CONCLUSIONI

In questa tesi ci si è proposti di analizzare le problematiche inerenti ad una misurazione precisa del valore della costante Gravitazionale.

Si è visto come, nonostante siano trascorsi più di trecento anni dalla "scoperta" dell'interazione gravitazionale da parte di Newton, gli sforzi sperimentali effettuati per la misura della costante gravitazionale, non hanno prodotto risultati sufficientemente accurati, in quanto le incertezze sul valore di G risultano molto elevate in confronto alle incertezze sui valori di altre costanti fisiche fondamentali; inoltre valori di G ottenuti tramite esperimenti differenti presentano fra loro discrepanze molto elevate.

È stata inoltre sottolineata l'importanza assunta dalla determinazione di un valore preciso della costante di gravitazione nella fisica contemporanea, in quanto non si tratta di un semplice problema di misura ma racchiude in sé la possibilità di confermare o rigettare teorie di gravitazione alternative rispetto alla teoria di Newton ed alla Relatività Generale.

Esistono teorie, infatti, che prevedono violazioni della ISL, del principio di equivalenza debole, del principio di equivalenza forte e che presuppongono una "non costanza" di G , ovvero una variazione di G con l'avanzamento dell'età dell'universo.

I due aspetti su cui bisogna far chiarezza sono dunque la possibilità o meno di ottenere un valore sufficientemente preciso della costante gravitazionale, e l'eventualità di osservare sperimentalmente alcuni effetti previsti da teorie di gravitazione non standard.

In questo elaborato sono dunque stati esaminati due esperimenti chiave degli ultimi decenni per la determinazione del valore di G e la ricerca di eventuali limiti sperimentali per parametri introdotti dalle teorie non standard.

Riportando l'esperimento effettuato a corto raggio mediante interferometria atomica, si è voluto analizzare un metodo sperimentale innovativo e concettualmente differente dai precedenti esperimenti basati su una rivisitazione del metodo di Cavendish, che si propone di utilizzare la nuova tecnologia degli interferometri per determinare il valore di G . Il fine ultimo di questo esperimento è dunque di individuare ed eliminare eventuali fonti di errore presenti in esperimenti precedenti, migliorando la precisione sulla misura di G .

Il valore della costante G ottenuto da questo esperimento, minimizzando eventuali errori sperimentali, presenta comunque una notevole discrepanza dai valori riconosciuti CODATA 2010.

Nell'analizzare invece l'osservazione del sistema binario PSR J1713+0747, della durata complessiva di 21 anni, si è voluto fornire un esempio di esperimento atto a testare sperimentalmente i parametri introdotti da teorie di gravitazione non standard.

Dai risultati emersi nell'analisi dei dati raccolti durante l'osservazione della pulsar binaria, si evince che il rapporto $\frac{\dot{G}}{G}$ è consistente con zero, dunque che la "costante" di gravitazione G sembrerebbe essere davvero costante e che i vincoli sperimentali per i parametri previsti da teorie che violano la conservazione di principio di equivalenza debole e principio di equivalenza forte sono molto stringenti, relegando questi parametri ad essere a loro volta consistenti con zero.

I risultati ottenuti tramite gli esperimenti sopracitati, sembrano dunque confermare le teorie di gravitazione fin'ora accettate come teorie standard (la ISL e la Relatività Generale) e sembrano inoltre aprire nuovi orizzonti per nuove metodologie di misura della costante di Newton (interferometria atomica) che saranno, forse, in grado di stabilirne un valore più accurato, avvicinando la fisica moderna al raggiungimento di una teoria di gravitazione solida ed inattaccabile.

In conclusione, la motivazione sotterranea che ha portato alla stesura di questa tesi si ritrova nel voler mettere in luce, mediante analisi di due determinati esperimenti, il ruolo fondamentale giocato dalle costanti fisiche universali e sull'importanza di interrogarsi su di esse, poichè interrogarsi sulle costanti fondamentali significa interrogarsi sulle leggi fondamentali in cui esse entrano in gioco, dunque significa interrogarsi sulla totalità e sull'essenza della fisica stessa.

Bibliografia

- [1] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, and David B. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010, reviews of modern physics, volume 84, october-december 2012
- [2] Top science, a review of short-range gravity experiments in th LHC era
- [3] C. D. Hoyle, U. Schmidt, B. R. Heckel, E. G. Adelberger, J. H. Gundlach, D. J. Kapner, H. E. Swanson: Sub-millimeter tests of the gravitational inverse-square law: A search for "large" extra dimensions, november 2000
- [4] D.J. Kapner, T.S. Cook, E.G. Adelberger, J.H. Gundlach, B.R. Heckel, C.D Hoyle, H.E. Swanson: Tests of the Gravitational Inverse-Square Law below the Dark Energy Length Scale, physical reviews letters, January 2007
- [5] Terry Quinn, Harold Parks, Clive Speake, and Richard Davis: Improved Determination of G Using Two Methods, physics review letters, September 2013
- [6] University of Maryland, College Park. Physics: Submillimeter Test of the Gravitational Inverse-square Law Using a Superconducting Differential Accelerometer, ProQuest, 2007
- [7] G.Rosi, F.Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli e G.M Tino: Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms, nature 26 June 2014
- [8] G.M. Tino F. Vetrano C. L'Ammerzahl: Editorial on the GRG special issue on Gravitational waves detection with atom interferometry, physics review letters, May 2011
- [9] Workshop on Gravitational Waves Detection with Atom Interferometry. Firenze, Italy, 23-24/2/2009.
- [10] Hohensee, M., Lan, S., Houtz, R., Chan, C., Estey, B., Kim, G., Kuan, P., M'ijller, H.: Sources and technology for an atomic gravitational wave interferometric sensor. Gen, Relati., Gravit.

- [11] Zhou, L., Xiong, Z.Y., Yang, W., Tang, B., Peng, W.C., Hao, K., Li, R.B., Liu, M., Wang, J., Zhan, M.S.: Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter atom interferometer for precision gravity measurement. *Gen. Relativ. Gravit.*
- [12] S. Lepoutre, H. Jelassi, G. Tréneç, M. Buchner, J, Viqué : Atom interferometry as a detector of rotation and gravitational waves: comparison of various diffraction processes. *Gen. Relativ. Gravit.*
- [13] Tino, G.M., Vetrano, F.: Atom interferometers for gravitational wave detection: a look at a simple configuration. *Gen. Relativ. Gravit*
- [14] W.W Zhu, I.H Stairs,P.B Demorest, D.J Nice,J.A Ellis, S.M Ransom, Z. Arzoumanian, K.Crowter, T. Dolch, R.D Ferdman, E.Fonseca, M.E Gonzalez, G. Jones, M.L. Jones, M.T. Lam, L.Levin, M.A. McLaughin, T.Pennucci, K.Stovall, J.Swingum: Testing Theories of gravitation using 21-year timing of pulsar binary J1713+0747, [astro-ph.SR], August 19, 2015.
- [15] Andrea N. Lommen and Paul Demorest: Pulsar timing technique, [astro-ph.IM], September 6,2013.
- [16] Ysunori Fujii, Kei-Ichi Maeda, *The scalar-tensor Theory of Gravitation*, Cambridge university press, 2003