

ALMA Mater Studiorum  
Università degli Studi di Bologna

---

---

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Emissione di Bremsstrahlung  
e applicazioni astrofisiche

Elaborato Finale

Candidato:  
Luca De Nardis

Relatore:  
Prof. Daniele Dallacasa



---

---

Sessione I  
Anno Accademico 2014/2015

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Descrizione generale del processo</b>	<b>2</b>
2.1	Emissione da singolo elettrone . . . . .	2
2.1.1	Energia irradiata per collisione . . . . .	2
2.1.2	Distribuzione spettrale della radiazione . . . . .	4
2.2	Emissione da un insieme di elettroni . . . . .	5
2.2.1	Emissione da elettroni di velocità $v$ . . . . .	5
2.2.2	Stima di $b_{min}$ e $b_{max}$ e fattore di Gaunt . . . . .	5
2.2.3	Bremsstrahlung termica . . . . .	7
2.2.4	Tempo di raffreddamento . . . . .	9
2.2.5	Autoassorbimento . . . . .	9
2.2.6	Temperatura e misura di emissione . . . . .	11
2.2.7	Bremsstrahlung relativistica . . . . .	11
<b>3</b>	<b>La Bremsstrahlung nell'Universo</b>	<b>12</b>
3.1	Regioni HII . . . . .	12
3.1.1	Nebulosa di Orione (NGC 1976): temperatura e misura di emissione	13

# Emissione di Bremsstrahlung ed applicazioni astrofisiche

Luca De Nardis

16 Luglio 2015

# Capitolo 1

## Introduzione

I principali meccanismi di produzione di energia in ambito astrofisico sono associati a cariche elettriche in moto non uniforme. Le cariche libere, se accelerate, emettono radiazione elettromagnetica, infatti una carica stazionaria oppure in moto uniforme, in un sistema di riferimento inerziale, ha campo elettrico costante e campo magnetico nullo. Questo implica che essa non irradia, essendo la potenza emessa dipendente dal quadrato dall'accelerazione. Questa potenza emessa dalla carica accelerata è alla base del processo astrofisico della Bremsstrahlung, un processo di emissione di radiazione elettromagnetica caratteristico dei plasmi astrofisici ad alte temperature ( $T > 10^4$  °K) e dovuto all'interazione coulombiana tra ioni ed elettroni liberi di un gas ionizzato.

La massa della particella è fondamentale nella quantità di radiazione emessa, in particolare la potenza emessa è inversamente proporzionale alla massa al quadrato. Pertanto, essendo i protoni circa duemila volte più massivi degli elettroni, possiamo concludere che in prima approssimazione questi ioni non emettano.

Bremsstrahlung significa *radiazione di frenamento* ed è definita anche emissione free-free poichè si ha un passaggio tra uno stato non legato ad un altro stato non legato. La radiazione emessa da questo processo è nel continuo, dal radio fino ai raggi  $\gamma$ . Questo meccanismo in astrofisica è di particolare importanza poichè è il principale meccanismo di raffreddamento dei plasmi ad alte temperature. Possiamo ad esempio osservarlo nelle regioni di idrogeno ionizzato (HII, con  $T \approx 10^4$  °K) in emissione radio, ma anche in molti altri fenomeni come galaxy clusters ( $T \approx 10^6$  °K) o nei bulges delle galassie spirale come anche, seppur in maniera poco efficace, nelle galassie ellittiche ( $T \approx 10^6$  °K). Altri fenomeni, che tuttavia non saranno trattati in questa esposizione, nelle quali questo tipo di radiazione comporta un importante mezzo di raffreddamento, sono le galactic hot-coronae ( $T \approx 10^7$  °K), le stelle binarie X ( $T \approx 10^8$  °K), i dischi di accrescimento intorno alle stelle evolute e i buchi neri, il gas intergalattico degli ammassi di galassie ( $T \approx 10^8$  °K) maggiormente sottoforma di emissione X. Il fenomeno può anche essere trattato in ambito relativistico, con varie applicazioni reali, quali componente elettronica di raggi cosmici ed emissione di flares solari. Attraverso opportune misure spettroscopiche, la radiazione di Bremsstrahlung, permette di ricavare la temperatura e la misura di emissione di una nube di plasma, e, attraverso una applicazione più complessa, può permettere di effettuare una mappatura del campo gravitazionale dei sistemi che hanno gas caldo.

# Capitolo 2

## Descrizione generale del processo

Il moto di una carica elettrica all'interno del campo coulombiano di un'altra carica opposta causa un'accelerazione che genera la Bremsstrahlung. Affinchè ciò possa avvenire è necessario che ci siano una serie di condizioni astrofisiche, che sono verificate nei gas con temperature maggiori di  $10^4$  °K, sufficienti alla ionizzazione. Assumeremo, per semplicità, un gas astrofisico monoatomico e totalmente ionizzato, quindi potremo supporre che le interazioni avvengano tra elettroni liberi di carica  $-e$  e ioni di carica  $Ze$ , nella quale  $Z$  è il numero di protoni che compongono il nucleo, ovvero il *numero atomico*. Se si suppone un plasma di idrogeno, si avrà  $Z = 1$ , quindi l'interazione sarà tra elettroni e protoni. Se consideriamo il gas all'equilibrio termico, avremo che l'energia cinetica media degli ioni e degli elettroni sarà la stessa, tuttavia, avendo gli elettroni massa molto minore dei protoni (massa protone è uguale a 1836 volte la massa dell'elettrone), i primi si muoveranno mediamente con una velocità circa 40 volte superiore dei propri partner collisionali. Questa differenza sarà tanto maggiore quanto più saranno massivi i nucleoni, ovvero quanto più sarà grande  $Z$ . A seguito di ciò, sarà quindi possibile supporre gli ioni fermi e un campo elettrico stazionario. Questo campo elettrico accelera gli elettroni, che di conseguenza emettono radiazione elettromagnetica (fotoni) perdendo energia cinetica. Siccome la quantità di energia emessa da ogni interazione è comparabile con l'energia stessa degli elettroni che la emettono, sarebbe necessario trattare l'emissione di Bremsstrahlung attraverso l'elettrodinamica quantistica, tuttavia possiamo ottenere dei risultati esatti (in alcuni regimi) con un'approssimazione semiclassica, poichè essa possiede la giusta dipendenza funzionale per molti parametri fisici del sistema. Sarà sufficiente applicare un termine correttivo ai risultati ottenuti classicamente per ottenere un risultato valido per la trattazione quantistica. Questo termine si chiama *fattore di Gaunt*. La trattazione classica presuppone una velocità degli elettroni molto minore di  $c$ , ed in seguito tratteremo il caso relativistico.

### 2.1 Emisione da singolo elettrone

#### 2.1.1 Energia irradiata per collisione

Partendo dalle ipotesi precedenti (gas monoatomico completamente ionizzato, radiazione emessa dagli ioni di campo trascurabile, velocità  $v$  degli elettroni non relativistica), vediamo il processo di emissione dovuta alla singola interazione tra un elettrone e il campo

coulombiano di uno ione. La formula di Larmor <sup>1</sup> ci dà la potenza totale irradiata in tutte le direzioni:

$$W = -\frac{dE}{dT} = \frac{2q^2 a^2}{3c^3} \quad (2.1)$$

dove  $E$  è l'energia dell'elettrone,  $a$  è la sua accelerazione e  $q$  è la carica della particella ovvero  $q = -e$ . Data  $x$  la distanza tra lo ione e l'elettrone, abbiamo che l'accelerazione coulombiana  $a^2$  alla quale è sottoposto l'elettrone è:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{Ze^2}{m_e x^2}$$

Abbiamo perciò che  $W$  è inversamente proporzionale a  $x^4$  quindi la massima emissione corrisponde alla minima distanza tra le particelle, mentre al crescere di  $x$ , la potenza cala rapidamente a zero divenendo presto trascurabile. Abbiamo dunque un'interazione di durata finita, che avviene in funzione di una distanza minima  $x_{min}$ . Se la velocità dell'elettrone è sufficientemente alta e dall'interazione perde una quantità di energia cinetica molto bassa, la deviazione del suo moto diventa praticamente trascurabile. Questo ci permette di porre la distanza  $x_{min}$  uguale al parametro di impatto  $b$ , definito come la distanza tra la retta tangente al moto iniziale dell'elettrone ed il nucleo con la quale interagisce.

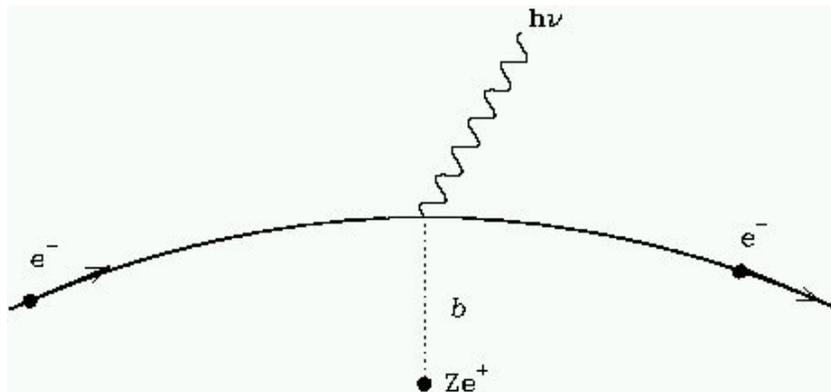


Figura 2.1: Traiettoria dell'elettrone deviata a seguito della collisione.

Possiamo inoltre notare che vi è variazione del parametro di impatto da collisione a collisione all'interno di un plasma. Vediamo che:

$$a_{max} = a(x_{min}) \approx a(b) = \frac{Ze^2}{m_e b^2}. \quad (2.2)$$

Finchè l'elettrone si trova ad una distanza dal nucleo nell'ordine di  $b$ , abbiamo che l'energia irradiata è ancora apprezzabile. La durata della collisione può essere considerata quindi:

<sup>1</sup>Qui abbiamo  $c = 2.99792458(1) \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$  che è la velocità della luce nel vuoto, ed  $e = 1.602176487 \times 10^{-19} \text{ C}$  è la carica elementare.

<sup>2</sup> $m_e = 9.10953(5) \times 10^{-27} \text{ g}$

$$\Delta t \approx 2 \frac{b}{v_e}. \quad (2.3)$$

Se nell'equazione 2.1 sostituiamo le equazioni 2.2 e 2.3, otteniamo l'energia irradiata per collisione:

$$W \Delta t = \frac{4 Z^2 e^6}{3 c^3 m_e^2} \frac{1}{b^3 v_e} \quad (2.4)$$

Da queste si evince che c'è proporzionalità inversa tra perdita di energia e parametro di impatto. Fissando  $b$ , l'energia irradiata è inoltre minore per gli elettroni che avranno maggiore velocità, poichè essi restano per un tempo minore in prossimità del nucleo.

### 2.1.2 Distribuzione spettrale della radiazione

Durante la collisione, l'accelerazione ha un andamento che presenta un solo massimo. Analogamente, troviamo un massimo nella crescita del vettore campo elettrico della radiazione, che ritorna poi di nuovo a zero. Abbiamo quindi un impulso di durata  $\Delta t$  (2.3) di radiazione emessa, che ha profilo leggermente asimmetrico. Questa asimmetria è dovuta al fatto che, a seguito dell'interazione, l'elettrone ha perso energia, quindi ha velocità leggermente inferiore. Facendo l'analisi di Fourier dell'impulso, otteniamo la distribuzione spettrale della radiazione in funzione della frequenza, che risulta abbastanza piatta fino ad una frequenza massima dopo la quale c'è un crollo esponenziale. Possiamo trovare quindi l'energia totale irradiata per la singola collisione, nell'unità di frequenza, approssimando la distribuzione spettrale ad una distribuzione di tipo rettangolare con larghezza massima pari a:

$$\nu_{max} \approx \frac{1}{2\Delta t} = \frac{v_e}{4b},$$

per cui l'energia totale irradiata per la singola collisione nell'unità di frequenza è:

$$\frac{W \Delta t}{\Delta \nu} \approx \frac{W \Delta t}{\nu_{max}} \approx \frac{16 Z^2 e^6}{3 c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v_e^2}. \quad (2.5)$$

Questa radiazione è polarizzata linearmente.

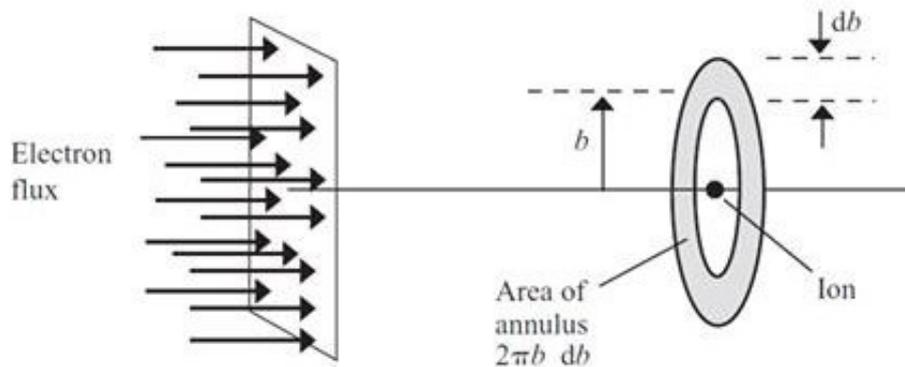


Figura 2.2: Flusso di elettroni interagenti con un nucleo: la regione anulare rappresenta l'area bersaglio.

## 2.2 Emissione da un insieme di elettroni

### 2.2.1 Emissione da elettroni di velocità $v$

Per poter iniziare a studiare il caso reale, partiamo da una approssimazione non plausibile a livello fisico, tuttavia utile come passaggio per arrivare ad una condizione più simile a quella che possiamo trovare in un plasma astrofisico. Considerando una nube di gas completamente ionizzato, con densità di ioni  $n_i$  e densità di elettroni  $n_e$ , supponendo che tutti gli elettroni si muovono con la stessa velocità  $v$ , possiamo ottenere la potenza irradiata al secondo per unità di volume e di frequenza, ovvero l'emissività specifica della nube, partendo dallo studio dell'interazione tra gli elettroni ed uno ione di campo. Il numero di collisioni viene determinato utilizzando un parametro d'urto compreso tra  $b$  e  $b+db$ .

$$n_{coll} = n_e v_e 2\pi b db.$$

Basta quindi moltiplicare questo risultato per il numero di ioni presenti nel plasma per ottenere il numero di collisioni totale per unità di volume:

$$N_{coll} = n_e n_i v_e 2\pi b db.$$

Otteniamo l'emissività specifica moltiplicando la 2.5 per  $N_{coll}$  e integrando sui parametri d'urto:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 \int_0^\infty \frac{db}{b};$$

possiamo notare che l'integrale diverge nei due estremi di integrazione, perciò dobbiamo introdurre un parametro d'impatto massimo e uno minimo in base a considerazioni fisiche opportune. Per cui l'emissività specifica risulta:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi}{3} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 \ln \frac{b_{max}}{b_{min}}. \quad (2.6)$$

### 2.2.2 Stima di $b_{min}$ e $b_{max}$ e fattore di Gaunt

Vediamo ora come stimare, con sufficiente approssimazione, il valore  $b_{max}$ , che indica quando è ancora opportuno parlare di interazione. Data una frequenza  $\nu$ , si ha che un contributo apprezzabile è dato solo dagli elettroni con parametro d'urto corrispondente ad una frequenza di cut-off maggiore di  $\nu$  stessa. Questo vuol dire che  $b_{max}$  è il valore limite oltre il quale le interazioni con distanza maggiore sono trascurabili

$$b \leq \frac{v}{4\nu}$$

quindi:

$$b_{max} \approx \frac{v}{4\nu}.$$

Il valore di  $b_{min}$  invece può essere trovato sia in approssimazione semiclassica che partendo dalla meccanica quantistica. Viene poi usato il maggiore tra i due risultati.

Dall'approssimazione semiclassica, per  $\Delta v \approx v$ , gli elettroni possono perdere al massimo, nella loro interazione, energia pari a quella che possiedono, quindi:

$$\Delta v = a\Delta t \approx \frac{Ze^2}{m_e b^2} \frac{2b}{v} \leq v$$

si ottiene:

$$b_c \geq \frac{2Ze^2}{m_e v^2}$$

da cui:

$$b_{min_c} \approx \frac{2Ze^2}{m_e v^2}.$$

Non vi è un contatto effettivo tra elettrone e ione, e questo è verificato dal limite inferiore di  $b$  diverso da zero.

Utilizzando invece la meccanica quantistica, troviamo il parametro  $b_{min_q}$ . Questo si determina applicando il principio di indeterminazione di Heisenberg<sup>3</sup>:

$$\Delta x \Delta p \leq \frac{h}{2\pi}.$$

Prendendo  $\Delta x \approx b$  e  $\Delta p \approx m_e v$  si ottiene

$$b_q \approx \Delta x \geq \frac{h}{2\pi \Delta p} \approx \frac{h}{2\pi m_e v},$$

da cui si ha:

$$b_{min_q} \approx \frac{h}{2\pi m_e v}.$$

Ovvero è impossibile che un elettrone passi a distanza inferiore di  $\Delta x$  conoscendo l'impulso con precisione migliore di  $\Delta p$ . Come anticipato in precedenza, confrontiamo i due valori di  $b_{min}$  ricavati per vedere in quali condizioni abbiamo la prevalenza di uno o dell'altro. La condizione:

$$b_{min_q} > b_{min_c}$$

si verifica quando  $v \geq 0.01c$ .

Attraverso una trattazione quantistica rigorosa, si ottiene la formula esatta dell'emissività specifica, che può essere anche ricavata dalla trattazione semiclassica con l'aggiunta di un fattore correttivo:

$$J(v, \nu) = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6}{c^3 m_e^2 v} n_e n_i Z^2 g_{ff}(v, \nu) \quad (2.7)$$

dove

$$g_{ff}(v, \nu) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln \left( \frac{b_{max}}{b_{min}} \right)$$

è il *fattore di Gaunt*, che dipende dalla frequenza di emissione e dall'energia dell'elettrone.

<sup>3</sup>Qui e nei successivi paragrafi  $h = 6.62606896(33) \times 10^{-27}$  erg s è la costante di Planck

### 2.2.3 Bremsstrahlung termica

Come detto in precedenza, il modello delle due nubi distinte ha alcune approssimazioni che la rendono un esempio estremamente limitante rispetto al caso reale. Un caso più reale presuppone che la velocità non sia la stessa per tutti gli elettroni (come supposto in precedenza), ma segua la distribuzione di Maxwell-Boltzmann<sup>4</sup>. Questo tipo di distribuzione è caratteristica dell'emissione di una nube di plasma che presenta al suo interno elettroni e ioni all'equilibrio termodinamico. Questo tipo di emissione è chiamata *Bremsstrahlung termica*.

#### Emissività specifica ed emissività totale

Possiamo calcolare l'emissività specifica mediando la 2.6 sulla distribuzione, appena definita, di Maxwell-Boltzmann. Otteniamo che la probabilità che un elettrone abbia velocità compresa tra  $v$  e  $v+dv$  è:

$$f(v)dv = 4\pi \left( \frac{m_e}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_e v^2}{2kT}} v^2 dv.$$

Il numero di elettroni per unità di volume compreso tra  $v$  e  $v + dv$  è dato da  $n_e(v) = n_e f(v)dv$ ; sostituendo  $n_e(v)$  nella 2.7 e integrando sulle velocità possibili, otteniamo l'emissività specifica ad una certa  $T$ :

$$J(\nu, T) = \frac{\int_{v_{min}}^{\infty} J(v, \nu) f(v) dv}{\int_0^{\infty} f(v) dv}, \quad (2.8)$$

con  $v_{min} = \left(\frac{2h\nu}{m_e}\right)^{1/2}$ . Questo limite inferiore è conseguenza del fatto che l'energia cinetica degli elettroni non può essere minore di quella dei fotoni emessi (*Photon discreteness effect*), quindi occorre che sia verificata la condizione:

$$h\nu < \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Dalla 2.8 otteniamo l'emissività specifica:

$$J(T, \nu) = 6.68 \times 10^{-38} T^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} n_e n_i Z^2 \bar{g}_{ff}(T, \nu), \quad (2.9)$$

si noti che  $\bar{g}_{ff}(T, \nu)$  è un fattore di gaunt medio, generalmente nell'ordine dell'unità. Possiamo vedere dal grafico seguente l'andamento di tale fattore in funzione di  $u = h\nu/kT$ .

---

<sup>4</sup>Qui e nei successivi paragrafi  $k = 1.3806504 \times 10^{-16} \text{ erg } K^{-1}$  è la costante di Boltzmann

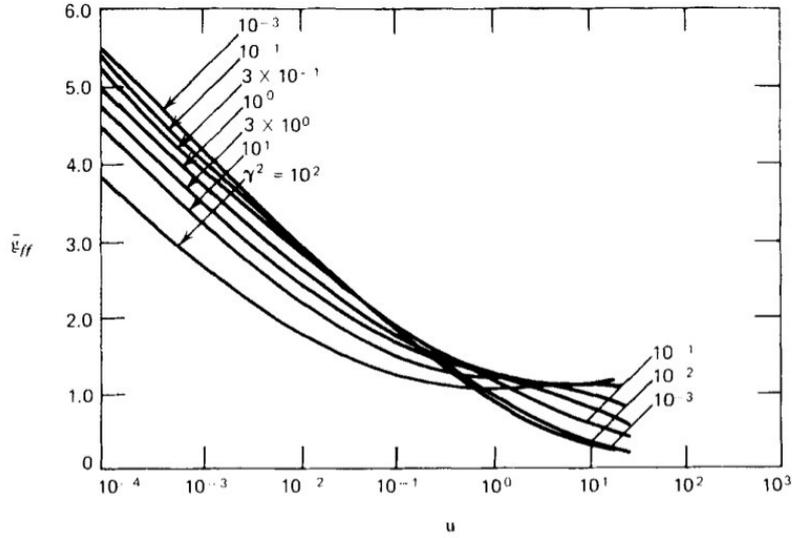


Figura 2.3: Fattore di Gaunt in funzione di  $u = h\nu/kT = 4.8 \times 10^{-11} \frac{\nu}{T}$  mentre  $\gamma = 1.58 \times 10^5 Z^2 T$

Escludendo fenomeni di autoassorbimento, ovvero supponendo che la nube sia totalmente trasparente alla sua stessa radiazione, possiamo vedere che la distribuzione spettrale dell'emissione di Bremsstrahlung termica resta piatta fino ad una frequenza, detta di cut-off, corrispondente a circa  $h\nu \approx kT$ . Oltre questa frequenza, l'andamento diventa di taglio esponenziale, andando rapidamente a zero. Invece, per frequenze minori di quella di cut-off, possiamo vedere che l'andamento, in prima approssimazione piatto, è leggermente modificato dal fattore di Gaunt, figura 2.3. L'emissività totale si può ottenere dall'integrazione della 2.9 su tutto lo spettro che in unità cgs è:

$$J(T) = 1.4 \times 10^{-27} Z^2 n_e n_i T^{-\frac{1}{2}} \bar{g}_B(T)$$

dove  $\bar{g}_B(T) \approx 1.2$

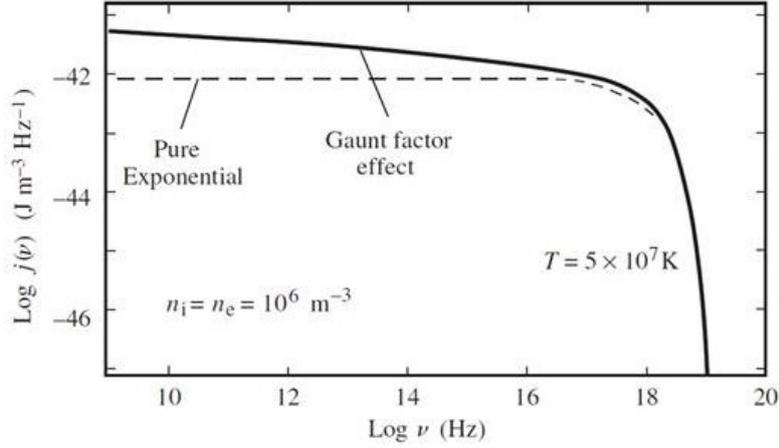


Figura 2.4: Spettro di Bremsstrahlung termica che mostra l'emissività specifica ad una data  $T$ , con frequenze dal radio all'X. Il fattore di Gaunt porta ad una crescita alle basse frequenze dell'emissività. Si sta assumendo un plasma di idrogeno a  $T = 5 \times 10^7$ .

## 2.2.4 Tempo di raffreddamento

Dal rapporto tra energia termica del plasma e perdita radiativa per Bremsstrahlung possiamo definire il *tempo di raffreddamento*:

$$t_{cooling} = \frac{3(n_e + n_i)kT}{2J(T)} = 1.8 \times 10^{11} \frac{T^{\frac{1}{2}}}{n_e \bar{g}_B} \text{ s} \approx 6 \times 10^3 \frac{T^{\frac{1}{2}}}{n_e \bar{g}_B} \text{ yr} \quad (2.10)$$

con  $n_e = n_i$ . Possiamo notare che esso dipende sia dalla densità del plasma, che dalla temperatura.

## 2.2.5 Autoassorbimento

Per studiare l'autoassorbimento di un plasma all'equilibrio termodinamico, emittente radiazione di Bremsstrahlung, dobbiamo calcolare il coefficiente di assorbimento. Sostituendo la 2.9 all'interno della Legge di Kirchoff  $j(\nu) = \mu(\nu)B(\nu, T)$  otteniamo:

$$\mu(\nu, T) = \frac{J(\nu, T)}{4\pi B_{bb}(\nu, T)} \propto n_e^2 T^{-\frac{1}{2}} \nu^{-3} (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}) \quad (2.11)$$

con  $B_{bb}(\nu, T)$  è la *brillanza di corpo nero*:

$$B_{bb}(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)^{-1}.$$

Abbiamo una forte dipendenza di  $\mu$  dalla frequenza. All'aumentare della frequenza, possiamo notare che una regione irradiante per Bremsstrahlung diventa sempre più trasparente alla sua stessa radiazione, quindi  $\mu$  è trascurabile ed il comportamento della nube di plasma è quello caratteristico dei corpi otticamente sottili. A basse frequenze, quindi per  $h\nu/kT \ll 1$ , abbiamo autoassorbimento significativo; sviluppando in serie l'esponenziale della 2.11 otteniamo:

$$\mu(\nu, T) \approx 0.018 n_e n_i Z^2 g_{ff}^- T^{-\frac{3}{2}} \nu^{-2}.$$

Attraverso l'applicazione dell'equazione del trasporto radiativo:

$$B(\nu, T) = \frac{j(\nu, T)}{\mu(\nu, T)} (1 - e^{-\tau(\nu)})$$

alla nube che emette per Bremsstrahlung otteniamo:

$$B_{cluod}(\nu, T) = \frac{J(\nu, T)}{4\pi\mu(\nu, T)} (1 - e^{-\tau(\nu)}) = B_{bb}(\nu, T) (1 - e^{-\tau(\nu)}) \propto \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} (1 - e^{-\tau(\nu)})$$

dove  $\tau(\nu) = \mu(\nu)l$  è la *profondità ottica* ed  $l$  è il *libero cammino medio*. Nell'intervallo in cui vale l'approssimazione di Rayleigh-Jeans ( $h\nu/kT \ll 1$ ) per basse frequenze, abbiamo che:

$$\begin{aligned} B_{cluod}(\nu, T) &= 2kT \frac{\nu^2}{c^2} \propto \nu^2 & \tau \gg 1, \\ B_{cluod}(\nu, T) &= 2kT \frac{\nu^2}{c^2} \tau \propto \nu^0 = 1 & \tau \ll 1. \end{aligned} \tag{2.12}$$

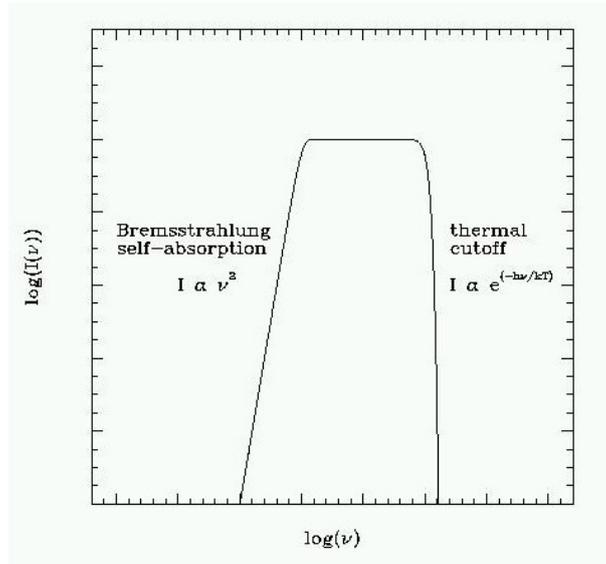


Figura 2.5: Spettro termico.

Come si può vedere in figura, la regione otticamente spessa, corrispondente alle frequenze radio, ha uno spettro di Bremsstrahlung che cresce come  $\nu^2$ , per poi passare a frequenze più elevate, in un regime otticamente sottile, nel quale lo spettro si mantiene approssimativamente piatto fino al raggiungimento della frequenza di cut-off, nelle quali troviamo il taglio esponenziale.

## 2.2.6 Temperatura e misura di emissione

Osservando le regioni opaca e trasparente dello spettro, possiamo ricavare la temperatura del plasma. Dalle 2.12 otteniamo:

$$\begin{aligned} T_B &\approx T_e & \tau &\gg 1, \\ T_B &\approx T_e \tau & \tau &\ll 1, \end{aligned}$$

dove  $T_B$  è la temperatura di brillantezza, definita come la temperatura che dovrebbe avere un corpo nero in equilibrio termico con l'ambiente circostante per poter emettere, ad una particolare frequenza, una radiazione di pari intensità a quella osservata nel plasma;  $T_e$  invece è la temperatura di agitazione termica degli elettroni. La temperatura del plasma coincide con quella di brillantezza in regime otticamente spesso. Il passaggio dello spettro dalla forma piatta, caratteristica della Bremsstrahlung, a quella proporzionale a  $\nu^2$  avviene ad una frequenza misurabile, il cui valore ci definisce la misura di emissione del plasma, definita come:

$$\int dl Z^2 n_e n_i.$$

## 2.2.7 Bremsstrahlung relativistica

Per valutare il caso relativistico, dobbiamo introdurre un opportuno fattore di Gaunt, che permette di estendere il discorso per un insieme di elettroni relativistici con velocità  $v \approx c$ . Possiamo quindi vedere che l'emissività specifica, in unità cgs, nel caso di abbondanze cosmiche ( $\langle Z \rangle = 1.3$ ), diventa:

$$J_{rel}(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} n_e n_i. \quad (2.13)$$

Un caso di particolare interesse astrofisico è quello relativistico nel quale gli elettroni hanno una distribuzione di energia a legge di potenza, quindi:

$$N(E) = N_0 E^{-\delta}.$$

Integrando l'equazione 2.13 per una distribuzione di elettroni con energia  $E \geq h\nu$  otteniamo (in unità cgs):

$$J(\nu) \approx 5 \times 10^{-42} \frac{N_0 n_i}{\delta - 1} (\delta h\nu)^{-\delta+1} \propto \nu^{-(\delta-1)},$$

nella quale c'è una dipendenza da  $\delta$  dello spettro a legge di potenza. Se dividiamo quanto ottenuto per  $h^2\nu$ , otteniamo la (1.29) espressa in numero di fotoni per unità di energia.

$$J_{tot}(E) \approx \frac{5 \times 10^{-16}}{\delta - 1} n_i N(E) = \frac{5 \times 10^{-16}}{\delta - 1} n_i N_0 E^{-\delta}.$$

Possiamo quindi notare uguaglianza tra esponente fotonico ed elettronico.

# Capitolo 3

## La Bremsstrahlung nell'Universo

### 3.1 Regioni HII

Per regioni HII si intende zone nel quale si hanno nubi di idrogeno ionizzato, le quali sono associate a zone di intensa formazione stellare. In queste regioni si trovano anche grandi quantità di gas e polvere. Se le stelle formate sono sufficientemente massive e brillanti (classe O e B), avremo maggiori quantità di radiazione emessa nell'UV, che è in grado di ionizzare il gas di idrogeno in prossimità della stella stessa. Questa zona di ionizzazione è chiamata *sfera di Strömgren*. A seguito dell'interazione del fotone UV, l'idrogeno ionizzato produce una coppia protone-elettrone che può ricombinarsi, oppure semplicemente perdere energia a seguito di emissione da Bremsstrahlung.

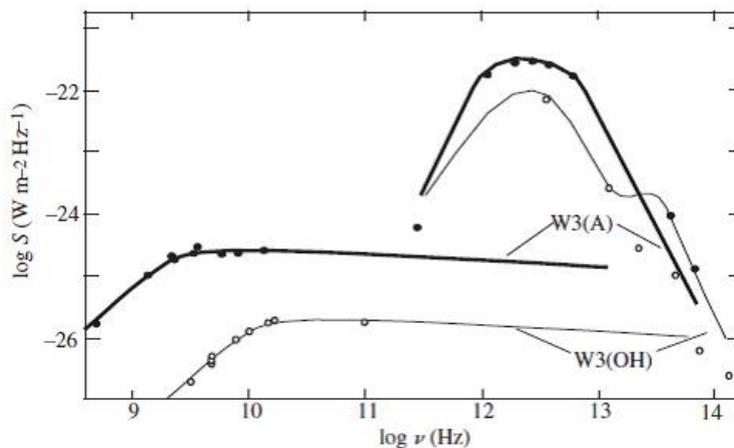


Figura 3.1: Spettro di emissione da Bremsstrahlung (radio) e da polvere (IR) nella regione HII W3.

Queste regioni di HII hanno emissione nelle frequenze radio e seguono l'andamento dello spettro di una sorgente termica in regime otticamente spesso ed otticamente sottile come da 3.1. Possiamo notare un picco attorno ai 100 micrometri, che è dovuto a grani di polvere i quali, a causa del riscaldamento dovuto al campo di radiazione presente, riemettono nell'infrarosso, producendo un andamento approssimabile alla radiazione di corpo nero (da qui definita radiazione di corpo grigio). L'idrogeno ionizzato è presente

nella nostra galassia sottoforma di nubi. Queste sono discrete e si possono osservare e distinguere sia a causa delle notevoli dimensioni sia a causa della densità del gas. Un esempio di notevole rilevanza è la Nebulosa di Orione.

### 3.1.1 Nebulosa di Orione (NGC 1976): temperatura e misura di emissione

Vediamo in questo oggetto celeste quale misura di emissione dovuta alla Bremsstrahlung possiamo calcolare. Prima di tutto dobbiamo assumere  $Z = 1$ ,  $n_e = n_i$  e  $g_{ff} = 12$ . Dalla 2.11 otteniamo:

$$\mu(\nu, T) \approx 0.2n_e^2T^{-\frac{3}{2}}\nu^{-2}.$$

In questo caso abbiamo transizione da regime otticamente sottile a otticamente spesso per frequenze intorno al GigaHertz. Possiamo quindi ottenere una temperatura  $T_e$  di circa  $10^4$  °K ed una misura di emissione  $n_e^2l_0 \approx 7 \times 10^{24}$ , con  $l_0$  spessore della nube. Siamo in grado di determinare la distanza della nube, pertanto avendo le dimensioni angolari, possiamo stimare la reale dimensione dell'oggetto (circa 40 pc) da cui siamo in grado, grazie alla misura di emissione, di calcolare la densità elettronica. Essa è  $n_e \approx 2 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}$ .

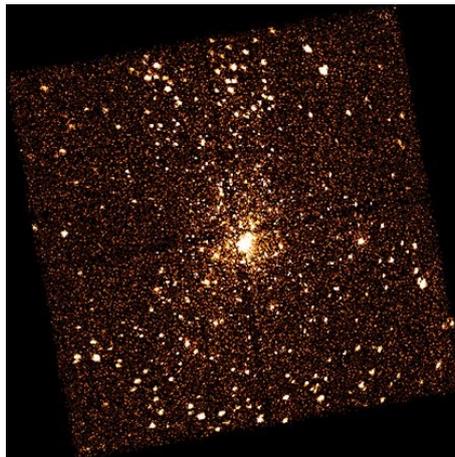


Figura 3.2: Nebulosa di Orione in banda X.

Dalla densità elettronica ci è possibile calcolare il tempo di raffreddamento, partendo dall'equazione 2.10. Per  $n_e = (10^2 \div 10^3)$ , e  $T = (10^3 \div 10^4)$  otteniamo un tempo di Cooling di 100-1000 yr.

# Bibliografia

- [1] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*. Dispense.
- [2] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di Radioastronomia*. Dispense, 2012.
- [3] H. Bradt, *Astrophysics Processes*. Cambridge University Press, 2008.
- [4] G. B. Rybicki, A. P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*. WILEY-VCH, 2004.
- [5] J. Binney, M. Merrifield, *Galactic Astronomy*. Princeton University Press, 1998.