ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
Sede di Forlì

Corso di Laurea
in
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Classe L-9

Elaborato finale di Laurea
in
Disegno Tecnico Aerospaziale

FRENO PER ULM

Candidato

Marco Dolcetti

Relatore

Prof. Ing. Luca Piancastelli

Anno Accademico 2014/15 Sessione IIa

INDICE

Introduzione

La presente tesi propone un sistema frenante impiegabile nell' ambito di velivoli ULM .

Rivisitare il design di esistenti versioni consente una modesta riduzione del peso complessivo per la singola ruota e dell'ingombro assiale (*fig.8*) :tali parametri sono utili in future applicazioni ULM con carrello retrattile e nelle attuali installazioni con carrello fisso e fairings .

L'ipotesi di singola frenata in un tempo relativamente breve consente di adottare formule empiriche (*rif. 1*) che semplificano molto l'analisi di temperatura rispetto al caso in cui il freno lavori ripetutamente e per un periodo prolungato .

L'impianto frenante di un ULM è meno sollecitato rispetto al caso automobilistico non solo per la minore energia cinetica in gioco ma anche perché lavora in un ristretto intervallo di tempo e mai in modo continuativo .

L'uso di un ferodo in resina fenolica bagnata con fibre aramidiche(*fig. 3a*) combina un elevato coefficiente d'attrito ,buona resistenza al calore ad una relativamente bassa usura .

La letteratura sui freni è vastissima e conduce a specifiche branche dell'ingegneria come metallurgia-tribologia-fisica dei materiali-vibrazioni-fluidodinamica .

Impossibile conoscerla tutta .

L' impianto frenante è infatti sottoinsieme di un sistema dinamico assai piú complesso e molteplici sono le potenziali patologie che lo interessano in esercizio come ad esempio fading rumore-vibrazioni,thermal cracking solo per citarne alcune .

Descrizione e montaggio dell’assieme

In *fig.1* la vista esplosa dell’assieme mentre in *fig.2-3* quella della singola ruota assemblata.

In *tab.1* la distinta dei costituenti l’assieme .

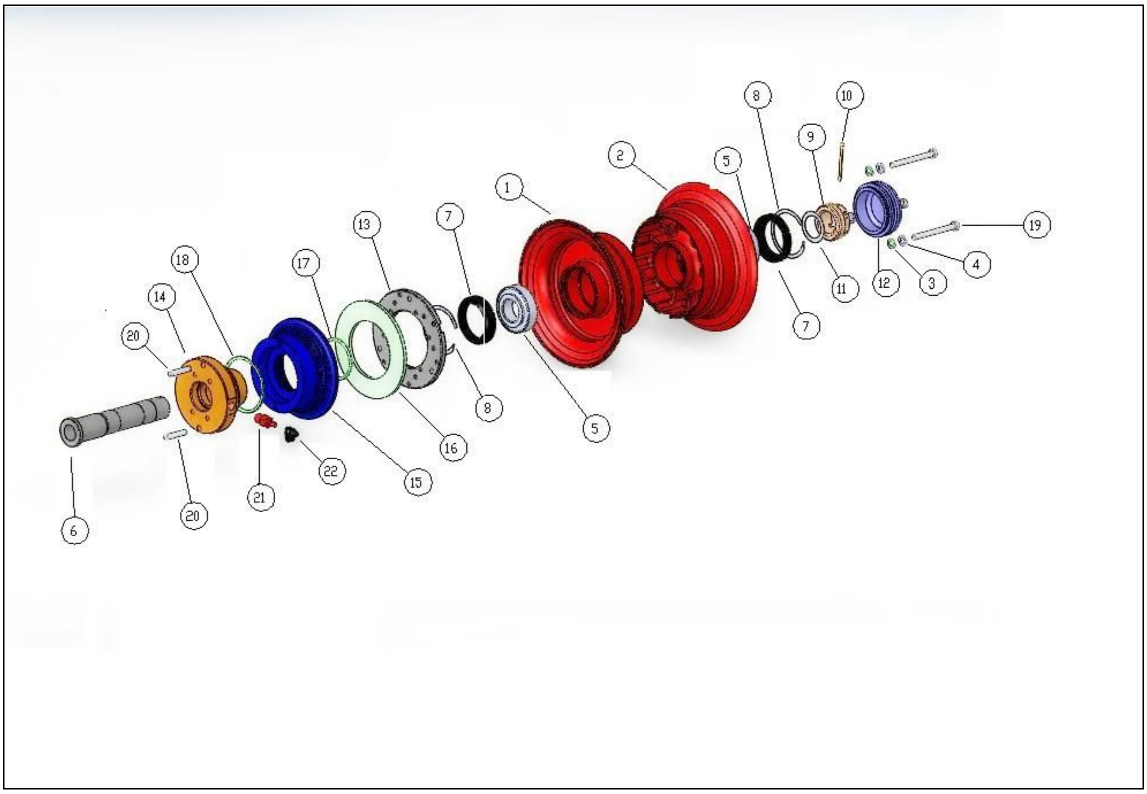


fig.1

Item Nº.	Code	Part Number	Description	Material	Note	Q.ty
1	FDA-0605	F1-06.05-0	INNER WHEEL HALF (DISC Ø162)	ALUMINIUM ALLOY		1
2	FDA-0607B	F1-06.14-0	OUTER WHEEL HALF (MUSTANG DES.)	ALUMALLOY		1
3	COM	F1-01.10-0	FLAT WASHER 6,4x11x1,6 DIN 433/UNI 6592 TC	INOX		3
4	COM	F1-06.31-0	LOCK WASHER M6 UNI1751B / DIN 127B	INOX		3
5	COM	F1-06.09-0	TAPPERED ROLLER BEARING 30205J2/Q SKF - ISO 3551977			2
6	FDA-0603	F1-06.03-0	AXLE	INOX		1
7	COM	F1-06.10-0	RETAINER GREASE SEAL GHS 157207			2
8	COM	F1-06.11-0	CIRCLIP Ø52 (VHN-52)	INOX		2
9	FDA-0604	F1-06.04-0	MAIN NUT	ALUMINIUM ALLOY		1
10	COM	F1-06.12-0	COTTER PIN - ISO 1234	INOX		1
11	COM	F1-06.18-0	SHIM WASHER 25x35x0.5 - DIN 988 PS	INOX		1
12	FDA-0609	F1-06.21-0	HUB CAP	PVC / NYLON		1
13	FDA-0613	F1-06.26-0	FRICTION DISC ABS	IRON CAST		1
14	FDA-0610	F1-06.23-0	SUPPORT AXLE ABS	ALUMINIUM ALLOY		1
15	FDA-0611	F1-06.24-0	MAIN BODY ABS	ALUMINIUM ALLOY		1
16	FDA-0612	F1-06.25.0	FRICTION RING ABS	CR2M		1
17	COM	F1-06.27-0	O-RING Pk 2-229 (PARKER) UNI EN ISO 3601	NITRILE		1
18	COM	F1-06.28.0	O-RING Pk 2-228 (PARKER) UNI EN ISO 3601	NITRILE		1
19	COM	F1-06.30-0	ALLEN SCREW M6x60 ISO 4762/DIN 912	INOX		3
20	COM	F1-06.29-0	SPINE GUIDE Ø6X30 - ISO 2338	INOX		2
21	COM	F1-01.52-0	FITTING BLEEDER 1/8" NPT			1
22	COM	F1-01.53-0	FITTING CAP	NITRILE		1

tab. 1

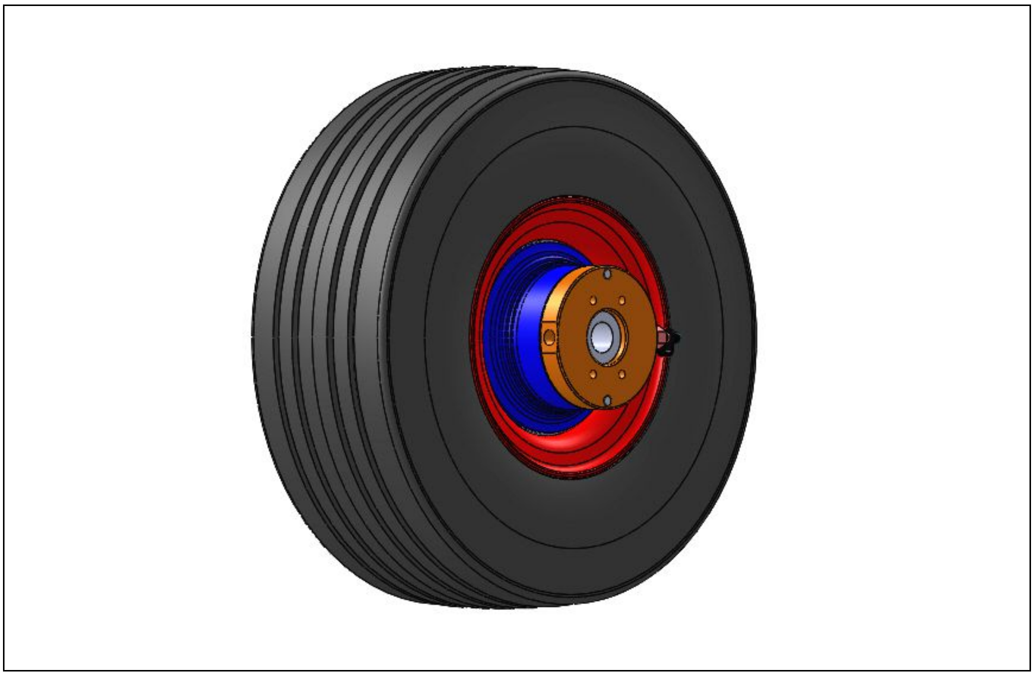


fig.2

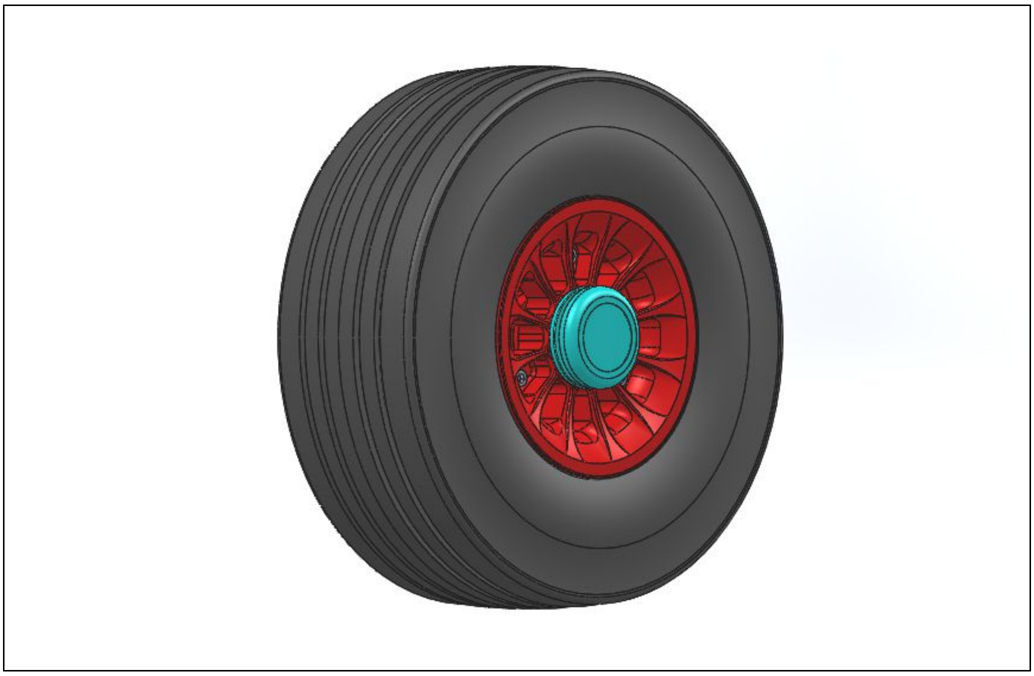


fig.3

I componenti **1- 2- 6- 9 -12 -13 -14 –15-16** sono il risultato di committenza a terzi e vanno verificati per le specifiche assegnate .

I restanti componenti sono classificati come commerciali ed essendo standard non necessitano di particolari verifiche .

Il funzionamento dell'assieme si evince dalla sezione di *fig. 9* :

il fluido in pressione (in ingresso dalla valvola **21**) spinge la pinza **15** (a cui è incollato l’anello-ferodo **16**) a battuta sul disco **13** solidale al semicerchio interno **1** .

L’area della superficie anulare della pinza **15** su cui agisce il fluido in pressione è circa 16.5 cm^2 mentre quella dell’anello-ferodo è 60 cm^2 .

La fuoriuscita del fluido è impedita dalle guarnizioni **17** e **18** alloggiate in apposite scanalature ricavate nel corpo **14** e nella pinza **15** rispettivamente .

La pinza flottante **15** è guidata in traslazione tramite i perni **20** (*fig.1*) solidali al corpo **14** .

Una novitá rispetto le precedenti installazioni è l’anello-ferodo costituito da resina fenolica impregnata con tessuto in fibra aramidica (*fig. 3a)* e di cui in *tab. 2* si riportano le propietá fisico-meccaniche rese note dal costruttore .

Dynamic Friction Coefficient	**0.45 ±0.05 μ**
Wear Rate	**50± 10 mm^3/Kwh**
T° Fading	**390°C**
Hardness	**80±3 Shore-D**
Specific Gravity	**1.2± 0.05 gr/cm3**
Thermal Conductivity	**At 100°C 0.25 W/mK**
Linear Thermal Expansion Coef.	**22x $10^{-5}K^{-1}$**
Tensile Strength	**70 N/mm^2**
Compressive Strength	**306 N/mm^2**
Poisson Coefficient:	**0.27**
Young Modulus	**7260 N/mm^2**
T° Max. Continuous Operation	**360°C**
T° Max. Intermittent Operation	**390°C**
Recommended Mating Surface	**Perlitic cast irons HB150-200**

tab.2

fig .3a

Ulteriori novitá rispetto alla precedente versione sono il design del semicerchio interno 1 (*fig. 4-5*) ed un nuovo design per il disco in ghisa (*fig. 6 –7*) .

L’assemblaggio dell’assieme non presenta particolari difficoltà .

Il primo step consiste nel verificare l’accoppiamento dei due semicerchi e che devono potersi unire manualmente con lieve interferenza (*fig. 10*) .

Il secondo passo consiste nell’inserire l’anello esterno dei cuscinetti nelle sedi dei rispettivi semicerchi (*fig. 11*) .

L’accoppiamento è per interferenza (Φ 52 N7) : è sufficiente insufflare aria calda (~ 150-160 º C per pochi minuti) attorno la sede prima di ribadire l’anello esterno del cuscinetto .

Gli anelli interni del cuscinetto sono ingrassati ed alloggiati .

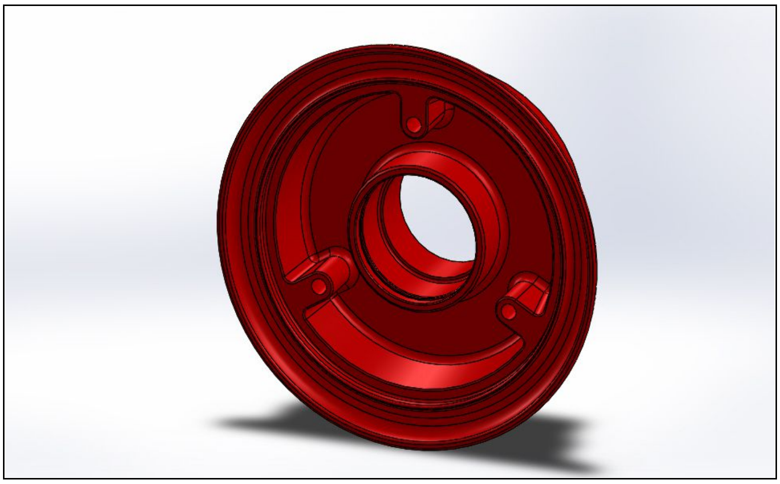


fig. 4 : precedente versione

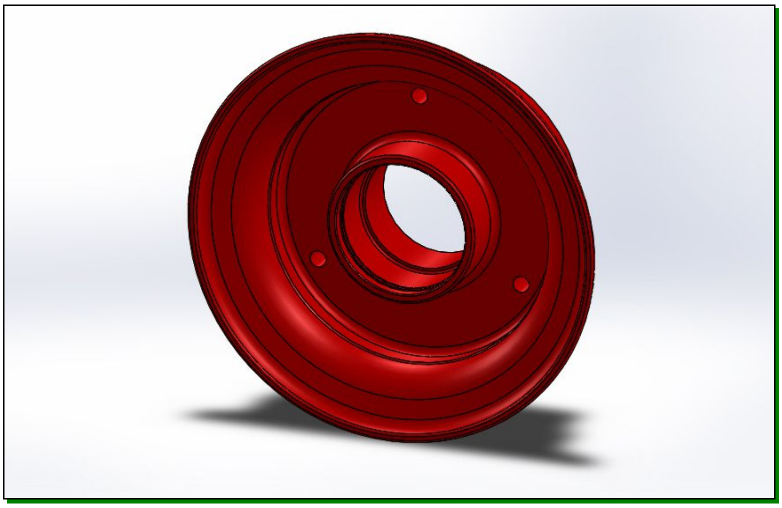


fig . 5 nuova versione

fig. 6 precedente versione

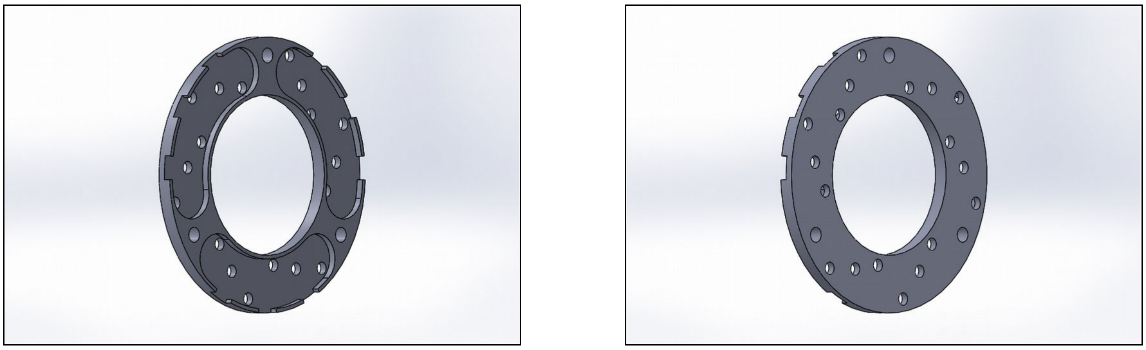


fig. 7 nuova versione

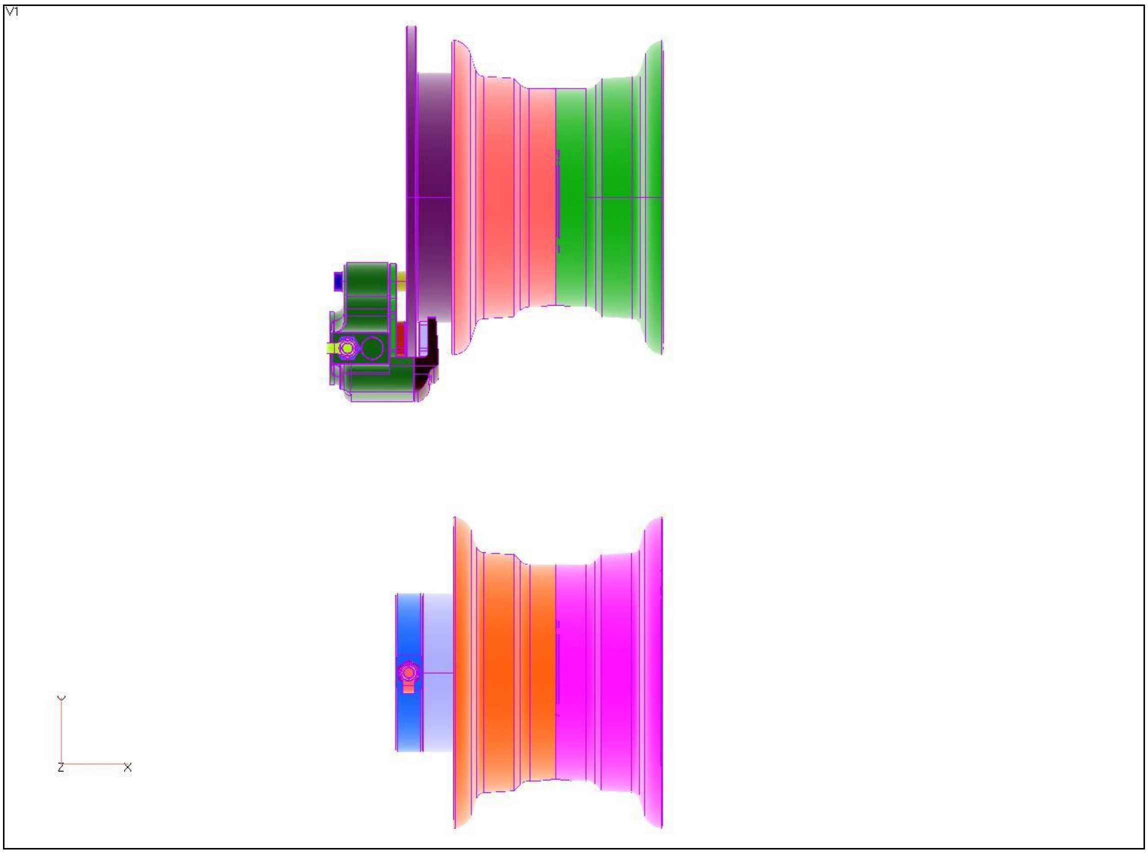


fig.8

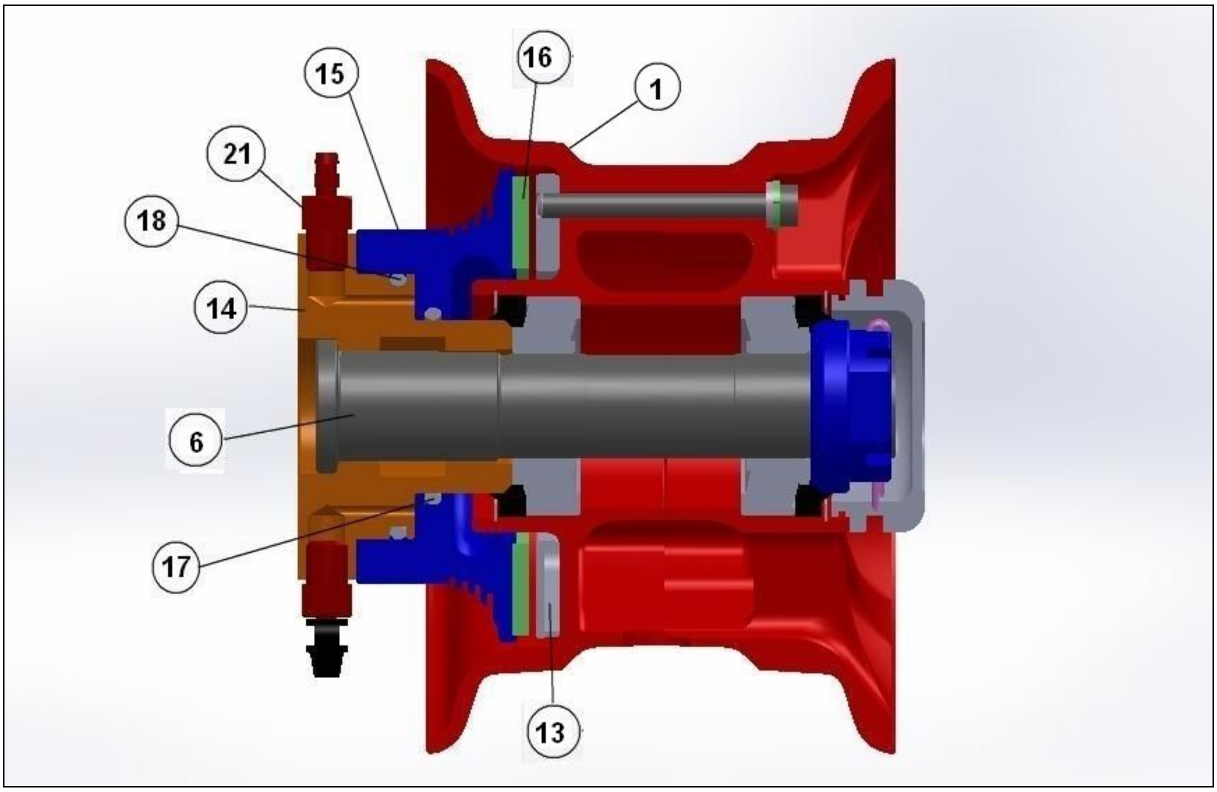


fig. 9

fig. 10

fig. 11

fig.12

Si alloggiano paragrasso ed anello di tenuta (*fig. 12*) .

La camera d'aria è alloggiata all'interno della copertura e con la valvola allineata al marker presente sul fianco dello pneumatico (*fig.13*) **.**

Si accoppiano i semicerchi ed il disco in ghisa (*fig.14*) alloggiando manualmente lo pneumatico .

I semicerchi vengono serrati con chiave dinamometrica e coppia di 14/18 Nm .

Si appone un ulteriore marker con pennarello indelebile sul semicerchio esterno al fine di controllare visivamente eventuali slittamenti relativi tra copertura e cerchio .

L' accorgimento serve a prevenire il tranciamento della valvola .

L'anello-ferodo è incollato alla pinza con adesivo termoindurente in forno a 150 –160 ° C per 20 minuti (*fig. 16*) .

A raffreddamento avvenuto si installa la guarnizione **17** .

fig . 13

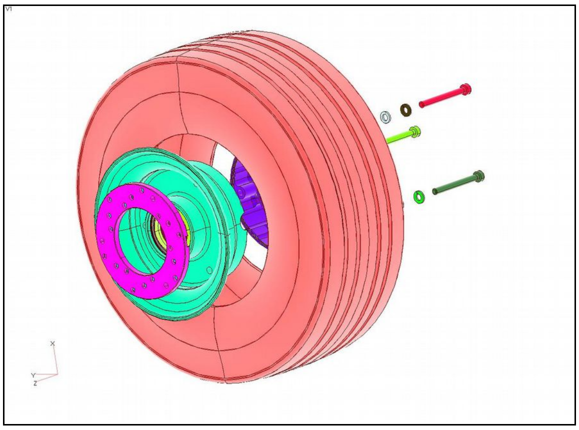


fig.14

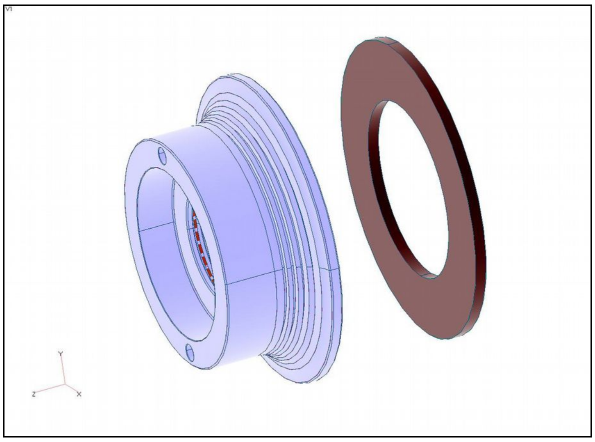


fig.15

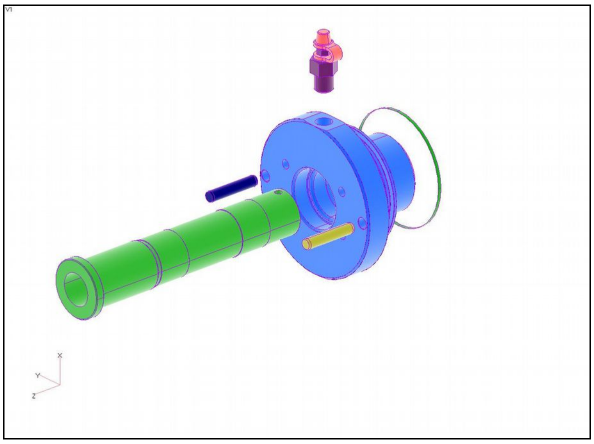


fig. 16

L'assale ed i perni di guida della pinza sono accoppiati con interferenza al corpo **14** .

Si installano le valvole **21** (NPT 1/8 ") .

Il foro presente nella parte terminale dell'assale deve essere perpendicolare al suolo per consentire il corretto montaggio della copiglia antisvitamento (*fig.16*) .

Il fattore umano in frenata

La forza massima esercitata dala gamba dx in frenata è **445 N** nel 5%(***female)*** ed **885 N (*male)***

con velocità nel range **1 ms^{-1}** (piloti esperti) e **0.15 ms^{-1}** .

Per corse di **100 mm** il tempo impiegato per andare fondo corsa si attesta in **100 – 200 milli s** .

Si è inoltre osservato come una leva-pedale troppo "morbida" non solo sia percepita dal pilota con "senso d'insicurezza" ma pure aumenti lo spazio di frenata .

In genere per sistemi idraulici non amplificati il dimensionamento dell'impianto deve garantire a fronte di una forza pedale applicata di **445 – 489 N** una decelerazione di **1 g** ~ **9.8 ms^{-2}** con il veicolo in condizioni di **peso massimo consentito** *Gross Vehicle Weigth* ***GVW*** .

La corsa della leva- pedale non deve mai superare i **150 mm** .

I piloti stimano come molto buono un rapporto **forza applicata/ decelerazione** di **267-445 (N/g)** e come buono **445 -668 (N/g)** .

Si assume che la decelerazione assuma nel tempo andamento come in *fig. 16a* .

Si definisce **tempo di reazione t_r** (rif.**1** pg. 11-17) l'intervallo che intercorre tra l'istante in cui viene emesso un segnale/stimolo(l'ostacolo entra nel campo visivo periferico del pilota) e l'istante in cui il pilota arriva a "toccare" il dispositivo preposto (es. pedaliera freno) .

Le evidenze sperimentali dimostrano come eventi attesi abbiano tempi di risposta inferiori rispetto ad eventi non attesi .

Il t**empo di reazione** è quindi l'intervallo di tempo misurato dal momento in cui l'ostacolo entra nel campo visivo periferico del pilota(*fig. 16b*) al momento in cui il pilota "tocca" la "leva".

Sperimentalmente è compreso tra **0.6** e **1.5** secondi .

In presenza di ostacoli l'attenzione del pilota passa da una modalità *distributiva* ad una *concentrativa* .

Dall'istante in cui l'ostacolo entra nel campo visivo periferico a quello in cui tale oggetto viene messo a fuoco dall'occhio umano trascorrono statisticamente t_{IVMF} = **0.32 – 0.55 s** .

Segue poi un **tempo di azione t_{AZ}** impiegato dagli arti per raggiungere la leva .

Sperimentalmente si attesta in **t_{AZ} = 0.22 – 0.58 s** .

Il **tempo di azionamento o di switch off t_{SO}** è quello effettivo necessario ad azionare la leva e dipende dalla natura del dispositivo stesso : tipicamente é compreso tra 0.**15 e 0.21** secondi .

Il **tempo di risposta del sistema-circuito idraulico t_a** è l'intervallo che intercorre tra la "fine" dell'azionamento e l'istante in cui comincia a manifestarsi la coppia frenante dovuta all'accostamento del ferodo al disco : tipicamente **0.03-0.06** secondi .

Il **tempo di "build up" t_b** è l'intervallo di tempo impiegato dal sistema-freno per raggiungere la decelerazione di riferimento (tratto 1-2 *fig. 16a*) : **0.14 – 0.18** secondi .

Lo spazio percorso in una generica frenata in 0-3 è somma degli spazi percorsi nei tratti 0-1 , 1-2 e 2-3 :

$$\boxed{S_1 = V_1 (t_r + t_a)}$$ **tratto 0-1 .**

$$V(t) = V_1 - \int a(t)\,dt = V_1 - a_{max}\left(\frac{t^2}{2t_b}\right) \longrightarrow \boxed{S_2 = \int_0^{t_b} V(t)\,dt = V_1\,t_b - a_{max}\left(\frac{t_b^{\,2}}{6}\right)}$$ **tratto(1-2)**

$$\begin{cases} V_2 = V_1 - a_{max}\dfrac{t_b}{2} \\ V(t) = V_2 - a_{max}\int dt = V_2 - a_{max}\,t \end{cases} \longrightarrow \boxed{S_3 = \int_0^{t_c} V(t)\,dt = V_2\,t_c - a_{max}\frac{t_c^{\,2}}{2} = \frac{V_2^{\,2}}{a_{max}} - \frac{V_2^{\,2}}{2a_{max}} = \frac{V_2^{\,2}}{2a_{max}}}$$ **tratto(2-3)**

$$\left\{ t_c = \frac{V_2}{a_{max}} = \frac{V_1}{a_{max}} - \frac{t_b}{2} \right.$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = V_1\,(t_r + t_a + \frac{t_b}{2}) + \frac{V_1^2}{2a_{max}} \longrightarrow S \approx \frac{V_1^2}{2a_{max}}$$

$$t_r = t_{IVMF} + t_{AZ} + t_{SO} \approx 0.7/1.5 \quad s$$

$$t_a = 0.03/0.06 \quad s$$

$$t_b = 0.14/0.18 \quad s$$

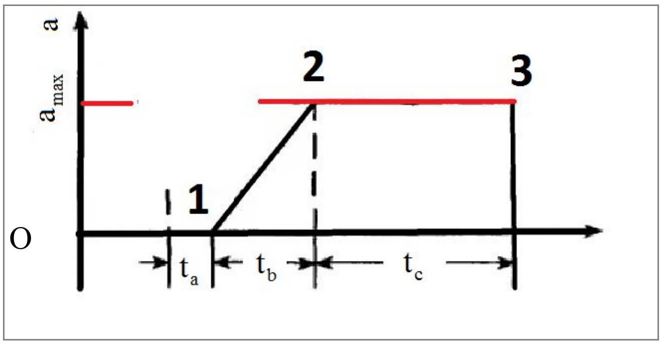


fig. 16a

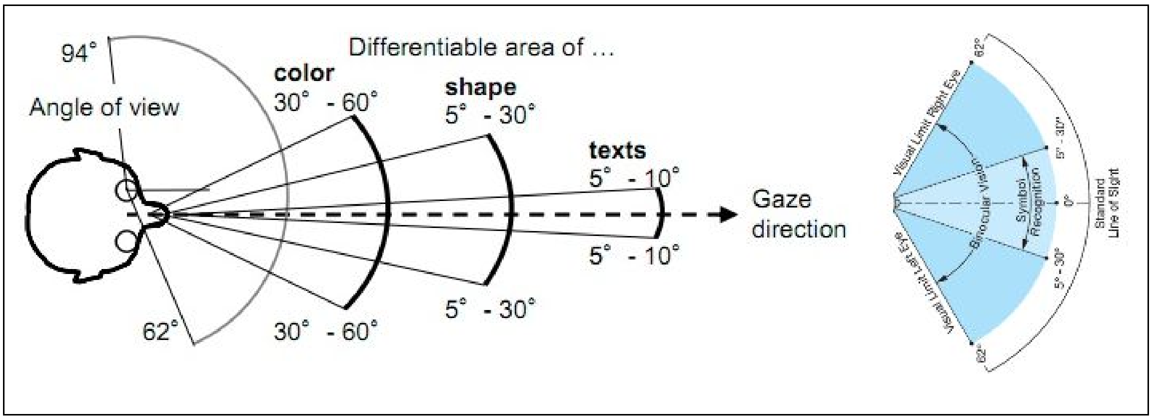


fig .16b

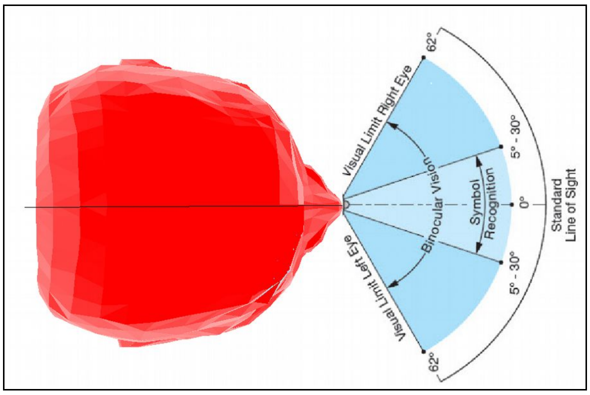
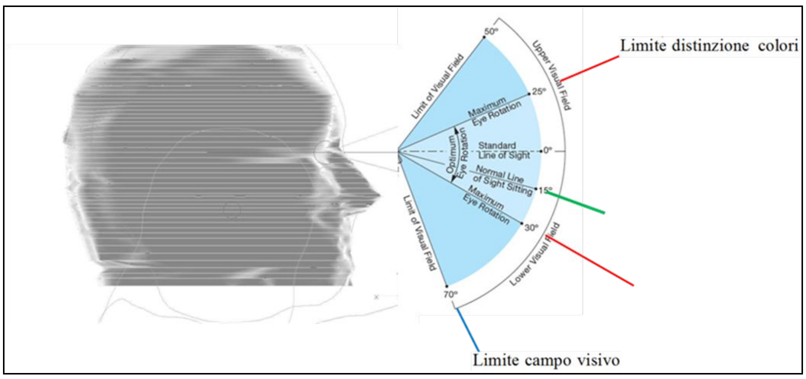


fig .16b



Potenza assorbita dal freno

Per fissare le idee si consideri un tipico velivolo della classe ULM (*fig. 17*).

Il velivolo con tutte le ruote al suolo ha una velocitá di 20(m/s) ed energia cinetica

$$\mathbf{E_c = \frac{1}{2}(mv^2 + I\omega^2)} \qquad [1]$$

L'ipotesi di puro rotolamento($v = \omega r$) consente di introdurre **k** detto fattore correttivo per le masse rotanti :

$$\mathbf{E_c(t) = \frac{1}{2}mv(t)^2k} \qquad [2]$$

con

$$\mathbf{k = 1 + \frac{I}{mr^2}}$$

r raggio delle ruote con pneumatico (r ≈ 20 cm =0.2 m)

I inerzia rotazionale complessiva delle tre ruote attorno il loro asse .

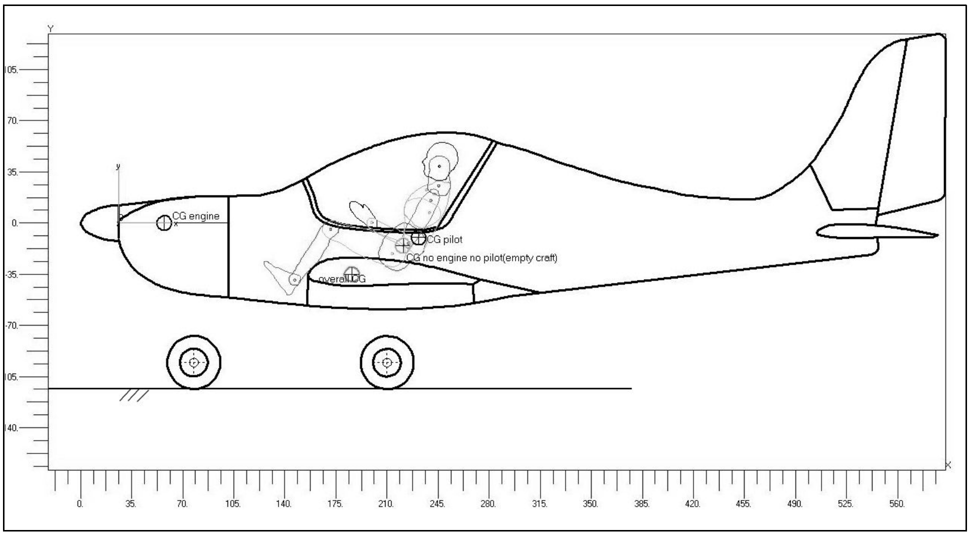


fig. 17

Valori tipici di **k** sono (*rif.1 pg.112*) :

1.05 – 1.5 per autoveicoli passeggeri

1.03 – 1.6 per automezzi pesanti .

Nel caso di *fig. 17* **k** ≈ 1.004 – 1.005 .

Si assume un moto uniformemente ritardato con decelerazione **a** :

$$\mathbf{v(t) = v_1 - at}$$

Derivando [2] rispetto al tempo :

$$\mathbf{P_w(t) = \frac{d}{dt} E_c(t) = kmav(t) = kma(v_1 - at)} \qquad [3]$$

La potenza assorbita dal freno è lineare decrescente nel tempo con valore massimo all'istante iniziale t = 0 :

$$\mathbf{P_{W_{max}} = P_w(0) = kmav_1} \qquad [4]$$

Data la linearità si trova che il valore medio della potenza assorbita dal freno è:

$$\mathbf{P_{W_{med}} = \frac{1}{2} kmav_1} \qquad [5]$$

In realtà la potenza assorbita dal freno è leggermente inferiore :

si definisce **s** ***coefficiente di slittamento*** del pneumatico in frenata (*rif.5 pg. 91*) :

$$s = \frac{v - v_{eff}}{v} = 1 - \frac{r_{eff}\,\omega}{v}$$

|s| = 1 puro strisciamento - rotore bloccato ed il freno non assorbe potenza

s = 0 puro rotolamento

Detti $\mathbf{r_{eff}}$ il raggio effettivo di rotolamento ed $\mathbf{r_{stat}}$ il raggio di schiacciamento statico della ruota osservando la *fig.18a* :

$$v_{eff} = r_{eff}\,\omega = r_{eff}\,\frac{\phi}{t} = \frac{d}{t} \quad \rightarrow \quad r_{eff} = \frac{d}{\phi}$$

$$d = r\sin(\phi) \qquad \Rightarrow \quad r_{eff} = r\,\frac{\sin(\phi)}{\phi}$$

$$r\cos(\phi) = r_{stat} \quad \rightarrow \quad \phi = \cos^{-1}\left(\frac{r_{stat}}{r}\right)$$

si ottiene

$$r_{eff} = r_{eff}(r, r_{stat}) \qquad \text{essendo} \qquad r_{stat} < r_{eff} < r$$

$$r_{stat} = r - \frac{F_Z}{k_{TIRE}}$$

La forza verticale $\mathbf{F_Z}$ non è costante in frenata(*fig. 21 c/d*) : anche $\mathbf{r_{stat}}$ $\mathbf{r_{eff}}$ ed **s** non lo sono .

Il coefficiente **s** è influenzato da :

- natura del polimero costituente le coperture
- tipo di copertura
- pressione di gonfiaggio
- natura e stato della superficie - asfalto
- temperatura d'esercizio
- carico verticale applicato alla ruota

Nel caso reale generico é : $0 < s \leq 1$ e le [4] [5] si scrivono :

$$P_{W_{max}} = P_w(0) = (1-s)kmav_1 \qquad [6]$$

$$P_{W_{med}} = \frac{1}{2}(1-s)kmav_1 \qquad [7]$$

Per la classe dei velivoli ulm le norme (*rif. 7)* impongono **a ≥ 10 (ft /s²) = 3.05 (m/s²)** .

Le esperienze dimostrano che un veicolo su asfalto asciutto con massimo momento frenante e pneumatici in aderenza ha questi che lavorano con slittamento massimo **s** del 12% :la velocitá periferica del pneumatico è l' 88% di quella traslazionale dell'asse della ruota ;l' 88% dell'energia cinetica è assorbita dai freni ed il restante 12% dallo pneumatico .

In genere **s** si attesta a valori inferiori **0.12** .

La frazione di energia dissipata dallo pneumatico è nota come resistenza al rotolamento o *roll resistance* ed è dovuta sia allo strisciamento relativo copertone-asfalto sia all'isteresi elastica del polimero costituente le coperture : in condizioni stazionarie tale termine prevale sul primo .

La perdita isteretica è influenzata dalla temperatura e diminuisce all'aumentare di questa .

L'aumento di temperatura del pneumatico causa un sensibile incremento di pressione che riduce ulteriormente il *rolling loss* .

Per autoveicoli passeggeri *rif.10 pg. 3-4* si assume che la resistenza al rotolamento scenda ad un terzo del valore iniziale dopo 20'-30' .

La resistenza di rotolamento è determinata sperimentalmente tramite una misura di forza con trasduttore .

In *rif.8* il problema della determinazione di **f** è affrontato in modo completo .

In *rif.9* è descritto il principio di funzionamento di alcune tipologie di trasduttori di forza .

In *rif.4 pg.17* : **f = f(v)** per veicoli passeggeri e per veicoli pesanti (*fig.18*)

$$\mathbf{f} = \mathbf{0.0136 + 0.40\ 10^{-7}\ v^2} \quad \mathbf{radial - passengers}$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{0.006 + 0.23\ 10^{-6}\ v^2} \quad \mathbf{radial - truck}$$

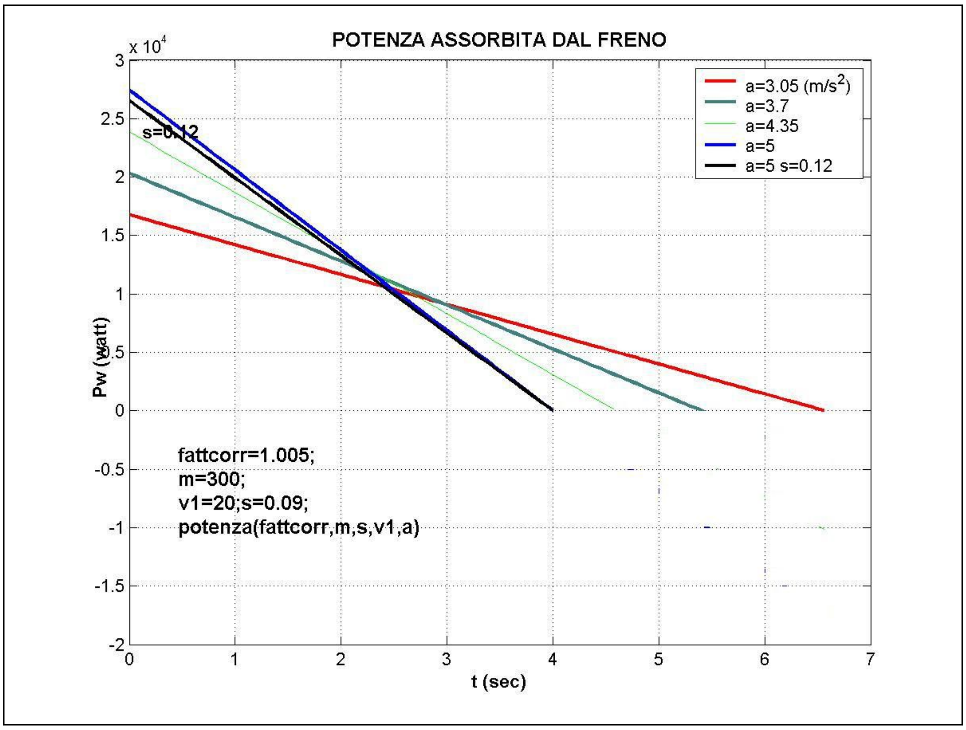


fig. 17a

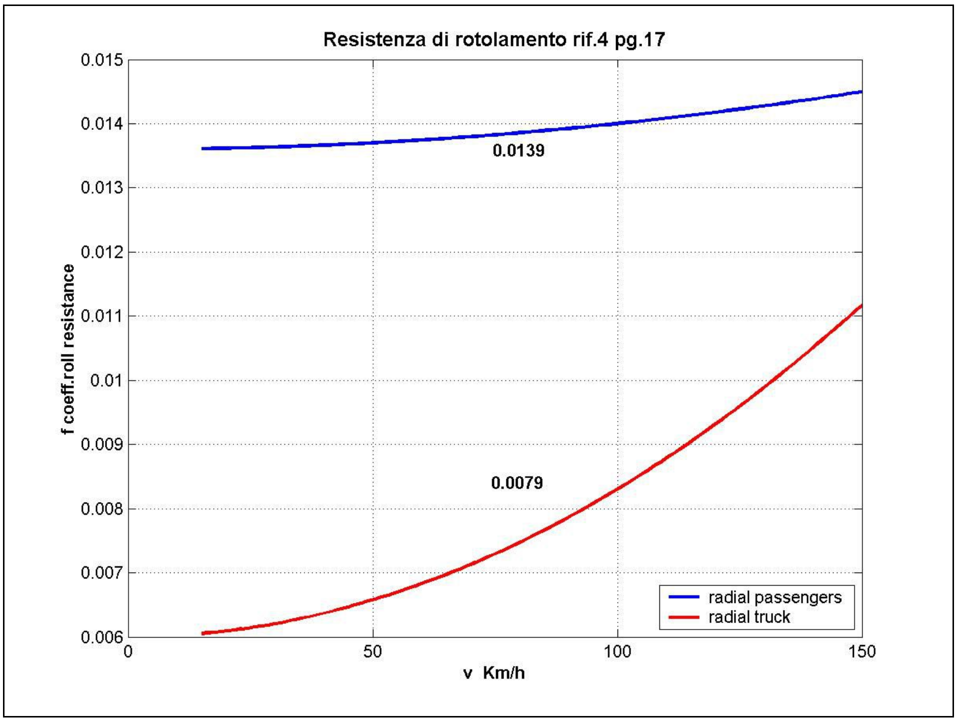


fig.18 (rif. 4)

Si assume che la resistenza al rotolamento sia legata al carico verticale ed alla pressione di gonfiaggio dalla relazione (*rif.8 pg. 47-58*) :

$$F_R = F_R\left(F_Z , \frac{1}{p}\right)$$

$$F_R = F_{R0} + k_F\,(F_Z - F_{Z0}) + k_p\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p_0}\right) \qquad [7a]$$

Piú in generale si preferisce porre

$$F_R = F_{R0}\left(\frac{F_Z}{F_{Z0}}\right)\left[c_p\,\frac{p}{p_0} + c_T\right]$$

$$c_p + c_T = 1 \qquad [7b]$$

segue

$$F_R = F_{R0}\left(\frac{F_Z}{F_{Z0}}\right)\left[c_p\left(\frac{p}{p_0} - 1\right) + 1\right] \qquad [7c]$$

relazione che consente una stima della resistenza al rotolamento prossima a quella effettiva .

La [7c] diversamente da [7a] richiede di determinare un solo parametro $\mathbf{c_p}$ noto come coefficiente di pressione e che in genere è compreso in **[0.4 , 0.6]** .

Nella zona di contatto copertura-asfalto la reazione verticale ha , in condizioni statiche ,andamento parabolico simmetrico dato da [10] *(fig.19)* ma in esercizio si sposta in direzione del moto *(fig.20)*

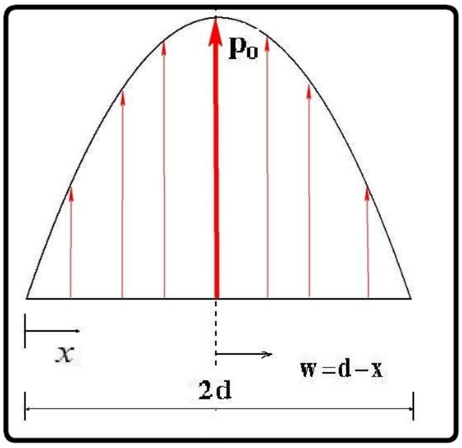


fig.19

$$p = p_0\left[1 - \frac{(d-x)^2}{d^2}\right] \qquad [10]$$

Detta b la larghezza del copertone , l'equilibrio in direzione verticale risulta

$$F_Z = \int_{-d}^{d} 2b\,p(w)\,dw = 2b\,p_0 \int_{-d}^{d} \left(1 - \frac{w^2}{d^2}\right) dw$$

$$= \frac{8}{3} b\,d\,p_0 \qquad \Rightarrow \qquad p_0 = \frac{3F_Z}{8bd}$$

Con [10] troviamo quindi

$$p(x) = \frac{3F_Z}{8bd}\left[1 - \frac{(d-x)^2}{d^2}\right] = \frac{3F_Z}{8b^3d}\left[x(2d-x)\right]$$

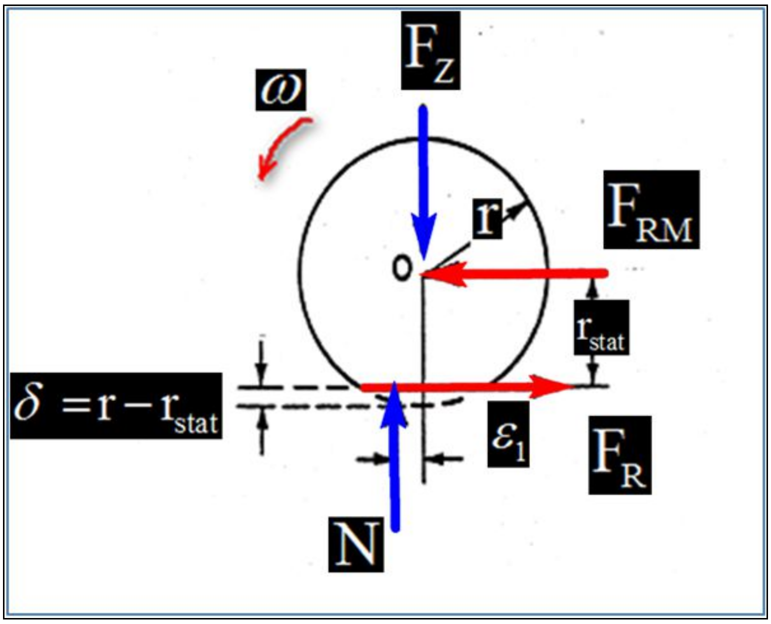


fig.20

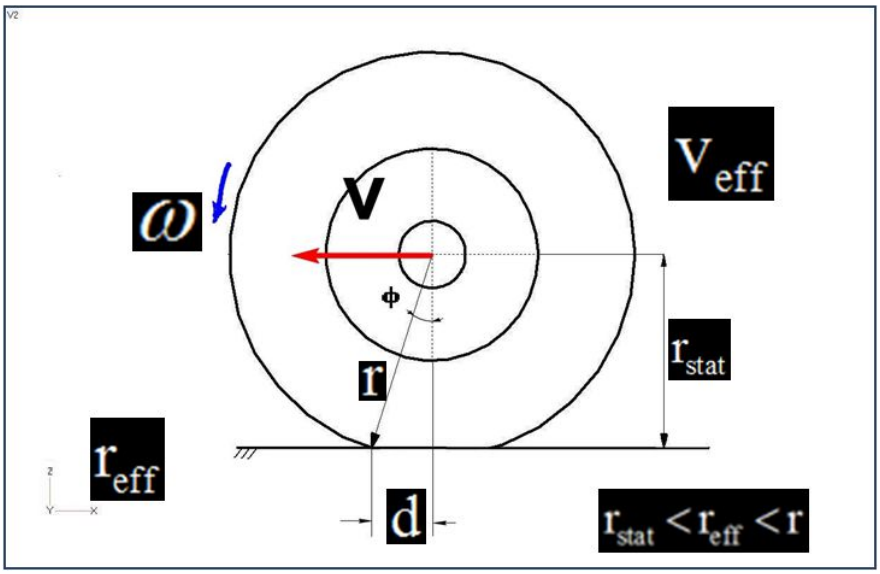


fig. 18a

fig.18b

Nel caso di fig. 18b (ruote posteriori) per fissare le idee poniamo

$$\boxed{2d \approx 56 \text{ mm}, r = 200 \text{ mm}, r_{stat} = 190 \text{ mm} \rightarrow \phi \approx 20.2^0 \approx 0.317 \text{ rad} \rightarrow r_{eff} \approx 196 \text{ mm}}$$

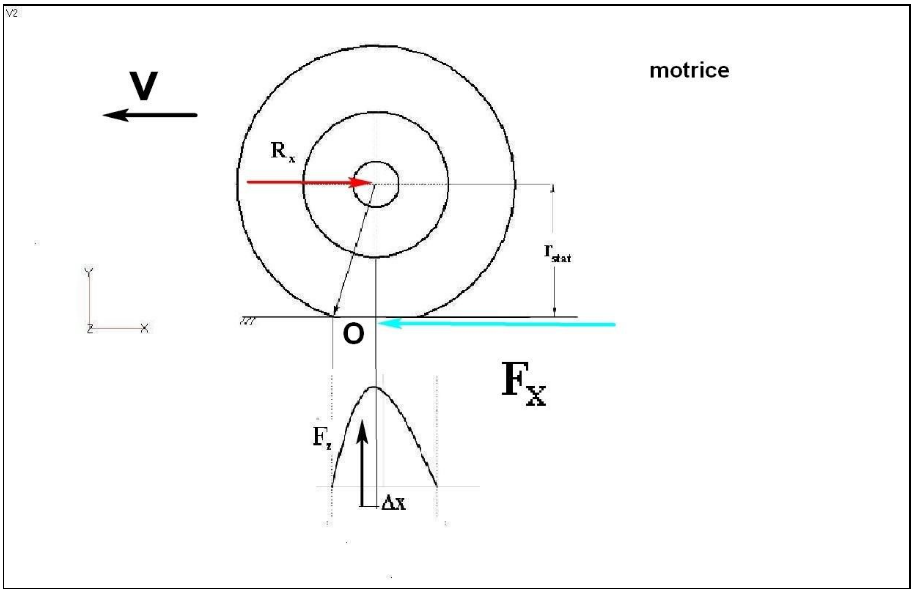


fig.19

L'equilibrio di momento con polo O *(fig.19)* è :

$$F_z \Delta x = R_x \; r_{stat} \qquad [8]$$

segue

$$R_x = F_z \frac{\Delta x}{r_{stat}} = F_z f \qquad [9]$$

In genere $0.01 \leq f \leq 0.04$; $f = 0.015$ è un valore tipico per automobili con copertoni radiali .

Sperimentalmente si misura R_X (*fig.19b-c-d tab.3*)

% di roll resistance	128 -152 Km/h
90 %- 95 %	Isteresi interna
2% - 10 %	Attrito radente pneumatico-asfalto
1.5 % - 3.5 %	Resistenza aerodinamica

tab.3 (*rif. 4 pg.9-11*)

Occorre tener presente che la resistenza al rotolamento valutata con una prova di banco(Lab-cylindrical drum) è maggiore(*fig.19b*) di quella effettiva in esercizio(highway-flat roll) : a paritá di carico sostenuto la maggiore deformazione induce,nel caso “Lab”, maggiore stress nel pneumatico(*fig.19c-d*) .

Esistono relazioni che legano la *roll resistance* misurata con rullo cilindrico a quella effettiva in esercizio (*highway*) *fig.19b-c-d* .

Per il calcolo di F_Z si consideri un sistema piano di forze come in *fig.21* .

Le reazioni verticali si trovano con l’equilibrio del momento presi O’ ed O come poli:

$$F_{Zf}(l_r+l_f)+F_{aer}h_{aer}-m\ddot{x}h-mgl_r=0 \quad \Rightarrow \quad F_{Zf}=\frac{m(gl_r+\ddot{x}h)-F_{aer}h_{aer}}{(l_r+l_f)} \qquad [11]$$

$$-F_{Zr}(l_r+l_f)+F_{aer}h_{aer}-m\ddot{x}h+mgl_f=0 \quad \Rightarrow \quad F_{Zr}=\frac{m(gl_f-\ddot{x}h)+F_{aer}h_{aer}}{(l_r+l_f)} \qquad [12]$$

Note le reazioni F_Z (forward et rearward) la forza resistente di rotolamento è data da [9] con opportuni valori per f .

Assumiamo inoltre

$$F_{aer}=\frac{1}{2}\rho A_F C_d (v+v_W)^2$$

In campo automobilistico l’area frontale A_F è legata alla massa dalla relazione (*rif. 4 pg. 211)*

$$\boxed{A_F = 1.6 + 0.00056(m-765) \quad \text{passengers } m \in [800, 2000] Kg}$$

Per veicoli passeggeri é in genere $C_d = [\ 0.3\ ,\ 0.5\ ]$ (*rif.4 pg. 212)*

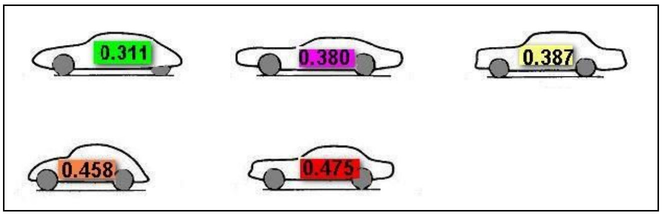


fig.20-a

Il coefficiente di resistenza di un corpo aerodinamico in campo subsonico(M<0.6-0.75) é

$$\mathbf{C_D = C_{D0} + kC_L^2} \qquad [13]$$

La stima di C_{D0} è onerosa in termini di tempo e dipende da molteplici fattori.

L'argomento è trattato in modo esteso in *rif. 6 cap.12* .

Per i velivoli valori tipici cadono nell'intervallo $\mathbf{C_{D0} = [0.01 , 0.08]}$ **.**

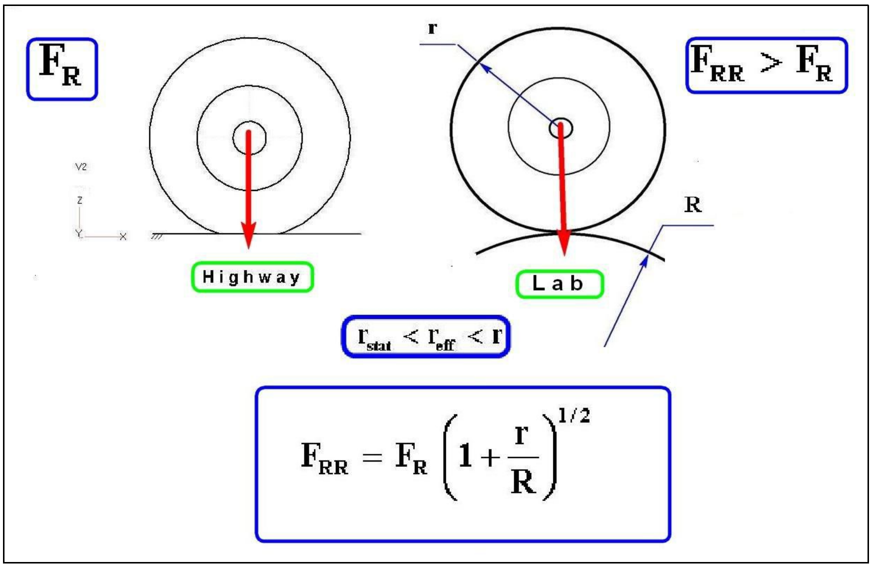


fig 19b

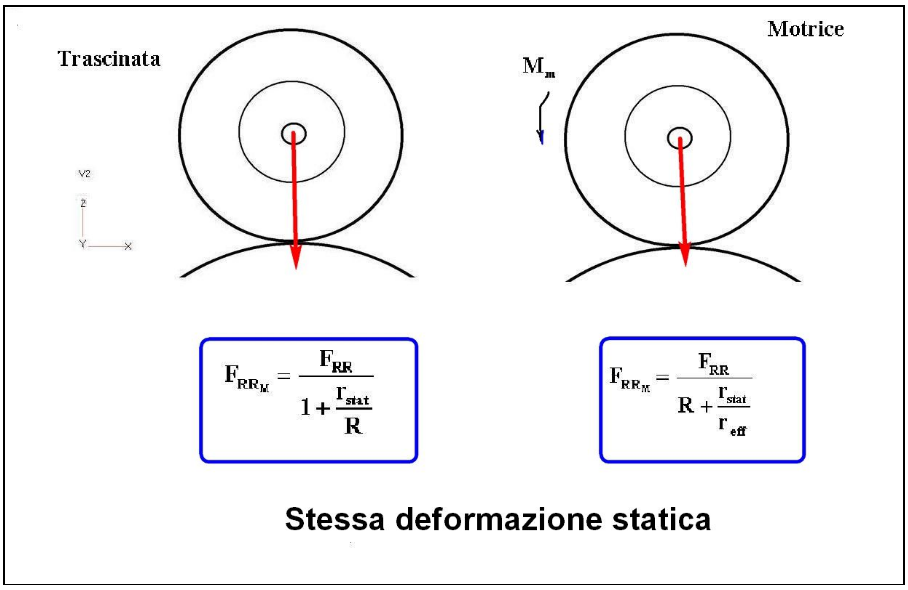


fig.19c

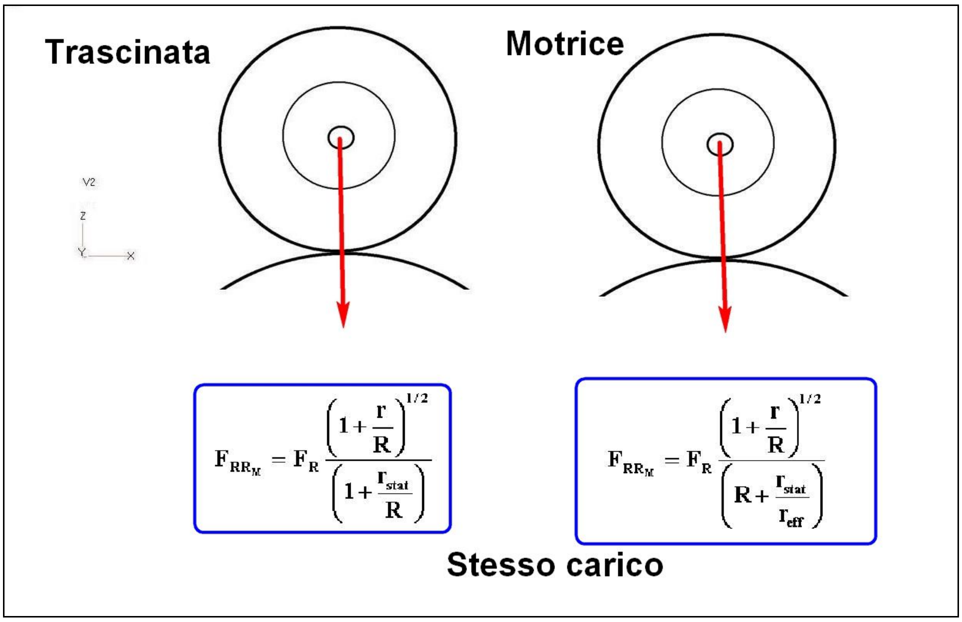


fig.19d

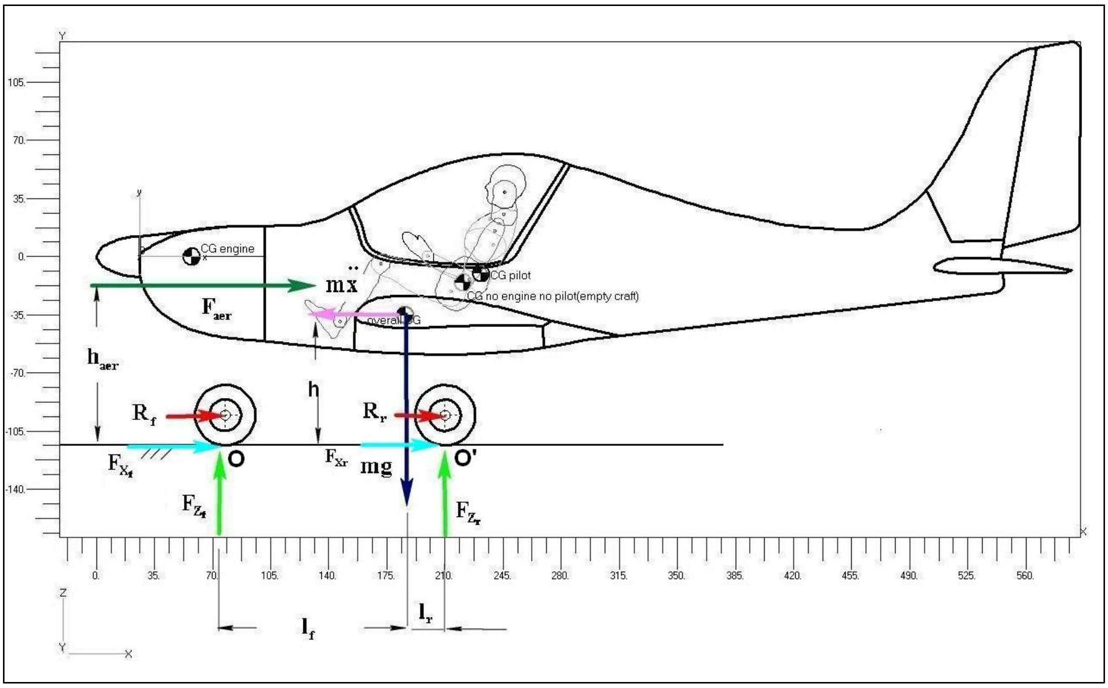


fig.21

Con velivolo fermo da [11] [12] :

$$\ddot{x} = 0 \;,\; F_{aer} = 0 \;\Rightarrow\; F_{Zf_{STAT}} \approx 593\ \mathrm{N} \;,\; F_{Zr_{STAT}} \approx 1175\ \mathrm{N}$$

Per fissare le idee consideriamo il caso

$$h_{aer} \approx 1\ \mathrm{m}\ ,\ h = 0.76\ \mathrm{m}\ , l_f = 1.05\ \mathrm{m}, l_r = 0.265\ \mathrm{m}$$

$$m = 300\ \mathrm{Kg}\ , C_{D0} = 0.045\ , A_F = 2.85\ \mathrm{m}^2\ , \ddot{x} = [1.8, 4.5]\mathrm{ms}^{-2}$$

$$a_{max} = 4.5\ \mathrm{ms}^{-2} \quad a_{min} = 1.8\ \mathrm{ms}^{-2}$$

Partizioniamo l'intervallo $[\mathbf{a_{min}}, \mathbf{a_{max}}]$

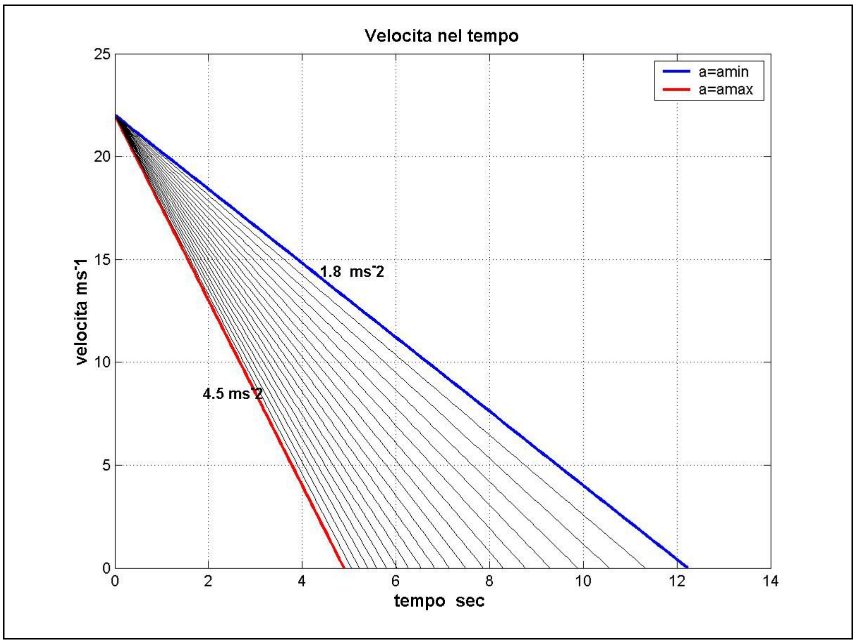


fig.21a

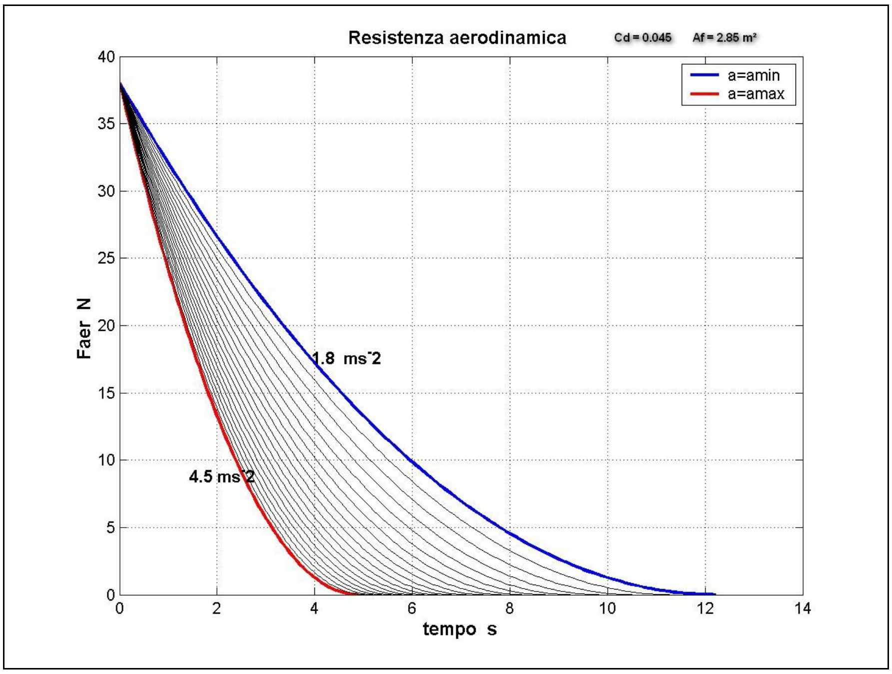


fig.21b resistenza aerodinamica $c_d = 0.045$ *costante*

In *fig.21-c 21-d* è plottato l'andamento della forza verticale sulle ruote anteriore e posteriore nel tempo per diversi valori di decelerazione imposti dentro l'intervallo prescelto .

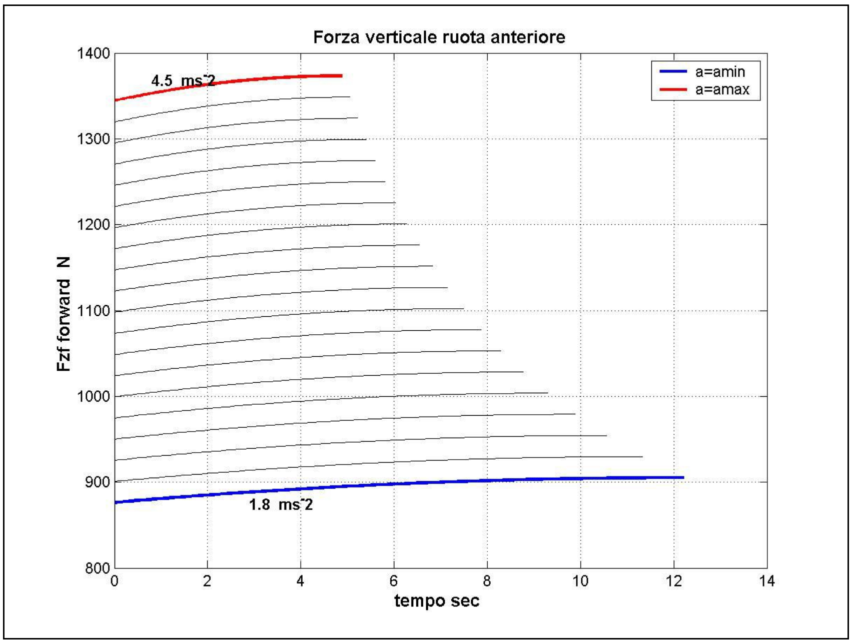


fig.21c

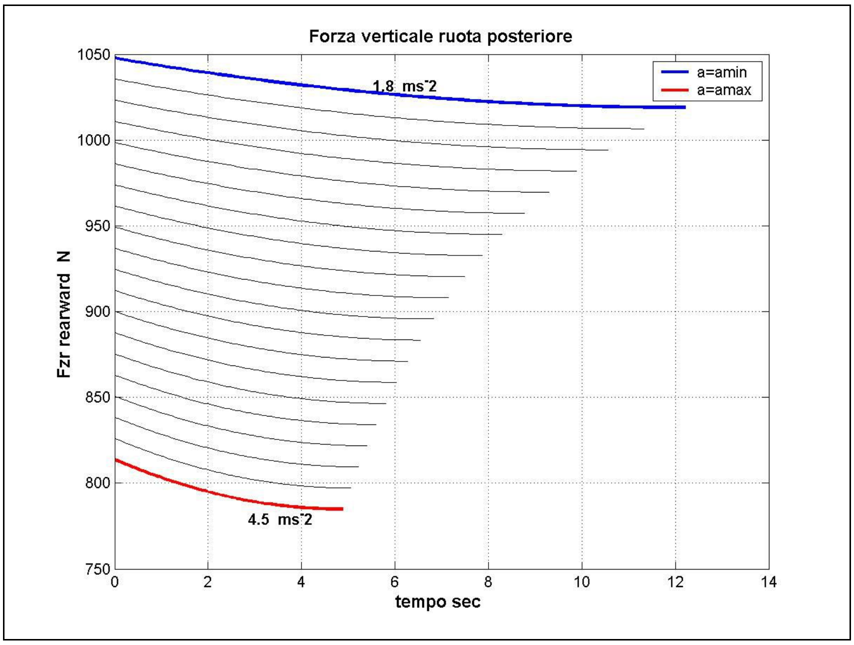


fig.21d

Se ad esempio poniamo

$\mathbf{v1 = 22\,ms^{-1}}$, $\mathbf{a = 3.36\,ms^{-2}}$, $\mathbf{f = [0.010\ \ 0.015\ \ 0.020\ \ 0.025\ \ 0.030\ \ 0.035]}$

$\mathbf{Fz_f = 1166\,N}$, $\mathbf{Fz_r = 893\,N}$ $\mathbf{E_c(0) = 72600\,J}$

troviamo che i copertoni hanno dissipato complessivamente con f = 0.01 lo 0.45 % mentre con f = 0.035 l’ 1.025 % dell’energia cinetica iniziale (*fig.21h*) .

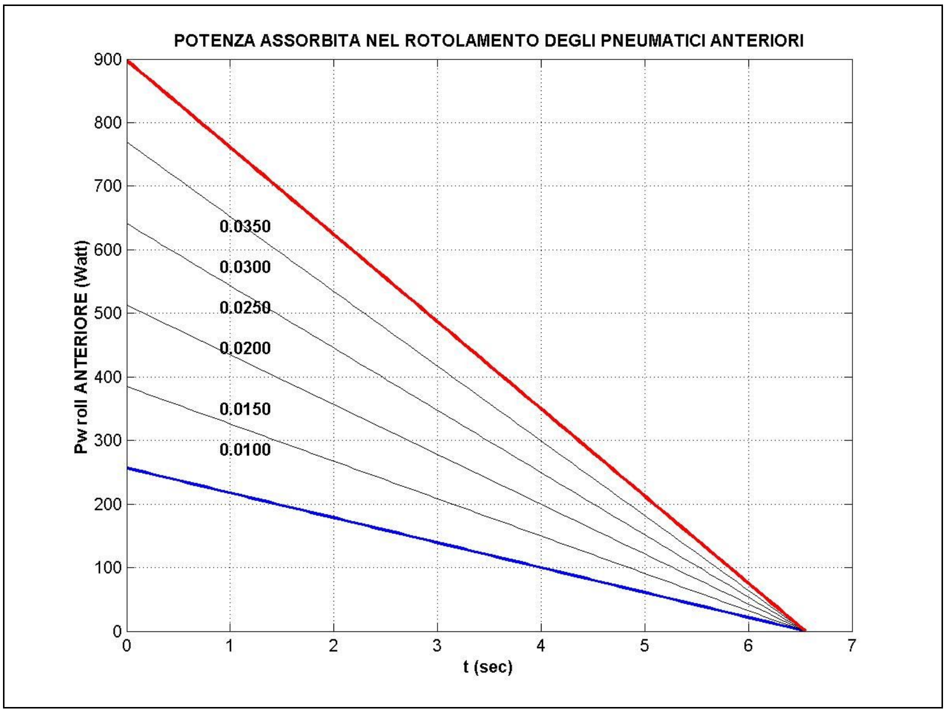


fig.21e

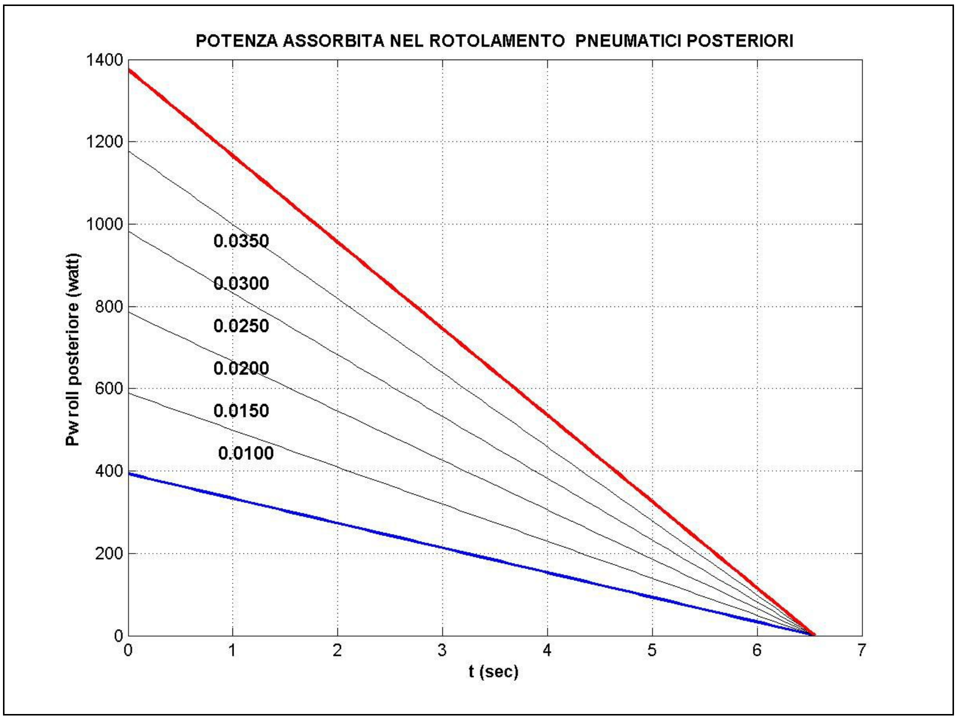


fig.21f

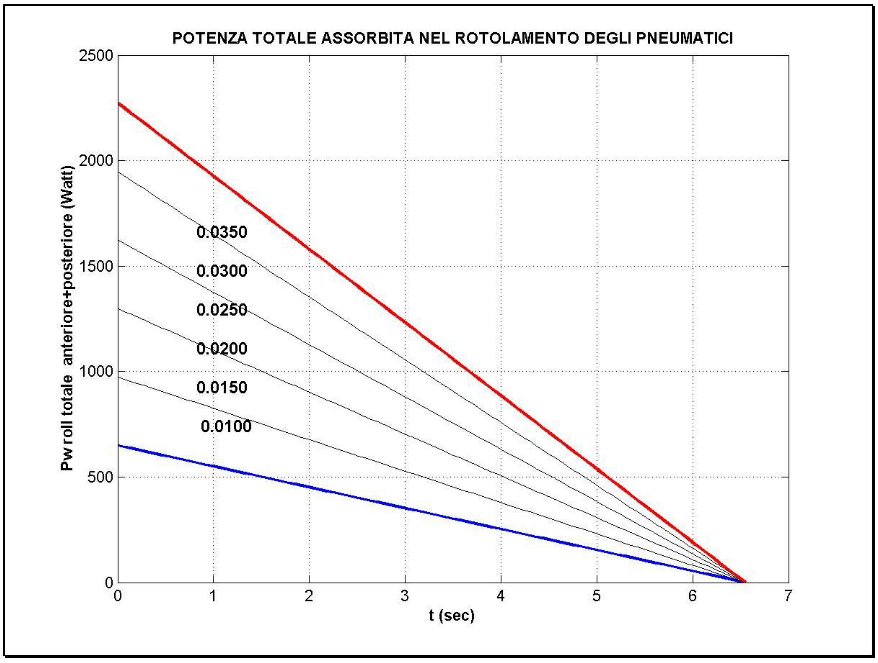


fig.21g

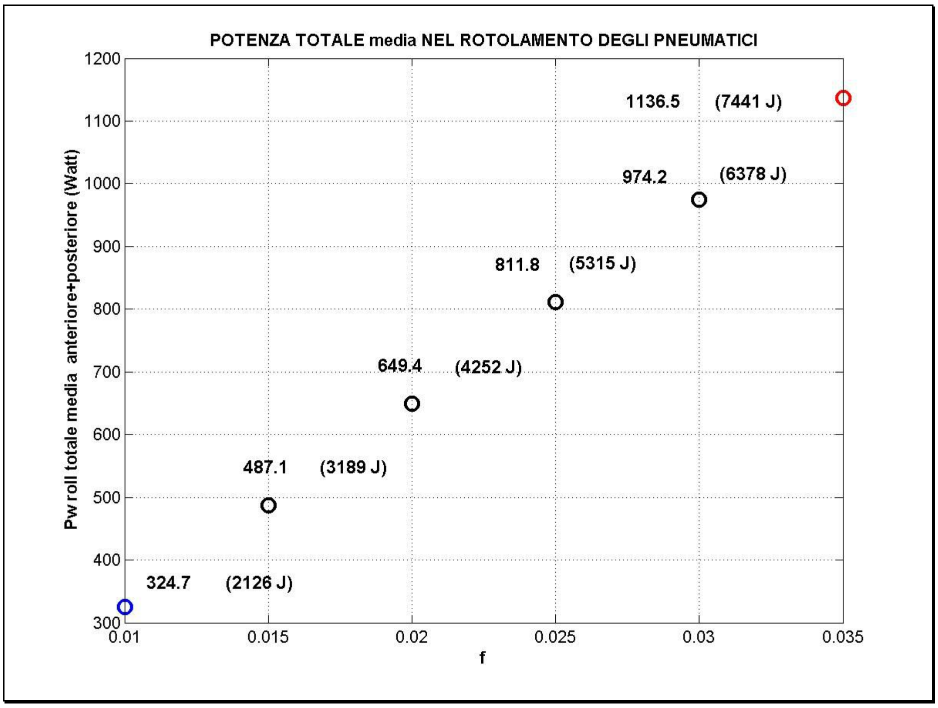


fig.21h

Analisi semplificata di temperatura

Il calore di picco (o medio) sviluppato in frenata si ottiene dividendo [6] o [7] per la porzione di area del disco spazzata dal ferodo .

Il calore generato puó alternativamente essere trovato partendo dai dati sul freno :noti il coefficiente di attrito dinamico μ , la forza **p** per unitá di superficie nel contatto ferodo-disco e la velocitá relativa **V** disco -ferodo

$$\mathbf{q(t) = \mu p(t) V(t)} \tag{14}$$

$$\mathbf{q(t) = \mu p V(t)} \tag{15}$$

$$\mathbf{V(t) = (1-s)\, v(t) \frac{r_m}{R}} \tag{16}$$

$$\mathbf{q(t) = \frac{\mu p (1-s) v(t) r_m}{R}} \tag{17}$$

In *fig. 31* un generico ferodo :

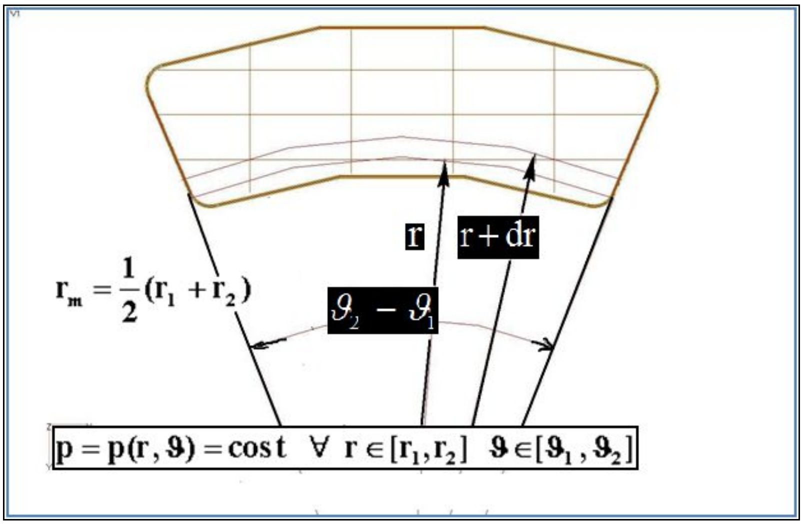


fig. 31

Supponendo valida l'ipotesi che in esercizio sia ad ogni istante

$$\mathbf{p = p(r, \vartheta) = \cos t \quad \forall\ r \in [r_1, r_2] \quad \vartheta \in [\vartheta_1, \vartheta_2]} \tag{18}$$

si trova $\mathbf{r_m}$ raggio medio (o equivalente) dove collochiamo idealmente la risultante delle forze d'attrito sviluppate nel contatto disco-ferodo :

$$\mathbf{dA_p = (\vartheta_2 - \vartheta_1) r\, dr}$$

$$\mathbf{dF_T = \mu\, p\, dA_p = \mu p (\vartheta_2 - \vartheta_1) r\, dr}$$

$$dM_F = r\,dF_T = \mu p(\vartheta_2 - \vartheta_1) r^2\,dr$$

$$F_T = \mu\,p(\vartheta_2 - \vartheta_1)\int_{r_1}^{r_2} r\,dr = \mu\,p(\vartheta_2 - \vartheta_1)\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{2}$$

$$M_F = \mu p(\vartheta_2 - \vartheta_1)\int_{r_1}^{r_2} r^2\,dr = \mu p(\vartheta_2 - \vartheta_1)\frac{(r_2^3 - r_1^3)}{3}$$

$$F_T r_m = M_F \quad \Rightarrow \quad r_m = \frac{2}{3}[(r_1 + r_2) - \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}] \qquad [19]$$

In questo ultimo passaggio si sono usate le fattorizzazioni

$$r_2^3 - r_1^3 = (r_2 - r_1)(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) = (r_1 + r_2)^2 - r_1 r_2$$

In *rif. 2 pg.7* si trova :

$$r_m = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) \qquad [20]$$

Ne caso di *fig. 31* r_1= 77 mm r_2= 95 mm :

r_m= 86.313 mm ([19])

r_m= 86 mm ([20])

Per il ferodo **16** si ha r_1= 32.5 mm r_2= 55 mm :

r_m= 43.5 mm ([20])

$$\frac{r_m}{R} = \frac{43.5}{200} = 0.2175$$

$$\mu \approx 0.45$$

Partendo dalla geometria del freno (*fig. 31-I*) deve essere

$$p = p_f \frac{A_{in}}{A_{out}} = p_f \frac{16.5}{60} = 0.275\,p_f \qquad [21]$$

Per fissare le idee supponiamo **s=0.08** , **m=300 Kg, k=1** , **t_f= 6.5 s ,v(0)=20ms^{-1} (a~3ms^{-2})** .

Per la singola ruota frenante da [6] :

$$P_W(0) = \frac{k m (1 - s) v(0) a}{2} = 8280\ \text{W} \qquad [21\text{-a}]$$

$$P_{W_{med}} = \frac{P_W(0)}{2} = 4140 \text{ W}$$

$$q(0) = \frac{8280}{0.006}\left(\frac{W}{m^2}\right) = 1.38\ 10^6 \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

$$q_{med} = \frac{q(0)}{2} = 6.9\ 10^5 \left(\frac{W}{m^2}\right)$$

Confrontando [7] e [17] troviamo

$$q = \mu p(1-s)v\frac{r_m}{R} = \frac{P_W}{A_f} = \frac{k\,m(1-s)v\,a}{2A_f} \qquad [21\text{-b}]$$

$$p = \frac{k\,m\ a}{2\ \mu A_f}\frac{R}{r_m} = 1.2121\ 10^5\ \text{Pa} \approx 1.236\frac{Kg}{cm^2}$$

Usando [21] troviamo la pressione del fluido uscente dalla valvola **21** :

$$p_f = 3.636p \approx 4.5\frac{Kg}{cm^2}$$

L’area del pistone di una tipica pompa idraulica per impiego su ULM è circa **3.87 cm²** .

Il pilota dovrá applicare allo stelo del pistone una forza assiale di circa **17.4 Kg_f** .

Grazie al rapporto di leva o “pedal ratio”(**PR**) la forza effettiva richiesta al pilota in frenata scende a metá (ed anche oltre) del valore calcolato *fig. 31a- 31b* .

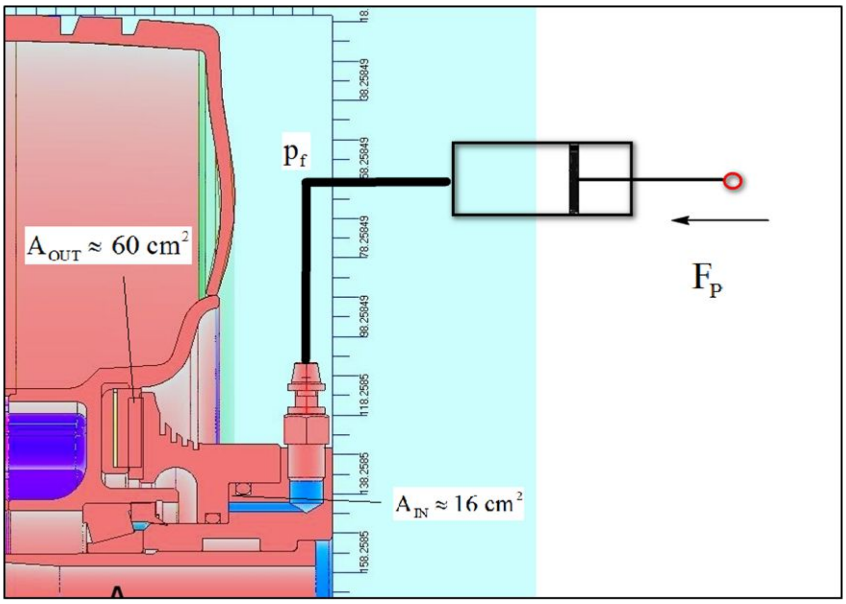


fig. 31-I

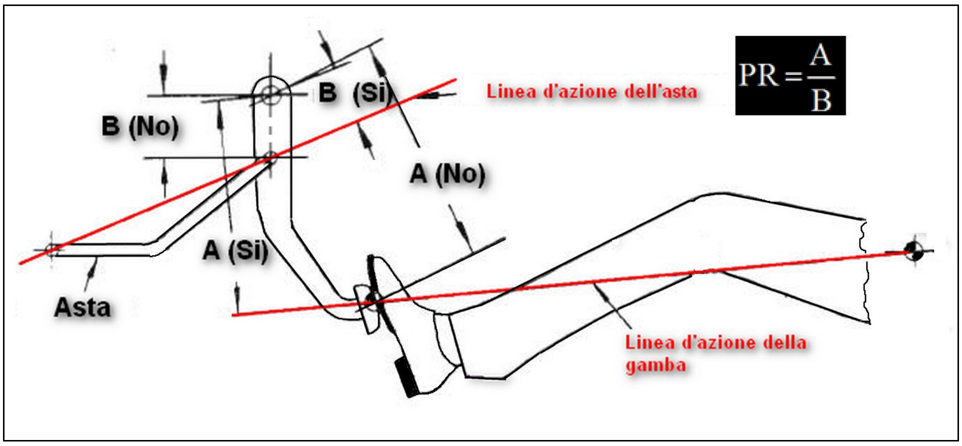


fig.31a

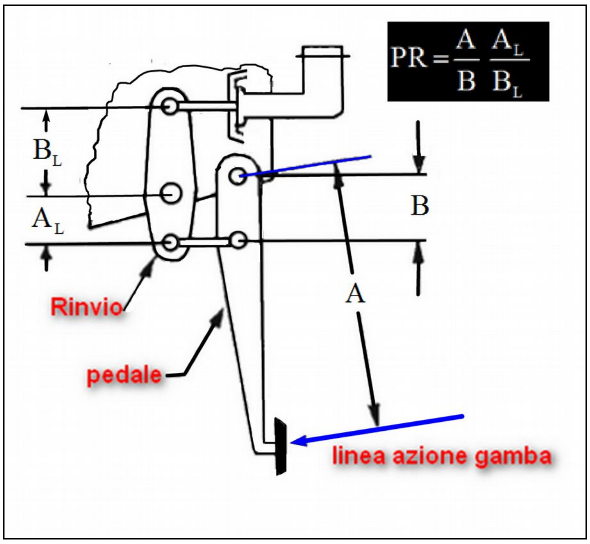


fig.31b

Il calore che si genera sull'interfaccia rotore-ferodo è tra questi ripartito (*rif. 1 pg.117-118*)

in proporzione inversa alle loro resistenze termiche :

$$\frac{q_R}{q_F} = \frac{R_F}{R_R} \qquad [22]$$

Il bilancio della quantità di calore all'istante iniziale è :

$$q_T(0) = q_R(0) + q_F(0)$$

Nel caso di frenata singola e di breve durata la [22] assume la forma semplificata

$$\frac{q_R}{q_F} = \left[\frac{(\rho c k)_R}{(\rho c k)_F}\right]^{1/2} \qquad [23]$$

La frazione di calore assorbita dal rotore é :

$$\gamma = \frac{q_R}{q_R + q_F} = \frac{1}{1 + [\frac{(\rho c k)_F}{(\rho c k)_R}]^{1/2}}$$ [24]

Per frenate ripetute o per frenata prolungata la [24] assume una forma assai piú complessa a causa di fenomeni convettivi determinati dalle maggiori temperature .

Si tralascia questo aspetto rimandando a *rif.1 cap.3* per approfondimenti .

Con i dati di *tab.4* si trova

$$\gamma \approx 0.8514$$

Per la singola ruota frenante é

$$q_R(0) = \gamma\, q_T(0) \underset{[21-a]}{=} \frac{\gamma k (1-s) m\, v(0)\, a}{2\, A_F} \approx 1.175\ 10^6 \left(\frac{W}{m^2}\right)$$ [24-a]

$$a \underset{[21-b]}{=} \frac{2 \mu A_F\, p}{k\, m} \frac{r_m}{R}$$ [24-b]

La decelerazione del velivolo con due ruote frenanti è

$$a = \left(\frac{4\mu}{k\, m} \frac{r_m}{R}\right) F = \left(\frac{4\mu}{k\, m} \frac{r_m}{R}\right) A_{in}\, p_f$$

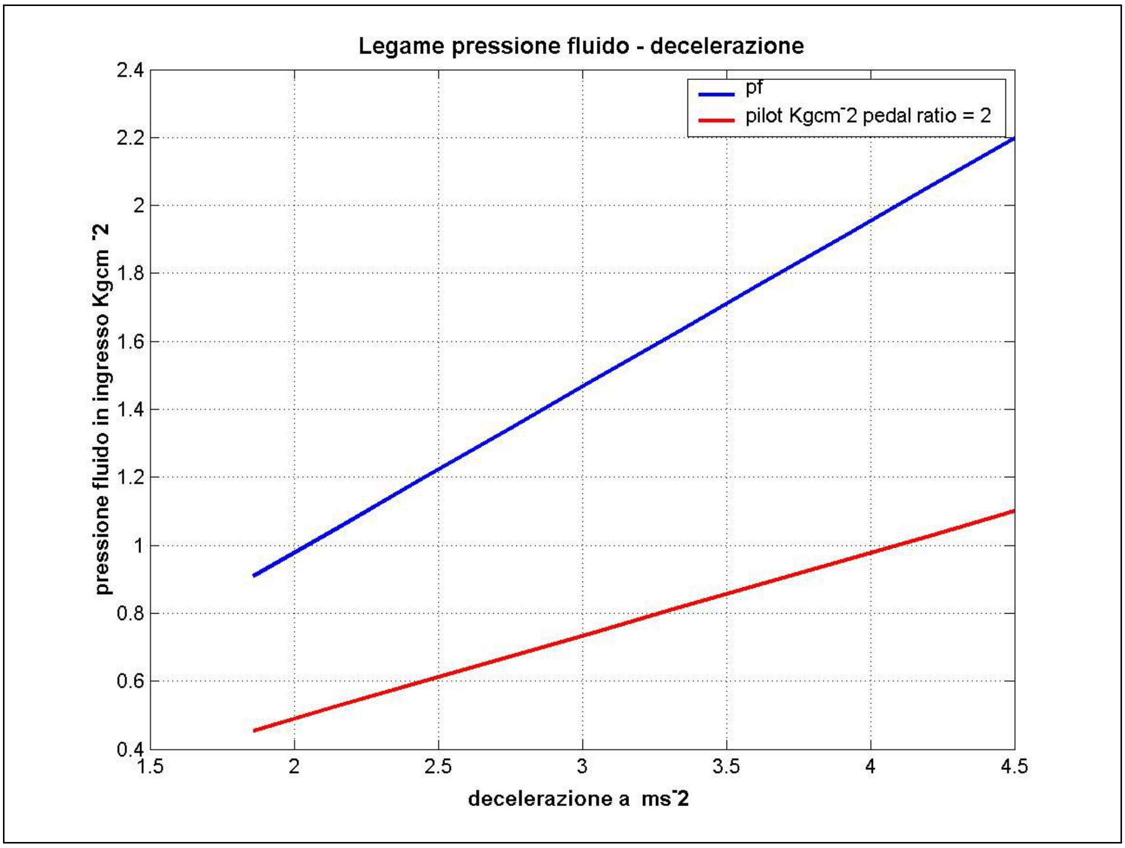


fig.32

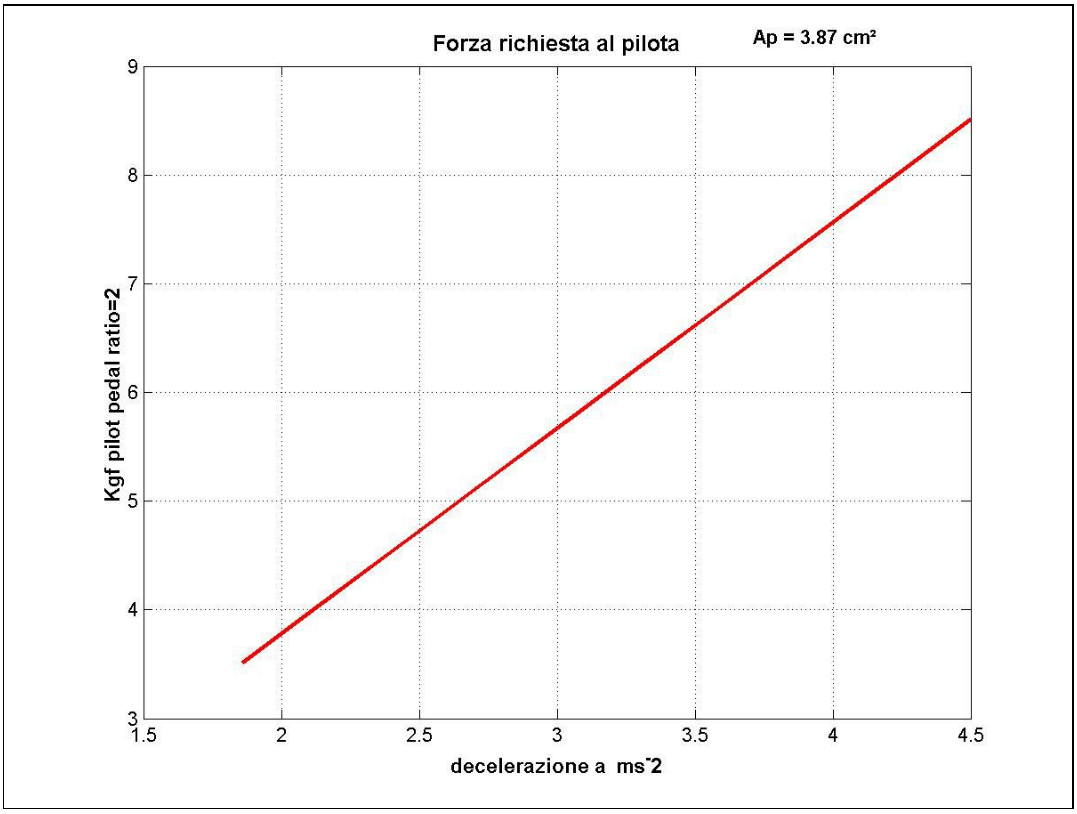


fig.33

Nel caso di frenata con potenza linearmente decrescente nel tempo ([3]) si assume (*rif.1pg 120-122*) che la temperatura sulla superficie del disco vari nel tempo secondo la legge (*fig.34*) .

$$\begin{aligned}\mathbf{T(t)} &= \mathbf{T_i} + \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2}\left(\frac{k}{\rho c}\right)_R^{1/2}\left(\frac{1}{k}\right)_R q_R(0)\, t^{1/2}\left(1-\frac{2}{3}\frac{t}{t_f}\right)\\ &= T_i + \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2}\frac{q_R(0)}{(\rho c k)_R^{1/2}}\, t^{1/2}\left(1-\frac{2}{3}\frac{t}{t_f}\right)\end{aligned} \qquad [25]$$

Si trova che la temperatura massima è raggiunta a metá del tempo di frenata :

$$\frac{d}{dt}T(t)=0 \;\Rightarrow T_{max} = T_i + \left(\frac{5}{18}\right)^{1/2}\frac{q_R(0)t_s^{1/2}}{(\rho c k)_R^{1/2}} \qquad [26]$$

Si introduce il parametro fisico $\mathbf{a_D}$ diffusivitá termica cosí definito

$$a_D = \frac{k}{\rho c}$$

e che indica la velocitá con cui il flusso di calore attraversa la sezione unitaria di un corpo .

Nel caso di rotori per freni a disco gli sperimentatori hanno determinato il tempo $\mathbf{t_P}$ impiegato dal calore per penetrare uno spessore L :

$$t_P = \frac{L^2}{5a_D}$$ [27]

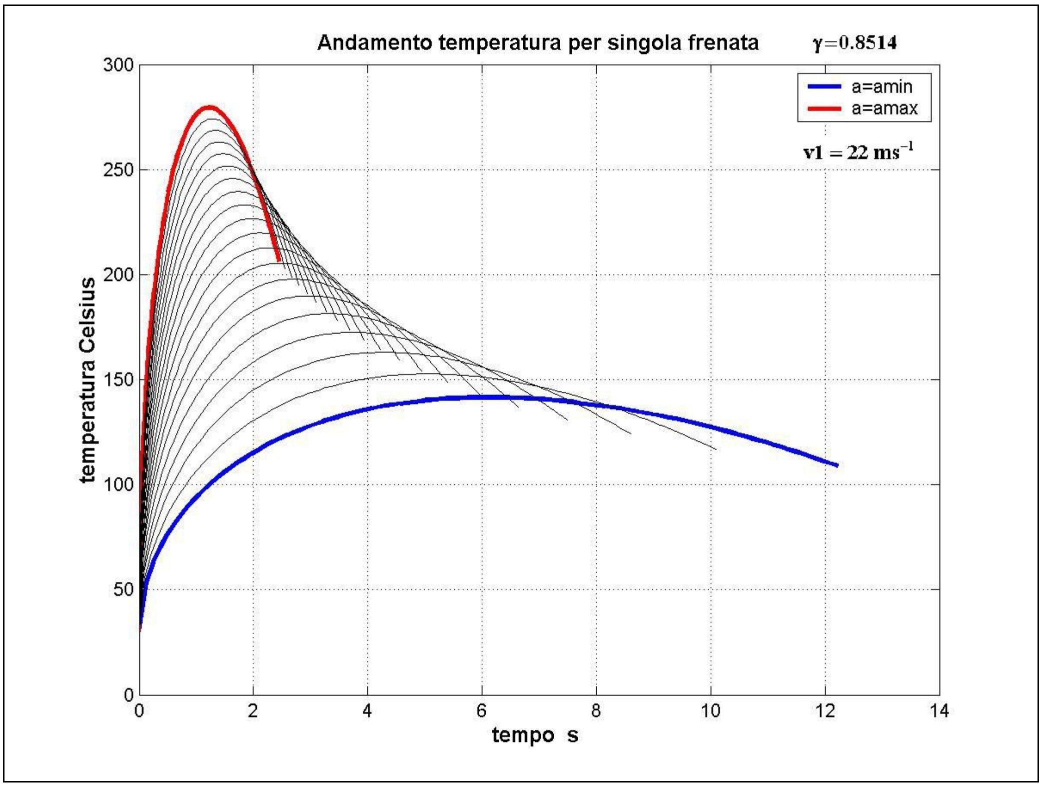


fig.34

	ferodo	ferodo SF	disco
ρ (Kgm⁻³)	2600	1250	7228
c (J/KgK)	1465		419
k (W/mK)	1.21	0.25	50
a (m²/s)	3.17 e-7		1.63 e-5

tab.4

L'analisi completa di temperatura è assai piú complessa : coinvolge assieme alla conduzione anche convezione- irragiamento e la circostanza che la frenata sia ripetuta ad intervalli diversi di tempo . Pur costituendo uno strumento di verifica non puó mai sostituirsi alle prove di banco .

Le formule qui usate valgono solo per le ipotesi semplificate di singola frenata .

Script Matlab®

```
% SCRIPT 01

function[v,Faer,Fzf,Fzr,Fzfmed,Fzrmed,t]=frenata(m,v1,a,Af,Cd,lr,lf,h,haer)

% INPUT : VEDERE fig.21
% m massa velivolo in Kg
% v1 velocita iniziale
% a decelerazione  è un linspace  (es. a=linspace(1.8,4.5,20)  )
% Af  area frontale velivolo es. 2.85  m^2
% Cd  coeff. resistenza aerodinamica es 0.045
% lr ,lf , h , haer  tutti  scalari vedere fig.21

% OUTPUT
% v possibili velocita' nei tempi t per ogni decelerazione assegnata
% Faer valore della forza aerodinamica nei tempi t - fissato Cd
% Fzf Fzr forza verticale sulle ruote anteriore e posteriore
% nel tempo al variare della decelerazione imposta
% Fzfmed  Fzrmed  valori medi di Fzf  ed  Fzr


% tanti tempi di frenata  quante sono le decelerazioni ;

tf=(v1*ones(1,length(a)))./a ;

% tanti t (linspace) quanti sono i tempi di frenata

for k=1:length(a),
   t(k,:)=linspace(0,tf(k));
end

% troviamo
% tanti andamenti di velocita' nei tempi t
% tanti corrispondenti valori di Faer nei tempi t (Cd=cost )

for k1=1:length(a),
   v(k1,:)=v1*ones(1,100)-a(1,k1)*t(k1,:);
   Faer(k1,:)=0.5*1.225*Af*Cd*(v(k1,:).^2);
end


figure(1)      % plotta la velocita' nel tempo al variare della decelerazione
plot(t(1,:),v(1,:))
grid
hold
```

```
plot(t(length(a),:),v(length(a),:),'r')

xlabel('tempo  sec ')
ylabel('velocita ms^-1');
legend('a=amin ','a=amax')
title('Velocita nel tempo')

for k2=2:length(a)-1
   plot(t(k2,:),v(k2,:),'k')
end

%%%%%

figure(2)      % plotta la Faer  nel tempo al variare della decelerazione
               % fissato il coefficiente di resistenza aerodinamica (Cd=cost)
plot(t(1,:),Faer(1,:))
grid
hold

plot(t(length(a),:),Faer(length(a),:),'r')

xlabel('tempo  s')
ylabel('Faer  N ')
title('Resistenza aerodinamica nel tempo ')
legend('a=amin ','a=amax')

for k3=2:length(a)-1
   plot(t(k3,:),Faer(k3,:),'k')
end

%%%% CALCOLO REAZIONI  VERTICALI ANTERIORE E POSTERIORE

g=9.81;      % accelerazione di gravita' ms^-2

for k4=1:length(a)

Fzf(k4,:)=(m*(g*lr*ones(1,100)+a(k4)*h*ones(1,100))-Faer(k4,:)*haer)/(lr+lf);

Fzr(k4,:)=(m*0.5*(-a(k4)*h*ones(1,100)+g*lf*(ones(1,100)))+Faer(k4,:)*haer)/(lr+lf);

Fzfmed(k4)=mean(Fzf(k4,:));

Fzrmed(k4)=mean(Fzr(k4,:));

end
               %  0.5 per Fzr perché ci sono 2 ruote posteriori

figure(3)      % plotta la forza verticale nel tempo sulla ruota anteriore
plot(t(1,:),Fzf(1,:))
grid
hold
```

```
plot(t(length(a),:),Fzf(length(a),:),'r')
xlabel('tempo sec ')
ylabel('Fzf forward  N ')
title('Forza verticale ruota anteriore')
legend('a=amin ','a=amax')

for k5=2:length(a)-1
   plot(t(k5,:),Fzf(k5,:),'k')
end

figure(4)       % plotta la forza verticale nel tempo sulla ruota posteriore
plot(t(1,:),Fzr(1,:))
grid
hold

plot(t(length(a),:),Fzr(length(a),:),'r')
xlabel('tempo sec ')
ylabel('Fzr rearward  N ')
title('Forza verticale ruota posteriore')
legend('a=amin ','a=amax')

for k6=2:length(a)-1
   plot(t(k6,:),Fzr(k6,:),'k')
end
```

%SCRIPT 02

%Plotta la potenza assorbita nel rotolamento dagli pneumatici al variare di f coeff. of roll resistance

```
function[P,A,T,Tmed]=PWROLL01(FZr,FZf,f,v1,a)

% INPUT
% FZr,FZf vedi fig.21
% f è un linspace  di roll resistance (non troppi elementi)
% es. f=linspace(0.01,0.035,5);
% a decelerazione scalare assegnata dalle norme   es 3 (m/s^2)
% v1 velocita iniziale    (ES.  20 m/s )

v(1)=v1
tf=v1/a                                        %tempo di frenata per quel dato valore di  a
t=linspace(0,tf);
d=ones(1,length(t));                           % vettore "ausiliario"
i=1:length(t);

pwrollpos(1,:)=FZr*2*f(1)*(v(1)*d-a*t);       % 2 pneumatici posteriori

figure(1)  % POTENZA PNEUMATICI POSTERIORI
plot(t,pwrollpos(1,:),'b')
grid
hold
xlabel(' t (sec) ');
ylabel('Pw roll posteriore (watt) ');
title('POTENZA ASSORBITA NEL ROTOLAMENTO DAGLI PNEUMATICI POSTERIORI' );


for k=2:1:length(f),
  pwrollpos(k,:)=FZr*2*f(k)*(v(1)*d-a*t);% 2 pneumatici posteriori
    plot(t,pwrollpos(k,:),'k');
end

figure(2)  % POTENZA PNEUMATICO ANTERIORE
pwrollant(1,:)=FZf*f(1)*(v(1)*d-a*t);  % 1 pneumatico anteriore
plot(t,pwrollant(1,:),'b');
grid
hold
xlabel(' t (sec) ');
ylabel('Pw roll ANTERIORE (Watt) ');
title('POTENZA ASSORBITA NEL ROTOLAMENTO DAGLI PNEUMATICI ANTERIORI' );

for k1=2:1:length(f),
  pwrollant(k1,:)=FZf*f(k1)*(v(1)*d-a*t);
    plot(t,pwrollant(k1,:),'k');
end
```

```
figure(3)  % POTENZA TOTALE POSTERIORE+ANTERIORE

pwrolltot(1,:)=pwrollpos(1,:)+pwrollant(1,:) ;

plot(t,pwrolltot(1,:),'b');
grid
hold

for k2=2:1:length(f),
  pwrolltot(k2,:)=pwrollpos(k2,:)+pwrollant(k2,:) ;
    plot(t,pwrolltot(k2,:),'k');
end

xlabel(' t (sec) ');
ylabel('Pw roll totale  anteriore+posteriore (Watt) ');
title('POTENZA TOTALE ASSORBITA NEL ROTOLAMENTO DEGLI PNEUMATICI' );


figure(4) % POTENZA TOTALE MEDIA

pwrolltotmed(1)=max(pwrolltot(1,:))*0.5 ;
plot(f(1),pwrolltotmed(1),'ob')
grid
hold
xlabel(' f ');
ylabel('Pw roll totale media  anteriore+posteriore (Watt) ');
title('POTENZA TOTALE media NEL ROTOLAMENTO DEGLI PNEUMATICI' );


for k3=2:1:length(f),
  pwrolltotmed(k3)=max(pwrolltot(k3,:))*0.5 ;
    plot(f(k3),pwrolltotmed(k3),'ok');
end

Tmed=pwrolltotmed(1,:)
T(:,:)=pwrolltot(:,:)
A=pwrollant(:,:)
P(:,:)=pwrollpos(:,:)
```

```
% SCRIPT 03
% Questo script trova la temperatura massima che si realizza sull'interfaccia
% disco-ferodo in una singola frenata .
% Plotta la temperatura nel tempo durante la frenata al variare della decelerazione imposta

function[T,Tmax]=temperatura(m,k,s,v1,a,Ti,gamma,Afer)

% INPUT
% v1 velocita' iniziale
% a  decelerazioni…. è un linspace
% Ti temperatura iniziale in Celsius
% tf tempo di frenata = tempo di arresto = v1/a
% gamma  parametro che ci informa come il calore che si sviluppa
% sull'interfaccia disco-ferodo sia tra questi ripartito
% m  massa velivolo in Kg
% k fattore correttivo masse rotanti
% rm raggio medio o equivalente
% R raggio pneumatico indeformato
% s coeff.slip ratio
% Afer area spazzata dal ferodo

% OUTPUT
% T  temperatura nel tempo
% Tmax temperatura massima in frenata

tf=(v1*ones(1,length(a)))./a ;

for k1=1:length(a),
   t(k1,:)=linspace(0,tf(k1));
end

for k2=1:length(a),
   v(k2,:)=v1*ones(1,100)-a(1,k2)*t(k2,:);
end

% un valore di potenza max (per unita' di superficie)assorbita dal rotore-disco
% per ogni valore di decelerazione

for k3=1:length(a) ,
   qr0(k3)=(0.5*gamma*k*(1-s)*m*v1*a(1,k3))/Afer ;
end

figure(1)
plot(a,qr0)
grid
xlabel('accelerazione ms^-2')
ylabel('qr(0) Wm^-2  Rotore')
title('Wm^-2 per il rotore ')
```

```
for k4=1:length(a) ,
T(k4,:)=Ti*ones(1,100)+(8.1264e-005)*qr0(k4)*(t(k4,:).^0.5).*(ones(1,100)-
0.6667*(t(k4,:)/tf(k4)));
%Tmax(k4)=Ti*ones(1,length(a))+0.5270*8.1264e-005*tf(k4)*ones(1,length(a))
end

figure(2)
plot(t(1,:),T(1,:))
grid
hold
plot(t(length(a),:),T(length(a),:),'r')

legend('a=amin','a=amax')

for k5=2:length(a)-1
   plot(t(k5,:),T(k5,:),'k')
end

xlabel('tempo  s ')
ylabel('temperatura Celsius')
title('Andamento temperatura per singola frenata')
```

LISTA SIMBOLI

a	accelerazione	$[ms^{-2}]$
$a_d = \frac{k}{\rho c}$	diffusivitá termica	$[m^2 s^{-1}]$
A_f, A_{out}	area ferodo	$[m^2]$
A_F	area frontale veicolo	$[m^2]$
b	larghezza pneumatico	[m]
c	calore specifico	$\left[\frac{W}{mK}\right]$
C_D	coefficiente resistenza	
d	semilunghezza zona contatto	[m]
E_c	energia cinetica	[J]
f	coefficiente di roll resistance	
F_T	forza tangenziale	[N]
I	inerzia rotazionale	$[Kg\,m^2]$
k	fattore riduzione per masse rotanti	
m	massa	[Kg]
μ	coeff. attrito dinamico	
p, p_f	pressione	$[Nm^{-2}]$
P_W	potenza	[W]
q		$[W/m^2]$
R	raggio pneumatico	[m]
ρ	densitá	$[Kg\,m^{-3}]$
r_{stat}	raggio schiacciamento statico	[m]
r_{eff}	raggio effettivo rotolamento	[m]
r_m	raggio medio o equivalente	[m]
s	slip ratio	
t, t_s, t_f	tempo di arresto	[s]
T	temperatura	[K]
v	velocitá asse ruota	$[ms^{-1}]$
V	velocitá relativa disco – ferodo	$[ms^{-1}]$

Indice figure generate

[a] da fotocamera

[b] da ambienti Femap® , Solidwoks® ,Autocad 2000®

[c] Paint Microsoft® , FastStone®

[d] grafici da routines in ambiente Matlab®

3a,10,11,12,13,18b [a]

1,2,3,4,5,6,7,8,9,14,15,16,17,21,31 [b]

16a-b,18a,19,19b-c-d,20,20a,31a-b [c]

17a,19a,21a-b-c-d-e-f-g-h,32,33,34 [d]

Tutte le formule sono state generate con il programma TEXaid® v.4a .

Bibliografia

[1] **Limpert R**. ‘Brake design and safety’,2nd ed. 1999 SAE .

[2] **Limpert, R**., 'An Investigation of Thermal Conditions Leading to Surface Rupture of Cast Iron Rotors', SAE Technical Paper Series: 720447,1972

[3] **Metzler, H**., 'The Brake Rotor -Friction Partner of Brake Linings', SAE Technical Paper Series: 900847, 1990

[4] **J.Y. Wong** ,'Theory of ground vehicles',3rd ed.2001 ,John Wiley & Sons

[5] **R.Rajamani** 'Vehicle dynamics and control',2nd ed. 2012 Springer

[6] **Raymer D. P**, 'Aircraft Design: A Conceptual Approach', AIAA, 2006

[9] **CS-ETSO C26c** ,EASA 2003

[10] **S.K.Clark** and **R.N.Dodge** 'Measurement method and data reduction in rolling loss measurements .An handbook for the rolling reistance of pneumatic tires',Industrial development division ,Michigan 1979 .

[10-a] **S.K.Clark** ‘Rolling resistance forces in pneumatic tires’ 1976 DOT-TSC-76-1

[11] **G.Minelli** ‘Misure meccaniche’ , 1991 ,Pàtron ed. Bologna