

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

CAMPUS DI CESENA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA BIOMEDICA

**“Studio della cinematica del nuoto a stile
libero attraverso sensori inerziali”**

Elaborato in

Biomeccanica

Relatore

Ing. Angelo Cappello

Presentata da

Maria Luisa Ruspi

Correlatore

Ing. Silvia Fantozzi

Sessione III

Anno Accademico 2014/2015

*Dedico questi miei anni di studi
ai miei genitori che mi hanno
sempre supportato in ogni mia scelta
e alla mia più grande passione
che mi ha fatto crescere
e capire molte cose della vita.*

Toti

Sommario

1	INTRODUZIONE.....	6
2	REVISIONE DELLA LETTERATURA.....	9
3	MATERIALI E METODI	18
3.1	STRUMENTI	18
3.1.1	<i>Analisi video</i>	<i>18</i>
3.1.2	<i>Stereofotogrammetria</i>	<i>18</i>
3.1.3	<i>Dispositivi Inerziali.....</i>	<i>18</i>
3.2	PROVE DI UTILIZZO DEGLI STRUMENTI	21
4	PROVE EFFETTUATE	28
4.1	STRUMENTI UTILIZZATI NELLE PROVE.....	28
4.2	PROTOCOLLO DI ACQUISIZIONE.....	31
5	ANALISI DELLE FASI DEL NUOTO	33
5.1	DIVISIONE DEL SEGNALE IN CICLI	34
5.2	INDIVIDUAZIONE DELL'ISTANTE DI PUSH.....	36
5.3	INDIVIDUAZIONE DELL'ISTANTE DI RECOVERY	37
5.4	INDIVIDUAZIONE DELL'ISTANTE DI PULL	38
5.4.1	<i>Identificazione della posizione della mano.....</i>	<i>41</i>
5.5	RISULTATI	44
5.6	DURATA DELLE VARIE FASI DEL NUOTO	47
5.6.1	<i>Intervallo di tempo tra le bracciate</i>	<i>47</i>
5.7	SUDDIVISIONE DEGLI INTERVALLI DI TEMPO DELLA BRACCIATA	49
6	STIMA DELLA VELOCITÀ MEDIA E ISTANTANEA	51
6.1	CALCOLO DELLA VELOCITÀ MEDIA.....	51
6.2	CALCOLO DELLA VELOCITÀ ISTANTANEA	55
7	CINEMATICA DELL'ARTO SUPERIORE	60
7.1	CALCOLO DEGLI ANGOLI ARTICOLARI DI BRACCIO E AVAMBRACCIO.....	60
7.1.1	<i>Calcolo degli angoli θ_1 e θ_2</i>	<i>61</i>
7.2	CONFRONTO CON LA STEREOFOTOGRAMMETRIA	64
7.3	CALCOLO DELLA POSIZIONE DEL POLSO	67
7.3.1	<i>Matrici di rotazione</i>	<i>68</i>
7.3.2	<i>Filtro di Kalman 2D.....</i>	<i>71</i>
7.3.3	<i>Filtro di Kalman 3D.....</i>	<i>76</i>
7.3.4	<i>Semplificazione del filtro di Kalman 3D.....</i>	<i>80</i>
7.3.5	<i>Filtro di Kalman 3D – quaternioni</i>	<i>82</i>
7.3.6	<i>Utilizzo di accelerometri e giroscopi.....</i>	<i>86</i>
7.3.7	<i>Utilizzo di accelerometri, giroscopi e magnetometri.....</i>	<i>89</i>
7.3.8	<i>Estensione del metodo al nuoto</i>	<i>94</i>

7.3.9	Considerazioni sull'utilizzo del Kalman.....	96
7.4	STIMA DELLA POSIZIONE DEL GOMITO E DEL POLSO	98
8	BODY-ROLL	104
9	CONCLUSIONI	107
10	SVILUPPI FUTURI	108
11	BIBLIOGRAFIA	109
12	SCHEMA A BLOCCHI DELL'ALGORITMO MATLAB	111
13	RINGRAZIAMENTI	116

Abstract

Lo scopo di questo studio è l'analisi cinematica del nuoto, in particolare dello stile libero, attraverso l'utilizzo di sensori inerziali al fine di fornire parametri utili agli allenatori e all'atleta per migliorare le prestazioni e ridurre il rischio di infortunio.

6 soggetti sono stati acquisiti durante 50m di stile libero con 7 sensori inerziali impermeabilizzati applicati ad entrambi gli arti superiori e sul tronco.

Sono stati valutati algoritmi proposti in letteratura per l'identificazione degli istanti di interesse: PULL (istante di presa nell'acqua in cui la mano inizia ad andare posteriormente), PUSH (istante in cui il braccio è totalmente immerso in acqua perpendicolare al corpo), RECOVERY (istante in cui si ha la fuoriuscita del braccio dall'acqua posteriormente); è stata poi fatta una analisi delle fasi della bracciata. E' stato descritto e valutato un nuovo metodo per l'identificazione dell'istante di pull basandosi sulla traiettoria del polso rispetto al tronco in maniera tale da rendere l'analisi temporale più robusta.

Inoltre sono stati analizzati gli intervalli di tempo che intercorrevano tra le varie fasi della bracciata, in particolar modo è importante valutare la durata di ciascuna fase in percentuale sulla durata della bracciata completa.

Sono state poi analizzate la velocità media e la velocità istantanea dell'atleta per verificarne la variazione fra vasche successive e all'interno della stessa vasca.

E' stata studiata anche la cinematica del movimento prestando particolare attenzione agli angoli che formano i segmenti di braccio e avambraccio con l'orizzontale durante le fasi della bracciata; un altro parametro significativo analizzato è il body-roll del torace, ovvero l'inclinazione che effettua il tronco rispetto all'asse di avanzamento.

E' stato quindi creato un software con un'interfaccia grafica user-friendly che integra tutte le analisi effettuate e una volta ricevuto in ingresso il segnale lo elabora in maniera automatica, ovvero senza che l'utente debba inserire manualmente nessun parametro. Questo per rendere disponibile l'applicazione anche a utenti che non hanno conoscenze specifiche di elaborazione dei dati o sull'analisi di segnali e quindi rendere l'applicativo realmente fruibile agli allenatori durante le sessioni di allenamento.

1 Introduzione

Il nuoto può essere definito uno sport ciclico in cui la coordinazione è un aspetto fondamentale. I nuotatori sono sempre alla ricerca della maggior velocità possibile per cercare di raggiungere la migliore performance.

Lo sviluppo del nuoto si è sviluppato in 4 stili fondamentali: il delfino, il dorso, la rana e lo stile libero (o delfino free-style). I primi tre stili hanno delle regole tecniche imposte dalla federazione internazionale che devono essere rispettate durante le competizioni, mentre il quarto stile consente la piena libertà regolamentare del gesto.



Figura 1 - Nuotatore durante una competizione di nuoto

In tutti gli stili è possibile distinguere due fasi principali:

- Una propulsiva in cui c'è una spinta in avanzamento del corpo del soggetto
- Una di recupero in cui c'è un richiamo degli arti superiori prima della successiva fase propulsiva

In base al movimento eseguito dagli arti, gli stili del nuoto si possono suddividere in due categorie generali: la prima comprende la rana ed il delfino, dove le varie fasi della nuotata sono eseguite in modo sincrono dagli arti superiori, coordinati con un movimento sincrono degli arti inferiori; la seconda comprende il dorso e lo stile libero, dove i movimenti degli arti sono eseguiti in modo alternato dagli arti superiori con differenti ritmi della battuta di gambe.

Prendendo in considerazione lo stile libero, questo è sicuramente lo stile più veloce tra tutti gli stili possibili poiché si basa su un movimento di propulsione continua che è sicuramente più efficace di uno ad intermittenza: infatti mentre un braccio recupera, l'altro ha già iniziato la sua propulsione in avanti.

Negli ultimi anni il nuoto è stato analizzato nell'ambito di ricerche scientifiche con lo scopo di identificare i fattori che influenzano maggiormente la performance e fornire suggerimenti all'allenatore; essi possono essere suddivisi in alcune categorie principali:

- Fattori fisiologici: indirizzano l'effetto del nuoto sul sistema cardio-polmonare
- Fattori antropometrici: come per esempio le proporzioni corporee che giocano un ruolo importante sul dispendio di energia
- Fattori biomeccanici: aspetti della tecnica che impattano sul rendimento della nuotata
- Fattori bioenergetici: analisi e valutazione dell'aspetto energetico e dell'efficienza propulsiva
- Fattori posturali: migliorano lo "scivolamento" in acqua del corpo

La tesi si concentra sull'analisi dei fattori biomeccanici, specificamente riguardo allo stile libero allo scopo di fornire informazioni sugli aspetti cinematici.

Lo studio della cinematica del nuoto è stato effettuato tramite l'analisi video in acqua e recentemente con l'uso di sensori inerziali (accelerometri, giroscopi e magnetometri).

Sono stati fatti molti studi con queste strumentazioni, di cui si fornirà qualche esempio di seguito; questi studi analizzano solo certi elementi del nuoto (ad esempio le fasi di pull, push e recovery) tralasciandone altri che potrebbero essere significativi (ad esempio gli angoli di braccio e avambraccio e il body-roll del tronco), inoltre gli algoritmi utilizzati di elaborazione presentano anche problemi di robustezza e generalizzazione.

Per prima cosa è stata esaminata la letteratura disponibile per quanto riguarda l'analisi del nuoto; alcuni di questi documenti sono descritti nel successivo capitolo 2.

E' stato poi scelto uno dei metodi proposti in letteratura (Dadashi, Crettenand, Millet, Komar e Aminian nell'agosto del 2013, "Automatic front-crawl temporal phase detection using adaptive filtering of inertial signals"), di cui sarà fornito un dettaglio nel capitolo 4, perché sembrava offrire uno strumento automatico ed accurato per l'identificazione delle varie fasi del nuoto.

Si è proceduto ad ottenere dei tracciati di segnale da prove del nuoto presso la struttura Record (Bologna) e sono stati analizzati seguendo il metodo descritto nell'articolo.

Dal momento che si è visto che questo metodo dava dei risultati non soddisfacenti nelle prove effettuate, si è cercato un altro metodo alternativo non presente in letteratura per il rilevamento delle fasi della bracciata (istante di pull, push e recovery).



Figura 2 – Piscina della struttura Record Bologna

Inoltre sono stati ricavati anche altri parametri utili richiesti dagli allenatori al fine di migliorare le prestazione degli atleti in sede di allenamento.

2 Revisione della letteratura

Il nuoto è stato oggetto di analisi biomeccanica allo scopo sia di migliorare le prestazioni dell'atleta, sia di prevenire possibili infortuni soprattutto per quanto riguarda l'articolazione dell'arto superiore: la spalla.

In particolare per quanto riguarda le prestazioni agonistiche, anche il miglioramento dei tempi del movimento di frazioni di secondo può portare a risultati significativamente migliori, visto il livello competitivo raggiunto al giorno d'oggi da tutti gli sport.

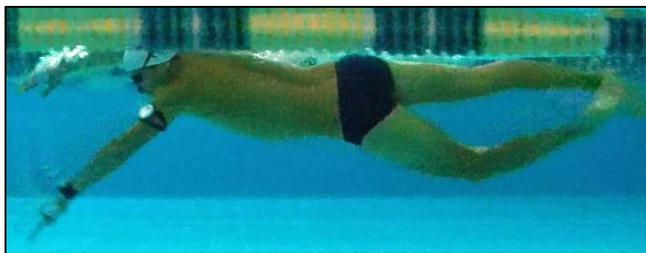


Figura 3 - Sensori inerziali resi impermeabili per mezzo di scatolette di plastica

Il primo strumento utilizzato per analizzare le fasi del nuoto è stata la ripresa video tradizionale, un sistema che richiedeva limitate competenze per il suo utilizzo e forniva immagini da più angolazioni, inoltre non richiedeva nessun fissaggio sul corpo di sensori o marker che avrebbero potuto in qualche modo intralciare il movimento dell'atleta. Uno studio che descrive l'utilizzo di questa tecnica è contenuto nell'articolo di R. Mooney e altri (**“Application of video-based methods for competitive analysis: a systematic review”**); l'articolo fornisce delle indicazioni su come scegliere opportuni parametri della ripresa video (frame rate e velocità dell'otturatore) per migliorare la qualità delle immagini. Segnala anche le limitazioni di questo strumento che sono dovute a riflessione e rifrazione della luce passando da un mezzo meno denso (aria) ad un mezzo più denso (acqua), presenza di bolle e schizzi vicino al soggetto che rendono l'immagine meno comprensibile. Per ridurre questi problemi è possibile utilizzare indumenti di colori diversi per definire meglio l'immagine e disegnare sul corpo dell'atleta dei marker in modo da poter riconoscere meglio questi punti nell'immagine registrata per poi digitalizzarli e poter fare le dovute analisi.

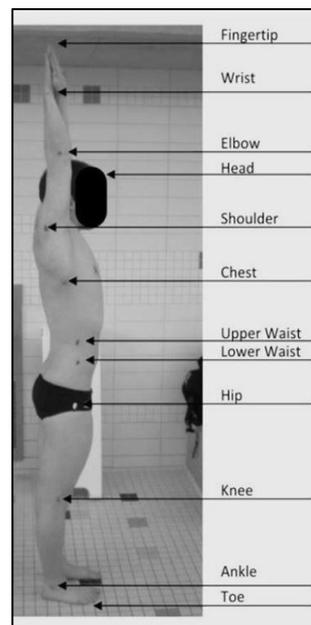


Figura 4 - Identificazione di punti di interesse sul corpo per migliorare l'analisi delle immagini registrate

E' stato anche provato l'utilizzo di sistemi a periscopio che permettono la ripresa

con la telecamera sopra il livello dell'acqua di immagini subacquee o anche di riprese simultanee sia fuori che sott'acqua.

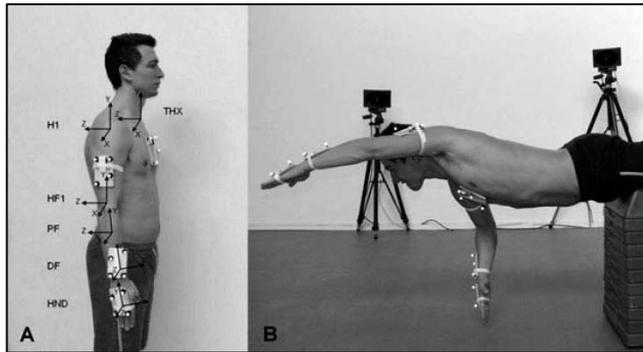


Figura 5 - Simulazione di una prova stile libero in laboratorio a secco fuori dall'acqua con sensori inerziali e stereofotogrammetria

L'evoluzione di questo strumento di misura è costituito dal sistema stereofotogrammetrico non utilizzabile nella registrazione del gesto motorio in piscina, ma solo nei test a secco in laboratorio.

Lo studio riportato qui di seguito è il primo che esamina la cinematica 3D degli angoli articolari sia attraverso un'analisi stereofotogrammetrica sia tramite l'utilizzo di sensori inerziali simulando a secco il movimento del nuoto compiuto dall'arto superiore (S. Fantozzi, 2015, **“Assessment of three-dimensional joint kinematics of the upper limb during simulated swimming using wearable inertial-magnetic measurement units”**)

L'arto superiore è stato modellato come una catena cinematica a 4 segmenti rigidi con 7 gradi di libertà:

- Spalla (flessione-estensione, ab-adduzione e rotazione interna-esterna), ball & socket
- Gomito (flessione-estensione e prono-supinazione), doppio giunto a cerniera
- Polso (flessione-estensione e deviazione radiale-ulnare), doppio giunto a cerniera
- Torace

Durante una simulazione del nuoto stile libero a secco sono stati calcolati attraverso l'uso di sensori inerziali e della stereofotogrammetria gli angoli cinematici dell'arto superiore in 3D. Sono state usate 7 placche in legno con sopra 4 marker ciascuno e contenenti ognuno al proprio centro un sensore inerziale.

I dati provenienti sia dalla stereofotogrammetria che dai sensori inerziali sono stati sincronizzati tra di loro e filtrati con un filtro di Butterworth con frequenza di taglio di 5 Hz. E' stato poi implementato un algoritmo semi-automatico per il riconoscimento del massimo angolo di flessione-estensione di gomito e del minimo angolo di flessione-estensione di spalla. Sono poi stati confrontati i dati ottenuti dai sensori inerziali con i dati registrati attraverso la stereofotogrammetria (utilizzato come gold standard) e dal confronto è stato notato che i dati registrati attraverso i sensori inerziali erano affidabili.

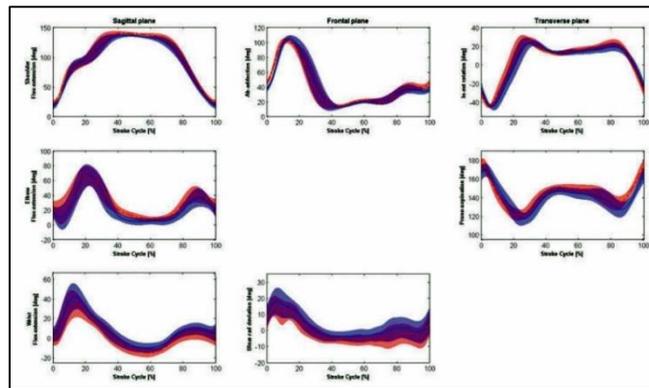


Figura 6 - Confronto dei segnali registrati attraverso sensori inerziali e sistema stereofotogrammetrico

I limiti della validazione così effettuata sono seguenti:

- Il nuotatore eseguiva il movimento del nuoto con le gambe bloccate
- Il movimento di roll del corpo è più limitato rispetto ad un nuoto libero in piscina
- Il nuotatore non deve usare dei muscoli per stare a galla essendo la prova eseguita fuori dall'acqua
- Non c'è l'effetto della resistenza dell'acqua.

Dal momento che il gesto motorio a secco è abbastanza diverso da quello che si esegue in piscina, esistono altri studi in letteratura che esaminano il movimento del nuoto in acqua. I sensori inerziali devono essere quindi resi impermeabili racchiudendoli in involucri di plastica fissati al corpo dell'atleta attraverso l'uso di fasce elastiche.

Uno degli obiettivi dello studio del movimento attraverso questi dispositivi inerziali è quello di migliorare la prestazione dell'atleta e sarebbe pertanto molto utile disporre di dati misurati in real-time per poter correggere dinamicamente il gesto atletico valutando immediatamente le conseguenze di certi cambiamenti. Sono stati fatti dei tentativi di acquisizione dei dati in real-time mediante trasmissioni wi-fi ma i risultati hanno mostrato molti limiti dovuti al fatto che la trasmissione wireless in acqua non funziona correttamente anche posizionando i sensori su una particolare parte del corpo (es. cuffia), normalmente fuori dall'acqua.

Altri studi hanno cercato di individuare in maniera automatica partendo dai segnali registrati dei sensori inerziali gli istanti di inizio e fine vasca (ovvero identificare gli istanti di tempo in cui il nuotatore effettua l'inversione a fine vasca) e le diverse bracciate eseguite dal nuotatore.

Un tipico sistema descritto da Le Sage, 2011, **“Embedded Programming and Real Time Signal Processing of Swimming Strokes”** è costituito da un sensore inerziale composto da un accelerometro triassiale e un giroscopio a due assi. Questo sensore è stato fissato al nuotatore su un punto di repere (pelvi); è munito di una batteria a 9 V interna e di una sua memoria sufficiente ad immagazzinare i dati relativi alle tre componenti dell'accelerazione e alle due componenti del giroscopio per una durata di oltre 4 minuti in attesa di trasmettere i dati non appena il collegamento tornasse attivo. Il sensore invia i dati alla frequenza di campionamento di 25 Hz ad un ricevitore posto sul bordo della piscina (AP – Access Point) in grado di ricevere fino ad una distanza di 35 mt. Il ricevitore è collegato ad un PC e il protocollo di trasmissione, attraverso i componenti presenti sui sensori e l'Access Point (AP), assicura la connessione e la ricezione completa dei segnali nonché la trasformazione del segnale da analogico a digitale e l'attribuzione del segnale al singolo sensore.

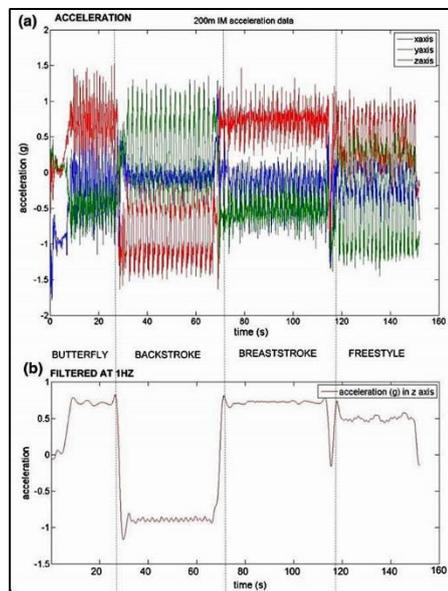


Figura 7 - Andamento del segnale di accelerazione lungo le componenti x,y,z: riconoscimento di inizio e fine vasca (50 metri)

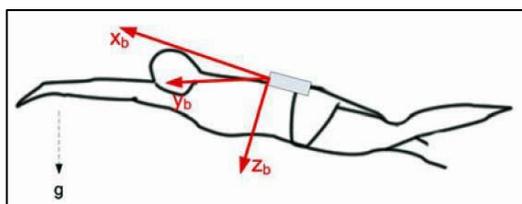


Figura 8 - Sistema di riferimento del sensore messo nel punto di repere anatomico di pelvi

Il sensore è stato posizionato sul corpo del soggetto con asse x nella direzione di avanzamento del nuotatore, asse y allineato all'asse medio-laterale e asse z allineato all'asse antero-posteriore del soggetto.

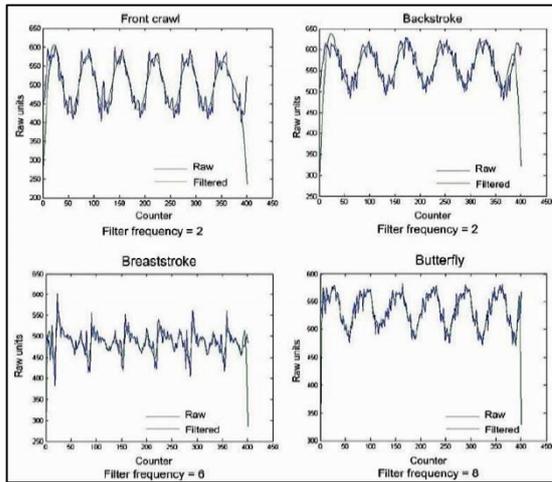


Figura 9 - Numero bracciate per i diversi stili: stile libero, dorso, rana e farfalla

Inoltre si sono anche trovati i massimi e i minimi del segnale sopra ad una certa soglia impostata per cercare di determinare i cicli di bracciata. Per lo stile libero e per il dorso è stata analizzata la componente y del segnale dell'accelerometro, mentre per la rana e la farfalla è stata analizzata la componente x (ovvero lungo l'asse di avanzamento).

Un altro studio in cui sono state identificate le diverse bracciate del nuoto è stato fatto da Neil Davey **“Validation trial of an accelerometer-based sensor platform for swimming”**. Per questo studio è stato utilizzato un sensore inerziale posto sul sacro di diversi nuotatori e di questo sensore sono state analizzate le diverse componenti dell'accelerometro. La componente x dell'accelerometro è stata

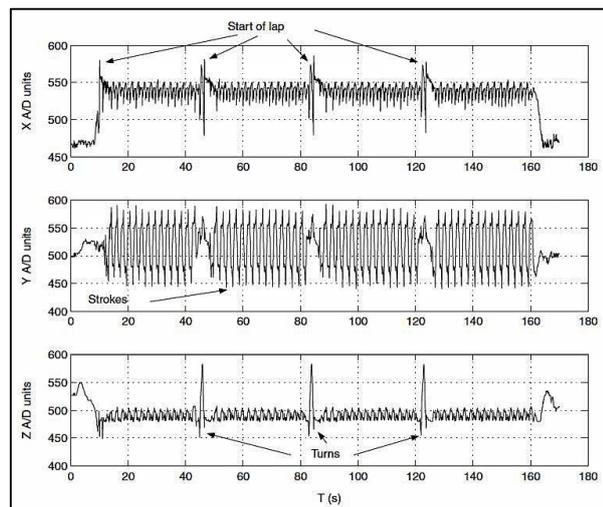


Figura 10 - Componenti x,y e z del segnale in uscita dall'accelerometro

usata per rilevare gli istanti di inizio e fine vasca (50 metri), la componente y è servita per determinare le diverse bracciate della nuotata mentre la componente z presenta dei picchi ben visibili in corrispondenza dell'inversione del soggetto ad ogni fine vasca. Questi segnali sono stati usati per implementare un algoritmo che analizzando i massimi e minimi della curva potesse fornire l'intervallo di tempo tra una bracciata e la successiva. Questi parametri sono utili agli allenatori



Figura 11 - Sensore inerziale utilizzato

in sede di allenamento per dare consigli utili all'atleta per migliorare la propria prestazione. In questo studio è stata anche utilizzata una telecamera video subacquea come riferimento per validare i dati ottenuti attraverso i sensori.

Sempre per identificare le diverse bracciate del nuoto, sono stati analizzati i segnali provenienti da sensori inerziali posizionati sugli arti inferiori (Fulton, 2009, **“Validity and Reliability of Kick count and rate in freestyle using inertial asensor technology”**). A questo studio hanno collaborato in una sessione di allenamento di nuoto libero 12 atleti che hanno preso parte alle paraolimpiadi presentanti diverse disabilità come paralisi cerebrale, amputazione di arto inferiore o superiore. In questo studio sono stati utilizzati due sensori inerziali resi impermeabili posizionati sull'arto inferiore (gamba e coscia) e ognuno consistente in un accelerometro triassiale e un giroscopio con 256 MB di memoria. Venne svi-

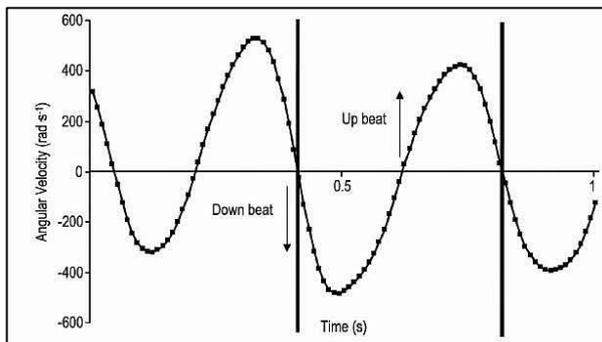


Figura 12 - Segnale registrato dal sensore inerziale e identificazione dei cicli delle bracciate

luppato un software che estraeva il segnale registrato da un sensore, lo elaborava filtrandolo con un filtro di Butterworth con frequenza di taglio di 4 Hz e identificava successivamente due fasi della nuotata: la fase di inizio ciclo in cui il segnale del giroscopio registrava il valore di 0 rad/s e la fase di fine ciclo in

cui questo segnale del giroscopio tornava a registrare lo stesso valore (0 rad/s). Questo programma serviva quindi per contare il numero di slanci dell'arto inferiore. Per avere un riscontro di ciò che realmente stava accadendo utilizzarono anche una telecamera video per validare gli istanti di tempo individuati dal programma software.

Il segnale non è stato solo suddiviso nelle diverse bracciate, ma nello studio condotto da Dadashi nel 2013 (**“Automatic front crawl temporal phase detection using adaptive filtering of inertial signal”**) è stata anche analizzata la singola bracciata suddividendola in tre diverse fasi (fase di pull, fase di push e fase di recovery).

Oltre a cercare di segmentare il segnale ottenuto dai sensori inerziali nei vari cicli

della bracciata e nelle varie vasche effettuate, alcuni studi si sono concentrati sull'analisi della velocità media e istantanea del soggetto.

Uno studio che punta al calcolo della velocità istantanea nel nuoto è contenuto nell'articolo di Emma Beanland, 2013, **“Validation of GPS and accelerometer technology in swimming”**. Secondo questa analisi è relativamente facile misurare alcune grandezze del nuoto come velocità media e il numero di bracciate con l'uso di cronometri ma queste misure sono molto approssimate e affette da errori manuali. L'utilizzo di videocamere costituisce un passo avanti anche se richiede poi una elaborazione complessa.

Con l'utilizzo di mini sensori (accelerometri e giroscopi) è possibile ottenere dati sulle più importanti variabili cinematiche come numero di bracciate, lunghezza delle bracciate e velocità media su ogni vasca ma è più difficoltosa ricavare la velocità istantanea. L'articolo pertanto suggerisce l'uso del GPS (Global Positioning System) che è in grado di fornire in real-time posizione e velocità. Il posizionamento del GPS sul capo del nuotatore, che rimane quasi sempre fuori dall'acqua, permette la ricezione dei segnali satellitari con la possibilità di ricavare istante per istante la sua posizione e pertanto risalire alla velocità istantanea dell'atleta. Questo GPS inoltre sincronizzato con un sensore inerziale e il tutto viene controllato attraverso l'uso di telecamere video. Il sistema però ha mostrato dei limiti dovuti al fatto che l'uso del GPS presenta problemi nelle piscine al coperto e in quegli stili di nuoto in cui il nuotatore ha per lunghi periodi il capo sott'acqua (come per esempio lo stile farfalla).

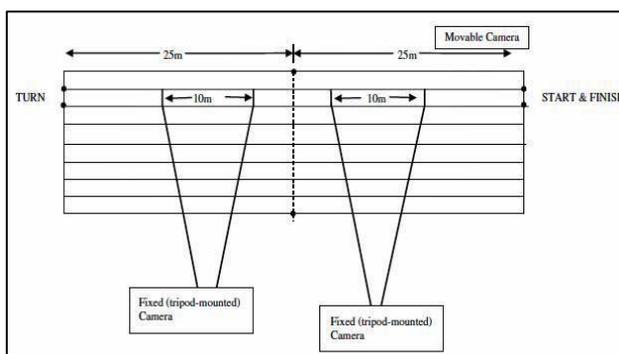


Figura 13 - - Schema del setup delle telecamere per riprendere il movimento lungo una piscina di 50 m

Il sistema però ha mostrato dei limiti dovuti al fatto che l'uso del GPS presenta problemi nelle piscine al coperto e in quegli stili di nuoto in cui il nuotatore ha per lunghi periodi il capo sott'acqua (come per esempio lo stile farfalla).

Un ulteriore studio sulla velocità istantanea nel nuoto fu pubblicato da Dadashi (**“Front Crawl Instantaneous Velocity Estimation using a wearable inertial measurement unit”**).

Gli autori descrivono un procedimento per calcolare la velocità istantanea di ogni ciclo di nuoto partendo dai dati di accelerazione.

Sono state effettuate due prove per ogni nuotatore, una mentre nuotava al 70% della propria velocità massima sui 100 mt e una alla massima velocità. Al nuotatore è stato posizionato un sensore su un punto di repere (pelvi) con asse y orientato nella direzione di avanzamento. La velocità è stata calcolata attraverso un'integrazione dell'accelerazione, il che comporta rischi di deriva del valore calcolato a causa della velocità iniziale utilizzata. Per migliorare l'affidabilità dei risultati si è ricorsi al calcolo di una stima

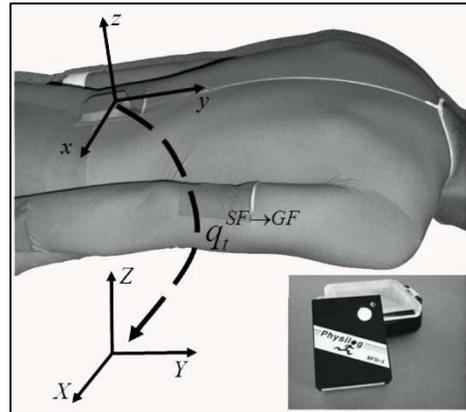


Figura 15 - Posizione del sensore con relativo Sistema di Riferimento (x,y,z)

ricorsiva della varianza del segnale (GMA, geometric moving average) per verificare se rimaneva entro una certa soglia. La soglia fu posta empiricamente al 20% della varianza: soglie più basse comportavano l'individuazione di cicli di segnale spuri, mentre soglie più alte portavano al mancato riconoscimento di cicli validi. Per eliminare la deriva dalla velocità calcolata si ipotizzava che la media dei picchi di velocità nell'ambito di ogni ciclo fosse quasi costante a causa

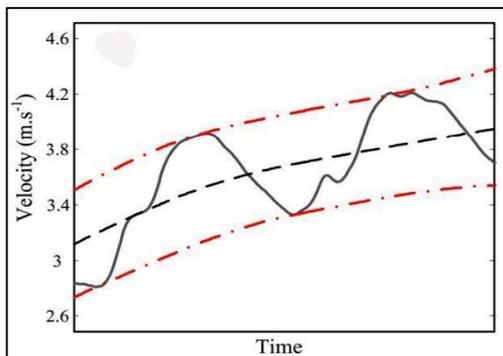


Figura 14 - Andamento dei massimi e minimi del segnale approssimati attraverso una spline

dell'andatura quasi costante della nuotata. L'andamento dei massimi e dei minimi del segnale veniva poi approssimato attraverso delle curve (spline); la deriva veniva eliminata sottraendo ai valori del segnale i valori corrispondenti della spline e in questo modo sono riusciti a calcolare la velocità istantanea eliminando la deriva del segnale.

Oltre a tutte queste variabili, sarebbe importante riuscire a calcolare attraverso opportuni parametri l'indice di simmetria del nuotatore (ad.esempio per lo stile libero capire se il movimento avviene allo stesso modo sia per la parte destra che per la parte sinistra del corpo tenendo conto della respirazione). Un problema analogo è stato analizzato nell'articolo di Simone Ciacci, 2013, "Assessment of

Kinematic Asymmetry for Reduction of Hamstring Injury Risk” in cui vengono calcolati alcuni indici di asimmetria del corpo su 6 soggetti che eseguivano una prova di corsa. In questo studio quindi si confrontava ad esempio l’angolo di flesso-estensione di anca e ginocchio destro e sinistro in particolari istanti di tempo, il tempo di contatto tra piede destro e sinistro, angolo di massima flessione del ginocchio destro e sinistro durante la fase di stance. Questo studio ha mostrato come una asimmetria degli atleti tra lato destro e sinistro durante la corsa può causare una lesione al tendine del ginocchio. Analisi analoghe possono essere utili anche nel nuoto per cercare di capire le cause di alcuni infortuni a livello dell’articolazione della spalla e ridurli.

$$\begin{aligned}
 & \text{—Symmetry index (SI) absolute difference =} \\
 & \left| \text{SI}_{\text{left}} - \text{SI}_{\text{right}} \right| = \left| \frac{|X_{\text{left}} - X_{\text{right}}|}{X_{\text{left}}} \cdot 100 - \frac{|X_{\text{left}} - X_{\text{right}}|}{X_{\text{right}}} \cdot 100 \right| \\
 & \text{—Symmetry angle (SA) =} \frac{\left(45^\circ - \arctan\left(\frac{X_{\text{left}}}{X_{\text{right}}}\right) \right)}{90^\circ} \cdot 100
 \end{aligned}$$

Figura 16 - Indici di asimmetria

3 Materiali e metodi

3.1 Strumenti

Per analizzare il movimento di un oggetto nello spazio si usano degli strumenti di misura che sono in grado di trasformare grandezze cinematiche (posizione, velocità, accelerazione) o dinamiche (forza) in grandezze di tipo elettrico (tensioni, correnti) che possono poi essere digitalizzate, elaborate ed analizzate per mezzo di un calcolatore.

Per la registrazione del movimento sono stati utilizzati una serie di strumentazioni.

3.1.1 Analisi video

L'analisi video utilizza delle telecamere per riprendere il movimento del soggetto; queste telecamere possono essere utilizzate sia fuori che sott'acqua per riprendere da diversi punti di vista il gesto atletico.



Figura 17 - Immagine subacquea di un nuotatore

Questo tipo di analisi presenta però degli ostacoli come ad esempio l'effetto della riflessione e rifrazione della luce che passando da un mezzo meno denso (aria) ad un mezzo più denso (acqua) distorce l'immagine, la turbolenza dell'acqua e la presenza di schizzi e bolle accanto al nuotatore che rendono più difficile l'interpretazione delle immagini registrate.

3.1.2 Stereofotogrammetria

La stereofotogrammetria utilizza dei marker riflettenti posizionati sul corpo nei punti di interesse per acquisire attraverso telecamere ad infrarosso la posizione nel tempo dei marker e risalire al movimento dell'oggetto attraverso l'utilizzo di appositi programmi software.

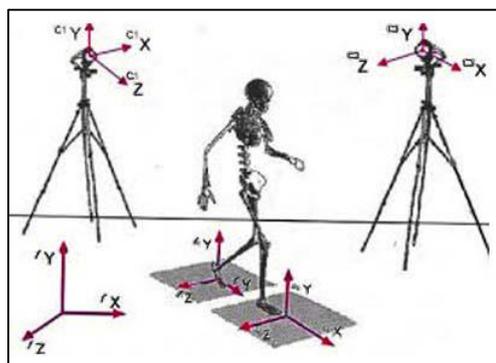


Figura 18 - Sistema stereofotogrammetrico

3.1.3 Dispositivi Inerziali

I dispositivi inerziali sono strumenti che sono in grado di calcolare istante per istante l'accelerazione, la velocità angolare e l'intensità del campo magnetico. I

dispositivi inerziali sono composti da diverse unità inerziali normalmente integrate in una IMU (Inertial Measurement Unit).

Al loro interno contengono:

- Accelerometri per la misura delle accelerazioni
- Giroscopi per la misura della velocità angolare
- Magnetometri per la misura del campo magnetico

3.1.3.1 Accelerometro

Un accelerometro è uno strumento che misura le accelerazioni dell'oggetto con il quale è solidale e converte questo tipo di segnale in un segnale elettrico campionato con una certa frequenza per seguirne l'andamento nel tempo.

L'interno di un accelerometro può essere schematizzato come un sistema massa-molla dove l'accelerazione rilevata è legata in maniera proporzionale alla forza d'inerzia della massa che, per il terzo principio della dinamica, è uguale alla reazione elastica della molla.

Esistono quattro tipi diversi di accelerometri:

- Estensimetrico

La posizione della massa è rilevata attraverso la misura della variazione della resistenza di un estensimetro, proporzionale alla variazione della sua lunghezza. L'estensimetro viene posizionato sulla superficie del corpo di cui si vuole rilevare la deformazione. La resistenza varia la sua lunghezza a seconda di come la superficie del corpo si deforma causando una variazione della resistenza elettrica. Solitamente per trasformare le variazioni di resistenza in un segnale elaborabile si utilizza un ponte di Wheatstone.

- Piezoelettrico

Si basa sull'effetto piezoelettrico di alcuni tipi di cristalli che sono in grado di generare una differenza di potenziale quando sono sottoposti ad una deformazione di tipo meccanico. Infatti quando questo genere di cristalli subisce una compressione o un allungamento, sulle facce opposte del cristallo si accumulano

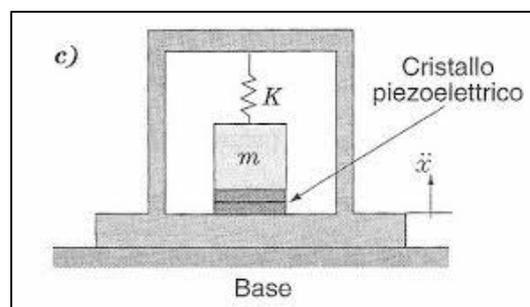


Figura 19 – Principio di funzionamento di un accelerometro piezoelettrico

cariche di segno opposto, analogamente a quanto accade nei condensatori sottoposti ad una differenza di potenziale.

La massa mobile in questi accelerometri è sospesa sul cristallo piezoelettrico, che costituisce sia il sensore che il componente elastico. In presenza di una deformazione la massa comprime il cristallo che genera un segnale elettrico proporzionale alla compressione subita.

- Piezoresistivo

Questo è una variante dell'accelerometro estensimetrico, dove al posto degli estensimetri sono utilizzati sensori piezoresistivi. Questi sensori basano il loro funzionamento sul principio fisico della piezoresistività. Si comportano come gli estensimetri ma permettono una sensibilità maggiore.

- A capacità variabile

Si tratta di un accelerometro in cui lo spostamento è rilevato tramite la variazione della capacità di un condensatore: la variazione della distanza tra le due armature provoca una variazione della capacità rilevata da una differenza di potenziale. Una delle due armature è fissata ad una massa che si sposta quando subisce un'accelerazione e la variazione del segnale elettrico è legata allo spostamento della massa.

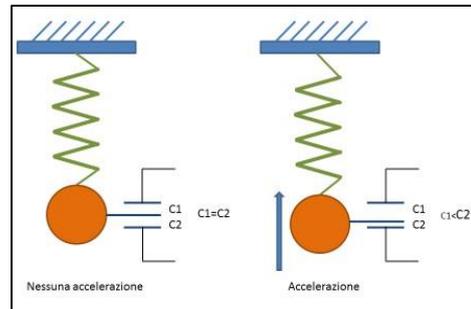


Figura 20 – Principio di funzionamento di un accelerometro a capacità variabile

3.1.3.2 Giroscopio

I giroscopi possono essere fissati in qualunque segmento del corpo e convertono la velocità angolare in un segnale di tipo elettrico, basandosi sulla forza di Coriolis su una massa in vibrazione. La forza di Coriolis è proporzionale alla velocità angolare rispetto ad un certo asse; utilizzando tre giroscopi orientati secondo tre assi ortogonali si può ottenere la velocità angolare di un oggetto nello spazio. L'output di un giro-

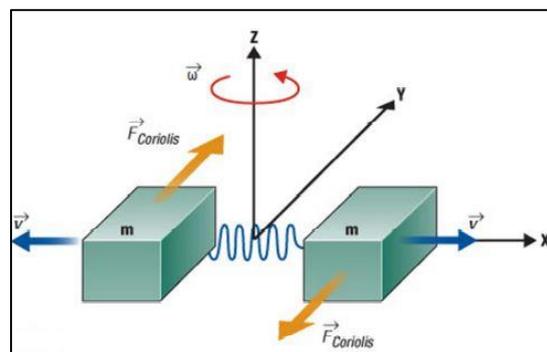


Figura 21 – Principio di funzionamento di un giroscopio

scopio è quindi la velocità angolare dell'oggetto nel sistema di riferimento solida con il sensore.

Il difetto maggiore è che per ricavare l'orientamento nello spazio occorre effettuare un'operazione di integrazione il cui risultato dipende molto dall'offset e dal drift del giroscopio. Questo problema si manifesta come una deriva sul segnale registrato in uscita.

3.1.3.3 Magnetometro

I magnetometri sono sensori che generano un segnale che mi identifica il campo magnetico in quel punto in quell'istante. In assenza di campo magnetico dovuto ad oggetti ferromagnetici, il sensore misura esattamente il valore del campo magnetico terrestre che ovviamente dipende dalla posizione in cui ci si trova sulla superficie terrestre. In presenza di materiali ferromagnetici invece il campo magnetico misurato sarà dato dalla somma del campo magnetico terrestre e quello generato dal corpo presente.

3.2 Prove di utilizzo degli strumenti

Sono state fatte alcune prove di utilizzo degli strumenti di misura utilizzando contemporaneamente i sensori inerziali e la stereofotogrammetria. Queste prove sono state effettuate presso il laboratorio di biomeccanica della struttura Record a Bologna.

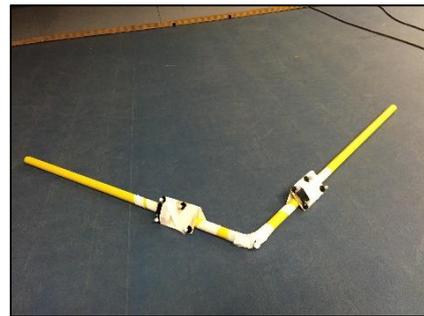


Figura 22 – Giunto sferico utilizzato per la prove in laboratorio

a. Prima prova

E' stato simulato il sistema braccio-avambraccio con due barre rigide unite con uno snodo e su ognuna delle barre è stata applicata una basetta di legno di dimensioni note (7cm in lunghezza x 5cm in larghezza). Su di esse sono stati posizionati 4 marker in modo da formare un trapezio rettangolo ed un sensore inerziale (opal). Oltre alle basette è stato applicato un marker in corrispondenza dello snodo sferico allo scopo di facilitare l'identificazione dei cluster di marker.



Figura 23 – Posizione dei marker e del sensore inerziale all'interno del cluster

b. Seconda prova

Le due basette utilizzate nella prova precedente sono state applicate poi sui segmenti di braccio e avambraccio (in posizione molto distale) di un soggetto reale. Oltre agli 8 marker utilizzati sulle basette, sono stati posizionati ulteriori due marker in corrispondenza dell'articolazione di gomito e sul terzo dito della mano allo scopo di facilitare l'identificazione dei cluster di marker.



Figura 24 – Posizionamenti dei due cluster sui segmenti di braccio e avambraccio

Con entrambe le configurazioni sono stati fatti due test:

- Acquisizione di una serie di posizione statiche: ogni posizione veniva mantenuta per circa 3-4 secondi all'interno del volume di calibrazione
- Acquisizione dinamica: l'oggetto o l'arto veniva mosso all'interno del volume di calibrazione modificando l'angolo formato da braccio e avambraccio

Lo scopo di queste prove era verificare la congruenza dei dati acquisiti per mezzo degli accelerometri con i dati registrati dal sistema stereofotogrammetrico; dal momento che l'accelerometro fornisce le accelerazioni lungo i tre assi mentre il sistema stereofotogrammetrico fornisce la posizione dei marker, per confrontare i dati si è dovuto derivare due volte il dato di posizione per ottenere l'accelerazione di ogni marker.

Per fare questo tipo di analisi sono stati seguiti i seguenti passi:

a. Completamento dei dati della stereo mediante interpolazione

Il sistema stereofotogrammetrico registra istante per istante la posizione dei marker all'interno del volume di calibrazione. Quando un marker non è visibile da almeno due telecamere, non è possibile ricostruirne la posizione nello spazio 3D e pertanto per uno o più campionamenti manca il dato di posizione (la registrazione presenta dei NaN). Per ricostruire i dati mancanti è stato quindi implementato un algoritmo che interpola i dati in maniera lineare.

b. Uniformare le frequenze di campionamento

Una volta ricostruiti tutti i dati, per poterli poi confrontare occorre portarli tutti alla stessa frequenza di campionamento. I dati registrati dai sensori inerziali

sono acquisiti ad una frequenza di campionamento di 128 Hz, mentre i dati acquisiti attraverso la stereofotogrammetria sono acquisiti a 250 Hz. Quindi è stata effettuata un'operazione di resampling dei dati uniformandoli tutti alla frequenza di campionamento minore tra i due (128 Hz).

c. Sistema di riferimento del cluster

A questo punto è stato definito il sistema di riferimento per i due cluster (sistema tecnico) così costruito:

- Origine degli assi in corrispondenza del marker 1
- Asse x passante per i marker 1 e marker 2
- Asse y giacente sul piano formato dai marker 1, marker 2 e marker 3 e ortogonale all'asse x
- Asse z ortogonale ai primi due assi in modo da formare una terna destrorsa

$$I = \frac{m_2 - m_1}{|m_2 - m_1|}; \quad K = \frac{(m_3 - m_1) \times I}{|(m_3 - m_1) \times I|}; \quad J = I \times K$$

d. Ottenimento della matrice di rotazione e del vettore traslazione dal sdr tecnico al sdr della stereofotogrammetria (globale)

$${}^{stereo}R_{tecnico} \quad {}^{stereo}O_{tecnico}$$

e. Determinazione della posizione dell'accelerometro nel sdr tecnico

Nel sistema di riferimento tecnico l'accelerometro era posizionato in prossimità del marker 1 a distanza di circa 1 cm lungo i tre assi:

$$P_{accelerometro} = (0.01, 0.01, 0.01)$$

f. Calcolo della posizione dell'accelerometro nel sdr globale mediante l'utilizzo della matrice di rotazione e del vettore traslazione

$${}^{stereo}P_{accelerometro} = {}^{stereo}R_{tecnico} * {}^{tecnico}P_{accelerometro} + {}^{stereo}O_{tecnico}$$

g. Calcolo dell'accelerazione del punto in cui è posizionato l'accelerometro

Per calcolare l'accelerazione del punto in cui si trova l'accelerometro istante per istante si è derivata due volte la sua posizione lungo i tre assi (x,y,z):

$$d^2 P_{acc}^{stereo} = \frac{P_{acc}^{stereo}(k+1) - 2P_{acc}^{stereo}(k) + P_{acc}^{stereo}(k-1)}{T^2}$$

h. Scrittura della matrice di rotazione per passare dal sdr dell'accelerometro al sdr globale

Il sistema di riferimento dell'accelerometro è allineato (assi concordi) con il

sistema di riferimento tecnico, quindi per passare da uno all'altro basta fare una traslazione delle coordinate; per passare dal sdr dell'accelerometro al sdr globale occorre applicare questa trasformazione:

$${}_{\text{tecnico}} R_{\text{accelerometro}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}_{\text{stereo}} R_{\text{accelerometro}} = {}_{\text{tecnico}} R_{\text{stereo}} * {}_{\text{tecnico}} R_{\text{accelerometro}}$$

i. Correzione dell'accelerazione di gravità

Dal momento che gli accelerometri in condizioni statiche misurano l'accelerazione di gravità lungo l'asse verticale su cui questa agisce, per poter confrontare i dati di accelerazioni misurati dagli opal con i dati di accelerazione calcolati attraverso derivata seconda, bisogna sommare la componente dell'accelerazione di gravità ai dati ottenuti da doppia integrazione:

$$d^2 P_{\text{acc } y}^{\text{stereo}} = d^2 P_{\text{acc } y}^{\text{stereo}} + g$$

j. Calcolo della accelerazione del punto nel sdr degli opal

Per poter confrontare i due dati di accelerazione bisogna averli entrambi nello stesso sdr, per far questo è stato portato il dato di accelerazione ottenuto attraverso doppia integrazione nel sdr degli opal:

$$d^2 P_{\text{acc}}^{\text{opal}} = {}_{\text{stereo}} R_{\text{accelerometro}} * d^2 P_{\text{acc}}^{\text{stereo}}$$

k. Sincronizzazione temporale

Durante l'acquisizione delle prove i due strumenti utilizzati non comunicavano tra di loro e pertanto l'inizio e la fine delle prove non sono sincronizzate. Bisogna perciò fare una traslazione temporale shiftando un segnale rispetto all'altro di un certo intervallo di tempo (ΔT) che dipende dalle singole acquisizioni e tagliare i segnali a fine registrazione scegliendo come lunghezza il segnale più corto.

l. Ottimizzazione dei parametri

Nei calcoli precedenti si sono fatte alcune approssimazione (posizione e orientamento degli assi del sensore rispetto al sdr tecnico, termine di traslazione temporale, ...) e questi comportano degli errori sul calcolo delle accelerazioni. Per minimizzare questi errori è stata usata la funzione `fminsearch` (comando di Matlab) che aggiusta i parametri per minimizzare l'errore tra le accelerazioni registrate dai due diversi strumenti.

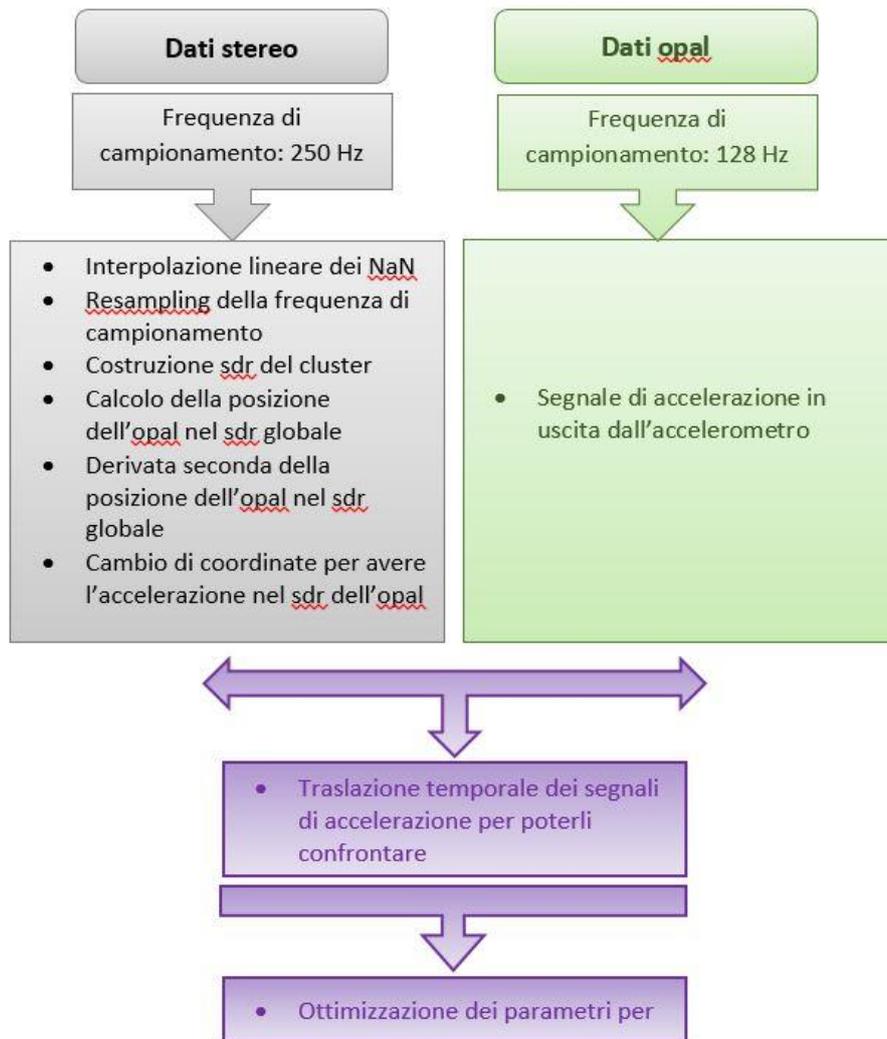


Figura 25 - Schema a blocchi dell'elaborazione dei dati della stereofotogrammetria e dei sensori

Acquisizione statica del braccio meccanico

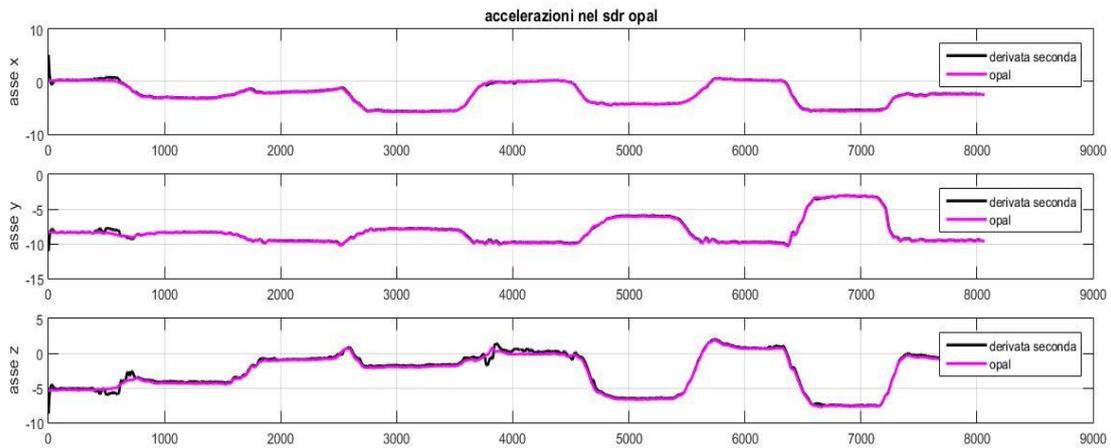


Figura 26 - Confronto delle accelerazioni lungo x,y,z: in magenta l'accelerazione calcolata come derivata seconda del punto, in nero il segnale di accelerazione in uscita dagli accelerometri

Acquisizione dinamica del braccio meccanico

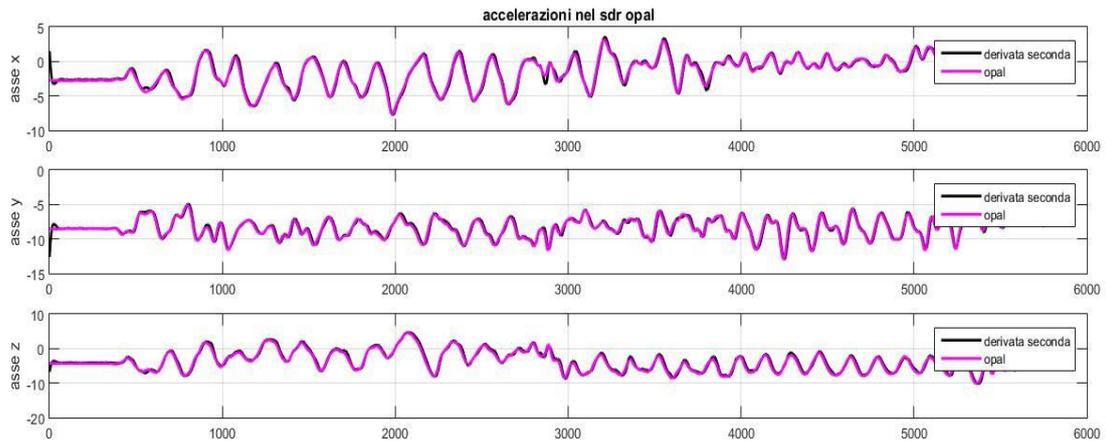


Figura 27 - Confronto delle accelerazioni lungo x,y,z: in magenta l'accelerazione calcolata come derivata seconda del punto, in nero il segnale di accelerazione in uscita dagli accelerometri

Acquisizione statica del sistema braccio avambraccio su un soggetto

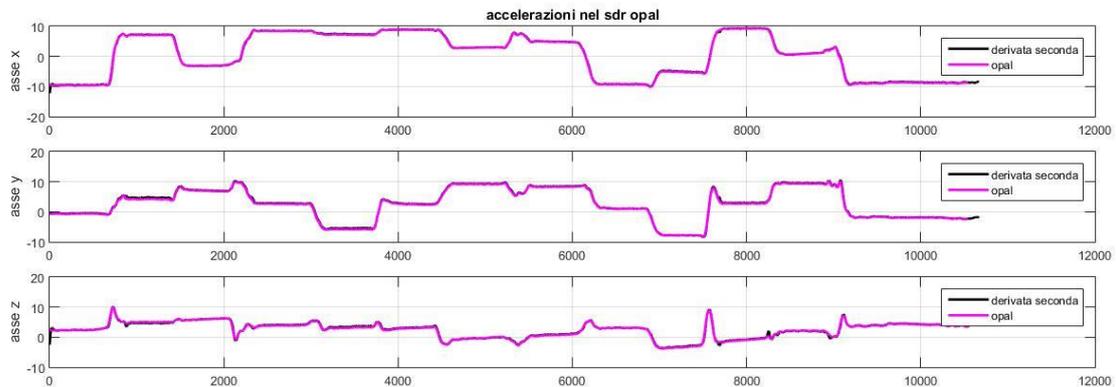


Figura 28 - Confronto delle accelerazioni lungo x,y,z: in magenta l'accelerazione calcolata come derivata seconda del punto, in nero il segnale di accelerazione in uscita dagli accelerometri

Acquisizione dinamica del sistema braccio avambraccio su un soggetto

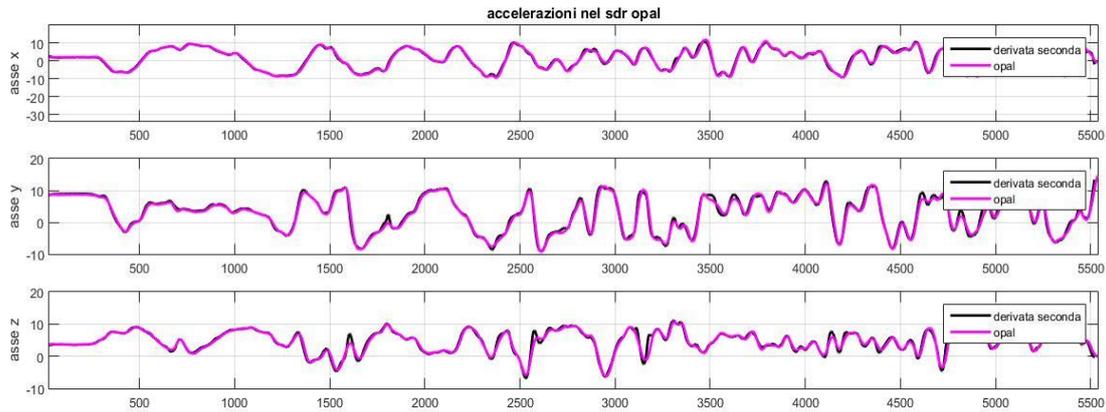


Figura 29 - Confronto delle accelerazioni lungo x,y,z: in magenta l'accelerazione calcolata come derivata seconda del punto, in nero il segnale di accelerazione in uscita dagli accelerometri

Acquisizione prima statica e di seguito dinamica del sistema braccio avambraccio su un soggetto

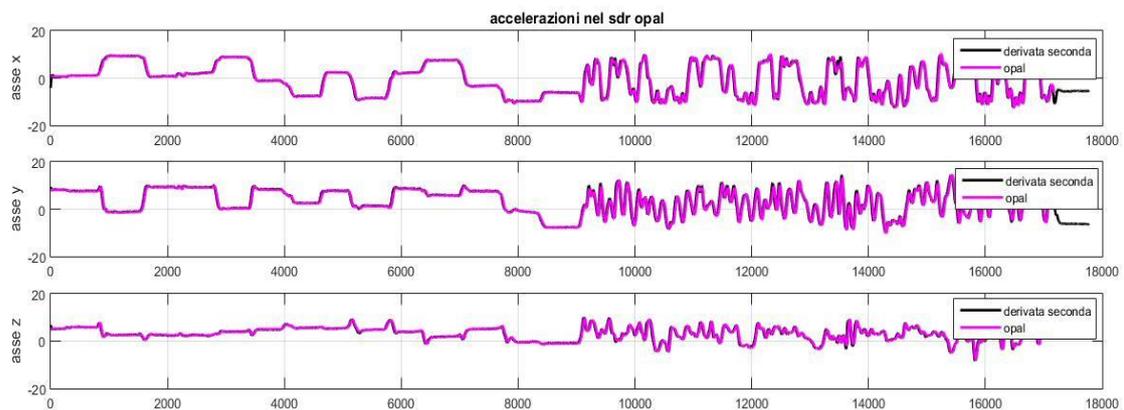


Figura 30 – Confronto delle accelerazioni lungo x,y,z: in magenta l'accelerazione calcolata come derivata seconda del punto, in nero il segnale di accelerazione in uscita dagli accelerometri

4 Prove effettuate

Sono state effettuate delle prove di nuoto di stile libero presso la piscina della struttura Record (Bologna) e i risultati sono stati elaborati seguendo le indicazioni contenute nel documento preso in esame.

Sono state analizzate le prove di 6 nuotatori (21 prove in totale, 3 per ogni nuotatore) di nuoto stile libero. Per alcuni è stato registrato solo un percorso singolo (25 mt), per altri invece è stati registrati andata e ritorno per avere una casistica più ampia e completa possibile.

<i>Caratteristiche medie dei soggetti</i>			
<i>Età</i>	<i>Peso</i>	<i>Altezza</i>	<i>Anni di allenamento</i>
27.1 ± 0.6	76.4 ± 6.21	180.4 ± 5.2	10.7 ± 3.6

Tabella 1 - Tabella riassuntiva delle caratteristiche dei soggetti

4.1 Strumenti utilizzati nelle prove

Per l'acquisizione dei dati sono stati utilizzati sette sensori inerziali (Opal) posizionati in punti prestabiliti sui soggetti. Ognuno di questi sensori è etichettato attraverso un numero riportato sul retro di esso e tale codice è anche utilizzato come identificativo del segnale.



Figura 31 - Access point

I sensori sono collegati in modalità wireless con un Access Point, un'apparecchiatura che è la parte principale del sistema di acquisizione in grado di ricevere il segnale registrato da ogni sensore, di identificarlo e di trasmetterlo ad un computer attraverso cavo USB. Gli Access Point servono inoltre a sincronizzare i sensori tra di loro per avere lo stesso tempo di clock.



Figura 32 - Docking station

Per le prove effettuate sono stati utilizzati due Access Point, uno collegato a quattro sensori e l'altro collegato agli altri tre rimanenti.

Ogni sensore Opal ha al suo interno una propria batteria e una propria memoria, questa ultima permette di acquisire il segnale anche in situazioni in cui durante la registrazione si perda la connessione Wi-Fi tra Opal e Access Point (questo è ad esempio il caso di acquisizioni in acqua dove il Wi-Fi non funziona).



Figura 33 - Sistema di acquisizione costituita da due access point, due docking station e sette sensori inerziali opal

In questa maniera una volta dato il comando di inizio registrazione dal computer l'Opal inizierà a registrare al suo interno nella sua memoria il segnale che acquisisce e una volta riconnesso con Wi-Fi all'Access Point scaricherà i dati registrati in maniera offline.

Inoltre viene usata una Docking Station per configurare e caricare la batteria interna degli Opal. Ogni sensore ha la sua Docking Station e queste sono collegate assieme per permettere la sincronizzazione di tutti i sensori.

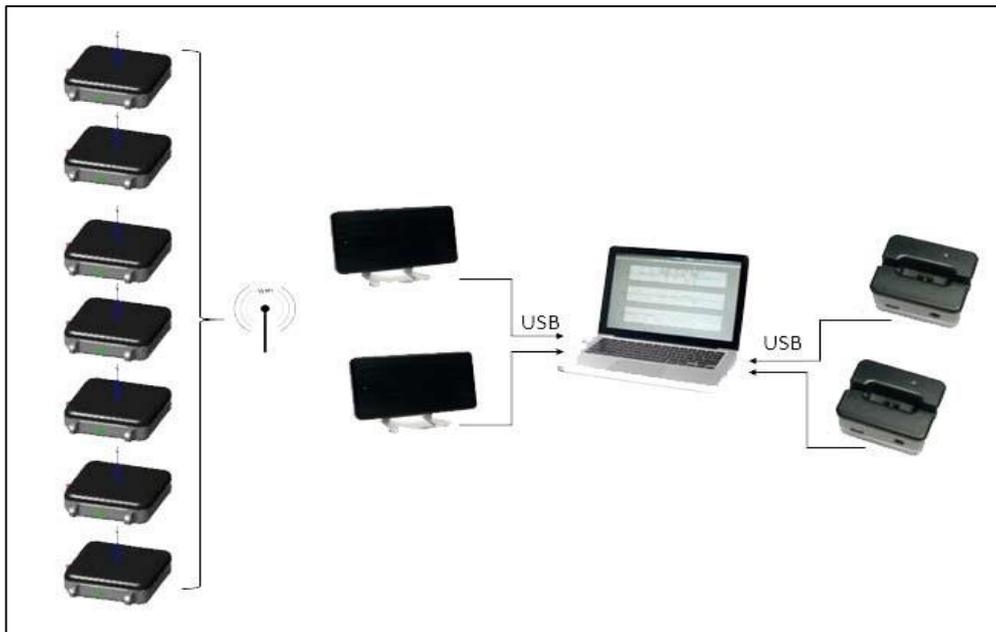


Figura 34 - Schema del sistema di acquisizione utilizzato

L'ultimo elemento del sistema di misura è un computer in cui è installato il software Motion Studio che permette di configurare i sensori, calibrarli, vedere online i segnali acquisiti e memorizzarli in una cartella di lavoro.

Tutti i sensori utilizzati sono stati calibrati secondo un riferimento cartesiano ortogonale solidale con il sensore stesso e allineato al suo involucro. Il sistema di riferimento di ogni sensore ha origine nel led presente sulla sua superficie:

- Asse z uscente dal lato nero del sensore (verde)
- Asse y positivo verso la porta dati del sensore (rosso)
- Asse x secondo la regola della mano destra (blu)

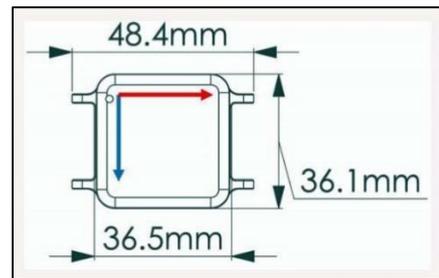


Figura 35 - Vista frontale di un opal

L'orientamento del sensore è definito rispetto ad un sistema di riferimento terrestre (globale) fisso:

- Asse x positivo nella direzione del Nord magnetico terrestre
- Asse z secondo la direzione dell'accelerazione di gravità terrestre ma di verso opposto
- Asse y in accordo alla regola della mano destra (quindi positivo nella direzione Ovest del campo magnetico terrestre)

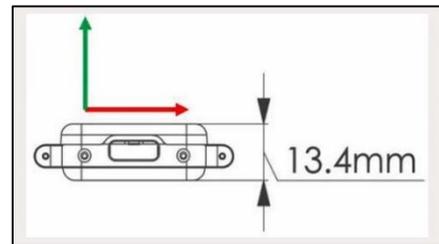


Figura 36 - Vista laterale di un opal

All'interno di ogni Opal fissato su un particolare punto del corpo troviamo:

- Accelerometro: registra le tre componenti dell'accelerazione (a_x, a_y, a_z)
- Giroscopio: registra le tre componenti della velocità angolare ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$)
- Magnetometro: registra orientamento e direzione del campo magnetico

	<i>Accelerometro</i>	<i>Giroscopio</i>	<i>Magnetometro</i>
<i>Assi</i>	3	3	3
<i>Intervallo di misura</i>	$\pm 2 g / \pm 6 g$	$\pm 2000 \text{ }^\circ/\text{sec}$	$\pm 6 \text{ Gauss}$
<i>Frequenza</i>	1280 Hz	1280 Hz	1280 Hz
<i>Frequenza di uscita</i>	20 – 128 Hz	20 – 128 Hz	20 – 128 Hz
<i>Banda</i>	50 Hz	50 Hz	50 Hz
<i>Densità di rumore</i>	128 $\mu\text{g}/\text{Hz}$	0.07 $\text{ }^\circ/\text{s}/\text{Hz}$	4 mGauss/Hz
<i>Risoluzione</i>	14 bits	14 bits	14 bits

Le caratteristiche tecniche di un sensore Opal utilizzati sono:

- Dimensioni: (48.5x36.5x13.5) mm
- Peso: 22 g (batteria inclusa)
- Materiale: Alluminio 6061 anodizzato e plastica ABS
- Memoria interna: 8 Gb

4.2 Protocollo di acquisizione

Sono stati utilizzati sette sensori per ogni soggetto resi impermeabili grazie ad un'apposita scatoletta in plastica con chiusura ermetica per evitare che entrasse l'acqua. Queste sono state applicate su ogni soggetto per mezzo di bende elastiche in modo che il sensore fosse il più possibile solidale con il corpo per evitare possibili movimenti di questo rispetto alla cute.

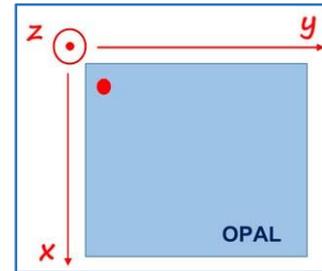


Figura 37 - Sistema di riferimento di un sensore inerziale

I sensori sono stati applicati su diversi segmenti corporei e con sistema di riferimento del sensore descritto qui di seguito:

- Torace (a differenza di Dadashi in cui aveva il sensore sulla pelvi): asse y medio-laterale positivo verso sinistra, asse z antero-posteriore positivo in avanti e asse x per formare una terna destrorsa
- Braccio dx: asse x longitudinale positivo verso il gomito, asse z medio-laterale positivo verso destra e asse y per formare una terna destrorsa
- Avambraccio dx: asse x longitudinale positivo verso il gomito, asse z medio-laterale positivo verso destra e asse y per formare una terna destrorsa
- Mano dx: asse x longitudinale positivo verso il polso, asse z medio-laterale positivo verso destra e asse y per formare una terna destrorsa
- Braccio sx: asse x longitudinale positivo verso il gomito, asse z medio-laterale positivo verso sinistra e asse y per formare una terna destrorsa

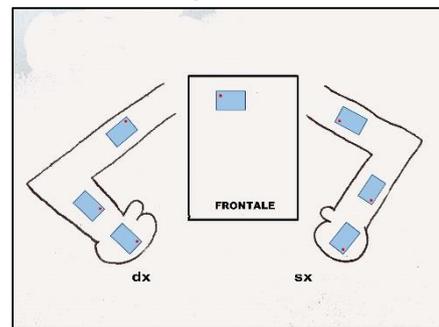


Figura 38 - Posizionamento dei sensori sui due arti superiori e sul torace

- Avambraccio sx: asse x longitudinale positivo verso il gomito, asse z medio-laterale positivo verso sinistra e asse y per formare una terna destrorsa
- Mano sx: asse x longitudinale positivo verso il polso, asse z medio-laterale positivo verso sinistra e asse y per formare una terna destrorsa

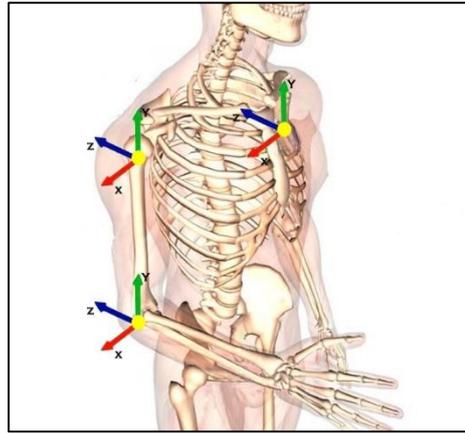


Figura 39 - Sistema di riferimento anatomico per la parte destra del corpo

I sistemi di riferimento anatomici invece sono descritti nelle figure accanto relativamente alla parte destra o sinistra del corpo. Avremo quindi due sistemi di riferimento anatomici per il torace a seconda se stiamo analizzando l'arto superiore destro o sinistro.

Il sistema di riferimento di piscina invece è descritto dalla terna destrorsa così fissata:

- Asse y in direzione di avanzamento del moto (parallelo alle corsie)
- Asse z in direzione verticale opposta all'accelerazione di gravità
- Asse x in modo da formare una terna destrorsa

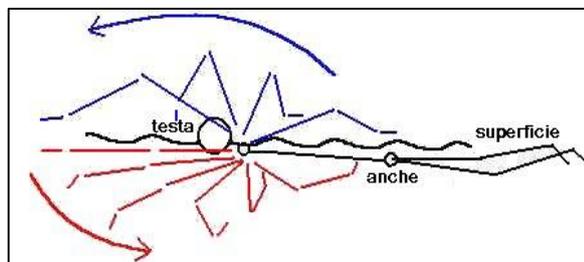
Insieme ai sensori inerziali si è utilizzata una telecamera video (GoPro Hero) sincronizzata con i dati registrati dai sensori attraverso una rete wireless che collegava sia i sensori che questa telecamera ad un computer che per mezzo di un software (Motion Studio) era in grado di far partire in contemporanea i due strumenti utilizzati.

Questa telecamera è servita per avere un riscontro visivo di quello che stava accadendo in maniera da facilitare il più possibile la lettura dei dati registrati dai sensori.

5 Analisi delle fasi del nuoto

Per il calcolo delle fasi del nuoto si è partiti esaminando l'articolo di Dadashi, “Automatic front-crawl temporal detection using adaptive filtering of inertial signals” e cercando di applicare questi algoritmi ai nostri dati acquisiti in piscina.

Nell'articolo esaminato venivano analizzati i dati del giroscopio relativi a sette nuotatori di livello nazionale, cinque maschi e due femmine, mentre eseguivano il movimento dello stile libero. E' stato proposto



un algoritmo per l'identificazione di tre istanti di tempo che permettono la divisione dell'intero ciclo della bracciata in tre fasi distinte:

- **Entry and catch:** durata della bracciata che inizia con la mano che entra anteriormente dentro l'acqua e termina con la posizione della mano esattamente perpendicolare sotto l'acqua, ovvero prima che inizi la spinta posteriormente. L'istante di presa nell'acqua in cui la mano inizia ad andare posteriormente è definito come *istante di catch* (t_{PUL})
- **Push phase:** durata della bracciata che inizia con la mano esattamente perpendicolare al corpo e termina non appena la mano fuoriesce dall'acqua posteriormente. L'istante in cui la mano si trova immersa nell'acqua esattamente perpendicolare al nuotatore è definito come *istante di spinta* (t_{PUS})
- **Recovery phase:** durata della bracciata che inizia con il braccio che fuoriesce dall'acqua posteriormente e termina con l'ingresso di questo in acqua anteriormente al nuotatore. L'istante in cui la mano fuoriesce posteriormente dall'acqua è definito come *istante di recupero* (t_{REC})

Di conseguenza analizzando le diverse fasi della bracciata si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$\Delta T_{pul}^k = t_{pus}^k - t_{pul}^k$$

$$\Delta T_{rec}^k = t_{rec}^k - t_{pus}^k$$

Nell'articolo esaminato sono stati usati tre sensori inerziali: due sensori sono stati applicati sull'avambraccio destro e sinistro mentre un terzo sensore è stato applicato sulla pelvi del nuotatore. Il sistema di riferimento del sensore sull'avambraccio è definito con l'asse x coincidente con l'asse medio-laterale, asse y coincidente con l'asse prossimo-distale e asse z coincidente con l'asse antero-posteriore. Nel presente studio si è preferito usare un sensore per la mano, uno per l'avambraccio e uno per il braccio per i due arti superiori e un ultimo sensore posto sul torace del soggetto.

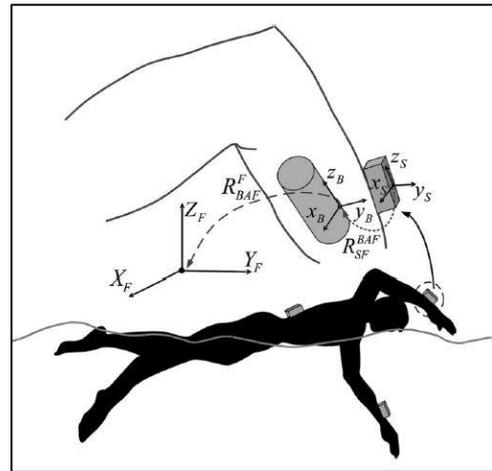


Figura 41 – Sistema di riferimento del sensore posto sull'avambraccio

Avendo utilizzato sensori inerziali si hanno a disposizione sia i dati di accelerazione forniti dall'accelerometro che i dati relativi alla velocità angolare forniti dal giroscopio.

5.1 Divisione del segnale in cicli

Per l'identificazione di ogni ciclo di bracciata si è utilizzato il dato relativo alla velocità angolare fornita dal giroscopio posizionato sull'avambraccio e in particolare la componente lungo l'asse medio-laterale (infatti il movimento visto lateralmente al nuotatore è in prima approssimazione assimilabile ad una circonferenza che ha per centro proprio l'asse medio-laterale del soggetto).

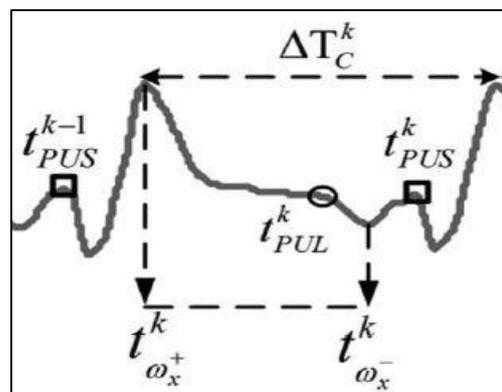


Figura 42 – Segnale di velocità angolare registrata dal giroscopio. Identificazione di un ciclo di bracciata in cui sono riconosciuti i tre istanti di tempo: t_{pus} , t_{pul} , t_{rec}

Il ciclo della bracciata può essere individuato come l'intervallo di tempo che passa da un picco di massimo del segnale al successivo. All'interno di ogni ciclo possono essere identificati i tre istanti di t_{PUL} , t_{PUS} e t_{REC} definiti in precedenza.

Di seguito è riportato un segnale di velocità angolare in uscita dal sensore su avambraccio (componente medio-laterale).

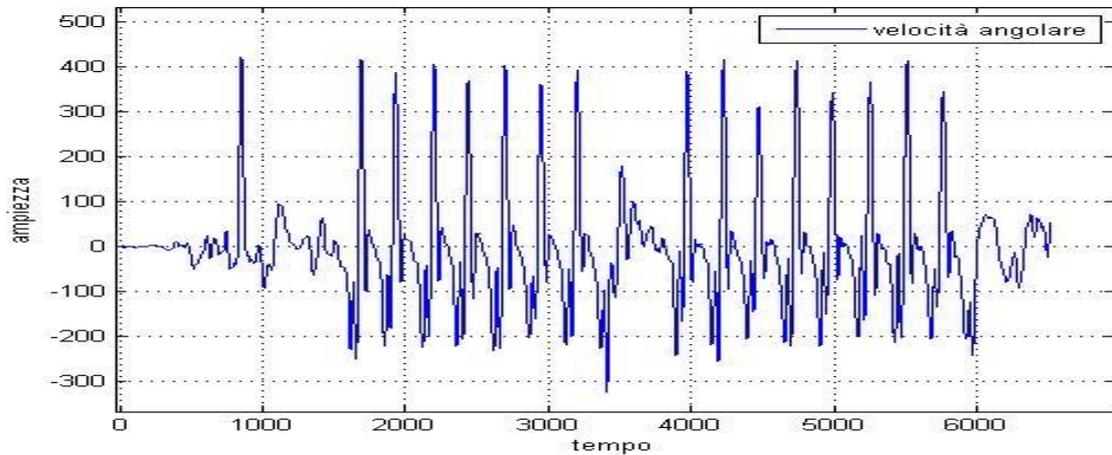


Figura 43 - Segnale di velocità angolare in uscita dal giroscopio posto su avambraccio

Per prima cosa si è diviso il segnale in intervalli, ognuno corrispondente ad ogni singola bracciata. Per fare questo sono stati trovati tutti i massimi e i minimi del segnale sopra e sotto una determinata soglia. Per evitare di dover inserire manualmente i valori di soglia, essi sono stati calcolati come percentuale del valore massimo e minimo (50%).

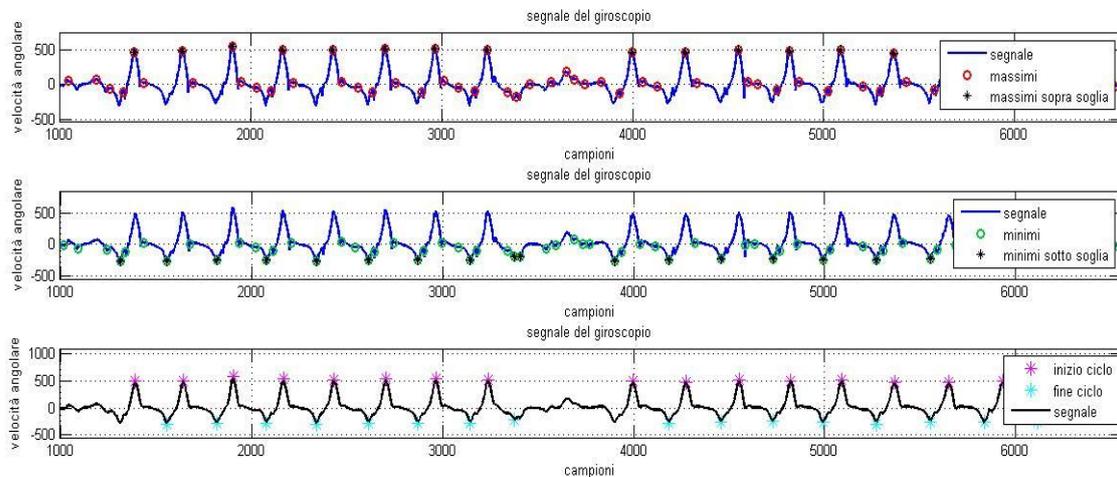


Figura 44 - Segnale di velocità angolare in uscita dal giroscopio: ricerca dei massimi e dei massimi soprasoglia, ricerca dei minimi e di minimi sottosoglia, divisione dei cicli di bracciata tra il massimo soprasoglia e il primo minimo dopo il massimo sottosoglia

5.2 Individuazione dell'istante di push

Per quanto riguarda l'identificazione degli istanti di push sono stati effettuati i seguenti passi:

- Filtraggio del segnale utilizzando una frequenza di taglio di 3 Hz per ridurre le piccole oscillazioni dovute a rumore
- E' stato preso in considerazione il segnale relativo ad ogni bracciata e al suo interno il tratto compreso tra il primo minimo sotto soglia e il successivo massimo sopra soglia
- In questo intervallo di tempo si è individuato il massimo del segnale filtrato
- Si è cercato sul segnale non filtrato, in un intorno del punto precedente ($\pm 12\%$ della frequenza di campionamento) l'istante in cui si ha il massimo. Tale punto è considerato con l'istante di push

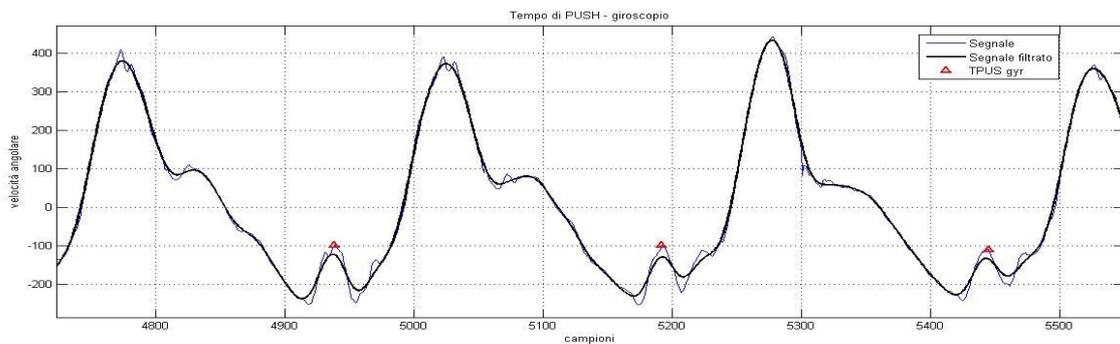


Figura 45 - Segnale di velocità angolare, in nero il segnale filtrato, in blu il segnale grezzo di partenza. In rosso identificazione dell'istante di push sul segnale non filtrato

La figura sotto riportata evidenzia l'identificazione degli istanti di push sul segnale non filtrato.

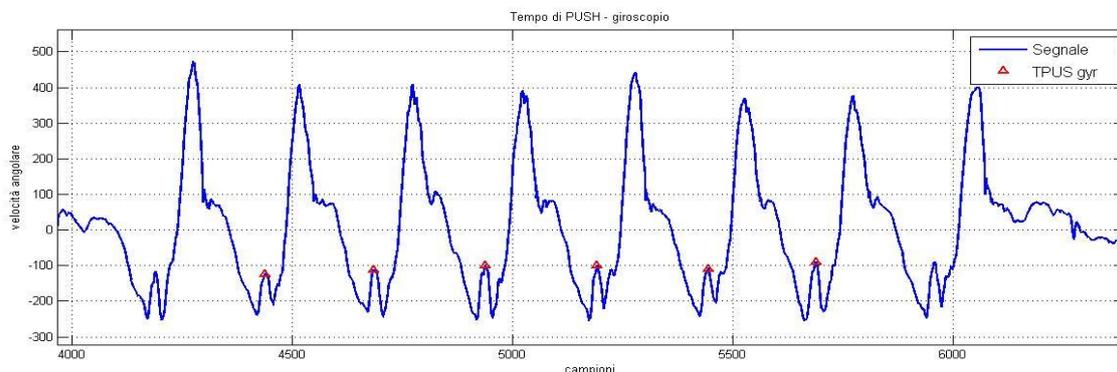


Figura 46 - Segnale in uscita dal giroscopio (velocità angolare). In rosso si nota l'identificazione dell'istante di push (braccio immerso completamente in acqua perpendicolare al soggetto)

5.3 Individuazione dell'istante di recovery

Per trovare l'istante di recovery si è analizzato l'angolo formato dal segmento di avambraccio con il torace.

Nell'articolo di Dadashi, dal momento che non esisteva il sensore sul tronco ma si aveva un sensore sulla pelvi, si era analizzato l'angolo formato tra avambraccio e pelvi. Il segnale risultante non è nei due casi

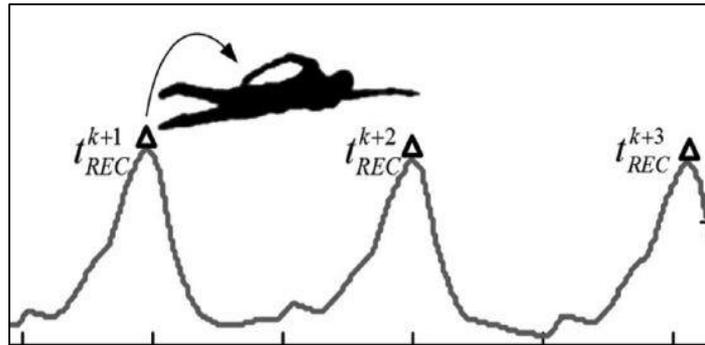


Figura 47 - Segnale dell'angolo formato istante per istante tra il torace e l'avambraccio. Identificazione dell'istante di recovery

molto differente poiché torace e pelvi sono abbastanza allineati e quindi l'angolo che formano con il segmento di avambraccio è circa lo stesso il termini di ampiezza.

Su quest'ultimo segnale ricavato, per ogni ciclo completo di bracciata (identificato sul segnale di giroscopio dal momento che i sensori sono tutti sincronizzati tra di loro), si è identificato il massimo assoluto (istante di recovery).

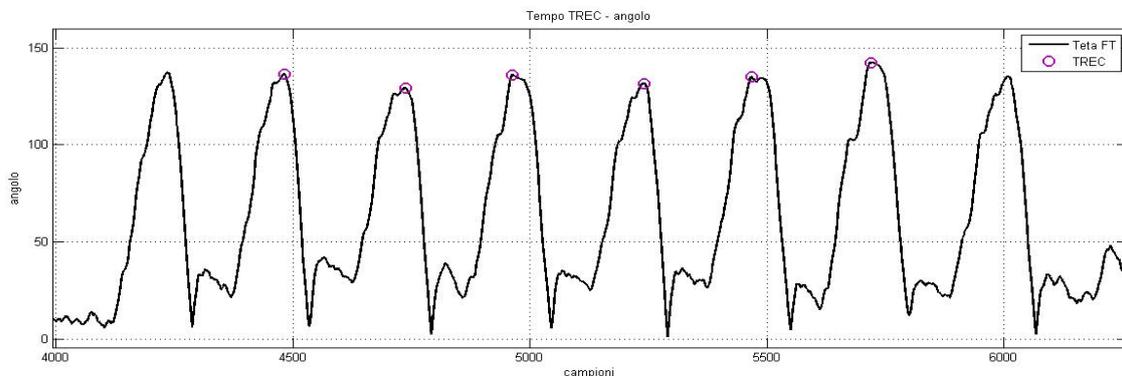


Figura 48 - Segnale che rappresenta l'angolo formato dal dato del sensore sull'avambraccio e del sensore sulla pelvi istante per istante). In viola l'istante di recovery (braccio che fuoriesce dall'acqua posteriormente)

5.4 Individuazione dell'istante di pull

Per identificare l'istante esatto di pull (t_{PUL}) si è preso il segnale in uscita dal giroscopio del sensore su avambraccio (componente medio-laterale) e per ogni ciclo di bracciata è stato analizzato un tratto di segnale che inizia con il valore massimo (punto di partenza della bracciata) e termina con il primo minimo successivo. In questo intervallo l'istante di pull si trova nel punto in cui il segnale ha una variazione di pendenza, ovvero dove finisce la fase di plateau e dove inizia la fase di discesa più accentuata.

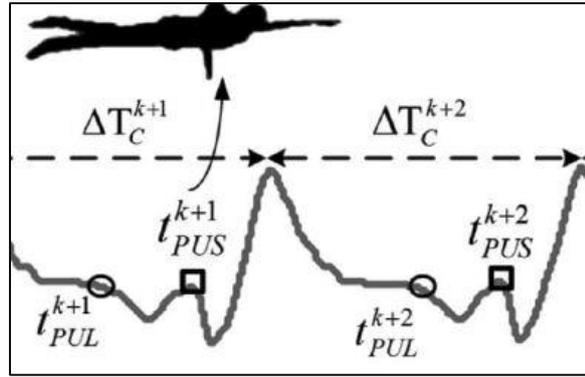


Figura 49 – Segnale di velocità angolare (giroscopio). Riconoscimento dell'istante di T_{pul} dopo una fase di plateau del segnale e l'inizio della discesa di questo

Per trovare l'inizio della fase di discesa dopo il plateau si può operare direttamente sul questo segnale, oppure cercare di produrre un altro segnale ottenuto a partire da questo ma che accentui maggiormente questa variazione di pendenza e la renda più facilmente individuabile con una procedura automatica.

Per fare questo è stato prima filtrato il segnale di partenza per eliminare piccole oscillazioni (rumore) e successivamente è stato applicato un filtro di Kalman. Questo è un ottimo filtro ricorsivo che valuta l'evoluzione di un sistema partendo da una serie di misure affette da rumore.

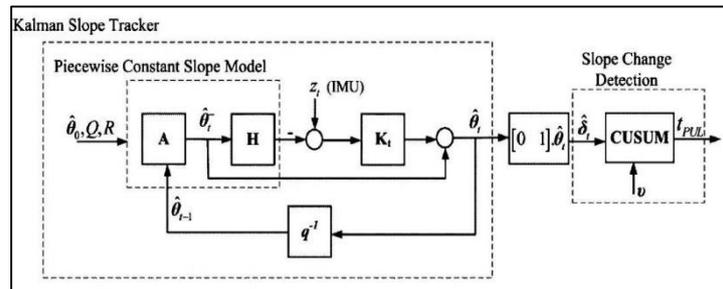


Figura 50 - Schema a blocchi del filtro di Kalman utilizzato

Le equazioni descritte dal filtro di Kalman utilizzato sono le seguenti:

$$\omega_n = \omega_{n-1} + t\alpha_{k-1} + \varepsilon_{k-1} \quad \rightarrow \text{velocità angolare}$$

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + \mu_{k-1} \quad \rightarrow \text{accelerazione lineare}$$

$$\begin{cases} d\omega = \alpha \\ d\alpha = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \text{condizioni iniziali}$$

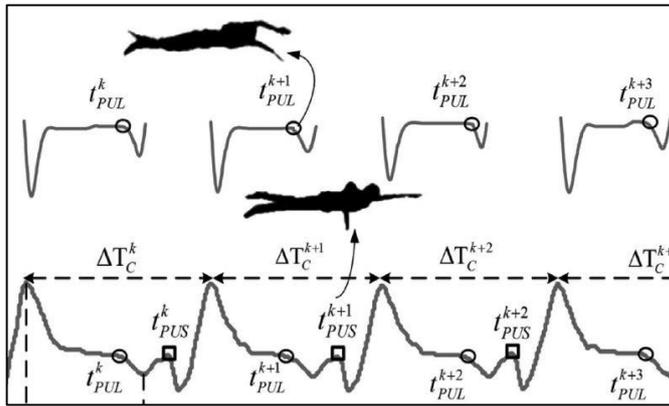


Figura 51 – Confronto tra il segnale di velocità angolare registrata per mezzo del giroscopio (in basso) e il segnale in uscita dal Kalman Filter (in alto)

Dal segnale in uscita dal filtro di Kalman è più semplice identificare i punti in cui varia la pendenza del segnale. L'algoritmo implementato individua tutti gli istanti in cui è avvenuto un cambiamento nel segnale (ovvero dove si è passati da una fase di plateau ad una discesa veloce di questo).

In questo modo si identifica come tempo di pull l'istante in cui il segnale presenta una discesa rapida.

Si è notato però che questo metodo, utilizzato seguendo le indicazioni del documento di Dadashi, solo per una parte dei segnali registrati identifica correttamente gli istanti di pull, mentre per la maggioranza dei casi non li riconosce correttamente.

Per ottenere un risultato soddisfacente da questo metodo abbiamo dovuto modificare manualmente i parametri impostati nell'algoritmo personalizzandoli per ogni singolo tracciato. Questa operazione manuale rappresenta un limite notevole per un algoritmo che ha come obiettivo la sua implementazione in un software che dovrebbe essere del tutto indipendente dall'utente esterno.

Le figure sotto riportate sono relative all'individuazione degli istanti di pull sullo stesso tracciato; nella seconda figura si nota che questi istanti sono stati individuati in maniera corretta dopo aver modificato ad hoc i parametri avendo provato varie combinazioni. Questa necessità di adattare i parametri allo specifico tracciato è dovuto al fatto che per lo stesso gesto motorio (nuoto stile libero), si possono avere tracciati con caratteristiche diverse per ogni nuotatore e tale diversità può creare problemi all'algoritmo.

Istanti di pull individuati attraverso il Kalman Filter

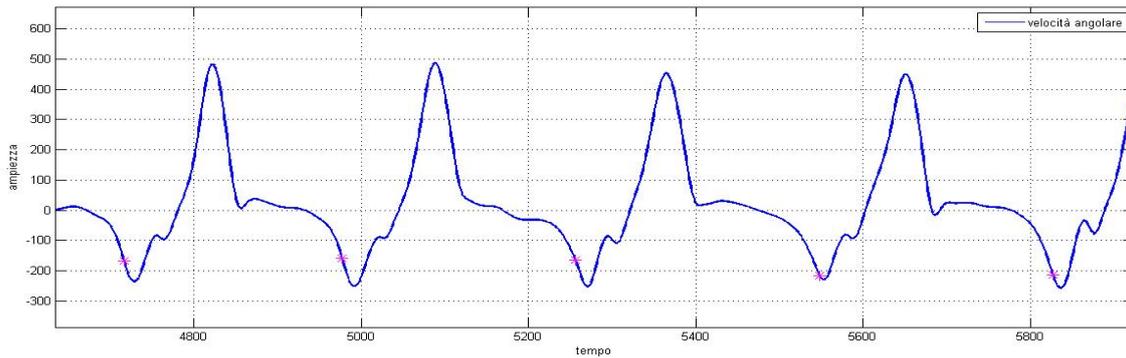


Figura 52 - Segnale filtrato in uscita dal giroscopio (velocità angolare). In viola gli istanti di pull rilevati in maniera errata (braccio che entra anteriormente in acqua)

Istanti di pull individuati attraverso il Kalman Filter avendo modificato ad hoc i parametri

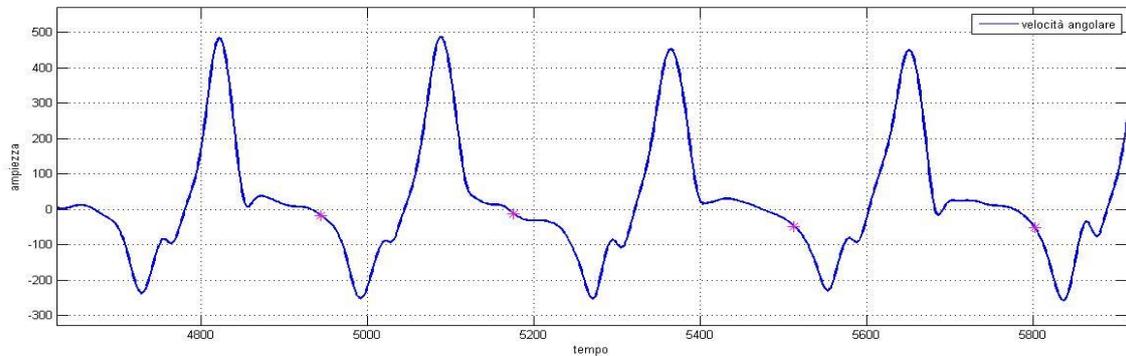


Figura 53 - Segnale filtrato in uscita dal giroscopio (velocità angolare). In viola gli istanti di pull rilevati abbastanza correttamente (istante di presa nell'acqua in cui la mano inizia ad andare posteriormente)

Per tale motivo per quanto riguarda l'individuazione dell'istante di pull per ogni bracciata è stato ricercato un altro metodo (non presente in letteratura) che potesse essere meno dipendente dalla forma del singolo tracciato. A tale scopo si è provato ad analizzare altri segnali disponibili integrando i dati registrati dall'accelerometro.

Di seguito sono riportati alcuni tracciati di atleti diversi impegnati nello stesso gesto motorio: come si vede i tracciati presentano degli andamenti differenti quindi utilizzare questo dato avrebbe voluto dire avere le stesse problematiche dell'algorithm proposto da Dadashi.

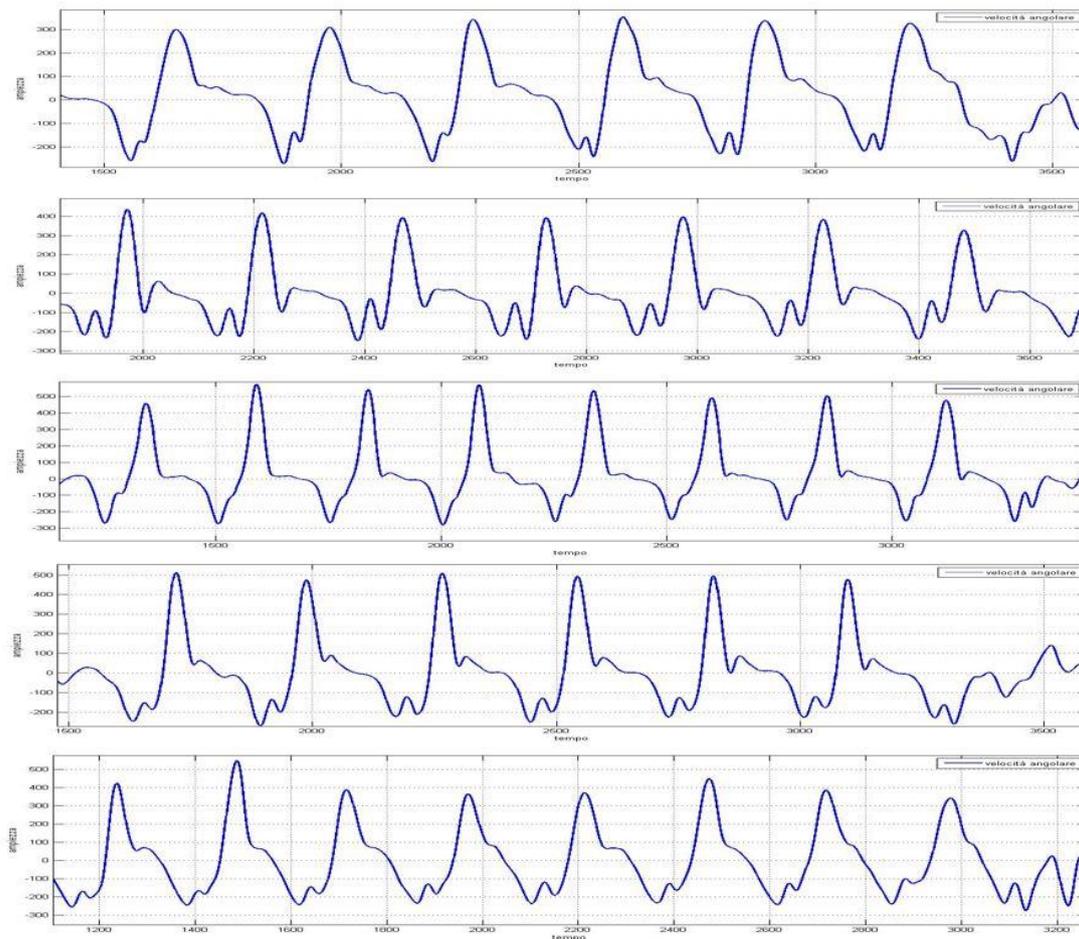


Figura 54 - Confronto tra i segnali di velocità angolare di avambraccio registrati dal giroscopio di avambraccio tra soggetti diversi

5.4.1 Identificazione della posizione della mano

Il nuovo metodo è stato realizzato utilizzando i segnali provenienti dall'accelerometro per ottenere la posizione del polso nel sistema di riferimento di torace (solidale col nuotatore). Inoltre è stato anche utilizzato un algoritmo per il calcolo dell'orientamento di ogni segmento corporeo: il filtro di Madgwick. Questo filtro si basa sulla tecnica "sensor-fusion" che aggrega le informazioni ottenute dai giroscopi, accelerometri e magnetometri presenti dentro al sensore. In particolare l'algoritmo prevede l'utilizzo dei dati prelevati dall'accelerometro e dal magnetometro come elemento correttivo dell'errore di misura della direzione ottenuto dall'integrazione delle misure del giroscopio. Inoltre, l'algoritmo utilizza una rappresentazione di tipo quaternione che risolve i problemi di singolarità di rappresentazione presenti con l'utilizzo degli angoli di Eulero.

Nell'istante di pull la mano si trova nella posizione più lontana dal centro del

corpo nella direzione di avanzamento; pertanto tale posizione è stata ricostruita a partire dal segnale di accelerometro.

Per far ciò si è dovuto passare dal sistema di riferimento di piscina al sistema di riferimento locale (torace dell'atleta). Il torace rappresentava l'origine dei tre assi (0,0,0), mentre gli altri segmenti corporei (braccio, avambraccio e mano) sono stati riferiti ad esso attraverso matrici di rotazioni e traslazioni.

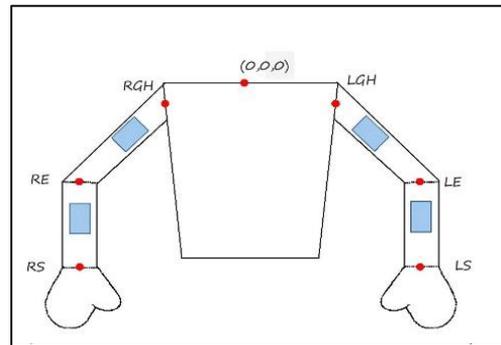


Figura 55 - Schema del sistema di riferimento locale centrato nel torace del soggetto (0,0,0)

Per la traslazione erano necessarie le lunghezze di braccio, avambraccio e mano e questo era possibile con due metodi diversi:

- Misurando con un metro la lunghezza di ogni segmento (metodo adottato)
- Usando le tabelle antropometriche considerando peso e altezza di ogni soggetto

Una volta calcolati questi parametri, sono state trovate le coordinate del sistema di riferimento di braccio, avambraccio e mano risolvendo le seguenti equazioni:

$$P_{RE}^{THX} = R_H^{THX} * P_{RE}^H + RGH \quad \rightarrow \text{braccio}$$

$$P_{RE}^H = R_F^H * P_{RS}^F + RE \quad \rightarrow \text{avambraccio}$$

Per il riconoscimento dell'istante di pull è stato utilizzato il segnale che individua la posizione dell'articolazione del polso in quanto, essendo il segmento più distale rispetto al sistema di riferimento di torace, subisce variazioni di posizione maggiore e quindi più riconoscibile. Non si è ritenuto efficace considerare la mano in quanto nella validazione a secco con stereofotogrammetria l'articolazione del polso e quindi il sdr della mano era risultata essere particolarmente critica (Fantozzi et al., 2015).

La posizione dell'articolazione del polso è descritta da tre componenti:

- Coordinata x: asse medio laterale (non rilevante al fine del nostro studio)
- Coordinata y: asse prossimo-distale con verso positivo nella direzione di avanzamento del nuotatore (rilevante al fine di riconoscere con precisione l'istante di pull)

- Coordinata z: asse antero-posteriore con verso positivo nella direzione posteriore del soggetto

Nel nostro studio abbiamo utilizzato la componente y del segnale di posizione del polso. Questa componente di spostamento ha un andamento oscillante attorno ad un valore medio dato dalla coordinata y della posizione del polso rispetto al centro del sistema di riferimento del torace; il valore massimo positivo si ha quando il braccio è completamente esteso in avanti, il valore massimo negativo quando il braccio è disteso all'indietro.

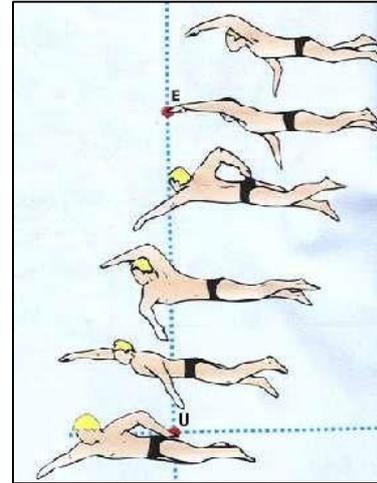


Figura 56 - Movimento del braccio nel nuoto stile libero

Lo spostamento massimo positivo pertanto rappresenta l'istante di pull mentre lo spostamento massimo negativo rappresenta l'istante di uscita del braccio posteriormente dall'acqua.

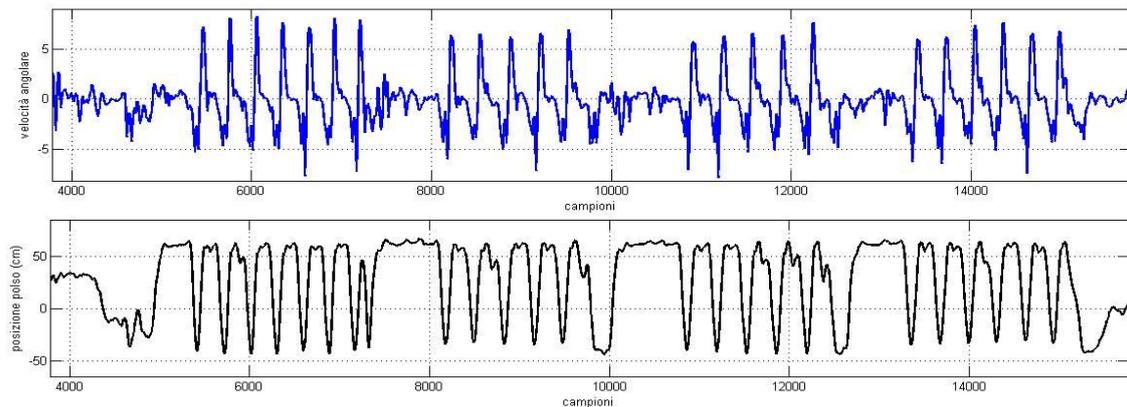


Figura 57 - Grafico1: andamento della velocità angolare riferita al segmento di avambraccio. Grafico2: andamento della posizione del polso nel sistema di riferimento del torace

Di conseguenza l'istante di pull si verifica nel momento in cui questo segnale, dopo aver raggiunto un massimo, inizia a decrescere.

Per l'identificazione di questo istante si è calcolata la derivata prima del segnale attraverso l'uso delle wavelet e successivamente si è identificato quando la derivata passava da un valore positivo ad uno negativo.

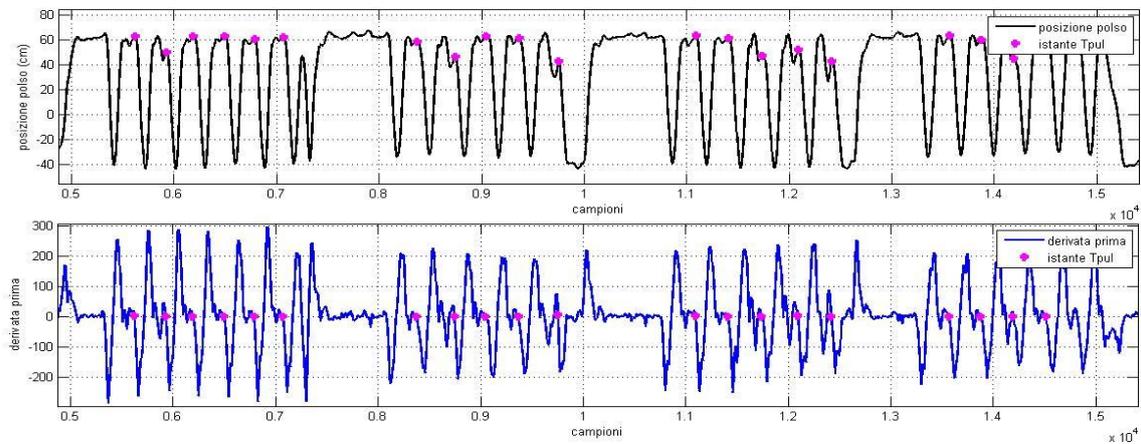


Figura 58 – Identificazione degli istanti di tempo in cui c'è il pull. In nero il segnale di posizione del polso, in blu la derivata prima di questo segnale

Riportando anche il segnale della velocità angolare registrata dal giroscopio sull'avambraccio si nota come l'istante di tempo di pull viene riconosciuto correttamente.

5.5 Risultati

Sono stati confrontati per la stessa prova gli istanti di pull ottenuti con i due metodi. Nelle prove in cui il metodo descritto da Dadashi dava risultati attendibili si è visto che questi coincidevano con gli istanti di pull trovati con il nuovo metodo. Invece in quelle prove in cui il metodo dell'articolo non dava risultati soddisfacenti, si è visto che il secondo metodo trovava l'istante di pull correttamente.

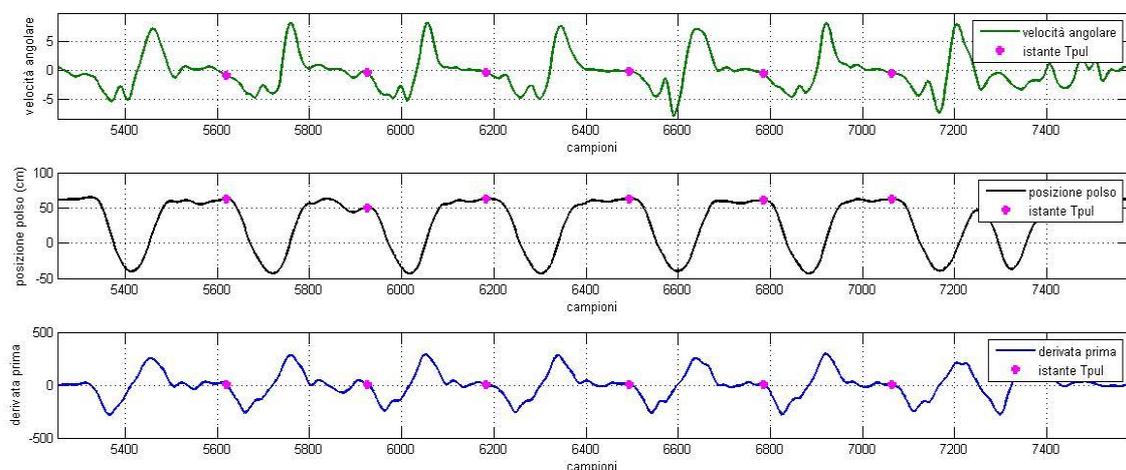


Figura 59 - Riconoscimento istanti di pull. In verde il segnale di velocità angolare di avambraccio, in nero la posizione del polso, in blu la derivata del segnale di posizione

Perciò il metodo che prende come input la posizione della mano è risultato più efficiente e generalizzabile per i seguenti motivi:

1. Questo metodo si basa sulla posizione della mano rispetto al torace e anche se si ha una certa variabilità nei segnali, sia tra soggetto e soggetto sia per lo stesso soggetto tra prove diverse, esiste sempre un minimo e un massimo della curva. Il massimo rappresenta sempre il momento in cui la mano entra nell'acqua e inizia ad andare posteriormente, pertanto il metodo non risente delle variazioni di velocità. Al contrario il metodo di Dadashi utilizza la velocità angolare che può variare molto anche come profilo introducendo dei problemi di falsi positivi o falsi negativi (come visto dai grafici in precedenza)
2. Il nuovo metodo trova l'istante di pull cercando un massimo della curva, cosa molto più semplice rispetto a cercare un cambiamento di pendenza da una fase di plateau ad una fase di discesa in presenza di un segnale molto variabile e affetto da rumore (anche filtrando il segnale comunque non viene eliminata del tutto questa variabilità tra una bracciata e l'altra)
3. D'altra parte presenta lo svantaggio di dover utilizzare due sensori in più rispetto al metodo di Dadashi, che potrebbero creare maggior fastidio al naturale gesto del nuotatore.



Figura 60 - Confronto tra i segnali della posizione del polso rispetto al torace per diverse prove di diversi soggetti

Per quanto riguarda gli istanti di tempo di push e recovery, si è notato che questi sono tutti riconosciuti con buona precisione per tutte le prove effettuate.

Si riportano alcuni esempi di curve in cui vengono evidenziati gli istanti di pull, push e recovery identificati.

Nuotatore 1

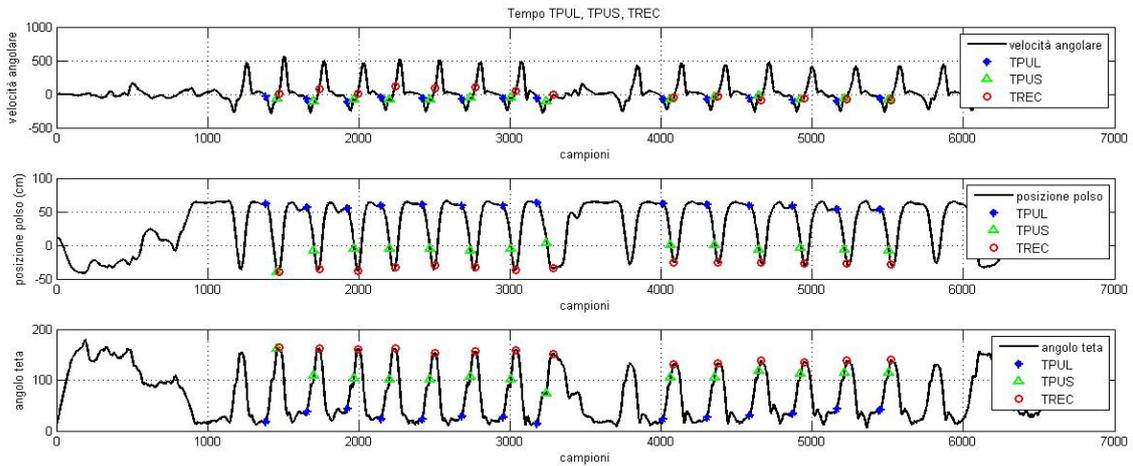


Figura 61 – Andamento del segnale di velocità angolare di avambraccio, della posizione della mano rispetto al torace e dell'angolo teta tra torace e avambraccio. Riconoscimento degli istanti di pull, push e recovery

Nuotatore 2

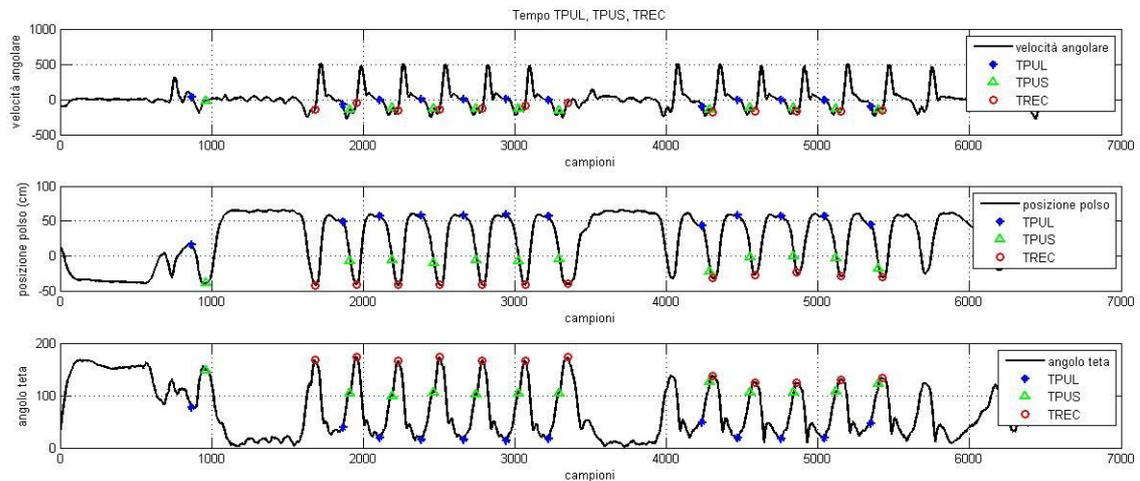


Figura 62 - Andamento del segnale di velocità angolare di avambraccio, della posizione della mano rispetto al torace e dell'angolo teta tra torace e avambraccio. Riconoscimento degli istanti di pull, push e recovery

Nuotatore 3

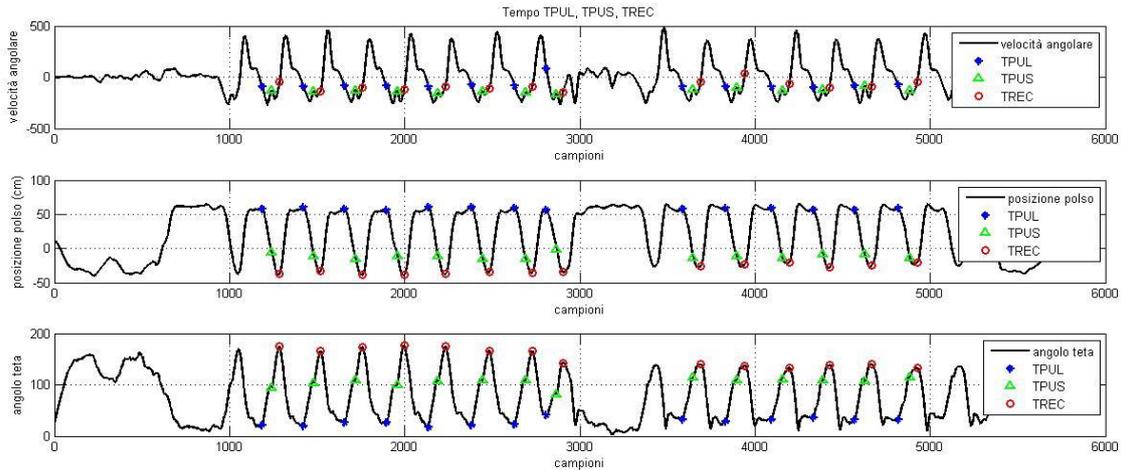


Figura 63 - Andamento del segnale di velocità angolare di avambraccio, della posizione della mano rispetto al torace e dell'angolo teta tra torace e avambraccio. Riconoscimento degli istanti di pull, push e recovery

5.6 Durata delle varie fasi del nuoto

Una volta individuati tutti gli istanti di tempo di pull, push e recovery sono state fatte diverse analisi riguardanti la durata delle varie fasi del nuoto.

5.6.1 Intervallo di tempo tra le bracciate

Sono stati calcolati gli intervalli di tempo (in secondi) tra:

- Due istanti di pull successivi

$$\Delta T_{pull}(i) = \frac{T_{pull}(i+1) - T_{pull}(i)}{F_s}$$

- Due istanti di push successivi

$$\Delta T_{push}(i) = \frac{T_{push}(i+1) - T_{push}(i)}{F_s}$$

- Due istanti di recovery successivi

$$\Delta T_{rec}(i) = \frac{T_{rec}(i+1) - T_{rec}(i)}{F_s}$$

Nel grafico sono riportati, per i 6 nuotatori partecipanti al test, i valori medi in secondi degli intervalli di tempo sopra definiti.

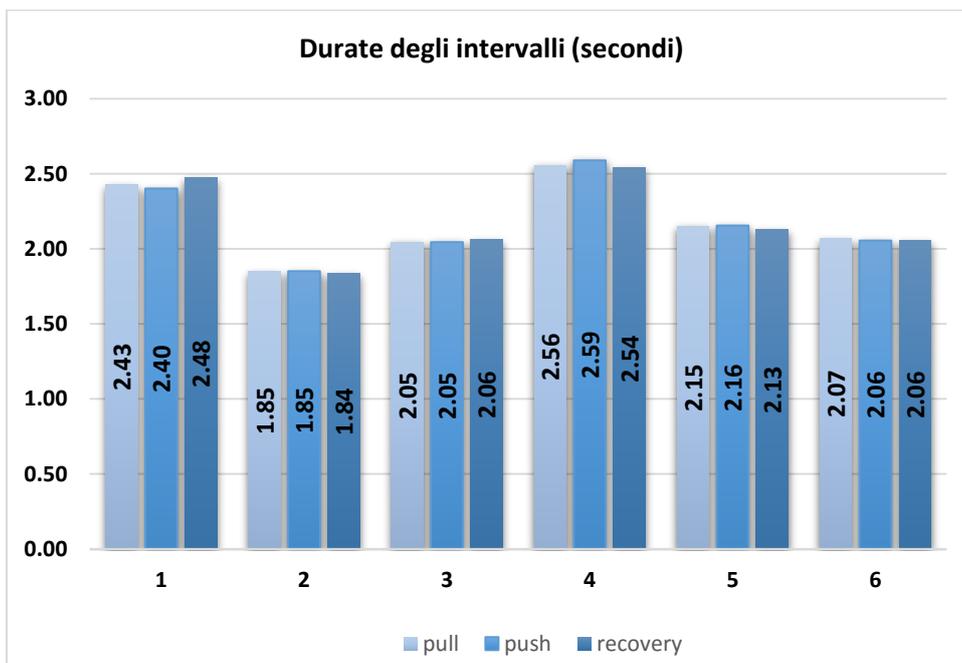


Tabella 2 - Intervalli di tempo medi per i 6 soggetti analizzati

Inoltre sono state anche calcolate le deviazioni standard di questi valori

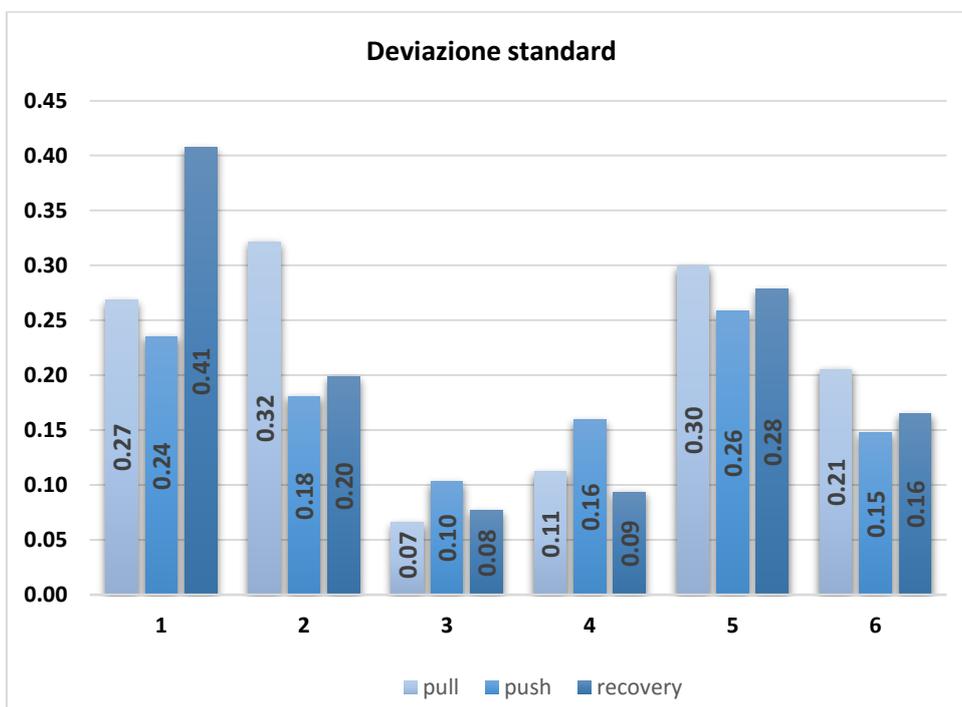


Tabella 3 - Deviazioni standard per i 6 soggetti analizzati

Dai grafici si nota un andamento abbastanza uniforme per quanto riguarda la durata dei vari intervalli per il singolo nuotatore e tra nuotatori diversi. Mentre

molto più variabile è la deviazione standard. Ad esempio i nuotatori 1 e 5 presentano valori di deviazione standard molto elevati, questo significa che hanno una bracciata piuttosto irregolare. Al contrario i nuotatori 3 e 4 evidenziano deviazioni standard molto minori e pertanto bracciate più regolari.

5.7 Suddivisione degli intervalli di tempo della bracciata

E' stato calcolato per ogni bracciata l'intervallo di tempo che intercorre tra:

- L'istante di pull e il successivo istante di push

$$Fase\ pull - push (i) = \frac{Tp_{push}(i) - Tp_{pull}(i)}{Fs}$$

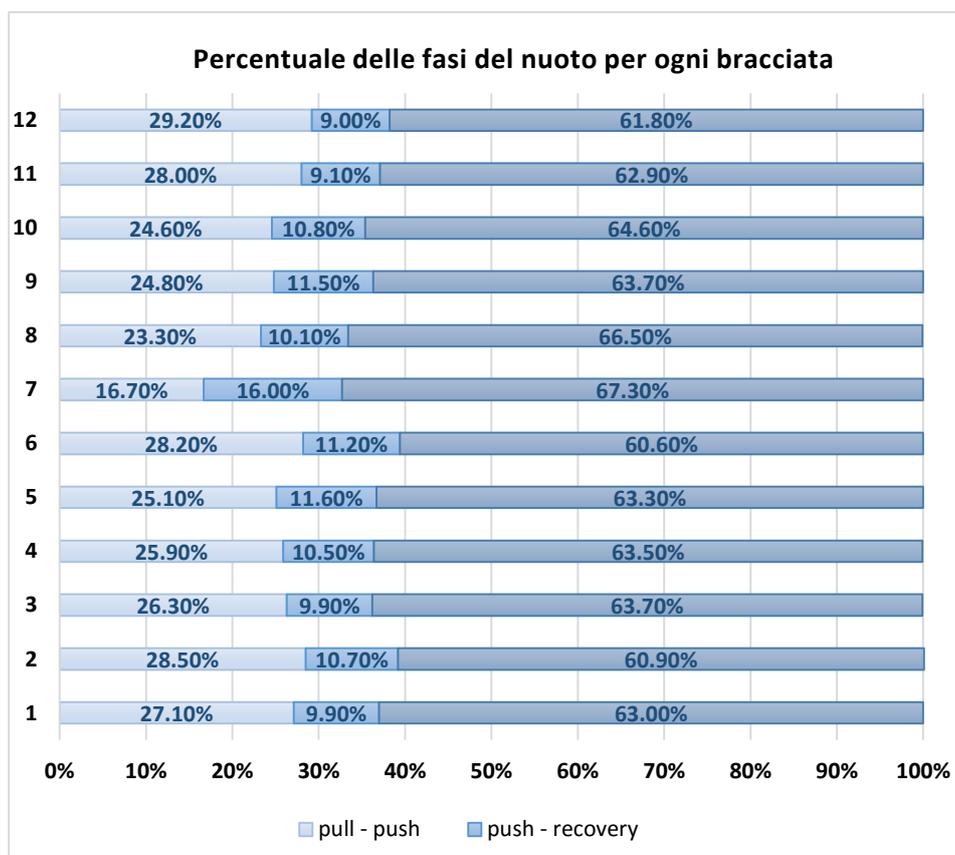
- L'istante di push e il successivo istante di recovery

$$Fase\ push - rec (i) = \frac{Trec(i) - Tp_{push}(i)}{Fs}$$

- L'istante di recovery e il successivo istante di pull

$$Fase\ rec - pull (i) = \frac{Tp_{pull}(i+1) - Trec(i)}{Fs}$$

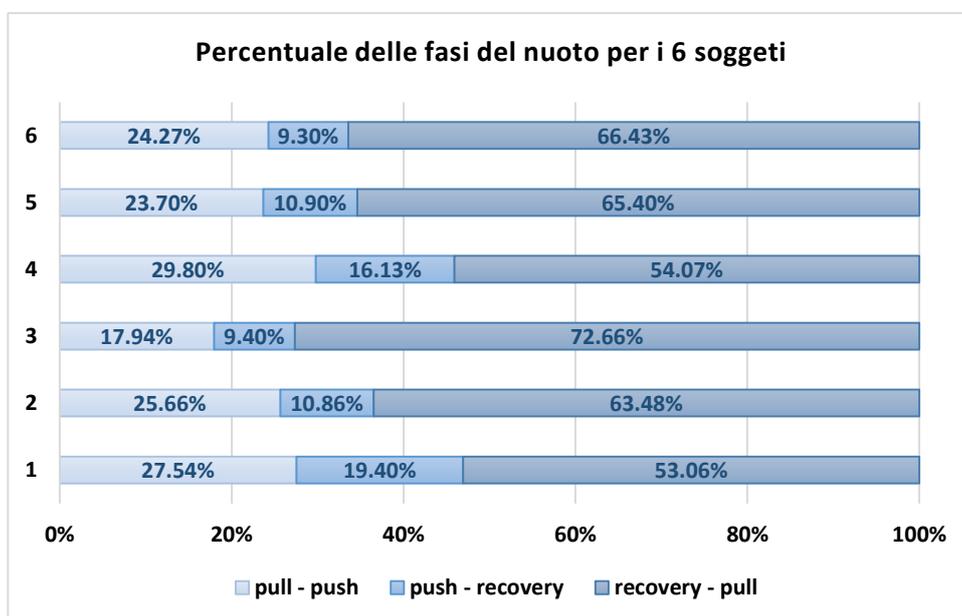
Questi valori sono poi stati espressi in percentuale sul tempo complessivo della bracciata (individuato da due istanti successivi di pull).



Il primo grafico, relativo al nuotatore 3, evidenzia la suddivisione percentuale

delle varie fasi del nuoto per ogni bracciata effettuata durante la prova.

Il secondo grafico mostra le percentuali medie della durata delle varie fasi del nuoto relative ai 6 nuotatori analizzati.



Le fasi in cui si ha propulsione in avanti sono le prime due; per avere una nuotata veloce sarebbe bene che queste due fasi avessero valori percentuali alti mentre la fase di recupero dovrebbe avere valori percentuali più piccoli possibile.

Dal grafico si nota che il soggetto 4 sfrutta meglio l'azione di propulsione, mentre il soggetto 3 ha una durata della fase di recovery percentualmente molto elevata.

6 Stima della velocità media e istantanea

6.1 Calcolo della velocità media

Per calcolare la velocità media del nuotatore occorre conoscere lo spazio percorso e il tempo impiegato a percorrerlo:

$$velocità = \frac{spazio}{tempo}$$

Lo spazio percorso è la lunghezza della vasca, nel nostro caso 25 metri, mentre il tempo impiegato a percorrerlo è dato dall'intervallo tra inizio e fine vasca.

Identificare manualmente questi istanti sul tracciato è abbastanza semplice: considerando il segnale di accelerazione lungo la direzione di avanzamento del sensore posto sul torace è immediato trovare l'inizio della prova; è più difficile invece trovare un metodo automatico senza intervento manuale.

- Inizio vasca: il soggetto parte da fermo e inizia a nuotare, quindi si ha un aumento visibile dell'accelerazione
- Fine vasca: il soggetto o esegue la rotazione e quindi il segnale di accelerazione presenta un transitorio o si ferma e il segnale assume valori prossimi a zero

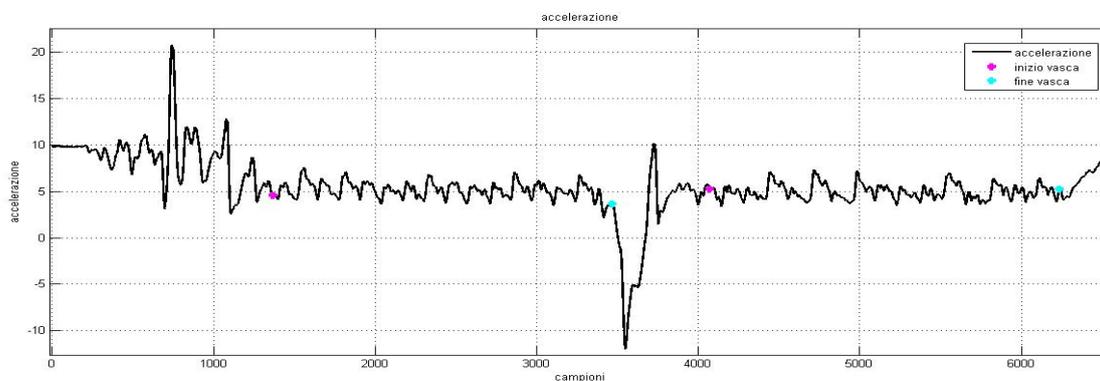


Figura 64 – Segnale di accelerazione del sensore sul tronco, positivo in direzione di avanzamento del soggetto. Evidenziati gli istanti di inizio e fine vasca.

All'inizio l'accelerometro misura l'accelerazione di gravità (9.81) perché il soggetto (ipotizzando che parte in acqua senza tuffo) è verticale e l'asse longitudinale del sensore (coordinata x) è orientata come l'accelerazione di gravità.

A metà del tracciato si nota un transitorio legato all'inversione eseguita dal soggetto a fine vasca, successivamente il segnale rimane comunque positivo perché

è riferito a sistema di riferimento del nuotatore e non di piscina (positivo in avanzamento). Nella figura sopra riportata sono evidenziati gli istanti di inizio e fine vasca.

Per ricavare gli istanti di inizio e fine vasca in modo automatico, ovvero senza che l'utente digitalizzi manualmente i punti sulla curva, si è deciso di implementare un algoritmo che prende in ingresso anche altri tipi di segnali. Sono stati analizzati tutti i segnali registrati (tre accelerazioni e tre velocità angolari) per vedere quali erano più utili per tale scopo.

Segnali in uscita dall'accelerometro

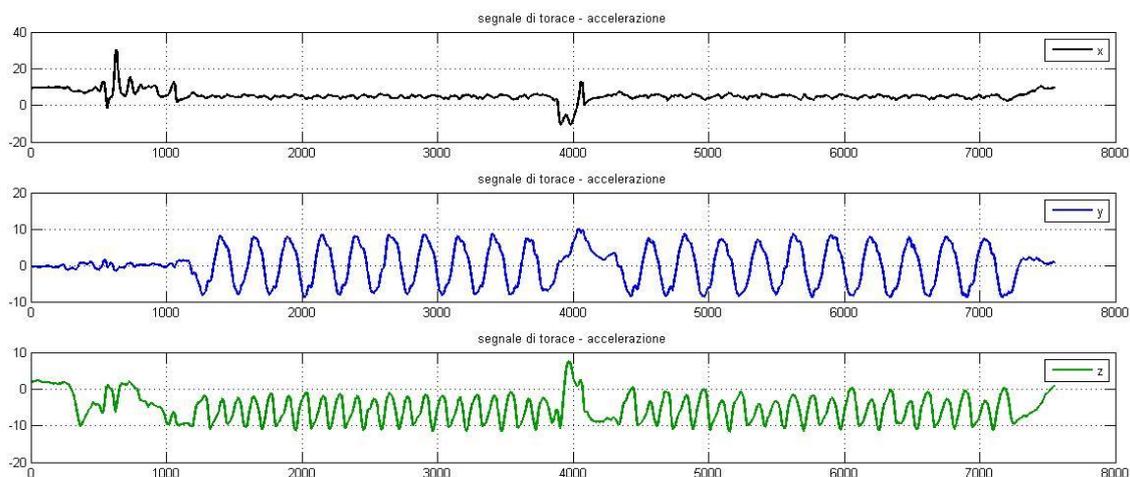


Figura 65 – Confronto dei tre segnali in uscita dall'accelerometro posto sul torace: in nero l'accelerazione in direzione di avanzamento del soggetto, in blu in direzione medio-laterale, in verde in direzione antero-posteriore

Segnali in uscita dal giroscopio

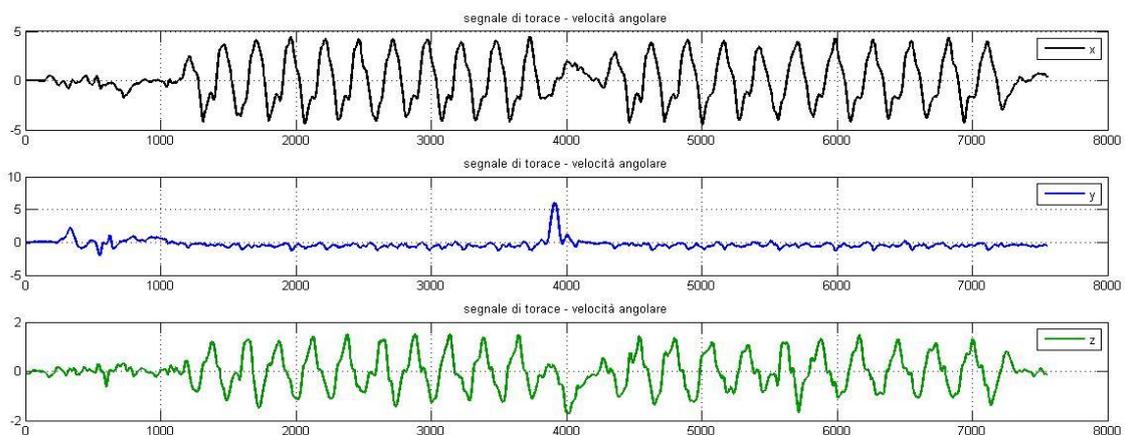


Figura 66 – Confronto dei tre segnali in uscita dal giroscopio posto sul torace: in nero la velocità angolare in direzione di avanzamento del soggetto, in blu in direzione medio-laterale, in verde in direzione antero-posteriore

- Inizio vasca: viene analizzato il segnale di accelerazione del sensore sul torace in direzione medio-laterale; potendo il nuotatore partire sia con braccio destro che sinistro, si sceglie una soglia, in percentuale del valore massimo o minimo di tutto il segnale (ad esempio 60%), sopra/sotto la quale si riconosce l'inizio del movimento. Per identificare esattamente l'istante in cui il segnale inizia ad aumentare (o diminuire) si va a ritroso entro un certo numero di campioni (ad esempio $2 \cdot f_s$, pari a due secondi) e in tale intervallo si cerca il campione in cui il segnale passa da negativo a positivo (o da positivo a negativo).
- Fine vasca: si analizza il segnale di velocità angolare medio-laterale in uscita dal giroscopio del sensore su torace, si sceglie una soglia in percentuale del valore massimo di tutto il segnale (ad esempio 60%) e si assume come istante di fine vasca quello in cui questo segnale supera questo valore.

Di seguito si riportano alcuni esempi di tracciati di diversi nuotatori per mostrare l'affidabilità dell'algoritmo implementato.

Nuotatore 1

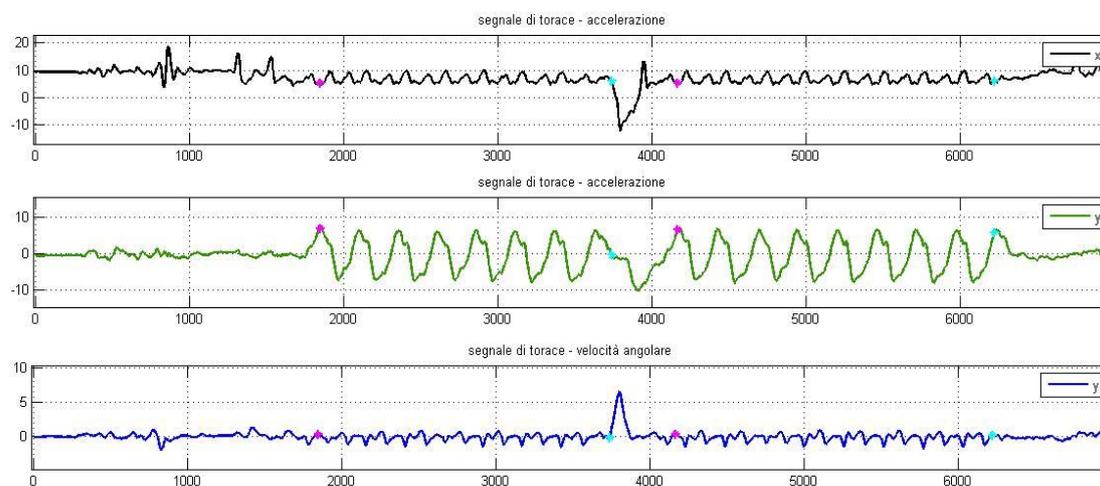


Figura 67 – Nuotatore 1. Confronto tra i segnali di accelerazione e di velocità angolare relativi al sensore sul torace: in nero l'accelerazione lungo la direzione di avanzamento, in verde l'accelerazione medio-laterale, in blu la velocità angolare attorno all'asse medio-laterale

Nuotatore 2

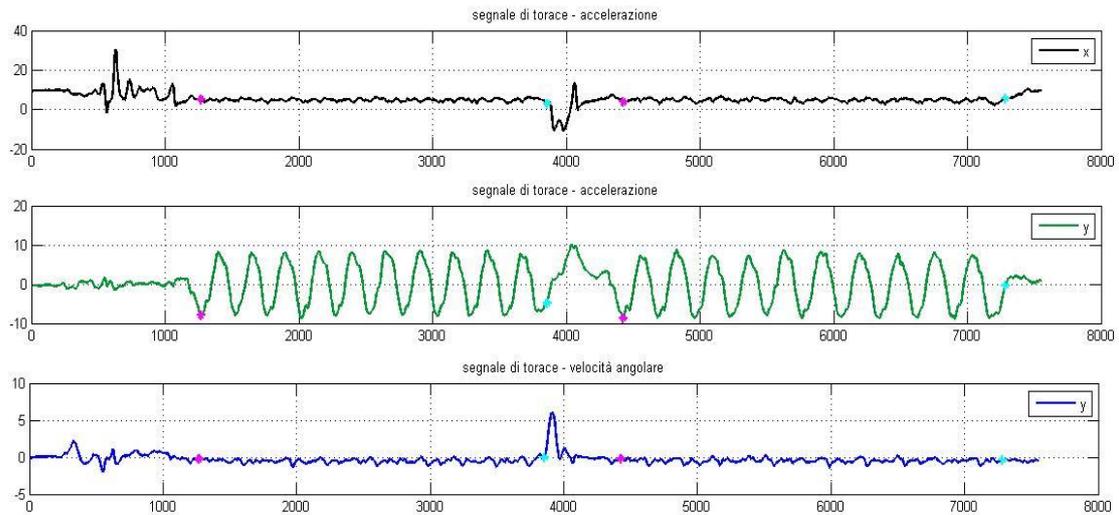


Figura 68 – Nuotatore 2. Confronto tra i segnali di accelerazione e di velocità angolare relativi al sensore sul torace: in nero l'accelerazione lungo la direzione di avanzamento, in verde l'accelerazione medio-laterale, in blu la velocità angolare attorno all'asse medio-laterale

Nuotatore 3

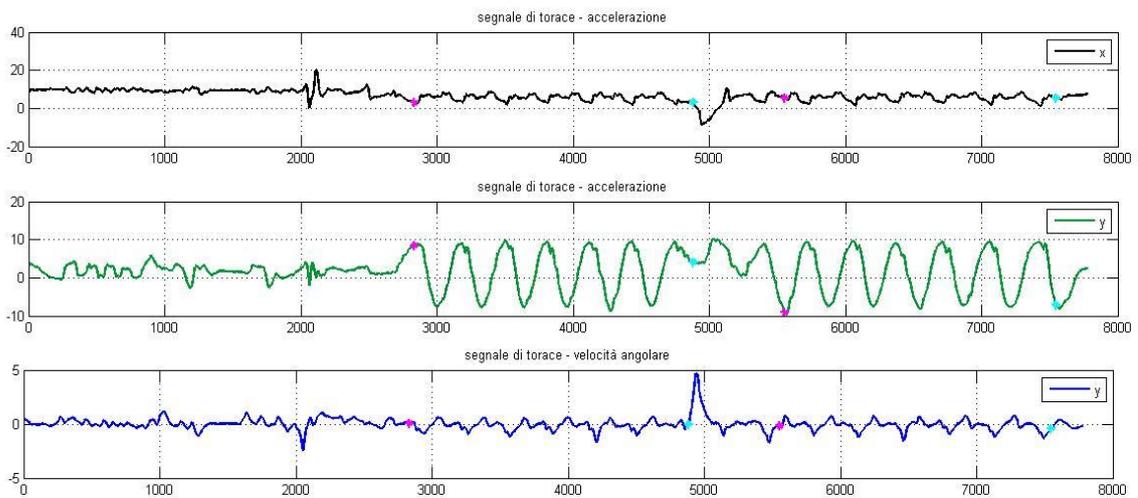


Figura 69 - Nuotatore 3. Confronto tra i segnali di accelerazione e di velocità angolare relativi al sensore sul torace: in nero l'accelerazione lungo la direzione di avanzamento, in verde l'accelerazione medio-laterale, in blu la velocità angolare attorno all'asse medio-laterale

Nella tabella sono riportati i valori di velocità media per ogni vasca relativi a 6 nuotatori.

Nuotatore	vasca	frame	secondi	tempo (sec)	velocità media (m/s)
1	1° vasca	1532	11,97	18,71	1,336
		3927	30,68		
	2° vasca	4626	36,14	19,08	1,310
		7068	55,22		
2	1° vasca	1368	10,69	16,42	1,522
		3470	27,11		
	2° vasca	4136	32,31	17,02	1,469
		6314	49,33		
3	1° vasca	1629	12,73	15,78	1,584
		3649	28,51		
	2° vasca	4108	32,09	15,90	1,572
		6143	47,99		
4	1° vasca	1846	14,42	14,91	1,677
		3754	29,33		
	2° vasca	4167	32,55	16,05	1,558
		6221	48,60		
5	1° vasca	1569	12,26	14,38	1,738
		3410	26,64		
	2° vasca	3991	31,18	14,90	1,678
		5898	46,08		
6	1° vasca	1490	11,64	15,02	1,665
		3412	26,66		
	2° vasca	4077	31,85	15,11	1,655
		6011	46,96		

Tabella 4 – Valori di velocità media per ogni vasca relativi a 6 nuotatori

6.2 Calcolo della velocità istantanea

Per calcolare il valore della velocità istantanea si è utilizzato il segnale di accelerazione nella direzione di avanzamento del soggetto registrato dal sensore sul torace (componente y).

Essendo questo un segnale di accelerazione si è calcolato l'integrale di questo dato per ottenere il segnale di velocità. Per fare questo calcolo si è utilizzato il metodo dei trapezi:

$$v_i = v_{i-1} + T \frac{(sign_i + sign_{i-1})}{2}$$

La velocità di inizio vasca è stata posta uguale a zero.

La velocità istantanea così calcolata era però influenzata da un fenomeno di drift del segnale e per eliminarlo si è fatta una analisi in frequenza.

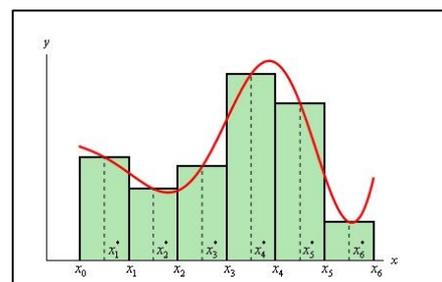


Figura 70 – Metodo dei trapezi (o metodo dei rettangoli a valori centrali) per calcolare l'integrale discreto di una curva

Le componenti frequenziali tipiche di questa deriva hanno un range di valori molto inferiori rispetto alle frequenze tipiche del gesto motorio della nuotata stile libero.

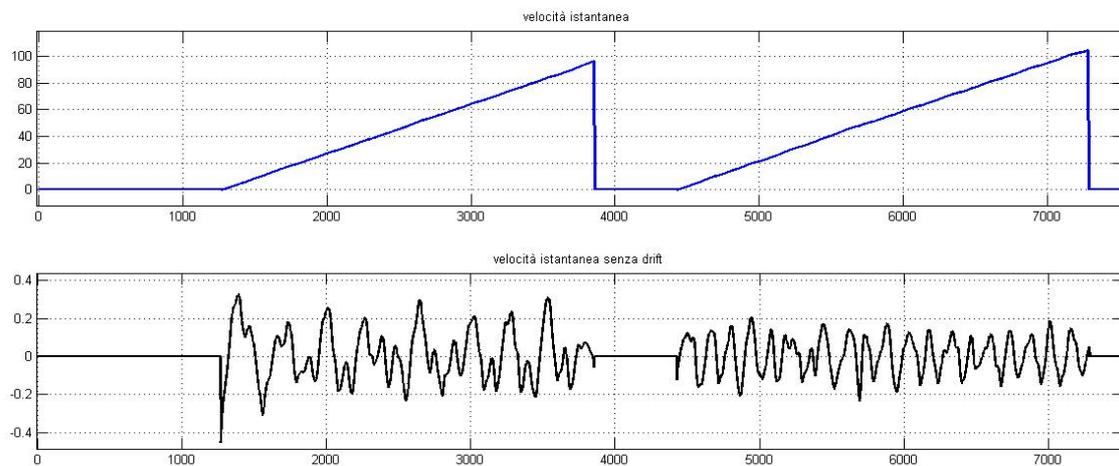


Figura 71 – Segnale di velocità di avanzamento del soggetto. In blu è rappresentata la velocità istantanea ricavata integrando il segnale di accelerazione, in nero è rappresentato lo stesso segnale depurato dal drift col filtro passa-alto

E' stato quindi filtrato il segnale con un filtro passa-basso di butterworth. L'ordine del filtro è stato fatto variare dal valore 1 al valore 6, mentre la frequenza di taglio di questo è stata fatta variare da 0.1 Hz a 0.6 Hz con passo 0.05. Di tutte le combinazioni possibili di questi valori è stata presa la coppia che minimizzava la correlazione tra il segnale di velocità istantanea di partenza e la differenza di questo segnale con il segnale a cui è stato sottratto il segnale filtrato con questo filtro.

Una volta depurato il segnale da questa deriva si è sommato il valore medio di velocità ricavato per ogni vasca.

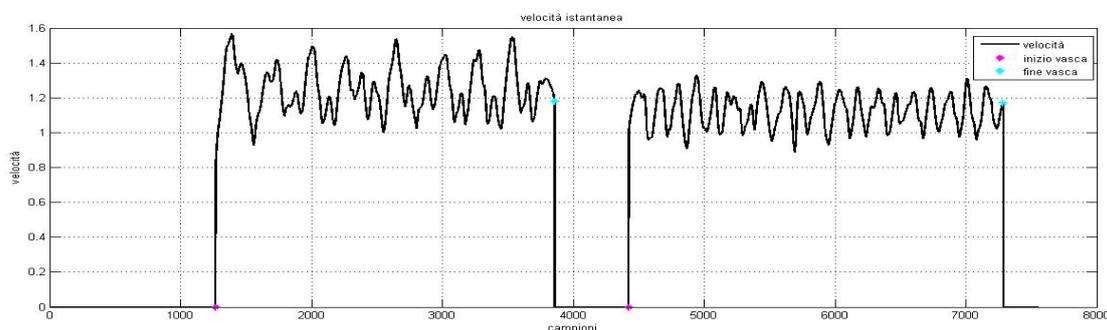


Figura 72 - Segnale di velocità istantanea relativo ad ogni vasca ricavato dal sensore posto sul torace

Bisogna però tenere in considerazione il fatto che quando un soggetto nuota in stile libero, il busto non è perfettamente orizzontale e parallelo al livello dell'acqua e pertanto la componente di avanzamento del segnale di accelerazione tiene conto anche della accelerazione di gravità scomposta lungo l'asse longitudinale del tronco.

Pertanto se riportiamo i dati registrati dal sensore sul torace nel sistema di riferimento di piscina che ha asse orizzontale parallelo al livello dell'acqua, è possibile eliminare questa componente dovuta alla gravità ed analizzare solo la componente effettiva di avanzamento del soggetto.

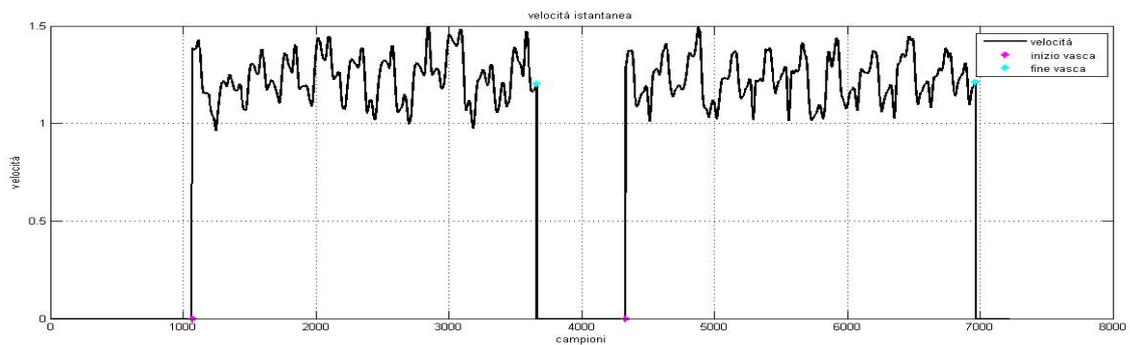


Figura 73 - Segnale di velocità istantanea relativo ad ogni vasca ricavato dal sensore posto sul torace ma riportato nel sistema di riferimento di piscina

Insieme al segnale di velocità istantanea si riportano anche gli istanti di recovery del braccio destro e sinistro per capire meglio in che fase della bracciata ci troviamo.

Nuotatore 1

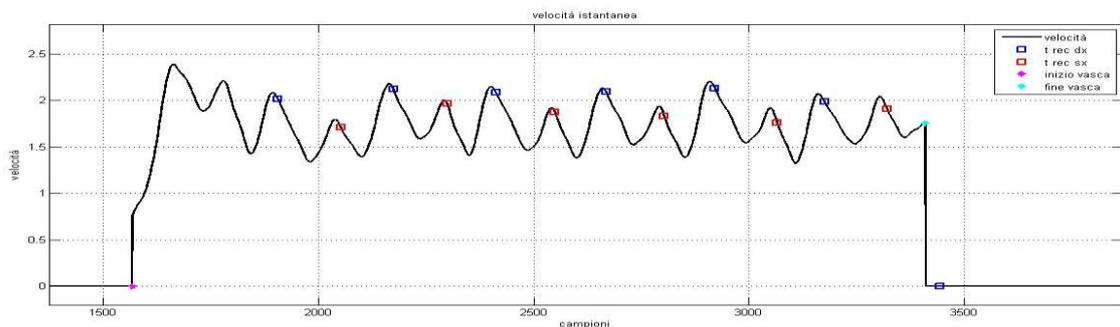


Figura 74 – Nuotatore 1. In nero è riportato il segnale di velocità istantanea, in blu gli istanti di tempo di recovery del braccio destro, in rosso quelli del braccio sinistro. Inoltre sono anche riportati gli istanti di inizio e fine vasca.

Nuotatore 2

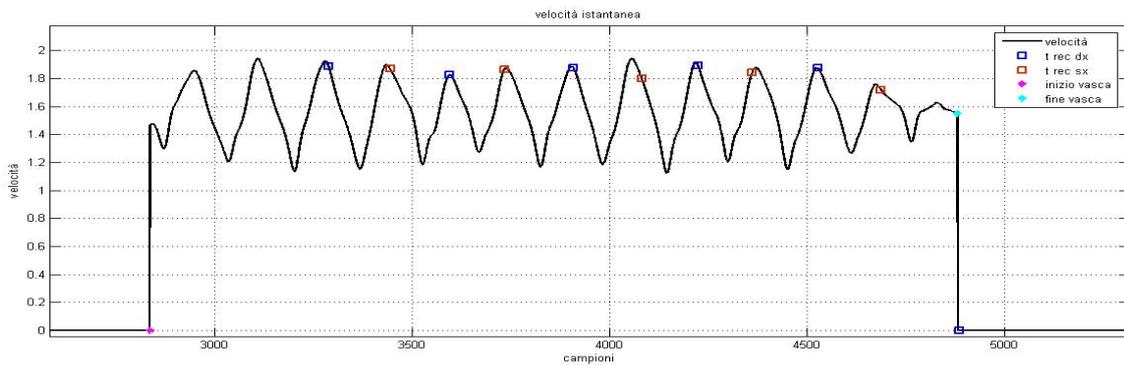


Figura 75 - Nuotatore 2. In nero è riportato il segnale di velocità istantanea, in blu gli istanti di tempo di recovery del braccio destro, in rosso quelli del braccio sinistro. Inoltre sono anche riportati gli istanti di inizio e fine vasca.

Nuotatore 3

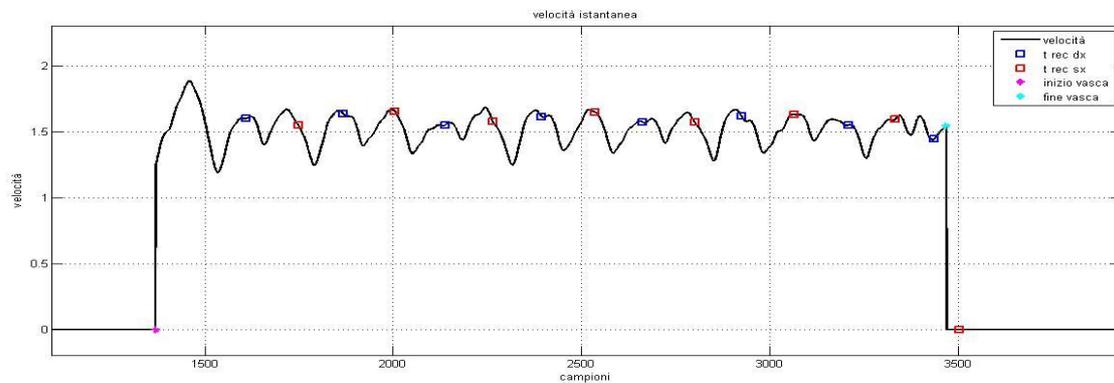


Figura 76 - Nuotatore 3. In nero è riportato il segnale di velocità istantanea, in blu gli istanti di tempo di recovery del braccio destro, in rosso quelli del braccio sinistro. Inoltre sono anche riportati gli istanti di inizio e fine vasca.

Nuotatore 4

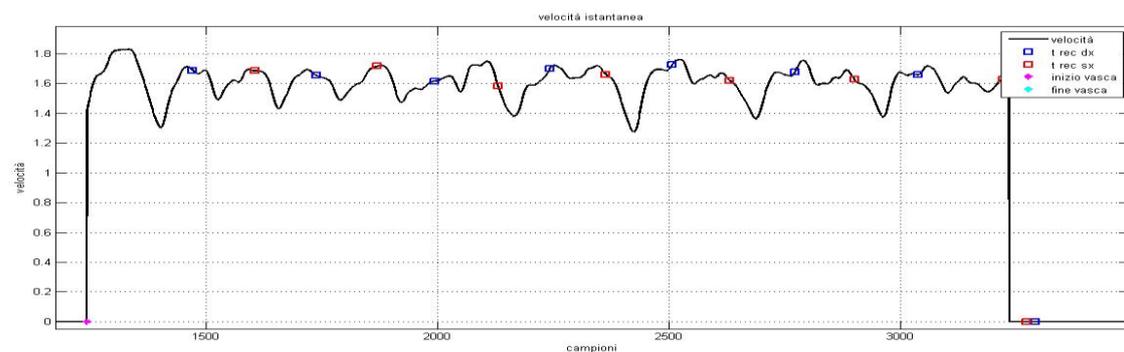


Figura 77 - Nuotatore 4. In nero è riportato il segnale di velocità istantanea, in blu gli istanti di tempo di recovery del braccio destro, in rosso quelli del braccio sinistro. Inoltre sono anche riportati gli istanti di inizio e fine vasca.

Nuotatore 5

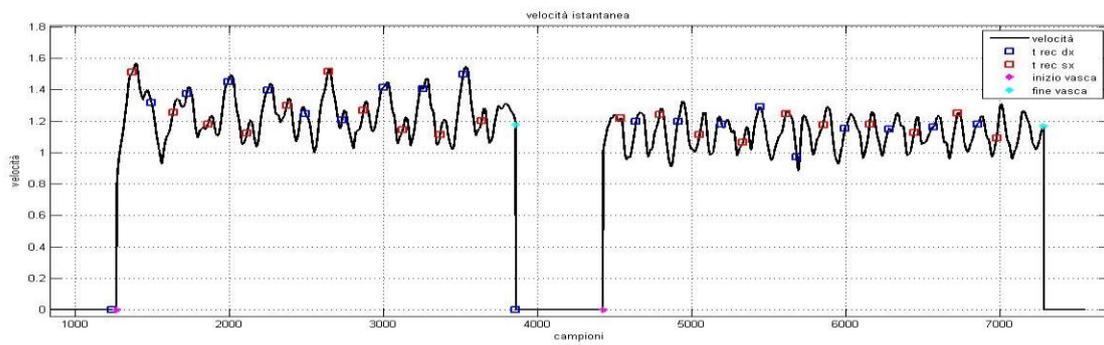


Figura 78 – Nuotatore 5. In nero è riportato il segnale di velocità istantanea, in blu gli istanti di tempo di recovery del braccio destro, in rosso quelli del braccio sinistro. Inoltre sono anche riportati gli istanti di inizio e fine vasca.

7 Cinematica dell'arto superiore

7.1 Calcolo degli angoli articolari di braccio e avambraccio

Al fine di voler analizzare gli andamenti degli angoli formati da braccio e avambraccio con l'orizzontale, si è rappresentato il nuotatore con un modello 3-link:

- Torace
- Braccio
- Avambraccio

I parametri definiti sono i seguenti (misura diretta):

- L_1 = lunghezza braccio
- L_2 = lunghezza avambraccio
- d_1 = distanza del sensore su braccio dal segmento prossimale
- d_2 = distanza del sensore su avambraccio dal segmento prossimale

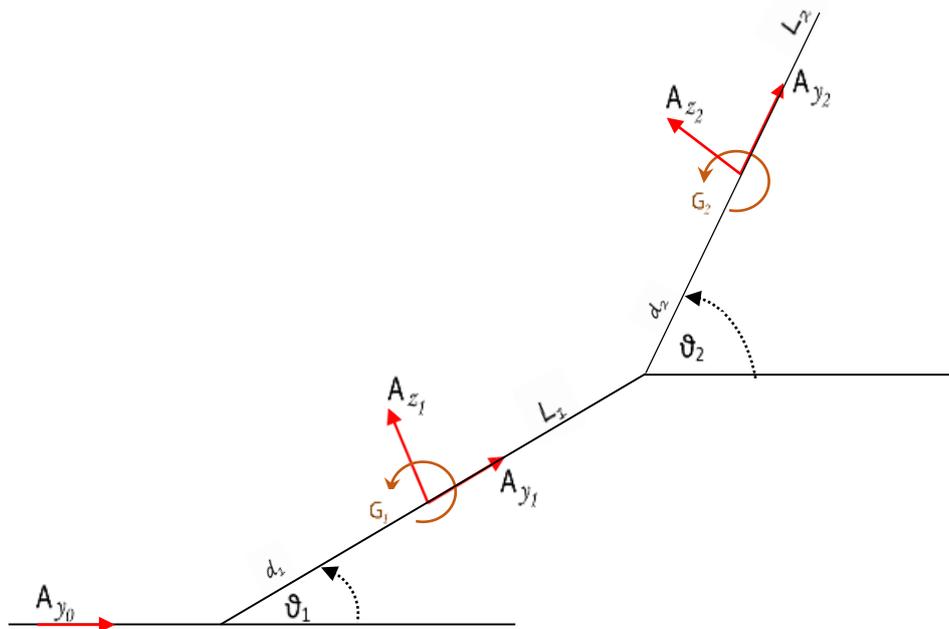


Figura 79 – Modello 3-link del soggetto in esame

Sono stati presi i segnali provenienti da tre sensori per un totale di sette segnali:

- Accelerometro sul torace: A_{y0} componente y positiva in direzione di avanzamento del soggetto
- Accelerometro su braccio: A_{y1} componente y positiva in direzione del gomito, A_{z1} componente z positiva anteriormente al corpo

- Giroscopio su braccio: G_1 componente x, asse medio laterale
- Accelerometro su avambraccio: A_{y2} componente y positiva in direzione del polso, A_{z2} componente z positiva anteriormente al corpo
- Giroscopio su avambraccio: G_2 componente x, asse medio laterale

Questi segnali sono stati utilizzati per calcolare l'andamento nel tempo degli angoli:

- ϑ_1 : angolo formato dal braccio con l'orizzontale
- ϑ_2 : angolo formato dall'avambraccio con l'orizzontale

7.1.1 Calcolo degli angoli ϑ_1 e ϑ_2

Si è partiti scrivendo le equazioni relative alla posizione dei sensori di braccio e avambraccio (P_{y1} , P_{z1} , P_{y2} , P_{z2}) nel sistema di riferimento centrato nella spalla con asse y orizzontale positivo nella direzione di avanzamento del soggetto e asse z perpendicolare a questo in verso opposto all'accelerazione di gravità.

$$\begin{cases} P_{y1} = d_1 \cos \theta_1 \\ P_{z1} = d_1 \sin \theta_1 \\ P_{y2} = L_1 \cos \theta_1 + d_2 \cos \theta_2 \\ P_{z2} = L_1 \sin \theta_1 + d_2 \sin \theta_2 \end{cases}$$

Sono poi state calcolate le derivate prime:

$$\begin{cases} \dot{P}_{y1} = -d_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \dot{P}_{z1} = d_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{P}_{y2} = -L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - d_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \\ \dot{P}_{z2} = -L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + d_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \end{cases}$$

E le derivate seconde:

$$\begin{cases} \ddot{P}_{y1} = -d_1(\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1) \\ \ddot{P}_{z1} = d_1(\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1) \\ \ddot{P}_{y2} = -L_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - L_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 - d_2 \ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - d_2 \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \\ \ddot{P}_{z2} = L_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - L_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + d_2 \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - d_2 \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \end{cases}$$

La matrice di rotazione dal sistema di riferimento globale al sistema di riferimento del sensore in uno spazio bidimensionale è riportata qui di seguito.

Dal Sistema di Riferimento Globale al Sistema di Riferimento del Sensore

$${}^S \mathbb{R}_G = {}^G \mathbb{R}_S^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Sono poi state descritte le uscite degli accelerometri posti sul braccio nel sistema di riferimento globale del sensore:

$$\begin{pmatrix} A_{y_1} \\ A_{z_1} \end{pmatrix} = {}^S \mathbb{R}_G \cdot \begin{pmatrix} d^2 P y_1 \\ d^2 P z_1 \end{pmatrix}$$

Lo stesso cambiamento di sistema di riferimento è stato fatto per le uscite degli accelerometri posti sull'avambraccio:

$$\begin{pmatrix} A_{y_2} \\ A_{z_2} \end{pmatrix} = {}^S \mathbb{R}_G \cdot \begin{pmatrix} d^2 P y_2 \\ d^2 P z_2 \end{pmatrix}$$

E' stata scritta la matrice delle uscite dei sensori nella seguente forma:

$$\mathbf{Z}_{\text{REALE}} = \begin{pmatrix} A_{y_1} \\ A_{z_1} \\ A_{y_2} \\ A_{z_2} \\ G_1 \\ G_2 \\ A_{y_0} \end{pmatrix}$$

Le equazioni di uscita dei sensori posti sui segmenti di torace, braccio e avambraccio risultano quindi le seguenti:

$$\begin{cases} A_{y_1} = -d_1 \omega_1^2 + g \sin \theta_1 + a_0 \cos \theta_1 \\ A_{z_1} = d_1 \alpha_1 + g \cos \theta_1 - a_0 \sin \theta_1 \\ A_{y_2} = g \sin \theta_2 - d_2 \omega_2^2 + L_1 \alpha_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) - \\ \quad - L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + a_0 \cos \theta_2 \\ A_{z_2} = g \cos \theta_2 + d_2 \alpha_2 + L_1 \alpha_1 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2) + \\ \quad + L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) - a_0 \sin \theta_2 \\ G_1 = \omega_1 \\ G_2 = \omega_2 \\ A_{y_0} = a_0 \end{cases}$$

Definizione delle equazioni di stato del sistema

$$\begin{cases} \dot{\theta}_1 = \omega_1 \\ \dot{\omega}_1 = \alpha_1 \\ \dot{\alpha}_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{\theta}_2 = \omega_2 \\ \dot{\omega}_2 = \alpha_2 \\ \dot{\alpha}_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{y}_0 = v_0 \\ \dot{v}_0 = a_0 \\ \dot{a}_0 = 0 \end{cases}$$

E' stata poi calcolata la matrice jacobiana partendo dal sistema delle equazioni di uscita dei sensori:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y1}}{\partial y_0} \\ \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z1}}{\partial y_0} \\ \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y2}}{\partial y_0} \\ \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{z2}}{\partial y_0} \\ \frac{\partial G_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_1}{\partial y_0} \\ \frac{\partial G_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G_2}{\partial y_0} \\ \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial A_{y0}}{\partial y_0} \end{pmatrix}$$

Dettaglio delle derivate parziali

$$\left[\begin{array}{l} a_{11} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_1} = g \cos \theta_1 - a_0 \sin \theta_1 \\ a_{21} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_1} = -g \sin \theta_1 - a_0 \cos \theta_1 \\ a_{31} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_1} = +L_1 \alpha_1 (-\sin \theta_1 \sin \theta_2 - \cos \theta_1 \cos \theta_2) - \\ \quad -L_1 \omega_1^2 (-\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2) \\ a_{41} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_1} = +L_1 \alpha_1 (-\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) + \\ \quad +L_1 \omega_1^2 (-\sin \theta_1 \sin \theta_2 - \cos \theta_1 \cos \theta_2) \\ a_{51} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_1} = 0 \\ a_{61} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_1} = 0 \\ a_{71} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_1} = 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} a_{12} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} = -2d_1 \theta_1 \\ a_{22} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{32} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} = -2L_1 \omega_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ a_{42} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} = +2L_1 \omega_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) \\ a_{52} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_2} = 1 \\ a_{62} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{72} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} a_{13} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_1} = 0 \\ a_{23} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_1} = d_1 \\ a_{33} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_1} = L_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) \\ a_{43} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_1} = L_1 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2) \\ a_{53} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_1} = 0 \\ a_{63} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_1} = 0 \\ a_{73} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_1} = 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} a_{14} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{24} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{34} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} = g \cos \theta_2 + L_1 \alpha_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - \\ \quad -L_1 \omega_1^2 (-\cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2) - a_0 \sin \theta_2 \\ a_{44} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} = -g \sin \theta_2 + L_1 \alpha_1 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) + \\ \quad +L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - a_0 \cos \theta_2 \\ a_{54} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{64} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{74} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} = 0 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{l} a_{15} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{25} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{35} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} = -2d_2 \omega_2 \\ a_{45} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{55} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{65} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_2} = 1 \\ a_{75} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} = 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} a_{16} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{26} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{36} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{46} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial \theta_2} = d_2 \\ a_{56} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{66} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial \theta_2} = 0 \\ a_{76} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial \theta_2} = 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} a_{17} = \frac{\partial A_{y1}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{27} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{37} = \frac{\partial A_{y2}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{47} = \frac{\partial A_{z2}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{57} = \frac{\partial A_{G1}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{67} = \frac{\partial A_{G2}}{\partial y_0} = 0 \\ a_{77} = \frac{\partial A_{y0}}{\partial y_0} = 0 \end{array} \right]$$

La matrice R rappresenta la variabilità statistica del vettore dei disturbi di misura. Sulla diagonale principale ci sono le varianze del rumore riferite sia all'accelerometro che al giroscopio.

$$R = \begin{pmatrix} \sigma_{acc}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{acc}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{acc}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{acc}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{gyr}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{gyr}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{acc}^2 \end{pmatrix}$$

La matrice Q rappresenta il termine che descrive il disturbo sullo stato, ovvero la variabilità statistica del vettore dei disturbi di modello. Essa mostra la potenza del disturbo introdotto nel sistema che devia l'andamento delle variabili di stato rispetto a quello prevedibile.

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{T^5}{20} & \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T^3}{6} & \frac{T^2}{2} & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T^5}{20} & \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{T^3}{6} & \frac{T^2}{2} & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot q$$

La matrice di transizione A descrive l'evoluzione del sistema, ovvero la transizione di stato tra un'epoca e l'altra.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7.2 Confronto con la stereofotogrammetria

Per avere una conferma della validità dei dati degli angoli ottenuti attraverso il Kalman, il gesto motorio è stato analizzato anche attraverso l'uso della stereofotogrammetria.

E' stata simulata una prova di nuoto stile libero in laboratorio a secco utilizzando dei marker posizionati sui due arti superiori e sul tronco. Ovviamente il gesto acquisito a secco è abbastanza differente dal gesto acquisito in piscina per diversi motivi

- A secco il soggetto non avanza nello spazio ma rimane fermo

- Gli arti superiori non risentono della forza di attrito dell'acqua né risentono del loro impatto durante la fase di pull (entrata dell'arto in acqua)
- Inoltre gli arti inferiori rimangono fermi e non danno una propulsione in avanti come nel caso della piscina, questo comporta anche una differenza nel movimento del tronco

Anche con tali limitazioni la prova può essere utile per una valutazione dell'andamento degli angoli di braccio e avambraccio rispetto all'asse orizzontale con l'analisi effettuata attraverso il kalman.

Di seguito sono riportati gli angoli per mezzo della stereofotogrammetria tra i vettori solidali col sistema di riferimento di braccio e avambraccio e l'asse orizzontale del sistema di riferimento di laboratorio.

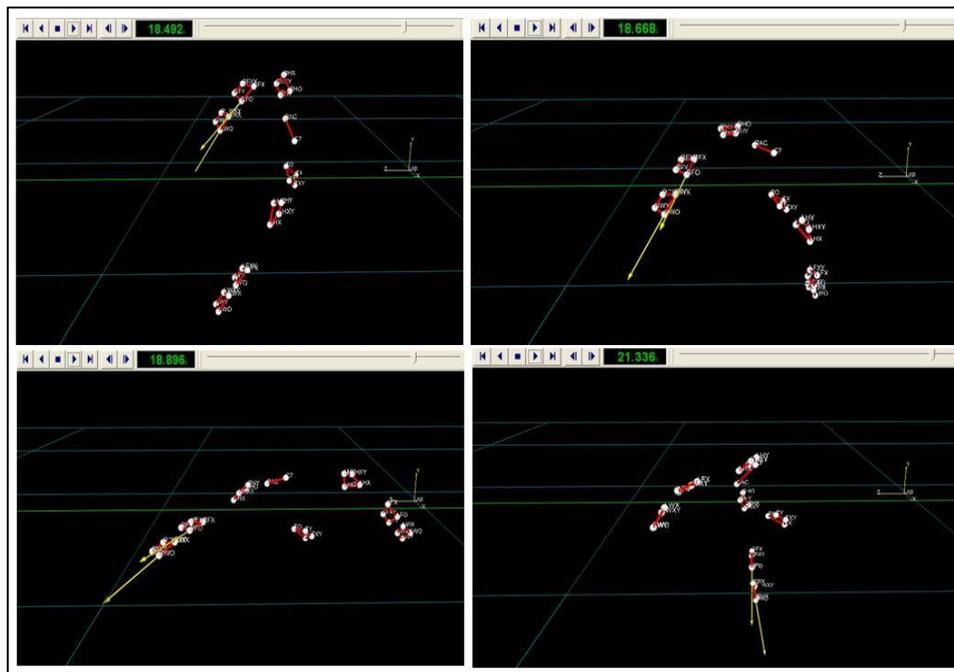


Figura 80 – Immagini fornite dalla stereofotogrammetria. Andamento nel tempo dei vettori unitari centrati nei sistemi di riferimento di braccio e avambraccio destro.

Si nota che l'ampiezza di oscillazione dell'angolo formato tra braccio e orizzontale è di circa 100° misurata con la stereofotogrammetria, mentre l'ampiezza misurata partendo dagli accelerometri e analizzata per mezzo del kalman è di circa 60° .

Angolo tra braccio e orizzontale – stereofotogrammetria

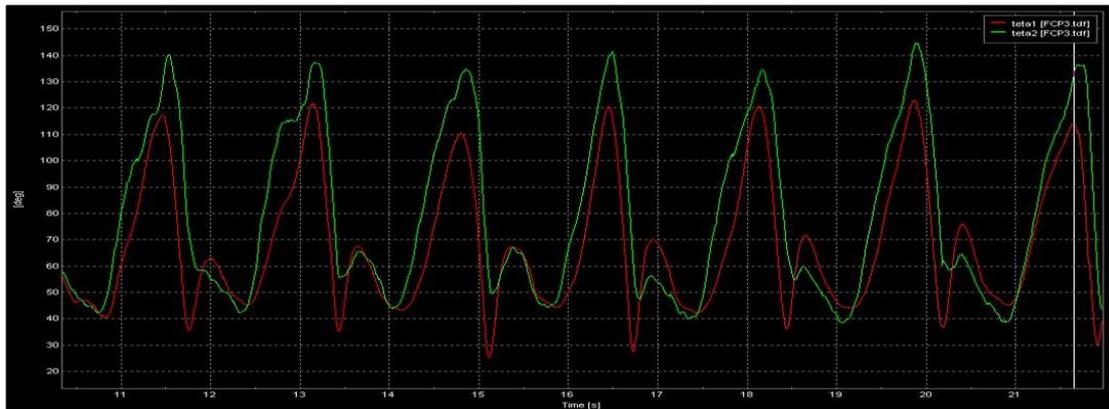


Figura 81 – Angoli calcolati attraverso la stereofotogrammetria. In rosso l'angolo formato tra braccio e orizzontale, in verde l'angolo formato tra avambraccio e orizzontale

Angolo tra braccio o orizzontale - Kalman

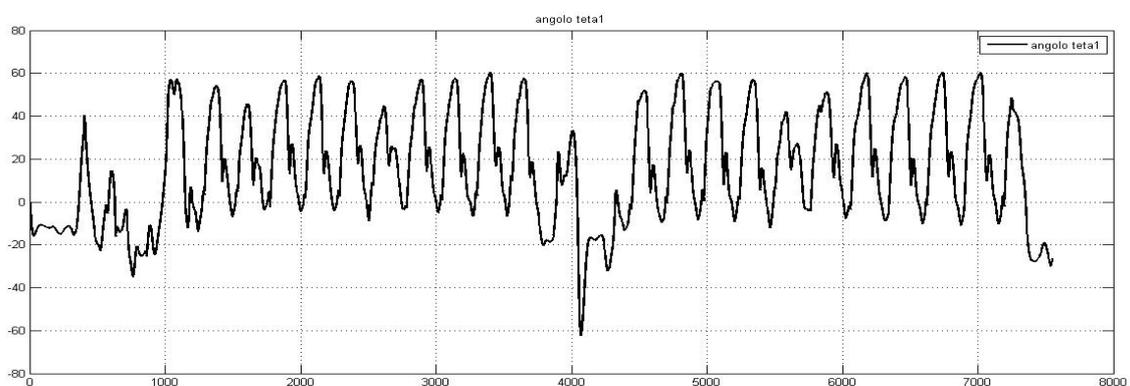


Figura 82 – Angolo formato dal braccio con l'orizzontale calcolato attraverso il kalman 2D

Analizzando invece l'angolo formato dall'avambraccio con l'orizzontale si ha un'ampiezza di oscillazione di circa 100° (stereofotogrammetria) e di circa 100° (kalman).

Angolo tra avambraccio e orizzontale - Kalman

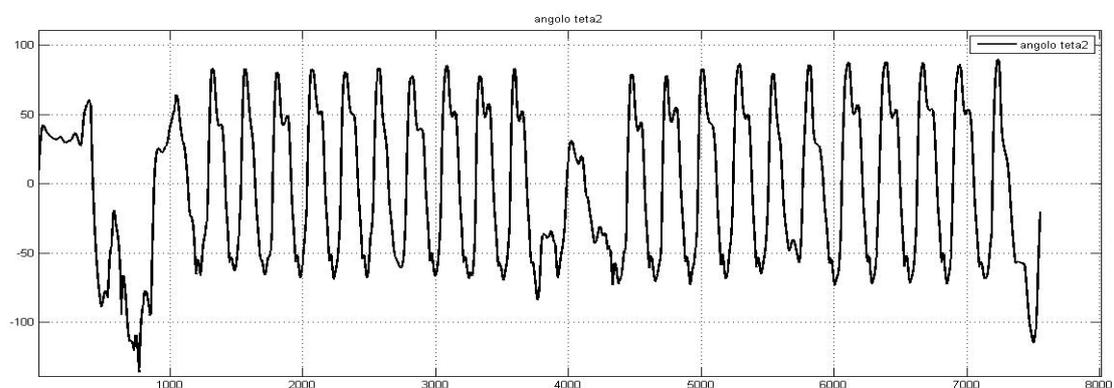


Figura 83 - Angolo formato dall'avambraccio con l'orizzontale calcolato attraverso il kalman 2D

Questa differenza potrebbe essere dovuta al fatto che la prova con la stereofotogrammetria è stata effettuata fuori dall'acqua a secco, mentre i dati analizzati con il kalman provengono da prove effettuate in acqua e pertanto con maggiore resistenza del mezzo.

Inoltre l'analisi fatta con il kalman è una analisi bidimensionale di un gesto motorio tridimensionale, pertanto questa limitazione potrebbe avere alterato il risultato.

7.3 Calcolo della posizione del polso

Un altro dato importante relativo al nuoto stile libero è la posizione del polso rispetto al nuotatore, ovvero è interessante capire la posizione del polso istante per istante rispetto al sistema di riferimento del sensore posto anteriormente sul torace. Questa analisi può servire a verificare il movimento delle braccia e confrontare la simmetria del movimento tra i due arti.

Per fare questo tipo di analisi occorre conoscere le lunghezze dei vari segmenti corporei e le distanze dei sensori dai centri articolari. Queste misure possono essere ottenute mediante due tecniche diverse:

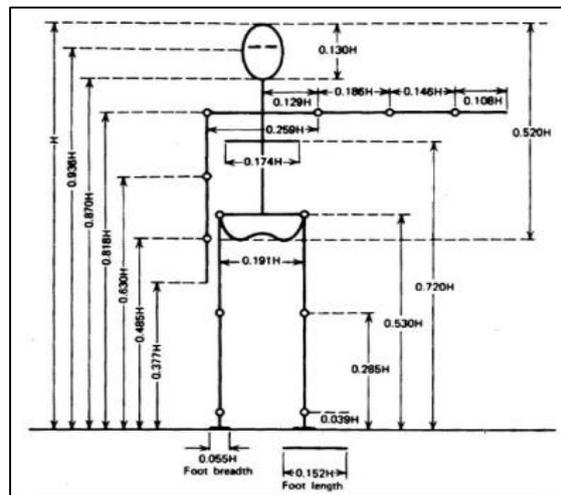


Figura 84 - Esempio di tabella antropometrica per la stima delle lunghezze dei vari segmenti corporei

1. Le distanze possono essere misurate con un metro o con le tabelle antropometriche. Questo tipo di misura non è molto preciso e soggetto quindi a possibili errori dovuti per esempio alla non corretta identificazione dei reperi anatomici.
2. La misura di ogni segmento corporeo può essere stimata dalle matrici di rotazione fornite in uscita da ogni sensore inerziale. Questo tipo di analisi è sicuramente più preciso rispetto al precedente.

7.3.1 Matrici di rotazione

Per calcolare quindi la posizione del polso con quest'ultimo metodo si prendono in considerazione le uscite degli accelerometri di quattro sensori:

- Sensore su torace
- Sensore su braccio (dx o sx)
- Sensore su avambraccio (dx o sx)
- Sensore su mano (dx o sx)

Chiamata con S l'articolazione di spalla, con G l'articolazione del gomito e con P l'articolazione del polso, si possono tracciare nel tempo le posizioni di questi punti in uno spazio tridimensionale in funzione delle matrici di rotazioni e di un vettore traslazione, partendo dai dati di accelerazione dei sensori. Per uno stesso segmento si può scrivere un'equazione relativa al segmento prossimale e una relativa al segmento distale e mettere quindi congruenti queste due equazioni:

$$\boxed{1} \begin{cases} {}^P S^k = \underline{{}^P R_T^K} \cdot {}^T S + {}^P O_T^K \\ {}^P S^k = \underline{{}^P R_B^K} \cdot {}^B S + {}^P O_B^K \end{cases}$$

$$\boxed{2} \begin{cases} {}^P G^k = \underline{{}^P R_B^K} \cdot {}^B G + {}^P O_B^K \\ {}^P G^k = \underline{{}^P O_A^K} \cdot {}^A G + {}^P O_A^K \end{cases}$$

$$\boxed{3} \begin{cases} {}^P P^k = \underline{{}^P R_A^K} \cdot {}^A P + {}^P O_A^K \\ {}^P P^k = \underline{{}^P R_M^K} \cdot {}^M P + {}^P O_M^K \end{cases}$$

Dalle relazione sopra riportate si possono ottenere 9 equazioni (ogni relazione produce 3 equazioni per le tre componenti: x, y e z) e 30 incognite.

$${}^P \ddot{O}_T^K = {}^P R_T \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} + g \end{bmatrix}_P = {}^P R_T \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}_T$$

$${}^P \ddot{O}_B^K = {}^P R_B \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} + g \end{bmatrix}_P = {}^P R_B \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}_T$$

$${}^P \ddot{O}_A^K = {}^P R_A \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} + g \end{bmatrix}_P = {}^P R_A \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}_T$$

$${}^P \ddot{O}_M^K = {}^P R_M \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} + g \end{bmatrix}_P = {}^P R_M \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}_T$$

Per ridurre il numero delle incognite possiamo sfruttare le uscite dei quattro accelerometri. Questi sensori forniscono in uscita l'accelerazione lungo le tre componenti (x, y e z) relativa ad ogni segmento corporeo nel sistema di riferimento di torace, braccio, avambraccio e mano. Possiamo quindi ricavarci le accelerazioni di questi nel sistema di riferimento di piscina utilizzando le rispettive matrici di rotazione.

Inoltre possiamo calcolare le derivate seconde di tutte le matrici di rotazione con il metodo delle differenze finite centrali dove h è il periodo di campionamento (1/128 Hz).

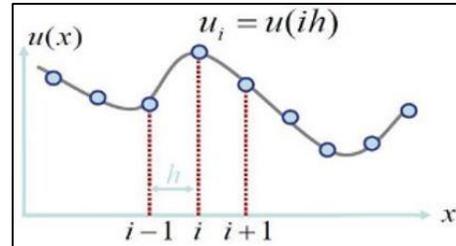


Figura 85 - Metodo delle differenze finite centrali seconde per calcolare la derivata seconda

$$D_{xx}u = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$$

A questo punto ritornando al sistema di 9 equazioni e riscrivendolo dopo averlo derivato due volte, si nota che il numero delle incognite è diminuito.

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{P\ddot{R}_T^{\kappa}}} \cdot TS + \underline{\underline{P\ddot{O}_T^{\kappa}}} = \underline{\underline{P\ddot{R}_B^{\kappa}}} \cdot BS + \underline{\underline{P\ddot{O}_B^{\kappa}}} \quad [1] \\ \underline{\underline{P\ddot{R}_B^{\kappa}}} \cdot BG + \underline{\underline{P\ddot{O}_B^{\kappa}}} = \underline{\underline{P\ddot{R}_A^{\kappa}}} \cdot AG + \underline{\underline{P\ddot{O}_A^{\kappa}}} \quad [2] \\ \underline{\underline{P\ddot{R}_A^{\kappa}}} \cdot AP + \underline{\underline{P\ddot{O}_A^{\kappa}}} = \underline{\underline{P\ddot{R}_M^{\kappa}}} \cdot MP + \underline{\underline{P\ddot{O}_M^{\kappa}}} \quad [3] \end{array} \right.$$

Scrivendo questo sistema di equazioni in forma matriciale e risolvendolo per ogni istante di campionamento, si possono trovare le posizioni delle articolazioni istante per istante:

- Articolazione di spalla nel sistema di riferimento di torace
- Articolazione di spalla nel sistema di riferimento di braccio
- Articolazione di gomito nel sistema di riferimento di braccio
- Articolazione di gomito nel sistema di riferimento di avambraccio
- Articolazione di polso nel sistema di riferimento di avambraccio
- Articolazione di polso nel sistema di riferimento di mano

$$\underbrace{\begin{pmatrix} {}^P\ddot{R}_T^K & -{}^P\ddot{R}_B^K & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^P\ddot{R}_B^K & -{}^P\ddot{R}_A^K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^P\ddot{R}_A^K & -{}^P\ddot{R}_M^K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots^{K+1} \end{pmatrix}}_S \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} {}^T S \\ {}^B S \\ {}^B G \\ {}^A G \\ {}^A P \\ {}^M P \end{pmatrix}}_{v \text{ incognite}} = \underbrace{\begin{pmatrix} {}^P\ddot{O}_B^K - {}^P\ddot{O}_T^K \\ {}^P\ddot{O}_A^K - {}^P\ddot{O}_B^K \\ {}^P\ddot{O}_M^K - {}^P\ddot{O}_A^K \\ \dots \\ \vdots \\ \dots^{K+1} \end{pmatrix}}_W$$

Quindi ciò che vogliamo ricavare è il vettore colonna V:

$$V = pinv(S) \cdot W$$

Infine per calcolare la posizione del polso nel sistema di riferimento di torace basta risolvere questa equazione:

$${}^T P = {}^T R_A \cdot {}^A P + {}^T O_A$$

Che si può riscrivere in questo modo:

$${}^T P = {}^T S + {}^T R_B ({}^B G - {}^B S) + {}^T R_A ({}^A P - {}^A G)$$

Però ancora non abbiamo le matrici di rotazione che portano dal sistema di riferimento di avambraccio e braccio al sistema di riferimento di torace. Esse si possono però ricavare da questi prodotti:

$$\begin{cases} {}^T R_A = {}^P R_T^T \cdot {}^P R_A \\ {}^T R_B = {}^P R_T^T \cdot {}^P R_B \end{cases}$$

Inoltre per vedere quanto sono accurate le matrici di rotazione utilizzate possiamo calcolare il residuo in questo modo:

$$RESIDUO = STD(SV - W)$$

Questo metodo però non ha portato risultati soddisfacenti per tutte le prove analizzate. Si è pertanto deciso di risolvere questo problema mediante l'uso del filtro di Kalman: prima è stato applicato tale filtro su un modello bidimensionale e in seguito è stato applicato ad un modello 3D.

7.3.2 Filtro di Kalman 2D

Con questo metodo si calcola la posizione del polso a partire dalle uscite degli accelerometri e dalle lunghezze antropometriche dei segmenti corporei.

E' stato implementato un filtro di Kalman in 2D prendendo in considerazione un modello 4-link per l'arto superiore:

- Torace
- Braccio
- Avambraccio
- Mano

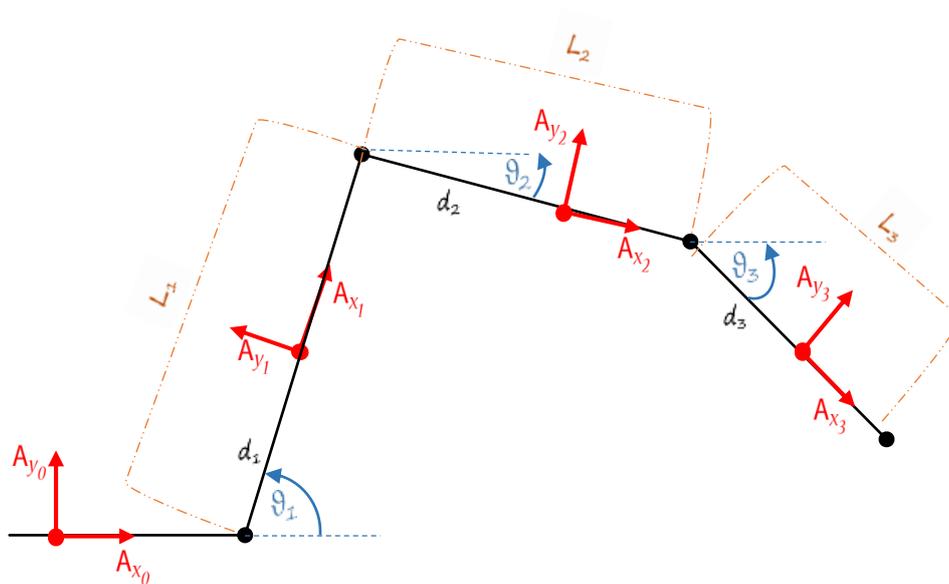


Figura 86 - Modello 4-link del soggetto in esame (analisi bidimensionale)

I parametri definiti sono i seguenti (misura diretta):

- L_1 = lunghezza braccio
- L_2 = lunghezza avambraccio
- L_3 = lunghezza mano
- d_0 = distanza del sensore su torace dal centro articolare di spalla
- d_1 = distanza del sensore su braccio dal centro articolare di spalla
- d_2 = distanza del sensore su avambraccio dal centro articolare di gomito
- d_3 = distanza del sensore su braccio dal centro articolare di polso

Analogamente a quanto fatto per il filtro di Kalman applicato al modello 3-link descritto precedentemente, anche in questo caso sono stati utilizzati i segnali provenienti da quattro sensori per un totale di otto segnali:

- Accelerometro sul torace: A_{y0} componente y positiva nella direzione di avanzamento del soggetto, A_{z0} componente z negativa in direzione del fondo vasca
- Accelerometro su braccio: A_{y1} componente y positiva in direzione del gomito, A_{z1} componente z positiva anteriormente al corpo
- Accelerometro su avambraccio: A_{y2} componente y positiva in direzione del polso, A_{z2} componente z positiva anteriormente al corpo
- Accelerometro su mano: A_{y3} componente y positiva in direzione del polso, A_{z3} componente z positiva anteriormente al corpo

Scriviamo le coordinate x,y dei punti in cui sono applicati i sensori di braccio, avambraccio e mano rispetto al punto in cui è applicato il sensore del torace:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{1} \quad \begin{array}{l} P_{x1} = x_0 + d_1 \cos \theta_1 \\ P_{y1} = y_0 + d_1 \sin \theta_1 \end{array} \\ \boxed{2} \quad \begin{array}{l} P_{x2} = x_0 + L_1 \cos \theta_1 + d_2 \cos \theta_2 \\ P_{y2} = y_0 + L_1 \sin \theta_1 + d_2 \sin \theta_2 \end{array} \\ \boxed{3} \quad \begin{array}{l} P_{x3} = x_0 + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 + d_3 \cos \theta_3 \\ P_{y3} = y_0 + L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2 + d_3 \sin \theta_3 \end{array} \end{array} \right.$$

A questo punto si calcolano le derivate prime:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{1} \quad \begin{array}{l} \dot{P}_{x1} = \dot{x}_0 - d_1 \omega_1 \sin \theta_1 \\ \dot{P}_{y1} = \dot{y}_0 + d_1 \omega_1 \cos \theta_1 \end{array} \\ \boxed{2} \quad \begin{array}{l} \dot{P}_{x2} = \dot{x}_0 - L_1 \omega_1 \sin \theta_1 - d_2 \omega_2 \sin \theta_2 \\ \dot{P}_{y2} = \dot{y}_0 + L_1 \omega_1 \cos \theta_1 + d_2 \omega_2 \cos \theta_2 \end{array} \\ \boxed{3} \quad \begin{array}{l} \dot{P}_{x3} = \dot{x}_0 - L_1 \omega_1 \sin \theta_1 - L_2 \omega_2 \sin \theta_2 - d_3 \omega_3 \sin \theta_3 \\ \dot{P}_{y3} = \dot{y}_0 + L_1 \omega_1 \cos \theta_1 + L_2 \omega_2 \cos \theta_2 + d_3 \omega_3 \cos \theta_3 \end{array} \end{array} \right.$$

E le derivate seconde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{1} \quad \begin{array}{l} \ddot{P}_{x1} = \ddot{x}_0 - d_1 \alpha_1 \sin \theta_1 - d_1 \omega_1^2 \cos \theta_1 \\ \ddot{P}_{y1} = \ddot{y}_0 + d_1 \alpha_1 \cos \theta_1 - d_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 \end{array} \\ \boxed{2} \quad \begin{array}{l} \ddot{P}_{x2} = \ddot{x}_0 - L_1 \alpha_1 \sin \theta_1 - L_1 \omega_1^2 \cos \theta_1 - d_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - d_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 \\ \ddot{P}_{y2} = \ddot{y}_0 + L_1 \alpha_1 \cos \theta_1 + L_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 + d_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - d_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 \end{array} \\ \boxed{3} \quad \begin{array}{l} \ddot{P}_{x3} = \ddot{x}_0 - L_1 \alpha_1 \sin \theta_1 - L_1 \omega_1^2 \cos \theta_1 - L_2 \alpha_2 \sin \theta_2 - L_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - \\ \quad - d_3 \alpha_3 \sin \theta_3 - d_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 \\ \ddot{P}_{y3} = \ddot{y}_0 + L_1 \alpha_1 \cos \theta_1 - L_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 + L_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - L_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + \\ \quad + d_3 \alpha_3 \cos \theta_3 - d_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 \end{array} \end{array} \right.$$

Si somma alla componente verticale della derivata seconda (coordinata y) l'accelerazione di gravità, questo perché gli accelerometri in condizione statiche non misurano zero ma misurano la componente gravitazionale lungo l'asse su cui questa agisce (asse verticale). Inoltre si moltiplicano le derivate seconde così ottenute per una matrice di rotazione che porta dal sdr globale al sdr del sensore:

$$\begin{pmatrix} A_{x_1} \\ A_{y_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 + g \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{x_2} \\ A_{y_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 + g \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{x_3} \\ A_{y_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \ddot{x}_3 \\ \ddot{y}_3 + g \end{pmatrix}$$

Si calcola poi la matrice jacobiana, ovvero la matrice contenente tutte le derivate parziali fatte rispettivamente per ogni variabile di stato:

$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \theta_1} = -\ddot{x}_0 \sin \theta_1 + \ddot{y}_0 \cos \theta_1 + g \cos \theta_1$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \omega_1} = -2d_1 \omega_1;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \alpha_1} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \theta_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \omega_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \alpha_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \theta_3} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \omega_3} = 0;$
$\frac{\partial A_{x_1}}{\partial \alpha_3} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \theta_1} = -\ddot{x}_0 \cos \theta_1 - \ddot{y}_0 \sin \theta_1 - g \sin \theta_1$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \omega_1} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \alpha_1} = d_1;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \theta_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \omega_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \alpha_2} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \theta_3} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \omega_3} = 0;$
$\frac{\partial A_{y_1}}{\partial \alpha_3} = 0;$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \theta_1} &= L_1 \alpha_1 (-\cos \theta_1 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_3) + L_1 \omega_1^2 (\sin \theta_1 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_3) \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \omega_1} &= 2L_1 \omega_1 (-\cos \theta_1 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_3); \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \alpha_1} &= L_1 (-\sin \theta_1 \cos \theta_3 + \cos \theta_1 \sin \theta_3); \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \theta_2} &= L_2 \alpha_2 (-\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) + L_2 \omega_2^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_2 \sin \theta_3) \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \omega_2} &= 2L_2 \omega_2 (-\cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3) \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \alpha_2} &= L_2 (-\sin \theta_2 \cos \theta_3 + \cos \theta_2 \sin \theta_3) \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \theta_3} &= -\ddot{x}_0 \sin \theta_3 + \ddot{y}_0 \cos \theta_3 + L_1 \alpha_1 (\sin \theta_1 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cos \theta_3) + \\ &\quad + L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \sin \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_3) + L_2 \alpha_2 (\sin \theta_2 \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cos \theta_3) + \\ &\quad + L_2 \omega_2^2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3) - g \cos \theta_3 \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \omega_3} &= -2d_3 \omega_3 \\ \frac{\partial A_{x_3}}{\partial \alpha_3} &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \theta_1} &= L_1 \alpha_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_3) + L_1 \omega_1^2 (-\sin \theta_1 \sin \theta_3 - \cos \theta_1 \cos \theta_3) \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \omega_1} &= 2L_1 \omega_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_3 - \sin \theta_1 \cos \theta_3) \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \alpha_1} &= L_1 (\sin \theta_1 \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cos \theta_3); \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \theta_2} &= L_2 \alpha_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3) + L_2 \omega_2^2 (-\sin \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_2 \cos \theta_3) \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \omega_2} &= 2L_2 \omega_2 (\cos \theta_2 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3) \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \alpha_2} &= L_2 (\sin \theta_2 \sin \theta_3 - \cos \theta_2 \cos \theta_3) \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \theta_3} &= -\ddot{x}_0 \cos \theta_3 - \ddot{y}_0 \sin \theta_3 + L_1 \alpha_1 (\sin \theta_1 \cos \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_3) + \\ &\quad + L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \sin \theta_3) + L_2 \alpha_2 (\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_2 \sin \theta_3) + \\ &\quad + L_2 \omega_2^2 (\cos \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_2 \sin \theta_3) - g \sin \theta_3 \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \omega_3} &= 0; \\ \frac{\partial A_{y_3}}{\partial \alpha_3} &= d_3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \theta_1} &= L_1 \alpha_1 (-\sin \theta_1 \sin \theta_2 - \cos \theta_2 \cos \theta_1) - L_1 \omega_1^2 (-\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2) \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \omega_1} &= -2L_1 \omega_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2); \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \alpha_1} &= L_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2); \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \theta_2} &= -\ddot{x}_0 \sin \theta_2 + \ddot{y}_0 \cos \theta_2 + L_1 \alpha_1 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) - \\ &\quad - L_1 \omega_1^2 (-\cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2) + g \cos \theta_2; \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \omega_2} &= -2d_2 \omega_2; \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \alpha_2} &= 0; \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \theta_3} &= 0; \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \omega_3} &= 0; \\ \frac{\partial A_{x_2}}{\partial \alpha_3} &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \theta_1} &= L_1 \alpha_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \cos \theta_2 \sin \theta_1) + L_1 \omega_1^2 (-\sin \theta_1 \sin \theta_2 - \cos \theta_1 \cos \theta_2) \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \omega_1} &= 2L_1 \omega_1 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \alpha_1} &= L_1 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2); \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \theta_2} &= -g \sin \theta_2 - \ddot{x}_0 \cos \theta_2 - \ddot{y}_0 \sin \theta_2 + L_1 \alpha_1 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) + \\ &\quad + L_1 \omega_1^2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \omega_2} &= 0; \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \alpha_2} &= d_2 \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \theta_3} &= 0; \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \omega_3} &= 0; \\ \frac{\partial A_{y_2}}{\partial \alpha_3} &= 0; \end{aligned}$$

Questi segnali sono stati utilizzati per calcolare in una prima analisi gli andamenti nel tempo degli angoli formati dai segmenti di braccio, avambraccio e mano con l'orizzontale ($\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$) per ogni istante di tempo. Una volta calcolati questi angoli si è provveduto a minimizzare l'errore tra i dati di accelerazioni registrati dagli opal e le accelerazioni calcolate come derivata seconda del punto in cui è applicato il sensore agendo sui parametri antropometrici ($L_1, L_2, d_0, d_1, d_2, d_3$). Questi parametri inizialmente sono stati calcolati attraverso tabelle antropometriche e successivamente ottimizzati con la funzione di Matlab `fminsearch`.

Analizzando gli angoli in uscita dal Kalman si nota che questi sono simili alle grandezze ricavate attraverso l'uso del Kalman 2D (cap.7.1) in cui venivano presi in considerazione sia i dati registrati dai giroscopi che quelli degli accelerometri (a differenza di quanto fatto in questa analisi in cui si utilizzavano solo gli accelerometri).

Si riporta come esempio un grafico che rappresenta l'angolo ϑ_2 (angolo formato dal segmento di avambraccio con l'orizzontale).

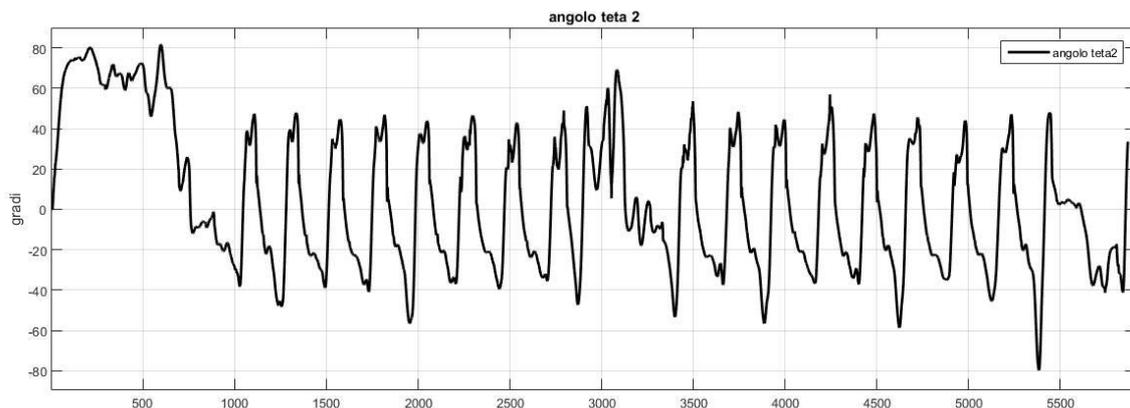


Figura 87 – Angolo formato tra avambraccio e orizzontale calcolato attraverso l'uso del Kalman in 2D usando solo gli accelerometri

Per quanto riguarda le misure di accelerazione dei segmenti di torace, braccio e avambraccio calcolate attraverso il Kalman, queste sono risultate abbastanza diverse dai dati misurati attraverso gli accelerometri. Questa differenza potrebbe dipendere dal fatto che stiamo analizzando un movimento tridimensionale riportato su un piano 2D. Pertanto sarebbe interessante stimare la posizione del polso attraverso un'analisi tridimensionale.

7.3.3 Filtro di Kalman 3D

I risultati ottenuti attraverso l'analisi bidimensionale non tengono conto che il movimento in realtà non avviene su un piano (rotazione dell'arto superiore su un piano) ma in uno spazio tridimensionale; pertanto è opportuno passare da un modello 2D ad un modello 3D considerando quindi tutte e tre le coordinate x , y , z .

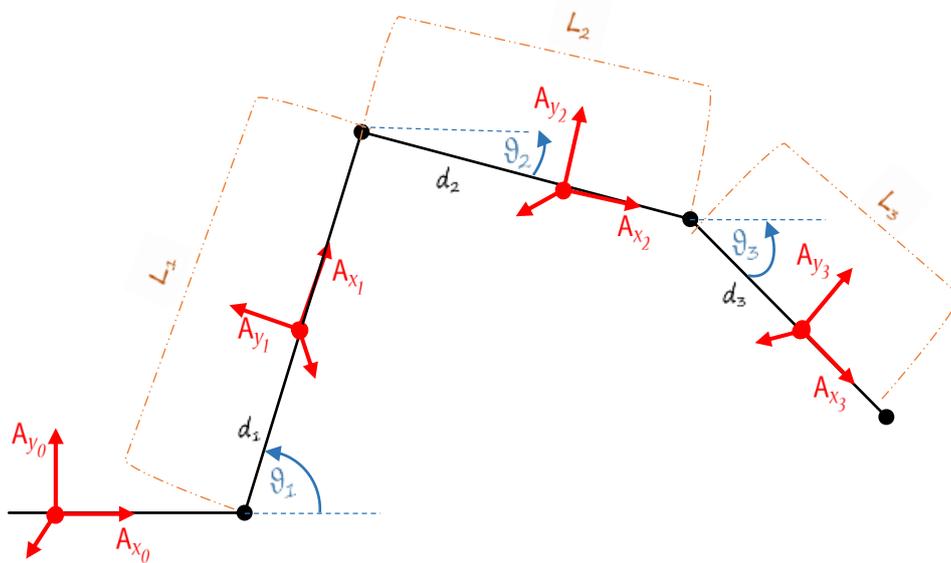


Figura 88 – Modello 4-link del soggetto in esame (analisi tridimensionale)

Analogamente a quanto fatto per il Kalman bidimensionale, anche in questo caso si ricorre ad un modello 4-link (torace, braccio, avambraccio, mano) con quattro sensori.

- Accelerometro sul torace: A_{x0} componente x negativo nella direzione di avanzamento del soggetto, A_{z0} componente z negativa in direzione del fondo vasca, A_{y0} componente y in modo da formare una terna destrorsa
- Accelerometro su braccio: A_{x1} componente x positiva in direzione del gomito, A_{y1} componente y positiva anteriormente al corpo, A_{z1} componente z in modo da formare una terna destrorsa
- Accelerometro su avambraccio: A_{x2} componente x positiva in direzione del gomito, A_{y2} componente z positiva posteriormente al corpo, A_{z2} in modo da formare una terna destrorsa
- Accelerometro su mano: A_{x3} componente x positiva in direzione del polso, A_{y3} componente y positiva posteriormente al corpo, A_{z3} in modo da formare una terna destrorsa

Per prima cosa si scrivono le quattro equazioni matriciali in cui si eguagliano le uscite degli accelerometri (A_{xi} , A_{yi} , A_{zi}) alle quattro accelerazioni dello stesso punto espresse in termini di derivate seconde della posizione del punto portate nel sdr dell'opal attraverso la relativa matrice di rotazione, tenendo conto per la componente verticale y dell'accelerazione di gravità.

Ottingo così 12 equazioni.

$$\begin{bmatrix} A_{x_0} \\ A_{y_0} \\ A_{z_0} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_T{}^T \cdot {}^G \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 + g \\ \ddot{z}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{x_1} \\ A_{y_1} \\ A_{z_1} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_B{}^T \cdot {}^G \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 + g \\ \ddot{z}_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{x_2} \\ A_{y_2} \\ A_{z_2} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_A{}^T \cdot {}^G \begin{bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{y}_2 + g \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{x_3} \\ A_{y_3} \\ A_{z_3} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_M{}^T \cdot {}^G \begin{bmatrix} \ddot{x}_3 \\ \ddot{y}_3 + g \\ \ddot{z}_3 \end{bmatrix}$$

Oltre a queste equazioni, si aggiungono le 9 equazioni che esprimono i vincoli dovuti al fatto che i segmenti sono collegati da giunti (centro articolare di spalla, gomito, polso).

$$\text{SPALLA} \Rightarrow \begin{cases} {}^G S = {}^G \mathbb{R}_T \cdot {}^T S + {}^G \mathbb{O}_T \\ {}^G S = {}^G \mathbb{R}_B \cdot {}^B S + {}^G \mathbb{O}_B \end{cases}$$

$$\text{GOMITO} \Rightarrow \begin{cases} {}^G G = {}^G \mathbb{R}_B \cdot {}^B G + {}^G \mathbb{O}_B \\ {}^G G = {}^G \mathbb{R}_A \cdot {}^A G + {}^G \mathbb{O}_A \end{cases}$$

$$\text{POLSO} \Rightarrow \begin{cases} {}^G P = {}^G \mathbb{R}_A \cdot {}^A P + {}^G \mathbb{O}_A \\ {}^G P = {}^G \mathbb{R}_M \cdot {}^M P + {}^G \mathbb{O}_M \end{cases}$$

Da questi tre sistemi di equazioni si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{bmatrix} V_{01x} \\ V_{01y} \\ V_{01z} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_T \cdot \begin{matrix} {}^T S \\ \begin{bmatrix} d_{0x} \\ d_{0y} \\ d_{0z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_T \\ \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \end{matrix} - {}^G \mathbb{R}_B \cdot \begin{matrix} {}^B S \\ \begin{bmatrix} -d_{1x} \\ -d_{1y} \\ -d_{1z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_B \\ \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{12x} \\ V_{12y} \\ V_{12z} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_B \cdot \begin{matrix} {}^B G \\ \begin{bmatrix} L_{1x} - d_{1x} \\ L_{1y} - d_{1y} \\ L_{1z} - d_{1z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_B \\ \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \end{matrix} - {}^G \mathbb{R}_A \cdot \begin{matrix} {}^A G \\ \begin{bmatrix} -d_{2x} \\ -d_{2y} \\ -d_{2z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_A \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{23x} \\ V_{23y} \\ V_{23z} \end{bmatrix} = {}^G \mathbb{R}_A \cdot \begin{matrix} {}^A P \\ \begin{bmatrix} L_{2x} - d_{2x} \\ L_{2y} - d_{2y} \\ L_{2z} - d_{2z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_A \\ \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \end{matrix} - {}^G \mathbb{R}_M \cdot \begin{matrix} {}^M P \\ \begin{bmatrix} -d_{3x} \\ -d_{3y} \\ -d_{3z} \end{bmatrix} \end{matrix} + \begin{matrix} {}^G O_M \\ \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

In totale ottengo un sistema di 21 equazioni.

Si definisce il vettore degli stati formato (di dimensione 72 x 1) così formato:

$$\begin{bmatrix} \theta_{0x} \\ \omega_{0x} \\ \alpha_{0x} \\ \theta_{0y} \\ \omega_{0y} \\ \alpha_{0y} \\ \theta_{0z} \\ \omega_{0z} \\ \alpha_{0z} \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{1x} \\ \omega_{1x} \\ \alpha_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \omega_{1y} \\ \alpha_{1y} \\ \theta_{1z} \\ \omega_{1z} \\ \alpha_{1z} \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{2x} \\ \omega_{2x} \\ \alpha_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \omega_{2y} \\ \alpha_{2y} \\ \theta_{2z} \\ \omega_{2z} \\ \alpha_{2z} \\ \vdots \\ \vdots \\ \theta_{3x} \\ \omega_{3x} \\ \alpha_{3x} \\ \theta_{3y} \\ \omega_{3y} \\ \alpha_{3y} \\ \theta_{3z} \\ \omega_{3z} \\ \alpha_{3z} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ y_0 \\ \dot{y}_0 \\ \ddot{y}_0 \\ z_0 \\ \dot{z}_0 \\ \ddot{z}_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_1 \\ \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \\ y_1 \\ \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ z_1 \\ \dot{z}_1 \\ \ddot{z}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \\ y_2 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \\ z_2 \\ \dot{z}_2 \\ \ddot{z}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_3 \\ \dot{x}_3 \\ \ddot{x}_3 \\ y_3 \\ \dot{y}_3 \\ \ddot{y}_3 \\ z_3 \\ \dot{z}_3 \\ \ddot{z}_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Per determinare le matrici di rotazione che portano dal sdr globale al sdr dei sensori si utilizza un algoritmo che dato in ingresso un vettore contenente i tre angoli $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ di rotazione degli assi x', y', z' del secondo sdr rispetto al primo, fornisce in uscita la matrice di rotazione 3x3 (function theta2r).

$$\begin{bmatrix} \theta_{0x} \\ \theta_{0y} \\ \theta_{0z} \end{bmatrix} \longrightarrow {}^G \mathbb{R}_T$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \theta_{1z} \end{bmatrix} \longrightarrow {}^G \mathbb{R}_B$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \theta_{2z} \end{bmatrix} \longrightarrow {}^G \mathbb{R}_A$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{3x} \\ \theta_{3y} \\ \theta_{3z} \end{bmatrix} \longrightarrow {}^G \mathbb{R}_M$$

A questo punto si calcola la matrice jacobiana i cui elementi (derivate parziali in caso di funzioni continue) sono espressi come rapporto incrementale di ognuna delle 21 equazioni di uscita rispetto all'incremento di una variabile di stato alla volta.

$$\frac{\partial F(x_1, \dots, x_{72})}{\partial x_i} = \frac{F(x_1, \dots, (x_i + \Delta x_i), \dots, x_{72}) - F(x_1, \dots, x_{72})}{\Delta x_i}$$

La matrice jacobiana quindi ha dimensione 21x72.

Vengono poi definite le matrici R, Q, A (analogamente a quanto fatto nel Kalman 2D): R matrice quadrata di dimensione 21x21 con le varianze dell'errore di misura sulla diagonale principale, Q matrice quadrata di dimensione 72x72 e A matrice quadrata anch'essa di dimensioni 72x72.

Analizzando i risultati così ottenuti si è notato che questi non erano molto precisi, questo potrebbe essere ricondotto al fatto che avendo un numero molto elevato sia di uscite (21) che di variabili di stato (72) il problema accumula degli errori di approssimazione di queste variabili che sono difficili da minimizzare. Pertanto si è cercato di risolvere questo problema utilizzando meno uscite e meno variabili di stato.

7.3.4 Semplificazione del filtro di Kalman 3D

Per cercare di semplificare il problema riducendo il numero delle variabili di stato e il numero delle uscite e di conseguenza ridurre il costo computazionale, è stato implementato un nuovo metodo.

Tale metodo considera sempre un sistema 4-link (torace, braccio, avambraccio e mano) utilizzando come segnali noti solo le uscite dei 4 accelerometri (per un totale di 12 uscite, tre accelerazioni per ogni segmento).

A questo punto si scrivono tre equazioni relative alla posizione dell'articolazione di spalla, gomito e polso nel sdr globale (come fatto in precedenza):

$$\begin{aligned} \text{SPALLA} &\Rightarrow \begin{cases} {}^G S = {}^G \mathbb{R}_T \cdot {}^T S + {}^G \mathbb{O}_T \\ {}^G S = {}^G \mathbb{R}_B \cdot {}^B S + {}^G \mathbb{O}_B \end{cases} \\ \\ \text{GOMITO} &\Rightarrow \begin{cases} {}^G G = {}^G \mathbb{R}_B \cdot {}^B G + {}^G \mathbb{O}_B \\ {}^G G = {}^G \mathbb{R}_A \cdot {}^A G + {}^G \mathbb{O}_A \end{cases} \\ \\ \text{POLSO} &\Rightarrow \begin{cases} {}^G P = {}^G \mathbb{R}_A \cdot {}^A P + {}^G \mathbb{O}_A \\ {}^G P = {}^G \mathbb{R}_M \cdot {}^M P + {}^G \mathbb{O}_M \end{cases} \end{aligned}$$

Dall'uguaglianza di queste equazioni deriva un sistema di tre equazioni così definito:

$$\begin{cases} {}^L O_B = {}^L \mathbb{R}_T \cdot {}^T S + {}^L O_T - {}^L \mathbb{R}_B \cdot {}^B S \\ {}^L O_A = {}^L \mathbb{R}_B \cdot {}^B G + {}^L O_B - {}^L \mathbb{R}_A \cdot {}^A G \\ {}^L O_M = {}^L \mathbb{R}_A \cdot {}^A P + {}^L O_A - {}^L \mathbb{R}_M \cdot {}^M P \end{cases}$$

Derivando due volte rispetto al tempo ogni equazione si ottengono le accelerazioni dei punti in cui sono applicati i sensori relativi ai segmenti di braccio, avambraccio e mano:

$$\begin{cases} {}^L \ddot{O}_B = {}^L \ddot{\mathbb{R}}_T \cdot {}^T S + {}^L \ddot{O}_T - {}^L \ddot{\mathbb{R}}_B \cdot {}^B S \\ {}^L \ddot{O}_A = {}^L \ddot{\mathbb{R}}_B \cdot {}^B G + {}^L \ddot{O}_B - {}^L \ddot{\mathbb{R}}_A \cdot {}^A G \\ {}^L \ddot{O}_M = {}^L \ddot{\mathbb{R}}_A \cdot {}^A P + {}^L \ddot{O}_A - {}^L \ddot{\mathbb{R}}_M \cdot {}^M P \end{cases}$$

Infine si scrivono la seconda e la terza equazione in funzione della prima equazione:

$$\begin{cases} {}^L\ddot{O}_B = {}^L\ddot{R}_T \cdot {}^TS + \boxed{{}^L\ddot{O}_T} - {}^L\ddot{R}_B \cdot {}^BS \\ {}^L\ddot{O}_A = {}^L\ddot{R}_B \cdot {}^BG + {}^L\ddot{R}_T \cdot {}^TS + \boxed{{}^L\ddot{O}_T} - {}^L\ddot{R}_B \cdot {}^BS \\ \quad - {}^L\ddot{R}_A \cdot {}^AG \\ {}^L\ddot{O}_M = {}^L\ddot{R}_A \cdot {}^AP + {}^L\ddot{R}_B \cdot {}^BG + {}^L\ddot{R}_T \cdot {}^TS + \boxed{{}^L\ddot{O}_T} - \\ \quad - {}^L\ddot{R}_B \cdot {}^BS - {}^L\ddot{R}_A \cdot {}^AG - {}^L\ddot{R}_M \cdot {}^MP \end{cases}$$

Il vettore di stato è definito dalle accelerazioni lungo i tre assi del punto in cui è posizionato il sensore sul torace e dagli angoli $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ con le relative derivate prime e seconde riferiti ai segmenti di braccio, avambraccio e mano lungo le tre componenti x,y,z:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \theta_{0x} \\ \omega_{0x} \\ \alpha_{0x} \\ \theta_{0y} \\ \omega_{0y} \\ \alpha_{0y} \\ \theta_{0z} \\ \omega_{0z} \\ \alpha_{0z} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \theta_{1x} \\ \omega_{1x} \\ \alpha_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \omega_{1y} \\ \alpha_{1y} \\ \theta_{1z} \\ \omega_{1z} \\ \alpha_{1z} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \theta_{2x} \\ \omega_{2x} \\ \alpha_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \omega_{2y} \\ \alpha_{2y} \\ \theta_{2z} \\ \omega_{2z} \\ \alpha_{2z} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \theta_{3x} \\ \omega_{3x} \\ \alpha_{3x} \\ \theta_{3y} \\ \omega_{3y} \\ \alpha_{3y} \\ \theta_{3z} \\ \omega_{3z} \\ \alpha_{3z} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Tornando al sistema di tre equazioni, l'unica incognita è l'accelerazione del punto in cui è applicato il sensore su torace. Infatti per quanto riguarda le distanze dei sensori dai centri articolari di spalla, gomito e polso sono state in un a prima analisi approssimate con le distanze prese attraverso il metro durante i test, mentre le matrici di rotazione sono definite attraverso l'attitude vector in funzione delle variabili di stato (angoli per ogni segmento lungo x,y,z).

Il problema sta nel fatto che all'interno delle equazioni queste matrici di rotazioni compaiono come derivate seconde, pertanto si deve applicare la regola della derivata di una matrice rispetto ad un vettore:

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \vartheta_1} \omega_1 + \frac{\partial R}{\partial \vartheta_2} \omega_2 + \frac{\partial R}{\partial \vartheta_3} \omega_3$$

$$\ddot{R} = \frac{d^2R}{dt^2} = \frac{\partial \dot{R}}{\partial \vartheta_1} \omega_1 + \frac{\partial \dot{R}}{\partial \omega_1} \alpha_1 + \frac{\partial \dot{R}}{\partial \vartheta_2} \omega_2 + \frac{\partial \dot{R}}{\partial \vartheta \omega_2} \alpha_2 + \frac{\partial \dot{R}}{\partial \vartheta_3} \omega_3 + \frac{\partial \dot{R}}{\partial \omega_3} \alpha_3$$

Pertanto si può scrivere:

$$\ddot{R} = \frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_1^2} \omega_1^2 + \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_2^2} \omega_2^2 + \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_3^2} \omega_3^2 + \frac{\partial R}{\partial \vartheta_1} \alpha_1 + \frac{\partial R}{\partial \vartheta_2} \alpha_2 + \frac{\partial R}{\partial \vartheta_3} \alpha_3 + 2 \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_1 \partial \vartheta_2} \omega_1 \omega_2 + 2 \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_2 \partial \vartheta_3} \omega_2 \omega_3 + 2 \frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_1 \partial \vartheta_3} \omega_1 \omega_3$$

Le derivate prime e seconde della matrice R si calcolano per mezzo delle differenze finite:

$$\frac{\partial R}{\partial \vartheta_k} = \frac{R(\vartheta_k + \delta) - R(\vartheta_k - \delta)}{2\delta}$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_k^2} = \frac{R(\vartheta_k + \delta) - 2R(\vartheta_k) + R(\vartheta_k - \delta)}{\delta^2}$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \vartheta_k \partial \vartheta_j} = \frac{R(\vartheta_k + \delta, \vartheta_j + \delta) - R(\vartheta_k + \delta, \vartheta_j - \delta) - R(\vartheta_k - \delta, \vartheta_j + \delta) + R(\vartheta_k - \delta, \vartheta_j - \delta)}{4\delta^2}$$

L'esecuzione in Matlab di questo algoritmo ha mostrato però un costo computazionale molto elevato, infatti il tempo impiegato per elaborare una prova di nuoto stile libero di andata e ritorno in una vasca di 25 metri era di circa 15 minuti. Si è pertanto deciso di impostare il problema in maniera differente.

7.3.5 Filtro di Kalman 3D – quaternioni

Per risolvere il problema del costo computazionale, si è cercato di non utilizzare l'attitude vector per calcolare le matrici di rotazione ma sono stati utilizzati i quaternioni.

Per ogni segmento sono stati definiti 4 quaternioni così descritti:

$$q_0 = \left[\frac{2x}{\alpha^2 + 1}, \frac{2y}{\alpha^2 + 1}, \frac{2z}{\alpha^2 + 1}, \frac{1 - 2\alpha^2}{\alpha^2 + 1} \right]$$

Dove:

$$\alpha = x^2 + y^2 + z^2$$

In questo caso il vettore di stato è un vettore colonna di 39 elementi.

Allo scopo di scrivere le matrici di rotazione con le loro derivate prime e seconde in funzione attraverso la notazione con i quaternioni, bisogna definire due matrici E e G:

$$E = \begin{bmatrix} -q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ -q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} -q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ -q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ -q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix}$$

La matrice di rotazione R con le sue derivate sono definite nel seguente modo:

$$R = EG^T; \quad \dot{R} = 2E\dot{G}^T; \quad \ddot{R} = 2(\dot{E}\dot{G}^T + E\dot{G}^{\ddot{T}})$$

Dove la derivata prima è:

$$\dot{E} = \frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial E}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial E}{\partial x}\dot{x}$$

$$\dot{G} = \frac{dG}{dt} = \frac{\partial G}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial G}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial G}{\partial x}\dot{x}$$

E la derivata seconda:

$$\begin{aligned} \ddot{G} = \frac{d^2G}{dt^2} = & \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\dot{x}^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}\dot{y}^2 + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}\dot{z}^2 + \frac{\partial G}{\partial x}\ddot{x} + \frac{\partial G}{\partial y}\ddot{y} + \frac{\partial G}{\partial z}\ddot{z} + 2\frac{\partial^2 G}{\partial xy}\dot{x}\dot{y} + 2\frac{\partial^2 G}{\partial yz}\dot{y}\dot{z} \\ & + 2\frac{\partial^2 G}{\partial xz}\dot{x}\dot{z} \end{aligned}$$

Definendo attraverso i quaternioni le matrici di rotazioni R , il costo computazionale dell'algoritmo è migliorato: il tempo di esecuzione è di circa 50 secondi.

Si riportano i grafici relativi ai segnali di accelerazione: in blu è rappresentato il segnale di accelerazione lungo i tre assi x,y,z registrato dai sensori, mentre in magenta è rappresentato il segnale di accelerazione calcolato attraverso il filtro di Kalman.

Accelerazione di torace

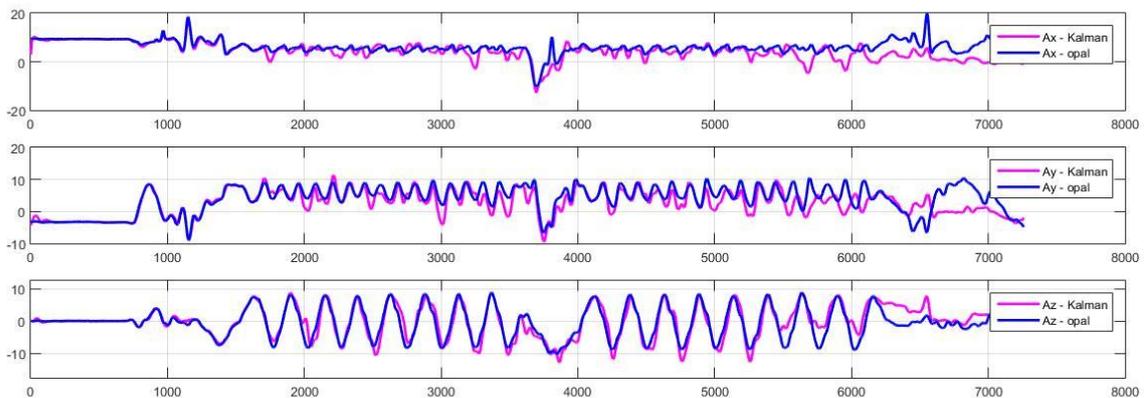


Figura 89 - Confronto tra l'accelerazione del torace registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

Accelerazione di braccio

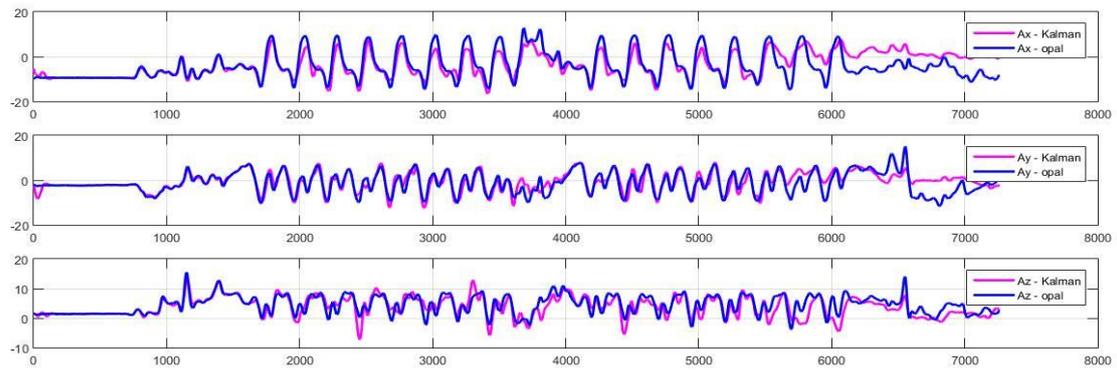


Figura 90 - Confronto tra l'accelerazione del braccio registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

Accelerazione di avambraccio

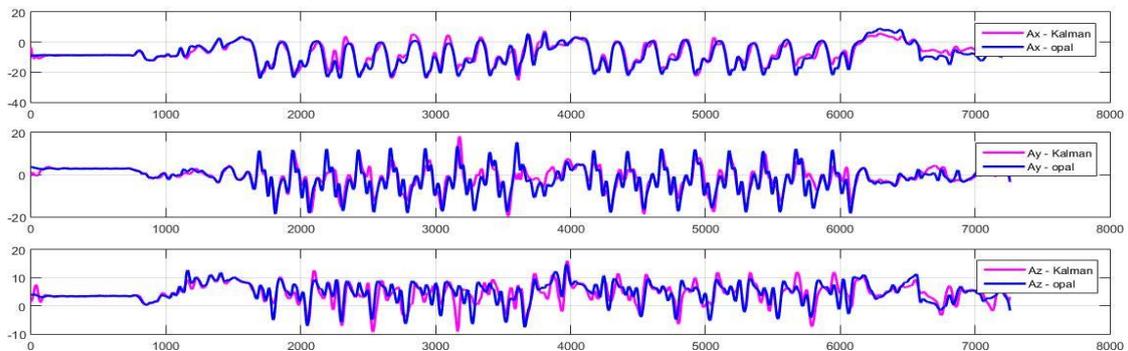


Figura 91 - Confronto tra l'accelerazione di avambraccio registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

Accelerazione della mano

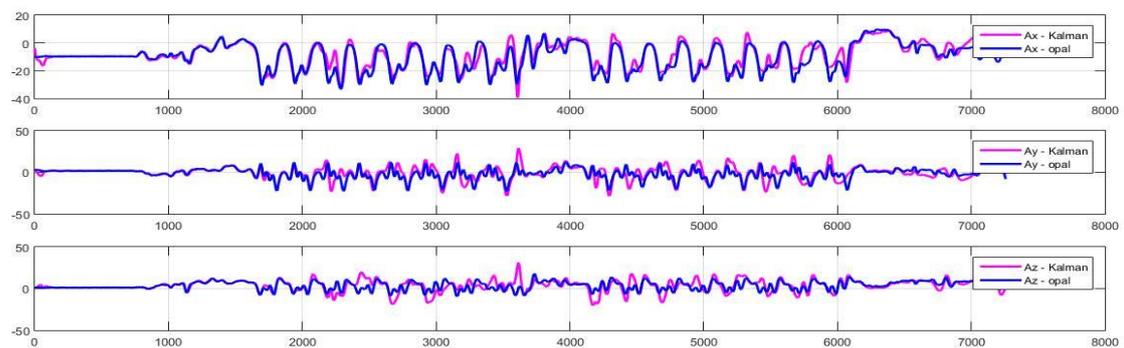


Figura 92 - Confronto tra l'accelerazione della mano registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

A questo punto per migliorare l'accordo tra le due curve di accelerazione è possibile, attraverso un algoritmo che minimizza una funzione costo, trovare i parametri antropometrici ottimali: ovvero definire le esatte posizioni dei centri articolari di spalla, gomito e polso rispetto al sdr dei sensori.

Fino a questo punto erano state imposte le distanze dei sensori dai centri articolari utilizzando le misure prese con l'utilizzo di un metro (metodo poco preciso). Per migliorare queste misure si è utilizzata una routine di Matlab (funzione *fminsearch*) che minimizzando la funzione costo definita come somma dei quadrati degli errori tra le uscite degli opal e le uscite stimate dal Kalman sull'intero segnale, fornisce con maggiore precisione le distanze degli opal dai centri articolari.

$$f_{costo\ x} = (A_{kalman\ x0} - A_{opal\ x0})(A_{kalman\ x0} - A_{opal\ x0})' + (A_{kalman\ y0} - A_{opal\ y0})(A_{kalman\ y0} - A_{opal\ y0})' + (A_{kalman\ z0} - A_{opal\ z0})(A_{kalman\ z0} - A_{opal\ z0})'$$

$$f_{costo\ totale} = f_{costo\ 0} + f_{costo1} + f_{costo2} + f_{costo3}$$

Anche con questa modifica si è notato però che l'accordo tra le due curve non era sufficientemente accurato: avendo preso in esame solo le uscite degli accelerometri, trascurando pertanto le velocità angolari registrate dai giroscopi, pesava molto la velocità lineare di avanzamento del torace e aveva invece un ruolo minore la velocità rotazionale del braccio.

Per questo motivo al Kalman implementato si è deciso di introdurre per ogni segmento, tranne che per il torace, le uscite dei giroscopi.

7.3.6 Utilizzo di accelerometri e giroscopi

Con l'introduzione delle uscite dei giroscopi dei segmenti di braccio, avambraccio e mano si è visto che l'accordo tra le uscite degli accelerometri e delle accelerazioni stimate dal Kalman miglioravano di molto.

Si riportano di seguito i segnali relativi a due segmenti (torace e braccio).

Accelerazione di torace

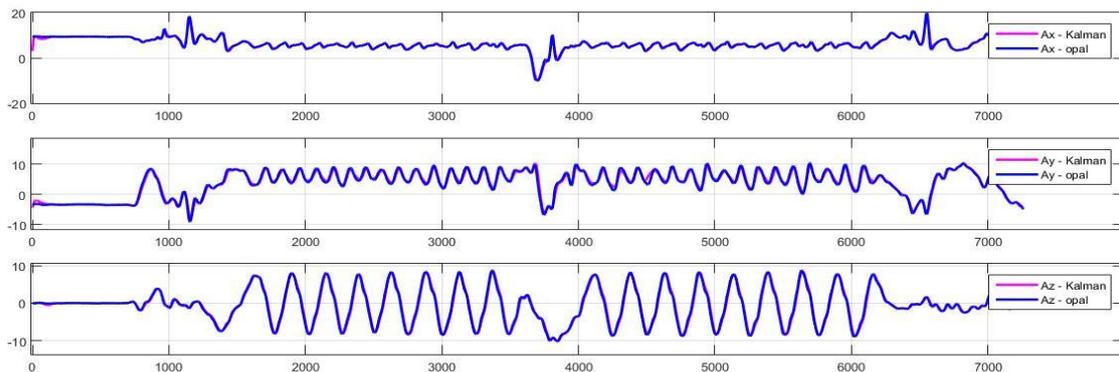


Figura 93 - Confronto tra l'accelerazione del torace registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

Accelerazione di braccio

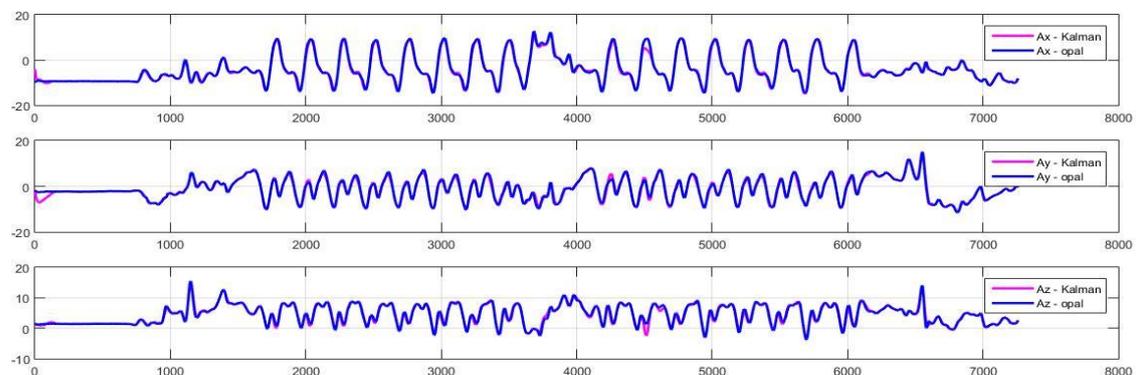


Figura 94 - Confronto tra l'accelerazione del braccio registrata dal sensore e l'accelerazione stimata attraverso il Kalman 3D

Giroscopio del torace

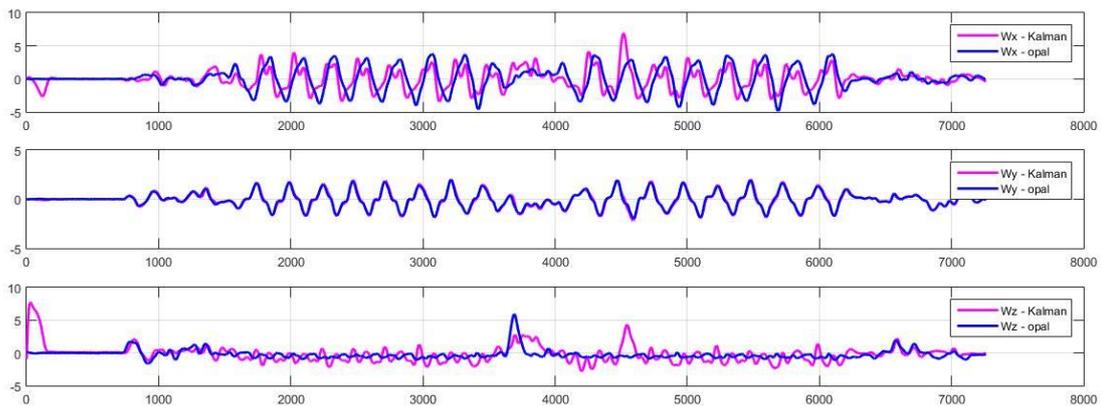


Figura 95 Confronto tra la velocità angolare del torace registrata dal sensore e la velocità angolare stimata attraverso il Kalman 3D

Giroscopio di braccio

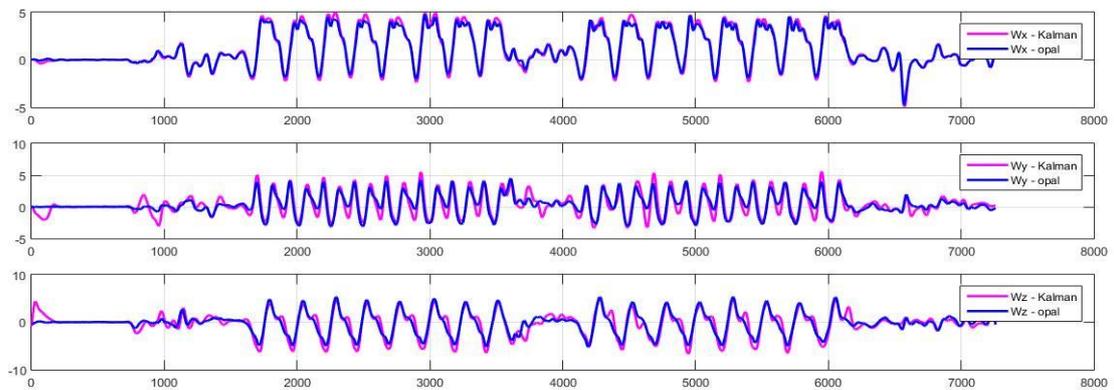


Figura 96 - Confronto tra la velocità angolare del braccio registrata dal sensore e la velocità angolare stimata attraverso il Kalman 3D

A questo punto per riuscire a validare il metodo implementato è stato applicato questo algoritmo sui dati registrati in laboratorio relativi alla prova sul braccio meccanico e sull'arto superiore di un soggetto (Cap. 3.2). Sono stati confrontati i valori delle matrici di rotazione ottenute attraverso la stereofotogrammetria, gli opal e il filtro di Kalman implementato: questi valori dovrebbero coincidere.

Si riportano di seguito le tre componenti dell'attitude vector per i tre strumenti utilizzati.

Serie di statiche del braccio meccanico

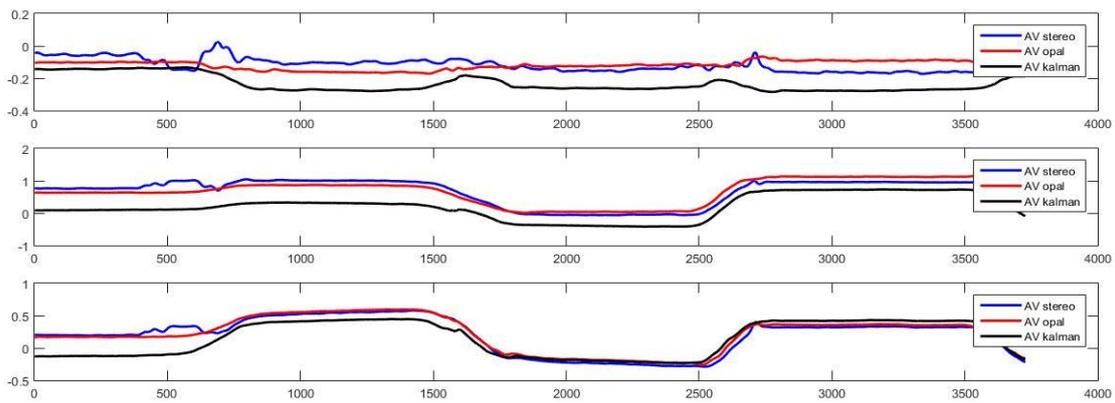


Figura 97 - Confronto dell'attitude vector ottenuto attraverso la stereofotogrammetria, i sensori inerziali e il Kalman implementato per la prova statica sul braccio meccanico

Dinamica del braccio meccanico

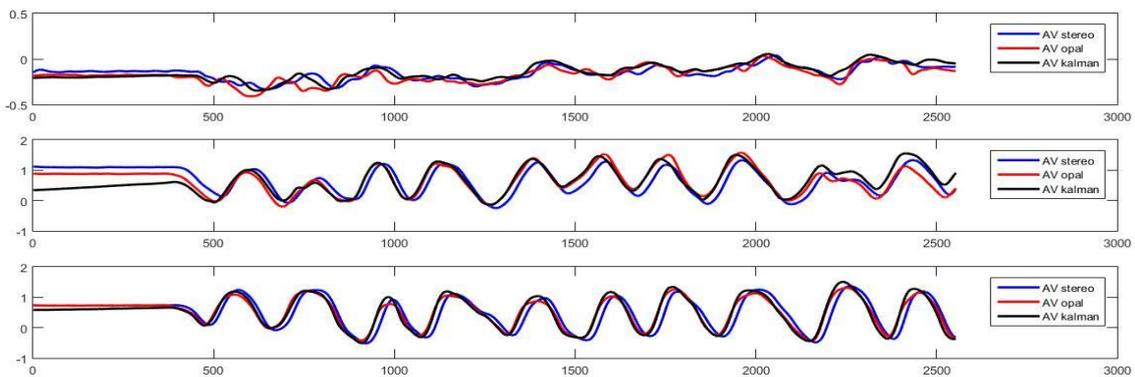


Figura 98 - Confronto dell'attitude vector ottenuto attraverso la stereofotogrammetria, i sensori inerziali e il Kalman implementato per la prova dinamica sul braccio meccanico

Serie di statiche su soggetto

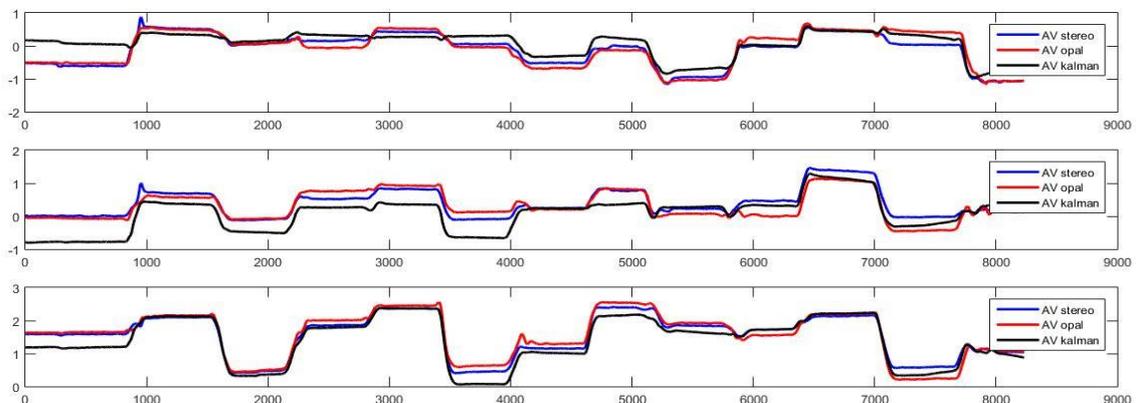


Figura 99 - Confronto dell'attitude vector ottenuto attraverso la stereofotogrammetria, i sensori inerziali e il Kalman implementato per la prova statica su un soggetto

Dinamica su soggetto

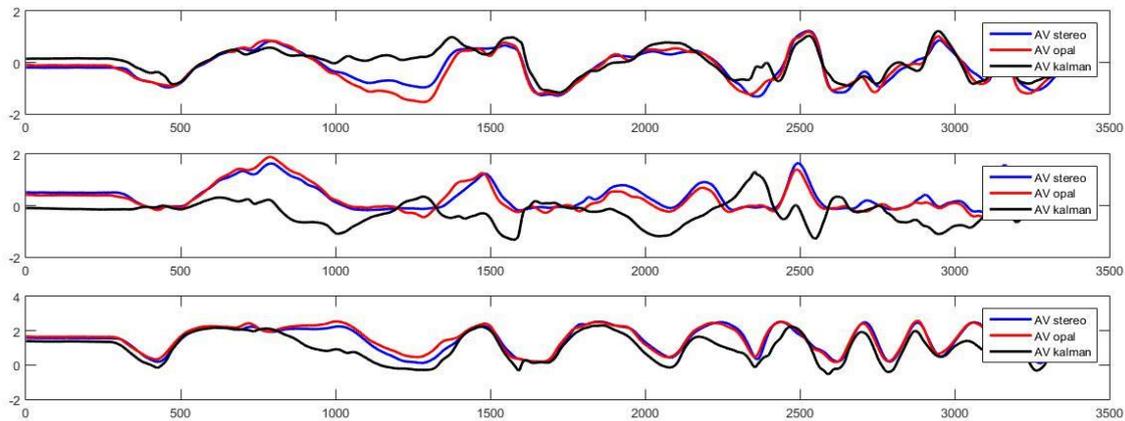


Figura 100 - Confronto dell'attitude vector ottenuto attraverso la stereofotogrammetria, i sensori inerziali e il Kalman implementato per la prova dinamica su un soggetto

Dai grafici si può vedere che i valori degli attitude vector (e quindi delle matrici di rotazione) ottenute dalla stereofotogrammetria e dai sensori sono simili e hanno lo stesso andamento.

Per certe prove (dinamica su braccio meccanico) si vede che la matrice di rotazione in uscita dal filtro di Kalman segue abbastanza bene gli andamenti delle matrici ottenute dai sensori, mentre per altre prove si hanno andamenti abbastanza differenti.

Pertanto per migliorare l'accordo di queste curve si è pensato di aggiungere al filtro di Kalman utilizzato anche le informazioni relative ai magnetometri.

7.3.7 Utilizzo di accelerometri, giroscopi e magnetometri

Al filtro di Kalman 3D implementato sono state aggiunte per ogni segmento le 3 uscite dei magnetometri:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_L = {}^G \mathbb{R}_L^T \cdot \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_G$$

L'equazione sopra riportata uguaglia le componenti del campo magnetico registrate dai magnetometri dell'Opal nel sdr locale alle componenti del campo magnetico esistente nel laboratorio (sdr globale) ruotate tramite la matrice di rotazione da sdr locale a globale.

Il campo magnetico dovrebbe avere un valore più o meno costante nel laboratorio in cui sono state effettuate le prove. Bologna ha una latitudine di circa 44°30' N

e pertanto il campo magnetico ha modulo pari a 0.47 Gauss ed ha un'inclinazione di circa 60° gradi verso il basso.

Alcuni test hanno però dimostrato che all'interno del laboratorio il campo magnetico oscilla intorno a questo valore variando leggermente in funzione della posizione in cui ci si trova. Questa variabilità potrebbe essere legata alla presenza di oggetti che ne alterano il valore (ad esempio la presenza di oggetti ferromagnetici o di strutture in cemento armato).

Però dal momento che nelle equazioni aggiunte al filtro di Kalman si uguaglia il vettore

campo magnetico globale (opportunamente ruotato nel sdr dei sensori) all'uscita del magnetometro all'interno di questi, anche l'uscita dei magnetometri subisce la stessa distorsione; pertanto le due uscite dovrebbero essere comunque coincidenti.

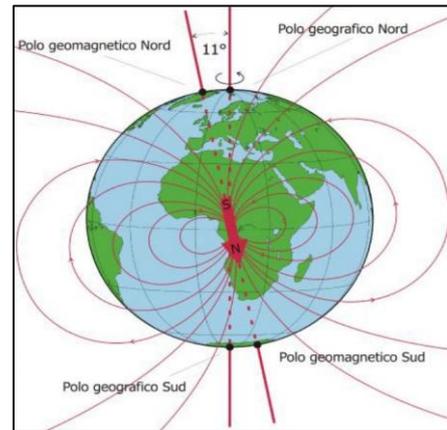


Figura 101 - Linee di campo del campo magnetico terrestre

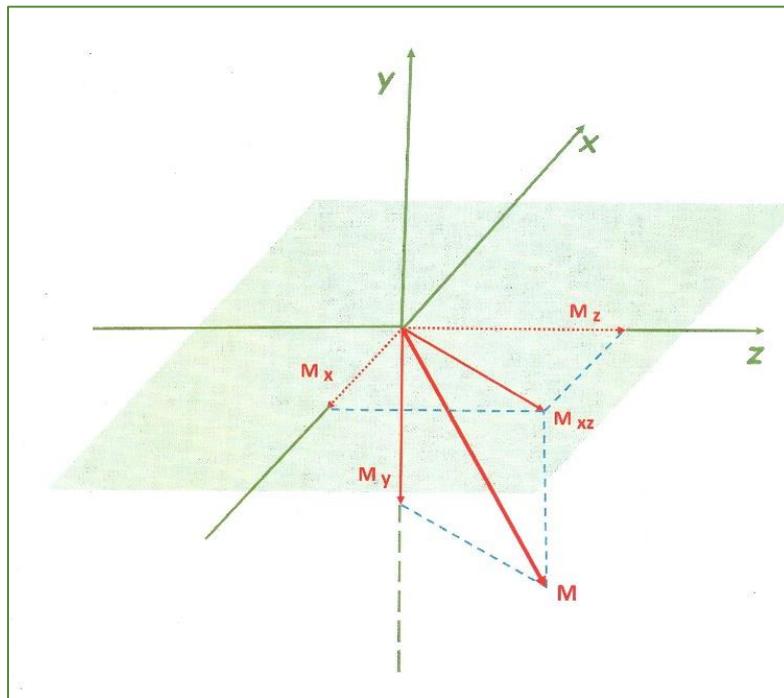


Figura 102 - Scomposizione del vettore campo magnetico terrestre presente all'interno del laboratorio

Il campo magnetico terrestre presente nel laboratorio è stato scomposto in tre coordinate: il sistema di riferimento è quello definito nel sistema di stereofotogrammetria; M è il vettore campo magnetico, mentre M_x , M_y , M_z le componenti secondo i tre assi (figura sopra riportata).

Mentre è nota l'inclinazione del vettore campo magnetico rispetto alla superficie del laboratorio (piano x-z), non è ugualmente noto l'angolo che deve essere utilizzato per scomporre la proiezione del vettore campo magnetico sul piano x-z nelle due componenti lungo gli assi x e z; sono state pertanto effettuate varie simulazioni utilizzando angoli diversi per trovare quello che fa corrispondere maggiormente sia le matrici di rotazione stimate attraverso il Kalman, la stereofotogrammetria e gli opal sia le distanze stimate relative alle posizioni in cui sono stati posizionati gli opal rispetto al centro articolare (giunto sferico per il braccio meccanico e gomito per le prove effettuate su un soggetto).

Qui di seguito è riportata una tabella con i valori delle distanze calcolate attraverso la stereofotogrammetria.

Distanze degli opal dal gomito (stereo)		
Prova analizzata	Segmento	Distanza (m)
<i>Statica braccio meccanico</i>	<i>braccio</i>	<i>0.248</i>
	<i>avambraccio</i>	<i>0.180</i>
<i>Dinamica braccio meccanico</i>	<i>braccio</i>	<i>0.247</i>
	<i>avambraccio</i>	<i>0.180</i>
<i>Statica soggetto</i>	<i>braccio</i>	<i>0.170</i>
	<i>avambraccio</i>	<i>0.150</i>
<i>Dinamica soggetto</i>	<i>braccio</i>	<i>0.168</i>
	<i>avambraccio</i>	<i>0.150</i>

La tabella successiva riporta le distanze calcolate con il filtro di Kalman utilizzando anche i magnetometri per vari valori di angoli ipotizzati per la declinazione sul piano x-z.

Prova analizzata	Segmento	Angolo	Distanza (m)
<i>Statica bm</i>	<i>braccio</i>	<i>angolo 1°</i>	<i>0.15</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>0.24</i>
	<i>braccio</i>	<i>angolo 30°</i>	<i>0.24</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>-0.16</i>
	<i>braccio</i>	<i>angolo 20°</i>	<i>0.23</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>-0.21</i>
	<i>braccio</i>	<i>angolo 45°</i>	<i>0.22</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>-0.0</i>
<i>Dinamica bm</i>	<i>braccio</i>	<i>angolo 20°</i>	<i>0.21</i>

	<i>avambraccio</i>		<i>-0.15</i>
Statica soggetto	<i>braccio</i>	<i>angolo 20°</i>	<i>0.26</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>-0.15</i>
Dinamica soggetto	<i>braccio</i>	<i>angolo 20°</i>	<i>0.18</i>
	<i>avambraccio</i>		<i>-0.15</i>

Il primo test effettuato variando l'angolo di declinazione ha mostrato che l'angolo che permette la maggiore congruenza tra le lunghezze misurate con i due sistemi è di 20°; tale angolo è stato pertanto utilizzato anche per gli altri test.

L'elaborazione è servita per verificare se l'utilizzo dei magnetometri migliorava i valori delle matrici di rotazione tra i tre sistemi di riferimento; per permettere un confronto più agevole si sono trasformate queste matrici di rotazioni nei relativi attitude vector, le cui componenti sono riportati nei grafici seguenti. Confrontando questi grafici con quelli riportati nel Cap. 7.2.6 si nota che l'accordo tra gli attitude vector è migliorato aggiungendo i magnetometri.

Statica braccio meccanico

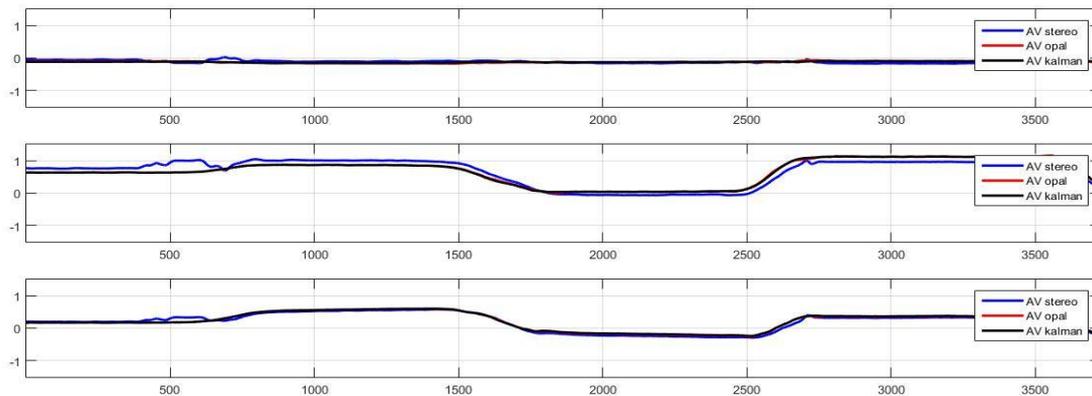


Figura 103 – Confronto dell'attitude vector calcolato attraverso la stereofotogrammetria, gli opal e il filtro di Kalman utilizzando accelerometri, giroscopi e magnetometri sulla prova di statica del braccio meccanico

Dinamica braccio meccanico

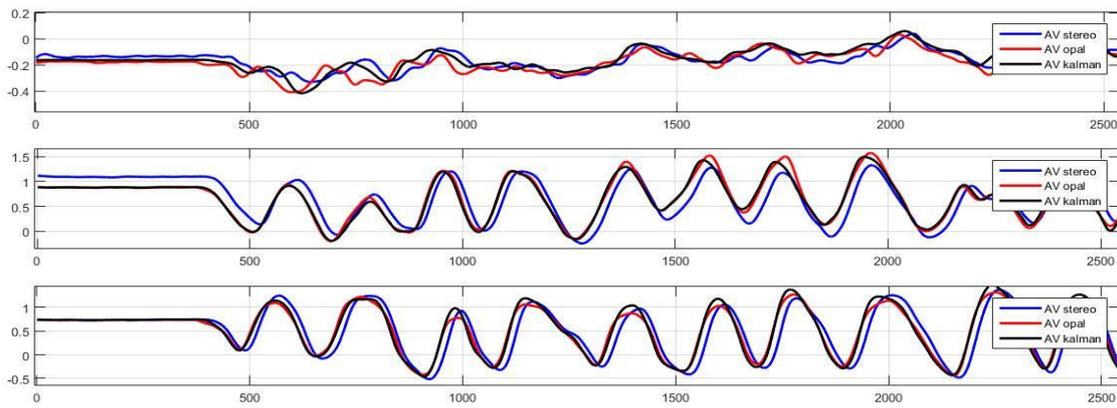


Figura 104 - Confronto dell'attitude vector calcolato attraverso la stereofotogrammetria, gli opal e il filtro di Kalman utilizzando accelerometri, giroscopi e magnetometri dalla prova di dinamica del braccio meccanico

Statica su soggetto

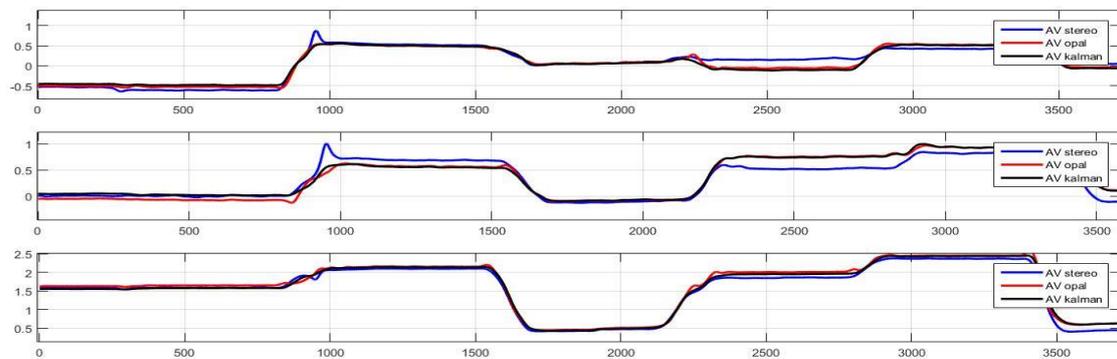


Figura 105 - Confronto dell'attitude vector calcolato attraverso la stereofotogrammetria, gli opal e il filtro di Kalman utilizzando accelerometri, giroscopi e magnetometri sulla prova di statica su soggetto

Dinamica su soggetto

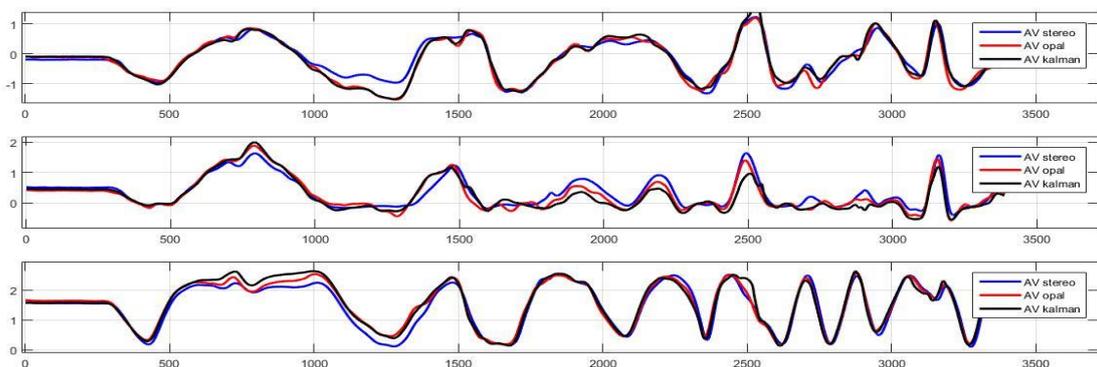


Figura 106 Confronto dell'attitude vector calcolato attraverso la stereofotogrammetria, gli opal e il filtro di Kalman utilizzando accelerometri, giroscopi e magnetometri sulla prova di dinamica su soggetto

7.3.8 Estensione del metodo al nuoto

Il filtro di Kalman così implementato, attraverso l'uso di accelerometri, giroscopi e magnetometri, è stato poi applicato alle prove di nuoto stile libero per cercare di tracciare la posizione del polso nel sdr di torace.

La differenza tra le prove effettuate in laboratorio e quelle effettuate sul nuoto consiste nel fatto che nel nuoto si è operato con un modello a 4 segmenti (torace, braccio, avambraccio e mano) mentre nelle prove in laboratorio si era sempre lavorato su soli due segmenti.

Per applicare la tecnica sopra descritta anche nelle prove di nuoto, il problema è stato affrontato prendendo in considerazione una coppia di segmenti adiacenti alla volta:

1. Segmenti torace – braccio

Sono stati impostati come parametri antropometrici iniziali i seguenti:

coordinate dell'articolazione di spalla nel torace (m) = $[0, 0.25, 0]$

coordinate dell'articolazione di spalla nel braccio (m) = $[-0.15, 0, 0]$

Il Kalman in uscita fornisce le matrici di rotazione per passare dai sdr locali (torace e braccio) al sdr globale (piscina). Moltiplicando tra loro le due matrici di rotazione si ottiene il passaggio dal sdr di braccio al sdr di torace:

$${}^T R_B = G R_T^T \cdot G R_B$$

Le stesse matrici di rotazione sono fornite direttamente in uscita dagli Opal; il confronto con quelle ottenute tramite il Kalman permette di verificare il corretto funzionamento di quest'ultimo.

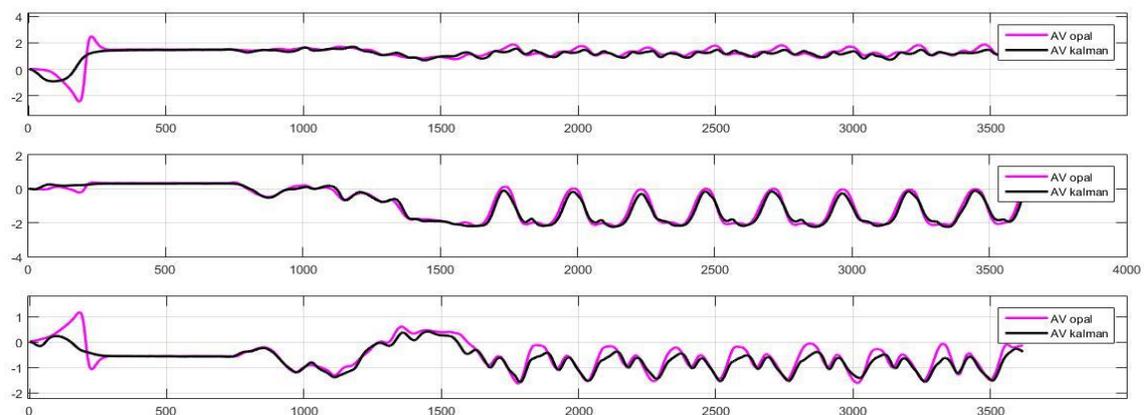


Figura 107 - Attitude vector della matrice di rotazione che passa dal sdr di braccio al sdr di torace per i primi due segmenti analizzati

Nel grafico sono confrontate le componenti dell'attitude vector delle matrici di rotazione ottenute attraverso il Kalman e quelle in uscita direttamente dai sensori per passare dal segmento di braccio al torace. Si nota che le due curve sono abbastanza coincidenti e ciò permette di confermare il corretto funzionamento del Kalman implementato.

Oltre alle matrici di rotazione il Kalman fornisce in uscita anche una valutazione più accurata delle coordinate sopra impostate:

articolazione di spalla nel torace = [-0.015, -0.249, 0.005]

articolazione di spalla nel braccio = [-0.115, 0,012, -0.054]

2. Segmenti braccio – avambraccio

Sono stati impostati come parametri antropometrici iniziali i seguenti:

articolazione di gomito nel braccio = [0.20, 0, 0]

articolazione di gomito nell'avambraccio = [0.15, 0, 0]

Come per la precedente coppia di segmenti il Kalman fornisce le matrici di rotazione per passare da un sdr all'altro:

$${}^B R_A = {}^G R_B^T \cdot {}^G R_A$$

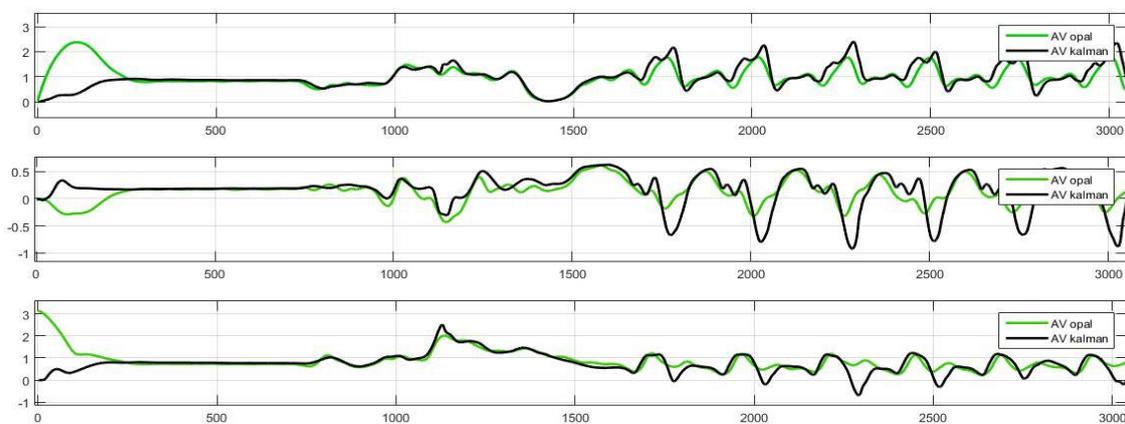


Figura 108 - Attitude vector della matrice di rotazione che passa dal sdr di avambraccio al sdr di braccio per i primi i secondi due segmenti

Anche in questo caso si conferma un funzionamento abbastanza corretto del Kalman anche se nella seconda componente dell'attitude vector si può notare un errore maggiore tra le due curve.

Si riportano le coordinate dell'articolazione del centro articolare di gomito stimate dal Kalman:

articolazione di gomito nel braccio = [0.219, 0.004, 0.002]

articolazione di gomito nell'avambraccio = [0.164, 0.001, 0.001]

3. Segmenti avambraccio - mano

Sono stati impostati come parametri antropometrici iniziali i seguenti:

articolazione di polso nell'avambraccio = $[-0.10, 0, 0]$

articolazione di polso nella mano = $[0.03, 0, 0]$

Come nel caso precedente il Kalman fornisce le due matrici di rotazione relative ai due segmenti:

$${}^A R_M = {}^G R_A^T \cdot {}^G R_M$$

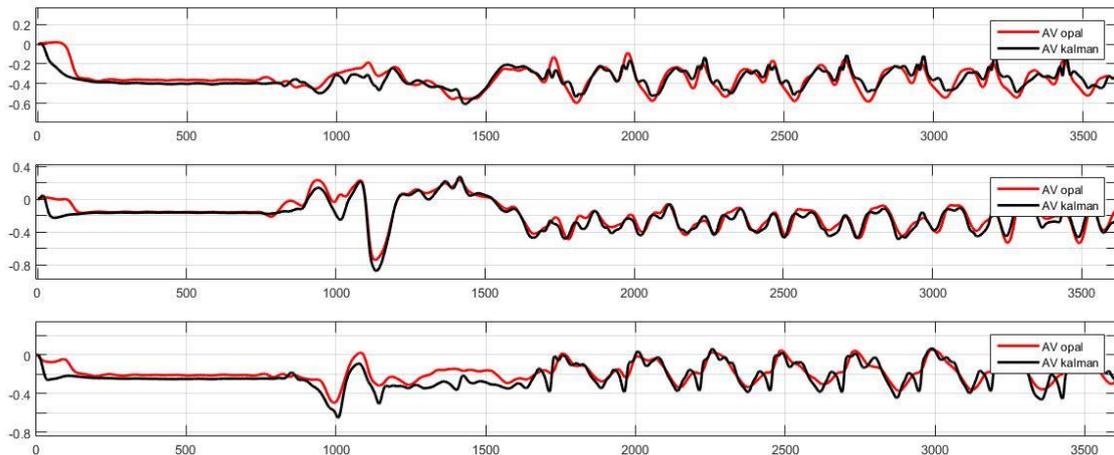


Figura 109 - Attitude vector della matrice di rotazione che passa dal sdr di avambraccio al sdr di braccio per i primi i secondi due segmenti

Anche per questa coppia di segmenti valgono le stesse considerazioni fatte precedentemente.

Le coordinate dell'articolazione del polso stimate dal Kalman in questo caso sono le seguenti:

articolazione di polso nell'avambraccio = $[-0.103, 0.017, 0.006]$

articolazione di polso nella mano = $[0.083, 0.002, 0.002]$

7.3.9 Considerazioni sull'utilizzo del Kalman

Sono state confrontate le coordinate delle articolazioni di spalla, gomito e polso calcolate attraverso il Kalman utilizzando prima solo gli accelerometri, poi accelerometri e giroscopi e infine accelerometri, giroscopi e magnetometri. Questo confronto permette di verificare che le valutazioni fornite siano abbastanza congruenti tra di loro, ulteriore verifica della validità del metodo implementato.

	Accelerometri			Accelerometri + Giroscopi			Accelerometri + Giroscopi + Magnetometri		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
Spalla nel torace	0.0000	0.2500	0.0000	0.0000	0.2500	0.0000	-0.0146	-0.2491	0.0052
Spalla nel braccio	-0.1300	0.0002	0.0000	-0.1298	0.0012	0.0000	-0.1146	0.0119	-0.0536
Gomito nel braccio	0.1123	-0.0002	0.0001	0.1137	0.0024	0.0002	0.2190	0.0037	0.0024
Gomito nell'avambraccio	-0.1686	0.0001	0.0000	-0.1656	0.0001	0.0000	0.1641	0.0012	0.0011
Polso nell'avambraccio	0.0716	0.0002	0.0000	0.0895	0.0011	0.0000	-0.1032	0.0171	0.0057
Polso nella mano	-0.0479	0.0000	0.0001	-0.0575	0.0000	0.0001	0.0830	0.0025	0.0022

Sono stati calcolati i valori della RMSE (“root mean square error”) come differenza tra i dati di accelerazioni forniti in uscita dai sensori e le accelerazioni calcolate attraverso il Kalman implementato con l’utilizzo prima dei soli accelerometri e successivamente inserendo anche giroscopi e magnetometri.

$$RMSE = \sqrt{(opal_x - kalman_x)^2 + (opal_y - kalman_y)^2 + (opal_z - kalman_z)^2}$$

RMSE	Accelerometri	Accelerometri + Giroscopi	Accelerometri + Giroscopi + Magnetometri
Torace	0.0496	0.0099	0.00092
Braccio	0.0571	0.0141	0.00083
Avambraccio	0.0657	0.0642	0.00093
Mano	0.1228	0.1003	0.00520

Si può notare come il valore di RMSE diminuisce utilizzando i dati di tutti e tre i rilevatori contemporaneamente.

I tre rilevatori presenti nel sensore utilizzati singolarmente presentano dei problemi (giroscopi sono affetti da derive mentre i magnetometri risentono dei disturbi da strutture ferromagnetiche). L’utilizzo di questi rilevatori contemporaneamente fornisce delle misure più accurate e precise.

Sono state analizzate le matrici di rotazione per le tre coppie di segmenti adiacenti: torace-braccio, braccio-avambraccio, avambraccio-mano, ottenute con il Kalman utilizzando i dati di tutti e tre i rilevatori.

La tabella seguente riporta i valori di deviazione standard della differenza tra le componenti degli attitude vector calcolati attraverso Kalman e Opal per i diversi segmenti adiacenti.

Deviazione Standard	Torace - Braccio	Braccio - Avambraccio	Avambraccio - Mano
AV1	9.7795	17.8429	3.9577
AV2	10.8568	17.5454	3.2968
AV3	10.8923	20.3226	3.6448

I dati mostrano una diversa precisione nel calcolo degli attitude vectors per le tre coppie di segmenti; tale differenza in questo caso non è imputabile ad una possibile amplificazione dell'errore andando da un segmento prossimale ad uno più distale perché si prendono in considerazione coppie di segmenti adiacenti.

7.4 Stima della posizione del gomito e del polso

A questo punto, una volta trovate tutte le matrici di rotazione relative ad ogni segmento e le coordinate stimate dal Kalman delle articolazioni di spalla, gomito e polso, si può calcolare la posizione del gomito e del polso nel sistema di riferimento di torace:

$${}^T P = {}^T S + {}^T R_B ({}^B G - {}^B S) + {}^T R_A ({}^A P - {}^A G)$$

Posizione del gomito

Nei grafici sotto riportati sono evidenziate le coordinate x,y,z della posizione del gomito nel sdr di torace utilizzando prima la matrice di rotazione in uscita dagli Opal e poi quella calcolata attraverso il Kalman.

Coordinate del gomito nel sdr di torace – Opal

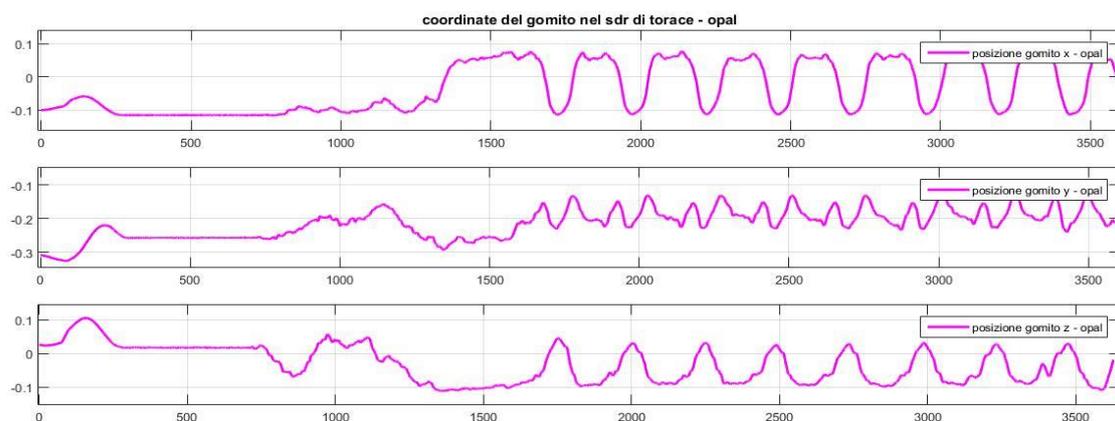


Figura 110 – Coordinate della posizione del gomito nel sdr di torace utilizzando la matrice di rotazione fornita dagli Opal

Coordinate del gomito nel sdr di torace – Kalman

Si riportano inoltre i grafici tridimensionali della traiettoria del gomito calcolata attraverso le matrici di rotazione del Kalman e quelle fornite dagli Opal.

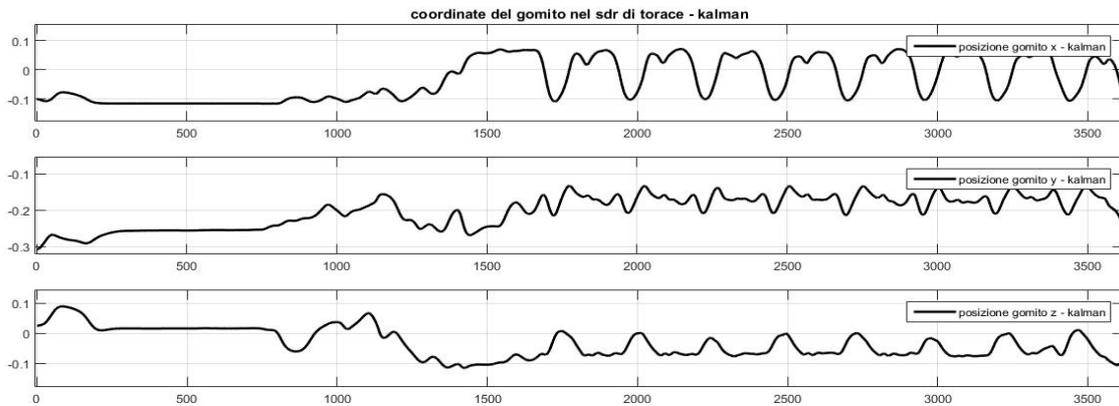


Figura 111 - Coordinate della posizione del gomito nel sdr di torace utilizzando la matrice di rotazione calcolata attraverso il Kalman

Traiettoria del gomito - opal

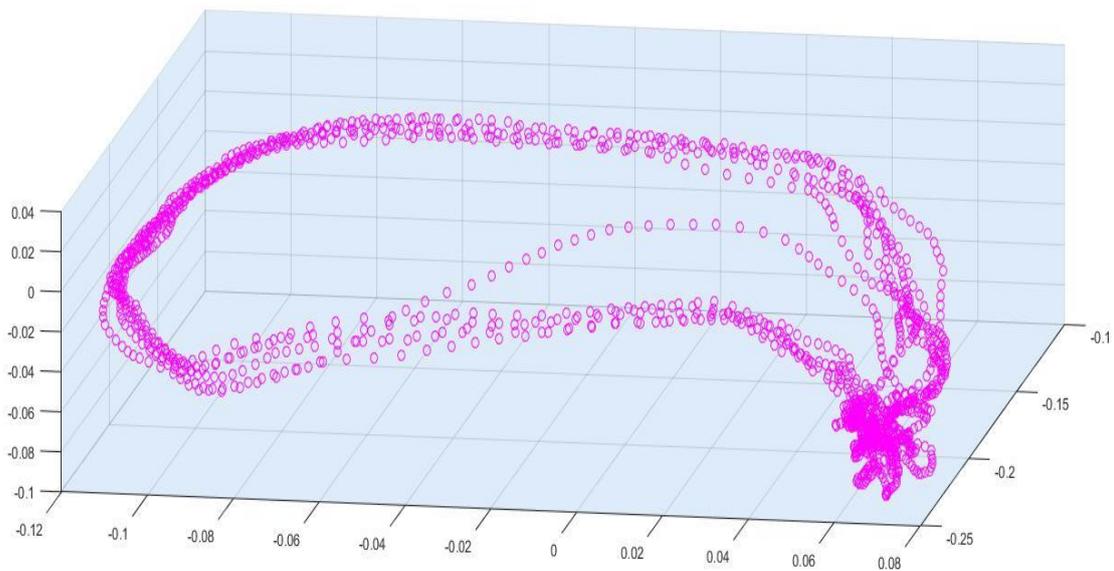


Figura 112 – Traiettoria del gomito nel sdr di torace utilizzando le matrici di rotazione fornite dai sensori

Traiettoria del gomito – Kalman

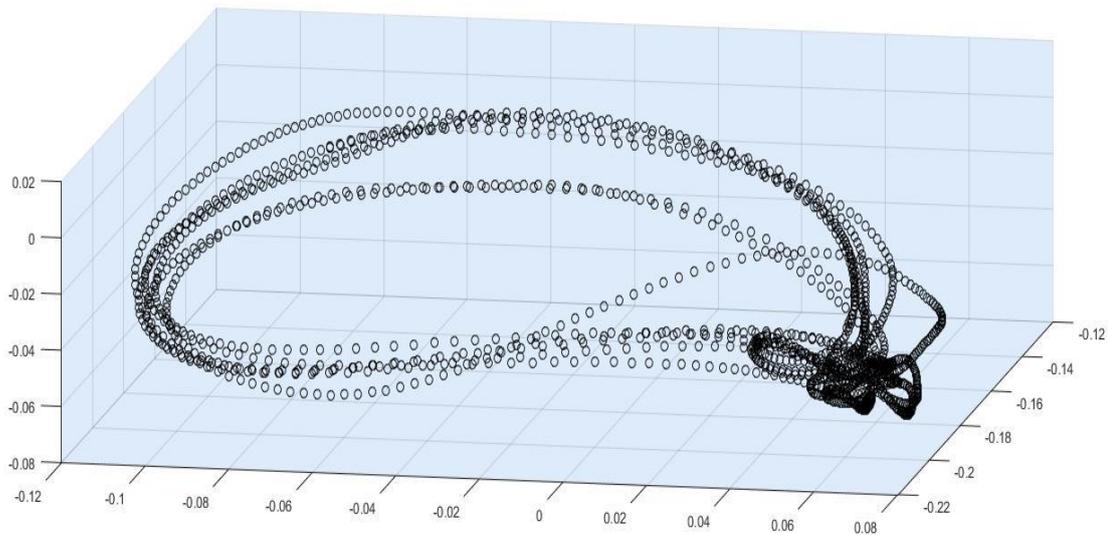


Figura 113 - Traiettoria del gomito nel sdr di torace utilizzando le matrici di rotazione calcolate attraverso il Kalman

I grafici mostrano il movimento ciclico del gomito nel sdr di torace durante le varie bracciate. La direzione di avanzamento del soggetto è verso sinistra; l'andamento irregolare che si nota all'estremità destra delle curve è dovuto all'inversione del braccio per iniziare la fase di recovery.

Il grafico è relativo al movimento del braccio destro e per questo è in massima parte posizionato nel semispazio con y negativa (asse y positivo verso lato sinistro).

Posizione del polso

Nei grafici sotto riportati sono evidenziate le coordinate x,y,z della posizione del gomito nel sdr di torace utilizzando prima la matrice di rotazione in uscita dagli Opal e poi quella calcolata attraverso il Kalman.

Coordinate del polso nel sdr di torace – Opal

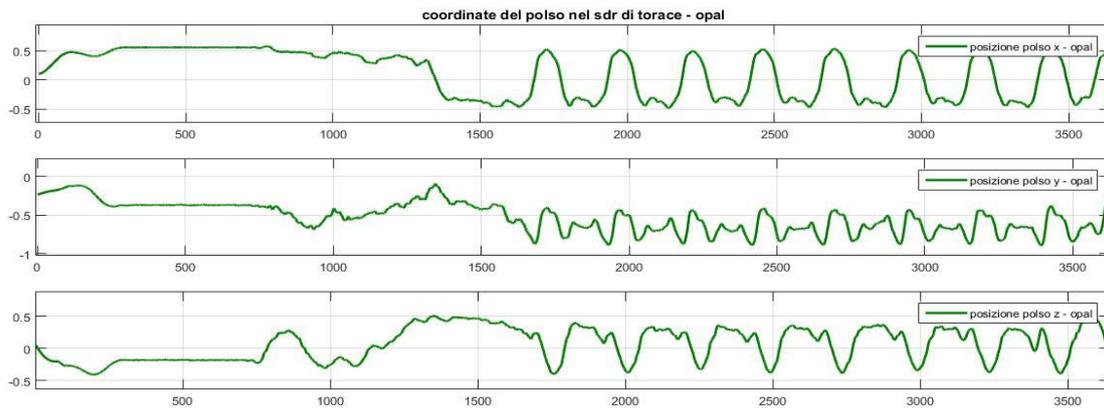


Figura 114 - Coordinate della posizione del polso nel sdr di torace utilizzando la matrice di rotazione fornita dagli Opal

Coordinate del polso nel sdr di torace – Kalman

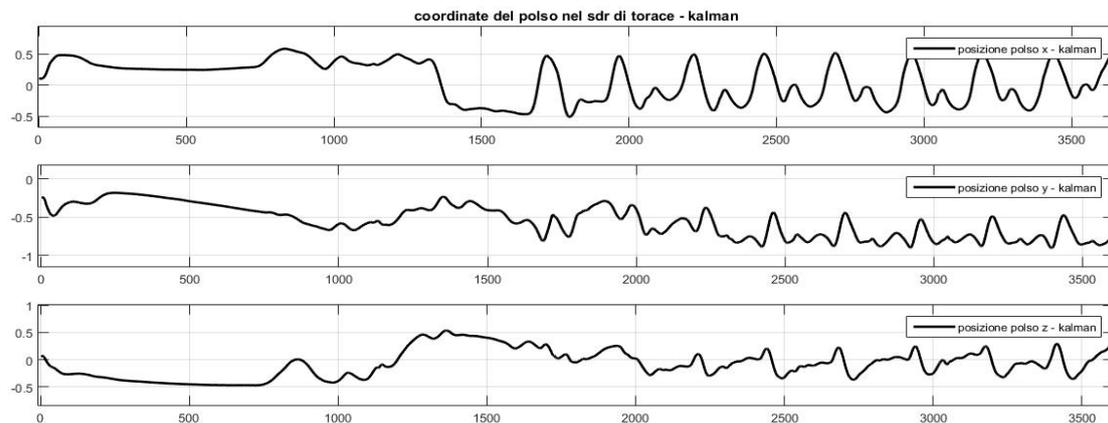


Figura 115 - Coordinate della posizione del polso nel sdr di torace utilizzando la matrice di rotazione fornita dal Kalman

Si riportano inoltre i grafici tridimensionali della traiettoria del gomito calcolata attraverso le matrici di rotazione del Kalman e quelle fornite dagli Opal.

Traiettoria del polso – Opal

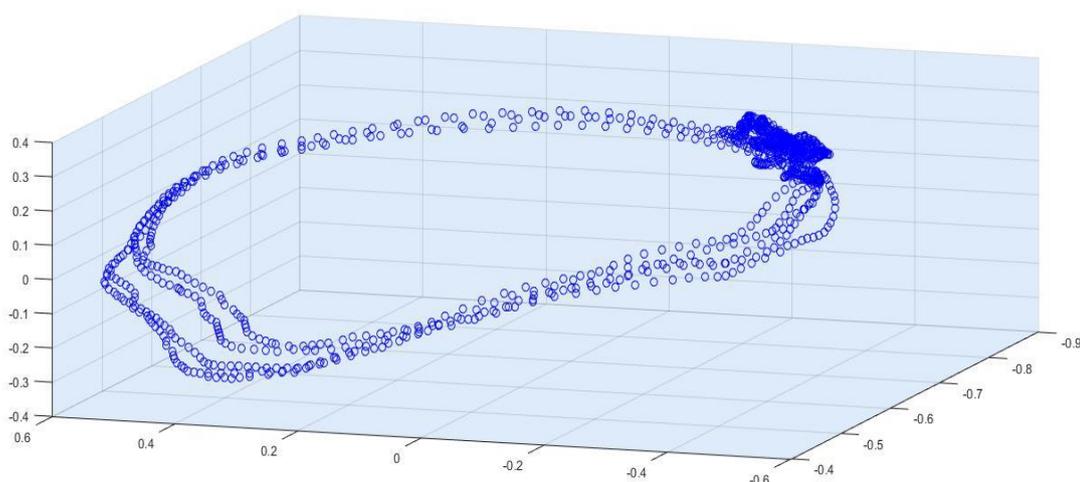


Figura 116 - Traiettoria del polso nel sdr di torace utilizzando le matrici di rotazione fornite dai sensori

Traiettoria del polso - Kalman

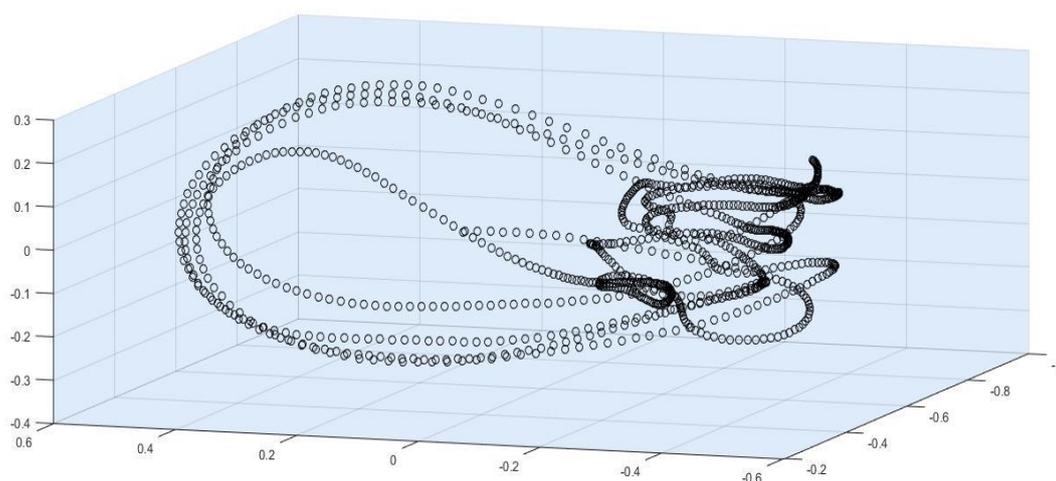


Figura 117 - Traiettoria del polso nel sdr di torace utilizzando le matrici di rotazione calcolate attraverso il Kalman

I grafici mostrano, analogamente a quanto fatto in precedenza per il gomito, il movimento ciclico del polso destro nel sdr di torace durante le varie bracciate. La direzione di avanzamento del soggetto è verso sinistra e la forma della curva tracciata nel tempo assomiglia a quella vista per il gomito.

A differenza del gomito, il confronto dei tracciati del polso ottenuti attraverso Kalman e Opal mostra differenze più accentuate. Tale differenza potrebbe essere

dovuta al fatto di lavorare su 2 segmenti alla volta ottenendo per ognuno le matrici di rotazione e le coordinate dei centri articolari, spostando poi l'analisi alla coppia di segmenti adiacenti.

Inoltre via via che ci allontaniamo dal segmento più prossimale (torace) verso il distale (gomito e poi polso) gli errori di analisi si sommano e pertanto risulta essere più precisa l'analisi relativa al gomito e meno precisa quella effettuata sul polso.

$${}^T P = {}^T S + {}^T R_B({}^B G - {}^B S) + {}^T R_A({}^A P - {}^A G)$$

Intuitivamente anche dalla formula sopra riportata si comprende come gli errori nella stima delle matrici di rotazione ${}^T R_B$ e ${}^T R_A$ e nelle coordinate dei centri articolare (${}^B G$, ${}^B S$, ${}^A P$ e ${}^A G$) si sommano nel calcolo complessivo della posizione del polso rispetto al sdr di torace.

Per le posizioni di gomito e polso rispetto al sdr di torace sono state calcolate le distanze, campione per campione, con il Kalman implementato e con Opal per confrontare i due metodi.

Di seguito si riportano due tabelle con i dati relativi al confronto.

Posizione gomito rispetto al torace (m)				
	Media dell'errore	Std	Range	Std / range
Coordinata x	-0.0012	0.0130	0.1888	6.91 %
Coordinata y	0.0053	0.0167	0.1685	9.90 %
Coordinata z	-0.0017	0.0180	0.1975	9.11 %

Posizione polso rispetto al torace (m)				
	Media dell'errore	Std	Range	Std / range
Coordinata x	-0.0415	0.1921	0.5925	32.41 %
Coordinata y	0.1029	0.2148	0.6181	34.75 %
Coordinata z	-0.1612	0.2050	0.6338	32.35 %

Legenda:

- Media dell'errore: valore medio della differenza tra le misure calcolate da Kalman e Opal
- Std: deviazione standard della differenza tra le misure calcolate da Kalman e Opal
- Range: distanza picco-picco della misura della posizione del gomito/polso per le tre coordinate
- Std / range: rapporto della deviazione standard calcolata e il range di valori

Dalla tabella si nota ancora una volta che le misure effettuate con i due metodi sono abbastanza simili relativamente alla posizione del gomito, mentre si discostano significativamente per la posizione del polso su tutte e tre le coordinate.

8 Body-roll

Un altro parametro importante nel nuoto stile libero è il body-roll. Questo parametro descrive il movimento del nuotatore, in termini di rotazione attorno all'asse di avanzamento del soggetto (asse longitudinale).

Per ricavare questo dato è stata usata la velocità angolare in uscita dal giroscopio posto sul torace. Integrando una volta questo segnale con il metodo agli elementi finiti, è stato possibile ricavare l'andamento dell'angolo che forma il tronco con l'orizzontale istante per istante. Questa integrazione comporta un errore di drift del risultato. Come già fatto in precedenza, per eliminare questo errore di deriva è stato utilizzato un filtro di butterworth passa-basso (cap. 6).

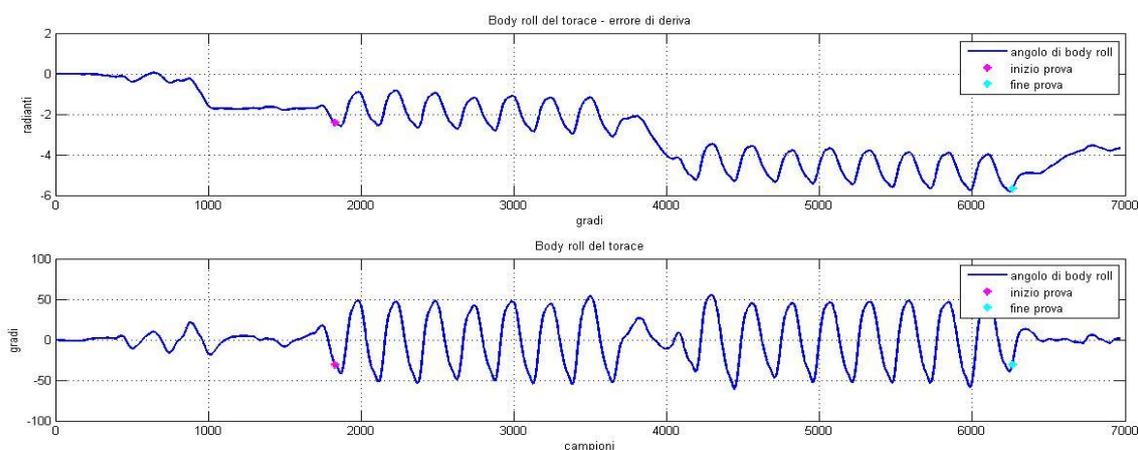


Figura 118 – Andamento dell'angolo di body roll del sensore posto sul torace. In alto il segnale derivato affetto da deriva (in radianti), in basso il segnale depurato da questo errore (in gradi)

Questa analisi permette quindi di vedere due importanti aspetti del nuoto:

1. La simmetria del movimento. Guardando il tracciato si nota che l'angolo ha un andamento oscillante mediamente tra -50° e $+50^\circ$. Questo significa che il nuotatore ruota il tronco in maniera simmetrica sia quando estende un braccio sia quando estende l'altro.

La durata delle rotazioni nei soggetti analizzati è abbastanza uniforme. Ovviamente in questa analisi bisogna tener conto di quando il soggetto respira in termini di frequenza e su quale lato. Per avere un metodo più chiaro di come interpretare il segnale si potrebbero effettuare dei test nei quali si chiede al nuotatore di respirare ogni numero di bracciate predefinito e su quale lato. Questo permetterebbe di capire se e in che modo il segnale evidenzia questo gesto.

2. L'ampiezza dell'oscillazione del tronco per ogni bracciata. Ovvero se il nuotatore imprime maggiore forza con un braccio rispetto che con l'altro (picchi del segnali maggiori per un lato) e l'affaticamento del soggetto pian piano che svolge la prova (ampiezza minore del segnale).

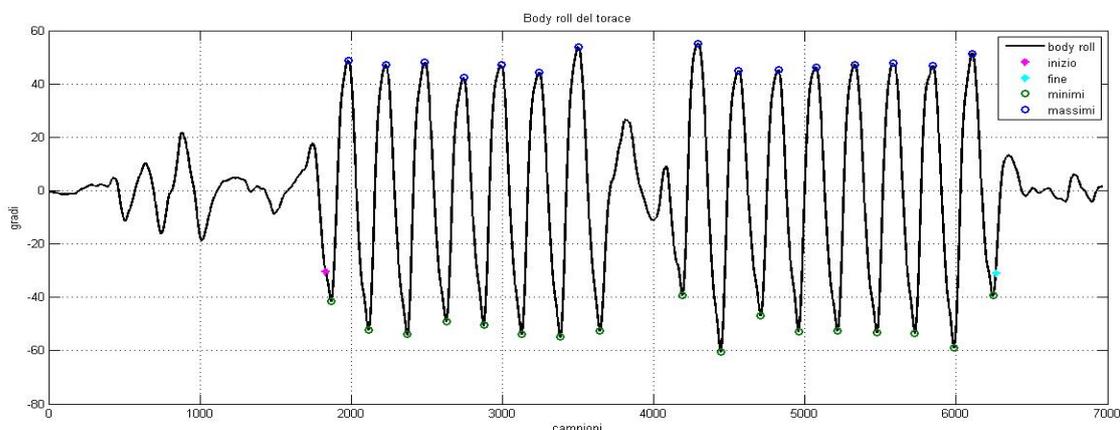


Figura 119 - Segnale di body roll: ogni coppia di massimi e minimi rappresenta una bracciata.

Tornando all'analisi relativa alla simmetria del movimento, possono essere valutati due parametri, chiamati "indici di asimmetria":

$$SI = |SI_{left} - SI_{right}| = \left| \frac{|x_{left} - x_{right}|}{x_{left}} 100 - \frac{|y_{left} - y_{right}|}{y_{left}} 100 \right|$$

$$SA = \frac{\left(45^\circ - \arctg\left(\frac{x_{left}}{x_{right}}\right) \right)}{90^\circ} 100$$

In tabella sono riportati gli indici di simmetria mediati sulle varie bracciate per i 6 soggetti in esame.

Nuotatore	1	2	3	4	5	6
SI	0,086	1,083	0,104	0,340	0,397	0,048
SA	0,934	-3,305	-1,026	1,855	2,004	-0,698

Tabella 5 – Indici di asimmetria relativi a 6 nuotatori

Nel grafico sotto riportato sono mostrati gli angoli medi di body roll relativi al lato destro e sinistro mediati sulle bracciate per i 6 soggetti analizzati.

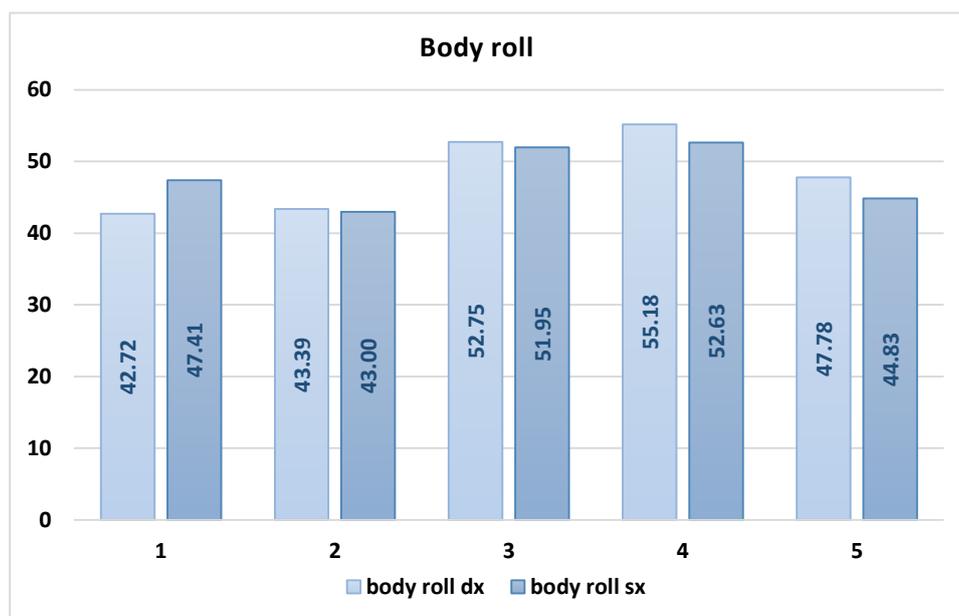


Tabella 6 - Rappresentazione degli angoli di body roll relativi alla parte sinistra e destra per ognuno dei 6 soggetti analizzati

Gli studi mostrano che la migliore tecnica è quella che vede maggiori gli angoli di body roll: questo perché aumentando tale angolo il braccio durante la fase di recupero riesce a rimanere maggiormente verticale rispetto alla superficie dell'acqua senza quindi spostarsi troppo lateralmente. Infatti se si avesse uno spostamento laterale dell'arto superiore, il corpo del nuotatore tenderebbe a non andare più in linea retta ma ad avere un'andatura a zig-zag.

Dai dati ottenuti si nota che il nuotatore 4 è quello che ha angoli di body-roll maggiori. Confrontando questo dato con quelli della tabella relativa alle percentuali delle fasi della bracciata, il nuotatore 4 è anche quello che ha percentuale della durata di recovery minore.

9 Conclusioni

Lo studio ha avuto come obiettivo la sperimentazione di alcuni strumenti e metodi di calcolo per analizzare il movimento del corpo umano, in particolare i test sono stati eseguiti in prove di nuoto stile libero; si valuta che gli strumenti e i metodi di analisi implementati siano estendibili ad un gran numero di altre situazioni e gesti motori.

Lo studio applicato a questo particolare gesto motorio ha permesso di rilevare in maniera automatica la velocità media e istantanea del soggetto con la possibilità di analizzare la stessa velocità a livello di ogni singola vasca e bracciata.

Il metodo implementato permette anche di suddividere la bracciata in fasi per permettere uno studio approfondito della tecnica a livello della singola prestazione di ogni nuotatore allo scopo di confrontare i diversi movimenti e migliorare le prestazioni.

Un ulteriore risultato è il calcolo degli angoli di body-roll (rotazione del tronco attorno all'asse longitudinale del corpo); questo ha permesso di verificare che un incremento dell'angolo di body-roll comporta una fase di propulsione (push-pull) maggiore e una minore fase aerea dell'arto superiore (recovery) che non fornisce propulsione in avanti al soggetto.

Una particolare attenzione è stata posta nella predisposizione di un algoritmo per identificare, a partire dai dati forniti in uscita dai sensori inerziali, istante per istante la posizione delle varie articolazioni (gomito e polso) nel sistema di riferimento di torace. Ciò ha comportato la necessità di approfondire lo studio delle matrici di rotazione per trasformare le coordinate della posizione di un punto (gomito e polso) non nel sistema di riferimento di piscina ma nel sistema di riferimento di torace solidale con il nuotatore, con la definizione del sistema multi-link a 4 segmenti. In questo studio in particolare si è dimostrato molto utile l'utilizzo del filtro di Kalman prima implementato in una configurazione bi-dimensionale e successivamente in una configurazione tri-dimensionale.

Prove sono state effettuate anche con l'utilizzo della stereofotogrammetria, non al fine di analizzare il nuoto dove non è possibile utilizzare questo strumento, ma in prove simulate in laboratorio per validare l'utilizzo del metodo implementato attraverso il Kalman 3D, confrontando le misure fornite da quest'ultimo con le misure rilevate dalla stereofotogrammetria che è sicuramente molto precisa.

10 Sviluppi futuri

Nella nostra analisi si è implementato il filtro di Kalman operando su coppie di segmenti; moltiplicando le matrici di rotazione così ottenute si è ottenuta la posizione di un punto nel sistema di riferimento voluto (non necessariamente del segmento adiacente).

Nel metodo implementato è stata utilizzata anche una funzione costo che minimizzando l'errore tra le uscite dei sensori inerziali e i valori stimati dal Kalman (accelerometri, giroscopi e magnetometri) stima con più precisione le coordinate dei centri articolari, difficili da misurare in maniera manuale.

Un possibile sviluppo di questo metodo potrebbe essere l'estensione del Kalman ad un modello a 4-link in modo da minimizzare l'errore sulle uscite dei 4 sensori utilizzati contemporaneamente; questo potrebbe ridurre l'errore sulla stima dei punti di interesse nel sistema di riferimento voluto (ad esempio la posizione del polso nel sistema di riferimento di torace).

Infatti si è notato che con il Kalman a 2 segmenti è molto accurata la stima della posizione del gomito nel sistema di riferimento di torace mentre via via che ci allontaniamo dal torace l'errore aumenta arrivando ad avere errori più sostanziali nella stima della posizione del polso nel torace. Cercando invece di utilizzare tutte le informazioni che abbiamo dai sensori insieme in un modello 4-link questi errori di stima potrebbero diminuire.

11 Bibliografia

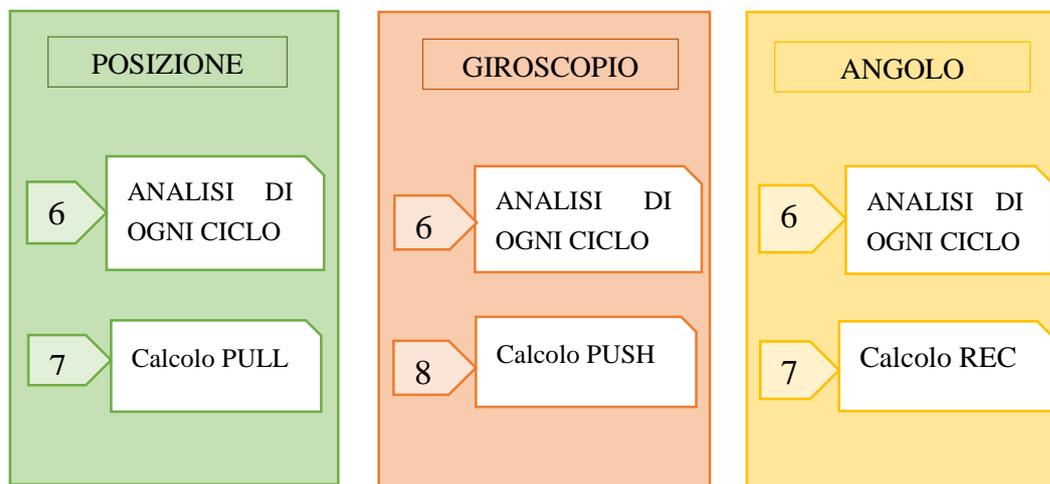
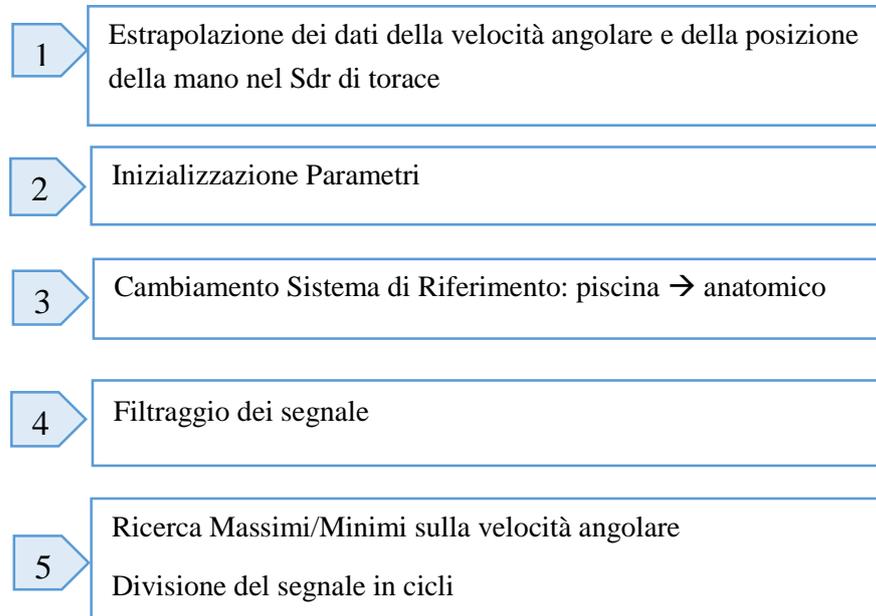
- “Front-Crawl instantaneous velocity estimation using a wearable inertial measurement unit”, Farzin Dadashi, Florent Crettenand, Grégoire P. Millet, Kamiar Aminian, Sensors 2012
- “Wearable inertial sensors in swimming motion analysis: a systematic review”, F.A. de Magalhaes, G. Vannozzi, G. Gatta, S. Fantozzi, 9 December 2014, Journal of Sports Sciences
- “Validity and reliability of kick count and rate in freestyle using inertial sensor technology”, S.K. Fulton, D.B. Pyne, B. Burkett, August 2009, Journal of Sports Sciences
- “Embedded programming and real-time signal processing of swimming strokes”, T. Le Sage, P.P. Conway, L.M. Justham, S.E. Slawson, A.A. West, 13 August 2011, International Sports Engineering Association 2011
- “Optimizing kick rate and amplitude for Paralympic swimmers via net force measures”, S.K. Fulton, D. Pyne, B. Burkett, 8 May 2014, Journal of Sports Sciences
- “Validation trial of an accelerometer-based platform for swimming”, N. Davey, M. Anderson, D. A. James, December 2008, Sports Technology
- “Validation of GPS and accelerometer technology in swimming”, E. Bealand, L.C. Main, B. Aisbett, P. Gastin, K. Netto, 2013, Journal of Science and Medicine in Sport
- “Quantifying competitive swim training using accelerometer-based activity monitors”, B.V. Wright, J. M. Stager, 2013, Sports Engineering
- “Dynamic accuracy of inertial measurement units during simple pendulum motion”, M. A. Brodie, A. Walmsley, W. Page, June 2008, Computer methods in biomechanics and biomechanical engineering
- “Extended Kalman Filter – based methods for pose estimation using visual, inertial and magnetic sensors: comparative analysis and performance evaluation”, Gabriele Ligorio, Angelo Maria Sabatini, Sensors 2013
- “Estimating orientation using magnetic and inertial sensors and different sensor fusion approaches: accuracy assessment in manual and locomotion tasks”, E. Bergamini, E. Ligorio, A. Summa, G. Vannozzi, A. Cappozzo, A. M. Sabatini, Sensors 2014
- “First in vivo assessment of Outwalk: a novel protocol for clinical gait analysis

based on inertial and magnetic sensors”, A. Ferrari, A. G. Cutti, M. Raggi, M. Heijboer, A. Cappello, A. Davalli, *Med Biol Eng Comput* 2010

- “Methods for gait event detection and analysis in ambulatory system”, J. Rueterbories, E. G. Spaich, B. Larsen, O. K. Anderson, *Medical Engineering & Physics* 2010
- “Spatio-temporal parameters of gait measured by an ambulatory system using miniature gyroscopes”, K. Aminian, B. Najafi, C. Bula, P. F. Leyvraz, Ph. Robert, *Journal of Biomechanics* 2002
- “Outwalk: a protocol for clinical gait analysis based on inertial and magnetic sensors”, A. G. Cutti, A. Ferrari, P. Garofalo, M- Raggi, A. Capello, A. Ferrari, *Med Biol Eng Comput* 2010
- “Accuracy, sensitivity and robustness of five different methods for the estimation of gait temporal parameters using a single inertial sensor mounted on the lower trunk”, D. Trojaniello, A. Cereatti, U. Della Croce, *Gait & Posture* 2014
- “Stair climbing detection during daily physical activity using a miniature gyroscope”, B. Coley, B. Najafi, A. Paraschiv-Ionescu, K. Aminian, *Science Direct* 2005
- “An enhanced estimate of inertial contact and final contact instants of time using lower trunk inertial sensor data”, J. McCamley, M. Donati, E. Grim-papi, C. Mazzà, *Gait & Posture*, 2012
- “Application of Video-Based Methods for Competitive Swimming Analysis: A systematic Review”, R. Mooney, G. Corley, A. Godfrey, C. Osborough, L. R. Quinlan, G. OLaighin, *Sports and exercise medicine* , September 2015

12 Schema a blocchi dell'algoritmo Matlab

Function get_SwimEvents



Figure

Struttura con i dati di pull, push e rec

1 Caricamento Dati

- Caricamento dei dati di giroscopio e della posizione della mano

2 Inizializzazione

- TS → Periodo di campionamento
- Intorno → Intorno per cercare dove la derivata prima della posizione della mano decresce

3 Cambiamento Sistema di Riferimento: piscina → anatomico

- Dati del giroscopio
- Dati del torace
- Dati di avambraccio
- Calcolo dell'angolo Teta tra torace e avambraccio

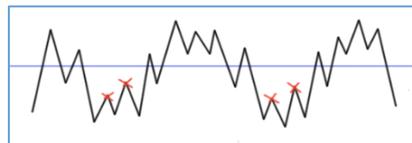
4 Filtraggio del segnale

- FUNCT **NEWFBW**: function che filtra il segnale sia di giroscopio che di posizione

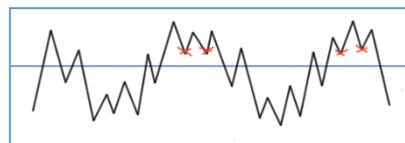
5 Ricerca Massimi/Minimi

La ricerca dei massimi viene effettuata sul segnale del giroscopio ma ha validità per tutti i segnali esaminati (accelerometro e angolo teta).

- FUNCT **LMAX**: ricerca massimi sul segnale filtrato
- FUNCT **MAX TRESHOLD**: elimina i valori massimi sottosoglia (si mantengono solo i massimi soprastoglia). La soglia viene impostata ad un valore pari al max del segnale diminuito di un valore percentuale (es: 50%)



- FUNCT **LMIN**: ricerca dei minimi sul segnale filtrato
- FUNCT **MIN_TRESHOLD**: elimina i valori minimi soprastoglia (si mantengono i valori minimi sottosoglia). La soglia viene impostata ad un valore pari al min del segnale aumentato di un valore percentuale (es: 50%)



- FUNCT **FIRST_MIN**: si mantengono solo i minimi trovati che sono preceduti da un massimo.
- Divido il segnale in cicli (esamino i cicli dal 1° massimo sopra soglia al primo minimo sotto soglia dopo il massimo)

POSIZIONE DELLA MANO

6p ANALISI DI OGNI CICLO (max→)

- Per ogni ciclo seguo le seguenti operazioni:
 - FUNCT **DERIVATE_CWT**: calcola la derivata prima del segnale

7p Calcolo

- Vedo dove la derivata prima inizia a decrescere fortemente dopo aver attraversato l'asse delle ascisse x e questo punto coincide con tpull

GIROSCOPIO

6g ANALISI DI OGNI CICLO

- Divido il segnale in cicli (esamino i cicli dal 1° massimo sopra soglia al primo minimo sotto soglia dopo il massimo)

7g Calcolo

- Divido il segnale in cicli (esamino i cicli dal 1° minimo sotto soglia al successivo massimo sopra soglia dopo il minimo)
- Per ogni ciclo seguo le seguenti operazioni:
 - FUNCT **GET_TPUS_GYR**: richiama la funzione che trova il tpus
 - FUNCT **LMIN**: trova il minimo del segnale sul segnale filtrato. A questo punto esamina il tratto del segnale filtrato contenuto tra il primo minimo sotto soglia dopo il massimo e il minimo del segnale appena trovato.
 - FUNCT **LMAX**: trova il massimo del segnale filtrato in questo

intervallo. Una volta trovato il massimo sul segnale filtrato, si costruisce un intorno (es: ± 15 campioni) e in questo range di valori cerca il valore massimo del segnale non filtrato. Il valore del massimo così trovato è l'istante di tempo in cui c'è TPUS.

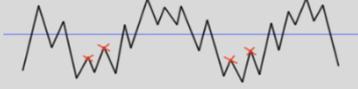
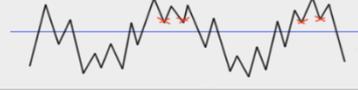
ANGOLO

6θ ANALISI DI OGNI CICLO (max → min)

- Divido il segnale dell'angolo Teta in cicli (esamino i cicli dal 1° minimo sottosoglia dopo il massimo al successivo minimo sottosoglia dopo il massimo (ciclo completo))
- Per ogni ciclo seguo le seguenti operazioni:
 - Trovo il massimo del segnale in questo intervallo

7θ Calcolo

- Per ogni ciclo eseguo la seguente operazione:
 - FUNCT **GET_TREC**: trova l'istante di tempo in cui c'è TREC

FUNZIONI	
LMAX	Ricerca dei massimi di un segnale
MAX_TRESHOLD	<p>Tiene solo i massimi sopra-soglia: la soglia è impostata come un valore percentuale del massimo assoluto del segnale</p> 
LMIN	Ricerca dei minimi di un segnale
NEWFBW	Filtro segnale
MIN_TRESHOLD	<p>Tiene solo i minimi sotto-soglia: la soglia è impostata come un valore percentuale del minimo assoluto del segnale</p> 
FIRST_MIN	Si mantengono i minimi trovati sotto-soglia preceduti da un massimo sopra-soglia
GET_TPULL_GYR	Calcola TPULL dai dati di giroscopio: traslazione temporale dal sistema di riferimento di un singolo ciclo al Sistema di riferimento dell'intero segnale
GET_TPUS_GYR	<p>Parte ad analizzare il segnale del giroscopio</p> <p>Trova l'istante di tempo in cui c'è il TPUS: richiama la funzione lmin per trovare il minimo del segnale. Se ha trovato il minimo analizza il segnale nell'intervallo di tempo compreso tra l'inizio del segnale e l'istante in cui c'è il minimo appena trovato. In questo intervallo cerca il Massimo del segnale richiamando la funzione lmax. Si crea un intorno di valori centrati nel massimo appena trovato e cerca sul segnale non filtrato il valore massimo di questo.</p> <p>Una volta trovato questo massimo che coincide all'istante di TPUS fa una traslazione temporale per passare dal Sistema di riferimento del singolo ciclo al Sistema di riferimento dell'intero segnale.</p>
PSCAL	Prodotto scalare tra due vettori
MAGNIT	Valore assoluto di un vettore

13 Ringraziamenti

“Quando sei una giovane ginnasta, le parallele sono sempre molto alte. Nadia fu la prima che fece vedere al mondo un dieci perfetto, non una volta sola, ma sette. Lei mi ha fatto capire che se io lavoro duro potrò arrivare anche solo per un momento a raggiungere l'impossibile.”

Quando ho iniziato questo percorso vedevo la meta molto lontana, quasi irraggiungibile; poi piano piano, giorno dopo giorno, esame dopo esame, l'obiettivo della laurea triennale sembrava sempre più vicino. All'improvviso il 20 giugno del 2012 mi sono trovata con una corona di alloro addosso e l'emozione è stata tanta. Ma quello non era per me un punto di arrivo, era un trampolino di lancio per andare avanti, perché l'importante è ciò che si prova mentre si corre per raggiungere il proprio obiettivo. E così sono voluta andare avanti ma sempre senza mai abbandonare la mia passione più grande: la ginnastica. Mi ricordo che quando a fine gara mi mettevano la medaglia al collo (e certe volte mi davano pure la coppa!) sentivo una grande emozione ma questa non era legata al piazzamento in classifica, era più un misto di sensazioni che avevo provato in allenamento, a far nascere in me la voglia di migliorarmi sempre, di voler fare sempre meglio.

E così sono qui oggi: ingegnere da una parte e insegnante di ginnastica dall'altra. Quando una bambina mi dice “ho paura, non ce la farò mai”, io gli rispondo di tenere duro, di continuare a provare perché la determinazione è tutto nella vita.

Tutto questo grazie innanzitutto alla mia famiglia.

Grazie a “Drummy” che, se alla triennale mi preparava il pranzo in macchina per farmi arrivare in orario all'allenamento, oggi mi prepara la cena alle 22 dopo che finisco in palestra. Grazie a “mamy” che, se alla triennale mi accendeva le candele per ogni mio esame, anche per tutta la magistrale ha continuato a farlo. Grazie ad entrambi che, se alla triennale mi sono sempre stati vicino in momenti di stanchezza o mettendomi l'argilla su ogni parte del mio corpo, ora mi danno consigli su come crescere e continuano ancora a mettermi l'argilla dicendomi: non cambierai mai!!

Grazie a tutti i vecchi e nuovi amici per avermi fatto ridere anche quando non ne avevo proprio intenzione, per avermi fatto vivere esperienze indimenticabili e soprattutto per sopportarmi ancora giorno dopo giorno.

Grazie a tutto il mondo della ginnastica: allenatori, amiche, atlete. Questo mondo mi ha insegnato a non mollare mai, a credere sempre in sé stessi, mi ha dimostrato con i fatti che la determinazione è tutto. In questo ambiente come in tutti gli altri il talento non basta, ci vuole determinazione e “testa” per andare avanti.

Concludo con la stessa frase usata al termine della laurea triennale: “NOTHING IS IMPOSSIBLE”.

Toti