

**ALMA Mater Studiorum
Università degli Studi di Bologna**

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA

**Dinamica delle galassie a spirale
e delle galassie ellittiche**

Elaborato finale

Candidato:
Beatrice D'Angelo

Relatore:
Daniele Dallacasa

Sessione: II 2 Autunnale
Anno Accademico 2014\2015

Indice

Abstract	2
1 Introduzione e classificazione delle galassie	3
2 Dinamica galattica	4
2.1 Dinamica stellare	5
2.1.1 Il Problema degli N corpi	6
2.1.2 Il tempo di rilassamento a due corpi	6
2.2 Dinamica del gas	7
3 Galassie a disco	8
3.1 Bulge	9
3.2 Disco	9
3.3 Alone di Materia Oscura	10
3.4 Bracci	11
3.5 Barra	11
4 Galassie ellittiche	11
4.1 Relazioni di scala	13
5 Buchi neri	14
5.1 Luminosità di Eddington	14
5.2 Relazioni di scala	16
Bibliografia	17

Sommario

L'elaborato presenta i principali risultati ottenuti nell'ambito della dinamica galattica, con una iniziale panoramica sulla morfologia delle galassie, seguita dall'analisi dei moti delle loro componenti più importanti.

I capitoli IV e V sono dedicati allo studio degli effetti dinamici interni nelle galassie a spirale e nelle ellittiche.

La tesi si conclude con una trattazione delle caratteristiche dei buchi neri centrali e la loro influenza sulla cinematica della galassia.

1 Introduzione e classificazione delle galassie

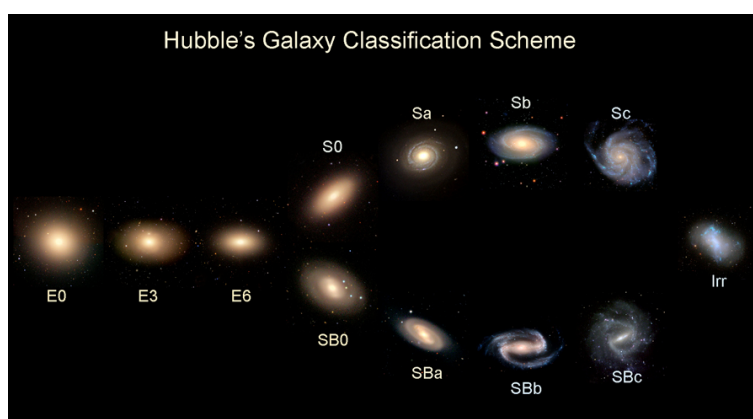
La dinamica galattica è lo studio delle principali caratteristiche morfologiche e cinematiche delle galassie attraverso l'analisi dei moti delle stelle e del gas che le compongono.

Le grandezze che definiscono le proprietà delle galassie sono tre: massa, dimensione, e dispersione di velocità:

- $10^8 \leq \frac{M}{M_{\odot}} \leq 10^{12}$
- $100 \text{ pc} \leq R \leq 50 \text{ kpc}$
- $50 \text{ km/s} \leq \sigma \leq 400 \text{ km/s}$

Le prime tecniche utilizzate dagli astronomi per tentare di indagare la natura delle galassie furono le classificazioni. Tali metodi sono per lo più sterili, l'unica classificazione che storicamente ha mantenuto la propria rilevanza è quella proposta da Hubble nel 1926. Infatti, nonostante lo scienziato partisse da considerazioni errate, nel corso degli anni furono scoperte proprietà che corrispondono alle tipologie di galassie classificate da Hubble.

Egli divise le galassie in due tipi: ellittiche e a spirale, con una terza categoria rappresentata dalle irregolari, e costruì il seguente diagramma:



La forma delle **galassie ellittiche** è determinata da due quantità fondamentali:

- Ellitticità = $\epsilon = 1 - \frac{b}{a}$
- Eccentricità = $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$

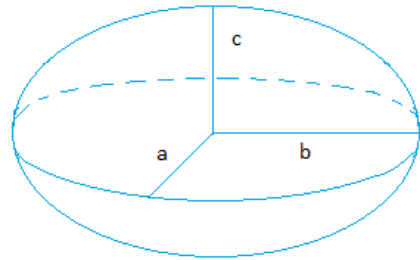
La nomenclatura proposta da Hubble è stata adottata dalla comunità astronomica e si riferisce alle galassie ellittiche tramite l'etichetta En , dove $n = 10\epsilon$: se l'oggetto è perfettamente sferico $n = 0$, mentre il massimo schiacciamento possibile si ha per $n = 7$, oltre il quale l'instabilità è tale da far collassare la struttura.

L'ellitticità apparente che si osserva nel cielo è dovuta a effetti di proiezione che modificano la forma originale delle galassie. Per cercare di capire come esse siano fatte tridimensionalmente si assume l'ipotesi che la figura geometrica di partenza che meglio descrive l'oggetto sia un ellissoide.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Se le ellittiche hanno una forma 3D ellissoidale, esse possono essere:

- Sfere se $a = b = c$
- Oblate se $a = b > c$
- Prolate se $a > b = c$
- Triassiali se $a > b > c$



Le **galassie a spirale** (*galassie a disco*) sono costituite da un disco sottile di stelle, sul quale sono evidenti i bracci di spirale che ne caratterizzano l'aspetto. Al centro si trova il bulge, una sorta di rigonfiamento del disco che presenta le stesse caratteristiche fisiche di una ellittica. Queste galassie si suddividono in spirali normali (Sa, Bb, Bc), con bulge di forma sferica, e spirali barrate (SBa, SBb, SBc), nelle quali il nucleo è attraversato da una barra formata da stelle su cui si innestano i bracci.

Le lettere a, b, c sono riferite al grado di avvolgimento dei bracci.

2 Dinamica galattica

La forma delle galassie dipende principalmente dalle interazioni gravitazionali tra le singole componenti massive, vale a dire le stelle, il gas e la materia oscura: le stelle formano il corpo principale della parte luminosa della galassia, il gas occupa all'incirca il 10% della massa totale, mentre la materia oscura contiene molta più massa rispetto a stelle e gas (che costituiscono la cosiddetta *materia barionica*) e si estende a distanze fino a un ordine di magnitudine più elevate.

Se da un lato i moti delle stelle e della materia oscura dipendono interamente dalle forze gravitazionali, la dinamica del gas è influenzata anche da forze dissipative dovute a pressione, radiazione, e campi magnetici. Questi ultimi condizionano, in qualche misura, anche particolari aspetti della forma e del moto delle galassie stesse.

2.1 Dinamica stellare

Il potenziale gravitazionale di una galassia è composto da un campo principale, dovuto alla distribuzione media della materia, e da fluttuazioni dovute a incontri tra singole stelle. Una stima degli effetti di tali incontri è fornita dal calcolo del tempo di rilassamento del sistema, che può essere stimato a partire dal tempo richiesto da una stella per cambiare la propria direzione del moto di un angolo di 90° a causa di incontri successivi.

La dinamica stellare si pone come obiettivo il raggiungimento di una comprensione qualitativa della struttura e dell'evoluzione dei sistemi stellari tramite lo sviluppo di metodi matematici capaci di previsioni quantitative.

In generale essa studia il comportamento di sistemi gravitazionali composti da un grande numero di corpi ($N > 10$), condividendo tecniche e risultati con altre discipline tra cui la meccanica celeste, la fluidodinamica, la meccanica analitica, la fisica del plasma e la meccanica statistica.

Le stelle tuttavia non sono punti materiali: esse possiedono un'estensione finita che sta alla base dei cosiddetti urti geometrici. Per analizzare l'incidenza sulla dinamica stellare di tali incontri, si prenda in esame una generica galassia tonda di dimensione caratteristica R , contenente N stelle di raggio $R_* = R_\odot = 7 \cdot 10^{10}$ cm.

L'urto geometrico si verifica quando la distanza tra due centri è minore di $2R_*$; ciascuna stella ha a disposizione un volume cilindrico di base $\sigma_* = 4\pi R_*^2$ e altezza λ .

Con tali definizioni si può imporre

$$N\lambda\sigma_* = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \frac{\lambda}{R_*} = \left(\frac{R}{R_*}\right)^3 \frac{1}{3N}$$

Eseguendo il calcolo per una galassia standard:

$$\frac{\lambda}{R_*} = \left(\frac{10^4 \cdot 3.08 \cdot 10^{18}}{7 \cdot 10^{10}}\right)^3 \frac{1}{3 \cdot 10^{11}} = 2.8 \cdot 10^{23}$$

Per quanto la stima ottenuta sia grossolana, anche calcoli più accurati mostrano che lo spazio che una stella deve percorrere prima di incontrarne un'altra è talmente grande che consente di trascurare gli urti geometrici nelle trattazioni future.

Ciascuna stella è ipotizzata essere quindi un punto materiale; in tal modo la base su cui poggia la dinamica stellare è rappresentata dalle equazioni differenziali che descrivono il problema degli N corpi.

2.1.1 Il Problema degli N corpi

Dato un sistema di riferimento inerziale, le equazioni del moto per ogni particella sono descritte da:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v}_i \\ \dot{\mathbf{v}}_i = -\frac{1}{m_i} \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}_i} \\ U = -\frac{G}{2} \sum_{i,j=1; j \neq i}^N \frac{m_i m_j}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|} \end{cases}$$

Con le condizioni iniziali

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_i^0 \\ \mathbf{v}_i(0) = \mathbf{v}_i^0 \end{cases}$$

Non è possibile una piena comprensione delle proprietà della soluzione generale con le attuali conoscenze matematiche, per questo motivo le varie tecniche sviluppate per estrarre informazioni dalle equazioni differenziali scritte nel sistema hanno contribuito al raggiungimento di alcuni risultati di importanza fondamentale sia in matematica che in analisi numerica.

Un'identità di semplice derivazione e ampio utilizzo in dinamica stellare è il seguente

Teorema 1 (Identità di Lagrange-Jacobi) *In S_0*

$$\ddot{I} = 2(2T + U) = 2(T + E) = 2(2E - U)$$

Relazione che collega informazioni sull'evoluzione della struttura del sistema, rappresentate dal momento polare di inerzia I , a grandezze dinamiche quali l'energia cinetica e potenziale e l'energia totale.

Poiché il problema degli N corpi può essere risolto esplicitamente sotto determinate simmetrie, un diverso tipo di approccio consente nel calcolare soluzioni particolari esatte: le celebrate soluzioni collineari e planari, ottenute grazie ai lavori di Eulero e Lagrange, sono di fondamentale interesse perché illustrano in modo preciso il comportamento delle famiglie di asteroidi nel campo di gravità di Giove e Saturno.

D'altra parte, le relazioni che si ottengono sulla base del concetto di **viriale** riguardano proprietà globali del sistema e permettono di stimare la massa di una galassia a partire dalle dimensioni e dalle velocità caratteristiche delle stelle al suo interno.

2.1.2 Il tempo di rilassamento a due corpi

Le relazioni finora viste risultano troppo generali e non portano a una comprensione dettagliata dei sistemi stellari reali; per proseguire l'indagine è necessario ricorrere a

tecniche più potenti. Un cambio di approccio prevede il passaggio dal discreto (gli N corpi) a vari tipi di continuo, e uno dei concetti su cui si basa questa sostituzione è quello del **tempo di rilassamento a due corpi**.

Esso è definito come il tempo oltre il quale la variazione totale di energia della particella $\sum |\Delta E|$ è uguale all'energia iniziale E_0 :

$$t_{2b} = n_{2b} \times t_{cross}$$

dove, per definizione, il *numero di attraversamenti* n_{2b} necessari per il rilassamento della particella di test è dato da:

$$\frac{n_{2b} \sum |\Delta E|}{E_0} = 1 \Rightarrow n_{2b} = \frac{E_0}{\sum |\Delta E|}$$

Per $N \rightarrow \infty$ si può dimostrare che

$$t_{2b} \sim \frac{0.1 N_* t_{cross}}{\ln N_*}$$

- Per una galassia tipica
 - $N_* = 10^{11}$
 - $t_{cross} = 2 \cdot 10^8$ anni
 - $t_{2b} = 10^{15}$ anni
- Per un ammasso globulare
 - $N_* = 10^6$
 - $t_{cross} = 10^6$ anni
 - $t_{2b} = 5 \cdot 10^9$ anni

Quindi le stelle posso essere trattate come **sistemi non collisionali**.

2.2 Dinamica del gas

Il ruolo principale del gas è quello di produrre evoluzioni secolari delle galassie. I fenomeni di maggiore rilevanza sono:

1. *Instabilità di Jeans*

Se consideriamo un volume di gas con densità omogenea ρ , l'evoluzione nel tempo di una perturbazione $\delta\rho$ dipende dalla scala L in cui si propaga. Se

$$L > L_j = \frac{c_s}{\sqrt{G\rho}}$$

La perturbazione diventa instabile, la pressione del gas non riesce a contrastare lo schiacciamento gravitazionale e la nube collassa su se stessa. Questo processo è di straordinaria importanza in quanto porta alla formazione di protostelle.

2. *Gas infall*

Nubi giganti di gas con massa paragonabile a quella di galassie nane possono causare accrescimento di massa nel centro delle galassie a disco. L'origine di tale caduta gravitazionale di gas si trova principalmente dentro il disco, ma una frazione considerevole può provenire dall'ambiente circostante, nel qual caso l'accrescimento si caratterizza come un residuo di infall cosmologico. Il tasso con cui la massa aumenta può raggiungere la massa solare l'anno, con conseguente evoluzione secolare della distribuzione di massa nella galassia entro il tempo di Hubble.

Questo processo influenza sia la morfologia che la cinematica, e favorisce la formazione stellare e l'arricchimento metallico.

3. *Gas shocks*

I bracci nelle galassie a disco sono descritti come onde di densità: mentre esse si propagano, sul fronte d'onda si formano gradienti di pressione molto elevati che possono indurre degli shock del gas. Tali shock portano alla formazione di stelle nei punti in cui la densità è massima. Osservazioni del ritardo di fase tra il punto di massima densità della spirale e le densità tipiche nelle zone vicine (ad esempio gli ammassi aperti di stelle giovani) sono utilizzate per determinare la velocità dei bracci.

4. *Hot coronae*

Spesso le galassie ellittiche sono circondate da corone di gas caldo ($T \sim 10^6$ K), la cui massa può raggiungere le 10^{10} masse solari.

Gli studi numerici permettono di analizzare la dinamica del gas e offrono una panoramica sui processi dissipativi che intervengono nell'evoluzione secolare della galassia. Combinando le tecniche più efficaci (come la *Smooth Particle Hydrodynamics*) con il metodo degli N corpi si può studiare la formazione delle galassie e delle strutture a larga scala all'interno delle simulazioni cosmologiche.

3 Galassie a disco

La dinamica delle spirali si caratterizza tramite i moti delle sue componenti: il bulge, il disco, i bracci e la barra (dove presente). Per analizzare il comportamento delle varie parti si utilizza la **curva di rotazione**. Essa si costruisce attraverso una considerazione di dinamica: supponiamo di avere una massa centrale M con una nube di gas di massa m in rotazione a distanza R . Assumendo il sistema in equilibrio, il potenziale gravitazionale fa ruotare il gas di moto circolare uniforme:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM(R)}{R}$$

Tale risultato mette in evidenza la relazione tra la velocità e la massa contenuta in R . Questa è l'equazione di partenza per la costruzione della curva di rotazione: a una misura di tipo cinematico, ottenibile dalle analisi degli spettri e dell'effetto Doppler, corrisponde la massa totale che mantiene in equilibrio il sistema.

Generalizzando in un caso di simmetria sferica, la massa totale si può scrivere come:

$$M(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

Questa equazione è piuttosto flessibile e dipende soltanto da ρ , quindi bisogna trovare un valore che sia in accordo con le osservazioni.

3.1 Bulge

se $\rho = \rho_0 = \text{cost}$

$$M(R) = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_0 \Rightarrow v^2 \propto R^2$$

La velocità aumenta linearmente con R ; il bulge si approssima a questa configurazione (*rotazione rigida*).

3.2 Disco

se $\rho(R) = \rho_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-\alpha}$ diminuzione a legge di potenza

$$M(R) = 4\pi \rho_0 \int_0^R \left(\frac{R'}{R_0}\right)^{-\alpha} R'^2 dR' = \frac{4\pi \rho_0 R_0^\alpha}{3 - \alpha} R^{3-\alpha}$$

Inserendo nella formula per la velocità si ottiene:

$$v^2(R) = \frac{GM(R)}{R} = \frac{4\pi G \rho_0 R_0^\alpha}{3 - \alpha} R^{2-\alpha}$$

Per $\alpha = 2$ si ha la curva di rotazione piatta, che è ciò che si osserva.

Se la densità ha un profilo esponenziale

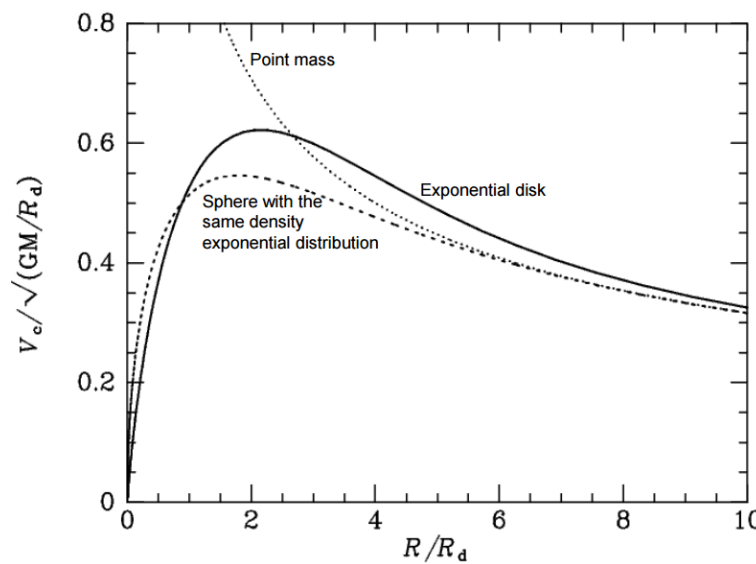
$$\Sigma(R) = \Sigma_0 e^{-\frac{R}{R_d}}$$

e per semplicità si assume che il sistema sia un disco sottile, in cui lo spessore è molto minore della dimensione radiale, la curva di rotazione risultante è data da:

$$v^2(R) = 2\pi \Sigma_0 R_d \left[\frac{1 - e^{-x}(1+x)}{x} \right]$$

La dipendenza radiale della formula si trova nella quantità $x = \frac{R}{R_d}$, che rappresenta la coordinata radiale in unità del raggio di scala.

La curva di rotazione di un disco di questo tipo (chiamato *esponenziale*) viene così graficata:

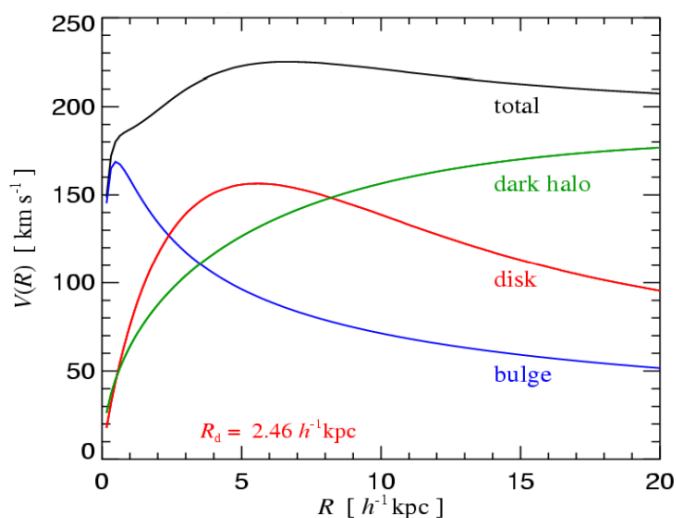


3.3 Alone di Materia Oscura

L'alone di materia oscura che circonda le galassie ha un profilo di densità calcolato tramite le simulazioni numeriche dato dalla formula:

$$\rho(R) = \frac{\delta_s}{\frac{R}{r_s} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}$$

Il profilo di rotazione della galassia che si vede è dato dalla somma delle tre componenti di bulge, disco e alone; dal grafico si evince che non è possibile ottenere una curva totale come quella calcolata (in *nero*) semplicemente sommando i contributi del bulge e del disco: una componente di massa aggiuntiva che abbia l'andamento mostrato in figura (in *verde*) è richiesta dalle evidenze osservative.



3.4 Bracci

La natura dei bracci deriva dal **problema dell'avvolgimento** (Winding Dilemma). Curva di rotazione costante significa disco in rotazione differenziale: le parti esterne impiegano più tempo a compiere un giro rispetto alle parti interne. Si può dimostrare che se i bracci fossero strutture permanenti, in 3 – 4 rotazioni sarebbero già molto più avvolti di quanto si osserva; in base al grado di avvolgimento, la nostra galassia dovrebbe essersi appena formata.

Dunque per ragioni di cinetica si conclude che i bracci stellari sono oggetti dinamici e non materiali: possono essere pensati come onde del mare, che trasportano energia ma non materia (*onde di densità*).

3.5 Barra

Le barre nelle spirali sono strutture piuttosto allungate, nelle quali il rapporto tra gli assi arriva fino a 1/5 e contribuiscono a circa il 20-30% della luminosità totale della galassia. Le stelle di cui sono composte si muovono lungo la barra con cinematiche molto complicate; le barre stesse ruotano con velocità angolare pressoché costante, in modo da essere in qualche modo solidali con il moto del disco.

4 Galassie ellittiche

Le galassie ellittiche ruotano molto lentamente e sono povere di idrogeno neutro, quindi per calcolarne la massa non si può usare la curva di rotazione come nelle spirali, ma

serve ricorrere ad altri metodi. Una soluzione del problema si basa sul teorema del viriale: prendendo in considerazione lo spettro uscente da una galassia, ogni riga in assorbimento è il risultato del contributo di tutte le righe individuali di ciascuna stella, ed essa appare tanto più larga quanto maggiore è la dispersione di velocità σ delle stelle (*allargamento Doppler*). Usando tale dispersione di velocità si ottiene la massa viriale tramite la formula

$$M_{dyn} \simeq \frac{3\sigma_e^2 R_e}{G}$$

Quantità ricavata sulla base di grandezze effettive, tipicamente

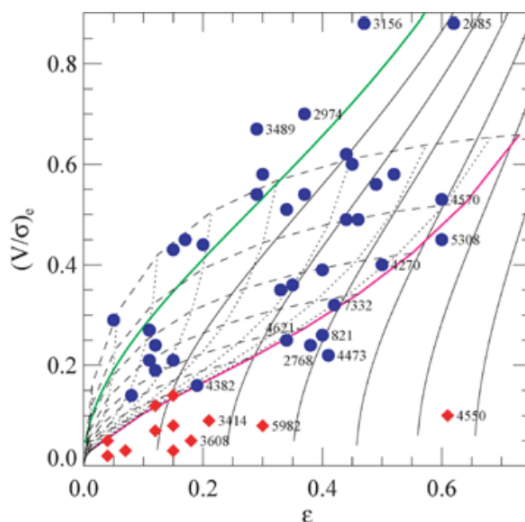
$$\sigma_e \simeq 100 - 350 \text{ km/s}$$

$$R_e \simeq 1 - 10 \text{ kpc}$$

L'unica possibilità di errore può derivare dalla sbagliata assunzione che i sistemi siano virializzati.

Il rapporto v/σ è il numero chiave per stabilire se un sistema è sostenuto da pressione interna o da rotazione, e in base alle misurazioni si è potuto concludere che lo schiacciamento non è dovuto alla rotazione, bensì alla distribuzione anisotropa della velocità.

v/σ può essere inserito in un grafico insieme alle galassie ellittiche ordinate a seconda della loro ellitticità: da esso si nota come v/σ abbia valori molto bassi se confrontati con quelli delle spirali, nelle quali varia da 6 a 10 a seconda delle misure. Inoltre lo schema evidenzia la presenza di due popolazioni: i *rotatori lenti* (in rosso) e i *rotatori veloci* (in blu). Questa differenza è anche fisica: le galassie sono strutturalmente diverse.



- I **rotatori lenti** sono circa il 35% e vengono considerati le galassie ellittiche ‘da manuale’. Hanno masse più grandi e forma tondeggiante (fino a E4) e sono localizzate nelle zone di maggiore densità;
- I **rotatori veloci** hanno una forma più schiacciata, sono meno massivi e spesso presentano una piccola barra all’interno.

Da queste considerazioni si evince che i canali di formazione dei due tipi di ellittiche sono probabilmente diversi.

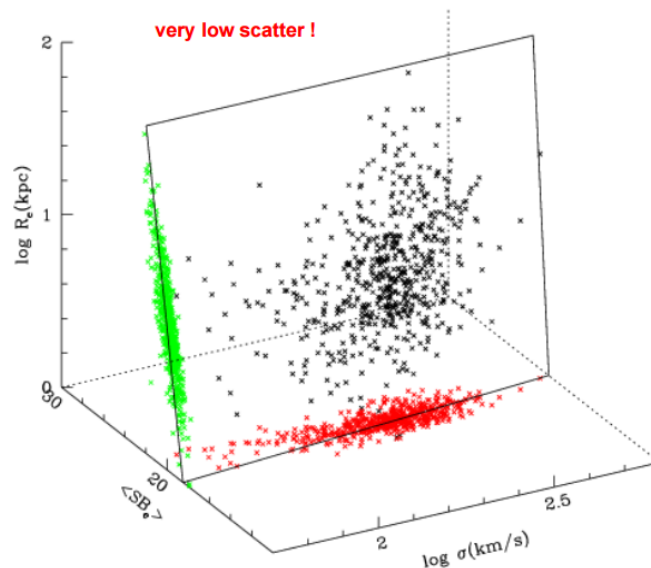
4.1 Relazioni di scala

La moltitudine di relazioni di scala per le galassie ellittiche, scoperte in modo indipendente e apparentemente scollegate tra di loro, fa parte di un’unica relazione di scala che ha preso il nome di **piano fondamentale**. Visivamente si presenta come uno spazio tridimensionale i cui assi sono *brillanza superficiale effettiva*, *raggio effettivo*, e *dispersione di velocità*, e in esso le galassie ellittiche si posizionano su un piano, secondo la relazione

$$R_e \propto \sigma_e^\alpha \propto I_e^\beta$$

Per le galassie ellittiche negli ammassi di galassie $\alpha = 1.24$ e $\beta = -0.82$.

Si è visto che questa proprietà non cambia in regioni con densità diverse, quindi sembra avere un carattere di universalità.



Passando ai logaritmi si ottiene proprio l’equazione di un piano

$$\text{Log}R_e = 1.24\text{Log}\sigma_e - 0.82\text{Log}I_e + \text{cost}$$

La dispersione con cui i valori si discostano dal piano è bassissima (meno del 10%). Proiettando il piano su uno spazio bidimensionale (in *verde* e in *rosso*) si hanno le famose correlazioni di **Kormendy** e di **Faber-Jackson**.

$$L \propto R_e \quad \text{Legge di Kormendy}$$

$$L \propto \sigma^4 \quad \text{Legge di Faber-Jackson}$$

5 Buchi neri

I buchi neri sono per definizione oggetti in cui la velocità di fuga è uguale o superiore alla velocità della luce.

$$\frac{v_{esc}^2}{2} = \frac{GM}{R} \Rightarrow v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

v_{esc} è un concetto relativo al punto in cui si effettua la misurazione, e dipende inversamente dal raggio: a parità di massa, se la sfera si contrae la velocità di fuga aumenta. Se un oggetto è abbastanza compresso da avere $v_{esc} > c$ il fotone non riesce ad uscire. La dimensione caratteristica dei buchi neri è il *raggio di Schwarzschild*, definito a partire dalla precedente formula:

$$\frac{c^2}{2} = \frac{GM}{R_s} \Rightarrow R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Ogni galassia ospita al suo centro un buco nero supermassiccio, il quale non può avere origine nell'evoluzione stellare proprio a causa della sua grande massa, che è dell'ordine delle $10^4 - 10^6 M_\odot$.

Una galassia si definisce *attiva* quando la potenza emessa è maggiore dell'energia proveniente dalle sole reazioni nucleari; tale energia in eccesso deriva dal buco nero centrale. La maggior parte dei buchi neri è dormiente, soltanto una piccola frazione è attiva (*AGN*), e di questa circa il 10% nella banda radio, dove lo studio è più agevole in quanto nell'ottico la loro emissione è schermata da quella stellare.

5.1 Luminosità di Eddington

Il flusso di energia uscente dal buco nero crea una pressione di radiazione che si oppone alla gravità.

$$F = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2}$$

quindi $\frac{1}{h\nu} \frac{L(\nu)}{4\pi r^2}$ è il numero di fotoni di energia $h\nu$ che attraversa l'area nell'unità di tempo.

I fotoni uscenti interagiscono con gli elettroni e i protoni che stanno cadendo nel buco nero: essi non appaiono puntiformi ma estesi di una quantità chiamata *sezione d'urto Thomson*:

$$\sigma_T \propto m^{-2}$$

perciò i protoni hanno sezione d'urto trascurabile rispetto agli elettroni. Poiché

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

è l'impulso trasportato da un fotone,

$$\frac{1}{h\nu} \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \frac{h\nu}{c}$$

rappresenta l'impulso per unità di tempo e superficie trasportato dai fotoni di frequenza ν . Da queste considerazioni l'impulso catturato dagli elettroni per unità di tempo è dato da:

$$\frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} \sigma_T n_e(r)$$

Applicando la formula dell'equilibrio idrostatico si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{GM_{BH}\rho(r)}{r^2} &= \frac{L(\nu)}{4\pi r^2 c} \sigma_T n_e(r) \Rightarrow \\ \Rightarrow L_{EDD} &= \frac{GM_{BH}n_e(r)m_p 4\pi r^2 c}{r^2 L \sigma_T n_e(r)} = \frac{4\pi c GM_{BH} m_p}{\sigma_T} \end{aligned}$$

Quindi se in un buco nero $L > L_{EDD}$ la struttura non riesce a rimanere compatta perché prevale la pressione di radiazione e il buco nero evapora.

Per il Sole

$$L_{EDD} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 6.67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{33} \cdot 1.67 \cdot 10^{-24}}{6.65 \cdot 10^{-25}} = 10^{38} \quad \text{erg/s}$$

In generale

$$L_{EDD} = 10^{38} \left(\frac{M_{BH}}{M_{\odot}} \right) \quad \text{erg/s}$$

In media i buchi neri sono limitati nella loro crescita dalla luminosità di Eddington:

$$L = \epsilon \dot{M} c^2$$

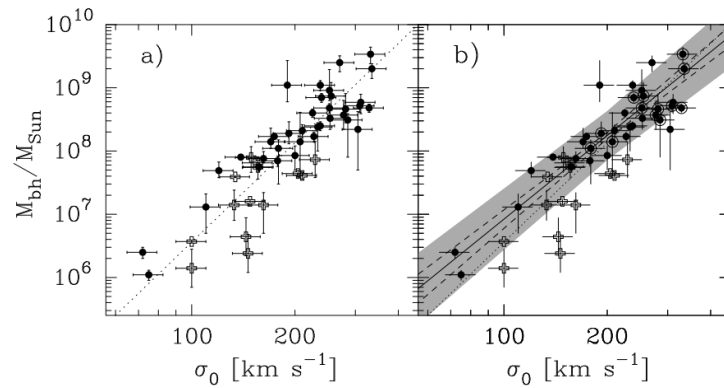
\dot{M} = rate di masse che finiscono in un buco nero per istante
 $\epsilon \simeq 0.1$

Se

$$L = \epsilon \dot{M} c^2 = L_{EDD} \propto M \Rightarrow \dot{M} \propto M$$

5.2 Relazioni di scala

Le relazioni di scala legano il buco nero alla galassia che lo ospita e costituiscono il primo passo nello studio della loro formazione. La più importante di queste è la cosiddetta $M_{BH} - \sigma$: essa deriva da considerazioni empiriche e mette in luce la dipendenza della massa del buco nero dalla dispersione della velocità della componente stellare della galassia.



Il grafico mostra che $M_{BH} \propto \sigma^{4-5}$, evidenza del fatto che c'è stata una coevoluzione tra la galassia ospite e l'attività passata del buco nero come AGN, che ha accresciuto la massa fino a un valore limite.

Riferimenti bibliografici

- [1] Luca Ciotti. *Appunti di Astronomia IV*.
- [2] Luca Ciotti. *Appunti di Astrofisica Extragalattica*.
- [3] Andrea Cimatti. *Appunti di Formazione ed Evoluzione delle Galassie*.
- [4] Gabriele Giovannini. *Appunti di Galassie Attive*.
- [5] Luca Ciotti. *Appunti di Dinamica Stellare*.
- [6] Alessandro Pizzella. *Appunti di Astrofisica Generale*.
- [7] George Contopoulos and Christos Efthymiopoulos. *Galactic Dynamics*.
- [8] Luca Ciotti. *Alcune questioni matematiche riguardanti la dinamica stellare*.
- [9] Luca Ciotti. *Appunti di Dinamica dei Sistemi Stellari*.
- [10] Franca Franchi. *Appunti di Meccanica dei Continui*.