

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE
Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Flipped Classroom e apprendimento:

Un'esperienza di attività propedeutica nella scuola
secondaria di primo grado

Relatore:
Chiar.ma Prof.ssa
Manuela Fabbri

Presentata da:
Carlotta Baccolini

Correlatore:
Chiar.mo Prof.
Giorgio Bolondi

Prof.ssa
Daniela Leone

Sessione estiva
Anno Accademico 2014/2015

Indice

| | |
|--|-----------|
| Introduzione | 5 |
| 1 Quadro teorico | 7 |
| 1.1 Sviluppo del metodo pedagogico | 7 |
| 1.2 Attivismo pedagogico | 10 |
| 1.3 I fondatori della Flipped Classroom | 11 |
| 1.4 Competenze chiave per l'apprendimento permanente | 18 |
| 1.5 La classe di Bayes | 21 |
| 2 Esperienza di tirocinio in una scuola secondaria di primo grado | 27 |
| 2.1 Propedeutica perché | 28 |
| 2.2 Cosa abbiamo fatto in classe | 29 |
| 2.2.1 Valutazione delle attività di laboratorio | 51 |
| 2.3 Questionario | 54 |
| 3 Conclusioni | 67 |
| A Il questionario | 71 |
| Bibliografia | 75 |

Introduzione

La Flipped Classroom è una metodologia didattica innovativa che prevede un'inversione dei momenti classici della didattica: la lezione frontale a scuola e lo studio individuale a casa.

L'innovazione di questo metodo però non è solo l'inversione dei tempi scolastici ma riuscire senza sminuire il ruolo dell'insegnante. Infatti questa metodologia valorizza, anche, il ruolo di ideatore dei percorsi formativi che è proprio della figura del docente.

L'idea alla base della Flipped Classroom è utilizzare la tecnologia moderna per diffondere i contenuti fuori dall'orario scolastico così da concentrare poi le ore di lezione sull'elaborazione dei contenuti stessi, di solito avviene il contrario.

In questo modo si riporta l'attenzione didattica sull'elaborazione dei contenuti piuttosto che sul loro ascolto passivo, questa idea si può ritrovare anche nell'attivismo pedagogico e nelle competenze europee per l'apprendimento permanente.

In queste pagine spiegherò adeguatamente la Flipped Classroom, le sue possibilità e i suoi limiti. Parlerò diffusamente dell'appoggio che questa teoria trae dall'attivismo pedagogico e dalle competenze europee per l'apprendimento permanente.

A seguito dello studio teorico del metodo Flipped ho fatto un'esperienza di tirocinio presso una classe terza della Scuola secondaria di primo grado 'Il Guercino' dell'IC9, in collaborazione con la professoressa Leone, per applicare questa metodologia didattica.

Una volta in classe, io la professoressa, abbiamo considerato più efficace e utile, per gli studenti con cui lavoravamo, fare propedeutica piuttosto che Flipped Classroom. A questo proposito mi sono documentata sulla Classe di Bayes, un metodo didattico che si può dire propedeutico alla Flipped Classroom, che abbiamo applicato, infine, nella nostra classe di lavoro.

Questo metodo didattico utilizza la tecnologia e la implementa con l'epistemologia bayesiana per ottenere un metodo didattico utile per definire e

plasmare gli stili e le pratiche di un apprendimento attivo e cooperativo. Nella parte teorica tratterò approfonditamente la Classe di Bayes e il suo legame con il Teorema di Bayes. Durante l'esperienza abbiamo utilizzato la tecnologia come supporto alla didattica; ci siamo rifatte alle idee teoriche studiate e le abbiamo adattate alla nostra situazione.

L'istituto 'Il Guercino' mette a disposizione di ogni classe la piattaforma didattica Moodle, che abbiamo utilizzato come supporto didattico creando pagine per ogni argomento ricche sia di teoria sia di diversi tipi di esercizi. L'esperienza di tirocinio è stata conclusa con un questionario per valutare l'utilizzo, da parte dei nostri studenti, della piattaforma didattica Moodle, in uso nella scuola.

I risultati dell'analisi delle risposte è stato conforme a quanto da noi atteso: data l'età i nostri studenti non avevano il giusto grado di autonomia per lavorare con la metodologia della Flipped Classroom.

Capitolo 1

Quadro teorico

1.1 Sviluppo del metodo pedagogico

Il metodo di insegnamento non è mai significativamente cambiato da quando i sapienti predicavano per le strade. E questo ha naturalmente degli effetti collaterali visto che al contrario il mondo è molto cambiato e con esso gli studenti.

In un dipinto datato attorno al 1350 viene raffigurata una lezione all'Univer-



Figura 1.1

[5, Laurentius de Voltolina (1350). Una lezione all'Università di Bologna]

sità di Bologna, tutto normale se non che, sembra rappresentare una lezione dei giorni nostri vista l'attualità di ciò che raffigura.

In questa immagine possiamo notare il professore in cattedra che parla e gli studenti che dai loro banchi prendono appunti. Possiamo anche notare come l'attenzione degli studenti diminuisca allontanandosi dalla cattedra, proprio come avviene nella realtà di classe ancora oggi.

Quello che di questa immagine ci colpisce è come il metodo didattico sia rimasto lo stesso attraverso i secoli, infatti a tutt'oggi nella maggior parte delle scuole di ogni ordine e grado l'insegnante sta in cattedra e parla.

Basta ricordare i professori ingessati del film "*L'attimo fuggente*" che obbligavano i ragazzi a ripetere i testi a memoria, in questo modo si guadagna un obiettivo ma se ne perdono di vista molti altri. Anche se lo studente ha imparato la lezione non l'ha capita, non se n'è appropriato e non può usare ciò che ha imparato.

Un tempo il professore ripeteva il libro. Gli studenti lo trascrivevano a mano, così potevano averne una copia. Oggi, dopo l'invenzione della stampa, ogni studente ha il suo testo e questo cambia il ruolo del professore. Non dovendo più dettare il libro, egli può soffermarsi sulla spiegazione delle parti fondamentali, aggiungere dei concetti e approfondirli.

Fatto sta che quasi settecento anni di storia non hanno cambiato le dinamiche in classe; per questo gli alunni di oggi sono sempre meno interessati alla lezione, perché fuori il mondo è cambiato.

Gli studenti di oggi, chiamati anche nativi digitali, sono cresciuti con la tecnologia. Gli stimoli che gli vengono da essa rendono difficile concentrarsi sui vecchi tomi cartacei che gli vengono proposti.

Quindi un buon insegnante, per suscitare la loro curiosità, deve calarsi nel loro mondo, così da essere parte di quegli stimoli digitali a cui sono costantemente sottoposti.

Le metodologie dell'insegnamento devono essere all'avanguardia, cioè cambiare insieme alla società. Considerando l'attuale sviluppo digitale, per essere stimolante, l'insegnante deve far uso degli strumenti tecnologici in classe e preferire come compiti a casa e in classe attività di ricerca e risoluzione di problemi.

Perché questo tipo di attività non standard coinvolge di più lo studente rispetto ai soliti esercizi fatti in serie.

Questi consigli si possono raggruppare con il termine **propedeutica** alla Flipped Classroom che io e la professoressa Leone abbiamo applicato in una classe terza di una scuola secondaria di primo grado.

Le nuove tecnologie non offrono solo un'accelerazione nella diffusione dei contenuti su scala globale, ma anche una trasformazione di altri significativi aspetti. I contenuti sono fluidi e in costante divenire, sono fruibili attraverso diversi tipi di media, non più solo attraverso la lettura, e sono modificabili da chiunque annullando la distanza fra produttore e consumatore.

In questo nuovo mondo gli studenti possono liberamente conoscere e perciò il ruolo dell'insegnante deve cambiare. Le istituzioni educative non sono più il luogo esclusivo della conoscenza o acquisizione di nuovi contenuti ma possono diventare il luogo di apprendimento, sostegno e guida delle facoltà cognitive e dell'acquisizione di competenze. Il ruolo della scuola non è più indottrinare l'allievo ma consentirgli di liberare le sue potenzialità e divenire parte attiva della società.

Perché questo sia possibile l'insegnante deve spostare l'attenzione dal sapere al saper fare, deve essere presente più durante l'assimilazione dei contenuti e la costruzione delle competenze individuali che durante la diffusione del sapere. Da questo nasce la **Flipped Classroom**¹, cioè letteralmente classe capovolta: la struttura dell'insegnamento viene capovolta, gli studenti a casa attraverso le nuove tecnologie apprendono e in classe rielaborano quanto imparato sotto il controllo dell'insegnante che può così verificare dove sorgono i problemi e confrontarsi direttamente con gli alunni piuttosto che con gli esercizi svolti, o non svolti, a casa.

Un risvolto positivo di questo metodo è che gli studenti studiando a casa attraverso ciò che l'insegnante ha preparato, video o attività, possono affrontare l'argomento con i loro tempi. Invece di avere una lezione da un'ora che subiscono passivamente, hanno un video da vedere a casa e capire con i loro tempi, possono riguardarlo, fermarlo, prendere appunti senza perdere nulla di quanto detto. Questo in classe non si riesce a fare.

In questa nuova tipologia di insegnamento i ruoli di insegnanti e studenti sono perciò costretti a cambiare. I primi passano da dispensatori del sapere a guide attraverso l'apprendimento e i secondi da ascoltatori passivi a partecipanti attivi del loro percorso d'apprendimento.

Modificando la dinamica della lezione e portando gli studenti ad interagire con il professore e fra di loro, grazie a discussioni e dibattiti, si vede di più chi fatica a capire, chi non riesce a capire e chi non fa nulla per capire. Quindi il professore ha modo di strutturare una didattica personalizzata coinvolgendo anche i genitori.

¹Sull'argomento [5, Cecchinato],[6, Cecchinato],[7, Cecchinato],[2, Bergmann],[3, Bergmann e Sams], [4, Biscaro e Maglioni]

1.2 Attivismo pedagogico

Anche se può non sembrare la Flipped Classroom ha origini piuttosto antiche. Questo è strano, soprattutto, visto che sembra infattibile senza le innovazioni tecnologiche.

Invece le prime basi per questo metodo, si può dire che le abbia messe Dewey. Nel 1897 presentando il suo metodo pedagogico, detto metodo attivo, nel saggio *Il mio credo pedagogico*, aveva posto in evidenza l'organicità di un processo educativo, in cui il metodo e le discipline dovessero essere correlati a un preciso fine educativo.

Infatti Dewey concepiva la conoscenza come una costruzione attiva dell'allievo, perciò secondo lui era più importante aiutare gli studenti a costruire consapevolmente la loro conoscenza piuttosto che indottrinarli senza che avessero realmente appreso alcunché.

Nella Flipped Classroom, e soprattutto nella nostra esperienza, si può ritrovare un'altro importante principio del lavoro di Dewey, l'apprendimento per esperienza.

Il pedagogista, infatti, dava molta importanza al lavoro di gruppo, all'apprendimento collaborativo nelle pratiche scolastiche e all'esperienza come base dell'apprendimento, e queste pratiche sono valorizzate dalla Flipped Classroom. Questo perché spostando la parte teorica dell'apprendimento a casa in classe rimane più tempo da dedicare a sperimentazioni, lavori di gruppo e approfondimenti che incuriosiscano i ragazzi verso la disciplina.

La corrente pedagogica nata dalle idee di Dewey ha esposto dei principi che promuovano l'apprendimento attivo:

- procedere con l'analisi di situazioni a partire dal contesto specifico in cui si sono verificate (analisi di caso);
- invitare gli allievi a un processo di formulazione di domande (il metodo della ricerca);
- proporre diverse fonti primarie per elaborare ipotesi;
- proporre i dati di conoscenza come stimolo di riflessione e per la ricerca di significati;
- evitare ogni condotta cognitiva (interrogazione, compiti, relazioni ecc.) orientata alla sola riproduzione dei dati di conoscenza;

- favorire nel gruppo-classe l'esplicitazione dei punti di vista di ciascuno che rende conto della complessità del reale e dei modi di percepirlo;
- alimentare attività di discussione per la negoziazione dei significati, per esprimere le proprie opinioni e ascoltare quelle degli altri, come modalità ricorsiva di trattazione dei problemi;
- incentivare pratiche di metariflessione su ciò che si conosce e sulla propria attività di conoscere;
- dare vita a un nuovo ruolo di insegnante che faccia di lui una risorsa più che un' autorità.²

Come si potrà notare meglio nel seguito, questi principi sono ben applicati nel metodo flipped che si propone di riportare l'apprendimento individuale e lo sviluppo di un percorso cognitivo proprio al centro delle attività scolastiche.

L'ultimo dei principi poi è esattamente ciò che otteniamo applicando il metodo flipped, l'insegnante diventa una risorsa e una guida per gli alunni piuttosto che una figura autoritaria.

1.3 I fondatori della Flipped Classroom

Anche se i primi esperimenti riconducibili alla Flipped Classroom sono stati condotti negli anni novanta da Eric Mazur³, professore di fisica presso l'università di Harvard, i più famosi esponenti del metodo della Flipped Classroom sono Jonathan Bergmann e Aaron Sams in America e Graziano Cecchinato in Italia.

I primi sono molto conosciuti in quanto sono gli inventori di questa metodologia e hanno scritto il libro *'Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day'* che la racchiude. Aaron Sams ha anche ricevuto un premio presidenziale per il modello Flipped.

L'idea è nata nel 2004 quando J.Bergamann, e A.Sams hanno iniziato ad insegnare alla Woodland Park High School di Woodland Park, Colorado. Qui si sono trovati di fronte ad un problema, essendo la scuola relativamente rurale le scuole più vicine erano comunque molto distanti e gli studenti

²[9, Vanna Gherardi, Metodologie didattiche attive]

³Per informazioni vedere *Peer Instruction, A User's Manual Series in Educational Innovation*[10, Mazur]

che seguivano attività extracurricolari erano costretti a perdere molte lezioni ad ogni competizione. Considerando che in America sono molto importanti le attività extracurricolari per ottenere crediti per il college, quasi tutti gli studenti ne praticano, e quindi, in quella situazione quasi tutti gli studenti perdevano tante lezioni e questo comportava la perdita anche della continuità dell'insegnamento.

Attraverso una rivista di tecnologia, Sams ha scoperto come creare un video con Power Point che potesse essere distribuito facilmente online e che quindi gli studenti potessero vedere anche quando non erano a scuola. Bergmann e Sams capirono di aver trovato il modo di insegnare agli studenti anche se non erano in classe, attraverso i video chi aveva perso la lezione poteva comunque apprendere come se fosse stato in classe.

Presto queste possibilità cambiarono il modo di fare lezione dei due professori, a casa gli studenti potevano vedere comunque la lezione, quindi non c'era più motivo di ripetere anche le stesse cose per sessanta minuti in classe. Così durante la lezione c'era più tempo per discutere eventuali incertezze e organizzare delle esercitazioni che coinvolgessero tutta la classe.

Questa tipologia di insegnamento è diventata presto molto studiata e utilizzata perché permette agli insegnanti di capire meglio i problemi che stanno affrontando gli studenti con un determinato argomento, facendo più esercitazioni in classe si può vedere che errori fanno e correggerli prima che diventino certezze.

In Italia il maggior esponente di questa metodologia didattica è Graziano Cecchinato, ricercatore in pedagogia sperimentale e direttore del corso di perfezionamento sulla Flipped classroom all'Università di Padova. Secondo Cecchinato nella Flipped Classroom il tradizionale ciclo della scuola, lezione in classe-studio a casa-verifica in classe, viene sostituito da un nuovo ciclo ispirato ai modelli di apprendimento attivo e collaborativo.

Il ciclo si compone, come il precedente, di tre fasi:

- **Fase di attivazione;**
- **Fase di produzione;**
- **Fase di elaborazione.**

La fase di attivazione consiste nel presentare il nuovo argomento delineando i contenuti in modo dubitativo e problematico per suscitare l'interesse

degli studenti e motivarli a continuare ad approfondire l'argomento. Questa presentazione può essere fatta attraverso video, testi o altre attività preparate dal professore o riadattate da quelle proposte in rete. L'importante è ricordare che l'obiettivo è incuriosire gli studenti e far nascere in loro domande, quindi l'attività proposta non deve esaurire efficacemente l'argomento.

La fase di produzione, è quella che si svolge in classe. Dopo essersi approcciati al nuovo argomento gli studenti hanno molte domande e sta nel professore proporre l'attività giusta per risolverle. Discussioni, ricerche, progetti, il nuovo argomento va affrontato come una sfida, come un caso da risolvere. Il professore così sarà una guida autorevole che assiste gli studenti per aiutarli a raggiungere le giuste conclusioni, sollecitando tutti a partecipare e permettendo agli spunti migliori di brillare.

La fase di elaborazione può svolgersi sia dentro sia fuori dall'aula e ha l'obiettivo di chiarire e rendere espliciti gli apprendimenti. Anche qui la forma può essere varia, discussioni, ricerche o, addirittura, produzione di materiali appropriati da condividere online. In questo caso il ruolo dell'insegnante è quello di uno stimolo a concludere, generalizzare, formalizzare e astrarre quanto appreso.

Cecchinato ha messo alla prova questo metodo in un intervento in una scuola secondaria di secondo grado di Fidenza, in provincia di Parma. L'idea ha avuto origine da un'iniziativa della dirigente scolastica ed è partita a giugno 2013 giusto in tempo per essere applicabile per l'anno scolastico successivo.

Per prima cosa era necessario formare gli insegnanti della classe coinvolta, senza escludere agli altri insegnanti la partecipazione al corso di formazione sulla Flipped Classroom. Le conoscenze che sono state ritenute fondamentali per un insegnante che voglia applicare il metodo della Flipped Classroom sono:

1. gestire la propria classe con un learning management system (una piattaforma come ad esempio Moodle, che permette alla classe di superare i confini dell'aula);
2. produrre contenuti didattici digitali utilizzando software di screencasting e di presentazione;
3. ricercare, adattare e riutilizzare risorse digitali;

4. realizzare unità formative di didattica attiva in modalità Flipped Classroom.

Il fatto che per attivare questa iniziativa sia stato necessario formare gli insegnanti che sarebbero stati coinvolti direttamente secondo me non è banale e solleva una questione spesso attuale cioè la *formazione docenti*.

Per utilizzare il metodo Flipped è necessario saper lavorare con le risorse digitali e saper produrre contenuti digitali, cose che non rientravano fino ad ora nelle competenze specifiche di un insegnante. L'insegnante dovrà imparare a gestire la classe in un ambiente nuovo, l'ambiente digitale, e realizzare unità didattiche che sfruttino e comprendano le nuove disponibilità date dall'informatica.

Al termine dell'anno scolastico i docenti e gli organizzatori dell'iniziativa di Fidenza hanno tratto le conclusioni dell'esperimento e sono emerse alcune difficoltà. Il principale problema era legato all'uso delle tecnologie a cui gli insegnanti non erano abituati a far ricorso quotidianamente.

Molto importante è invece l'effetto che questo cambiamento metodologico ha avuto sugli studenti. Essi hanno inizialmente fatto resistenza ai cambiamenti perché da anni abituati a studiare e lavorare in classe in modo molto diverso. Comunque presto gli studenti si sono abituati alla novità e hanno avuto una partecipazione più attiva e responsabile alle attività didattiche rispetto agli anni precedenti.

Fino ad ora abbiamo abituato gli studenti ad avere un atteggiamento passivo nei confronti dell'apprendimento perciò inizialmente rimangono perplessi di fronte ad un metodo di apprendimento più attivo ma dopo poco ne rimangono piacevolmente coinvolti.

Difficoltà più interessanti dal punto di vista dei docenti sono quelle di carattere metodologico. Alcune discipline risultavano più difficili da affrontare in questa nuova ottica perché ritenute poco discorsive o perché non si era in grado di produrre o trovare materiale adeguato allo scopo.

Un altro problema metodologico è quello legato alla valutazione degli studenti che non poteva rimanere quella ordinaria perché questo tipo di lezione partecipata è difficile da valutare a livello individuale.

Questo esperimento ha messo in evidenza come per ottenere una valutazione formativa, cioè una valutazione mirata a fornire un'informazione continua su come gli studenti stanno rispondendo al percorso educativo, sia necessario ribaltare oltre alla didattica anche la valutazione stessa.

Ribaltare la valutazione può essere molto utile visto che il metodo che è stato applicato fino ad ora non tiene conto dei diversi stili cognitivi degli studenti

e non è continuativo. Questo, soprattutto, per quanto riguarda le interrogazioni che non sono mai il metodo di valutazione preferibile.

Infatti, mentre un ragazzo viene interrogato, i compagni, invece di approfittare dell'occasione per ripassare stando attenti, si distraggono. E non solo, spesso nelle interrogazioni viene valutata più la capacità espositiva che la reale conoscenza dell'argomento. Quindi con questo metodo non solo occorre più tempo ma non si ottiene una valutazione reale delle conoscenze dello studente.

Secondo il professor Comoglio⁴ una valutazione autentica, cioè che tenga conto delle differenze individuali, deve essere:

- continuativa, frequente e su tempi lunghi (sia per essere evidente, sia perché lo sviluppo di competenze o il recupero di lacune non richiedono tempi brevi);
- individualizzata, deve mantenere la memoria del passato e del presente, deve far riferimento a un progetto personale di apprendimento, deve essere anche autovalutabile dallo studente.⁵

La valutazione non è importante solo per l'insegnante ma anche per lo studente. Sapere che l'attività che sta svolgendo sarà valutata lo porta ad impegnarsi maggiormente in essa, e non solo, rappresenta un modo per lo studente di capire se sta studiando nel modo giusto.

La tipica valutazione a cui siamo abituati, compiti in classe e interrogazioni, non risponde alle caratteristiche che secondo il professor Comoglio deve avere una buona valutazione. Però ribaltando la didattica abbiamo varie occasioni di valutare gli studenti visto che in ogni attività loro sfruttano tutte le competenze e le capacità che hanno acquisito.

Questa tipologia di valutazione immediata durante e alla fine delle attività permetterà anche ai ragazzi di capire meglio se stanno svolgendo il loro lavoro nella maniera adeguata.

La valutazione nella Flipped Classroom si basa su due piani di lavoro diversi. Per prima cosa, come abbiamo detto tutte le attività svolte in classe saranno valutate, e in alcuni casi anche autovalutate, e in secondo luogo

⁴Mario Comoglio è docente ordinario presso la Facoltà di Scienze dell'educazione dell'Università Pontificia Salesiana, cattedra Didattica I — Psicologia dell'istruzione, ed è uno dei massimi esperti di portfolio in Italia.

⁵*La classe capovolta*[4, Biscaro e Maglioni]

sarà reso disponibile ai ragazzi un test, con domande prese a random da un archivio in modo da diminuire le possibilità di copiare.

Gli studenti potranno svolgere il test quando si sentono pronti e ripeterlo fino al superamento finale. Il test è importante per valutare le competenze che non vengono rilevate durante le attività.

L'idea del test viene dal libro 'La classe capovolta' che può essere un utile manuale per un insegnante che voglia ribaltare la sua didattica. Per quanto riguarda la valutazione nel libro stesso vengono elencati gli obiettivi che dovrebbero essere raggiunti nel campo matematico-scientifico-tecnologico secondo il Regolamento di riordino dei licei del 15 marzo 2010.

1. Comprendere il linguaggio formale specifico della matematica, saper utilizzare le procedure tipiche del pensiero matematico, conoscere i contenuti fondamentali delle teorie che sono alla base della descrizione matematica della realtà.
2. Possedere i contenuti fondamentali delle scienze fisiche delle scienze naturali (chimica, biologia, scienze della terra, astronomia), padroneggiandone le procedure e i metodi di indagine propri, anche per potersi orientare nel campo delle scienze applicate.
3. Essere in grado di utilizzare criticamente strumenti informatici e telematici nelle attività di studio e di approfondimento. Comprendere la valenza metodologica dell'informatica nella formalizzazione e modellizzazione dei processi complessi e nell'individuazione di procedimenti risolutivi.⁶

Nel capitolo successivo potremmo notare come questi siano gli stessi obiettivi che vengono consigliati nelle Competenze chiave per l'apprendimento permanente per quanto riguarda l'ambito matematico-scientifico-tecnologico.

Subito però ci rendiamo conto di come questi obiettivi siano difficilmente valutabili con i metodi tradizionali mentre risultano meglio osservabili e valutabili, sia dagli insegnanti che dagli studenti stessi, durante le attività con il metodo Flipped.

Il libro dà anche dei suggerimenti per valutare i lavori di gruppo, che come abbiamo visto dall'esperienza del professor Cecchinato a Fidenza, non siamo abituati a valutare. Fra questi consigli quelli che ritengo più interessanti e importanti da ricordare per un insegnante sono:

⁶ *La classe capovolta*[4, Biscaro e Maglioni]

- Fare gruppi da due a quattro studenti. Mai cinque. (Gruppi piccoli lavorano meglio e ci sono più probabilità che tutti lavorino)
- Non permettere mai di completare il lavoro a casa. (L'obiettivo delle attività in classe è poterle monitorare, se hanno bisogno di interventi esterni c'è l'insegnante)
- Valutare con lo stesso voto tutto il gruppo. (Se ci sono degli errori non sono colpa solo di chi li ha commessi ma anche del fatto che gli altri non hanno verificato)
- Mediare i voti dei lavori di gruppo con i voti delle verifiche sul singolo.
- Non annullare mai i compiti andati male (esclusi i casi nei quali ci sia una colpa parziale dell'insegnante). Un compito va annullato se non era svolgibile per un errore dell'insegnante, tipo errori nel testo o richiesta di competenze superiori a quelle che i ragazzi possono avere, e non perchè nessuno ha saputo svolgerlo
- Non essere troppo rigidi con queste regole, ma accettare eventuali compromessi se richiesti dalla classe in modo rispettoso. ⁷

Fra gli obiettivi indicati nel libro, in tutto dodici, questi sono, secondo me, gli obiettivi più importanti, perchè aiutano l'insegnante nella valutazione e, se comunicati agli studenti prima dello svolgimento dell'attività, possono evitare spessanti e spesso inutili discussioni.

Stabilendo gli obiettivi e il metro di giudizio prima delle attività e comunicandoli agli studenti li si stimola ad impegnarsi e a focalizzarsi sull'obiettivo richiesto.

⁷La classe capovolta[4, Biscaro e Maglioni]

1.4 Competenze chiave per l'apprendimento permanente

La Flipped Classroom è una metodologia molto utile anche per applicare i consigli che si trovano nelle **competenze chiave per l'apprendimento permanente**; un allegato alla raccomandazione relativa all'apprendimento permanente data dal Parlamento Europeo e dal Consiglio Europeo nel dicembre del 2006.

« Le competenze chiave sono quelle di cui tutti hanno bisogno per la realizzazione e lo sviluppo personali, la cittadinanza attiva, l'inclusione sociale e l'occupazione. » [11, Competenze chiave] Questa frase presa direttamente dal documento in cui vengono presentate le competenze chiave spiega, a mio avviso molto bene, come esse sono state individuate e perché si è sentito il bisogno di specificarle.

L'Unione Europea ha delineato otto competenze chiave per l'apprendimento:

1. comunicazione nella madrelingua;
2. comunicazione nelle lingue straniere;
3. competenza matematica e competenze di base in scienza e tecnologia;
4. competenza digitale;
5. imparare a imparare;
6. competenze sociali e civiche;
7. spirito di iniziativa e imprenditorialità;
8. consapevolezza ed espressione culturale.

Come si può osservare le competenze si sovrappongono e sono correlate tra loro, quelle che noi esamineremo più approfonditamente perché legate alla matematica e alla Flipped Classroom sono:

- competenza matematica e competenze di base in scienza e tecnologia;
- competenza digitale;
- imparare a imparare, tema come abbiamo visto caro ai didattici fin da Dewey⁸;

⁸[9, Vanna Gherardi, Metodologie didattiche attive]

1.4. COMPETENZE CHIAVE PER L'APPRENDIMENTO PERMANENTE¹⁹

- spirito di iniziativa e imprenditorialità, soprattutto per quanto riguarda lo spirito di iniziativa;

Analizziamo ora le competenze che abbiamo evidenziato.

Definizione 1.4.1. La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane.

Le competenze chiave mettono in evidenza gli aspetti dei processi matematici, del pensiero matematico e dell'attività piuttosto che quelli della conoscenza.

Nello sviluppo della Flipped Classroom si tiene infatti più conto dell'applicazione che dei concetti, anche se è ritenuto importante che gli studenti apprendano i concetti, è sul processo di lavoro seguente che l'insegnante si sofferma. Per questo è durante il momento di produzione dei risultati che è presente l'insegnante proprio per aiutare e condurre i discenti durante il processo di elaborazione più che durante quello di acquisizione.

Gli argomenti da privilegiare secondo questo documento comprendono: calcolo, misure, strutture, operazioni di base, presentazioni matematiche di base, comprensione dei termini e dei concetti matematici e soprattutto la consapevolezza dei quesiti per cui la matematica può essere applicata.

Le competenze chiave hanno, in questo caso, l'obiettivo di portare la matematica fuori dal contesto scolastico per applicarla alla sfera domestica o sul lavoro.

Definizione 1.4.2. La competenza in campo scientifico si riferisce alla capacità e alla disponibilità a usare l'insieme delle conoscenze e delle metodologie possedute per spiegare il mondo che ci circonda sapendo identificare le problematiche e traendo le conclusioni che siano basate su fatti comprovati.

La competenza in campo tecnologico è considerata l'applicazione di tale conoscenza e metodologia per dare risposta ai desideri o bisogni avvertiti dagli esseri umani.

In questo caso la conoscenza ritenuta essenziale comprende i principi di base del mondo naturale, i concetti, principi e metodi scientifici fondamentali, la tecnologia e i prodotti e processi tecnologici, ma soprattutto la comprensione dell'impatto della scienza e della tecnologia sull'ambiente naturale.

L'obiettivo di queste competenze è insegnare agli studenti a maneggiare dati, strumenti, macchinari propri sia della tecnologia che della scienza per

formulare dei risultati sulla base di dati probanti. Per ottenere questo, bisogna spostare l'attenzione degli insegnanti sul come si arriva al risultato invece che sui risultati stessi.

Definizione 1.4.3. La *competenza digitale* consiste nel saper utilizzare con dimestichezza e spirito critico le tecnologie della società dell'informazione per il lavoro, il tempo libero e la comunicazione.

Questo tipo di competenza presuppone la consapevolezza e la conoscenza del ruolo e delle opportunità delle tecnologie della società dell'informazione nel quotidiano.

Anche in questo caso l'applicazione di queste conoscenze non è solo in ambito scolastico ma soprattutto nella vita privata e sociale, questo perché le competenze chiave sono state scelte proprio come quelle utili nel quotidiano. Le competenze ritenute principali sono il trattamento di testi, fogli elettronici, banche dati, memorizzazione e gestione delle informazioni e soprattutto la consapevolezza non solo delle opportunità ma anche dei potenziali rischi che si corrono navigando in internet.

Le attività fatte in classe devono vertere su come le tecnologie della società dell'informazione possono stimolare la creatività e l'innovazione, ma anche sulle problematiche legate alla validità delle informazioni disponibili.

L'obiettivo del potenziare la competenza digitale è sviluppare nei ragazzi un'attitudine critica e riflessiva nei confronti delle informazioni, e un uso responsabile dei mezzi di comunicazione.

Definizione 1.4.4. *Imparare a imparare* è l'abilità di perseverare nell'apprendimento, di organizzare il proprio apprendimento anche mediante una gestione efficace del tempo e delle informazioni, sia a livello individuale che in gruppo.

L'idea di base di imparare a imparare è che gli studenti sfruttino ciò che già sanno per imparare cose nuove, questo non solo in ambito scolastico ma anche nella vita quotidiana. Per questo essa comporta che ogni persona conosca e comprenda le proprie strategie di apprendimento preferite, i punti di forza e i punti deboli delle proprie abilità e qualifiche.

Per acquisire la capacità di imparare a imparare bisogna innanzitutto che gli studenti siano in grado di padroneggiare le conoscenze pregresse e che imparino a sfruttarle per elaborare e acquisire delle nuove conoscenze e abilità. Per sviluppare questa competenza è necessario non solo studiare individualmente, ma anche lavorare in gruppi eterogenei perché il confronto e la condivisione

aiuta ad imparare a risolvere i problemi. E questo è l'obbiettivo alla base di questa competenza.

Definizione 1.4.5. Il senso di iniziativa e l'imprenditorialità concernono la capacità di una persona di tradurre le idee in azione.

Questa competenza racchiude le capacità utili a creare e pianificare per poter cogliere le opportunità della vita ed è un punto di partenza per coloro che avviano o contribuiscono ad un'attività sociale o commerciale.

Per quanto riguarda la scuola e in particolare la Flipped Classroom quello che di questa competenza ci interessa è la capacità di collaborazione all'interno di un gruppo e la capacità di negoziazione e rappresentazione efficaci, che in aula si traducono nell'esposizione di un progetto ai compagni.

Proprio seguendo le competenze chiave è stato pensato il metodo di lavoro che andremo ad introdurre nell'esempio.

1.5 La classe di Bayes

Un problema della Flipped Classroom è che non si può sconvolgere da un giorno all'altro il modo in cui gli studenti sono abituati a studiare o quello in cui gli insegnanti sono abituati a strutturare la loro lezione. Per questo solitamente si passa prima attraverso una fase di propedeutica alla Flipped Classroom, che è poi l'argomento su cui è centrata questa tesi. Fra i tanti modi di approcciarsi alla Flipped Classroom noi abbiamo scelto la **Classe di Bayes**⁹.

La Classe di Bayes è un ambiente didattico aumentato dalla tecnologia e implementato da una matrice culturale, 'l'epistemologia bayesiana'¹⁰. Questo ambiente serve per «definire e plasmare gli stili e le pratiche di un apprendimento attivo e cooperativo, ottimizzando al contempo le opportunità offerte dalla tecnologia e contenendone i potenziali rischi» [8, P.Ferri e S.Moriggi]. Il modello proposto di seguito ha due obiettivi cardine:

⁹Per informazioni vedere *La Classe di Bayes: note metodologiche, epistemologiche ed operative per una reale digitalizzazione della didattica nella scuola italiana*[8, P.Ferri e S.Moriggi]

¹⁰Nel seguito del capitolo spiegherò come la Classe di Bayes unisce l'apprendimento al Teorema di Bayes.

- inquadrare una trasformazione della didattica, anche in base alle competenze chiave delle raccomandazioni europee;
- proporre un modello di cooperazione razionale congruente con le strategie dell'Unione Europea dei sistemi educativi.

Dunque, questo modello nasce per essere funzionale a creare competenze disciplinari trasversali che permettano agli studenti di formarsi una capacità di gestione dei contenuti complessi e risvegliare in loro una cittadinanza democratica attiva.

In questa metodologia didattica il tempo-scuola viene suddiviso in tre tipologie di attività: **Tool box**, **Problem solving cooperativo**, **Situation room**. Gli autori della Classe di Bayes (P.Ferri e S.Moriggi) consigliano di dedicare più tempo al Problem solving cooperativo rispetto alle altre due fasi; questo per mantenere il carattere pragmatico esperienziale che il modello si propone.



fig. Lo schema del processo didattica delle Classe di Bayes

Figura 1.2
[8, La classe di Bayes]

La prima fase *Tool box*, letteralmente cassetta degli attrezzi, consiste nell'introduzione dei contenuti agli studenti non dimenticando il loro stile di apprendimento multicodeciale. Questa fase ha un duplice obiettivo:

- primo, l'apprendimento dei contenuti fondanti della disciplina;
- secondo, il più importante, insegnare agli studenti a lavorare da soli.

L'obiettivo generale è prediligere l'acquisizione delle capacità piuttosto che dei contenuti.

Questo approccio porterà l'insegnante a dover cercare, produrre e selezionare i materiali multimediali da fornire alla classe per predisporre gli studenti

all'acquisizione delle competenze critiche e delle abilità analitiche che serviranno poi nella seconda fase del modello.

Per permettere ai ragazzi di imparare secondo i loro tempi e per sollevare l'insegnante dal problema di ripetere costantemente le stesse cose, i materiali preparati e forniti devono essere fruibili dagli studenti anche in momenti successivi. Cioè la Tool box deve essere disponibile per i ragazzi in ogni momento così che quando ne avranno bisogno potranno utilizzarla.

La seconda fase della Classe di Bayes è il Problem solving cooperativo che consiste:

- per gli studenti nello svolgere delle *e-tivities* a gruppi centrate sull'approfondimento, l'analisi ed eventualmente la risoluzione dei punti critici che hanno riscontrato durante la fase Tool box;
- per l'insegnante nella preparazione o ricerca delle *e-tivities* e nel supporto ai vari team di ricerca, o gruppi di studio.

Le *e-tivities*, così chiamate da Gilly Salmon, sono «attività finalizzate alla comprensione e all'approfondimento di un tema in modo dinamico e interattivo.»[8, P.Ferri e S.Moriggi]

Questo tipo di attività è facilitata dal carattere multimediale del mondo odierno perché è basata sullo scambio e sul dialogo riflessivo fra i membri del gruppo, con il docente e, in alcuni casi, anche fra i gruppi. Il carattere cooperativo delle *e-tivities* è facilitato se la classe ha a disposizione un ambiente virtuale di classe dove scambiarsi informazioni o fonti, lavorare e accedere al lavoro e alle risorse dei compagni.

L'insegnante grazie alla piattaforma di classe, in questo caso Moodle, è anche facilitato nella valutazione oltre che nel supporto. Controllando online i progressi dei vari gruppi può aiutarli se incontrano difficoltà e, contemporaneamente, ricostruire l'effettivo contributo di ogni studente.

La terza ed ultima fase è la situation room, cioè il momento riassuntivo dell'attività in cui gli studenti espongono i loro lavori e discutono i risultati. Questa fase è importante perché i lavori dei gruppi vengono sottoposti alle critiche e alle obiezioni dei compagni.

Questo obiettivo verrà raggiunto perché che tutti hanno interesse a capire il lavoro altrui, le ricerche sono affini e contigue perciò le presentazioni si influenzeranno le une con le altre. Anche agli studenti esterni ad un gruppo è utile capire cosa questo ha trovato perché può andare ad interagire con il lavoro del loro gruppo.

La Classe di Bayes non ha come fine ultimo solo l'acquisizione dei concetti base dell'argomento trattato ma anche abituare gli studenti:

- ad un tipo di lavoro cooperativo in cui ogni membro del gruppo collabora;
- all'onestà intellettuale, perché le idee e le congetture dei singoli sono sottoposte alla critica non solo del docente ma anche dei compagni;
- a chiedere conto delle ragioni altrui, attraverso la suddivisione di un unico argomento in più attività non del tutto disgiunte che porta i ragazzi ad un genuino interesse critico verso il lavoro altrui.

Da un punto di vista didattico l'utilizzo di internet permette in ogni fase del lavoro di accedere al lavoro dei compagni, di cercare ulteriori prove a sostegno della propria tesi e di condividere il proprio operato e le proprie fonti con i compagni. Non solo, questo metodo di lavoro registra il processo metodologico e creativo di ogni gruppo, permettendo perciò al docente di vedere in ogni momento come lavora ogni gruppo e chi ha bisogno del suo supporto, e obbliga ogni gruppo a cercare informazioni precise e ad argomentare e documentare ogni passaggio.

Come detto all'inizio del paragrafo la Classe di Bayes si appoggia sull'epistemologia bayesiana, perché essa supporta la tesi didattica 'imparare dall'esperienza'. Possiamo trovare questo supporto alla tesi 'imparare dall'esperienza' analizzando euristicamente il Teorema della probabilità delle cause, o Teorema di Bayes e guardando i risultati nell'ambito della conoscenza.

Teorema 1.5.1. *Sia H_0 l'ipotesi di partenza ed E il dato empirico osservato. Allora*

$$P(H_0|E) = \frac{P(E|H_0)P(H_0)}{P(E)}$$

Dove:

- $P(H_0)$ è la probabilità *a priori* di H_0 , cioè la congettura formulata prima di ogni controllo empirico osservato.
- $P(E|H_0)$ è detta funzione di verosimiglianza e su di essa si fonda l'inferenza classica in statistica.

- $P(E)$ è la probabilità a priori di E, detta anche costante di normalizzazione.
- $P(H_0|E)$ è la probabilità a posteriori di H_0 dato E.
- $P(E|H_0)/P(E)$ è detto fattore di scala e consente di valutare l'impatto che l'osservazione di E ha sul grado di confidenza dell'ipotesi iniziale.

In pratica questo Teorema euristicamente dice che la credenza finale di un ricercatore combina le sue convinzioni a priori con quelle derivanti dall'osservazione. Tradotto in campo didattico il risultato ottenuto da ogni gruppo di lavoro sarà il prodotto delle convinzioni iniziali di ciascun membro e dei dati che hanno estratto dalle fonti fornite e cercate.

Il teorema ci dice anche che ogni gruppo ha la possibilità di produrre un risultato, cioè che tutti i membri giungeranno a conclusioni analoghe.

Secondo il teorema non è possibile assegnare agli eventi probabilità oggettive (*scetticismo bayesiano*), perciò a priori soggetti diversi difficilmente scommetterebbero sulla stessa ipotesi, però a fronte di dati e nozioni acquisite si può rivedere il grado di fiducia nelle ipotesi di partenza, il che porterà presumibilmente i soggetti alle stesse conclusioni, cioè a scommettere sulla stessa ipotesi. Quindi anche se in partenza i soggetti hanno ipotesi differenti dopo l'esperienza le ipotesi si allineeranno.

Nel nostro caso questo significa che ogni studente partirà da conoscenze diverse sull'argomento, perché per quanto il docente abbia fatto la stessa lezione per tutti, ognuno avrà difficoltà diverse, certezze diverse e pre-conoscenze diverse. Ma lavorare in gruppo, confrontandosi e documentandosi porterà i membri di ogni gruppo a formulare un'ipotesi comune.

Un secondo aspetto interessante di questo teorema consiste nel fatto che a priori non si possa rigettare nessuna ipotesi. Pensandolo sempre applicato al nostro lavoro di gruppo si traduce nel fatto che ogni studente dovrà cercare documenti che avvalorino la propria tesi e/o contrastino quelle degli altri.

Il ruolo dell'insegnante è fondamentale perché deve sorvegliare, stimolare e accompagnare il processo di revisione delle ipotesi abituando gli studenti ad un confronto basato su un principio di tolleranza epistemologica. Cioè ognuno può aver ragione fino a che non vengono portati dei documenti che provano il contrario.

Inoltre da un punto di vista epistemologico induce a ottimizzare all'interno delle dinamiche di gruppo i talenti dei singoli. Valorizzando le ipotesi dei singoli durante il Problem solving cooperativo e insegnando agli studenti la

tolleranza epistemologica il docente otterrà un processo di esposizione e confronto migliore durante la Situation room. Perché non solo non sarà la prima volta che gli studenti mettono alla prova le loro idee, ma avranno anche consolidato le loro ipotesi con documentazioni che, grazie a internet, possono sempre esibire e questo porterà un dialogo spontaneo. Raccogliendo tutta la documentazione nella piattaforma di classe è sempre disponibile per tutti. L'obiettivo della Situation room è ricalcare l'insieme di esperti che è la comunità scientifica dove un'ipotesi migliore non è quella della maggioranza, ma quella con maggior attendibilità teorica e/o empirica.

L'ambiente della Classe di Bayes si prefigge di sfruttare le tecnologie digitali dell'apprendimento per concretizzare su larga scala il *learning by doing* di John Dewey.

« È nostra convinzione che proprio all'interno di queste dinamiche della ricerca potranno germogliare le concrete promesse di una cittadinanza attiva non riducibile alle buone intenzioni del volontariato e dell'associazionismo» [8, P.Ferri e S.Moriggi].

Capitolo 2

Esperienza di tirocinio in una scuola secondaria di primo grado

Per applicare la Classe di Bayes ho collaborato con la professoressa Daniela Leone, professoressa di Matematica e Scienze, presso la Scuola secondaria di primo grado ‘Il Guercino’ dell’IC9, in particolare in una classe terza.

Avevo conosciuto la docente e la classe grazie ad un’attività del corso di Didattica e pedagogia speciale, durante la quale abbiamo partecipato ad un’lezione di programmazione con il programma Scratch. L’attività è stata secondo me molto utile per conoscere un tipo di didattica diverso da quello classico e che coinvolge molto di più gli studenti.

Considerato il progetto che avevamo in mente ci siamo concentrate solo sugli argomenti di algebra lavorando così insieme in classe due ore a settimana, più ovviamente molte altre ore fuori dalla classe per organizzare il lavoro. Questo progetto non ha sconvolto molto la didattica dell’insegnante che ha sempre avuto un certo riguardo per le nuove tecnologie ed ha sempre cercato di far lavorare i ragazzi insieme.

Quasi subito ci siamo rese conto che applicare la metodologia della Flipped Classroom non era indicato per la classe con cui ci stavamo rapportando così di comune accordo abbiamo deciso di fermarci alla propedeutica, che abbiamo ritenuto più interessante e utile per questi studenti.

Nel corso di quasi tre mesi di presenza in classe assieme alla professoressa Leone, abbiamo portato avanti varie esperienze nate da idee nostre o anche da idee dei ragazzi, i quali hanno risposto molto bene, non solo alla mia presenza, ma anche alle attività che abbiamo progettato per loro.

Abbiamo scelto questa classe perchè fra quelle della professoressa Leone è la più collaborativa e disponibile a imparare con didattiche nuove e particolari. I ragazzi infatti si sono dimostrati entusiasti dei nuovi progetti che presentavamo e collaboravano volentieri quasi tutti.

Durante la collaborazione abbiamo lavorato a diverse attività, proponendo agli alunni esercizi non tradizionali e cercando di coinvolgerli di più nel loro percorso.

Il lavoro in classe è stato concluso da un questionario sull'uso della piattaforma didattica Moodle, sulla quale la docente è attenta a caricare tutto ciò che può essere loro utile fin dal primo anno. Così abbiamo pensato di chiedere agli studenti quanto la usano e quanto ritengono utile il materiale aggiuntivo che la docente propone.

2.1 Propedeutica perché

Una volta in classe io e la professoressa Leone ci siamo rese conto che piuttosto che sconvolgere la didattica con il metodo flipped era meglio indirizzarla verso di esso facendo propedeutica. Abbiamo considerato questa scelta vantaggiosa per molteplici motivi.

Per prima cosa bisogna valutare l'età dei ragazzi e il loro grado di autonomia, dei ragazzi di terza media non hanno ancora la mentalità per studiare matematica con il metodo Flipped. Per quanto questa classe fosse davvero collaborativa e tranquilla rimaneva una terza media e mancava ancora molta autonomia. Ad esempio, verso la fine del percorso ci siamo dovute scontrare con il fatto che, per il troppo carico di studio complessivo a cui erano sottoposti per l'esame, alcuni ragazzi non facevano più esercizi di matematica a casa da quasi un mese.

Però volevamo comunque prepararli ad un metodo didattico diverso in vista delle scuole secondarie superiori dove il metodo Flipped può essere molto più utilizzato, per questo abbiamo deciso di fare propedeutica. Ma il motivo principale per utilizzare questo metodo è di carattere diverso, più socio-educativo che fine solo all'apprendimento.

Il motivo per cui è auspicabile utilizzare la Flipped Classroom, e quando non si può almeno fare propedeutica, è valorizzare e far incontrare i loro diversi stili cognitivi. In una classe media ci sono venticinque studenti il che significa ipoteticamente venticinque stili cognitivi diversi, questo metodo permette di far risaltare ogni stile e far incontrare, e a volte scontrare, stili cognitivi diversi.

Questo perché capovolgendo la didattica, cioè lasciando la parte teorica dell'apprendimento ai tempi individuali, si ha in classe più tempo per svolgere attività che mirino a coinvolgere tutti gli studenti, come dibattiti o lavori di gruppo. Portandoli a confrontarsi con noi e fra loro si possono riscontrare più

facilmente i problemi e contemporaneamente far brillare le intuizioni esatte. Alla base dell'attivismo pedagogico, delle competenze europee per l'apprendimento permanente e anche della stessa Flipped Classroom c'è la stessa idea: imparare a conoscere il proprio stile cognitivo, e questo è più facile confrontandosi con gli altri.

Nei lavori di gruppo e nelle successive discussioni in classe gli studenti hanno la possibilità di scambiarsi informazioni, pareri e conoscenze al fine di svolgere il compito assegnato e facendo tutto questo in classe, o sulla piattaforma di classe, l'insegnante può aiutare e condurre i vari gruppi verso la soluzione fornendo stimoli o materiale su cui riflettere.

Lavorando molto in classe con il supporto dell'insegnante i ragazzi riescono a far risaltare meglio le loro capacità e i loro dubbi. Quello di cui ci siamo accorte è che lavorando in gruppetti di due o tre persone al massimo tutti partecipavano e si aiutavano a vicenda. Anche chi solitamente non aiutava, ma stava solo a guardare, lavorando in un piccolo gruppo di compagni al suo livello si operava per produrre un risultato accettabile.

Bisogna però dire che i gruppi erano stati costruiti in base alle capacità dei ragazzi perchè se univamo un ragazzo che sapeva cosa stava facendo con un'altro che non aveva voglia di impegnarsi, quest'ultimo copiava e basta. Invece con gruppi di livello omogeneo, ognuno era costretto a lavorare per raggiungere un risultato e per quanto i prodotti non fossero tutti allo stesso livello, tutti avevano lavorato, avevano prodotto un risultato adeguato e si erano impegnati.

2.2 Cosa abbiamo fatto in classe

La prima volta che mi sono presentata in classe la professoressa stava trattando il calcolo letterale, ma i ragazzi avevano qualche problema a capire come andavano fatti i calcoli da quando oltre ai numeri erano state introdotte le lettere. Così abbiamo studiato un metodo per far capire le differenze rispetto all'aritmetica tradizionale.

L'esercizio che abbiamo proposto era diverso dai soliti e speravamo mostrasse loro come cambia il modo di ragionare quando nell'espressione da risolvere ci sono oltre i numeri anche le lettere.

Questo esercizio consisteva in due stadi. Nel primo stadio si richiede lo svolgimento di un'espressione solo numerica, nel secondo occorre svolgere la stessa espressione con l'aggiunta di variabili aggiunte da noi in posizioni precise.

L'obiettivo era mettere in evidenza come cambiava il risultato e il modo di trovarlo dopo l'aggiunta delle lettere. Questo è stato fatto per aiutare quei

ragazzi che sommano tutto indifferentemente, sperando che realizzassero come dovevano svolgere un esercizio di calcolo letterale.

si deve calcolare prima con tutti i dati costanti

$$\frac{266}{11} - \frac{1}{11} - \left(\frac{28}{3} + \frac{13}{10} - \frac{3}{22} \right) + \left(-\frac{2}{3} \right) - \frac{1}{5} =$$

poi si cambiano alcuni dati facendoli diventare variabili

$$-\frac{1}{11} a - \left(\frac{28}{3} b + \frac{13}{10} - \frac{3}{22} a \right) + \left(-\frac{2}{3} b \right) - \frac{1}{5}$$

cambiano le operazioni da fare?
 cambia il procedimento?
 quali proprietà conviene usare per calcolare più facilmente?
 cambia il risultato?

Figure 2.1

L'immagine riporta un esempio dell'esercizio che è stato dato in classe sfruttando la LIM¹. In essa si può vedere sia l'espressione numerica sia quella letterale e anche delle domande fatte ad hoc dalla docente per aiutarli a focalizzare l'attenzione sui cambiamenti.

Non so se tutti abbiano davvero letto quelle domande ma grazie all'esercizio una buona parte di loro ha smesso di risolvere gli esercizi di calcolo letterale come se le lettere non ci fossero.

Dopo questa attività, visto che alcuni continuavano a far fatica con il calcolo letterale, abbiamo pensato di girare dei video a coppie dove i ragazzi stessi spiegavano e svolgevano degli esercizi di calcolo algebrico con diversi livelli di difficoltà. Questi video sono stati poi sistemati e caricati dalla docente su Moodle in modo che tutti i ragazzi potessero accedervi e riguardarli in ogni occasione.

L'idea dei video viene dalla Khan Academy², di cui i ragazzi avevano già visto lo scorso anno i video sul calcolo con le frazioni. In quell'occasione si

¹Lavagna Interattiva Multimediale, nell'istituto comprensivo numero 9 ce n'è una per aula e sono molto sfruttate, tanto che se si esaurisce la lampada non si riesce quasi a far lezione.

²it.khanacademy.org

erano resi conto che l'audio di questi video, causa traduzione, non era perfetto così avevano deciso di farne loro dei nuovi da sfruttare in classe.

Quei video sono ancora sulla loro pagina Moodle, anche se quando glielo abbiamo ricordato sembravano scesi dalle nuvole. Alcuni li avevano mai riguardati.

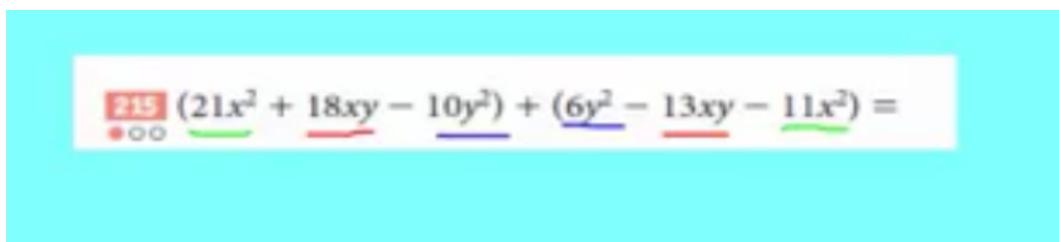
Per registrare i video abbiamo scelto alcune coppie di studenti e dato loro esercizi da risolvere, di diverse difficoltà. Lo scopo era di ottenere tanti piccoli video che descrivessero e risolvessero ogni tipo di operazione possibile nel calcolo letterale.

Le coppie dovevano risolvere l'esercizio che gli era stato dato focalizzando la loro attenzione sui passaggi più critici o su quelli che davano loro più difficoltà, spiegando attentamente il modo in cui li avevano risolti. L'obiettivo era che i ragazzi ricordassero le loro difficoltà mentre registravano e le sottolineassero.

Gli esercizi andavano dal più semplice, con solo somme fra binomi, dove la criticità era data dal saper riconoscere cosa si può sommare, al più difficile, rappresentato in questo caso dalla moltiplicazione fra binomi, passando per tutte le possibili fasi intermedie.

Prendendo ad esempio l'esercizio più facile e quello più difficile e analizzando i rispettivi video si possono notare due stili cognitivi piuttosto diversi, accompagnati poi da due approcci didattici molto diversi. Questo è naturale visto che i video sono stati ideati e registrati da due coppie diverse.

Nel *primo esercizio* i due ragazzi hanno come primo passo sottolineato i monomi simili, con colori diversi, per metterli in evidenza e sapere cosa potevano sommare.



The image shows a screenshot of a video recording. It features a white rectangular box on a cyan background. Inside the box, the mathematical expression $(21x^2 + 18xy - 10y^2) + (6y^2 - 13xy - 11x^2) =$ is displayed. The terms are color-coded: $21x^2$ is in red, $18xy$ is in green, $-10y^2$ is in blue, $6y^2$ is in blue, $-13xy$ is in red, and $-11x^2$ is in green. A small red box with the number '215' and two small circles is visible in the top left corner of the white box.

Figure 2.2

Dopo di che hanno diviso l'espressione sommando i blocchi di monomi simili, per poi ottenere un risultato unico e scriverlo tutto insieme. Questo

approccio può da un lato essere utile, nel calcolo letterale sottolineare i monomi simili può essere d'aiuto a quei ragazzi che faticano a riconoscerli, però dividere i blocchi può essere pericoloso perchè si rischia di sbagliare i segni, perdere dei pezzi, o di dimenticare di rimettere tutto insieme.

$$215 \quad (21x^2 + 18xy - 10y^2) + (6y^2 - 13xy - 11x^2) =$$

$$21x^2 - 11x^2 = 10x^2$$

$$18xy - 13xy = 5xy$$

$$-10y^2 + 6y^2 = -4y^2$$

$$= 10x^2 + 5xy - 4y^2$$

Figure 2.3

Nel *secondo esercizio*, quello oggettivamente più difficile, i ragazzi hanno usato un approccio molto diverso.

Sono partiti subito risolvendo l'esercizio e spiegando che per farlo si applicava la proprietà distributiva. Questa proprietà è molto importante da sapere per risolvere l'esercizio, e quindi è anche importante nominarla in questi video, visto che non tutti i compagni la ricordano.

$$292 \quad \left(a + \frac{1}{6}b\right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{2}{3}b\right) =$$

$$a \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{2}{3}b\right) + \frac{1}{6}b \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$$

$$\frac{3}{2}a^2 - \frac{2}{3}ab + \frac{1}{4}ab - \frac{1}{9}b^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 - \frac{5}{12}ab - \frac{1}{9}b^2$$

$$-\frac{2}{3}ab + \frac{1}{4}ab = \frac{5}{12}ab$$

Figure 2.4

In questo video la spiegazione è lineare e da un punto di vista didattico non presenta problemi, ricordando però che i video sono indirizzati verso quei ragazzi che non sanno eseguire le consegne è un po' troppo schematica. L'unica nota interessante è vedere come hanno fatto la somma fra frazioni, risolta a parte, cosa che a noi ha fatto capire che avevano ancora qualche lacuna sull'argomento.

L'attività è stata abbastanza fruttuosa perchè molti dei ragazzi che hanno partecipato erano quegli stessi ragazzi che avevano più difficoltà con il calcolo letterale e registrare i video li ha obbligati a capire cosa stavano facendo perchè dopo avrebbero dovuto spiegarlo durante la registrazione.

Per rafforzare l'apprendimento del calcolo letterale abbiamo sfruttato la possibilità di andare in aula computer una volta a settimana per far lavorare i ragazzi con il foglio di calcolo, Open Office Calc. Il libro stesso fornisce da questo punto di vista vari spunti di lavoro, visto che in ogni capitolo è presente un paragrafo, a fine degli esercizi, che spiega come alcuni programmi, principalmente Excel e Geogebra, possano essere utilizzati per capire meglio l'argomento.

Per quanto riguarda il calcolo letterale l'attività che il libro propone è la seguente:

MATEMATICA CON EXCEL

Calcolo algebrico

 **Preparazione**

Con Excel possiamo ordinare al programma di lavorare sulle celle come siamo abituati con le lettere e obbligare le celle a relazionarsi le une con le altre mediante calcoli organizzati da noi. Se attribuiamo infine alle celle dei valori numerici, otteniamo un risultato numerico; ma questa è solo la fase finale dopo che avremo insegnato al programma quali calcoli eseguire.

Per esempio, potremo calcolare il quadrato di un binomio in due modi, ricordando che

a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Vediamo come scrivere con Excel il primo membro dell'uguaglianza:

nella cella C2 scriviamo

$$= (A2 + B2)^2$$

Ciò vuol dire che alla cella A2 e alla cella B2 dovrò attribuire i valori che in quel momento mi interessano.

Se per esempio attribuisco a A2 il valore 3 e a B2 il valore 6, vedrò apparire nella cella C2 il valore 81.

Ora passiamo al secondo membro dell'uguaglianza; nella cella C4 scriviamo

$$= A2^2 + 2*A2*B2 + B2^2.$$

Se digitiamo nella cella A2 il numero 3 e nella cella B2 il numero 6, dobbiamo ottenere di nuovo il numero 81. E infatti lo otteniamo, anche se non sarebbe necessario avere un'ulteriore conferma dell'uguaglianza a).

 **Attività**

Inserisci nella cella A2 un valore negativo e nella cella B2 un valore positivo.

Il risultato del quadrato del binomio è sempre positivo? Ne sai dare una spiegazione?

Puoi inserire numeri con i quali si ottenga come risultato zero? Questi casi sono in numero finito o infinito?

Figure 2.5

Tutta la classe ha svolto l'attività in laboratorio aiutandosi gli uni con gli altri sotto la supervisione mia e della docente.

Abbiamo sperato che questa attività aiutasse i ragazzi a comprendere il significato delle lettere e come si svolga la sostituzione di un numero ad esse, oltre a spiegare come si calcola il quadrato del binomio. Purtroppo l'attività non ha dato in pieno i suoi frutti, visto che pochi ragazzi hanno davvero capito cos'è il quadrato del binomio.

Abbiamo scelto fra quelli consegnati l'esercizio che ci è sembrato eseguito e spiegato meglio. I commenti sono stati inseriti dall'alunno stesso come precisazioni del suo operato.

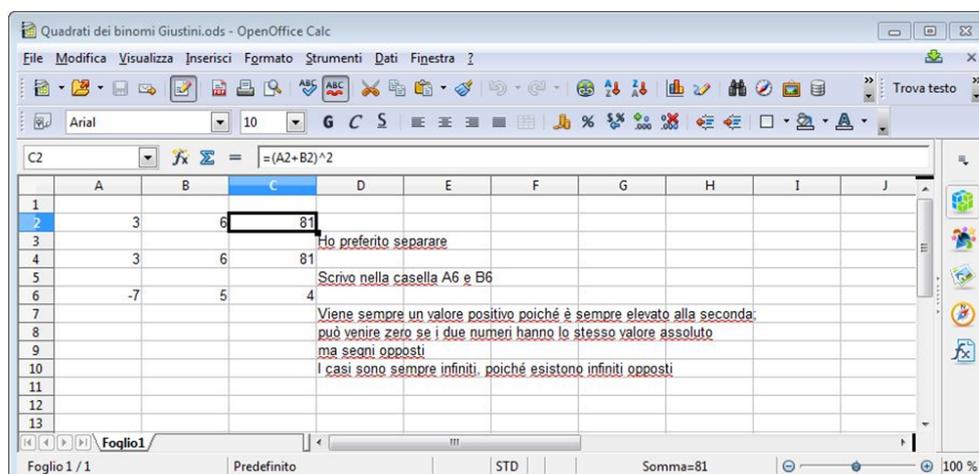


Figure 2.6

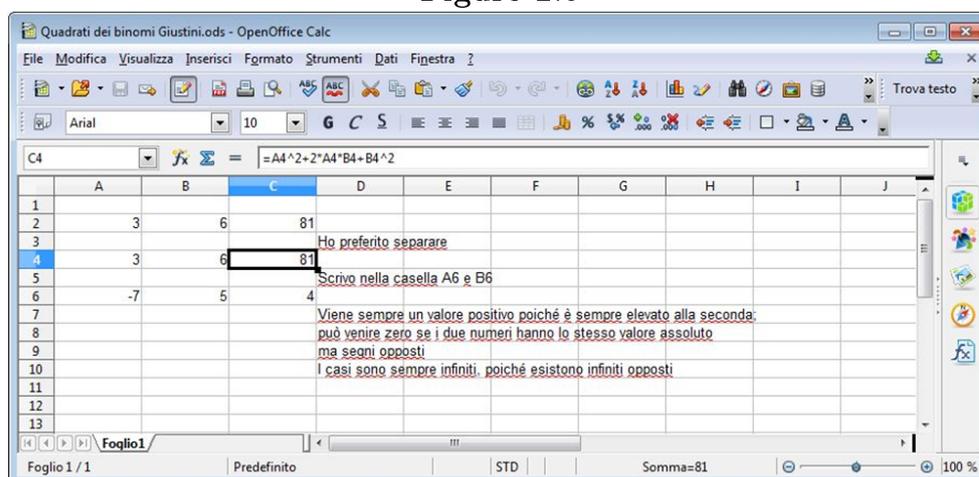


Figure 2.7

Le due immagini mostrano un particolare differente, in entrambe sono stati messi in evidenza i calcoli fatti, come da richiesta del libro, nella prima è stato messo in evidenza il calcolo del quadrato del binomio mentre nella seconda il calcolo dell'espressione che ne deriva.

Queste attività vengono poi valutate dalla docente, questo dovrebbe spingere i ragazzi a svolgerle al meglio e questo spiega il desiderio del ragazzo, che ha svolto l'esercizio da noi scelto, di spiegare come aveva deciso di procedere.

Un'altra attività, interessante più per il suo esito che per l'effettiva richiesta, riguardava gli esponenti che non appartengono ai numeri naturali. Anch'essa era stata presa dal libro e sfruttava il foglio di calcolo per far capire ai ragazzi cosa succede se l'esponente a cui eleviamo un numero è un numero

negativo o una frazione.

MATEMATICA CON EXCEL

MATEMATICA CON EXCEL

Excel quando gli esponenti sono negativi

Preparazione

1 Vediamo come si comporta Excel quando un numero viene elevato a un esponente negativo.

Per esempio, proviamo a calcolare:
 $(-2)^{-4}$

Calcoliamo prima noi:
 $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16} = 0,0625$.

Per farlo calcolare a Excel, scriviamo la base -2 nella cella A1, poi scriviamo in un'altra cella la formula per calcolare la potenza:
 $= A1^{-4}$ e *Invio*.

Otteniamo subito come risultato 0,0625.

Evidentemente Excel non ci mostra i passaggi per ottenere il risultato.

Attività

A Calcola ora queste potenze e, solo dopo aver trovato il risultato, utilizza Excel per avere una conferma.

$(-2)^{-3}$ $(+4)^{-1}$ $(-\frac{1}{2})^{-3}$ $(+\frac{1}{7})^{-2}$ $(-\frac{2}{3})^{-3}$ $(+\frac{2}{5})^{-2}$

ESERCIZI

Figure 2.8

Excel quando gli esponenti sono unità frazionarie



Preparazione

1. Siamo capaci di utilizzare esponenti interi sia positivi che negativi. E se l'esponente fosse un'unità frazionaria?

Vediamo che cosa succede facendo lavorare Excel.

Vogliamo calcolare $(+4)^{\frac{1}{2}}$.

- Scriviamo nella solita cella A1 la base +4 e poi, in un'altra cella, la formula:
= A1^(1/2) e *Invio*.
- Otteniamo il risultato 2 che potrebbe essere la radice quadrata di 4.
- Proviamo ancora con la base 9 nella cella A1 e usando la stessa formula di prima; otteniamo il risultato 3.

Possiamo fare la congettura che elevare all'esponente $\frac{1}{2}$ significhi «estrarre radice quadrata». Per essere sicuri calcoliamo con Excel la radice quadrata dei numeri elevandoli all'esponente $\frac{1}{2}$:

16 25 36 49 10 20 38 56

I risultati forniti da Excel sono le radici quadrate corrette?

Attenzione: se utilizzi come base il numero -4 e la formula per calcolare la radice quadrata, dopo l'invio Excel scrive il messaggio di errore:

#NUM!

Sai spiegare perché?

2. Excel è in grado di calcolare direttamente radici quadrate con la funzione RADQ (scegli *fx* sulla barra dei comandi, poi RADQ, inserisci il radicando fra le parentesi, poi *Invio*).

Non esiste invece la funzione «radice cubica», né la «radice quarta», né le altre radici.

Se dobbiamo determinare la lunghezza dello spigolo di un cubo che ha il volume di 700 m^3 , eleviamo tale numero all'esponente $\frac{1}{3}$.

Scriviamo, per esempio, 700 nella casella A1 e in un'altra cella la formula

= A1^(1/3) e *Invio*.

Otteniamo come lunghezza dello spigolo il numero 8,87904.



Attività

Calcola ora con Excel la radice cubica dei numeri:

1 8 27 64 100 376 1275

Attenzione: se utilizzi come base il numero -1400 e la solita formula per calcolare la radice cubica, sai spiegare perché dopo l'invio Excel non protesta con il messaggio di errore #NUM!, ma scrive il risultato -11,1869?

Figure 2.9

Come possiamo notare dal testo dell'esercizio, uno degli obiettivi era che i ragazzi ragionassero su quanto calcolato dal programma, soprattutto per quanto riguardava gli esponenti frazionari. Questo si riscontra nelle domande proposte alla fine dell'attività.

Tutte le attività in laboratorio prevedevano che, svolti gli esercizi, questi venissero caricati su Moodle perché l'insegnante potesse valutarli.

Anche in questo caso abbiamo scelto, da commentare nel seguito, il file che ci è sembrato svolto e spiegato meglio.

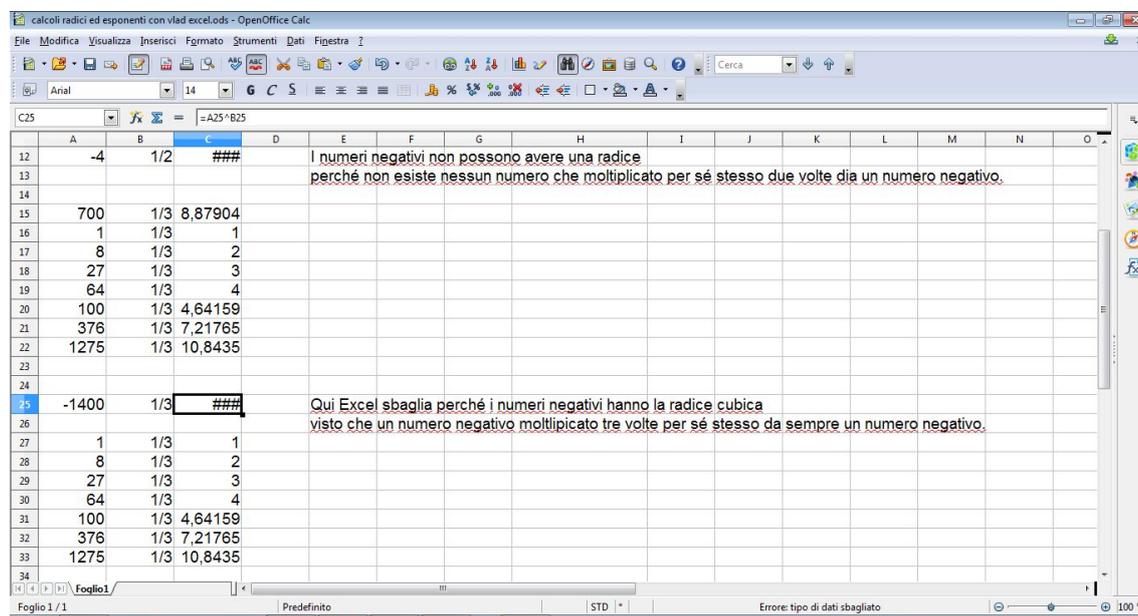


Figure 2.10

A seguito di questa attività l'insegnante ha caricato su Moodle un file con un esempio della soluzione dell'esercizio e delle domande a cui i ragazzi avrebbero dovuto rispondere, per aiutarli a porsi le giuste domande e a ragionare su alcuni calcoli fatti dal foglio di calcolo che non risultano così banali.

Le domande poste dall'insegnante sono le seguenti:

- in quali potenze il risultato è < 1 ?
- in quali il risultato è > 1 ?
- trova 3 esempi con dati diversi che danno il risultato = 1.
- se la base è 0 quale risultato viene? spiegallo con un esempio.

In un esempio di risposte si può notare come esse siano state utili ai ragazzi per ragionare su queste particolarità.

| VALORE base | VALORE esponente | RISULTATO |
|-------------|------------------|-----------|
| -2 | -4 | 0,0625 |
| -2 | -3 | -0,125 |
| 4 | -1 | 0,25 |
| -0,5 | -3 | -8 |
| 0,142857143 | -2 | 49 |
| -0,66666667 | -3 | -3,375 |
| 0,4 | -2 | 6,25 |

Se la base è 0 quale risultato viene?
Il risultato è 0.

DOMANDE:
- In quali potenze il risultato è < 1?
in tutte a parte la potenza con il risultato 49 e quella con il risultato 6,25
- In quali il risultato è > 1?
Solo nelle potenze con il risultato 49 e 6,25
- Trova 3 esempi con dati diversi che danno il risultato = 1.
Il risultato viene 1 solo se la base è sempre 1.

Figure 2.11

Queste risposte sono esatte anche se si attengono strettamente all'esercizio dimostrando che lo studente non ha fatto il passaggio logico successivo. Alla richiesta con quali potenze il risultato è minore di 1 rispondono utilizzando i casi dell'esercizio invece di provare ad analizzarli e trarne delle conclusioni generali. Questo è giustificabile con il fatto che i ragazzi non sono ancora in grado di gestirsi da soli in questo passaggio logico.

A mio avviso l'attività più interessante da analizzare, perchè mostra come rispondeva la classe al nostro lavoro, è la prima lezione sulle equazioni, che non era stata preparata da noi ma che è nata spontaneamente dagli studenti. Durante la correzione di alcuni esercizi dati per casa che si trovavano alla fine del capitolo sul calcolo letterale, e in cui loro dovevano pensare fuori dagli schemi, i ragazzi hanno cominciato a ragionare in termini di equazioni con un'incognita senza averle mai incontrate prima.

Questi esercizi sono ideati apposta per far ragionare i ragazzi. Non sono, come molti altri del libro, preformati ma costruiti per far applicare agli studenti l'argomento trattato in modo diverso. I ragazzi, arrivati a questo punto, sanno svolgere i calcoli necessari per risolvere l'esercizio, la difficoltà consiste nel costruire il calcolo da svolgere.

Il *primo esercizio* che i ragazzi hanno corretto sulla LIM, spiegando il procedimento da loro eseguito per risolverlo veniva dai giochi matematici Kangourou ³.

³<http://www.kangourou.it/>

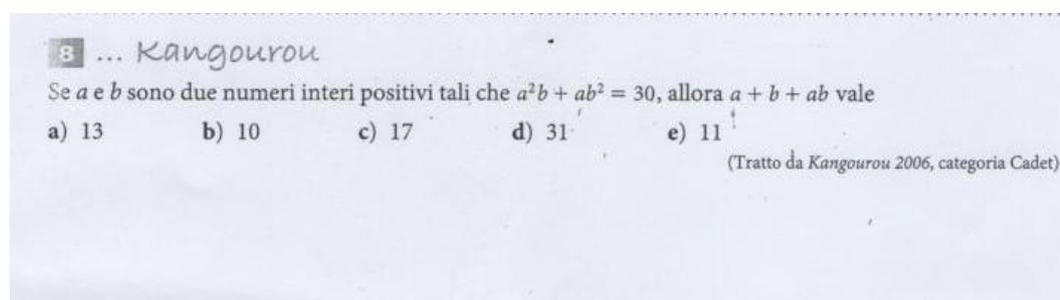


Figure 2.12

Il procedimento che questi ragazzi hanno applicato, è il puro e semplice ‘tentativi ed errori’, cioè hanno provato dei numeri fino a trovare la soluzione. Prima di cominciare, però, hanno ristretto il campo con arguzia considerando le richieste. I risultati sono legati da un’espressione letterale il cui risultato è 30 e devono essere positivi, così loro hanno ristretto il campo ai valori minori di 6, visto che farne il quadrato significava già superare il risultato cercato. La soluzione, così, è stata trovata piuttosto rapidamente e in pochi tentativi.

$$a^2b + ab^2 = 30$$

$$a + ab + b =$$

$$a = 2 \quad b = 3$$

$$a^2b = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$ab^2 = 2 \cdot 3^2 = 18 \quad 12 + 18 = 30$$

$$a + b + ab = 2 + 3 + 6 = 11$$

Figure 2.13

Per ora non c'è niente di cui stupirsi, le novità vengono con il *secondo esercizio*.

1 ... teatro



A uno spettacolo teatrale hanno assistito 280 persone. Il costo del biglietto era di 15 € per gli adulti e di 6 € per i minori di 18 anni. L'incasso totale è stato di 3345 €.

► Quanti spettatori avevano meno di 18 anni?

Figure 2.14

Anche qui ad un primo approccio la soluzione è stata data per tentativi. Per prima cosa i ragazzi hanno moltiplicato il numero dei partecipanti per il prezzo del biglietto per adulti, ottenendo come risultato l'incasso se tutti i partecipanti fossero stati maggiorenni.

Questo incasso è risultato essere più alto di quello effettivo, quindi hanno dimezzato il numero di adulti e moltiplicato il numero risultante per entrambi i prezzi e poi li hanno sommati, così si ottiene l'incasso in caso che adulti e minori fossero esattamente lo stesso numero.

In questo caso l'incasso era più basso del dovuto, intanto però avevano ingabbiato l'incasso dato dall'esercizio fra quello calcolato considerando tutti i partecipanti maggiorenni e quello calcolato considerandone maggiorenni solo la sua metà. A questo punto hanno aumentato il numero degli adulti fino ad arrivare ad avere l'incasso desiderato.

$E: 1$
 $280 = \text{PERSONE INTUTTO}$
 $15€ = \text{PER ADULTI } a$
 $6€ = \text{MINORI } (280-a)$
 $185 = \text{ADULTI}$
 $95 = \text{MINORI}$
 $185 \cdot 15 = 2775€$
 $95 \cdot 6 = 570€$

Figure 2.15

In questo caso, però, trovare la soluzione è stato più difficoltoso, così i ragazzi stessi, pensandoci insieme in classe, hanno proposto un'altra soluzione. La loro idea è stato usare il calcolo letterale per dare un nome alla quantità cercate, a e b . Guidati da me e dall'insegnante hanno poi capito che in realtà bastava una sola lettera perchè i due numeri cercati erano legati da un relazione. Se uno era a l'altro era il numero effettivo dei partecipanti meno a .

$(a) 15$
 $(280-a) 6$
 $(280-a) 6 + a \cdot 15 = 3345$

Figure 2.16

Scritta la loro prima equazione, i ragazzi si sono adoperati per risolverla tutti insieme realizzando che potevano sfruttare le operazioni inverse per spostare i numeri da un lato all'altro dell'uguale. Ovviamente, soprattutto in questa fase, i ragazzi sono stati molto guidati da noi non conoscendo ancora nulla sulle equazioni. Ma le idee di base erano loro, il nostro ruolo era solo spiegarli come attuarle matematicamente.

$$1680 - 6a + 15a = 3345$$

$$1680 + 9a = 3345$$

$$9(3345 - 1680) = 185$$

Figure 2.17

Il *terzo e ultimo esercizio* che abbiamo corretto quel giorno era già impostato per essere risolto come un'equazione,

5 ... cornici

Per fabbricare la seguente cornice Luigi ha a disposizione 192 cm di legno. Determina la lunghezza di ciascun lato della cornice.

Giovanni sostiene che per costruire la più piccola cornice uguale a questa occorrono almeno 48 cm di legno. Ha ragione Giovanni? Motiva la tua risposta.

Figure 2.18

quindi non ci fu nessun problema nell'impostazione dell'equazione ma piuttosto dopo. Gli esercizi erano stati dati apposta sul calcolo letterale, proprio perchè i ragazzi avevano ancora qualche problema con questo argomento, quindi introdurre così le equazioni fu particolare e difficile. Ma risolvendola tutti insieme, ricordando i passaggi fatti prima con le operazioni inverse, anche questa fu risolta.

491 $x + 1 = 4$ $x - 5 = 7$
 492 $x - 3 = 5$ $x + 3 = 11$
 493 $x + 4 = 3$ $2x - 1 = 5$
 494 $x + 2 = 8$ $2x + 1 = 7$
 495 $12x + 3 = 15$ $4x - 2 = 14$
 496 $3x - 3 = 15$ $2x = 9 - x$
 497 $5x + 1 = 3 + 3x$
 498 $7x + 2 = 2x + 3$
 499 $6x - x + 1 = 4x + 4$
 500 $6x + 3x - 11 = x + 5$
 501 $-3x + 2x - x + 3 = -5 - x$
 502 $5 - 2x + 7 = 5x - 9$
 503 $4x - 12 = 9x - 2 - 6x$
 504 $-6x - 1 + 4x = 8 - 11x - 12$

quali si trovano subito

$2 = -7x + 2x - 3$
 $2 = -5x - 3$
 $2 + 3 = -5x$
 $5 = -5x$

in quali si devono fare più calcoli

Figure 2.20

Nell'immagine possiamo notare come la risposta dei ragazzi alla prima richiesta sia stata data attraverso la suddivisione del gruppo di equazioni da noi proposte, in due sottogruppi segnalati da colori differenti.

Accanto alle equazioni date è stata poi svolta una di esse. Dallo svolgimento si può notare il metodo adottato dallo studente che sceglie un metodo classico di svolgimento, spostando i numeri da un lato all'altro del segno di uguaglianza.

Le linee colorate sono state messe in un secondo tempo dalla professoressa per mostrare al resto della classe come fossero stati spostati i numeri e mettere in evidenza i cambi di segno.

499 $(6x - x + 1) = 4x + 4$

$5x + 1 = 4x + 4$

si usano le operazioni inverse sottraendo da una parte e aggiungendo dall'altra

$-1 + 4 = 3$
 $5x - 4x = 1x$
 $1x = 3 \quad x = 3$

Figure 2.21

In questa immagine riporto la soluzione dell'equazione successiva nell'elenco ad opera di un diverso studente. Il diverso metodo è subito riconoscibile.

In questo caso lo studente preferisce fare i calcoli da parte, per poi rimettere insieme i dati ottenuti e avere il risultato dell'equazione.

A prima vista il metodo può sembrare efficace, visto che l'alunno si è anche ricordato di cambiare i segni in modo adeguato, il problema è che si rischia, al momento della ricostruzione dell'equazione, di sbagliare i segni.

Correggendo altri esercizi dello stesso alunno ci siamo accorte che tendeva a portare tutti i numeri da un solo lato del segno di uguaglianza, con i segni giusti, solo che rimettendo poi insieme non cambiava il segno del risultato, non realizzando che doveva riportarlo dall'altro lato dell'uguale, che quindi era spesso con il segno sbagliato.

Considerato che sembravano aver capito come si risolve un'equazione, ci siamo poi accorte correggendo le verifiche che non era così per tutti, abbiamo svolto in classe un esercizio, sempre sulle equazioni, ma di tipo diverso. L'esercizio richiedeva di tradurre un testo in equazione.

543 Il triplo di a diminuito di una unità è uguale al doppio di 10.
 ▶ Chi è a ? [7]

542 Il doppio di x diminuito di 7, dà come risultato 17.
 ▶ Chi è x ? [12]

541 Il quadruplo di y aumentato di 6, dà come risultato 54.
 ▶ Chi è y ? [12]

540 Addizionando il numero b al suo triplo, si ottiene come risultato -128.
 ▶ Chi è b ? [-32]

539 Dodici volte b è uguale a otto volte b aumentato di 96.
 ▶ Chi è b ? [24]

538 Il numero x , addizionato alla sua metà e alla sua quinta parte, dà per risultato 51.
 ▶ Chi è x ? [30]

537 $\frac{2}{3}$ di a divisi per 4 danno come risultato 5.
 ▶ Chi è a ? [30]

$3a - 1 = 2 \cdot 10$
 $2x - 7 = 17$
 $4y + 6 = 54$
 $b + 3b = -128$
 $12b = 8b + 96$
 $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x = 51$
 $\frac{3}{2}x + \frac{1}{5}x = 51$
 $\frac{17}{10}x = 51$ $x =$
 $51 : \frac{17}{10} = \frac{3}{17} \cdot \frac{10}{1} =$
 30

CONTROLO
 $30 + 15 + 6 = 51$

Figure 2.22

Nell'immagine possiamo notare alcuni esercizi di questo tipo svolti dagli alunni sulla LIM, ogni esercizio è stato tradotto da un alunno diverso. Questo si può notare bene nell'ultimo esercizio, visto che il ragazzo non lo ha solo tradotto, ma anche risolto e fatto la prova sostituendo il risultato ottenuto nell'equazione, cosa che gli altri non avevano nemmeno pensato di fare.

Questo esercizio essendo stato svolto da alunni scelti da noi, ha un valore didattico particolare.

Negli altri casi proposti a correggere o svolgere l'esercizio era sempre chi si proponeva volontario. Mentre in questo caso, dopo i primi esercizi fatti svolgere ai più bravi per far capire a tutti la modalità di svolgimento, gli altri studenti erano scelti casualmente, anche coinvolgendo chi non sempre sapeva eseguire le consegne richieste. Ma tutti sono riusciti a completare l'esercizio senza problemi.

IL QUADRUPLIO DI Y AUMENTATO DI 6, DÀ COME RISULTATO 54 ?

$$4Y + 6 = 54$$

$$4Y = 54 - 6$$

$$4Y = 48$$

$$Y = \frac{48}{4} = 12$$

ADDIZIONANDO IL NUMERO B AL SUO TRIPLO, SI OTTIENE COME RISULTATO - 728 ?

$$B + 3B = -728$$

$$B + 3B = -728$$

$$4B = -728$$

$$B = \frac{-728}{4} = -182$$

Figure 2.23

In questa immagine possiamo notare come l'attività avesse coinvolto anche i ragazzi che non erano in quel momento chiamati alla LIM. Questi esercizi

sono presi dal quaderno di uno di quei ragazzi che tipicamente non è partecipativo, ma che in questo caso era attento e ha svolto gli esercizi dati. Secondo me introdurre l'equazione anche in forma di testo è importante perchè mostra ai ragazzi un'altra faccia della matematica e del suo utilizzo.

Sempre dell'argomento equazioni fanno parte anche le rette che sono state da noi trattate non solo in classe ma anche in laboratorio, utilizzando non uno ma ben due software didattici, Open Office Calc e Geogebra. Non ci siamo limitati ad utilizzarne uno solo perchè secondo noi i due software richiedevano capacità diverse e perciò avevano obiettivi diversi. Il nostro intento era che imparando ad usarli entrambi i ragazzi finissero per padroneggiare perfettamente l'argomento.

3 **Funzioni e la loro rappresentazione**

CAPITOLO 3

MATEMATICA CON EXCEL

Rappresentazione sul piano cartesiano di una funzione del tipo $y = p \cdot x$

Preparazione

Prepariamo una tabella per rappresentare per esempio la funzione $y = 2 \cdot x$.

- Digita nella cella A1 il titolo della colonna: x; nella cella B1 il titolo della colonna: y.
- Nella colonna A, scrivi qualche valore della variabile indipendente x; per esempio -2, 0, 4, 8, 10.
- Nella cella B2 scrivi la formula: =A2*2 e poi *Invio*.
- Copia questa formula nelle celle B3, B4, B5, B6.

| x | y |
|----|----|
| -2 | -4 |
| 0 | 0 |
| 4 | 8 |
| 8 | 16 |

- Evidenzia i dati scritti nelle due colonne e clicca sul pulsante *Creazione guidata Grafico* nella Barra degli Strumenti.
- Dal menù *Tipo di grafico* in *Tipi Standard* scegli *Dispers. (XY)* e in *Scelte Disponibili* scegli il grafico a destra nella riga centrale (*Dispersione con coordinate unite da linee smussate*) e vai *Avanti*.
- *Compare Intervallo dei dati*: clicca su *Colonne* e vai *Avanti*.
- Nel *Titolo del Grafico* digita $y = 2 \cdot x$; nell'asse dei valori X scrivi x, mentre nell'asse dei valori Y scrivi y. In *Legenda* spunta *Mostra legenda* e clicca *Avanti*. Nella sezione *Griglia*, attiva la *Griglia principale* in entrambi gli assi.
- Clicca *Fine*.

Rispondi:

Qual era il numero minimo di valori di x per ottenere lo stesso grafico?

.....

La retta rappresentata nel grafico rappresenta un tipo di proporzionalità; quale?

.....

Attività

A Rappresenta sul piano cartesiano le equazioni:
 $y = 3 \cdot x$ $y = \frac{1}{2} \cdot x$

B Inventa una situazione rappresentabile con un grafico di funzione esprimibile dall'equazione $y = p \cdot x$.

Figure 2.24

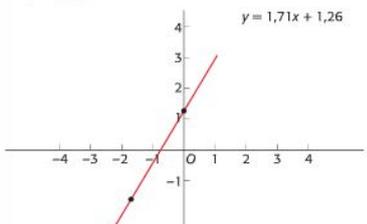
Equazioni delle rette nel piano cartesiano

Preparazione

Il foglio di GeoGebra funziona anche come piano cartesiano. Se gli assi non sono visibili basta scegliere dalla barra del menu *Visualizza* la voce *Assi*. Se disegniamo una retta possiamo far visualizzare al programma la funzione che l'ha generata: ecco che appare l'equazione della retta.

Facciamo un esempio:

- Quando apri GeoGebra, gli assi cartesiani sono già visibili, altrimenti scegli *Visualizza* e quindi *Assi*.
- Clicca sul terzo pulsante della barra degli strumenti, scegli *Retta per due punti*, e disegna una retta qualsiasi, cliccando su due punti del piano (saranno indicati con A e B) a tua scelta.
- Clicca con il tasto destro del mouse sulla retta, scegli *Proprietà*, scegli la linguetta *Fondamentali*, a fianco di *Mostra etichetta* seleziona dal menu a discesa *Valore*. Seleziona la linguetta *Algebra* e dal menu a discesa di fianco ad *Equazione* seleziona $y = mx + q$. Poi chiudi la finestra.



Attività

A Disegna due rette parallele agli assi, tali che abbiano equazione $x = 2$ e $y = -1$.

B Traccia una retta che passi per l'origine. Osserva la sua pendenza e prova a scrivere l'equazione della retta.
Fai apparire la sua equazione calcolata da GeoGebra: c'è molta differenza?

C Traccia una retta e spostala finché la sua equazione non diventa $y = 2x - 3$.

D Traccia una retta e spostala finché la sua equazione non diventa $y = -0,5x + 1,5$.

Figure 2.25

Il libro come sempre è risultato utile perchè proponeva un'attività per ogni software. Durante una lezione in laboratorio abbiamo chiesto ai ragazzi di svolgere queste attività.

La prima immagine mostra l'esercizio svolto con Excel dove per disegnare una retta bisogna prima inserire le coordinate di almeno due punti. La seconda immagine è invece un diverso esercizio svolto con Geogebra, qui basta scrivere l'equazione di una retta per ottenerla graficamente, poi si possono ottenere le coordinate dei punti che appartengono alla retta dal suo grafico.

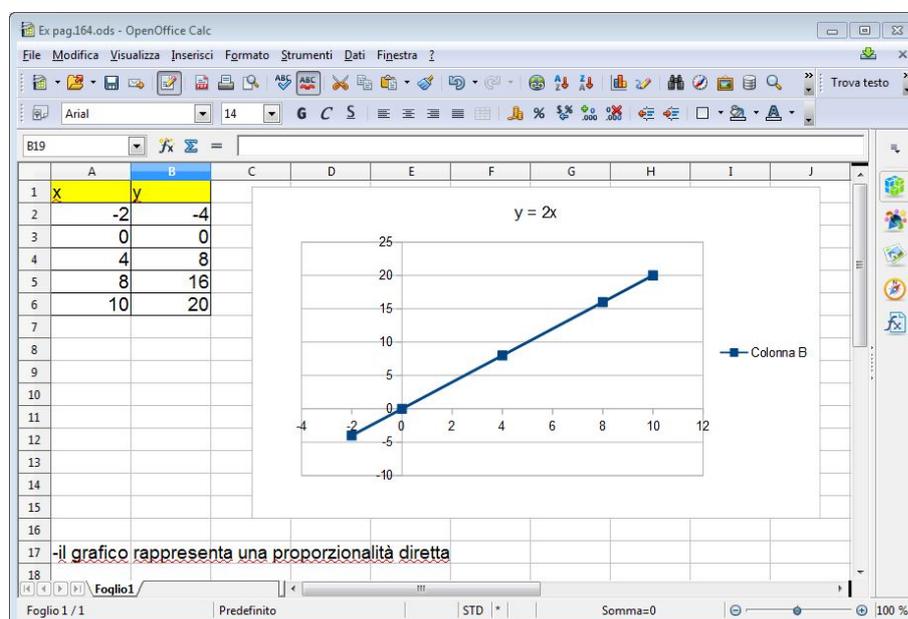


Figure 2.26

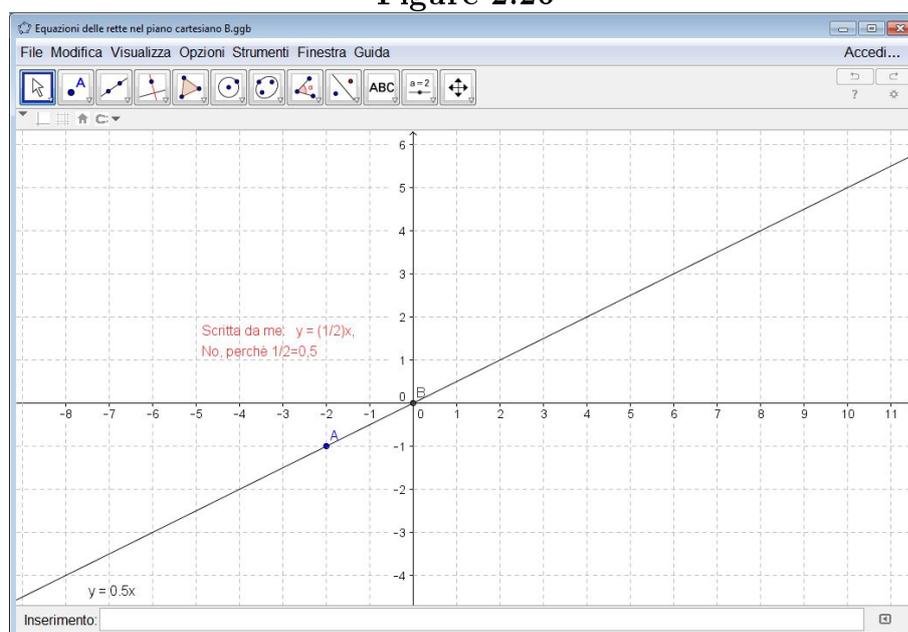


Figure 2.27

Questi sono due degli esercizi che ci sono stati consegnati e possiamo notare come lo studente, che è lo stesso per entrambi gli esercizi, non abbia avuto problemi a svolgerli e, nel caso di Excel a riconoscere il tipo di relazione già nota come proporzionalità. Più tardi, durante la correzione delle verifiche ci siamo accorte che, purtroppo

po, non tutti i ragazzi avevano collegato l'attività svolta in laboratorio con la teoria studiata. Infatti gli stessi esercizi che sapevano svolgere a computer non sapevano poi farli sul foglio.

In questo caso il motivo è da ricercarsi nel poco tempo trascorso fra l'attività e la verifica che non ha dato modo a tutti i ragazzi di collegare per bene ogni sfaccettatura dell'argomento.

Questo però dimostra anche la nostra tesi: i nostri studenti, data l'età, non erano in grado di essere lasciati soli nel loro percorso di apprendimento. Se nel caso dell'attività sui binomi svolta con il foglio di calcolo non avevano avuto problemi qui le difficoltà sono state maggiori perchè non avevano dedicato abbastanza tempo all'argomento.

Questi ragazzi non sono in grado, datogli del materiale da visionare per casa, di apprendere autonomamente. In classe dopo si devono comunque riaffrontare gli stessi argomenti messi in luce dal materiale. Per questo per loro abbiamo preferito un approccio più simile alla Classe di Bayes che alla Flipped Classroom, seppur questo metodo sia molto valido.

Nella Classe di Bayes è prevista un'introduzione generale volta a motivare i ragazzi e un progetto di gruppo utile per farli interagire fra loro e con l'argomento. Applicando questo metodo alla matematica noi abbiamo condotto la nostra linea didattica verso un primo approccio teorico seguito da varie attività, non solo in gruppo, per approfondire il problema.

2.2.1 Valutazione delle attività di laboratorio

Le attività in laboratorio sono molto utili non solo perchè i ragazzi interagiscono liberamente fra di loro confrontandosi e scambiandosi opinioni e conoscenze ma anche perchè queste sono attività nuove e non semplici applicazioni di proprietà o ripetizioni di esercizi già svolti.

La valutazione di queste attività deve avere due caratteristiche fondamentali: tenere conto delle molteplici competenze utilizzate nella loro realizzazione e essere omogenea, cioè tutti devono essere valutati con lo stesso metro di misura.

Anche se uno studente meno preparato con l'aiuto di un compagno riesce a prendere un buon voto questo non è un errore anzi è un'opportunità per mostrare al ragazzo cosa può ottenere impegnandosi e come deve essere svolto un buon lavoro.

Di seguito riporto la tabella di valutazione utilizzata dalla professoressa Leone per quanto riguarda la valutazione dei lavori in laboratorio.

| competenza | minima | intermedia | avanzata |
|-----------------------------------|---|---|---|
| uso dei dati | inserisce i dati senza ordinarli e senza distinguere il tipo di formato | sistema i dati in ordine corretto distingue alcuni insiemi numerici (interi, frazioni o decimali) | ordina in modo corretto i dati usando i formati appropriati ai diversi insiemi numerici |
| uso delle operazioni | calcola le operazioni con i numeri senza usare le variabili | calcola le operazioni con le variabili come spiegato dall'esercizio | calcola le operazioni con le variabili <u>scegliendole in modo autonomo</u> |
| <u>comprensione dei risultati</u> | non trova relazioni fra i risultati dei calcoli | trova alcune relazioni osservando i risultati | trova relazioni fra i risultati e le generalizza in modo astratto |
| linguaggio | non risponde alle domande dell'esercizio | risponde alle domande con esempi o descrizioni | esprime con linguaggio specifico o simbolico le relazioni matematiche |

Figure 2.28

I criteri evidenziati dalla tabella vengono poi messi in pratica durante la correzione degli esercizi, in cui la professoressa commenta gli errori cercando di far capire agli studenti dove hanno sbagliato e come dovevano svolgere l'esercizio.

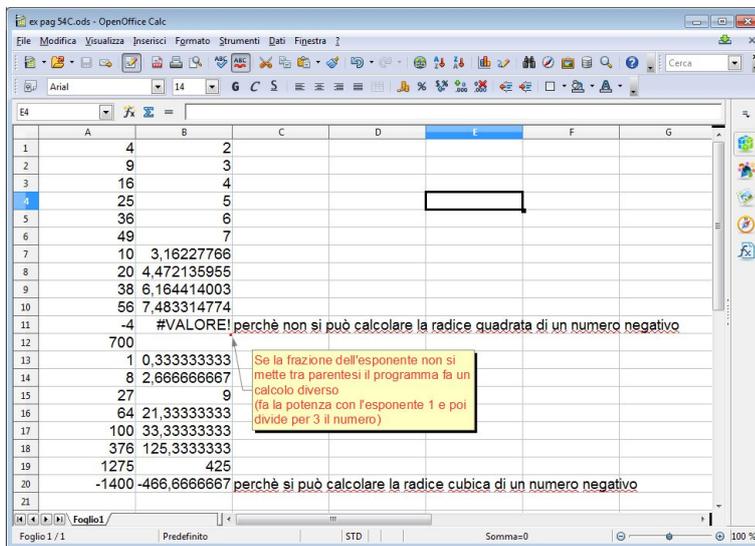


Figure 2.29

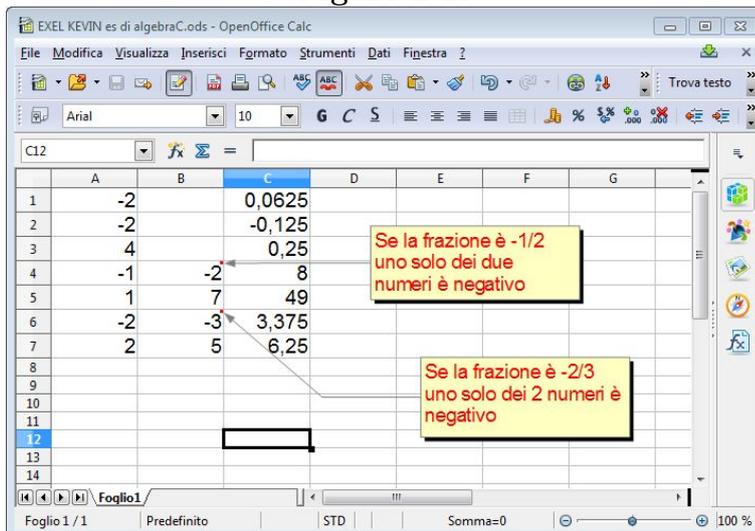


Figure 2.30

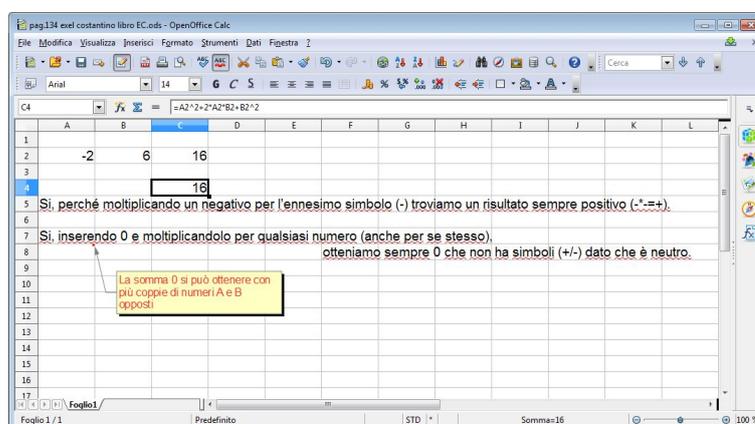


Figure 2.31

2.3 Questionario

A conclusione dell'attività in classe, abbiamo fatto compilare agli studenti un questionario sull'uso di Moodle, la piattaforma didattica utilizzata dall'istituto, per capire cosa ne pensassero loro del suo utilizzo. I quesiti proposti erano di diverso tipo e riguardavano sia l'uso extrascolastico che loro facevano della piattaforma, sia la metodologia didattica dell'insegnante, che prevede un utilizzo di Moodle piuttosto regolare.

Prima di analizzare le risposte è doveroso fermarsi a spiegare come la professoressa usa Moodle.

Le pagine di Matematica di Moodle sono divise per sezioni e le sezioni ulteriormente divise in argomenti, e le esercitazioni, ad esempio quelle con il foglio di calcolo, sono segnalate con simboli diversi per essere riconoscibili. Perciò lo studente quando accede la pagina Moodle di matematica non fatica a trovare quello che sta cercando.

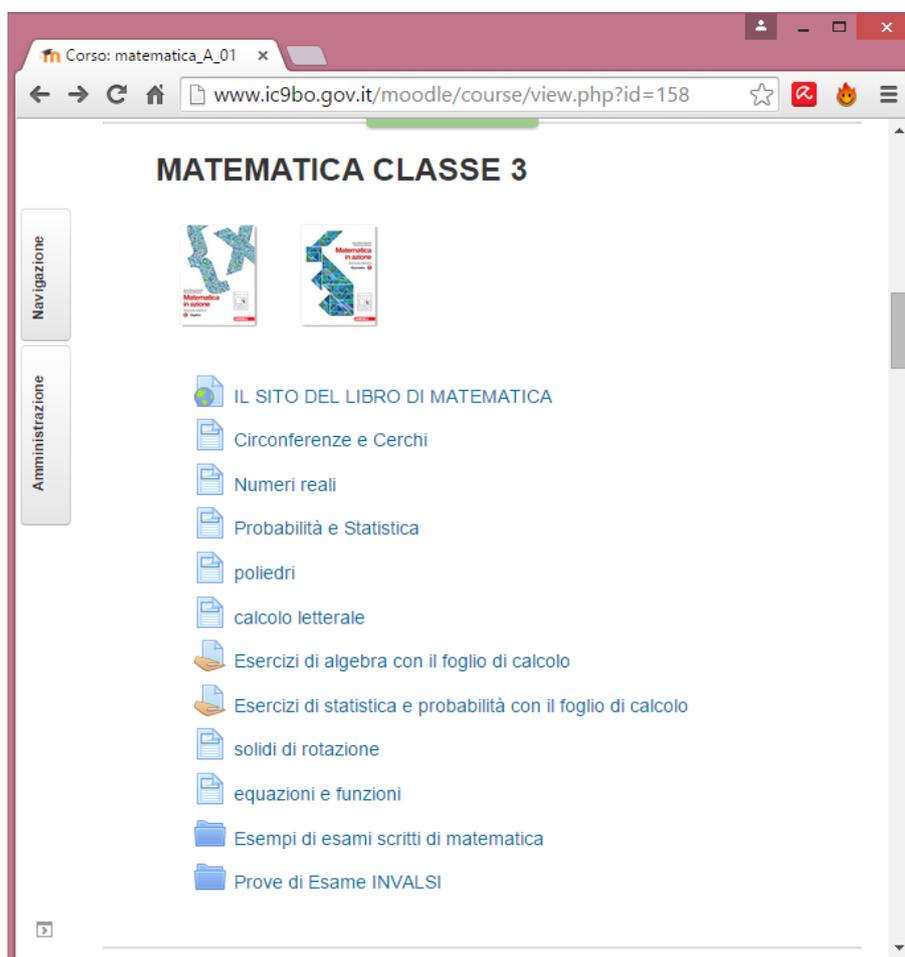


Figure 2.32

[, Esempio di una sezione pagina Moodle di matematica, ci sono anche altre sezioni di cui una dedicata esclusivamente alle attività svolte, o da svolgere, con Geogebra.]

All'interno di ogni pagina, poi, si possono trovare molti diversi tipi di materiale permettendo così ad ogni studente di approfondire o recuperare con il metodo che gli è più congeniale. In ogni pagina la professoressa carica molto materiale scelto da lei sull'argomento di cui tratta la pagina, dai video, della Khan Academy, fatti dai ragazzi o di altri siti come Schooltoon⁴, alle spiegazioni fatte in classe, salvate grazie alla LIM. Nella piattaforma gli studenti possono inoltre trovare le correzioni degli esercizi fatte in classe da loro stessi e altro materiale come le applet interattive o altri programmi simili.

⁴<http://www.schooltoon.com/>

mat_A_01: Probabilità e St x

www.ic9bo.gov.it/moodle/mod/page/view.php?id=1362C

capitoli 6 C e 5 E

Istat Il sito dell'Istituto Nazionale di Statistica contiene alcune attività didattiche per le scuole.

Per utilizzarle si devono leggere i files pdf con la teoria e poi scaricare e modificare i fogli di calcolo completando le risposte.

Le basi della statistica: [Teoria](#) [Esercizi](#)

Le tabelle: [Teoria](#) [Esercizi](#)

I grafici: [Teoria](#) [Esercizi](#)

Esempio di esercizio del libro n. 5 a pag. 246 fatto col foglio di calcolo.

In una distribuzione di dati si possono calcolare **la media, la moda e la mediana** come spiegato in questo video:

Media aritmetica ponderata

| | |
|-----------|--------|
| 4 ragazzi | 175 cm |
| 3 " | 172 cm |
| 1 " | 170 cm |
| 4 " | 168 cm |

$$m.a. = \frac{175 + 175 + 175 + 172 + 172 + 172 + 170 + 168 + 168 + 168 + 168}{12}$$

$$m = \frac{4 \cdot 175 + 3 \cdot 172 + 170 + 4 \cdot 168}{12}$$

Figure 2.33

The screenshot shows a Moodle page with the following content:

- Navigation and Administration:** Vertical buttons on the left for 'Navigazione' and 'Amministrazione'.
- Project Announcement:** 'Bologna Il progetto "L'azzardo nuoce gravemente al gioco" organizzato da ARCI Bologna si svolge con la classe 3A nelle seguenti date:
 - mercoledì 29 ottobre dalle 8 alle 10
 - venerdì 21 novembre dalle 10 alle 12
 - venerdì 28 novembre dalle 10 alle 12.
- External Resources:**
 - 'Il sito [FATE IL NOSTRO GIOCO](#) DI Paolo Canova e Diego Rizzuto contiene video e informazioni sulla matematica contenuta nei giochi e nelle scommesse.'
 - 'Il sito [ALEA](#) contiene informazioni utili sulla prevenzione e la cura della dipendenza dal gioco.'
- PhET Simulation:**
 - Text: 'L'animazione [Probabilità](#) del sito PhET mostra la distribuzione statistica di eventi casuali come il lancio di una pallina.'
 - Simulation Interface: A PhET simulation showing a probability distribution. It includes a histogram with red bars, a normal distribution curve, and a scatter plot of blue dots. Text on the simulation says 'Clicca per eseguire'. Statistics shown: $N = 307$, $\bar{x} = 7.044$, $s = 2.104$, $\mu = 7.0$, $\sigma = 1.92$, $\text{skewness} = 0.100$.
- Footer:** 'Il calcolo delle probabilità è utilizzato anche nella genetica per trovare la probabilità di ottenere le diverse combinazioni di caratteri ereditari: ecco un esempio riguardante la [genetica dei gatti](#).'

Figure 2.34

[, Pagina di Moodle sulla probabilità e la statistica, in cui si può trovare video, esercitazioni e altri materiali sull'argomento, oltre ad un appunto degli impegni della classe sul gioco d'azzardo.]

I ragazzi quindi possono trovare su Moodle diversi tipi di materiale utile per approfondire un argomento che gli interessa o per recuperare un argomento poco chiaro. Grazie alla vasta scelta di materiali proposti ogni studente può seguire un percorso formativo personalizzato, percorso suggerito da tutti i pedagogisti.

La prima domanda che abbiamo posto ai ragazzi è quante volte accedono alle pagine di Moodle da casa, visto che da scuola erano obbligati ad accedervi una volta a settimana durante l'ora di laboratorio perchè le attività che dovevano svolgere le caricavamo lì. Il nostro obiettivo era capire quanto la piattaforma fosse usata la di fuori del-

l'orario scolastico, per valutare il loro livello di maturità nell'apprendimento.

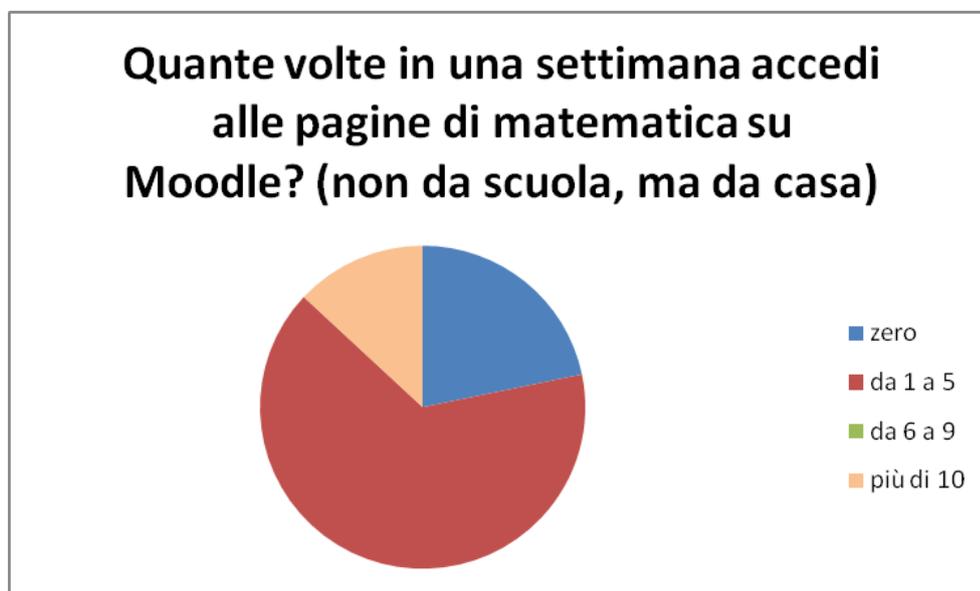


Figure 2.35

In questo grafico a torta possiamo vedere le risposte dei ragazzi, secondo noi è molto importante notare come le risposte saltino da 5 a 10. Le spiegazioni per questo salto sono principalmente due, o ci sono un certo numero di ragazzi che accede molto a Moodle o c'è un buon numero di ragazzi che ha dato la risposta a caso.

A questo proposito si può confrontare questo dato con il numero di ragazzi che da casa non vi accedono proprio, i due dati sono quasi uguali. Però va considerato che fanno parte di questo gruppo, anche quei ragazzi che da casa non possono accedervi perchè non hanno internet o i genitori non vogliono che usino il computer.

La seconda domanda riguardava i materiali caricati dalla docente e chiedeva ai ragazzi di valutarli, uno ad uno, con una scala da 1 a 5. L'obiettivo era capire quali tipi di materiale fossero ritenuti più utili dai ragazzi per poi aggiungere nuovi materiali di questo tipo. Un'altro valore della domanda era anche capire quali strumenti a sostegno della didattica preferissero per poi utilizzarli in una possibile applicazione del metodo completo della Flipped Classroom.

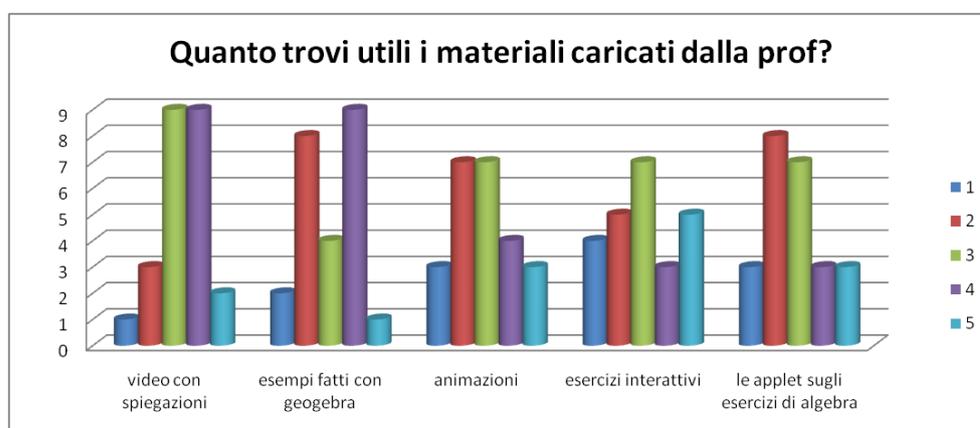


Figure 2.36

Il grafico riporta i voti divisi per materiali. Subito salta all'occhio come i video con le spiegazioni e gli esempi fatti con Geogebra siano apprezzati mentre gli esercizi interattivi vengano meno apprezzati.

Per vedere se quello che il grafico ci suggerisce a prima vista è esatto abbiamo fatto anche un grafico a torta con le medie dei risultati.

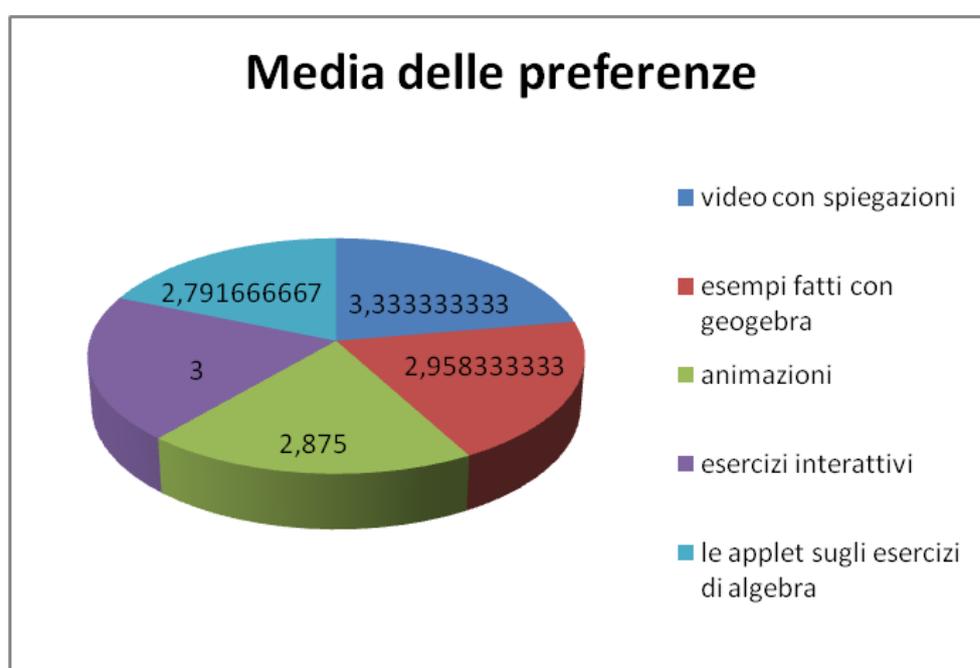


Figure 2.37

Nel grafico sono stati messi anche i dati numerici perchè i settori del grafico sembrano a prima vista tutti uguali.

Dai dati si può notare come in realtà il semplice giudizio visivo del grafico a barre ci abbia tratto in errore, visto che dalla media gli esercizi interattivi risultano più apprezzati degli esempi fatti con Geogebra. L'idea che abbiamo avuto dal primo grafico sui video con le spiegazioni invece era giusta. Anche calcolando la media risulta il materiale preferito dagli studenti della nostra classe.

La terza domanda riguardava gli argomenti fatti durante questo anno scolastico e per quali le pagine di Moodle sono state più utili. In questo caso l'obiettivo era capire quali pagine fossero costruite meglio per prenderne esempio in futuro.

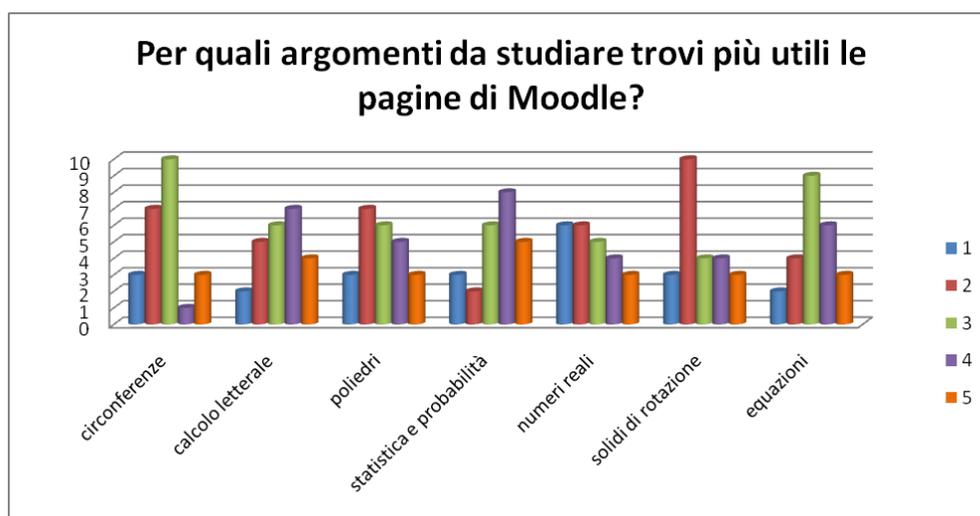


Figure 2.38

Già dal grafico si può vedere come non ci sia una grande differenza fra gli argomenti, anche in questo caso può trarci in inganno così, anche in questo abbiamo calcolato la media.

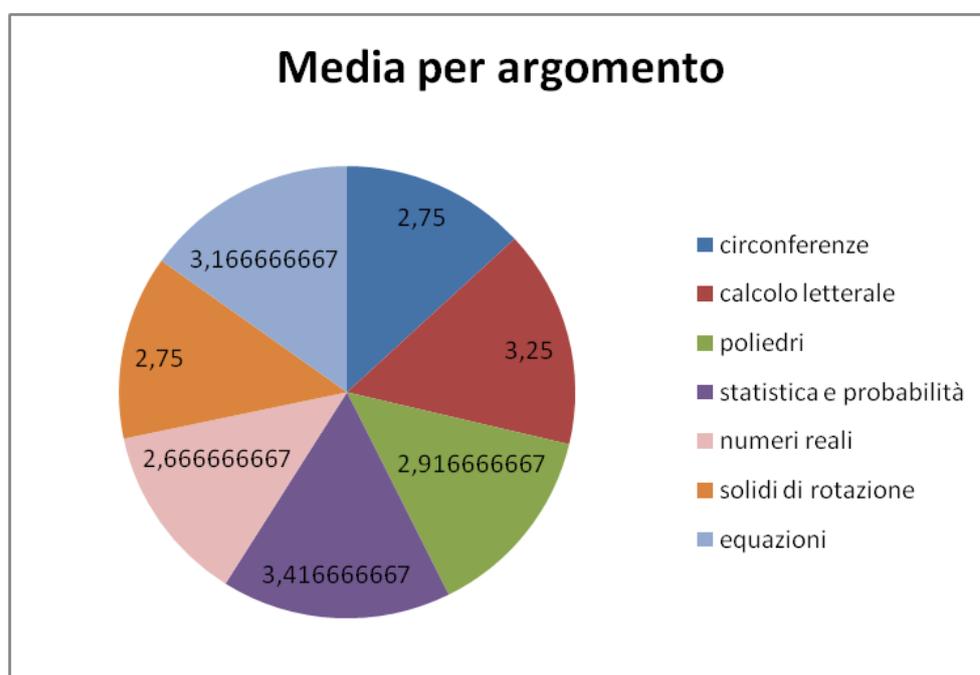


Figure 2.39

Dalla media si può notare come l'argomento per cui le pagine di Moodle sono più utili secondo i ragazzi sia la statistica e la probabilità, seguita dal calcolo letterale.

Quelli invece per cui le pagine sono meno utili sono i numeri reali, seguiti da circonferenze e solidi di rotazione. È possibile che in realtà queste siano solo meno usate visto che per gli argomenti di geometria i ragazzi fanno molte attività sfruttando Geogebra e quindi dopo abbiano meno bisogno di altro materiale, non auto prodotto, come aiuto per lo studio.

In entrambe le domande non c'è mai una netta prevalenza di cinque cioè i ragazzi difficilmente hanno dato una preferenza netta.

La domanda seguente riguardava l'uso dei programmi a sostegno della didattica, chiedeva quali preferissero. Le risposte possibili erano quattro e si poteva darne più di una, alcuni le hanno messe tutte.

L'obiettivo della domanda era scoprire quali programmi preferissero gli studenti per lavorarci maggiormente negli anni prossimi. A questo proposito si può vedere nell'immagine sottostante come, anche se l'insegnante ha avuto poco tempo per lavorarci, i ragazzi abbiano apprezzato il breve percorso di programmazione.

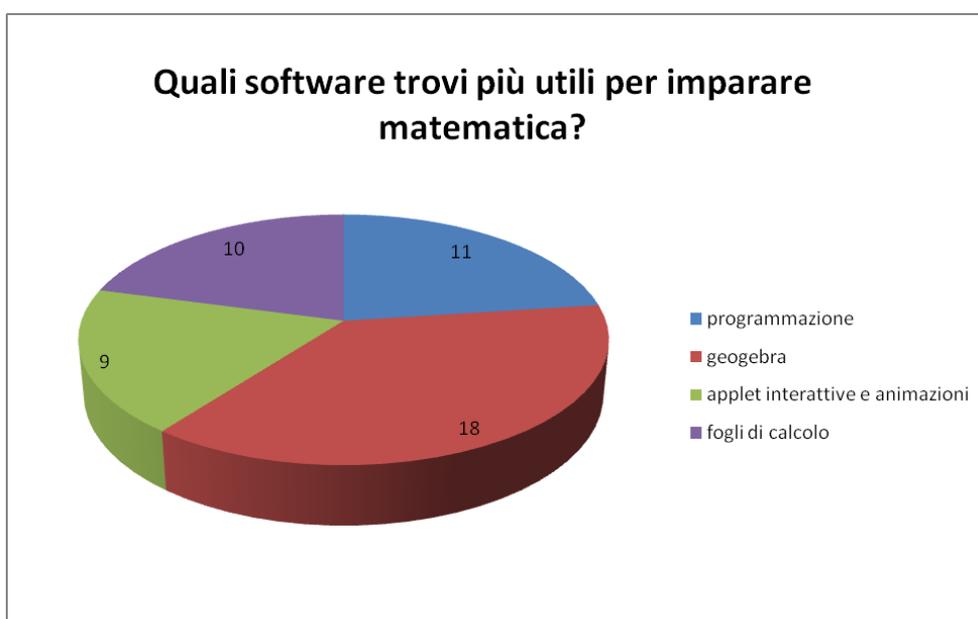


Figure 2.40

Dal grafico si può vedere come Geogebra sia il preferito dagli studenti tanto che 18 su 24 l'hanno scelto, ma bisogna anche dire che è stato il programma più usato durante tutti e tre gli anni, soprattutto a sostegno della didattica degli argomenti di geometria.

Per quanto riguarda gli altri tre programmi hanno circa lo stesso numero di scelte, comunque il meno preferito, anche se di poco, sono risultate essere le applet e le animazioni.

La domanda successiva chiedeva se quando hanno bisogno riguardano gli esempi e le spiegazioni fatte in classe che la professoressa carica su Moodle. Anche questa domanda, come la prima, aveva un'importante valore per il mio percorso di tirocinio, volevamo infatti valutare quanto i ragazzi fossero autonomi nel loro percorso di apprendimento e quanto fossero coscienti dell'importanza che la piattaforma assume quando non capiscono un argomento in classe.



Figure 2.41

Dal grafico si può evincere come un quarto degli studenti circa non le guardi mai e come dei restanti pochi li sfruttino spesso per riguardare qualcosa che non hanno capito. Il nostro giudizio è che molti dei ragazzi che hanno scelto come risposta a volte, riguardino le spiegazioni solo quando sono stati assenti, o magari all'ultimo momento prima della verifica.

Le domande successive a questa riguardavano proprio le assenze e se i ragazzi sfruttassero Moodle per non rimanere indietro e controllare le attività programmate nel calendario. Le abbiamo raggruppate perchè un commento di confronto fra le due domande è più interessante di un commento in singolo. In questo caso ciò che volevamo evincere dalla domanda era se i nostri studenti avessero realmente capito le potenzialità della piattaforma e, ciò che abbiamo capito è che abbiamo fatto la scelta giusta facendo propedeutica e non Flipped Classroom perchè, a questa età, gli studenti non sono interessati al loro percorso didattico, sta a noi farli interessare.

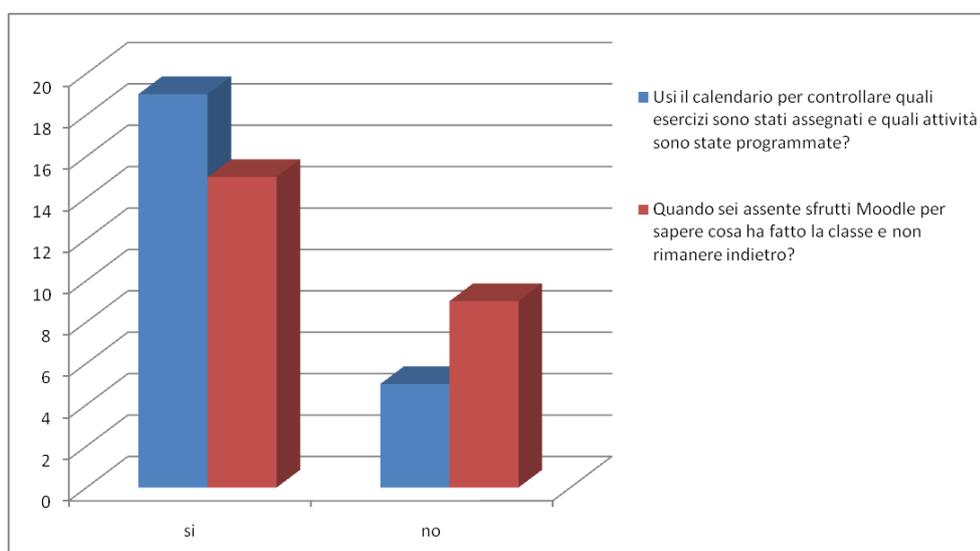


Figure 2.42

Quello che fa più riflettere guardando il grafico, non è che ci siano dei ragazzi che non sfruttano Moodle per recuperare le lezioni perse con le assenze, questi ci sono sempre, ma che questi siano di più di quelli che non controllano il calendario per vedere compiti o attività.

Questo vuol dire che c'è un piccolo numero di studenti che usa Moodle per controllare il calendario ma non per guardare cosa è stato fatto durante i giorni di assenza.

La domanda che sorge spontanea dopo aver visto le loro risposte è: - A cosa serve caricare le spiegazioni fatte in classe se poi non vengono utilizzate dagli studenti per rimanere in pari? -

L'unica risposta che mi viene in mente da dare è che le carichiamo per quei pochi che le usano e perché sappiamo che un giorno potrebbero sempre ritornare utili a tutti, e quel giorno le avranno a portata di click.

La domanda successiva chiedeva cosa avrebbero voluto trovare sulle pagine di matematica, che servisse per studiare la disciplina. Questa domanda era molto utile a noi per capire cosa i ragazzi usassero davvero di Moodle e cosa avrebbe potuto essere aggiunto.

Molti hanno risposto che c'era già tutto ciò che gli interessava ma alcuni hanno fatto delle richieste interessanti.

Per prima cosa è importante notare che la risposta 'c'è già tutto' ha due diversi significati. Primo c'è chi davvero è soddisfatto di come sono costruite le pagine di Moodle, e le trova formative e complete, e poi ci sono molti che hanno scelto di rispondere con una frase di comodo che non li trascinasse in una discussione che avrebbe messo in luce quanto poco sanno di ciò che c'è

realmente su Moodle.

Alcune richieste riguardavano aggiungere più teoria, come le spiegazioni delle lezioni o delle spiegazioni ulteriori fatte appositamente dall'insegnante. Una richiesta riguardava proprio dei video registrati dalla docente con le spiegazioni.

Altre proposte riguardavano gli esercizi, uno studente poco volenteroso ha chiesto le soluzioni mentre altri hanno chiesto esercizi interattivi per cui magari non servissero programmi esterni da installare sul computer.

Una richiesta si differenziava dalle altre e chiedeva le lezioni registrate in modo da non perderle in caso di assenza, noi crediamo venga da uno studente che perdeva molte ore di matematica, perchè impegnato in corsi di lingua italiana per stranieri, e a cui interessava rimanere in pari.

Le tre domande successive sono accorpate in un unico commento perchè, anche se sono tre riguardano lo stesso argomento: - Quanto sei attivo come studente? -

Le domande chiedevano allo studente se cercava link da proporre, se chiedeva spiegazione alla docente o ai compagni con messaggi o con il forum. Bisogna dire che Moodle ha un sistema di messaggistica fra gli studenti e la professoressa che può essere molto utile per chiedere chiarimenti e grazie al forum si possono scambiare informazioni o materiale.

Le relative risposte non si differenziano di molto e tutte e tre indicano come gli studenti non siano attivi, non cerchino link e non contattino compagni o insegnante per chiarimenti.

Questo domanda aveva l'obiettivo di capire se fossero studenti partecipi solo durante le lezioni o lo fossero anche da casa, e ha dimostrato che seppur siano bravi studenti sono ancora immaturi per essere del tutto attivi e indipendenti nel loro apprendimento, come richiesto dalla Flipped Classroom.

La penultima domanda chiedeva agli studenti cosa ne pensassero dell'alternanza fra didattica in aula e attività in laboratorio.

Questa domanda aveva un valore importante per la mia tesi, era utile capire se i ragazzi fossero stimolati da tutte queste attività extra che organizzavamo per loro o se non lo fossero. Purtroppo, per il punto di vista didattico del questionario, chi non le ha trovate stimolanti non ha specificato il perchè.

La maggior parte hanno comunque trovato questa alternanza stimolante e alcuni hanno chiesto più attività in laboratorio, solo 5 su 24 hanno risposto in modo negativo.

L'ultima domanda chiedeva ai ragazzi se e quanto riguardavano i materiali degli anni passati e se lo facevano quale avevano riguardato più di recente.

L'obiettivo di questa domanda era sempre valutare la loro maturità da un punto di vista didattico e le risposte sono coerenti con quanto si evince dalle altre domande sul tema e con quanto pensavamo già in partenza.



Figure 2.43

Nel grafico si nota subito come quasi nessuno riguardi i materiali degli anni passati, ricordiamo che quando gli abbiamo proposto di registrare dei video per il calcolo letterale hanno ammesso di non aver più riguardato quelli delle frazioni, e anzi di aver proprio dimenticato di averli fatti.

Nella domanda successiva, cioè quali di questi avessero usato più di recente, le risposte sono state molte significative.

Molti hanno ripetuto di non usare il materiale degli anni passati, ma alcuni hanno risposto che riguardano il materiale su: circonferenze, equazioni o calcolo letterale, che sono argomenti di quest'anno. Solo uno studente, su sette che hanno indicato argomenti, ne ha indicato uno che fosse davvero degli anni passati, le illusioni ottiche.

Questo risponde alla domanda che si pone ogni insegnante: - I ragazzi leggono le richieste degli esercizi? - No, questo dimostra che non le leggono.

Perchè, o non hanno letto bene la domanda del questionario, o non ricordavano nessun argomento degli anni passati, non avevano il coraggio di scriverlo e ne hanno messo uno di quest'anno.

Personalmente preferisco sperare nella prima ipotesi.

Capitolo 3

Conclusioni

L'esperienza presso la scuola 'Il Guercino' è stata, secondo me, molto fruttuosa.

Lavorando insieme, io e la professoressa Leone, abbiamo potuto applicare la propedeutica alla Flipped Classroom, inventando tante nuove attività che hanno coinvolto positivamente gli studenti.

Gli alunni della classe si sono dimostrati molto partecipativi e alla fine dell'esperienza alcuni dei ragazzi che erano partiti con più difficoltà erano molto migliorati. Tanto che all'esame hanno ottenuto buoni risultati.

Sembra che la presenza di una figura estranea abbia stimolato i ragazzi a impegnarsi per dimostrare le loro capacità. non volevano deludermi.

Da un punto di vista didattico le conclusioni che si possono trarre da questa esperienza sono molteplici e portano tutte nella stessa direzione. L'esperienza è stata molto utile e positiva.

Avendo ampiamente diviso i ragazzi in gruppi o in coppie per lavorare abbiamo potuto notare gli effetti di questo tipo di lavoro cooperativo sugli studenti.

Esattamente come ci aspettavamo i lavori di gruppo ridistribuiscono le competenze fra i membri del gruppo, cioè se suddivisi in piccoli gruppi i ragazzi tendono ad aiutarsi fra loro. Una delle cose accadute durante l'esperienza che più mi ha colpito è stata vedere un ragazzo che in matematica non "brillava" spiegare il piano cartesiano al suo compagno di banco che ne sapeva meno. I lavori di gruppo sono però un'arma a doppio taglio, perchè si possono verificare due tipi di situazioni non ottimali al fine di produrre un risultato.

- Così come ci sono dei ragazzi che lavorano bene con qualsiasi compagno producendo sempre risultati adeguati, ce ne sono altri che si adattano

alla situazione. Cioè questi ragazzi lavorano solo se i compagni con cui sono in gruppo hanno un livello di competenze pari o superiore al loro, altrimenti diventano fonte di disturbo piuttosto che di aiuto per il compagno. Non sono trainatori, se devono fare loro tutto il lavoro preferiscono disturbare.

Ad esempio, uno dei ragazzi, che in matematica era piuttosto bravo, lavorava in gruppo solo se era con compagni al suo livello, se invece era con ragazzi meno bravi si lasciava trascinare dalla voglia di divertirsi e invece di lavorare disturbava.

- Altri invece si abituanano a lavorare solo con compagni che facciano il lavoro al posto loro, di fatto copiando l'esercizio senza aver imparato nulla. Questi ragazzi si possono riconoscere facilmente perchè preferiscono lavorare sempre con le stesse persone e se vengono messi in gruppo con compagni al loro livello non sanno da dove cominciare. Nella classe c'erano due studenti che messi in coppia insieme hanno dimostrato di non sapere neanche da dove cominciare per svolgere l'esercizio proposto. Prima di essere messi in gruppo insieme entrambi avevano mostrato di non voler lavorare in coppia, secondo me proprio perchè sapevano che da quel compagno non avrebbe potuto copiare.

Per concludere il discorso sui lavori di gruppo quello che ho notato è che sarebbe sempre meglio variare i gruppi, ma mantenendoli omogenei per livello di apprendimento. Così per ottenere un risultato saranno tutti obbligati a lavorare.

Sarà poi compito dell'insegnante stimolare ogni gruppo a lavorare proponendo attività interessanti e non ripetitive. In definitiva queste attività sono molto utili ma vanno organizzate bene e non lasciate al caso.

Comunque le conclusioni più significative sono quelle tratte dal questionario. Dall'analisi delle risposte si evince il motivo per cui abbiamo scelto di fare propedeutica e non Flipped Classroom.

Seppur questa classe fosse davvero molto attiva e volenterosa non era comunque pronta ad essere lasciata sola durante la parte teorica dell'apprendimento. Perchè, come possiamo notare dalle loro risposte, non sono ancora in grado di preoccuparsi da soli del loro apprendimento.

Come si evince dalle risposte i ragazzi non sono attivi nel loro percorso e per quanto si impegnino e vogliano raggiungere gli obiettivi delineati, anche quelli meno studiosi, non sono pronti ad essere completamente autonomi nella fase teorica.

Il dubbio che non tutti utilizzino Moodle ci rimane e possiamo, in parte, provarlo visto che c'è la possibilità di controllare gli accessi, ma bisogna anche dire, a loro difesa, che non tutti gli insegnanti li hanno abituati ad usare costantemente Moodle.

Le discipline, i cui professori utilizzavano Moodle in modo regolare in questa classe, sono Matematica e Scienze, Inglese e Francese, Arte e Musica durante l'arco dei tre anni e Storia e Geografia solo in prima e seconda.

Siccome non tutti professori utilizzano Moodle nello stesso modo, il suo scopo didattico non viene valorizzato agli occhi dei ragazzi che perciò rimangono fedeli ai metodi didattici tradizionali, che per loro sono anche meno impegnativi.

Un altro problema, messo in luce nella spiegazione degli esercizi sulle rette utilizzando i software, Excel e Geogebra, è che a volte si corre il rischio che i ragazzi non colleghino le attività e le spiegazioni fatte in classe con ciò che viene fatto in laboratorio.

Per arginare questo problema abbiamo pensato di porre ai ragazzi delle domande che li portassero a ragionare su quanto fatto attraverso il software. Nell'esperienza ho riportato un esempio delle domande poste nel caso degli esponenti.

Ma i modi per aiutarli a collegare quanto fatto in laboratorio sono molti, l'importante è assicurarsi che ragionino su quanto fatto e che non rimanga una semplice immissione di dati in un programma. Altrimenti le attività a computer rischiano di risultare inutili perchè vengono percepite come staccate dalla didattica piuttosto che sfruttate come sostegno ad essa.

In ultima analisi, l'esperienza è stata senz'altro positiva perchè ha messo in luce come unire vari tipi di didattica sia importante. Affiancando la professoressa Leone ho notato che se si ripetono sempre le stesse lezioni tali e quali si rischia di perdere l'attenzione della classe, invece lavorando come abbiamo fatto, proponendo attività e stimoli sempre nuovi, si riesce a coinvolgere anche lo studente meno partecipe.

Comunque ritengo che nella Scuola secondaria di primo grado gli studenti non siano ancora in grado di fare Flipped Classroom anche se utilizzandola fin dal primo anno come metodo didattico per tutte le discipline si possono ottenere buoni risultati. Perchè, per quanto non siano ancora autonomi non hanno ancora appreso un metodo di studio ed è più semplice fargli capire quanto è importante che si attivino per primi nel loro percorso di apprendimento.

Il punto fondamentale comunque prendere come modello l'esperienza del pro-

fessor Cecchinato a Fidenza e utilizzare il metodo Flipped per tutte le materie in modo da non imporgli tipi di didattiche così differenti e a cui seguono metodi di studio diametralmente opposti. Perché essi tenderanno sempre a preferire il metodo didattico tradizionale che li impegna meno sia in classe, sia a casa.

La mia personale conclusione è che la Flipped Classroom è un metodo innovativo molto utile per stimolare gli studenti, ovviamente va adattata alla classe, alla disciplina e all'argomento perché non esiste un metodo didattico perfetto in ogni caso possibile.

Appendice A

Il questionario

Quante volte in una settimana accedi alle pagine di matematica su Moodle? (non da scuola, ma da casa) *

Quanto trovi utili i materiali caricati dalla prof? *

Video con spiegazioni

1 2 3 4 5

mai usati ● ● ● ● ● molto

*

Esempi fatti con geogebra

1 2 3 4 5

mai usati ● ● ● ● ● molto

*

Animazioni

1 2 3 4 5

mai usati ● ● ● ● ● molto

Figura A.1
[, Questionario su Moodle]

Esercizi interattivi

1 2 3 4 5

mai usati molto

*

Le applet sugli esercizi di algebra

1 2 3 4 5

mai usati molto

Per quali argomenti da studiare trovi più utili le pagine di Moodle? *

Circonferenze

1 2 3 4 5

mai usati molto

*

Calcolo letterale

1 2 3 4 5

mai usati molto

*

Poliedri

1 2 3 4 5

mai usati molto

Figura A.2
[, Questionario su Moodle]

Statistica e Probabilità

1 2 3 4 5

mai usati molto

Numeri reali

1 2 3 4 5

mai usati molto

Solidi di rotazione

1 2 3 4 5

mai usati molto

Equazioni

1 2 3 4 5

mai usati molto

Riguardi mai le spiegazioni e i materiali degli anni passati? *

mai

a volte

spesso

Figura A.3
[, Questionario su Moodle]

Se le hai usate, quale ti è servita più di recente? *

Riguardi mai gli esempi di esercizi fatti in classe? *

- mai
 a volte
 spesso

Usi il calendario per controllare quali esercizi sono stati assegnati e quali attività sono state programmate? *

- si
 no

Quando sei assente sfrutti Moodle per sapere cosa ha fatto la classe e non rimanere indietro? *

- si
 no

Cosa ti piacerebbe trovare su Moodle? (che ti serva per studiare matematica) *

Cerchi mai dei link da proporre in classe per aggiungerli a Moodle? *

- mai
 a volte
 spesso

Sfrutti il forum per chiedere spiegazioni all'insegnante e ai compagni? *

- si
 no

Figura A.4
[, Questionario su Moodle]

Trovi stimolante l'alternanza fra lezioni in classe e laboratorio? *

Quali software trovi più utili per imparare matematica? *

- Geogebra
 fogli di calcolo
 applet interattive e animazioni
 programmazione

Figura A.5
[, Questionario su Moodle]

Bibliografia

- [1] A.M.Arpinati e M.Musiani, *Matematica in azione*. Zanichelli, 2014.
- [2] J.Bergmann, J.Overmayer e B.Wilie, *The Flipped Class: Myths vs. Reality*. <http://www.thedailyriff.com/articles/the-flipped-class-conversation-689.php>, 9/05/2013, ultima consultazione: 25/06/2015.
- [3] J.Bergmann e A.Sams, *How the Flipped Classroom Is Radically Transforming Learning*. <http://www.thedailyriff.com/articles/how-the-flipped-classroom-is-radically-transforming-learning-536.php>, 15/04/2012, ultima consultazione: 25/06/2015.
- [4] F.Biscaro e M.Maglioni, *La classe capovolta, innovare la didattica con la flipped classroom*. Erickson, 2014.
- [5] G.Cecchinato, *Flipped classroom, innovare la scuola con le tecnologie del Web 2.0*. <http://www.bodoni.pr.it/pdf/cecchinato.pdf>, 22/08/2012, ultima consultazione:25/06/2015.
- [6] G.Cecchinato, *Flipped Classroom: innovare la scuola con le tecnologie digitali*, TD Tecnologie Didattiche, volume 22, numero 1, anno 2014, pagine 11-20.
- [7] G. Cecchinato, B.Aimi e R.Papa, *Flipped Classroom: intervento in un liceo della provincia di Parma*. QWERTY, volume 9, numero 2, anno 2014, pagine 15-29.
- [8] P.Ferri e S.Moriggi, *La Classe di Bayes: note metodologiche, epistemologiche ed operative per una reale digitalizzazione della didattica nella scuola italiana*. Università degli Studi Milano-Bicocca, Dipartimento di Scienze Umane per la Formazione, 2014.
- [9] V.Gherardi, *Metodologie e didattiche attive. Prospettive teoriche e proposte operative*. Aracne, 2013.

- [10] E.Mazur, *Peer Instruction, A User's Manual Series in Educational Innovation*. Prentice Hall. Upper Saddle River, 1997.
- [11] Parlamento Europeo e Consiglio Europeo, *Competenze chiave per l'apprendimento permanente - Un quadro di riferimento europeo*. Gazzetta ufficiale L 394 del 30.12.2006, pag. 10, 2006.
- [12] A.Pavarani, *Flipped Classroom, illustrazione del modello di insegnamento e resoconto di un'esperienza didattica*. Alma mater studiorum, Università di Bologna, 2014.

Ringraziamenti

Finalmente anch'io ce l'ho fatta, sono arrivata al traguardo che mi ero prestabilita ormai sei anni abbondanti fa. Questo percorso è stato estremamente tortuoso ma anche divertente grazie alle splendide persone che ho incontrato. Sono, ovviamente, molto felice di essere arrivata fino in fondo e ancora di più di averlo fatto con le persone che ho accanto e che voglio ringraziare.

Prima di tutto voglio ringraziare i miei genitori che mi hanno appoggiato, supportata e sopportata durante tutto il percorso, soprattutto mia madre che mi ha dato una mano leggendo questa tesi infinite volte, anche se sembra non ricordarne una parola.

Poi vorrei ringraziare le mie amiche che mi costringono ad uscire ogni tanto prima di fare la muffa al computer, davvero grazie ragazze mie.

Un grandissimo grazie anche a tutte gli amici che ho conosciuto durante questo percorso, sapete che vi voglio molto bene anche se non ci vediamo quasi mai.

Vorrei in questa sede ringraziare anche quegli amici che ho incontrato durante questo secondo percorso di laurea e che hanno condiviso con me lezioni, esami, ansia e tante risate. Mi mancherete molto e spero riusciremo a continuare a vederci fuori dall'Università.

Importante per me è anche ringraziare tutta la mia famiglia che mi è stata accanto e ha tifato per me durante questi sei lunghissimi anni.

Per ultimi, ma non per importanza, vorrei ringraziare la mia relatrice, Prof.ssa Manuela Fabbri, e i miei correlatori, Prof. Giorgio Bolondi e Prof.ssa Daniela Leone, che mi hanno aiutata e seguita durante la stesura della tesi. Un grazie particolare alla professoressa Leone per la meravigliosa esperienza di tirocinio insieme e alla 3^oA dell'istituto 'Il Guercino' per avermi aiutata prestandosi a tutte le attività che gli venivano proposte.

Grazie a tutti di sopportarmi ed amarmi.