

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*Dipartimento di Ingegneria, Civile Ambientale e dei Materiali*

**CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE**

**TESI DI LAUREA**

in

*Advanced Design of Structures*

**Applicazione del metodo “Alpha” per la stima della  
massima risposta torsionale in strutture asimmetriche  
in pianta**

CANDIDATO  
Alessandra Bonerba

RELATORE:  
Prof. Ing. Stefano Silvestri

CORRELATORE  
Dott. Ing. Michele Palermo

Anno Accademico 2013/2014

Sessione III

# Indice

<b>INTRODUZIONE.....</b>	<b>1</b>
--------------------------	----------

## **CAPITOLO 1**

<b>Il comportamento dinamico di strutture asimmetriche in pianta.....</b>	<b>3</b>
-------------------------------------------------------------------------------	----------

1.1 Formulazione del problema.....	4
1.2 Definizione dei parametri.....	4
1.2.1 Parametri definiti rispetto al centro di massa $C_M$ .....	4
1.2.2 Parametri definiti rispetto al centro di rigidità $C_K$ .....	6
1.3 Definizione del parametro $\Omega_0$ .....	8
1.4 Relazione tra $\Omega_0$ e $\gamma$ .....	9
1.5 Il problema agli autovalori.....	11
1.6 Risposta alle vibrazioni libere.....	15
1.6.1 Vibrazioni libere non smorzate.....	15
1.6.2 Vibrazioni libere smorzate.....	19
1.7 Il parametro “Alpha” .....	20
1.8 Il metodo “Alpha” .....	23
1.9 Classi di strutture.....	25

## **CAPITOLO 2**

<b>Formulazioni analitiche per la valutazione di <math>\Omega_0</math>.....</b>	<b>26</b>
---------------------------------------------------------------------------------	-----------

2.1 $\Omega_0$ per struttura a pianta quadrata e rettangolare.....	26
2.2 $\Omega_0$ per struttura a pianta quadrata in presenza di due setti.....	28
2.2.1 Distanza $x_s$ alla quale si ha il passaggio da struttura torsio-flessibile a torsio-rigida.....	30

2.2.2 Sviluppo di un foglio di calcolo per la valutazione di $\Omega_0$ .....	31
2.3 $\Omega_0$ per struttura a pianta rettangolare in presenza di due setti.....	34
2.3.1 Distanza $x_s$ alla quale si ha il passaggio da struttura torsio-flessibile a torsio-rigida.....	36
2.3.2 Sviluppo di un foglio di calcolo per la valutazione di $\Omega_0$ .....	37

## CAPITOLO 3

### Valutazione del parametro $\Omega_0$ per strutture reali a pianta quadrata .....41

3.1 Struttura di base.....	41
3.1.1 Calcolo della rigidezza.....	42
3.1.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	43
3.1.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza .....	44
3.1.4 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	45
3.2 Struttura di base con setti ad angol in corrispondenza del perimetro.....	46
3.2.1 Calcolo della rigidezza.....	47
3.2.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	50
3.2.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	50
3.2.4 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	52
3.3 Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del centro di massa.....	53
3.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	53
3.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	54
3.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	55
3.4 Struttura di base con vano ascensore posto a $x = 5m$ dal centro di massa.....	56
3.4.1 Calcolo della rigidezza.....	57
3.4.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	58
3.4.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	59

3.4.4	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	60
3.5	Struttura di base con vano ascensore posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	61
3.5.1	Vano ascensore posto a $x = 4$ m dal centro di massa $C_M$ .....	61
3.5.1.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	61
3.5.1.2	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	62
3.5.1.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	63
3.5.2	Vano ascensore posto a $x = 1,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	64
3.5.2.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	64
3.5.2.2	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	65
3.5.2.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	66
3.5.3	Vano ascensore posto a $x = 0$ m dal centro di massa $C_M$ .....	66
3.5.3.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	66
3.5.3.2	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	67
3.5.3.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	68
3.6	Struttura di base con setti disposti“a croce” in corrispondenza del centro di massa.....	68
3.6.1	Calcolo della rigidezza.....	69
3.6.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	72
3.6.3	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	72
3.6.4	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	73
3.7	Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del centro di massa e setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	74
3.7.1	Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	74
3.7.1.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	75
3.7.1.2	Calcolo del momento d'Inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	75
3.7.1.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	76

3.7.2 Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	77
3.7.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	77
3.7.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	78
3.7.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	79
3.7.3 Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	80
3.7.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	80
3.7.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	81
3.7.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	82
3.8 Struttura di base con tre setti posti al centro di massa e setto verticale a $x = -7,5$ m dal centro di massa.....	82
3.8.1 Calcolo della rigidezza.....	83
3.8.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	84
3.8.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	84
3.8.4 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	85
3.9 Struttura di base con due setti orizzontali in corrispondenza del centro di massa, un setto verticale fisso a $x = -7,5$ m e un setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	86
3.9.1 Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa.....	86
3.9.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	87
3.9.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	87
3.9.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	88
3.9.2 Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	89
3.9.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	89
3.9.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	90
3.9.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	91
3.9.3 Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	92
3.9.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	92

3.9.3.2	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	93
3.9.3.3	Calcolo del parametro $\Omega_{\theta}$ .....	94
3.10	Struttura di base con vano scala posto a $x = 5$ m dal centro di massa e setto a $x = -2,5$ m dal centro di massa.....	94
3.10.1	Calcolo della rigidezza.....	95
3.10.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	96
3.10.3	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	97
3.10.4	Calcolo del parametro $\Omega_{\theta}$ .....	99
3.11	Struttura di base con vano scala e con posizione del setto variabile.....	99
3.11.1	Setto posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	100
3.11.1.1	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	101
3.11.1.3	Calcolo del parametro $\Omega_{\theta}$ .....	102
3.11.2	Setto posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	102
3.11.2.1	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	103
3.11.2.2	Calcolo del parametro $\Omega_{\theta}$ .....	104
3.12	Sintesi dei risultati ottenuti.....	105

## CAPITOLO 4

### Valutazione del parametro $\Omega_{\theta}$ per strutture reali a pianta rettangolare.....112

4.1	Struttura di base.....	112
4.1.1	Calcolo della rigidezza.....	113
4.1.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	113
4.1.3	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	114
4.1.4	Calcolo del parametro $\Omega_{\theta}$ .....	115
4.2	Struttura di base con setti ad angolo al perimetro.....	115
4.2.1	Calcolo della rigidezza.....	116

4.2.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	116
4.2.3	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	117
4.2.4	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	118
4.3	Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del centro di massa.....	118
4.3.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	119
4.3.2	Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	119
4.3.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	120
4.4	Struttura di base con vano ascensore posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa.....	121
4.4.1	Calcolo della rigidezze.....	121
4.4.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	122
4.4.3	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	122
4.4.4	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	123
4.5	Struttura di base con vano ascensore posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	124
4.5.1	Struttura di base con vano ascensore posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	124
4.5.1.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	124
4.5.1.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	125
4.5.1.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	126
4.5.2	Vano ascensore posto a $x = 1,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	126
4.5.2.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	126
4.5.2.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	127
4.5.2.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	128
4.5.3	Vano ascensore a $x = 0$ m dal centro di massa $C_M$ .....	128
4.5.3.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	129
4.5.3.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezze.....	129
4.5.3.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	130

4.6	Struttura di base con setti “a croce” in corrispondenza del centro di massa.....	130
4.6.1	Calcolo della rigidezza.....	131
4.6.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	131
4.6.3	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	131
4.6.4	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	132
4.7	Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del centro di massa e setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	133
4.7.1	Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	133
4.7.1.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	133
4.7.1.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	134
4.7.1.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	135
4.7.2	Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	135
4.7.2.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	136
4.7.2.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	136
4.7.2.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	137
4.7.3	Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	138
4.7.3.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	138
4.7.3.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	139
4.7.3.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	140
4.7.4	Setto verticale posto a $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$ .....	140
4.7.4.1	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	141
4.7.4.2	Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	141
4.7.4.3	Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	142
4.8	Struttura di base con tre setti posti al centro di massa e setto verticale a $x = -10$ m dal centro di massa.....	143
4.8.1	Calcolo della rigidezza.....	143
4.8.2	Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	144



4.8.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	144
4.8.4 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	146
4.9 Struttura di base con due setti orizzontali in corrispondenza del centro di massa, un setto verticale fisso a $x = -10$ m e un setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa.....	146
4.9.1 Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa.....	146
4.9.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	147
4.9.1.2 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	147
4.9.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	148
4.9.2 Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	149
4.9.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	149
4.9.2.2 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	150
4.9.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	151
4.9.3 Setto verticale $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	151
4.9.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	152
4.9.3.2 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	152
4.9.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	153
4.9.4 Setto verticale $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$ .....	154
4.9.4.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	154
4.9.4.2 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	155
4.9.4.3 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	156
4.10 Struttura di base con vano scala posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa e setto posto a $x = -2,5$ m dal centro di massa.....	156
4.10.1 Calcolo della rigidezza.....	157
4.10.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$ .....	157
4.10.3 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	158
4.10.4 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	159

4.11 Struttura di base con vano scala e con posizione del setto variabile.....	160
4.11.1 Setto posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	160
4.11.1.1 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	161
4.11.1.2 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	162
4.11.2 Setto posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$ .....	163
4.11.2.1 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	164
4.11.2.2 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	165
4.11.3 Setto posto a $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$ .....	165
4.11.3.1 Calcolo del momento di inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza.....	166
4.11.3.2 Calcolo del parametro $\Omega_0$ .....	167
4.12 Sintesi dei risultati ottenuti.....	168

## CAPITOLO 5

### **Le proprietà modali di strutture multipiano a pianta quadrata.....175**

5.1 Modelli.....	175
5.1.1 Primo modello.....	176
5.1.2 Secondo modello.....	177
5.1.3 Terzo modello.....	178
5.1.4 Quarto modello.....	178
5.2 Calcolo dei periodi longitudinali.....	180
5.3 Analisi modale.....	182
5.3.1 Risultati dell'analisi modale del primo modello.....	182
5.3.2 Risultati dell'analisi modale del secondo modello.....	188
5.3.3 Risultati dell'analisi modale del terzo modello.....	193
5.3.4 Risultati dell'analisi modale del quarto modello.....	199
5.4 Sintesi dei risultati ottenuti.....	204
5.4.1 Risultati ottenuti dal primo e terzo modello.....	205
5.4.2 Risultati ottenuti dal secondo e terzo modello.....	214

## CAPITOLO 6

<b>Le proprietà modali di strutture multipiano a pianta quadrata.....</b>	<b>216</b>
6.1 Modelli.....	216
6.1.1 Primo modello.....	216
6.1.2 Secondo modello.....	217
6.1.3 Terzo modello.....	218
6.1.4 Quarto modello.....	218
6.2 Calcolo dei periodi longitudinali.....	220
6.3 Analisi modale .....	222
6.3.1 Risultati dell'analisi modale del primo modello.....	222
6.3.2 Risultati dell'analisi modale del secondo modello.....	228
6.3.3 Risultati dell'analisi modale del terzo modello.....	235
6.3.4 Risultati dell'analisi modale del quarto modello.....	241
6.4 Sintesi dei risultati ottenuti.....	247
6.4.1 Risultati ottenuti dal primo e terzo modello.....	247
6.4.2 Risultati ottenuti dal secondo e quarto modello.....	253

## CAPITOLO 7

<b>Il comportamento sismico di strutture asimmetriche in pianta.....</b>	<b>255</b>
7.1 Sisimi considerati.....	255
7.2 Metodo “Alpha” per determinare il massimo spostamento longitudinale al lato flessibile e al lato rigido.....	257
7.3 Parametri A,B e $\delta$ .....	257
7.4 Definizione degli spostamenti $u_{y,CM,F,max}$ e $u_{y,CM,S,max}$ .....	258
7.5 Definizione dei parametri $M_{CM,stiff}$ $M_{CM,flex}$ $M_{NE,stiff}$ e $M_{NE,flex}$ .....	259

7.6 Parametri $M_{CM, stiff}$ $M_{CM, flex}$ $M_{NE, stiff}$ e $M_{NE, flex}$ per le strutture a pianta quadrata.....	260
7.6.1 Parametri del primo modello.....	261
7.6.2 Parametri del secondo modello.....	263
7.6.3 Parametri del terzo modello.....	265
7.6.4 Parametri del quarto modello.....	267
7.7 Sintesi dei risultati ottenuti.....	269
7.7.1 Risultati del primo e terzo modello.....	269
7.7.2 Risultati del secondo e quarto modello.....	273

## CAPITOLO 8

### **Il comportamento sismico di strutture asimmetriche in pianta.....277**

8.1 Parametri $M_{CM, stiff}$ $M_{CM, flex}$ $M_{NE, stiff}$ e $M_{NE, flex}$ per le strutture a pianta rettangolare.....	277
8.1.1 Parametri del primo modello.....	277
8.1.2 Parametri del secondo modello.....	279
8.1.3 Parametri del terzo modello.....	281
8.1.4 Parametri del quarto modello.....	283
8.2 Sintesi dei risultati ottenuti.....	285
8.2.1 Risultati del primo e terzo modello.....	285
8.2.2 Risultati del secondo e quarto modello.....	288

## CAPITOLO 9

Conclusioni.....	292
Bibliografia.....	294

# INTRODUZIONE

Per avere un buon comportamento delle strutture sottoposte all'azione sismica devono essere messi in pratica determinati criteri progettuali.

Come riportato anche nella vigente normativa sulle costruzioni [12], occorre avere uniformità e simmetria che assicurano una distribuzione bilanciata ed adeguata degli elementi strutturali in pianta e in altezza, inducendo la struttura ad avere una risposta globale uniforme.

La struttura deve presentare resistenza e rigidezza flessionale secondo due direzioni ortogonali. La presenza di due sistemi resistenti orditi secondo due direzioni ortogonali con valori di resistenza e rigidezza simili assicura un buon comportamento della struttura qualunque sia la direzione del sisma.

Oltre alla resistenza e rigidezza flessionale la struttura deve presentare anche resistenza e rigidezza torsionale in maniera tale da avere limitati effetti torsionali riducendo il rischio di elevate sollecitazioni concentrate in corrispondenza degli elementi resistenti più distanti dal centro di rigidezza.

Gli elementi resistenti inseriti che garantiscono resistenza e rigidezza sia flessionale che torsionale devono essere ben disposti all'interno della struttura in modo tale da avere il centro delle masse e delle rigidezze il più vicini possibile.

Nella condizione ideale il centro di massa e quello di rigidezza coincidono e quindi si avrà esclusivamente un moto di pura traslazione nella direzione del sisma. Invece se il baricentro delle masse e delle rigidezze non coincidono, come spesso accade nella realtà, oltre ad un moto di traslazione si avrà anche una componente torsionale. Quest'ultima componente difficile da determinare può dar luogo a forti sollecitazioni negli elementi più distanti dal centro di rigidezza.

Per poter analizzare e risolvere tale problematica, sono stati condotti diversi studi fin dal tardo 1970 [2, 3, 5].

In particolare l'Università di Bologna ha sviluppato il metodo "Alpha" [8, 9]; un metodo semplificato attraverso il quale si può valutare la risposta rotazionale della struttura in seguito all'azione sismica a partire dallo spostamento longitudinale (quello lungo la direzione del sisma) e da un parametro  $\alpha$ .

Tale metodo è stato sviluppato per strutture ad un piano sia in ambito elastico lineare che in ambito non lineare.

Il seguente elaborato ha lo scopo di analizzare il comportamento torsionale di diverse tipologie strutturali, valutare la veridicità del metodo “Alpha” per strutture ad un piano e successivamente testare la validità del metodo per strutture multipiano.

Nel primo capitolo è stato introdotto inizialmente il problema, poi sono stati definiti per il sistema oggetto di studio l'equazione del moto e i diversi parametri che intervengono.

Tra questi parametri di rilevante importanza si ha l'indice di torsioflessibilità  $\Omega_\theta$ .

Infine è stato definito il metodo “Alpha” per la determinazione della massima risposta rotazionale.

Nel secondo capitolo è stata eseguita una valutazione analitica del parametro  $\Omega_\theta$  per il caso specifico di struttura con due setti disposti ad uguale distanza dal centro di massa.

Nel terzo e nel quarto capitolo è stata effettuata una valutazione dei parametri  $\Omega_\theta$  e dell'eccentricità sia per strutture a pianta quadrata che a pianta rettangolare, caratterizzate da diversi elementi resistenti. In particolare è stato analizzato come cambia il parametro  $\Omega_\theta$  al variare dell'eccentricità per una stessa struttura.

Nel quinto e sesto capitolo sono stati riportati i risultati delle analisi modali condotte per tutti i casi visti nei capitoli precedenti: nel caso ad un piano e nel caso di strutture multipiano (cinque e dieci piani).

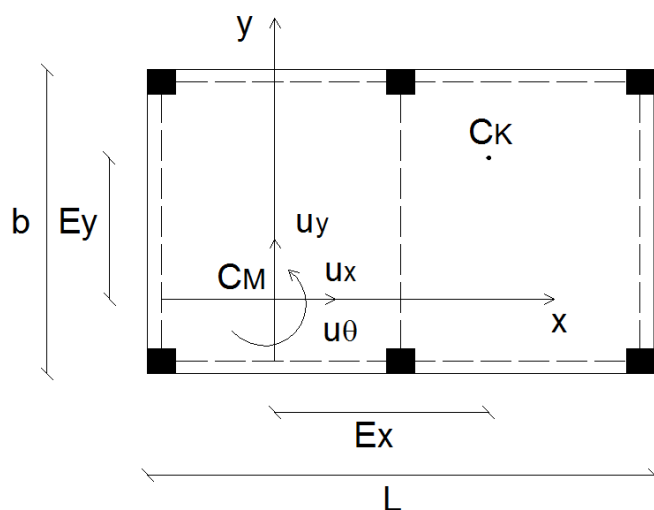
Infine nel settimo e ottavo capitolo sono stati ricavati i risultati delle analisi time-history eseguite per le stesse strutture. Sono stati determinati gli spostamenti al fine di eseguire una verifica del metodo per strutture ad un piano e studiare i risultati ottenuti per strutture multipiano.

Il lavoro svolto si conclude con il nono capitolo in cui sono stati riportati i risultati.

# CAPITOLO 1

## Il comportamento dinamico di strutture asimmetriche in pianta

Si consideri una struttura ad un piano, mostrata in fig. 1, caratterizzata da una certa eccentricità, quindi il baricentro delle masse non risulta coincidente con il baricentro delle rigidezze. Si assuma che il piano sia infinitamente rigido, perciò che non vi siano spostamenti relativi tra i singoli punti del piano, e che gli elementi resistenti siano privi di massa e assialmente inestensibili. Si hanno tre gradi di libertà:  $u_x(t)$  spostamento lungo l'asse  $x$ ;  $u_y(t)$  spostamento lungo l'asse  $y$  e  $u_\theta(t)$  rotazione attorno all'asse  $z$ . I tre gradi di libertà sono riferiti al centro di massa.



**Fig 1.1** Struttura ad un piano a tre gradi di libertà con origine del sistema di riferimento situato in corrispondenza del centro di massa  $C_M$ .

## 1.1 Formulazione del problema

Facendo riferimento al sistema sopra definito si introducono le seguenti ipotesi:

- Uguaglianza di rigidità laterale totale del sistema lungo gli assi x ed y:

$$\sum_{i=1}^n k_{x_i} = \sum_{i=1}^n k_{y_i} = k;$$

- La risposta rotazionale  $u_\theta$  sviluppata sotto eccitazione sismica è abbastanza piccola da potersi considerare valida l'approssimazione:  $u_\theta \cong \sin(u_\theta) \cong \tan(u_\theta)$ ;
- Si considera uno smorzamento alla Rayleigh; in questo modo la matrice dello smorzamento è data dalla combinazione lineare della matrice delle masse e della matrice delle rigidità:  $\mathbf{C} = a\mathbf{M} + b\mathbf{K}$ ;

Le equazioni differenziali del moto che governano la risposta dinamica accoppiata latero-torsionale, facendo riferimento al sistema di coordinate avente origine nel centro di massa ( $C_M$ ), possono essere espresse in forma matriciale compatta in un'unica equazione:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad (1.1)$$

Prima di scrivere la (1.1) in forma matriciale estesa si devono introdurre alcuni parametri del sistema.

## 1.2 Definizione dei parametri

### 1.2.1 Parametri definiti rispetto al centro di massa $C_M$

Analizziamo ora i vari parametri introdotti, definiti considerando come origine del sistema di riferimento il centro di massa. Si fa quindi riferimento alla figura (1.1).

$u_x(t)$  è lo spostamento lungo l'asse x;

$u_y(t)$  è lo spostamento lungo l'asse y;



$u_\theta(t)$  è la rotazione attorno all'asse z;

$m = \int_A v(x, y) \cdot dx \cdot dy = \sum_i m_i$  è la massa totale della struttura;

$I_{p,m} = I_{p,m,CM} = \int_m (x^2 + y^2) dm$  è il momento d'inerzia polare della massa del sistema

calcolato rispetto al centro di massa. Questa grandezza rappresenta una proprietà fisica del sistema, perciò può essere indicata come  $I_{p,m}$  anziché  $I_{p,m,CM}$ ;

$\rho_m = \rho_{m,CM} = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \int_A v(x, y) \cdot (x^2 + y^2) \cdot dx \cdot dy} = \sqrt{\frac{I_{p,m}}{m}}$  è il raggio d'inerzia delle masse

calcolato rispetto al centro di massa. Anche questa grandezza rappresenta una proprietà fisica del sistema perciò può essere indicata come  $\rho_m$  anziché  $\rho_{m,CM}$ ;

$[C]$  è la matrice di smorzamento;

$k_x = \sum_{i=1}^n k_{xi}$  è la rigidità traslazionale totale lungo la direzione x;

$k_y = \sum_{i=1}^n k_{yi}$  è la rigidità traslazionale totale lungo la direzione y;

$I_{p,k,CM} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_i^2 + k_{xi} \cdot y_i^2)$  è il momento d'inerzia polare delle rigidità del sistema

calcolato rispetto al centro di massa;

$\rho_{k,CM} = \sqrt{\frac{I_{p,k,CM}}{k}}$  è il raggio d'inerzia delle rigidità del sistema calcolato rispetto al

centro di massa;

$E_x = \frac{\sum_i k_{yi} \cdot x_i}{\sum_i k_{yi}}$  è l'eccentricità delle rigidità lungo la direzione x rispetto al centro di

massa;

$E_y = \frac{\sum_i k_{xi} \cdot y_i}{\sum_i k_{xi}}$  è l'eccentricità delle rigidità lungo la direzione y rispetto al centro di

massa;

$e_x = \frac{E_x}{D_e}$  è l'eccentricità relativa rispetto all'asse x;

$e_y = \frac{E_y}{D_e}$  è l'eccentricità relativa rispetto all'asse y;

$D_e = \rho\sqrt{12}$  è la diagonale equivalente;

$\omega_L = \sqrt{\frac{k}{m}}$  è la pulsazione longitudinale propria della struttura non eccentrica equivalente;

$\omega_{\theta,CM} = \sqrt{\frac{I_{p,k,CM}}{I_{p,m}}}$  è la pulsazione rotazionale di una struttura non eccentrica equivalente avente la stessa rigidità rotazionale e lo stesso momento d'inerzia del sistema; considerato;

$\gamma = \gamma_{CM} = \frac{\omega_{\theta,CM}}{\omega_L} = \sqrt{\frac{I_{p,k,CM}}{I_{p,m}} \cdot \frac{m}{k}} = \frac{\rho_{k,CM}}{\rho_m}$  è il rapporto tra la pulsazione rotazionale e la

pulsazione longitudinale sopra definite. Questo parametro mi dà indicazioni sulla distribuzione della rigidità in pianta;

$p_x(t)$  sono le forze esterne applicate lungo l'asse x;

$p_y(t)$  sono le forze esterne applicate lungo l'asse y;

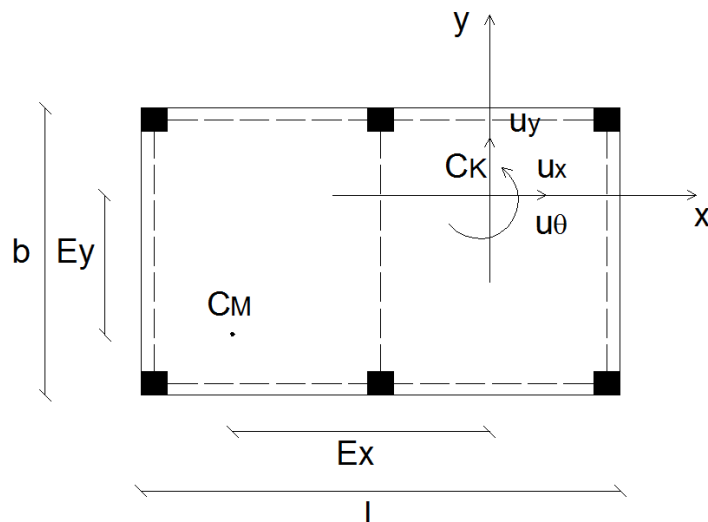
$p_\theta(t)$  sono le coppie applicate.

L'equazione (1.1) può essere scritta in forma matriciale estesa in funzione dei parametri sopra definiti:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \rho \cdot \ddot{u}_\theta \end{Bmatrix} + [C] \cdot \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \rho \cdot \dot{u}_\theta \end{Bmatrix} + m \cdot \omega_L^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_y \cdot \sqrt{12} \\ 0 & 1 & e_x \cdot \sqrt{12} \\ -e_y \cdot \sqrt{12} & e_x \cdot \sqrt{12} & \gamma^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \rho \cdot u_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \\ p_\theta(t)/\rho \end{Bmatrix} \quad (1.2)$$

### 1.2.2 Parametri definiti rispetto al centro di rigidità $C_K$

Gli stessi parametri riportati nel paragrafo precedente possono essere definiti facendo riferimento alla figura (1.2) cioè con origine del sistema di riferimento fissata in corrispondenza del centro di rigidità anziché del centro di massa.



**Fig. 1.2** Struttura ad un piano a tre gradi di libertà con origine del sistema di riferimento situato in corrispondenza del centro di rigidezza  $C_K$ .

In questo caso si ha:

$I_{p,m,CK}$  è il momento d'inerzia polare della massa del sistema calcolato rispetto al centro di rigidezza;

$\rho_{m,CK} = \sqrt{\frac{I_{p,m,CK}}{m}}$  è il raggio d'inerzia delle masse del sistema calcolato rispetto al centro di rigidezza;

$I_{p,k} = I_{p,k,CK} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2)$  è il momento d'inerzia polare delle rigidezze del sistema calcolato rispetto al centro di rigidezza. Questa grandezza rappresenta una proprietà fisica del sistema, perciò può essere indicata come  $I_{p,k}$  anziché  $I_{p,k,CK}$ ;

$\rho_k = \rho_{k,CK} = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{k}}$  è il raggio d'inerzia delle rigidezze del sistema calcolato rispetto al centro di rigidezza. Questa grandezza rappresenta una proprietà fisica del sistema, perciò può essere indicata come  $\rho_k$  anziché  $\rho_{k,CK}$ ;

$\omega_L = \sqrt{\frac{k}{m}}$  è la pulsazione propria della struttura non eccentrica equivalente;

$\omega_{\theta,CK} = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{I_{p,m,CK}}}$  è la pulsazione rotazionale di una struttura non eccentrica equivalente

avente la stessa rigidezza rotazionale e lo stesso momento d'inerzia del sistema considerato;

$\gamma = \gamma_{CK} = \frac{\omega_{\theta,CK}}{\omega_L} = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{I_{p,m,CK}} \cdot \frac{m}{k}} = \frac{\rho_k}{\rho_m}$  è il rapporto tra la pulsazione rotazionale e la

pulsazione longitudinale sopra definite. Questo parametro mi dà indicazioni sulla distribuzione della rigidezza in pianta.

### 1.3 Definizione del parametro $\Omega_\theta$

Dopo aver definito tutti i parametri di base, sia rispetto al centro di massa che rispetto al centro di rigidezza, è possibile introdurre una nuova grandezza facendo riferimento esclusivamente alle proprietà fisiche del sistema. Tale grandezza è chiamata  $\Omega_\theta$  ed è molto importante dato che fornisce indicazioni sulla flessibilità torsionale delle strutture. La formula di  $\Omega_\theta$  si ottiene da quelle già viste per  $\gamma_{CM}$  e  $\gamma_{CK}$ , considerando però il momento d'inerzia polare della massa rispetto al centro di massa e il momento d'inerzia polare della rigidezza rispetto al centro di rigidezza:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{I_{p,m}} \cdot \frac{m}{k}} = \frac{\rho_k}{\rho_m} \quad (1.4)$$

Il valore di  $\Omega_\theta$  mi permette di avere una conoscenza riguardo al comportamento torsionale della struttura. Infatti si ha:

- $\Omega_\theta > 1$  struttura torsio-rigida;
- $\Omega_\theta \leq 1$  struttura torsio-flessibile;

## 1.4 Relazione tra $\gamma$ e $\Omega_\theta$

Facendo riferimento alle figure (1.1) e (1.2) si possono definire le coordinate dello *i*-esimo elemento resistente rispetto al centro di massa in funzione delle coordinate del centro di rigidità come:

$$\begin{cases} x_i = x_{i,CK} + E_x \\ y_i = y_{i,CK} + E_y \end{cases} \quad (1.5)$$

La relazione tra  $\gamma$  e  $\Omega_\theta$  la si ottiene a partire dalla definizione del parametro  $\gamma_{CM}$ :

$$\gamma_{CM} = \frac{\omega_{\theta,CM}}{\omega_L} = \sqrt{\frac{I_{p,k,CM}}{I_{p,m}}} \cdot \frac{m}{k} \quad (1.6)$$

Inserendo la (1.5) nella formula del momento polare d'inerzia della rigidità calcolato rispetto al centro di massa si ottiene:

$$I_{p,k,CM} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_i^2 + k_{xi} \cdot y_i^2) = \sum_{i=1}^n [k_{yi} \cdot (x_{i,CK} + E_x)^2 + k_{xi} \cdot (y_{i,CK} + E_y)^2] \quad (1.7)$$

che dopo una serie di passaggi diventa:

$$I_{p,k,CM} = I_{p,k,CK} + 12 \cdot k \cdot \rho_m^2 \cdot (e_x^2 + e_y^2) \quad (1.8)$$

Dalla formula del raggio d'inerzia delle masse calcolato rispetto al centro di massa si ricava il momento d'inerzia polare  $I_{p,m}$ :

$$\rho_m = \sqrt{\frac{I_{p,m}}{m}} \Rightarrow I_{p,m} = \rho_m^2 \cdot m \quad (1.9)$$

Infine inserendo la (1.8) e la (1.9) all'interno della (1.6) e ricordando la (1.4), si ottiene la relazione cercata:

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_{p,k,CM}}{I_{p,m}} \cdot \frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{I_{p,k,CK} + 12 \cdot k \cdot \rho_m^2 \cdot (e_x^2 + e_y^2)}{I_{p,m}} \cdot \frac{m}{k}}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{I_{p,m}} \cdot \frac{m}{k} + \frac{12 \cdot \rho_m^2 \cdot (e_x^2 + e_y^2) \cdot m}{I_{p,m}}}$$

$$\gamma = \sqrt{\Omega_\theta^2 + \frac{12 \cdot \rho_m^2 \cdot m \cdot (e_x^2 + e_y^2)}{\rho_m^2 \cdot m}}$$

$$\gamma = \sqrt{\Omega_\theta^2 + 12 \cdot (e_x^2 + e_y^2)} \quad (1.10)$$

Nota la relazione tra  $\gamma$  e  $\Omega_\theta$  è possibile scrivere le equazioni del moto (1.2) in funzione di  $\Omega_\theta$ :

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \rho \cdot \ddot{u}_\theta \end{Bmatrix} + [C] \cdot \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \rho \cdot \dot{u}_\theta \end{Bmatrix} + m \cdot \omega_L^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e_y \cdot \sqrt{12} \\ 0 & 1 & e_x \cdot \sqrt{12} \\ -e_y \cdot \sqrt{12} & e_x \cdot \sqrt{12} & \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \rho \cdot u_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \\ p_\theta(t)/\rho \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$

D'ora in poi si farà riferimento ad un caso particolare di sistema, che si ottiene introducendo un'ulteriore ipotesi a quelle già riportate nel paragrafo 1.1. L'ipotesi in questione è quella di considerare per il sistema l'eccentricità solo lungo l'asse delle x: l'eccentricità trasversale  $e_x \neq 0$  mentre l'eccentricità longitudinale  $e_y = 0$ . Questo perché si è visto che a parità di eccentricità trasversale  $e_x$ , la maggiore risposta rotazionale si verifica quando l'eccentricità longitudinale  $e_y$  è nulla.

In questo caso la (1.2) diventa:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \rho \cdot \ddot{u}_\theta \end{Bmatrix} + [C] \cdot \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}_y \\ \rho \cdot \dot{u}_\theta \end{Bmatrix} + m \cdot \omega_L^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & e_x \cdot \sqrt{12} \\ 0 & e_x \cdot \sqrt{12} & \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ \rho \cdot u_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \\ p_\theta(t)/\rho \end{Bmatrix} \quad (1.12)$$

## 1.5 Il problema agli autovalori

Se si risolve l'equazione (1.12) nel caso di vibrazioni libere e assenza di smorzamento si ottiene un problema agli autovalori.

Partendo dall'equazione (1.1) espressa in forma matriciale compatta, considerando il caso in esame, si ha  $p(t) = 0$  per l'ipotesi di vibrazioni libere e  $[C] = 0$  per l'ipotesi di assenza di smorzamento:

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (1.13)$$

La soluzione della (1.13) può essere ricercata nella classe delle seguenti funzioni:

$$u_n(t) = \phi_n \cdot g_n(t) \quad (1.14)$$

con  $n = 1, 2, \dots, N$  dove  $N$  sono i gradi di libertà del sistema.

In notazione matriciale si ha:

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi} \cdot \mathbf{g}(t) \quad (1.15)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \boldsymbol{\phi} \cdot \ddot{\mathbf{g}}(t) \quad (1.16)$$

Sostituendo la (1.15) e la (1.16) nella (1.13) si ottiene:

$$\ddot{\mathbf{g}}(t) \mathbf{m} \boldsymbol{\phi} + \mathbf{g}(t) \mathbf{k} \boldsymbol{\phi} = 0 \quad (1.17)$$

Supponendo che le matrici  $[m]$  e  $[k]$  siano definite positive la (1.17) si può porre nella forma:

$$\mathbf{k}\phi = -\frac{\ddot{g}(t)}{g(t)}\mathbf{m}\phi$$

cioè

$$(\mathbf{k} - \omega^2\mathbf{m})\phi = 0 \quad (1.18)$$

La (1.18) rappresenta un sistema lineare omogeneo di N equazioni e costituisce il problema agli autovalori, rispetto alle matrici  $[m]$  e  $[k]$ . Questa ammette una soluzione diversa da quella banale se e solo se il determinante della matrice dei coefficienti è pari a zero.

$$\det(\mathbf{k} - \omega^2\mathbf{m}) = 0 \quad (1.19)$$

Le matrici  $[k]$  ed  $[m]$  nel nostro caso sono definite come:

$$\mathbf{k} = m \cdot \omega_L^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & e_x \cdot \sqrt{12} \\ 0 & e_x \cdot \sqrt{12} & \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \cdot \omega_L^2 & 0 & 0 \\ 0 & m \cdot \omega_L^2 & m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12} \\ 0 & m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12} & m \cdot \omega_L^2 \cdot (\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Sostituendo la (1.20) e la (1.21) nella (1.19) si ha:

$$\det \left( \begin{bmatrix} m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2 & m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12} \\ 0 & m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12} & m \cdot \omega_L^2 \cdot (\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2) - m \cdot \omega^2 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (1.22)$$



Svolgendo il determinante della matrice  $3 \times 3$  si ottiene:

$$(m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2)^2 \cdot [m \cdot \omega_L^2 \cdot (\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2) - m \cdot \omega^2] - (m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12})^2 \cdot (m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2) = 0$$

$$(m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2) \cdot \left\{ (m \cdot \omega_L^2 - m \cdot \omega^2) [m \cdot \omega_L^2 \cdot (\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2) - m \cdot \omega^2] - (m \cdot \omega_L^2 \cdot e_x \cdot \sqrt{12})^2 \right\} = 0 \quad (1.23)$$

dividendo tutti i membri per il termine comune  $m \cdot \omega_L^2$  si ottiene:

$$\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \right] \cdot \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \right] \cdot \left[ \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 - \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \right] - 12 \cdot e_x^2 \right\} = 0 \quad (1.24)$$

Dato che il sistema considerato ha tre gradi di libertà, l'equazione (1.24) mi fornisce tre radici che vengono espresse normalizzate rispetto alla pulsazione longitudinale  $\omega_L$ :

$$\Omega_1 = \left( \frac{\omega_1}{\omega_L} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 - \sqrt{(\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2} \right)$$

$$\Omega_2 = \left( \frac{\omega_2}{\omega_L} \right)^2 = 1 \quad (1.26)$$

$$\Omega_3 = \left( \frac{\omega_3}{\omega_L} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 + \sqrt{(\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e_x^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2} \right)$$

$\Omega_1, \Omega_2$  e  $\Omega_3$  sono gli autovalori del sistema.

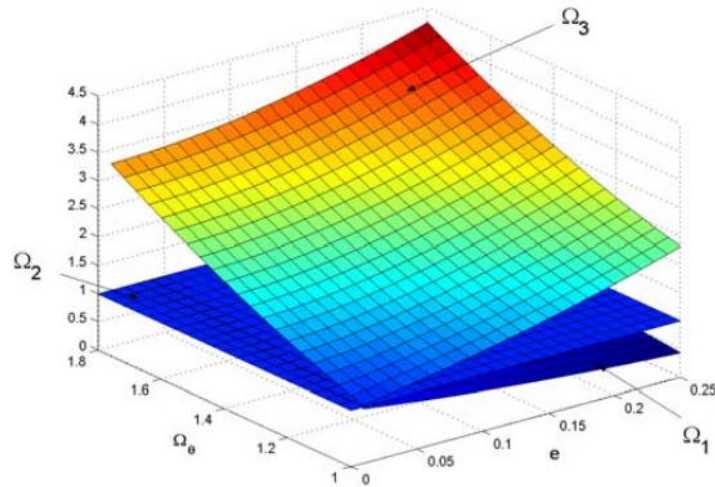
In corrispondenza di ogni autovalore  $\omega_n^2$  il sistema (1.26) ammette una soluzione non nulla chiamata autovettore.

Sostituendo una alla volta le tre radici ricavate nel sistema (1.26) si ricavano i tre autovettori:

$$\{\phi_1\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\Omega_1 - 1}{e_x \cdot \sqrt{12}} \end{bmatrix}; \quad \{\phi_2\} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \{\phi_3\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\Omega_3 - 1}{e_x \cdot \sqrt{12}} \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Gli autovettori rappresentano i modi di vibrare e vengono chiamati anche forme modali o deformate modali. Dalle (1.27) è possibile osservare che il secondo modo di vibrare è puramente traslazionale lungo x mentre il primo e terzo modo di vibrare sono accoppiati cioè presentano sia componente traslazionale che componente rotazionale.

Le forme modali dipendono dalla configurazione del sistema; il caso studiato con eccentricità trasversale diversa da zero ed eccentricità longitudinale nulla ci hanno portato ad avere questi modi di vibrare.



**Fig. 1.3** Autovalori in funzione di  $e$  e di  $\Omega_\theta$ .

Osservando le equazioni (1.27) e la figura 1.3 si può dire che:

- $\Omega_1$  è pressoché vicino all'unità;
- $\Omega_2$  è pari a 1;
- $\Omega_3$  può essere molto maggiore di 1 (è molto maggiore di 1 per grandi valori di  $\Omega_\theta$ );

Perciò in termini di frequenze è possibile affermare che:

- $\omega_1 \approx \omega_L$
- $\omega_2 = \omega_L$
- $\omega_3$  può essere molto più grande di  $\omega_L$

## 1.6 Risposta alle vibrazioni libere

### 1.6.1 Vibrazioni libere non smorzate

Dall'equazione (1.2), in condizioni di assenza di smorzamento e vibrazioni libere, imponendo come condizione iniziale uno spostamento impresso pari ad  $a$  lungo la direzione  $y$ :

$$\begin{bmatrix} u_x(0) \\ u_y(0) \\ \rho_m \cdot u_\theta(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

si ricavano gli spostamenti lungo gli assi  $x$  ed  $y$  e la rotazione lungo l'asse  $z$  [8]:

$$\begin{aligned} u_x(t) &= a \cdot \frac{e_x \cdot e_y}{e^2} \{-A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 t) - A_3 \cdot \cos(\omega_3 t)\} \\ u_y(t) &= a \cdot \frac{e_x^2}{e^2} \left\{ A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + A_2 \cdot \frac{e_y^2}{e_x^2} \cos(\omega_2 t) + A_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \right\} \\ u_\theta(t) &= \frac{a}{\rho_m} \cdot \frac{e_x}{e} \cdot A_4 \{\cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_3 t)\} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Tali equazioni che governano la risposta alle vibrazioni libere portano alle seguenti osservazioni:

- Sia lo spostamento trasversale  $u_x(t)$  che lo spostamento longitudinale  $u_y(t)$  che la rotazione  $u_\theta(t)$  dipendono linearmente dalla deformazione impressa inizialmente  $a$ ;
- Nel nostro specifico caso di studio, cioè quello caratterizzato da eccentricità longitudinale nulla,  $e_y = 0$ , il secondo modo di vibrare non entra in gioco, infatti in questo caso si ha:  $u_x(t) = 0$ ;
- Per avere una risposta alle vibrazioni libere con spostamenti massimi sia in direzione trasversale che in direzione longitudinale, occorre che si abbia  $e_x=e_y$ ;
- A parità di eccentricità trasversale  $e_x$ , si può dimostrare che il sistema sviluppa la massima risposta rotazionale nel caso in cui  $e_y = 0$ , come risulta evidente dal fattore moltiplicativo della  $u_\theta(t)$ ,  $\frac{e_x}{e_x^2 + e_y^2}$ ;
- Lo spostamento longitudinale, quello trasversale e la rotazione sono dati dalla somma di funzioni trigonometriche di diversa ampiezza e pulsazione;

Nelle (1.28) sono stati introdotti dei coefficienti così definiti:

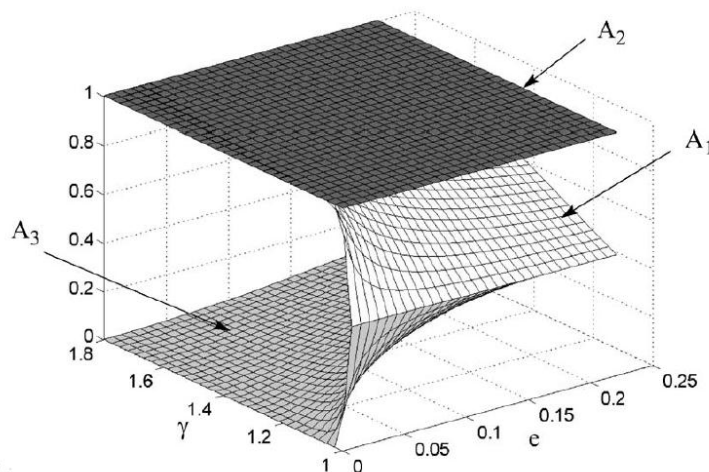
$$A_1 = \frac{1 - \Omega_3}{\Omega_1 - \Omega_3} = \frac{\Theta_3}{\Theta_3 - \Theta_1} = \frac{\sqrt{1 + 48 \cdot F^2} + 1}{2 \cdot \sqrt{1 + 48 \cdot F^2}} = 1 - A_3$$

$$A_2 = 1$$
(1.29)

$$A_3 = \frac{\Omega_1 - 1}{\Omega_1 - \Omega_3} = \frac{\Theta_1}{\Theta_1 - \Theta_3} = \frac{\sqrt{1 + 48 \cdot F^2} - 1}{2 \cdot \sqrt{1 + 48 \cdot F^2}} = 1 - A_1$$

$$A_4 = \frac{1}{e\sqrt{12}} \cdot \frac{(\Omega_1 - 1)(\Omega_3 - 1)}{(\Omega_3 - \Omega_1)} = \frac{1}{\sqrt{48}} \cdot \frac{\Theta_1 \cdot \Theta_3}{\Theta_3 - \Theta_1} = \sqrt{\frac{12 \cdot F^2}{1 + 48 \cdot F^2}}$$

con  $F = \frac{e}{\gamma^2 - 1}$  e  $e = e_x^2 + e_y^2$ .



**Fig. 1.4** Coefficienti  $A_1, A_2$  e  $A_3$  in funzione dell'eccentricità e di  $\gamma$

Dalla fig. 1.4 è possibile osservare che:

$$-0,5 \leq A_1 \leq 1,$$

e per i valori più comuni di "e" e di "γ" risiede nel range (0,72-0,90);

$$-0 \leq A_3 \leq 0,5;$$

$$-0 \leq A_4 \leq 0,5;$$

Analizziamo i singoli contributi di risposta tenendo conto dei valori dei coefficienti:

- Lo spostamento trasversale

$$u_x(t) = a \cdot \frac{e_x \cdot e_y}{e^2} \left\{ -A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + A_2 \cdot \cos(\omega_2 t) - A_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \right\}$$

è dato dalla somma

di tre armoniche. Le due armoniche di pulsazioni  $\omega_1$  e  $\omega_2$  hanno ampiezze simili ( $A_2 = 1$  mentre  $A_1 \approx 1$ ), la terza ha ampiezza inferiore, sempre minore di 0,5 quindi può essere trascurata.

- Lo spostamento rotazionale  $u_\theta(t) = \frac{a}{\rho_m} \cdot \frac{e_x}{e} \cdot A_4 \left\{ \cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_3 t) \right\}$  è dato dalla

somma di due armoniche di uguali ampiezze e diverse pulsazioni  $\omega_1$  e  $\omega_3$ .

- Lo spostamento longitudinale

$$u_y(t) = a \cdot \frac{e_x^2}{e^2} \left\{ A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + A_2 \cdot \frac{e_y^2}{e_x^2} \cos(\omega_2 t) + A_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \right\}$$

è dato dalla somma

di tre armoniche di diverse ampiezze e pulsazioni. L'ampiezza della seconda

armonica è moltiplicata per un coefficiente pari a  $\frac{e_y^2}{e_x^2}$ , perciò nel caso in cui  $e_x = e_y$  si possono fare le stesse considerazioni già fatte per lo spostamento trasversale  $u_x(t)$ ; nel caso di eccentricità longitudinale nulla  $e_y = 0$  invece ci ritroviamo nel caso descritto nello spostamento rotazionale  $u_\theta(t)$ .

Le risposte degli spostamenti longitudinale, trasversale e della rotazione nel caso particolare considerato di eccentricità longitudinale nulla  $e_y = 0$  sono:

$$\begin{aligned}
 u_x(t) &= 0 \\
 u_y(t) &= a \cdot \{A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + A_3 \cdot \cos(\omega_3 t)\} \\
 u_\theta(t) &= \frac{a}{\rho_m} \cdot A_4 \{ \cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_3 t) \}
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

Osservando le (1.30) si può dire che il massimo spostamento longitudinale si ha per  $\omega_1 t = n\pi$  e  $\omega_3 t = m\pi$  (con  $n$  ed  $m$  entrambi pari o dispari) cioè risulta pari a:

$$u_{y \max} = a \cdot (A_1 + A_3) \tag{1.31}$$

La massima risposta rotazionale si ha per  $\omega_1 t = n\pi$  e  $\omega_3 t = (m+1)\pi$  (con  $n$  ed  $m$  entrambi pari o dispari), sotto questi valori di pulsazioni, la risposta massima longitudinale è pari a:

$$u_{y \max} = a \cdot (A_1 - A_3) \tag{1.32}$$

Si può concludere dicendo che, per piccoli valori di  $A_3$  la risposta longitudinale e rotazionale raggiungono il loro massimo contemporaneamente.

## 1.6.2 Vibrazioni libere smorzate

Dall'equazione (1.2), in condizioni smorzate e vibrazioni libere, imponendo come condizione iniziale uno spostamento impresso pari ad  $a$  lungo la direzione  $y$ , si ricavano i seguenti valori di spostamento longitudinale, trasversale e rotazione:

$$\begin{aligned}
 u_x(t) &= a \cdot \frac{e_x \cdot e_y}{e^2} \Lambda \text{Exp}(-\xi \omega_1 t) \{-A_1 \cos(\omega_{D1} t + \theta) + A_2 \text{Exp}(-\xi(\omega_2 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D2} t + \theta) \\
 &\quad - A_3 \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D3} t + \theta)\} \\
 u_y(t) &= a \cdot \frac{e_x^2}{e^2} \Lambda \text{Exp}(-\xi \omega_1 t) \{A_1 \cos(\omega_{D1} t + \theta) + A_2 \text{Exp}(-\xi(\omega_2 - \omega_1)t) \frac{e_y^2}{e_x^2} \cos(\omega_{D2} t + \theta) \\
 &\quad + A_3 \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D3} t + \theta)\} \quad (1.33) \\
 u_\theta(t) &= \frac{a}{\rho} \cdot \frac{e_x}{e} \cdot A_4 \cdot \Lambda \text{Exp}(-\xi \omega_1 t) \{\cos(\omega_{D1} t + \theta) - \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D3} t + \theta)\}
 \end{aligned}$$

dove:

$\omega_{Di} = \omega_i \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $i=1,2,3$  sono le pulsazioni naturali smorzate.

$$\Lambda = \left( 1 + \frac{\xi^2}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)^{1/2}$$

$$\theta = -a \tan \left( \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)$$

Nel caso particolare considerato di eccentricità longitudinale nulla  $e_y = 0$  si ha:

$$u_x(t) = 0$$

$$\begin{aligned}
 u_y(t) &= a \cdot \Lambda \text{Exp}(-\xi \omega_1 t) \{A_1 \cos(\omega_{D1} t + \theta) + A_3 \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D3} t + \theta)\} \\
 &\hspace{20em} (1.34)
 \end{aligned}$$

$$u_\theta(t) = \frac{a}{\rho} \cdot A_4 \cdot \Lambda \text{Exp}(-\xi \omega_1 t) \{\cos(\omega_{D1} t + \theta) - \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t) \cos(\omega_{D3} t + \theta)\}$$

Il massimo spostamento longitudinale si ha per  $\omega_{D1}t + \theta = n\pi$  e  $\omega_{D3}t + \theta = m\pi$  (con n ed m entrambi pari o dispari) cioè risulta pari a:

$$u_{y\max} = a \cdot \Lambda \text{Exp}(-\xi\omega_1 t)(A_1 + A_3 \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t)) \quad (1.35)$$

La massima risposta rotazionale si ha per  $\omega_{D1}t + \theta = n\pi$  e  $\omega_{D3}t + \theta = (m+1)\pi$  (con n ed m entrambi pari o dispari), sotto questi valori di pulsazioni, la risposta massima longitudinale è pari a:

$$u_{y\max} = a \cdot \Lambda \text{Exp}(-\xi\omega_1 t)(A_1 - A_3 \text{Exp}(-\xi(\omega_3 - \omega_1)t)) \quad (1.36)$$

Nel caso smorzato è ancora più forte la correlazione presente tra le massime risposte rotazionale e longitudinale.

## 1.7 Il parametro $\alpha$

Nel paragrafo precedente si è vista la forte correlazione presente tra i massimi valori della risposta longitudinale e rotazionale nel caso studiato di eccentricità longitudinale nulla.

Sulla base di queste considerazioni è possibile introdurre un nuovo parametro chiamato  $\alpha$  che è dato dal rapporto tra la massima risposta rotazionale e il massimo spostamento longitudinale per il raggio d'inerzia della massa della struttura  $\rho_m$ :

$$\alpha \stackrel{def}{=} \rho_m \cdot \frac{|u_\theta|_{\max}}{|u_{y,CM}|_{\max}} \quad (1.37)$$

Nel caso di strutture eccentriche non smorzate in vibrazioni libere è possibile esprimere il parametro  $\alpha$  in forma chiusa. A partire dalle equazioni (1.30) si ricavano lo spostamento longitudinale e la risposta rotazionale nel caso particolare di eccentricità longitudinale nulla. Le massime risposte risultano:



$$u_{y,\max}(t) = a \cdot (A_1 + A_3)$$

$$u_{\theta,\max}(t) = \frac{a}{\rho_m} \cdot (2 \cdot A_4) \quad (1.38)$$

Andando a sostituire le (1.36) nella (1.35) si ottiene:

$$\alpha^{def} = \rho_m \cdot \frac{|u_{\theta,free\_vibration}|_{\max}}{|u_{y,free\_vibration}|_{\max}} = \rho_m \cdot \frac{a}{\rho_m} \cdot 2 \cdot A_4 \cdot \frac{1}{a \cdot (A_1 + A_3)} = \frac{2 \cdot A_4}{(1 - A_3 + A_3)} = 2 \cdot A_4 \quad (1.39)$$

Dalle (1.29), essendo  $A_4$  definito come:

$$A_4 = \sqrt{\frac{12 \cdot F^2}{1 + 48 \cdot F^2}}, \text{ con } F = \frac{e}{\gamma^2 - 1}$$

la (1.39) diventa:

$$\alpha^{def} = \rho_m \cdot \frac{|u_{\theta,free\_vibration}|_{\max}}{|u_{y,CM,free\_vibration}|_{\max}} = 2 \cdot A_4 = \frac{2 \cdot \sqrt{12 \cdot F^2}}{\sqrt{1 + 48 \cdot F^2}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot e}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 48 \cdot \frac{e^2}{(\gamma^2 - 1)^2}}}$$

$$\alpha^{def} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot e}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{(\gamma^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2}{(\gamma^2 - 1)^2}}} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot e}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2}} \quad (1.40)$$

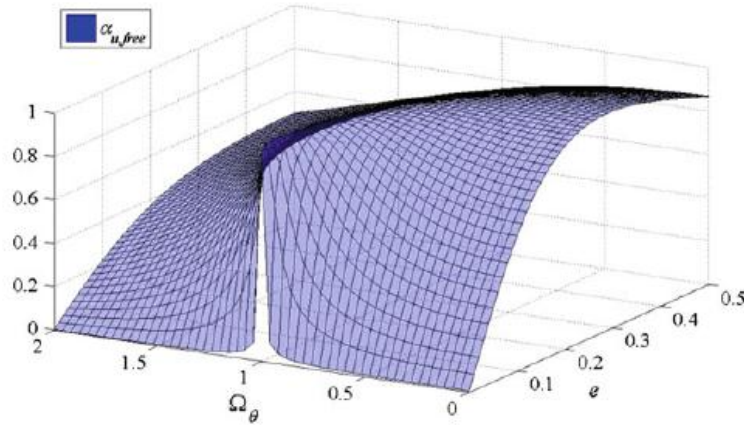
Il parametro appena definito sotto specifiche condizioni (vibrazioni libere e assenza di smorzamento) viene chiamato  $\alpha_u$  e mi rappresenta un limite superiore per il parametro  $\alpha$  di una struttura reale sottoposta ad eccitazione sismica:

$$\alpha_u^{def} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot e}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2}} \quad (1.41)$$

La (1.41) può essere espressa anche in funzione di  $e$  e di  $\Omega_0$ , utilizzando la (1.10):

$$\alpha_u^{def} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot e}{\sqrt{(\Omega_\theta^2 + 12 \cdot e^2 - 1)^2 + 48 \cdot e^2}} \quad (1.42)$$

Nel caso in vibrazioni libere ma in presenza di smorzamento non è più possibile disaccoppiare le equazioni del moto poiché la matrice di smorzamento [C] a differenza delle matrici [M] e [K] non risulta diagonale, perciò in questo caso non è possibile ottenere un'equazione in forma chiusa per il parametro  $\alpha$ .



**Fig 1.5** Rappresentazione del parametro  $\alpha_u$  per diversi valori di  $e$  e  $\Omega_\theta$

Come si può osservare nella figura 1.5 il parametro  $\alpha_u$  è delimitato tra 0 ed 1, perciò mi fornisce un limite superiore per la massima risposta rotazionale:

$$u_{\theta, \max} \leq u_{y, CM, \max} / \rho_m \quad (1.43)$$

Indichiamo con  $\alpha_{d, eqke}$  il parametro  $\alpha$  nel caso di sistema smorzato sottoposta ad eccitazione sismica:

$$\alpha_{d, eqke} = \rho_m \cdot \frac{|u_\theta|_{\max, d, eqke}}{|u_{y, CM}|_{\max, d, eqke}} \quad (1.44)$$

Introduciamo il parametro di rotazione A, ottenuto da una vasta analisi numerica attraverso analisi time history:

$$A = \frac{\alpha_{d, eqke}}{\alpha_u} \quad (1.45)$$

Grazie a questo parametro è possibile ottenere il valore della risposta rotazionale conoscendo esclusivamente il valore di  $\alpha_u$ , cioè del parametro  $\alpha$  in forma chiusa, e il massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente.

Conclusioni sul parametro  $\alpha$  :

- $0 \leq \alpha \leq 1$
- diminuisce al crescere di  $e_y$ ;
- aumenta al crescere di  $e_x$ ;
- diminuisce al crescere di  $\rho$ ;
- aumenta al tendere all'unità di  $\gamma$ ;
- diminuisce, anche se di poco, al crescere dello smorzamento.

## 1.8 Il metodo “Alpha”

Dopo aver introdotto il parametro  $\alpha$ , è possibile definire un metodo semplificato grazie al quale si riesce ad ottenere la risposta rotazionale della struttura a partire dalla conoscenza di parametri base del sistema, per sistemi eccentrici smorzati sottoposti ad eccitazione sismica.

La risposta rotazionale viene valutata perciò a partire dalle caratteristiche fisiche della struttura e dallo spostamento massimo della struttura non eccentrica equivalente, sostituendo la (1.45) nella (1.44):

$$|u_\theta|_{\max} = A \cdot \alpha_u \cdot \frac{|u_{y,CM}|_{\max}}{\rho_m} \quad (1.46)$$

$|u_{y,CM}|_{\max}$  è lo spostamento longitudinale massimo al centro di massa del sistema.

Si introduce  $|u_{y,CM}|_{\max,N-E}$  che è lo spostamento longitudinale massimo al centro di massa della struttura equivalente non eccentrica (cioè la stessa struttura di uguale massa e rigidezza ma avente il centro di massa coincidente con il centro di rigidezza).

Il rapporto di questi due spostamenti mi introduce un nuovo parametro chiamato  $\delta$ :

$$\delta \stackrel{def}{=} \frac{|u_{y,CM}|_{\max}}{|u_{y,CM}|_{\max,N-E}} \quad (1.47)$$

Il parametro  $\delta$  permette di esprimere lo spostamento longitudinale massimo al centro di massa in funzione dello spostamento longitudinale massimo al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente. È stato visto che per un'ampia regione di valori di  $e$  e di  $\Omega_\theta$ ,  $\delta$  è vicino all'unità e si può scrivere  $|u_y|_{\max} \cong |u_y|_{\max,N-E}$ , mentre per alti valori dell'eccentricità accoppiati con bassi valori di  $\Omega_\theta$   $|u_y|_{\max} \gg |u_y|_{\max,N-E}$ .

Introdotta la (1.47) nella (1.46) si ottiene:

$$|u_\theta|_{\max} = A \cdot \alpha_u \cdot \delta \cdot \frac{|u_{y,CM}|_{\max,N-E}}{\rho_m} \quad (1.48)$$

La (1.48) rappresenta il metodo "Alpha" semplificato per determinare la massima rotazione delle strutture sottoposte ad eccitazione sismica.

La risposta massima rotazionale viene ricavata noti il parametro  $\alpha_u$  e le caratteristiche della struttura:

- eccentricità  $e$
- $\Omega_\theta$
- Smorzamento  $\xi$

## 1.9 Classi di strutture

Una volta definiti tutti i parametri che entrano in gioco è possibile classificare le strutture in base al loro comportamento torsionale attraverso il valore di  $\Omega_\theta$  e dell'eccentricità  $e$  [4].

**-CLASSE 1:**  $\Omega_\theta \geq 1$  sistemi torsio-rigidi. Questi sistemi sono governati principalmente dal primo modo di vibrare caratterizzato da un periodo  $T_1 \approx T_L$ . In questo caso si ha

$$|u_y|_{\max} \cong |u_y|_{\max, N-E} \quad \text{dato che per alti valori di } \Omega_\theta, \delta \cong 1.$$

**- CLASSE 2:**  $\Omega_\theta \cong 1$ . Questi sistemi sono governati principalmente dal primo e terzo modo di vibrare. Per bassi valori dell'eccentricità ( $e < 0,2$ ) si ha  $|u_y|_{\max} < |u_y|_{\max, N-E}$ ; per alti valori dell'eccentricità ( $e > 0,2$ ) si ha  $|u_y|_{\max} > |u_y|_{\max, N-E}$ .

**-CLASSE 3:**  $\Omega_\theta < 1$  e  $e < 0,1$  sistemi torsio-flessibili a bassa eccentricità. Questi sistemi sono governati principalmente dal terzo modo di vibrare caratterizzato da un periodo  $T_3 \approx T_L$ . In questo caso si ha  $|u_y|_{\max} \cong |u_y|_{\max, N-E}$  dato che per bassi valori di  $\Omega_\theta$  e simultanei bassi valori di eccentricità  $\delta \cong 1$ .

**-CLASSE 4:**  $\Omega_\theta < 1$  e  $e > 0,1$  sistemi torsio-flessibili ad alta eccentricità. Questi sistemi sono governati principalmente dal primo modo di vibrare caratterizzato da un periodo  $T_1 \gg T_L$ . In questo caso si ha  $|u_y|_{\max} \neq |u_y|_{\max, N-E}$  dato che per bassi valori di  $\Omega_\theta$  e simultanei alti valori di eccentricità  $\delta \gg 1$ .

## CAPITOLO 2

### Formulazioni analitiche per la valutazione di $\Omega_\theta$

In questo capitolo vengono ricavate due formule analitiche del parametro  $\Omega_\theta$  per casi specifici di strutture a pianta quadrata e rettangolare in presenza di due setti disposti a uguale distanza dal centro di massa  $C_M$ . Il parametro  $\Omega_\theta$  mi definisce il comportamento torsionale della struttura, e attraverso la sua valutazione è possibile individuare la distanza alla quale la struttura passa da torsio-flessibile torsio-rigida.

#### 2.1 $\Omega_\theta$ per struttura con pianta quadrata e rettangolare

Il parametro  $\Omega_\theta$ , importante mezzo per lo studio del comportamento torsionale delle strutture è definito come:

$$\Omega_\theta = \frac{\omega_\theta}{\omega_L} = \sqrt{\frac{I_{p,k}}{\frac{I_{p,m}}{k}}} = \sqrt{\frac{m}{I_{p,m}} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} \quad (2.1)$$

É possibile ottenere il valore di  $\Omega_\theta$  indipendentemente dai valori delle pulsazioni  $\omega_\theta$  e  $\omega_L$ , ma solo in funzione della geometria della struttura in esame [7].

Tali formule sono state ricavate facendo riferimento ad una struttura isolata alla base sotto le seguenti ipotesi:

1. pianta della struttura regolare (quadrata oppure rettangolare);
2. isolatori uguali;
3. la maglia degli isolatori è regolare (quadrata oppure rettangolare);
4. modellazione lineare dell'isolatore.

Nel seguito si farà sempre riferimento ad una struttura caratterizzata da eccentricità nulla, perciò con centro di massa e di rigidezza coincidenti.

Nel caso di pianta quadrata  $l \times l$  si ha:

$$\Omega_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{6}{l^2} \cdot \frac{k_{\text{sing}} \cdot (n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{2}}{k_{\text{sing}} \cdot (n+1)^2}} = \sqrt{\frac{n+2}{n}} \quad (2.2)$$

Nel caso di pianta rettangolare  $l \times b$  si ha:

$$\Omega_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{1}{b^2 + l^2} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right]} \quad (2.3)$$

dove:

$b$  è il lato del rettangolo parallelo all'asse  $y$ ;

$l$  è il lato del rettangolo parallelo all'asse  $x$  e il lato del quadrato;

$n_x$  è il numero di campate in cui gli isolatori dividono il lato  $l$  lungo  $x$ ;

$n_y$  è il numero di campate in cui gli isolatori dividono il lato  $b$  lungo  $y$ ;

$m$  è la massa totale della struttura;

$k$  è la rigidezza traslazionale della struttura;

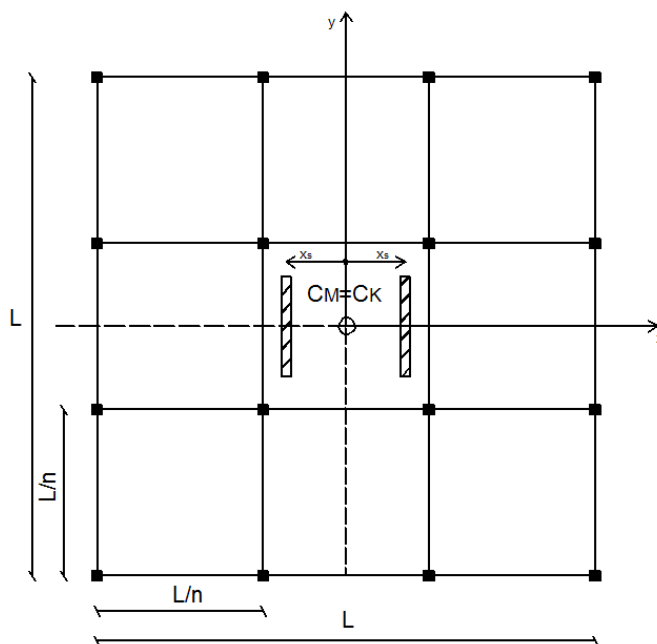
$k_{\text{sing}}$  è la rigidezza traslazionale del singolo isolatore;

$I_{p,k}$  è il momento d'inerzia polare della rigidezza del sistema calcolato rispetto l'asse  $z$ ;

$\rho_m$  è il raggio d'inerzia del sistema calcolato rispetto all'asse  $z$ .

## 2.2 $\Omega_\theta$ per struttura con pianta quadrata in presenza di due setti

Si consideri una struttura a pianta quadrata, a maglia regolare con due setti uguali, disposti in maniera simmetrica sia rispetto all'asse  $x$  che rispetto all'asse  $y$  come mostrato in fig. 2.1. La rigidezza totale è data sia dal contributo di rigidezza traslazionale dei singoli pilastri, che dal contributo di rigidezza traslazionale dei setti.



**Fig. 2.1** Struttura a pianta quadrata  $l \times l$  con due setti uguali posti alla stessa distanza  $x_s$  rispetto al centro di massa. ( $C_M \equiv C_K$ ).

Siano:

$l$  il lato della struttura;

$n$  è il numero di campate lungo  $x$  e lungo  $y$ ;

$m$  è la massa totale della struttura;

$k$  è la rigidezza traslazionale della struttura;

$k_{\text{sing}}$  è la rigidezza traslazionale del singolo pilastro;

$I_{p,k}$  è il momento d'inerzia polare della rigidezza del sistema calcolato rispetto l'asse  $z$ ;

$\rho_m$  è il raggio d'inerzia del sistema calcolato rispetto all'asse  $z$ .



La rigidezza del singolo setto può essere definita come multiplo della rigidezza del singolo pilastro:

$$k_{setto} = p \cdot k_{sing} \quad (2.4)$$

La rigidezza totale è data da:

$$k = k_{sing} \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot k_{setto} \quad (2.5)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze può essere definito come:

$$I_{p,k} = k_{sing} \cdot (n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n} + 2 \cdot p \cdot k_{sing} \cdot x_s^2 \quad (2.6)$$

Inoltre per le strutture a pianta quadrata il raggio d'inerzia della massa è dato da:

$$\rho_m^2 = \frac{D_e^2}{12} = \frac{l^2}{6} \quad (2.7)$$

Sostituendo le formule sopra riportate nella (2.2) si ottiene la formula semplificata di  $\Omega_\theta$  in funzione dei soli parametri geometrici nel caso di struttura a pianta quadrata con pilastri uguali e in presenza di due setti posti ad uguale distanza  $x_s$  dal centro di massa:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{6}{l^2} \cdot \frac{k_{sing} \cdot (n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{2} + 2 \cdot p \cdot k_{sing} \cdot x_s^2}{k_{sing} \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot p \cdot k_{sing}}} \quad (2.8)$$

Semplificando il termine comune  $k_{sing}$  si ha:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{6}{l^2} \cdot \frac{(n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{2} + 2 \cdot p \cdot x_s^2}{(n+1)^2 + 2 \cdot p}} \quad (2.9)$$

### 2.2.1 Distanza $x_s$ alla quale si ha il passaggio da struttura torsio-flessibile a torsio-rigida

Uguagliando la (2.9) ad uno si ottiene il valore della distanza  $x_s$  alla quale si passa da una struttura torsio-flessibile ad una torsio-rigida:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{6}{l^2} \cdot \frac{k_{\text{sing}} \cdot (n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n} + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}} \cdot x_s^2}{k_{\text{sing}} \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}}}} = 1$$

Elevando al quadrato entrambi i membri e semplificando si ottiene:

$$\frac{6}{l^2} \cdot \frac{(n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n} + 2 \cdot p \cdot x_s^2}{(n+1)^2 + 2 \cdot p} = 1$$

$$\frac{(n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n} + 2 \cdot p \cdot x_s^2}{(n+1)^2 + 2 \cdot p} = \frac{l^2}{6}$$

$$(n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n} + 2 \cdot p \cdot x_s^2 = \frac{l^2}{6} \cdot [(n+1)^2 + 2 \cdot p]$$

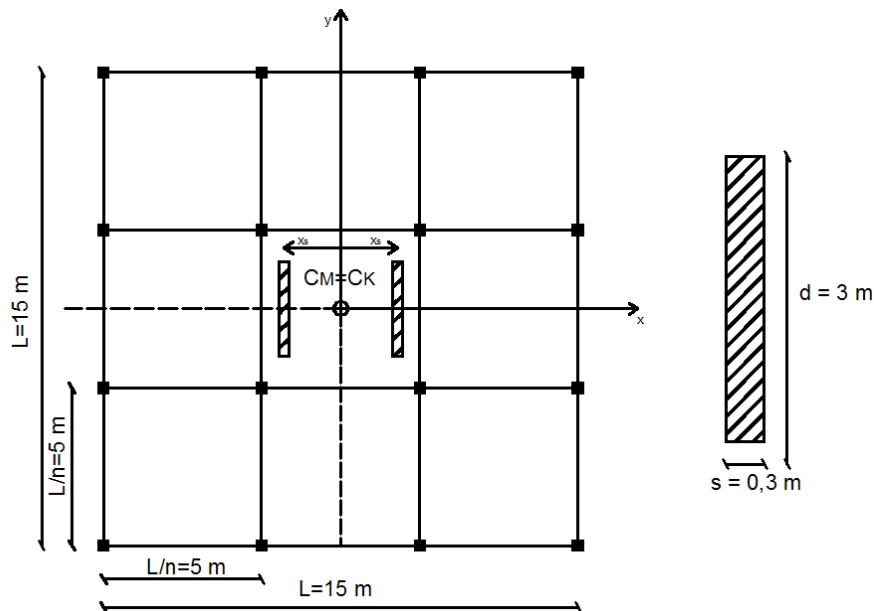
$$2 \cdot p \cdot x_s^2 = \frac{l^2}{6} \cdot [(n+1)^2 + 2 \cdot p] - (n+1)^2 \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \frac{n+2}{n}$$

$$x_s^2 = \frac{l^2}{12 \cdot p} \cdot \left\{ [(n+1)^2 + 2 \cdot p] - (n+1)^2 \cdot \frac{n+2}{n} \right\}$$

$$x_s = \sqrt{\frac{l^2}{12 \cdot p} \cdot \left\{ [(n+1)^2 + 2 \cdot p] - (n+1)^2 \cdot \frac{n+2}{n} \right\}} \quad (2.10)$$

### 2.2.2 Sviluppo di un foglio di calcolo per la valutazione di $\Omega_0$

Per dimostrare la validità della (2.10) si applica ad un caso specifico con dati fissati.



Dati:

$$L = 15\text{ m}$$

$$n = 3$$

pilastri  $30 \times 30$

$$k_{\text{sing}} = 5856,56\text{ kN/m}$$

$$k_{\text{setto}} = 1879563,37\text{ kN/m} = 320,933 \cdot k_{\text{sing}} \Rightarrow p = 320,933$$

Sostituendo i valori nella (2.10) si ottiene la distanza  $x_s$ :

$$x_s = \sqrt{\frac{l^2}{12 \cdot p} \cdot \left\{ \left[ (n+1)^2 + 2 \cdot p \right] - (n+1)^2 \cdot \frac{n+2}{n} \right\}}$$

$$x_s = \sqrt{\frac{(15)^2}{12 \cdot 320,933} \cdot \left\{ \left[ (3+1)^2 + 2 \cdot 320,933 \right] - (3+1)^2 \cdot \frac{5}{3} \right\}} = 6\text{ m} \quad (2.11)$$

Per dimostrare la validità della (2.11) si utilizza un foglio Excel che inserendo i dati geometrici mi restituisce il valore di  $\Omega_0$ . Si immette come distanza dei setti rispetto al centro di massa il valore che è stato ottenuto dalla (2.11), cioè 6 m.

Si ottiene un valore di  $\Omega_0$  circa pari a 1.

Il valore ottenuto dalla formula di  $x_s$  risulta corretto.

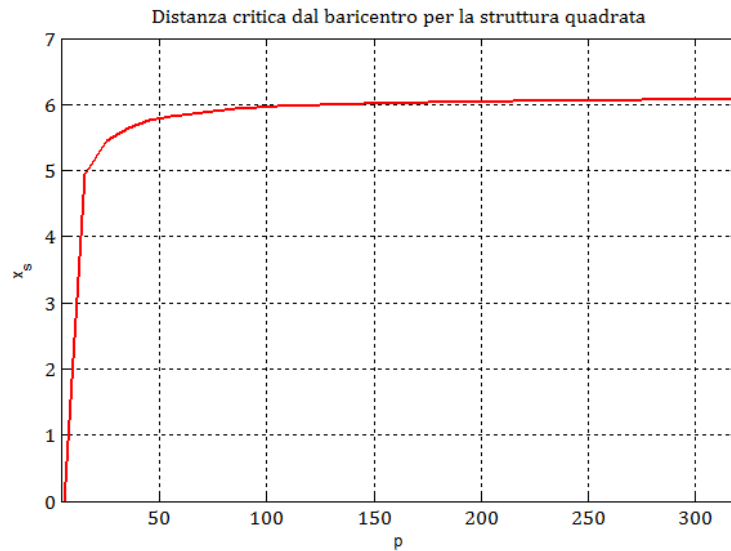


Fig. 2.2 Grafico della distanza critica  $x_s$  in funzione del parametro  $p$ .

Foglio di calcolo in Excel per la valutazione di  $\Omega_0$ :

GEOMETRIA		GEOMETRIA PARETI		MATERIALE		PARETI	
[m]		[m]					
		<b>s1</b>	0,3	<b>E</b>	31000000		
<b>L</b>	15	<b>d1</b>	3	<b>G</b>	12916667	<b>n 1</b>	1
<b>a</b>	5	<b>s3</b>	0,3	<b>v</b>	0,2	<b>n 2</b>	0
<b>H</b>	3,5	<b>d3</b>	3	<b>fck</b>	25	<b>n3</b>	1

PILASTRI	1	2	3	4	5	6	7
<b>b</b>	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
<b>h</b>	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
<b>Jpilx</b>	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
<b>Jpily</b>	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
<b>Kpilx</b>	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56

Capitolo 2

<b>kpily</b>	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56
--------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

8	9	10	11	12	13	14	15	16
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56

PARETI	1	3
<b>Jparx</b>	0,675	0,675
<b>kparx</b>	1879561	1879561
<b>Jpary</b>	0,00675	0,00675
<b>kpary</b>	57352,07	57352,07

Distanze pareti dal CM

<b>x1</b>	6	<b>x3</b>	-6
<b>y1</b>	0	<b>y3</b>	0

Distanze pareti dal CK

<b>x1</b>	6	<b>x3</b>	6
<b>y1</b>	0	<b>y3</b>	0

Distanze dal centro di massa

x	[m]	y	[m]
p1	-7,5	p1	7,5
p2	-2,5	p2	7,5
p3	2,5	p3	7,5
p4	7,5	p4	7,5
p5	-7,5	p5	2,5
p6	-2,5	p6	2,5
p7	2,5	p7	2,5
p8	7,5	p8	2,5
p9	-7,5	p9	-2,5
p10	-2,5	p10	-2,5
p11	2,5	p11	-2,5
p12	7,5	p12	-2,5
p13	-7,5	p13	-7,5
p14	-2,5	p14	-7,5
p15	2,5	p15	-7,5
p16	7,5	p16	-7,5

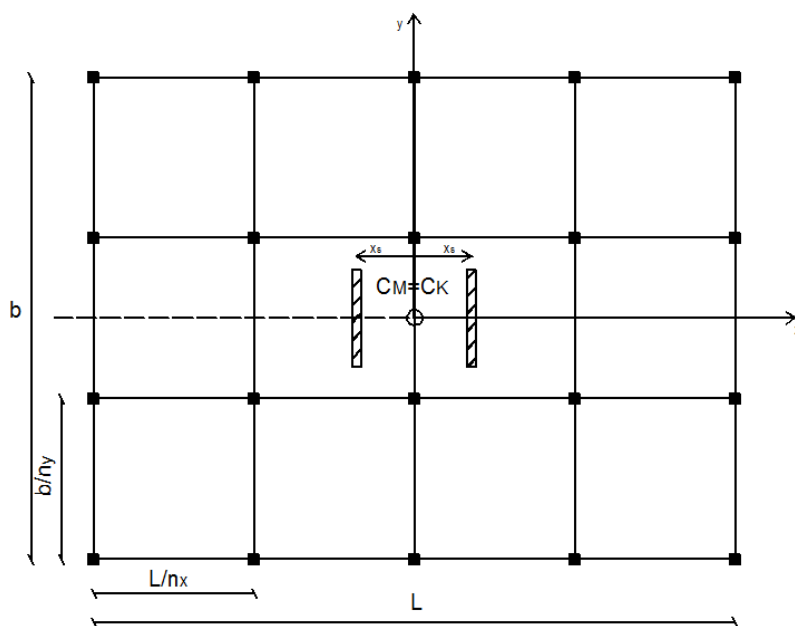
Distanze dal centro di rigidezza (valore assoluto)

x	[m]	y	[m]
p1	7,5	p1	7,5
p2	2,5	p2	7,5
p3	-2,5	p3	7,5
p4	7,5	p4	7,5
p5	7,5	p5	2,5
p6	2,5	p6	2,5
p7	-2,5	p7	2,5
p8	7,5	p8	2,5
p9	7,5	p9	2,5
p10	2,5	p10	2,5
p11	-2,5	p11	2,5
p12	7,5	p12	2,5
p13	7,5	p13	7,5
p14	2,5	p14	7,5
p15	-2,5	p15	7,5
p16	7,5	p16	7,5

ktotx = koty	Ex	l <sub>pk</sub>	ρ <sub>k</sub>	ρ <sub>m</sub>	Ω <sub>θ</sub>
3852827,678	0	1,42E+08	6,065153	6,123724	<b>0,990435</b>

## 2.3 Ω<sub>θ</sub> per struttura con pianta rettangolare in presenza di due setti

Si consideri una struttura a pianta rettangolare, a maglia regolare con due setti uguali, disposti in maniera simmetrica sia rispetto all'asse x che rispetto all'asse y come mostrato in fig. 2.3. La rigidezza totale è data sia dal contributo di rigidezza traslazionale dei singoli pilastri, che dal contributo di rigidezza traslazionale dei setti.



**Fig. 2.3** Struttura a pianta rettangolare  $l \times b$  con due setti uguali posti alla stessa distanza  $x_s$  rispetto al centro di massa. ( $C_M \equiv C_K$ ).

Siano:

$l$  è il lato della struttura parallelo all'asse  $x$ ;

$b$  è il lato della struttura parallelo all'asse  $y$ ;

$n_x$  è il numero di campate lungo x;

$n_y$  è il numero di campate lungo y;

$m$  è la massa totale della struttura;

$k$  è la rigidezza traslazionale della struttura;

$k_{\text{sing}}$  è la rigidezza traslazionale del singolo pilastro;

$I_{p,k}$  è il momento di inerzia polare della rigidezza del sistema calcolato rispetto l'asse z;

$\rho_m$  è il raggio di inerzia del sistema calcolato rispetto all'asse z.

La rigidezza del singolo setto può essere definita come multiplo della rigidezza del singolo pilastro:

$$k_{\text{setto}} = p \cdot k_{\text{sing}} \quad (2.12)$$

La rigidezza totale è data da:

$$k = k_{\text{sing}} \cdot (n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot k_{\text{setto}} \quad (2.13)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze può essere definito come:

$$I_{p,k} = k_{\text{sing}} \cdot \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}} \cdot x_s^2 \quad (2.14)$$

Inoltre per le strutture a pianta rettangolare il raggio d'inerzia della massa è dato da:

$$\rho_m^2 = \frac{D_e^2}{12} = \frac{b^2 + l^2}{12} \quad (2.15)$$

Sostituendo le formule sopra riportate nella (2.3) si ottiene la formula semplificata di  $\Omega_0$  in funzione dei soli parametri geometrici nel caso di struttura a pianta rettangolare e con presenza di due setti posti alla stessa distanza  $x_s$  dal centro di massa:

$$\Omega_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{12}{b^2 + l^2} \cdot \frac{k_{\text{sing}} \cdot \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}} \cdot x_s^2}{k_{\text{sing}} \cdot (n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}}}}$$

$$\Omega_{\theta} = \sqrt{\frac{12}{b^2 + l^2} \cdot \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot x_s^2}{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p} \quad (2.16)$$

### 2.3.1 Distanza $x_s$ alla quale si ha il passaggio da struttura torsio-flessibile a torsio-rigida

Uguagliando la (2.16) ad uno si ottiene il valore della distanza  $x_s$  alla quale si passa da una struttura torsio-flessibile ad una torsio-rigida:

$$\Omega_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{\rho_m^2} \cdot \frac{I_{p,k}}{k}} = \sqrt{\frac{12}{b^2 + l^2} \cdot \frac{k_{\text{sing}} \cdot \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}} \cdot x_s^2}{k_{\text{sing}} \cdot (n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p \cdot k_{\text{sing}}} = 1$$

Elevando al quadrato entrambi i membri e semplificando si ottiene:

$$\frac{12}{b^2 + l^2} \cdot \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot x_s^2 = 1$$

$$\frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot x_s^2 = \frac{b^2 + l^2}{12}$$



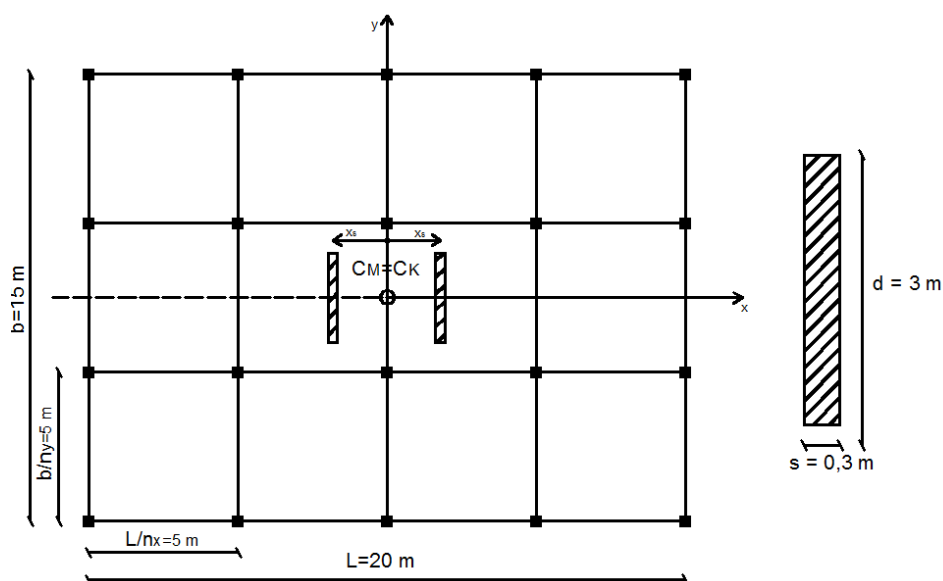
$$\frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right] + 2 \cdot p \cdot x_s^2 = \frac{b^2 + l^2}{12} \cdot [(n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p]$$

$$2 \cdot p \cdot x_s^2 = \frac{b^2 + l^2}{12} \cdot [(n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p] - \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{12} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right]$$

$$x_s = \sqrt{\frac{b^2 + l^2}{24 \cdot p} \cdot [(n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p] - \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{24 \cdot p} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right]} \quad (2.17)$$

### 2.3.2 Sviluppo di un foglio di calcolo per la valutazione di $\Omega_0$

Per dimostrare la validità della (2.17), si applica ad un caso specifico con dai assegnati.



Dati:

$$L = 20 \text{ m}$$

$$b = 15 \text{ m}$$

$$n_x = 4$$

$$n_y = 3$$

pilastri  $30 \times 30$

$$k_{\text{sing}} = 5856,56 \text{ KN/m}$$

$$k_{\text{setto}} = 1879563,37 \text{ KN/m} = 320,933 \cdot k_{\text{sing}} \Rightarrow p = 320,933$$

$$x_s = \sqrt{\frac{b^2 + l^2}{24 \cdot p} \cdot [(n_x + 1) \cdot (n_y + 1) + 2 \cdot p] - \frac{(n_x + 1) \cdot (n_y + 1)}{24 \cdot p} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right]}$$

$$x_s = \sqrt{\frac{(15)^2 + (20)^2}{24 \cdot 320,933} \cdot [(4+1) \cdot (3+1) + 2 \cdot 320,933] - \frac{(4+1) \cdot (3+1)}{24 \cdot 320,933} \cdot \left[ (15)^2 \cdot \frac{3+2}{3} + (20)^2 \cdot \frac{4+2}{4} \right]} = 7,15\text{m} \quad (2.18)$$

Per dimostrare la validità della (2.18) si utilizza un foglio Excel che inserendo i dati geometrici mi restituisce il valore di  $\Omega_\theta$ . Si immette come distanza dei setti rispetto al centro di massa il valore che è stato ottenuto dalla (2.18) cioè 7,15 m.

Si ottiene un valore di  $\Omega_\theta$  circa pari a 1.

Il valore ottenuto dalla formula di  $x_s$  risulta corretto.

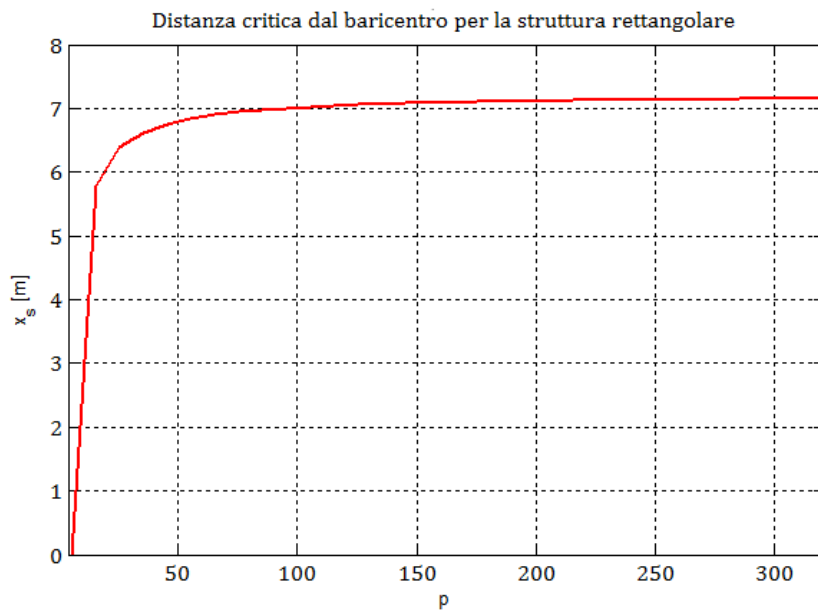


Fig. 2.4 Grafico della distanza critica  $x_s$  in funzione del parametro  $p$ .

Foglio di calcolo in Excel per la valutazione di  $\Omega_\theta$ :

GEOMETRIA PILASTRI	GEOMETRIA PARETI	MATERIALE	PARETI
[m]	[m]		

Capitolo 2

<b>L</b> <b>a</b> <b>H</b> <b>b</b>	20	<b>s1</b>	0,3	<b>E</b> [KN/m <sup>2</sup> ]	31000000		
	5	<b>d1</b>	3	<b>G</b>	12916667	<b>n 1</b>	1
	3,5	<b>s2</b>	0,3	<b>v</b>	0,2	<b>n 2</b>	0
	15	<b>d2</b>	3	<b>fck</b>	25	<b>n 3</b>	1

PILASTRI	1	2	3	4	5	6	7
<b>b</b>	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
<b>h</b>	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
<b>Jpilx</b>	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
<b>Jpily</b>	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
<b>Kpilx</b>	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56
<b>kpily</b>	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56

8	9	10	11	12	13	14	15
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56

16	17	18	19	20
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
0,000675	0,000675	0,000675	0,000675	0,000675
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56
5856,56	5856,56	5856,56	5856,56	5856,56

PARETI	1	2	3
<b>Jparx</b>	0,675	0,00675	0,675
<b>kparx</b>	1879561	57352,07	1879561
<b>Jpary</b>	0,00675	0,675	0,00675
<b>kpary</b>	57352,07	1879561	57352,07

Distanze pareti dal CM

Distanze pareti dal CK

<b>x1</b>	7,15	<b>x3</b>	-7,15
<b>y1</b>	0	<b>y3</b>	0

<b>x1</b>	7,15	<b>x3</b>	-7,15
<b>y1</b>	0	<b>y3</b>	0

Capitolo 2

Distanze dal centro di massa

x	[m]	y	[m]
p1	-10	p1	7,5
p2	-5	p2	7,5
p3	0	p3	7,5
p4	5	p4	7,5
p5	10	p5	7,5
p6	-10	p6	2,5
p7	-5	p7	2,5
p8	0	p8	2,5
p9	5	p9	2,5
p10	10	p10	2,5
p11	-10	p11	-2,5
p12	-5	p12	-2,5
p13	0	p13	-2,5
p14	5	p14	-2,5
p15	10	p15	-2,5
p16	-10	p16	-7,5
p17	-5	p17	-7,5
p18	0	p18	-7,5
p19	5	p19	-7,5
p20	10	p20	-7,5

Distanze dal centro di rigidità (valore assoluto)

x	[m]	y	[m]
p1	10	p1	7,5
p2	5	p2	7,5
p3	0	p3	7,5
p4	5	p4	7,5
p5	10	p5	7,5
p6	10	p6	2,5
p7	5	p7	2,5
p8	0	p8	2,5
p9	5	p9	2,5
p10	10	p10	2,5
p11	10	p11	-2,5
p12	5	p12	-2,5
p13	0	p13	-2,5
p14	5	p14	-2,5
p15	10	p15	-2,5
p16	10	p16	-7,5
p17	5	p17	-7,5
p18	0	p18	-7,5
p19	5	p19	-7,5
p20	10	p20	-7,5

<b>ktotx = koty</b>	<b>Ex</b>	<b>l<sub>pk</sub></b>	<b>ρ<sub>k</sub></b>	<b>ρ<sub>m</sub></b>	<b>Ω<sub>θ</sub></b>
3876253,917	0	2,01E+08	7,209513	7,216878	<b>0,998979</b>

## CAPITOLO 3

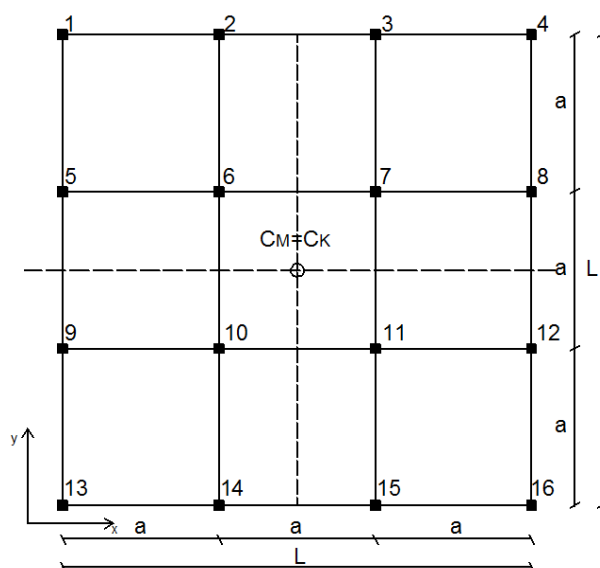
### Valutazione del parametro $\Omega_\theta$ per strutture reali a pianta quadrata

In questo capitolo vengono trattati diversi casi di studio riferiti a strutture realistiche, con differenti elementi resistenti (setti, vano scala, vano ascensore). Di tutti questi casi vengono calcolati i valori di eccentricità  $e$  e di  $\Omega_\theta$ . Per vedere come varia il parametro  $\Omega_\theta$  al variare dell'eccentricità della struttura si considerano diverse eccentricità per una stessa struttura [11].

In tutti i casi studiati si fa riferimento alle ipotesi introdotte nel paragrafo 1.1: eccentricità longitudinale nulla ( $e_y = 0$ ), uguale rigidezza lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ , il solaio è considerato infinitamente rigido nel proprio piano, la distribuzione delle masse è uniforme, gli elementi latero-resistenti sono considerati privi di massa e assialmente inestensibili, il sistema di riferimento risulta centrato in corrispondenza del centro delle masse  $C_M$  e l'analisi è condotta in ambito elastico-lineare.

#### 3.1. Struttura di base

Prima di tutto si studia il caso dove gli unici elementi resistenti sono i pilastri.



**Fig. 3.1** *Struttura base di riferimento.*

Geometria della struttura di base:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni delle travi  $b = 0,3$  m e  $h = 0,45$  m

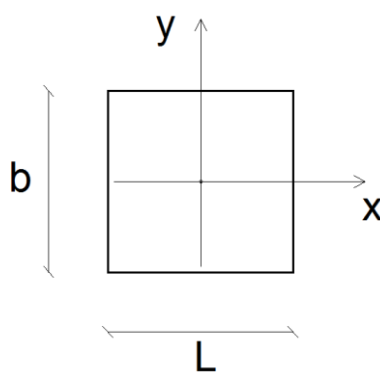
Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

### 3.1.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri costituenti la struttura. Non si tiene conto del contributo di rigidezza torsionale  $k_{\theta\theta}$  poiché trascurabile per i pilastri. Il singolo pilastro viene modellato considerandolo vincolato a terra attraverso un incastro ed in sommità da un incastro scorrevole.

Si fa riferimento alla sezione del generico pilastro rappresentato in fig. 3.2.



**Fig. 3.2** Sezione del generico pilastro

Prima di tutto si calcolano i momenti d'inerzia del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y:

$$J_{pil,x} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(0,5)^4}{12} = 0,005208 \text{ m}^4 \quad (3.1)$$

$$J_{pil,y} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{(0,5)^4}{12} = 0,005208 \text{ m}^4 \quad (3.2)$$

Noti i momenti d'inerzia è possibile calcolare le rigidezze del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y:

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.3)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.4)$$

La rigidezza totale è pari a :

$$k_{tot,x} = k_{tot,y} = 16 \cdot k_{pil} = 699708,45 \frac{KN}{m} \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica sia rispetto all'asse x che rispetto all'asse y l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (3.6)$$

### 3.1.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidzze rispetto al centro di rigidzza

Ricordando la formula del momento d'inerzia polare delle rigidzze riportata nel paragrafo 1.2.2, si ha:

$$I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,C_K}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \quad (3.7)$$

$x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidzza  $C_K$  che in questo caso coincide con il centro di massa  $C_M$ , rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.7) si ottiene:

$$I_{pk,C_K} = 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 = 43731778 \text{ KNm} \quad (3.8)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidzze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidzze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{43731778}{699708,45}} = 7,90 \text{ m} \quad (3.9)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.10)$$



### 3.1.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.10) e (3.11) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura di base considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{7,90}{6,1237} = 1,29 \quad (3.11)$$

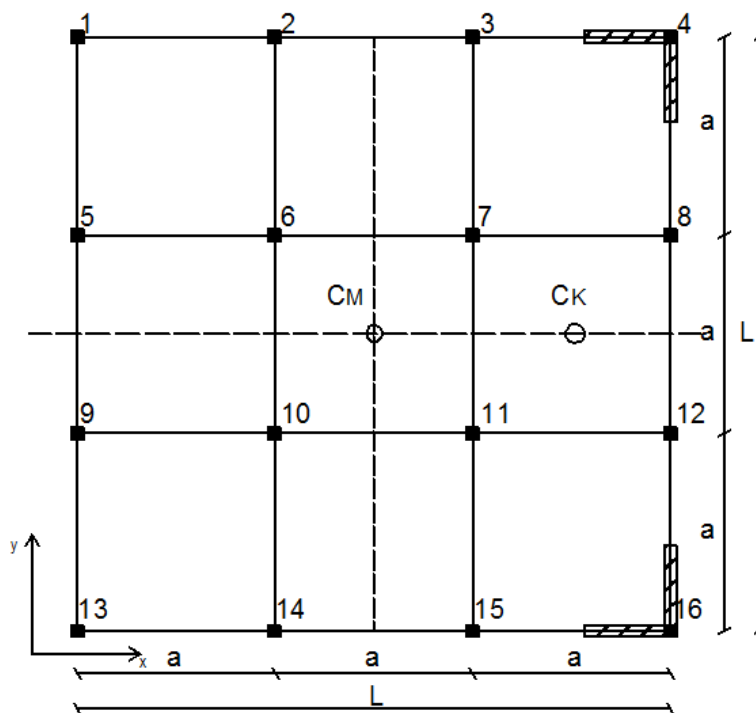
Lo stesso valore può essere ricavato attraverso la formula semplificata per il caso di struttura a pianta quadrata (2.2), definita nel paragrafo 2.1:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{n+2}{n}} = \sqrt{\frac{5}{3}} = 1,29 \quad (3.12)$$

### 3.2 Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro

Si considera la struttura di base con l'aggiunta di quattro setti disposti ai due angoli opposti rispetto all'asse y, in corrispondenza del perimetro.

Le caratteristiche geometriche dei setti sono riportate in seguito.



**Fig. 3.3** *Struttura base con quattro setti ad angolo in corrispondenza del perimetro.*

Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo z  $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni dei setti  $s = 0,25$  m e  $d = 2$  m

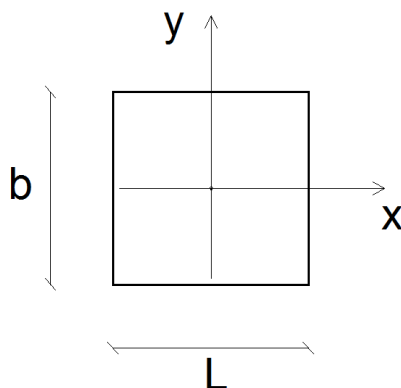
Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

### 3.2.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e delle rigidezze dei setti. Per il calcolo della rigidezza, il pilastro viene vincolato come incastrato alla base e con un incastro scorrevole in sommità.

Si fa riferimento alla sezione del generico pilastro rappresentato in fig. 3.4.



**Fig. 3.4** Sezione del generico pilastro

Prima di tutto si calcolano i momenti d'inerzia del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y:

$$J_{pil,x} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{(0,5)^4}{12} = 0,005208 \text{ m}^4 \quad (3.13)$$

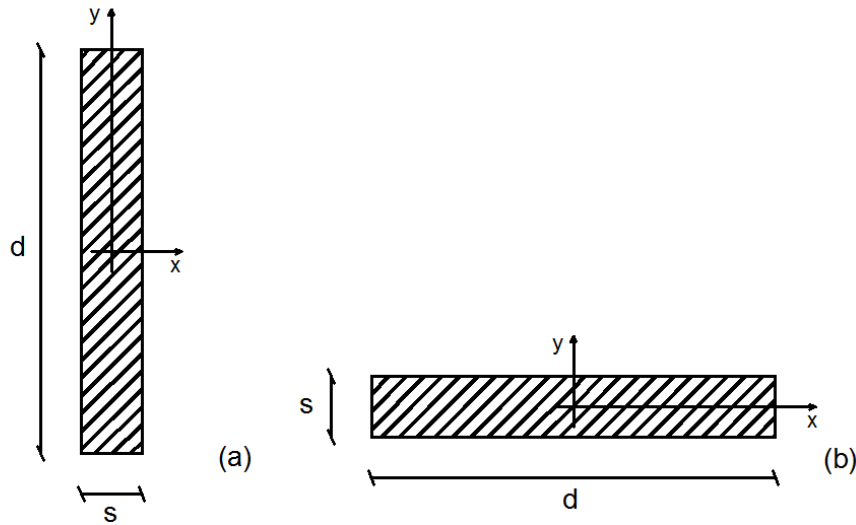
$$J_{pil,y} = \frac{b^3 \cdot h}{12} = \frac{(0,5)^4}{12} = 0,005208 \text{ m}^4 \quad (3.14)$$

Noti i momenti d'inerzia è possibile calcolare le rigidezze del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y:

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.15)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.16)$$

Si fa ora riferimento ai setti nelle due posizioni rappresentate in fig. 3.5.



**Fig. 3.5** (a) sezione del setto disposto lungo y; (b) sezione del setto disposto lungo x.

Per il calcolo della rigidezza traslazionale dei setti si tiene conto sia del contributo flessionale che di quello tagliante.

Il generico setto viene vincolato come il singolo pilastro, cioè con un incastro a terra e con un incastro scorrevole in sommità.

Per il primo setto rappresentato nella fig. 3.5 (a) lungo la direzione x si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,x}}{H^3} = \frac{(2)^3 \cdot 0,25}{12} \cdot \frac{12 \cdot 30000000}{(3,5)^3} = 1399416,91 \frac{KN}{m}$$

$$k_{taglio} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (2 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 1488095,24 \frac{KN}{m}$$

$$k_{setto,y} = k_{w,strong} = \frac{k_{fless} \cdot k_{taglio}}{k_{fless} + k_{taglio}} = \frac{1399416,91 \cdot 1488095,24}{1399416,91 + 1488095,24} = 721197,2 \frac{KN}{m} \quad (3.17)$$

Mentre per lo stesso setto ma lungo la direzione y si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,y}}{H^3} = \frac{(0,25)^3 \cdot 2}{12} \cdot \frac{12 \cdot 30000000}{(3,5)^3} = 21865,9 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{taglio}} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (2 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 1488095,24 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{setto},x} = k_{w,weak} = \frac{k_{fless} \cdot k_{\text{taglio}}}{k_{fless} + k_{\text{taglio}}} = \frac{21865,9 \cdot 1488095,24}{21865,9 + 1488095,24} = 21549,25 \frac{KN}{m} \quad (3.18)$$

Per il secondo setto rappresentato nella fig. 3.5 (b) lungo la direzione x si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{\text{setto},x}}{H^3} = \frac{(0,25)^3 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 30000000}{12 \cdot (3,5)^3} = 21865,9 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{taglio}} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (2 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 1488095,24 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{setto},y} = k_{w,weak} = \frac{k_{fless} \cdot k_{\text{taglio}}}{k_{fless} + k_{\text{taglio}}} = \frac{21865,9 \cdot 1488095,24}{21865,9 + 1488095,24} = 21549,25 \frac{KN}{m} \quad (3.19)$$

Mentre per lo stesso setto ma lungo la direzione y si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{\text{setto},y}}{H^3} = \frac{(2)^3 \cdot 0,25 \cdot 12 \cdot 30000000}{12 \cdot (3,5)^3} = 1399416,91 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{taglio}} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (2 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 1488095,24 \frac{KN}{m}$$

$$k_{\text{setto},x} = k_{w,strong} = \frac{k_{fless} \cdot k_{\text{taglio}}}{k_{fless} + k_{\text{taglio}}} = \frac{1399416,91 \cdot 1488095,24}{1399416,91 + 1488095,24} = 721197,2 \frac{KN}{m} \quad (3.20)$$

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{\text{tot},x} = 16 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2185201,32 \frac{KN}{m} \quad (3.21)$$

### 3.2.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

La struttura risulta simmetrica rispetto all'asse  $x$  ma non rispetto all'asse  $y$ , perciò presenta eccentricità diversa da zero esclusivamente lungo l'asse  $x$ , mentre l'eccentricità lungo l'asse  $y$  risulta nulla. Il centro delle rigidezze si troverà lungo l'asse  $x$ , spostato rispetto al centro di massa verso i setti (i setti infatti mi forniscono un contributo aggiuntivo in termini di rigidezza ma non in termini di massa per ipotesi iniziale).

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{2 \cdot k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.22)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.22) si ottiene:

$$E_x = \frac{2 \cdot 721197,2 \cdot (7,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (6,375)}{2185201,324} = 5,07 \text{ m} \quad (3.23)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{5,07}{21,21} = 0,24 \quad (3.24)$$

### 3.2.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Oltre al contributo dato dai pilastri, ora si devono considerare anche i contributi dati dai setti, cioè la rigidezza dei singoli setti moltiplicata per il quadrato della distanza del baricentro del setto dal centro di rigidezza calcolato. In più viene considerato il contributo dato dalla rigidezza torsionale dei singoli setti  $k_{\theta\theta}$ , calcolata come:

$$k_{\theta\theta} = \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.25)$$

dove  $q$  è il fattore di struttura che è definito come:

$$q = \frac{40 \cdot J_p^2}{A^4} \quad (3.26)$$

$J_p$  è il momento d'inerzia polare dato dalla somma dei momenti d'inerzia lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ ;  $G$  è il modulo elastico tangenziale.

Nel caso in esame la (3.25) diventa:

$$k_{\theta\theta} = 4 \cdot k_{\theta\theta\text{setto}} = 4 \cdot \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.27)$$

Sostituendo i valori numerici nella (3.27) si ottiene:

$$k_{\theta\theta} = 4 \cdot k_{\theta\theta\text{setto}} = 4 \cdot \frac{12500000 \cdot 0,1693}{18,34 \cdot 3,5} = 131868,1 \frac{KN}{m} \quad (3.28)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot (E_x - x_{CM2})^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (y_{CM1})^2 \\ & + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot \left( y_{CM1} - \frac{s/2}{2} - \frac{d}{2} \right)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;

Sostituendo i valori numerici nella (3.29) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-12,57)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,57)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,57)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,42)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (7,5 - 5,07)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (5,07 - 6,375)^2 \\ & + 2 \cdot 721197,2 \cdot (7,5)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (6,375)^2 + 131868,1 = 153309839 \text{ KNm} = 1,533 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{153309839}{2185201,32}} = 8,38 \text{ m} \quad (3.31)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.32)$$

### 3.2.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

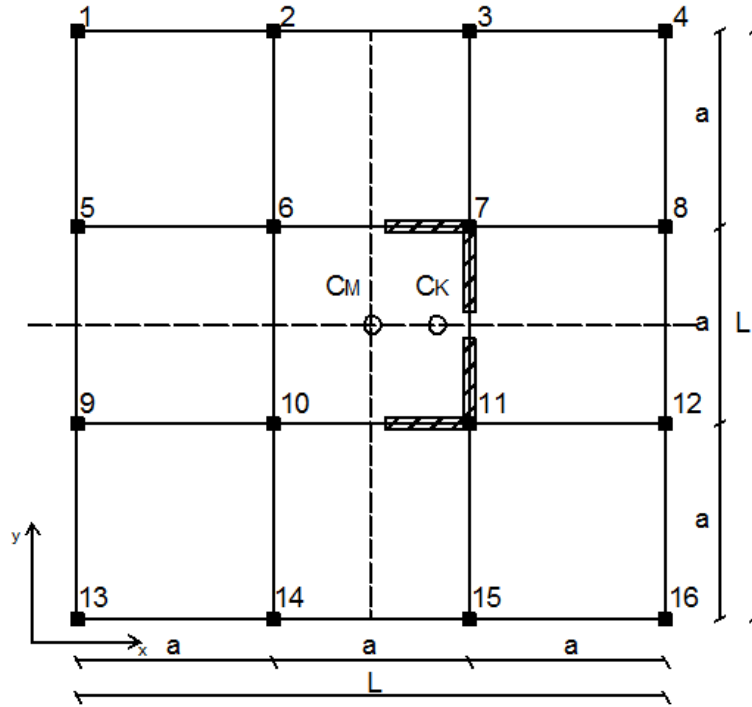
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.31) e (3.32) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{8,37}{6,12} = 1,37 \quad (3.33)$$



### 3.3 Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del centro di massa

Consideriamo il caso precedente ma con i setti disposti in una posizione diversa. I quattro setti vengono spostati dal perimetro all'interno della pianta, in prossimità del centro di massa.



**Fig. 3.4** Struttura base con quattro setti disposti in prossimità del centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

La rigidezza è la stessa calcolata nel caso precedente cioè:

$$k_{tot,x} = 16 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2185201,32 \frac{KN}{m}$$

#### 3.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{2 \cdot k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.34)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.34) si ottiene:

$$E_x = \frac{2 \cdot 721197,2 \cdot (2,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (1,375)}{2185201,324} = 1,68 \text{ m} \quad (3.35)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,68}{21,21} = 0,08 \quad (3.36)$$

### 3.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,C_K}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot (E_x - x_{CM2})^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (y_{CM1})^2 \\ & + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot \left( y_{CM1} - \frac{s/2}{2} - \frac{d}{2} \right)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.37)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.37) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-9,18)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,18)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (0,82)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5,82)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (0,832)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (0,302)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (2,5)^2 \\ & + 2 \cdot 21549,2 \cdot (1,375)^2 + 131868,1 = 55908811 \text{ KNm} = 5,591 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{55908811}{2185201,32}} = 5,06 \text{ m} \quad (3.39)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.40)$$

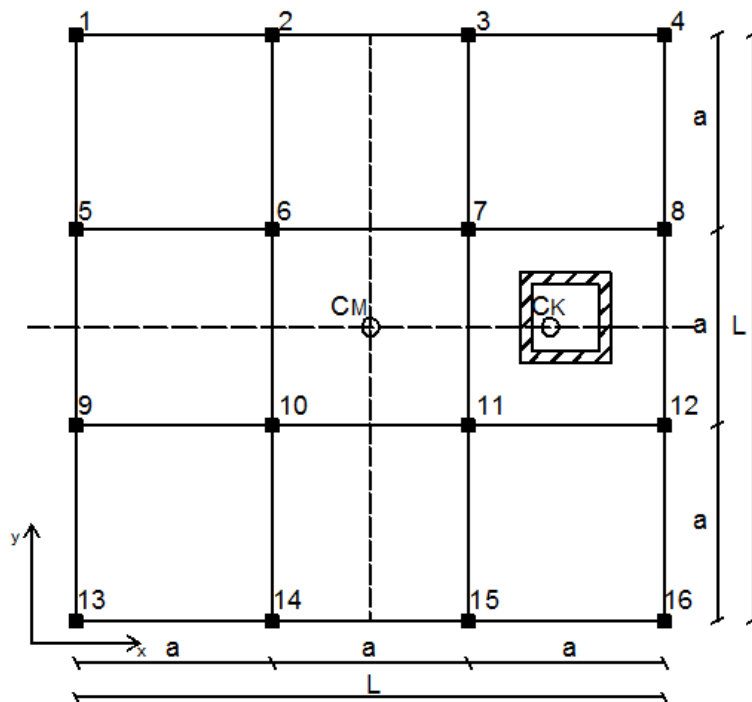
### 3.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.39) e (3.40) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{5,06}{6,12} = 0,82 \quad (3.41)$$

### 3.4. Struttura di base con vano ascensore

Si consideri la struttura di base con l'aggiunta di un vano ascensore posizionato ad una distanza dal centro di massa pari a  $x = 5$  m.



**Fig. 3.5** Struttura base con vano ascensore a  $x = 5$  m dal  $C_M$ .

Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni del vano ascensore  $2 \times 2$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

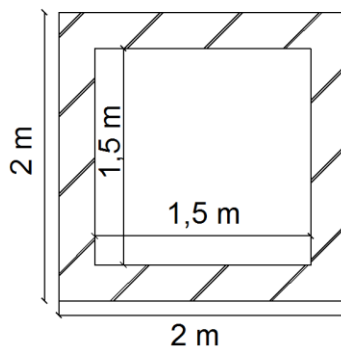
### 3.4.1. Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e della rigidezza del vano ascensore.

Le rigidezze del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y sono pari a quelle calcolate nei casi precedenti:

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.42)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.43)$$



**Fig. 3.6** Vano ascensore considerato per il caso di studiato

Facendo riferimento al vano ascensore rappresentato in figura 3.6 si calcola il momento d'inerzia per il vano lungo la direzione x (che è pari a quello lungo la direzione y):

$$J_x = J_y = \frac{d^4 - s^4}{12} = \frac{2^4 - 1,5^4}{12} = 0,9115 \text{ m}^4 \quad (3.44)$$

Nota il momento d'inerzia si può calcolare la rigidezza del vano ascensore lungo x:

$$k_{vano,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,9115}{3,5^3} = 7653061,22 \frac{KN}{m} \quad (3.45)$$

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 16 \cdot k_{pil} + k_{vano,x} = 8352769,70 \frac{KN}{m} \quad (3.46)$$

### 3.4.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

La struttura risulta simmetrica rispetto all'asse x, ma non rispetto all'asse y perciò presenta eccentricità diversa da zero esclusivamente lungo l'asse x, mentre l'eccentricità lungo l'asse y risulta nulla. Il centro delle rigidezze si troverà lungo l'asse x, spostato rispetto al centro delle masse verso il vano ascensore.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{k_{vano,x} \cdot (x_{CM})}{k_{tot,x}} \quad (3.47)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del baricentro del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.47) si ottiene:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (5)}{8352769,70} = 4,58m \quad (3.48)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{4,58}{21,21} = 0,21 \quad (3.49)$$

### 3.4.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Oltre al contributo dato dai pilastri, ora si deve considerare anche il contributo dato dal vano ascensore.

In questo caso si deve inserire anche il contributo della rigidezza torsionale del vano che non può essere considerato trascurabile:

$$k_{\theta\theta} = \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.50)$$

dove  $q$  è il fattore di struttura che nel nostro caso è pari a 1,18;  $J_p$  è il momento di inerzia polare definito come la somma dei momenti d'inerzia lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ ;  $G$  è il modulo elastico tangenziale.

Sostituendo i valori numerici nella (3.50) si ottiene:

$$k_{\theta\theta} = \frac{12500000 \cdot 2 \cdot \left( \frac{(2)^4}{12} - \frac{(1,5)^4}{12} \right)}{1,18 \cdot 3,5} = 5517302 \frac{KN}{m} \quad (3.51)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ &+ k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.52)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.52) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-12,08)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,08)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,08)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,92)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 7653061,22 \cdot (0,42)^2 + 5517302 = 65276446,96 = 6,527 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{3.53}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{65276446,96}{8352769,70}} = 2,79 \text{ m}
 \tag{3.54}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m}
 \tag{3.55}$$

### 3.4.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.54) e (3.55) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

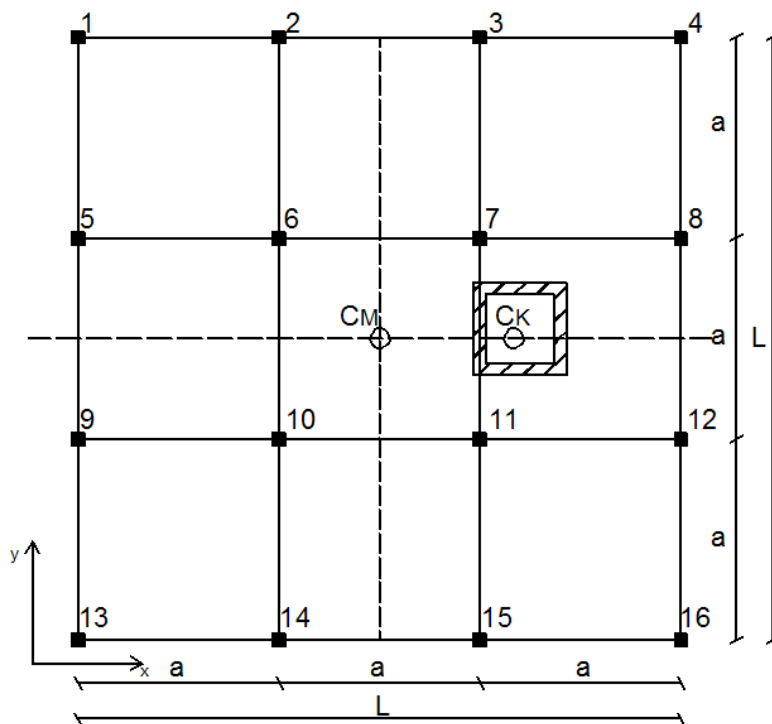
$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{2,79}{6,12} = 0,46
 \tag{3.56}$$



### 3.5. Struttura di base con vano ascensore posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il vano ascensore è posizionato a  $x=4$  m,  $x=1,5$  m e  $x=0$  m dal centro di massa.

#### 3.5.1 Vano ascensore a $x = 4$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.7** Struttura base con vano ascensore a  $x = 4$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 3.5.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{k_{vano,x} \cdot (x_{CM})}{k_{tot,x}} \quad (3.57)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.57) si ottiene:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (4)}{8352769,70} = 3,66 \text{ m} \quad (3.58)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{3,66}{21,21} = 0,17 \quad (3.59)$$

### 3.5.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.60)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.60) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,16)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,16)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,16)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,84)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 7653061,22 \cdot (0,34)^2 + 5517302 = 59506790,79 = 5,95 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{59506790,79}{8352769,70}} = 2,66 \text{ m} \quad (3.62)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

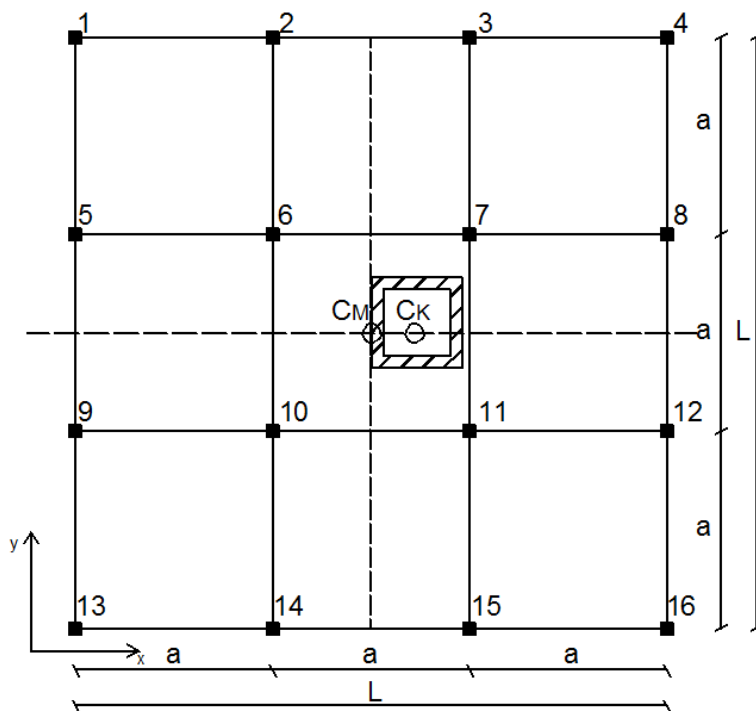
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.63)$$

### 3.5.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.62) e (3.63) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{2,66}{6,12} = 0,43 \quad (3.64)$$

### 3.5.2 Vano ascensore a $x = 1,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.8** Struttura base con vano ascensore a  $x = 1,5$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 3.5.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{k_{vano,x} \cdot (x_{CM})}{k_{tot,x}} \quad (3.65)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.65) si ottiene:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (1,5)}{8352769,70} = 1,37 \text{ m} \quad (3.66)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,37}{21,21} = 0,06 \quad (3.67)$$

### 3.5.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ &+ k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.68)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.68) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,87)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,87)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,13)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,13)^2 \\ &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\ &+ 7653061,22 \cdot (0,13)^2 + 5517302 = 50691701,58 = 5,069 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{50691701,58}{8352769,70}} = 2,46 \text{ m} \quad (3.70)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

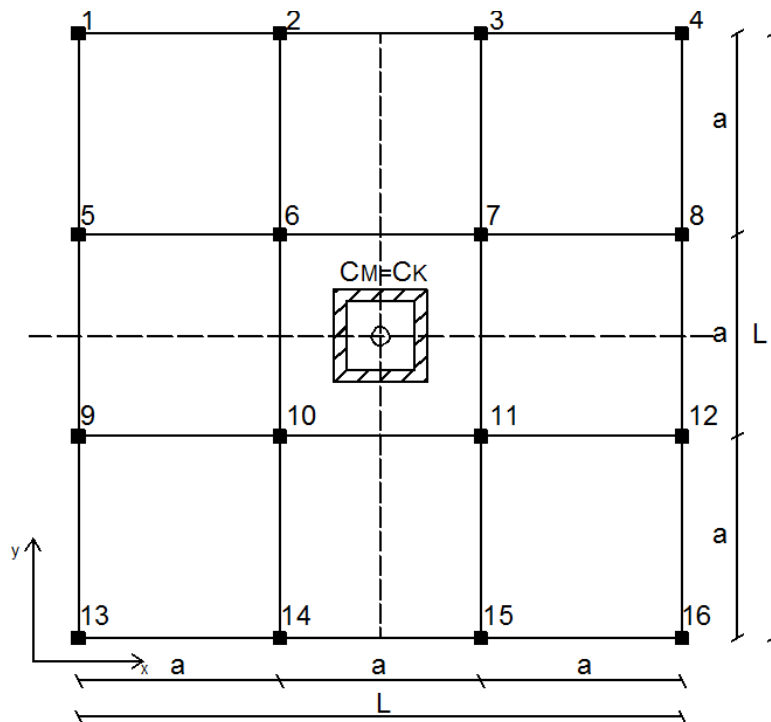
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.71)$$

### 3.5.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.70) e (3.71) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{2,46}{6,12} = 0,40 \quad (3.72)$$

### 3.5.3 Vano ascensore a $x = 0$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.9** Struttura base con vano ascensore a  $x = 0$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 3.5.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (3.73)$$

### 3.5.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 \\
 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 & \quad (3.74) \\
 + k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} &
 \end{aligned}$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.74) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\
 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\
 + 5517302 &= 49249082 = 4,925 \times 10^7 \text{ KNm} & \quad (3.75)
 \end{aligned}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{49249082}{8352769,70}} = 2,43m \quad (3.76)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.77)$$

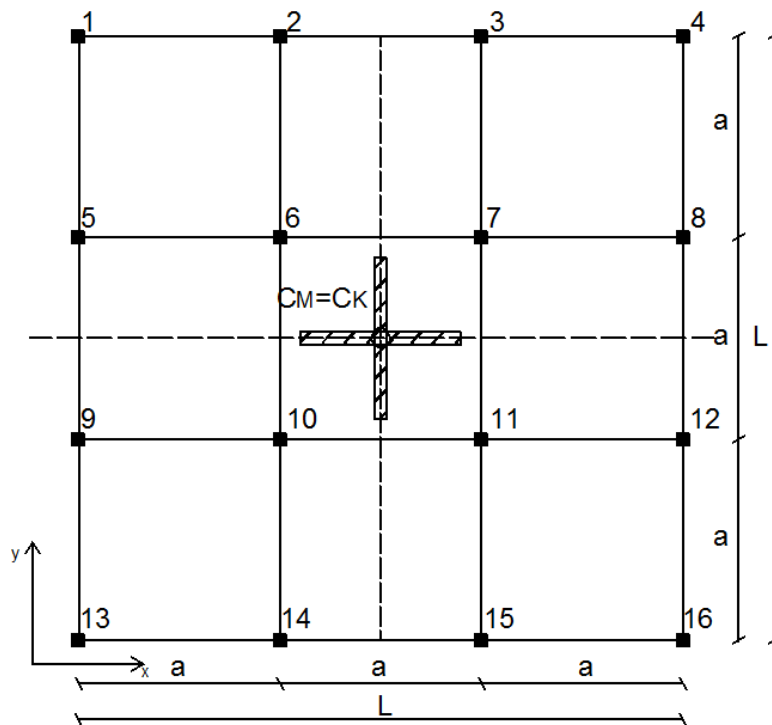
### 3.5.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.76) e (3.77) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{2,43}{6,12} = 0,39 \quad (3.78)$$

## 3.6 Struttura di base con setti disposti “a croce” in corrispondenza del centro di massa

Alla struttura di base vengono aggiunti due setti uguali posti in corrispondenza del centro di massa  $C_M$ .



**Fig. 3.10** Struttura base con setti “a croce” in corrispondenza del  $C_M$ .



Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni dei setti  $s = 0,25$  m e  $d = 4$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

### 3.6.1 Calcolo della rigidezza

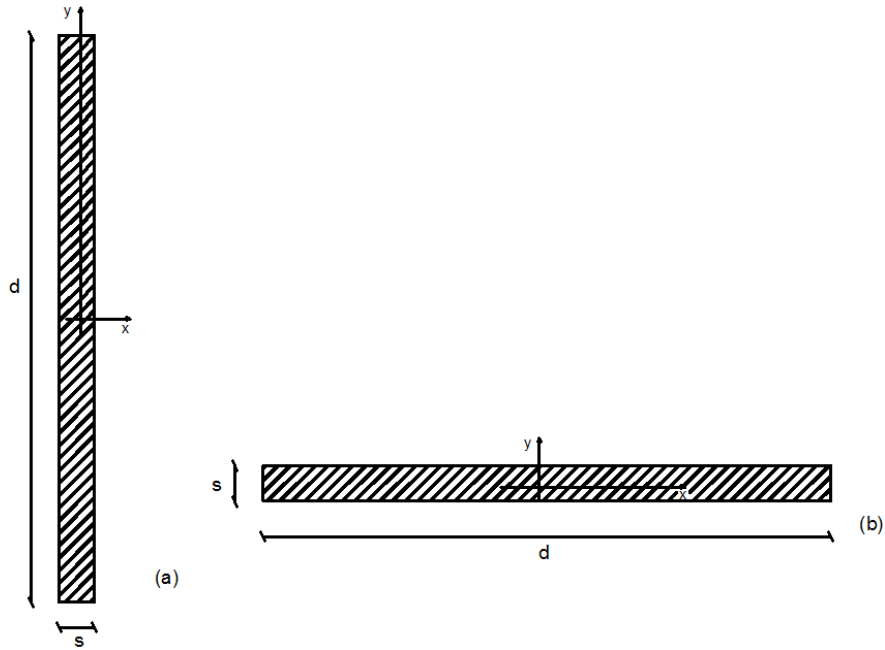
La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e delle rigidezze dei setti.

Le rigidezze del generico pilastro lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ :

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.79)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.80)$$

Si fa ora riferimento ai setti nelle due posizioni rappresentate in fig. 3.11



**Fig. 3.11** (a) sezione del setto disposto lungo y; (b) sezione del setto disposto lungo x.

Per il primo setto rappresentato nella fig. 3.11 (a) lungo la direzione x si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,x}}{H^3} = \frac{(4)^3 \cdot 0,25}{12} \cdot \frac{12 \cdot 30000000}{(3,5)^3} = 11195335,28 \frac{KN}{m}$$

$$k_{taglio} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (4 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 2976190,47 \frac{KN}{m}$$

$$k_{setto,y} = k_{w,strong} = \frac{k_{fless} \cdot k_{taglio}}{k_{fless} + k_{taglio}} = \frac{11195335,28 \cdot 2976190,47}{11195335,28 + 2976190,47} = 2351154,76 \frac{KN}{m} \quad (3.81)$$

Mentre per lo stesso setto ma lungo la direzione y si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,y}}{H^3} = \frac{(0,25)^3 \cdot 4}{12} \cdot \frac{12 \cdot 30000000}{(3,5)^3} = 43741,8 \frac{KN}{m}$$

$$k_{taglio} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (4 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 2976190,47 \frac{KN}{m}$$

$$k_{setto,x} = k_{w,weak} = \frac{k_{fless} \cdot k_{taglio}}{k_{fless} + k_{taglio}} = \frac{43741,8 \cdot 2976190,47}{43741,8 + 2976190,47} = 43098,49 \frac{KN}{m} \quad (3.82)$$

Per il secondo setto rappresentato nella fig. 3.11 (b) lungo la direzione x si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,x}}{H^3} = \frac{(0,25)^3 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 30000000}{12 \cdot (3,5)^3} = 43741,8 \frac{KN}{m}$$

$$k_{taglio} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (4 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 2976190,47 \frac{KN}{m}$$

$$k_{setto,y} = k_{w,weak} = \frac{k_{fless} \cdot k_{taglio}}{k_{fless} + k_{taglio}} = \frac{43741,8 \cdot 2976190,47}{43741,8 + 2976190,47} = 43098,49 \frac{KN}{m} \quad (3.83)$$

Mentre per lo stesso setto ma lungo la direzione y si ha:

$$k_{fless} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{setto,y}}{H^3} = \frac{(4)^3 \cdot 0,25 \cdot 12 \cdot 30000000}{12 \cdot (3,5)^3} = 11195335,28 \frac{KN}{m}$$

$$k_{taglio} = \frac{G \cdot A}{1,2 \cdot H} = \frac{12500000 \cdot (4 \cdot 0,25)}{1,2 \cdot (3,5)} = 2976190,47 \frac{KN}{m}$$

$$k_{setto,x} = k_{w,strong} = \frac{k_{fless} \cdot k_{taglio}}{k_{fless} + k_{taglio}} = \frac{11195335,28 \cdot 2976190,47}{11195335,28 + 2976190,47} = 2351154,76 \frac{KN}{m} \quad (3.84)$$

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 16 \cdot k_{pil} + k_{w,weak} + k_{w,strong} = 3093961,73 \frac{KN}{m} \quad (3.85)$$

### 3.6.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica sia rispetto all'asse x che rispetto all'asse y, l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (3.86)$$

### 3.6.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Oltre al contributo dato dai pilastri, ora si devono considerare anche i contributi dati dai setti, cioè la rigidezza dei singoli setti moltiplicata per il quadrato della distanza del baricentro del setto dal centro di rigidezza calcolato. In più viene considerato il contributo dato dalla rigidezza torsionale dei singoli setti  $k_{\theta\theta}$ , calcolata come:

$$k_{\theta\theta} = \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.87)$$

dove q è il fattore di struttura che è definito come:

$$q = \frac{40 \cdot J_p^2}{A^4} \quad (3.88)$$

$J_p$  è il momento d'inerzia polare definito come la somma dei momenti d'inerzia lungo le due direzioni x ed y; G è il modulo elastico tangenziale.

Nel caso in esame la (3.87) diventa:

$$k_{\theta\theta} = 2 \cdot k_{\theta\theta \text{ setto}} = 2 \cdot \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.89)$$

Sostituendo i valori numerici nella (3.89) si ottiene:

$$k_{\theta\theta} = 2 \cdot k_{\theta\theta \text{ setto}} = 2 \cdot \frac{12500000 \cdot 1,338}{71,66 \cdot 3,5} = 133407,4 \frac{KN}{m} \quad (3.90)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{\theta\theta} \quad (3.91)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.91) si ottiene:

$$I_{pk,C_K} = 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 133407,4 = 43865187,4 = 4,386 \times 10^7 \text{ KNm} \quad (3.92)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{43865187,5}{3093961,73}} = 3,76 \text{ m} \quad (3.93)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.94)$$

### 3.6.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

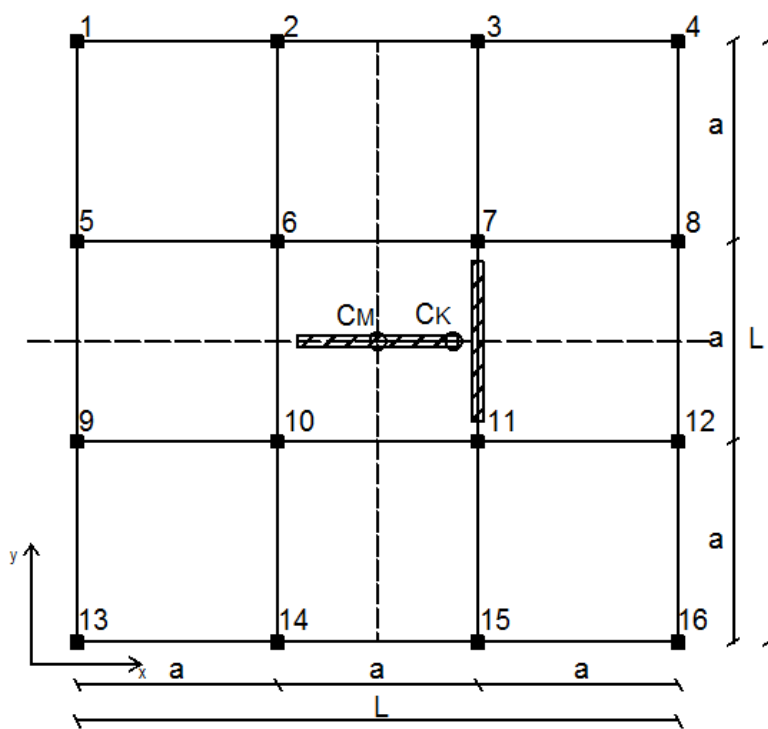
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.93) e (3.94) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,76}{6,12} = 0,61 \quad (3.95)$$

### 3.7 Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del centro di massa e setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi diversi dove il setto disposto verticalmente (in pianta) è posizionato a  $x=2,5$  m;  $x=5$  m e  $x=7,5$  m dal centro di massa.

#### 3.7.1 Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.12** *Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 2,5$  m dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

### 3.7.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.96)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.96) si ottiene:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (2,5) + 43098,49 \cdot (0)}{3093961,73} = 1,90 \text{ m} \quad (3.97)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,90}{21,21} = 0,09 \quad (3.98)$$

### 3.7.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,CK}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ &+ k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.99)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.99) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_k} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-9,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (0,60)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (5,60)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (0,6)^2 + 133407,4 = 47237550,73 = 4,724 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{3.100}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{47237550,73}{3093961,73}} = 3,90 \text{ m}
 \tag{3.101}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m}
 \tag{3.102}$$

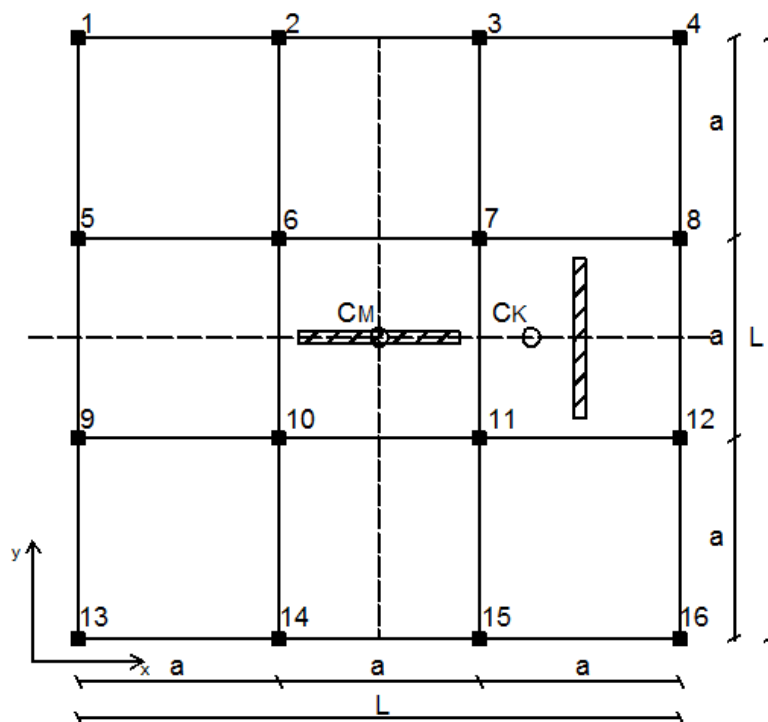
### 3.7.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.101) e (3.102) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,90}{6,12} = 0,64
 \tag{3.103}$$



### 3.7.2. Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.13** Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 5$  m dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 3.7.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.104)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.104) si ottiene:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (5) + 43098,49 \cdot (0)}{3093961,73} = 3,80 \text{ m} \quad (3.105)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{3,80}{21,21} = 0,18 \quad (3.106)$$

### 3.7.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,C_K}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.107)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.107) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (11,30)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,30)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,30)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,70)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (1,2)^2 + 133407,4 = 57976981 = 5,7977 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.108)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{57976981}{3093961,73}} = 4,33m \quad (3.109)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

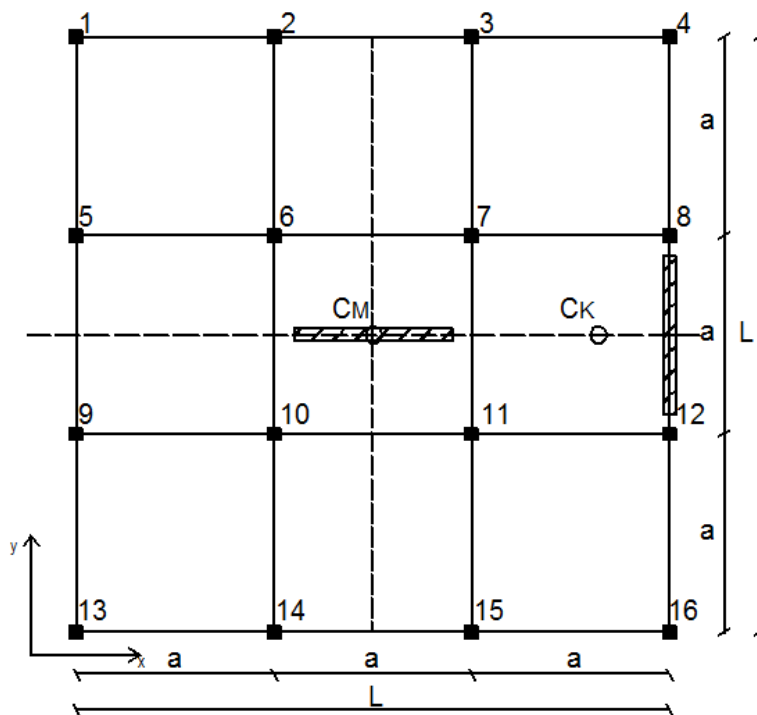
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.110)$$

### 3.7.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.109) e (3.110) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{4,33}{6,12} = 0,70 \quad (3.111)$$

### 3.7.3 Setto verticale posti a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.14** Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 3.7.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.112)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.112) si ottiene:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (7,5) + 43098,49 \cdot (0)}{3093961,73} = 5,70 \text{ m} \quad (3.113)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{5,70}{21,21} = 0,27 \quad (3.114)$$

### 3.7.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.115)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.115) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-13,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,20)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,80)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (1,8)^2 + 133407,4 = 75616725 = 7,562 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.116)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{75616725}{3093961,73}} = 4,94m \quad (3.117)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.118)$$

### 3.7.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

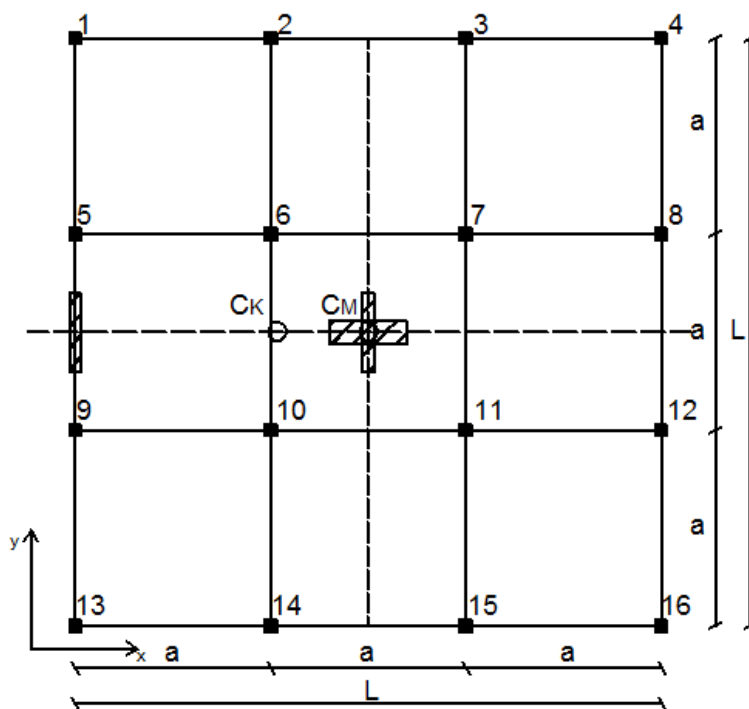
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.117) e (3.118) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{4,94}{6,12} = 0,80 \quad (3.119)$$

### 3.8 Struttura di base con tre setti posti al centro di massa e setto verticale a $x = -7,5$ m dal centro di massa

Alla struttura di base vengono aggiunti quattro setti uguali; due disposti orizzontalmente (in pianta) e uno disposto verticalmente (in pianta) in corrispondenza del centro di massa, e un setto disposto verticalmente (in pianta) a  $x = -7,5$  m rispetto al centro di massa.

Le caratteristiche geometriche dei setti sono riportate in seguito.



**Fig. 3.15** Struttura base con setti disposti “a croce” in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = -7,5$  m dal centro di massa.

Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni dei setti  $s = 0,25$  m e  $d = 2$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

### 3.8.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e delle rigidezze dei setti.

La rigidezza del generico pilastro lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ :

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.120)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.121)$$

Le rigidezze dei setti lungo le direzioni  $x$  ed  $y$  sono le stesse calcolate nel paragrafo 3.2.1.

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 16 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2185201,324 \frac{KN}{m} \quad (3.122)$$

La rigidezza torsionale è la stessa calcolata nel paragrafo 3.2.3:

$$k_{\theta\theta} = 4 \cdot k_{\theta\theta,setto} = 4 \cdot \frac{12500000 \cdot 0,1693}{18,34 \cdot 3,5} = 131868,1 \frac{KN}{m} \quad (3.123)$$

### 3.8.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (3.124)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.124) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (0) + 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-7,5)}{2185201,324} = -2,47 \text{ m} \quad (3.125)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-2,47}{21,21} = -0,12 \quad (3.126)$$

### 3.8.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x)^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.127)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.



Sostituendo i valori numerici nella (3.127) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_k} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5,02)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-0,02)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,97)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (9,97)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (5,02)^2 + 721197,2 \cdot (-2,47)^2 + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 \\
 &+ 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 71064804,13 = 7,106 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{3.128}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{71064804,13}{2185201,324}} = 5,70 \text{ m}
 \tag{3.129}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m}
 \tag{3.130}$$

### 3.8.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

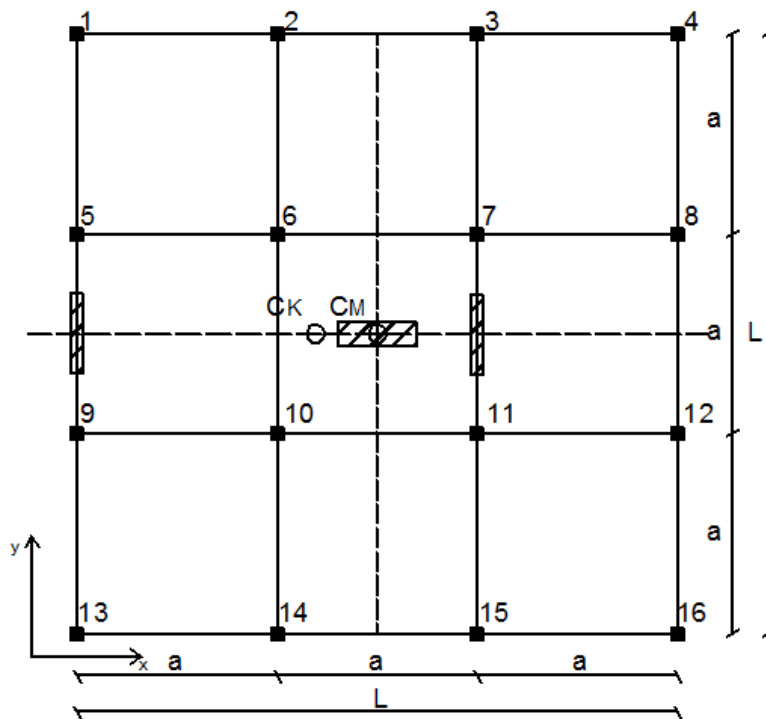
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.129) e (3.130) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{5,70}{6,12} = 0,93
 \tag{3.131}$$

### 3.9 Struttura di base con due setti orizzontali in corrispondenza del centro di massa, un setto verticale fisso a $x = -7,5$ e un setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il setto verticale, prima nel centro di massa, risulta posizionato a  $x = 2,5$  m;  $x = 5$  m e  $x = 7,5$  m dal centro di massa.

#### 3.9.1 Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.16** *Struttura base con setti orizzontali in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -7,5$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 2,5$  dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

### 3.9.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + k_{w,weak,C}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (3.132)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.131) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (2,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-7,5)}{2185201,324} = -1,65 \text{ m} \quad (3.132)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-1,65}{21,21} = -0,08 \quad (3.133)$$

### 3.9.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x + x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.134)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.134) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5,85)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-0,85)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (4,15)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (9,15)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (5,85)^2 + 721197,2 \cdot (4,15)^2 + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 \\
 &+ 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 83010465 = 8,301 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{3.135}$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{83010465}{2185201,324}} = 6,16 \text{ m}
 \tag{3.136}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

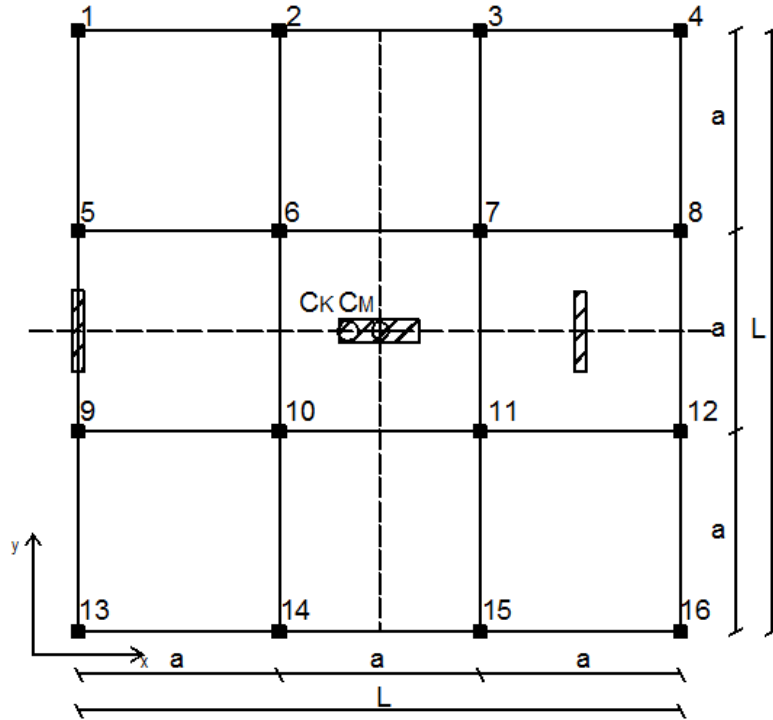
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m}
 \tag{3.137}$$

### 3.9.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.136) e (3.137) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,16}{6,12} = 1,00
 \tag{3.138}$$

### 3.9.2 Setto verticale posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.17** Struttura base con setti orizzontali in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -7,5$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 5$  dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

#### 3.9.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (3.139)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.139) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-7,5)}{2185201,324} = -0,82 \text{ m} \quad (3.140)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-0,82}{21,21} = -0,04 \quad (3.141)$$

### 3.9.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x + x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.142)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.142) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,67)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,67)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,32)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (8,32)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (6,68)^2 + 721197,2 \cdot (5,82)^2 + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 \\ & + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 100995820 = 1,010 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.143)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{100995820}{2185201,324}} = 6,80 \text{ m} \quad (3.144)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

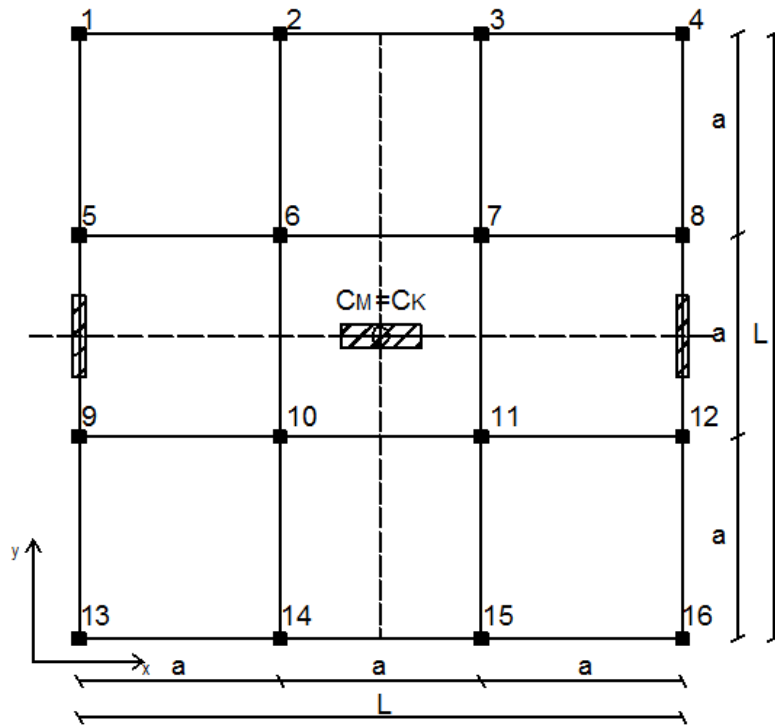
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.145)$$

### 3.9.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.144) e (3.145) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,79}{6,12} = 1,11 \quad (3.146)$$

### 3.9.3 Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.18** Struttura base con setti orizzontali in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -7,5$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 7,5$  dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

#### 3.9.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (3.147)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.147) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (7,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-7,5)}{2185201,324} = 0 \text{ m} \quad (3.148)$$



L'eccentricità relativa è data da:

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (3.149)$$

### 3.9.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3})^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (3.150)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.150) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\ & + 721197,2 \cdot (-7,5)^2 + 721197,2 \cdot (7,5)^2 + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 \\ & + 131868,1 = 125020868 = 1,250 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (3.151)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{125020868}{2185201,324}} = 7,56 \text{ m} \quad (3.152)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.153)$$

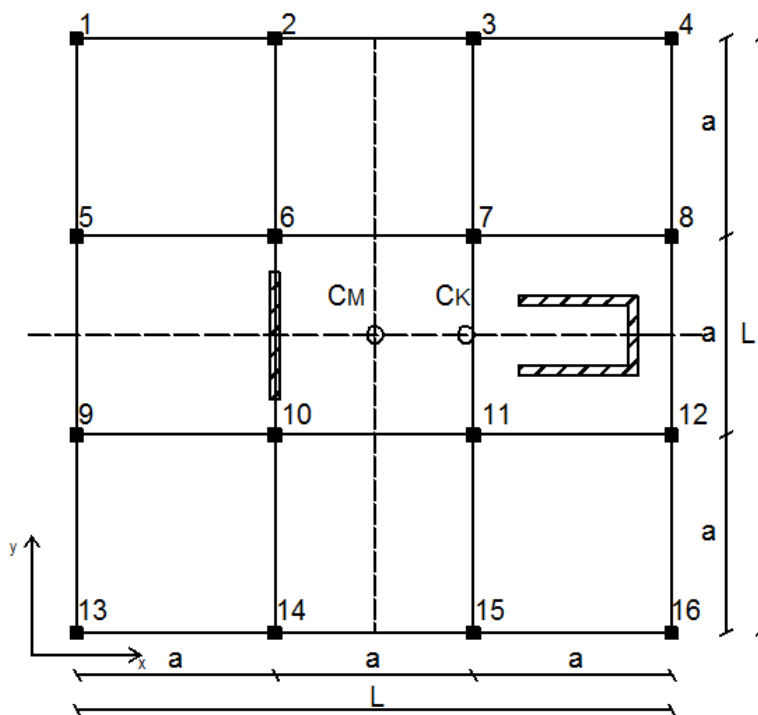
### 3.9.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.152) e (3.153) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{7,5639}{6,1237} = 1,23 \quad (3.154)$$

### 3.10 Struttura di base con vano scala posto a $x=5$ m dal centro di massa e sotto a $x=-2,5$ m dal centro di massa

Alla struttura di base viene aggiunto un vano scala il cui baricentro è posizionato a 5 m dal centro di massa  $C_M$  e un setto a  $x = -2,5$  m dal centro di massa  $C_M$ .



**Fig. 3.19** Struttura base con vano scala posto a  $x = 5$  m dal centro di massa e sotto a  $x = -2,5$  m.

Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m

- Altezza complessiva della struttura lungo z  $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni del vano scala  $2 \times 3$  m
- Dimensioni del setto  $s = 0,25$  m e  $d = 3,20$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

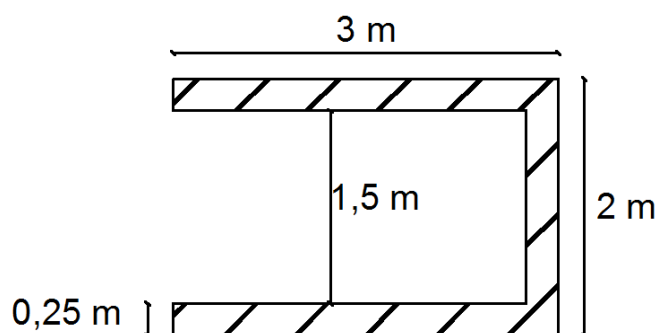
### 3.10.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e della rigidezza del vano scala.

Le rigidezze del generico pilastro lungo le due direzioni x ed y sono pari a quelle calcolate nei casi precedenti:

$$k_{pil,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,y}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.155)$$

$$k_{pil,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_{pil,x}}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,005208}{(3,5)^3} = 43731,78 \frac{KN}{m} \quad (3.156)$$



**Fig. 3.20** Dimensioni del vano scala considerato.

Facendo riferimento al vano scala rappresentato in figura 3.20 si calcola il momento di inerzia per il vano lungo la direzione x e lungo la direzione y:

$$J_x = \frac{d^4 - s^4}{12} = \frac{(2)^3 \cdot 3 - 2,75 \cdot (1,5)^3}{12} = 1,22 \text{ m}^4 \quad (3.157)$$

$$J_y = \frac{d^4 - s^4}{12} = \frac{(3)^3 \cdot 2 - 1,5 \cdot (2,75)^3}{12} = 1,90 \text{ m}^4 \quad (3.158)$$

Nota il momento d'inerzia si può calcolare la rigidezza del vano scala lungo x:

$$k_{vano,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_x}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 1,22}{3,5^3} = 10298833,819 \frac{KN}{m} \quad (3.159)$$

$$k_{vano,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_y}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 1,90}{3,5^3} = 15956632,653 \frac{KN}{m} \quad (3.160)$$

Le rigidezze del setto lungo le due direzioni x ed y sono pari a:

$$k_{setto,y} = \frac{12 \cdot E \cdot J_x}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,68266}{(3,5)^3} = 5732011,66 \frac{KN}{m} \quad (3.161)$$

$$k_{setto,x} = \frac{12 \cdot E \cdot J_y}{H^3} = \frac{12 \cdot 30000000 \cdot 0,004166}{(3,5)^3} = 34985,423 \frac{KN}{m} \quad (3.162)$$

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 16 \cdot k_{pil} + k_{vano} + k_{setto} = 16730553,959 \frac{KN}{m} \quad (3.163)$$

### 3.10.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.164)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (3.164) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (5) + 5732011,66 \cdot (-2,5)}{16730553,959} = 2,22 \text{ m} \quad (3.165)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{2,32}{21,21} = 0,10 \quad (3.166)$$

### 3.10.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Oltre al contributo dato dai pilastri, ora si deve considerare anche il contributo dato dal vano, cioè la rigidezza del vano scala moltiplicata per il quadrato della distanza del baricentro del vano dal centro di rigidezza calcolato.

Per il vano scala e il setto si deve inserire anche il contributo della rigidezza torsionale propria degli elementi che non può essere considerata trascurabile:

$$k_{\theta\theta} = \frac{G \cdot J_p}{q \cdot H} \quad (3.167)$$

dove  $q$  è il fattore di struttura;  $J_p$  è il momento d'inerzia polare definito come la somma dei momenti d'inerzia lungo le due direzioni  $x$  ed  $y$ ;  $G$  è il modulo elastico tangenziale.

Il fattore  $q$  è per il vano scala è dato da:

$$q = \frac{40 \cdot J_p^2}{A^4} = \frac{40 \cdot \left( \left( \frac{(2)^3 \cdot 3}{12} - \frac{2,75 \cdot (1,5)^3}{12} \right) + \left( \frac{2 \cdot (3)^3}{12} - \frac{(2,75)^3 \cdot 1,5}{12} \right) \right)^2}{(1,875)^4} = 35,61 \frac{KN}{m} \quad (3.168)$$

Sostituendo i valori numerici nella (3.168) si ottiene:

$$k_{\theta\theta,vano} = \frac{12500000 \cdot \left[ \left( \frac{(2)^3 \cdot 3}{12} - \frac{2,75 \cdot (1,5)^3}{12} \right) + \left( \frac{2 \cdot (3)^3}{12} - \frac{(2,75)^3 \cdot 1,5}{12} \right) \right]}{35,61 \cdot 3,5} = 313611,06 \frac{KN}{m} \quad (3.169)$$

Il fattore q è per il setto è dato da:

$$q = \frac{40 \cdot J_p^2}{A^4} = \frac{40 \cdot \left( \left( \frac{(3,2)^3 \cdot 0,25}{12} \right) + \left( \frac{3,2 \cdot (0,25)^3}{12} \right) \right)^2}{(0,8)^4} = 67,07 \frac{KN}{m} \quad (3.170)$$

Sostituendo i valori numerici nella (3.170) si ottiene:

$$k_{\theta\theta,setto} = \frac{12500000 \cdot \left[ \left( \frac{(3,2)^3 \cdot 0,25}{12} \right) + \left( \frac{3,2 \cdot (0,25)^3}{12} \right) \right]}{67,07 \cdot 3,5} = 36573,37 \frac{KN}{m} \quad (3.171)$$

$$k_{\theta\theta,tot} = k_{\theta\theta,vano} + k_{\theta\theta,setto} = 350184,43 \frac{KN}{m} \quad (3.172)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$I_{pk,C_k} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,Ck}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,Ck}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,tot} \quad (3.173)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.173) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_k} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-9,82)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,82)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (0,18)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5,18)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\
 &+ 10298833,819 \cdot (2,68)^2 + 5732011,66 \cdot (4,82)^2 + 350184,43 = 25498607,06 = 2,55 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{3.174}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{254986807,06}{16730553,959}} = 3,90 \text{ m}
 \tag{3.175}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m}
 \tag{3.176}$$

### 3.10.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

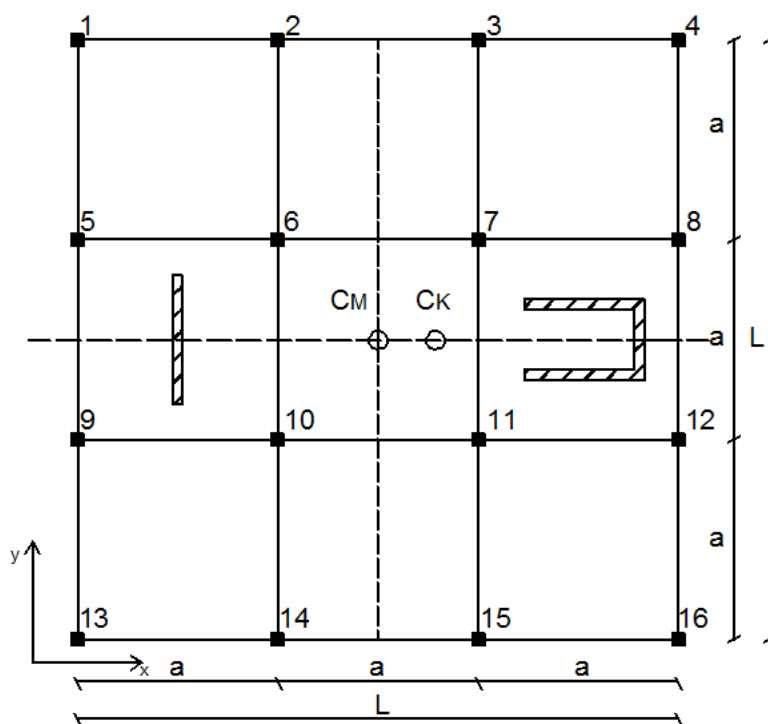
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.175) e (3.176) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,90}{6,12} = 0,63
 \tag{3.177}$$

## 3.11 Struttura di base con vano scala e con posizione del setto variabile

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano due casi dove il vano scala resta fisso a  $x=5$  m dal centro di massa mentre il setto è posizionato a  $x=5$  m e  $x=7,5$  m dal centro di massa.

### 3.11.1 Setto posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.21** Struttura base con vano scala posto a  $x = 5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -5$  m.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.178)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (3.178) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (5) + 5732011,66 \cdot (-5)}{1673055,959} = 1,36 \text{ m} \quad (3.179)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,36}{21,21} = 0,06 \quad (3.180)$$



### 3.11.1.1 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidzze rispetto al centro di rigidzza

Il momento d'inerzia polare delle rigidzze è definito come:

$$I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,tot} \quad (3.181)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidzza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (3.181) si ottiene:

$$I_{pk,C_K} = 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,92)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,92)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,08)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,08)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (3,58)^2 + 5732011,66 \cdot (6,42)^2 + 350184,43 = 413739715,75 = 4,14 \times 10^8 \text{ KNm} \quad (3.182)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidzze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidzze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{413739715,75}{16730553,959}} = 4,97 \text{ m} \quad (3.183)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

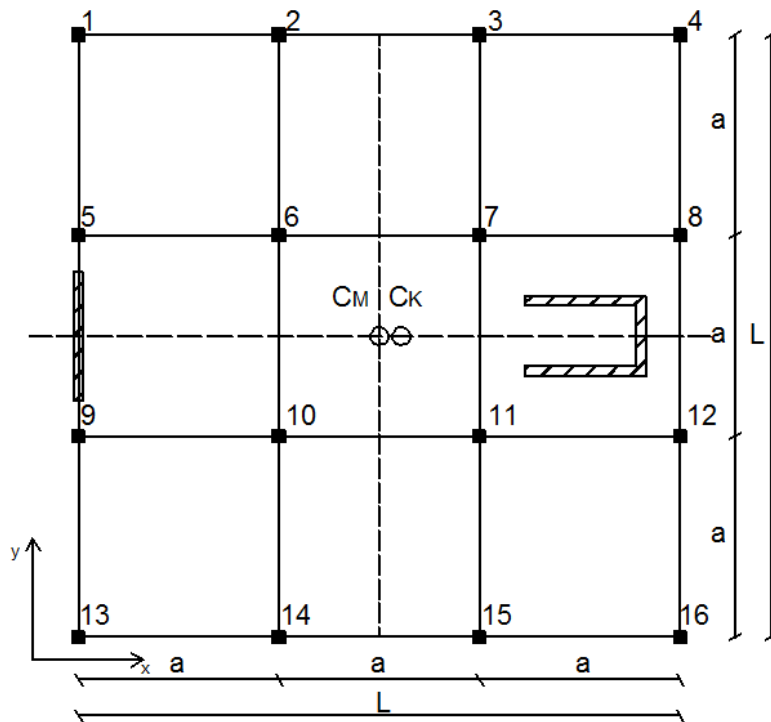
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.184)$$

### 3.11.1.2 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.183) e (3.184) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{4,97}{6,12} = 0,81 \quad (3.185)$$

### 3.11.2 Setto posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 3.21** Struttura base con vano scala posto a  $x = 5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -7,5$  m.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (3.186)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (3.186) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (5) + 5732011,66 \cdot (-7,5)}{16730553,959} = 0,51 \text{ m} \quad (3.187)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{0,51}{21,21} = 0,02 \quad (3.188)$$

### 3.11.2.1 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$I_{pk,C_k} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,tot} \quad (3.189)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (3.189) si ottiene:

$$I_{pk,C_k} = 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,03)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,03)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,97)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,97)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (4,47)^2 + 5732011,66 \cdot (8,03)^2 + 350184,43 = 619663751,84 = 6,196 \times 10^8 \text{ KNm} \quad (3.190)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{619663751,84}{16730553,959}} = 6,08 \text{ m} \quad (3.191)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

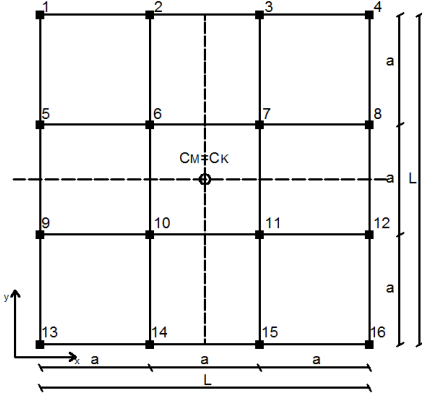
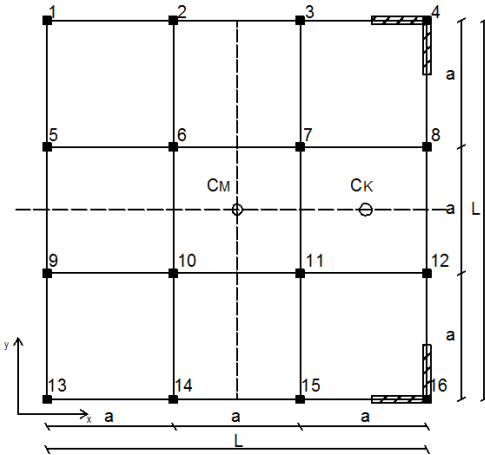
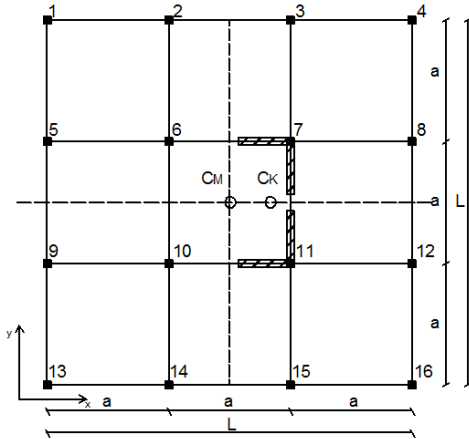
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 6,12 \text{ m} \quad (3.192)$$

### 3.11.2.2 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (3.191) e (3.192) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,08}{6,12} = 1,00 \quad (3.193)$$

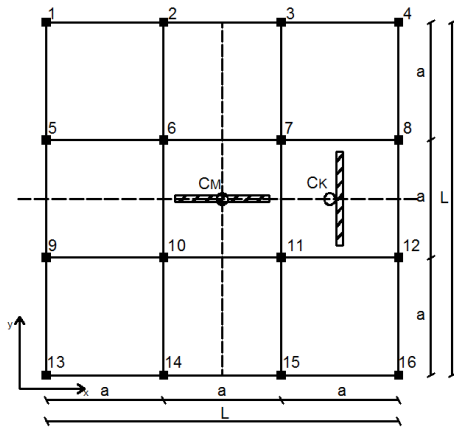
### 3.14 Sintesi dei risultati ottenuti

<b>Struttura di base</b>	
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,29$
<b>Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro</b>	
	$e_x = 0,24$ $\Omega_\theta = 1,37$
<b>Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del CM</b>	
	$e_x = 0,08$ $\Omega_\theta = 0,82$

<b>Struttura di base con vano ascensore a x = 5 m</b>	
	$e_x = 0,21$  $\Omega_\theta = 0,46$
<b>Struttura di base con vano ascensore a x = 4 m</b>	
	$e_x = 0,17$  $\Omega_\theta = 0,43$
<b>Struttura di base con vano ascensore a x = 1,5 m</b>	
	$e_x = 0,06$  $\Omega_\theta = 0,40$

<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 0</math> m</b>	
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 0,39$
<b>Struttura di base con due setti "a croce" in corrispondenza del <math>C_M</math></b>	
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 0,61$
<b>Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del <math>C_M</math> e setto verticale a <math>x = 2,5</math> m</b>	
	$e_x = 0,09$  $\Omega_\theta = 0,64$

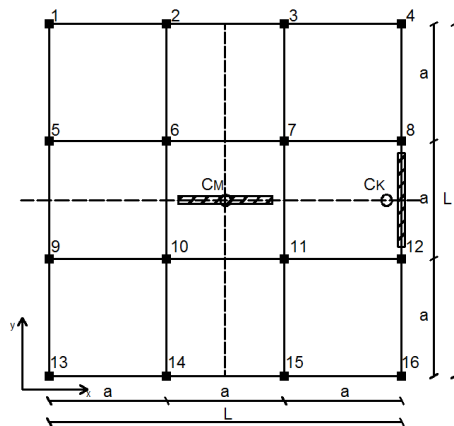
**Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = 5$  m**



$$e_x = 0,18$$

$$\Omega_\theta = 0,70$$

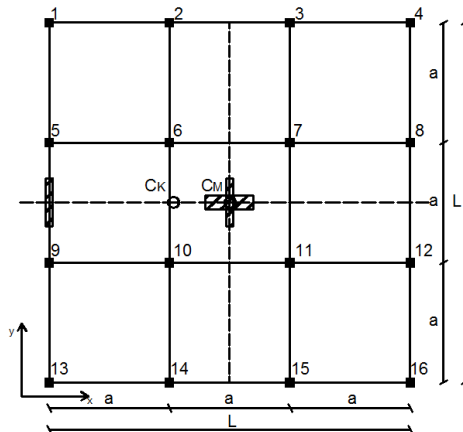
**Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



$$e_x = 0,27$$

$$\Omega_\theta = 0,80$$

**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -7,5$  m**

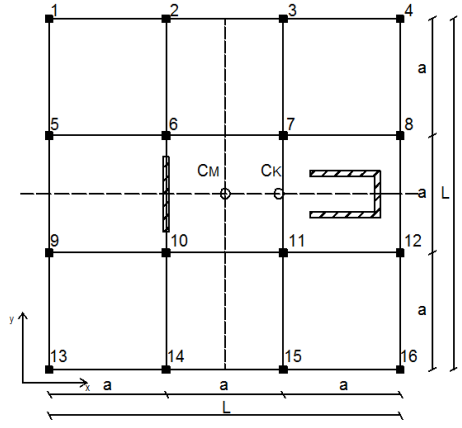
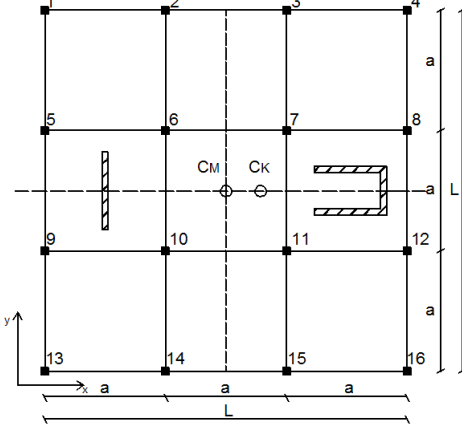
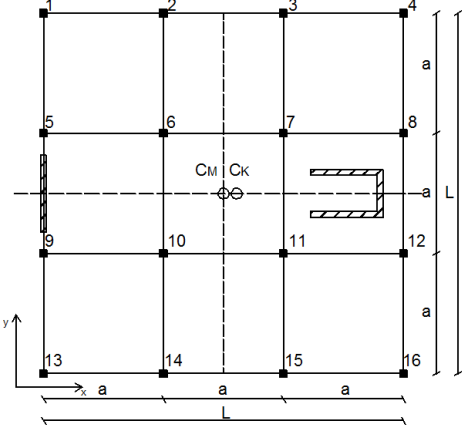


$$e_x = -0,12$$

$$\Omega_\theta = 0,93$$



<b>Struttura precedente con setto verticale a <math>x = 2,5</math> m</b>	
	$e_x = -0,08$ $\Omega_\theta = 1,00$
<b>Struttura precedente con setto verticale a <math>x = 5</math> m</b>	
	$e_x = -0,04$ $\Omega_\theta = 1,11$
<b>Struttura precedente con setto verticale a <math>x = 7,5</math> m</b>	
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,23$

<p style="text-align: center;"><b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 5</math> m e setto a <math>x = -2,5</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = 0,10</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 0,63</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 5</math> m e setto a <math>x = -5</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = 0,06</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 0,81</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 5</math> m e setto a <math>x = -7,5</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = 0,02</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 1,00</math></p>

Analizzando i vari casi studiati è possibile notare come la disposizione degli elementi resistenti influenzi il comportamento torsionale di una struttura.

Nel primo caso all'interno della struttura sono stati inseriti due setti ad angolo. Questi, posti in corrispondenza degli angoli opposti all'asse  $y$ , al perimetro, mi restituiscono un valore di  $\Omega_\theta$  piuttosto elevato; se vengono spostati in prossimità del centro di massa il valore del parametro  $\Omega_\theta$  diminuisce e si passa così da una struttura torsio-rigida ad una struttura torsio-flessibile.

Il secondo caso studiato, con il vano ascensore è caratterizzato da un valore del parametro  $\Omega_\theta$  piuttosto basso che aumenta all'aumentare dell'eccentricità.

Anche nel caso successivo della struttura con due setti si può notare come all'aumentare dell'eccentricità, spostando il setto verticale verso il perimetro della struttura, il parametro  $\Omega_\theta$  aumenti.

Gli ultimi due casi studiati sono quelli con una migliore disposizione degli elementi.

Nel primo caso si hanno due setti disposti in posizioni opposte rispetto all'asse  $y$ . Questo mi permette di avere un elevato valore della distanza tra il baricentro dei singoli setti e il centro di rigidezza, perciò di conseguenza un elevato contributo in termini di rigidezza torsionale, e quindi di  $\Omega_\theta$ .

Nel secondo caso il contributo di rigidezza torsionale viene dato dal vano scala e dal setto, posti anch'essi in posizioni opposte rispetto all'asse  $y$ .

In questi ultimi due casi il valore di  $\Omega_\theta$  aumenta al diminuire dell'eccentricità, fino ad assumere il valore massimo per il caso con eccentricità nulla.

## CAPITOLO 4

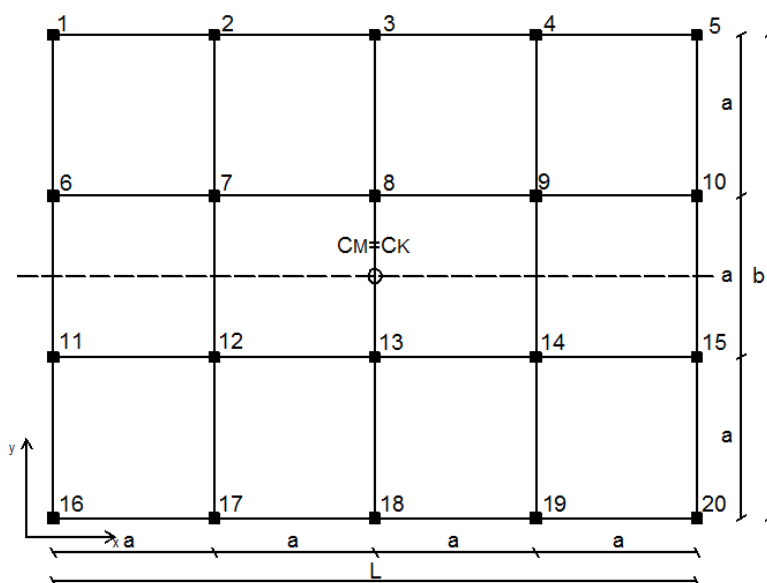
### Valutazione del parametro $\Omega_\theta$ per strutture reali a pianta rettangolare

In questo capitolo verranno trattati gli stessi casi studiati nel capitolo 3, ma considerando una pianta rettangolare.

Si farà sempre riferimento alle ipotesi già introdotte nel capitolo 3: eccentricità longitudinale nulla ( $e_y = 0$ ), strutture caratterizzate da uguale rigidezza lungo le due direzioni x ed y, il solaio è infinitamente rigido nel proprio piano, la distribuzione delle masse è uniforme, gli elementi latero-resistenti sono considerati privi di massa e assialmente inestensibili, il sistema di riferimento risulta centrato in corrispondenza del centro delle masse  $C_M$  e l'analisi è condotta in ambito elastico-lineare.

#### 4.1. Struttura di base

Prima di tutto si studia il caso dove gli unici elementi resistenti sono i pilastri.



**Fig. 4.1** Struttura base di riferimento.

Geometria della struttura di base:

- Dimensione trasversale  $L = 20$  m
- Dimensione longitudinale  $b = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 31000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12916667$  KN/m<sup>2</sup>

#### 4.1.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidzze dei singoli pilastri costituenti la struttura. Non si tiene conto del contributo di rigidzza torsionale  $k_{\theta\theta}$  poiché trascurabile per i pilastri. Il singolo pilastro viene vincolato a terra con un incastro e in sommità con un incastro scorrevole.

Per il calcolo della rigidzza dei pilastri si rimanda al paragrafo 3.1.1.

La rigidzza totale è pari a :

$$k_{tot,x} = k_{tot,y} = 20 \cdot k_{pil} = 874635,57 \frac{KN}{m} \quad (4.1)$$

#### 4.1.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica sia rispetto all'asse  $x$  che rispetto all'asse  $y$  l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (4.2)$$

### 4.1.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Ricordando la formula del momento d'inerzia polare delle rigidezze riportata nel paragrafo 1.2.2, si ha:

$$I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \quad (4.3)$$

$x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  che in questo caso coincide con il centro di massa  $C_M$ , rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;

Sostituendo i valori numerici nella (4.3) si ottiene:

$$I_{pk,C_K} = 4 \cdot 43731,78 \cdot (-10)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (10)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 = 71064140 \text{ KNm} \quad (4.4)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{71064140}{874635,57}} = 9,01 \text{ m} \quad (4.5)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.6)$$

#### 4.1.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.5) e (4.6) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura di base considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{9,01}{7,21} = 1,25 \quad (4.7)$$

Lo stesso valore può essere ricavato attraverso la formula semplificata per il caso di struttura a pianta quadrata (2.3), definita nel paragrafo 2.1:

$$\Omega_\theta = \sqrt{\frac{1}{b^2 + l^2} \cdot \left[ b^2 \cdot \frac{n_y + 2}{n_y} + l^2 \cdot \frac{n_x + 2}{n_x} \right]} = \sqrt{\frac{1}{15^2 + 20^2} \cdot \left[ 15^2 \cdot \frac{5}{3} + 20^2 \cdot \frac{6}{4} \right]} = 1,25 \quad (4.8)$$

## 4.2 Struttura di base con setti ad angolo al perimetro

Si consideri la struttura di base con l'aggiunta di quattro setti agli angoli opposti rispetto all'asse y, in corrispondenza del perimetro.

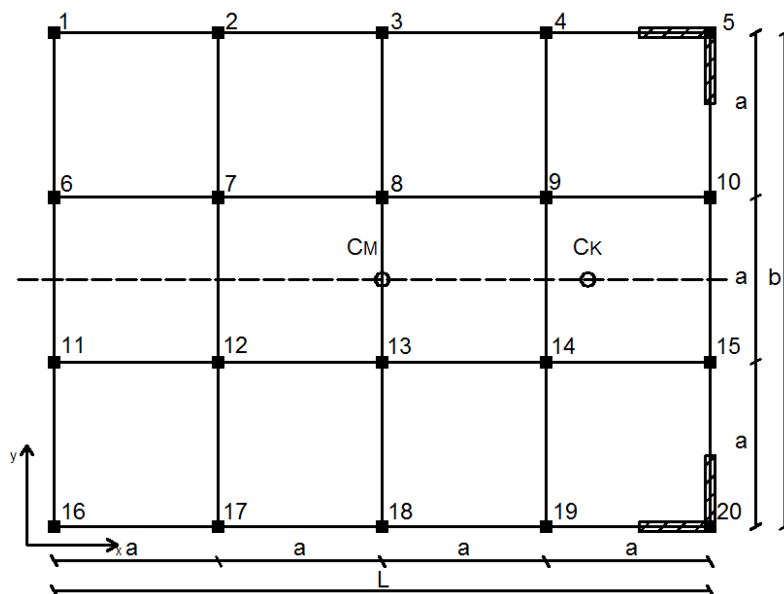


Fig. 4.2 Struttura base con quattro setti disposti agli angoli.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente. Si considerano gli stessi setti usati nel caso analogo con pianta quadrata al paragrafo 3.2.

#### 4.2.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e delle rigidezze dei setti. Al paragrafo 3.2.1 sono state ricavate le rigidezze dei setti.

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2360128,438 \frac{KN}{m} \quad (4.9)$$

#### 4.2.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

La struttura risulta simmetrica rispetto all'asse x ma non rispetto all'asse y, perciò presenta eccentricità diversa da zero esclusivamente lungo l'asse x, mentre l'eccentricità lungo l'asse y risulta nulla. L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{2 \cdot k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.10)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.10) si ottiene:

$$E_x = \frac{2 \cdot 721197,2 \cdot (10) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (8,875)}{2360128,438} = 6,27 \text{ m} \quad (4.11)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{6,27}{25} = 0,25 \quad (4.12)$$



### 4.2.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidzze rispetto al centro di rigidzza

Come specificato nel paragrafo della struttura analoga a pianta quadrata 3.2.3, il contributo della rigidzza torsionale totale dei setti è pari a:

$$k_{\theta\theta} = 4 \cdot k_{\theta\theta\text{setto}} = 4 \cdot \frac{12500000 \cdot 0,1693}{18,34 \cdot 3,5} = 131868,1 \frac{KN}{m} \quad (4.13)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidzze è:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ &+ 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot (E_x - x_{CM2})^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (y_{CM1})^2 \\ &+ 2 \cdot k_{w,weak} \cdot \left( y_{CM1} - \frac{s/2}{2} - \frac{d}{2} \right)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.14)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidzza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;

Sostituendo i valori numerici nella (4.14) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-16,27)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,27)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,27)^2 \\ &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,27)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,73)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (10 - 6,27)^2 \\ &+ 2 \cdot 21549,2 \cdot (6,27 - 8,875)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (7,5)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (8,875)^2 + 131868,1 = \\ &= 208827028 \text{ KNm} = 2,088 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidzze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidzze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{208827028}{2360128,438}} = 9,40 \text{ m} \quad (4.16)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.17)$$

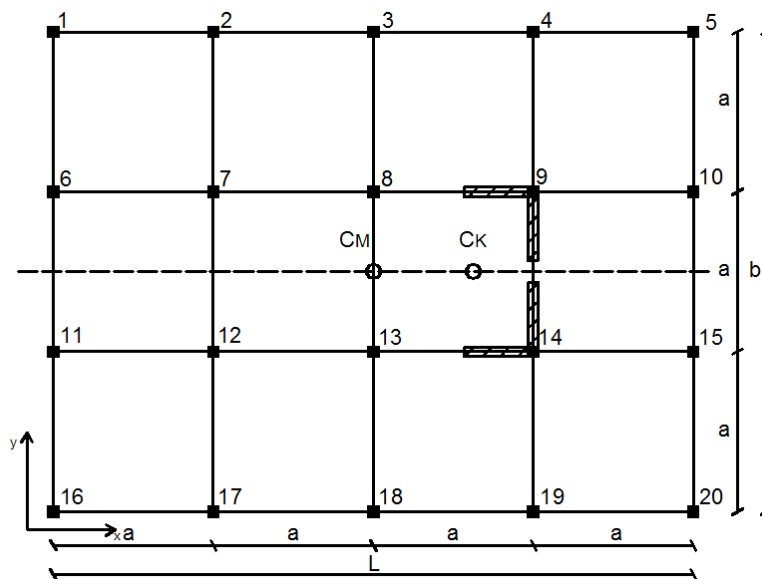
#### 4.2.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.16) e (4.17) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{9,40}{7,21} = 1,30 \quad (4.19)$$

### 4.3 Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del centro di massa

Consideriamo il caso precedente ma con i setti disposti una posizione diversa. I quattro setti vengono spostati dal perimetro in prossimità del centro di massa.



**Fig. 4.3** Struttura base con quattro setti disposti in prossimità del centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

La rigidità è la stessa calcolata nel caso precedente cioè:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2360128,438 \frac{KN}{m} \quad (4.20)$$

### 4.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidità rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{2 \cdot k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.21)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.21) si ottiene:

$$E_x = \frac{2 \cdot 721197,2 \cdot (5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (3,875)}{2360128,438} = 3,13 \text{ m} \quad (4.22)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{3,13}{25} = 0,12 \quad (4.23)$$

### 4.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidità rispetto al centro di rigidità

Il momento d'inerzia polare delle rigidità è:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,CK}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ &+ 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + 2 \cdot k_{w,weak} \cdot (E_x - x_{CM2})^2 + 2 \cdot k_{w,strong} \cdot (y_{CM1})^2 \\ &+ 2 \cdot k_{w,weak} \cdot \left( y_{CM1} - \frac{s/2}{2} - \frac{d}{2} \right)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.24)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.24) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-13,13)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,13)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,13)^2 \\ &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,87)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,87)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2 \cdot 721197,2 \cdot (5 - 3,13)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (3,13 - 3,875)^2 \\ &+ 2 \cdot 721197,2 \cdot (7,5)^2 + 2 \cdot 21549,2 \cdot (3,875)^2 + 131868,1 = 93928974 \text{ KNm} = 9,393 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{93928974}{2360128,438}} = 6,31 \text{ m} \quad (4.26)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.27)$$

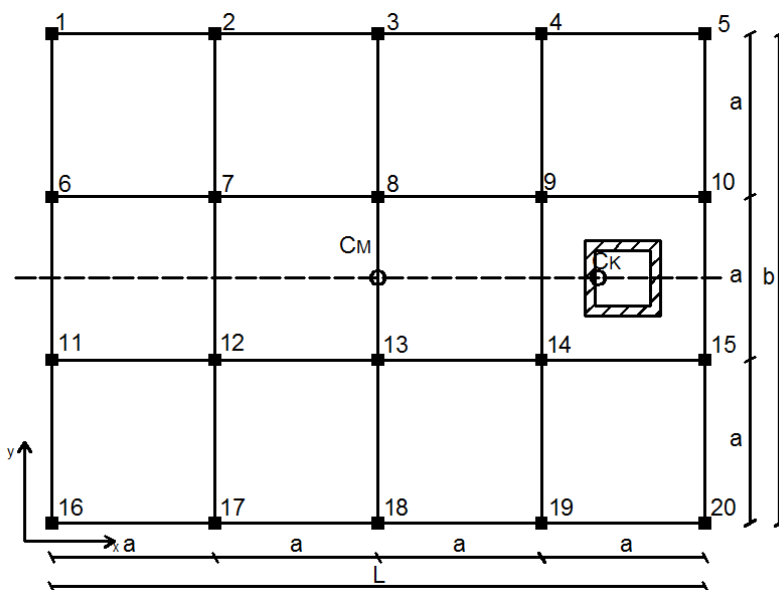
### 4.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.26) e (4.27) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,30}{7,21} = 0,87 \quad (4.28)$$

## 4.4 Struttura di base con vano ascensore posto a $x=7,5$ m dal centro di massa

Si consideri la struttura di base con l'aggiunta di un vano ascensore posizionato ad una distanza dal centro di massa pari a  $x = 7,5$  m.



**Fig. 4.4** Struttura base con vano ascensore a  $x = 7,5$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti. Il vano ascensore ha dimensioni  $2 \times 2$  m.

### 4.4.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e della rigidezza del vano ascensore. La rigidezza del vano ascensore è calcolata nel paragrafo 4.4.1. La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + k_{vano,x} = 8527696,82 \frac{KN}{m} \quad (4.29)$$

#### 4.4.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidità rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{k_{vano,x} \cdot (x_{CM})}{k_{tot,x}} \quad (4.30)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del baricentro del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.30) si ottiene:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (7,5)}{8527696,82} = 6,73m \quad (4.31)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{6,73}{25} = 0,27 \quad (4.32)$$

#### 4.4.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidità rispetto al centro di rigidità

Il momento d'inerzia polare delle rigidità è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ & + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.33)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidità  $C_K$  rispettivamente lungo x.

Sostituendo i valori numerici nella (4.33) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-16,73)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,73)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,73)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,73)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,27)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 7653061,22 \cdot (0,77)^2 + 5517302 = \\
 &= 120733727,2646 = 1,207 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{4.34}$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{120733727,2646}{8527696,82}} = 3,76 \text{ m}
 \tag{4.35}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + l^2}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2} \cdot l}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{l}{\sqrt{6}} = 7,21 \text{ m}
 \tag{4.36}$$

#### 4.4.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.35) e (4.36) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,76}{7,21} = 0,52
 \tag{4.37}$$

## 4.5 Struttura di base con vano ascensore posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il vano ascensore è posizionato a  $x=5$  m;  $x=1,5$  m e  $x=0$  m dal centro di massa.

### 4.5.1 Vano ascensore a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$

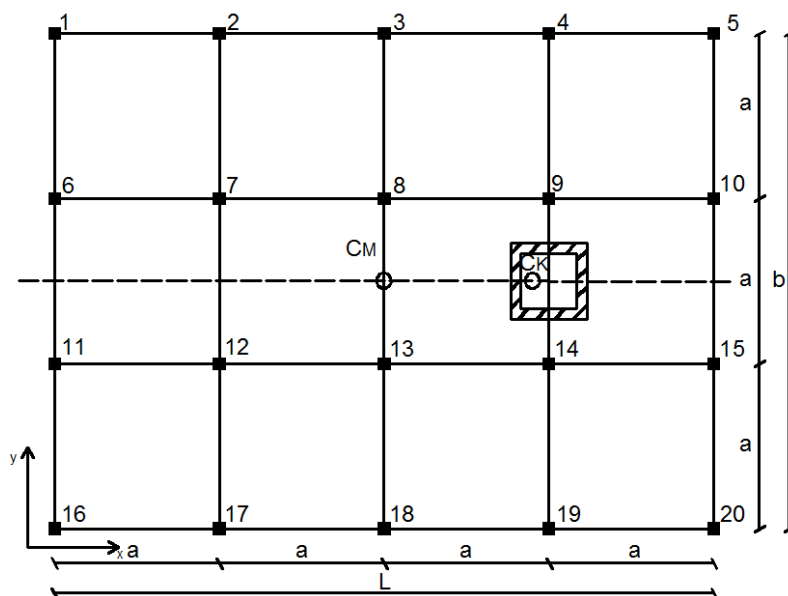


Fig. 4.5 Struttura base con vano ascensore a  $x = 5$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 4.5.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (5)}{8527696,82} = 4,49 \text{ m} \quad (4.38)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{4,49}{25} = 0,18 \quad (4.39)$$



### 4.5.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_k} &= \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\
 &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\
 &+ k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta}
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.40) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_k} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-14,49)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-9,49)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,49)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (0,51)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5,51)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 7653061,22 \cdot (0,51)^2 + 5517302 = \\
 &= 96204746,8828 = 9,620 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_k}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{96204746,8828}{8527696,82}} = 3,36 \text{ m} \tag{4.42}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

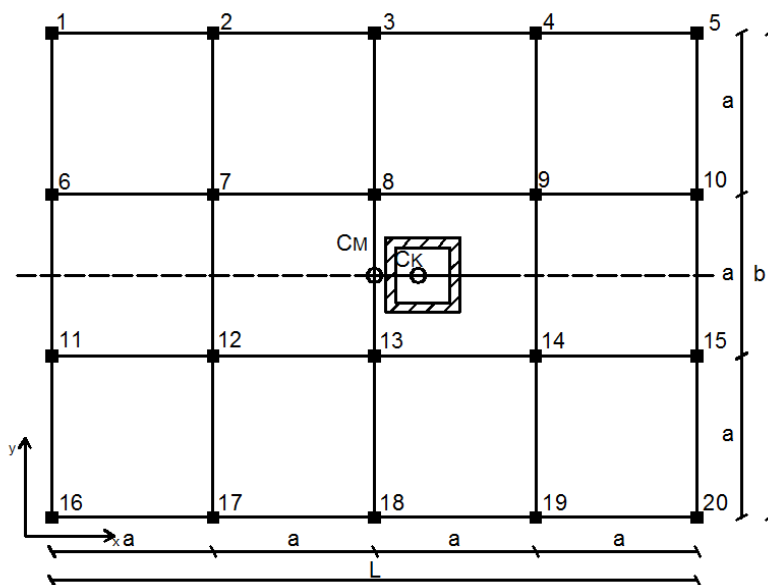
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \tag{4.43}$$

### 4.5.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.42) e (4.43) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,36}{7,21} = 0,46 \quad (4.44)$$

### 4.5.2 Vano ascensore a $x = 1,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.6** Struttura base con vano ascensore a  $x = 1,5$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

#### 4.5.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidità rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{7653061,22 \cdot (1,5)}{8527696,82} = 1,35 \text{ m} \quad (4.45)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,35}{25} = 0,05 \quad (4.46)$$

### 4.5.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} &= \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ &+ k_{vano,x} \cdot (x_{CM} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.47)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;

$x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.47) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,35)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,35)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,35)^2 \\ &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,65)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (8,65)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 7653061,22 \cdot (0,15)^2 + 5517302 = \\ &= 78347661,7583 = 7,835 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{78347661,7583}{8527696,82}} = 3,03 \text{ m} \quad (4.49)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.50)$$

### 4.5.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.49) e (4.50) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{3,03}{7,21} = 0,42 \quad (4.51)$$

### 4.5.3 Vano ascensore a $x = 0$ m dal centro di massa $C_M$

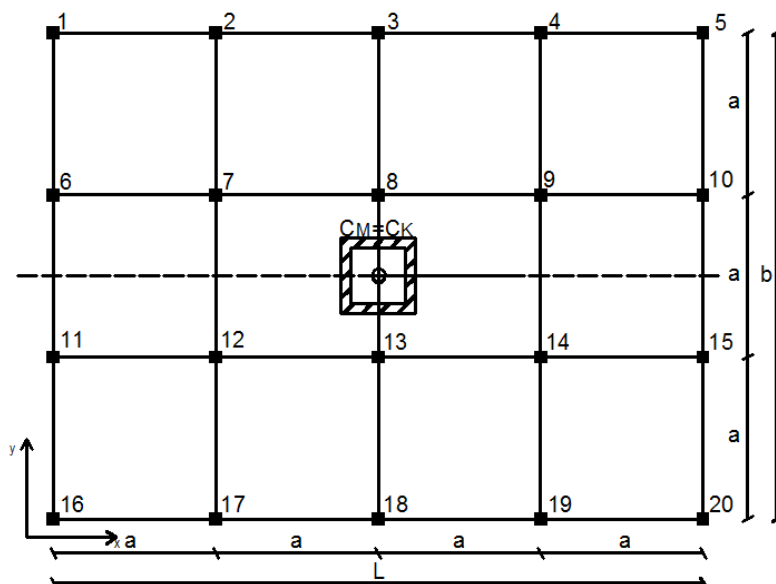


Fig. 4.7 Struttura base con vano ascensore a  $x = 0$  m dal  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse dei casi precedenti.

### 4.5.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica sia rispetto all'asse x che rispetto all'asse y, l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (4.52)$$

### 4.5.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{yi} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{xi} \cdot y_{i,C_K}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.53)$$

dove  $x_{CM}$  è la distanza del vano ascensore rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y;

Sostituendo i valori numerici nella (4.53) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-10)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (10)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\ & + 5517302 = 76581448,5 = 7,658 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{76581448,5}{8527696,82}} = 2,99 \text{ m} \quad (4.55)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.56)$$

### 4.5.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.55) e (4.56) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{2,99}{7,21} = 0,41 \quad (4.57)$$

## 4.6 Struttura di base con setti “a croce” in corrispondenza del centro di massa

Alla struttura di base vengono aggiunti due setti uguali posti in corrispondenza del centro di massa  $C_M$ .

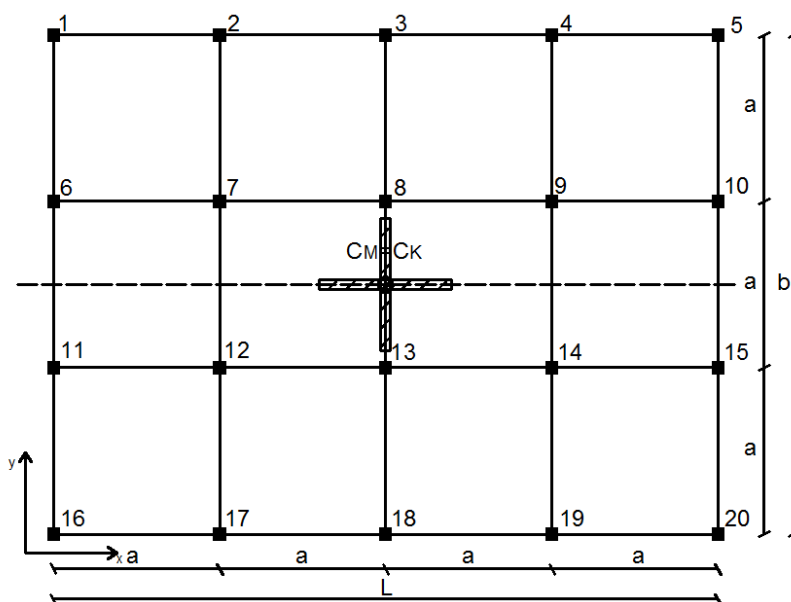


Fig. 4.8 Struttura base con setti “a croce” in corrispondenza del  $C_M$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente. Si considerano gli stessi setti usati nel caso analogo con pianta quadrata al paragrafo 3.6.

#### 4.6.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri e delle rigidezze dei setti.

Nel paragrafo 3.6.1 sono state calcolate le rigidezze dei setti.

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + k_{w,weak} + k_{w,strong} = 3268888,85 \frac{KN}{m} \quad (4.58)$$

#### 4.6.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

Dato che la struttura è simmetrica sia rispetto all'asse x che rispetto all'asse y, l'eccentricità è nulla.

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (4.59)$$

#### 4.6.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Come specificato nel paragrafo della struttura analoga a pianta quadrata 3.2.3, il contributo della rigidezza torsionale totale dei setti è pari a:

$$k_{\theta\theta} = 2 \cdot k_{\theta\theta\text{setto}} = 2 \cdot \frac{12500000 \cdot 1,338}{71,66 \cdot 3,5} = 133407,4 \frac{KN}{m} \quad (4.60)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è:

$$I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{\theta\theta} \quad (4.61)$$

dove  $x_{CM_i}$  e  $y_{CM_i}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.61) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-10)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (10)^2 \\
 &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 \\
 &+ 133407,4 = 71197547 = 7,119 \times 10^7 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{4.62}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{71197547}{3268888,85}} = 4,66 \text{ m}
 \tag{4.63}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m}
 \tag{4.64}$$

#### 4.6.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.63) e (4.64) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

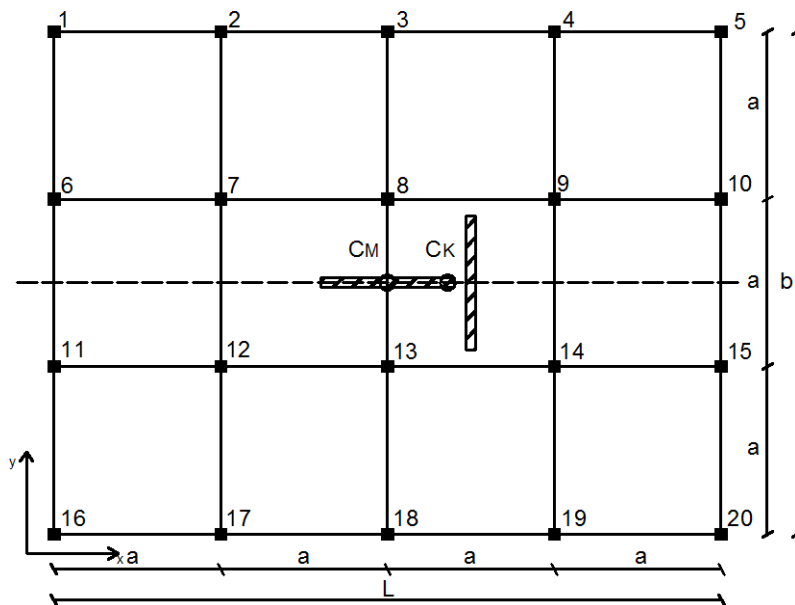
$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{4,66}{7,21} = 0,65
 \tag{4.65}$$



## 4.7 Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del centro di massa e setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il setto verticale è posizionato a  $x = 2,5$  m,  $x = 5$  m,  $x = 7,5$  m e  $x = 10$  m dal centro di massa.

### 4.7.1. Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.9** Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 2,5$  m dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

#### 4.7.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (2,5) + 43098,49 \cdot (0)}{3268888,85} = 1,80 \text{ m} \quad (4.66)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,80}{25} = 0,07 \quad (4.67)$$

### 4.7.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.68)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.68) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,80)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,80)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,80)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (8,20)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (0,7)^2 + 133407,4 = \\ & = 75323060 = 7,532 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.69)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{75323060}{3268888,85}} = 4,80 \text{ m} \quad (4.70)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

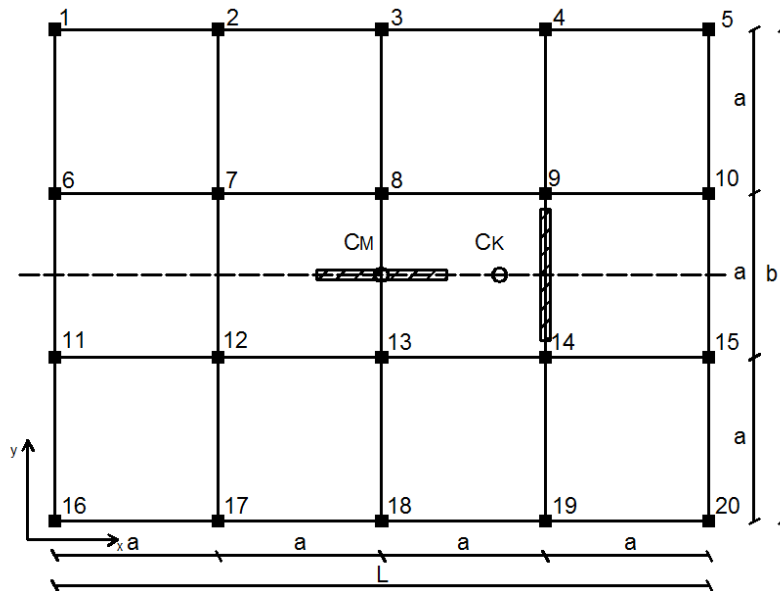
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.71)$$

### 4.7.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.70) e (4.71) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{4,80}{7,21} = 0,66 \quad (4.72)$$

### 4.7.2. Setto verticale posto a $x = 5 \text{ m}$ dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.10** *Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 5 \text{ m}$  dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

### 4.7.2.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (5) + 43098,49 \cdot (0)}{3268888,85} = 3,60 \text{ m} \quad (4.73)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{3,60}{25} = 0,14 \quad (4.74)$$

### 4.7.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ & + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.75)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.75) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-13,60)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,60)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,60)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,40)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (1,4)^2 + 133407,4 = \\ & = 87699598 = 8,769 \times 10^7 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.76)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{87699598}{3268888,85}} = 5,18 \text{ m} \quad (4.77)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

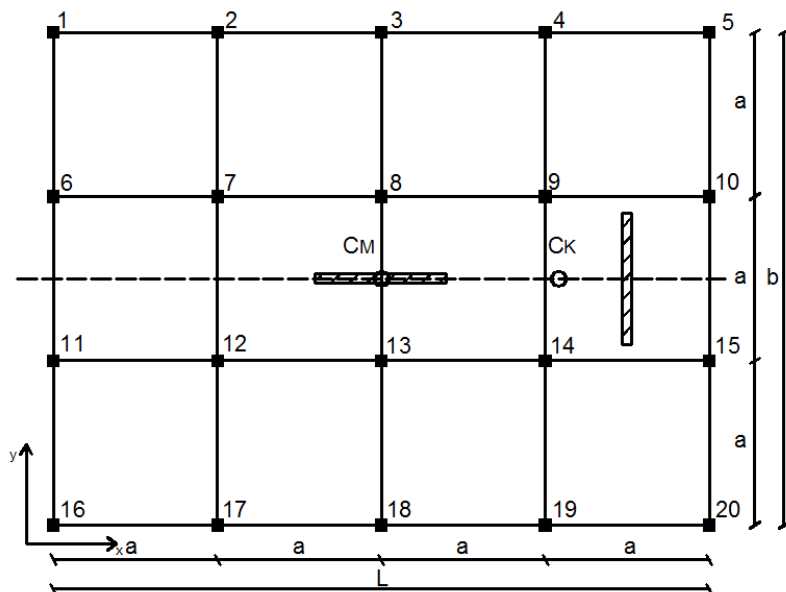
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.78)$$

### 4.7.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.77) e (4.78) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{5,18}{7,21} = 0,72 \quad (4.79)$$

### 4.7.3. Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.11** Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

#### 4.7.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è data da:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (7,5) + 43098,49 \cdot (0)}{3268888,85} = 5,40 \text{ m} \quad (4.80)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{5,40}{25} = 0,22 \quad (4.81)$$

### 4.7.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidzze rispetto al centro di rigidzza

Il momento d'inerzia polare delle rigidzze è definito come:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\
 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 & \quad (4.82) \\
 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} &
 \end{aligned}$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidzza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.82) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-15,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-10,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5,40)^2 \\
 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-0,40)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (4,60)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (2,1)^2 + 133407,4 &= \\
 = 108327162 = 1,083 \times 10^8 \text{ KNm} & \quad (4.83)
 \end{aligned}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidzze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidzze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{108327162}{3268888,85}} = 5,75 \text{ m} \quad (4.84)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

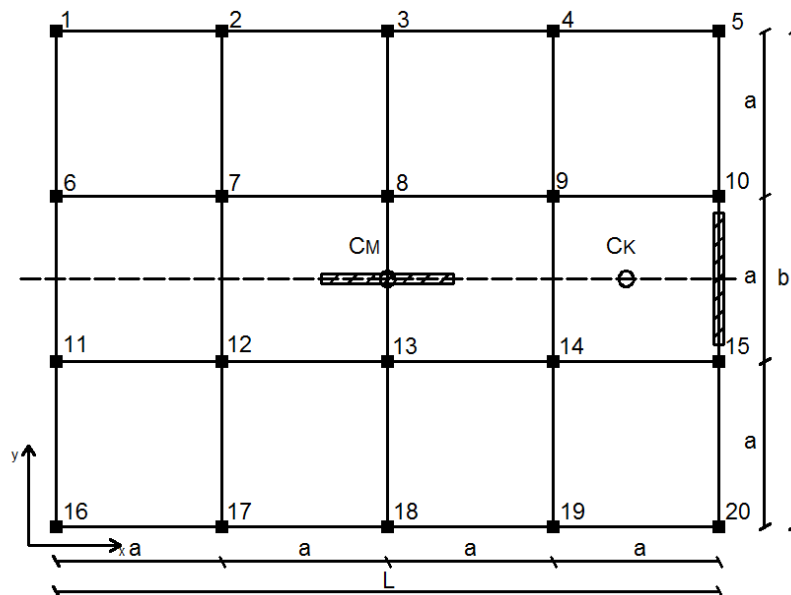
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.85)$$

### 4.7.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.84) e (4.85) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{5,75}{7,21} = 0,80 \quad (4.86)$$

### 4.7.4. Setto verticale posto a $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.12** *Struttura base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = 10$  m dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.



#### 4.7.4.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è data da:

$$E_x = \frac{2351154,76 \cdot (10) + 43098,49 \cdot (0)}{3268888,85} = 7,20 \text{ m} \quad (4.87)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{7,20}{25} = 0,29 \quad (4.88)$$

#### 4.7.4.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ & + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.89)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.89) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-17,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-12,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,20)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,20)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,80)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 2351154,76 \cdot (2,8)^2 + 133407,4 = \\ & = 137205752 = 1,372 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.90)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{137205752}{3268888,85}} = 6,48 \text{ m} \quad (4.91)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.92)$$

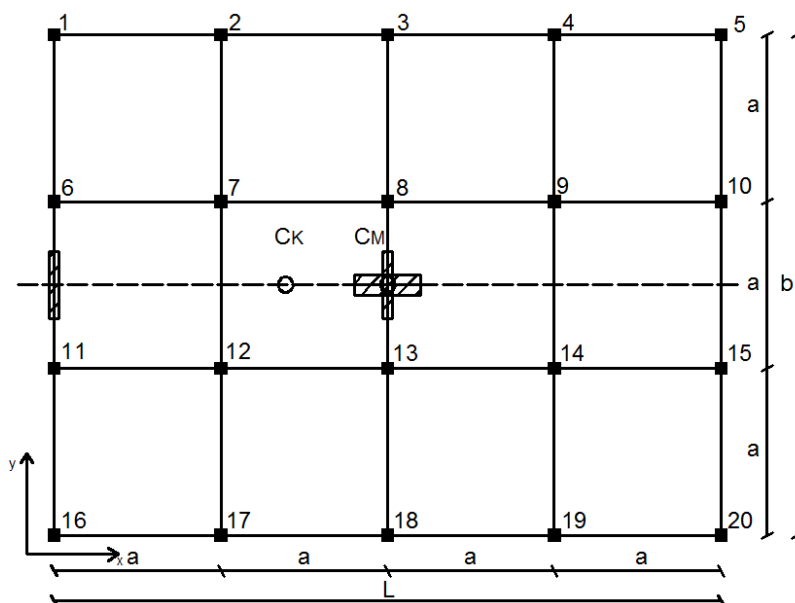
#### 4.7.4.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.91) e (4.92) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,48}{7,21} = 0,90 \quad (4.93)$$

## 4.8 Struttura di base con tre setti posti al centro di massa e setto verticale a $x = -10$ m dal centro di massa

Alla struttura di base vengono aggiunti quattro setti uguali; due disposti orizzontalmente (in pianta) e uno disposto verticalmente (in pianta) in corrispondenza del centro di massa, e un setto disposto verticalmente (in pianta) a  $x = -10$  m rispetto al centro di massa.



**Fig. 4.13** *Struttura base con setti disposti “a croce” in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale posto a  $x = -10$  m dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente. Si considerano gli stessi setti usati nel caso analogo con pianta quadrata al paragrafo 3.8.

### 4.8.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidzze dei singoli pilastri e delle rigidzze dei setti.

Nel paragrafo 3.8.1 sono state calcolate le rigidzze dei setti.

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + 2 \cdot k_{w,weak} + 2 \cdot k_{w,strong} = 2360128,438 \frac{KN}{m} \quad (4.94)$$

#### 4.8.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (4.95)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.95) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (0) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-10)}{2360128,438} = -3,05 \text{ m} \quad (4.96)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-3,05}{25} = -0,12 \quad (4.97)$$

#### 4.8.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Come specificato nel paragrafo della struttura analoga a pianta quadrata 3.8.1, il contributo della rigidezza torsionale totale dei setti è pari a:

$$k_{\theta\theta} = 4 \cdot k_{\theta\theta\text{setto}} = 4 \cdot \frac{12500000 \cdot 1,338}{71,66 \cdot 3,5} = 131868,1 \frac{KN}{m} \quad (4.98)$$

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\
 & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\
 & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x)^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta}
 \end{aligned} \tag{4.99}$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.99) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,94)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,94)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,05)^2 \\
 & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (8,05)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (13,05)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (6,495)^2 + 721197,2 \cdot (-3,05)^2 \\
 & + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 121300252 = 1,213 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned} \tag{4.100}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{121300252}{2360128,438}} = 7,17 \text{ m} \tag{4.110}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \tag{4.111}$$

#### 4.8.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

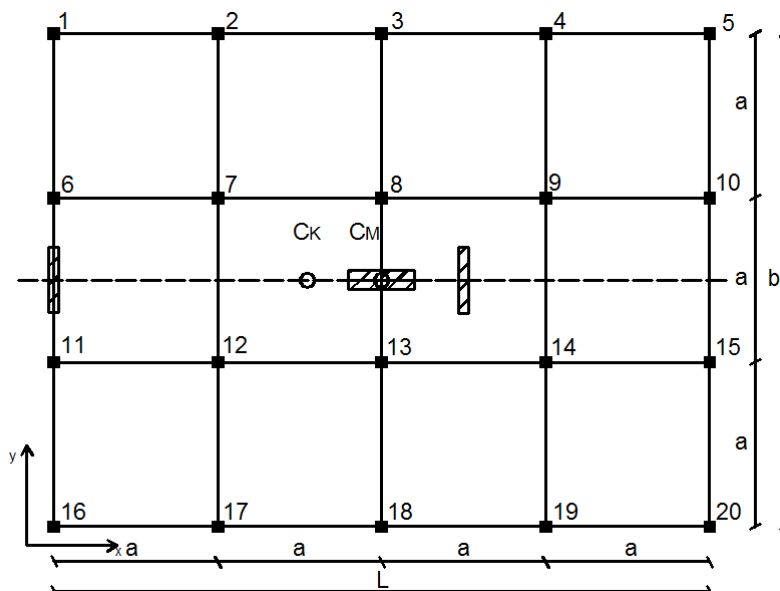
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.110) e (4.111) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{7,17}{7,21} = 0,99 \quad (4.112)$$

### 4.9 Struttura di base con due setti orizzontali in corrispondenza del centro di massa, un setto verticale fisso a $x = -10$ m e un setto verticale posto a diverse distanze rispetto al centro di massa

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il setto verticale mobile è posizionato a  $x=2,5$  m,  $x=5$  m,  $x=7,5$  m e  $x=10$  m dal centro di massa.

#### 4.9.1 Setto verticale posto a $x = 2,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.14** *Struttura base con setti disposti “a croce” in corrispondenza del  $C_M$  setto verticale fisso a  $x = -10$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 2,5$  dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente.

#### 4.9.1.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (4.113)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.113) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (2,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-10)}{2360128,438} = -2,29 \text{ m} \quad (4.114)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-2,29}{25} = -0,09 \quad (4.115)$$

#### 4.9.1.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_k} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) &= 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ &+ 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x + x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 \\ &+ k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.116)$$

dove  $x_{CM_i}$  e  $y_{CM_i}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidità  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.116) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,71)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,71)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,29)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,29)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (12,29)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (7,1)^2 + 721197,2 \cdot (4,79)^2 \\
 &+ 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 135449365 = 1,318 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{4.117}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidità è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidità del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{135449365}{2360128,438}} = 7,57 \text{ m}
 \tag{4.118}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m}
 \tag{4.119}$$

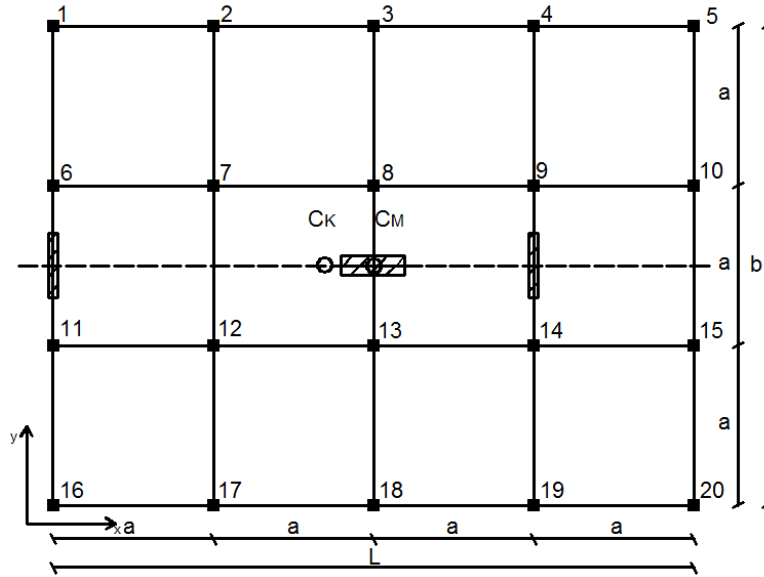
### 4.9.1.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.118) e (4.119) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{7,17}{7,21} = 0,99
 \tag{4.120}$$



**4.9.2 Setto verticale posto a  $x = 5$  m dal centro di massa  $C_M$**



**Fig. 4.15** *Struttura base con setti orizzontali posti in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -10$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 5$  dal centro di massa.*

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente.

**4.9.2.1 Calcolo dell'eccentricità  $E_x$  e dell'eccentricità relativa  $e_x$**

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (4.121)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.121) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-10)}{2360128,438} = -1,53 \text{ m} \quad (4.122)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-1,53}{25} = -0,06 \quad (4.123)$$

#### 4.9.2.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 \\ & + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x + x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 \\ & + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.124)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.124) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,47)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,47)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,53)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,53)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (11,53)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (8,47)^2 + 721197,2 \cdot (6,53)^2 \\ & + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 155858691 = 1,558 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.125)$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{155858691}{2360128,438}} = 8,13 \text{ m} \quad (4.126)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

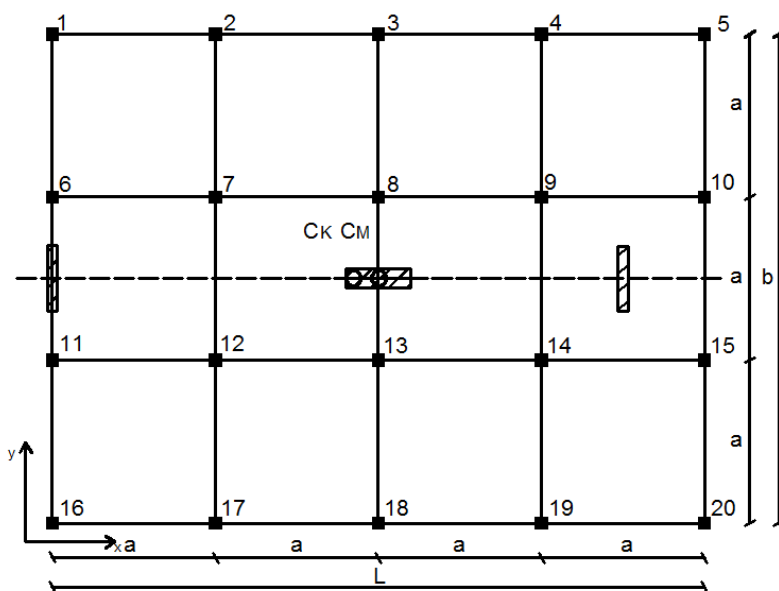
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.127)$$

### 4.9.2.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.126) e (4.127) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{8,13}{7,21} = 1,13 \quad (4.128)$$

### 4.9.3 Setto verticale posto a $x = 7,5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.16** Struttura base con setti orizzontali disposti in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -10$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 7,5$  dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente.

#### 4.9.3.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (4.129)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.129) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (7,5) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-10)}{2360128,438} = -0,76 \text{ m} \quad (4.130)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{-0,76}{25} = -0,03 \quad (4.131)$$

#### 4.9.3.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_5)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3} - E_x)^2 + k_{w,strong} \cdot (E_x + x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.132)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanza dello i-esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo x e lungo y;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello i-esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.132) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-9,23)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-4,23)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (0,76)^2 \\
 &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (5,76)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (10,76)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (9,24)^2 + 721197,2 \cdot (8,26)^2 \\
 &+ 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 182528230 = 1,825 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned}
 \tag{4.133}$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{182528230}{2360128,438}} = 8,79 \text{ m}
 \tag{4.134}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

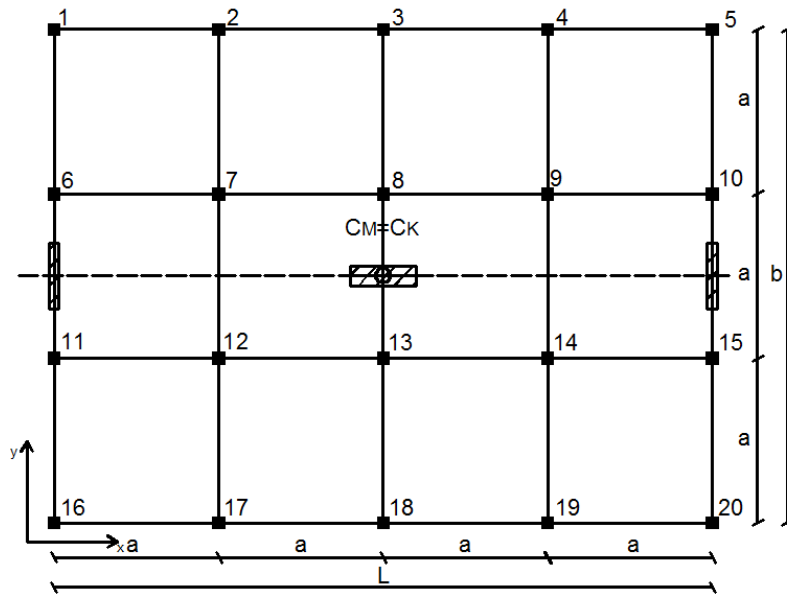
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m}
 \tag{4.135}$$

### 4.9.3.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.134) e (4.135) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{8,79}{7,21} = 1,22
 \tag{4.136}$$

### 4.9.4 Setto verticale posto a $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.17** Struttura base con setti orizzontali disposti in corrispondenza del  $C_M$ , setto verticale fisso a  $x = -10$  m dal centro di massa e setto verticale mobile a  $x = 10$  dal centro di massa.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono come quelle riportate nel caso precedente.

#### 4.9.4.1 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

$$E_x = \frac{k_{w,strong}(x_{CM1}) + 2 \cdot k_{w,weak}(x_{CM2}) + k_{w,strong}(x_{CM3})}{k_{tot,x}} \quad (4.137)$$

dove  $x_{CMi}$  è la distanza dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.137) si ottiene:

$$E_x = \frac{721197,2 \cdot (10) + 2 \cdot 21549,25 \cdot (0) + 721197,2 \cdot (-10)}{2360128,438} = 0 \text{ m} \quad (4.138)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$E_x = 0 \Rightarrow e_x = \frac{E_x}{D_e} = 0 \quad (4.139)$$

#### 4.9.4.2 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_1)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{w,strong} \cdot (x_{CM3})^2 + k_{w,strong} \cdot (x_{CM1})^2 + k_{w,weak} \cdot (-y_{CM2})^2 + k_{w,weak} \cdot (y_{CM2})^2 + k_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (4.140)$$

dove  $x_{CMi}$  e  $y_{CMi}$  sono le distanze dello  $i$ -esimo setto rispetto al centro di massa  $C_M$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.140) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-10)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-5)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (5)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (10)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 721197,2 \cdot (-10)^2 + 721197,2 \cdot (10)^2 \\ & + 21549,25 \cdot (-0,125)^2 + 21549,25 \cdot (0,125)^2 + 131868,1 = 215457983 = 2,1546 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.141)$$

Noto il momento di inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{k_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{215457983}{2360128,438}} = 9,55 \text{ m} \quad (4.142)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.143)$$

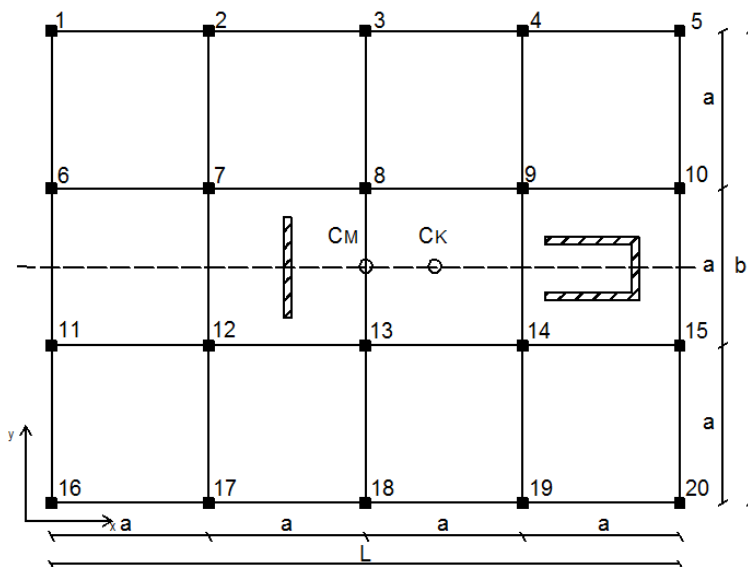
#### 4.9.4.3 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.143) e (4.144) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{9,55}{7,21} = 1,32 \quad (4.144)$$

### 4.10 Struttura di base con vano scala posto a $x=7,5$ m dal centro di massa e setto posto a $x=-2,5$ m dal centro di massa

Alla struttura di base viene aggiunto un vano scala il cui baricentro è posizionato a 7,5 m dal centro di massa  $C_M$  e un setto posto a  $x = -2,5$  m dal centro di massa.



**Fig. 4.18** Struttura base con vano scala posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -2,5$  m.



Geometria della struttura:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m
- Dimensioni del vano scala  $2 \times 3$  m
- Dimensioni del setto  $s = 0,25$  m e  $d = 3,20$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

#### 4.10.1 Calcolo della rigidezza

La rigidezza totale è data dalla somma delle rigidezze dei singoli pilastri, della rigidezza del vano scala e della rigidezza del setto.

Le rigidezze dei singoli elementi sono state calcolate nel paragrafo 3.10.1.

La rigidezza totale è pari a:

$$k_{tot,x} = 20 \cdot k_{pil} + k_{vano} + k_{setto} = 16905481,076 \frac{KN}{m} \quad (4.145)$$

#### 4.10.2 Calcolo dell'eccentricità $E_x$ e dell'eccentricità relativa $e_x$

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.146)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (4.146) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (7,5) + 5732011,66 \cdot (-2,5)}{16905481,076} = 3,72 \text{ m} \quad (4.147)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{3,72}{25} = 0,15 \quad (4.148)$$

### 4.10.3 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_k} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,tot} \end{aligned} \quad (4.149)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.149) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_k} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-13,72)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-8,72)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-3,72)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (1,28)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (6,28)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (3,78)^2 + 5732011,66 \cdot (6,22)^2 \\ & + 350184,43 = 452434101,26 = 4,52 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.150)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{452434101,26}{16905481,076}} = 5,17 \text{ m} \quad (4.151)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.152)$$

#### 4.10.4 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

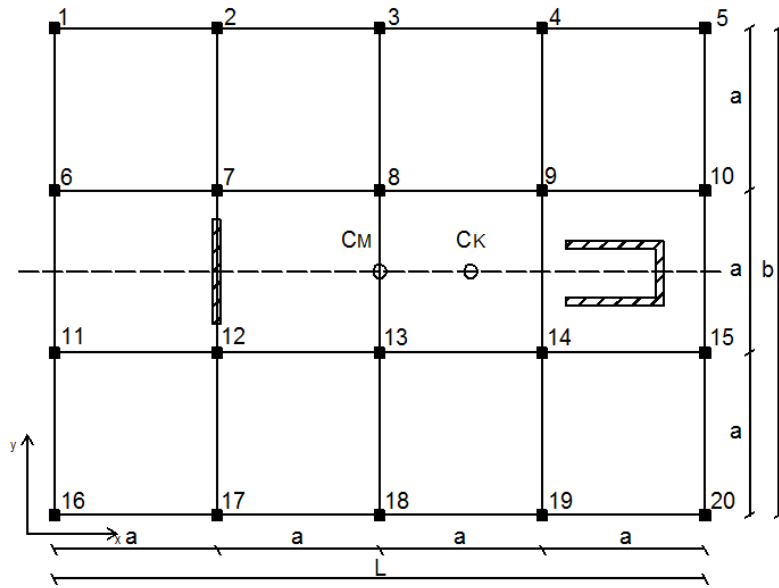
Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.151) e (4.152) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{5,17}{7,21} = 0,72 \quad (4.153)$$

## 4.11 Struttura di base con vano scala e con posizione del setto variabile

Facendo riferimento al caso precedentemente studiato si considerano tre casi dove il setto è posizionato a  $x = 5$  m,  $x = 7,5$  m e  $x = 10$  m dal centro di massa.

### 4.11.1 Setto posto a $x = 5$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.19** Struttura base con vano scala posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -5$  m.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse  $x$  è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.154)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (4.154) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (7,5) + 5732011,66 \cdot (-5)}{16905481,076} = 2,87 \text{ m} \quad (4.155)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{2,87}{25} = 0,11 \quad (4.156)$$

#### 4.11.1.1 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_k} &= \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ &+ 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ &+ k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,toi} \end{aligned} \quad (4.157)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.157) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_k} &= 4 \cdot 43731,78 \cdot (-12,87)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,87)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,87)^2 \\ &+ 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,13)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,13)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ &+ 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (4,63)^2 + 5732011,66 \cdot (7,87)^2 \\ &+ 350184,43 = 654416716,58 = 6,54 \times 10^8 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.158)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{654416716,58}{16905481,076}} = 6,22 \text{ m} \quad (4.159)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

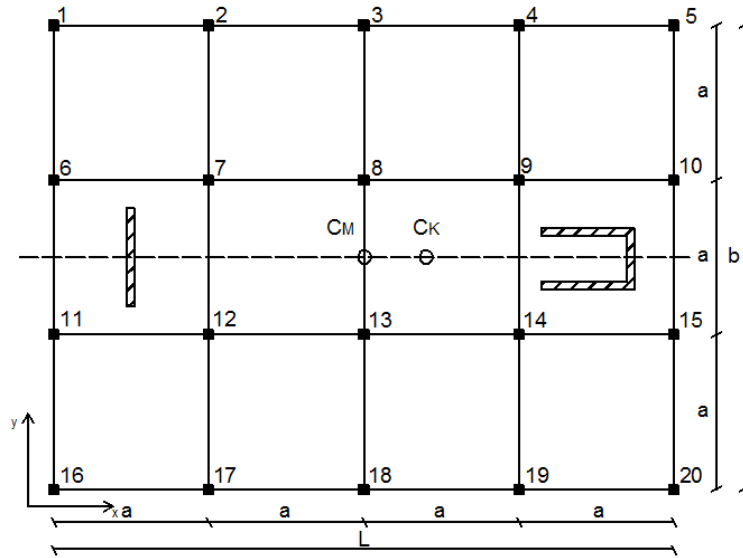
$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.160)$$

#### 4.11.1.2 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.159) e (4.160) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{6,22}{7,21} = 0,86 \quad (4.161)$$

**4.11.2 Setto posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa  $C_M$**



**Fig. 4.20** Struttura base con vano scala posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -7,5$  m.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.162)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (4.162) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (7,5) + 5732011,66 \cdot (-7,5)}{16905481,076} = 2,02 \text{ m} \quad (4.163)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{2,02}{25} = 0,08 \quad (4.164)$$

### 4.11.2.1 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidzze rispetto al centro di rigidzza

Il momento d'inerzia polare delle rigidzze è definito come:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,C_K}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,C_K}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 \\
 & + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + \\
 & k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x) + k_{\theta\theta,tot}
 \end{aligned} \tag{4.165}$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo  $x$ ;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidzza  $C_K$  rispettivamente lungo  $x$  e lungo  $y$ .

Sostituendo i valori numerici nella (4.165) si ottiene:

$$\begin{aligned}
 I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-12,02)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-7,02)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-2,02)^2 \\
 & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (2,98)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (7,98)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\
 & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (5,48)^2 + 5732011,66 \cdot (9,52)^2 \\
 & + 350184,43 = 903755798,70 = 9,04 \times 10^8 \text{ KNm}
 \end{aligned} \tag{4.166}$$

Noto il momento d'inerzia polare delle rigidzze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidzze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{903755798,79}{16905481,076}} = 7,31 \text{ m} \tag{4.167}$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \tag{4.168}$$

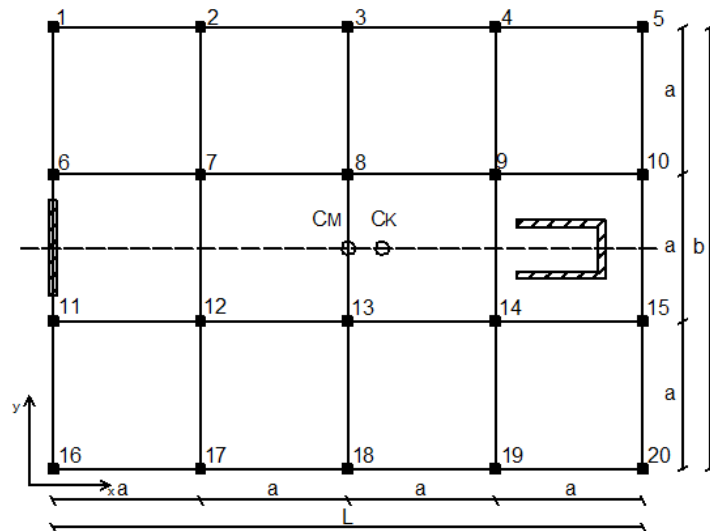


### 4.11.2.2 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.167) e (4.168) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{7,31}{7,21} = 1,01 \quad (4.169)$$

### 4.11.3 Setto posto a $x = 10$ m dal centro di massa $C_M$



**Fig. 4.21** Struttura base con vano scala posto a  $x = 7,5$  m dal centro di massa e setto a  $x = -10$  m.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse del caso precedente.

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

L'eccentricità del centro di rigidezza rispetto al centro di massa lungo l'asse x è dato da:

$$E_x = \frac{k_{vano}(x_{CM1}) + k_{setto}(x_{CM2})}{k_{tot,x}} \quad (4.170)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa.

Sostituendo i valori numerici nella (4.170) si ottiene:

$$E_x = \frac{10298833,819 \cdot (7,5) + 5732011,66 \cdot (-10)}{16905481,076} = 1,17 \text{ m} \quad (4.171)$$

L'eccentricità relativa è data da:

$$e_x = \frac{E_x}{D_e} = \frac{1,17}{25} = 0,05 \quad (4.172)$$

### 4.11.3.1 Calcolo del momento d'inerzia delle rigidezze rispetto al centro di rigidezza

Il momento d'inerzia polare delle rigidezze è definito come:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = \sum_{i=1}^n (k_{y_i} \cdot x_{i,CK}^2 + k_{x_i} \cdot y_{i,CK}^2) = & 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_1)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_2)^2 + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (-x_3)^2 \\ & + 4 \cdot k_{pil,y} \cdot (x_4)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (-y_2)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_1)^2 + 5 \cdot k_{pil,x} \cdot (y_2)^2 \\ & + k_{vano} \cdot (x_{CM1} - E_x)^2 + k_{setto} \cdot (x_{CM2} + E_x)^2 + k_{\theta\theta,toi} \end{aligned} \quad (4.173)$$

dove  $x_{CM1}$  è la distanza del vano scala rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x e  $x_{CM2}$  è la distanza del setto rispetto al centro di massa  $C_M$  lungo x;  $x_i$  e  $y_i$  sono le distanze dello  $i$ -esimo pilastro rispetto al centro di rigidezza  $C_K$  rispettivamente lungo x e lungo y.

Sostituendo i valori numerici nella (4.173) si ottiene:

$$\begin{aligned} I_{pk,C_K} = & 4 \cdot 43731,78 \cdot (-11,17)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-6,17)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (-1,17)^2 \\ & + 4 \cdot 43731,78 \cdot (3,83)^2 + 4 \cdot 43731,78 \cdot (8,83)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (-2,5)^2 \\ & + 5 \cdot 43731,78 \cdot (7,5)^2 + 5 \cdot 43731,78 \cdot (2,5)^2 + 10298833,819 \cdot (6,33)^2 + 5732011,66 \cdot (11,17)^2 \\ & + 350184,43 = 1200451347,618 = 1,20 \times 10^9 \text{ KNm} \end{aligned} \quad (4.174)$$

Nota il momento d'inerzia polare delle rigidezze è possibile calcolare il raggio di inerzia delle rigidezze del sistema:

$$\rho_k = \sqrt{\frac{I_{pk,C_K}}{K_{tot,x}}} = \sqrt{\frac{1200451347,618}{16905481,076}} = 8,42 \text{ m} \quad (4.175)$$

Il raggio d'inerzia delle masse invece è definito come:

$$\rho_m = \frac{D_e}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{l^2 + b^2}}{\sqrt{12}} = 7,21 \text{ m} \quad (4.176)$$

#### 4.11.3.2 Calcolo del parametro $\Omega_\theta$

Noti i valori dei raggi d'inerzia definiti nella (4.175) e (4.176) è possibile ottenere il valore del parametro  $\Omega_\theta$  per la struttura considerata:

$$\Omega_\theta = \frac{\rho_k}{\rho_m} = \frac{8,42}{7,21} = 1,16 \quad (4.177)$$

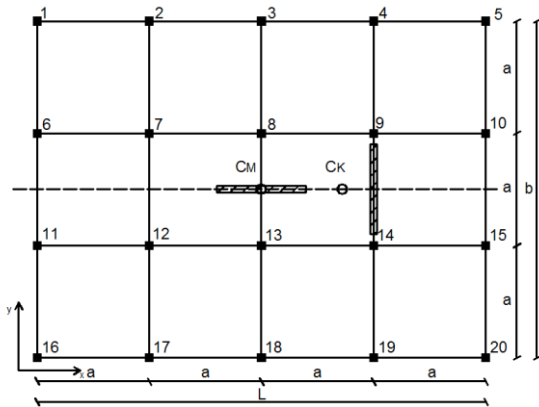
### 4.12 Riassunto dei risultati ottenuti

<b>Struttura di base</b>	
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 1,25$
<b>Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro</b>	
	$e_x = 0,25$  $\Omega_\theta = 1,30$
<b>Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del C<sub>M</sub></b>	
	$e_x = 0,12$  $\Omega_\theta = 0,87$

<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 7,5</math> m</b>	
	$e_x = 0,27$ $\Omega_\theta = 0,52$
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 5</math> m</b>	
	$e_x = 0,18$ $\Omega_\theta = 0,46$
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 1,5</math> m</b>	
	$e_x = 0,05$ $\Omega_\theta = 0,42$

<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 0</math> m</b>	
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,41$
<b>Struttura di base con due setti “a croce” in corrispondenza del <math>C_M</math></b>	
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,65$
<b>Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del <math>C_M</math> e setto verticale a <math>x = 2,5</math> m</b>	
	$e_x = 0,07$ $\Omega_\theta = 0,66$

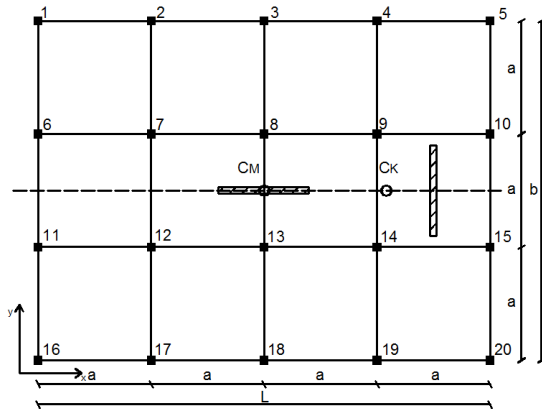
**Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = 5$  m**



$$e_x = 0,14$$

$$\Omega_\theta = 0,72$$

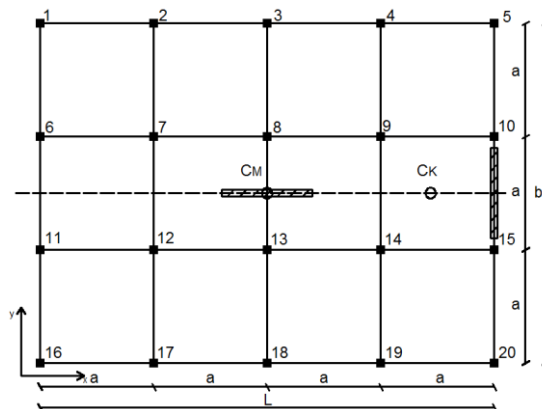
**Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



$$e_x = 0,22$$

$$\Omega_\theta = 0,80$$

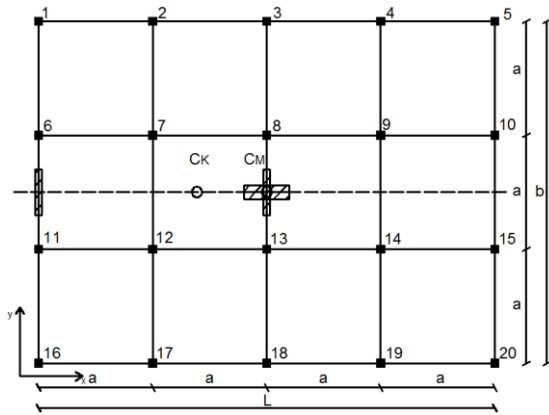
**Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = 10$  m**



$$e_x = 0,29$$

$$\Omega_\theta = 0,90$$

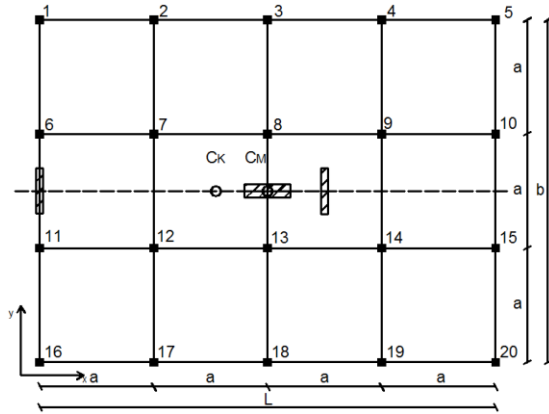
**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -10$  m**



$$e_x = -0,12$$

$$\Omega_\theta = 0,99$$

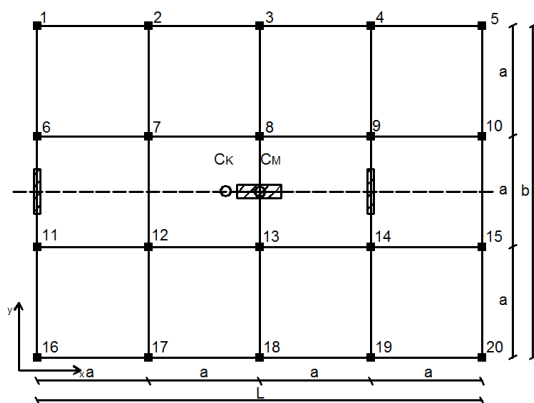
**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 2,5$  m**



$$e_x = -0,09$$

$$\Omega_\theta = 1,05$$

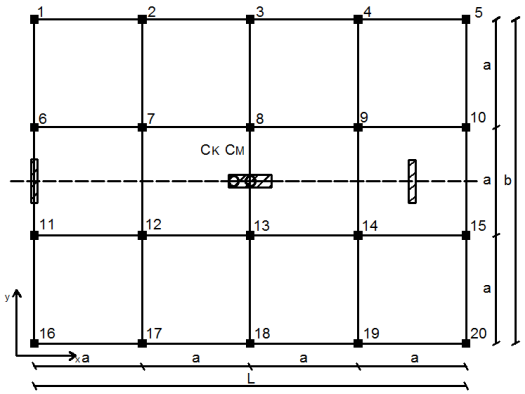
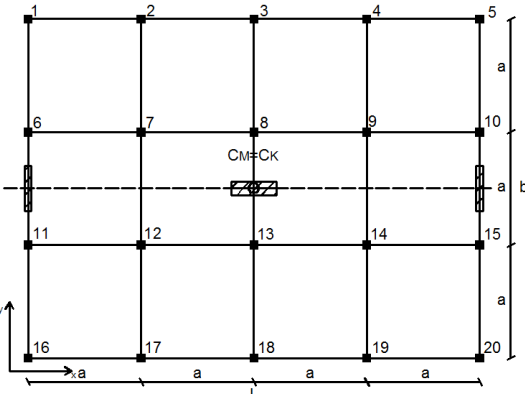
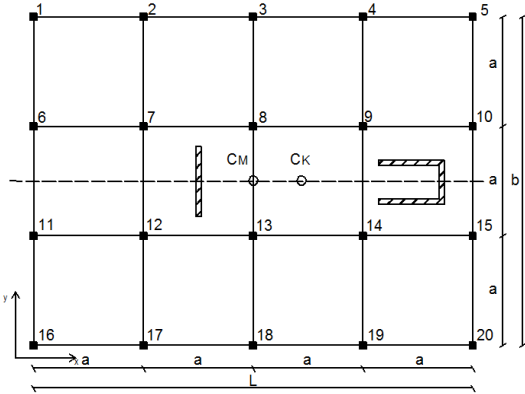
**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 5$  m**



$$e_x = -0,06$$

$$\Omega_\theta = 1,13$$



<p style="text-align: center;"><b>Struttura precedente con setto verticale a <math>x = 7,5</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = -0,03</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 1,22</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Struttura precedente con setto verticale a <math>x = 10</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = 0</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 1,32</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 7,5</math> m e setto a <math>x = -2,5</math> m</b></p> 	<p><math>e_x = 0,15</math></p> <p><math>\Omega_\theta = 0,72</math></p>

<b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 7,5</math> m e setto a <math>x = -5</math> m</b>	
	$e_x = 0,11$  $\Omega_\theta = 0,86$
<b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 7,5</math> m e setto a <math>x = -7,5</math> m</b>	
	$e_x = 0,08$  $\Omega_\theta = 1,01$
<b>Struttura di base con vano scala a <math>x = 7,5</math> m e setto a <math>x = -10</math> m</b>	
	$e_x = 0,05$  $\Omega_\theta = 1,16$

Le Osservazioni effettuate nel capitolo precedente per le strutture a pianta quadrata sono valide anche per le strutture a pianta rettangolare. In questi casi si raggiungono dei valori più alti del parametro  $\Omega_\theta$  dato che per le dimensioni della pianta gli elementi resistenti possono essere disposti a distanze maggiori.

## CAPITOLO 5

### **Le proprietà modali di strutture multipiano a pianta quadrata**

Le diverse tipologie di strutture studiate nel capitolo 3 sono state modellate con il software SAP2000 v.15. Di ogni tipologia di struttura sono stati realizzati quattro modelli che verranno definiti nel dettaglio nel paragrafo seguente.

In questo capitolo viene eseguito uno studio dei risultati ottenuti dalle analisi modali in termini di periodi propri e di masse partecipanti dei diversi modelli.

Verranno considerati i primi tre periodi propri, i più significativi, e le masse attivate da ciascun modo considerato.

#### **5.1 Modelli**

Per ogni tipologia strutturale vista nei capitoli precedenti sono stati realizzati quattro modelli per un totale di 60 modelli.

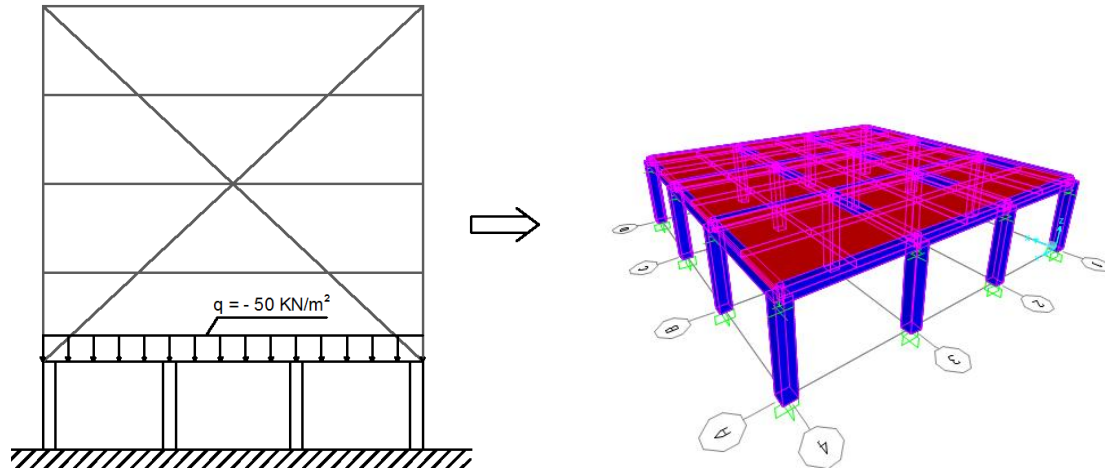
Il primo modello è rappresentativo di una struttura ad un piano; il secondo di una struttura a cinque piani. I due modelli presentano un carico totale uguale pari a  $q=50$  KN/m<sup>2</sup> ma mentre nel primo caso risulta concentrato al primo piano, nel secondo caso risulta distribuito nei vari piani.

Ciascun elemento resistente presente viene considerato per tutta l'altezza dell'edificio, perciò l'eccentricità resta costante con l'altezza.

Il terzo modello è rappresentativo di una struttura ad un piano, il quarto di una struttura a dieci piani. Anche in questo caso i due modelli presentano un carico totale uguale pari a  $q=100$  KN/m<sup>2</sup>, nel primo caso concentrato al primo piano, nel secondo distribuito nei vari piani.

### 5.1.1 Primo modello

Il primo modello è quello di una struttura ad un piano. Il carico agente è pari a  $q = 50 \text{ KN/m}^2$ .



**Fig. 5.1** Primo modello di una struttura ad un piano con carico agente pari a  $q = 50 \text{ KN/m}^2$ .

Le caratteristiche geometriche sono le stesse viste nei capitoli precedenti.

Si riportano le caratteristiche per la struttura di base valide per ogni caso studiato:

- Dimensione longitudinale e trasversale  $L = 15 \text{ m}$
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5 \text{ m}$
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5 \text{ m}$
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5 \text{ m}$  e  $h = 0,5 \text{ m}$

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

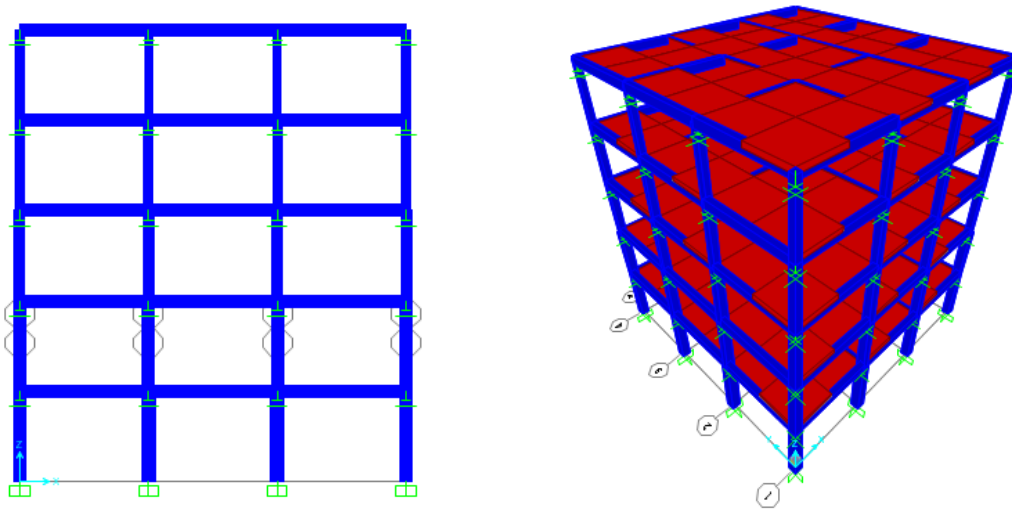
- Modulo elastico di Young  $E = 30000000 \text{ KN/m}^2$
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000 \text{ KN/m}^2$

### 5.1.2 Secondo modello

Il secondo modello è quello di una struttura a cinque piani. In ogni piano agisce un peso complessivo pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse già riportate nel paragrafo precedente. I pilastri hanno una rastremazione di 0,50 m per ogni piano.

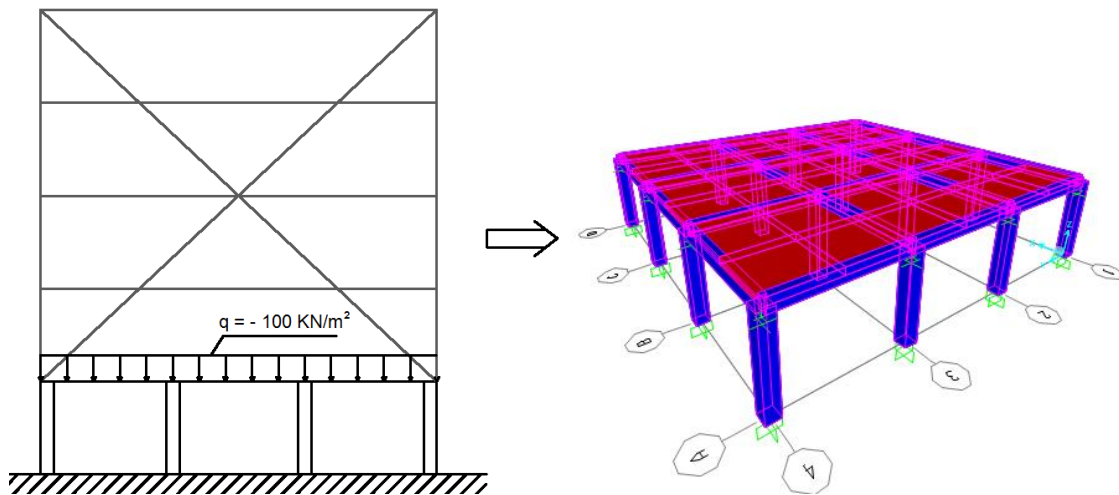
PILASTRI	Sezione [cm]
1° piano	50×50
2° piano	45×45
3° piano	40×40
4° piano	35×35
5° piano	30×30



**Fig. 5.2** Secondo modello di struttura a 5 piani con carico agente per piano pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

### 5.1.3 Terzo modello

Il terzo modello è quello di una struttura ad un piano soggetta ad un carico totale pari a  $100 \text{ KN/m}^2$ .



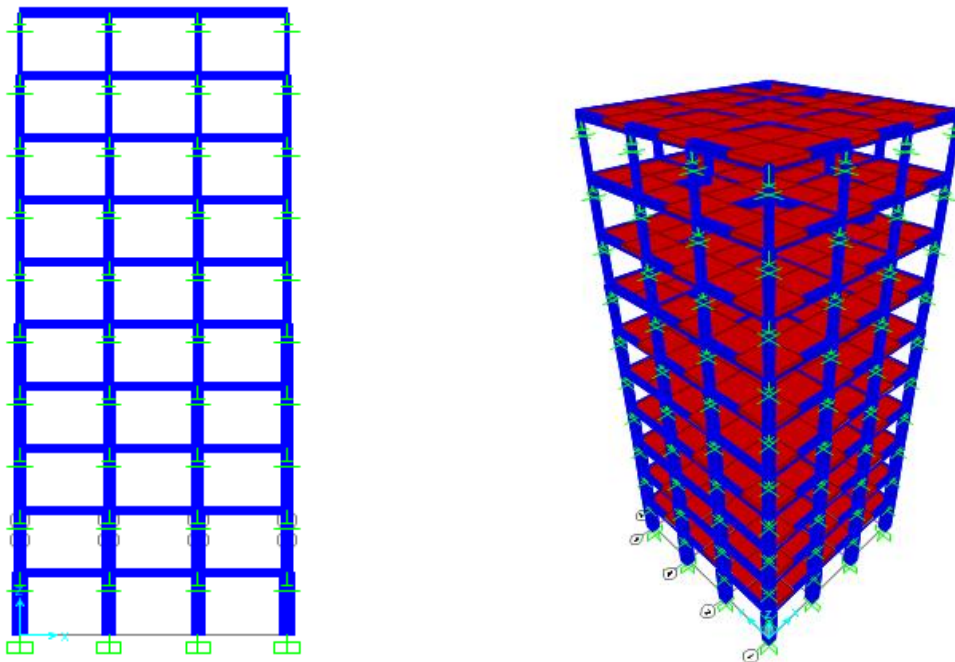
**Fig. 5.3** Terzo modello di struttura ad un piano con carico agente pari a  $q = 100 \text{ KN/m}^2$ .

### 5.1.4 Quarto modello

Il quarto modello è quello di una struttura a dieci piani. In ogni piano agisce un carico complessivo pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse già riportate nel paragrafo precedente. I pilastri hanno una rastremazione di  $0,50 \text{ m}$  per ogni piano.

PILASTRI	Sezione [cm]
1° piano	75 × 75
2° piano	70 × 70
3° piano	65 × 65
4° piano	60 × 60
5° piano	55 × 55
6° piano	50 × 50
7° piano	45 × 45
8° piano	40 × 40
9° piano	35 × 35
10° piano	30 × 30



**Fig. 5.4** Quarto modello di struttura a 10 piani con carico agente per piano pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

## 5.2 Calcolo dei periodi longitudinali $T_L$

Calcoliamo per il primo e per il terzo modello, per la struttura di base non eccentrica, i periodi longitudinali.

Nel caso dell'oscillatore semplice non smorzato, il periodo  $T_L$  è definito come:

$$T_L = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5.1)$$

I due periodi longitudinali per il primo e terzo modello sono pari a:

$$T_{L,1^\circ \text{ modello}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,25s \quad (5.2)$$

$$T_{L,3^\circ \text{ modello}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,36s \quad (5.3)$$

Il periodo longitudinale della struttura di base non eccentrica per il secondo e il quarto modello, si calcolano risolvendo il problema agli autovalori del telaio equivalente.

Per il secondo modello si riporta la matrice delle masse considerando la massa per ogni piano:

$$m = \begin{bmatrix} 229,358 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 229,358 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 229,358 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 229,358 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 229,358 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Si riporta la matrice di rigidezza per la struttura di base, caratterizzata da soli pilastri. La matrice delle rigidezze è pari a:

$$k = \begin{bmatrix} 699708,455 & 699708,455 & 0 & 0 & 0 \\ -699708,455 & 1399416,900 & -699708,455 & 0 & 0 \\ 0 & -699708,455 & 1399416,900 & -699708,455 & 0 \\ 0 & 0 & -699708,455 & 1399416,900 & -699708,455 \\ 0 & 0 & 0 & -699708,455 & 1399416,900 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$



Risolvendo il problema agli autovalori si ottengono cinque autovalori dai quali si ricavano cinque periodi. Il periodo longitudinale cercato è il primo al quale è associato un coefficiente di partecipazione delle masse maggiore rispetto agli altri, pari a 1,41.

$$T = \begin{bmatrix} 0,5813 \\ 0,2515 \\ 0,1613 \\ 0,1130 \\ 0,0782 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1,4109 \\ -0,5426 \\ -0,4244 \\ -0,3260 \\ 0,3079 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Per il quarto modello si costruiscono la matrice delle masse e la matrice delle rigidezze. Risolvendo il problema agli autovalori si ottengono dieci autovalori dai quali si ricavano dieci periodi.

$$T = \begin{bmatrix} 0,7611 \\ 0,2556 \\ 0,1557 \\ 0,1138 \\ 0,0912 \\ 0,0776 \\ 0,0688 \\ 0,0631 \\ 0,0595 \\ 0,0575 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1,2673 \\ -0,4068 \\ 0,2420 \\ -0,1429 \\ -0,1164 \\ 0,0881 \\ 0,0648 \\ 0,0447 \\ 0,0293 \\ 0,0143 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Il periodo longitudinale cercato è il primo al quale è associato un coefficiente di partecipazione delle masse maggiore rispetto agli altri, pari a 1,27.

### 5.3 Analisi modale

Per la maggior parte dei casi studiati nel capitolo 3, si eseguono le analisi modali al fine di studiare le proprietà dinamiche associate a ciascuna struttura.

Le analisi modali sono state eseguite sia per i casi ad un piano che per quelli a cinque e dieci piani attraverso il software Sap2000.

#### 5.3.1 Risultati delle analisi modali del primo modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 3, per il primo modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

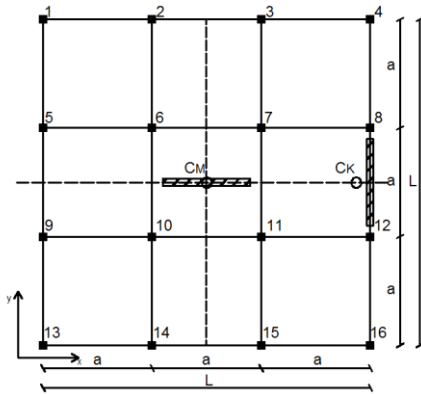
Struttura di base		
	$e_x = 0$	
	$\Omega_\theta = 1,29$	
	Primo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,261s$ $T_2 = 0,261s$ $T_3 = 0,207s$	$m_1 = 100\%$ $m_2 = 100\%$ $m_3 = 0\%$	

Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro								
	$e_x = 0,24$ $\Omega_\theta = 1,37$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,169s</math></td> <td><math>m_1 = 83,28\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,120s</math></td> <td><math>m_2 = 99,98\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,065s</math></td> <td><math>m_3 = 16,70\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,169s$	$m_1 = 83,28\%$	$T_2 = 0,120s$	$m_2 = 99,98\%$	$T_3 = 0,065s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,169s$	$m_1 = 83,28\%$							
$T_2 = 0,120s$	$m_2 = 99,98\%$							
$T_3 = 0,065s$	$m_3 = 16,70\%$							
Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del CM								
	$e_x = 0,08$ $\Omega_\theta = 0,82$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,190s</math></td> <td><math>m_1 = 27,73\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,120s</math></td> <td><math>m_2 = 99,99\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,109s</math></td> <td><math>m_3 = 72,20\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,190s$	$m_1 = 27,73\%$	$T_2 = 0,120s$	$m_2 = 99,99\%$	$T_3 = 0,109s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,190s$	$m_1 = 27,73\%$							
$T_2 = 0,120s$	$m_2 = 99,99\%$							
$T_3 = 0,109s$	$m_3 = 72,20\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m								
	$e_x = 0,21$ $\Omega_\theta = 0,46$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,212s</math></td> <td><math>m_1 = 43,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,102s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,08s</math></td> <td><math>m_3 = 56,53\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,212s$	$m_1 = 43,46\%$	$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,08s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,212s$	$m_1 = 43,46\%$							
$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,08s$	$m_3 = 56,53\%$							

<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 4</math> m</b>								
	$e_x = 0,17$ $\Omega_\theta = 0,43$							
	Primo modello							
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Periodi</th> <th style="width: 50%;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,207s</math></td> <td><math>m_1 = 33,75\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,102s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,087s</math></td> <td><math>m_3 = 66,25\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,207s$	$m_1 = 33,75\%$	$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,087s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,207s$	$m_1 = 33,75\%$							
$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,087s$	$m_3 = 66,25\%$							
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 1,5</math> m</b>								
	$e_x = 0,06$ $\Omega_\theta = 0,40$							
	Primo modello							
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Periodi</th> <th style="width: 50%;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,194s</math></td> <td><math>m_1 = 7,30\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,102s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,099s</math></td> <td><math>m_3 = 92,69\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 7,30\%$	$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,099s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 7,30\%$							
$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,099s$	$m_3 = 92,69\%$							
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 0</math> m</b>								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,39$							
	Primo modello							
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Periodi</th> <th style="width: 50%;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,194s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,102s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,102s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$	$T_2 = 0,102s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$							
$T_2 = 0,102s$	$m_2 = 100\%$							

Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$									
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,61$								
	Primo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,207s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,117s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,117s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,207s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$	$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,207s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$								
$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$								
Struttura di base con setto orizzontale al $C_M$ e setto verticale a $x = 2,5$ m									
	$e_x = 0,09$ $\Omega_\theta = 0,64$								
	Primo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,213s</math></td> <td><math>m_1 = 17,18\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,117s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,109s</math></td> <td><math>m_3 = 82,81\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,213s$	$m_1 = 17,18\%$	$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,109s$	$m_3 = 82,81\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,213s$	$m_1 = 17,18\%$								
$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$								
$T_3 = 0,109s$	$m_3 = 82,81\%$								
Struttura di base con setto orizzontale al $C_M$ e setto verticale a $x = 5$ m									
	$e_x = 0,18$ $\Omega_\theta = 0,70$								
	Primo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,225s</math></td> <td><math>m_1 = 43,421\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,117s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,094s</math></td> <td><math>m_3 = 56,78\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,225s$	$m_1 = 43,421\%$	$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,094s$	$m_3 = 56,78\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,225s$	$m_1 = 43,421\%$								
$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$								
$T_3 = 0,094s$	$m_3 = 56,78\%$								

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



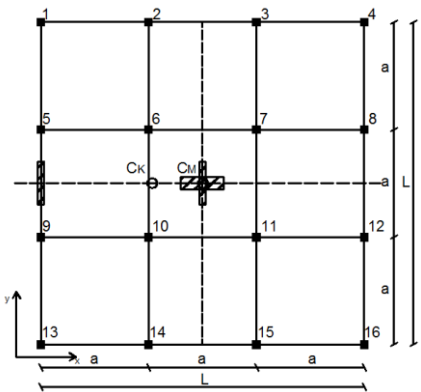
$$e_x = 0,27$$

$$\Omega_\theta = 0,80$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,235s$	$m_1 = 61,66\%$
$T_2 = 0,117s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,079s$	$m_3 = 38,33\%$

**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -7,5$  m**



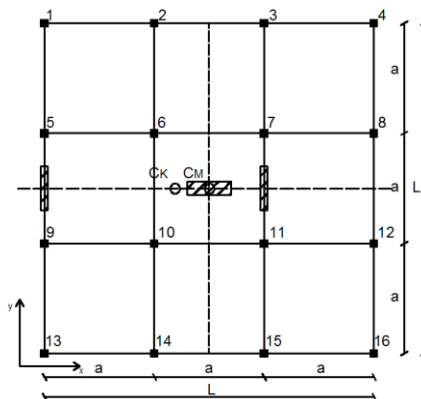
$$e_x = -0,12$$

$$\Omega_\theta = 0,93$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,184s$	$m_1 = 46,78\%$
$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,112s$	$m_3 = 53,21\%$

**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 2,5$  m**



$$e_x = -0,08$$

$$\Omega_\theta = 1,00$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,159s$	$m_1 = 50,13\%$
$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,118s$	$m_3 = 49,86\%$

Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m								
	$e_x = -0,04$ $\Omega_\theta = 1,11$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,140s</math></td> <td><math>m_1 = 75,76\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,133s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,119s</math></td> <td><math>m_3 = 24,23\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,140s$	$m_1 = 75,76\%$	$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,119s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,140s$	$m_1 = 75,76\%$							
$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,119s$	$m_3 = 24,23\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,23$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,133s</math></td> <td><math>m_1 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,133s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,110s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,133s$	$m_1 = 100\%$	$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,110s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,133s$	$m_1 = 100\%$							
$T_2 = 0,133s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,110s$	$m_3 = 0\%$							

### 5.3.2 Risultati delle analisi modali del secondo modello

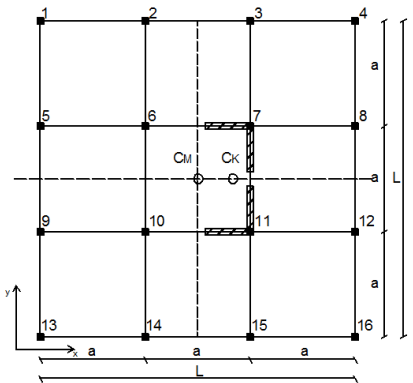
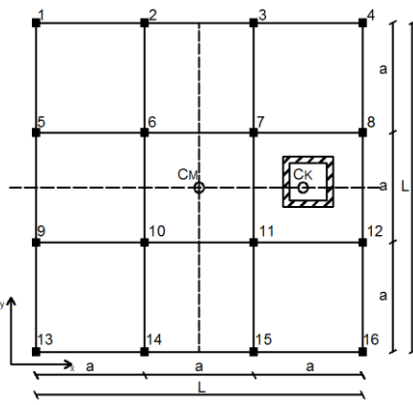
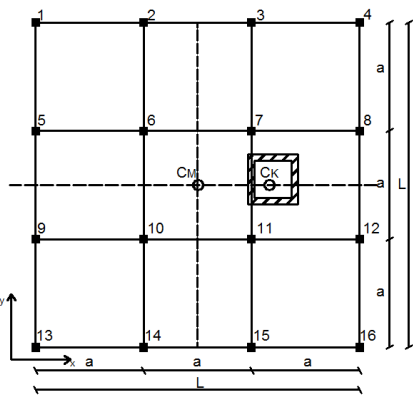
Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 3, per il secondo modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

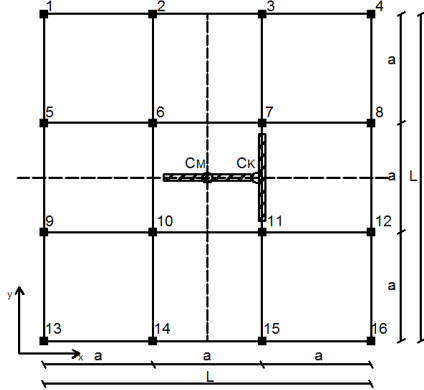
Struttura di base		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,592s$ $T_2 = 0,592s$ $T_3 = 0,468s$	$m_1 = 70\%$ $m_2 = 70\%$ $m_3 = 0\%$
Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,271s$ $T_2 = 0,168s$ $T_3 = 0,108s$	$m_1 = 61,68\%$ $m_2 = 82,69\%$ $m_3 = 18,03\%$



Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del $C_M$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,390s</math></td> <td><math>m_1 = 23,07\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,208s</math></td> <td><math>m_2 = 85,15\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,180s</math></td> <td><math>m_3 = 59,98\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,390s$	$m_1 = 23,07\%$	$T_2 = 0,208s$	$m_2 = 85,15\%$	$T_3 = 0,180s$	$m_3 = 59,98\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,390s$	$m_1 = 23,07\%$								
$T_2 = 0,208s$	$m_2 = 85,15\%$								
$T_3 = 0,180s$	$m_3 = 59,98\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,437s</math></td> <td><math>m_1 = 31,75\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 86,69\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,131s</math></td> <td><math>m_3 = 49,92\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,437s$	$m_1 = 31,75\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$	$T_3 = 0,131s$	$m_3 = 49,92\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,437s$	$m_1 = 31,75\%$								
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$								
$T_3 = 0,131s$	$m_3 = 49,92\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 4$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,422s</math></td> <td><math>m_1 = 24,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 86,69\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,141s</math></td> <td><math>m_3 = 57,14\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,422s$	$m_1 = 24,46\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$	$T_3 = 0,141s$	$m_3 = 57,14\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,422s$	$m_1 = 24,46\%$								
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$								
$T_3 = 0,141s$	$m_3 = 57,14\%$								

Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5\text{ m}$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,391s</math></td> <td><math>m_1 = 5,10\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 86,69\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,162s</math></td> <td><math>m_3 = 81,58\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,391s$	$m_1 = 5,10\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$	$T_3 = 0,162s$	$m_3 = 81,58\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,391s$	$m_1 = 5,10\%$								
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$								
$T_3 = 0,162s$	$m_3 = 81,58\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0\text{ m}$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,385s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 86,69\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 86,69\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,385s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,385s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$								
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 86,69\%$								
Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,468s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,183s</math></td> <td><math>m_2 = 73,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,183s</math></td> <td><math>m_2 = 73,46\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,468s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,183s$	$m_2 = 73,46\%$	$T_2 = 0,183s$	$m_2 = 73,46\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,468s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,183s$	$m_2 = 73,46\%$								
$T_2 = 0,183s$	$m_2 = 73,46\%$								

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 2,5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,481s$$

$$T_2 = 0,183s$$

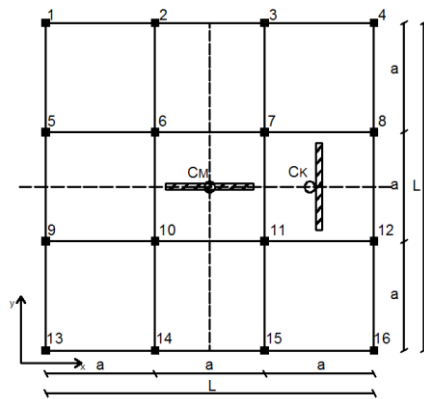
$$T_3 = 0,171s$$

$$m_1 = 10,6\%$$

$$m_2 = 87,75\%$$

$$m_3 = 73,17\%$$

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,507s$$

$$T_2 = 0,184s$$

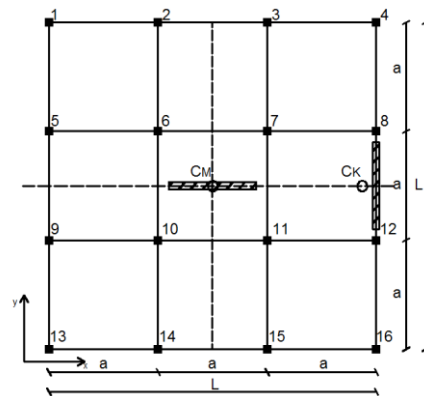
$$T_3 = 0,146s$$

$$m_1 = 28,55\%$$

$$m_2 = 87,75\%$$

$$m_3 = 53,99\%$$

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,507s$$

$$T_2 = 0,183s$$

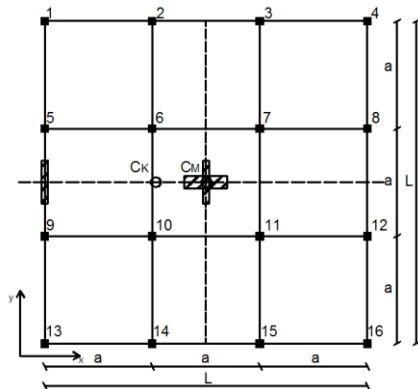
$$T_3 = 0,146s$$

$$m_1 = 28,56\%$$

$$m_2 = 87,75\%$$

$$m_3 = 54\%$$

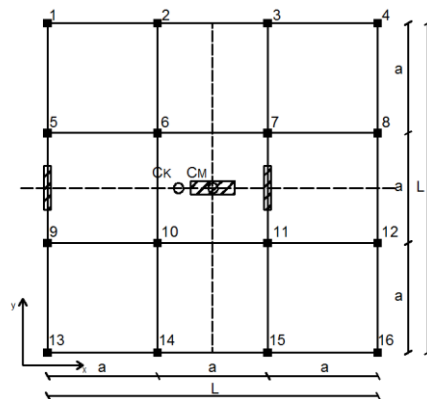
**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -7,5$  m**



Secondo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,337s$	$m_1 = 35,12\%$
$T_2 = 0,219s$	$m_2 = 86,19\%$
$T_3 = 0,184s$	$m_3 = 50,59\%$

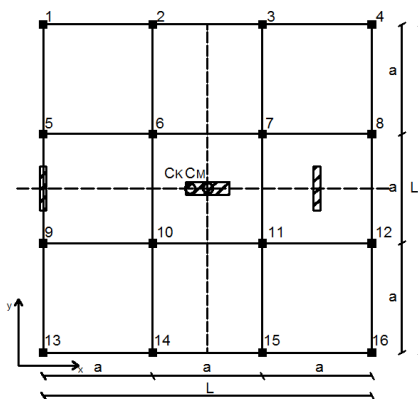
**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 2,5$  m**



Secondo modello

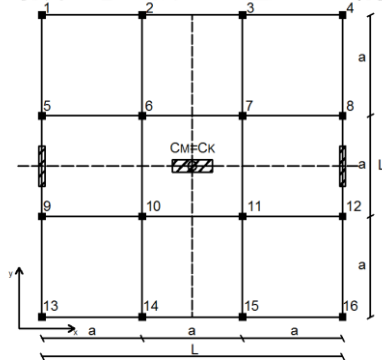
Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,276s$	$m_1 = 37,67\%$
$T_2 = 0,219s$	$m_2 = 86,19\%$
$T_3 = 0,193s$	$m_3 = 48,35\%$

**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 5$  m**



Secondo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,218s$	$m_1 = 66,55\%$
$T_2 = 0,219s$	$m_2 = 88\%$
$T_3 = 0,187s$	$m_3 = 21,55\%$

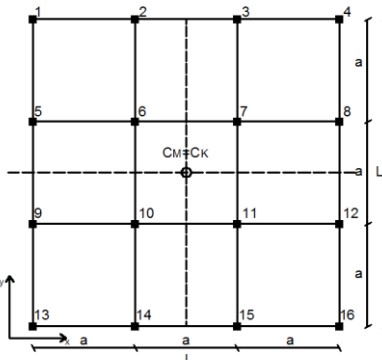
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,219s$ $T_2 = 0,219s$ $T_3 = 0,182s$	$m_1 = 75,64\%$ $m_2 = 75,64\%$ $m_3 = 0\%$

### 5.3.3 Risultati delle analisi modali del terzo modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 3, per il terzo modello.

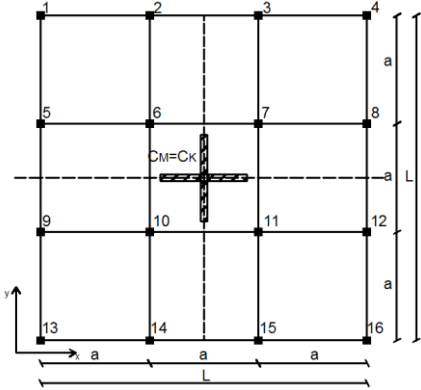
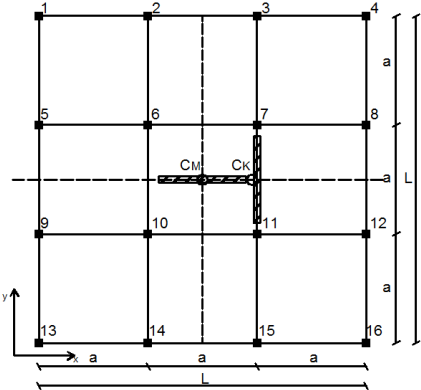
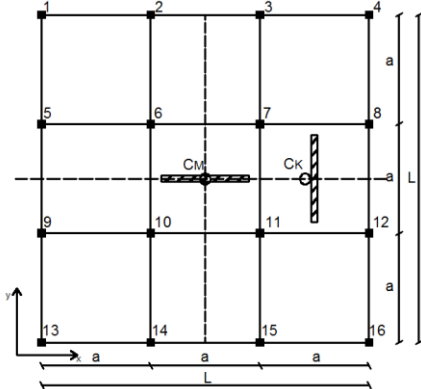
Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

Struttura di base		
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,29$	
	Primo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,370s$ $T_2 = 0,370s$ $T_3 = 0,292s$	$m_1 = 100\%$ $m_2 = 100\%$ $m_3 = 0\%$	

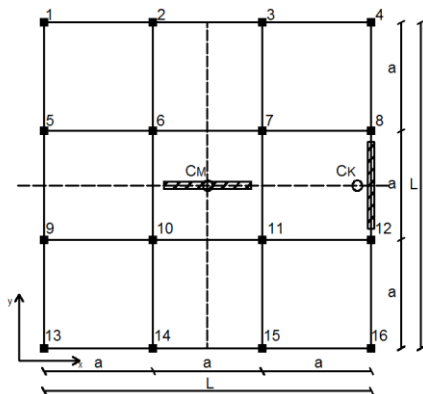
Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro								
	$e_x = 0,24$ $\Omega_\theta = 1,37$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,240s</math></td> <td><math>m_1 = 83,28\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,171s</math></td> <td><math>m_2 = 99,98\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,092s</math></td> <td><math>m_3 = 16,70\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,240s$	$m_1 = 83,28\%$	$T_2 = 0,171s$	$m_2 = 99,98\%$	$T_3 = 0,092s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,240s$	$m_1 = 83,28\%$							
$T_2 = 0,171s$	$m_2 = 99,98\%$							
$T_3 = 0,092s$	$m_3 = 16,70\%$							
Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del $C_M$								
	$e_x = 0,08$ $\Omega_\theta = 0,82$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,269s</math></td> <td><math>m_1 = 27,73\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,172s</math></td> <td><math>m_2 = 99,92\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,155s</math></td> <td><math>m_3 = 72,20\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,269s$	$m_1 = 27,73\%$	$T_2 = 0,172s$	$m_2 = 99,92\%$	$T_3 = 0,155s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,269s$	$m_1 = 27,73\%$							
$T_2 = 0,172s$	$m_2 = 99,92\%$							
$T_3 = 0,155s$	$m_3 = 72,20\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m								
	$e_x = 0,21$ $\Omega_\theta = 0,46$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,300s</math></td> <td><math>m_1 = 42,47\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,145s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,115s</math></td> <td><math>m_3 = 56,53\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,300s$	$m_1 = 42,47\%$	$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,115s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,300s$	$m_1 = 42,47\%$							
$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,115s$	$m_3 = 56,53\%$							

<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 4</math> m</b>								
	$e_x = 0,17$  $\Omega_\theta = 0,43$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Periodi</th> <th style="text-align: center;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,292s</math></td> <td><math>m_1 = 33,75\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,145s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,123s</math></td> <td><math>m_3 = 66,25\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,292s$	$m_1 = 33,75\%$	$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,123s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,292s$	$m_1 = 33,75\%$							
$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,123s$	$m_3 = 66,25\%$							
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 1,5</math> m</b>								
	$e_x = 0,06$  $\Omega_\theta = 0,40$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Periodi</th> <th style="text-align: center;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,274s</math></td> <td><math>m_1 = 7,30\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,145s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,141s</math></td> <td><math>m_3 = 92,69\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,274s$	$m_1 = 7,30\%$	$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,141s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,274s$	$m_1 = 7,30\%$							
$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,141s$	$m_3 = 92,69\%$							
<b>Struttura di base con vano ascensore a <math>x = 0</math> m</b>								
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 0,39$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Periodi</th> <th style="text-align: center;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,270s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,145s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,145s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,270s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$	$T_2 = 0,145s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,270s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$							
$T_2 = 0,145s$	$m_2 = 100\%$							

Struttura di base con setti in prossimità del $C_M$								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,61$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,293s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,293s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$	$T_2 = 0,166s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,293s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$							
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$							
Struttura di base con setto orizzontale al $C_M$ e setto verticale a $x = 2,5\text{ m}$								
	$e_x = 0,09$ $\Omega_\theta = 0,64$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,301s</math></td> <td><math>m_1 = 17,18\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,155s</math></td> <td><math>m_3 = 82,16\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,301s$	$m_1 = 17,18\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,155s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,301s$	$m_1 = 17,18\%$							
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,155s$	$m_3 = 82,16\%$							
Struttura di base con setto orizzontale al $C_M$ e setto verticale a $x = 5\text{ m}$								
	$e_x = 0,18$ $\Omega_\theta = 0,70$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,318s</math></td> <td><math>m_1 = 43,21\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,166s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,133s</math></td> <td><math>m_3 = 56,78\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,318s$	$m_1 = 43,21\%$	$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,133s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,318s$	$m_1 = 43,21\%$							
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,133s$	$m_3 = 56,78\%$							



**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



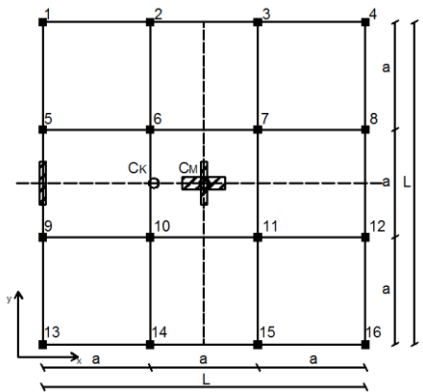
$$e_x = 0,27$$

$$\Omega_\theta = 0,80$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,333s$	$m_1 = 61,66\%$
$T_2 = 0,166s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,112s$	$m_3 = 38,34\%$

**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -7,5$  m**



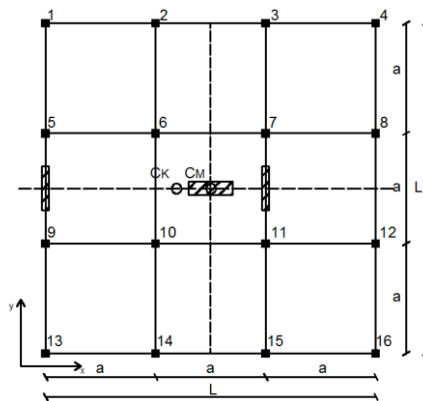
$$e_x = -0,12$$

$$\Omega_\theta = 0,93$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,260s$	$m_1 = 46,78\%$
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,160s$	$m_3 = 53,21\%$

**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 2,5$  m**



$$e_x = -0,08$$

$$\Omega_\theta = 1,00$$

Primo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,225s$	$m_1 = 50,13\%$
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$
$T_3 = 0,166s$	$m_3 = 49,87\%$

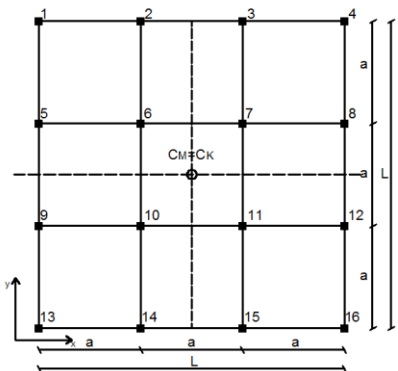
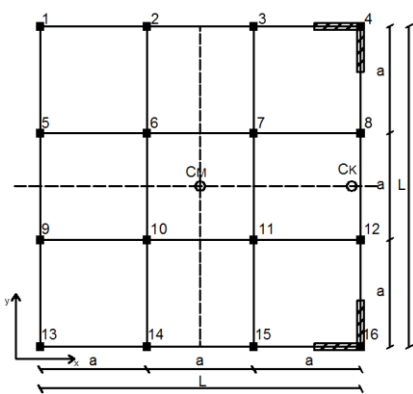
Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m								
	$e_x = -0,04$ $\Omega_\theta = 1,11$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,197s</math></td> <td><math>m_1 = 75,76\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,189s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,168s</math></td> <td><math>m_3 = 24,23\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,197s$	$m_1 = 75,76\%$	$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,168s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,197s$	$m_1 = 75,76\%$							
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,168s$	$m_3 = 24,23\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,23$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,189s</math></td> <td><math>m_1 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,189s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,156s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,189s$	$m_1 = 100\%$	$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,156s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,189s$	$m_1 = 100\%$							
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,156s$	$m_3 = 0\%$							

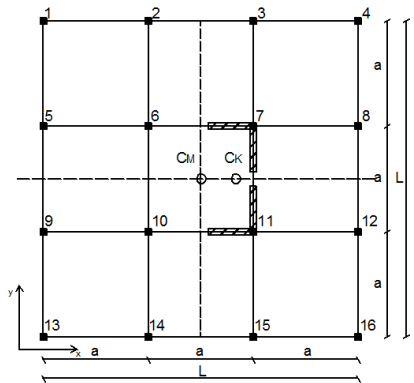
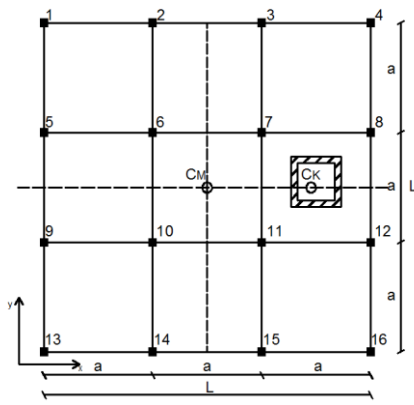
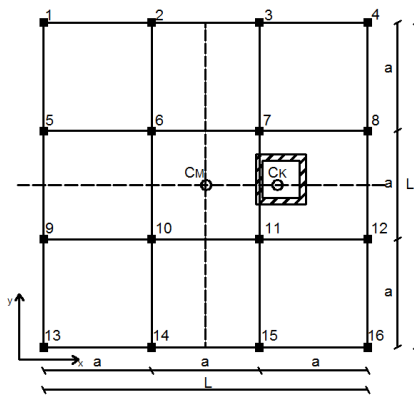
### 5.3.4 Risultati delle analisi modali del quarto modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 3, per il quarto modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

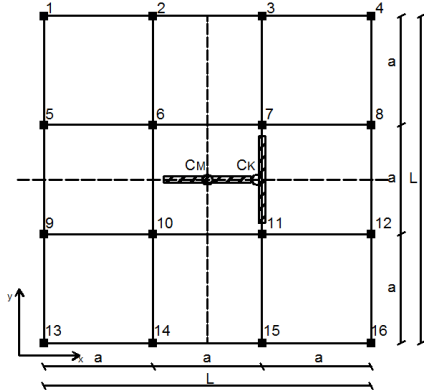
Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

Struttura di base									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,687s</math></td> <td><math>m_1 = 79\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,687s</math></td> <td><math>m_2 = 79\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,543s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,687s$	$m_1 = 79\%$	$T_2 = 0,687s$	$m_2 = 79\%$	$T_3 = 0,543s$	$m_3 = 0\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,687s$	$m_1 = 79\%$								
$T_2 = 0,687s$	$m_2 = 79\%$								
$T_3 = 0,543s$	$m_3 = 0\%$								
Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,443s</math></td> <td><math>m_1 = 55,37\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,307s</math></td> <td><math>m_2 = 73,04\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,169s</math></td> <td><math>m_3 = 18,77\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,443s$	$m_1 = 55,37\%$	$T_2 = 0,307s$	$m_2 = 73,04\%$	$T_3 = 0,169s$	$m_3 = 18,77\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,443s$	$m_1 = 55,37\%$								
$T_2 = 0,307s$	$m_2 = 73,04\%$								
$T_3 = 0,169s$	$m_3 = 18,77\%$								

Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del $C_M$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,494s</math></td> <td><math>m_1 = 23,92\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,334s</math></td> <td><math>m_2 = 78,20\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,296s</math></td> <td><math>m_3 = 52,92\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,494s$	$m_1 = 23,92\%$	$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 78,20\%$	$T_3 = 0,296s$	$m_3 = 52,92\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,494s$	$m_1 = 23,92\%$								
$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 78,20\%$								
$T_3 = 0,296s$	$m_3 = 52,92\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,535s</math></td> <td><math>m_1 = 27,72\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,281s</math></td> <td><math>m_2 = 80,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,235s</math></td> <td><math>m_3 = 40,14\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,535s$	$m_1 = 27,72\%$	$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$	$T_3 = 0,235s$	$m_3 = 40,14\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,535s$	$m_1 = 27,72\%$								
$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$								
$T_3 = 0,235s$	$m_3 = 40,14\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 4$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,518s</math></td> <td><math>m_1 = 21,97\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,281s</math></td> <td><math>m_2 = 80,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,244s</math></td> <td><math>m_3 = 59,61\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,518s$	$m_1 = 21,97\%$	$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$	$T_3 = 0,244s$	$m_3 = 59,61\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,518s$	$m_1 = 21,97\%$								
$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$								
$T_3 = 0,244s$	$m_3 = 59,61\%$								

Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5\text{ m}$								
	Secondo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,484s</math></td> <td><math>m_1 = 5\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,281s</math></td> <td><math>m_2 = 80,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,274s</math></td> <td><math>m_3 = 75,28\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,484s$	$m_1 = 5\%$	$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$	$T_3 = 0,274s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,484s$	$m_1 = 5\%$							
$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$							
$T_3 = 0,274s$	$m_3 = 75,28\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0\text{ m}$								
	Secondo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,476s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,281s</math></td> <td><math>m_2 = 80,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,281s</math></td> <td><math>m_2 = 80,36\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,476s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$	$T_2 = 0,281s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,476s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$							
$T_2 = 0,281s$	$m_2 = 80,36\%$							
Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$								
	Secondo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,543s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,330s</math></td> <td><math>m_2 = 67,77\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,330s</math></td> <td><math>m_2 = 67,77\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,543s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,330s$	$m_2 = 67,77\%$	$T_2 = 0,330s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,543s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,330s$	$m_2 = 67,77\%$							
$T_2 = 0,330s$	$m_2 = 67,77\%$							

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 2,5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,559s$$

$$T_2 = 0,300s$$

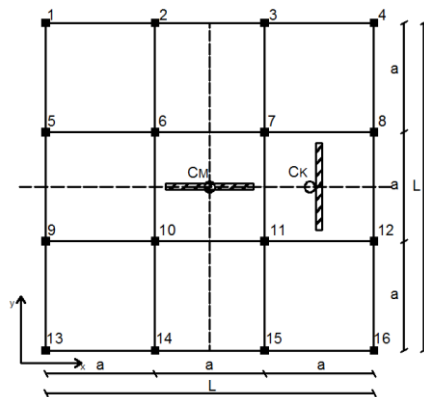
$$T_3 = 0,284s$$

$$m_1 = 9,72\%$$

$$m_2 = 80,20\%$$

$$m_3 = 70,67\%$$

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,590s$$

$$T_2 = 0,300s$$

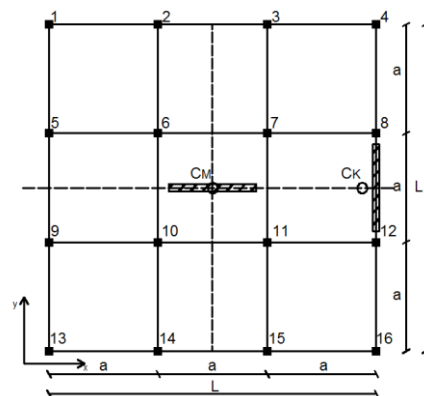
$$T_3 = 0,245s$$

$$m_1 = 24,51\%$$

$$m_2 = 80,06\%$$

$$m_3 = 33,39\%$$

**Struttura di base con setto orizzontale al  $C_M$  e setto verticale a  $x = 7,5$  m**



**Secondo modello**

Periodi

Masse partecipanti

$$T_1 = 0,617s$$

$$T_2 = 0,300s$$

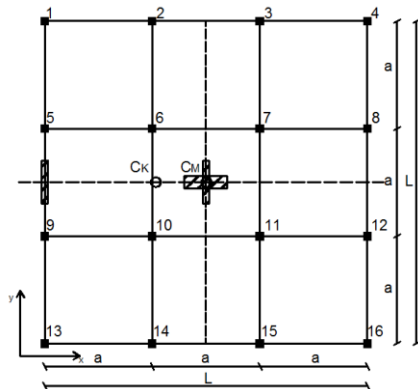
$$T_3 = 0,209s$$

$$m_1 = 34,77\%$$

$$m_2 = 80,06\%$$

$$m_3 = 31,72\%$$

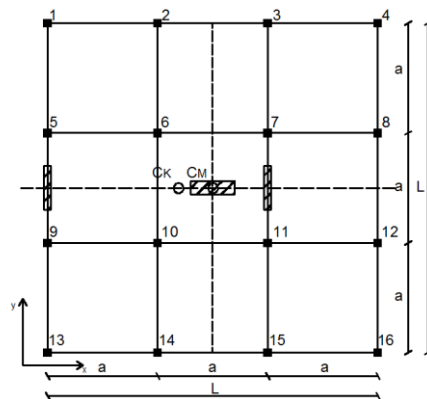
**Struttura di base con tre setti in corrispondenza del  $C_M$  e setto verticale a  $x = -7,5$  m**



Secondo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,450s$	$m_1 = 35,56\%$
$T_2 = 0,348s$	$m_2 = 78,02\%$
$T_3 = 0,296s$	$m_3 = 41,70\%$

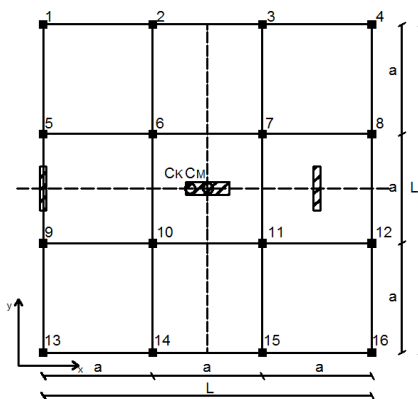
**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 2,5$  m**



Secondo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,395s$	$m_1 = 42,68\%$
$T_2 = 0,348s$	$m_2 = 78,02\%$
$T_3 = 0,306s$	$m_3 = 34,96\%$

**Struttura precedente con setto verticale a  $x = 5$  m**



Secondo modello

Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,358s$	$m_1 = 65,28\%$
$T_2 = 0,348s$	$m_2 = 78,02\%$
$T_3 = 0,306s$	$m_3 = 12,66\%$

Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,348s$ $T_2 = 0,348s$ $T_3 = 0,285s$	$m_1 = 78,02\%$ $m_2 = 78,02\%$ $m_3 = 0\%$

## 5.4 Sintesi dei risultati ottenuti

Per tutti i modelli sono stati riportati i valori dei primi tre modi di vibrare e percentuali delle masse attivate da ciascun modo. Il programma di calcolo ordina in maniera decrescente i periodi associati ai modi di vibrare. Ai primi modi corrispondono periodi propri più lunghi e quindi maggiormente significativi; a tal proposito si considerano i primi tre modi di vibrare di ogni singola struttura.

Nel caso di struttura doppiamente simmetrica, il centro delle masse coincide con il centro delle rigidzze. In questo caso si osservano tra i primi tre modi, due modi di vibrare puramente traslazionali di uguale periodo e massa partecipante molto alta (prossima a 100%), e un modo torsionale con una massa partecipante nulla.

Negli altri casi caratterizzati da eccentricità si hanno il primo e il terzo modo di vibrare torsionali, il secondo modo di vibrare è di tipo traslazionale.

I casi studiati sono tutti caratterizzati da eccentricità esclusivamente lungo l'asse  $x$ , mentre lungo l'asse  $y$  l'eccentricità risulta nulla, quindi si ha simmetria rispetto all'asse  $x$ . Questo mi porta ad avere modi torsionali caratterizzati da massa partecipante lungo  $y$  e non modi torsionali accoppiati nelle due direzioni  $x$  ed  $y$ .

In base alla disposizione degli elementi resistenti, perciò in base a diversi valori di  $\Omega_0$  ed  $e$ , si hanno diverse percentuali delle masse partecipanti e diversi periodi torsionali.



Si calcolano i Modal Contribution Factors relativi al primo e terzo modo di vibrare e i periodi di vibrare dei modi torsionali normalizzati rispetto al periodo longitudinale per il primo e terzo modello ad un piano.

### 5.4.1 Risultati ottenuti dal primo e terzo modello

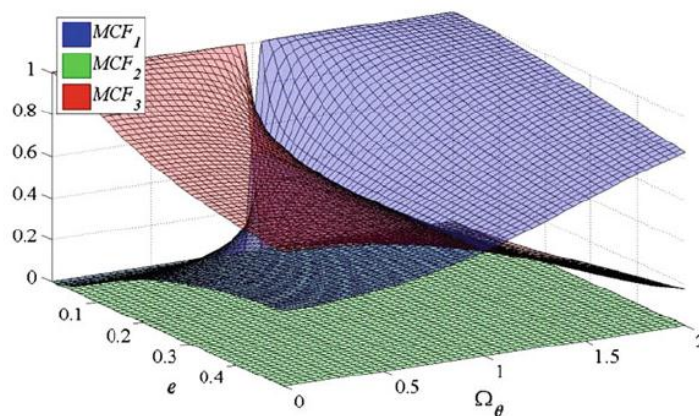
Facendo riferimento al sistema introdotto nel capitolo 1 e all'equazione del moto (1.2) vengono riportate le proprietà modali delle strutture considerate, prima in termini di masse modali effettive, poi in termini di periodi di vibrazione.

La massa modale effettiva è una proprietà dinamica della struttura [10] e costituisce un indice per valutare l'importanza relativa di un modo di vibrare.

Risolvendo il problema agli autovalori per strutture non smorzate a vibrazioni libere sotto ipotesi di eccentricità longitudinale nulla, considerando un input dinamico lungo la direzione  $y$ , è possibile introdurre i Modal Contribution Factors, che indicano come ciascun modo di vibrare contribuisce alla risposta dinamica del sistema.

I Modal Contribution Factors sono esprimibili in forma chiusa come [4]:

$$\begin{aligned}MCF_1 &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega_1 - 1}{\sqrt{12}}\right)^2} \\MCF_2 &= 0 \\MCF_3 &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega_3 - 1}{\sqrt{12}}\right)^2}\end{aligned}\tag{5.8}$$



**Fig. 5.5** Modal Contribution Factors al variare di  $\Omega_\theta$  ed  $e$

Il Modal Contribution Factor  $MCF_1$  è il rapporto tra la massa partecipante per il primo modo di vibrare e la massa totale. Assume valori crescenti con l'eccentricità; i contributi maggiori si hanno per le strutture torsio-rigide.

Il Modal Contribution Factor  $MCF_3$  è il rapporto tra la massa partecipante per il terzo modo di vibrare e la massa totale. I massimi valori si hanno per strutture torsio-flessibili caratterizzate da basse eccentricità. Il valore di  $MCF_3$  diminuisce all'aumentare dell'eccentricità.

I valori dei Modal Contribution Factors  $MCF_1$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

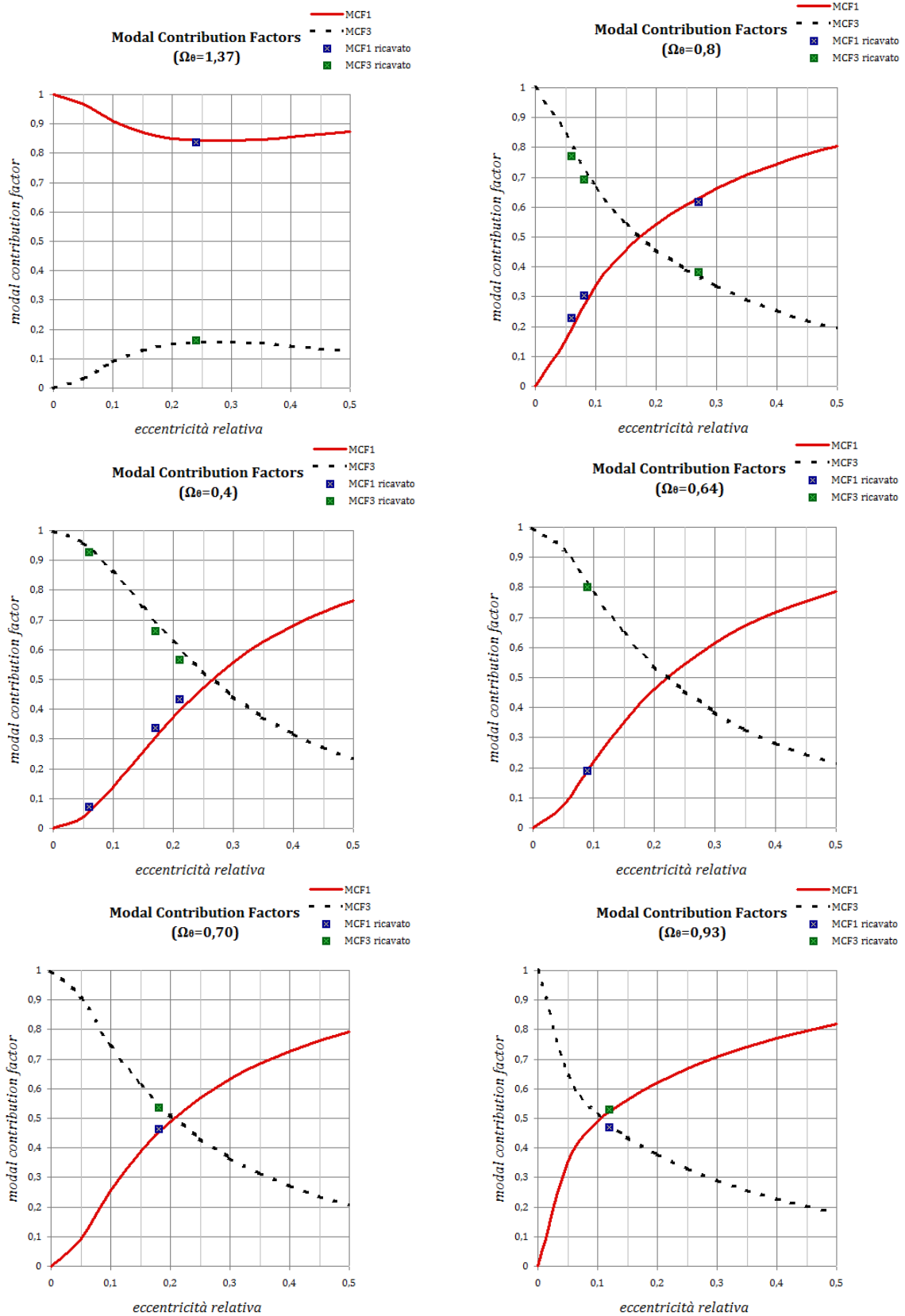
Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,29$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,24$	$\Omega_\theta = 1,37$	$m_1 = 83,28\%$	$MCF_1 = 0,83$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,08$	$\Omega_\theta = 0,82$	$m_1 = 27,73\%$	$MCF_1 = 0,28$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,21$	$\Omega_\theta = 0,46$	$m_1 = 43,46\%$	$MCF_1 = 0,43$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,17$	$\Omega_\theta = 0,43$	$m_1 = 33,75\%$	$MCF_1 = 0,34$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,06$	$\Omega_\theta = 0,40$	$m_1 = 7,30\%$	$MCF_1 = 0,07$

Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,39$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,61$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0,09$	$\Omega_\theta = 0,64$	$m_1 = 17,18\%$	$MCF_1 = 0,17$
Struttura con due setti	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,70$	$m_1 = 43,421\%$	$MCF_1 = 0,43$
Struttura con due setti	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,80$	$m_1 = 61,66\%$	$MCF_1 = 0,62$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,93$	$m_1 = 46,78\%$	$MCF_1 = 0,47$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,08$	$\Omega_\theta = 1,00$	$m_1 = 50,13\%$	$MCF_1 = 0,50$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,04$	$\Omega_\theta = 1,11$	$m_1 = 75,76\%$	$MCF_1 = 0,76$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,23$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$

I valori dei Modal Contribution Factors  $MCF_3$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,29$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,24$	$\Omega_\theta = 1,37$	$m_3 = 16,70\%$	$MCF_3 = 0,17$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,08$	$\Omega_\theta = 0,82$	$m_3 = 72,20\%$	$MCF_3 = 0,72$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,21$	$\Omega_\theta = 0,46$	$m_3 = 56,53\%$	$MCF_3 = 0,56$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,17$	$\Omega_\theta = 0,43$	$m_3 = 66,25\%$	$MCF_3 = 0,66$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,06$	$\Omega_\theta = 0,40$	$m_3 = 92,69\%$	$MCF_3 = 0,93$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,39$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,61$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0,09$	$\Omega_\theta = 0,64$	$m_2 = 82,81\%$	$MCF_3 = 0,83$
Struttura con due setti	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,70$	$m_2 = 56,78\%$	$MCF_3 = 0,57$
Struttura con due setti	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,80$	$m_2 = 38,33\%$	$MCF_3 = 0,38$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,93$	$m_2 = 53,21\%$	$MCF_3 = 0,53$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,08$	$\Omega_\theta = 1,00$	$m_2 = 49,86\%$	$MCF_3 = 0,50$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,04$	$\Omega_\theta = 1,11$	$m_3 = 24,23\%$	$MCF_3 = 0,24$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,23$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$

Nei grafici sottostanti (fig. 5.6), sezioni del grafico in fig. 5.5 per diversi valori di  $\Omega_\theta$ , si riportano alcuni dei valori dei Modal Contribution Factors delle tabelle precedenti.

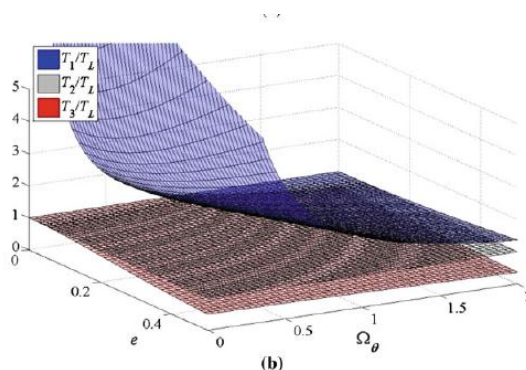


**Fig. 5.6** Grafici di alcuni dei valori ottenuti dei Modal Contribution Factor dalle analisi modali

Facendo riferimento al sistema introdotto nel capitolo 1 e all'equazione del moto (1.2) in vibrazioni libere e assenza di smorzamento, sotto ipotesi di eccentricità longitudinale nulla, risolvendo il problema agli autovalori, sono stati ricavati i primi tre periodi normalizzati rispetto al periodo longitudinale  $T_L$  rappresentati in fig. 5.7 in funzione dell'eccentricità e del parametro  $\Omega_\theta$ .

I periodi normalizzati sono esprimibili in forma chiusa come:

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_L} &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\Omega_\theta^2+12e^2-\sqrt{(\Omega_\theta^2+12e^2-1)+48e^2}\right)}} \\ \frac{T_2}{T_L} &= 1 \\ \frac{T_3}{T_L} &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\Omega_\theta^2+12e^2+\sqrt{(\Omega_\theta^2+12e^2-1)+48e^2}\right)}} \end{aligned} \quad (5.7)$$



**Fig. 5.7** Primi tre periodi di vibrare normalizzati rispetto a  $T_L$ .

Vengono riportati i valori ottenuti per i vari casi studiati dalle analisi modali eseguite considerando uno smorzamento pari al 5%.

I valori dei rapporti  $\frac{T_1}{T_2}$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,29$	$T_1 = 0,261s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,24$	$\Omega_\theta = 1,37$	$T_1 = 0,169s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,40$

Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,08$	$\Omega_\theta = 0,82$	$T_1 = 0,190s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,74$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,21$	$\Omega_\theta = 0,46$	$T_1 = 0,212s$	$\frac{T_1}{T_2} = 2,08$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,17$	$\Omega_\theta = 0,43$	$T_1 = 0,207s$	$\frac{T_1}{T_2} = 2,03$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,06$	$\Omega_\theta = 0,40$	$T_1 = 0,194s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,90$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,39$	$T_1 = 0,194s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,90$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,61$	$T_1 = 0,207s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,77$
Struttura con due setti	$e_x = 0,09$	$\Omega_\theta = 0,64$	$T_1 = 0,213s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,82$
Struttura con due setti	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,70$	$T_1 = 0,225s$	$\frac{T_1}{T_2} = 2,01$
Struttura con due setti	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,80$	$T_1 = 0,235s$	$\frac{T_1}{T_2} = 2,01$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,93$	$T_1 = 0,184s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,38$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,08$	$\Omega_\theta = 1,00$	$T_1 = 0,159s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,19$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,04$	$\Omega_\theta = 1,11$	$T_1 = 0,140s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,05$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,23$	$T_1 = 0,135s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1$

Osservando i risultati ottenuti dalle analisi modali si può notare che nei casi torsio-rigidi il rapporto  $T_1/T_L$  è vicino all'unità quindi si ha un periodo fondamentale  $T_1$  prossimo a  $T_L$ .

I sistemi torsio-flessibili sono caratterizzati da un periodo fondamentale  $T_1$  maggiore di  $T_L$ , il rapporto  $T_1/T_L$  è maggiore dell'unità.

Sia nei sistemi torsio-rigidi che in quelli torsio-flessibili il rapporto aumenta all'aumentare dell'eccentricità a parità di  $\Omega_\theta$ .

I valori dei rapporti  $\frac{T_3}{T_2}$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,29$	$T_3 = 0,207s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,79$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,24$	$\Omega_\theta = 1,37$	$T_3 = 0,065s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,54$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,08$	$\Omega_\theta = 0,82$	$T_3 = 0,109s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,91$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,21$	$\Omega_\theta = 0,46$	$T_3 = 0,08s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,78$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,17$	$\Omega_\theta = 0,43$	$T_3 = 0,087s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,85$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,06$	$\Omega_\theta = 0,40$	$T_3 = 0,099s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,97$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,39$	$T_3 = 0,102s$	$\frac{T_3}{T_2} = 1$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,61$	$T_3 = 0,117s$	$\frac{T_3}{T_2} = 1$
Struttura con due setti	$e_x = 0,09$	$\Omega_\theta = 0,64$	$T_3 = 0,109s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,93$
Struttura con due setti	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,70$	$T_3 = 0,094s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,80$
Struttura con due setti	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,80$	$T_3 = 0,079s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,67$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,93$	$T_3 = 0,112s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,84$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,08$	$\Omega_\theta = 1,00$	$T_3 = 0,118s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,87$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,04$	$\Omega_\theta = 1,11$	$T_3 = 0,119s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,89$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,23$	$T_3 = 0,110s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,82$

Osservando i risultati ottenuti dalle analisi modali si può notare che nei casi torsio-rigidi il periodo  $T_3$  è inferiore a  $T_L$ .

I sistemi torsio-flessibili sono caratterizzati da un periodo  $T_3$  prossimo a  $T_L$ .



In conclusione si ha che i sistemi torsio-rigidi sono caratterizzati da un periodo  $T_1$  prossimo al periodo longitudinale  $T_L$  e da un periodo  $T_3 < T_L$ .

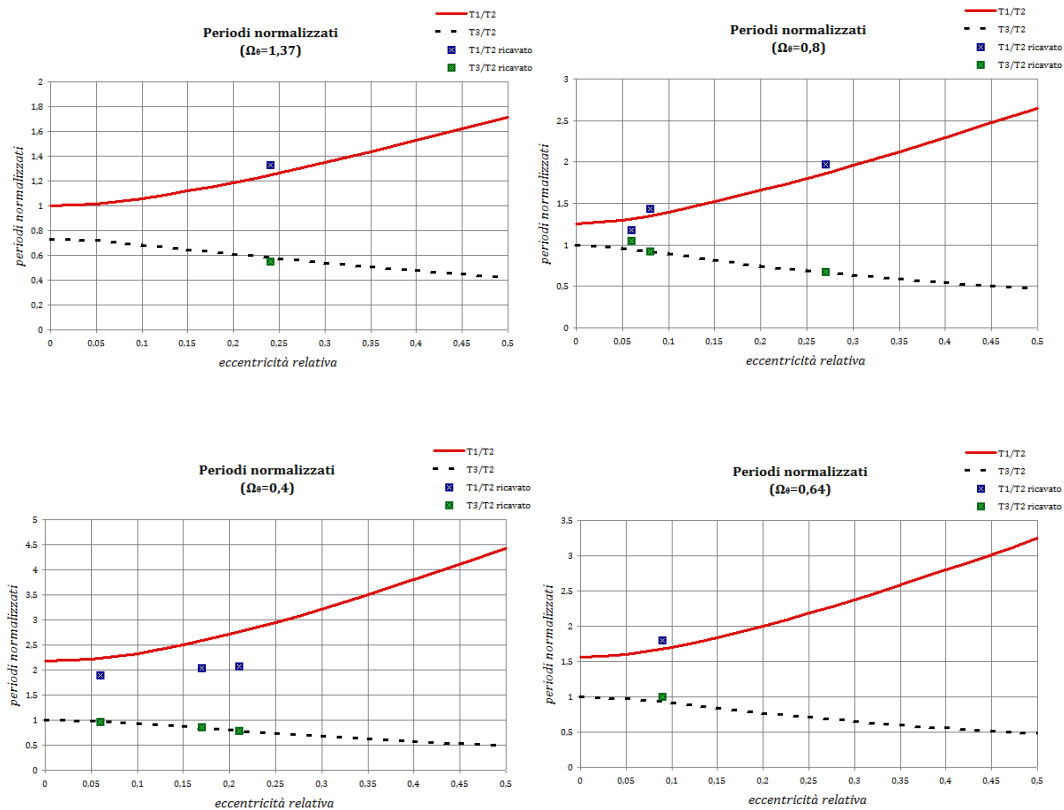
I sistemi torsio-flessibili hanno un periodo  $T_1 > T_L$  e un periodo  $T_3$  prossimo a  $T_L$ .

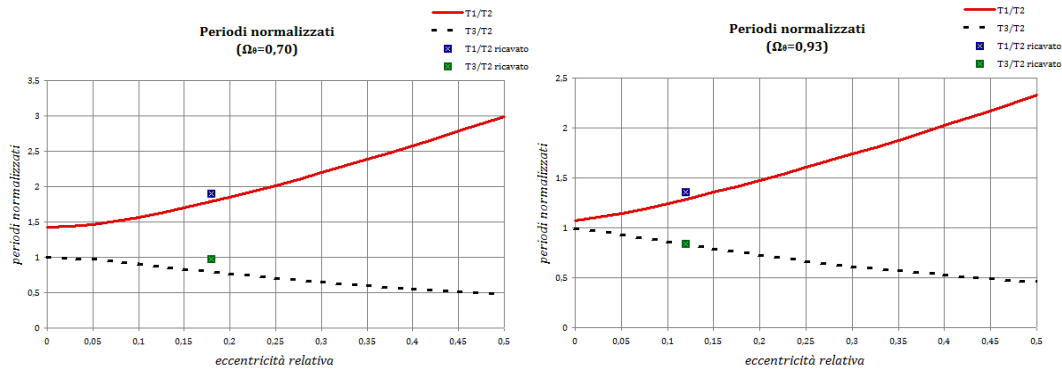
I risultati ricavati sono sovrapponibili con quelli ottenuti nel caso di sistema non smorzato, infatti lo smorzamento influisce in maniera poco significativa sul periodo di vibrazione dell'oscillatore semplice, secondo la relazione:

$$T_D = \frac{T}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

Nei casi in esame, avendo considerato uno smorzamento pari al 5%, il periodo  $T_D$  dell'oscillatore smorzato risulta incrementato soltanto dello 0,13% rispetto al periodo  $T$  dell'oscillatore semplice non smorzato [1].

Si riportano alcuni dei valori ottenuti nei grafici sottostanti, sezioni del grafico in fig. 5.7 per diversi valori di  $\Omega_0$ .



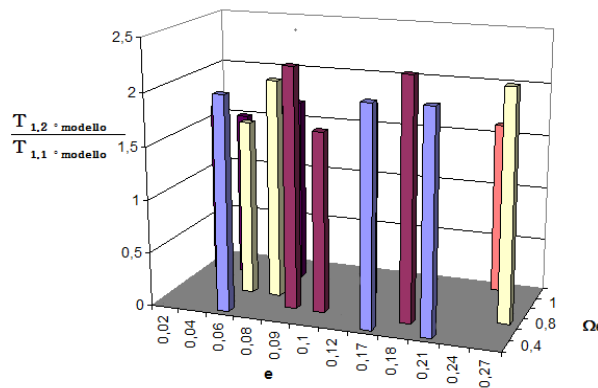


**Fig. 5.8** Grafici di alcuni dei valori ottenuti dei periodi normalizzati dalle analisi modali

### 5.4.2 Risultati ottenuti dal secondo e quarto modello

Per i modelli multipiano si fa riferimento agli stessi valori di  $\Omega_\theta$  utilizzati nel caso della struttura ad un piano, ipotesi accettabile dato che la struttura mantiene per tutta l'altezza la stessa disposizione degli elementi, perciò lo stesso valore dell'eccentricità.

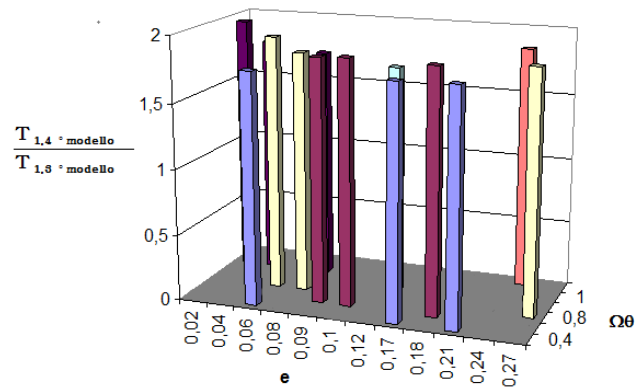
Per poter effettuare un confronto tra i periodi del primo e secondo modello è stato realizzato un grafico dove vengono riportati i rapporti tra il primo periodo di vibrazione del secondo modello e il primo periodo di vibrazione del primo modello in funzione di diversi valori di  $\Omega_\theta$  ed eccentricità  $e$ .



**Fig. 5.9** Grafico  $\frac{T_{1,2^\circ \text{ modello}}}{T_{1,1^\circ \text{ modello}}}$  per diversi valori di  $\Omega_\theta$  ed  $e$

Dai risultati ottenuti si nota come per ciascun valore di  $\Omega_\theta$  ed  $e$  il primo periodo del secondo modello è circa pari al doppio del primo periodo del primo modello.

Lo stesso risultato è stato ricavato confrontando il primo periodo del quarto modello con il primo periodo del primo modello.



**Fig. 5.10** Grafico  $\frac{T_{1,4^\circ \text{ modello}}}{T_{1,3^\circ \text{ modello}}}$  per diversi valori di  $\Omega_\theta$  ed  $e$

## CAPITOLO 6

### Le proprietà modali di strutture multipiano a pianta quadrata

Le diverse tipologie strutturali studiate nel capitolo 4 sono state modellate con il software SAP2000 v.15. Di ogni tipologia sono stati realizzati quattro modelli come per le strutture a pianta quadrata.

In questo capitolo viene eseguito uno studio dei risultati ottenuti dalle analisi modali in termini di periodi propri e di masse partecipanti dei diversi modelli.

Verranno considerati i primi tre periodi propri, i più significativi, e le masse attivate da ciascun modo considerato.

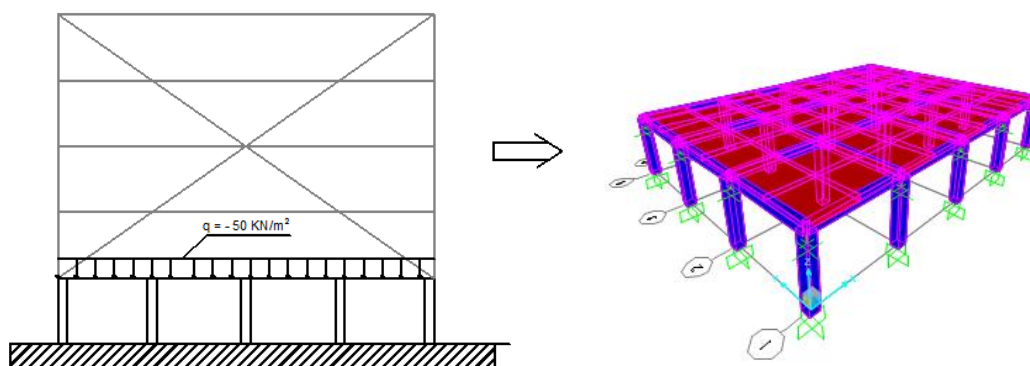
#### 6.1 Modelli

Per la maggior parte dei casi studiati nel capitolo 4 sono stati realizzati quattro modelli per un totale di 68 modelli.

I modelli considerati sono uguali a quelli introdotti nel capitolo precedente.

##### 6.1.1 Primo modello

Il primo modello è quello di una struttura ad un piano. Il carico agente è pari a  $q = 50 \text{ KN/m}^2$ .



**Fig. 6.1** Primo modello di una struttura ad un piano con carico agente pari a  $q = 50 \text{ KN/m}^2$ .

Le caratteristiche geometriche sono le stesse viste nei capitoli precedenti.

Si riportano le caratteristiche per la struttura di base valide per ogni caso studiato:

- Dimensione trasversale  $b = 15$  m
- Dimensione longitudinale  $L = 20$  m
- Dimensione lato maglia quadrata  $a = 5$  m
- Altezza complessiva della struttura lungo  $z$   $H = 3,5$  m
- Dimensioni dei pilastri  $b = 0,5$  m e  $h = 0,5$  m

Caratteristiche del materiale: (C25/30)

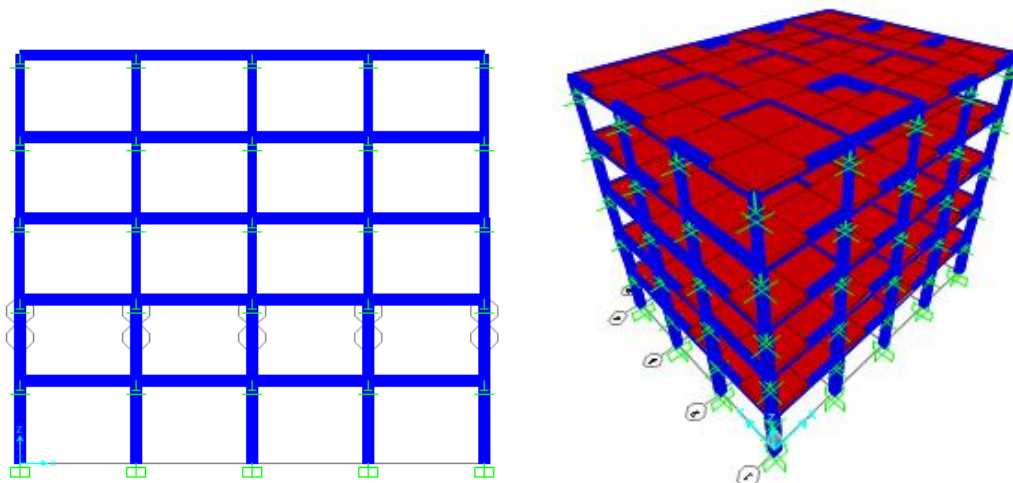
- Modulo elastico di Young  $E = 30000000$  KN/m<sup>2</sup>
- Coefficiente di Poisson  $\nu = 0,2$
- Modulo elastico tangenziale  $G = 12500000$  KN/m<sup>2</sup>

### 6.1.2 Secondo modello

Il secondo modello è quello di una struttura a 5 piani. In ogni piano agisce un peso complessivo pari a  $q = 10$  KN/m<sup>2</sup>.

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse già riportate nel paragrafo precedente. I pilastri hanno una rastremazione di 0,50 m per ogni piano.

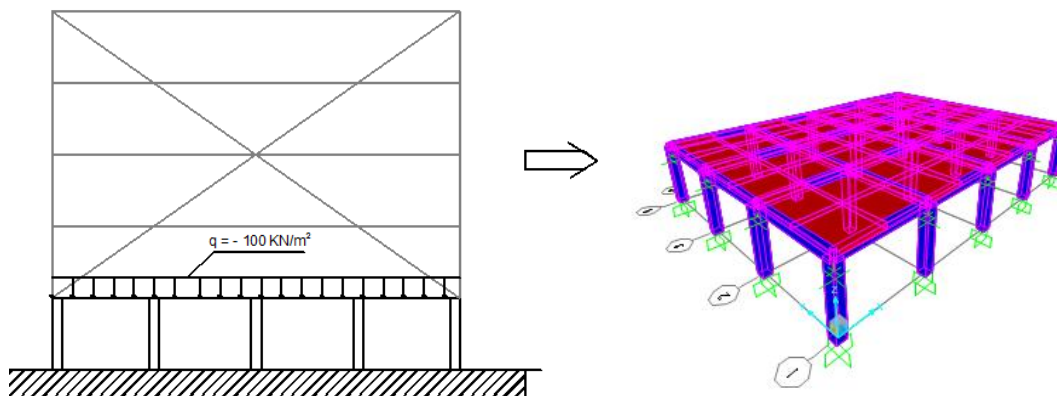
PILASTRI	Sezione [cm]
1° piano	50×50
2° piano	45×45
3° piano	40×40
4° piano	35×35
5° piano	30×30



**Fig. 6.2** Secondo modello di struttura a 5 piani con carico agente per piano pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

### 6.1.3 Terzo modello

Il terzo modello è quello di una struttura ad un piano soggetta ad un carico totale pari a  $q=100 \text{ KN/m}^2$ .



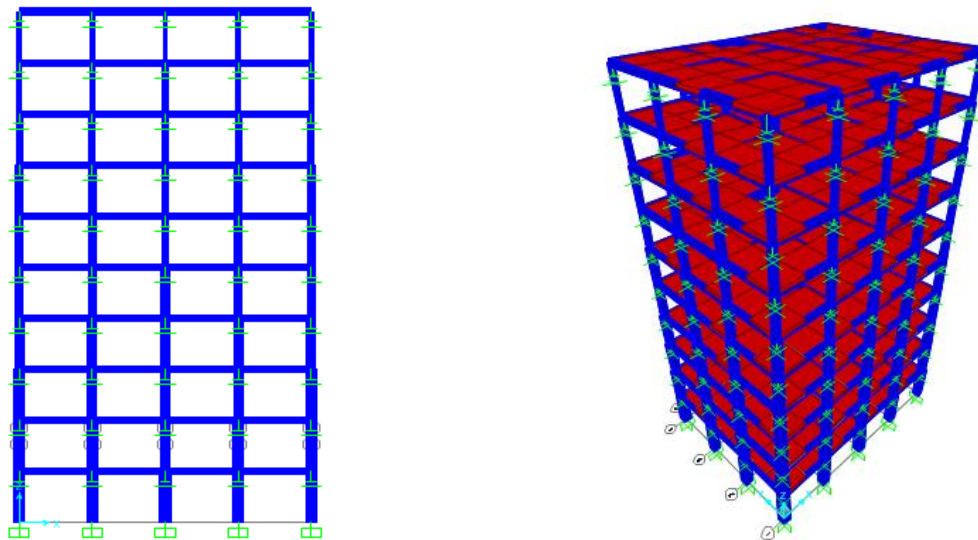
**Fig. 6.3** Terzo modello di struttura ad un piano con carico agente pari a  $q = 100 \text{ KN/m}^2$ .

### 6.1.4 Quarto modello

Il quarto modello è quello di una struttura a dieci piani. In ogni piano agisce un peso complessivo pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

Le caratteristiche geometriche e del materiale sono le stesse già riportate nel paragrafo precedente. I pilastri hanno una rastremazione di 0,50 m per ogni piano.

PILASTRI	Sezione [cm]
1° piano	75 × 75
2° piano	70 × 70
3° piano	65 × 65
4° piano	60 × 60
5° piano	55 × 55
6° piano	50 × 50
7° piano	45 × 45
8° piano	40 × 40
9° piano	35 × 35
10° piano	30 × 30



**Fig. 6.4** Quarto modello di struttura a 10 piani con carico agente per piano pari a  $q = 10 \text{ KN/m}^2$ .

## 6.2 Calcolo dei periodi longitudinali $T_L$

Calcoliamo per il primo e per il terzo modello, per la struttura di base non eccentrica, i periodi longitudinali.

Nel caso dell'oscillatore semplice non smorzato, il periodo  $T_L$  è definito come:

$$T_L = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6.1)$$

I due periodi longitudinali per il primo e terzo modello sono pari a:

$$T_{L,1^\circ \text{ modello}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,26s \quad (6.2)$$

$$T_{L,3^\circ \text{ modello}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,37s \quad (6.3)$$

Il periodo longitudinale della struttura di base non eccentrica per il secondo e il quarto modello, si calcolano risolvendo il problema agli autovalori del telaio equivalente.

Per il secondo modello si riporta la matrice delle masse considerando la massa per ogni piano:

$$m = \begin{bmatrix} 305,81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 305,81 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 305,81 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 305,81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 305,81 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Si riporta la matrice di rigidezza per la struttura di base, caratterizzata da soli pilastri. La matrice delle rigidezze è pari a:

$$k = \begin{bmatrix} 874635,57 & 874635,57 & 0 & 0 & 0 \\ -874635,57 & 1749271,14 & -874635,57 & 0 & 0 \\ 0 & -874635,57 & 1749271,14 & -874635,57 & 0 \\ 0 & 0 & -874635,57 & 1749271,14 & -874635,57 \\ 0 & 0 & 0 & -874635,57 & 1749271,14 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$



Risolvendo il problema agli autovalori si ottengono cinque autovalori dai quali si ricavano cinque periodi. Il periodo longitudinale cercato è il primo al quale è associato un coefficiente di partecipazione delle masse maggiore rispetto agli altri, pari a 1,25.

$$T = \begin{bmatrix} 0,4128 \\ 0,1414 \\ 0,0897 \\ 0,0698 \\ 0,0612 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1,2517 \\ -0,3941 \\ -0,2077 \\ -0,1157 \\ 0,0528 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Per il quarto modello si costruiscono la matrice delle masse e la matrice delle rigidezze. Risolvendo il problema agli autovalori si ottengono dieci autovalori dai quali si ricavano dieci periodi.

$$T = \begin{bmatrix} 0,7861 \\ 0,2640 \\ 0,1608 \\ 0,1175 \\ 0,0942 \\ 0,0801 \\ 0,0711 \\ 0,0652 \\ 0,0615 \\ 0,0594 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1,2673 \\ -0,4068 \\ 0,2420 \\ -0,1429 \\ -0,1164 \\ 0,0881 \\ 0,0648 \\ 0,0447 \\ 0,0293 \\ 0,0143 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Il periodo longitudinale cercato è il primo al quale è associato un coefficiente di partecipazione delle masse maggiore rispetto agli altri, pari a 1,27.

## 6.3 Analisi modale

Per la maggior parte dei casi studiati nel capitolo 4, si eseguono le analisi modali al fine di studiare le proprietà dinamiche associate a ciascuna struttura.

Le analisi modali sono state eseguite sia per i casi ad un piano che per quelli a cinque e dieci piani attraverso il software Sap2000.

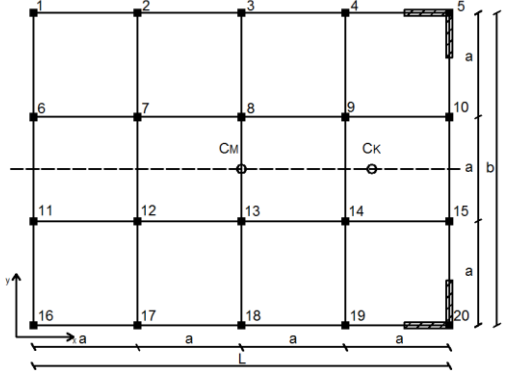
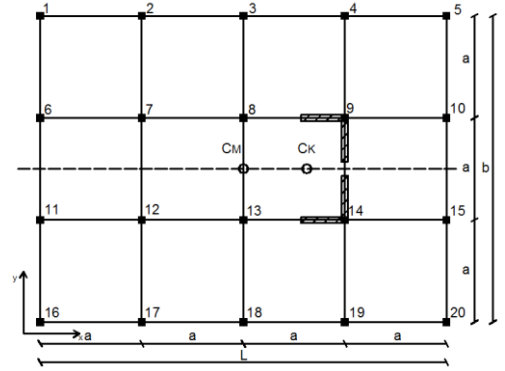
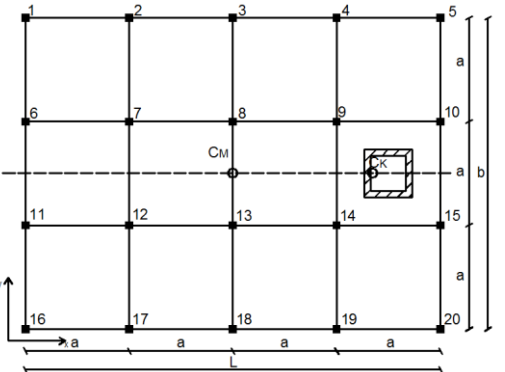
### 6.3.1 Risultati delle analisi modali del primo modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 4, per il primo modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

Struttura di base		
	$e_x = 0$	
	$\Omega_\theta = 1,25$	
	Primo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
$T_1 = 0,270s$	$m_1 = 100\%$	
$T_2 = 0,270s$	$m_2 = 100\%$	
$T_3 = 0,219s$	$m_3 = 0\%$	

Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro								
	$e_x = 0,25$  $\Omega_\theta = 1,30$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,204s</math></td> <td><math>m_1 = 82,11\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,140s</math></td> <td><math>m_2 = 99,97\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,075s</math></td> <td><math>m_3 = 17,86\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,204s$	$m_1 = 82,11\%$	$T_2 = 0,140s$	$m_2 = 99,97\%$	$T_3 = 0,075s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,204s$	$m_1 = 82,11\%$							
$T_2 = 0,140s$	$m_2 = 99,97\%$							
$T_3 = 0,075s$	$m_3 = 17,86\%$							
Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del $C_M$								
	$e_x = 0,12$  $\Omega_\theta = 0,87$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,222s</math></td> <td><math>m_1 = 45,24\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,140s</math></td> <td><math>m_2 = 99,90\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,115s</math></td> <td><math>m_3 = 54,66\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,222s$	$m_1 = 45,24\%$	$T_2 = 0,140s$	$m_2 = 99,90\%$	$T_3 = 0,115s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,222s$	$m_1 = 45,24\%$							
$T_2 = 0,140s$	$m_2 = 99,90\%$							
$T_3 = 0,115s$	$m_3 = 54,66\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0,27$  $\Omega_\theta = 0,52$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,235s</math></td> <td><math>m_1 = 54,68\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,116s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,085s</math></td> <td><math>m_3 = 45,31\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,235s$	$m_1 = 54,68\%$	$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,085s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,235s$	$m_1 = 54,68\%$							
$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,085s$	$m_3 = 45,31\%$							

Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m								
	$e_x = 0,18$  $\Omega_\theta = 0,46$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,225s</math></td> <td><math>m_1 = 36,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,116s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,097s</math></td> <td><math>m_3 = 63,63\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,225s$	$m_1 = 36,36\%$	$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,097s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,225s$	$m_1 = 36,36\%$							
$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,097s$	$m_3 = 63,63\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5$ m								
	$e_x = 0,05$  $\Omega_\theta = 0,42$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,211s</math></td> <td><math>m_1 = 5,39\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,116s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,114s</math></td> <td><math>m_3 = 94,61\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,211s$	$m_1 = 5,39\%$	$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,114s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,211s$	$m_1 = 5,39\%$							
$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,114s$	$m_3 = 94,61\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0$ m								
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 0,41$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,209s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,116s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,116s</math></td> <td><math>m_3 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,209s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,116s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,209s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,116s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,116s$	$m_3 = 100\%$							

Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,65$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,194s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,134s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,134s</math></td> <td><math>m_3 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,134s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,194s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,134s$	$m_3 = 100\%$							
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 2,5\text{ m}$								
	$e_x = 0,07$ $\Omega_\theta = 0,66$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,224s</math></td> <td><math>m_1 = 13,71\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,134s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,127s</math></td> <td><math>m_3 = 86,29\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,224s$	$m_1 = 13,71\%$	$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,127s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,224s$	$m_1 = 13,71\%$							
$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,127s$	$m_3 = 86,29\%$							
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 5\text{ m}$								
	$e_x = 0,14$ $\Omega_\theta = 0,72$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,234s</math></td> <td><math>m_1 = 38,93\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,134s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,128s</math></td> <td><math>m_3 = 60,98\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,234s$	$m_1 = 38,93\%$	$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,128s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,234s$	$m_1 = 38,93\%$							
$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,128s$	$m_3 = 60,98\%$							

Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0,22$ $\Omega_\theta = 0,80$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,243s</math></td> <td><math>m_1 = 57,60\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,134s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,119s</math></td> <td><math>m_3 = 42,39\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,243s$	$m_1 = 57,60\%$	$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,119s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,243s$	$m_1 = 57,60\%$							
$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,119s$	$m_3 = 42,39\%$							
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 10$ m								
	$e_x = 0,29$ $\Omega_\theta = 0,90$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,249s</math></td> <td><math>m_1 = 67,45\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,134s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,08s</math></td> <td><math>m_3 = 32,55\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,249s$	$m_1 = 67,45\%$	$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,08s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,249s$	$m_1 = 67,45\%$							
$T_2 = 0,134s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,08s$	$m_3 = 32,55\%$							
Struttura di base con tre setti in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = -7,5$ m								
	$e_x = -0,12$ $\Omega_\theta = 0,99$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,197s</math></td> <td><math>m_1 = 55,60\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,150s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,121s</math></td> <td><math>m_3 = 44,40\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,197s$	$m_1 = 55,60\%$	$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,121s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,197s$	$m_1 = 55,60\%$							
$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,121s$	$m_3 = 44,40\%$							

Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m								
	$e_x = -0,09$ $\Omega_\theta = 1,05$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,178s</math></td> <td><math>m_1 = 60,24\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,150s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,125s</math></td> <td><math>m_3 = 39,76\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,178s$	$m_1 = 60,24\%$	$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,125s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,178s$	$m_1 = 60,24\%$							
$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,125s$	$m_3 = 39,76\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m								
	$e_x = -0,06$ $\Omega_\theta = 1,13$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,162s</math></td> <td><math>m_1 = 74,60\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,150s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,127s</math></td> <td><math>m_3 = 25,40\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,162s$	$m_1 = 74,60\%$	$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,127s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,162s$	$m_1 = 74,60\%$							
$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,127s$	$m_3 = 25,40\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = -0,03$ $\Omega_\theta = 1,22$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,153s</math></td> <td><math>m_1 = 94,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,150s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,123s</math></td> <td><math>m_3 = 5,54\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,153s$	$m_1 = 94,46\%$	$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,123s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,153s$	$m_1 = 94,46\%$							
$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,123s$	$m_3 = 5,54\%$							

Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m								
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 1,32$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,150s</math></td> <td><math>m_1 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,150s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,114s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,150s$	$m_1 = 100\%$	$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,114s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,150s$	$m_1 = 100\%$							
$T_2 = 0,150s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,114s$	$m_3 = 0\%$							

### 6.3.2 Risultati delle analisi modali del secondo modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 4, per il secondo modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

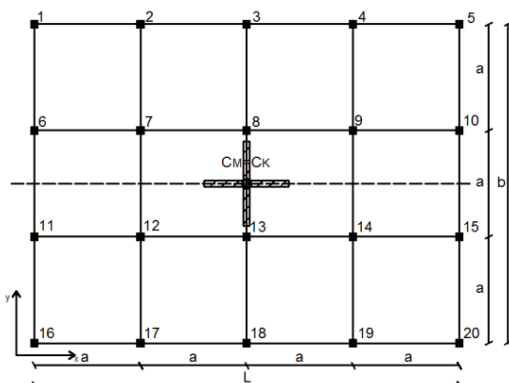
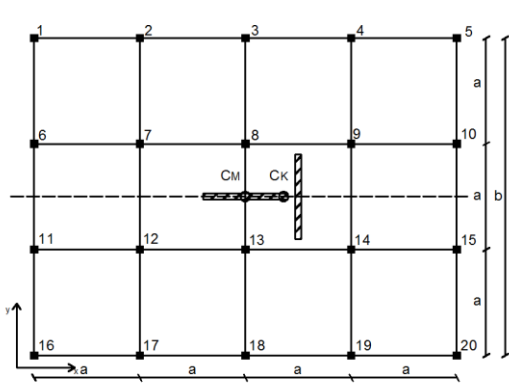
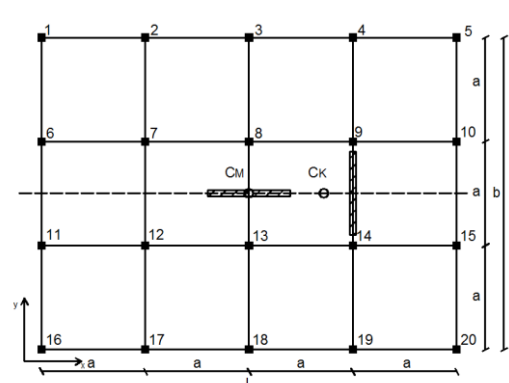
Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

Struttura di base									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,611s</math></td> <td><math>m_1 = 70\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,611s</math></td> <td><math>m_2 = 70\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,497s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,611s$	$m_1 = 70\%$	$T_2 = 0,611s$	$m_2 = 70\%$	$T_3 = 0,497s$	$m_3 = 0\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,611s$	$m_1 = 70\%$								
$T_2 = 0,611s$	$m_2 = 70\%$								
$T_3 = 0,497s$	$m_3 = 0\%$								



Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,519s$ $T_2 = 0,260s$ $T_3 = 0,177s$	$m_1 = 60,15\%$ $m_2 = 82,49\%$ $m_3 = 14,71\%$
Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del C <sub>M</sub>	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,522s$ $T_2 = 0,260s$ $T_3 = 0,197s$	$m_1 = 36,36\%$ $m_2 = 82,50\%$ $m_3 = 47,64\%$
Struttura di base con vano ascensore a x = 7,5 m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,502s$ $T_2 = 0,189s$ $T_3 = 0,136s$	$m_1 = 39,23\%$ $m_2 = 86,45\%$ $m_3 = 38,19\%$

Struttura di base con vano ascensore a $x = 5\text{ m}$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,474s</math></td> <td><math>m_1 = 24,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,189s</math></td> <td><math>m_2 = 86,45\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,158s</math></td> <td><math>m_3 = 55,16\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,474s$	$m_1 = 24,46\%$	$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$	$T_3 = 0,158s$	$m_3 = 55,16\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,474s$	$m_1 = 24,46\%$								
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$								
$T_3 = 0,158s$	$m_3 = 55,16\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5\text{ m}$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,439s</math></td> <td><math>m_1 = 3,62\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,189s</math></td> <td><math>m_2 = 86,45\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,186s</math></td> <td><math>m_3 = 82,85\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,439s$	$m_1 = 3,62\%$	$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$	$T_3 = 0,186s$	$m_3 = 82,85\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,439s$	$m_1 = 3,62\%$								
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$								
$T_3 = 0,186s$	$m_3 = 82,85\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0\text{ m}$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,434s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,189s</math></td> <td><math>m_2 = 86,45\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,189s</math></td> <td><math>m_3 = 86,45\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,434s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$	$T_3 = 0,189s$	$m_3 = 86,45\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,434s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,189s$	$m_2 = 86,45\%$								
$T_3 = 0,189s$	$m_3 = 86,45\%$								

Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,497s$ $T_2 = 0,209s$ $T_3 = 0,209s$	$m_1 = 0\%$ $m_2 = 88,99\%$ $m_3 = 88,99\%$
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 2,5 m$		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,506s$ $T_2 = 0,209s$ $T_3 = 0,198s$	$m_1 = 8,20\%$ $m_2 = 87,33\%$ $m_3 = 74,04\%$
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 5 m$		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,527s$ $T_2 = 0,209s$ $T_3 = 0,175s$	$m_1 = 23,69\%$ $m_2 = 87,43\%$ $m_3 = 57,20\%$

Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 7,5$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,547s</math></td> <td><math>m_1 = 36,75\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,209s</math></td> <td><math>m_2 = 88,22\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,138s</math></td> <td><math>m_3 = 39,28\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,547s$	$m_1 = 36,75\%$	$T_2 = 0,209s$	$m_2 = 88,22\%$	$T_3 = 0,138s$	$m_3 = 39,28\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,547s$	$m_1 = 36,75\%$								
$T_2 = 0,209s$	$m_2 = 88,22\%$								
$T_3 = 0,138s$	$m_3 = 39,28\%$								
Struttura di base con setto orizzontale in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = 10$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,563s</math></td> <td><math>m_1 = 46,26\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,209s</math></td> <td><math>m_2 = 87,43\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,129s</math></td> <td><math>m_3 = 29,11\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,563s$	$m_1 = 46,26\%$	$T_2 = 0,209s$	$m_2 = 87,43\%$	$T_3 = 0,129s$	$m_3 = 29,11\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,563s$	$m_1 = 46,26\%$								
$T_2 = 0,209s$	$m_2 = 87,43\%$								
$T_3 = 0,129s$	$m_3 = 29,11\%$								
Struttura con due setti in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = -10$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,362s</math></td> <td><math>m_1 = 42,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,250s</math></td> <td><math>m_2 = 85,65\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,200s</math></td> <td><math>m_3 = 42,62\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,362s$	$m_1 = 42,36\%$	$T_2 = 0,250s$	$m_2 = 85,65\%$	$T_3 = 0,200s$	$m_3 = 42,62\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,362s$	$m_1 = 42,36\%$								
$T_2 = 0,250s$	$m_2 = 85,65\%$								
$T_3 = 0,200s$	$m_3 = 42,62\%$								

Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,313s$ $T_2 = 0,250s$ $T_3 = 0,207s$	$m_1 = 46,54\%$ $m_2 = 85,65\%$ $m_3 = 38,75\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,275s$ $T_2 = 0,250s$ $T_3 = 0,210s$	$m_1 = 59,17\%$ $m_2 = 85,65\%$ $m_3 = 26,38\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,255s$ $T_2 = 0,250s$ $T_3 = 0,090s$	$m_1 = 79,52\%$ $m_2 = 85,65\%$ $m_3 = 9,12\%$

Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,250s$ $T_2 = 0,250s$ $T_3 = 0,187s$	$m_1 = 85,65\%$ $m_2 = 85,65\%$ $m_3 = 0\%$

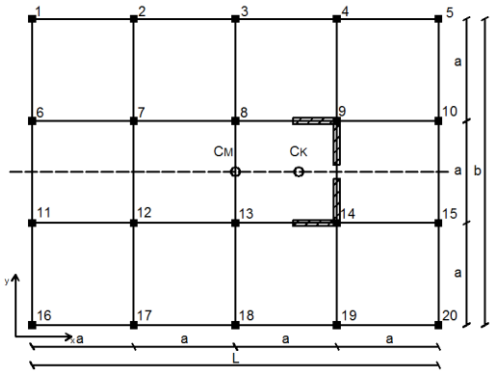
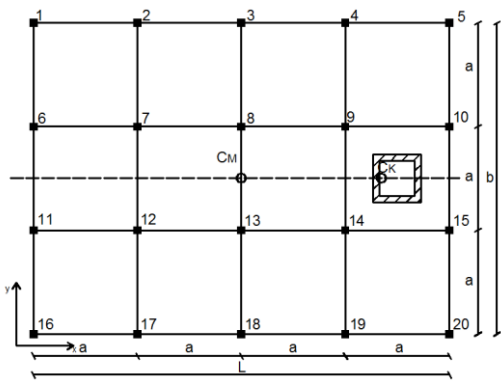
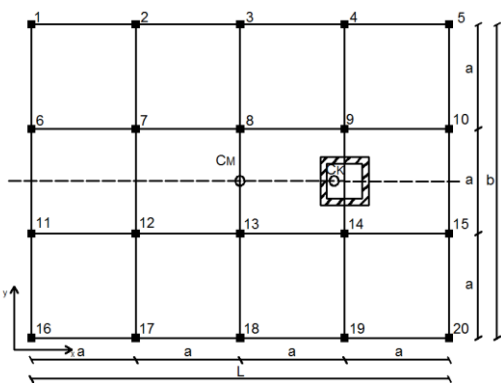
### 6.3.3 Risultati delle analisi modali del terzo modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 4, per il terzo modello.

Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

<b>Struttura di base</b>								
	$e_x = 0$  $\Omega_\theta = 1,25$							
	Primo modello							
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Periodi</th> <th style="width: 50%;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,382s</math></td> <td><math>m_1 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,382s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,310s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,382s$	$m_1 = 100\%$	$T_2 = 0,382s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,310s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,382s$	$m_1 = 100\%$							
$T_2 = 0,382s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,310s$	$m_3 = 0\%$							
<b>Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro</b>								
	$e_x = 0,25$  $\Omega_\theta = 1,30$							
	Primo modello							
	<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">Periodi</th> <th style="width: 50%;">Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,289s</math></td> <td><math>m_1 = 82,11\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,197s</math></td> <td><math>m_2 = 99,97\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,106s</math></td> <td><math>m_3 = 17,86\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,289s$	$m_1 = 82,11\%$	$T_2 = 0,197s$	$m_2 = 99,97\%$	$T_3 = 0,106s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,289s$	$m_1 = 82,11\%$							
$T_2 = 0,197s$	$m_2 = 99,97\%$							
$T_3 = 0,106s$	$m_3 = 17,86\%$							

Struttura di base con setti ad angolo in prossimità del C <sub>M</sub>								
	$e_x = 0,12$ $\Omega_\theta = 0,87$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,314s</math></td> <td><math>m_1 = 45,24\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,197s</math></td> <td><math>m_2 = 99,90\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,163s</math></td> <td><math>m_3 = 54,66\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,314s$	$m_1 = 45,24\%$	$T_2 = 0,197s$	$m_2 = 99,90\%$	$T_3 = 0,163s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,314s$	$m_1 = 45,24\%$							
$T_2 = 0,197s$	$m_2 = 99,90\%$							
$T_3 = 0,163s$	$m_3 = 54,66\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0,27$ $\Omega_\theta = 0,52$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,333s</math></td> <td><math>m_1 = 54,68\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,164s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,118s</math></td> <td><math>m_3 = 45,31\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,333s$	$m_1 = 54,68\%$	$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,118s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,333s$	$m_1 = 54,68\%$							
$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,118s$	$m_3 = 45,31\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m								
	$e_x = 0,18$ $\Omega_\theta = 0,46$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,318s</math></td> <td><math>m_1 = 36,36\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,164s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,138s</math></td> <td><math>m_3 = 63,63\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,318s$	$m_1 = 36,36\%$	$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,138s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,318s$	$m_1 = 36,36\%$							
$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,138s$	$m_3 = 63,63\%$							



Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5\text{ m}$								
	$e_x = 0,05$ $\Omega_\theta = 0,42$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,298s</math></td> <td><math>m_1 = 5,39\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,164s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,161s</math></td> <td><math>m_3 = 94,61\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,298s$	$m_1 = 5,39\%$	$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,161s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,298s$	$m_1 = 5,39\%$							
$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,161s$	$m_3 = 94,61\%$							
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0\text{ m}$								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,41$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,295s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,164s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,164s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,295s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,164s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,295s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,164s$	$m_2 = 100\%$							
Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 0,65$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,311s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,311s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,187s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,311s$	$m_1 = 0\%$							
$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							

Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m								
	$e_x = 0,07$ $\Omega_\theta = 0,66$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,317s</math></td> <td><math>m_1 = 13,71\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,178s</math></td> <td><math>m_3 = 86,29\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,317s$	$m_1 = 13,71\%$	$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,178s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,317s$	$m_1 = 13,71\%$							
$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,178s$	$m_3 = 86,29\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m								
	$e_x = 0,14$ $\Omega_\theta = 0,72$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,330s</math></td> <td><math>m_1 = 36,65\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,158s</math></td> <td><math>m_3 = 63,35\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,330s$	$m_1 = 36,65\%$	$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,158s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,330s$	$m_1 = 36,65\%$							
$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,158s$	$m_3 = 63,35\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = 0,22$ $\Omega_\theta = 0,80$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,343s</math></td> <td><math>m_1 = 54,37\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,129s</math></td> <td><math>m_3 = 45,63\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,343s$	$m_1 = 54,37\%$	$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,129s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,343s$	$m_1 = 54,37\%$							
$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,129s$	$m_3 = 45,63\%$							

Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m								
	$e_x = 0,29$ $\Omega_\theta = 0,90$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,353s</math></td> <td><math>m_1 = 67,39\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,187s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,118s</math></td> <td><math>m_3 = 32,60\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,353s$	$m_1 = 67,39\%$	$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,118s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,353s$	$m_1 = 67,39\%$							
$T_2 = 0,187s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,118s$	$m_3 = 32,60\%$							
Struttura di base con tre setti in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = -10$ m								
	$e_x = -0,12$ $\Omega_\theta = 0,99$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,279s</math></td> <td><math>m_1 = 55,60\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,212s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,172s</math></td> <td><math>m_3 = 44,40\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,279s$	$m_1 = 55,60\%$	$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,172s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,279s$	$m_1 = 55,60\%$							
$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,172s$	$m_3 = 44,40\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m								
	$e_x = -0,09$ $\Omega_\theta = 1,05$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,252s</math></td> <td><math>m_1 = 60,24\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,212s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,177s</math></td> <td><math>m_3 = 39,76\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,252s$	$m_1 = 60,24\%$	$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,177s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,252s$	$m_1 = 60,24\%$							
$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,177s$	$m_3 = 39,76\%$							

Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m								
	$e_x = -0,06$ $\Omega_\theta = 1,13$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,228s</math></td> <td><math>m_1 = 74,60\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,212s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,179s</math></td> <td><math>m_3 = 25,40\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,228s$	$m_1 = 74,60\%$	$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,179s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,228s$	$m_1 = 74,60\%$							
$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,179s$	$m_3 = 25,40\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m								
	$e_x = -0,03$ $\Omega_\theta = 1,22$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,216s</math></td> <td><math>m_1 = 94,46\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,212s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,174s</math></td> <td><math>m_3 = 5,54\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,216s$	$m_1 = 94,46\%$	$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,174s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,216s$	$m_1 = 94,46\%$							
$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,174s$	$m_3 = 5,54\%$							
Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m								
	$e_x = 0$ $\Omega_\theta = 1,32$							
	Primo modello							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,212s</math></td> <td><math>m_1 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,212s</math></td> <td><math>m_2 = 100\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,160s</math></td> <td><math>m_3 = 0\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,212s$	$m_1 = 100\%$	$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$	$T_3 = 0,160s$
Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,212s$	$m_1 = 100\%$							
$T_2 = 0,212s$	$m_2 = 100\%$							
$T_3 = 0,160s$	$m_3 = 0\%$							

### 6.3.4 Risultati delle analisi modali del quarto modello

Si eseguono le analisi modali per la maggior parte dei casi trattati nel capitolo 4, per il quarto modello.

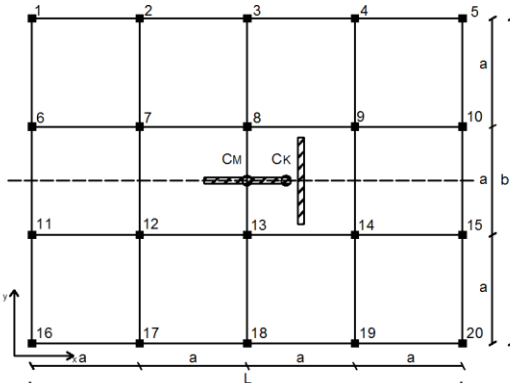
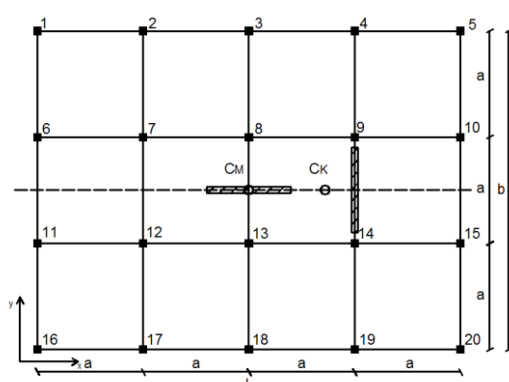
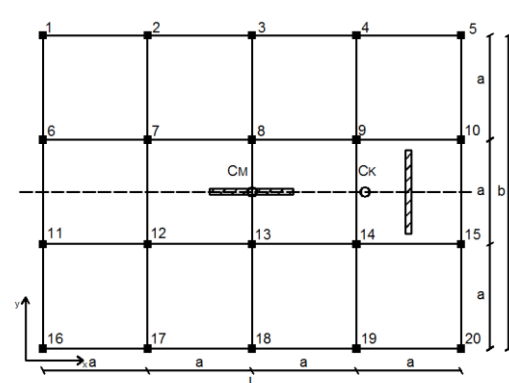
Si riportano di seguito i valori dei primi tre periodi di vibrazione per ogni caso. Il periodo nel riquadro è quello associato al modo di vibrare traslazionale lungo x, gli altri due sono relativi ai modi di vibrare torsionali.

Oltre ai periodi di vibrazione si riporta anche la massa attivata da ciascun modo di vibrare.

Struttura di base	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,709s$ $T_2 = 0,709s$ $T_3 = 0,576s$	$m_1 = 47,63\%$ $m_2 = 47,63\%$ $m_3 = 0\%$
Struttura di base con setti ad angolo in corrispondenza del perimetro	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,625s$ $T_2 = 0,409s$ $T_3 = 0,266s$	$m_1 = 50,55\%$ $m_2 = 74,66\%$ $m_3 = 19,44\%$

Struttura di base con quattro setti in prossimità del $C_M$	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,625s$ $T_2 = 0,409s$ $T_3 = 0,324s$	$m_1 = 33,22\%$ $m_2 = 74,63\%$ $m_3 = 38,94\%$
Struttura di base con vano ascensore a $x = 7,5$ m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,600s$ $T_2 = 0,314s$ $T_3 = 0,233s$	$m_1 = 33,09\%$ $m_2 = 79,59\%$ $m_3 = 26,72\%$
Struttura di base con vano ascensore a $x = 5$ m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,570s$ $T_2 = 0,314s$ $T_3 = 0,270s$	$m_1 = 22,70\%$ $m_2 = 79,59\%$ $m_3 = 58,07\%$

Struttura di base con vano ascensore a $x = 1,5 m$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,532s</math></td> <td><math>m_1 = 3,55\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,314s</math></td> <td><math>m_2 = 79,59\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,309s</math></td> <td><math>m_3 = 75,95\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,532s$	$m_1 = 3,55\%$	$T_2 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$	$T_3 = 0,309s$	$m_3 = 75,95\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,532s$	$m_1 = 3,55\%$								
$T_2 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$								
$T_3 = 0,309s$	$m_3 = 75,95\%$								
Struttura di base con vano ascensore a $x = 0 m$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,526s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,314s</math></td> <td><math>m_2 = 79,59\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,314s</math></td> <td><math>m_2 = 79,59\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,526s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$	$T_3 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,526s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$								
$T_3 = 0,314s$	$m_2 = 79,59\%$								
Struttura di base con due setti in corrispondenza del $C_M$									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,577s</math></td> <td><math>m_1 = 0\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,334s</math></td> <td><math>m_2 = 80,43\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,334s</math></td> <td><math>m_2 = 80,43\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,577s$	$m_1 = 0\%$	$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 80,43\%$	$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 80,43\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,577s$	$m_1 = 0\%$								
$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 80,43\%$								
$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 80,43\%$								

Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,588s$ $T_2 = 0,334s$ $T_3 = 0,320s$	$m_1 = 7,60\%$ $m_2 = 79,29\%$ $m_3 = 71,77\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,613s$ $T_2 = 0,334s$ $T_3 = 0,293s$	$m_1 = 20,66\%$ $m_2 = 79,29\%$ $m_3 = 55,08\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m	
	Secondo modello
	Periodi
	Masse partecipanti
$T_1 = 0,636s$ $T_2 = 0,334s$ $T_3 = 0,234s$	$m_1 = 30,51\%$ $m_2 = 80,32\%$ $m_3 = 15,32\%$



Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,655s</math></td> <td><math>m_1 = 37,84\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,334s</math></td> <td><math>m_2 = 79,29\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,221s</math></td> <td><math>m_3 = 27,14\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,655s$	$m_1 = 37,84\%$	$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 79,29\%$	$T_3 = 0,221s$	$m_3 = 27,14\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,655s$	$m_1 = 37,84\%$								
$T_2 = 0,334s$	$m_2 = 79,29\%$								
$T_3 = 0,221s$	$m_3 = 27,14\%$								
Struttura due setti in corrispondenza del $C_M$ e setto verticale a $x = -10$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,484s</math></td> <td><math>m_1 = 41,05\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,387s</math></td> <td><math>m_2 = 76,83\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,318s</math></td> <td><math>m_3 = 31,84\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,484s$	$m_1 = 41,05\%$	$T_2 = 0,387s$	$m_2 = 76,83\%$	$T_3 = 0,318s$	$m_3 = 31,84\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,484s$	$m_1 = 41,05\%$								
$T_2 = 0,387s$	$m_2 = 76,83\%$								
$T_3 = 0,318s$	$m_3 = 31,84\%$								
Struttura precedente con setto verticale a $x = 2,5$ m									
	Secondo modello								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Periodi</th> <th>Masse partecipanti</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>T_1 = 0,435s</math></td> <td><math>m_1 = 47,75\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_2 = 0,387s</math></td> <td><math>m_2 = 76,77\%</math></td> </tr> <tr> <td><math>T_3 = 0,322s</math></td> <td><math>m_3 = 28,40\%</math></td> </tr> </tbody> </table>	Periodi	Masse partecipanti	$T_1 = 0,435s$	$m_1 = 47,75\%$	$T_2 = 0,387s$	$m_2 = 76,77\%$	$T_3 = 0,322s$	$m_3 = 28,40\%$
	Periodi	Masse partecipanti							
$T_1 = 0,435s$	$m_1 = 47,75\%$								
$T_2 = 0,387s$	$m_2 = 76,77\%$								
$T_3 = 0,322s$	$m_3 = 28,40\%$								

Struttura precedente con setto verticale a $x = 5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,407s$ $T_2 = 0,387s$ $T_3 = 0,327s$	$m_1 = 60,56\%$ $m_2 = 76,83\%$ $m_3 = 16,06\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 7,5$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,390s$ $T_2 = 0,387s$ $T_3 = 0,316s$	$m_1 = 73,58\%$ $m_2 = 76,82\%$ $m_3 = 31,64\%$
Struttura precedente con setto verticale a $x = 10$ m		
	Secondo modello	
	Periodi	Masse partecipanti
	$T_1 = 0,387s$ $T_2 = 0,387s$ $T_3 = 0,296s$	$m_1 = 85,65\%$ $m_2 = 85,65\%$ $m_3 = 0\%$

## 6.4. Sintesi dei risultati ottenuti

Si riporta una sintesi dei risultati ottenuti come nel paragrafo 5.4 del capitolo precedente in termini di Modal Contribution Factors e in termini di periodi di vibrazione normalizzati.

Le definizioni di Modal Contribution Factors e di periodi normalizzati sono state introdotte al capitolo precedente.

### 6.4.1 Risultati ottenuti dal primo e terzo modello

I valori dei Modal Contribution Factors  $MCF_1$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,25$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,25$	$\Omega_\theta = 1,30$	$m_1 = 82,11\%$	$MCF_1 = 0,82$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,12$	$\Omega_\theta = 0,87$	$m_1 = 45,24\%$	$MCF_1 = 0,45$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,52$	$m_1 = 54,68\%$	$MCF_1 = 0,55$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,46$	$m_1 = 36,36\%$	$MCF_1 = 0,36$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,05$	$\Omega_\theta = 0,42$	$m_1 = 5,39\%$	$MCF_1 = 0,05$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,41$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,65$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0,07$	$\Omega_\theta = 0,66$	$m_1 = 13,71\%$	$MCF_1 = 0,14$
Struttura con due setti	$e_x = 0,14$	$\Omega_\theta = 0,72$	$m_1 = 38,93\%$	$MCF_1 = 0,39$
Struttura con due setti	$e_x = 0,22$	$\Omega_\theta = 0,80$	$m_1 = 57,60\%$	$MCF_1 = 0,57$
Struttura con due setti	$e_x = 0,29$	$\Omega_\theta = 0,90$	$m_1 = 67,45\%$	$MCF_1 = 0,67$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,99$	$m_1 = 55,60\%$	$MCF_1 = 0,55$

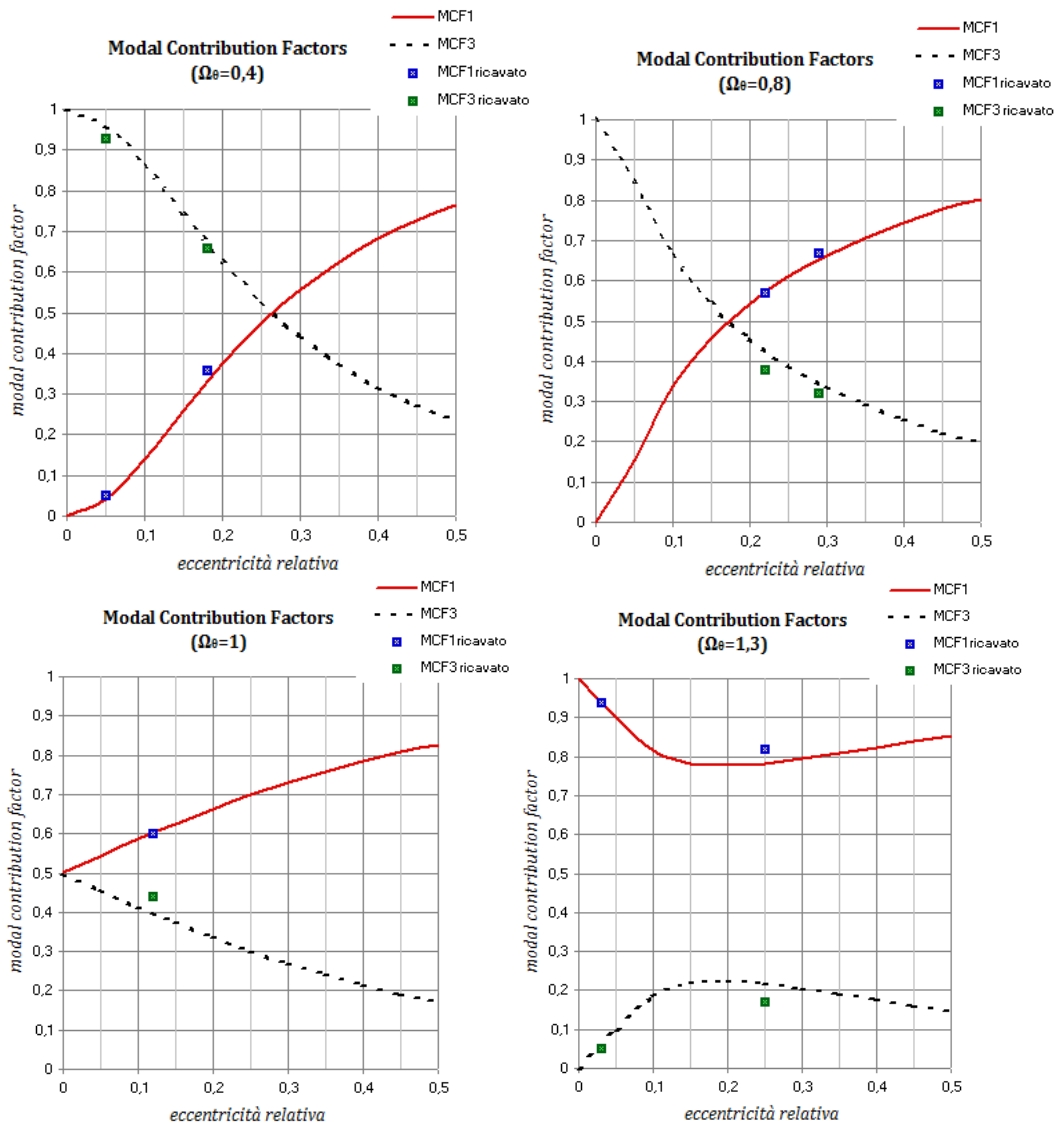
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,09$	$\Omega_\theta = 1,05$	$m_1 = 60,24\%$	$MCF_1 = 0,60$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,06$	$\Omega_\theta = 1,13$	$m_1 = 74,60\%$	$MCF_1 = 0,75$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,03$	$\Omega_\theta = 1,22$	$m_1 = 94,46\%$	$MCF_1 = 0$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,32$	$m_1 = 0\%$	$MCF_1 = 0$

I valori dei Modal Contribution Factors  $MCF_3$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,25$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,25$	$\Omega_\theta = 1,30$	$m_3 = 17,86\%$	$MCF_3 = 0,18$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,12$	$\Omega_\theta = 0,87$	$m_3 = 54,66\%$	$MCF_3 = 0,55$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,52$	$m_3 = 45,31\%$	$MCF_3 = 0,45$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,46$	$m_3 = 63,63\%$	$MCF_3 = 0,64$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,05$	$\Omega_\theta = 0,42$	$m_3 = 94,61\%$	$MCF_3 = 0,94$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,41$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,65$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$
Struttura con due setti	$e_x = 0,07$	$\Omega_\theta = 0,66$	$m_3 = 86,29\%$	$MCF_3 = 0,86$
Struttura con due setti	$e_x = 0,14$	$\Omega_\theta = 0,72$	$m_3 = 60,98\%$	$MCF_3 = 0,61$
Struttura con due setti	$e_x = 0,22$	$\Omega_\theta = 0,80$	$m_3 = 42,39\%$	$MCF_3 = 0,42$
Struttura con due setti	$e_x = 0,29$	$\Omega_\theta = 0,90$	$m_3 = 32,55\%$	$MCF_3 = 0,32$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,99$	$m_3 = 44,40\%$	$MCF_3 = 0,44$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,09$	$\Omega_\theta = 1,05$	$m_3 = 39,76\%$	$MCF_3 = 0,40$

Struttura con quattro setti	$e_x = -0,06$	$\Omega_\theta = 1,13$	$m_3 = 25,40\%$	$MCF_3 = 0,25$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,03$	$\Omega_\theta = 1,22$	$m_3 = 5,54\%$	$MCF_3 = 0,055$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,32$	$m_3 = 0\%$	$MCF_3 = 0$

Si riportano alcuni dei valori ottenuti nei grafici sottostanti, sezioni del grafico in fig. 5.5 per diversi valori di  $\Omega_\theta$ .



**Fig. 6.5** Grafici di alcuni dei valori ottenuti dei Modal Contribution Factor dalle analisi modali

I valori dei rapporti  $\frac{T_1}{T_2}$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,25$	$T_1 = 0,270s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,25$	$\Omega_\theta = 1,30$	$T_1 = 0,204s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,46$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,12$	$\Omega_\theta = 0,87$	$T_1 = 0,222s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,58$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,52$	$T_1 = 0,235s$	$\frac{T_1}{T_2} = 2,02$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,46$	$T_1 = 0,225s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,94$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,05$	$\Omega_\theta = 0,42$	$T_1 = 0,211s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,82$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,41$	$T_1 = 0,209s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,80$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,65$	$T_1 = 0,194s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,45$
Struttura con due setti	$e_x = 0,07$	$\Omega_\theta = 0,66$	$T_1 = 0,224s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,67$
Struttura con due setti	$e_x = 0,14$	$\Omega_\theta = 0,72$	$T_1 = 0,234s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,75$
Struttura con due setti	$e_x = 0,22$	$\Omega_\theta = 0,80$	$T_1 = 0,243s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,81$
Struttura con due setti	$e_x = 0,29$	$\Omega_\theta = 0,90$	$T_1 = 0,249s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,86$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,99$	$T_1 = 0,197s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,31$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,09$	$\Omega_\theta = 1,05$	$T_1 = 0,178s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,19$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,06$	$\Omega_\theta = 1,13$	$T_1 = 0,162s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,08$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,03$	$\Omega_\theta = 1,22$	$T_1 = 0,153s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1,02$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,32$	$T_1 = 0,150s$	$\frac{T_1}{T_2} = 1$

Si riportano le stesse osservazioni effettuate nel paragrafo 5.4.1 per le strutture a pianta quadrata: nei casi torsio-rigidi il rapporto  $T_1/T_L$  è vicino all'unità quindi si ha un periodo fondamentale  $T_1$  prossimo a  $T_L$ .

I sistemi torsio-flessibili sono caratterizzati da un periodo fondamentale  $T_1$  maggiore di  $T_L$ , il rapporto  $T_1/T_L$  è maggiore dell'unità.

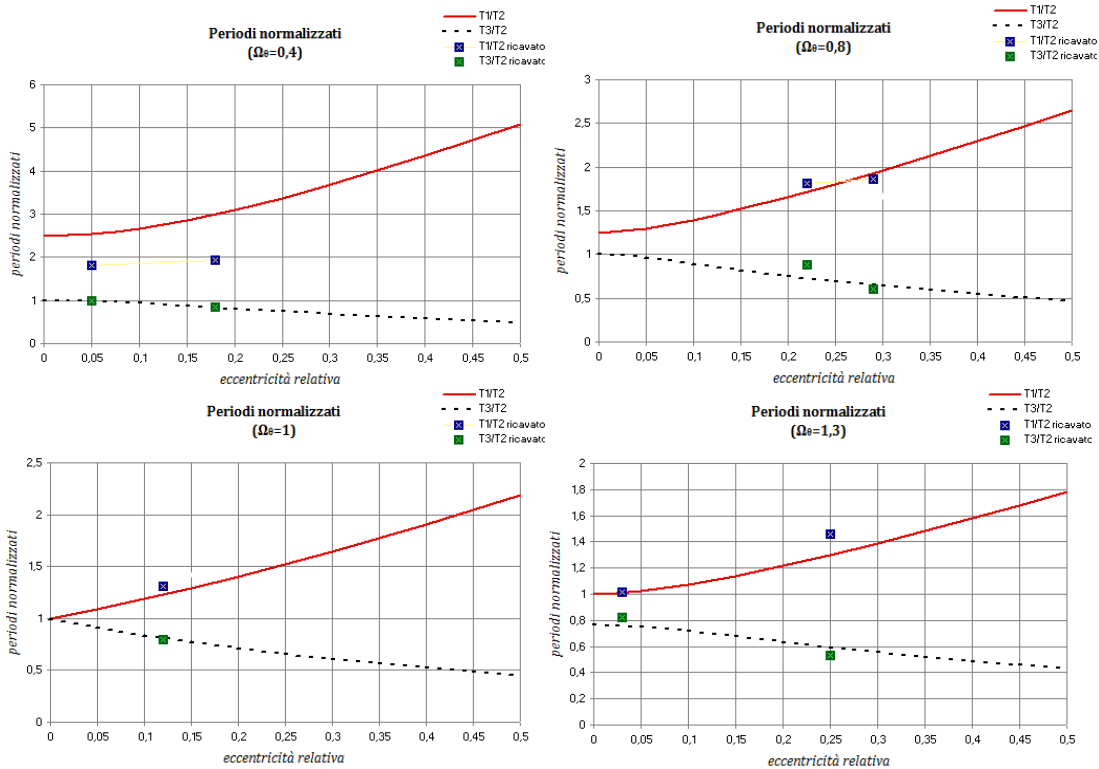
Sia nei sistemi torsio-rigidi che in quelli torsio-flessibili il rapporto aumenta all'aumentare dell'eccentricità a parità di  $\Omega_0$ .

I valori dei rapporti  $\frac{T_3}{T_2}$  ottenuti dal primo e terzo modello sono:

Struttura di base	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,25$	$T_1 = 0,219s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,81$
Struttura con setti agli angoli	$e_x = 0,25$	$\Omega_\theta = 1,30$	$T_3 = 0,075s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,53$
Struttura con setti al centro di massa	$e_x = 0,12$	$\Omega_\theta = 0,87$	$T_3 = 0,115s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,82$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,27$	$\Omega_\theta = 0,52$	$T_3 = 0,085s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,73$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,18$	$\Omega_\theta = 0,46$	$T_3 = 0,097s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,84$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0,05$	$\Omega_\theta = 0,42$	$T_3 = 0,114s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,98$
Struttura con vano ascensore	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,41$	$T_3 = 0,116s$	$\frac{T_3}{T_2} = 1$
Struttura con due setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 0,65$	$T_3 = 0,134s$	$\frac{T_3}{T_2} = 1$
Struttura con due setti	$e_x = 0,07$	$\Omega_\theta = 0,66$	$T_3 = 0,127s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,95$
Struttura con due setti	$e_x = 0,14$	$\Omega_\theta = 0,72$	$T_3 = 0,128s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,95$
Struttura con due setti	$e_x = 0,22$	$\Omega_\theta = 0,80$	$T_3 = 0,119s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,88$
Struttura con due setti	$e_x = 0,29$	$\Omega_\theta = 0,90$	$T_3 = 0,08s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,60$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,12$	$\Omega_\theta = 0,99$	$T_3 = 0,121s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,80$

Struttura con quattro setti	$e_x = -0,09$	$\Omega_\theta = 1,05$	$T_3 = 0,125s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,83$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,06$	$\Omega_\theta = 1,13$	$T_3 = 0,127s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,85$
Struttura con quattro setti	$e_x = -0,03$	$\Omega_\theta = 1,22$	$T_3 = 0,123s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,82$
Struttura con quattro setti	$e_x = 0$	$\Omega_\theta = 1,32$	$T_3 = 0,114s$	$\frac{T_3}{T_2} = 0,76$

Anche in questo caso si possono riportare le osservazioni già fatte nel paragrafo 5.4.1 per le strutture a pianta quadrata: nei casi torsio-rigidi il periodo  $T_3$  è inferiore a  $T_L$ . I sistemi torsio-flessibili sono caratterizzati da un periodo  $T_3$  prossimo a  $T_L$ .



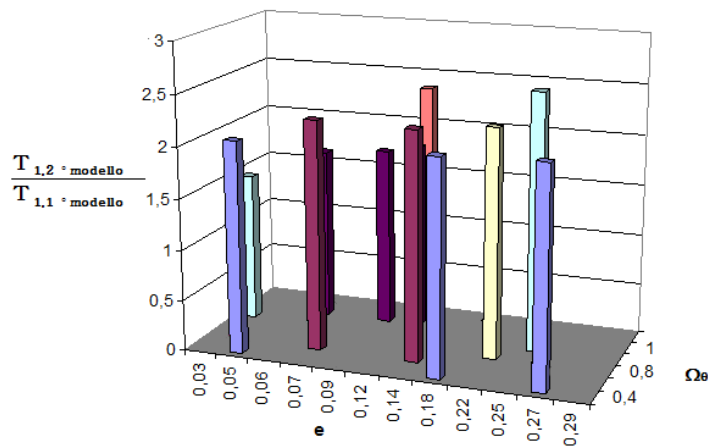
**Fig. 6.6** Grafici di alcuni dei valori ottenuti dei periodi normalizzati dalle analisi modali



### 6.4.2 Risultati ottenuti dal secondo e quarto modello

Per i modelli multipiano si fa riferimento agli stessi valori di  $\Omega_0$  utilizzati nel caso della struttura ad un piano, ipotesi accettabile dato che la struttura mantiene per tutta l'altezza la stessa disposizione degli elementi, perciò lo stesso valore dell'eccentricità.

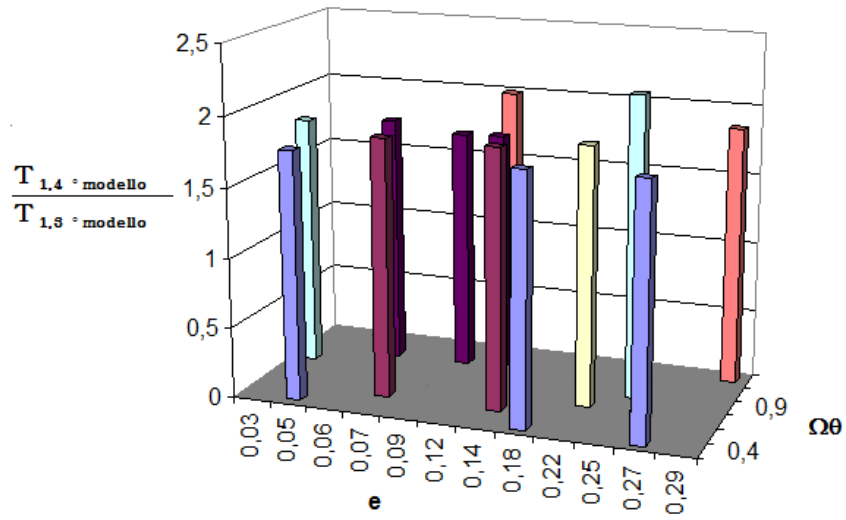
Per poter effettuare un confronto tra i periodi del primo e secondo modello è stato realizzato un grafico dove vengono riportati i rapporti tra il primo periodo di vibrazione del secondo modello e il primo periodo di vibrazione del primo modello in funzione di diversi valori di  $\Omega_0$  ed eccentricità  $e$ .



**Fig. 6.7** Grafico  $\frac{T_{1,2^\circ \text{ modello}}}{T_{1,1^\circ \text{ modello}}}$  per diversi valori di  $\Omega_0$  ed  $e$

Dai risultati ottenuti si nota come per ciascun valore di  $\Omega_0$  ed  $e$  il primo periodo del secondo modello è circa pari al doppio del primo periodo del primo modello.

Lo stesso risultato è stato ricavato confrontando il primo periodo del quarto modello con il primo periodo del primo modello.



**Fig. 6.8** Grafico  $\frac{T_{1,4}^{\circ\text{modello}}}{T_{1,3}^{\circ\text{modello}}}$  per diversi valori di  $\Omega\theta$  ed  $e$

## CAPITOLO 7

### Il comportamento sismico di strutture asimmetriche in pianta

Al fine di eseguire una verifica del metodo “Alpha” sono stati determinati i Magnification Factors.

Per ricavarli è necessario conoscere gli spostamenti della struttura in seguito all’azione sismica. Per le strutture introdotte al capitolo 3 sono state eseguite analisi time-history considerando dieci sismi diversi, sono stati ricavati gli spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa e infine sono stati determinati i Magnification Factors.

#### 7.1 Sismi inseriti

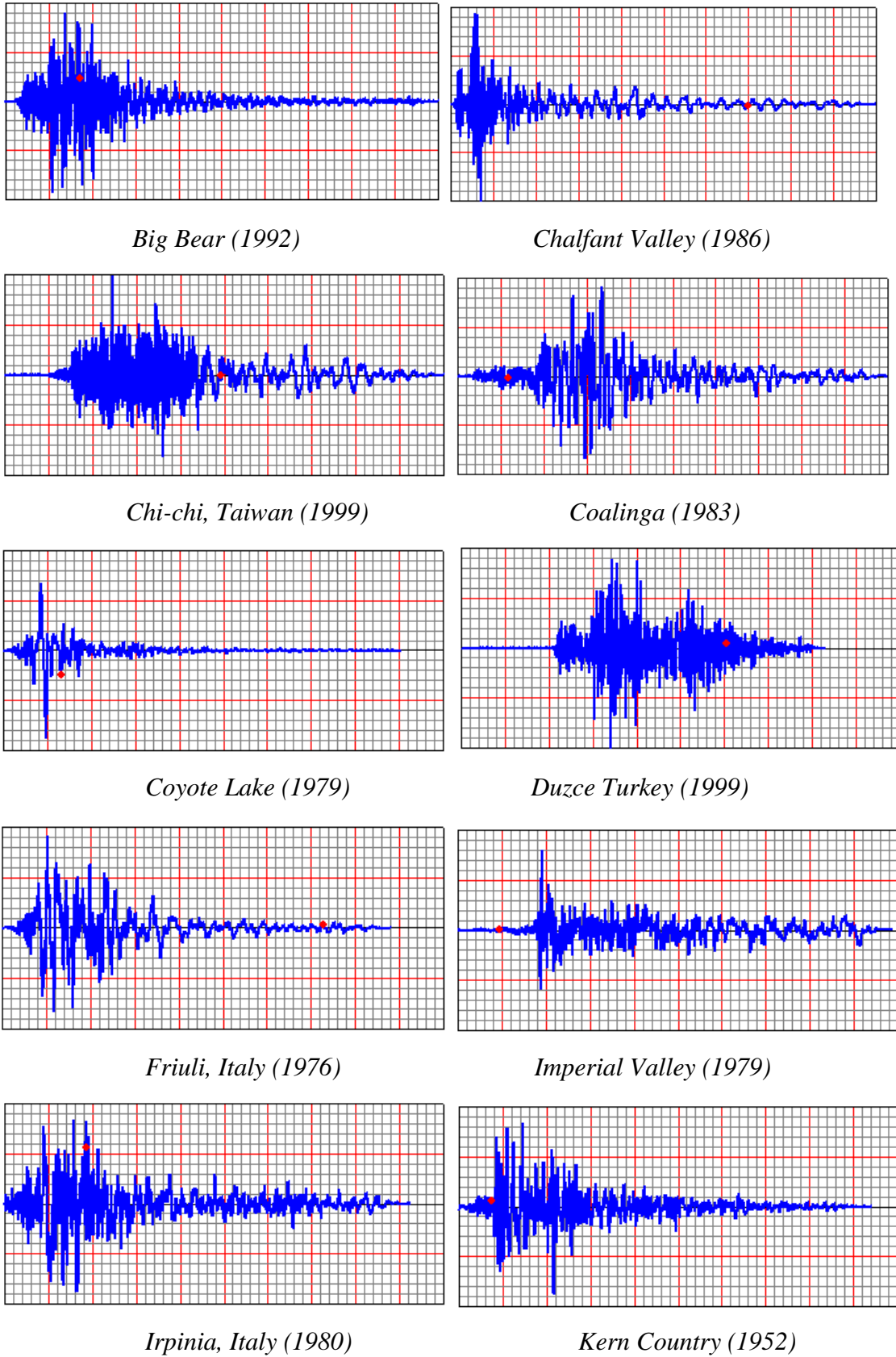
Per eseguire le analisi time-history sono stati impiegati dieci sismi presi dal database PEER (Pacific Earthquake Engineering Research). Gli accelerogrammi dei terremoti considerati sono caratterizzati da valori di picco di accelerazione al suolo e di picco di velocità entro range specifici:

PGA (0,10-0,15 g)

PGV (10-20 cm/s)

I sismi scelti sono i seguenti:

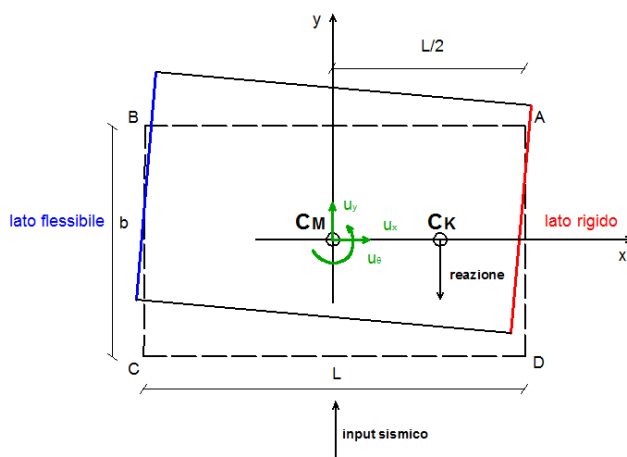
SISMA	Dt	DURATA
Big Bear (1992)	0,01 sec	100 sec
Chalfant Valley (1986)	0,005 sec	39,905 sec
Chi-Chi, Taiwan (1999)	0,004 sec	150 sec
Coalinga (1983)	0,01 sec	40 sec
Coyote Lake (1979)	0,005 sec	27,095 sec
Duzce, Turkey (1999)	0,01 sec	41,50 sec
Friuli, Italy (1976)	0,005 sec	26,39 sec
Imperial Valley (1979)	0,005 sec	39,525 sec
Irpinia, Italy (1980)	0,00291 sec	36,99192 sec
Kern Country (1952)	0,01 sec	75,37 sec



**Fig. 7.1** Accelerogrammi dei dieci sismi considerati.

## 7.2 Metodo “Alpha” per determinare il massimo spostamento longitudinale al lato flessibile e al lato rigido

Nel paragrafo 1.8 è stata introdotta la formulazione del metodo “Alpha” per determinare la massima risposta rotazionale  $u_{\theta \max}$ . È possibile esprimere il metodo in termini di massimo spostamento longitudinale al lato flessibile  $u_{y,F \max}$  o in termini di massimo spostamento longitudinale al lato rigido  $u_{y,S \max}$ , cioè i massimi spostamenti longitudinali rispettivamente al lato della struttura più distante dal centro di rigidità e al lato della struttura più vicino al centro di rigidità.



**Fig 7.2** Rappresentazione del lato flessibile e del lato rigido di una struttura eccentrica in pianta.

## 7.3 Parametri A , B e $\delta$

Prima di tutto definiamo i parametri A, B e  $\delta$ .

Il parametro A, già introdotto al paragrafo 1.7 è definito come:

$$A = \frac{\alpha_{d,eqke}^{def}}{\alpha_u} \quad (7.1)$$

dove  $\alpha_u$  è il parametro “Alpha” nel caso di assenza di smorzamento e vibrazioni libere;  $\alpha_{d,eqke}$  è il parametro “Alpha” nel caso reale con presenza di azione sismica.

Il parametro B è definito come:

$$B = \frac{u_{y,F,\max} - u_{y,CM,\max}}{u_{\theta,\max} \cdot l/2} \quad (7.2)$$

dove  $u_{y,F,\max}$  è il massimo spostamento longitudinale al lato flessibile;  $u_{y,CM,\max}$  è il massimo spostamento longitudinale al centro di massa;  $u_{\theta,\max}$  è la massima risposta rotazionale.

Il parametro  $\delta$  già definito nel paragrafo 1.8 è definito come:

$$\delta = \frac{|u_{y,CM}|_{\max}}{|u_{y,CM}|_{\max,N-E}} \quad (7.3)$$

dove  $u_{y,\max}$  è il massimo spostamento longitudinale rispetto al centro di massa;  $u_{y,\max,N-E}$  è il massimo spostamento longitudinale rispetto al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente.

#### 7.4 Definizione degli spostamenti $u_{y,CM,F,\max}$ e $u_{y,CM,S,\max}$

Nel paragrafo 1.8 è stato introdotto il metodo “Alpha” espresso in termini di massima risposta rotazionale:

$$|u_{\theta}|_{\max} \cong A \cdot \alpha_u \cdot \frac{|u_{y,CM}|_{\max}}{\rho_m} \quad (7.4)$$

Dalla (7.2) si può esprimere il massimo spostamento longitudinale al lato flessibile in funzione del parametro B:

$$u_{y,F,\max} = u_{y,CM,\max} + B \cdot u_{\theta,\max} \cdot \frac{l}{2} \quad (7.5)$$

Sostituendo all'interno della (7.5) la (7.4) si ottiene:

$$u_{y,F,\max} = u_{y,CM,\max} + A \cdot B \cdot \frac{\alpha_u}{\rho_m} \cdot u_{y,CM,\max} \cdot \frac{l}{2} \quad (7.6)$$

Sostituendo all'interno della (7.6) la (7.3) si ottiene:

$$u_{y,F,\max} = u_{y,CM,\max,N-E} \cdot \delta \cdot \left( 1 + A \cdot B \cdot \frac{\alpha_u}{\rho_m} \cdot \frac{l}{2} \right) \quad (7.7)$$

Introducendo il parametro di forma  $\phi = \frac{l}{2 \cdot \rho_m}$  si ha:

$$u_{y,F,\max} = u_{y,CM,\max,N-E} \cdot \delta \cdot (1 + A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.8)$$

In maniera analoga è possibile definire il massimo spostamento longitudinale al lato rigido:

$$u_{y,S,\max} = u_{y,CM,\max,N-E} \cdot \delta \cdot (1 - A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.9)$$

## 7.5 Definizione dei parametri $M_{N-E,\text{flex}}$ , $M_{N-E,\text{stiff}}$ , $M_{CM,\text{flex}}$ e $M_{CM,\text{stiff}}$

A partire dall'equazione (7.8) si definisce  $M_{N-E,\text{flex}}$ , che esprime di quanto si incrementa il massimo spostamento longitudinale al lato flessibile rispetto al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente [4].

$$M_{N-E,\text{flex}} = \frac{u_{y,F,\max}}{u_{y,CM,N-E,\max}} = \delta \cdot (1 + A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.10)$$

A partire dall'equazione (7.9) si definisce  $M_{N-E,stiff}$ , che esprime di quanto si incrementa il massimo spostamento longitudinale al lato rigido rispetto al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente.

$$M_{N-E,stiff} = \frac{u_{y,S,max}}{u_{y,CM,N-E,max}} = \delta \cdot (1 - A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.11)$$

Facendo sempre riferimento alle equazioni (7.8) e (7.9) e ricordando la definizione del parametro  $\delta$ , si ricavano  $M_{CM,flex}$  e  $M_{CM,stiff}$ , che mi esprimono rispettivamente l'incremento del massimo spostamento longitudinale al lato flessibile e del massimo spostamento longitudinale al lato rigido rispetto al massimo spostamento longitudinale al centro di massa.

$$M_{CM,flex} = \frac{u_{y,F,max}}{u_{y,CM,max}} = (1 + A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.12)$$

$$M_{CM,stiff} = \frac{u_{y,S,max}}{u_{y,CM,max}} = (1 - A \cdot B \cdot \alpha_u \cdot \phi) \quad (7.13)$$

## 7.5 Parametri $M_{N-E,stiff}$ , $M_{N-E,flex}$ , $M_{CM,stiff}$ e $M_{CM,flex}$ per le strutture a pianta quadrata

Dopo aver eseguito le analisi time-history per ogni struttura sono stati ricavati i valori degli spostamenti al lato rigido, al lato flessibile e al centro di massa relativi al primo piano ( a quota  $h = 3,5$  m). I valori considerati sono la media tra i massimi spostamenti ottenuti da ciascun analisi time-history, eseguita per ciascun sisma considerato.

Sono state ricavate quattro tabelle, una per ciascun modello precedentemente descritto.

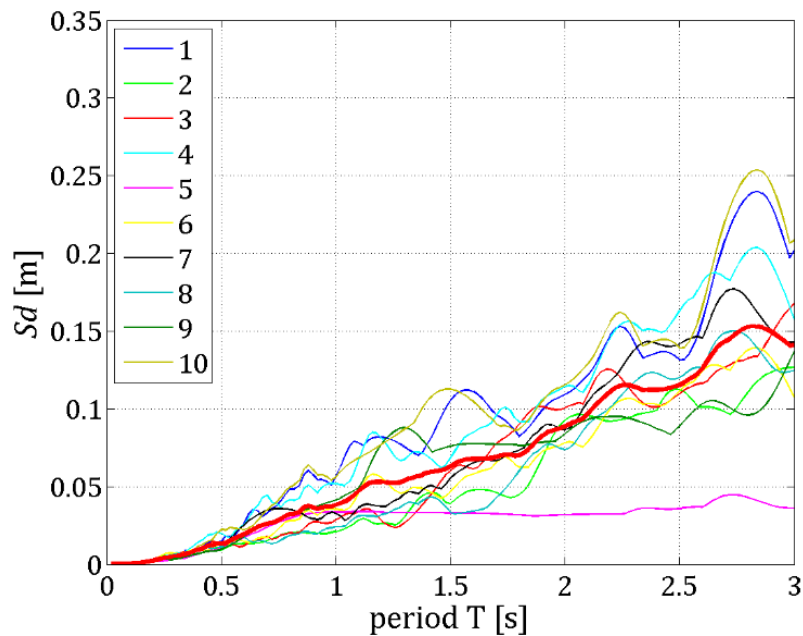


### 7.6.1 Parametri del primo modello

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_0$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente ricavato dallo spettro degli spostamenti, definito come spettro medio tra gli spettri relativi ai dieci sismi considerati. Entrando con il periodo della generica struttura si ricava il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente

$$u_{y,CM,max,N-E}$$



**Fig 7.3** Spettro degli spostamenti

Nella terza colonna si riporta il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato modellando la struttura non eccentrica equivalente attraverso il software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	δ	
	u <sub>y</sub> max,SP	u <sub>y</sub> max,N-E	u <sub>y</sub> stiff	u <sub>y</sub> flex	u <sub>y</sub> CM	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E,f	M,N-E,f	M,N-E,f	M,CM_s	M,CM_s	M,CM_f	M,CM_f	M,CM_f		
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>																		
Ω0=1,37 TL = 0,120 s																		
e=0,24 e(%)=34	0,00076	0,001117	0,001126	0,003298	0,002209	1,008057	1,481579	0,7	2,952551	4,339474	3	0,509733	0,47	1,492983	1,55	1,977619	2	
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>																		
Ω0=0,82 TL = 0,120 s																		
e=0,08 e(%)=11	0,00076	0,001117	0,001139	0,002683	0,00137	1,019696	1,498684	1	2,40197	3,530263	2	0,831387	0,9	1,958394	1,6	1,2265	1,2	
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>																		
Ω0=0,46 TL = 0,102 s																		
e=0,21 e(%)=30	0,000524	0,000624	0,000641	0,00385	0,001715	1,027244	1,223282	0,8	6,169872	7,347328	6,2	0,373761	0,3	2,244898	2,2	2,748397	3	
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>																		
Ω0=0,43 TL = 0,102 s																		
e=0,17 e(%)=24	0,000524	0,000624	0,000841	0,003188	0,001315	1,347756	1,604962	1,1	5,108974	6,083969	4,8	0,639544	0,7	2,424335	2,4	2,107372	2	
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>																		
Ω0=0,40 TL = 0,102 s																		
e=0,06 e(%)=8	0,000524	0,000624	0,000818	0,001305	0,000649	1,310897	1,561069	1,25	2,091346	2,490458	2	1,260401	1,6	2,010786	2,3	1,040064	1	
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>																		
Ω0=0,39 TL = 0,102 s																		
e=0 e(%)=0	0,000524	0,000624	0,000599	0,000599	0,000599	0,959936	1,14313	1	0,959936	1,14313	1	1	1	1	1	1	0,959936	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>																		
Ω0=0,61 TL = 0,117 s																		
e=0 e(%)=0	0,00065	0,000882	0,000892	0,000892	0,000892	1,011569	1,372154	1	1,011569	1,372154	1	1	1	1	1	1	1,011569	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>																		
Ω0=0,64 TL = 0,117 s																		
e=0,09 e(%)=13	0,00065	0,000882	0,001391	0,002659	0,001244	1,577634	2,14	1,1	3,015765	4,090769	2,7	1,118167	1	2,13746	1,9	1,410911	1,3	
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>																		
Ω0=0,70 TL = 0,117 s																		
e=0,18 e(%)=25	0,00065	0,000882	0,000921	0,004296	0,002076	1,044119	1,416308	0,6	4,872065	6,608769	4	0,443534	0,45	2,069618	1,8	2,354089	2	
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>																		
Ω0=0,80 TL = 0,117 s																		
e=0,27 e(%)=38	0,00065	0,000882	0,000417	0,005242	0,00278	0,472383	0,640769	0,55	5,944879	8,064	6	0,149799	0,25	1,885196	1,7	3,153454	3	
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_1</b>																		
Ω0=0,93 TL = 0,133 s																		
e=-0,12 e(%)=17	0,00076	0,00101	0,000771	0,002804	0,001435	0,763366	1,014474	0,75	2,776238	3,689474	2	0,537282	0,6	1,954007	1,7	1,420792	1,3	
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_2</b>																		
Ω0=1 TL = 0,133 s																		
e=-0,08 e(%)=11	0,00076	0,00101	0,000835	0,001879	0,001111	0,826733	1,098684	0,8	1,860396	2,472368	1,55	0,751575	0,75	1,691269	1,6	1,1	1	
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_3</b>																		
Ω0=1,11 TL = 0,133 s																		
e=-0,04 e(%)=5	0,00076	0,00101	0,000887	0,001365	0,001064	0,878218	1,167105	0,9	1,351485	1,796053	1,3	0,833647	0,9	1,282895	1,35	1,053465	1	
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_4</b>																		
Ω0=1,23 TL = 0,133 s																		
e=0 e(%)=0	0,00076	0,00101	0,00108	0,00108	0,00108	1,069307	1,421053	1	1,069307	1,421053	1	1	1	1	1	1	1,069307	1

Tabella 7.1 Magnification Factors per il primo modello

## 7.6.2 Parametri del secondo modello

Nella valutazione dei Magnification Factors per il secondo modello, a cinque piani, sono stati considerati gli stessi valori del parametro  $\Omega_\theta$  ricavati per la struttura ad un piano, ipotesi accettabile dato che ogni piano risulta caratterizzato dalla stessa disposizione degli elementi resistenti, perciò dalla stessa eccentricità.

Anche in questo caso vengono riportati i massimi spostamenti longitudinali al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa riferiti al primo piano a quota  $h = 3,5$  m.

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_\theta$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dal modello realizzato con il software Sap2000.

Per il secondo e quarto modello si calcolano i Magnification Factors facendo riferimento esclusivamente al valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ottenuto attraverso la modellazione in Sap2000 della struttura non eccentrica equivalente. Non si può far riferimento al valore dello spostamento ottenuto dallo spettro poiché questo restituisce un valore di massimo spostamento riferito ad un oscillatore semplice. Nel caso delle strutture multipiano il valore di spostamento restituito dallo spettro entrando con il periodo assegnato è circa pari al valore dello spostamento che si ottiene attraverso il modello non eccentrico equivalente realizzato tramite Sap2000 al baricentro (al quinto piano per la struttura a dieci piani).

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	uymax,1,N-E	uy_stiff	uy_flex	uy_CM	da SAP M,N-E_s	da grafico M,N-E_s	da SAP M,N-E,f	da grafico M,N-E,f	da SAP M,CM_s	da grafico M,CM_s	da SAP M,CM_f	da grafico M,CM_f	δ	
	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>														
Ω0=1,37 TL = 0,208 s														
e=0,24 e(%)=34	0,001094	0,000714	0,002003	0,001347	0,652651	0,6	1,830896	3	0,530067	0,4	1,487008	1,8	1,231261	1,7
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>														
Ω0=0,82 TL = 0,208 s														
e=0,08 e(%)=11	0,001094	0,001551	0,002257	0,001427	1,417733	1,2	2,063071	2	1,086896	0,75	1,58164	1,7	1,304388	1,1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>														
Ω0=0,46 TL =0,166 s														
e=0,21 e(%)=30	0,000297	0,000529	0,002624	0,001214	1,781145	0,7	8,835017	8	0,43575	0,4	2,16145	2,3	4,087542	4
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>														
Ω0=0,43 TL = 0,166 s														
e=0,17 e(%)=24	0,000297	0,000626	0,002192	0,000975	2,107744	1	7,380471	7	0,642051	0,7	2,248205	2,6	3,282828	3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>														
Ω0=0,40 TL = 0,166 s														
e=0,06 e(%)=8	0,000297	0,000755	0,001118	0,000669	2,542088	1,25	3,76431	3	1,12855	1,7	1,671151	1,75	2,252525	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>														
Ω0=0,39 TL = 0,166 s														
e=0 e(%)=0	0,000297	0,000681	0,000681	0,000681	2,292929	1	2,292929	1	1	1	1	1	2,292929	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>														
Ω0=0,61 TL = 0,183 s														
e=0 e(%)=0	0,000409	0,00098	0,00098	0,00098	2,396088	1	2,396088	1	1	1	1	1	2,396088	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>														
Ω0=0,64 TL = 0,183 s														
e=0,09 e(%)=13	0,000409	0,001585	0,002113	0,001358	3,875306	1,25	5,166259	4	1,167158	0,8	1,555965	1,7	3,320293	1,1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>														
Ω0=0,70 TL = 0,183 s														
e=0,18 e(%)=25	0,000409	0,001161	0,003352	0,001995	2,839364	0,8	8,19511	5	0,582251	0,5	1,680521	1,7	4,876528	2,5
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>														
Ω0=0,80 TL = 0,183 s														
e=0,27 e(%)=38	0,000409	0,0004	0,003576	0,001914	0,977995	1	8,743521	8	0,208997	0,3	1,868488	1,8	4,679462	4
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 1</b>														
Ω0=0,93 TL = 0,219 s														
e=-0,12 e(%)=17	0,000651	0,001014	0,002135	0,001244	1,557604	0,7	3,27957	3	0,815113	0,7	1,716238	1,7	1,910906	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 2</b>														
Ω0=1 TL = 0,219 s														
e=-0,08 e(%)=11	0,000651	0,001114	0,0019	0,001198	1,711214	0,8	2,918587	2	0,929883	0,75	1,585977	1,7	1,840246	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 3</b>														
Ω0=1,11 TL = 0,219 s														
e=-0,04 e(%)=5	0,000651	0,000997	0,001755	0,001258	1,53149	1	2,695853	1,5	0,792528	0,8	1,395072	1,5	1,932412	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 4</b>														
Ω0=1,23 TL = 0,219 s														
e=0 e(%)=0	0,000651	0,001325	0,001325	0,001325	2,03533	1	2,03533	1	1	1	1	1	2,03533	1

Tabella 7.2 Magnification Factors per il secondo modello

### 7.6.3 Parametri del terzo modello

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_\theta$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dallo spettro degli spostamenti, nella terza colonna il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ottenuto realizzando un modello attraverso il Software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

		da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico			
	uymax,sp	uymax,N-E	uy_stiff	uy_flex	uy_CM	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E,f	M,N-E,f	M,N-E,f	M,CM_s	M,CM_s	M,CM_f	M,CM_f	δ	
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>																	
Ω0=1,37 TL = 0,171 s																	
e=0,24 e(%)=34	0,0021	0,002914	0,002522	0,007532	0,005014	0,865477	1,200952	0,7	2,584763	3,586667	2,8	0,502992	0,47	1,502194	1,55	1,720659	1,8
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>																	
Ω0=0,82 TL = 0,171 s																	
e=0,08 e(%)=11	0,0021	0,002914	0,003317	0,005521	0,002935	1,138298	1,579524	0,9	1,894647	2,629048	2	1,130153	0,9	1,88109	1,6	1,007207	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>																	
Ω0=0,46 TL = 0,145 s																	
e=0,21 e(%)=30	0,0011	0,00124	0,001369	0,007291	0,00321	1,104032	1,244545	0,8	5,879839	6,628182	7	0,42648	0,45	2,27134	2,2	2,58871	2,6
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>																	
Ω0=0,43 TL = 0,145 s																	
e=0,17 e(%)=24	0,0011	0,00124	0,001826	0,006148	0,002499	1,472581	1,66	1,2	4,958065	5,589091	4,9	0,730692	0,7	2,460184	2,5	2,015323	2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>																	
Ω0=0,40 TL = 0,145 s																	
e=0,06 e(%)=8	0,0011	0,00124	0,002062	0,002637	0,00129	1,662903	1,874545	1,3	2,126613	2,397273	2,5	1,59845	1,6	2,044186	2,3	1,040323	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>																	
Ω0=0,39 TL = 0,145 s																	
e=0 e(%)=0	0,0011	0,00124	0,001268	0,001268	0,001268	1,022581	1,152727	1	1,022581	1,152727	1	1	1	1	1	1,022581	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>																	
Ω0=0,61 TL = 0,166 s																	
e=0 e(%)=0	0,0015	0,001954	0,002059	0,002059	0,002059	1,053889	1,372867	1	1,053889	1,372867	1	1	1	1	1	1,053889	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>																	
Ω0=0,64 TL = 0,166 s																	
e=0,09 e(%)=13	0,0015	0,001954	0,003582	0,004977	0,002733	1,833009	2,3878	1,8	2,547134	3,318067	2,3	1,310586	0,9	1,821179	1,7	1,398618	1,3
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>																	
Ω0=0,70 TL = 0,166 s																	
e=0,18 e(%)=25	0,0015	0,001954	0,002298	0,008066	0,003851	1,176151	1,532133	0,6	4,127789	5,377133	3,8	0,596765	0,45	2,094389	1,8	1,97088	1,8
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>																	
Ω0=0,80 TL = 0,166 s																	
e=0,27 e(%)=38	0,0015	0,001954	0,000833	0,009284	0,004857	0,426459	0,555533	0,6	4,751024	6,189	4	0,171563	0,25	1,911326	1,8	2,485722	2,5
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_1</b>																	
Ω0=0,93 TL = 0,189 s																	
e=-0,12 e(%)=17	0,0021	0,002914	0,002081	0,00637	0,003246	0,714139	0,990952	0,75	2,185999	3,033333	2	0,641097	0,7	1,962415	1,7	1,113933	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_2</b>																	
Ω0=1 TL = 0,189 s																	
e=-0,08 e(%)=11	0,0021	0,002914	0,002099	0,004402	0,002631	0,720316	0,999524	0,8	1,510638	2,09619	1,55	0,797796	1	1,673128	1,6	0,902883	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_3</b>																	
Ω0=1,11 TL = 0,189 s																	
e=-0,04 e(%)=5	0,0021	0,002914	0,002107	0,003714	0,002751	0,723061	1,003333	0,9	1,274537	1,768571	1,3	0,765903	0,9	1,350055	1,35	0,944063	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_4</b>																	
Ω0=1,23 TL = 0,189 s																	
e=0 e(%)=0	0,0021	0,002914	0,002762	0,002762	0,002762	0,947838	1,315238	1	0,947838	1,315238	1	1	1	1	1	0,947838	1

Tabella 7.3 Magnification Factors per il terzo modello

#### 7.6.4 Parametri del quarto modello

Nella valutazione dei Magnification Factors per il quarto modello, a dieci piani, sono stati considerati gli stessi valori del parametro  $\Omega_\theta$  ricavati per la struttura ad un piano, ipotesi accettabile dato che ogni piano risulta caratterizzato dalla stessa disposizione degli elementi resistenti, perciò dalla stessa eccentricità.

Anche in questo caso vengono riportati i massimi spostamenti longitudinali al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa riferiti al primo piano a quota  $h = 3,5$  m.

Per il massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente viene considerato il valore ricavato dal modello eseguito attraverso il software Sap2000.

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_\theta$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dal modello realizzato con il software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	u <sub>y</sub> max,1,N-E	u <sub>y</sub> stiff	u <sub>y</sub> flex	u <sub>y</sub> CM	da SAP M,N-E_s	da grafico M,N-E_s	da SAP M,N-E,f	da grafico M,N-E,f	da SAP M,CM_s	da grafico M,CM_s	da SAP M,CM_f	da grafico M,CM_f	δ	δ da grafico
	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>														
Ω0=1,37 TL = 0,307 s														
e=0,24 e(%) =34	0,000629	0,000678	0,001256	0,000946	1,077901	0,7	1,99682	2,5	0,716702	0,47	1,327696	1,55	1,503975	1,8
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>														
Ω0=0,82 TL = 0,334 s														
e=0,08 e(%) =11	0,000629	0,000958	0,001194	0,000949	1,523052	1,2	1,898251	1,2	1,009484	0,9	1,258166	1,6	1,508744	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>														
Ω0=0,46 TL =0,281 s														
e=0,21 e(%) =30	0,000245	0,000649	0,00123	0,000857	2,64898	0,8	5,020408	5	0,757293	0,7	1,435239	2	3,497959	2,5
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>														
Ω0=0,43 TL =0,281 s														
e=0,17 e(%) =24	0,000245	0,000788	0,001118	0,000879	3,216327	1,2	4,563265	4,5	0,896473	0,8	1,2719	2	3,587755	3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>														
Ω0=0,40 TL =0,281 s														
e=0,06 e(%) =8	0,000245	0,000923	0,00098	0,000903	3,767347	1,4	4	1,5	1,022148	1,4	1,085271	1,3	3,685714	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>														
Ω0=0,39 TL =0,281 s														
e=0 e(%) =0	0,000245	0,000902	0,000902	0,000902	3,681633	1	3,681633	1	1	1	1	1	3,681633	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>														
Ω0=0,61 TL = 0,330 s														
e=0 e(%) =0	0,001094	0,001062	0,001062	0,001062	0,971024	1	0,971024	1	1	1	1	1	0,971024	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>														
Ω0=0,64 TL = 0,330 s														
e=0,09 e(%) =13	0,001094	0,000977	0,001289	0,001069	0,893236	1,2	1,178245	2	0,914125	0,9	1,2058	1,7	0,977148	1,1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>														
Ω0=0,70 TL = 0,330 s														
e=0,18 e(%) =25	0,001094	0,000961	0,00141	0,001139	0,878428	0,8	1,288848	2,8	0,843723	0,7	1,237928	1,8	1,041133	1,5
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>														
Ω0=0,80 TL = 0,330 s														
e=0,27 e(%) =38	0,001094	0,000661	0,001467	0,000951	0,604205	0,6	1,340951	5	0,695058	0,25	1,542587	1,8	0,869287	2,2
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_1</b>														
Ω0=0,93 TL = 0,348 s														
e=-0,12 e(%) =17	0,00039	0,000982	0,001216	0,000921	2,517949	0,75	3,117949	2	1,066232	0,7	1,320304	1,7	2,361538	1,1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_2</b>														
Ω0=1 TL = 0,348 s														
e=-0,08 e(%) =11	0,00039	0,000959	0,001219	0,000879	2,458974	0,8	3,125641	3	1,091013	1	1,386803	1,6	2,253846	1,1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_3</b>														
Ω0=1,11 TL = 0,348 s														
e=-0,04 e(%) =5	0,00039	0,000889	0,001243	0,001007	2,279487	0,9	3,187179	1,3	0,88282	0,9	1,234359	1,35	2,582051	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_4</b>														
Ω0=1,23 TL = 0,348 s														
e=0 e(%) =0	0,00039	0,00109	0,00109	0,00109	2,794872	1	2,794872	1	1	1	1	1	2,794872	1

Tabella 7.4 Magnification Factors per il quarto modello



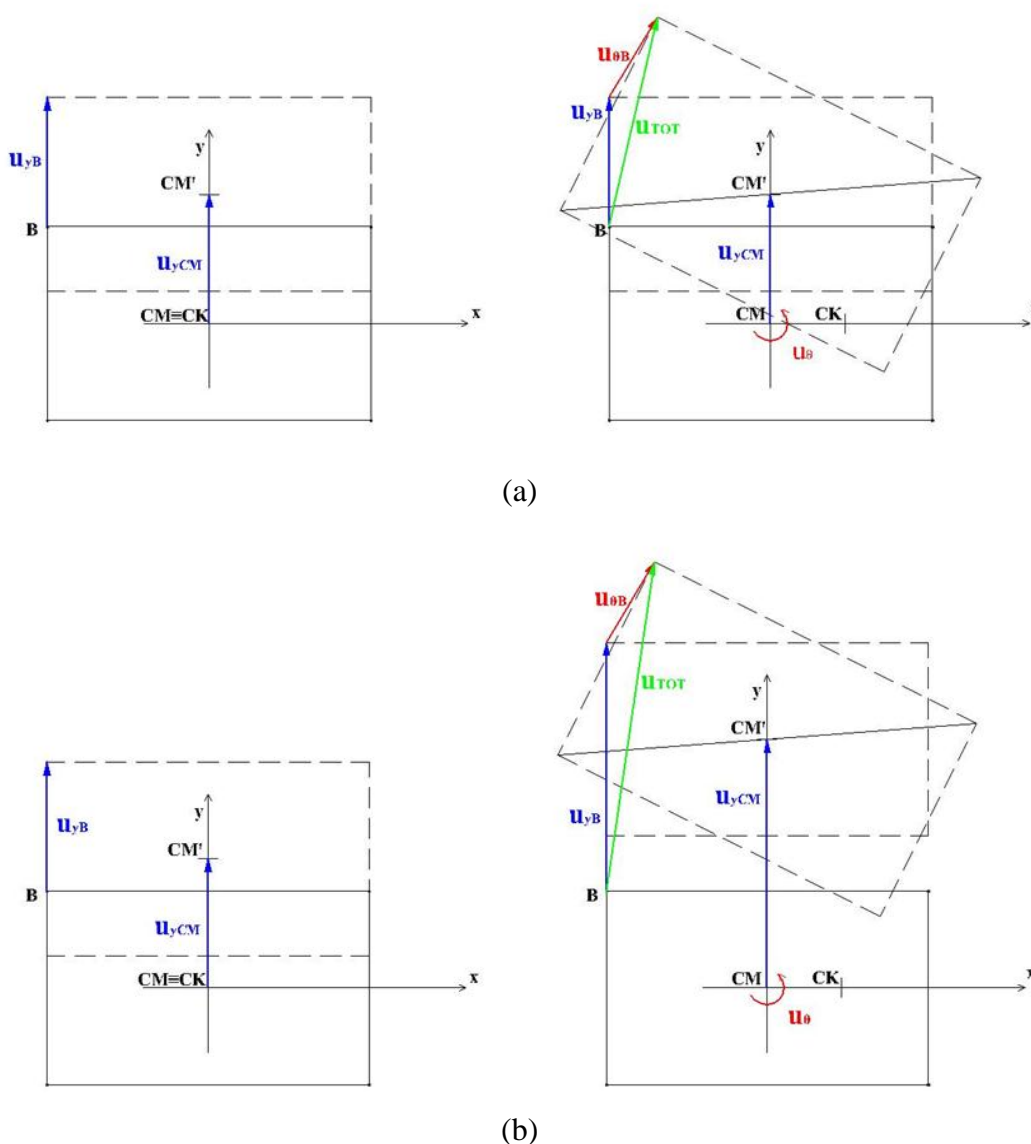
## 7.7 Sintesi dei risultati ottenuti

### 7.7.1 Risultati del primo e terzo modello

Osservando i risultati ricavati nelle tabelle 7.1 e 7.2 è possibile notare come i valori dei  $M_{N-E, stiff}$  risultano circa pari ad uno mentre i valori dei  $M_{N-E, flex}$  sono maggiori dell'unità.

Tra tutti gli  $M_{N-E, flex}$  ricavati, i valori maggiori si ottengono per strutture torsio-flessibili, poiché queste sono caratterizzate da un massimo spostamento longitudinale al centro di massa maggiore rispetto a quello della struttura non eccentrica equivalente, a differenza delle strutture torsio-rigide.

Nella fig. 7.4 è possibile osservare il comportamento appena descritto.



**Fig. 7.4** (a) sistema torsio-rigido; (b) sistema torsio-flessibile.

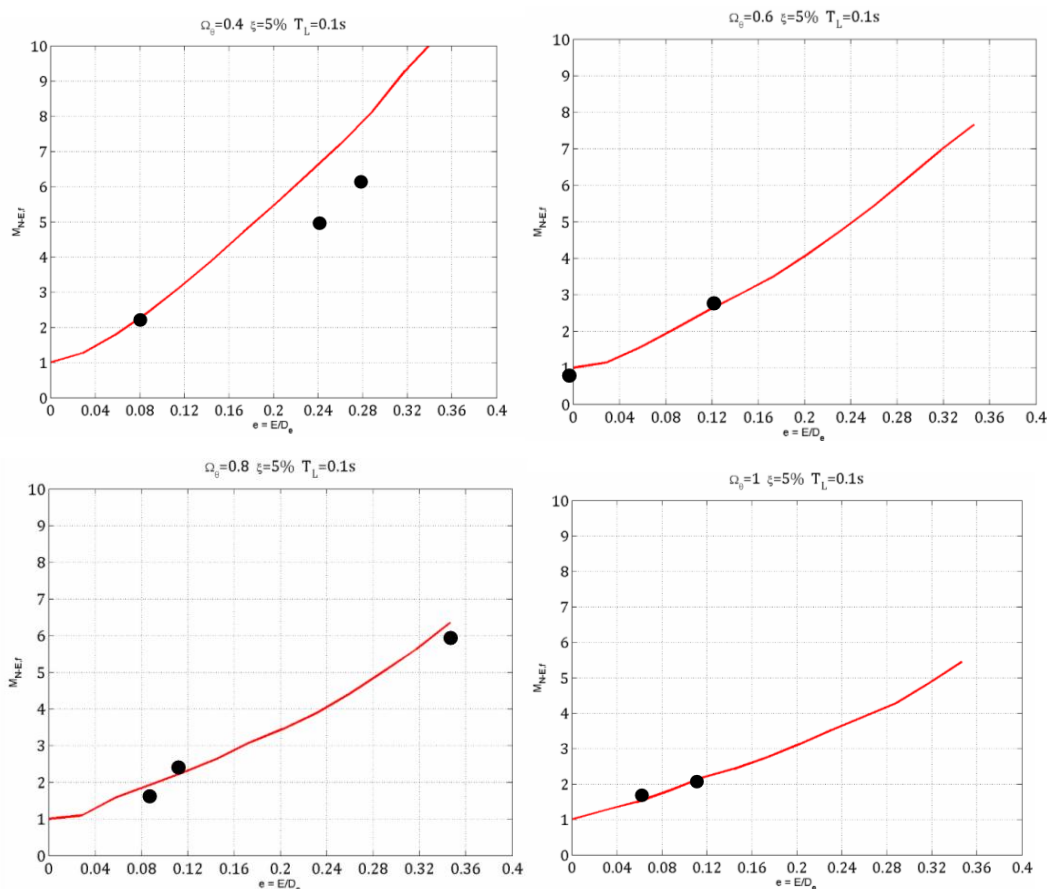
Nel caso delle strutture ad un piano (primo e terzo modello), il metodo è stato verificato.

Sono stati ricavati dei valori dei Magnification Factors prossimi a quelli attesi per diversi valori di  $\Omega_\theta$  ed eccentricità  $e$ .

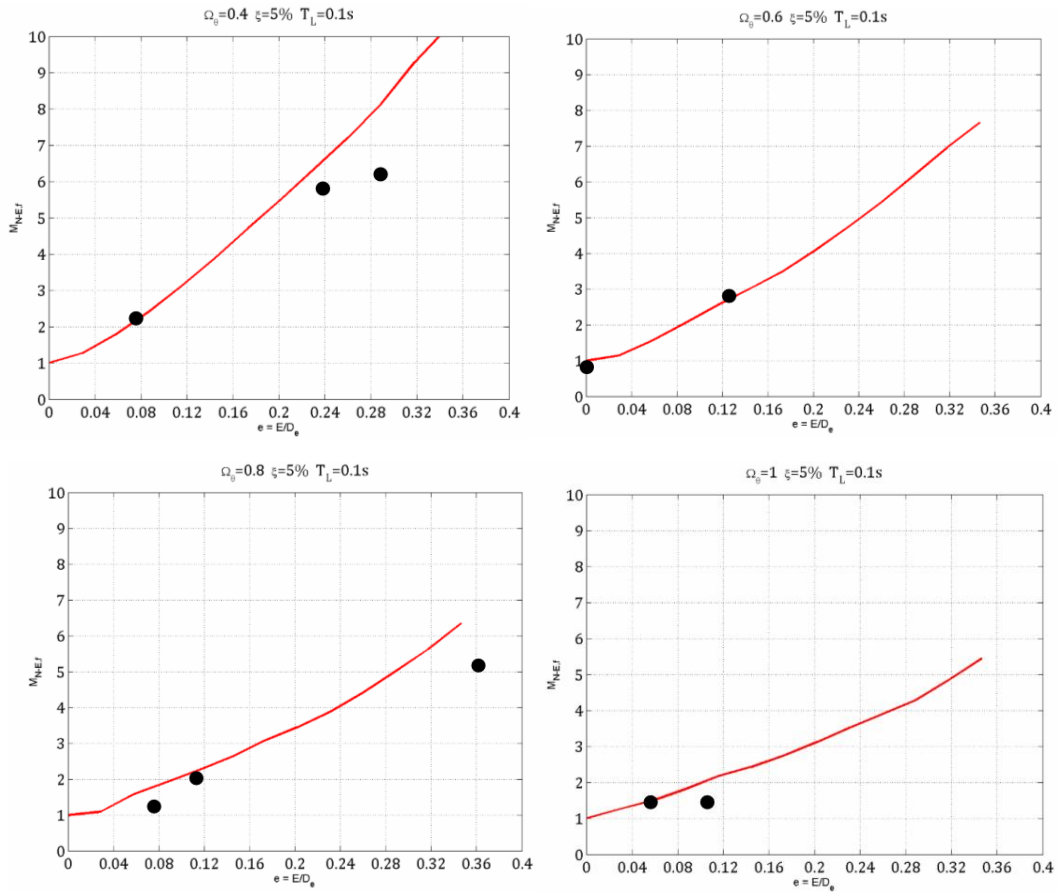
Si riportano i grafici (fig. 7.5) di  $M_{N-E,flex}$  per alcuni valori di  $\Omega_\theta$ .

I punti rappresentano i valori di  $M_{N-E,flex}$  ottenuti attraverso le analisi time-history riportati nelle tabelle 7.1 e 7.2.

Le curve rappresentano la (7.10) e sono state ricavate con il software Matlab attraverso un'integrazione dell'equazione del moto con il metodo di Newmark e l'iterazione di Newton-Raphson fatta combinando vari valori dei parametri indipendenti.



**Fig. 7.5** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al primo modello



**Fig. 7.6** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al terzo modello

Osservando i grafici si può vedere che per le strutture torsio-flessibili per alte eccentricità i punti si discostano maggiormente dalla curva di riferimento.

Questo a causa del fenomeno chiamato “*Period Shifting*” che si verifica proprio per strutture torsio-flessibili, soprattutto ad alte eccentricità, come mostrato nella fig. 7.4 (b).

Si riportano i grafici del parametro  $\delta$  per gli stessi valori di  $\Omega_0$  ed eccentricità  $e$ .

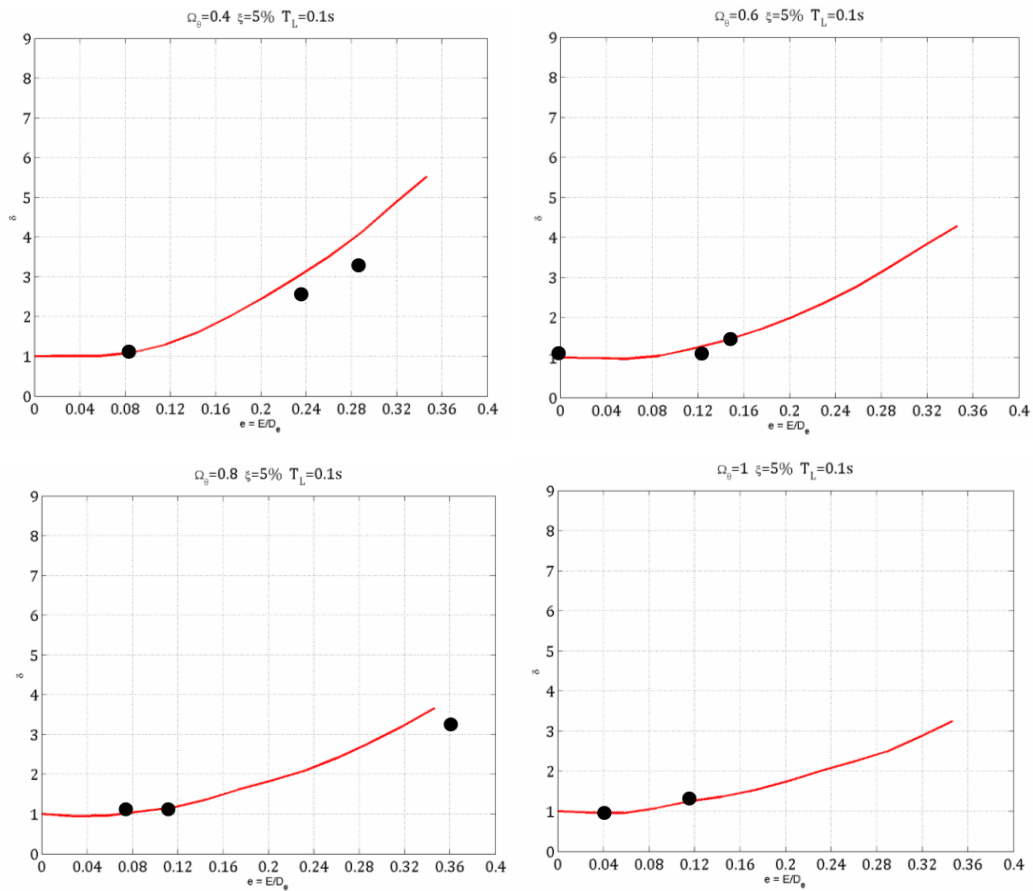
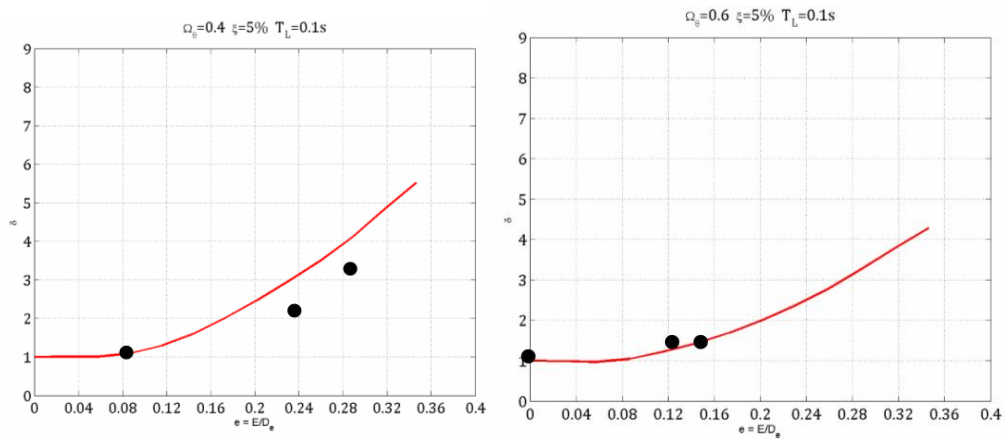


Fig. 7.7 Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al primo modello



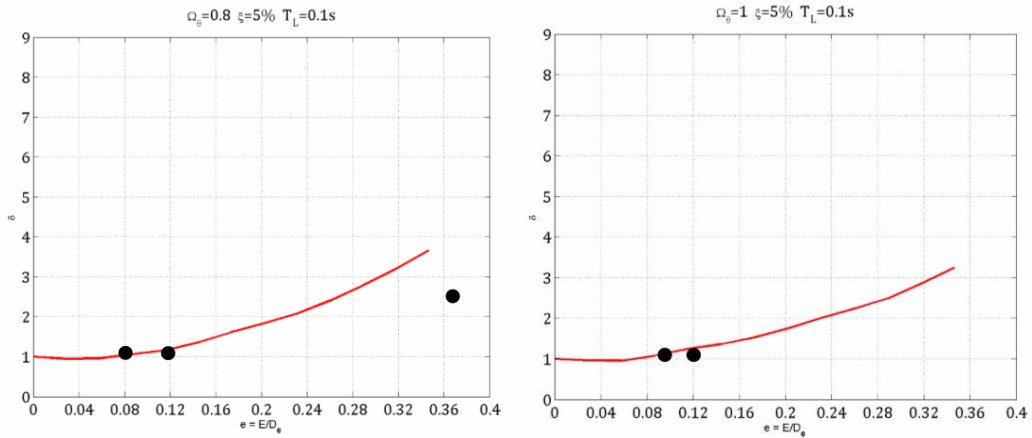
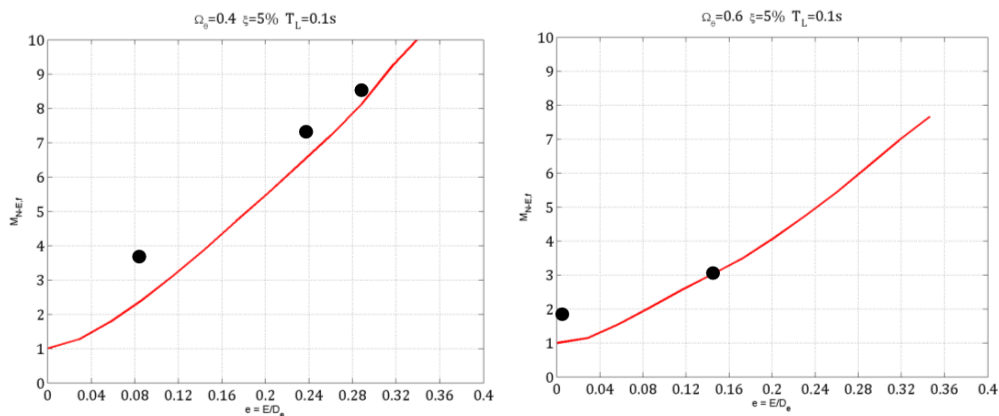


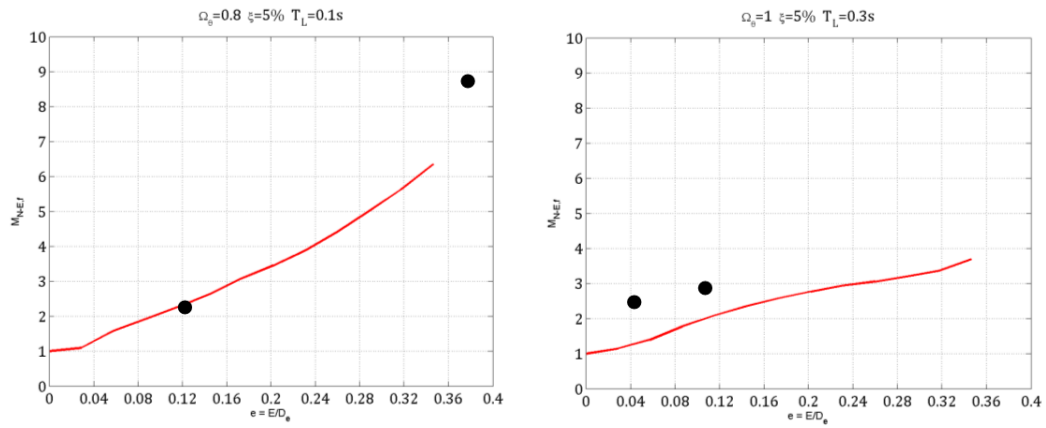
Fig. 7.8 Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al terzo modello

### 7.7.2 Risultati del secondo e quarto modello

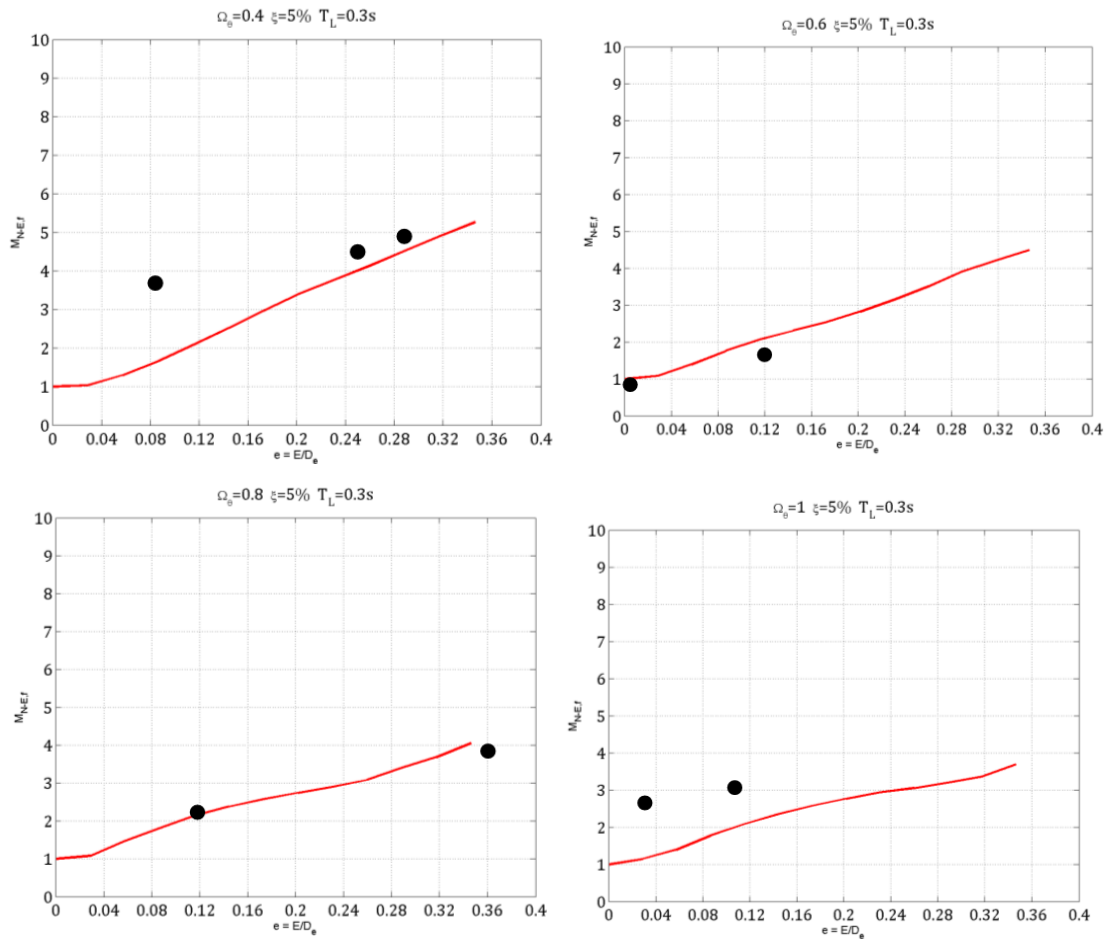
Nel caso delle strutture a cinque e dieci piani (secondo e quarto modello), il metodo risulta verificato. Sia i Magnification Factors relativi al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura che quelli relativi al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente sono prossimi a quelli ottenuti dalle curve prese come riferimento.

Si riportano i grafici di  $M_{N-E, felx}$  per alcuni valori di  $\Omega_0$ .



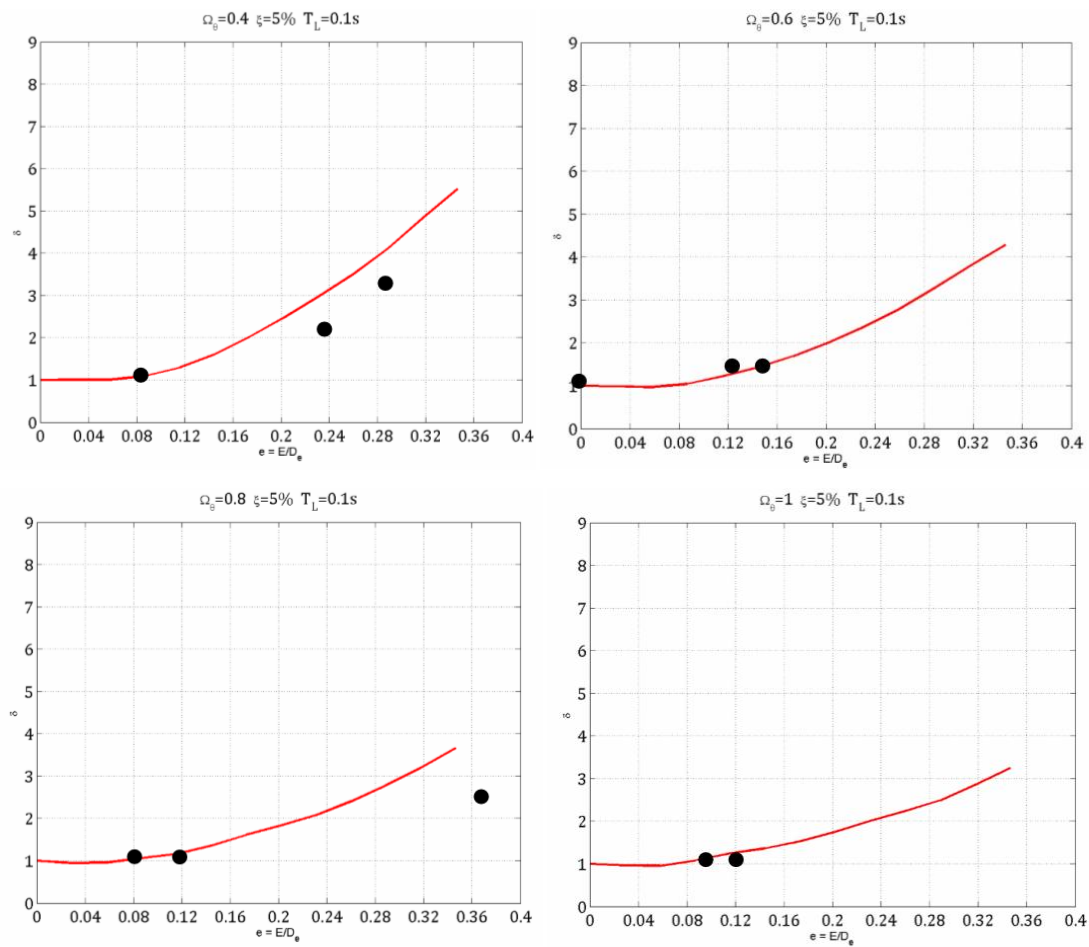


**Fig. 7.9** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al secondo modello

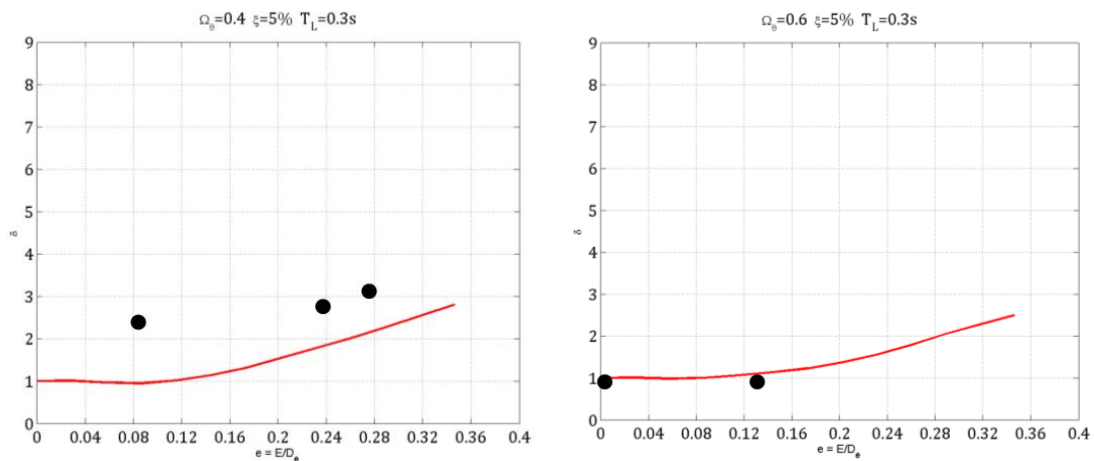


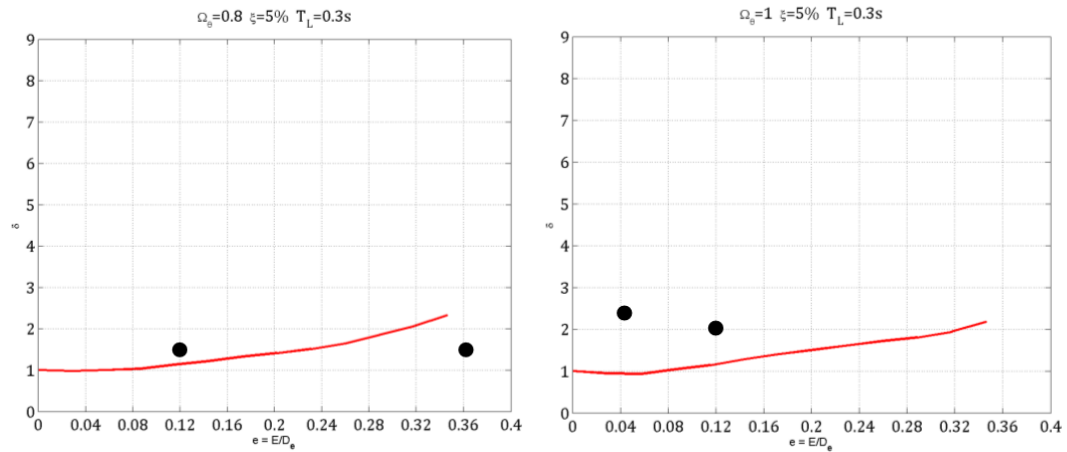
**Fig. 7.10** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al quarto modello

Si riportano i grafici del parametro  $\delta$  per gli stessi valori di  $\Omega_\theta$  ed eccentricità  $e$ .



**Fig. 7.11** Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al secondo modello





**Fig. 7.12** Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al quarto modello

Le curve riportate sono state realizzate facendo riferimento al problema introdotto al capitolo 1 di un sistema ad un grado di libertà.

I valori dei Magnification Factors sono stati determinati per le strutture multipiano facendo riferimento al metodo “Alpha” studiato per le strutture ad un piano.

Dai grafici sopra riportati si osserva che il divario tra i punti e la curva di riferimento aumenta al crescere del numero dei piani della struttura.

In entrambi i casi, sia nelle strutture a cinque che dieci piani, si ottengono dei risultati prossimi a quelli definiti dalle curve.



## CAPITOLO 8

### Il comportamento sismico di strutture asimmetriche in pianta

È stata eseguita una verifica del metodo “Alpha” anche per le strutture a pianta rettangolare come visto nel capitolo precedente. Per le strutture a pianta rettangolare introdotte nel capitolo 4 sono state eseguite analisi time-history considerando dieci sismi diversi e sono stati determinati gli spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa per poter determinare i Magnification Factors.

#### 8.1 Parametri $M_{CM, stiff}$ $M_{CM, flex}$ $M_{NE, stiff}$ e $M_{NE, flex}$ per le strutture a pianta rettangolare

Dopo aver eseguito le analisi time-history per ogni struttura sono stati ricavati i valori degli spostamenti al lato rigido, al lato flessibile e al centro di massa relativi al primo piano ( a quota  $h = 3,5$  m). I valori considerati sono la media tra i massimi spostamenti ottenuti da ciascun analisi time-history, eseguita per ciascun sisma considerato.

Sono state ricavate quattro tabelle, una per ciascun modello precedentemente descritto.

##### 8.1.1 Parametri del primo modello

La disposizione dei termini all'interno della tabella è la stessa già vista per il caso a pianta quadrata nel paragrafo 7.6.1. Nella prima colonna si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_\theta$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente  $u_{y, CM, max, N-E}$  ricavato dallo spettro degli spostamenti.

Nella terza colonna si riporta il valore di  $u_{y, CM, max, N-E}$  ricavato modellando la struttura non eccentrica equivalente attraverso il software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	uymax,SP	uymax,N-E	uy_stiff	uy_flex	uy_CM	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	da SAP	da grafico	δ	δ da grafico
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E_s	M,N-E,f	M,N-E,f	M,N-E,f	M,CM_s	M,CM_s	M,CM_f	M,CM_f	[-]	[-]
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>																	
Ω0=1,30 TL = 0,140 s																	
e=0,25 e(%)=35	0,000879	0,001143	0,001135	0,004521	0,002827	0,993001	1,29124	0,7	3,955381	5,143345	4	0,401486	0,3	1,599222	1,55	2,473316	2,2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>																	
Ω0=0,87 TL = 0,140 s																	
e=0,12 e(%)=17	0,000879	0,001143	0,001195	0,004511	0,001987	1,045494	1,359499	0,7	3,946632	5,131968	3	0,601409	0,6	2,270257	2	1,738408	1,3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>																	
Ω0=0,52 TL = 0,116 s																	
e=0,27 e(%)=38	0,000524	0,00083	0,000617	0,005362	0,002479	0,743373	1,177481	0,7	6,460241	10,23282	6,1	0,248891	0,22	2,162969	2,3	2,986747	3,2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>																	
Ω0=0,46 TL = 0,116 s																	
e=0,18 e(%)=25	0,000524	0,00083	0,001273	0,004108	0,001661	1,533735	2,429389	1,1	4,949398	7,839695	5	0,766406	0,7	2,473209	2,5	2,001205	2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>																	
Ω0=0,42 TL = 0,116 s																	
e=0,05 e(%)=7	0,000524	0,00083	0,001235	0,001607	0,00082	1,487952	2,35687	1,3	1,936145	3,066794	1,9	1,506098	1,3	1,959756	2,3	0,987952	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>																	
Ω0=0,41 TL = 0,116 s																	
e=0 e(%)=0	0,000524	0,00083	0,000816	0,000816	0,000816	0,98253	1,556298	1	0,98253	1,556298	1	1	1	1	1	0,98253	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>																	
Ω0=0,65 TL = 0,134 s																	
e=0 e(%)=0	0,000641	0,000987	0,001077	0,001077	0,001077	1,091388	1,680499	1	1,091388	1,680499	1	1	1	1	1	1,091388	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>																	
Ω0=0,66 TL = 0,134 s																	
e=0,07 e(%)=10	0,000641	0,000987	0,001666	0,002608	0,001122	1,687943	2,599064	1,2	2,642351	4,068643	2,1	1,484848	1,3	2,324421	1,8	1,136778	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>																	
Ω0=0,72 TL = 0,134 s																	
e=0,14 e(%)=20	0,000641	0,000987	0,001563	0,004551	0,001939	1,583789	2,43869	0,9	4,611145	7,100156	4	0,806189	0,6	2,347189	1,9	1,964539	2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>																	
Ω0=0,80 TL = 0,134 s																	
e=0,22 e(%)=31	0,000641	0,000987	0,000773	0,005967	0,002766	0,782877	1,20546	0,6	6,045593	9,308892	5	0,279326	0,25	2,157033	1,9	2,802736	2,3
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 5</b>																	
Ω0=0,90 TL = 0,134 s																	
e=0,29 e(%)=41	0,000641	0,000987	0,00049	0,007051	0,003711	0,496353	0,764275	0,6	7,143972	11,00016	6	0,132013	0,25	1,900054	1,8	3,759878	3,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_1</b>																	
Ω0=0,99 TL = 0,150 s																	
e=-0,12 e(%)=17	0,000879	0,001143	0,000912	0,003718	0,00194	0,798075	1,03777	0,75	3,252493	4,229352	2,5	0,470133	0,6	1,915992	1,7	1,69755	1,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_2</b>																	
Ω0=1,05 TL = 0,150 s																	
e=-0,09 e(%)=13	0,000879	0,001143	0,000924	0,002993	0,001656	0,808749	1,05165	0,8	2,618285	3,404664	2	0,558347	0,6	1,807623	1,7	1,448469	1,2
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_3</b>																	
Ω0=1,13 TL = 0,150 s																	
e=-0,06 e(%)=8	0,000879	0,001143	0,000981	0,002296	0,001487	0,858355	1,116155	0,8	2,008574	2,611832	1,6	0,659607	0,7	1,543499	1,6	1,301312	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_4</b>																	
Ω0=1,22 TL = 0,150 s																	
e=-0,03 e(%)=4	0,000879	0,001143	0,001147	0,001735	0,001426	1,00315	1,304437	0,9	1,518023	1,2	1,2	0,804293	0,8	1,217102	1,2	1,247244	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_5</b>																	
Ω0=1,32 TL = 0,150 s																	
e=0 e(%)=0	0,000879	0,001143	0,001395	0,001395	0,001395	1,220647	1,587258	1	1,220647	1,587258	1	1	1	1	1	1,220647	1

Tabella 8.1 Magnification Factors per il primo modello

### 8.1.2 Parametri del secondo modello

La disposizione dei termini all'interno della tabella è la stessa già vista per il caso a pianta quadrata nel paragrafo 7.6.2.

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_0$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dal modello realizzato con il software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	u <sub>y</sub> max,1,N-E	u <sub>y</sub> stiff	u <sub>y</sub> flex	u <sub>y</sub> CM	da SAP M,N-E_s	da SAP M,N-E_s	da grafico M,N-E,f	da SAP M,N-E,f	da grafico M,CM_s	da SAP M,CM_s	da grafico M,CM_f	da SAP M,CM_f	da grafico δ	δ da grafico
	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>														
Ωθ=1,30 TL = 0,26 s														
e=0,25 e(%) =35	0,0009	0,000978	0,003497	0,002217	1,086667	0,7	3,885556	3,5	0,441137	0,4	1,577357	1,8	2,463333	2,2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>														
Ωθ=0,87 TL = 0,26 s														
e=0,12 e(%) =17	0,0009	0,001119	0,003221	0,001722	1,243333	0,75	3,578889	2	0,649826	0,75	1,870499	1,7	1,913333	1,3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>														
Ωθ=0,52 TL = 0,189 s														
e=0,27 e(%) =38	0,000434	0,000558	0,003763	0,001755	1,285418	0,7	8,66851	9	0,317949	0,3	2,14416	2,2	4,042847	3,2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>														
Ωθ=0,46 TL = 0,189 s														
e=0,18 e(%) =25	0,000434	0,001001	0,002957	0,001262	2,30592	1,2	6,811795	6	0,793185	0,75	2,343106	2,2	2,907164	2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>														
Ωθ=0,42 TL = 0,189 s														
e=0,05 e(%) =7	0,000434	0,001111	0,001328	0,000942	2,559318	1,3	3,059203	2,5	1,179406	1,3	1,409766	1,6	2,170007	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>														
Ωθ=0,41 TL = 0,189 s														
e=0 e(%) =0	0,000434	0,000929	0,000929	0,000929	2,140751	1	2,140751	1	1	1	1	1	2,140751	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>														
Ωθ=0,65 TL = 0,209 s														
e=0 e(%) =0	0,000453	0,001343	0,001343	0,001343	2,96468	1	2,96468	1	1	1	1	1	2,96468	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>														
Ωθ=0,66 TL = 0,209 s														
e=0,07 e(%) =10	0,000453	0,001683	0,001994	0,001317	3,714349	1,2	4,402208	3	1,277698	1,2	1,514314	1,7	2,907064	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>														
Ωθ=0,72 TL = 0,209 s														
e=0,14 e(%) =20	0,000453	0,001571	0,003408	0,001853	3,467991	0,7	7,523179	4	0,847814	0,6	1,83918	1,7	4,090508	2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>														
Ωθ=0,80 TL = 0,209 s														
e=0,22 e(%) =31	0,000453	0,000663	0,003906	0,001861	1,462472	0,55	8,622075	6	0,355915	0,3	2,098313	1,8	4,109051	3
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 5</b>														
Ωθ=0,90 TL = 0,209 s														
e=0,29 e(%) =41	0,000453	0,000453	0,004524	0,002403	1,000442	0,6	9,985651	9	0,18859	0,25	1,88236	1,8	5,304857	3,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 1</b>														
Ωθ=0,99 TL = 0,250 s														
e=-0,12 e(%) =17	0,0009	0,001144	0,002799	0,00159	1,271444	0,7	3,109667	2	0,719912	0,7	1,760742	1,7	1,766111	1,5
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 2</b>														
Ωθ=1,05 TL = 0,250 s														
e=-0,09 e(%) =13	0,0009	0,001272	0,002524	0,001481	1,412889	0,8	2,804444	1,9	0,858725	0,75	1,704484	1,7	1,645333	1,2
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 3</b>														
Ωθ=1,13 TL = 0,250 s														
e=-0,06 e(%) =8	0,0009	0,001199	0,002407	0,00151	1,332556	0,9	2,674	1	0,794449	0,8	1,594197	1,5	1,677333	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 4</b>														
Ωθ=1,22 TL = 0,250 s														
e=-0,03 e(%) =4	0,0009	0,001339	0,002221	0,001733	1,487889	1	2,467667	1	0,772929	0,85	1,281905	1,2	1,925	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 5</b>														
Ωθ=1,32 TL = 0,250 s														
e=0 e(%) =0	0,0009	0,001757	0,001757	0,001757	1,952	1	1,952	1	1	1	1	1	1,952	1

Tabella 8.2 Magnification Factors per il secondo modello

### 8.1.3 Parametri del terzo modello

La disposizione dei termini all'interno della tabella è la stessa già vista per il caso a pianta quadrata nel paragrafo 7.6.3.

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_0$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dallo spettro degli spostamenti, nella terza colonna il valore di  $u_{y,CM,max,N-E}$  ottenuto realizzando un modello attraverso il Software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history, i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	uymax,SP	uymax,N-E	uy_stiff	uy_flex	uy_CM	da SAP M,N-E_s	da SAP M,N-E_s	da grafico M,N-E_s	da SAP M,N-E,f	da SAP M,N-E,f	da grafico M,N-E,f	da SAP M,CM_s	da grafico M,CM_s	da SAP M,CM_f	da grafico M,CM_f	δ	δ da grafico
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>																	
Ω0=1,30 TL = 0,140 s																	
e=0,25 e(%)=35	0,0023	0,002806	0,00214	0,008894	0,005485	0,762651	0,930435	0,7	3,169636	3,866957	3	0,390155	0,4	1,621513	1,7	1,95474	2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>																	
Ω0=0,87 TL = 0,140 s																	
e=0,12 e(%)=17	0,0023	0,002806	0,002769	0,008516	0,003737	0,986814	1,203913	0,8	3,034925	3,702609	3	0,740969	0,8	2,278833	1,8	1,331789	1,3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>																	
Ω0=0,52 TL = 0,116 s																	
e=0,27 e(%)=38	0,0013	0,001778	0,001288	0,009484	0,004367	0,724409	0,990769	0,75	5,334083	7,295385	5,3	0,294939	0,3	2,171743	2,2	2,45613	2,4
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>																	
Ω0=0,46 TL = 0,116 s																	
e=0,18 e(%)=25	0,0013	0,001778	0,002583	0,007753	0,002979	1,452756	1,986923	1,3	4,360517	5,963846	4	0,867069	0,7	2,602551	2,5	1,675478	1,7
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>																	
Ω0=0,42 TL = 0,116 s																	
e=0,05 e(%)=7	0,0013	0,001778	0,002824	0,003038	0,001782	1,588301	2,172308	1,4	1,708661	2,336923	1,7	1,584736	1,4	1,704826	1,8	1,00225	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>																	
Ω0=0,41 TL = 0,116 s																	
e=0 e(%)=0	0,0013	0,001778	0,001913	0,001913	0,001913	1,075647	1,471154	1	1,075647	1,471154	1	1	1	1	1	1,075647	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>																	
Ω0=0,65 TL = 0,134 s																	
e=0 e(%)=0	0,0015	0,002168	0,002754	0,002754	0,002754	1,270387	1,836133	1	1,270387	1,836133	1	1	1	1	1	1,270387	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>																	
Ω0=0,66 TL = 0,134 s																	
e=0,07 e(%)=10	0,0015	0,002168	0,004103	0,004984	0,002657	1,892482	2,735267	1,2	2,298893	3,322667	2	1,544011	1,2	1,875588	1,8	1,225692	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>																	
Ω0=0,72 TL = 0,134 s																	
e=0,14 e(%)=20	0,0015	0,002168	0,003731	0,0081	0,003763	1,720803	2,487133	0,6	3,73607	5,399867	3	0,991311	0,6	2,152256	2	1,735886	2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>																	
Ω0=0,80 TL = 0,134 s																	
e=0,22 e(%)=31	0,0015	0,002168	0,001536	0,010085	0,004696	0,708579	1,024133	0,6	4,651937	6,7236	5	0,327157	0,25	2,147841	1,8	2,165867	2,3
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 5</b>																	
Ω0=0,90 TL = 0,134 s																	
e=0,29 e(%)=41	0,0015	0,002168	0,000933	0,01162	0,006097	0,430351	0,622	0,6	5,359779	7,746667	4,2	0,153026	0,2	1,905855	1,8	2,812269	3,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_1</b>																	
Ω0=0,99 TL = 0,150 s																	
e=-0,12 e(%)=17	0,0023	0,002806	0,002477	0,007858	0,003787	0,882609	1,076783	0,75	2,800499	3,416609	2,2	0,654043	0,6	2,075265	1,8	1,349465	1,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_2</b>																	
Ω0=1,05 TL = 0,150 s																	
e=-0,09 e(%)=13	0,0023	0,002806	0,002495	0,006928	0,003802	0,889095	1,084696	0,8	2,469138	3,012348	2	0,65625	0,7	1,822496	1,7	1,354811	1,2
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_3</b>																	
Ω0=1,13 TL = 0,150 s																	
e=-0,06 e(%)=8	0,0023	0,002806	0,002447	0,005299	0,003428	0,87206	1,063913	1	1,888346	2,303783	1,2	0,713848	0,7	1,545757	1,4	1,221632	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_4</b>																	
Ω0=1,22 TL = 0,150 s																	
e=-0,03 e(%)=4	0,0023	0,002806	0,002982	0,004607	0,003742	1,062758	1,296565	1	1,641768	2,002957	1,2	1,254686	1	0,812191	1,1	1,333428	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4_5</b>																	
Ω0=1,32 TL = 0,150 s																	
e=0 e(%)=0	0,0023	0,002806	0,003735	0,003735	0,003735	1,331076	1,623913	1	1,331076	1,623913	1	1	1	1	1	1,331076	1

Tabella 8.3 Magnification Factors per il terzo modello

### 8.1.4 Parametri del quarto modello

La disposizione dei termini all'interno della tabella è la stessa già vista per il caso a pianta quadrata nel paragrafo 7.6.4.

Nella prima colonna della tabella si definisce la tipologia di struttura, il valore di  $\Omega_0$ , il valore dell'eccentricità e il periodo longitudinale.

Nella seconda colonna viene riportato il valore del massimo spostamento longitudinale al centro di massa del sistema non eccentrico equivalente  $u_{y,CM,max,N-E}$  ricavato dal modello realizzato con il software Sap2000.

Nelle colonne successive si riportano i valori dei massimi spostamenti al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa ottenuti dalle analisi time-history ,i Magnification Factors ed infine il parametro  $\delta$ .

	u <sub>ymax,1,N-E</sub>	u <sub>y_stiff</sub>	u <sub>y_flex</sub>	u <sub>y_CM</sub>	da SAP M,N-E_s	da grafico M,N-E_s	da SAP M,N-E,f	da grafico M,N-E,f	da SAP M,CM_s	da grafico M,CM_s	da SAP M,CM_f	da grafico M,CM_f	δ	δ da grafico
	[m]	[m]	[m]	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
<b>STRUTTURA CON SETTI AD ANGOLO</b>														
Ωθ=1,30 TL = 0,409 s														
e=0,25 e(%)=35	0,000503	0,00076	0,001808	0,001237	1,510934	0,6	3,594433	3	0,61439	0,4	1,461601	1,8	2,459245	2,2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CM</b>														
Ωθ=0,87 TL = 0,409 s														
e=0,12 e(%)=17	0,000503	0,000968	0,001504	0,000995	1,924453	1	2,99006	2	0,972864	0,75	1,511558	1,7	1,978131	1,3
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 1</b>														
Ωθ=0,52 TL = 0,314 s														
e=0,27 e(%)=38	0,000307	0,000679	0,001695	0,000978	2,211726	0,5	5,521173	4	0,694274	0,4	1,733129	2,3	3,185668	3,2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 2</b>														
Ωθ=0,46 TL = 0,314 s														
e=0,18 e(%)=25	0,000307	0,000976	0,001375	0,001033	3,179153	1,23	4,478827	3,7	0,944821	0,9	1,331075	2	3,364821	2
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 3</b>														
Ωθ=0,42 TL = 0,314 s														
e=0,05 e(%)=7	0,000307	0,000952	0,001135	0,000991	3,100977	1,5	3,697068	1,5	0,960646	1,2	1,145308	1,2	3,228013	1
<b>STRUTTURA CON VANO ASCENSORE 4</b>														
Ωθ=0,41 TL = 0,314 s														
e=0 e(%)=0	0,000307	0,00102	0,00102	0,00102	3,323127	1	3,323127	1	1	1	1	1	3,323127	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 1</b>														
Ωθ=0,65 TL = 0,334 s														
e=0 e(%)=0	0,000297	0,001176	0,001176	0,001176	3,96159	1	3,96159	1	1	1	1	1	3,96159	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 2</b>														
Ωθ=0,66 TL = 0,334 s														
e=0,07 e(%)=10	0,000297	0,001054	0,001191	0,001044	3,552224	1,4	4,012466	1,8	1,009963	1,1	1,140818	1,5	3,517183	1
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 3</b>														
Ωθ=0,72 TL = 0,334 s														
e=0,14 e(%)=20	0,000297	0,001036	0,001589	0,001172	3,490566	1	5,353774	2,8	0,883959	0,5	1,355802	1,7	3,948787	2
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 4</b>														
Ωθ=0,80 TL = 0,334 s														
e=0,22 e(%)=31	0,000297	0,000813	0,00157	0,000959	2,739218	0,6	5,288747	3	0,848112	0,4	1,637492	1,8	3,229784	2,3
<b>STRUTTURA CON SETTI A CROCE 5</b>														
Ωθ=0,90 TL = 0,334 s														
e=0,29 e(%)=41	0,000297	0,000707	0,001653	0,001034	2,380728	0,6	5,568396	3,5	0,683101	0,4	1,597738	1,7	3,485175	3,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 1</b>														
Ωθ=0,99 TL = 0,387 s														
e=-0,12 e(%)=17	0,000503	0,001041	0,001483	0,001009	2,069781	0,7	2,948111	2	1,031711	0,7	1,469527	1,7	2,006163	1,3
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 2</b>														
Ωθ=1,05 TL = 0,387 s														
e=-0,09 e(%)=13	0,000503	0,001007	0,001467	0,001013	2,002386	0,8	2,916302	1,9	0,994078	0,75	1,447789	1,7	2,014314	1,2
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 3</b>														
Ωθ=1,13 TL = 0,387 s														
e=-0,06 e(%)=8	0,000503	0,000894	0,001458	0,001102	1,777336	0,9	2,898608	1,4	0,811252	0,8	1,323049	1,5	2,190855	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 4</b>														
Ωθ=1,22 TL = 0,387 s														
e=-0,03 e(%)=4	0,000503	0,001034	0,001396	0,001207	2,056064	1	2,77495	1	0,856835	1	1,156421	1	2,399602	1
<b>STRUTTURA CON SETTI 4 5</b>														
Ωθ=1,32 TL = 0,387 s														
e=0 e(%)=0	0,000503	0,001202	0,001202	0,001202	2,389105	1	2,389105	4	1	1	1	1	2,389105	1

Tabella 8.4 Magnification Factors per il quarto modello



## 8.2 Sintesi dei risultati ottenuti

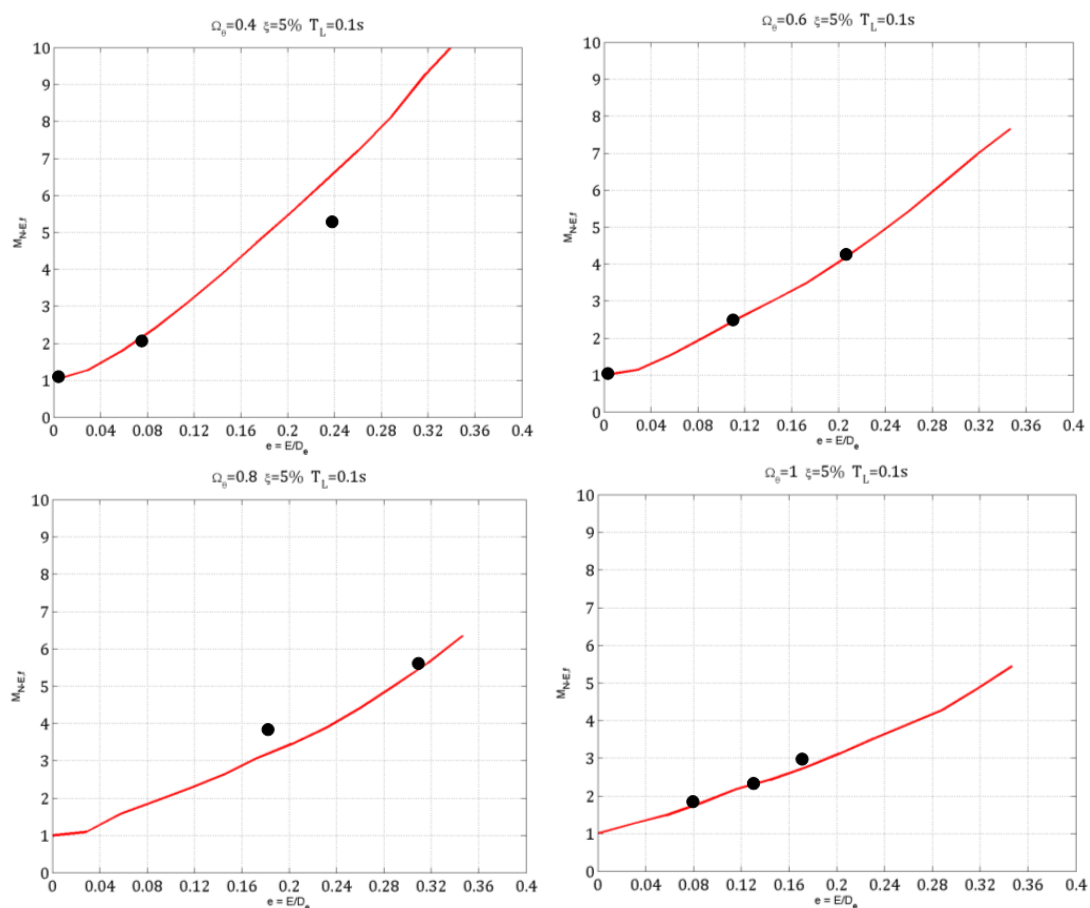
### 8.2.1 Risultati del primo e terzo modello

Si riportano le stesse osservazioni effettuate nel paragrafo 7.7.1 per i casi a pianta quadrata.

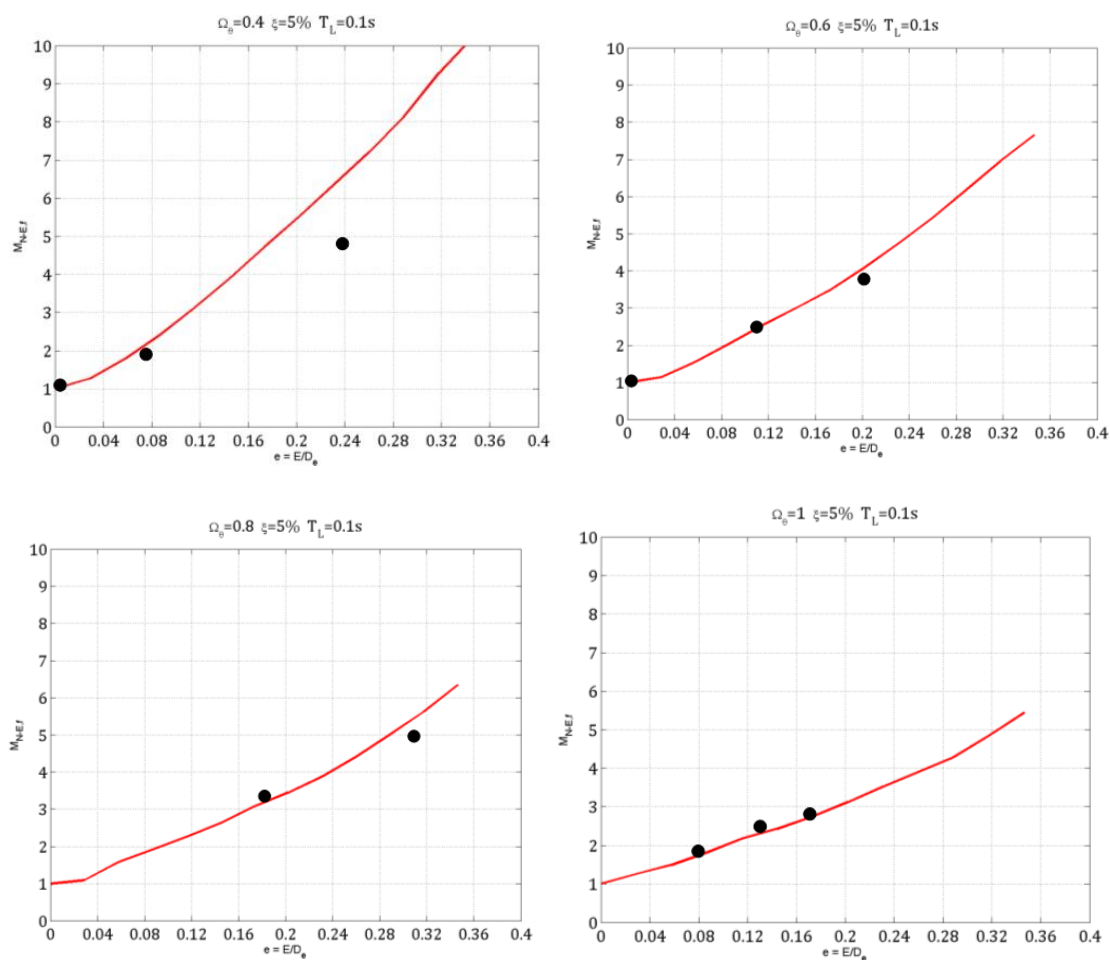
Si riportano i grafici di  $M_{N-E,flex}$  per alcuni valori di  $\Omega_0$ .

I punti rappresentano i valori di  $M_{N-E,flex}$  ottenuti attraverso le analisi time-history riportati nelle tabelle 8.1 e 8.2.

Le curve rappresentano la (7.10) e sono state ricavate con il software Matlab attraverso un'integrazione dell'equazione del moto con il metodo di Newmark e l'iterazione di Newton-Raphson fatta combinando vari valori dei parametri indipendenti.



**Fig. 8.1** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al primo modello

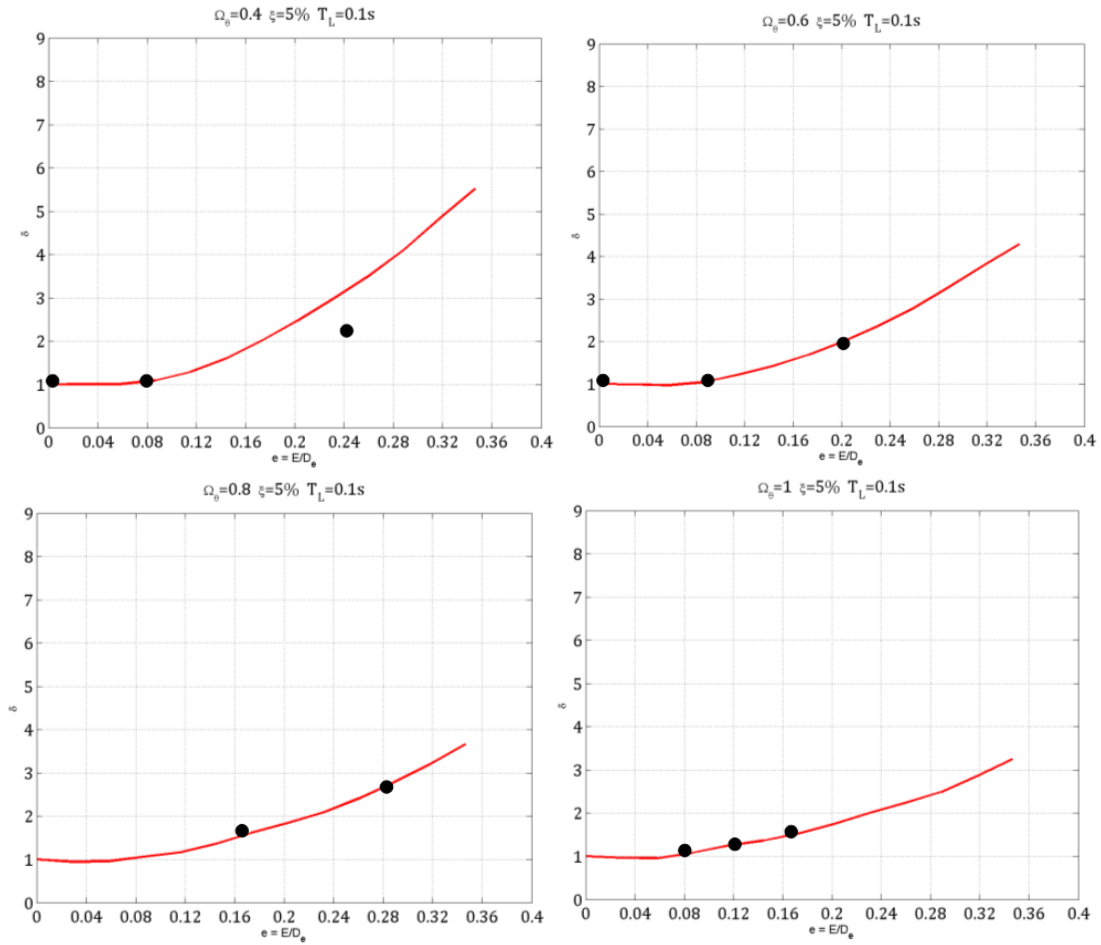


**Fig. 8.2** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al terzo modello

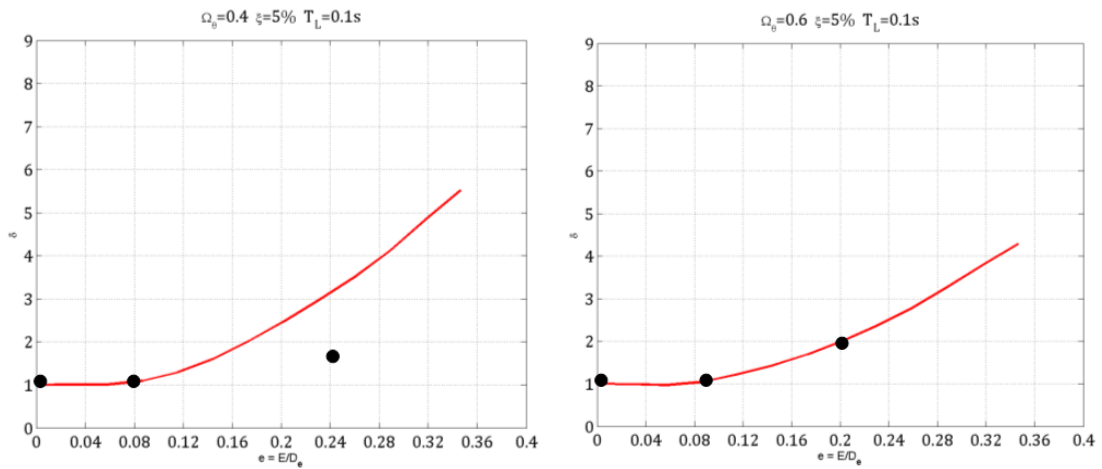
Osservando i grafici si può vedere che per le strutture torsio-flessibili per alte eccentricità i punti si discostano maggiormente dalla curva di riferimento.

Questo a causa del fenomeno chiamato “*Period Shifting*” che si verifica proprio per strutture torsio-flessibili, soprattutto ad alte eccentricità.

Si riportano i grafici del parametro  $\delta$  per gli stessi valori di  $\Omega_0$  ed eccentricità  $e$ .



**Fig. 8.3** Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al primo modello



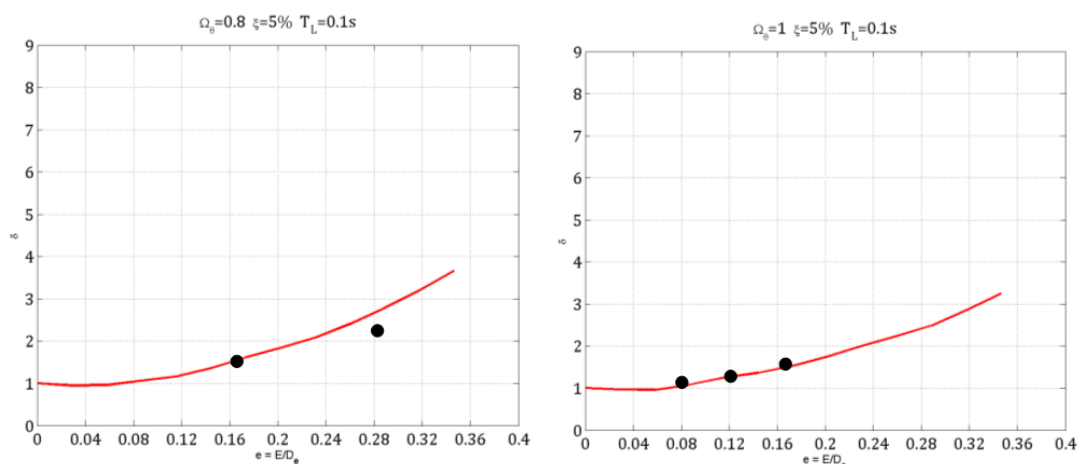
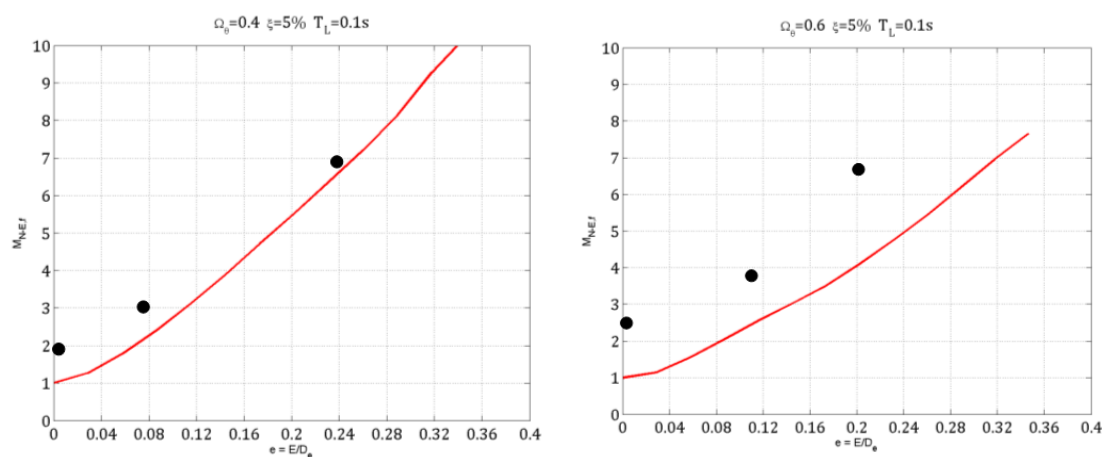


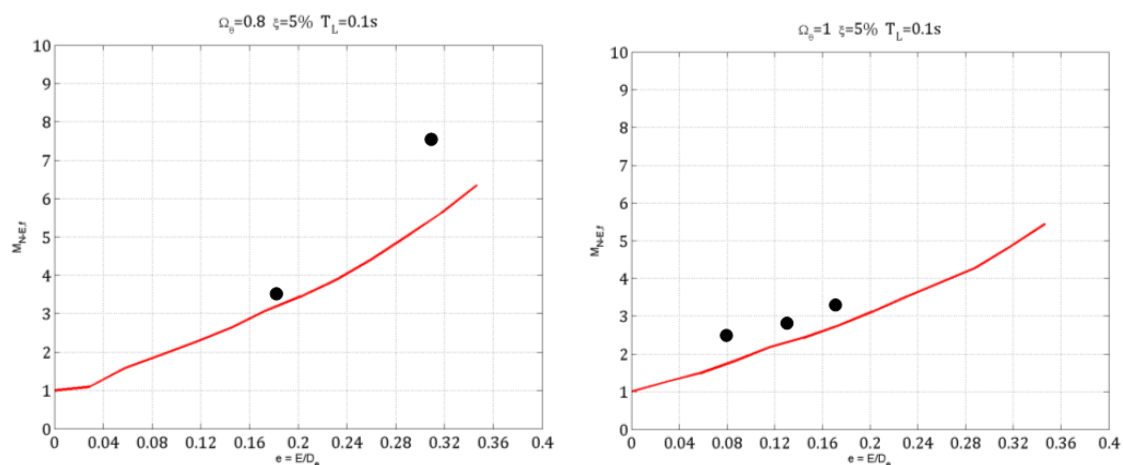
Fig. 8.4 Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al terzo modello

## 8.2.2 Risultati del secondo e quarto modello

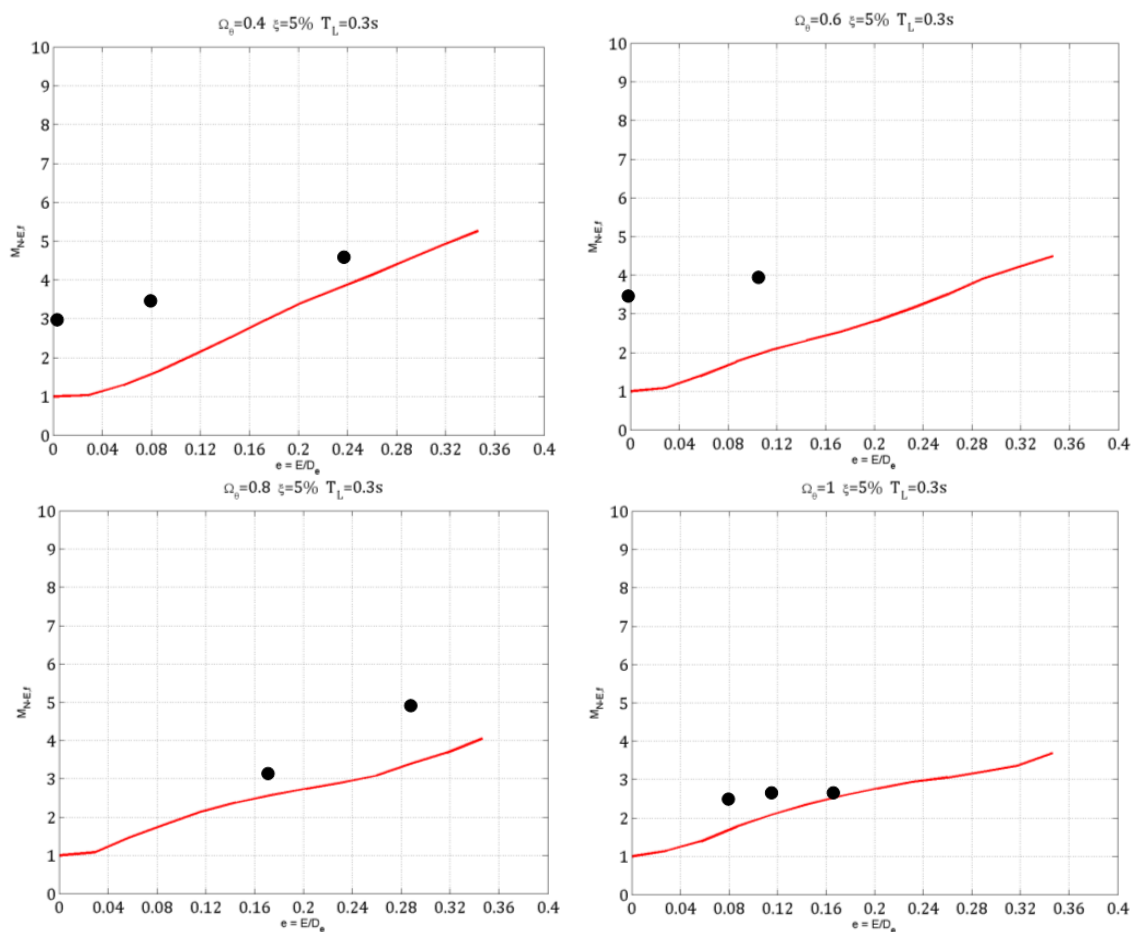
Nel caso delle strutture a cinque e dieci piani (secondo e quarto modello), il metodo risulta verificato. Sia i Magnification Factors relativi al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura che quelli relativi al massimo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente sono prossimi a quelli attesi.

Si riportano i grafici di  $M_{N-E,flex}$  per alcuni valori di  $\Omega_0$ .



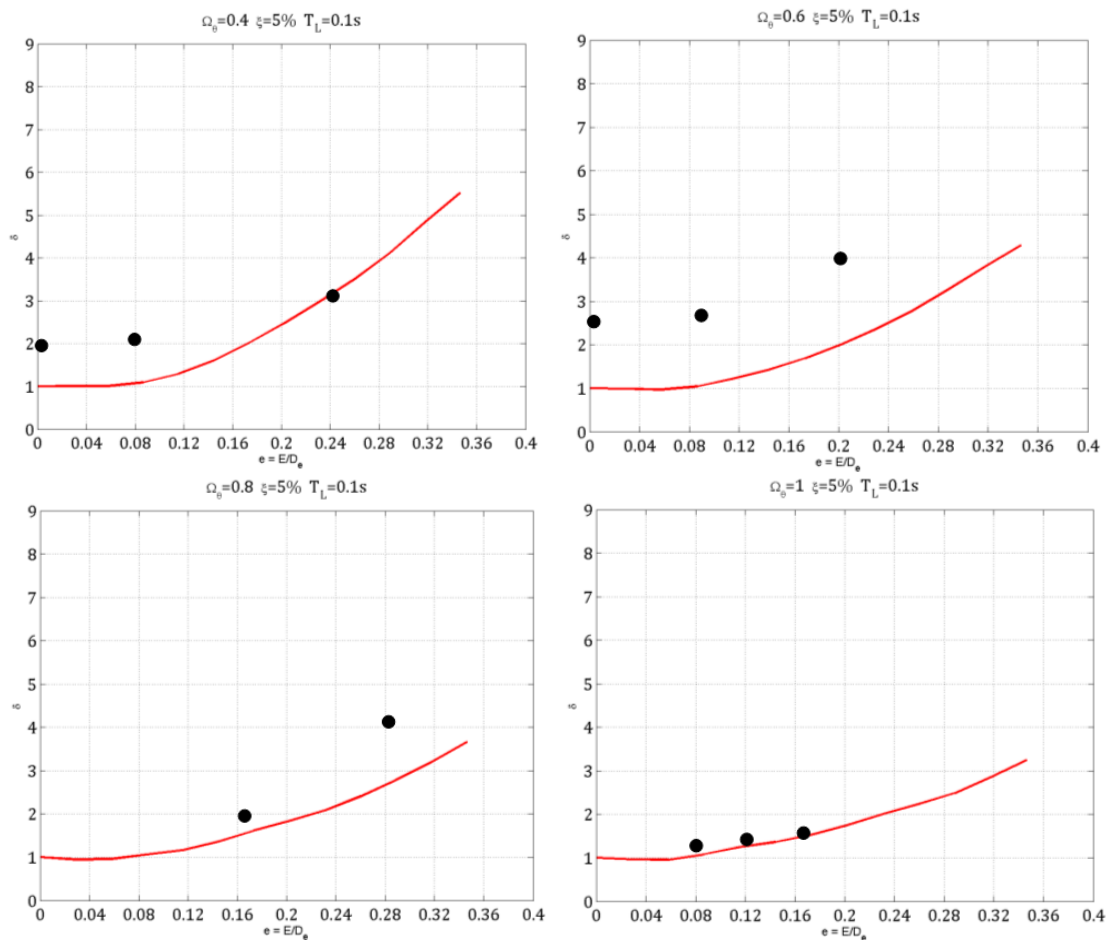


**Fig. 8.5** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al secondo modello

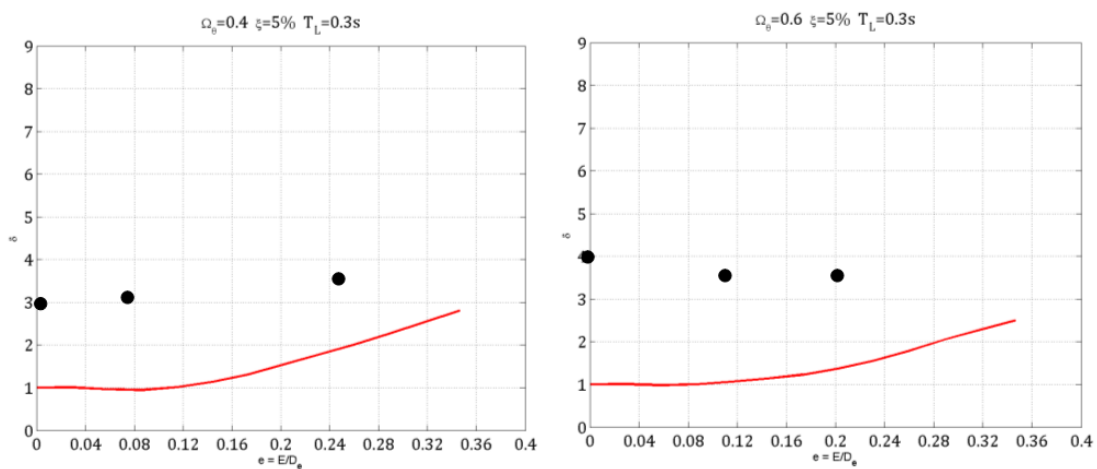


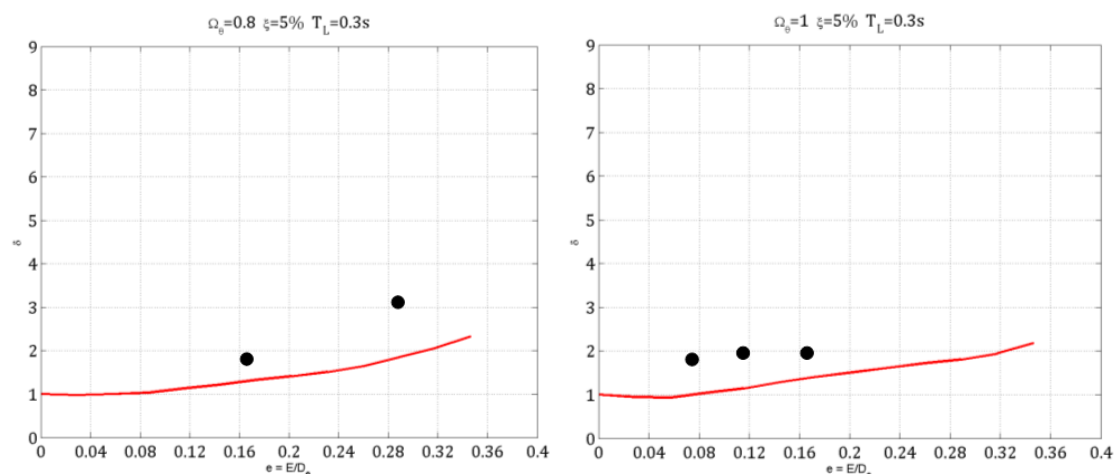
**Fig. 8.6** Valori dei Magnification Factors  $M_{N-E,flex}$  ricavati per diverse strutture relative al quarto modello

Si riportano i grafici del parametro  $\delta$  per gli stessi valori di  $\Omega_0$  ed eccentricità  $e$ .



**Fig. 8.7** Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al secondo modello





**Fig. 8.8** Valori dei parametri  $\delta$  ricavati per diverse strutture relative al quarto modello

Le curve riportate sono state realizzate facendo riferimento al problema introdotto al capitolo 1 di un sistema ad un grado di libertà.

I valori dei Magnification Factors sono stati determinati per le strutture multipiano facendo riferimento al metodo “Alpha” studiato per le strutture ad un piano.

Dai grafici sopra riportati si osserva che il divario tra i punti e la curva di riferimento aumenta al crescere del numero dei piani della struttura.

In entrambi i casi, sia nelle strutture a cinque che dieci piani, si ottengono dei risultati prossimi a quelli definiti dalle curve.

Inoltre per le strutture a pianta rettangolare a cinque e dieci piani si ottengono dei valori peggiori rispetto a quelli delle strutture a cinque e dieci piani a pianta quadrata: i punti si discostano maggiormente dalla curva di riferimento.

## CONCLUSIONI

Nel lavoro di tesi svolto è stato effettuato prima uno studio riguardo al comportamento torsionale delle strutture ad un piano a pianta asimmetrica, valutando i parametri principali che governano il problema: l'eccentricità ed il parametro  $\Omega_0$ , indice di torsioflessibilità. Grazie a quest'ultimo parametro è stato analizzato il comportamento torsionale di alcuni casi realistici.

Dagli studi condotti si può concludere che la disposizione degli elementi resistenti all'interno della struttura caratterizza il comportamento torsionale della struttura stessa. Perciò, per ottenere un buon comportamento torsionale occorre attuare una precisa disposizione degli elementi resistenti tale da garantire la presenza degli stessi lungo le due direzioni ortogonali ed in modo che l'eccentricità tra il centro di massa e il centro di rigidezza sia più piccola possibile.

Tra i vari casi studiati quello caratterizzato da un valore più basso di  $\Omega_0$  e quindi da una bassa rigidezza torsionale è la struttura con il vano ascensore. Tale elemento di per sé è dotato di un'elevata rigidezza torsionale ma inserito come unico elemento resistente all'interno della struttura mi dà luogo ad un caso torsio-flessibile.

Il caso caratterizzato da un valore più grande di  $\Omega_0$  e simultaneamente un valore di eccentricità nullo, è quello della struttura con due setti disposti in corrispondenza del centro di massa e con due setti verticali (in pianta) disposti ai lati opposti del perimetro della struttura rispetto all'asse  $y$ . L'elevato contributo in termini di rigidezza torsionale è dovuto al grande valore della distanza tra il baricentro del singolo setto e il centro di rigidezza.

In conclusione per avere un buon comportamento torsionale occorre disporre gli elementi resistenti in corrispondenza del perimetro e in modo tale da avere una eccentricità pressoché nulla.

In secondo luogo sono state studiate le proprietà dinamiche delle strutture trattate attraverso analisi modali. Gli studi sono stati condotti anche per le stesse strutture nel caso di cinque e dieci piani. Confrontando tra loro i periodi fondamentali tra la struttura a cinque piani e la struttura ad un piano avente lo stesso carico totale di quella a cinque piani è stato trovato che i rapporti tra i periodi in tutti i casi risultano circa pari a 2. Lo



stesso risultato è stato ottenuto confrontando i periodi fondamentali tra la struttura a dieci piani e la struttura ad un piano avente lo stesso carico totale di quella a dieci piani.

Ultimo obiettivo della tesi è quello di eseguire una verifica del metodo “Alpha” per strutture ad un piano e testare la validità del metodo per strutture multipiano in ambito elastico lineare. Sono state eseguite una serie di analisi time-history al fine di valutare gli spostamenti associati al lato flessibile, al lato rigido e al centro di massa di ogni struttura, ed infine sono stati calcolati i Magnification Factors.

In particolare sono stati riportati i grafici relativi al Magnification Factor  $M_{N-E,flex}$  che esprime l’incremento dello spostamento longitudinale al lato flessibile (lato più distante dal centro di rigidità) rispetto allo spostamento longitudinale al centro di massa della struttura non eccentrica equivalente.

Dai valori ottenuti il metodo risulta verificato per le strutture ad un piano.

Per le strutture a cinque e dieci piani il metodo risulta verificato, anche se i risultati si discostano dai valori definiti dal metodo all’aumentare del numero dei gradi di libertà del sistema.

## Bibliografia

- [1] A. K. Chopra. *Dynamics of structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, University of California, Berkeley,CA, 1995.
- [2] R. Hejal e A. K. Chopra, *Earthquake response of torsionally coupled buildings*, Report UBC/EERC-87/20, Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley,CA, 1987.
- [3] M. O. E., *Torsional effects in dynamically excited structures*, Rice University, Ph,D 1975 Civil Engineering.
- [4] M. Palermo, S. Silvestri, G. Gasparini, T. Trombetti. *Physically-based prediction of the maximum corner displacement magnification of one-storey eccentric systems*, Bull Earthquake Eng 11:1467-1491,2013.
- [5] A. Reinhorn, A.Rutemberg, J.Gluck, *Dynamic torsional coupling in asymmetric building structures*, *Building and Environment* Vol.12, 251-261,1977.
- [6] S. Silvestri, T. Trombetti, G. Gasparini. *Closed-form solutions for corrective eccentricity, sensitivity to accidental eccentricity and increase in peak local displacements*,63-77,2004.
- [7] S. Silvestri. *Un approccio semplificato per l'analisi dei problemi torsionali negli edifici isolati sismicamente alla base con modellazione bilineare degli isolatori*, Tesi di laurea, 2000.
- [8] T. Trombetti, J. P. Conte. *New insight into and simplified approach to seismic analysis of torsionally coupled one-storey, elastic systems*, *Journal of Sound and Vibration*, 286, 265-312,2005.
- [9] T. Trombetti. *Un approccio semplificato all'analisi dei problemi torsionali negli edifici isolati simicamente alla base*, *Giornale del Genio Civile*, 243-267,1994.

[10] C. Balloriani. *Risposta sismica di strutture asimmetriche in pianta:un metodo semplificato*, Tesi di laurea,Università degli studi di Bologna,2010.

[11] S. Casacci. *The seismic response of one-storey asymmetric structures*, Università degli studi di Bologna,Tesi di laurea, Università degli studi di Bologna,2012.

[12] Nuove norme tecniche per le costruzioni, *D.M. 14 gennaio 2008*