

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

---

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

DIPARTIMENTO di

INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA E DELL'INFORMAZIONE

“Guglielmo Marconi”

DEI

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA

*TESI DI LAUREA*

in

*Conversione Statica dell'energia Elettrica - M*

# Modellizzazione e simulazione di convertitori di tipo Z-Source

Candidato:

Matteo Bissoli

Relatore:

Prof. Ing. Angelo Tani

Correlatori:

Ing. Michele Mengoni

Prof. Ing. Luca Zarri

---

Anno Accademico 2013/14 - Sessione III

# INDICE

Introduzione .....	3
CAPITOLO 1: Convertitore Z-Source .....	5
CAPITOLO 2: Modellizzazione dell'impedenza d'ingresso.....	13
2.1 - Analisi del principio di funzionamento .....	13
2.2 - Analisi semplificata del circuito d'ingresso.....	16
2.3 - Analisi rigorosa della rete d'ingresso .....	21
CAPITOLO 3: Chopper Z-Source .....	35
3.1 - Modulazione Double-Sided – Approccio semplificato .....	35
3.2 - Modulazione Double-Sided – Nuovo approccio .....	40
3.3 – Analisi del ripple .....	54
3.4 – Dimensionamento dei componenti.....	64
CAPITOLO 4: Modello simulink .....	75
CAPITOLO 5: Simulazioni .....	79
5.1 – Analisi dei risultati ottenuti attraverso la modulazione Double-Sided .....	79
5.2 – Verifica dei ripple attraverso le simulazioni .....	84
5.3 – Analisi del funzionamento in regime transitorio.....	96
Conclusioni .....	103
Bibliografia .....	105



# INTRODUZIONE

In questa tesi viene illustrata una nuova tipologia di convertitore statico, chiamato *convertitore Z-Source*, in cui viene utilizzata una specifica rete di impedenze, in modo tale da riuscire ad accoppiare il circuito di commutazione tradizionale con la sorgente di alimentazione, allo scopo di fornire caratteristiche uniche, non ottenibili con l'utilizzo dei tradizionali convertitori a tensione impressa e corrente impressa, che presentano in ingresso rispettivamente un condensatore o un induttanza.

Risulta utile ed importante utilizzare questa tipologia di inverter, in quanto permette di effettuare il *boost* delle tensioni ogni volta che la sorgente d'ingresso presenta una tensione molto variabile, come nel caso di applicazioni riguardanti veicoli a propulsione elettrica con celle a combustibile, in cui si ha appunto una variazione rilevante della tensione, col rischio di non fornire la tensione richiesta al motore, oppure il caso di sistemi fotovoltaici grid-connected, in cui la tensione del campo fotovoltaico può dipendere dall'irraggiamento, dalla temperatura di funzionamento e dall'ombreggiamento.

Può inoltre risultare utile per eliminare la necessità del *chopper boost* fra sorgente di alimentazione ed inverter.

Per prima cosa, nel Capitolo 1 verranno descritte le due principali tipologie di inverter, a tensione impressa (*V-Source*) e a corrente impressa (*I-Source*), relativo funzionamento e problematiche, e inoltre verrà introdotto il convertitore *Z-Source*.

Nel Capitolo 2 verrà analizzato il principio di funzionamento del convertitore e introdotto il nuovo stato di shoot-through. Illustreremo l'analisi semplificata e quella rigorosa della rete d'ingresso.

Nel Capitolo 3 viene illustrata l'analisi della modulazione *Double-Sided*, di fondamentale importanza, utilizzata prima tramite un approccio semplificato con ipotesi di tensione costante sui condensatori del circuito *Z-Source*, e successivamente elaborata in maniera rigorosa, in modo da poter analizzare i reali ripple e poter determinare il dimensionamento dei componenti di utilizzo.

Nel Capitolo 4 introduciamo Simulink, che è un ambiente di programmazione grafico associato a Matlab, che viene utilizzato per la modellazione, simulazione e analisi di sistemi. Mostriamo e spiegheremo il circuito utilizzato per le simulazioni.

Infine, nel Capitolo 5, analizzeremo i risultati ottenuti attraverso simulazioni di Simulink, mostreremo dati e grafici risultanti, e verificheremo i risultati teorici ottenuti.

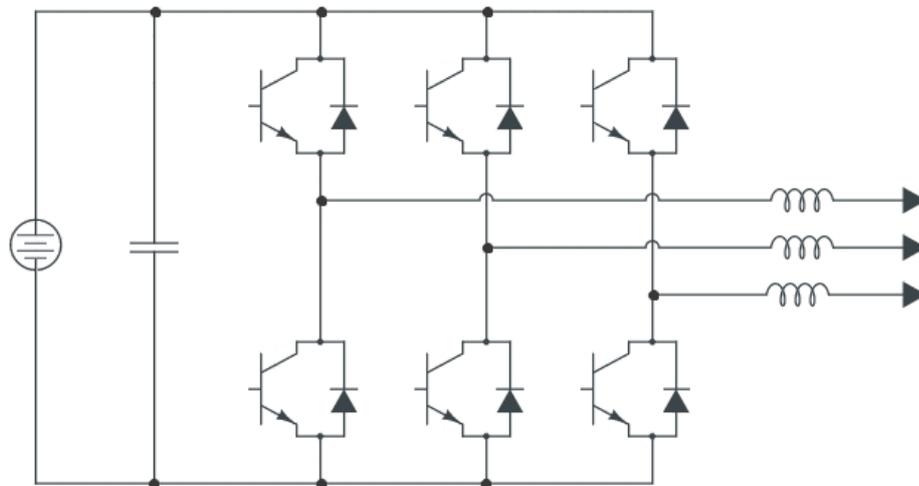
# CAPITOLO 1

## CONVERTITORE Z-SOURCE

Le possibili tipologie di inverter sono principalmente due:

- inverter a tensione impressa (V-Source);
- inverter a corrente impressa (I-Source).

Nella Figura 1.1 viene illustrata la tradizionale struttura di un inverter trifase a tensione impressa, in cui è possibile notare una sorgente di tensione continua (solitamente una batteria, una cella a combustibile, una pila, un raddrizzatore a diodi e/o un condensatore), supportata da un condensatore di grandi dimensioni, che alimenta il circuito principale dell'inverter, un ponte trifase.



*Figura 1.1: Inverter trifase a tensione impressa.*

Il circuito principale dell'inverter è costituito da sei interruttori, ognuno dei quali è solitamente composto da un transistor di potenza e da un diodo in antiparallelo, in modo da fornire flusso di corrente bidirezionale e la capacità di blocco unidirezionale per quanto riguarda la tensione.

L'inverter a tensione impressa viene utilizzato in maniera diffusa, pur presentando alcune importanti limitazioni, la più significativa delle quali riguarda la tensione alternata in uscita, che è limitata e non può superare la tensione continua in ingresso.

Per questo motivo l'inverter a tensione impressa risulta essere:

- un convertitore di tipo *buck* (step-down) per conversione da tensione continua a tensione alternata,
- un convertitore di tipo *boost* (step-up) per la conversione da tensione alternata a tensione continua.

In alcune applicazioni in cui la tensione d'ingresso è ridotta, è dunque necessario introdurre un ulteriore convertitore DC-DC (chopper) di tipo boost per ottenere la tensione d'uscita desiderata, con il conseguente aumento dei costi e riduzione del rendimento.

Non è possibile commutare in maniera simultanea i dispositivi superiori ed inferiori di ciascun ramo d'inverter, in quanto si potrebbero danneggiare i componenti coinvolti, in seguito ad un corto circuito e pertanto viene compromessa l'affidabilità dell'inverter.

Risulta quindi essenziale la presenza di un periodo in cui siano aperti sia il dispositivo superiore che quello inferiore (*tempo di interblocco*), con l'inevitabile conseguenza di distorsione della forma d'onda.

Inoltre, in alcune tipologie di applicazione, può risultare necessaria l'introduzione di un filtro LC in uscita, con il conseguente aumento di costi ed ingombri.

Passiamo ora al tradizionale inverter trifase a corrente impressa, riportato in Figura 1.2, in cui una sorgente di corrente continua alimenta il circuito principale dell'inverter, solitamente composta da un induttore relativamente grande alimentato da una sorgente di tensione come una batteria, una cella a combustibile, un raddrizzatore a diodi, oppure un raddrizzatore controllato a SCR.

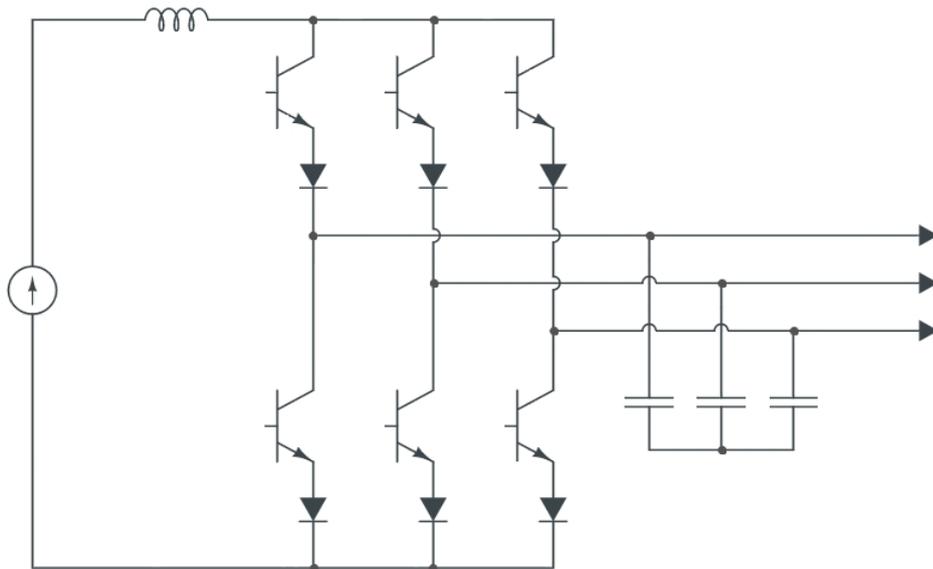


Figura 1.2: Inverter trifase a corrente impressa.

Come nel caso precedente, si hanno sei interruttori costituiti da un componente elettronico di potenza con capacità di blocco inverso, solitamente un *GTO* o un *SCR*, o in alternativa da un transistor di potenza con diodo in serie, per fornire flusso di corrente unidirezionale e tensione di blocco bidirezionale.

Analogamente all'inverter a tensione impressa, anche l'inverter a corrente impressa presenta alcune limitazioni, la più importante delle quali riguarda la tensione alternata in uscita, che deve risultare maggiore rispetto alla tensione continua in ingresso che alimenta l'induttore e dunque l'inverter a corrente impressa risulta:

- un convertitore di tipo *boost* (step-up) per la conversione da tensione continua a tensione alternata,
- un convertitore di tipo *buck* (step-down) per la conversione da tensione alternata a tensione continua.

Nelle applicazioni in cui è auspicabile ottenere un ampio range di tensione, risulta necessaria l'introduzione di un ulteriore convertitore buck (o boost) in continua, con conseguente aumento di costi e riduzione del rendimento, dovuti all'ulteriore stadio di conversione.

Almeno uno dei dispositivi superiori e uno dei dispositivi inferiore deve essere attivo e mantenuto tale in ogni istante, altrimenti si ottiene il danneggiamento dei dispositivi a causa del circuito aperto dell'induttore.

Questo problema nasce con l'interruzione del segnale di gate causata dai disturbi ed è il problema che preoccupa maggiormente per l'affidabilità dell'inverter.

Risulta quindi essenziale una sovrapposizione temporale per una sicura commutazione della corrente dell'inverter a corrente impressa, con conseguente distorsione della forma d'onda.

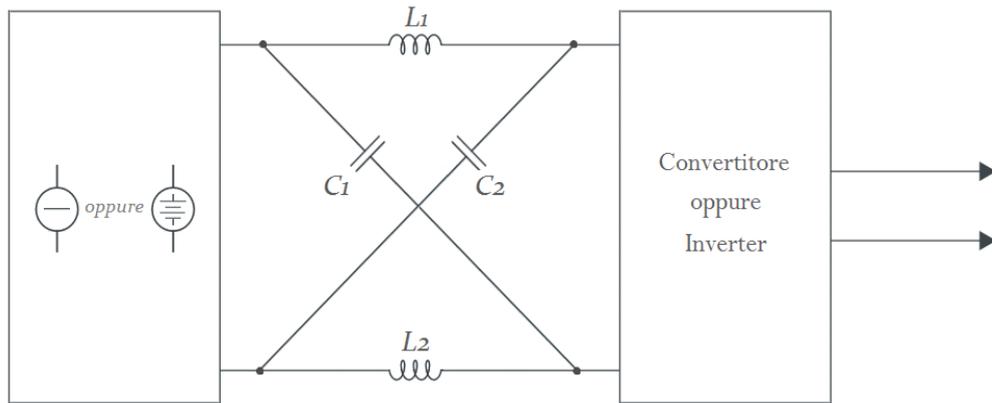
Infine, è richiesta la presenza di un diodo in serie ad un transistor ad alta velocità e ad alte performance, come gli IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor), in modo tale che gli interruttori principali dell'inverter a corrente impressa blocchino la tensione inversa, e questo impedisce l'utilizzo di IGBT a basso costo ed alto rendimento.

Infine elenchiamo i problemi presenti sia nell'inverter a tensione impressa sia nell'inverter a corrente impressa:

- entrambi i convertitori possono risultare sia un convertitore di tipo buck sia un convertitore di tipo boost, ma non possono essere un convertitore buck-boost e quindi il range di tensione in uscita sarà limitata ad essere maggiore o minore rispetto alla tensione d'ingresso;
- non si ha la possibilità di intercambiare i loro circuiti principali e ciò significa che il circuito principale dell'inverter a tensione impressa non può essere utilizzato per l'inverter a corrente impressa, e viceversa;
- entrambi i convertitori risultano vulnerabili ai disturbi in termini di affidabilità.

A questo punto introduciamo il convertitore Z-Source, in grado di superare i problemi dei tradizionali inverter a tensione impressa e inverter a corrente impressa illustrati in precedenza.

In Figura 1.3 viene rappresentata la struttura generale dello Z-Source inverter.



*Figura 1.3: Struttura generale dello Z-Source inverter.*

Viene quindi fornito un nuovo concetto di conversione, utilizzando un'unica rete d'impedenza di tipo LC per accoppiare il circuito principale ad una sorgente, ad un carico o ad un ulteriore convertitore, in modo tale da fornire caratteristiche uniche che non sono ottenibili con i tradizionali inverter a tensione impressa ed inverter a corrente impressa, in cui sono presenti rispettivamente un condensatore ed un'induttanza.

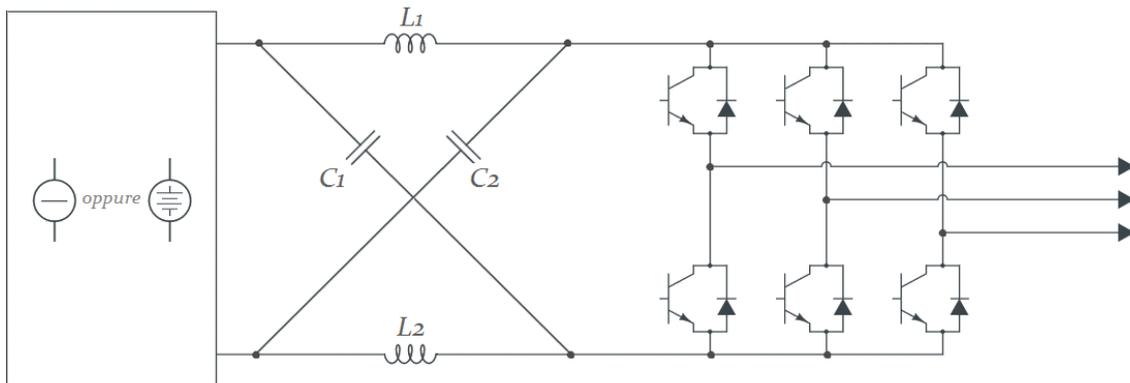
Nella Figura 1.3 possiamo quindi notare una rete composta da due porte costituite da due induttanze separate,  $L_1$  ed  $L_2$ , e da due condensatori  $C_1$  e  $C_2$  connessi a X. Tale rete è utilizzata per fornire una fonte di impedenza (Z-Source) in modo tale da accoppiare l'inverter alla sorgente continua, al carico, oppure ad un altro inverter.

La sorgente/carico continua può essere una sorgente/carico sia di tensione che di corrente.

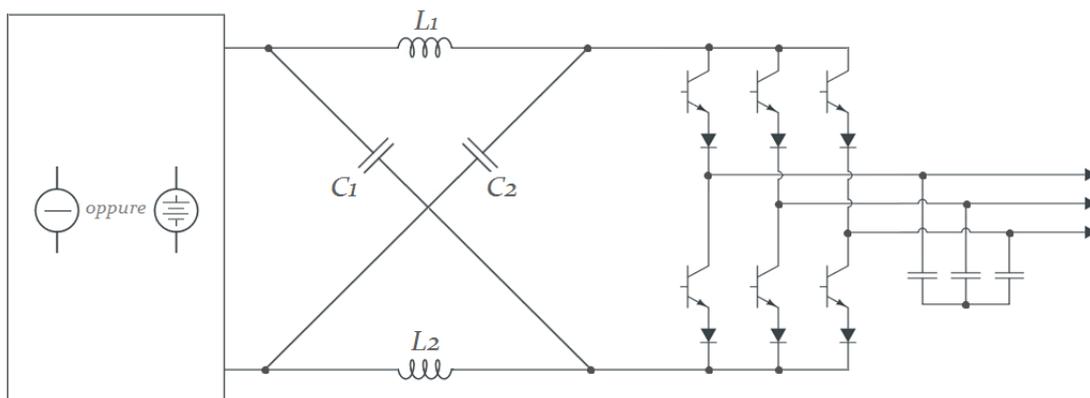
È possibile avere come sorgente continua:

- una batteria,
- un raddrizzatore a diodi,
- un raddrizzatore controllato,
- una cella a combustibile,
- un'induttanza,
- un condensatore,
- una combinazione di questi.

Riguardo agli interruttori utilizzati nell'inverter, questi possono essere una combinazione di dispositivi di commutazione e di diodi nella configurazione in antiparallelo, o in alternativa nella configurazione in serie, come è mostrato rispettivamente nelle Figure 1.4 e 1.5 per le configurazioni dello Z-Source inverter trifase.



*Figura 1.4: Struttura dello Z-Source inverter che utilizza dispositivi di commutazione e diodi collegati in antiparallelo.*

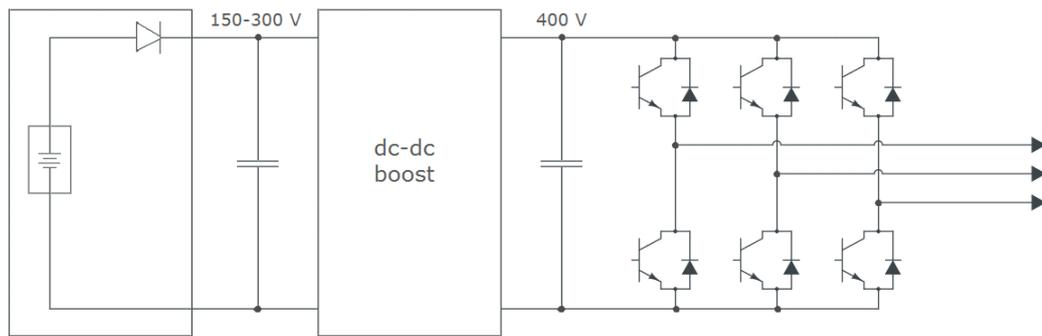


*Figura 1.5: Struttura dello Z-Source inverter che utilizza dispositivi di commutazione e diodi collegati in serie.*

L'idea dello Z-Source può essere inoltre applicata a tutti i tipi di conversione, da continua ad alternata, da alternata a continua, da alternata ad alternata e da continua a continua.

Passiamo a descrivere il funzionamento ed il controllo del sistema in studio, considerando lo Z-Source per la conversione della corrente da continua ad alternata utilizzata per le applicazioni con cella a combustibile.

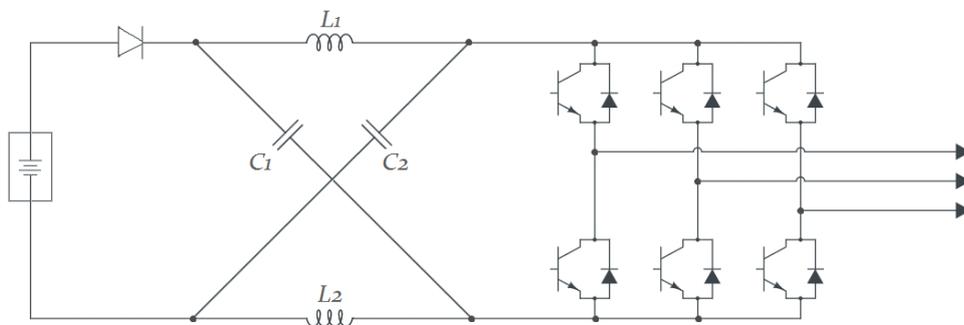
Consideriamo l'inverter a due stadi di conversione per applicazione con cella a combustibile di Figura 1.6.



*Figura 1.6: Tradizionale inverter a due stadi per le applicazioni con cella a combustibile.*

Dato che la cella a combustibile produce una tensione ampiamente variabile, con rapporto 2:1 e dipendente dalla corrente richiesta, risulta essenziale un convertitore boost dc/dc, essendo l'inverter a tensione impressa limitato a produrre in uscita una tensione alternata minore della tensione continua in ingresso.

Con l'utilizzo dello Z-Source inverter per alcune applicazioni con cella a combustibile, come mostrato in Figura 1.7, si ha la possibilità di produrre direttamente una tensione alternata maggiore o minore rispetto a quella fornita della cella stessa.



*Figura 1.7: Z-Source inverter per le applicazioni con cella a combustibile.*

Per evitare il flusso di corrente inverso, è essenziale la presenza del diodo in serie alla cella a combustibile.

In realtà il diodo risulta comunque sempre necessario per il funzionamento della rete Z-Source in esame.

# CAPITOLO 2

## MODELLIZZAZIONE DELL'IMPEDENZA D'INGRESSO

### 2.1 - ANALISI DEL PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

Ciò che caratterizza maggiormente lo Z-Source inverter è la possibilità di avere in uscita una tensione alternata di qualsiasi valore, compreso fra lo zero e l'infinito, indipendentemente dalla tensione fornita in ingresso.

Per questo motivo, questo tipo di inverter è chiamato buck–boost inverter, caratterizzato da un ampio range di tensione ottenibile.

Dalla Figura 1.7 notiamo che lo Z-Source inverter trifase permette di ottenere nove stati, di cui sei attivi e tre nulli, a differenza del tradizionale inverter trifase a tensione impressa che ne ha soltanto otto, sei attivi e due nulli.

Lo Z-Source inverter trifase possiede quindi un ulteriore stato zero, detto stato *shoot-through*, che può presentarsi nei seguenti tre casi:

- quando sono in conduzione sia il dispositivo superiore che quello inferiore di un qualsiasi singolo ramo di fase, e quindi entrambi i dispositivi hanno segnale di gate ON;
- quando sono in conduzione sia i dispositivi superiori che quelli inferiori di due rami di fase qualsiasi;
- quando sono in conduzione sia i dispositivi superiori che quelli inferiori di tutti e tre i rami delle fasi.

Nel tradizionale inverter a tensione impressa non è possibile ottenere questo stato shoot-through, in quanto causerebbe un cortocircuito.

Questo terzo stato zero può essere generato in sette modi differenti, elencati in Tabella 2.1.

<b>STATO DI SHOOT-THROUGH</b>	<b>INTERRUTTORI IN CONDUZIONE</b>
Shoot-Through 1	$s_1, s_1'$
Shoot-Through 2	$s_2, s_2'$
Shoot-Through 3	$s_3, s_3'$
Shoot-Through 4	$s_1, s_1', s_2, s_2'$
Shoot-Through 5	$s_1, s_1', s_3, s_3'$
Shoot-Through 6	$s_2, s_2', s_3, s_3'$
Shoot-Through 7	$s_1, s_1', s_2, s_2', s_3, s_3'$

*Tabella 2.1: Possibili stati Zero Shoot-Through in un inverter trifase.*

Il significato dei simboli in Tabella 2.1 è il seguente:

- $s_1$  = dispositivo superiore ramo 1;
- $s_1'$  = dispositivo inferiore ramo 1;
- $s_2$  = dispositivo superiore ramo 2;
- $s_2'$  = dispositivo inferiore ramo 2;
- $s_3$  = dispositivo superiore ramo 3;
- $s_3'$  = dispositivo inferiore ramo 3.

Questo stato zero shoot-through è permesso soltanto dalla rete dello Z-Source ed è proprio questo che fornisce la particolare caratteristica buck-boost all'inverter.

È necessario precisare che nello Z-Source non è più necessario introdurre i tempi morti e quindi si riduce la distorsione delle grandezze d'uscita.

Possiamo notare che il ponte dell'inverter equivale a un cortocircuito quando il ponte stesso è nello stato shoot-through, come mostrato in Figura 2.1.

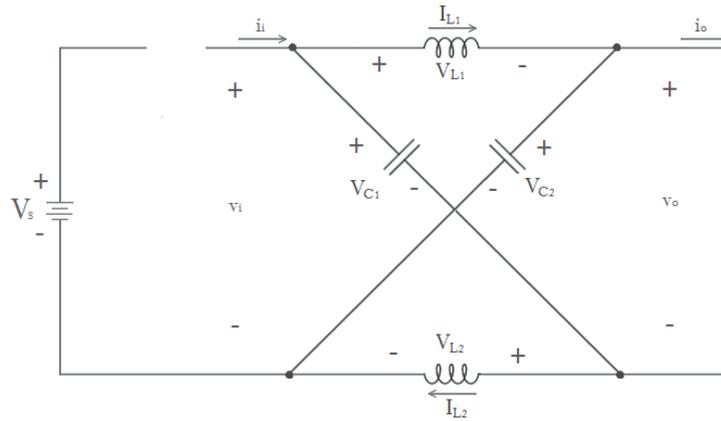


Figura 2.1: Circuito equivalente dello Z-Source inverter quando il ponte dell'inverter è nello stato zero shoot-through.

Il circuito diviene invece equivalente ad una sorgente di corrente quando il ponte si trova in uno degli otto stati di commutazione di non shoot-through come mostrato in Figura 2.2.

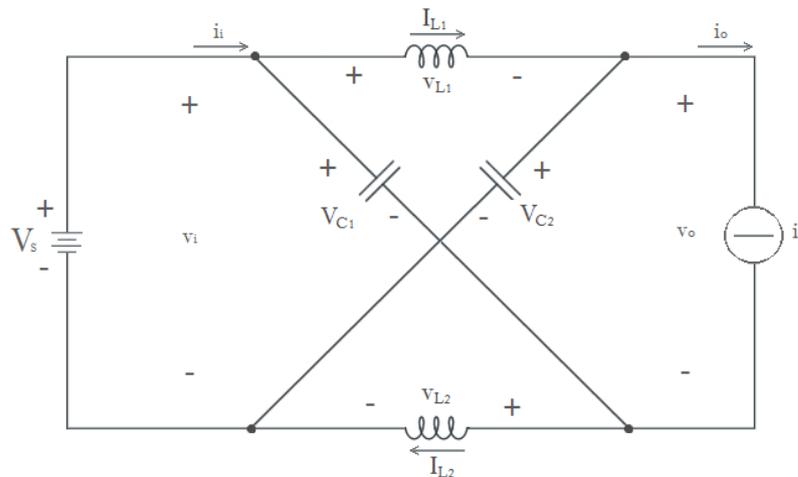


Figura 2.2: Circuito equivalente dello Z-Source inverter quando il ponte dell'inverter è in uno degli otto stati di commutazione di non shoot-through.

Si può notare come sia possibile rappresentare il ponte dell'inverter con una sorgente di corrente di valore nullo, e dunque circuito aperto, quando questo si trova in uno dei due tradizionali stati nulli.

## 2.2 - ANALISI SEMPLIFICATA DEL CIRCUITO D'INGRESSO

In questo paragrafo analizzeremo il comportamento dello Z-Source inverter utilizzando un approccio semplificato per l'analisi del circuito, e quindi facciamo le seguenti ipotesi:

- due induttanze uguali  $\rightarrow L_1 = L_2 = L$ ;
- due condensatori uguali  $\rightarrow C_1 = C_2 = C$ .

Definiamo ora alcune grandezze corrispondenti agli intervalli in gioco:

- $T_C$  = periodo di commutazione;
- $T_{ST}$  = intervallo di shoot-through;
- $T_{NST}$  = intervallo di non shoot-through;
- $T_1$  = intervallo di stato attivo;
- $T_0$  = intervallo di stato nullo.

Riassumiamo quanto detto in Figura 2.3.

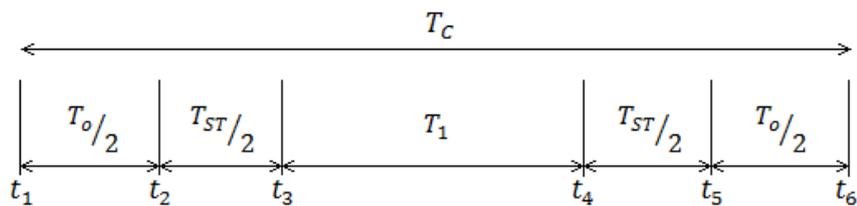


Figura 2.3: Intervallo di commutazione  $T_C$  e suoi sottointervalli.

Avremo quindi le seguenti relazioni:

$$T_C = T_{NST} + T_{ST} \quad (2.1)$$

$$T_{NST} = T_1 + T_0. \quad (2.2)$$

In seguito alla simmetria della rete, faremo le seguenti ipotesi di studio:

$$v_{C_1} = v_{C_2} = v_C \quad (2.3)$$

$$v_{L_1} = v_{L_2} = v_L. \quad (2.4)$$

Osservando il circuito equivalente di Figura 2.2, durante lo stato non shoot-through per l'intervallo  $T_1$ , otteniamo:

$$v_S = v_i. \quad (2.5)$$

Sfruttiamo ora il principio di Kirchhoff delle tensioni:

$$v_i - v_C - v_L = 0 \quad (2.6)$$

$$v_0 - v_C + v_L = 0. \quad (2.7)$$

Attraverso semplici passaggi si ha:

$$v_L = v_i - v_C = v_S - v_C \quad (2.8)$$

$$v_0 = v_C - v_L. \quad (2.9)$$

Sostituendo poi la (2.8) nella (2.9) otteniamo:

$$v_0 = v_C - v_i + v_C = 2v_C - v_i = 2v_C - v_S. \quad (2.10)$$

Durante lo stato shoot-through invece, per l'intervallo  $T_0$ , dal circuito equivalente di Figura 2.1 si ha:

$$v_0 = 0. \quad (2.11)$$

Sfruttiamo il principio di Kirchhoff delle tensioni:

$$v_C - v_L = 0 \quad (2.12)$$

$$v_i - v_C - v_L = 0. \quad (2.13)$$

Attraverso semplici passaggi si ha:

$$v_L = v_C \quad (2.14)$$

$$v_i = v_C + v_L. \quad (2.15)$$

Sostituendo poi la (2.14) nella (2.15) otteniamo:

$$v_i = 2v_C. \quad (2.16)$$

A questo punto, ipotizziamo che la tensione  $v_C$  sia costante in tutto l'intervallo  $T_C$ . Questa risulta essere un'approssimazione, la cui validità sarà verificata successivamente.

La tensione media dell'induttanza in un periodo  $T_C$  in regime periodico deve risultare uguale a zero e quindi deve valere l'equazione (2.17):

$$\int_0^{T_C} v_L dt = 0 \quad (2.17)$$

A partire dalla (2.17) e tenendo conto delle equazioni (2.8) e (2.14) otteniamo:

$$(v_S - v_C)T_{NST} + v_C T_{ST} = 0 \quad (2.18)$$

$$v_C(T_{ST} - T_{NST}) + v_S T_{NST} = 0. \quad (2.19)$$

Ricordando l'ipotesi di tensione  $v_C$  costante in tutto l'intervallo, l'espressione (2.19) diventa:

$$\frac{v_C}{v_S} = \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} \quad (2.20)$$

e quindi otteniamo:

$$v_C = \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} v_S. \quad (2.21)$$

Analogamente otteniamo la tensione  $v_0$  utilizzando l'espressione (2.10) dello stato di non shoot-through:

$$v_{0_{NST}} = 2v_C - v_S. \quad (2.22)$$

Moltiplichiamo e dividiamo per  $v_S$ :

$$v_{0_{NST}} = \frac{2v_C - v_S}{v_S} v_S = \left(2 \frac{v_C}{v_S} - 1\right) v_S. \quad (2.23)$$

Sostituendo l'equazione (2.21) nella (2.23) otteniamo:

$$v_{0_{NST}} = \left(2 \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} - 1\right) v_S = \frac{T_{NST} + T_{ST}}{T_{NST} - T_{ST}} v_S. \quad (2.24)$$

Ricordando la (2.1), l'espressione (2.24) diventa:

$$v_{0_{NST}} = \frac{T_C}{T_{NST}-T_{ST}} v_S = B v_S \quad (2.25)$$

dove il coefficiente  $B$  rappresenta il *fattore d'innalzamento (fattore di boost)* risultante dallo stato zero Shoot-through e vale:

$$B = \frac{T_C}{T_{NST}-T_{ST}} = \frac{T_C}{T_C-2T_{ST}}. \quad (2.26)$$

Consideriamo ora la corrente  $i_L$  ed effettuiamo un ragionamento del tutto analogo a quello appena svolto per la tensione  $v_C$ .

Anche in questo caso, varranno le equazioni (2.1) e (2.2).

In seguito alla simmetria della rete, faremo le seguenti ipotesi di studio:

$$i_{C_1} = i_{C_2} = i_C \quad (2.27)$$

$$i_{L_1} = i_{L_2} = i_L. \quad (2.28)$$

Osservando il circuito equivalente di Figura 2.2, durante lo stato non shoot-through per l'intervallo  $T_{NST}$ , e sfruttando il principio di Kirchhoff ai nodi, otteniamo:

$$i_L = i_C + i_0 \quad (2.29)$$

$$i_i = i_C + i_L. \quad (2.30)$$

Attraverso semplici passaggi si ha:

$$i_C = -i_0 + i_L \quad (2.31)$$

$$i_i = i_C + i_L. \quad (2.32)$$

Sostituendo poi la (2.31) nella (2.32) otteniamo:

$$i_i = -i_0 + 2i_L. \quad (2.33)$$

Durante lo stato shoot-through invece, per l'intervallo  $T_{ST}$ , dal circuito equivalente di Figura 2.1 si ha:

$$i_0 = 0. \quad (2.34)$$

Sfruttiamo il principio di Kirchhoff ai nodi:

$$i_0 + i_L = 0 \quad (2.35)$$

$$i_L = i_C + i_0. \quad (2.36)$$

Attraverso semplici passaggi si ha:

$$i_C = -i_L \quad (2.37)$$

$$i_0 = 2i_L. \quad (2.38)$$

Sostituendo la (2.37) nella (2.38) otteniamo:

$$i_0 = -2i_C. \quad (2.39)$$

A questo punto, ipotizziamo che la corrente  $i_L$  sia costante in tutto l'intervallo  $T_C$ . Anche questa risulta essere un'approssimazione, la cui validità sarà verificata successivamente.

La corrente media della capacità in un periodo  $T_C$  in regime periodico deve risultare uguale a zero e quindi deve valere l'equazione (2.40):

$$\int_0^{T_C} i_C dt = 0. \quad (2.40)$$

A partire dalla (2.40) e tenendo conto delle equazioni (2.31) e (2.37) otteniamo:

$$T_{NST}(-i_0 + i_L) + T_{ST}(-i_L) = 0 \quad (2.41)$$

$$i_L(T_{NST} - T_{ST}) - i_0(T_{NST}) = 0. \quad (2.42)$$

Svolgendo alcuni semplici calcoli, si ha:

$$\frac{i_L}{i_0} = \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} \quad (2.43)$$

e quindi otteniamo:

$$i_L = \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} i_0. \quad (2.44)$$

Anche in questo caso è possibile determinare la corrente  $i_i$  a partire dall'espressione (2.33) dello stato di non shoot-through:

$$i_{i_{NST}} = 2i_L - i_0. \quad (2.45)$$

Moltiplichiamo e dividiamo per  $i_0$ :

$$i_{i_{NST}} = \frac{2i_L - i_0}{i_0} i_0 = \left(2 \frac{i_L}{i_0} - 1\right) i_0. \quad (2.46)$$

Sostituendo l'equazione (2.44) nella (2.46) otteniamo:

$$i_{i_{NST}} = \left(2 \frac{T_{NST}}{T_{NST} - T_{ST}} - 1\right) i_0 = \frac{T_{NST} + T_{ST}}{T_{NST} - T_{ST}} i_0. \quad (2.47)$$

Ricordando la (2.1), l'espressione (2.47) diventa:

$$i_{i_{NST}} = \frac{T_C}{T_{NST} - T_{ST}} i_0 = B i_0. \quad (2.48)$$

In quest'ultima equazione, ritroviamo l'espressione del coefficiente  $B$ , *fattore d'innalzamento (fattore di boost)* risultante dallo stato zero Shoot-through.

### 2.3 - ANALISI RIGOROSA DELLA RETE D'INGRESSO

Passiamo ora allo studio più approfondito e rigoroso del comportamento del circuito Z-Source, composto da due induttanze di ugual valore  $L_1$  ed  $L_2$  e due condensatori  $C_1$  e  $C_2$ , anche essi di ugual valore, connessi a X, come mostrato in Figura 2.4.

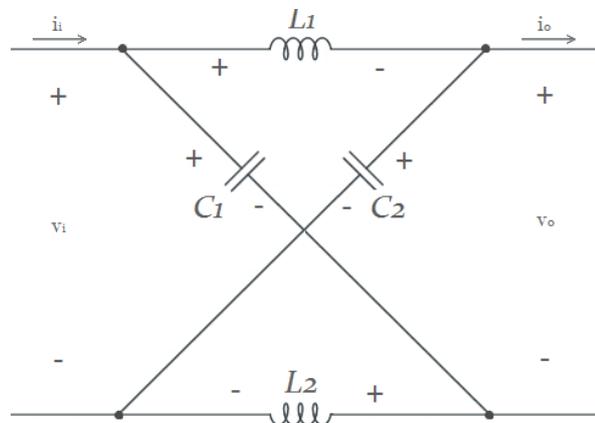


Figura 2.4: Sotto Circuito generale Z-Source.

Innanzitutto definiamo le tensioni ai capi delle due induttanze  $L_1$  ed  $L_2$  e le correnti nei due condensatori  $C_1$  e  $C_2$ :

$$v_{L_1} = L \frac{di_{L_1}}{dt} \quad (2.49)$$

$$v_{L_2} = L \frac{di_{L_2}}{dt} \quad (2.50)$$

$$i_{C_1} = C \frac{dv_{C_1}}{dt} \quad (2.51)$$

$$i_{C_2} = C \frac{dv_{C_2}}{dt}. \quad (2.52)$$

A questo punto, applicando il *principio di Kirchhoff delle correnti* ai nodi del circuito, otteniamo:

$$i_i = i_{C_1} + i_{L_1} \quad (2.53)$$

$$i_i = i_{C_2} + i_{L_2} \quad (2.54)$$

$$i_o = i_{L_1} - i_{C_2} \quad (2.55)$$

$$i_o = i_{L_2} - i_{C_1}. \quad (2.56)$$

Sfruttando invece il *principio di kirchhoff delle tensioni* otteniamo:

$$v_i - v_{C_1} - v_{L_2} = 0 \quad (2.57)$$

$$v_i - v_{L_1} - v_{C_2} = 0 \quad (2.58)$$

$$v_o - v_{C_2} + v_{L_2} = 0 \quad (2.59)$$

$$v_o + v_{L_1} - v_{C_1} = 0. \quad (2.60)$$

Per cercare di rendere più comodo lo studio del sistema in esame, vengono introdotte delle trasformazioni di coordinate:

- componenti con apice (+), rappresentanti il valor medio,
- componenti con apice (-), correlate alla differenza.

Applichiamo queste trasformazioni di coordinate alle correnti nelle induttanze e nei condensatori e alle tensioni ai capi delle induttanze e dei condensatori:

$$i_C^+ = \frac{i_{C_1} + i_{C_2}}{2} \quad (2.61)$$

$$i_C^- = \frac{i_{C_1} - i_{C_2}}{2} \quad (2.62)$$

$$i_L^+ = \frac{i_{L_1} + i_{L_2}}{2} \quad (2.63)$$

$$i_L^- = \frac{i_{L_1} - i_{L_2}}{2} \quad (2.64)$$

$$v_C^+ = \frac{v_{C_1} + v_{C_2}}{2} \quad (2.65)$$

$$v_C^- = \frac{v_{C_1} - v_{C_2}}{2} \quad (2.66)$$

$$v_L^+ = \frac{v_{L_1} + v_{L_2}}{2} \quad (2.67)$$

$$v_L^- = \frac{v_{L_1} - v_{L_2}}{2}. \quad (2.68)$$

Avremo quindi le corrispondenti equazioni di antitrasformazione:

$$i_{C_1} = i_C^+ + i_C^- \quad (2.69)$$

$$i_{C_2} = i_C^+ - i_C^- \quad (2.70)$$

$$i_{L_1} = i_L^+ + i_L^- \quad (2.71)$$

$$i_{L_2} = i_L^+ - i_L^- \quad (2.72)$$

$$v_{C_1} = v_C^+ + v_C^- \quad (2.73)$$

$$v_{C_2} = v_C^+ - v_C^- \quad (2.74)$$

$$v_{L_1} = v_L^+ + v_L^- \quad (2.75)$$

$$v_{L_2} = v_L^+ - v_L^-. \quad (2.76)$$

Possiamo quindi determinare le equazioni trasformate.

Cominciamo col sostituire l'equazione (2.71) e la derivata della (2.75) nell'equazione (2.49) e l'equazione (2.72) e la derivata della (2.76) nell'equazione (2.50), ottenendo:

$$v_L^+ + v_L^- = L \frac{di_L^+}{dt} + L \frac{di_L^-}{dt} \quad (2.77)$$

$$v_L^+ - v_L^- = L \frac{di_L^+}{dt} - L \frac{di_L^-}{dt}. \quad (2.78)$$

Analogamente al passaggio precedente, questa volta andiamo a sostituire l'equazione (2.69) e la derivata della (2.73) nell'equazione (2.51) e l'equazione (2.70) e la derivata della (2.74) nell'equazione (2.52):

$$i_C^+ + i_C^- = C \frac{dv_C^+}{dt} + C \frac{dv_C^-}{dt} \quad (2.79)$$

$$i_C^+ - i_C^- = C \frac{dv_C^+}{dt} - C \frac{dv_C^-}{dt}. \quad (2.80)$$

A questo punto, vogliamo determinare i valori delle correnti prima e dopo il circuito Z-Source.

Per determinare la  $i_i$ , procediamo con la sostituzione dell'equazioni (2.69) e (2.71) nell'equazione (2.53) e delle (2.70) e (2.72) nell'equazione (2.54), ottenendo così:

$$i_i = i_C^+ + i_C^- + i_L^+ + i_L^- \quad (2.81)$$

$$i_i = i_C^+ - i_C^- + i_L^+ - i_L^- \quad (2.82).$$

Analogamente, per determinare la corrente  $i_0$ , dobbiamo sostituire le equazioni (2.70) e (2.71) nell'equazione (2.55) e le equazioni (2.69) e (2.72) nell'equazione (2.56):

$$i_0 = i_L^+ + i_L^- - i_C^+ + i_C^- \quad (2.83)$$

$$i_0 = i_L^+ - i_L^- - i_C^+ + i_C^- \quad (2.84).$$

Per quanto riguarda le tensioni in gioco invece, per determinare la  $v_i$  le equazioni da sostituire nella (2.57) sono le equazioni (2.63) e (2.76), mentre nell'equazione (2.58) andremo a mettere le equazioni (2.74) e (2.75):

$$v_i - v_C^+ - v_C^- - v_L^+ + v_L^- = 0 \quad (2.85)$$

$$v_i - v_L^+ - v_L^- - v_C^+ + v_C^- = 0. \quad (2.86)$$

Infine, per il calcolo della  $v_0$  sostituendo le equazioni (2.74) e (2.76) nell'equazione (2.59) e le equazioni (2.73) e (2.75) nell'equazione (2.60) si ottiene:

$$v_0 - v_C^+ + v_C^- + v_L^+ - v_L^- = 0 \quad (2.87)$$

$$v_0 + v_L^+ + v_L^- - v_C^+ - v_C^- = 0. \quad (2.88)$$

Sommando e sottraendo le equazioni (2.77) e (2.78) otteniamo:

$$2v_L^+ = 2L \frac{di_L^+}{dt} \quad (2.89)$$

$$2v_L^- = 2L \frac{di_L^-}{dt}. \quad (2.90)$$

Effettuiamo lo stesso procedimento per le correnti sul condensatore, trasformando le equazioni (2.79) e (2.80):

$$2i_C^+ = 2C \frac{dv_C^+}{dt} \quad (2.91)$$

$$2i_C^- = 2C \frac{dv_C^-}{dt}. \quad (2.92)$$

Successivamente sommiamo e sottraiamo le equazioni (2.81) e (2.82), per ottenere:

$$2i_i = 2i_C^+ + 2i_L^+ \quad (2.93)$$

$$0 = 2i_C^- + 2i_L^-. \quad (2.94)$$

Stesso procedimento per le equazioni (2.83) e (2.84):

$$2i_0 = 2i_L^+ - 2i_C^+ \quad (2.95)$$

$$0 = 2i_L^- + 2i_C^-. \quad (2.96)$$

Infine vengono sommate e sottratte le (2.85) e (2.86) e le (2.87) e (2.88), ottenendo:

$$2v_i - 2v_C^+ - 2v_L^+ = 0 \quad (2.97)$$

$$-2v_C^- + 2v_L^- = 0 \quad (2.98)$$

$$2v_0 - 2v_C^+ + 2v_L^+ = 0 \quad (2.99)$$

$$2v_C^- - 2v_L^- = 0. \quad (2.100)$$

Eseguendo banali semplificazioni nelle equazioni (2.89) – (2.100), otteniamo le componenti positive (+) e negative (-) delle medesime equazioni:

Equazioni componenti (+):

$$v_L^+ = L \frac{di_L^+}{dt} \quad (2.101)$$

$$i_C^+ = C \frac{dv_C^+}{dt} \quad (2.102)$$

$$i_i = i_C^+ + i_L^+ \quad (2.103)$$

$$i_0 = i_L^+ - i_C^+ \quad (2.104)$$

$$v_i - v_C^+ - v_L^+ = 0 \quad (2.105)$$

$$v_0 - v_C^+ + v_L^+ = 0 \quad (2.106)$$

Equazioni componenti (-):

$$v_L^- = L \frac{di_L^-}{dt} \quad (2.107)$$

$$i_C^- = C \frac{dv_C^-}{dt} \quad (2.108)$$

$$0 = i_C^- + i_L^- \quad (2.109)$$

$$0 = i_L^- + i_C^- \quad (2.110)$$

$$-v_C^- + v_L^- = 0 \quad (2.111)$$

$$v_C^- - v_L^- = 0. \quad (2.112)$$

Vogliamo quindi studiare il comportamento delle componenti differenziali trovare in precedenza.

Dall'equazioni (2.109) e (2.111) possiamo quindi scrivere:

$$i_L^- = -i_C^- \quad (2.113)$$

$$v_L^- = v_C^- \quad (2.114)$$

Sostituendo le equazioni (2.113) e (2.114) nelle (2.107) e (2.108) otteniamo il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$v_C^- = L \frac{di_L^-}{dt} \quad (2.115)$$

$$i_L^- = -C \frac{dv_C^-}{dt} \quad (2.116)$$

Passiamo a verificare la stabilità asintotica delle componenti differenziali negative (-).

Scriviamo le classiche equazioni generali di un sistema lineare stazionario nella forma ingresso-stato-uscita:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.117)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.118)$$

Possiamo affermare che:

- un sistema lineare stazionario è asintoticamente stabile se e solo se tutti gli autovalori della matrice A hanno parte reale minore di zero;
- l'asintotica stabilità del sistema dipende dalla sola matrice A;
- gli N autovalori della matrice A sono, per definizione, le N radici del polinomio caratteristico di grado N

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (2.119)$$

Riscriviamo quindi il sistema di equazioni (2.115) e (2.116) in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_C^-}{dt} \\ \frac{di_L^-}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C^- \\ i_L^- \end{bmatrix} \quad (2.120)$$

in cui si ha che la matrice A è rappresentata come:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.121)$$

Ora determiniamo gli autovalori della matrice A, sostituendo la matrice (2.121) nell'equazione (2.119):

$$\left| \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0. \quad (2.122)$$

Sviluppiamo i calcoli e otteniamo la seguente matrice:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (2.123)$$

Infine determiniamo il polinomio caratteristico:

$$\lambda^2 + \frac{1}{LC} = 0 \quad (2.124)$$

da cui risulta:

$$\lambda^2 = -\frac{1}{LC}. \quad (2.125)$$

Si sono quindi ottenuti due poli immaginari coniugati e dunque il sistema risulta stabile ma non asintoticamente.

Ciò significa che le componenti differenziali non tendono ad annullarsi, e dunque il comportamento dell'inverter dipenderebbe dalle condizioni iniziali.

A questo punto riscriviamo il modello tenendo però in considerazione che le induttanze hanno un'intrinseca resistenza parassita.

Possiamo quindi riscrivere le espressioni (2.49) e (2.50) delle tensioni ai capi delle induttanze come:

$$v_{L_1} = L \frac{di_{L_1}}{dt} + Ri_{L_1} \quad (2.126)$$

$$v_{L_2} = L \frac{di_{L_2}}{dt} + Ri_{L_2}. \quad (2.127)$$

Sostituiamo le equazioni (2.71), (2.75) e la derivata della (2.71) all'interno dell'equazione (2.126) e le equazioni (2.72), (2.76) e la derivata della (2.72) nell'equazione (2.127):

$$v_L^+ + v_L^- = L \frac{di_L^+}{dt} + L \frac{di_L^-}{dt} + Ri_L^+ + Ri_L^- \quad (2.128)$$

$$v_L^+ - v_L^- = L \frac{di_L^+}{dt} - L \frac{di_L^-}{dt} + Ri_L^+ - Ri_L^-. \quad (2.129)$$

Sommando e sottraendo le equazioni (2.128) e (2.129) otteniamo:

$$2v_L^+ = 2L \frac{di_L^+}{dt} + 2Ri_L^+ \quad (2.130)$$

$$2v_L^- = 2L \frac{di_L^-}{dt} + 2Ri_L^-. \quad (2.131)$$

Come abbiamo visto in precedenza, eseguendo banali semplificazioni nelle equazioni comprese fra (2.89) – (2.100), si ottengono le componenti positive (+) e negative (-) delle medesime equazioni, con l'eccezione riguardo alle equazioni (2.101) e (2.107) che diventano:

$$v_L^+ = L \frac{di_L^+}{dt} + Ri_L^+ \quad (2.132)$$

$$v_L^- = L \frac{di_L^-}{dt} + Ri_L^-. \quad (2.133)$$

A questo punto, dalle equazioni (2.108) e (2.133) e tenendo conto delle (2.109) e (2.112), otteniamo le equazioni differenziali del sistema cercato:

$$\frac{di_L^-}{dt} = \frac{v_C^- - Ri_L^-}{L} \quad (2.134)$$

$$\frac{dv_C^-}{dt} = -\frac{i_L^-}{C}. \quad (2.135)$$

Riscriviamo il sistema di equazioni (2.134) e (2.135) in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_C^-}{dt} \\ \frac{di_L^-}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C^- \\ i_L^- \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

in cui si ha che la matrice A è rappresentata come:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}. \quad (2.137)$$

Ora determiniamo gli autovalori della matrice A, sostituendo la matrice (2.137) nell'equazione (2.119):

$$\left| \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0. \quad (2.138)$$

Sviluppiamo i calcoli e otteniamo la seguente matrice:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (2.139)$$

Infine calcoliamo il determinante:

$$-\lambda \left( -\frac{R}{L} - \lambda \right) + \frac{1}{LC} = 0 \quad (2.140)$$

e troviamo il polinomio caratteristico:

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0. \quad (2.141)$$

Possiamo quindi determinare il valore dei due poli:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}}{2}. \quad (2.142)$$

Possiamo quindi concludere che:

$$\text{- se } \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC} = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \Rightarrow \text{Asintoticamente stabile}$$

$$\text{- se } \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC} < 0 \Rightarrow \operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = -\frac{R}{2L} \Rightarrow \text{Asintoticamente stabile}$$

$$\text{- se } \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC} > 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} < 0 \Rightarrow \text{Asintoticamente stabile}$$

Le componenti (-) tendono quindi asintoticamente ad annullarsi, indipendentemente dalle condizioni iniziali e quindi è possibile studiare solamente le componenti (+).

Utilizziamo le espressioni (2.102) – (2.106), mentre la (2.101), in seguito all'assunzione di resistenza intrinseca, diventa:

$$v_L^+ = L \frac{di_L^+}{dt} + Ri_L^+. \quad (2.143)$$

Se le componenti (-) risultano nulle, allora possiamo scrivere le seguenti espressioni:

$$i_{C_1} = i_{C_2} = i_C^+ = i_C \quad (2.144)$$

$$i_{L_1} = i_{L_2} = i_L^+ = i_L \quad (2.145)$$

$$v_{C_1} = v_{C_2} = v_C^+ = v_C \quad (2.146)$$

$$v_{L_1} = v_{L_2} = v_L^+ = v_L. \quad (2.147)$$

A questo punto andiamo a sostituire l'espressione (2.147) e la derivata della (2.145) nella (2.143) e l'espressione (2.144) e la derivata della (2.146) nella (2.102):

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} + Ri_L \quad (2.148)$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt}. \quad (2.149)$$

Sostituendo le equazioni (2.144) e (2.145) nelle (2.103) e (2.104) otteniamo:

$$i_i = i_L + i_C \quad (2.150)$$

$$i_0 = i_L - i_C. \quad (2.151)$$

Sostituendo le equazioni (2.146) e (2.147) nelle (2.105) e (2.106) otteniamo:

$$v_i - v_C - v_L = 0 \quad (2.152)$$

$$v_0 - v_C + v_L = 0. \quad (2.153)$$

A questo punto inseriamo l'espressione (2.150) nella (2.151) e l'espressione (2.152) nella (2.153):

$$i_0 = 2i_L - i_i \quad (2.154)$$

$$v_0 = 2v_C - v_i. \quad (2.155)$$

Infine sostituiamo l'equazione (2.152) nella (2.148) e l'equazione (2.150) nella (2.151):

$$L \frac{di_L}{dt} + Ri_L = v_i - v_C \quad (2.156)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = i_L - i_0. \quad (2.157)$$

Infine dalle espressioni (2.154) – (2.157) possiamo quindi scrivere le equazioni fondamentali del circuito in esame, che verranno utilizzate per studiare il comportamento del convertitore Z-Source nello stato non shoot-through e nello stato shoot-through:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_i - v_C}{L} - \frac{Ri_L}{L} \quad (2.158)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_0}{C} \quad (2.159)$$

$$v_0 = 2v_C - v_i \quad (2.160)$$

$$i_i = 2i_L - i_0. \quad (2.161)$$

A questo punto passiamo a fare alcune considerazioni riguardanti il funzionamento del convertitore, in modo da determinare le equazioni che descrivono il rigoroso comportamento dello Z-Source, Figura 2.2, nello stato “NON shoot-through”.

Per prima cosa ipotizziamo la caduta di tensione del diodo trascurabile.

Come noto, il diodo potrà essere o in conduzione o in interdizione.

Se il diodo è in conduzione avremo che:

- $I_0 \rightarrow \text{noto}$
- $I_i \geq 0$
- $v_i = v_s$

Tenendo conto delle equazioni fondamentali del circuito in esame (2.158) – (2.161) e applicando le considerazioni appena fatte, otteniamo che nello stato non shoot-through valgono le seguenti equazioni:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_S - v_C}{L} - \frac{R}{L} i_L \quad (2.162)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_0}{C} \quad (2.163)$$

$$v_0 = 2v_C - v_S \quad (2.164)$$

$$i_i = 2i_L - i_0. \quad (2.165)$$

Dall'equazione (2.165) ricaviamo il vincolo da rispettare affinché si abbia il diodo in conduzione:

$$2i_L \geq i_0. \quad (2.166)$$

diversamente il diodo risulterà in interdizione.

Passiamo ora allo studio dello stato shoot-through del sistema in esame.

Richiamiamo il circuito equivalente di Figura 2.4.

Durante lo stato shoot-through, se il diodo è in interdizione avremo che:

- $I_i = 0$
- $V_0 = 0$
- $v_i > v_s$  (*altrimenti il diodo sarebbe in conduzione*)

Tenendo conto delle equazioni fondamentali del circuito in (2.158) – (2.161) e applicando le considerazioni appena viste riguardo al diodo in interdizione, otteniamo il sistema di equazioni che descrivono il comportamento del convertitore Z-Source nello stato shoot-through:

$$v_C = v_L = \frac{v_i}{2} \quad (2.167)$$

$$i_L = -i_C \quad (2.168)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_i}{2L} = \frac{v_C}{L} \quad (2.169)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{i_C}{C} = -\frac{i_L}{C} = -\frac{i_0}{2C}. \quad (2.170)$$

# CAPITOLO 3

## CHOPPER Z-SOURCE

### 3.1 - MODULAZIONE DOUBLE-SIDED – APPROCCIO SEMPLIFICATO

La modulazione Double-Sided in studio è una nuova strategia di modulazione per un chopper Z-Source.

In Figura 3.1 è mostrato il circuito di potenza.

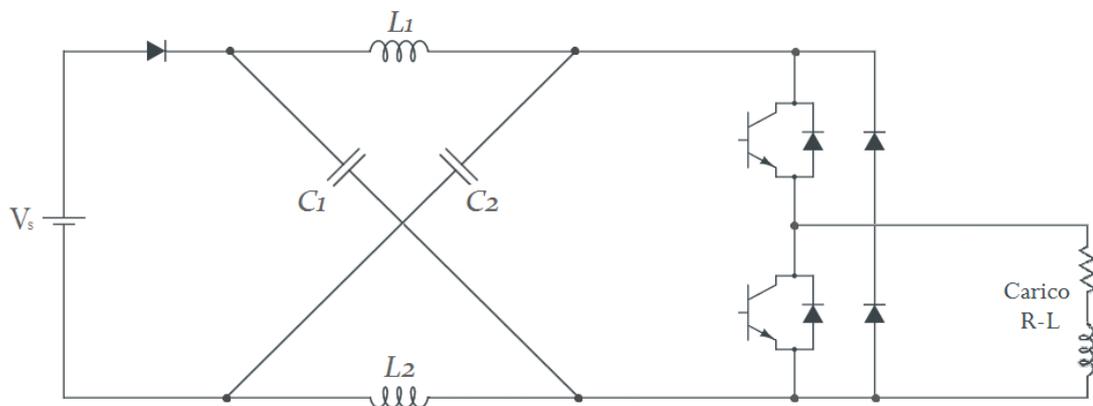


Figura 3.1: Circuito di potenza del Chopper Z-Source.

La modulazione presentata è un tipo di modulazione che prevede la simmetria del singolo ciclo di commutazione  $T_C$ .

Consideriamo quindi un intervallo di tempo pari a  $T_C$ .

Questo intervallo è suddiviso a sua volta in tre sottointervalli:

- $T_0$  = tempo dello stato nullo (stato non shoot-through);
- $T_{ST}$  = tempo dello stato zero (stato shoot-through);
- $T_1$  = tempo dello stato attivo (stato non shoot-through).

Essendo simmetrico, verrà considerato solamente metà ciclo.

Questa tecnica prevede, rigorosamente in quest'ordine, prima di tutto l'inserimento dello stato nullo, poi l'inserimento dello stato shoot-through ed infine l'inserimento dello stato attivo, come mostrato in Figura 3.2.

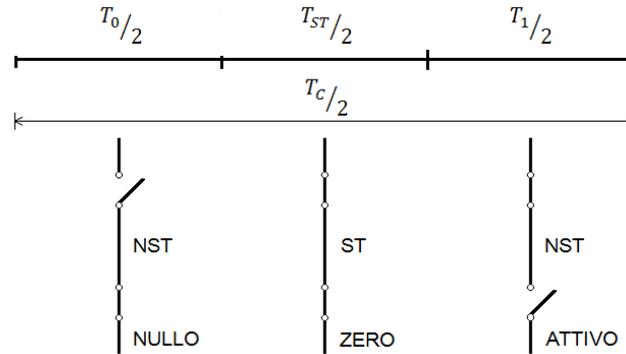


Figura 3.2: Funzionamento della tecnica di modulazione Double-Sided per Chopper Z-Source.

Lo scopo è quello di immettere in ogni ciclo i tempi corretti in modo tale da ottenere in uscita la tensione richiesta, oltre a cercare di minimizzare il numero di commutazioni totali. Si parte quindi dalle relazioni principali:

$$T_C = T_0 + T_{ST} + T_1. \quad (3.1)$$

Moltiplichiamo e dividiamo la (3.1) per  $T_C$  ottenendo:

$$1 = \frac{T_1}{T_C} + \frac{T_0}{T_C} + \frac{T_{ST}}{T_C}. \quad (3.2)$$

Definiamo i rapporti dell'espressione (3.2):

- $\delta_0 = \frac{T_0}{T_C} = \text{duty cycle nullo};$
- $\delta_1 = \frac{T_1}{T_C} = \text{duty cycle attivo};$
- $\delta_{ST} = \frac{T_{ST}}{T_C} = \text{duty cycle di shoot-through}.$

Possiamo quindi riscrivere la (3.1) come:

$$1 = \delta_0 + \delta_{ST} + \delta_1. \quad (3.3)$$

Nell'espressione (3.3) sono rappresentati i duty cycle dei rispettivi stati.

La tensione media in uscita dall'inverter non è altro che l'integrale sul ciclo di commutazione  $T_C$  della tensione applicata diviso per il tempo  $T_C$ .

Sapendo che nello stato nullo  $T_0$  e nello stato zero shoot-through  $T_{ST}$  la tensione  $v_0$  risulta nulla, allora si ha:

$$v_{carico,media} = \frac{T_1}{T_C} v_{0_{nst}}. \quad (3.4)$$

Ricordiamo l'equazione (2.24) in cui è stata trovata la tensione  $v_{0_{nst}}$  nello stato non shoot-through, e definiamo il legame esistente fra i sottointervalli definiti in precedenza:

$$v_{0_{nst}} = \frac{T_{NST} + T_{ST}}{T_{NST} - T_{ST}} v_S \quad (2.24)$$

$$T_{NST} = T_1 + T_0. \quad (3.5)$$

Ora andiamo a sostituire queste due equazioni dentro l'espressione (3.4) e otteniamo:

$$v_{carico,media} = \frac{T_1}{T_C} \frac{T_C}{T_{NST} - T_{ST}} v_S = \frac{T_1}{T_1 + T_0 - T_{ST}} v_S = \frac{\delta_1}{\delta_1 + \delta_0 - \delta_{ST}} v_S. \quad (3.6)$$

Dall'equazione (3.6) si deduce che il *fattore di innalzamento*  $B$  e l'*indice di modulazione*  $M$  risultano rispettivamente pari a:

$$B = \frac{1}{\delta_1 + \delta_0 - \delta_{ST}} \quad (3.7)$$

$$M = \delta_1. \quad (3.8)$$

Pertanto la tensione media in uscita dall'inverter può essere riscritta come:

$$v_{carico,media} = BM v_S. \quad (3.9)$$

Possiamo quindi dedurre che, nota la tensione media in uscita dall'inverter e con un'opportuna scelta del fattore di innalzamento  $B$ , riusciamo a determinare tutti i duty cycle e quindi il tempo di ogni stato da applicare alla modulazione.

Dalle espressioni (3.8) e (3.9) otteniamo il duty cycle dello stato attivo:

$$\delta_1 = \frac{v_{carico,media}}{v_S} \frac{1}{B}. \quad (3.10)$$

Sostituiamo l'espressione (3.10) nelle (3.3) e (3.9):

$$\frac{1}{B} = \delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} - \delta_{ST} \quad (3.11)$$

$$\delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} + \delta_{ST} = 1. \quad (3.12)$$

Svolgendo semplici passaggi nell'espressione (3.11), otteniamo:

$$\delta_{ST} = \delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} - \frac{1}{B}. \quad (3.13)$$

Inseriamo la (3.12) nella (3.11):

$$\delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} + \delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} - \frac{1}{B} = 1. \quad (3.14)$$

Semplificando ed eseguendo semplici passaggi matematici, otteniamo:

$$2\delta_0 = 1 + \frac{1}{B} - 2 \frac{v_{carico,media}}{v_S B} = \frac{v_S B + v_S - 2v_{carico,media}}{v_S B}. \quad (3.15)$$

Semplificando il primo ed il terzo membro dell'espressione (3.15) si ottiene il duty cycle degli stati nulli:

$$\rightarrow \delta_0 = \frac{v_S(1+B) - 2v_{carico,media}}{2v_S B}. \quad (3.16)$$

Ora andiamo a sostituire l'espressione (3.16) dentro alla (3.13):

$$\begin{aligned} \delta_{ST} &= \delta_0 + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} - \frac{1}{B} = \\ &= \frac{v_S(1+B) - 2v_{carico,media}}{2v_S B} + \frac{v_{carico,media}}{v_S B} - \frac{1}{B} = \\ &= \frac{v_S + v_S B - 2v_{carico,media} + 2v_{carico,media} - 2v_S}{2v_S B} = \\ &= \frac{v_S B - v_S}{2v_S B} \\ &\rightarrow \delta_{ST} = \frac{B-1}{2B}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

In base ai dati ottenuti nelle (3.10), (3.16) e (3.17) otteniamo la condizione da soddisfare (3.18) e deduciamo le espressioni (3.19)-(3.21).

$$\delta_0, \delta_{ST}, \delta_1 > 0 \quad (3.18)$$

$$v_{carico,media} > 0 \quad (3.19)$$

$$B > 1 \quad (3.20)$$

$$B > \frac{v_{carico,media}}{v_s} - 1. \quad (3.21)$$

In Figura 3.3 viene illustrato il metodo di controllo Double-Sided per un chopper a due quadranti:

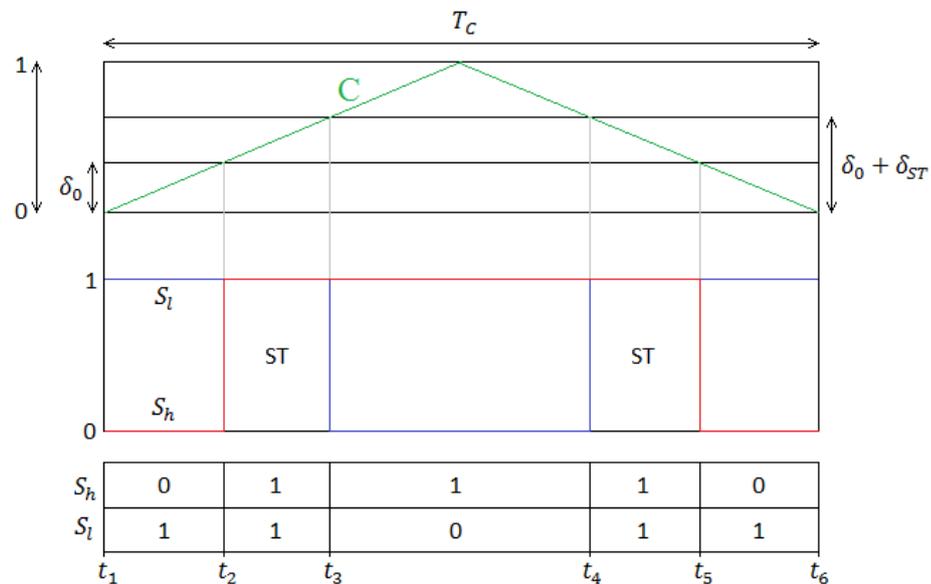


Figura 3.3: Diagramma della tecnica di controllo Double-Sided.

Nella Figura 3.3 si ha:

- $S_h$  = funzione di commutazione dell'interruttore superiore;
- $S_l$  = funzione di commutazione dell'interruttore inferiore;
- $C$  = segnale portante.

Fintantoché la retta di  $\delta_0$  è maggiore del segnale portante, l'interruttore superiore è aperto, quando invece risulta minore è chiuso.

Viceversa quando la retta  $\delta_0 + \delta_{ST}$  è maggiore del segnale portante l'interruttore inferiore è chiuso, quando invece risulta minore è aperto.

La determinazione di tali funzioni si basa sulle seguenti regole:

- se  $\delta_0 > C \quad \Leftrightarrow S_h \text{ aperto} \quad \Leftrightarrow S_h = 0;$
- se  $\delta_0 < C \quad \Leftrightarrow S_h \text{ chiuso} \quad \Leftrightarrow S_h = 1;$
- se  $\delta_0 + \delta_{ST} > C \quad \Leftrightarrow S_l \text{ chiuso} \quad \Leftrightarrow S_l = 1;$
- se  $\delta_0 + \delta_{ST} < C \quad \Leftrightarrow S_l \text{ aperto} \quad \Leftrightarrow S_l = 0.$

### 3.2 - MODULAZIONE DOUBLE-SIDED – NUOVO APPROCCIO

In questo paragrafo ci occuperemo dell'analisi rigorosa della modulazione Double-Sides per quanto riguarda un chopper a due quadranti.

Iniziamo con lo studio dello stato non shoot-through.

Il diodo risulta in conduzione e si hanno le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} i_0 > 0 \\ i_i > 0 \\ v_i = v_S \end{cases} \quad (3.22)$$

A questo punto andiamo ad utilizzare le equazioni (2.162) – (2.165) trovate alla fine del Capitolo 2, riguardanti lo stato non shoot-through e le andiamo a riscrivere trascurando la resistenza intrinseca:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_S - v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - i_0}{C} \\ v_0 = 2v_C - v_S \\ i_i = 2i_L - i_0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Osservando la seconda equazione del sistema (3.23), possiamo concludere che risulta necessario rispettare il vincolo dell'espressione (3.24):

$$2i_L - i_0 \geq 0 \quad (3.24)$$

Passiamo ora allo studio dello stato shoot-through.

In questo caso avremo che quando il diodo si trova in interdizione, varranno le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} i_i = 0 \\ v_0 = 0 \\ v_i > v_S \end{cases} \quad (3.25)$$

Le equazioni che verranno utilizzate in questo stato invece sono le (2.167) – (2.170), sempre determinate nel capitolo precedente:

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{v_C}{L} \\ \frac{dv_C}{dt} = -\frac{i_L}{C} \\ v_0 = 2v_C \\ i_i = 2i_L \end{cases} \quad (3.26)$$

Nello stato shoot-through sarà quindi necessario rispettare il vincolo espresso dalla terza equazione del sistema (3.26):

$$v_i > v_S. \quad (3.27)$$

Come possiamo notare dalla Figura 3.4, negli stati non shoot-through, si hanno diversi valori della corrente  $i_0$ , in particolare nei periodi  $(t_2 - t_1)$   $(t_6 - t_5)$  la corrente  $i_0$  risulta nulla, mentre nell'intervallo  $(t_4 - t_3)$  la corrente  $i_0$  risulta uguale alla  $i_{carico}$ .

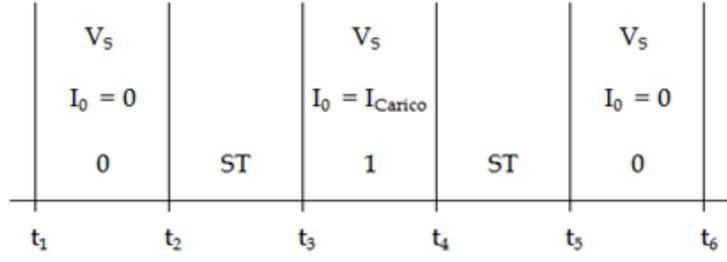


Figura 3.4: Valori che assume la corrente  $i_0$  nei diversi stati di non shoot-through.

Per prima cosa scriviamo le condizioni iniziali del nostro sistema:

$$\begin{cases} i_{L_1} = i_L(t_1) \\ v_{C_1} = v_C(t_1) \end{cases} \quad (3.28)$$

Iniziamo quindi a studiare le equazioni dello stato non shoot-through nel primo intervallo di interesse  $(t_2 - t_1)$ .

Consideriamo lo sviluppo di Taylor dei valori della corrente nell'induttanza e della tensione sulla capacità, nel periodo considerato:

$$\begin{cases} i_{L_2} = i_{L_1} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_1} (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2i_L}{dt^2} \right|_{t_1} (t_2 - t_1)^2 + \dots \\ v_{C_2} = v_{C_1} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_1} (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2v_C}{dt^2} \right|_{t_1} (t_2 - t_1)^2 + \dots \end{cases} \quad (3.29)$$

Tronchiamo lo sviluppo al primo ordine:

$$\begin{cases} i_{L_2} = i_{L_1} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_1} (t_2 - t_1) = i_{L_1} + \frac{(t_2 - t_1)(v_S - v_C)}{L} \\ v_{C_2} = v_{C_1} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_1} (t_2 - t_1) = v_{C_1} + \frac{(t_2 - t_1)(i_L - i_0)}{C} \end{cases} \quad (3.30)$$

Sostituiamo i corrispondenti valori dello stato non shoot-through nell'intervallo  $(t_2 - t_1)$ :

$$\begin{cases} v_C = v_{C_1} \\ i_L = i_{L_1} \\ i_0 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_2} = i_{L_1} + \frac{(t_2-t_1)(v_S-v_{C_1})}{L} \\ v_{C_2} = v_{C_1} + \frac{(t_2-t_1)(i_{L_1}-0)}{C} \end{cases} \quad (3.31)$$

Otteniamo quindi:

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L_2} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2-t_1)}{L} - v_{C_1} \frac{(t_2-t_1)}{L} \\ v_{C_2} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2-t_1)}{C} \end{cases} \quad (3.32)$$

Passiamo ora al primo intervallo shoot-through ( $t_3 - t_2$ ).

Anche in questo caso tronchiamo lo sviluppo al primo ordine.

$$\begin{cases} i_{L_3} = i_{L_2} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_2} (t_3 - t_2) = i_{L_2} + \frac{(t_3-t_2)(v_C)}{L} \\ v_{C_3} = v_{C_2} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_2} (t_3 - t_2) = v_{C_2} + \frac{(t_3-t_2)(-i_{L_2})}{C} \end{cases} \quad (3.33)$$

Svolgendo i calcoli, si è ritenuto sufficientemente corretto trascurare i termini corrispondenti ai prodotti fra i periodi, in quanto risultavano corrispondenti a valori molto piccoli rispetto ai termini considerati. Stesso discorso varrà anche nella determinazione dei valori di seguito, per i restanti punti da determinare.

Andiamo a sostituire i corrispondenti valori:

$$\begin{cases} i_L = i_{L_2} \\ v_C = v_{C_2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_3} = i_{L_2} + \frac{(t_3-t_2)v_{C_2}}{L} \\ v_{C_3} = v_{C_2} + \frac{(t_3-t_2)(-i_{L_2})}{C} \end{cases} \quad (3.34)$$

Sostituiamo inoltre le espressioni dei corrispondenti valori (3.32) appena determinati:

$$\begin{cases} i_{L_3} = i_{L_1} + \frac{(t_2-t_1)(v_S-v_{C_1})}{L} + \frac{(t_3-t_2)v_{C_1}}{L} \\ v_{C_3} = v_{C_1} + \frac{(t_2-t_1)i_{L_1}}{C} - \frac{(t_3-t_2)i_{L_1}}{C} \end{cases} \quad (3.35)$$

Svolgendo i calcoli otteniamo i valori nell'istante  $t_3$ :

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L_3} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2-t_1)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3-t_2-t_2+t_1)}{L} \\ v_{C_3} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2-t_1-t_3+t_2)}{C} \end{cases} \quad (3.36)$$

Passiamo ora all'intervallo non shoot-through ( $t_4 - t_3$ ).

Anche in questo caso tronchiamo lo sviluppo al primo ordine e otteniamo:

$$\begin{cases} i_{L_4} = i_{L_3} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_3} (t_4 - t_3) = i_{L_3} + \frac{(t_4-t_3)(v_S-v_C)}{L} \\ v_{C_4} = v_{C_3} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_3} (t_4 - t_3) = v_{C_3} + \frac{(t_4-t_3)(i_L-i_0)}{C} \end{cases} \quad (3.37)$$

Inseriamo i corrispondenti valori:

$$\begin{cases} v_C = v_{C_3} \\ i_L = i_{L_3} \\ i_0 = i_{carico} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_4} = i_{L_3} + \frac{(t_4-t_3)(v_S-v_{C_3})}{L} \\ v_{C_4} = v_{C_3} + \frac{(t_4-t_3)(i_{L_3}-i_{carico})}{C} \end{cases} \quad (3.38)$$

Sostituiamo i risultati ottenuti nella (3.36):

$$\begin{cases} i_{L_4} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2-t_1)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3-t_2-t_2+t_1)}{L} + v_S \frac{(t_4-t_3)}{L} - v_{C_1} \frac{(t_4-t_3)}{L} \\ v_{C_4} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2-t_1-t_3+t_2)}{C} - i_{L_1} \frac{(t_4-t_3)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4-t_3)}{C} \end{cases} \quad (3.39)$$

Infine, svolgendo i calcoli, otteniamo i valori nell'istante  $t_4$ :

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L_4} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2-t_1+t_4-t_3)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3-t_2-t_2+t_1-t_4+t_3)}{L} \\ v_{C_4} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2-t_1-t_3+t_2-t_4+t_3)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4-t_3)}{C} \end{cases} \quad (3.40)$$

A questo punto ci occuperemo del secondo intervallo di shoot-through ( $t_5 - t_4$ ).

Tronchiamo lo sviluppo al primo ordine:

$$\begin{cases} i_{L_5} = i_{L_4} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_4} (t_5 - t_4) = i_{L_4} + \frac{(t_5-t_4)(v_C)}{L} \\ v_{C_5} = v_{C_4} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_4} (t_5 - t_4) = v_{C_4} + \frac{(t_5-t_4)(-i_L)}{C} \end{cases} \quad (3.41)$$

Inseriamo i corrispondenti valori di corrente e tensione:

$$\begin{cases} i_L = i_{L_4} \\ v_C = v_{C_4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_5} = i_{L_4} + \frac{(t_5 - t_4)v_{C_4}}{L} \\ v_{C_5} = v_{C_4} + \frac{(t_5 - t_4)(-i_{L_4})}{C} \end{cases} \quad (3.42)$$

Sostituiamo le equazioni (3.39):

$$\begin{cases} i_{L_5} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2 - t_1 + t_4 - t_3)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3 - t_2 - t_2 + t_1 - t_4 + t_3)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_5 - t_4)}{L} \\ v_{C_5} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2 - t_1 - t_3 + t_2 - t_4 + t_3)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4 - t_3)}{C} - i_{L_1} \frac{(t_5 - t_4)}{C} \end{cases} \quad (3.43)$$

Attraverso semplici passaggi, otteniamo i valori nell'istante  $t_5$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L_5} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2 - t_1 + t_4 - t_3)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3 - t_2 - t_2 + t_1 - t_4 + t_3 + t_5 - t_4)}{L} \\ v_{C_5} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2 - t_1 - t_3 + t_2 - t_4 + t_3 - t_5 + t_4)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4 - t_3)}{C} \end{cases} \quad (3.44)$$

Infine svolgiamo analoghi passaggi per l'ultimo intervallo in esame ( $t_6 - t_5$ ).

Tronchiamo quindi lo sviluppo al primo termine:

$$\begin{cases} i_{L_6} = i_{L_5} + \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t_5} (t_6 - t_5) = i_{L_5} + \frac{(t_6 - t_5)(v_S - v_C)}{L} \\ v_{C_6} = v_{C_5} + \left. \frac{dv_C}{dt} \right|_{t_5} (t_6 - t_5) = v_{C_5} + \frac{(t_6 - t_5)(i_{L_5} - i_0)}{C} \end{cases} \quad (3.45)$$

Inseriamo i corrispondenti valori di corrente e tensione:

$$\begin{cases} v_C = v_{C_5} \\ i_L = i_{L_5} \\ i_0 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_{L_6} = i_{L_5} + \frac{(t_6 - t_5)(v_S - v_{C_5})}{L} \\ v_{C_6} = v_{C_5} + \frac{(t_6 - t_5)(i_{L_5} - 0)}{C} \end{cases} \quad (3.46)$$

Sostituiamo le equazioni (3.43):

$$\begin{cases} i_{L_6} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2 - t_1 + t_4 - t_3)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3 - t_2 - t_2 + t_1 - t_4 + t_3 + t_5 - t_4)}{L} + v_S \frac{(t_6 - t_5)}{L} - v_{C_1} \frac{(t_6 - t_5)}{L} \\ v_{C_6} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2 - t_1 - t_3 + t_2 - t_4 + t_3 - t_5 + t_4)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4 - t_3)}{C} + i_{L_1} \frac{(t_6 - t_5)}{C} \end{cases}$$

(3.47)

Riordinando otteniamo anche gli ultimi valori validi nell'istante  $t_6$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L_6} = i_{L_1} + v_S \frac{(t_2 - t_1 + t_4 - t_3 + t_6 - t_5)}{L} + v_{C_1} \frac{(t_3 - t_2 - t_2 + t_1 - t_4 + t_3 + t_5 - t_4 - t_6 + t_5)}{L} \\ v_{C_6} = v_{C_1} + i_{L_1} \frac{(t_2 - t_1 - t_3 + t_2 - t_4 + t_3 - t_5 + t_4 + t_6 - t_5)}{C} - i_{carico} \frac{(t_4 - t_3)}{C} \end{cases} \quad (3.48)$$

A questo punto imponiamo la condizione di regime (3.49) e l'uguaglianza degli intervalli (3.50).

$$\begin{cases} i_{L_1} = i_{L_6} \\ v_{C_1} = v_{C_6} \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\begin{cases} (t_2 - t_1) = (t_6 - t_5) \\ (t_3 - t_2) = (t_5 - t_4) \end{cases} \quad (3.50)$$

Sostituiamo quindi la prima equazione del sistema (3.48) nella (3.49) e svolgendo semplici calcoli otteniamo i valori di  $i_{L_1}$  e  $v_{C_1}$  cercati:

$$\begin{cases} i_{L_1} = \frac{(t_4 - t_3)}{[2(t_2 - t_1) - 2(t_3 - t_2) + (t_4 - t_3)]} i_{carico} \\ v_{C_1} = \frac{2(t_2 - t_1) + (t_4 - t_3)}{[2(t_2 - t_1) - 2(t_3 - t_2) + (t_4 - t_3)]} v_S \end{cases} \quad (3.51)$$

A questo punto effettuiamo un cambio di variabili.

Introduciamo una nuova simbologia riguardante la modulazione Double-Sided vista nel paragrafo 3.1.

Consideriamo la Figura 3.5 in cui vengono evidenziati gli stati di non shoot-through e di shoot-through.

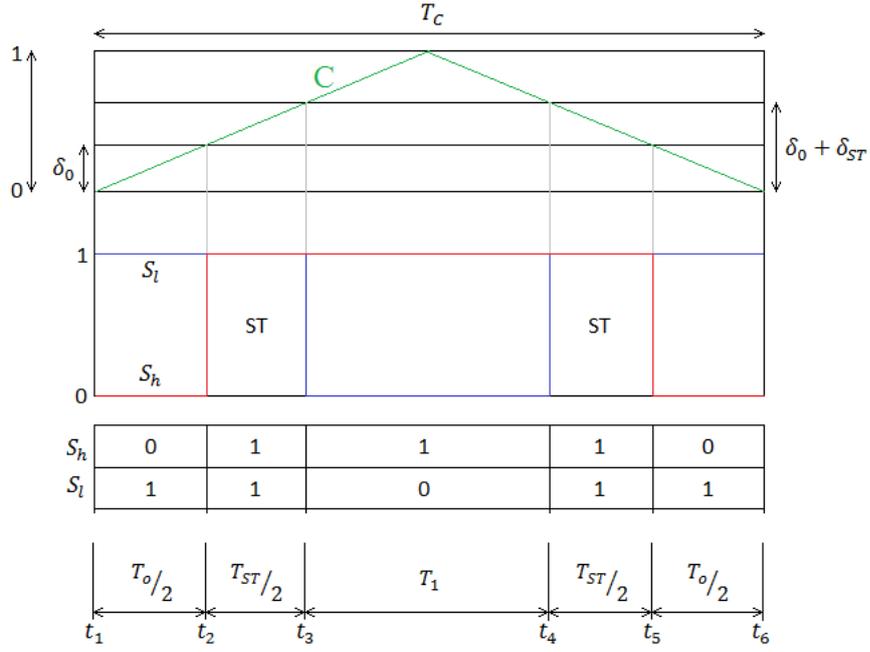


Figura 3.5: Schema di riferimento per il nuovo approccio riguardo la Modulazione Double-Sided.

Si ha che:

$$\begin{cases} T_C = T_{ST} + T_{NST} \\ T_{NST} = T_1 + T_0 \end{cases} \quad (3.52)$$

Le relazioni fra gli istanti temporali e gli intervalli sono i seguenti:

$$\begin{cases} (t_2 - t_1) = T_0/2 \\ (t_3 - t_2) = T_{ST}/2 \\ (t_4 - t_3) = T_1 \end{cases} \quad (3.53)$$

Considerando la (3.53) e ricordando le definizioni dei duty cycle, possiamo riscrivere la (3.51) come:

$$\Rightarrow \begin{cases} i_{L1} = \frac{\delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} - \delta_1)} i_{carico} \\ v_{C1} = \frac{\delta_0 + \delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} - \delta_1)} v_S \end{cases} \quad (3.54)$$

Una volta ottenuti i valori di  $i_{L_1}$  e di  $v_{C_1}$  li andiamo a sostituire all'interno delle equazioni (3.32), (3.36), (3.40), (3.44), e (3.48), in modo da determinare i valori di  $i_L$  e di  $v_C$  in tutti i punti di interesse.

Tralasciamo i semplici passaggi di sostituzione fatti e raccogliamo i risultati nella Tabella 3.1.

$i_{L_1} = \frac{\delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} i_{carico}$	$v_{C_1} = \frac{\delta_0 + \delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} v_S$
$i_{L_2} = i_{L_1} - \left( \frac{\delta_0 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_2} = v_{C_1} + \left( \frac{\delta_0 \delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_3} = i_{L_1} + \left( \frac{\delta_1 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_3} = v_{C_1} + \left( \frac{\delta_0 \delta_1 - \delta_1 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_4} = i_{L_1} - \left( \frac{\delta_1 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_4} = v_{C_1} - \left( \frac{\delta_0 \delta_1 - \delta_1 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_5} = i_{L_1} + \left( \frac{\delta_0 \delta_{ST}}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_5} = v_{C_1} - \left( \frac{\delta_0 \delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} \right) \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_6} = \frac{\delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} i_{carico}$	$v_{C_6} = \frac{\delta_0 + \delta_1}{(\delta_0 - \delta_{ST} + \delta_1)} v_S$

Tabella 3.1: Valori di  $i_L$  e di  $v_C$  in tutti i punti di interesse.

Osservando i risultati nella Tabella 3.1 possiamo concludere che sia i valori di  $i_L$  che di  $v_C$  risultano uguali ed opposti rispettivamente nei punti 2-5 e nei punti 3-4. Ovviamente anche i punti 1-6 presentano gli stessi valori in quanto imposto per ipotesi.

A questo punto passiamo a studiare la tensione di carico media con approccio rigoroso.

Vogliamo verificare che l'espressione della  $v_{carico,media}$  (3.6) trovata con l'approccio semplificato, coincida con l'espressione che determineremo attraverso il nuovo approccio rigoroso.

Introduciamo la Figura 3.6:

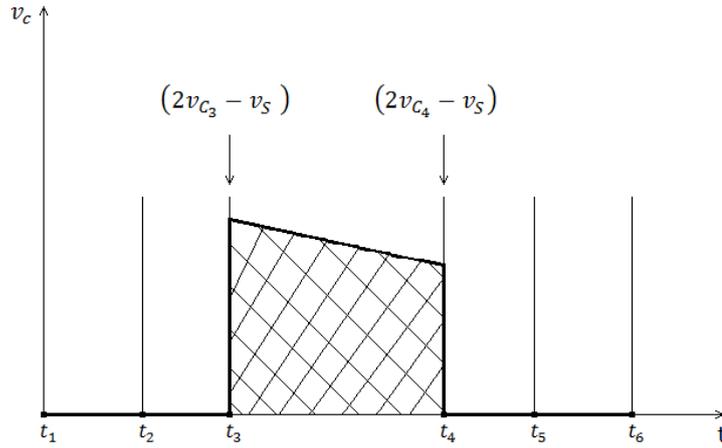


Figura 3.6: Rappresentazione della  $v_{carico,media}$ .

Osservando questo grafico possiamo scrivere la seguente espressione:

$$v_{carico,media} = \frac{(t_4 - t_3)}{T_C} \left[ \frac{2v_{c_3} - v_s + 2v_{c_4} - v_s}{2} \right]. \quad (3.55)$$

Svolgendo alcuni semplici calcoli e ricordando la (3.53) otteniamo:

$$v_{carico,media} = \frac{T_1}{T_1 - T_{ST} + T_0} v_s. \quad (3.56)$$

Moltiplicando e dividendo per il tempo di ciclo  $T_C$ , riscriviamo la (3.56) come:

$$v_{carico,media} = \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_{ST} + \delta_0} v_s. \quad (3.57)$$

Possiamo quindi concludere che il risultato ottenuto nell'espressione (3.57) è del tutto analogo all'espressione (3.6) della tensione applicata al carico ottenuta attraverso l'approccio semplificato.

Considerando che la  $v_s$  e il  $T_1$  risultino sempre maggiori di zero, la condizione affinché la  $v_{carico,media}$  risulti positiva è:

$$T_1 - T_{ST} + T_0 > 0 \quad \rightarrow \quad T_1 + T_0 > T_{ST} \quad (3.58)$$

e quindi si ottiene:

$$T_{NST} > T_{ST}. \quad (3.59)$$

Consideriamo l'espressione della tensione di carico (3.60) e i tre duty cycle  $\delta_0, \delta_1, \delta_{ST}$  introdotti in precedenza.

Essendo valida la (3.54), possiamo scrivere:

$$\delta_0 = 1 - \delta_1 - \delta_{ST}. \quad (3.60)$$

Introduciamo l'equazione (3.60) nelle espressioni della Tabella 3.1 e riscriviamo tutti i valori delle correnti e tensioni nella Tabella 3.2:

$i_{L_1} = \frac{\delta_1}{(1 - 2\delta_{ST})} i_{carico}$	$v_{C_1} = \frac{1 - \delta_{ST}}{(1 - 2\delta_{ST})} v_S$
$i_{L_2} = i_{L_1} - \frac{\delta_{ST}(1 - \delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_2} = v_{C_1} + \frac{\delta_1(1 - \delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_3} = i_{L_1} + \frac{\delta_{ST}\delta_1}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_3} = v_{C_1} + \frac{\delta_1(1 - 2\delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_4} = i_{L_1} - \frac{\delta_{ST}\delta_1}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_4} = v_{C_1} - \frac{\delta_1(1 - 2\delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_5} = i_{L_1} + \frac{\delta_{ST}(1 - \delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C$	$v_{C_5} = v_{C_1} - \frac{\delta_1(1 - \delta_{ST} - \delta_1)}{(1 - 2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C$
$i_{L_6} = \frac{\delta_1}{(1 - 2\delta_{ST})} i_{carico}$	$v_{C_6} = \frac{1 - \delta_{ST}}{(1 - 2\delta_{ST})} v_S$

Tabella 3.2: Valori di  $i_L$  e di  $v_C$  in tutti i punti di interesse con le variabili ( $\delta_1; \delta_{ST}$ ).

Iniziamo ora lo studio della tensione media sul carico introducendo la (3.60) nell'espressione della  $v_{carico,media}$ :

$$v_{carico,media} = \frac{\delta_1}{\delta_1 + 1 - \delta_1 - \delta_{ST} - \delta_{ST}} v_S. \quad (3.61)$$

Semplificando otteniamo:

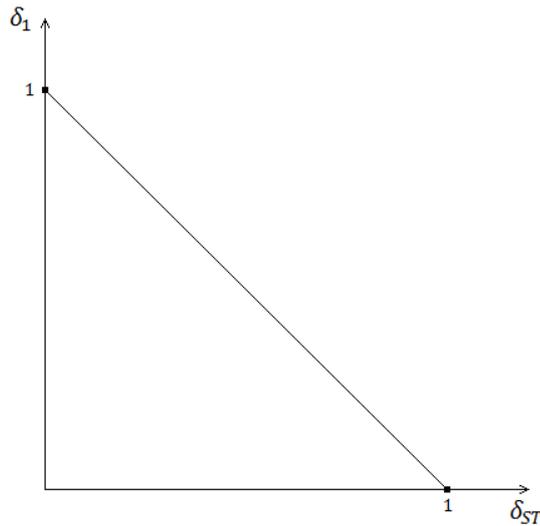
$$v_{carico,media} = \frac{\delta_1}{1 - 2\delta_{ST}} v_S. \quad (3.62)$$

Descriviamo la condizione di funzionamento del sistema mediante le variabili ( $\delta_1; \delta_{ST}$ ).

Dato che:

- $0 < \delta_1 < 1$
- $0 < \delta_{ST} < 1$

viene individuato un triangolo, riportato in Figura 3.7, in cui si hanno tutti gli stati possibili di interesse.



*Figura 3.7: Dominio di interesse delle condizioni operative del sistema.*

Imponendo il denominatore della (3.64) positivo, possiamo calcolare le regioni del dominio della tensione di carico:

$$\delta_{ST} < 1/2. \quad (3.63)$$

Abbiamo quindi stabilito che una parte del dominio determinato in Figura 3.7 non rientra nel dominio di utilizzo possibile, in quanto se  $\delta_{ST}$  supera il valore di  $1/2$ , la tensione di carico si inverte diventando negativa e questo non è compatibile con la struttura del chopper.

Avremo quindi un nuovo dominio di interesse, identificato col trapezio rettangolo mostrato in Figura 3.8:

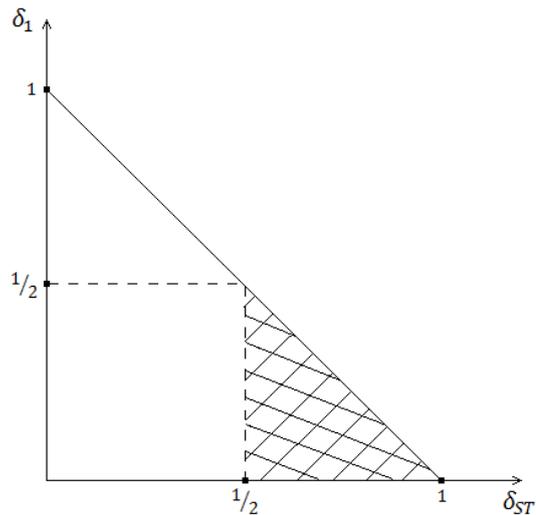


Figura 3.8: Esclusione di parte del dominio.

Inseriamo l'espressione (3.60) nella (3.57) e otteniamo la seguente espressione:

$$\delta_1 = q(1 - 2\delta_{ST}) \quad (3.64)$$

in cui è stata introdotta la variabile  $q$ , che rappresenta l'indice di modulazione fra tensione in uscita e tensione di ingresso:

$$q = \frac{v_{carico,media}}{v_S}. \quad (3.65)$$

Questa variabile identifica quindi il guadagno di tensione in gioco.

Attraverso la (3.64) individuiamo quindi infinite rette al variare di  $q$ , rappresentate nella Figura 3.9, in cui possiamo notare che l'intersezione delle rette con l'asse delle ordinate rappresenta sempre il punto  $q$  e che ogni retta passa per il punto  $(1/2; 0)$ .

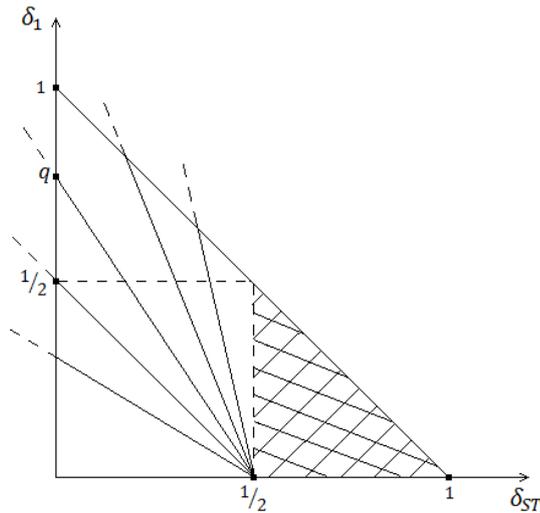


Figura 3.9: Infinite rette a  $q$  costante.

Considerando una retta generica fra quelle prese in esame, si osserva che in tutti i suoi punti si ottiene sempre lo stesso valore di  $q$  e quindi si ha lo stesso indice di modulazione.

Possiamo quindi affermare che se si vuole un certo valore di tensione in uscita, data una  $v_S$  in ingresso, possiamo ottenere quel valore di tensione desiderato mantenendo i valori dei duty cycle sulla corrispondente retta a  $q$  costante.

Si può inoltre notare che si può ottenere il valore di tensione desiderato senza effetto boost, e quindi con un valore nullo di  $\delta_{ST}$ , e con un  $\delta_1$  che vale esattamente  $q$ . In questo caso quindi non verrà utilizzato l'effetto shoot-through.

Attraverso questa analisi teorica risulta quindi evidente come si possa imporre un valore di  $q$  qualsiasi, al limite infinito, mantenendo però i valori dei duty cycle entro i limiti di funzionamento descritti in precedenza.

Consideriamo ora la tensione  $v_{0_{NST}}$ , che identifica il valore di tensione in uscita durante le fasi non shoot-through.

Dato che l'inverter viene cortocircuitato nello stato shoot-through, questo viene utilizzato solamente negli stati non shoot-through, e quindi la  $v_{0_{NST}}$  ci indica quale tensione abbiamo in ingresso quando diamo le configurazioni nulle e attive.

Considerando l'espressione (2.22), nel nostro caso possiamo scrivere:

$$v_{0NST} = 2v_{c_1} - v_S. \quad (3.66)$$

A questo punto sostituiamo nella (3.66) il valore di  $v_{c_1}$  della Tabella 3.2 determinato in precedenza:

$$v_{0NST} = \frac{2(1-\delta_{ST})}{(1-2\delta_{ST})} v_S - v_S. \quad (3.67)$$

Dopo semplici passaggi otteniamo:

$$v_{0NST} = \frac{1}{(1-2\delta_{ST})} - v_S. \quad (3.68)$$

In Figura 3.10 viene rappresentato il risultato ottenuto.

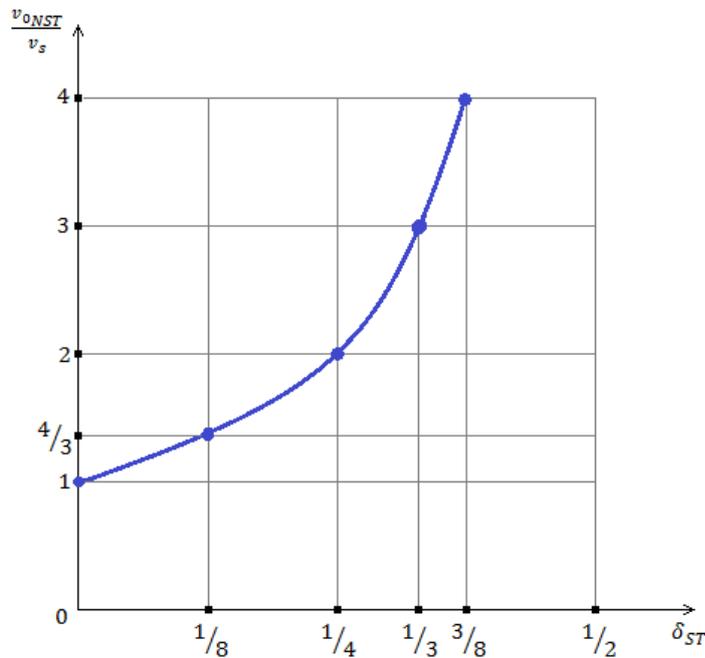


Figura 3.10: Andamento della  $\frac{v_{0NST}}{v_S}$  in funzione di  $\delta_{ST}$ .

### 3.3 – ANALISI DEL RIPPLE

Analizziamo ora il ripple della tensione sui condensatori.

Osservando le espressioni della Tabella 3.2, vogliamo determinare se la tensione  $v_{C_2}$  risulta maggiore o minore della  $v_{C_1}$ .

Iniziamo quindi a studiare tutti i termini che compongono la  $v_{C_2}$ .

$$v_{C_2} = v_{C_1} + \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C. \quad (3.69)$$

Possiamo notare che la  $v_{C_2}$  differisce dalla  $v_{C_1}$  solo per il secondo termine a secondo membro della (3.69). Vogliamo determinare se questa differenza risulta positiva o negativa.

Il duty cycle  $\delta_{ST}$  deve risultare sempre positivo, e in particolare:

$$0 < \delta_{ST} < 1/2. \quad (3.70)$$

Diversamente si avrebbe una tensione di carico negativa, e questo non ha senso.

Il duty cycle  $\delta_1$  e la corrente  $i_{carico}$  risultano sempre positivi, e quindi il problema si riconduce allo studio dell'equazione fra parentesi al numeratore della (3.69).

$$1 - \delta_{ST} - \delta_1 = 0. \quad (3.71)$$

Imponiamo l'equazione (3.71) maggiore di zero:

$$1 - \delta_{ST} - \delta_1 > 0. \quad (3.72)$$

Attraverso semplici passaggi identifichiamo la retta espressa dalla (3.73):

$$\delta_1 = 1 - \delta_{ST} \quad (3.73)$$

e quindi si ottiene la condizione espressa dalla (3.74), che corrisponde al vincolo già introdotto in precedenza, riguardante l'area di funzionamento del sistema (Figura 3.7).

$$\delta_1 < 1 - \delta_{ST} \quad (3.74)$$

Possiamo quindi affermare che la tensione  $v_{C_2}$  risulta sempre positiva e maggiore della  $v_{C_1}$  e analogamente la  $v_{C_5}$  sarà sempre minore della  $v_{C_6}$ .

Questo significa che, nel periodo considerato, la tensione partirà dal valore di  $v_{C_1}$  per poi crescere fino a raggiungere il valore di  $v_{C_2}$ .

A questo punto passiamo allo studio della  $v_{C_3}$ .

$$v_{C_3} = v_{C_1} + \frac{\delta_1(1-2\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{2C} T_C. \quad (3.75)$$

Imponiamo il numeratore dell'equazione (3.75) maggiore di zero, e quindi l'equazione di riferimento sarà:

$$1 - 2\delta_{ST} - \delta_1 = 0 \quad (3.76)$$

Ricordando che il  $\delta_1$  risulta positivo, dopo semplici passaggi otteniamo una retta che individua due distinte zone di funzionamento.

$$\delta_1 = 1 - 2\delta_{ST} \quad (3.77)$$

L'equazione (3.75) discrimina il valore della  $v_{C_3}$  rispetto alla  $v_{C_1}$ .

Si determina quindi una retta a  $q$  costante, che identifica due zone di funzionamento distinte (Figura 3.11):

- una zona in cui si ha  $v_{C_3} > v_{C_1}$  con  $q < 1$ ;
- una seconda zona in cui si ha  $v_{C_3} < v_{C_1}$  con  $q > 1$ .

Per quanto riguarda il denominatore, il ragionamento risulta del tutto analogo a quello svolto in precedenza e che ha portato al risultato espresso nella (3.65).

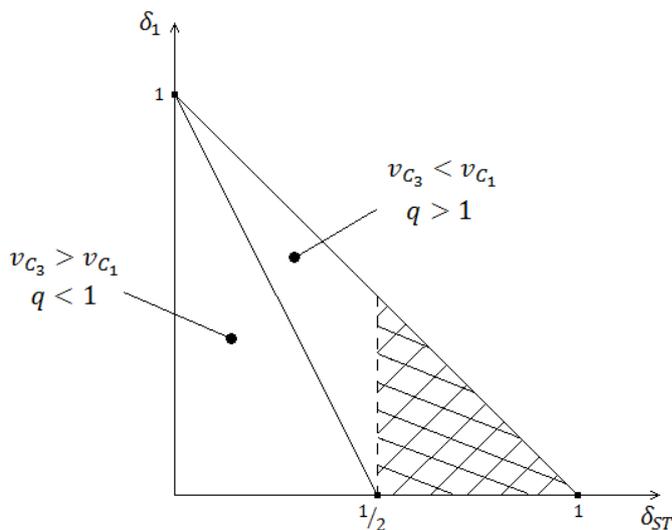


Figura 3.11: Rappresentazione delle due distinte aree di funzionamento.

Consideriamo ora il confronto fra la  $v_{c_2}$  e la  $v_{c_3}$  e determiniamo le zone del dominio considerato in cui la  $v_{c_3}$  risulterà rispettivamente maggiore o minore della  $v_{c_2}$ .

Nel caso in cui la  $v_{c_3}$  risulti positiva, confrontando la (3.71) con la (3.76) possiamo concludere che sicuramente la  $v_{c_3} < v_{c_2}$  e quindi ci troviamo nella zona di sinistra di Figura 3.11.

Quando invece la  $v_{c_3}$  risulta negativa, andiamo a verificare in che zona di interesse ci troviamo. Ci chiediamo quindi quando utilizzare nuovamente la  $v_{c_2}$  o la  $v_{c_3}$  per il calcolo del ripple.

Imponiamo quindi che:

$$(v_{c_1} - v_{c_3}) < (v_{c_2} - v_{c_1}). \quad (3.78)$$

Sostituendo i valori corrispondenti delle tensioni ed effettuando semplici calcoli, otteniamo che l'espressione da studiare si riduce alla (3.79).

$$-(1 - 2\delta_{ST} - \delta_1) < 1 - \delta_{ST} - \delta_1. \quad (3.79)$$

Otteniamo quindi la (3.80) che rappresenta una retta passante per  $(0; 1)$  e  $(\frac{3}{2}; 0)$ :

$$\delta_1 = 1 - \frac{3}{2}\delta_{ST} \quad (3.80)$$

Questa retta divide ulteriormente la zona di destra della Figura 3.11, in cui si ha  $v_{c_3} < v_{c_1}$ .

Rappresentiamo in Figura 3.12 le tre possibili zone individuate nel nostro dominio.

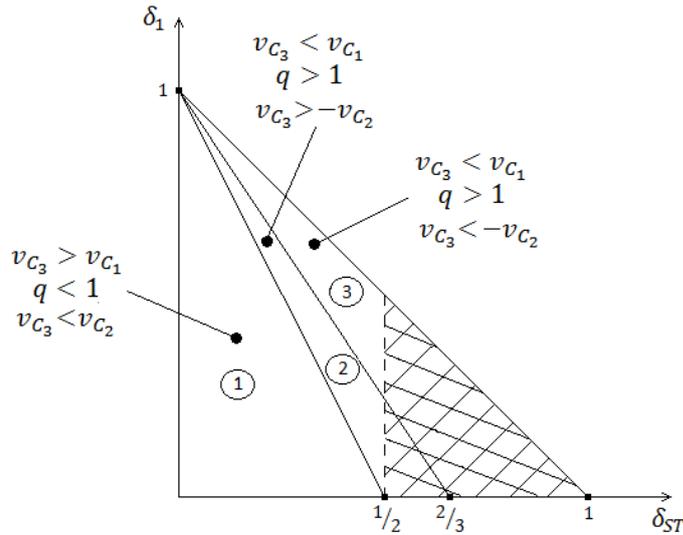


Figura 3.12: Rappresentazione delle tre zone del dominio.

Riassumendo, abbiamo quindi ottenuto tre diverse zone in cui i valori delle tensioni in gioco si modificano in base ai corrispondenti valori dei duty cycle che si utilizzano e quindi abbiamo tre possibili andamenti del ripple:

- zona 1:  $v_{C_2} > v_{C_1}$  e  $v_{C_1} < v_{C_3} < v_{C_2}$ ;
- zona 2:  $v_{C_2} > v_{C_1}$  e  $-v_{C_2} < v_{C_3} < v_{C_1}$ ;
- zona 3:  $v_{C_2} > v_{C_1}$  e  $v_{C_3} < -v_{C_2} < v_{C_1}$ .

Un ragionamento analogo viene fatto per quanto riguarda la  $v_{C_4}$ , essendo la  $v_{C_4}$  uguale e opposta alla  $v_{C_3}$ .

Possiamo quindi concludere che:

- nel primo e nel secondo caso avremmo:

$$v_{C \text{ Rip } 1,2} = \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{C} T_C, \quad (3.81)$$

- nel terzo caso invece avremmo:

$$v_{C \text{ Rip } 3} = -\frac{\delta_1(1-2\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{C} T_C. \quad (3.82)$$

Nella Figura 3.13 vengono mostrati i tre possibili andamenti della tensioni sui condensatori appena studiate.

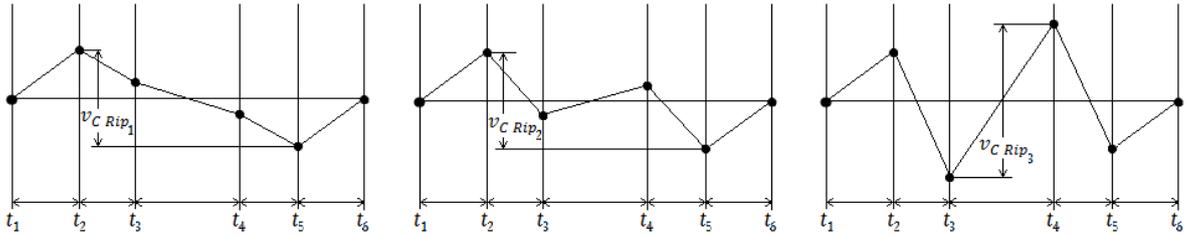


Figura 3.13: Possibili andamenti del ripple di tensione sui condensatori.

A questo punto introduciamo la variabile  $q_{v_C}$  che rappresenta il rapporto fra la tensione  $v_{C_1}$  e la  $v_S$ :

$$q_{v_C} = \frac{v_{C_1}}{v_S}. \quad (3.83)$$

Considerando l'espressione della  $v_{C_1}$  della Tabella 3.2 e introducendo la (3.83), possiamo scrivere:

$$q_{v_C} = \frac{1 - \delta_{ST}}{(1 - 2\delta_{ST})}. \quad (3.84)$$

Attraverso semplici passaggi identifichiamo delle rette verticali a  $q_{v_C}$  costante, che riportiamo in Figura 3.14.

$$\delta_{ST} = \frac{1 - q_{v_C}}{1 - 2q_{v_C}}. \quad (3.85)$$

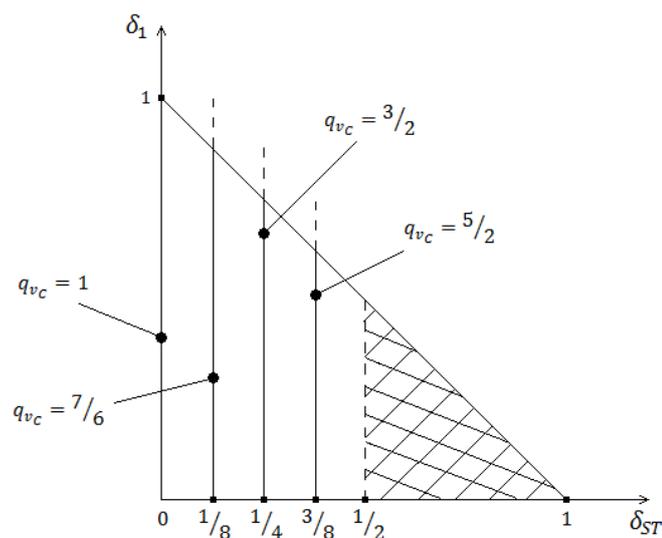


Figura 3.14: Dominio di funzionamento e rette a  $q_{v_C}$  costante.

Possiamo quindi concludere che nel trapezio rettangolo che identifica il dominio in cui si ha il range di valori possibili, la  $v_{C_1}$  viene influenzata solamente dal valore di  $\delta_{ST}$  e dunque qualunque valore di  $\delta_1$  venga scelto, la  $v_{C_1}$  non subisce variazioni, al contrario di quello che succede alla  $v_{C,m}$  vista in precedenza, in cui si avevano sempre rette a  $q$  costante che però prevedevano la variazione sia di  $\delta_1$  che di  $\delta_{ST}$ .

Concludiamo quindi che  $\delta_1$  non ha alcun effetto sulla  $v_{C_1}$ , come si nota dalla sua espressione nella Tabella 3.2.

Analizziamo ora la corrente nelle induttanze.

Osservando le espressioni della Tabella 3.2, vogliamo determinare se la corrente  $i_{L_2}$  risulta maggiore o minore della  $i_{L_1}$ .

Andiamo ora a studiare tutti i termini che compongono la  $i_{L_2}$ .

$$i_{L_2} = i_{L_1} - \frac{\delta_{ST}(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C. \quad (3.86)$$

Possiamo notare che la  $i_{L_2}$  differisce dalla  $i_{L_1}$  solo per il secondo termine a secondo membro della (3.86). Vogliamo determinare se questa differenza risulta positiva o negativa.

Anche in questo caso, il duty cycle  $\delta_{ST}$  deve risultare sempre positivo e minore di  $1/2$ , in quanto se così non fosse si avrebbe una tensione di carico negativa, e quindi vale ancora la (3.70).

Inoltre la tensione  $v_S$  risulta sempre positiva, e quindi il problema si riconduce allo studio dell'espressione fra parentesi al numeratore della (3.86) che risulta uguale al denominatore della  $v_{C_2}$  e che quindi porta allo stesso risultato riportato nell'espressione (3.74).

Possiamo quindi affermare che la corrente  $i_{L_2}$  risulta sempre minore della  $i_{L_1}$ , in quanto, osservando la (3.86) notiamo che la  $i_{L_2}$  è composta dal valore di  $i_{L_1}$  a cui viene tolta una quantità sempre positiva.

$$i_{L_2} < i_{L_1}. \quad (3.87)$$

Analogamente la  $i_{L_5}$  sarà sempre maggiore della  $i_{L_6}$ .

Questo significa che, nel periodo considerato, la corrente partirà dal valore di  $i_{L_1}$  per poi decrescere fino a raggiungere il valore di  $i_{L_2}$ .

A questo punto passiamo allo studio della  $i_{L_3}$ .

$$i_{L_3} = i_{L_1} + \frac{\delta_{ST}\delta_1}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{2L} T_C. \quad (3.88)$$

Possiamo notare che il numeratore del rapporto a secondo membro della (3.88) è uguale al prodotto fra i due duty cycle considerati, e quindi risulterà sempre positivo essendo i duty cycle sempre positivi.

La corrente  $i_{L_3}$  sarà quindi pari alla somma della  $i_{L_1}$  più un termine sempre positivo, e quindi si può affermare che:

$$i_{L_3} > i_{L_1}. \quad (3.89)$$

Consideriamo ora il confronto fra la  $i_{L_2}$  e la  $i_{L_3}$ .

Vogliamo determinare quale distanza fra  $(i_{L_3} - i_{L_1})$  e  $(i_{L_2} - i_{L_1})$  sia la maggiore, in modo da stabilire attraverso quali valori dovremmo calcolare il ripple di corrente.

$$(i_{L_3} - i_{L_1}) > (i_{L_2} - i_{L_1}). \quad (3.90)$$

Attraverso semplici passaggi, otteniamo la retta (3.91) che identifica due diverse zone di funzionamento, riportate nella Figura 3.15.

$$\delta_1 = \frac{(1-\delta_{ST})}{2} \quad (3.91)$$

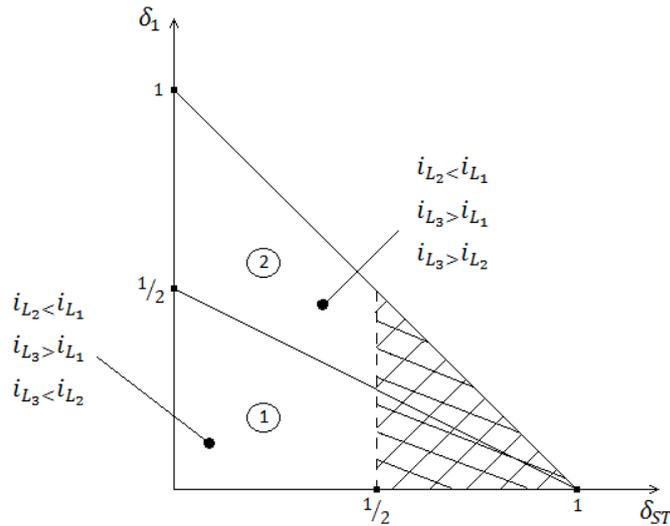


Figura 3.15: Rappresentazione delle due zone del dominio.

Riassumendo abbiamo quindi ottenuto due diverse zone in cui i valori delle correnti in gioco si modificano in base ai corrispondenti valori dei duty cycle che si utilizzano e quindi abbiamo due possibili andamenti del ripple:

- zona 1:  $i_{L_2} < i_{L_1}$  e  $i_{L_1} < i_{L_3} < i_{L_2}$ ;
- zona 2:  $i_{L_2} < i_{L_1}$  e  $i_{L_1} < i_{L_2} < i_{L_3}$ .

Un ragionamento analogo viene fatto per quanto riguarda la  $i_{L_4}$ , essendo  $i_{L_4}$  uguale e opposta alla  $i_{L_3}$ .

Possiamo quindi concludere che:

- nel primo caso avremmo:

$$i_{L\ Rip\ 1} = \frac{\delta_{ST}(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{L} T_C, \quad (3.92)$$

- nel secondo caso invece avremmo:

$$i_{L\ Rip\ 2} = \frac{\delta_{ST}\delta_1}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{L} T_C. \quad (3.93)$$

Nella Figura 3.16 vengono mostrate i due possibili andamenti della correnti sulle induttanze appena studiate.

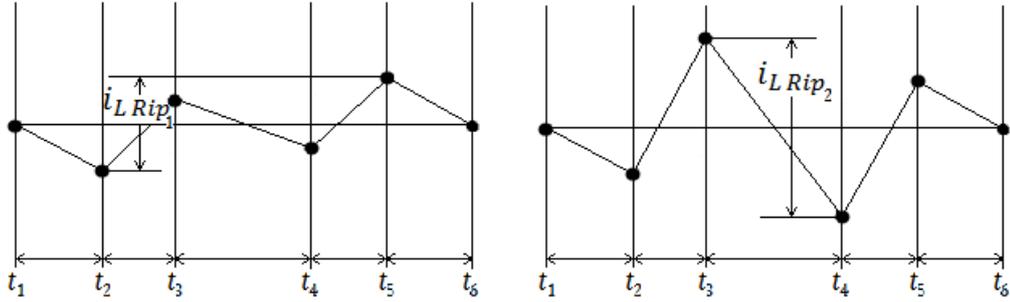


Figura 3.16: Possibili andamenti del ripple di corrente sulle induttanze.

A questo punto introduciamo la variabile  $q_{i_L}$  che rappresenta il rapporto fra la corrente  $i_{L_1}$  e la  $i_{carico}$ :

$$q_{i_L} = \frac{i_{L_1}}{i_{carico}}. \quad (3.94)$$

Considerando l'espressione della  $i_{L_1}$  della Tabella 3.2 e introducendo la (3.94), possiamo scrivere:

$$q_{i_L} = \frac{\delta_1}{(1-2\delta_{ST})}. \quad (3.95)$$

Attraverso semplici passaggi identifichiamo l'equazione (3.96) che rappresentiamo nella Figura 3.17.

$$\delta_1 = q_{i_L}(1 - 2\delta_{ST}) \quad (3.96)$$

Possiamo quindi concludere che la  $i_{L_1}$  media viene influenzata sia dal  $\delta_{ST}$  che dal  $\delta_1$ .

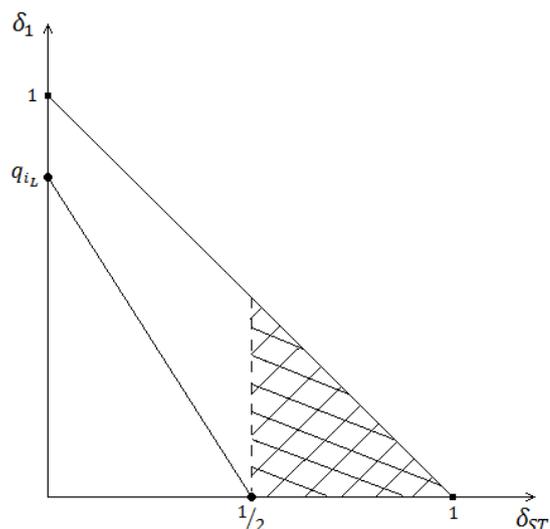


Figura 3.17: Dominio di funzionamento con rapporto a  $q_{i_L}$  costante.

### 3.4 – DIMENSIONAMENTO DEI COMPONENTI

Per quanto riguarda il convertitore a tensione impressa tradizionale, il condensatore risulta l'unico serbatoio di energia ed elemento filtrante per sopprimere il ripple di tensione ed è utilizzato come serbatoio temporaneo, mentre per il convertitore a corrente impressa tradizionale è l'induttanza l'unico serbatoio di energia ed elemento filtrante per sopprimere il ripple di corrente anch'esso utilizzato come serbatoio temporaneo.

La rete Z-Source è una combinazione di due induttanze uguali e due condensatori uguali, che rappresenta un serbatoio di energia ed elemento filtrante per il nostro convertitore.

Dalle considerazioni fatte nei capitoli precedenti, abbiamo stabilito che:

- lo scopo delle induttanze è quello di limitare il ripple di corrente durante lo stato shoot-through;
- lo scopo dei condensatori è quello di assorbire il ripple di corrente e mantenere una tensione abbastanza costante.

Possiamo quindi concludere che il comportamento del convertitore, assieme alle sue prestazioni e la distorsione armonica, saranno inevitabilmente influenzati dalla scelta dei parametri della rete Z-Source.

È inoltre opportuno progettare la rete Z-Source in modo da limitare i costi e le dimensioni del sistema.

A questo punto incominciamo lo studio per il dimensionamento dei componenti vero e proprio.

Consideriamo per prima la capacità  $C$  e le equazioni (3.80) e (3.81) determinate in precedenza, riguardo ai ripple di tensione rispetto alle diverse zone individuate nella Figura 3.12.

Attraverso semplici passaggi, troviamo la condizione peggiore di funzionamento, e quindi il punto in cui si ottiene il valore massimo della capacità.

Riscriviamo la (3.80) ottenendo l'espressione (3.97):

$$C \geq \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{v_{C Rip 1,2}} T_C. \quad (3.97)$$

Individuiamo la funzione (3.98) da studiare a partire dalla (3.97) cercando il valore massimo, e quindi il punto in cui si ha la capacità maggiore.

$$f_{C1,2}(\delta_{ST}; \delta_1) = \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})}. \quad (3.98)$$

Scriviamo la (3.98) nelle zone di funzionamento 1 e 2, attraverso un codice in Matlab che riportiamo di seguito:

```
%% f_C12
[dst,d1] = meshgrid(0:.001:1,0:.001:1);
f_C12=(d1.*(1-dst-d1))./(1-2.*dst);
fm_C12=[0 0.1 0.2 0.25 0.3 0.5 1]

% figure f_C12
figure('position',[50,50,larghezza,altezza])
c_f_C12=contour(dst,d1,f_C12,fm_C12)
xlabel('\delta_{ST}')
ylabel('\delta_{1}')
clabel(c_f_C12)
```

In Figura 3.18 si visualizza il risultato del grafico corrispondente alle curve di livello rappresentanti i valori assunti dalla funzione  $f_{C1,2}$  riguardo al ripple di tensione sul condensatore nelle zone 1 e 2.

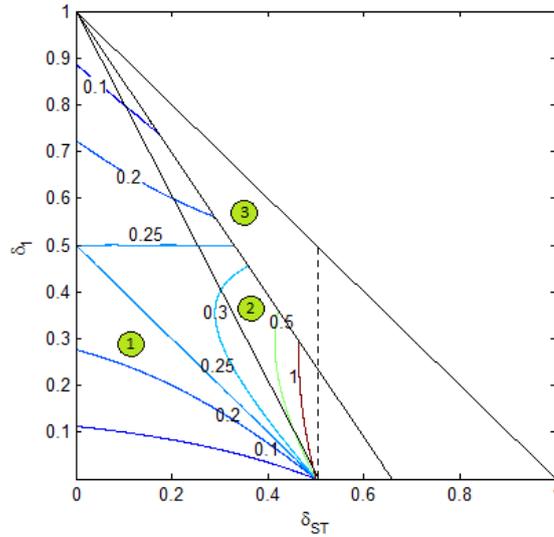


Figura 3.18: Curve di livello riguardanti i valori della funzione  $f_{C1,2}$  del ripple di tensione sulla capacità nelle zone 1 e 2.

Sono state rappresentate solamente le curve di livello con un valore di  $f_{C1,2}$  inferiore ad 1, in quanto si è stabilito che per valori maggiori non si hanno più funzionamenti accettabili.

Questo significa che per poter utilizzare il convertitore, è necessario lavorare nella zona di funzionamento a sinistra della curva di livello con  $f_{C1,2} = 1$ , rappresentata in Figura 3.19.

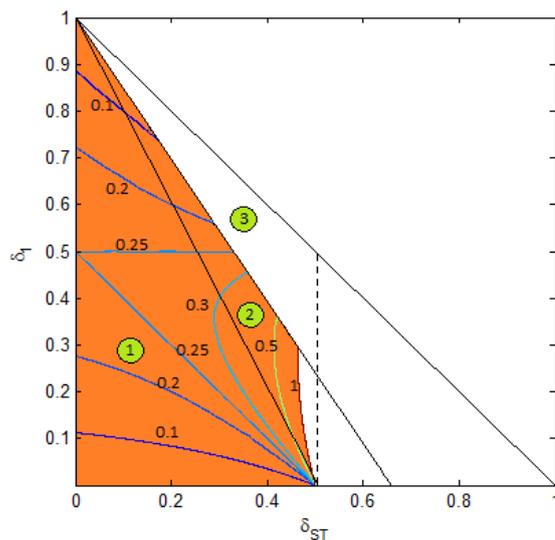


Figura 3.19: Zona di funzionamento accettabile per la  $f_{C1,2}$ .

Consideriamo ora la zona 3 della Figura 3.12 e l'espressione (3.81). Anche in questo caso individuiamo la funzione corrispondente (3.99).

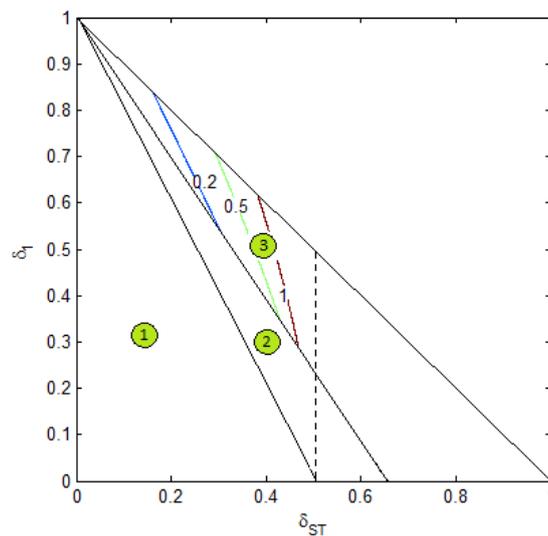
$$f_{C3}(\delta_{ST}; \delta_1) = \frac{\delta_1(1-2\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \quad (3.99)$$

Introduciamo la (3.99), inerente alla zona 3, in Matlab attraverso il codice riportato di seguito:

```
%% f_C3
[dst,d1] = meshgrid(0:.001:1,0:.001:1);
f_C3=-(d1.*(1-2.*dst-d1))./(1-2.*dst);
fm_C3=[0 0.2 0.5 1]

% figure f_C3
figure('position',[50,50,larghezza,altezza])
c_f_C3=contour(dst,d1,f_C3,fm_C3)
xlabel('\delta_{ST}')
ylabel('\delta_{1}')
clabel(c_f_C3)
```

Dalla Figura 3.20 possiamo osservare le curve di livello inerenti alla funzione  $f_{C3}$  nella zona di funzionamento 3 dei ripple di tensione.



*Figura 3.20: Curve di livello riguardanti i valori della funzione  $f_{C3}$  del ripple della tensione sulla capacità nella zona 3.*

Anche in questo caso, sono state rappresentate solamente le curve di livello con un valore di  $f_{C3}$  inferiore ad 1.

Risulta quindi valida solamente la zona di funzionamento a sinistra della curva di livello con  $f_{C3} = 1$ , rappresentata in Figura 3.21.

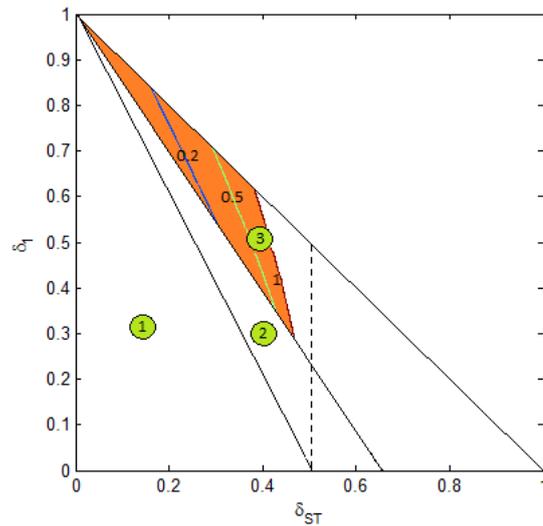


Figura 3.21: Zona di funzionamento accettabile per la  $f_{C3}$ .

Per verificare i risultati ottenuti, sovrapponiamo i diversi andamenti di alcune curve di livello di  $f_{C12}$  e  $f_{C3}$  determinate nella Figura 3.19 e nella Figura 3.21, per i ripple di tensione nelle diverse zone di funzionamento.

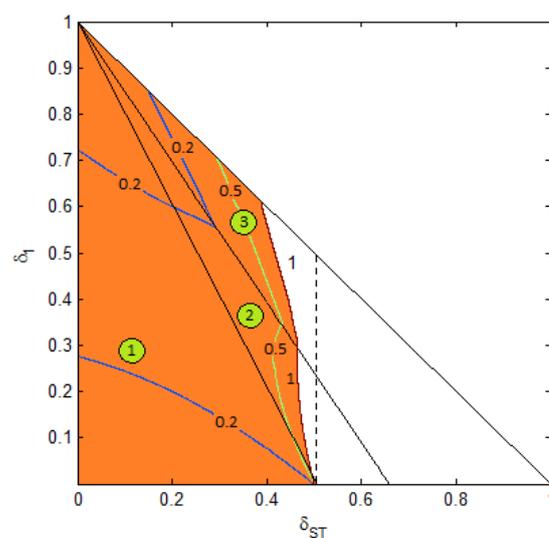


Figura 3.22: Sovrapposizione della Figura 3.19 e della Figura 3.21.

Possiamo osservare che lungo la retta di separazione fra le zone 2 e 3, le funzioni  $f_{C12}$  ed  $f_{C3}$  assumono lo stesso valore e quindi la Figura 3.26 mostra tutti i punti di funzionamento possibili riguardanti i ripple di tensione sui condensatori.

Le capacità dovranno quindi essere dimensionate con valori espressi dalla (3.100).

$$C \geq \frac{i_{carico}}{v_C Rip_{1,2,3}} T_C. \quad (3.100)$$

Passiamo allo studio riguardante il dimensionamento dell'induttanza  $L$ .

Consideriamo le equazioni (3.92) e (3.93) che identificano le espressioni dei ripple di corrente in base alle due diverse zone individuate in Figura 3.15.

Il nostro scopo è quello di determinare la peggior condizione di funzionamento e quindi il punto in cui l'induttanza assume il valore massimo.

Riscriviamo la (3.92) in modo da ottenere la (3.101):

$$L \geq \frac{\delta_{ST}(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{i_{L Rip_1}} T_C. \quad (3.101)$$

Dalla (3.101) individuiamo la funzione da studiare nella zona di funzionamento 1 e ricerchiamo il valore per il quale la (3.102) assume il massimo valore.

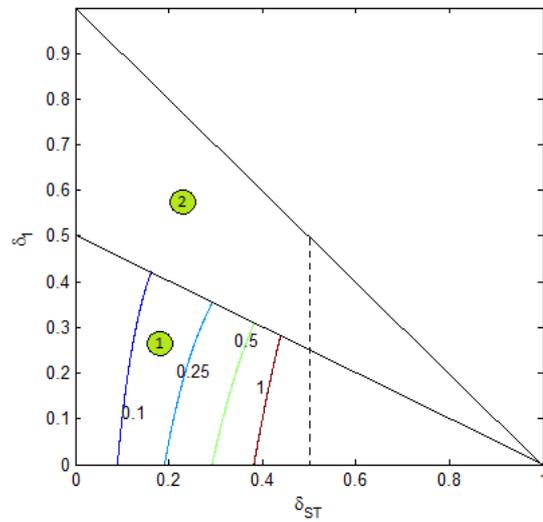
$$f_{L1}(\delta_{ST}; \delta_1) = \frac{\delta_{ST}(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})}. \quad (3.102)$$

Riportiamo il codice utilizzato in Matlab per studiare la (3.102):

```
%% f_L1
[dst,d1] = meshgrid(0:.001:1,0:.001:1);
f_L1=(dst.*(1-dst-d1))./(1-2.*dst);
fm_L1=[0 0.1 0.25 0.5 1]

% figure f_L1
figure('position',[50,50,larghezza,altezza])
c_f_L1=contour(dst,d1,f_L1,fm_L1)
xlabel('\delta_{ST}')
ylabel('\delta_{1}')
clabel(c_f_L1)
```

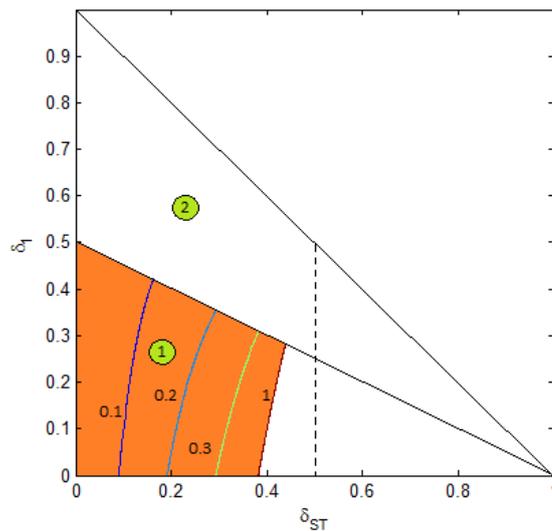
In Figura 3.23 viene mostrato il risultato del grafico corrispondente alle curve di livello dei valori assunti dalla  $f_{L1}$  nella zona 1.



*Figura 3.23: Curve di livello riguardanti i valori della funzione  $f_{L1}$  del ripple di corrente nella zona 1.*

Vengono rappresentate le curve di livello per valori di  $f_{L1}$  inferiori a 1.

Si potrà quindi avere un corretto funzionamento soltanto per valori compresi nella zona evidenziata in Figura 3.24.



*Figura 3.24: Zona di funzionamento accettabile per la  $f_{L1}$ .*

Consideriamo infine la zona 2 della Figura 3.15 e l'espressione (3.93).

Anche in questo caso individuiamo la funzione corrispondente:

$$f_{L2}(\delta_{ST}; \delta_1) = \frac{\delta_{ST}\delta_1}{(1-2\delta_{ST})}. \quad (3.103)$$

Introduciamo la (3.103) in Matlab attraverso il codice riportato di seguito:

```
%% f_L2
[dst,d1] = meshgrid(0:.001:1,0:.001:1);
f_L2=(d1.*dst)./(1-2.*dst);
fm_L2=[0 0.1 0.2 0.5 1]

% figure f_L2
figure('position',[50,50,larghezza,altezza])
c_f_L2=contour(dst,d1,f_L2,fm_L2)
xlabel('\delta_{ST}')
ylabel('\delta_{1}')
clabel(c_f_L2)
```

In Figura 3.25 viene mostrato il risultato del grafico corrispondente alle curve di livello dei valori assunti dalla  $f_{L2}$  nella zona 2.

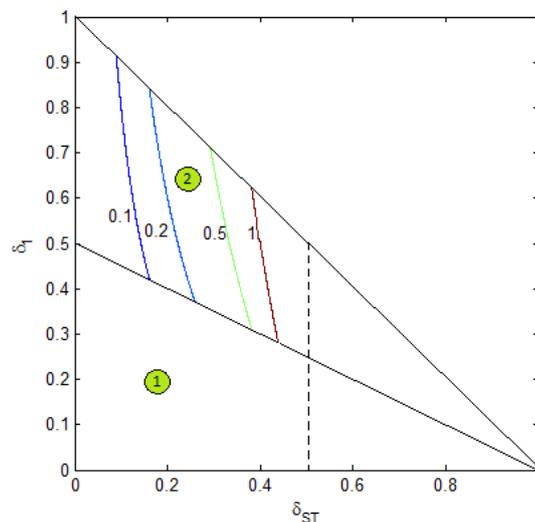


Figura 3.25: Curve di livello riguardanti i valori della funzione  $f_{L2}$  del ripple di corrente nella zona 2.

Anche in questo caso rappresentiamo solamente le curve di livello per valori di  $f_{L2}$  inferiori a 1.

Si dovrà lavorare solamente a sinistra della curva di livello pari a 1, e quindi nella zona rappresentata in Figura 3.26.

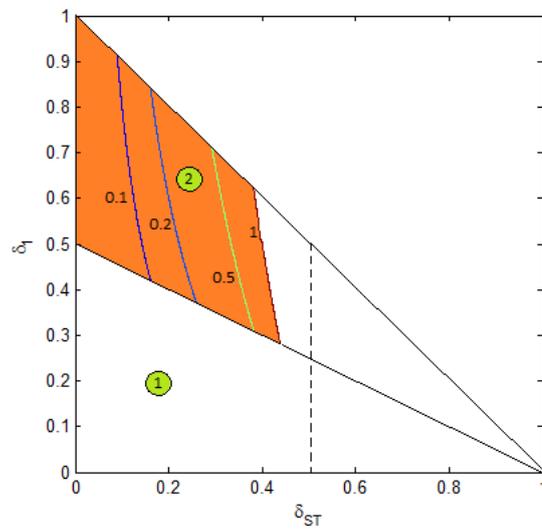


Figura 3.26: Zona di funzionamento accettabile per la  $f_{L2}$ .

Possiamo concludere che il dimensionamento delle induttanza dovrà soddisfare la condizione (3.104).

$$L \geq \frac{v_S}{i_{L\text{Rip } 1,2}} T_C. \quad (3.104)$$

Analogamente, in Figura 3.27 sovrapponiamo la Figura 3.24 e la Figura 3.26 e verificiamo i risultati ottenuti in precedenza.

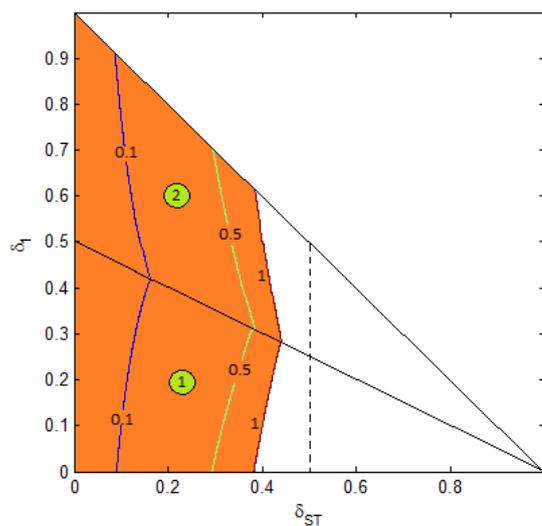


Figura 3.27: Sovrapposizione della Figura 3.24 e della Figura 3.26.

Anche in questo caso verifichiamo che i punti delle funzioni  $f_{L1}$  e  $f_{L2}$  riguardanti i ripple di corrente sulla retta di separazione fra la zona 1 e la zona 2 coincidono.

Lungo tutte quelle curve di livello si avranno quindi gli stessi valori di ripple.

In tutte simulazioni effettuate, sono state individuate le curve di livello per la tensione sui condensatori e per le correnti sulle induttanze, in tutte le possibili zone di funzionamento.

Lungo queste curve quindi, si otterrà sempre lo stesso valore di ripple corrispondente.

La rete Z-Source fornisce quindi un filtro del secondo ordine ed è più efficiente nel sopprimere il ripple sia di tensione che di corrente rispetto al condensatore o all'induttanza usati singolarmente nei convertitori tradizionali.

Per questo motivo, è possibile ridurre il dimensionamento delle induttanze e dei condensatori, rispetto ai tradizionali inverter.



# CAPITOLO 4

## MODELLO SIMULINK

Matlab, abbreviazione di Matrix laboratory, è un software per il calcolo scientifico, costituito da un ambiente di programmazione per applicazioni scientifiche, di analisi numerica e per la simulazione di sistemi dinamici.

Questo programma utilizza numerose librerie di calcolo e permette di manipolare matrici, creare interfacce utente, visualizzare funzioni e dati, implementare algoritmi, e inoltre dà la possibilità di interfacciarsi con altri programmi.

In particolare, in questa tesi è stato utilizzato Simulink, un programma per la modellazione, simulazione e analisi di sistemi dinamici descritti da equazioni differenziali, mediante funzioni di trasferimento, sistemi in forma di stato, ecc.

La simulazione avviene in due fasi, la prima delle quali prevede la descrizione del sistema mediante schema a blocchi. Simulink contiene una libreria di blocchi che descrivono elementi algebrici e dinamici elementari, come funzioni di trasferimento e funzioni matematiche.

La seconda fase prevede invece la vera e propria simulazione del sistema, attraverso integrazione numerica delle equazioni differenziali, in un certo intervallo di tempo.

Attraverso Simulink, si ha inoltre la possibilità di modellare in modo semplice sistemi di controllo anche complessi.

A questo punto introduciamo in Figura 4.1 il modello di un chopper Z-Source con carico R-L che è stato scelto per la nostra trattazione, con modulazione Double-Sided, già spiegata nel Capitolo 3.

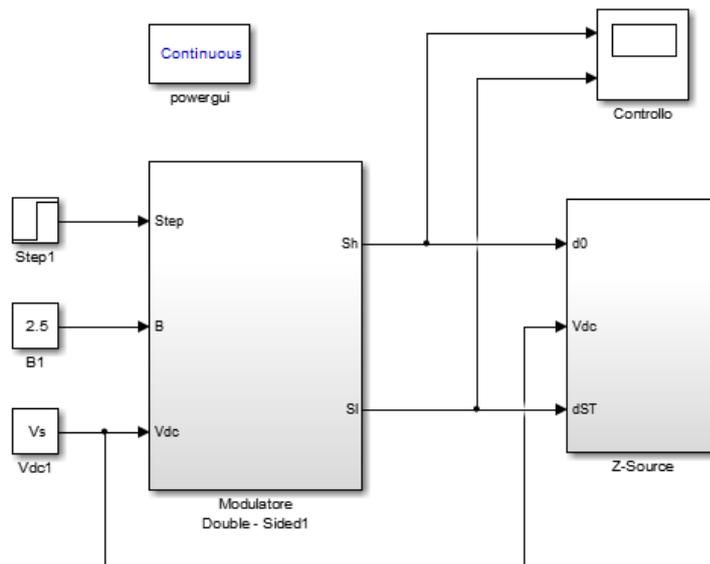


Figura 4.1: Modellizzazione del chopper Z-Source attraverso Simulink.

Il modello utilizzato possiede tre ingressi, che rappresentano le tre grandezze che imponiamo:

- $Step =$  tensione di riferimento;
- $B =$  fattore di innalzamento;
- $v_s =$  tensione di ingresso.

Questi tre ingressi entrano in un sottosistema di fondamentale importanza per il nostro studio, chiamato “Modulatore Double-Sided”, che attraverso l’inserimento dei tre valori d’ingresso, è in grado di fornire in uscita i valori di  $S_h$  e  $S_l$ , corrispondenti alle fasi di apertura e chiusura dei due interruttori.

In Figura 4.2 possiamo osservare lo schema a blocchi del Modulatore Double-Sided.

Sono presenti due funzioni che calcolano i duty cycle dello stato nullo di non shoot-through e dello stato di shoot-through  $\delta_0$  e  $\delta_{ST}$ .

Successivamente questi valori vengono confrontati con la portante prodotta dai blocchi “Repeating Sequence Stair” e “Integrator”.

Infine i due “Switch” stabiliscono quando gli interruttori  $S_h$  e  $S_l$  dovranno risultare accesi o spenti.

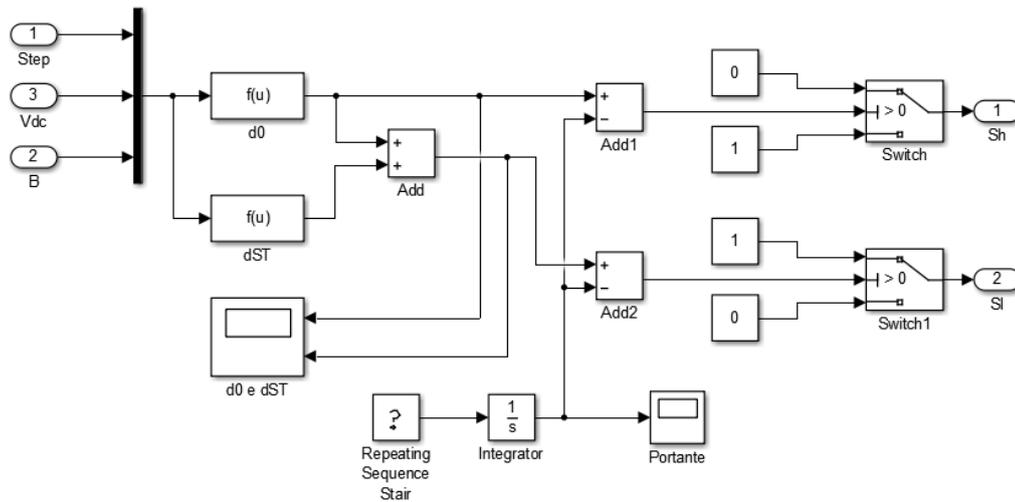


Figura 4.2: Sottosistema rappresentante il Modulatore Double-Sided.

L'ultimo sottosistema presente nel modello rappresenta il circuito "Z-Source" di studio, Figura 4.3, che riceve in ingresso il valore della  $V_{dc}$  imposta e i valori dei duty cycle calcolati in precedenza dal "Modulatore Double-Sided".

Possiamo notare una rete composta da due porte costituite da due induttanze separate,  $L_1$  ed  $L_2$ , e da due condensatori  $C_1$  e  $C_2$  connessi a X.

Infine sono stati inseriti i rilevatori di corrente e di tensione per poter visualizzare negli scope i termini corrispondenti a:

- corrente sull'induttanza;
- tensione della capacità;
- corrente e tensione in uscita dal Z-Source;
- corrente e tensione di carico.

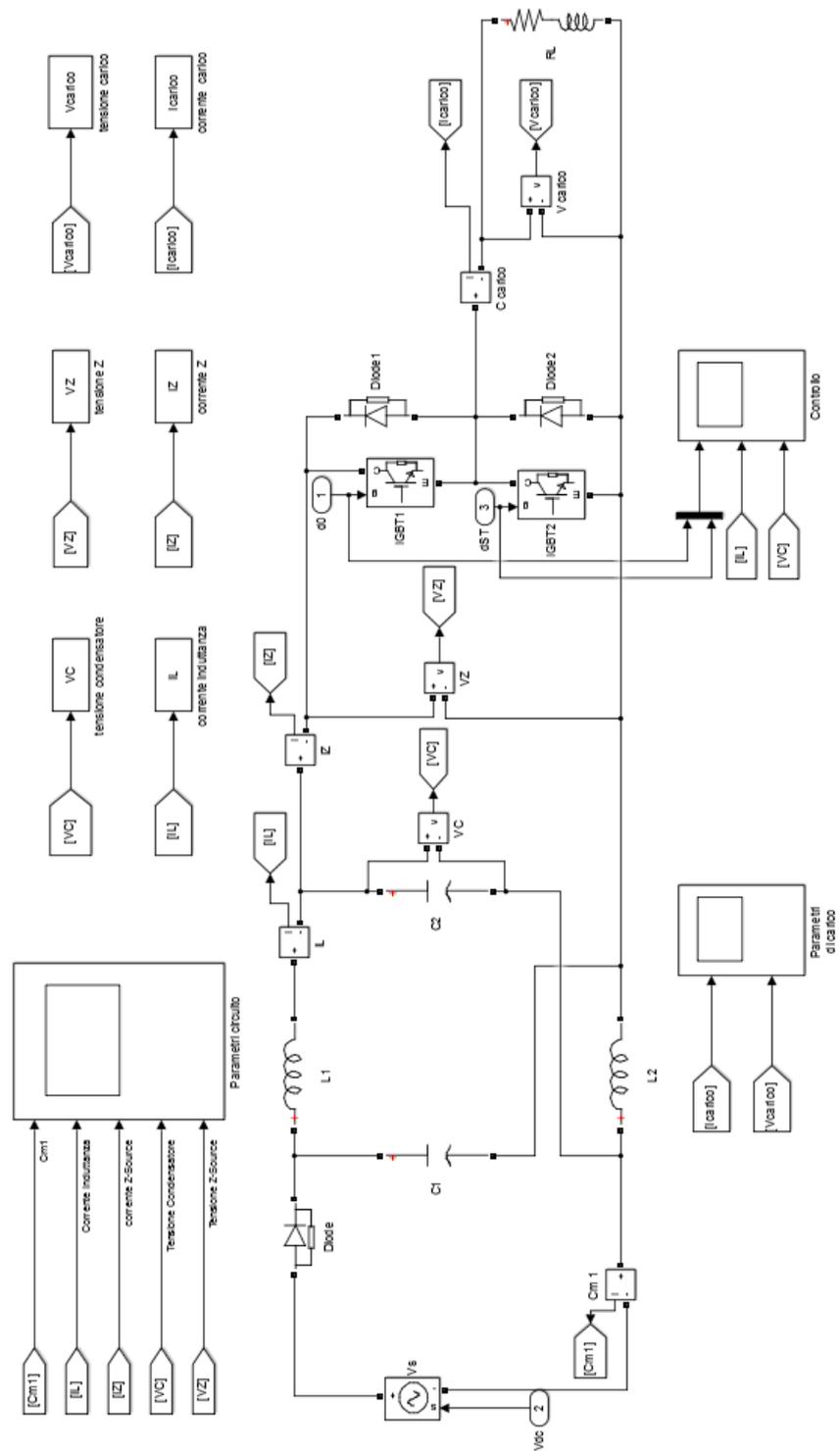


Figura 4.3: Sottosistema Z-Source del chopper attraverso Simulink.

# CAPITOLO 5

## SIMULAZIONI

### 5.1 – ANALISI DEI RISULTATI OTTENUTI ATTRAVERSO LA MODULAZIONE DOUBLE-SIDED

Introduciamo i parametri e i corrispondenti valori utilizzati per effettuare le simulazioni con l'ausilio di Simulink, attraverso il circuito Z-Source illustrato in Figura 4.1:

- *tensione d'ingresso:*  $V_{dc} = 250$  [V];
- *induttanza di carico:*  $L_C = 10 e^{-3}$  [H];
- *resistenza di carico:*  $R_C = 10$  [ $\Omega$ ];
- *induttanza Z-Source:*  $L = 2.5 e^{-3}$  [H];
- *capacità Z-Source:*  $C = 0.3 e^{-3}$  [F];
- *tempo di ciclo:*  $T_C = 100 e^{-6}$  [s].

I parametri  $C$  ed  $L$  sono stati progettati attraverso lo studio del dimensionamento effettuato nel paragrafo 3.4.

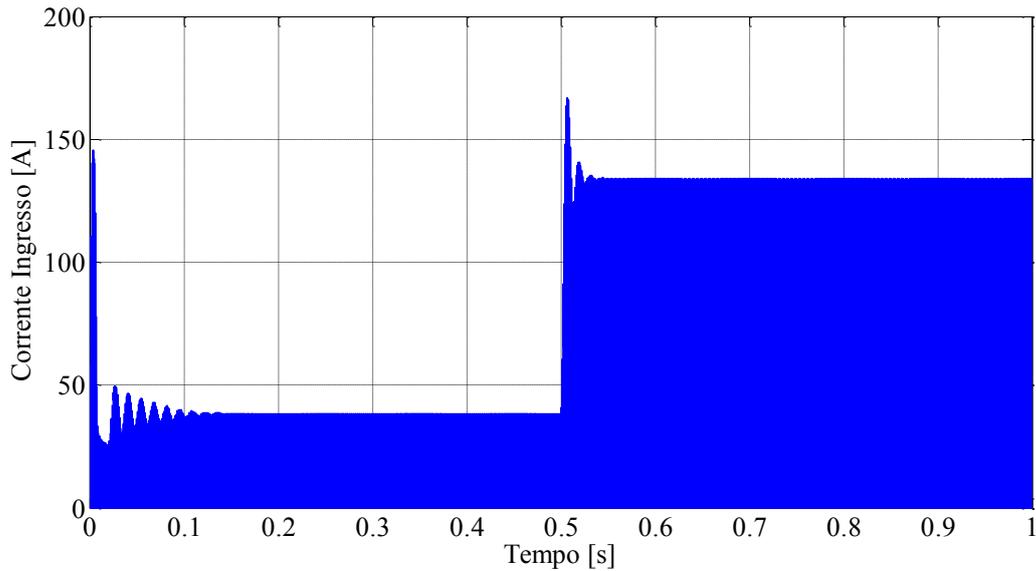
Inseriamo le seguenti condizioni di funzionamento:

- *tensione di riferimento:*  $Step = 200 \rightarrow 400$  [V] (dopo 0.5 secondi);
- *fattore di innalzamento:*  $B = 2.5$

e procediamo col lancio della simulazione.

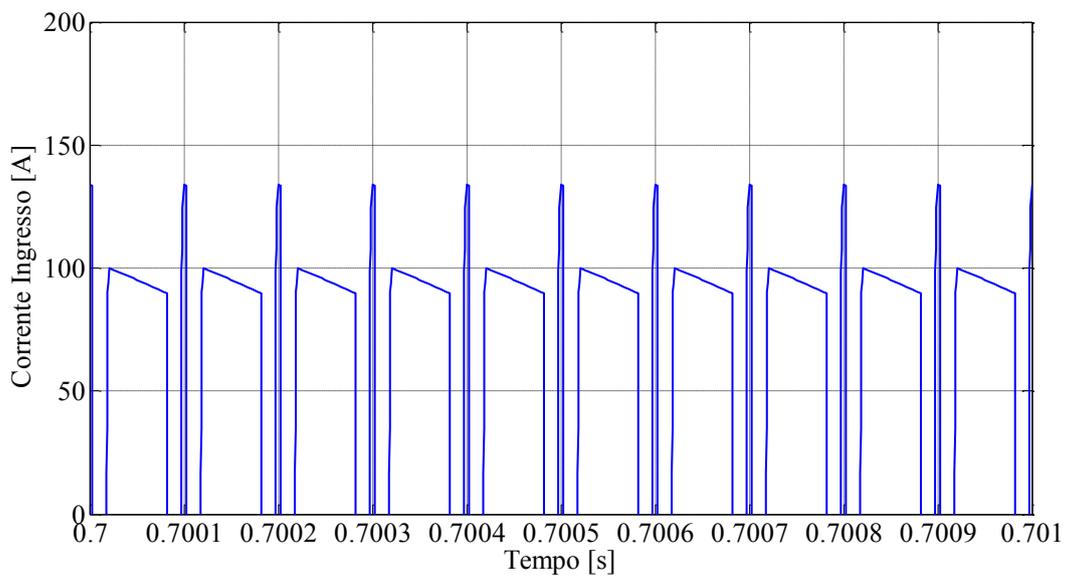
Vogliamo quindi verificare l'effetto boost.

Per prima cosa mostriamo in Figura 5.1 l'andamento della corrente d'ingresso del nostro circuito. Possiamo osservare come dopo il transitorio, la corrente d'ingresso raggiunga valori di poco inferiori a 135 Ampere.



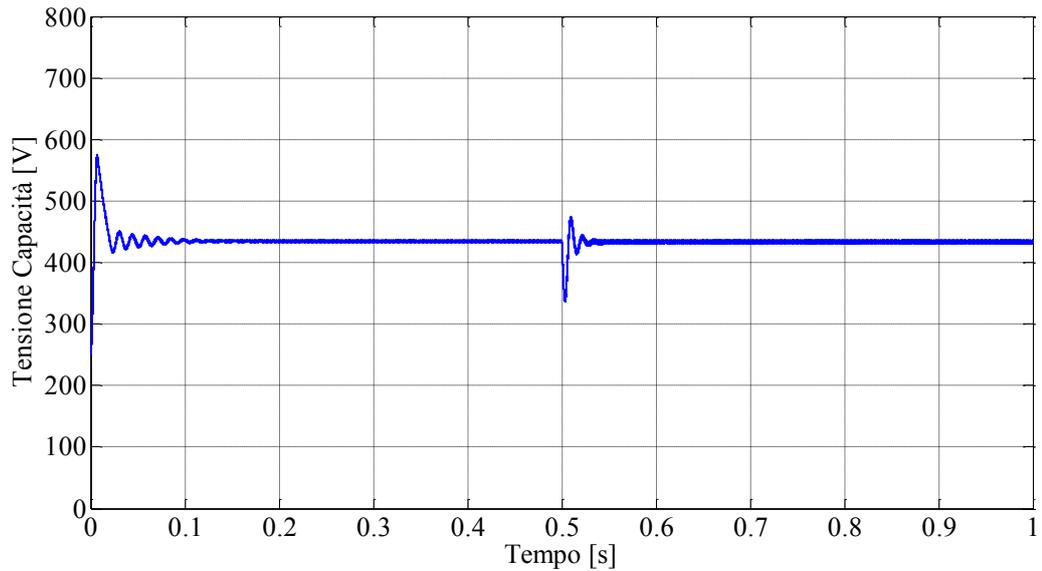
*Figura 5.1: Corrente d'ingresso.*

In Figura 5.2 mostriamo un ingrandimento temporale della corrente d'ingresso.



*Figura 5.2: Corrente d'ingresso fra i 0.7 e 0.75 secondi.*

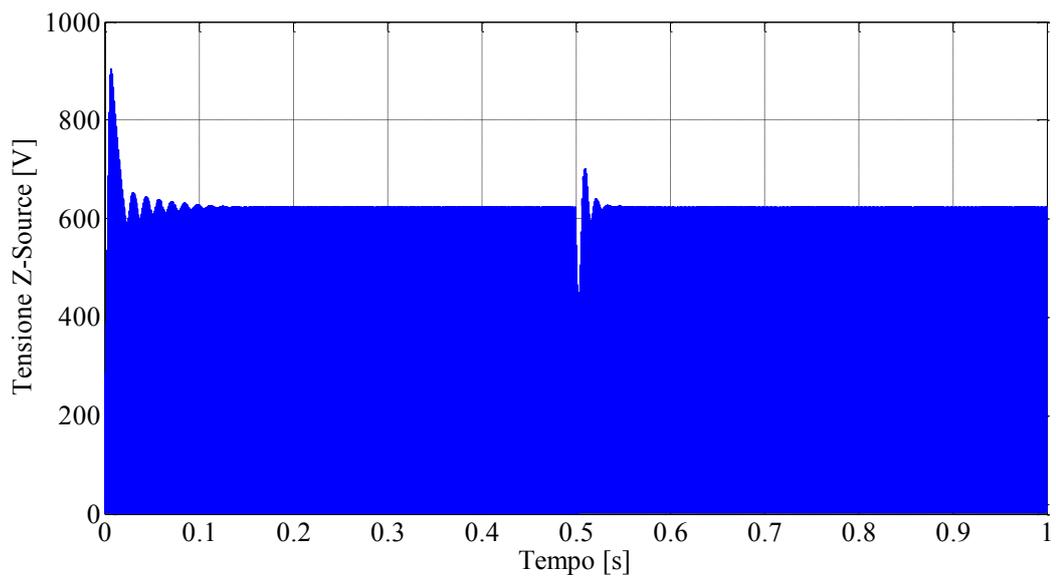
In Figura 5.3 rappresentiamo la tensione sui condensatori e possiamo notare che questa risulta pressoché costante, come è stato prima ipotizzato e successivamente dimostrato. Risulta inoltre evidente la presenza di un piccolo transitorio, conseguente alla variazione della tensione d'uscita impostata dopo 0.5 secondi.



*Figura 5.3: Tensione sui condensatori.*

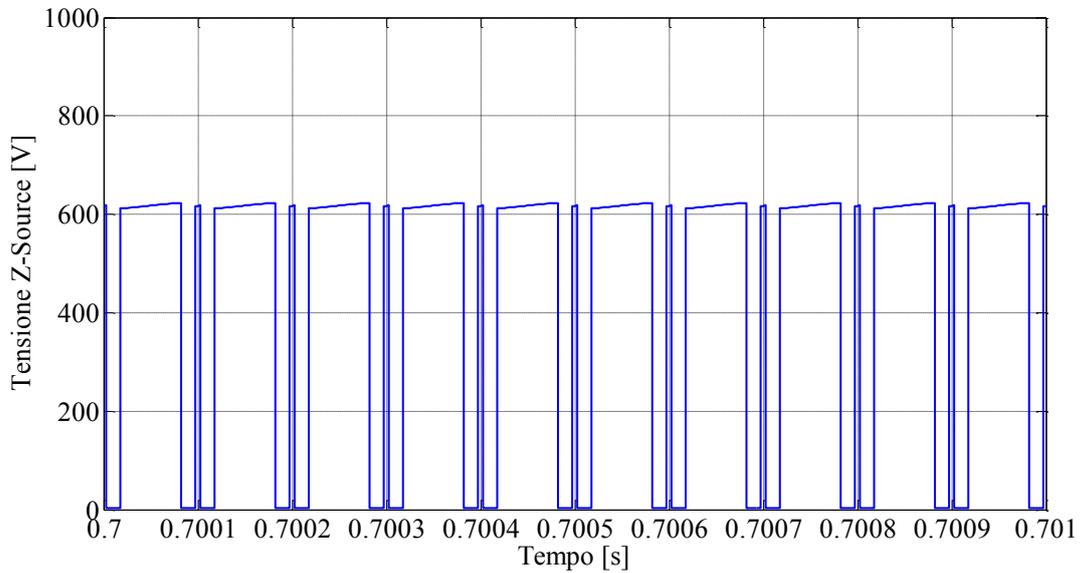
Il valore di tensione ottenuto dalla simulazione risulta pari a 433 V e quindi si è in grado di innalzare il valore di tensione d'uscita dallo Z-Source.

In Figura 5.4 possiamo invece osservare come la tensione in uscita dallo Z-Source risulti effettivamente superiore di quella in ingresso, e in particolare presenta un valore attorno ai 623 V. si nota inoltre il transitorio dovuto al cambio di tensione applicata.



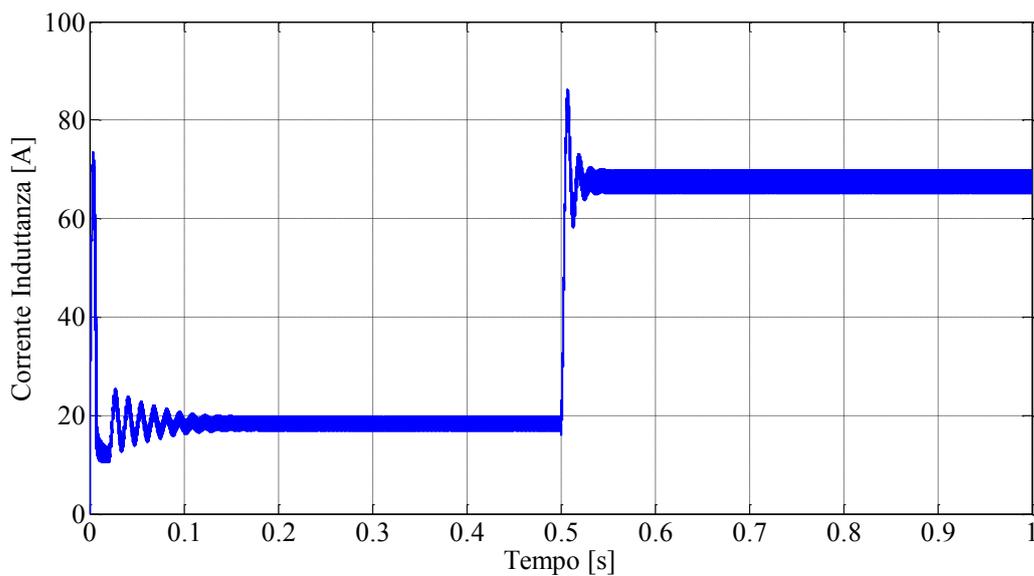
*Figura 5.4: Tensioni in uscita dal circuito Z-Source.*

Per maggior chiarezza, mostriamo in Figura 5.5 un ingrandimento temporale della Figura 5.4.



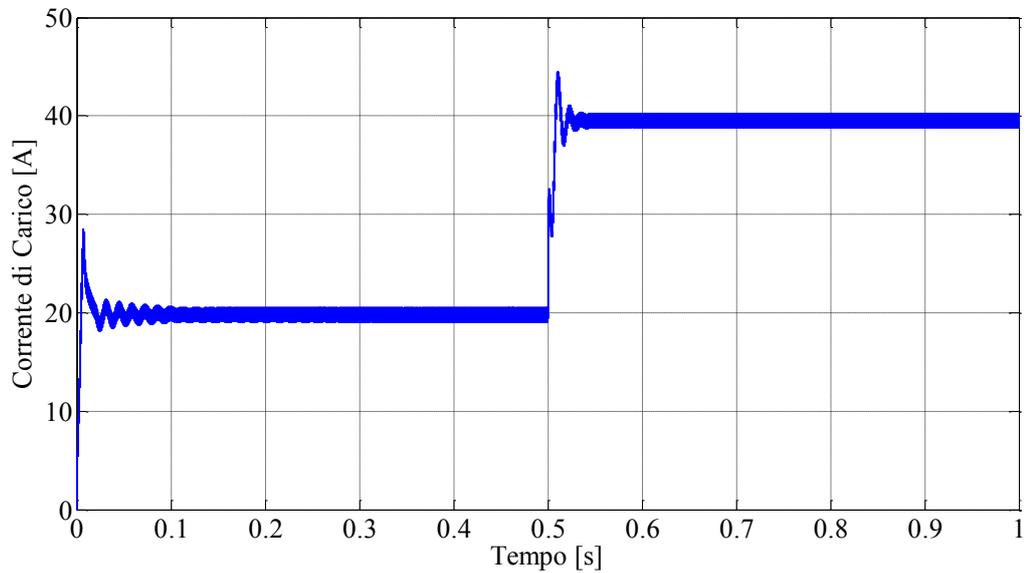
*Figura 5.5: Tensioni in uscita dal circuito Z-Source fra i 0.7 e 0.701 secondi.*

La Figura 5.6 mostra la corrente oscillante attorno al valor medio nelle induttanze, in cui si nota che per i primi 0.5 secondi si ha un valore di 18.5 Ampere, mentre in seguito al transitorio, si ha un valore che si assesta attorno ai 67 Ampere.



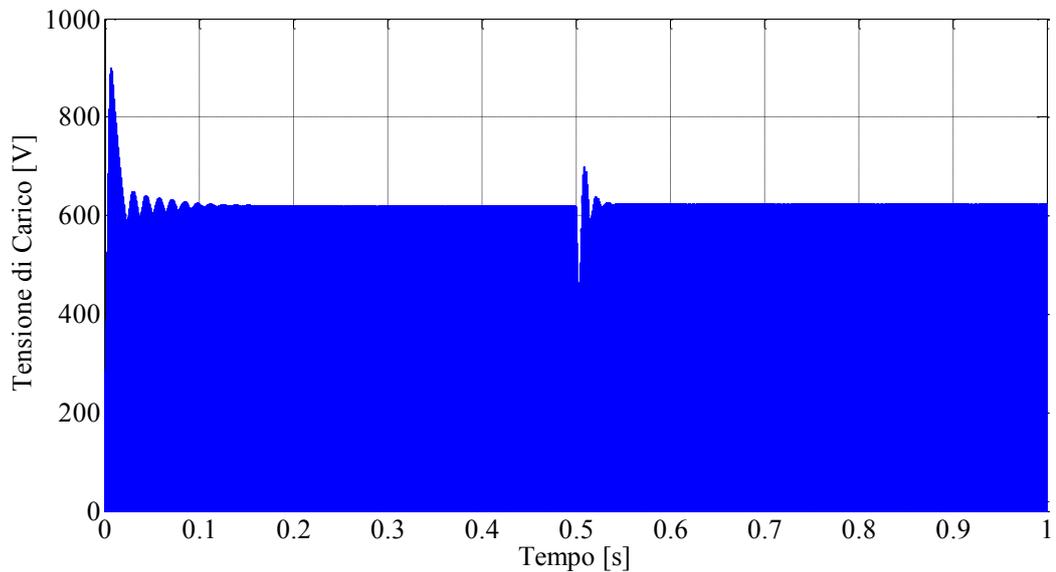
*Figura 5.6: Correnti nelle induttanze.*

La corrente di carico risulta poco inferiore ai 20 Ampere nei primi 0.5 secondi e di circa 40 Ampere nei successivi 0.5 secondi dopo il transitorio, come mostrato in Figura 5.7.



*Figura 5.7: Corrente di carico.*

Mostriamo infine in Figura 5.8 la tensione di carico in cui è ben visibile il transitorio imposto a 0.5 secondi, e in Figura 5.9 un suo ingrandimento temporale.



*Figura 5.8: Tensione di carico.*

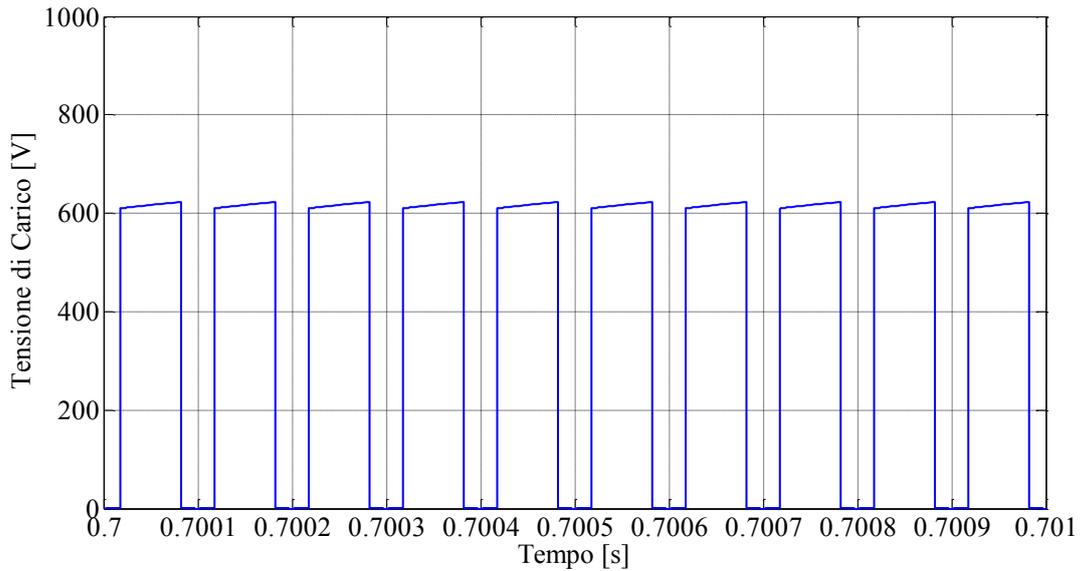


Figura 5.9: Tensione di carico fra i 0.7 e i 0.701 secondi.

### 5.2 – VERIFICA DEI RIPPLE ATTRAVERSO LE SIMULAZIONI

Per verificare i risultati ottenuti nel paragrafo 3.3, utilizziamo un circuito analogo a quello di Figura 4.1 ma questa volta inseriamo i valori dei duty cycle  $\delta_1$  e  $\delta_{ST}$  in modo da imporre al nostro sistema di andare a lavorare nelle differenti zone di funzionamento trovate.

In Figura 5.10 mostriamo il circuito di Simulink utilizzato.

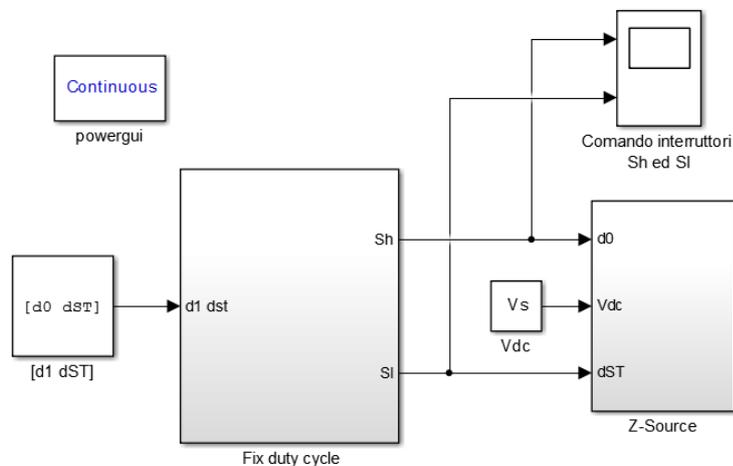


Figura 5.10: Circuito di verifica.

In particolare, in Figura 5.11, possiamo notare il sottosistema “*Fix duty cycle*” in cui vengono calcolati i rispettivi valori di  $S_h$  e  $S_l$  da inserire nel circuito Z-Source, dopo aver inserito i valori dei duty cycle in base alla zona di funzionamento in cui si vuole lavorare, e non più in seguito alla definizione del fattore di boost e delle tensioni d’uscita.

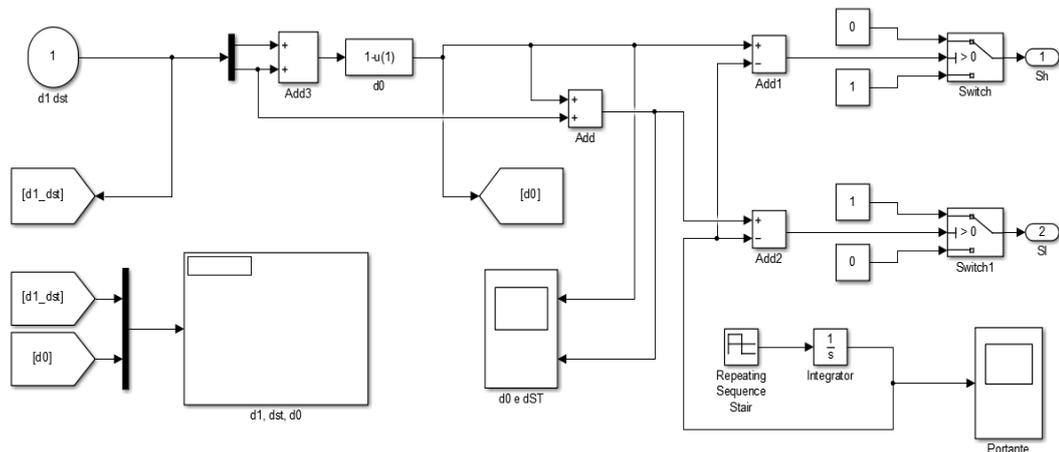


Figura 5.11: Sottosistema *Fix duty cycle*.

Effettuiamo la simulazione utilizzando i seguenti parametri:

- tensione d’ingresso:  $V_{dc} = 250$  [V];
- induttanza di carico:  $L_C = 10 e^{-3}$  [H];
- resistenza di carico:  $R_C = 10$  [ $\Omega$ ];
- induttanza Z-Source:  $L = 2.5 e^{-3}$  [H];
- capacità Z-Source:  $C = 0.3 e^{-3}$  [F];
- tempo di ciclo:  $T_C = 100 e^{-6}$  [s].

Cominciamo con lo studio della tensione sui condensatori  $V_C$ .

Inseriamo i valori dei duty cycle in modo da far lavorare il sistema nella zona 1 calcolata nel paragrafo 3.3.

Per maggior chiarezza riportiamo in Figura 5.12 il grafico utilizzato in Matlab per stabilire in quali punti svolgeremo le simulazioni per confrontare i ripple teorici con quelli reali.

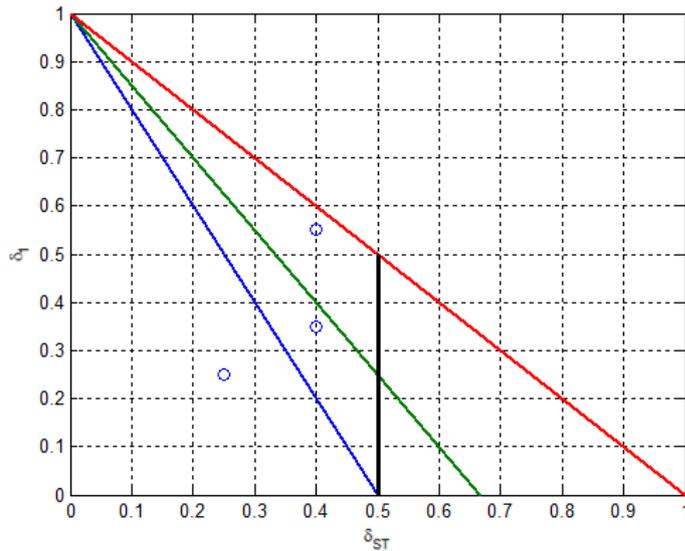


Figura 5.12: Punti di funzionamento utilizzati per lo studio dei ripple di tensione sui condensatori nelle diverse zone.

Cominciamo dalla zona 1 e quindi imponiamo i valori:  $\delta_{ST} = 0.25$  e  $\delta_1 = 0.25$  e otteniamo il grafico riportato in Figura 5.13.

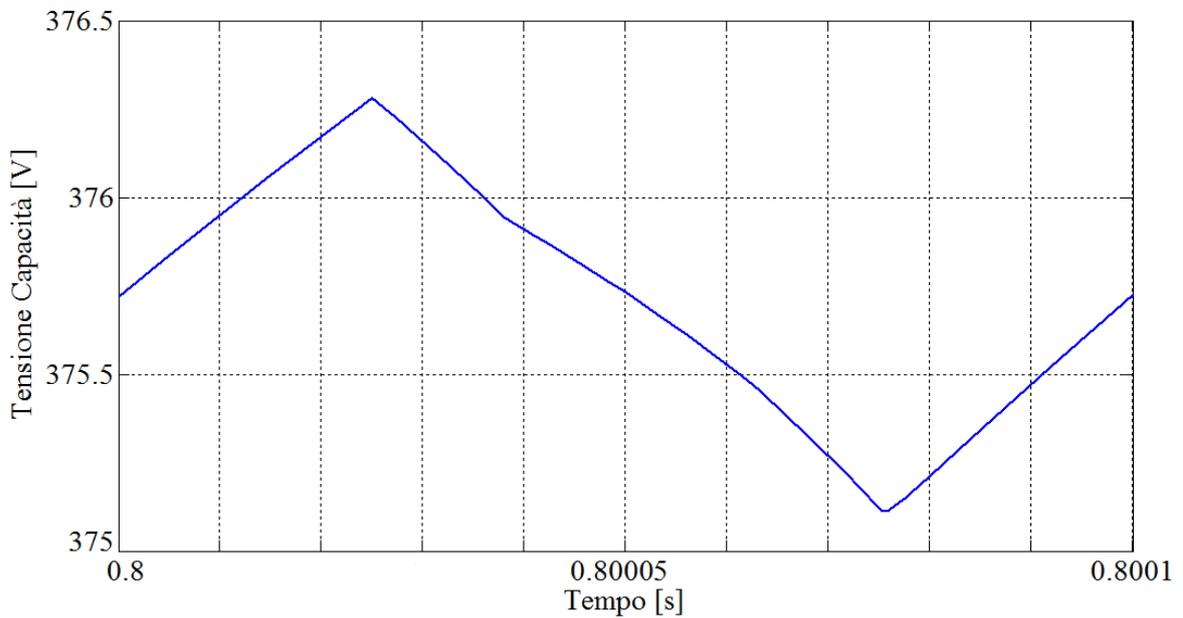


Figura 5.13: Andamento reale del ripple di tensione sulla capacità nella zona 1.

Per poter confrontare meglio i risultati ottenuti, mostriamo in Figura 5.14 la prima immagine della Figura 3.13 riguardante il ripple di tensione sui condensatori con funzionamento nella zona 1.

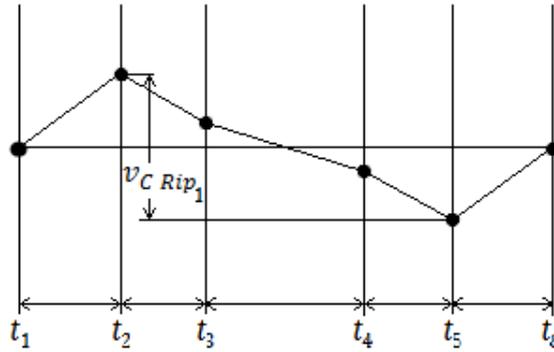


Figura 5.14: Andamento del ripple di tensione teorico nella zona 1.

Graficamente possiamo osservare che il caso reale e quello teorico trovato coincidono, e in particolare si ha un primo fronte di salita a partire dal valore della  $v_{C_1}$ , seguito da una diminuzione graduale durante il tempo di shoot-through e il successivo stato attivo di non shoot-through, arrivando ad un valore inferiore alla  $v_{C_1}$ . In seguito la tensione cala ulteriormente per poi tornare al valore di partenza in  $v_{C_6}$ .

Riportiamo l'espressione (3.81) del ripple di tensione nella zona 1:

$$v_{C Rip 1} = \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{C} T_C \quad (3.81)$$

Sostituiamo nella (3.81) i valori utilizzati e otteniamo:

$$v_{C Rip 1} = \frac{0.25(1-0.25-0.25)}{(1-0.5)} \frac{12.35}{0.3 e^{-3}} 100 e^{-6} = 1.03 [V] \quad (5.1)$$

Dalla Figura 5.13 determiniamo il valore del ripple di tensione, che risulta pari a:

$$v_{C Rip 1 REALE} \approx 376.3 - 375.2 = 1.1 [V] \quad (5.2)$$

Avendo una  $v_{C_1} \approx 375.7 Volt$  possiamo affermare che, date le approssimazioni fatte, il modello del convertitore studiato risulta accettabile e fornisce risultati analoghi ai risultati ottenuti attraverso le simulazioni fatte attraverso Simulink.

Ora invece inseriamo i valori dei duty cycle in modo da far lavorare il sistema nella zona 2 calcolata nel paragrafo 3.3.

Imponiamo i valori:  $\delta_{ST} = 0.4$  e  $\delta_1 = 0.35$  e otteniamo il grafico riportato in Figura 15.

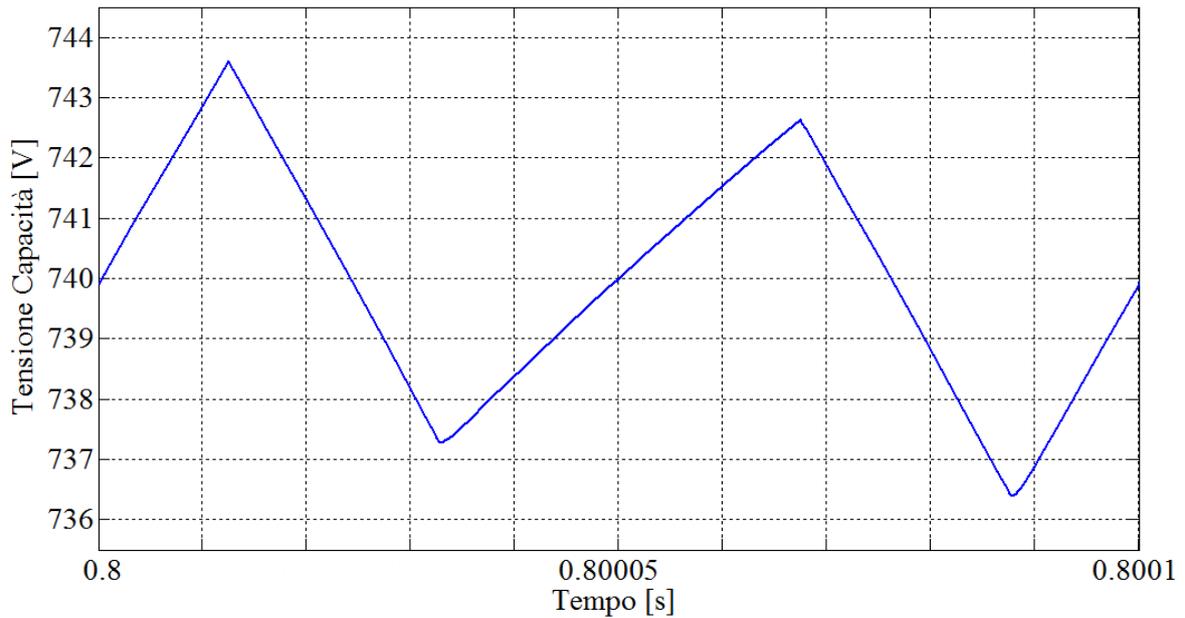


Figura 5.15: Andamento reale della tensione sulla capacità nella zona 2.

Riportiamo in Figura 5.16 la seconda immagine della Figura 3.13 riguardante il ripple di tensione sui condensatori con funzionamento nella zona 2.

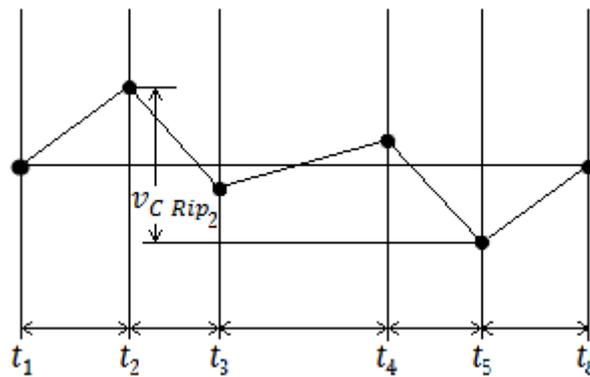


Figura 5.16: Andamento del ripple di tensione teorico nella zona 2.

Anche in questo caso, il grafico ottenuto con la simulazione e quello teorico coincidono. Si ha un primo fronte di salita a partire dal valore della  $v_{C_1}$ , seguito da una diminuzione graduale durante il tempo di shoot-through fino ad arrivare ad un valore inferiore alla  $v_{C_1}$ . Successivamente la tensione torna a crescere fino ad un valore di tensione superiore alla  $v_{C_1}$  ma sempre inferiore alla  $v_{C_2}$  durante lo stato attivo di non shoot-through. Infine, in maniera speculare, la tensione cala fino a  $v_{C_5}$  durante il funzionamento boost per poi risalire fino al valore iniziale.

Riportiamo l'espressione (3.81) del ripple di tensione nella zona 1:

$$v_{C\ Rip\ 2} = \frac{\delta_1(1-\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{C} T_C \quad (3.81)$$

Sostituiamo nella (3.81) i valori utilizzati e otteniamo:

$$v_{C\ Rip\ 2} = \frac{0.35(1-0.4-0.35)}{(1-0.8)} \frac{42.9}{0.3\ e^{-3}} 100\ e^{-6} = 6.26\ [V] \quad (5.3)$$

Dalla Figura 5.15 determiniamo il valore del ripple di tensione, che risulta pari a:

$$v_{C\ Rip\ 2\ REALE} \approx 743.6 - 736.5 = 7.1\ [V] \quad (5.4)$$

In questo caso avremo una tensione media pari a  $v_{C_2} \approx 740\ Volt$  e quindi possiamo considerare più che accettabile il valore del ripple calcolato attraverso lo studio teorico del circuito Z-Source.

Infine consideriamo la zona di funzionamento 3 e inseriamo i valori dei duty cycle in modo da far lavorare il sistema in questa zona.

Imponiamo i valori:  $\delta_{ST} = 0.4$  e  $\delta_1 = 0.55$  e otteniamo il grafico riportato in Figura 5.17.

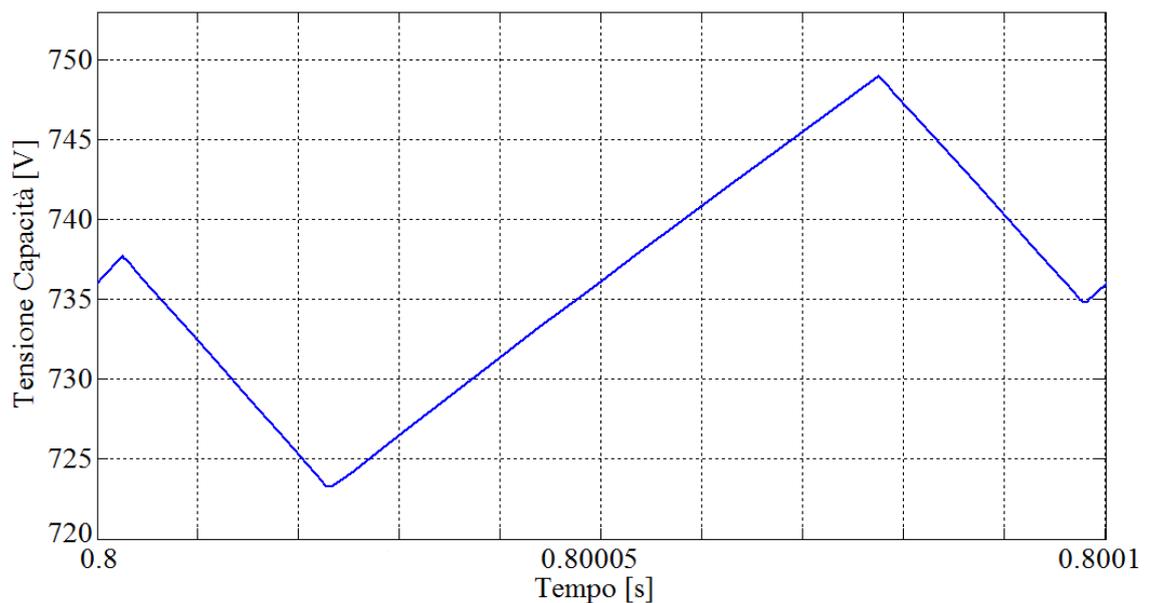


Figura 5.17: Andamento reale della tensione sulla capacità nella zona 3.

Per poter confrontare meglio i risultati ottenuti, mostriamo in Figura 5.18 la terza immagine della Figura 3.13 riguardante il ripple di tensione sui condensatori con funzionamento nella zona 3.

Graficamente possiamo osservare che il caso reale coincide anche in questo terzo caso con quello teorico determinato.

Si ha sempre un primo tratto in salita a partire dal valore della  $v_{C_1}$ .

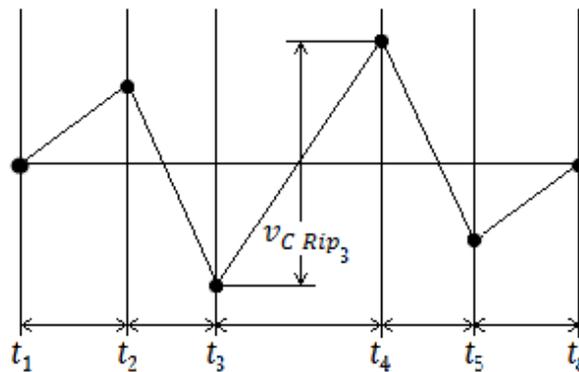


Figura 5.18: Andamento del ripple di tensione teorico nella zona 3.

Questa volta però il valore della tensione nel primo stato di shoot-through decresce notevolmente rispetto ai casi precedenti, fino a risalire ad un valore maggiore della  $v_{C_2}$  durante lo stato attivo di non shoot-through. In seguito la tensione calerà nuovamente al di sotto della  $v_{C_1}$  per poi terminare al valore iniziale con l'ultimo stato nullo di non shoot-through.

Inseriamo i valori dei duty cycle corrispondenti ad un punto di funzionamento scelto nella zona 3, questa volta all'interno dell'equazione (3.82):

$$v_{C \text{ Rip } 3} = -\frac{\delta_1(1-2\delta_{ST}-\delta_1)}{(1-2\delta_{ST})} \frac{i_{carico}}{C} T_C \quad (3.82)$$

e otteniamo quindi:

$$v_{C \text{ Rip } 3} = -\frac{0.4(1-0.8-0.4)}{(1-0.8)} \frac{67.3}{0.3 e^{-3}} 100 e^{-6} = 21.59 [V]. \quad (5.5)$$

Dalla Figura 5.17 determiniamo il valore del ripple di tensione, che risulta pari a:

$$v_{C \text{ Rip } 3 \text{ REALE}} \approx 749 - 723.5 = 25.5 \text{ [V]}. \quad (5.6)$$

In questo caso avremo una tensione media pari a  $v_{C_3} \approx 736.2 \text{ Volt}$  e quindi possiamo considerare più che accettabile anche il valore del ripple di tensione calcolato attraverso lo studio teorico del circuito Z-Source nella zona 3.

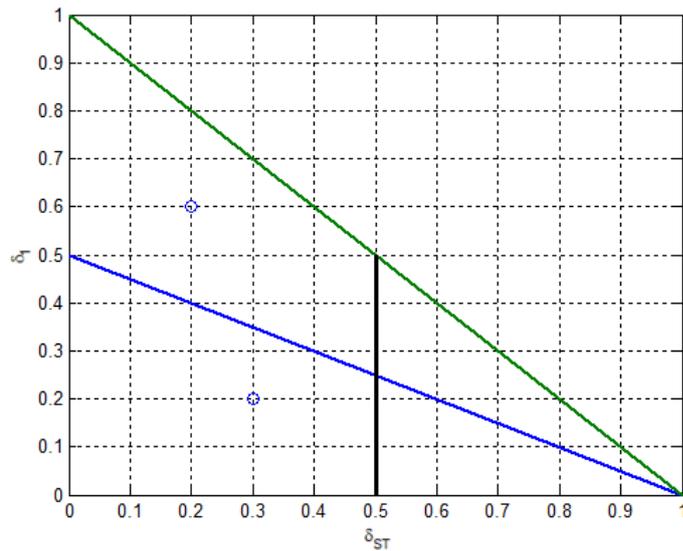
Nella Tabella 5.1 riassumiamo i risultati appena ottenuti per quanto riguarda i ripple di tensione sul condensatore.

\	valore teorico	valore reale
V <sub>C</sub> ripple 1	1.03 [V]	1.1[V]
V <sub>C</sub> medio 1	375.5 [V]	
V <sub>C</sub> ripple 2	6.26 [V]	7.1 [V]
V <sub>C</sub> medio 2	740 [V]	
V <sub>C</sub> ripple 3	21.59 [V]	25.5 [V]
V <sub>C</sub> medio 3	736.2 [V]	

*Tabella 5.1: Risultati ottenuti per i ripple di tensione sul condensatore.*

Passiamo ora alla verifica del ripple di corrente sulle induttanze.

Anche in questo caso, mostriamo in Figura 5.19 il grafico utilizzato in Matlab, che rappresenta i punti di funzionamento utilizzati per le simulazioni.



*Figura 5.19: Punti di funzionamento utilizzati per lo studio dei ripple di corrente sull'induttanza nelle diverse zone.*

Inseriamo i valori dei duty cycle in modo da far lavorare il sistema nella zona 1, di Figura 3.15, calcolata nel paragrafo 3.3.

Imponiamo i valori:  $\delta_{ST} = 0.3$  e  $\delta_1 = 0.2$  e otteniamo il grafico riportato in Figura 5.20.

Per poter confrontare meglio i risultati ottenuti, mostriamo in Figura 5.21 la prima immagine della Figura 3.16 riguardante il ripple di corrente sulle induttanze con funzionamento nella zona 1.

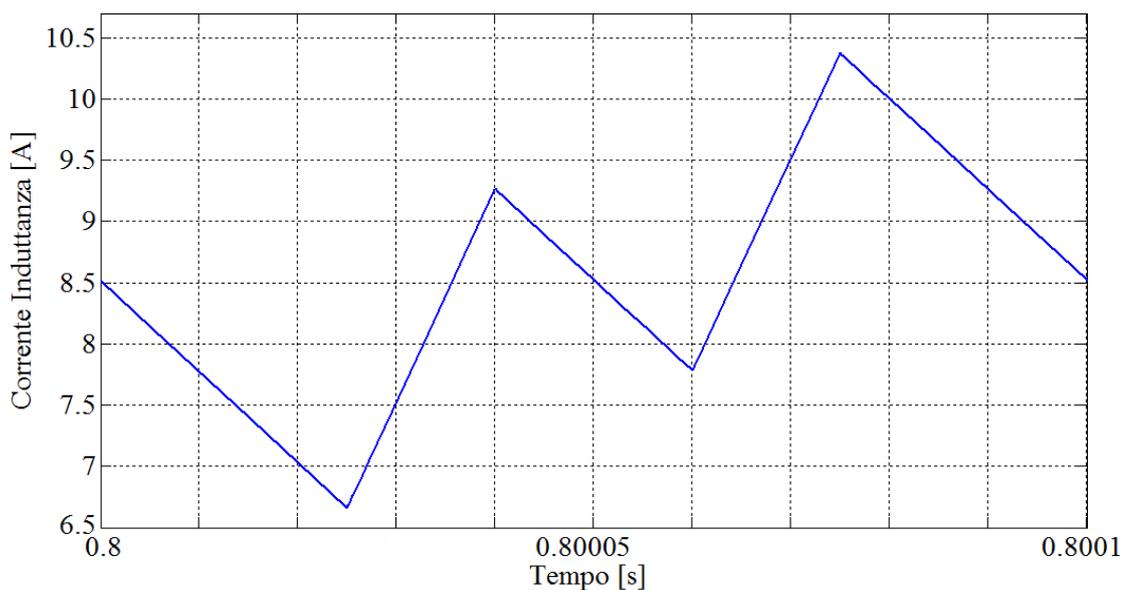


Figura 5.208: Andamento reale della corrente sull'induttanza nella zona 1.

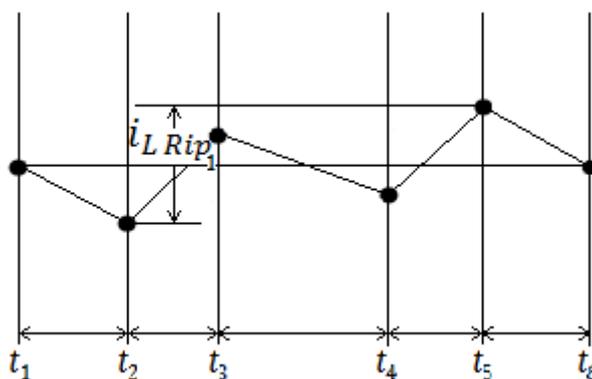


Figura 5.21: Andamento del ripple di corrente teorico nella zona 1.

Graficamente possiamo osservare che il caso reale e quello teorico trovato coincidono.

Osserviamo un primo tratto decrescente durante lo stato nullo di non shoot-through. Successivamente, durante il funzionamento boost, si ha un aumento della corrente fino ad un valore maggiore della corrente media  $i_{L1}$ . In seguito un ulteriore tratto decrescente fino a raggiungere una corrente nuovamente inferiore alla corrente media durante lo stato attivo di non shoot-through. Si risale poi oltre il valore di  $i_{L1}$  per terminare con l'ultimo stato di non shoot-through con la  $i_{L6}$ .

Riportiamo l'equazione (3.92) del ripple di corrente nella zona 1:

$$i_{L Rip 1} = \frac{\delta_{ST}(1-\delta_{ST}-\delta_1) v_S}{(1-2\delta_{ST})} \frac{T_C}{L} \quad (3.92)$$

Sostituiamo i valori impostati dei duty cycle nell'equazione (3.92):

$$i_{L Rip 1} = \frac{0.3(1-0.3-0.2)}{(1-0.6)} \frac{250}{2.5 e^{-3}} 100 e^{-6} = 3.75 [A] \quad (5.7)$$

Dalla Figura 5.20 determiniamo il valore del ripple di corrente:

$$i_{L Rip 1 REALE} \approx 10.4 - 6.7 = 3.7 [A] \quad (5.8)$$

Abbiamo ottenuto una corrente media pari a  $i_{L1} \approx 8.55$  Ampere.

Confrontando i risultati ottenuti dalla simulazione e quelli determinate teoricamente, osserviamo che sono pressoché identici e quindi la simulazione conferma i risultati teorici.

Infine imponiamo i valori:  $\delta_{ST} = 0.2$  e  $\delta_1 = 0.6$  in modo da andare a lavorare nella seconda zona di funzionamento di Figura 3.15 e otteniamo il grafico riportato in Figura 5.22.

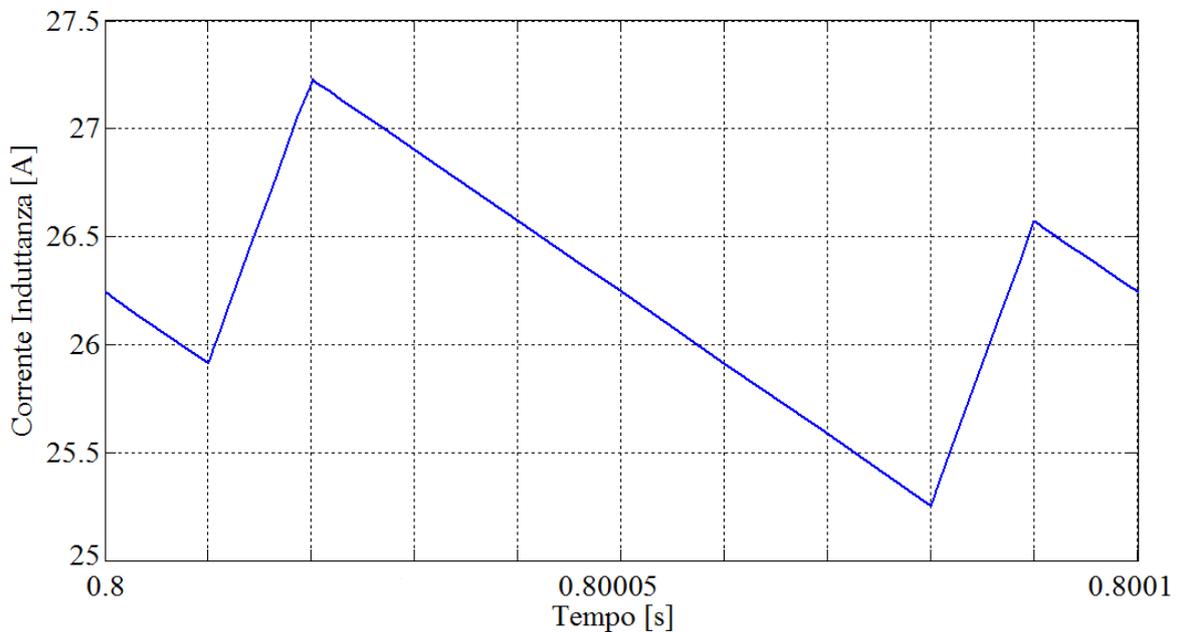


Figura 5.22: Andamento reale della corrente sull'induttanza nella zona 2.

Per poter confrontare meglio i risultati ottenuti, mostriamo in Figura 5.23 la prima immagine della Figura 3.16 riguardante il ripple di corrente sulle induttanze con funzionamento nella zona 1.

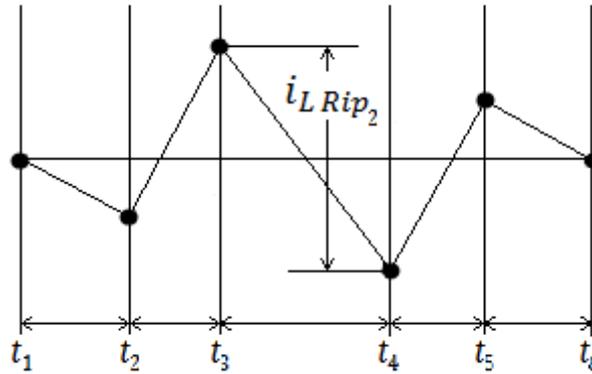


Figura 5.23: Andamento del ripple di corrente teorico nella zona 2.

Graficamente possiamo osservare che il caso reale e quello teorico trovato coincidono.

A partire dalla  $i_{L_1}$ , osserviamo un primo tratto decrescente durante lo stato nullo di non shoot-through. Successivamente, durante il primo stato di shoot-through, si ha un aumento della corrente fino ad un valore maggiore della corrente media  $i_{L_1}$ . Segue un ulteriore tratto decrescente fino a raggiungere una corrente nuovamente inferiore sia alla corrente media sia alla  $i_{L_2}$  durante lo stato attivo di non shoot-through.

Infine si ha un nuovo aumento di corrente fino a valori superiori alla  $i_{L_1}$  per poi tornare alla corrente media.

Riportiamo l'equazione (3.93) del ripple di tensione nella zona 2:

$$i_{L Rip 2} = \frac{\delta_{ST} \delta_1}{(1-2\delta_{ST})} \frac{v_S}{L} T_C \quad (3.93)$$

Sostituiamo i valori impostati dei duty cycle nella (3.93) e otteniamo:

$$i_{L Rip 2} = \frac{0.2 \cdot 0.6}{(1-0.4)} \frac{250}{2.5 e^{-3}} 100 e^{-6} = 2 [A] \quad (5.9)$$

Dalla Figura 5.22 determiniamo il valore del ripple di corrente:

$$i_{L Rip 2 REALE} \approx 27.25 - 25.35 = 1.9 [A] \quad (5.10)$$

Abbiamo ottenuto una corrente media pari a  $i_{L_2} \approx 26.3$  Ampere e anche in questo caso i valori determinate sono molto simili.

Nella Tabella 5.2 riassumiamo i risultati appena ottenuti per quanto riguarda i ripple di tensione sul condensatore.

\	valore teorico	valore reale
$i_{L \text{ ripple } 1}$	3.75 [A]	3.7 [A]
$i_{L \text{ medio } 1}$	8.55 [A]	
$i_{L \text{ ripple } 2}$	2 [A]	1.9 [A]
$i_{L \text{ medio } 2}$	26.3 [A]	

Tabella 5.2: Risultati ottenuti per i ripple di corrente nell'induttanza.

### 5.3 – ANALISI DEL FUNZIONAMENTO IN REGIME TRANSITORIO

Vogliamo infine analizzare l'andamento delle tensioni sui condensatori e delle correnti sulle induttanze quando si vuole variare il valore della tensione  $v_{Carico}$  in uscita.

Per fare questo, modifichiamo il circuito utilizzato in Figura 5.8, introducendo due blocchi attraverso i quali poter imporre la variazione dei duty cycle dopo 0.8 secondi a partire dall'inizio della simulazione, in modo da modificare il punto di funzionamento e simulare l'aumento di tensione d'uscita.

In particolare si modificherà il punto di funzionamento, Figura 5.24, passando dalla retta rossa  $q_{v_{C,1}}$  a quella blu  $q_{v_{C,2}}$ .

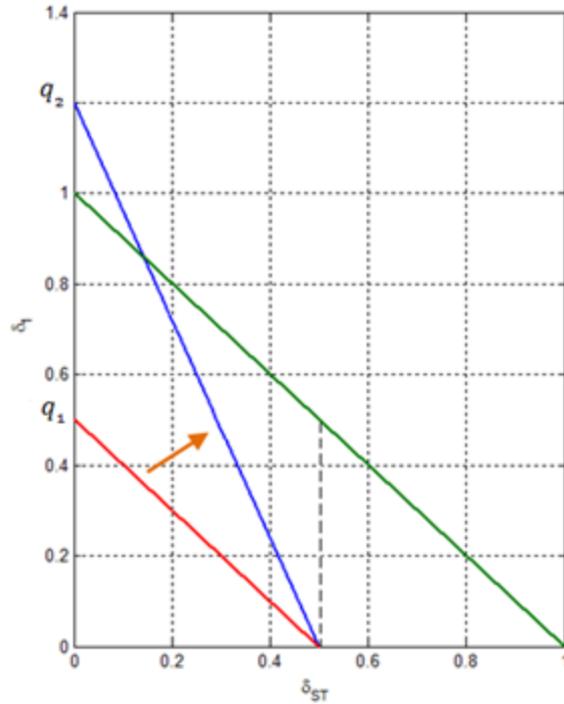


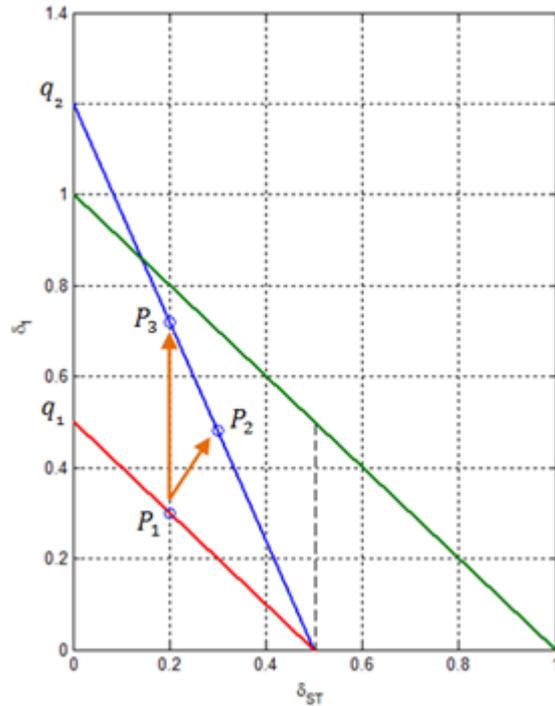
Figura 5.24: Cambio della retta di funzionamento.

Come già spiegato nel capitolo 3, queste rette presentano il rapporto  $v_{carico}/v_S$  costante in tutti i loro punti e questo significa che, a parità di tensione impressa, lavorare in qualsiasi punto di una stessa retta  $q_{v_C}$ , significa ottenere lo stesso valore di tensione in uscita.

Possiamo inoltre notare che il cambio del punto di funzionamento avviene su una retta che presenta un guadagno maggiore di 1, il che significa poter avere in uscita una tensione maggiore di quella d'ingresso. Possibilità che non si può ottenere attraverso l'utilizzo degli inverter normali, e quindi risulta necessario l'utilizzo del convertitore Z-Source.

Verranno effettuate due simulazioni distinte, come mostrato in Figura 5.25:

- La prima simulazione prevede il passaggio dal punto  $P_1$  al punto  $P_2$ , e quindi viene modificato sia il valore di  $\delta_1$  che di  $\delta_{ST}$  (*spostamento obliquo*);
- La seconda simulazione invece riguarda il passaggio dal punto  $P_1$  al punto  $P_3$ , mantenendo il valore di  $\delta_{ST}$  costante (*spostamento verticale*).



*Figura 5.25: Rappresentazione grafica delle simulazioni.*

Cominciamo con la prima simulazione.

Partendo quindi da un punto di funzionamento  $P_1(0.2 ; 0.3)$  sulla retta rossa e arrivando al punto  $P_2(0.3 ; 0.48)$  sulla retta blu, si ottengono gli andamenti della tensione sul condensatore e della corrente sull'induttanza, riportati rispettivamente nella Figura 5.26 e nella Figura 5.27. In queste figure possiamo notare che sia nel transitorio della tensione di carico che in quello della corrente di carico, il valore della grandezza d'arrivo risulta differente da quello di partenza a regime.

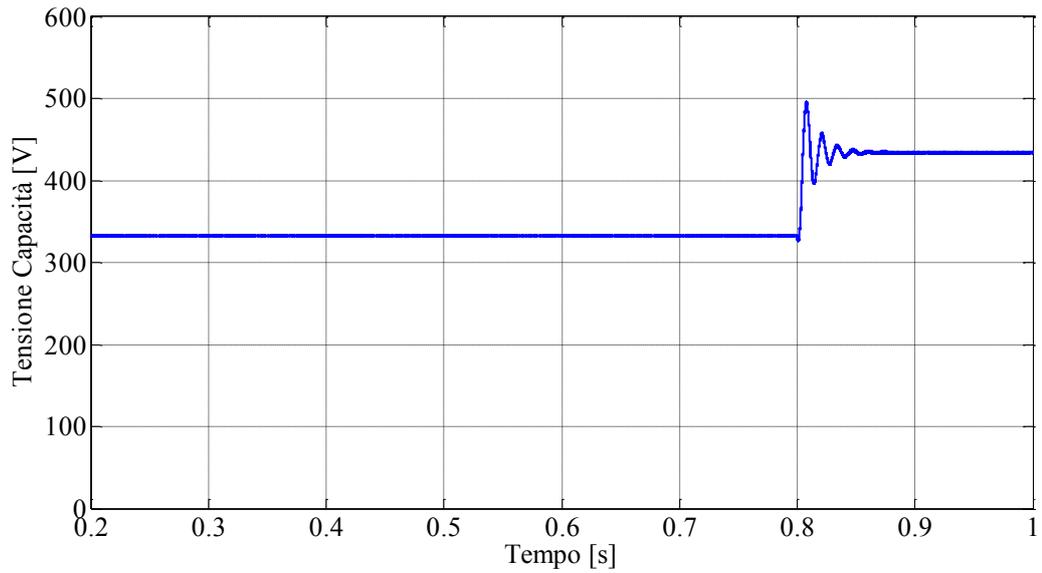


Figura 5.26: Andamento della tensione sul condensatore per lo step  $P_1 \rightarrow P_2$ .

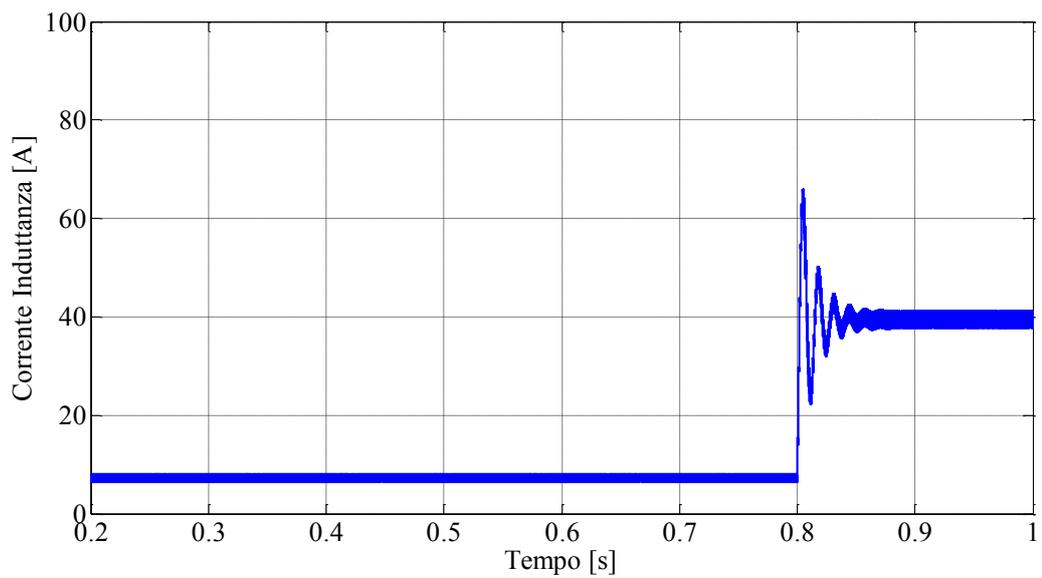
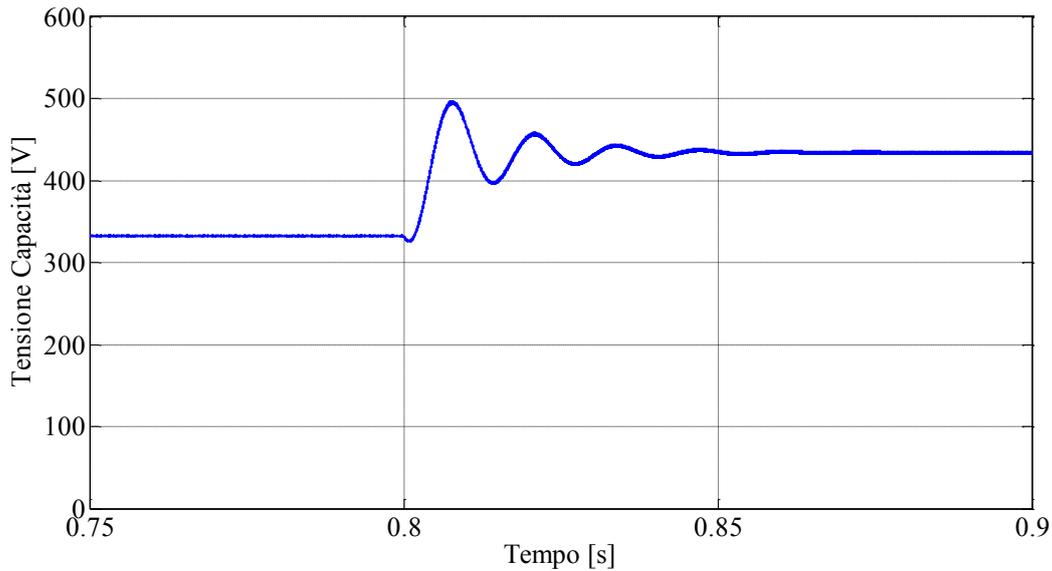


Figura 5.27: Andamento della corrente sull'induttanza per lo step  $P_1 \rightarrow P_2$ .

Modificando la tensione di carico, si modifica e si aumenta la corrente di carico, e quindi si ottiene un transitorio che, osservando la Figura 5.28, possiamo stimare attorno ai 70 millisecondi.



*Figura 5.28: Zoom dell'andamento della tensione sul condensatore riguardante lo step  $P_1 \rightarrow P_2$ .*

Passando fra stati di funzionamento in cui si deve modificare anche il  $\delta_{ST}$ , inevitabilmente si introduce un transitorio. L'entità di questo transitorio dipenderà dal dimensionamento dei parametri.

Passiamo ora alla seconda simulazione, che prevede il passaggio dal punto di funzionamento iniziale  $P_1(0.2 ; 0.3)$  sulla retta rossa, al punto  $P_3(0.2 ; 0.72)$  sulla retta blu, mantenendo lo stesso valore di  $\delta_{ST}$ .

Gli andamenti della tensione sul condensatore e della corrente nell'induttanza vengono riportati nella Figura 5.29 e nella Figura 5.30.

Anche in questo caso possiamo notare un transitorio dovuto al cambio della tensione di carico che provocherà anche il transitorio della corrente nell'induttanza.

Questa volta però, l'aver mantenuto  $\delta_{ST}$  costante, permette di ottenere un grandezza d'arrivo uguale a quella di partenza a regime, prima del transitorio.

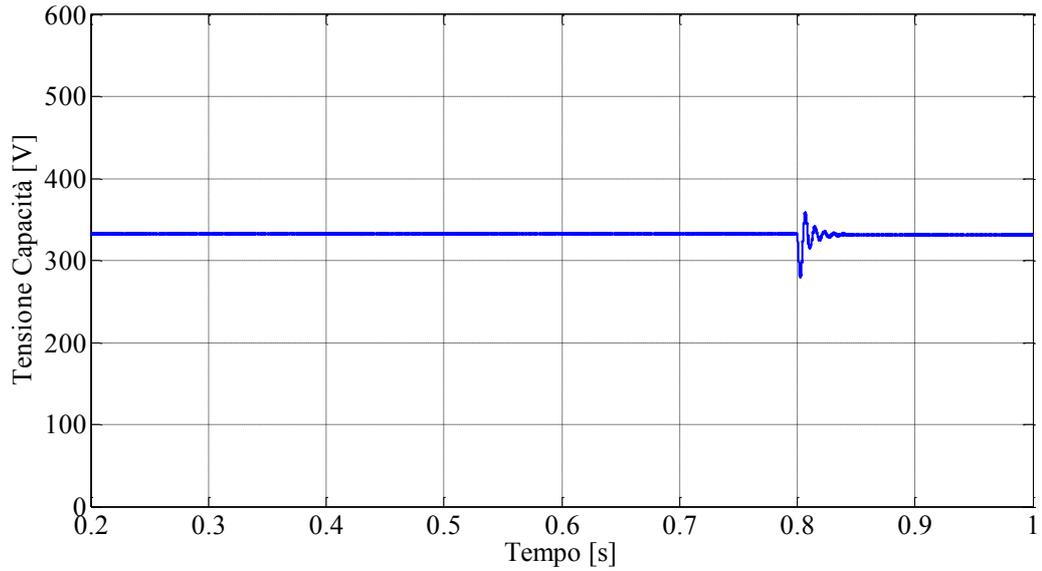


Figura 5.29: Andamento della tensione sul condensatore per lo step  $P_1 \rightarrow P_3$ .

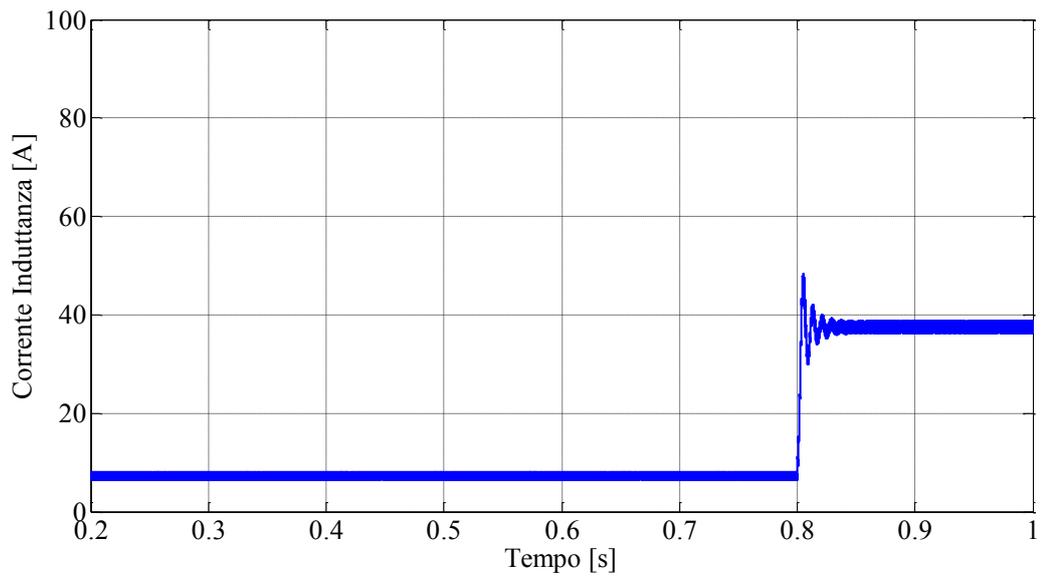


Figura 5.30: Andamento della corrente nell'induttanza per lo step  $P_1 \rightarrow P_3$ .

Inoltre, osservando la Figura 5.31, notiamo che questa volta la durata del transitorio è di circa 30 millisecondi, valore più che dimezzato rispetto al caso precedente.

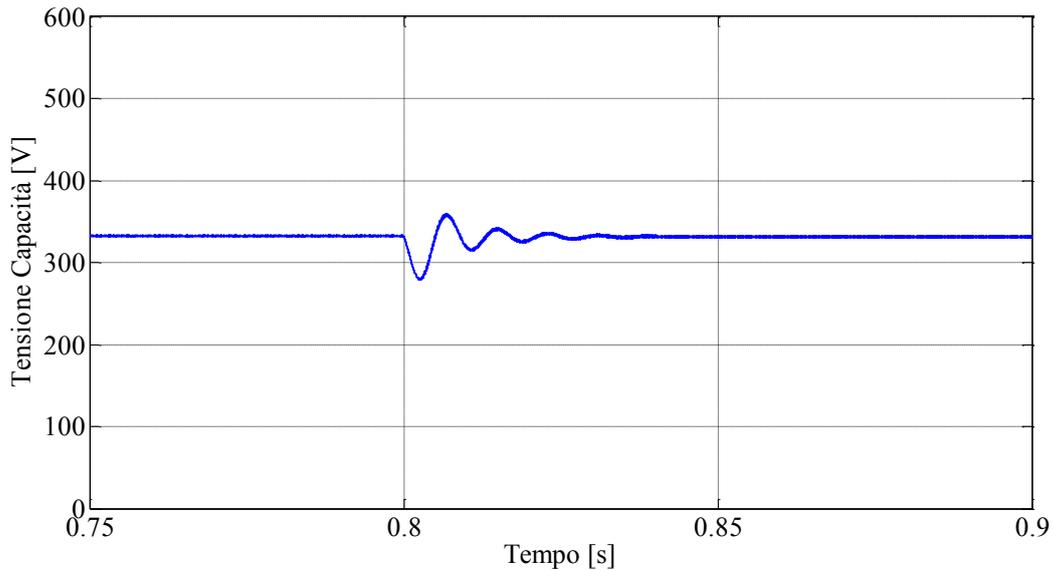


Figura 5.31: Zoom dell'andamento della tensione sul condensatore riguardante lo step  $P_1 \rightarrow P_3$ .

Possiamo quindi affermare che, imponendo l'aumento della tensione d'uscita rispetto a quella d'ingresso, si introduce comunque un transitorio, a causa dell'innalzamento della corrente di carico.

In particolare però, se la variazione avviene mantenendo il  $\delta_{ST}$  costante, si ottiene comunque un transitorio di tensione, che presenta però valori di tensione d'arrivo uguali a quelli di partenza, oltre a dimezzare i tempi di durata del transitorio stesso.

A differenza del convertitore standard che presenta un cambio di stato praticamente istantaneo, quando viene richiesta una variazione della tensione d'uscita, la rete del convertitore Z-Source presenta una sua dinamica, dipendente appunto dalla presenza della particolare connessione fra le induttanze e le capacità.

In particolare, l'entità del transitorio dipenderà dal dimensionamento dei condensatori e delle induttanze.

# CONCLUSIONI

In questo elaborato è stata introdotta una nuova tipologia di convertitore statico chiamato *Z-Source* con caratteristiche uniche, che permette di effettuare il *boost* delle tensioni ogni volta che la sorgente d'ingresso presenta una tensione molto variabile.

È stato introdotto un nuovo stato chiamato *stato di shoot-through*, non presente nei tradizionali convertitori a tensione costante o corrente costante.

Attraverso lo studio del nuovo circuito e l'introduzione della modulazione Double-Sided, è stato possibile determinare tutti i valori della tensione sui condensatori e della corrente nelle induttanze in corrispondenza dei tempi di fondamentale interesse. Sono state quindi identificate le diverse tipologie ed andamenti dei ripple presenti.

Abbiamo determinato le possibili zone di funzionamento corrispondenti ai valori assunti dai duty cycle, e attraverso queste si è stabilito con precisione il dimensionamento dei componenti grazie alle simulazioni eseguite con Simulink.

Il convertitore *Z-Source* in teoria può lavorare anche con guadagno infinito e quindi con valori di  $\delta_{ST}$  prossimi a 0.5. In realtà però, non è pensabile andare a lavorare in zone che determinano valori di ripple tanto elevati, tendenti a infinito.

È stato dimostrato che in questa tipologia di convertitore, ogni volta che si modifica la tensione sui condensatori o la corrente delle induttanze, si ha un transitorio, a differenza di un inverter normale. Sarà quindi necessario prevedere un tempo specifico per stabilizzarsi.

In particolare è possibile ridurre questo transitorio quando viene applicata una variazione di tensione mantenendo il duty cycle  $\delta_{ST}$  costante.

Confrontando i risultati teorici e quelli reali dei ripple di tensione sui condensatori e di corrente sulle induttanze, abbiamo stabilito che i risultati sono più che soddisfacenti, ottenendo in alcuni casi valori quasi coincidenti.

Introducendo perturbazioni e quindi non avendo un comportamento istantaneo, questo tipo di inverter può risultare problematico per gli azionamenti ad elevatissima dinamica.

Avendo un circuito più complesso ed un maggior numero di componenti, inevitabilmente si avranno maggiori costi e necessità di spazio.

Si hanno però due vantaggi fondamentali:

- possibilità di modificare la tensione di uscita a piacere;
- mancanza dei tempi morti, in quanto è presente lo stato di shoot-through che mette in corto, limitando le correnti.

## BIBLIOGRAFIA

- 1] Fang Zheng Peng, "Z-source inverter"; *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS*, VOL. 39, NO. 2, pp:504-510 MARCH/APRIL 2003.
- [2] B.Y. Husodo, M. Anwari, and S.M. Ayob "Analysis and Simulations of Z-Source Inverter Control Methods" *Department of Energy Conversion Engineering Faculty of Electrical Engineering, Universiti Teknologi Malaysia 81310 UTM Skudai, Johor Bahru, Malaysia.*
- [3] Dr. Majid K. Al-Kathat, "Analysis of Z-source inverter for Space vector PWM fed 3-phase induction motor"; *Eng. & Tech. journal*, vol.28, No17, pp:5440-5454, 2010.
- [4] Toke Franke, "comparison of a Z-source inverter and a voltage-source inverter linked with a DC-DC-boost converter for wind turbines concerning their efficiency and installed semiconductor power", *Institute of power electronics and electrical drives Christian-Albrechts-University Kiel Germany.*



# RINGRAZIAMENTI

Per cominciare, non posso che ringraziare la mia famiglia che mi è sempre stata vicina e mi ha permesso di concludere questo percorso di studi, non privo di difficoltà. In particolar modo, un ringraziamento speciale va a mia madre e a mia nonna, che più di chiunque altro hanno contribuito a questo traguardo importante. Buona parte del merito spetta senza dubbio a loro.

Proseguendo, voglio ringraziare infinitamente il Professor Angelo Tani per tutto il tempo dedicatomi, per la pazienza e la gentilezza dimostrata in ogni occasione e per avermi dato la possibilità di lavorare assieme a lui.

Ringrazio tutte le persone che mi hanno accompagnato in questi anni, che mi hanno aiutato in momenti di difficoltà e con le quali ho passato momenti indimenticabili. Persone che inevitabilmente sono diventate parte della mia vita e amici insostituibili.

Che dire di Giancarlo. Più che un amico e più che un parente. Il suo aiuto e la sua disponibilità in questi anni sono stati di fondamentale importanza per il traguardo di questo giorno. Sempre pronto ad aiutarmi in caso di necessità.

Un ringraziamento speciale va a Nicole, compagna di vita davvero insostituibile. Quasi sempre paziente e gentile. Presente e disponibile in tutti i momento di difficoltà e non solo. Senza di lei non ce l'avrei fatta sicuramente. Grazie davvero!

Infine ringrazio me stesso per essere arrivato fino a qui e non aver mai mollato, nonostante tutte le disavventure ed i molti imprevisti incontrati in questi lunghi anni.