

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea in Fisica

Studio preliminare per olografia digitale

Relatore:
Prof. Marco Cuffiani

Presentata da:
Lucia De Dominicis

Sessione III
Anno Accademico 2014/2015

Indice

Introduzione	4
1 Basi per l'olografia	5
1.1 Onde elettromagnetiche	5
1.2 Interferenza e Diffrazione	6
1.3 Registrazione e Ricostruzione di ologrammi	7
1.4 Tipologie di ologrammi	8
2 Olografia Digitale	11
2.1 Applicazioni dell'olografia digitale	13
2.1.1 Microscopia Digitale Olografica	13
2.1.2 Misurazioni di distribuzioni di particelle	13
2.1.3 Interferometria Olografica e Olografia Digitale Endoscopica	15
2.1.4 Crittografia di informazioni con Olografia Digitale	16
3 Simulazioni in MATLAB	18
3.1 Le trasformate di Fourier	18
3.1.1 Single Fast Fourier Transform	18
3.1.2 Double Fast Fourier Transform	21
3.2 Simulazione e Ricostruzione di un ologramma digitale	23
4 Risultati sperimentali	26
4.1 Ologrammi ottici a trasmissione	26
4.1.1 Banco ottico	26
4.1.2 Laser	27
4.1.3 Lastre olografiche	27
4.1.4 Reagenti chimici per lo sviluppo	28
4.1.5 Oggetto	28
4.2 Configurazione	28
4.3 Analisi del CCD	30
4.4 Risultati	32
4.4.1 Confronto dei minimi	32
4.4.2 Confronto di intensità	33
Conclusione	39
Appendice	40
Esempio A	40
Esempio B	42
Esempio C	45
Bibliografia	47

Introduzione

La tecnica olografica venne introdotta nel 1948 da Denis Gabor, premio Nobel nel 1971. Creò la parola *holography* combinando tra loro le parole greche *holos*, che vuol dire "tutto", e *graphein*, che invece vuol dire "scrivere". Con il termine olografia si intende la registrazione e la ricostruzione dell'ampiezza e della fase di un'onda. La prima si ricava dalle informazioni contenute nell'intensità delle frange luminose che costituiscono l'immagine di diffrazione, mentre la seconda si ottiene dalla distanza delle stesse. Questa è la principale differenza tra l'olografia e la fotografia: l'olografia permette di realizzare immagini che appaiano tridimensionali, invece la fotografia, conservando solo le informazioni di ampiezza dell'onda oggetto, è in grado di generare solo immagini che risultino bidimensionali. L'immagine di diffrazione di cui si è parlato non è altro che il prodotto dell'interferenza tra l'onda oggetto e l'onda di riferimento, che viene registrato solitamente su una lastra olografica o una pellicola, che si presenta come un susseguirsi di frange chiare e scure molto sottili, tanto da non essere visibili a occhio nudo a causa delle alte frequenze spaziali. Questa immagine riproduce l'oggetto se illuminato con un fascio luminoso simile all'onda di riferimento.

Negli anni a seguire si sviluppò molto velocemente la tecnologia alla base dei computer che permise di trasferire sia il processo di registrazione che quello di ricostruzione su tali dispositivi. Nacque così la *Computer Generated Holography* (CGH), che permise di generare gli ologrammi attraverso metodi numerici, ma il processo di ricostruzione rimase per via ottica.

La ricostruzione numerica fu un problema affrontato a partire dal 1967 da Goodman e Lawrence, e poi da Yaroslavskii, Merzlyakov e Kronrod. Questi riuscirono a creare un algoritmo per la ricostruzione numerica, che poi venne migliorato da Onural e Scott e applicato anche a molti campi scientifici di ricerca.

Un ulteriore passo avanti venne fatto a metà degli anni '90 con l'introduzione dei *Charged Coupled Devices* (CCD) nella registrazione diretta di ologrammi, ad opera di Schnars e Jüptner, con i quali venne eliminato definitivamente ogni tipo di passaggio fotografico intermedio. L'intero procedimento numerico di registrazione e ricostruzione venne riconosciuto in seguito come *Olografia Digitale*, e i suoi vantaggi rispetto all'olografia ottica erano ben chiari e ne permisero un largo impiego: dall'interferometria alla shearografia alla fotografia speckle.

Questa tesi ha l'obiettivo di trattare in generale sia l'olografia ottica che l'olografia digitale, di mostrare un'applicazione dell'olografia ottica con la realizzazione di ologrammi a trasmissione in laboratorio ed infine tentare un primo approccio all'olografia digitale per mezzo di acquisizioni di figure di diffrazione attraverso un CCD e di simulazioni di generazione e ricostruzione di ologrammi su dispositivi elettronici.

1 Basi per l'olografia

La luce visibile si comporta o come un'onda elettromagnetica o come una corrente di particelle, i fotoni. Dal momento che alla base dell'olografia ci sono l'interferenza e la diffrazione, fenomeni ben descritti dal modello ondulatorio, è sufficiente considerare la natura ondulatoria della luce.

1.1 Onde elettromagnetiche

L'onda elettromagnetica ha una componente elettrica e una magnetica le cui ampiezze oscillano perpendicolari una all'altra e perpendicolarmente alla direzione di propagazione; di conseguenza sarà sufficiente scegliere una qualsiasi delle due componenti per descrivere tutto il fenomeno. Nel caso si scelga il campo elettrico l'equazione che fornisce la propagazione dell'onda nel vuoto è

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

dove si è utilizzata la forma scalare in quanto, nella maggior parte dei casi, le onde utilizzate vibrano in un solo piano e la luce viene detta polarizzata linearmente. La direzione di propagazione della luce è z . La soluzione dell'equazione dell'onda è

$$E(\vec{z}, t) = a \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0) [1] \quad (1.2)$$

e rappresenta il modulo del campo elettrico nel punto z al tempo t .

In questa equazione a è l'ampiezza, k è il vettore d'onda che descrive la direzione di propagazione

$$\vec{k} = k \vec{n} \quad (1.3)$$

in cui

$$|\vec{k}| \equiv k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.4)$$

e ω è la frequenza angolare

$$\omega = 2\pi\nu \quad (1.5)$$

in cui ν è la frequenza dell'onda. La frequenza ν e la lunghezza d'onda λ sono relazionate alla velocità della luce secondo la legge

$$c = \lambda\nu \quad (1.6)$$

Inoltre, sempre in questa equazione, è utile indicare la fase come

$$\varphi = -\vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0 \quad (1.7)$$

in cui φ_0 è una costante.

Poiché la maggior parte dei sensori non è in grado di rilevare le alte frequenze della luce visibile, l'unica grandezza misurabile direttamente è l'intensità data da

$$I = \varepsilon_0 c \langle E^2 \rangle \quad (1.8)$$

dove le parentesi triangolari indicano una media temporale su un numero elevato di periodi e ε_0 è la costante dielettrica del vuoto.

In alcune applicazioni solo la distribuzione spaziale ha rilevanza per cui, sfruttando la proprietà della rappresentazione complessa di fattorizzare in una parte spaziale e in una temporale, che dà

$$E(\vec{z}, t) = a \cdot e^{i\varphi} e^{i\omega t} \quad (1.9)$$

si può trascurare la parte temporale che viene eliminata dalla media temporale ed ottenere l'ampiezza complessa

$$A(\vec{z}) = a \cdot e^{i\varphi} \quad (1.10)$$

In questo caso l'intensità è data da

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c |A|^2 \quad (1.11)$$

Questa equazione può essere ridotta a $I = |A|^2$ poiché il fattore costante $\frac{1}{2} \varepsilon_0 c$ può essere ignorato.

1.2 Interferenza e Diffrazione

Uno dei fenomeni alla base dell'olografia è l'interferenza. È la sovrapposizione di una o più onde a generare interferenza. Si consideri il caso in cui sono due onde monocromatiche con stessa frequenza e stessa lunghezza d'onda ad interferire; se queste onde hanno anche stessa direzione di polarizzazione allora è possibile usare il formalismo scalare per descrivere il fenomeno. Siano le ampiezze complesse di queste due onde

$$A_1(\vec{z}) = a_1 e^{i\varphi_1} \quad (1.12)$$

$$A_2(\vec{z}) = a_2 e^{i\varphi_2} \quad (1.13)$$

L'ampiezza complessa risultante dall'interferenza è calcolata come la somma delle due singole ampiezze

$$A = A_1 + A_2 \quad (1.14)$$

Poiché l'intensità è data da $|A|^2$, in questo caso sarà

$$\begin{aligned} |A_1 + A_2|^2 &= (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^* \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi \end{aligned} \quad (1.15)$$

dove I_1 e I_2 sono le intensità delle singole onde e

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (1.16)$$

Allora l'intensità totale è la somma delle intensità individuali più un termine di interferenza $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi$, che dipende dalla differenza di fase tra le due onde. L'intensità raggiunge il valore massimo in tutti i punti in cui

$$\Delta\varphi = 2n\pi \quad (1.17)$$

per $n=0,1,2,\dots$. In questo caso si ha *interferenza costruttiva*. Analogamente si ha il valore minimo nei punti dove

$$\Delta\varphi = (2n + 1)\pi \quad (1.18)$$

per $n=0,1,2,\dots$ in cui si verifica *interferenza distruttiva*.

Lo schema di interferenza consiste in un susseguirsi di frange chiare e scure che rappresentano rispettivamente interferenza costruttiva e interferenza distruttiva tra le due onde.

Affinché si generino le frange di interferenza è necessario che le fasi delle due singole onde siano correlate tra loro, ovvero le onde devono essere coerenti. In questo senso la coerenza è definita come capacità delle onde di interferire; in caso contrario il risultato sarà una luminosità uniforme[2].

L'altro fenomeno utile a descrivere l'olografia è la diffrazione. Questa si verifica quando la luce incontra un ostacolo che può essere uno schermo opaco con una o più aperture trasparenti o, alternativamente, un oggetto opaco in un mezzo trasparente. Se le dimensioni dell'ostacolo sono compatibili con la lunghezza d'onda, la luce si distribuisce in un susseguirsi di regioni chiare e scure. La diffrazione può essere descritta tramite il principio di Huygens: ogni punto di un fronte d'onda può essere considerato come una sorgente puntiforme di onde sferiche secondarie. Il fronte d'onda in ogni punto è definito come la sovrapposizione coerente di queste onde secondarie.

1.3 Registrazione e Ricostruzione di ologrammi

La registrazione di un ologramma richiede una sorgente luminosa con lunghezza di coerenza sufficientemente lunga, in grado di generare due onde che interferiscono nel piano sensibile (come ad esempio una lastra fotografica). La lunghezza di coerenza è definita come la distanza massima alla quale il fascio luminoso rispetta le variazioni di fase ed ampiezza che avrebbe un'onda ideale[3]. La prima onda viene dall'oggetto che, illuminato, diffonde la luce sulla lastra fotografica; viene detta onda oggetto. La seconda viene direttamente dalla sorgente e viene chiamata onda di riferimento, questa illumina direttamente la lastra. Le due onde interferiscono sulla lastra fotografica, dove generano la figura di interferenza, registrata per mezzo di processi chimici di sviluppo. Questa figura rappresenta l'ologramma.

Una volta ottenuto l'ologramma, per ricostruirlo, è necessario illuminarlo con la stessa onda di riferimento. L'osservatore potrà vedere un'immagine virtuale indistinguibile dall'oggetto originale in quanto caratterizzata da prospettiva e profondità.

Il processo può essere descritto matematicamente tramite quanto già detto sull'interferenza. L'onda oggetto è descritta da

$$E_0(x, y) = a_0(x, y)e^{i\varphi_0(x, y)} \quad (1.19)$$

mentre l'onda di riferimento è

$$E_R(x, y) = a_R(x, y)e^{i\varphi_R(x, y)} \quad (1.20)$$

In queste due equazioni a_0 e a_R sono le ampiezze reali e φ_0 e φ_R sono le due fasi delle due onde rispettivamente. Le due onde interferiscono sulla superficie della lastra fotografica dove l'intensità vale

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |E_0(x, y) + E_R(x, y)|^2 & (1.21) \\ &= (E_0(x, y) + E_R(x, y))(E_0(x, y) + E_R(x, y))^* \\ &= E_R(x, y)E_R^*(x, y) + E_0(x, y)E_0^*(x, y) + E_0(x, y)E_R^*(x, y) + E_R(x, y)E_0^*(x, y) \end{aligned}$$

L'ampiezza di trasmissione $h(x, y)$ risulta proporzionale all'intensità appena calcolata secondo la formula

$$h(x, y) = h_0 + \beta\tau I(x, y) \quad (1.22)$$

Dove β , la pendenza dell'ampiezza di trasmittanza, è un parametro negativo per una tipica emulsione fotografica; τ è il tempo di esposizione e h_0 è l'ampiezza di trasmissione della lastra non esposta. Questa relazione regola la perdita di trasparenza della lastra sottoposta a radiazione luminosa[1], e viene anche chiamata funzione ologramma.

Per la ricostruzione dell'ologramma si deve moltiplicare l'ampiezza di trasmissione per l'ampiezza complessa dell'onda di riferimento, ovvero l'onda che si utilizza per illuminare la lastra fotografica in modo da vedere l'immagine virtuale. Il risultato è

$$\begin{aligned} &E_R(x, y)h(x, y) & (1.23) \\ &= [h_0 + \beta\tau(a_R^2 + a_0^2)]E_R(x, y) + \beta\tau a_R^2 E_0(x, y) + \beta\tau E_R^2(x, y)E_0^*(x, y) \end{aligned}$$

Analizzando questa equazione: il primo termine a destra è l'onda di riferimento moltiplicata per un fattore riduttivo e rappresenta l'onda che passa attraverso l'ologramma senza essere diffratta; il secondo termine è l'onda oggetto ricostruita che genera l'immagine virtuale e che permette di visualizzare l'immagine olografica dell'oggetto, e il fattore $\beta\tau a_R^2$ influenza solo la luminosità dell'oggetto; il terzo termine crea un'immagine reale ma distorta dell'oggetto[2].

La distorsione è determinata dal fattore complesso E_R^2 in quanto modula l'onda oggetto coniugata E_0^* che forma l'immagine. Per avere un'immagine reale non distorta è necessario utilizzare l'onda di riferimento coniugata E_R^* per ricostruire l'ologramma

$$\begin{aligned} &E_R^*(x, y)h(x, y) & (1.24) \\ &= [h_0 + \beta\tau(a_R^2 + a_0^2)]E_R^*(x, y) + \beta\tau a_R^2 E_0^*(x, y) + \beta\tau E_R^{*2}(x, y)E_0(x, y) \end{aligned}$$

1.4 Tipologie di ologrammi

Gli ologrammi possono essere di diversi tipi in base a diverse caratteristiche.

La prima distinzione si basa sul metodo di registrazione e ricostruzione dell'ologramma.

Si ha un *ologramma a trasmissione* quando l'onda di riferimento e l'onda oggetto investono entrambi lo stesso lato della lastra, cioè quello con l'emulsione, durante la registrazione; nella fase di ricostruzione è necessario che la lastra venga illuminata con un fascio che possieda le stesse identiche proprietà di quello di riferimento, come la lunghezza d'onda, la coerenza o l'angolo di incidenza.

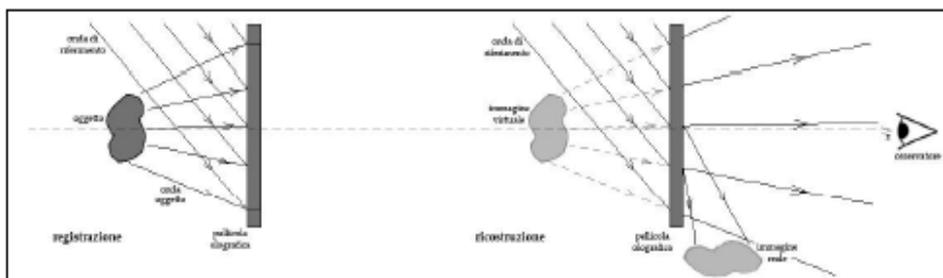


Figure 1.1: **Ologramma a trasmissione.** Fase di registrazione a sinistra e fase di ricostruzione a destra. Si può notare come vengano ricostruite un'immagine reale rifratta e un'immagine virtuale identica all'oggetto.

Invece se l'onda di riferimento e l'onda oggetto, nella fase di registrazione, colpiscono la lastra olografica dai lati opposti si ottiene un *ologramma a riflessione*. Per ricostruire l'ologramma è necessario illuminare la lastra con luce bianca e osservare la faccia illuminata.

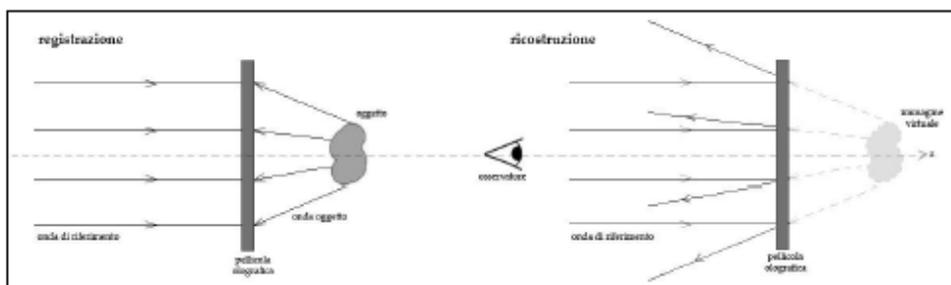


Figure 1.2: **Ologramma a riflessione.** A sinistra si trova la fase di registrazione mentre a destra quella di ricostruzione. Si vede come la luce utilizzata per la ricostruzione illumina la lastra dallo stesso lato dell'osservatore.

Un'altra distinzione è data dal modo in cui l'immagine dell'ologramma viene ricostruita a partire dalla figura di diffrazione. Si ha un *ologramma in ampiezza* se la luce di riferimento che colpisce la figura di interferenza viene assorbita dalle frange scure mentre quelle chiare la lasciano passare. Questi ologrammi sono però poco efficienti, per questo spesso vengono sostituiti da *ologrammi di fase* in cui l'immagine di rifrazione è formata da zone adiacenti con diverso indice di rifrazione. Mentre nel primo caso gli ologrammi modulano l'ampiezza della luce di riferimento in arrivo, nel secondo caso modulano la fase dell'onda.

Una classificazione può anche essere fatta in base al rapporto tra spessore dell'emulsione sulla lastra fotografica e la distanza media tra le frange di interferenza. Se lo spessore dell'emulsione è molto più piccolo della distanza tra la frange si hanno *ologrammi sottili* che sono generalmente meno efficienti degli olo-

grammi spessi o volumetrici, che si ottengono quando lo spessore dell'emulsione è molto maggiore rispetto alla distanza tra le frange.

Infine si distinguono gli *ologrammi in asse*, cioè gli ologrammi registrati con apparati in cui la sorgente, l'oggetto e la lastra sono disposti lungo lo stesso asse, dagli *ologrammi fuori asse*, in cui gli elementi sono disposti diversamente nello spazio. Gli ologrammi in asse richiedono che l'oggetto sia trasparente, cosicché la luce viene in parte assorbita e poi diffusa dall'oggetto creando l'onda oggetto, mentre la restante parte prosegue indisturbata e costituisce l'onda di riferimento. Questo tipo di ologrammi hanno un difetto piuttosto limitante: l'immagine reale e l'immagine virtuale sono sulla stessa retta per cui un osservatore vede le due immagini sovrapposte. Questo problema può essere evitato se si registrano ologrammi fuori asse; in questo caso si formano sempre le due immagini ma a due angolazioni diverse. Questo tipo di ologrammi è realizzabile se l'angolo che si forma tra l'onda di riferimento e l'onda oggetto è diverso dall'angolo nullo. Inoltre in questo modo non è necessario che gli oggetti siano trasparenti ma possono essere anche opachi.

2 Olografia Digitale

Sebbene il metodo olografico fin ora descritto dia risultati soddisfacenti, ci sono alcuni aspetti dell'utilizzo delle lastre fotografiche che hanno spinto verso la ricerca di altri mezzi di registrazione, come i sensori CCD o CMOS. Questi aspetti negativi che caratterizzano l'adozione delle lastre sono principalmente i lunghi tempi di sviluppo e le sostanze chimiche richieste, la disponibilità di informazioni o di fase o di ampiezza e lo scarso reimpiego degli ologrammi su vetrino.

Generalmente l'olografia digitale prevede la generazione e la ricostruzione di ologrammi attraverso il computer, ma negli ultimi anni la definizione è diventata meno rigorosa e qualunque processo che sfrutti almeno una delle parti del metodo digitale viene classificato sotto tale nome. Dopo la realizzazione dei primi ologrammi, la ricerca impegnata nel trovare un valido sostituto degli oggetti fisici per la generazione di ologrammi partì immediatamente e si costruirono ologrammi che esistevano solo come modelli numerici nei computer. Ma la realizzazione di questi richiedeva ore. Lo sviluppo ulteriore portò, negli anni '90, all'introduzione dei CCD-arrays con una adeguata risoluzione e un numero di pixel rilevante, supportati da computer sempre più potenti, che permisero di rendere il procedimento di cattura di un ologramma e di successiva ricostruzione numerica quasi istantaneo, dell'ordine di secondi. Attualmente lo studio si è spostato sui modulatori di luce spaziale (SLM) da utilizzare come ologrammi per la ricostruzione ottica dei campi di onde 3D[4].

La registrazione di un ologramma digitale è basata sull'interferenza tra un'onda piana di riferimento e un'onda riflessa da un oggetto sulla superficie di un CCD (Charged Coupled Device). L'oggetto da utilizzare è generalmente tridimensionale e con superfici riflettenti, posizionato ad una distanza d dal CCD, in una configurazione tipica di un ologramma a trasmissione. L'ologramma che ne deriva viene registrato elettronicamente e memorizzato.

La ricostruzione ottica genererebbe un'immagine virtuale nella posizione originale dell'oggetto ma l'immagine reale dell'ologramma si forma ad una distanza d dal CCD, dal lato opposto di quest'ultimo. Allora la ricostruzione numerica dell'immagine catturata dal sensore deve riprodurre le stesse due immagini e nella stessa posizione, e ciò è possibile grazie all'integrale di Fresnel-Kirchhoff

$$\Gamma(\xi', \eta') = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) E_R(x, y) \frac{e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho'}}{\rho'} dx dy \quad (2.1)$$

In cui $h(x, y)$ è la funzione ologramma già incontrata e definiamo ρ' come la distanza tra un punto del piano dell'ologramma e un punto del piano di ricostruzione.

$$\rho' = \sqrt{(x - \xi')^2 + (y - \eta')^2 + d^2} \quad (2.2)$$

Le grandezze geometriche sono mostrate in figura

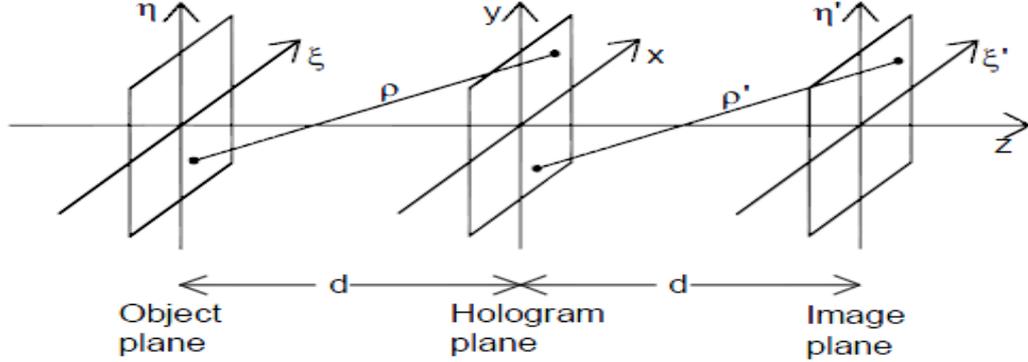


Figure 2.1: **Sistema delle coordinate.** Grandezze coinvolte nella ricostruzione numerica di un ologramma.

Inoltre $E_R(x, y)$ è l'onda piana di riferimento data dall'ampiezza reale

$$E_R = a_R + i0 = a_R \quad (2.3)$$

La figura di diffrazione è calcolata alla distanza d oltre il CCD di conseguenza quello che si ottiene è la ricostruzione dell'ampiezza complessa nel piano dell'immagine reale. La base per questa ricostruzione numerica è fornita proprio dall'equazione (2.1). A differenza del caso di ricostruzione ottica, in cui si conosce solo l'intensità, sia questa che la fase possono essere calcolate in quanto l'onda ricostruita è una funzione complessa e le formule che permettono di ricavarle sono

$$I(\xi, \eta) = |\Gamma(\xi, \eta)|^2 \quad (2.4)$$

$$\varphi(\xi, \eta) = \arctan \frac{\text{Im}[\Gamma(\xi, \eta)]}{\text{Re}[\Gamma(\xi, \eta)]} \quad (2.5)$$

che si ottengono eseguendo la ricostruzione numerica attraverso l'approssimazione di Fresnel.

Poiché abbiamo già visto che l'immagine reale può essere distorta, per evitare ciò si usa l'onda di riferimento coniugata per la ricostruzione; allora l'equazione diventa

$$\Gamma(\xi', \eta') = \frac{i}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y) E_R^*(x, y) \frac{e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}\rho}}{\rho} dx dy \quad (2.6)$$

che vede ρ al posto di ρ' , definita come

$$\rho = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + d^2} \quad (2.7)$$

Adottando questa formula per la risoluzione si ottiene un'immagine reale nella posizione dell'oggetto registrato. Le due equazioni sono comunque equivalenti.

2.1 Applicazioni dell'olografia digitale

Le importanti caratteristiche che rendono l'utilizzo di un ologramma digitale conveniente rispetto ad un ologramma ottico, come ad esempio la conservazione di informazioni di fase ed intensità contemporaneamente, ha determinato l'impiego dell'olografia digitale in molti campi di applicazione.

2.1.1 Microscopia Digitale Olografica

Nel caso in cui si vuole analizzare un sistema microscopico è possibile utilizzare la microscopia digitale olografica per rimediare al fatto che l'ingrandimento comporta una perdita della profondità di campo, che nel caso di oggetti microscopici sarà davvero limitato poiché l'ingrandimento richiesto è elevato. L'olografia digitale offre la possibilità di mettere a fuoco i diversi piani dell'oggetto separatamente, attraverso metodi numerici. Inoltre negli ologrammi digitali può essere introdotto l'ingrandimento: una volta scelto il fattore di ingrandimento desiderato, si calcola la distanza a cui deve avvenire la ricostruzione e di conseguenza anche la posizione della sorgente puntiforme di onde sferiche di riferimento impiegate per la ricostruzione. In questo modo si ottiene quindi la microscopia olografica di cui si mostrano gli effetti pratici nelle figure che seguono.

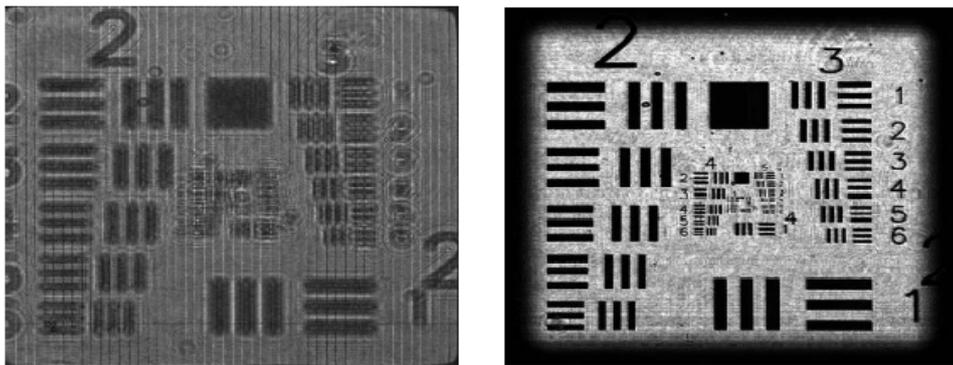


Figure 2.2: **Applicazione della Microscopia Digitale Olografica.** Si può osservare la differenza tra un classico ologramma digitale, sulla sinistra, e la sua versione alla quale è stata applicata una risoluzione microscopica, sulla destra.

2.1.2 Misurazioni di distribuzioni di particelle

Grandezze come la dimensione, la velocità o la distribuzione di un sistema di particelle in un mezzo fluido o gassoso possono essere misurate anche con tecniche olografiche ottiche, ma i processi di sviluppo e di valutazione richiedono tempi molto lunghi. L'olografia digitale che impiega dei sensori CCD per la registrazione e metodi numerici per la ricostruzione crea nuove alternative più rapide. L'ologramma digitale di una distribuzione di particelle in un mezzo trasparente può essere realizzato investendo le particelle interessate con un'onda luminosa

piana. Una parte dell'onda viene diffratta dalle particelle mentre l'altra procede indisturbata e costituisce l'onda di riferimento. Le due parti dell'onda interferiscono sulla superficie e generano una figura di diffrazione. Per ottenere la distribuzione spaziale delle particelle in movimento, e quindi la loro dimensione e la loro posizione, è necessario scansionare la distanza di ricostruzione dal computer: dal momento che tale distanza è arbitraria, si procede provandone varie e cercando quella alla quale le particelle risultano messe a fuoco.

Al fine di aumentare la profondità di risoluzione, l'olografia digitale viene accompagnata dal metodo tomografico. Nella *tomografia* vengono registrate tramite il CCD una serie di proiezioni dell'oggetto viste da differenti direzioni. La distribuzione tridimensionale viene poi calcolata con metodi numerici. Per utilizzare un solo CCD, il fascio, dopo aver incontrato una prima volta la particella, viene proiettato nuovamente sulla stessa particella in seguito a due riflessioni successive su due diversi specchi, e poi nuovamente guidato sulla particella per una terza volta sfruttando altre due riflessioni; infine questo raggiunge il sensore CCD dove viene registrato. Le tre visualizzazioni della particella possono essere ricavate utilizzando diverse distanze nella ricostruzione numerica. Le distanze giuste si riconoscono in quanto l'immagine ricostruita non presenta anelli di diffrazione o aloni.

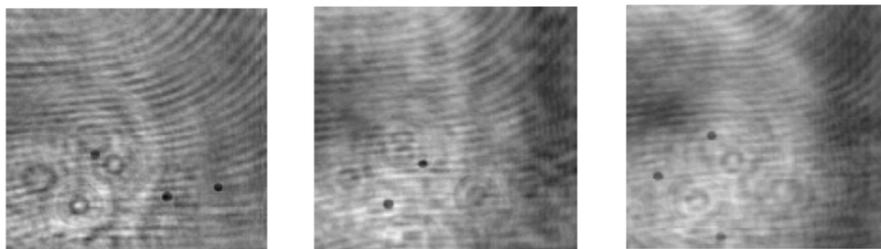


Figure 2.3: **Distribuzione di particelle.** Esempi di ricostruzioni olografiche di distribuzioni di particelle a diverse distanze, in particolare, da sinistra verso destra, a 40 cm, a 65.5 cm e a 95.5 cm.

Per ottenere la distribuzione dalle tre immagini ricostruite si applica il metodo tomografico. Questo consiste nel tracciare tre linee provenienti dalla stessa particella, una per ogni immagine ricostruita, che si incontrano su un piano. Nel punto di incontro tra le tre linee è ricostruita la particella. Il metodo e il risultato sono rappresentati nelle due figure seguenti

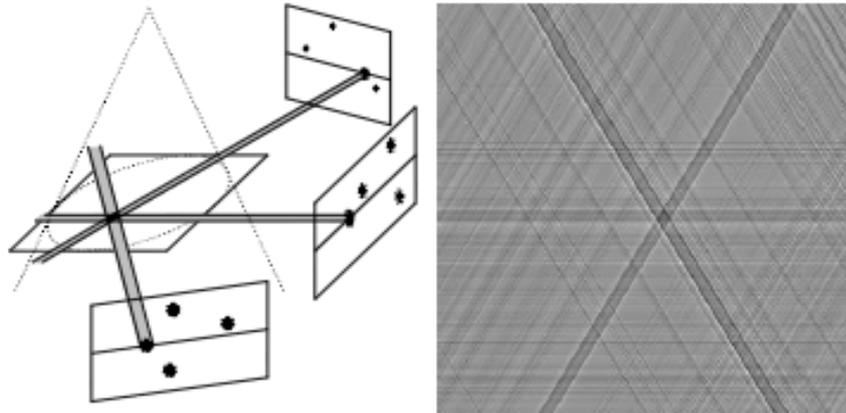


Figure 2.4: **Tomografia.** A sinistra è mostrato il principio del metodo tomografico: dalle tre immagini viene proiettata la stessa particella attraverso tre linee. A destra il risultato di tale procedimento: una distribuzione bidimensionale con una particella individuata nell'incrocio tra le tre righe.

2.1.3 Interferometria Olografica e Olografia Digitale Endoscopica

Grazie all'olografia digitale è possibile combinare la misurazione di deformazione con la determinazione del contorno della superficie. Per misurare la deformazione è necessario che vengano registrati due ologrammi dello stesso oggetto ma in due stati diversi. Per rilevare la forma, invece, servono due ologrammi dell'oggetto senza modifiche di alcun genere se non nella lunghezza d'onda del fascio con cui viene illuminato o nella posizione della sua sorgente.

Questi concetti possono essere applicati per realizzare l'olografia digitale endoscopica. Il sensore impiegato nell'endoscopia necessita di essere adattato all'ambito in cui è richiesto, rispetto ad un apparato di laboratorio: deve, infatti, presentarsi più flessibile e più resistente a ambienti sfavorevoli, oltre che più piccolo, inoltre deve essere più veloce nell'elaborazione dei dati. Un sistema endoscopico può essere considerato come formato da quattro parti: il computer di controllo, il laser con le corrispettive unità di fibre ottiche, l'endoscopio e il sensore. In particolare il sensore è costituito da un CCD di dimensioni ridotte. Attualmente si utilizza un solo fascio per illuminare l'oggetto e questo permette di determinare la forma e una componente dello spostamento. L'obiettivo che si vuole raggiungere è implementare i fasci a tre per avere una rappresentazione tridimensionale della deformazione. In questo tipo di applicazione, l'alta sensibilità degli ologrammi digitali al movimento dei corpi rappresenta uno svantaggio in quanto non sono assicurate le condizioni di stabilità del laboratorio. Per minimizzare questo effetto, il tempo della misurazione deve essere più breve

possibile; da questo l'alta velocità richiesta nell'acquisizione e elaborazione dei dati.

2.1.4 Crittografia di informazioni con Olografia Digitale

La ricostruzione di oggetti a partire dai loro ologrammi è possibile solo se l'onda elettromagnetica usata per la ricostruzione ha proprietà simili all'onda di riferimento della registrazione. Se l'ampiezza o la fase dell'onda sono anche leggermente diverse, questo si riflette sull'immagine generando aberrazione o addirittura totale perdita dell'informazione originale dell'oggetto. Allora l'onda di riferimento può essere considerata la chiave per ricavare l'informazione codificata nell'ologramma. Con gli ologrammi digitali il metodo è basato sullo sfasamento nell'olografia digitale. La chiave per la crittografia è uno schermo di diffusione. Il primo passaggio consiste nel registrare la chiave olograficamente. In seguito viene inserito in un apparato in cui un fascio parallelo viene inizialmente diviso in due fasci parziali coerenti; una di queste due parti passa attraverso lo schermo e finisce sul sensore CCD, l'altra viene indirizzata sul CCD senza incontrare ostacoli, attraverso la riflessione su uno specchio. I due fasci quindi si ricongiungono sulla superficie del sensore dove interferiscono. Una serie di quattro interferogrammi con sfasamento reciproco viene registrata per mezzo di dispositivi adeguati. Osservando l'apparato in figura quanto detto è realizzabile chiudendo lotturatore *Sh2* e rimuovendo l'oggetto.

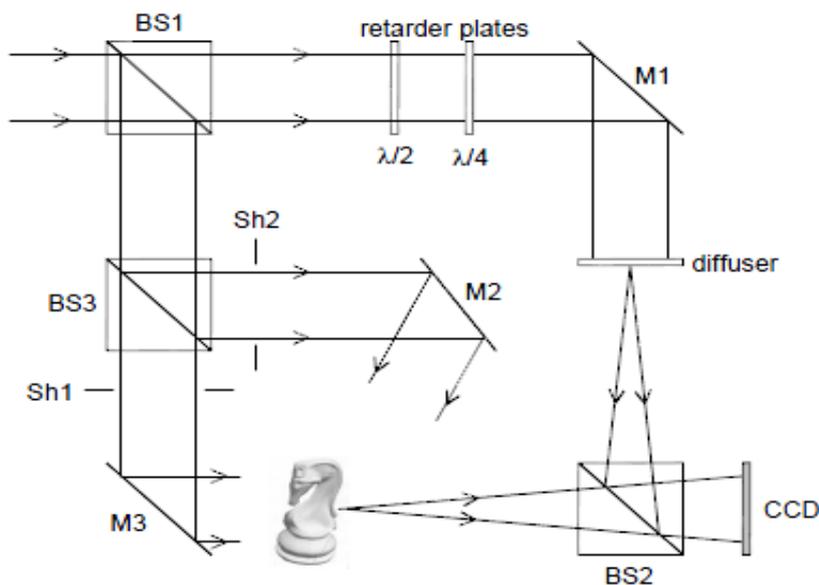


Figure 2.5: **Sistema per realizzare la crittografia.** L'apparato mostra tutti gli elementi per realizzare le varie fasi della crittografia. In particolare gli otturatori *Sh1* e *Sh2* si alternano nelle varie fasi per selezionare il percorso del fascio luminoso.

A questo punto è possibile registrare l'ologramma dell'oggetto che deve es-

sere criptato e per fare ciò l'otturatore $Sh1$ in figura deve essere chiuso e $Sh2$ aperto in modo che il secondo fascio parziale possa illuminare l'oggetto dopo la riflessione. In questa nuova configurazione la parte di fascio che passa attraverso lo schermo di diffusione funge da onda di riferimento. Nuovamente viene registrata un'altra serie di quattro interferogrammi sfasati. L'oggetto potrà poi essere ricostruito attraverso metodi numerici. Il procedimento è valido solo se la chiave fornita è corretta, cioè se lo sono la fase e l'ampiezza dell'onda diffusa dallo schermo. Anche la distanza tra il diffusore e il sensore CCD d che si adotta durante la registrazione può essere considerata come una seconda chiave che deve essere nota per la decodifica esatta dell'oggetto.

3 Simulazioni in MATLAB

3.1 Le trasformate di Fourier

Le formule classiche della diffrazione possono essere sostituite da una trasformata di Fourier, sufficiente per ottenere una trattazione teorica della diffrazione. In un numero significativo di casi, però, la soluzione ottenuta applicando la trasformata di Fourier non si presenta in forma analitica semplice, allora è più conveniente calcolare la diffrazione con la trasformata di Fourier discreta.

Calcoli numerici di questo tipo erano molto lunghi e tediosi fino all'arrivo dei computer e con essi degli algoritmi che permisero di semplificare tali calcoli; questi algoritmi sono riconosciuti come le trasformate di Fourier veloci (FFT, fast Fourier transform). Per calcolare l'integrale di diffrazione di Fresnel è possibile applicare tale algoritmo o utilizzare la convoluzione veloce, che si ottiene combinando una FFT diretta seguita da una FFT inversa (IFFT). Allora la distinzione tra i due casi viene fatta indicando il primo come S-FFT, trasformata di Fourier veloce singola, e il secondo come D-FFT, trasformata di Fourier doppia. Un problema di diffrazione può essere trattato scegliendo opportunamente uno di questi due metodi.

3.1.1 Single Fast Fourier Transform

Per analizzare il primo caso (S-FFT) si introduca l'ampiezza complessa che nel piano dell'oggetto risulta essere $U_0(x, y)$ mentre nel piano di osservazione è $U(x, y)$, e la distanza tra questi due piani d . L'integrale di diffrazione di Fresnel nella forma di trasformata di Fourier è espressa da

$$U(x, y) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{\frac{ik}{2d}(x^2+y^2)} \times \iint_{-\infty}^{+\infty} \{U_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2d}(x_0^2+y_0^2)}\} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda d}(x_0x+y_0y)} dx_0 dy_0 [5] \quad (3.1)$$

Con $i = \sqrt{-1}$, λ è la lunghezza d'onda, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Per valutare il risultato sono necessari due passaggi consecutivi: prima si calcola la trasformata di Fourier veloce dalla funzione $U_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2d}(x_0^2+y_0^2)}$; poi il risultato viene moltiplicato per il fattore di fase $\frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{\frac{ik}{2d}(x^2+y^2)}$.

Si consideri L_0 come il lato di un quadrato situato nel piano dell'oggetto, costituito da $N \times N$ punti; l'intervallo di campionamento è dato da $\Delta x_0 = \Delta y_0 = \frac{L_0}{N}$. Il campionamento della funzione è il processo che permette di rendere discreta una funzione continua in un intervallo limitato. La formula precedente può essere riscritta nella sua forma discreta

$$U(p\Delta x, q\Delta y) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{\frac{ik}{2d}((p\Delta x)^2+(q\Delta y)^2)} \quad (3.2)$$
$$FFT\{U_0(m\Delta x_0, n\Delta y_0) e^{\frac{ik}{2d}((m\Delta x_0)^2+(n\Delta y_0)^2)}\}$$

con $\{p, m, n\} \in \{-\frac{N}{2}, -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} - 1\}$ e dove $\Delta x = \Delta y$ rappresenta l'intervallo di campionamento dopo la FFT. Per determinare tale intervallo bisogna ricordare che

$$\frac{L}{\lambda d} = \frac{1}{\Delta x_0} = \frac{N}{L_0} \quad (3.3)$$

Da cui $L = \frac{\lambda d N}{L_0}$ che permette di ricavare

$$\Delta x = \Delta y = \frac{L}{N} = \frac{\lambda d}{L_0} \quad (3.4)$$

È possibile determinare le condizioni che devono essere soddisfatte affinché la funzione dell'equazione (3.2) sia campionata correttamente: queste sono ricavate sulla base del *teorema di campionamento* secondo il quale il numero di punti di campionamento devono essere almeno due per ogni periodo. Il risultato è dato dalle equazioni equivalenti

$$\Delta x_0 = \Delta x = \sqrt{\frac{\lambda d}{N}} \quad (3.5)$$

$$L_0 = L = \sqrt{\lambda d N}$$

Si può giungere a tre conclusioni partendo dal risultato ottenuto, nel caso di lunghezza d'onda che rimanga costante.

La prima permette di affermare che la larghezza del campo diffratto è $L = \frac{\lambda d N}{L_0}$; analizzando questo risultato si osserva che se la distanza d si avvicina molto a 0 allora L tenderà a zero anch'esso, e questo vuol dire che se il piano dell'oggetto e il piano di osservazione sono molto vicini, un numero considerevole di punti di campionamento dovrà essere impiegato per ricavare una regione di dimensione utilizzabile. In pratica non sarà possibile applicare il metodo delle trasformate di Fourier veloci singole per calcolare la diffrazione a piccole distanze d .

La seconda si basa sull'osservazione della legge che regola il comportamento dell'intervallo di campionamento Δx_0 , ovvero $\Delta x_0 < \sqrt{\frac{\lambda d}{N}}$ o equivalentemente $L_0 < \sqrt{\lambda d N}$. Nel caso in cui Δx_0 sottostà a tali regole il risultato che si ottiene può essere ritenuto calcolato bene, ciò vuol dire che il fattore di fase quadratico di proporzionalità non influenza l'intensità del campo calcolata.

La terza ricorda che se si aspira ad ottenere un campo approssimativamente discreto allora le larghezze dei piani dell'oggetto e di osservazione devono essere uguali e date da $L_0 = L = \sqrt{\lambda d N}$.

L'applicazione pratica del metodo S-FFT è osservabile nella prima parte dell'esempio 3 dell'appendice. Il programma in generale si occupa di generare un ologramma di una figura data, ma nella prima parte viene usata una S-FFT per calcolare il campo diffratto sul piano di rivelazione del sensore.

Si consideri come esempio il seguente apparato per la diffrazione in modo da osservare le condizioni di campionamento nella pratica.

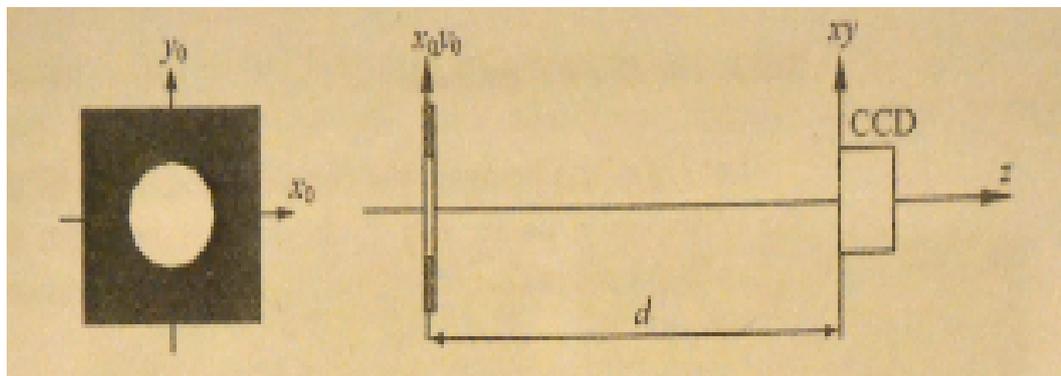


Figure 3.1: **Schema per la diffrazione.** Si possono vedere gli elementi che deve avere l'apparato per la realizzazione della figura di diffrazione.

Nell'immagine è raffigurato un apparato costituito da un diaframma *iris*, cioè a forma di decagono regolare, colpito da un fascio laser collimato perpendicolarmente e da un rivelatore CCD a distanza d che registra la distribuzione di intensità del campo diffratto. L'immagine registrata potrà essere comparata al risultato ottenuto con il calcolo numerico, in cui per semplicità si assume $L_0 = L$ anche se nella realtà si verifica difficilmente l'esatta uguaglianza. Impostando, ad esempio, i valori $L = L_0 = 10mm$ e $N = \{256, 512, 1024\}$ per ottenere risultati da confrontare, dall'equazione (3.5) si ricavano i corrispondenti valori di $d = \{734mm, 367mm, 184mm\}$. Inserendo questi valori nell'equazione (3.2), le registrazioni effettuate con l'apparato e le simulazioni ottenute con i metodi numerici sono riportati nelle figure seguenti.

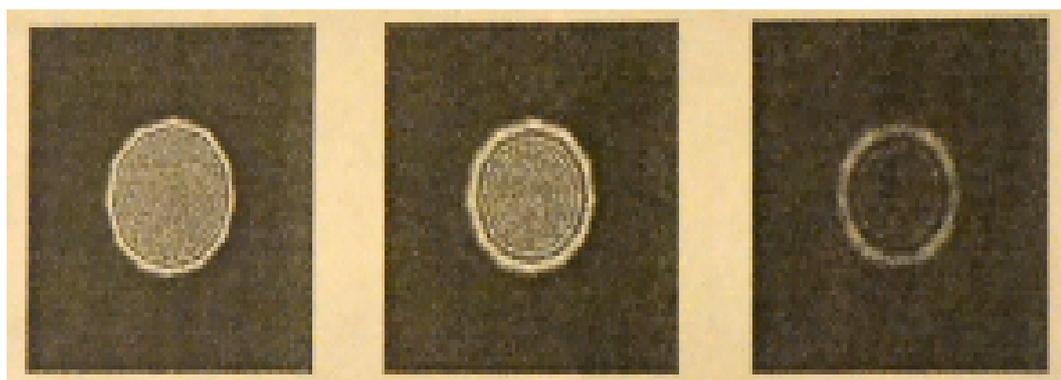


Figure 3.2: **Risultati della simulazione.** Le tre immagini rappresentano i risultati che si ottengono simulando la diffrazione con programmi MATLAB con distanza di 184 mm, 367 mm, 734 mm, rispettivamente, da sinistra verso destra.

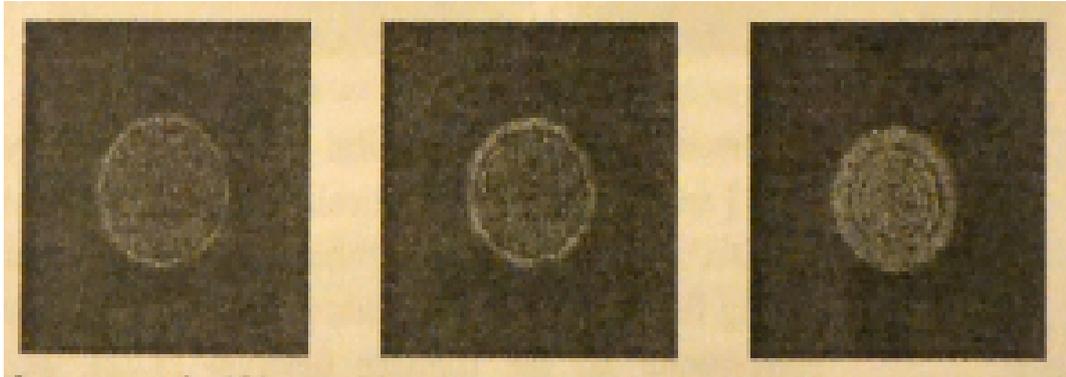


Figure 3.3: **Risultati della misurazione.** Le immagini mostrate rappresentano i risultati che si ottengono con l'apparato descritto precedentemente. Le distanze sono le stesse delle figure precedenti, ovvero, 184 mm, 367 mm, 734 mm.

Le immagini dimostrano che c'è un'ottima concordanza tra la teoria e la pratica. Inoltre si ha la conferma che calcolando la diffrazione di Fresnel attraverso la S-FFT su un piano sempre più vicino al piano dell'oggetto si arriva a numeri di campionamento proibitivi.

3.1.2 Double Fast Fourier Transform

Per il secondo caso, riguardante il metodo della trasformata di Fourier doppia (D-FFT), si prendono sempre le stesse grandezze $U_0(x_0, y_0)$ per l'ampiezza complessa sul piano dell'oggetto, $U(x, y)$ la stessa ampiezza sul piano di osservazione e d la distanza tra i due piani. Allora l'integrale della diffrazione di Fresnel nella forma di convoluzione sarà espresso da

$$U(x, y) = \frac{e^{ikd}}{i\lambda d} \iint_{-\infty}^{+\infty} \{U_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2d}((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)}\} dx_0 dy_0 \quad (3.6)$$

La trasformata di Fourier di tale espressione è

$$F\{U(x, y)\} = F\{U_0(x_0, y_0)\} F\left\{\frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{\frac{ik}{2d}(x^2 + y^2)}\right\} \quad (3.7)$$

Indicando con (ν_x, ν_y) le coordinate della frequenza è possibile determinare la *funzione di trasferimento* di Fresnel come

$$H_F(\nu_x, \nu_y) = F\left\{\frac{e^{ikd}}{i\lambda d} e^{\frac{ik}{2d}(x^2 + y^2)}\right\} \quad (3.8)$$

In realtà la forma corretta di tale funzione è

$$H_F(\nu_x, \nu_y) = e^{ikd[1 - \frac{\lambda^2}{2}(\nu_x^2 + \nu_y^2)]} \quad (3.9)$$

Le due forme sono teoricamente identiche per l'impiego nelle FFT ma la prima si presenta problematica per il campionamento e quindi si preferisce la seconda.

Applicando la trasformata di Fourier ad entrambi i membri dell'equazione (3.7) si arriva alla formula per calcolare la diffrazione attraverso la convoluzione

$$U(x, y) = F^{-1}\{F\{U_0(x_0, y_0)\}H_F(\nu_x, \nu_y)\} \quad (3.10)$$

Questo risultato mostra che lo spettro nel piano di osservazione è il prodotto dello spettro dell'oggetto $F\{U_0(x_0, y_0)\}$ e della funzione di trasferimento $H_F(\nu_x, \nu_y)$. Di nuovo si consideri L_0 la larghezza da calcolare del campo diffratto e N il numero di campionamenti, l'intervallo di campionamento sarà ancora dato da $\Delta x_0 = \frac{L_0}{N}$, mentre l'intervallo di campionamento della funzione di trasferimento è $\Delta \nu_x = \Delta \nu_y = \frac{1}{L_0}$. Inoltre, dopo aver eseguito il prodotto e la IFFT, la larghezza del piano di osservazione deve risultare la stessa del piano dell'oggetto, $L = \frac{1}{\Delta \nu_x} = L_0$; allora l'intervento della D-FFT non modifica la scala spaziale del campo calcolato. Di conseguenza se la distribuzione discreta iniziale rispetta il teorema di campionamento anche il risultato che si ottiene con i calcoli soddisferà tale teorema dal momento che le grandezze rimangono immutate.

La condizione affinché la funzione di trasferimento sia campionata correttamente prevede che in numero dei punti N rispetti la regola $N > \frac{\lambda d}{\Delta x_0^2}$; interpretando tale risultato si nota che all'aumentare della distanza tra i piani corrisponde un incremento anche dei punti N . Quindi la relazione è l'opposto di quella ottenuta nel caso precedente e si deduce che è opportuno usare la funzione di trasferimento per distanze di diffrazione più piccole, altrimenti il numero di punti di campionamento necessari diventa proibitivo.

Per un esempio pratico si consideri nuovamente lo stesso apparato del caso precedente. Si assuma, inoltre, lo stesso valore per $L_0 = 10mm$ e per N invece i tre casi $N = \{128, 256, 512\}$ per campionare il diaframma. Nelle immagini che seguono sono rappresentate la figura registrata dal CCD ad una distanza $d = 184mm$ e le tre figure simulate per i tre valori di N scelti.

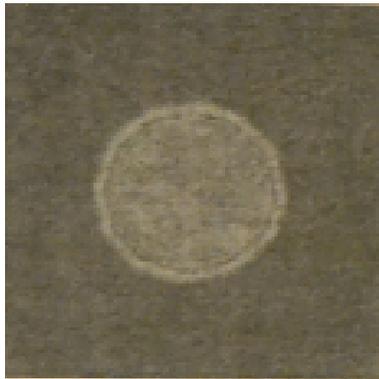


Figure 3.4: **Risultato sperimentale.** Immagine che si ottiene con lo stesso apparato del caso precedente della S-FFT.

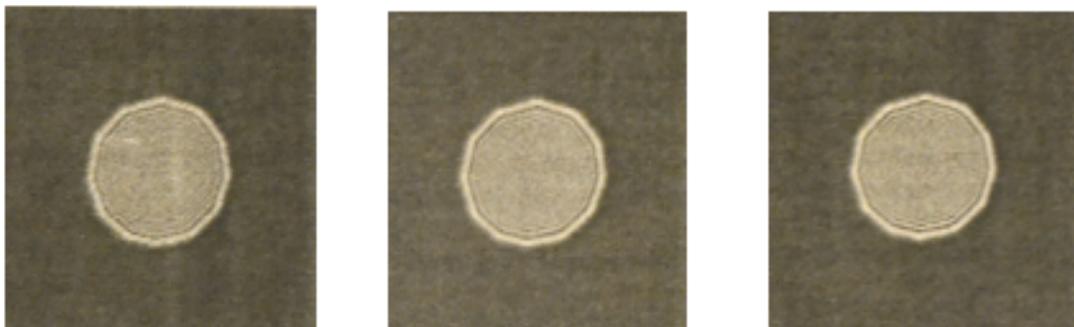


Figure 3.5: **Risultato simulato.** Le immagini mostrano il risultato che si ottiene con la simulazione attraverso le D-FFT per diversi numeri di punti campione. Da sinistra verso destra tali numeri sono $N=128$, $N=256$, $N=512$.

L'osservazione porta a concludere che la simulazione numerica genera immagini molto simili a quelle catturate con il CCD. Un'analisi più approfondita permette di notare che la risoluzione che si ha per $N=128$ è meno definita rispetto alle altre due in quanto le frange di diffrazione sono meno nitide. Ricordando che la D-FFT conserva la scala delle grandezze nel passaggio dal piano dell'oggetto a quello dell'osservazione, se la distanza di diffrazione è troppo grande non è possibile utilizzare questo metodo con risultati attendibili; allora sono richieste distanze piccole per adottare questo metodo, come già visto in precedenza. Un esempio di applicazione del metodo delle D-FFT è mostrato nell'esempio A[5] dell'appendice, con un programma scritto in linguaggio MATLAB. In generale si nota la complementarità dei due casi: il primo richiede lunghe distanze di diffrazione mentre il secondo predilige brevi distanze; è evidente che il metodo da selezionare dovrà essere quello che meglio si adatta alle condizioni sperimentali riguardanti in particolare la distanza e le dimensioni del campo.

3.2 Simulazione e Ricostruzione di un ologramma digitale

I due metodi presentati precedentemente possono essere equivalentemente impiegati per generare un ologramma simulato numericamente e ricostruirlo o ricostruirne uno creato otticamente e registrato con il CCD.

La simulazione al computer di ologrammi è una valida alternativa alla registrazione attraverso un sensore CCD, questo è possibile grazie a dei programmi, e evita di costruire dei sistemi per la generazione delle figure di diffrazione, come visto fino ad ora. Un possibile programma di questo genere è riportato nell'esempio B dell'appendice in cui viene utilizzata la S-FFT per calcolare l'ologramma di un'immagine creata appositamente, a forma di L .

Il metodo per ricostruire un ologramma di questo tipo, cioè calcolato con una trasformata di Fourier veloce singola, si basa sulla S-FFT allo stesso modo. Nell'appendice è presente anche un esempio C che contiene il programma capace di ricostruire l'ologramma generato con l'esempio precedente, ma anche qualsiasi altro tipo di ologramma sperimentale.

I passaggi eseguiti con questi due programmi possono essere riassunti in pochi punti, osservabili nelle immagini che seguono.

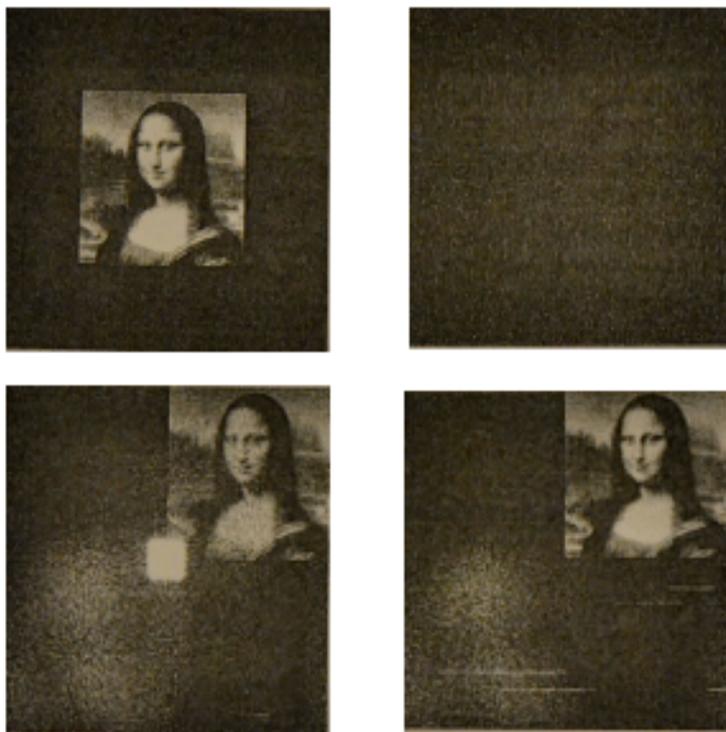


Figure 3.6: **Simulazione di un ologramma.** Nelle immagini sono raffigurati i risultati passo per passo dell'intero processo di generazione e ricostruzione di un ologramma attraverso processi numerici, come descritto in dettaglio nel testo.

Prima di tutto si fornisce al primo programma l'immagine di cui si vuole l'ologramma e questa viene circondata con degli zeri, cioè con un contorno nero come nella prima immagine che mostra il piano dell'oggetto. In questo modo il piano dell'oggetto avrà lato doppio rispetto a quello dell'immagine fornita. Inoltre si considera la fase di ogni pixel random, cioè viene generata casualmente. Successivamente viene calcolata l'ampiezza complessa dell'oggetto nel piano del rivelatore con una S-FFT. Nella seconda immagine è rappresentato il disegno dell'intensità calcolato.

Dopodiché si ricava l'ologramma digitale $|E_R + E_0|^2$ e si ricostruisce l'oggetto calcolando il campo diffratto a distanza z_0 , ovvero alla distanza di registrazione, utilizzando nuovamente una S-FFT. La terza immagine è il risultato di questo passaggio; si nota chiaramente che la ricostruzione è disturbata da una zona chiara al centro: questa perturbazione è chiamata *ordine zero*.

Infine si calcola $|E_R + E_0|^2 - |E_R| - |E_0|$ e lo si ricostruisce nello stesso modo del punto precedente per ottenere un'immagine decontaminata come l'ultima figura permette di vedere.

In realtà spesso l'ordine zero non è mai eliminato del tutto ma ne rimane una piccola traccia.

Ciò che si ottiene con questo processo è un'immagine ricostruita accompagnata da una sua gemella più sfocata e nel quadrante opposto del piano.

4 Risultati sperimentali

L'applicazione sperimentale di quanto visto fino ad ora si compone principalmente di due parti: la prima in cui si approccia l'olografia ottica e la seconda che permette di muovere i primi passi verso un'olografia completamente digitale.

4.1 Ologrammi ottici a trasmissione

La prima parte riguarda la realizzazione di un tipo in particolare di ologramma, quello a trasmissione. Per produrre tale ologramma occorrono determinati strumenti, quali un banco ottico, un laser, varie lastre olografiche e i reagenti per svilupparle, nonché l'oggetto di cui si vuole creare l'ologramma.

4.1.1 Banco ottico

Il primo elemento che costituisce la base dell'apparato è il banco ottico. È necessario che questo sia il più stabile possibile, ovvero l'influenza delle vibrazioni provenienti dall'ambiente circostante sulla registrazione dell'ologramma deve poter essere considerata trascurabile. Le cause di queste vibrazioni possono essere di vari tipi: le automobili o i mezzi pesanti in movimento nelle vicinanze del laboratorio, o semplicemente anche solo il movimento accentuato di persone; inoltre anche condizionatori e rumori intensi possono invalidare il processo. L'effetto che producono sul risultato è quello di attenuare il contrasto tra le frange di interferenza e quindi ridurre la luminosità finale; questo perché la figura di interferenza è molto sensibile alle variazioni del cammino ottico anche se molto piccole.

Per cercare di eliminare tali effetti, il banco ottico deve essere formato da un piano di lavoro pesante e rigido, in modo che sia in grado di assorbire la maggior parte delle vibrazioni, sostenuto da elementi che fungano da isolatori, così da ridurre ulteriormente le vibrazioni provenienti dal terreno. Esempi di materiali che possono essere impiegati per isolare ulteriormente il sistema sono gli isolatori in gomma antivibrazione, camere d'aria o della sabbia.

Anche il metallo di cui sono costituiti i vari supporti del banco ottico può influire sul risultato dell'esperimento. Infatti i metalli sono più o meno sensibili alle variazioni termiche in quanto generano dilatazioni o contrazioni dell'oggetto, di conseguenza non hanno rigidità assoluta ma possono essere considerati tali nei pochi secondi necessari per l'acquisizione dell'ologramma. Materiali più affidabili sarebbero ad esempio il granito o il marmo.

Nello specifico il banco ottico utilizzato in laboratorio è composto da un piano di lavoro in cemento ricoperto di granito e sorretto da piedi di metallo di altezza regolabile. I supporti ottici posizionati sopra il tavolo sono di metallo, risultano piuttosto pesanti e vengono fissati su un supporto guida sempre in metallo, così che la pesantezza favorisca la stabilità.

4.1.2 Laser

Sullo stesso supporto guida c'è anche il laser. Quello utilizzato è un laser continuo a gas *HeNe* con lunghezza d'onda di 630 nm e con potenza nominale di 30 mW . La potenza effettiva potrebbe essere inferiore perché con il tempo e l'utilizzo diminuisce.

Un laser di questo tipo richiede tempi di esposizione abbastanza brevi (circa 4 secondi) e questo porta a una minore influenza delle vibrazioni del terreno sulla registrazione.

4.1.3 Lastre olografiche

Il fascio generato dal laser illumina la lastra olografica che deve quindi trovarsi sullo stesso supporto guida sistemata in modo che venga esposta all'onda monocromatica. L'ologramma può essere impresso su una lastra olografica in quanto questa possiede uno strato di gel fotosensibile disposto su una lastrina di semplice vetro spessa qualche millimetro. Lo strato di gel molto sottile deve essere rivolto verso il laser in quanto deve essere la faccia della lastra da esporre. Per tenere fermo il vetro in questa posizione, lo si pone su un supporto dotato di due morsetti metallici e di un piccolo ripiano perpendicolare ai morsetti su cui andrà posizionato l'oggetto; il supporto andrà poi agganciato alla guida dove si trovano anche gli altri elementi.

Le lastre olografiche utilizzate hanno le seguenti caratteristiche[6]:

Tipo: U08P

Sostanza: bromuro d'argento

Regione spettrale: 620-750 nm, luce rossa

Dimensione dei grani: 8 nm

Risoluzione: 10000 linee/mm

Sensibilità: 150-200 $\frac{\mu\text{J}}{\text{cm}^2}$

Conservazione: 4 °C

Casa produttrice: Malasy GENTET, <http://shop.ultimate-holography.com>.

4.1.4 Reagenti chimici per lo sviluppo

Dopo l'esposizione l'immagine sulla lastra non è subito visibile ma ha bisogno di una fase di sviluppo. I passaggi che compongono questa fase sono cinque. Il primo prevede che la lastrina venga immersa, con la faccia esposta al laser verso l'alto, in una soluzione di sviluppo a base di agenti organici e acqua distillata per 4 minuti. Il secondo passaggio è costituito da un lavaggio del vetrino in acqua distillata per circa 1 minuto al fine di eliminare i residui del liquido di sviluppo. Il bleaching è il terzo passaggio che consiste nello sbiancamento della lastra in una soluzione di acqua e sali disciolti per circa 3 minuti, tempo indicativo e soggetto a variazioni in seguito a valutazioni eseguite durante il procedimento. A questo punto la lastra olografica non è più sensibile alla luce. Segue il quarto passaggio di lavaggio della lastra con acqua per 5 minuti. Infine il quinto passaggio è semplicemente un rapido passaggio in alcol per velocizzare l'asciugatura, infatti l'alcol evapora a temperatura ambiente quindi più velocemente dell'acqua. L'asciugatura può essere facilitata anche grazie all'utilizzo di un phon.

Fintanto che la lastra olografica rimane sensibile alle onde luminose è opportuno utilizzare una lampada a luce ultravioletta per illuminare il laboratorio, che è all'estremo opposto del range di lunghezze d'onda del visibile rispetto alla luce rossa utilizzata durante l'esposizione.

4.1.5 Oggetto

Per quanto riguarda l'oggetto da utilizzare è richiesto solo che questo sia abbastanza piccolo da poter essere contenuto nel piano della lastrina, e che sia di un materiale riflettente e non trasparente, come ad esempio la plastica.

Inoltre questo deve essere ben fissato sul ripiano adiacente il vetrino per evitare che si muova durante la registrazione dell'ologramma.

4.2 Configurazione

La configurazione adottata per generare ologrammi a trasmissione è determinata dal fatto che il fascio uscente dal laser deve colpire direttamente sia la lastra olografica che l'oggetto. L'oggetto riflette a sua volta la parte di onda che lo investe, producendo l'onda oggetto che andrà ad interferire con l'onda di riferimento, cioè quella proveniente direttamente dal laser, sulla lastra fotografica. Così si realizza il caso trattato teoricamente. La configurazione è riportata in figura.

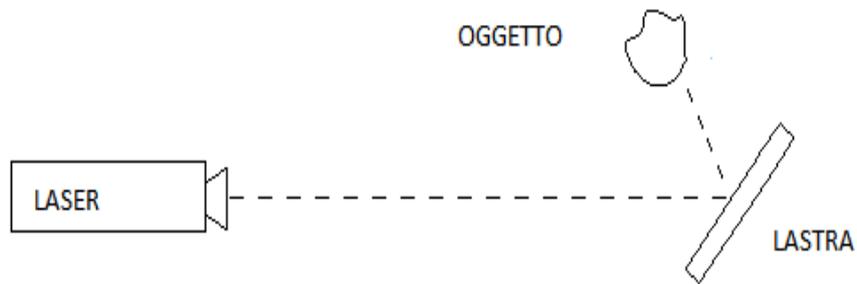


Figure 4.1: **Apparato per la registrazione di ologrammi a trasmissione.** Il disegno rappresenta una visione dall'alto del sistema usato in laboratorio per registrare ologrammi ottici a trasmissione.

Gli oggetti utilizzati, entrambi in plastica, sono un modellino di una motoslitta e un coniglietto e i risultati sono osservabili nelle foto



Figure 4.2: **Oggetti di cui si è realizzato l'ologramma.**

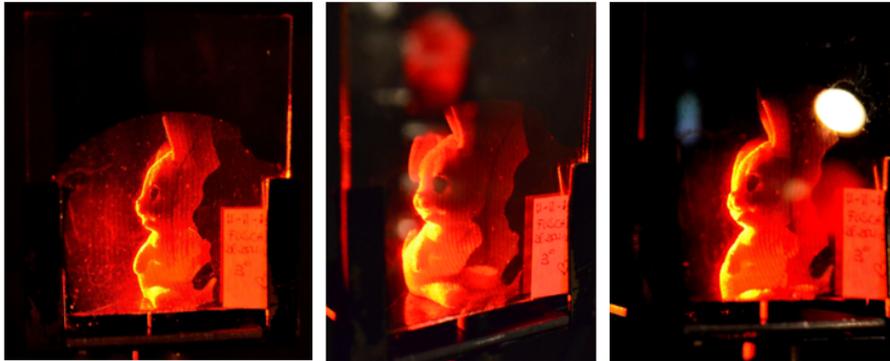


Figure 4.3: **Ologramma ottico del coniglio.** Le foto sono scattate da diversi punti di vista per mostrare la tridimensionalità dell'immagine.



Figure 4.4: **Ologramma ottico della motoslitte.**

4.3 Analisi del CCD

La seconda parte dell'esperienza di laboratorio ha lo scopo di studiare il comportamento del CCD per determinare se possa essere impiegato per la realizzazione di ologrammi. Questo studio preliminare viene eseguito attraverso l'acquisizione di immagini di diffrazione con il sensore.

La strumentazione necessaria per questa seconda parte comprende sempre il banco ottico e il laser, ma vanno aggiunti un pinhole, fenditura circolare di diametro submillimetrico, un sensore CCD e un computer per acquisire le immagini.

L'apparato che permette di registrare immagini di diffrazione con il sensore prevede che sulla guida vengano allineati il laser, il pinhole e la telecamera del CCD. Il pinhole genera l'immagine di diffrazione che verrà intercettata dal sensore. Il sensore CCD è poi collegato al computer dove sarà possibile visualizzare ed acquisire l'immagine attraverso un apposito programma di acquisizione in LabVIEW. Le immagini ottenute verranno poi analizzate.

Le specifiche del rilevatore CCD sono le seguenti[7]:

Casa produttrice: Basler

Nome camera: scA1390-17gc

Risoluzione: 1390 px x1038 px

Dimensione pixel: $4,65 \mu m$ x $4,65 \mu m$

Frame rate: 17 fps

Rivenditore sensore: Sony

Nome sensore: ICX267

Dimensione sensore: 6,47 mm x 4,84 mm

Peso: 160 g



Figure 4.5: Immagine del CCD utilizzato..

Il pinhole utilizzato ha diametro di $200 \mu m$.

4.4 Risultati

L'analisi delle immagini che si ottengono si articola in più parti: nella prima parte si confrontano i minimi della figura di interferenza calcolati in due modi diversi, uno diretto e uno indiretto; nella seconda si stimano le intensità dei massimi e i loro rapporti per poterli confrontare con valori noti dalla teoria della diffrazione per un'apertura circolare.

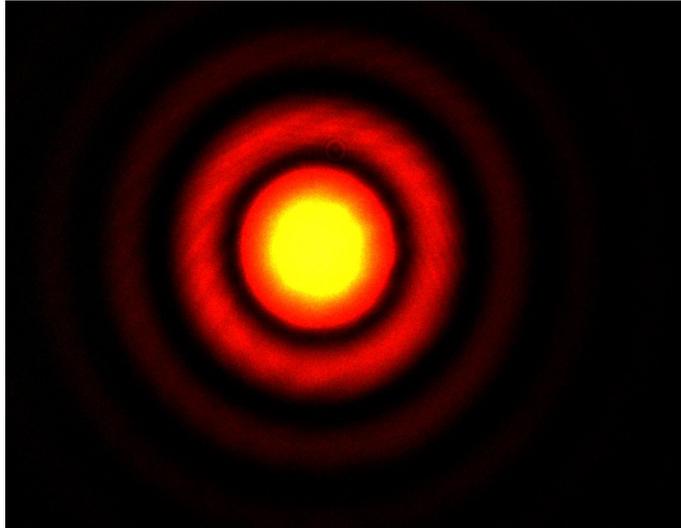


Figure 4.6: Immagine di diffrazione catturata con il CCD.

4.4.1 Confronto dei minimi

Per la prima parte si inizia dal calcolo dei minimi con il *metodo diretto*. L'utilizzo di Paint è giustificato dal fatto che questo programma riproduce esattamente il numero di pixel dell'immagine e permette di contarli direttamente, per questo si è pensato di chiamare questo metodo diretto. La valutazione del numero di pixel porta a calcolare il valore del raggio per ogni minimo, considerando che la dimensione del pixel è $4,65 \mu m$, sia nella direzione orizzontale che in quella verticale, in modo da poter riconoscere un'eventuale mancanza di perpendicolarità tra il fascio del laser e il piano del pinhole e/o il piano del sensore. In tal caso una media dei valori dei minimi fornirà un'approssimazione accettabile del valore reale. I risultati sono riportati in tabella. Il *metodo indiretto* si avvale delle formule classiche dell'ottica per i minimi di diffrazione

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{D} \quad (4.1)$$

$$\sin \theta \simeq \tan \theta$$

$$y = z_0 \cdot \tan \theta = z_0 m \frac{\lambda}{D} \quad (4.2)$$

con $m = 1.22, 2.23, 3.24, \dots$ e in cui $z_0 = 200mm$ è la distanza tra il pinhole e il sensore, $D = 0,2mm$ è il diametro della fenditura e $\lambda = 0,00063mm$ è la

lunghezza d'onda.

I risultati sono riportati in tabella e dal confronto si può osservare che sono sufficientemente compatibili.

	metodo diretto	metodo indiretto
primo minimo	0.76 mm	0.77 mm
secondo minimo	1.42 mm	1.41 mm
terzo minimo	2.03 mm	2.05 mm

Table 4.1: **Tabella dei valori delle distanze dei minimi dal centro.** Poiché è difficile valutare la reale posizione del centro nel metodo diretto, per calcolare tale distanza, si sono contati i pixel presenti tra un estremo e l'altro dell'anello che rappresenta il minimo in esame, per poi considerare solo la metà di tale numero.

4.4.2 Confronto di intensità

La seconda parte richiede che vengano calcolati i valori dei raggi dei massimi per poterne poi trovare le intensità corrispondenti. Si perviene al valore di tali raggi mediando il valore del raggio del minimo di ordine n con quello del minimo di ordine $n+1$. A partire da questi risultati poi si calcolano i valori delle intere circonferenze di ogni massimo. A questo punto si rende necessario l'utilizzo del linguaggio MATLAB. Aprendo l'immagine con un programma qualunque, nel presente caso è stato utilizzato il programma nell'esempio B dell'appendice in quanto l'unica parte che interessa è la matrice che descrive l'immagine iniziale, si digita il comando `plot` per avere un profilo dei massimi e dei minimi sia lungo la direzione verticale che lungo quella orizzontale.

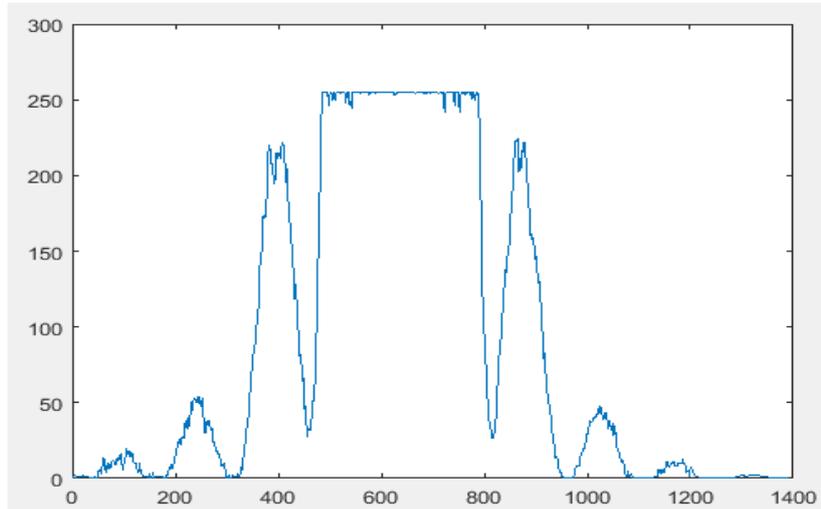


Figure 4.7: **Profilo orizzontale.** Per ottenere questa funzione il comando da utilizzare in MATLAB è `Plot(X(500,1:1390))`.

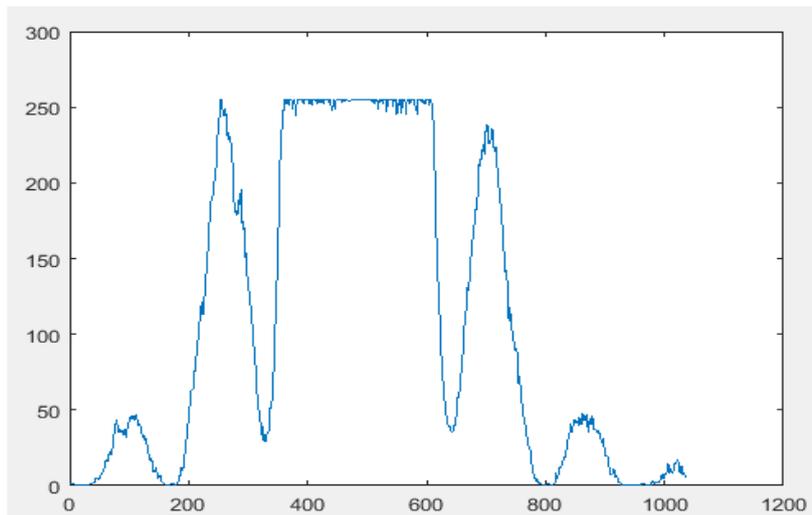


Figure 4.8: **Profilo verticale.** Per ottenere questa funzione il comando da utilizzare in MATLAB è `Plot(X(1:1038,550))`.

Da queste immagini è possibile valutare approssimativamente tra quali valori far eseguire il secondo comando, *sum*, che permette di sommare tutti i valori che assume la funzione in quell'intervallo; ovviamente questo passaggio si esegue sia sul profilo verticale che su quello orizzontale della figura per cui è bene fare una media dei valori che si ottengono, appartenenti allo stesso massimo. Moltiplicando le medie per le circonferenze corrispondenti si ottengono delle grandezze proporzionali alle intensità di massimi. I valori sono tutti riportati in tabella.

	raggio	circonferenza	somma	I
massimo di ordine 1	1.09 mm	6.89 mm	17830	122 135.5
massimo di ordine 2	1.73mm	10.87 mm	2980	32 392.6
massimo di ordine 3	2.35 mm	14.77 mm	762	11 254.74

Table 4.2: **Tabella dei massimi e delle grandezze paragonabili alle intensità.** La tabella mostra tutti i risultati descritti, in particolare un esempio di comando per ottenere la somma è $A=\text{sum}(X(20:180,550))$.

Tutti i calcoli fino ad ora eseguiti permettono di raggiungere il risultato sperato: il rapporto tra le grandezze proporzionali alle intensità dovrà coincidere con il rapporto tra le intensità stesse per definizione di proporzionalità. Allora calcolando i rapporti tra le grandezze dei massimi di ordine 2 e 1 o dei massimi di ordine 3 e 2

$$\frac{I_2}{I_1} = 0.265218548 \cong 0.27 \quad (4.3)$$

$$\frac{I_3}{I_2} = 0.347447873 \cong 0.35 \quad (4.4)$$

Dovranno essere il più simili possibile ai rapporti tra le intensità corrispondenti a massimi dello stesso ordine, i cui valori sono noti dall'ottica e comunque riportati di seguito.

Sapendo che $\frac{I_1}{I_0} = 0.0175$ e che $\frac{I_2}{I_0} = 0.0042$ [8] si ottiene

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{I_0} \cdot \frac{I_0}{I_1} = 0.0042 \cdot \frac{1}{0.0175} = 0.24 \quad (4.5)$$

Allo stesso modo, sapendo che $\frac{I_2}{I_0} = 0.0042$ $\frac{I_3}{I_0} = 0.0016$ si ha

$$\frac{I_3}{I_2} = \frac{I_3}{I_0} \cdot \frac{I_0}{I_2} = 0.0016 \cdot \frac{1}{0.0042} = 0.380952381 \cong 0.38 \quad (4.6)$$

Si può notare, confrontando i valori, che i risultati ottenuti sono soddisfacenti. Come si può facilmente osservare i valori conosciuti a priori con cui sono stati confrontati i risultati sono stati ricavati con alcuni semplici passaggi in quanto quelli forniti erano tutti rapporti tra i massimi di vari ordine e il massimo di ordine zero. Questo passaggio è stato necessario in quanto, a causa della saturazione del CCD a $2^8 = 256$ livelli di intensità, non è possibile vedere il massimo centrale nei profili dell'immagine di diffrazione acquisita. Allora si è pensato di

eseguire un fit con il programma Root sui profili, che ricreasse il massimo principale il più accuratamente possibile.

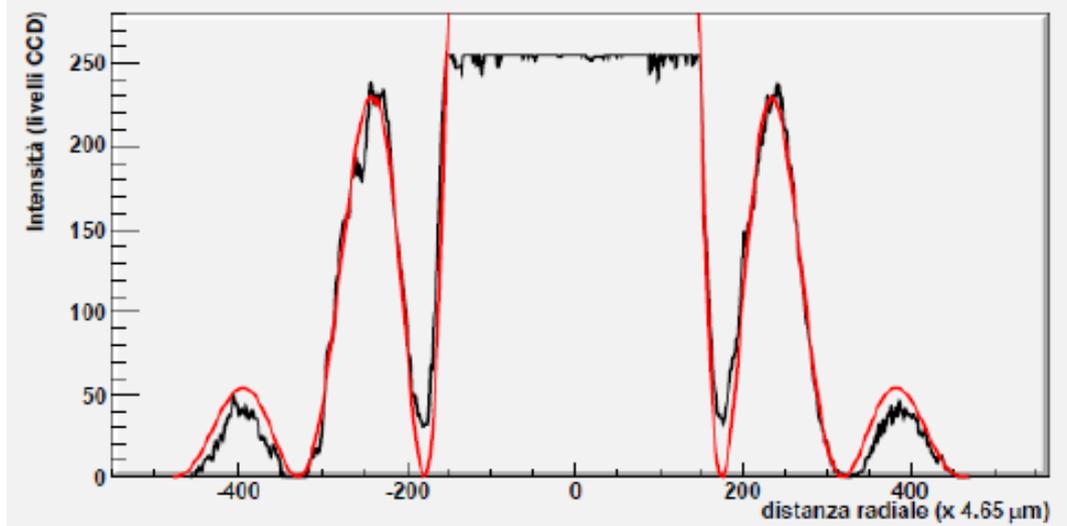


Figure 4.9: **Fit del profilo verticale.** Il fit è eseguito sul profilo verticale corrispondente alla colonna 637.

La funzione utilizzata per il fit è la seguente, valida per la diffrazione di Fraunhofer da una apertura circolare

$$I(x) = I_0 \left(\frac{2J_1(x)}{x} \right)^2 \quad (4.7)$$

in cui J_1 è la *funzione di Bessel* di tipo 1 e la x vale $x = \frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}$.

Dal fit è possibile ricavare il valore del massimo principale che risulta essere $I_0 = 13100$ mentre per il primo massimo tale valore risulta essere $I_1 = 230$. Allora si può ricavare il valore del rapporto

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{230}{13100} = 0.0176 \quad (4.8)$$

che risulta molto vicino al valore indicato dalla teoria dell'ottica: $\frac{I_1}{I_0} = 0.0175$ [8].

Per avere un'ulteriore conferma si è pensato di simulare la diffrazione attraverso un pinhole anche con un programma in MATLAB. L'unica difficoltà incontrata nel cercare di simulare un pinhole è determinata dal fatto che i pixel sono quadrati e non è possibile ricreare una circonferenza esatta. Il miglior risultato che si possa avere è rappresentato in figura, seguito dal risultato della simulazione della diffrazione.

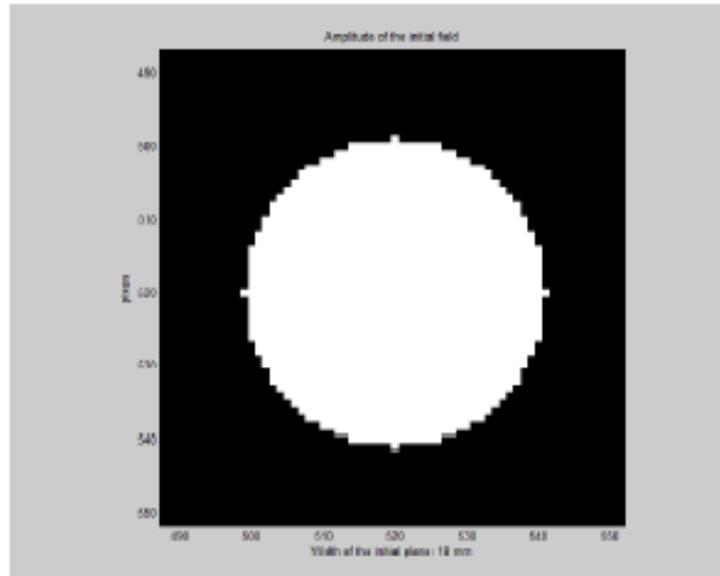


Figure 4.10: Simulazione di un pinhole.

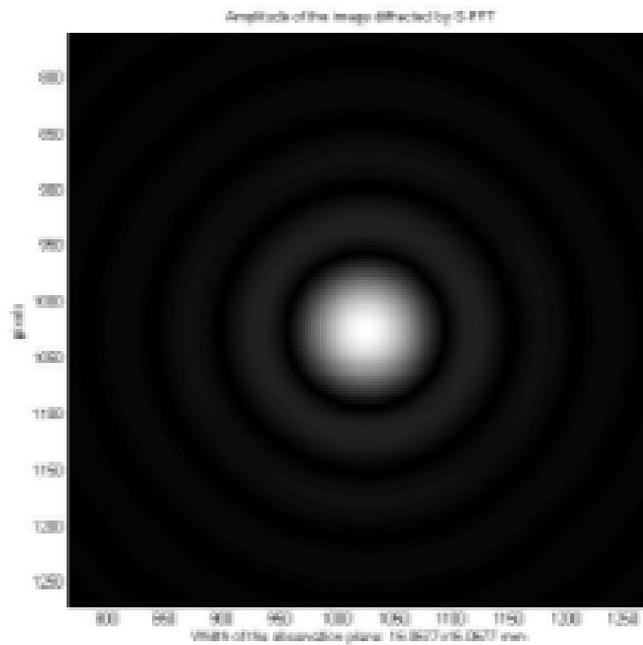


Figure 4.11: Simulazione della diffrazione attraverso un pinhole.

La figura che risulta è apparentemente molto simile all'immagine che è stata registrata con il CCD (figura 4.4) ma questo accordo è solo qualitativo in quanto, calcolando le intensità, si conclude che queste non corrispondono a quelle attese.

Conclusione

L'introduzione dell'olografia ottica ha permesso di avanzare significativamente in campo scientifico potendo superare alcuni problemi come la mancanza di profondità e prospettiva nelle normali fotografie, che utilizzano solo l'intensità delle onde luminose. Ma anche la stessa olografia ottica è stata superata nel tempo e rimpiazzata dall'olografia digitale che, a differenza della sua antenata ha la possibilità di conoscere l'ampiezza e la fase dell'onda contemporaneamente e non solo una delle due alternativamente.

Nella tesi sono state ripercorse, in pratica, le tappe principali di questo processo di sviluppo: a partire dagli ologrammi a trasmissione ottici, realizzati con una configurazione fuori asse, introdotta per la prima volta da Leith e Upatnieks, per arrivare ad una totale simulazione numerica in linguaggio MATLAB. La creazione di ologrammi a trasmissione in laboratorio ha prodotto risultati incostanti, per lo più soddisfacenti, ma a volte anche deludenti, comunque utili come punto di partenza per la comprensione dei passaggi successivi verso la digitalizzazione.

La registrazione di immagini di diffrazione attraverso il sensore CCD ha portato a dei buoni risultati; il problema principale è stata la saturazione del sensore: questa non ha permesso di analizzare completamente tutti gli aspetti del profilo dei massimi e dei minimi di una figura di diffrazione ma si è cercato di porvi rimedio fittando la curva, e si è ottenuto un risultato apprezzabile.

Si sono riscontrate difficoltà anche nella fase di simulazione della stessa figura di diffrazione registrata con il CCD precedentemente. La non compatibilità quantitativa delle intensità ottenute con i due metodi è un aspetto che ha bisogno di essere indagato più approfonditamente in futuro. Per il resto, lo scarto ridotto tra i valori calcolati e quelli teorici, ha reso il sensore CCD uno strumento adeguato all'impiego che se ne propone.

Altri aspetti da sviluppare, sempre riguardanti la simulazione, si basano sulla volontà di voler ottenere ologrammi di più oggetti inseriti contemporaneamente nello stesso programma, magari con distanze di registrazione diverse, ed ottenere anche effetti di profondità e di focalizzazione nella ricostruzione di tali oggetti che quindi si troverebbero su piani diversi.

Studi di questo tipo sono interessanti per le applicazioni che si prospettano in campo scientifico e non, come la diagnostica in medicina, la conservazione dei beni culturali o anche la stessa tecnologia dal momento che l'olografia è alla base dei TV 3D.

Appendice

Esempio A

Lo scopo è quello di calcolare la diffrazione con l'algoritmo della D-FFT.
Le variabili coinvolte sono:

h: lunghezza d'onda (mm)

z0: distanza di diffrazione (mm)

U0: ampiezza complessa iniziale del campo d'onda

L0: larghezza del campo d'onda iniziale e del piano di osservazione

Il programma è il seguente:

```
clear;close all;
chemin = ' C : \';
[nom, chemin] = uigetfile([chemin, '*.*'], ['initialimage'], 100, 100);
[XRGB, MAP] = imread([chemin, nom]);
X = XRGB(:,:,1);
h = input('Wavelength (mm) : ');
L0 = input('Maximum width of the initial field L0 (mm) : ');
k = 2 * pi/h;
[M, N] = size(X);
X = double(X);
K = max(M, N);
```

L'immagine viene contornata perché diventi di dimensione KxK

```
Z1 = zeros(K, (K - N)/2);
Z2 = zeros((K - M)/2, N);
Xp = [Z1, [Z2; X; Z2], Z1];
zmax = L02/K/h;
disp(['Maximum distance to fullfill sampling theorem : ', num2str(zmax), ' mm']);
z0 = input(['Diffraction distance z0 (mm) (<', num2str(zmax), ' mm) :']);
U0 = Xp;
figure(1), imagesc(Xp), colormap(gray);
ylabel('pixels');
axis equal;
axis tight;
xlabel(['Width of the initial field =', num2str(L0), ' mm']);
title('Initial amplitude');
```

Calcolo della diffrazione con la D-FFT

```

    Uf = fft2(U0, K, K);
Uf = fftshift(Uf); spettro del campo iniziale
fex = K/L0; fey = fex; campionamento della frequenza
fx = [-fex/2 : fex/K : fex/2 - fex/K];
fy = [-fey/2 : fey/K : fey/2 - fey/K];
[FX, FY] = meshgrid(fx, fy);
G = exp(i * k * z0 * sqrt(1 - (h * FX).2 - (h * FY).2)); funzione di trasferimento

```

Diffrazione

```

    result = Uf. * G;
Uf = ifft2(result, K, K);

```

Fine della D-FFT

```

    If = abs(Uf);
figure(2), imagesc(abs(Uf)), colormap(gray);
ylabel('pixels');
axis equal;
axis tight;
xlabel(['Diffraction distance = ', num2str(z0), ' mm', largeurduplan = ' ', num2str(L0), ' mm']);
title('Amplitude of field diffracted by D-FFT');

```

Esempio B

Con questo programma si vuole simulare un ologramma partendo da un'immagine larga meno di un quarto della larghezza del piano iniziale.
L'ologramma sarà poi salvato con il nome "Ih.tif"

Le variabili utili sono:

h: lunghezza d'onda (mm)
Ih: ologramma
L: larghezza dell'ologramma (mm)
L0: larghezza dell'oggetto diffratto (mm)
z0: distanza di registrazione (mm)

Il programma è il seguente:

```
clear;close all;

matrice che crea l'immagine L

n = 438;
m = 200;
o = 300;
p = 238;
t = 1038;
A1 = ones(n, m);
A2 = zeros(n, p);
B1 = zeros(m, n);
B2 = ones(m, n);
C = zeros(t, o);
X = [C, [B1; [A1, A2]; B2; B1], C];

[M, N] = size(X);
K = 2 * max(N, M);

contorno nero all'immagine per renderla di dimensioni NxN

Z1 = zeros(K, (K - N)/2);
Z2 = zeros((K - M)/2, N);
Obj = [Z1, [Z2; X; Z2], Z1];

parametri

h = input('Wavelength (mm) : ');
k = 2 * pi/h;
L = input('Maximum width of the object (mm) : ');
z0 = input(['Recording distance z0 (mm) : ']);
pix = abs(z0) * h/L;
Lx = K * pix;
Ly = K * pix;
disp(['Pixel pitch to fullfill sampling conditions : ', num2str(pix), ' mm']);
```

```
disp(['Width of the object field = ', num2str(Lx), ' mmx', num2str(Ly), ' mm']);
```

campo dell'oggetto

```
psi = 2 * pi * (rand(K, K) - 0.5); fase random
Ao = Obj. * exp(i * psi); campo complesso nel piano dell'oggetto
figure; imagesc(Obj); colormap(gray);
colormap(gray); ylabel('pixels');
axis equal; axis tight;
xlabel(['Width of the object field = ', num2str(Lx), ' mmx', num2str(Ly), ' mm']);
title('Initial Object');
```

utilizzo della S-FFT

```
n = -K/2 : K/2 - 1; m = -K/2 : K/2 - 1;
x = n * pix; y = m * pix;
[xx, yy] = meshgrid(x, y);
Fresnel = exp(i * k/2/z0 * (xx.^2 + yy.^2));
f2 = Ao. * Fresnel;
Uf = fft2(f2, K, K);
Uf = fftshift(Uf);
ipix = h * abs(z0)/K/pix;
xi = n * ipix;
yi = m * ipix;
L0x = K * ipix;
L0y = K * ipix;
[xxi, yyi] = meshgrid(xi, yi);
phase = exp(i * k * z0)/(i * h * z0) * exp(i * k/2/z0 * (xxi.^2 + yyi.^2));
Uf = Uf. * phase;
```

fine del calcolo con la S-FFT

```
disp(['Width of the diffracted field = ', num2str(L0x), ' mmx', num2str(L0y), ' mm']);
figure; imagesc(abs(Uf)); colormap(gray); ylabel('pixels');
axis equal; axis tight;
xlabel(['Width of the diffracted field = ', num2str(L0x), ' mmx', num2str(L0y), ' mm']);
title('Diffracted field in the detector plane (modulus)');
```

onda di riferimento

```
ur = Lx/8/h/z0; frequenze spaziali
vr = ur;
Ar = max(max(abs(Uf))); ampiezza dell'onda di riferimento
Ur = Ar * exp(2 * i * pi * (ur * xx + vr * yy)); onda di riferimento
```

calcolo dell'ologramma

```
H = abs(Ur + Uf).^2;
Imax = max(max(H));
Ih = uint8(255 * H/Imax);
```

```

nom = 'lh.tif';
imwrite(Ih, nom); registrazione dell'ologramma
disp(['Pixel pitch = ', num2str(ipix), ' mmavec', num2str(K), ' X', num2str(K), ' pixels']);
figure, imagesc(Ih), colormap(gray); ylabel('pixels');
xlabel(['Pixel pitch = ', num2str(ipix), ' mmavec', num2str(K), ' X', num2str(K), ' pixels']);
title(['Digital hologram with the name : ', nom]);

```

Le tre immagini che vengono generate da questo programma sono le seguenti

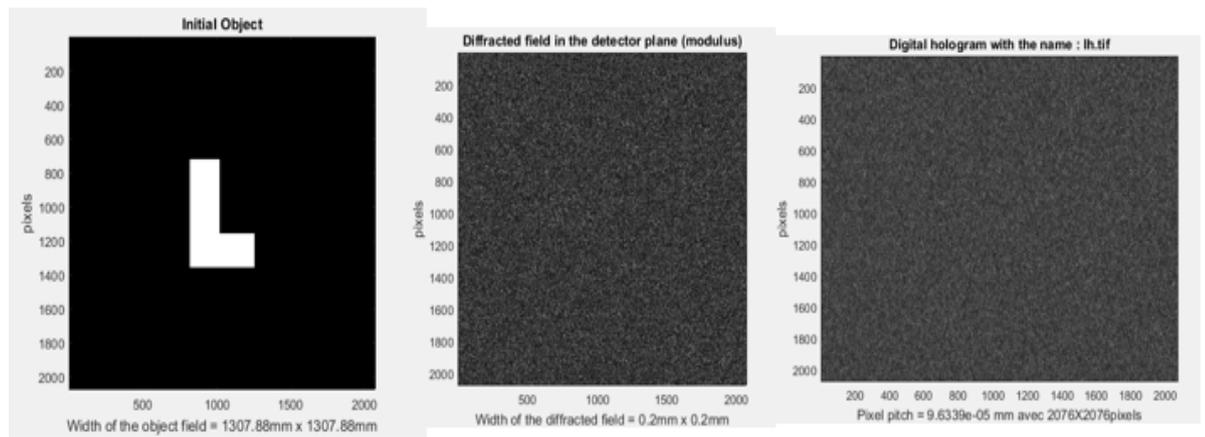


Figure 4.12: **simulazione dell'ologramma per una L.** Le immagini sono il risultato del programma appena introdotto. La prima rappresenta il piano iniziale. La seconda è la figura di diffrazione sul piano del CCD. La terza è l'ologramma della L da dover ricostruire.

Esempio C

Il programma si propone di ricostruire un ologramma usando una S-FFT. In particolare, in questo caso, il programma ha il compito di ricostruire l'ologramma generato precedentemente con l'esempio B.

Le variabili necessarie sono:

Ih: ologramma
L: larghezza dell'ologramma (mm)
L0: larghezza del campo dell'oggetto diffratto (mm)
z0: distanza di ricostruzione (mm)
U0: ampiezza complessa nel piano di ricostruzione

Il programma è il seguente:

```
clear; clc; closeall;
chemin = ' C : \';
[nom, chemin] = uiget_file([chemin, '*.*'], ['Choose a hologram'], 100, 100);
I1 = imread([chemin, nom]);
figure; imagesc(I1); colormap(gray); axis equal; axis tight; title('Digital hologram');
Ih1 = double(I1) - mean2(double(I1));
[N1, N2] = size(Ih1);
N = min(N1, N2); restrizione al caso NxN
Ih = Ih1(1 : N, 1 : N);
pix = input('Pixel pitch (mm) : ');
h = input('Wavelength (mm) : ');
z0 = input('Reconstruction distance z0 (+ for a real image, - for a virtual image)(mm) : ');
L = pix * N;
```

ricostruzione con la S-FFT

```
n = -N/2 : N/2 - 1;
x = n * pix; y = x;
[xx, yy] = meshgrid(x, y);
k = 2 * pi / h;
Fresnel = exp(i * k / 2 / z0 * (xx.^2 + yy.^2));
f2 = Ih * Fresnel;
Uf = fft2(f2, N, N);
Uf = fftshift(Uf);
ipix = h * abs(z0) / N / pix;
x = n * ipix;
y = x;
[xx, yy] = meshgrid(x, y);
phase = exp(i * k * z0) / (i * h * z0) * exp(i * k / 2 / z0 * (xx.^2 + yy.^2));
U0 = Uf * phase;
```

fine della ricostruzione

```
If = abs(U0).^0.75;
```

```

Gmax = max(max(If));
Gmin = min(min(If));
L0 = abs(h * z0 * N/L);
disp(['Width of the reconstruction plane =', num2str(L0), ' mm']);
figure;
imagesc(If, [Gmin, Gmax]), colormap(gray);
axis equal;
axis tight;
ylabel('pixels');
xlabel(['Width of the reconstruction plane =', num2str(L), ' mm']);
title('Image reconstructed by S-FFT');
p = input('Display parameter (>1) : ');
while isempty(p) == 0
imagesc(If, [Gmin Gmax/p]), colormap(gray);
axis equal;
axis tight;
ylabel('pixels');
xlabel(['Width of the reconstruction plane =', num2str(L), ' mm']);
title(' Image reconstructed by S-FFT ');
p = input('Display parameter (>1) (0=end) : ');
if p == 0,
break
end
end
end

```

Il risultato presentato da questo programma è il seguente

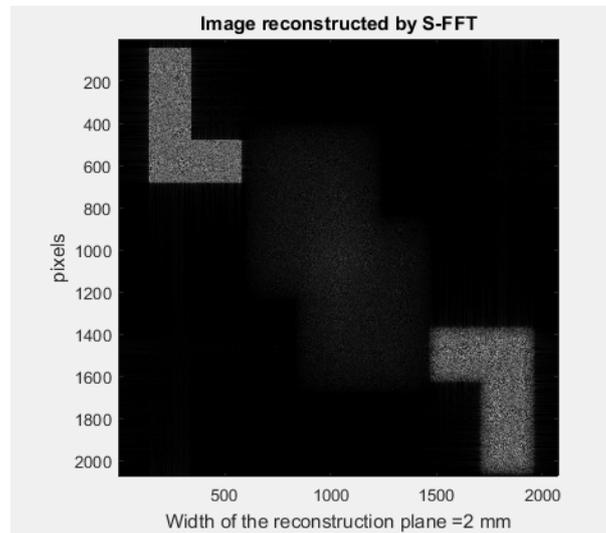


Figure 4.13: **Ricostruzione dell'ologramma di L.** Si possono notare le due immagini, quella reale in alto a sinistra, e quella virtuale in basso a destra decisamente meno chiara, ricostruite attraverso una S-FFT.

Bibliografia

- [1] Santini G., *Tecniche Olografiche e Relative Applicazioni*, Tesi di Laurea Triennale, Bologna, 2014/2015.
- [2] Schnars U., Jueptner W., *Digital Holography, Digital Hologram Recording, Numrical Reconstruction, and Related Techniques*, Springer, Germany, 2005.
- [3] Daneluz N., *Progetto e costruzione di un apparato per la realizzazione di ologrammi*, Tesi di Laurea Triennale, Trieste, 2008/2009.
- [4] Kreis T., *Applications of DIgital Holography: From Microscopy to 3D-Television*, Journal of th European Optical Society Rapid Pubblicazion, 2012.
- [5] Picart P, Li C., *Digital Holography*, John Wiley and Sons, 2013.
- [6] <http://shop.ultimate-holography.com>.
- [7] <http://www.baslerweb.com/en/products/cameras/area-scan-cameras/scout/sca1390-17gc>.
- [8] www.physics.nus.edu.sg.