

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

*D.I.C.A.M.*

*CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE (LM)*

**TESI DI LAUREA**

in

Advanced Design Of Structures

**CRESCENT SHAPED BRACE: DISPOSITIVO METALLICO DI  
DISSIPAZIONE ISTERETICA**

**CANDIDATO:**  
Benedetta Ferri

**RELATORE:**  
Chiar.mo Prof. Ing. Stefano Silvestri

**CORRELATORI:**  
Ing. Antoine Dib  
Ing. Michele Palermo  
Ing. Luca Pieraccini

Anno Accademico 2013/14

Sessione III

# Indice

<b>INDICE.....</b>	<b>0</b>
<b>1. INTRODUZIONE .....</b>	<b>4</b>
1.1. BACKGROUND .....	5
1.2. OBIETTIVI DELLA TESI .....	6
1.3. ORGANIZZAZIONE DEL TESTO .....	7
<b>2. IL CONTESTO.....</b>	<b>9</b>
2.1. SHOCK-ABSORBING SOFT STOREY.....	10
2.2. PERFORMANCE-BASED DESIGN .....	11
2.3. IL SISTEMA DI ISOLAMENTO POTENZIATO DEL PRIMO PIANO .....	13
2.4. LA PROGETTAZIONE.....	15
2.4.1. Fase 1 .....	16
2.4.2. Fase 2 .....	17
2.4.3. Fase 3.....	17
2.4.4. Fase 4.....	19
2.4.5. Fase 5.....	20
2.5. LA CURVA “OBIETTIVO” DEL DISPOSITIVO, COME RISULTATO DELLA PROGETTAZIONE E COME CURVA DA OTTENERE CON UN DISPOSITIVO REALE .....	20
<b>3. IL DISPOSITIVO.....</b>	<b>24</b>
3.1. POSSIBILI APPLICAZIONI .....	25
3.2. POSIZIONAMENTO NELLA STRUTTURA .....	26
3.3. MATERIALI.....	26
3.4. CARATTERISTICHE GEOMETRICHE .....	29
3.5. PARAMETRI (MECCANICI E GEOMETRICI) DI PROGETTO.....	32
3.6. GLI EFFETTI P- $\Delta$ .....	33
3.7. LIMITI ED ASSUNZIONI.....	35
<b>4. PROVE SPERIMENTALI .....</b>	<b>37</b>
4.1. TIPOLOGIA DI PROVA .....	37
4.2. DESCRIZIONE DEI PROVINI .....	37

4.3. SET-UP DI PROVA: STRUMENTAZIONE .....	41
4.4. PROTOCOLLO DI PROVA PER LA CARATTERIZZAZIONE MECCANICA DEL DISPOSITIVO .....	45
4.4.1. <i>Protocollo di prova ciclica a trazione</i> .....	45
4.4.2. <i>Protocollo di prova ciclica a compressione</i> .....	45
4.4.3. <i>Protocollo di prova ciclica a trazione/compressione</i> .....	46
4.4.4. <i>Protocollo di prova ciclica a trazione/compressione nel caso di provino saldato</i> .....	46
4.5. RISULTATI E GRAFICI FORZA-SPOSTAMENTO .....	47
4.5.1. <i>Prova R1</i> .....	47
4.5.2. <i>Prova R2</i> .....	49
4.5.3. <i>Prova R3</i> .....	51
4.5.4. <i>Prova RW1</i> .....	53
4.6. INFLUENZA DELLA SALDATURA SUL COMPORTAMENTO DEL DISPOSITIVO .....	55
4.6.1. <i>Analisi dello stato tensionale</i> .....	55
4.6.2. <i>Individuazione della situazione di maggior sollecitazione e calcolo della sollecitazione massima nel ciclo di trazione</i> .....	56
4.6.3. <i>Individuazione della situazione di maggior sollecitazione e calcolo della sollecitazione massima nel ciclo di compressione</i> .....	57
4.6.4. <i>Osservazioni</i> .....	58
4.7. CONSIDERAZIONI SUI RISULTATI OTTENUTI .....	59
<b>5. STUDIO ANALITICO.....</b>	<b>61</b>
5.1. EQUAZIONI ANALITICHE CHE GOVERNANO IL COMPORTAMENTO DEL DISPOSITIVO .....	61
5.2. LEGAME COSTITUTIVO.....	62
5.2.1. <i>Comportamento lineare</i> .....	62
5.2.2. <i>Comportamento non lineare</i> .....	65
5.3. IMPERFEZIONI.....	65
5.4. TRAZIONE.....	66
5.4.1. <i>Modelli costitutivi adottati</i> .....	67
5.4.2. <i>Tratto elastico</i> .....	68
5.4.3. <i>Tratto dopo lo snervamento a flessione</i> .....	72

5.4.4. <i>Tratto dopo la completa plasticizzazione della zona di ginocchio</i> .....	77
5.4.5. <i>Tratto dello snervamento a trazione sotto carico costante</i> .....	79
5.4.6. <i>Tratto dell'incrudimento del materiale</i> .....	80
5.4.7. <i>Risultato</i> .....	81
5.5. COMPRESSIONE .....	81
5.5.1. <i>Modello costitutivo adottato</i> .....	82
5.5.2. <i>Tratto elastico</i> .....	83
5.5.3. <i>Tratto dopo lo snervamento a flessione</i> .....	86
5.5.4. <i>Risultato</i> .....	87
<b>6. STUDIO NUMERICO</b> .....	<b>89</b>
6.1. MODELLI COSTITUTIVI ADOTTATI .....	89
6.2. PROVA A TRAZIONE .....	91
6.2.1. <i>Legame costitutivo bilineare</i> .....	91
6.2.2. <i>Legame costitutivo Menegotto Pinto</i> .....	93
6.3. PROVA A COMPRESSIONE .....	95
6.3.1. <i>Legame costitutivo bilineare</i> .....	95
6.3.2. <i>Legame costitutivo Menegotto Pinto</i> .....	97
6.4. PROVA CICLICA A TRAZIONE/COMPRESSIONE .....	99
6.4.1. <i>Legame costitutivo bilineare</i> .....	99
6.4.2. <i>Legame costitutivo Menegotto Pinto</i> .....	103
<b>7. CONCLUSIONI</b> .....	<b>106</b>
<b>APPENDICE A</b> .....	<b>111</b>
<b>RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI</b> .....	<b>113</b>

## 1. Introduzione

Attualmente vi sono, nel mondo, già oltre 10000 strutture, di nuova costruzione o anche esistenti, che sono progettate per resistere agli eventi sismici. La maggior parte delle strutture utilizza sistemi e dispositivi di controllo delle vibrazioni sismiche, cioè sistemi di isolamento sismico, che entrano in funzione irrigidendo la struttura solo quando gli elementi da essi connessi sono soggetti a movimenti relativi rapidi, come accade durante un terremoto. Questi dispositivi sono stati applicati a ponti, viadotti, edifici (strategici, pubblici e residenziali), impianti e componenti industriali, opere afferenti al patrimonio culturale (edifici monumentali, musei, coperture di scavi archeologici, teche museali e singoli capolavori).

Il numero delle costruzioni progettate per resistere agli eventi sismici è in continuo aumento in tutto il mondo, ed è ovunque influenzato dalle caratteristiche della normativa applicata in ogni paese.

In Italia le applicazioni dei moderni sistemi antisismici sono iniziate nel 1975 per i ponti ed i viadotti, e nel 1981 per gli edifici (4 anni prima del Giappone e degli USA), resta comunque attualmente tra le prime a livello mondiale relativamente al numero di edifici isolati sismicamente anche grazie alle numerose industrie manifatturiere che producono dispositivi utilizzati in loco ed esportati in tutto il mondo.

Nel 1960 Fintel e Khan hanno sviluppato un sistema di isolamento studiato nell'ambito di una strategia progettuale innovativa di protezione sismica delle strutture basata sulla rivisitazione del concetto di "shock-absorbing soft storey".

Le idee che stanno alla base della strategia progettuale innovativa proposta risiedono:

- nella totale "separazione" tra il sistema resistente alle azioni verticali (VRS) e il sistema resistente alle azioni orizzontali (HRS), in modo tale che il sistema resistente alle azioni orizzontali, non dipendendo dalla progettazione statica della struttura condotta con riferimento ai carichi verticali, possa essere ottimizzato dal punto di vista sismico;
- nella realizzazione di una struttura a telaio suddivisa in due parti: il primo piano caratterizzato da un sistema resistente alle azioni orizzontali (HRS) in grado di governare il comportamento sismico dell'edificio ("first-storey isolation system") e

i piani superiori caratterizzati da un sistema di controventamento tradizionale di tipo rigido (BRS, sovrastruttura rigida);

- nell’identificazione delle caratteristiche del sistema resistente alle azioni orizzontali del primo piano, in grado di permettere alla struttura di soddisfare una molteplicità di obiettivi prestazionali sismici prefissati.

Questo sistema resistente alle azioni orizzontali del primo piano può essere realizzato mediante lo sviluppo di elementi di forma speciale (Crescent Shaped Braces, CSB) che sono appositamente progettati e calibrati per ottenere una combinazione ottimale di resistenza, rigidezza, duttilità e dissipazione di energia, tali da permettere il soddisfacimento dei diversi obiettivi prestazionali sismici. La forma specifica del CSB (del tipo a “boomerang”) consente di calibrare in modo indipendente rigidezza e resistenza, peculiarità impossibile da ottenere nel caso di utilizzo di comuni elementi rigidi diagonali.

## 1.1. Background

Molti sono stati gli studi effettuati nel campo dell’ingegneria finalizzati al miglioramento della resistenza sismica di strutture. Tra le tecniche più utilizzate ricordiamo le seguenti:

- l’approccio “*Performance-Based Seismic Design*” (PBSD);
- l’approccio “*Direct Displacement Based Design*” (DDBD) ;
- l’approccio “*Capacity Spectrum Method*”;
- l’utilizzo di dispositivi dissipativi o isolatori sismici;
- la progettazione di un piano.

La ricerca in questo settore è tutt’ora molto intensa ed è indirizzata all’individuazione di soluzioni praticamente realizzabili sia sulle molteplici strutture già esistenti come in quelle di nuova realizzazione.

## 1.2. Obiettivi della tesi

Questo lavoro parte dalle intuizioni e dai risultati delle attività svolte da Fintel e Khan che hanno proposto l'introduzione, nella struttura, di un "piano debole" allo scopo di ridurre gli effetti causati da un eventuale movimento tellurico. Questo concetto iniziale viene ora rivisto e ampliato alla luce della filosofia progettuale sviluppata con il "*Performance-Based Seismic Design*" (PBSD). Il risultato ottenuto dall'integrazione di questi due concetti fondamentali viene denominato "isolamento sismico potenziato del primo piano".

Le idee che stanno alla base di questa strategia progettuale risiedono:

- nella totale "separazione" tra il sistema resistente alle azioni verticali (VRS) e il sistema resistente alle azioni orizzontali (HRS);
- nella realizzazione di una struttura a telaio suddivisa in due parti: il primo piano caratterizzato da un sistema resistente alle azioni orizzontali (HRS) in grado di governare il comportamento sismico dell'edificio ("first-storey isolation system") e i piani superiori caratterizzati da un sistema di controventamento tradizionale di tipo rigido (BRS, sovrastruttura rigida);
- nell'identificazione delle caratteristiche del sistema resistente alle azioni orizzontali del primo piano, in grado di permettere alla struttura di soddisfare una molteplicità di obiettivi prestazionali sismici prefissati.

Le caratteristiche peculiari degli elementi oggetto dello studio devono essere:

- valore costante della rigidezza nel campo elastico;
- comportamento plastico adatto a garantire all'intera struttura la duttilità prevista;
- aumento della rigidezza iniziale, con l'aumentare della deformazione, in modo da evitare il collasso dell'intera struttura a causa delle grandi deformazioni.

Altre caratteristiche utili al fine di una rapida diffusione dell'utilizzo del CSB sono:

- facile reperibilità e basso costo del materiale di partenza;
- semplice realizzazione;
- facile ispezione e manutenzione;
- rapidità di realizzazione anche in quantitativi elevati;
- "modularità" ossia possa essere realizzato con geometrie simili e, dimensioni diverse;

- utilizzabile sia nelle strutture già esistenti che in quelle di nuova realizzazione.

La geometria che ad ora garantisce i migliori risultati prestazionali rispetto agli obiettivi sopra elencati è quella tipica a forma di “boomerang”.



*Fig. 1.1.: tipica geometria a forma di boomerang del dispositivo*

Esperienze sviluppate in precedenza hanno dimostrato che come conseguenza di questa particolare geometria, i dispositivi oggetto di studio, dopo un primo cedimento al termine del campo elastico, presentano un comportamento “indurente” che, riducendo le deformazioni, agisce a beneficio della resistenza al collasso della struttura.

L’obiettivo di questa tesi è quello di studiare nel dettaglio il dispositivo dissipativo CSB tramite:

- prove sperimentali;
- studio analitico;
- studio numerico.

Pertanto è anche necessario accertare la congruenza tra le ipotesi prestazionali ricavate dallo studio numerico e analitico e i valori ottenuti sperimentalmente in modo da poter fornire ai professionisti del settore un valido strumento progettuale da utilizzare nella fase di studio e nel dimensionamento della struttura.

### **1.3. Organizzazione del testo**

La tesi in questione, oltre alla presente introduzione ed alle conclusioni, è composta da cinque capitoli ed una appendice.

Nel capitolo 2 viene analizzato il contesto generale ed, in particolare, vengono ripercorse due strade: la prima riguarda un lavoro pubblicato nel 1960 da Fintel e Khan in cui viene preso in considerazione un nuovo approccio per la progettazione di strutture

antisismiche che si realizza con l'introduzione nella struttura del "piano debole" di un shock-absorbing soft storey appositamente progettato per avere un comportamento forza-spostamento bilineare. Il secondo sotto capitolo descrive, invece, la filosofia secondo cui già da anni si sta sviluppando il "Performance Based Design" (PBD). L'insieme dei due concetti sopra descritti dà vita al sistema di isolamento potenziato del primo piano, la cui progettazione ed i relativi risultati vengono descritti nel dettaglio al punto 2.4. e 2.5..

Nel capitolo 3 si approfondisce l'analisi del dispositivo CSB: in particolare, vengono analizzati tutti gli aspetti fondamentali dello strumento, dalle possibili applicazioni al posizionamento nella struttura, dai materiali alle caratteristiche geometriche, sino ad arrivare ai parametri di progetto, gli effetti P- $\Delta$  ed i relativi limiti d'applicazione.

Il capitolo 4 è interamente dedicato alle prove sperimentali compiute in laboratorio. Vengono, quindi, prima dettagliatamente descritti i diversi protocolli di prova per la caratterizzazione meccanica del dispositivo ed, in un secondo momento, enunciati sia i risultati che i grafici forza-spostamento. L'ultima parte del capitolo, al punto 4.6., prende in analisi l'influenza della saldatura sul comportamento del dispositivo.

I capitoli 5 e 6, infine, trattano gli studi, sia analitici sia numerici, del dispositivo oggetto di studio. In particolare, per quanto riguarda lo studio analitico vengono analizzate le equazioni analitiche che governano il comportamento del dispositivo sia nel caso di trazione che di compressione, avendo prima descritto il legame costitutivo utilizzato. Lo studio numerico, invece, si propone di scendere nel dettaglio per quanto riguarda le prove a trazione, a compressione e quelle cicliche utilizzando il programma di calcolo agli elementi finiti SeismoStruct che è in grado di tenere conto della non-linearità geometrica e meccanica.

Detto del capitolo finale, ovvero il 7, riservato alle conclusioni, l'appendice A spiega, in conclusione, il calcolo dello spostamento  $\delta$  di un sistema composto da una singola asta avente due sezioni con inerzia diversa.

## 2. Il contesto

In passato per affrontare il “comportamento sismico” delle strutture è stato utilizzando l’approccio denominato “Force Based Design” (FBP) , che deriva dalle tecniche normalmente usate per la classica progettazione statica. Con questo metodo, più che un vero e proprio dimensionamento della struttura finalizzato a resistere a determinati livelli di sollecitazioni sismiche, si effettuava una verifica della struttura portante (progettata per i carichi verticali) anche ai carichi orizzontali (derivanti dalle sollecitazioni sismiche). Il grande limite di questo approccio consiste nel fatto che a resistere ai carichi verticali e a quelli orizzontali, è la medesima struttura che perciò non può essere progettata in modo ottimale ad entrambe le tipologie di sollecitazione (verticali e orizzontali).

I moderni studi e risultati ottenuti nel campo dell’ingegneria sismica hanno permesso di introdurre, in questo settore, nuove tecniche progettuali finalizzate alla realizzazione di strutture che, se sottoposte ad un evento sismico di intensità nota, abbiano un comportamento prestabilito.

Tra le tecniche più utilizzate ricordiamo le seguenti:

- l’approccio “*Performance-Based Seismic Design*” (PBSD) che ha come traguardo quello di soddisfare una molteplicità di obiettivi prestazionali,
- l’approccio “*Direct Displacement Based Design*” (DDBD) che utilizza l’analisi dello spostamento come parametro di progettazione;
- l’approccio “*Capacity Spectrum Method*” che, mediante una rappresentazione grafica permette di visualizzare il comportamento di una struttura che, se sollecitata a forze laterali derivanti da un terremoto, consente una valutazione visiva di come la struttura si comporterebbe se sottoposta a una sollecitazione sismica;
- l’utilizzo di dispositivi dissipativi o isolatori sismici allo scopo di ridurre i nefasti effetti sismici sulla struttura;
- la progettazione di un piano debole al fine di aumentare la resistenza sismica dell’intera struttura. Con questa tecnica viene appositamente progettato un “ammortizzante piano debole” che, anche in caso di sollecitazione sismica, rimane in campo elastico. Al di sopra del suddetto “piano debole” (generalmente associato al primo piano) la struttura viene progettata in modo classico. Con questo metodo la

maggior parte delle sollecitazioni trasversali, indotte da un evento sismico, sono sopportate dalla struttura del “piano debole” che ammortizza le vibrazioni e ne trasferisce ai piani superiori solo una piccola parte.

## 2.1. Shock-absorbing soft storey

La strada che vogliamo percorrere per lo studio di un dispositivo adatto ad aumentare la resistenza degli edifici alle sollecitazioni trasversali causate da eventi sismici parte da un lavoro pubblicato alla fine del 1960 da Fintel e Khan, nel quale è stato introdotto un nuovo approccio per la progettazione di strutture antisismiche. Nel loro lavoro, gli autori, hanno descritto un innovativo modello per le strutture antisismiche basato sul controllo delle forze laterali e delle accelerazioni indotte nella struttura dal terremoto. Con il metodo adottato da Fintel e Khan la limitazione della forze laterali si realizza con l'introduzione nella struttura del “piano debole” di un shock-absorbing soft storey appositamente progettato per avere un comportamento forza-spostamento bilineare. Con questo metodo si ottiene la concentrazione di tutte le deformazioni anelastiche dovute al terremoto nel piano debole (generalmente il primo piano).

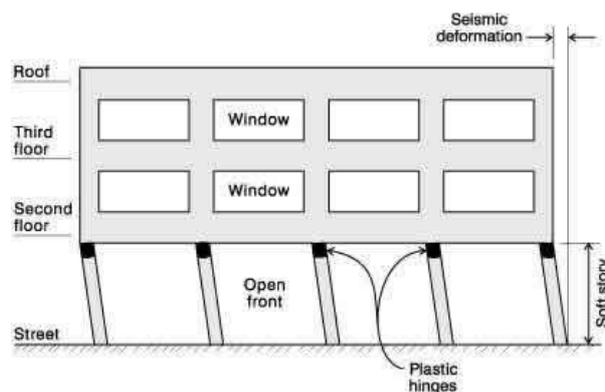


Fig. 2.1.: schematizzazione del soft storey

La restante parte della struttura, sovrastante il “piano debole”, viene progettata per rimanere elastica. Nel lavoro iniziale gli autori avevano ipotizzato una struttura del “piano debole” composta da due tipologie di elementi: una destinata ad assorbire le

sollecitazioni di piccola entità e l'altra destinata ad ammortizzare gli effetti delle grandi distorsioni.

Con questo approccio l'attenzione in fase di progettazione antisismica deve essere rivolta al dimensionamento del "piano debole".

## 2.2. Performance-Based Design

In passato, in fase di progettazione degli edifici non venivano considerati gli eventuali effetti causati da un evento sismico. Negli anni sono poi state introdotte norme che in base alla tipologia della struttura impongono la salvaguardia della vita umana. Recentemente, dopo aver analizzato gli effetti causati da alcuni forti sismi, la comunità scientifica internazionale è concorde nell'affermare che l'obiettivo della salvaguardia della vita umana non possa essere più l'unica finalità della progettazione antisismica in quanto essa permette solo una valutazione parziale del rischio sismico e delle sue inevitabili conseguenze, poiché non considera i reali costi causati dagli eventuali danni derivanti dall'interruzione di attività produttive o di servizi e del danneggiamento o distruzione delle attrezzature contenute all'interno dei fabbricati.

Nel caso della progettazione e realizzazione in chiave antisismica, dove le variabili sono molte e possono combinarsi in maniera differente, l'approccio al problema diventa di carattere esigenziale-prestazionale, valutando risposte e performance diverse in funzione del mutare delle condizioni al contorno e delle specifiche richieste. Anche la normativa si è mossa in tal senso secondo un principio che non impone norme inderogabili in tutti i casi, ma verifica le prestazioni ottenibili da metodi di calcolo e tecniche che possono adattarsi alle differenti necessità, assicurando livelli di protezione variabili al variare dell'importanza dell'edificio ed avendo sempre come obiettivo principale la salvaguardia della vita. Secondo questa filosofia è nato e si sta sviluppando già da alcuni anni il "*Performance Based Design*" (PBD) cioè "il progetto basato sulla prestazione". Pertanto, più che pensare ad un edificio resistente a qualsiasi condizione di carico e terremoti di forte intensità e lunga durata, si cerca di massimizzare la risposta delle costruzioni ottenendo i migliori risultati possibili per l'operatività dell'edificio e la

protezione degli occupanti. È chiaro che, da questo punto di vista, non tutti gli edifici sono uguali. Il costo, sia in termini economici che sociali, dell'inoperatività o addirittura del crollo di un edificio scolastico non è uguale a quello di un edificio residenziale e comunque sarà, a sua volta, inferiore a quello di una struttura ospedaliera o operativa quale una caserma dei Vigili del Fuoco, che proprio nei momenti di massima allerta deve essere perfettamente funzionante. Considerando tutte le variabili, l'approccio progettuale di una casa, una scuola o una caserma cambia proprio in funzione delle prestazioni che si vogliono ottenere in caso di sisma.

Il PBD prevede quattro classi o categorie nelle quali qualsiasi edificio o struttura può trovarsi dopo il verificarsi di un evento sismico di qualunque intensità; classi in funzione delle quali le costruzioni misureranno un certo tipo di danneggiamento e, di conseguenza, potranno essere completamente o parzialmente utilizzate per i loro scopi. Le classi sono quelle di: completa operatività, operatività, salvaguardia della vita umana e collasso. Gli eventi sismici considerati sono quelli di leggera, media, alta e altissima intensità. I danni possono essere assenti, minimi, lievi, gravi o riguardare il collasso. L'operatività, a seguito dell'evento sismico, può essere interrotta, parziale o completa. Incrociando tutte queste categorie si ottengono diversi risultati.

Il PBD non costituisce una tecnica di calcolo o di progetto specifica ma piuttosto un orientamento, una filosofia di approccio organizzata con una trama a maglie larghe che si sostanzia secondo l'applicazione di un principio prestazionale modificando gli obiettivi del progettista. Piuttosto che pensare a strutture passivamente resistenti a terremoti di grande intensità, diventa necessario verificare le prestazioni di un edificio che debba subire un'azione sismica di magnitudo variabile, in modo tale che questo possa conservare una piena o parziale operatività. Una delle applicazioni pratiche di calcolo è quella del "*Capacity Design*", attraverso la quale si riesce a programmare la risposta strutturale dell'edificio e ad indurre la formazione di cerniere plastiche in punti specifici della struttura favorendo, in tal modo, il comportamento duttile dell'insieme.

Le valutazioni fatte dai progettisti devono quindi tener conto, oltre che delle funzioni per quel tipo di edificio, anche delle modalità con cui il danneggiamento della struttura deve progressivamente evolvere.

La Fig. 2.2., tratta dal documento tecnico Vision2000 illustra significativamente la filosofia progettuale del PBD: da un lato sono definiti convenzionalmente quattro input sismici di riferimento in base al periodo di ritorno (Frequent, Occasional, Rare, Very rare), dall'altro sono individuati quattro livelli di prestazioni (Fully Operational, Operational, Life-Safe e Near-Collapse).

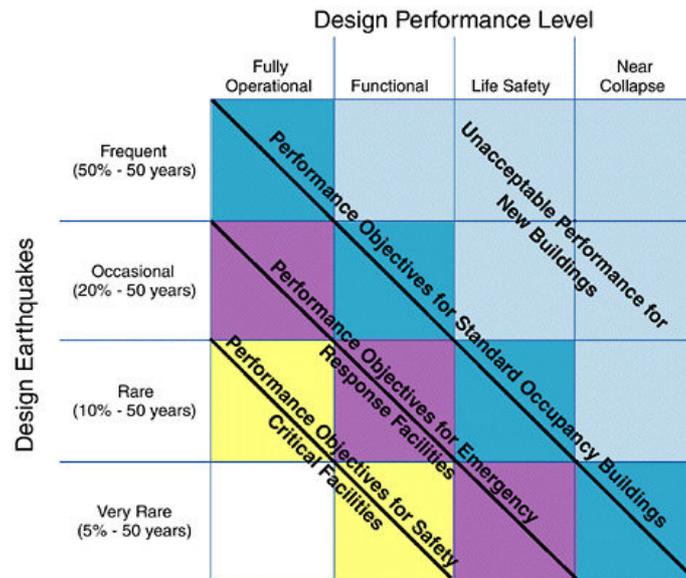


Fig. 2.2.: obiettivi prestazionali secondo il documento tecnico Vision2000

### 2.3. Il sistema di isolamento potenziato del primo piano

Come già anticipato in precedenza, questo lavoro parte dalle intuizioni e dai risultati delle attività fatte da Fintel e Khan che hanno proposto l'introduzione, nella struttura, di un "piano debole" allo scopo di ridurre gli effetti causati da un eventuale movimento tellurico. Questo concetto iniziale viene ora rivisto e ampliato alla luce della filosofia progettuale sviluppata con il "Performance-Based Seismic Design" (PBSD). Il risultato ottenuto dall'integrazione di questi due concetti fondamentali viene denominato "isolamento sismico potenziato del primo piano" e può essere intuitivamente schematizzato come in Fig. 2.3..

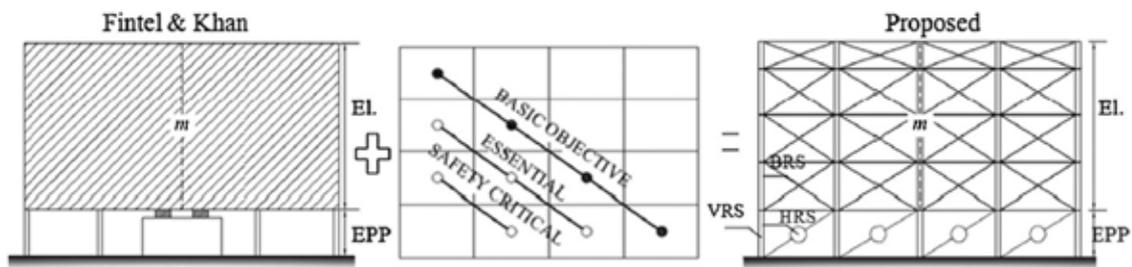


Fig. 2.3.: isolamento sismico potenziato del primo piano

Un edificio progettato con l'intento di realizzare un "isolamento sismico potenziato del primo piano" è caratterizzato dai seguenti sistemi resistenti:

- Vertical-load Resisting System (VRS), struttura (generalmente travi e colonne) specificamente progettata per resistere ai carichi verticali statici;
- First-storey Horizontal-load Resisting System (HRS), struttura, localizzata solamente al primo piano, composta da speciali dispositivi dissipativi, dimensionata per realizzare gli obiettivi di performance sismiche imposti in fase di progetto;
- Bracing Rigid System (BRS), struttura realizzata con staffe rigide progettate per rimanere, anche in condizioni di sisma, in campo elastico, finalizzate a garantire alla parte della struttura posta sopra il piano debole una rigidità laterale maggiore rispetto a quella del piano inferiore.

Questo approccio, fornisce l'immediato vantaggio di separare le funzioni strutturali destinate alle diverse entità (VRS, HRS e BRS), permettendo in fase progettuale di dimensionarle in modo ottimale, poiché devono essere verificate ad uno solo degli aspetti progettuali. In particolare i VRS devono assolvere il solo compito di resistere alle sollecitazioni statiche mentre i HRS sono destinati a soddisfare i requisiti sismici imposti dagli obiettivi di progetto.

Se la controventatura della parte di struttura posta sopra il piano debole è sufficientemente rigida da poter considerare detta sovrastruttura come un blocco monolitico rigido è possibile introdurre l'ipotesi che abbia un solo grado di libertà. La schematizzazione ad un grado di libertà può essere introdotta se la rotazione globale della sovrastruttura (considerata come un blocco unico a merito della rigidità fornita dalla controventatura) è limitata. In questa trattazione si considera soddisfatta questa ipotesi che, nella realtà, dovrà essere verificata dal progettista. Introducendo questa

ipotesi la struttura reale può essere trasformata in una struttura semplificata idonea allo studio, come rappresentato in Fig. 2.4..

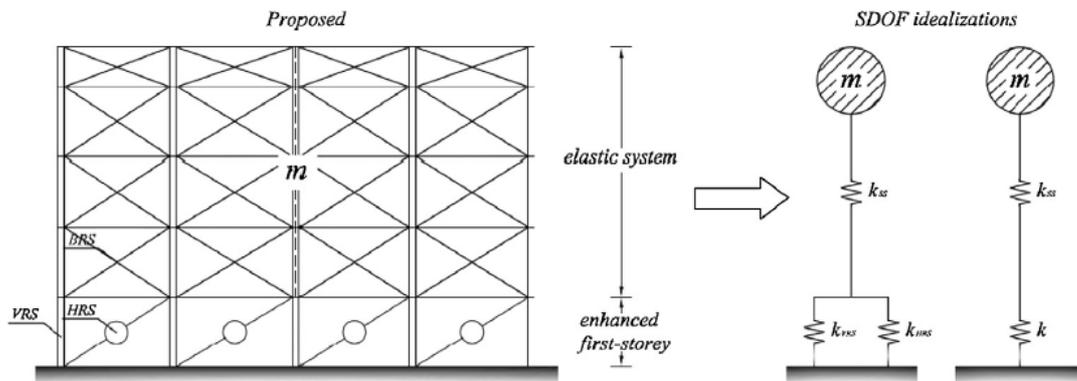


Fig. 2.4.: schematizzazione ad un grado di libertà

Nella precedente figura  $m$  è la massa totale dell'edificio e  $K$  è la rigidità laterale del primo piano, data dalla somma della rigidità laterale HRS, chiamata  $k_{HRS}$  (generalmente predominante), e dalla rigidità laterale VRS, chiamata  $k_{VRS}$  (generalmente piccola, ma non trascurabile).

## 2.4. La progettazione

La finalità della progettazione sismica, qui illustrata, è quella di poter tracciare e poi confrontare le due curve B-TC e B-AC così definite:

- curva “*Building-Target Capacità*” (B-TC) è la rappresentazione grafica del comportamento sismico imposto all'edificio idealizzato (SDOF) in fase di progetto, ossia il comportamento che si vorrebbe ottenere dall'edificio se sottoposto a valori noti di sollecitazioni sismiche;
- curva “*Building-Actual Capacity*” (B-AC) è la rappresentazione grafica dell'effettivo comportamento sismico dell'edificio, dopo aver progettato la sua struttura resistente.

Lo studio di progettazione viene suddiviso nelle seguenti fasi:

- Fase 1: definizione degli obiettivi prestazionali e costruzione della relativa curva B-TC;

- Fase 2: determinazione della curva “Horizontal Resisting System-Target Capacity” (HRS-TC);
- Fase 3: progettazione del sistema HRS e rappresentazione della relativa curva “Horizontal Resisting System-Actual Capacity” (HRS-AC);
- Fase 4: progettazione del “Bracing Rigid Systemic” (BRS) relativo alla sola sovrastruttura;
- Fase 5: verifica del raggiungimento degli obiettivi prestazionali imposti alla Fase 1.

### 2.4.1. Fase 1

In questa fase si impongono gli obiettivi prestazionali richiesti alla struttura oggetto del progetto e se ne determina la relativa curva B-TC rappresentata, in forma generica, in Fig. 2.5..

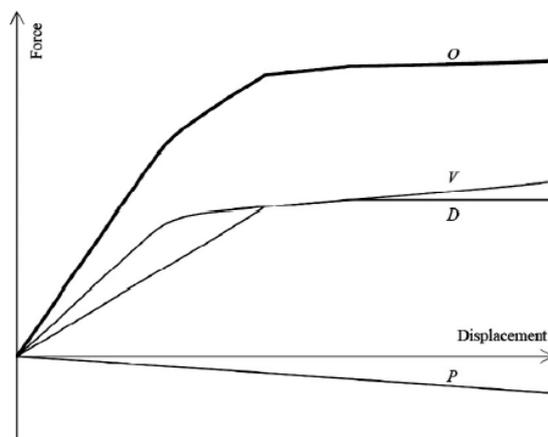


Fig. 2.5.: curva B-TC e i suoi relativi contributi

La curva in grassetto, indicata con O rappresenta la curva B-TC ed è la somma algebrica delle seguenti curve:

- curva VRS-AC che rappresenta il contributo “*actual*” fornito dagli elementi del sistema VRS, ma che è anche in grado di sopportare parte dei carichi laterali. Questo contributo (indicato con V) è noto una volta che il VRS è stato progettato;
- curva HRS-TC che rappresentano il contributo “*target*” fornito dai sistemi HRS e BRS che sopportano i carichi orizzontali. Il valore di questo contributo (indicato con D) deve emergere dalla fase di progettazione in esame;
- curva P- $\Delta$  (indicata con P) che rappresenta un contributo sempre negativo.

In sintesi la curva B-TC (indicata con O) può essere ottenuta dalla segue espressione:

$$O = D + V + P$$

#### 2.4.2. Fase 2

I valori delle ordinate della curva O sono imposti dagli obiettivi del progetto e sono, quindi, noti. È possibile, allora, ricavare i valori da attribuire alla curva D (rappresentante il contributo da assegnare alle strutture HRS e BRS) mediante l'espressione:

$$D = O - V - P$$

Va osservato che, secondo l'approccio proposto, da un punto di vista pratico, sia la curve VRS-AC che quella HRS-TC si ottengono attraverso analisi del primo ordine.

Gli effetti P-Δ dipendono dalla tipologia strutturale ma, il loro valore è spesso trascurabile. Se siamo nelle condizioni di poter trascurare il contributo della curva P possiamo esprimere i valori da attribuire a D mediante la:

$$D = O - V$$

#### 2.4.3. Fase 3

Come accennato nel paragrafo 2.4., la curva HRS-TC è la rappresentazione grafica del comportamento richiesto alla specifica struttura HRS affinché l'intero complesso abbia la risposta sismica richiesta in fase di attribuzione degli obiettivi di performance previsti. La realizzazione pratica della struttura HRS avviene tramite l'unione dei suoi diversi componenti, che devono quindi essere opportunamente progettati e dimensionati. Le caratteristiche peculiari degli elementi costituenti le strutture HRS devono essere:

- valore costante della rigidezza nel campo elastico;
- comportamento plastico adatto a garantire all'intera struttura la duttilità prevista;
- aumento della rigidezza iniziale, con l'aumentare della deformazione, in modo da evitare il collasso dell'intera struttura a causa delle grandi deformazioni.

Nell'intento di avvicinare la curva HRS-TC alla curva HRS-AC, in questo lavoro, si introducono nel sistema di "isolamento sismico potenziato del primo piano" particolari staffe denominate "crescent shaped braces" o più brevemente CSB schematizzate nella Fig. 2.6..

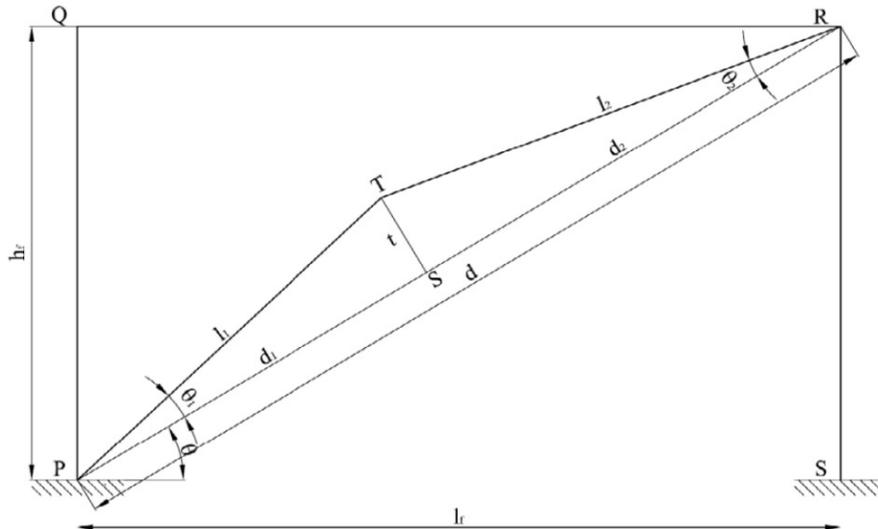


Fig. 2.6.: geometria del crescent shaped brace

La rigidità laterale e la forza di snervamento dell'elemento CSB possono essere rappresentate, rispettivamente, dalle espressioni:

$$k_{CSB} = \frac{3 \cdot E \cdot J \cdot \cos^2(\vartheta)}{t^2 \cdot d}$$

$$F_{y,CSB} = \frac{W_{el} \cdot f_y \cdot \cos(\vartheta)}{d}$$

dove:

- $J$  è il momento di inerzia;
- $d$  indica la lunghezza della diagonale del portale;
- $t$  indica la distanza tra il punto di curvatura (T) e la diagonale del portale;
- $W_{el}$  è il modulo elastico resistente ( $W_{el} = 2 \cdot J/h_s$  con  $h_s$  uguale all'altezza della sezione trasversale);
- $\vartheta$  è l'inclinazione della diagonale rispetto all'orizzontale.

La peculiarità del sistema di rinforzo sopra esposto, derivante dalla particolare forma della controventatura (CSB), è quella di permettere al progettista di definire, in fase di

calcolo, la forza di snervamento indipendentemente dalla rigidità laterale, semplificando così l'ottimizzazione dei risultati.

Esperienze sviluppate in precedenza hanno dimostrato che, come conseguenza di questa particolare geometria, i dispositivi oggetto di studio, dopo un primo cedimento al termine del campo elastico, presentano un comportamento "indurente" che, riducendo le deformazioni, agisce a beneficio della resistenza al collasso della struttura.

#### 2.4.4. Fase 4

Il sistema rigido di rinforzo della sovrastruttura deve essere progettato in modo da garantire alla sovrastruttura la necessaria rigidità laterale richiesta per realizzare, in modo efficace, l'isolamento del primo piano e ricadere nelle ipotesi semplificative che permettono la conseguente schematizzazione a SDOF. A questo scopo, i BRS della sovrastruttura sono stati dimensionati per garantire un loro comportamento in campo elastico, se sottoposti alle azioni sismiche previste in fase di progetto, in base a criteri di progetto.

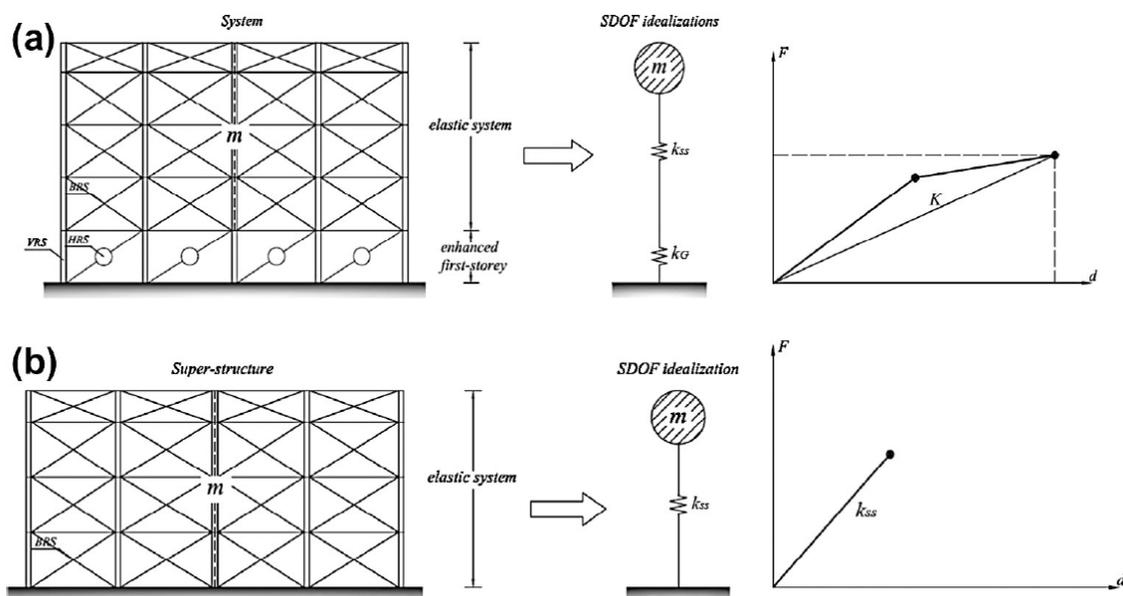


Fig. 2.7.: confronto qualitativo tra due diverse strutture

#### 2.4.5. Fase 5

La fase finale ha lo scopo di verificare il raggiungimento degli obiettivi sismici multi-prestazionali imposti nella Fase 1 e rappresentati graficamente attraverso la curva B-TC. In pratica, la verifica di quanto imposto nella fase iniziale di progetto si realizza rappresentando in un unico grafico la curva “*Building-Target Capacità*” (B-TC) e la curva “*Building-Actual Capacity*” (B-AC). Più le due curve sono simili e sovrapponibili, più ci si è avvicinati all’obiettivo iniziale; se le due curve sono perfettamente sovrapponibili significa che la progettazione eseguita è stata in grado di soddisfare completamente le richieste imposte in fase di determinazioni delle caratteristiche prestazionali della struttura.

### 2.5. La curva “obiettivo” del dispositivo, come risultato della progettazione e come curva da ottenere con un dispositivo reale

Nell’ottica del “*Performance-Based Seismic Design*”, cioè di un approccio che parte dalla definizione di una serie di obiettivi prestazionali ottenuti associando diversi requisiti prestazionali, non solo della struttura, a prefissati livelli di intensità delle azioni sollecitanti la struttura stessa, i cosiddetti obiettivi prestazionali sono ottenuti individuando le prestazioni che la struttura deve garantire (ovvero gli stati limite che la struttura non deve oltrepassare) qualora fosse soggetta a determinate azioni sismiche, le cui intensità sono convenzionalmente stabilite in base alla probabilità di accadimento. Si tratta dunque di definire, da un lato le azioni sismiche di riferimento, e dall’altro le condizioni prestazionali richieste, per poi abbinarli convenientemente tra loro, formulando così gli obiettivi prestazionali che la struttura deve raggiungere.

Questa filosofia è stata formulata per la prima volta nel documento *Vision 2000*. Per una comune costruzione gli obiettivi prestazionali generalmente richiesti sono i seguenti:

- Stato Limite di Operatività (SLO): a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso (includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le

apparecchiature rilevanti alla sua funzione) non deve subire danni ed interruzioni d'uso significative;

- Stato Limite di Danno (SLD): a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso (includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature rilevanti alla sua funzione) subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidità nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature;
- Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV): a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidità nei confronti delle azioni orizzontali, pur conservando una parte della resistenza e rigidità per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali;
- Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC): a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali pur conservando ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali.

Gli stati limite di Operatività e di Danno possono essere riguardati nell'insieme come Stati limite di Esercizio (SLE), mentre quelli di salvaguardia della Vita e di prevenzione del Collasso come Stati Limite Ultimi (SLU).

I quattro stati limite così definiti ricalcano, in sostanza, i livelli prestazionali. In generale, è opportuno che ad una struttura sia richiesto il soddisfacimento di almeno uno stato limite di esercizio e di uno stato limite ultimo, al fine di una compiuta definizione del suo comportamento prestazionale durante eventi sismici a diversa probabilità di accadimento. La vigente normativa italiana, ad esempio, per strutture di importanza ordinaria, impone il contemporaneo soddisfacimento dello Stato Limite di Danno (SLD) e dello Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV), per quanto riguarda gli stati limite ultimi.

Gli obiettivi prestazionali possono essere individuati abbinando le condizioni prestazionali agli specifici input sismici, in accordo alla filosofia prestazionale di progetto sinteticamente illustrata nella *Fig. 2.2.*, tratta dal documento tecnico di riferimento *Vision2000*.

In particolare, l'obiettivo prestazionale è definito incrociando, sul diagramma riportato in *Fig. 2.2.*, un determinato livello di prestazione dell'edificio con uno dei quattro input sismici di riferimento. Questi obiettivi prestazionali possono essere tradotti in requisiti specifici di un sistema di rinforzo in acciaio, come segue:

- PO-1: *Frequent Earthquake (FE) + Fully Operational (FO)*: nel caso di sisma frequente si possono verificare dei danni trascurabili sia per elementi strutturali e non strutturali, e la struttura può continuare ad assolvere la sua funzione senza alcuna interruzione;
- PO-2: *Occasional Earthquake (OE) + Operational (O)*: nel caso di sisma occasionale possono verificarsi danni trascurabile per elementi strutturali e danni moderati per elementi non-strutturali. La struttura può continuare il suo funzionamento anche se in presenza di lievi danni e moderati disagi limitati ai servizi non essenziali;
- PO-3: *Rare Earthquake (RE) + Life-Safe (LS)*: nel caso di sisma raro non vi è rischio per le vite umane ma, il danneggiamento degli elementi strutturali e non strutturali è da moderato a esteso;
- PO-4: *“Very-Rare Earthquake (V-RE) + Near-Collapse (NC)”*: nel caso di sisma molto raro la sicurezza della vita non è garantita, il danno è grave, ma il crollo strutturale è impedito.

I quattro obiettivi individuati possono essere schematizzati in forma qualitativa dalla curva “obiettivo” rappresentata graficamente in *Fig. 2.8.*

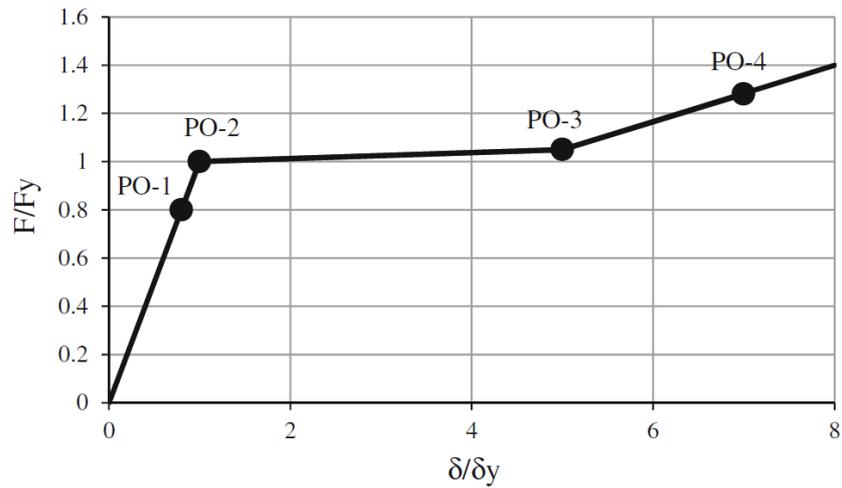


Fig. 2.8.: curva "obiettivo"

È bene sottolineare che, allo stato attuale delle conoscenze relative alla previsione degli eventi sismici, la determinazione della frequenza di detti eventi ha valore esclusivamente statistico.

### 3. Il dispositivo

In questo capitolo si approfondisce l'analisi dei dispositivi CSB caratterizzati da un'appropriata geometria, studiata per migliorare le prestazioni sismiche della struttura nella quale vengono inserite. In particolare, si analizzeranno il comportamento meccanico di questi dispositivi quando utilizzati per la progettazione sismica. Nel paragrafo 2.2. si è visto che, con i recenti sviluppi in ingegneria sismica (*Performance Based Design*), è stato introdotto il concetto di progettazione sismica basata sul soddisfacimento di obiettivi prestazionali. Questi obiettivi si individuano associando, come già visto, il livello prestazionale richiesto alla struttura ai vari livelli di intensità sismica di riferimento.

Per un generico edificio, il Vertical-load Resisting System (VRS) è progettato per i carichi statici e, frequentemente, non è caratterizzato da una curva forza-spostamento laterale simile alla desiderata curva "obiettivo" sismica. Per poter sovrapporre, o almeno avvicinare, la curva rappresentante l'effettivo comportamento della struttura alla desiderata curva "obiettivo", occorre aggiungere un opportuno sistema di rinforzo, che possa essere dimensionato indipendentemente dalla rigidità, dalla resistenza e dalla duttilità. I dispositivi di rinforzo comuni (elementi diagonali rigidi), di norma, non consentono questo tipo di progettazione indipendente. Molti sono gli studi sviluppati su elementi di rinforzo in acciaio destinati a questo scopo (ad esempio, sistemi di controvento eccentrici, dispositivi isteretici, dispositivi a frizione, ammortizzatori visco-elastici), ma attualmente solo poche soluzioni hanno dato risultati interessanti, ottenendo una curva di risposta forza-spostamento vicina all'ideale curva "obiettivo".

Nel presente documento, il comportamento meccanico del CSB è discusso con l'obiettivo di fornire al progettista gli strumenti necessari per la progettazione sismica degli edifici dotati di tali dispositivi. In primo luogo, il comportamento elastico del CSB è studiato per fornire relazioni analitiche per la rigidità laterale e la resistenza allo snervamento (limite elastico). In secondo luogo, la risposta elastica viene studiata mediante simulazioni numeriche per valutare il comportamento dopo lo snervamento sotto carico monotono e il comportamento isteretico sotto carico ciclico invertito.

Inoltre, viene valutata l'influenza di alcuni parametri geometrici e meccanici del CSB; infine, è interessante il confronto tra i risultati delle prove sperimentali, eseguite sui dispositivi installati, e i risultati delle simulazioni analitiche e numeriche.

### 3.1. Possibili applicazioni

Il dispositivo CSB è ancora in fase di studio, ma si prevede che possa essere inserito sia in edifici di nuova costruzione sia in edifici già esistenti, sia civili che industriali.

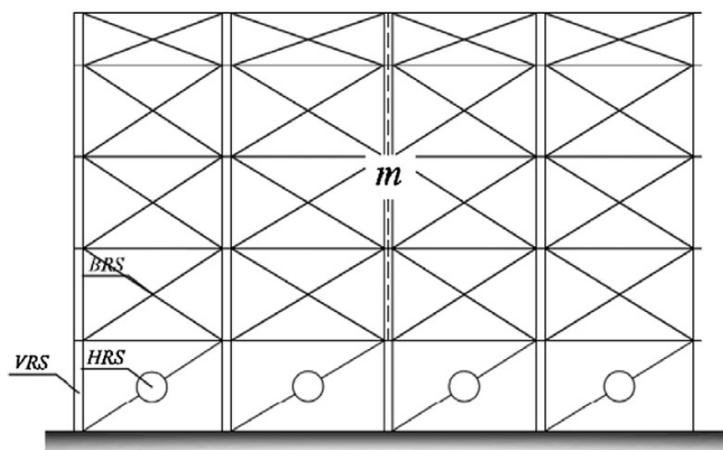


Fig. 3.1.: possibili applicazioni del CSB negli edifici

Per le prove si è utilizzato un dispositivo ricavato, tramite taglio laser, direttamente da una lastra di lamiera di acciaio S275, che è un prodotto commerciale facilmente recuperabile sul mercato. La facilità di realizzazione del dispositivo e di reperimento del materiale di partenza, permettono di prevederne una rapida produzione anche per quantitativi elevati. Non si esclude a priori la possibilità di realizzare una famiglia di dispositivi CSB geometricamente simili ma con dimensioni diverse tali da poter soddisfare nel migliore dei modi le differenti esigenze.

Con queste premesse è ipotizzabile uno sfruttamento di questi sistemi su quasi tutte le strutture già esistenti al fine di migliorarne sensibilmente la resistenza alle sollecitazioni sismiche, mentre per le nuove costruzioni sarà possibile una progettazione ottimale, sia per la resistenza ai carichi verticali che per la resistenza alle sollecitazioni trasversali, con il risultato, anche in questo caso, di realizzare strutture con determinate

caratteristiche antisismiche. Alla luce di quanto esposto possiamo prevedere che le potenzialità di questi nuovi dispositivi siano notevoli.

### 3.2. Posizionamento nella struttura

L'obiettivo di avere un piano debole le cui deformazioni rimangano nel campo elastico, anche nel caso di sismi ad alta intensità, si ottiene realizzando la controventatura del primo piano con elementi di tipo CBS.

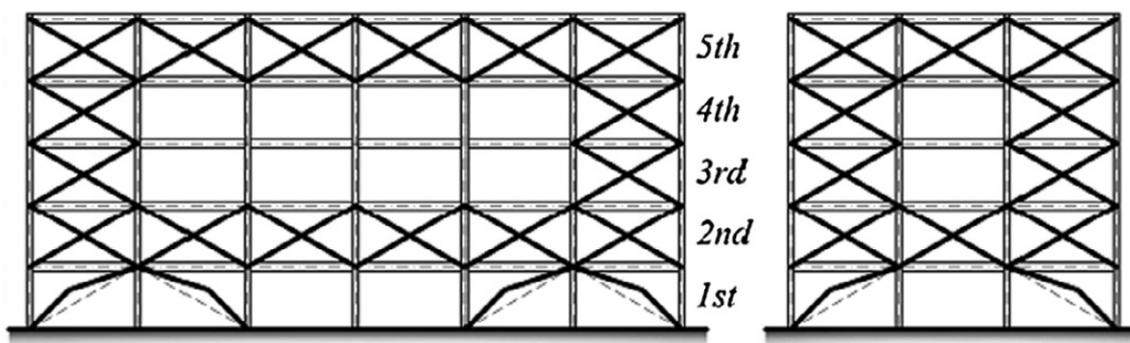


Fig. 3.2.: posizionamento del CSB nella struttura

### 3.3. Materiali

I dispositivi CSB sono realizzati in acciaio di qualità non legato S275. Questo tipo di acciaio è di impiego generale, con buone proprietà di saldabilità e discrete caratteristiche meccaniche; è destinato in generale a tutti i tipi di costruzioni ed, in particolare, nella fabbricazione di elementi **strutturali a freddo, bulloneria, rivetti.**

La norma UNI EN 10025-1 prevede, per i prodotti piani e lunghi laminati a caldo, le possibili condizioni di fornitura legate al procedimento produttivo utilizzato:

- AR: acciaio grezzo di laminazione "As rolled";
- N: acciaio laminazione normalizzata;
- M: acciaio laminazione termo meccanico;

- W: acciaio con resistenza migliorata alla corrosione atmosferica, “Weathering” (Ex Corten);
- Q: acciaio ad alto limite di snervamento, bonificato, “Quench and tempered”;
- C: simbolo aggiuntivo relativo ad un particolare impiego.

Gli acciai non legati si trovano nelle tre seguenti condizioni di fornitura e designazione:

- S: indica che si tratta di acciaio per impieghi strutturali;
- XXX : indicazione numerica del carico unitario di snervamento;
- XX: indicazioni alfanumeriche relative alla resilienza.

Nelle *Tab. 3.1. e 3.2.* sono indicate le caratteristiche meccaniche previste dalla norma UNI EN 10025 per gli acciai di qualità non legati.

Composizione chimica S275JR (%)

C max			Mn	P	S	Si	Cu	N
< 16 mm	> 16 ≤ 40 mm	> 40 mm	max	max	max	max	max	max
0,21	0,21	0,22	1,50	0,035	0,035	-	0,55	0,012

Caratteristiche meccaniche S275JR

	Laminato a caldo (Ø del provino in mm)									
	≤ 3	> 3 ≤ 16	> 16 ≤ 40	> 40 ≤ 63	> 63 ≤ 80	> 80 ≤ 100	> 100 ≤ 150	> 150 ≤ 200	> 200 ≤ 250	> 250 ≤ 400
Limite di Snervamento, Reh (MPa) min	275	275	265	255	245	235	225	215	205	-
Resistenza a Trazione Rm (MPa)	min	430	410	410	410	410	400	380	380	380
	max	580	560	560	560	560	540	540	540	540
Allungamento A (%) min	23	23	23	22	21	21	19	18	18	18
Resilienza Kv +20°C (J) min	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
Durezza HB	min	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	max	-	-	-	-	-	-	-	-	-

*Tab. 3.1.: composizione chimica e caratteristiche meccaniche dell'acciaio S275*

Nel grafico sottostante sono riportati i valori del carico di snervamento in funzione dello spessore per alcuni tipi d'acciaio non legato.

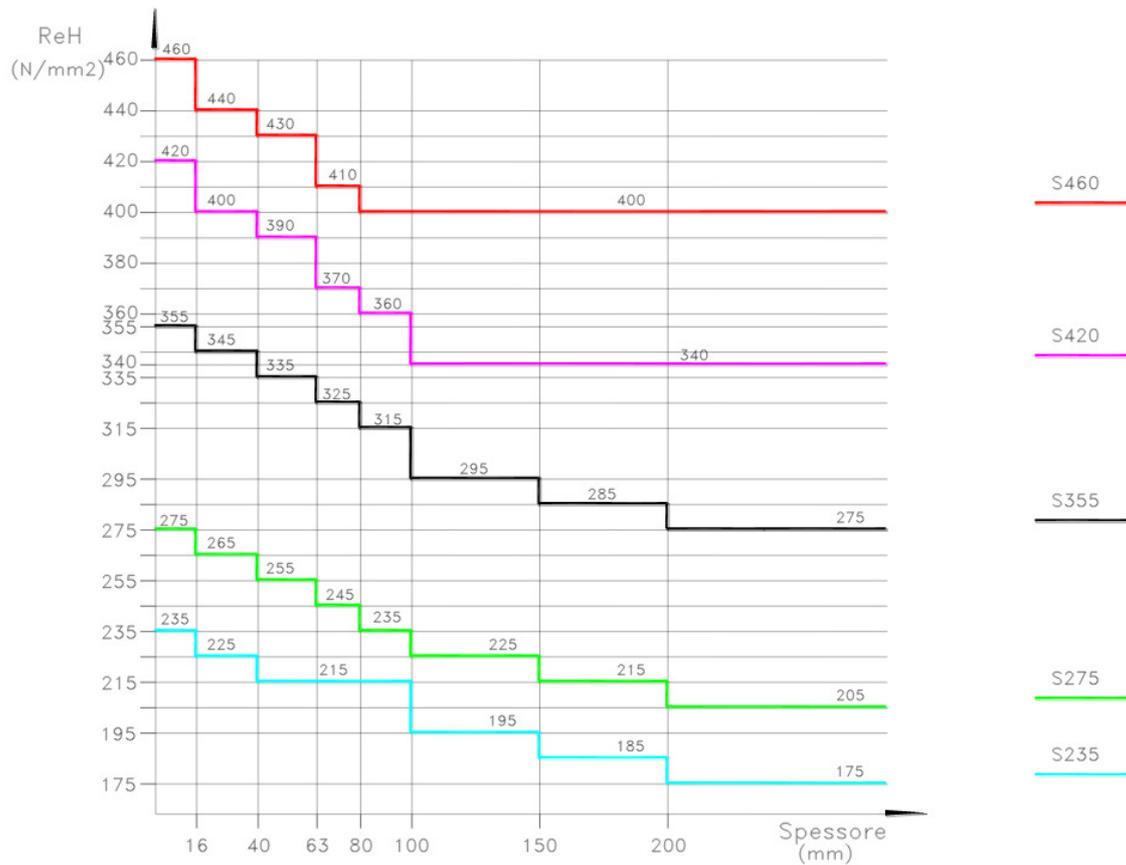


Fig. 3.3.: carico di snervamento in funzione dello spessore

L'acciaio S275 è un acciaio da costruzione con elevata resistenza meccanica e ottima resilienza, adatto all'utilizzo in condizioni estreme e temperature rigide fino a  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; ha ottime caratteristiche di saldabilità e viene utilizzato per la realizzazione di molte strutture metalliche.

A titolo d'esempio, sotto sono riportate le caratteristiche di questo acciaio prodotto da alcune acciaierie nazionali in funzione, anche, dello stato di fornitura (laminato a caldo, trafilato a freddo ecc.).

<b>Qualità materiale</b>		<b>S275JR</b> (Fe 430 B)									
Norma di riferimento		<b>EN 10025-2: 2004</b>									
Numero		<b>1.0044</b>									
<b>Composizione chimica</b>											
<b>C%</b>	<b>Si%</b>	<b>Mn%</b>	<b>P%</b>	<b>S%</b>	<b>N%</b>	<b>Cu%</b>					
max		max	max	max	max	max					
0,21 <sup>a)</sup>	--	1,50	0,035	0,035	0,012 <sup>a)</sup>	0,40	Analisi di <b>colata</b>				
0,24 <sup>a)</sup>	--	1,60	0,045	0,035	0,014 <sup>b)</sup>	0,45	Analisi di <b>prodotto</b>				
Metodo di disossidazione FN acciaio effervescente non ammesso											
<sup>a)</sup> per spessori > 40 mm fino a 100 mm max 0.22 in colata / 0.25 sul prodotto											
<sup>c)</sup> per spessori > 100 mm il contenuto di C va concordato											
<sup>a)</sup> il valore max di N non si applica se la composizione chimica mostra un contenuto di Al (totale) ≥ 0.020%											
<sup>b)</sup> il valore max di N non si applica se la composizione chimica mostra un contenuto di Al (totale) ≥ 0.015%											
<b>Temperature in °C</b>											
<b>Deformazione a caldo</b>	<b>Normale stato di fornitura</b>	<b>Ricottura di lavorabilità</b>	<b>Ricottura isotermica</b>	<b>Le temperature valgono per analisi che si approssima a:</b>							
1150-850	Stato naturale	650-700 aria	--		C%	Mn%	Si%				
					0.19	0.65	--				
In alcuni casi i particolari sono sottoposti anche a normalizzazione e rinvenimento oppure tempratura e rinvenimento				<b>Preriscaldamento per saldatura</b>	<b>Distensione dopo saldatura</b>						
<b>Normalizzazione</b>	<b>Tempra</b>	<b>Distensione</b>	<b>Tempra provetta Jominy</b>	non richiesto	raffreddamento lento						
<b>Rinvenimento</b>	<b>Rinvenimento</b>				<b>AC1</b>	<b>AC3</b>	<b>Ms</b>				
880-900 aria	860-900 acqua	50 sotto la temp. di rinven.	--				<b>Mf</b>				
550-660 aria	550-660 aria			--	--	--	--				
<b>Proprietà meccaniche</b>											
<b>Laminati a caldo</b> EN 10025-2: 2004 <b>S275JR</b> 1.0143											
Prova di trazione e resilienza in longitudinale a +20 °C											
sezione mm		<b>R</b>	sezione mm		<b>ReH</b>	sezione mm		<b>A%L</b>	<b>A%T</b>	<b>HB</b>	
oltre	fino a	N/mm <sup>2</sup>	oltre	fino a	N/mm <sup>2</sup> min	oltre	fino a	min	min	<i>per informazione</i>	
3	100	430-580	16	40	275	3	40	23	21	128-172	
100	150	410-560	40	63	265	40	63	22	20	122-162	
150	250	400-540	63	80	255	63	100	21	19	119-158	
--	--	380-540	80	100	245	100	150	19	19	110-158	
--	--	--	150	250	235	150	250	18	18		
<b>Modulo elastico</b>		N/mm <sup>2</sup>	100	150	225	oltre	fino a	<b>Kv</b> +20 °C J min <sup>d)</sup>			
<b>E long.</b>		<b>G tang.</b>	150	200	215	10	150	27	--		
210000		80000	200	250	205	150	250	27	--		
<sup>d)</sup> Per spessori > 100 mm i valori devono essere concordati. I valori di resilienza vanno verificati solo se specificati in fase di ordine											
<b>Trafilato a freddo</b>						<b>Laminato-Pelato-Rullato</b>					
sezione		Prova di trazione in longitudinale a +20 °C						Prova di trazione in longitudinale a +20 °C			
mm		<b>R</b>	<b>Rp 0.2</b>	<b>A%</b>	<b>HB</b>		<b>R</b>	<b>Rp 0.2</b>	<b>A%</b>	<b>HB</b>	
oltre	fino a	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup> min	min			N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup> min	min		

Fig. 3.2.: principali caratteristiche dell'acciaio S275

### 3.4. Caratteristiche geometriche

La peculiare geometria del dispositivo CSB ed il suo posizionamento all'interno di una specchiatura pilastro-trave-pilastro di un generico edificio a telaio è rappresentata in Fig. 3.4..

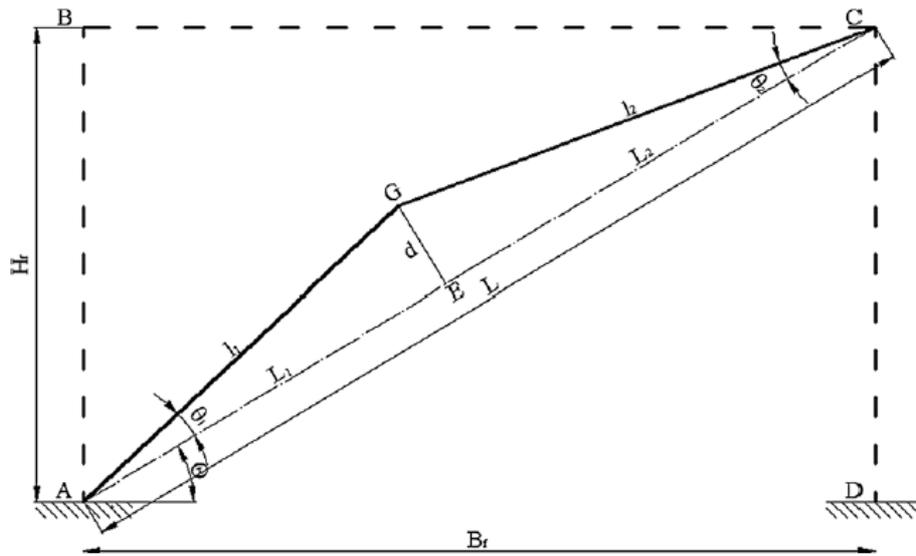


Fig. 3.4.: configurazione geometrica del CSB

La specifica configurazione geometrica del CSB è indicata come la “configurazione bilineare”. I parametri che caratterizzano la geometria del dispositivo sono:

- $H_f$ : altezza della struttura;
- $B_f$ : lunghezza della struttura;
- $L$ : lunghezza della diagonale;
- $\Theta$ : inclinazione della linea diagonale di riferimento rispetto alla direzione orizzontale;
- $l_1, l_2$ : lunghezze dei due elementi rettilinei, indicati con 1 e 2, rispettivamente (la lunghezza totale CSB è pari a  $l = l_1 + l_2$ );
- $L_1, L_2$ : proiezione di  $l_1$  e  $l_2$  lungo la diagonale;
- $\vartheta_1, \vartheta_2$ : inclinazioni dell'elemento 1 e 2 rispetto alla diagonale di riferimento, rispettivamente;
- $d$ : distanza ortogonale tra il punto G e la linea diagonale di riferimento, detta anche “braccio”;
- $A$ : area delle sezioni trasversali degli elementi 1 e 2;
- $h$ : profondità della sezione trasversale;
- $W$ : modulo di resistenza ( $W = 2 \cdot J/h$ , dove  $h$  è la profondità della sezione trasversale);
- $J$ : momento di inerzia degli elementi 1 e 2 o equivalentemente il rapporto  $i/h$ , dove  $i$  è il raggio di inerzia della sezione trasversale ( $i^2 = J/A$ ).

Con riferimento alla configurazione bilineare visualizzata, i parametri geometrici e meccanici indipendenti, che regolano la risposta del CSB, sono:

- con riferimento alla geometria:
  1. la lunghezza della diagonale  $L$ ;
  2. la proiezione della diagonale  $L_1$  ( $L_2 = L - L_1$ ), o equivalentemente il rapporto  $L_1/L$  (indicata anche come  $\rho$ );
  3. l'inclinazione della diagonale  $\vartheta$ ;
  4. il braccio  $d$ , o equivalentemente il rapporto  $d/L$  (indicata anche come  $\xi$ );
- con riferimento alla sezione:
  5. la profondità della sezione trasversale  $h$ ;
  6. l'area della sezione trasversale  $A$ ;
  7. il momento di inerzia  $J$ , o equivalentemente il rapporto  $i/h$ , dove  $i$  è il raggio di inerzia della sezione trasversale ( $i^2 = J/A$ );
- con riferimento al materiale (si presume un rapporto sforzo-deformazione bilineare):
  8. il modulo elastico  $E$ ;
  9. il carico di snervamento  $f_y$ ;
  10. il rapporto di indurimento  $r$ , definito come il rapporto  $E_p/E$ , dove  $E_p$  è la tangente della curva stress-strain dopo il punto di snervamento.

In genere, i valori di  $i/h$  sono compresi tra 0.20 e 0.50. I profili compatti presentano bassi valori di  $i/h$  (es. sezione circolare piena: 0.25, sezione rettangolare piena: 0.29), mentre i profili a doppio T mostrano più alti valori di  $i/h$  (es. HEA: 0.44).

Profile	Full circular	Full rectangular	Tubular circular	Tubular rectangular	I sections
$i/h$	0.25	0.29	0.35	0.39	0.44

*Tab. 3.3.: valori di  $i/h$  per diversi profili d'acciaio*

In sintesi, il numero totale di parametri indipendenti che regolano il comportamento dei CSB è uguale a dieci ma,  $L_1$ , praticamente, non influisce sul comportamento dei dispositivi ai fini della progettazione sismica. Quindi, il numero dei parametri indipendenti diventa nove.

Nell'ipotesi che, per una data struttura sia determinata la curva "obiettivo", i valori della rigidità laterale iniziale, del carico di snervamento, della capacità duttile e della

deformazione plastica finale (corrispondente al comportamento di indurimento post-snervamento) sono dati noti e indicati con:

- K: rigidità laterale iniziale;
- $F_y$ : resistenza allo snervamento di destinazione;
- $\mu$ : duttilità;
- $\delta_p$ : massimo spostamento plastico di destinazione.

Nel caso di progettazione sismica di una struttura edilizia si presume che la struttura architettonica sia data; di conseguenza, i parametri geometrici L e  $\vartheta$  sono fissati. Inoltre, come è consuetudine, la tipologia del materiale è decisa a priori, perciò sono noti anche i parametri meccanici E e  $f_y$ . In queste condizioni, i parametri indipendenti passano da nove a cinque.

### 3.5. Parametri (meccanici e geometrici) di progetto

Da un punto di vista progettuale, è utile fornire le equazioni che consentono di dimensionare il CSB in modo tale da ottenere la rigidezza  $\bar{K}$  e la resistenza  $\bar{F}_y$  per il soddisfacimento dei diversi obiettivi prestazionali.

Fissata la sezione, le equazioni di  $\bar{K}$  e  $F_y$  possono essere organizzate in modo da ottenere espressioni progettuali dirette per il “braccio” normalizzato  $\xi$  ed il modulo di inerzia J:

$$\xi = 0,75 \cdot \frac{E \cdot h \cdot \bar{F}_y}{\bar{K} \cdot L^2 \cdot f_y} \cdot 1 + \left( \sqrt{1 + 5,33 \cdot \left(\frac{i}{h}\right)^2 \cdot \frac{\bar{K} \cdot L}{E} \cdot \frac{f_y}{\bar{F}_y}} \right)$$

$$J = \frac{L^3 \cdot \bar{K} \cdot \xi^2}{3 \cdot E}$$

Le ultime due espressioni sono ottenute assumendo che la deformabilità assiale del CSB possa essere trascurata rispetto alla deformabilità flessionale. Si può dimostrare che, da un punto di vista progettuale, questo presupposto è ragionevole per valori di  $\xi > 0,08$ .

Nel caso generale, le relazioni analitiche diventano più complicate e non utili dal punto di vista progettuale.

I risultati di analisi non lineari numeriche del comportamento dei CSB sotto carichi crescenti sia monotoni (in trazione ed in compressione) che ciclici, effettuate su modelli agli elementi finiti, mostrano che le ipotesi ed i conseguenti risultati sono ragionevoli per gli elementi tozzi, che presentano un rapporto di snellezza  $\lambda$  inferiore a 100, e in cui valga l'ipotesi di piccoli spostamenti. Pertanto, le semplici equazioni di progetto calcolate possono essere considerate valide per rapporti di snellezza tra 25 e 100. Nel caso di rapporti di snellezza maggiori di 100, per dimensionare l'elemento CSB, sono necessarie analisi non lineari che tengono conto delle problematiche di instabilità.

### 3.6. Gli effetti P- $\Delta$

Lo studio di un elemento deformato richiede un'analisi del secondo ordine. Poiché, a causa della deformazione, l'asse di una struttura intelaiata non è lineare, ne consegue che:

- la traiettoria (dovuta alla deformazione) di un punto della struttura non è lineare, pertanto esiste una correlazione P- $\delta$  dove:
  - P è il carico in direzione assiale;
  - $\delta$  è lo spostamento del secondo ordine.
- la geometria dell'elemento deformato non è lineare, pertanto esiste una relazione P- $\Delta$  dove:
  - P è il carico in direzione assiale;
  - $\Delta$  è lo spostamento del primo ordine relativo di uno degli estremi dell'elemento intelaiato.

Il metodo semplificato proposto da Paulay e Priestely è adottato per tener conto degli effetti P- $\Delta$  entro il quadro del metodo dello spettro di capacità. Si consideri il caso di un semplice modello a mensola elastico perfettamente plastico sottoposto ad una forza laterale come rappresentato in *Fig. 3.5.*

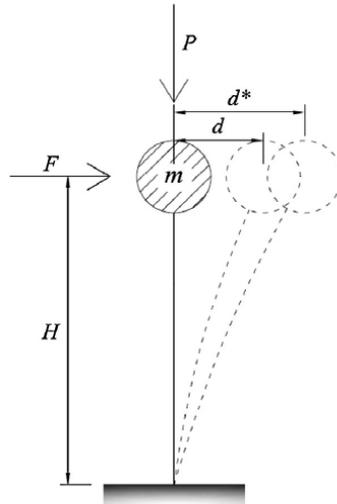


Fig. 3.5.: rappresentazione qualitativa degli effetti  $P-\Delta$  in un sistema ad un singolo grado di libertà.

Lo spostamento orizzontale del secondo ordine dovuto all'applicazione di una forza orizzontale  $F$  è uguale a:

$$d^* = \frac{d}{1 - \frac{P \cdot d}{F \cdot H}}$$

dove  $H$  è l'altezza del sistema,  $P$  è il carico verticale e  $d$  è lo spostamento laterale del primo ordine.

Questo approccio può essere utilizzato semplicemente per ottenere un'efficace curva di capacità del sistema di resistenza verticale, cioè la curva di capacità che rappresenta gli effetti  $P-\Delta$ . In particolare, dopo i semplici sviluppi matematici, la precedente equazione può essere modificata in modo da ottenere lo spostamento laterale  $d^*$  dovuto alla forza orizzontale  $F$  in funzione della rigidità  $k$  secante:

$$d^* = \frac{d}{1 - \frac{P \cdot d}{F \cdot H}} = \frac{F}{k} \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{P}{H \cdot k}} \right) = \frac{F}{k - k_G} = \frac{F}{k^*}$$

dove  $k^* = k - k_G = k \cdot (1 - P/H \cdot k)$  può essere definito come l'effettiva rigidità (ossia la rigidità contabile per gli effetti  $P-\Delta$ ),  $k_G = P/H$  è la rigidità geometrica, che è costante per un carico assiale costante  $P$ .

Allo stesso tempo gli effetti  $P-\Delta$  possono essere interpretati come una riduzione della forza laterale resistente del sistema:

$$F^* = k^* \cdot d^* = (k - k_G) \cdot d^* = F - \Delta F$$

Come rappresentato in Fig. 3.6.,  $\Delta F = k_G \cdot d^*$  è la quantità di forza laterale che viene sottratta ad  $F = k \cdot d^*$  per ottenere una capacità efficace  $F^*$ . Per una costante forza assiale  $P$ ,  $\Delta F$  è una funzione lineare dello spostamento laterale.

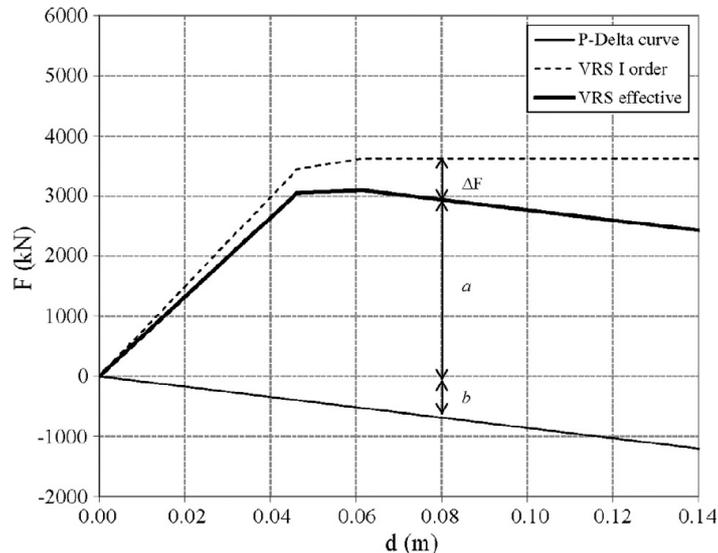


Fig. 3.6.: curva VRC-AC del I° ordine, curva P- $\Delta$  e curva VRS-AC effettiva.

Concludendo, tutte le espressioni in forma chiusa calcolate assumono linearità statica, linearità cinematica e piccoli spostamenti, in quanto le equazioni di equilibrio sono impostate nella configurazione indeformata. In queste ipotesi, la rigidità iniziale e la resistenza allo snervamento non dipendono dalla direzione dei carichi laterali (cioè carichi che inducono trazione o compressione).

### 3.7. Limiti ed assunzioni

È importante riassumere le ipotesi fatte durante le trattazioni precedenti e i relativi limiti d'applicazione delle espressioni ottenute dall'introduzione delle sopra citate ipotesi e semplificazioni.

Tutte le espressioni in forma chiusa sono state ottenute nell'ipotesi di linearità statica, linearità cinematica e piccoli spostamenti inoltre, le equazioni di equilibrio, sono ricavate imponendo una configurazione indeformata. Con queste ipotesi, la rigidità iniziale e la resistenza allo snervamento sono indipendenti dalla direzione dei carichi

lateralmente (che possono generare indifferentemente sollecitazioni di trazione o di compressione). Queste ipotesi possono essere considerate ragionevoli nel caso di membri sottili (rapporto di snellezza  $\lambda$  inferiore a 100) e moderati spostamenti laterali.

Pertanto, le equazioni di progetto del paragrafo 3.5.

$$\xi = 0,75 \cdot \frac{E \cdot h \cdot \bar{F}_y}{\bar{K} \cdot L^2 \cdot f_y} \cdot 1 + \left( \sqrt{1 + 5,33 \cdot \left(\frac{i}{h}\right)^2 \cdot \frac{\bar{K} \cdot L}{E} \cdot \frac{f_y}{\bar{F}_y}} \right)$$

$$J = \frac{L^3 \cdot \bar{K} \cdot \xi^2}{3 \cdot E}$$

possono essere considerate valide per rapporti di snellezza tra 25 e 100. Per i rapporti di snellezza di maggiori dimensioni, sono necessarie le analisi non lineari e le analisi del carico di punta per poter dimensionare correttamente l'elemento CSB.

Anche l'effetto dell'instabilità locale è stato trascurato in questo studio. Questo effetto, può essere ragionevolmente trascurato per le sezioni dei profili in acciaio generalmente presenti sul mercato, ad eccezione delle sezioni trasversali a forma di I o H con flange sottili. In questi casi, la possibilità di poter trascurare gli effetti dell'instabilità locale deve essere valutata caso per caso.

Il ciclo di rottura per fatica non è stato esplicitamente studiato perché gli approcci, in genere, richiedono lo sviluppo di prove sperimentali ad hoc.

## 4. Prove sperimentali

### 4.1. Tipologia di prova

Sono state eseguite prove pseudostatiche con carico ciclico, che hanno permesso di tracciare le curve forza-spostamento per i vari provini.

Le prove pseudostatiche sono prove che avvengono ad una velocità di spostamento talmente ridotta da poter essere trascurata. Questo permette di trascurare i fenomeni di inerzia e di considerare i valori rilevati ai vari istanti della prova come se fossero relativi ad una prova statica.

### 4.2. Descrizione dei provini

Nome provino	Tipo sezione	Dimensioni sezione prima della prova [mm]	Braccio [mm]	Lunghezza [mm]	Area provino [mm <sup>2</sup> ]	Saldatura	Materiale
R1	Rettangolare piena	41.4 x 15.0	104	1040	621.0	No	S275JR
R2	Rettangolare piena	42.8 x 15.7	104	1040	672.0	No	S275JR
R3	Rettangolare piena	42.5 x 15.8	104	1040	671.5	No	S275JR
RW1	Rettangolare piena	41.4 x 15.0	104	1040	621.0	Si	S275JR

I provini sono stati ricavati da una lastra di acciaio S275JR laminato a caldo tramite taglio a laser. La geometria è riportata in *Fig. 4.1.*

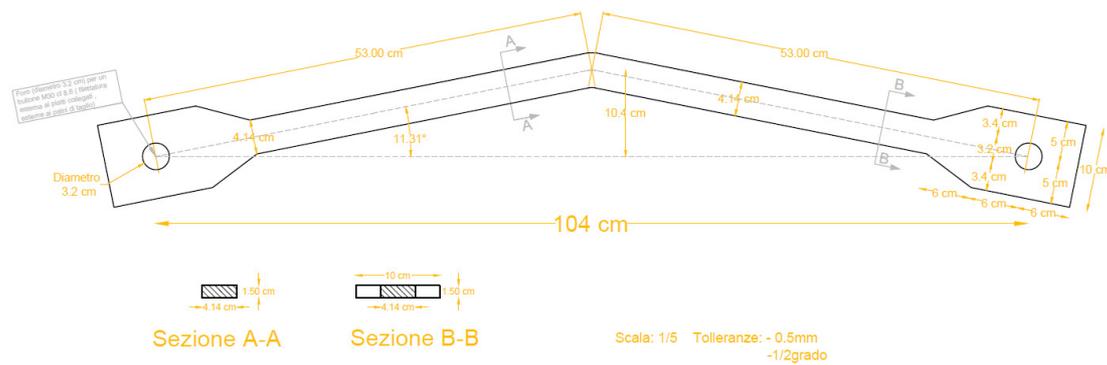


Fig. 4.1.: geometria del dispositivo

Tra le quote riportate nella precedente figura quelle più importanti al fine della prova sono:

1. le dimensioni della sezione (41.4 x 15 mm);
2. l'altezza del ginocchio (10.4 cm);
3. l'interasse dei fori utilizzati per il collegamento del provino alla macchina di prova (104 cm).

Per meglio evidenziare lo stato deformativo durante la fase di prova, il provino è stato preparato con un fondo di vernice bianca sul quale è stata poi spruzzata una vernice di color nero. Il provino è stato, infine, posizionato sotto una lampada ad incandescenza per accelerare il processo di essiccazione delle vernici: il risultato ottenuto è quello riportato in Fig. 4.2. e Fig. 4.3..



Fig. 4.2.: colorazione del provino prima dell'inizio della prova

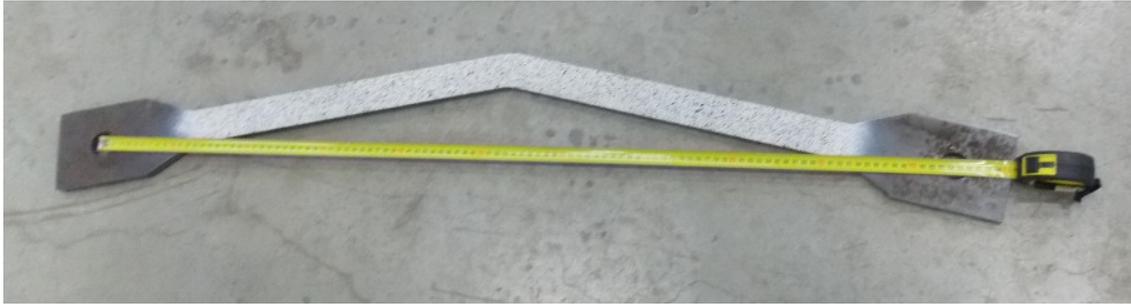


Fig. 4.3.: misurazione del provino prima dell'inizio della prova

Durante la prova, con l'ausilio di una speciale telecamera, è stato monitorato il comportamento del provino sotto carico. La visione della registrazione avvenuta in fase di prova ha confermato il fatto che la speciale verniciatura eseguita sul provino rende più evidenti le deformazioni del provino.

Per collegare l'elemento appena descritto alla macchina di prova sono state realizzate ad hoc quattro piastre in acciaio, ognuna delle quali presenta due fori passanti di diametro pari a 22 mm ed un foro passante perpendicolare ai precedenti di diametro 32 mm.

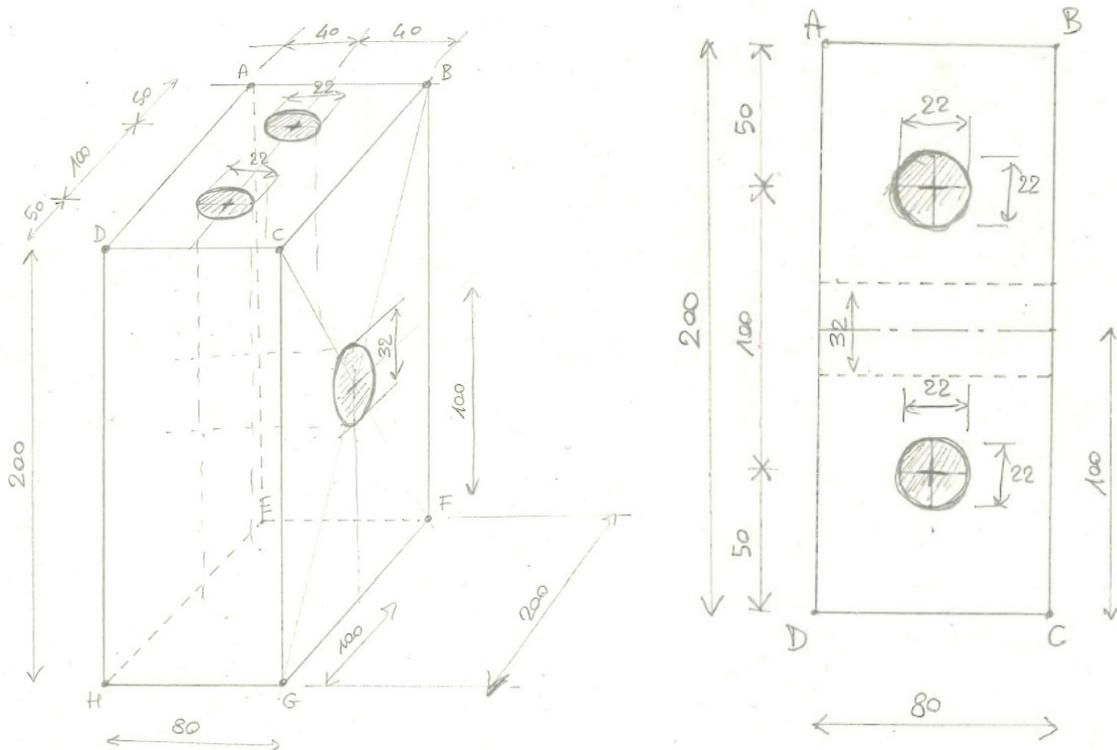


Fig. 4.4.: assonometria e sezione delle quattro piastre di acciaio utilizzate per il fissaggio dell'elemento alla macchina.

Nei fori  $\Phi 22$  sono state inserite delle viti M20, utilizzate per rendere solidali le piastre alle testate della macchina, già munite di fori filettati M20, mentre nei fori  $\Phi 32$  delle piastre e del provino è stata inserita una vite M30, che ha completato il collegamento dell'elemento alla macchina.



*Fig. 4.5.: particolare dell'inserimento delle due viti M20 ad ogni piastra di fissaggio e particolare della vite M30 utilizzata per inserire il provino stesso alla macchina di prova*



*Fig. 4.6.: provini rettangolari pieni, rettangolari pieni saldati, circolari pieni, piastre di fissaggio, viti M20, viti M30*

### 4.3. Set-up di prova: strumentazione

Per la prova è stata utilizzata una macchina per trazioni universali realizzata da METRO COM (azienda con sede a Novara, specializzata nella costruzione di attrezzature, sia elettromeccaniche che elettroidraulica, per laboratori). Nello specifico, la macchina in dotazione al laboratorio universitario ha una capacità nominale massima di 600 kN. La macchina ha una struttura in acciaio, è dotata di una testata inferiore fissa e di una testata superiore mobile azionata da un pistone oliodinamico al quale arriva un fluido idraulico messo in pressione da una pompa azionata da un motore elettrico. Sulle testate sono realizzati una serie di fori filettati M20 che permettono il collegamento con le specifiche attrezzature necessarie per le varie prove. La macchina permette di regolare le condizioni di prova, variando sia il carico, attraverso la pressione del fluido, sia la velocità, attraverso un regolatore di portata. La macchina utilizzata è dotata di un computer che analizza i parametri e di due display: in uno sono visualizzati i valori istantanei del carico e dell'allungamento, mentre nell'altro è riportato il diagramma forza-spostamento.

Con questa macchina è possibile effettuare sia prove di trazione che di compressione, a spostamento impresso con velocità variabili. È stata anche utilizzata una speciale telecamera da laboratorio con la quale si è ripreso il comportamento del ginocchio dell'elemento durante tutta l'esecuzione della prova (tecnologia DIC).



Fig. 4.7.: macchina per trazioni universali realizzata da METRO COM

La variazione di lunghezza registrata durante la prova è dovuta principalmente a:

1. deformazione del provino (oggetto della prova);
2. allungamento delle viti utilizzate per il cablaggio degli elementi di collegamento.



Fig. 4.8.: particolari bullonatura (vite e dado) M20 e M30

Essendo state utilizzate quattro viti M20 per il fissaggio delle due piastre alla testata superiore ed altrettante quattro viti per il fissaggio delle piastre alla testata inferiore, ognuna di esse sopporta uno sforzo pari ad  $1/4$  del carico applicato sul provino. Le viti sono realizzate in acciaio avente classe di resistenza 8.8. In base alla normativa ISO 898-1: 2009 la designazione 8.8 indica che la vite è garantita per un carico unitario a

rottura  $f_{tb} \geq 800 \text{ N/mm}^2$ , e per un carico unitario di snervamento pari a  $f_{yb} = f_{tb} \cdot 0.8 = 649 \text{ N/mm}^2$ .

Il carico massimo applicato dalla macchina durante la fase di prova è circa 326 kN; in questa condizione ogni vite ha sopportato un carico pari a:

$$P = \frac{326}{4} = 81.5 \text{ kN}$$

Se, in prima approssimazione, si ipotizza che il diametro delle viti sia di 20 mm, ogni vite presenta una sezione resistente di  $314 \text{ mm}^2$ . Per cui la tensione unitaria sulle viti, nel momento di massima sollecitazione a trazione, vale:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} = \frac{81500}{314} = 259.55 \text{ N/mm}^2$$

Questo valore è nettamente inferiore al limite di snervamento garantito per la classe di resistenza 8.8 ( $f_{yb} = 649 \text{ N/mm}^2$ ) e, garantisce quindi che, l'elemento di fissaggio (vite) lavori sempre nel campo elastico. L'allungamento massimo del tratto di vite esterno alla zona di accoppiamento filettato vale:

$$\Delta l = \frac{\sigma_{max} \cdot l}{E} = \frac{259.55 \cdot 200}{210000} = 0.25 \text{ mm}$$

Poiché si deformano sia le viti utilizzate sulla piastra inferiore che quelle utilizzate sulla piastra superiore, l'allungamento massimo causato dalle viti risulta essere pari a:

$$\Delta l_{max} = \Delta l \cdot 2 = 0.50 \text{ mm}$$

Questo valore è inferiore all'1% dell'allungamento totale del provino nel caso di prova a trazione, che risulta essere pari a 65 mm, ed è quindi trascurabile.

Durante la fase di compressione le viti sono scariche, pertanto non si deformano.



*Fig. 4.9.: posizionamento del provino alla macchina prima dell'inizio della prova*

Le fasi di preparazione della prova sono le seguenti:

1. realizzazione di provini con geometria predefinita;
2. montaggio e allineamento degli organi di fissaggio sulle testate della macchina;
3. montaggio del provino attraverso gli elementi di collegamento sopra descritti;
4. messa appunto e accensione dell'apparato video, necessaria alla registrazione dello stato deformativo;
5. accensione della macchina di prova;
6. applicazione di un pre-carico di 1.4 kN , necessario ad eliminare gli effetti dannosi dei giochi sui risultati della prova;
7. impostazione, sul quadro di comando della macchina, dei parametri di carico, scarico e relative velocità desiderati;
8. avvio della prova;
9. rilevazione dei dati e dei grafici forza-spostamento;
10. analisi ed elaborazione dei dati ottenuti dalla prova.

## 4.4. Protocollo di prova per la caratterizzazione meccanica del dispositivo

Per evitare che i giochi, derivanti dall'insieme del sistema di fissaggio, possano portare ad errate interpretazioni dei risultati, è stato deciso di far partire ogni ciclo di prova da un pre-carico di 1.4 kN. Il suddetto valore è stato scelto perché, al di sopra di esso, il grafico forza-spostamento si è regolarizzato, non risentendo più dei giochi iniziali dovuti al sistema di fissaggio.

### 4.4.1. Protocollo di prova ciclica a trazione

- n. 2 cicli da  $F_0$  a  $F_{yt}/6$ ;
- n. 2 cicli da  $F_0$  a  $F_{yt}/4$ ;
- n. 2 cicli da  $F_0$  a  $F_{yt}/3$ ;
- n. 2 cicli da  $F_0$  a  $F_{yt}/2$ ;
- n. 2 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yt}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $2 \cdot F_{yt}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $5 \cdot F_{yt}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $8 \cdot F_{yt}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_r$ .

dove  $F_0$  è il valore di forza oltre la quale non si manifestano effetti/anomalie dovuti a giochi foro-bullone ed ai sistemi di fissaggio,  $F_{yt}$  è il valore del carico di snervamento teorico a trazione ed  $F_r$  è il valore del carico di rottura teorico a trazione.

### 4.4.2. Protocollo di prova ciclica a compressione

- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/5$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/3$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/2$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $(2/3) \cdot F_{yc}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $(6/7) \cdot F_{yc}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}$ ;

- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $0.9 \cdot F_r$  (in trazione).

dove  $F_0$  è il valore di forza oltre la quale non si manifestano effetti/anomalie dovuti a giochi foro-bullone ed ai sistemi di fissaggio,  $F_{yc}$  è il valore del carico di snervamento teorico a compressione ed  $F_r$  è il valore del carico di rottura teorico a trazione.

#### 4.4.3. Protocollo di prova ciclica a trazione/compressione

- n. 5 cicli da  $\pm \delta_y$  (campo elastico: velocità 4-8 mm/min);
- n. 5 cicli da  $\pm 2 \cdot \delta_y$  (campo plastico: velocità 15 mm/min);
- n. 5 cicli da  $\pm 3 \cdot \delta_y$  (campo plastico: velocità 25 mm/min);
- n. 5 cicli da  $\pm 4 \cdot \delta_y$  (campo plastico: velocità 40 mm/min);
- n. 1 ciclo da 0 mm a  $+ 15 \cdot \delta_y$ ;
- n. 1 ciclo da 0 mm a  $-\delta_y/3$  (velocità 25 mm/min);
- n. 1 ciclo da 0 mm a  $+ 15 \cdot \delta_y$ ;
- n. 1 ciclo da 0 mm a  $-\delta_y/3$ ;
- n. 1 ciclo fino a  $\delta_u$  (velocità 40 mm/min).

dove  $\delta_y$  è lo spostamento corrispondente al carico di snervamento teorico a trazione e  $\delta_u$  è lo spostamento ultimo.

#### 4.4.4. Protocollo di prova ciclica a trazione/compressione nel caso di provino saldato

- Compressione
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/4$ ;
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/3$ ;
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yc}/2$ ;
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $(3/4) \cdot F_{yc}$ ;
  - n. 2 cicli da  $F_0$  a  $F_{yc}$ .
- Trazione
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yt}/20$ ;
  - n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yt}/10$ ;

- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yt}/4$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_{yt}$ ;
- n. 1 ciclo da  $F_0$  a  $F_r$ .

dove  $F_0$  è il valore di forza oltre la quale non si manifestano effetti/anomalie dovuti a giochi foro-bullone ed ai sistemi di fissaggio,  $F_{yc}$  è il valore del carico di snervamento teorico a compressione,  $F_{yt}$  è il valore del carico di snervamento teorico a trazione ed  $F_r$  è il valore del carico di rottura teorico a trazione.

## 4.5. Risultati e grafici forza-spostamento

### 4.5.1. Prova R1

Nello specifico della prova svolta sul provino R1, il protocollo di prova pseudostatica ciclica a trazione è stato specializzato come segue:

- n. 2 cicli da 1.4 kN a 5 kN;
- n. 2 cicli da 1.4 kN a 8 kN;
- n. 2 cicli da 1.4 kN a 12 kN;
- n. 2 cicli da 1.4 kN a 15 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 20 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 35 kN (tra 26 kN e 35 kN si sono evidenziati i fenomeni dello snervamento a flessione e dell'incrudimento del materiale);
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 60 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 150 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 245 kN (a circa 245 kN si è manifestato un aumento di deformazione sotto carico costante molto simile allo snervamento classico di una prova a trazione);
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 326 kN (a circa 326 kN si è evidenziato un inizio di rottura dell'elemento per cui si è deciso di sospendere la prova).

In questa prova lo snervamento è avvenuto nella sezione di ginocchio sollecitata a trazione, che risulta essere quella interna.



Fig. 4.10.: provino R1 al termine della prova a trazione

Di seguito si fornisce una tabella nel quale si sono inseriti i principali parametri meccanici che hanno caratterizzato il comportamento del provino R1 durante la prova:

$k_1$ [kN/mm]	$k_2$ [kN/mm]	$k_3$ [kN/mm]	$k_4$ [kN/mm]	$F_{y,flex}$ [kN]	$\delta_{y,flex}$ [mm]	$F_{y,traz}$ [kN]	$\delta_{y,traz}$ [mm]	$F_u$ [kN]	$\delta_{yM}$ [mm]
5	3.33	20	2.5	17	4	245	32	325	76

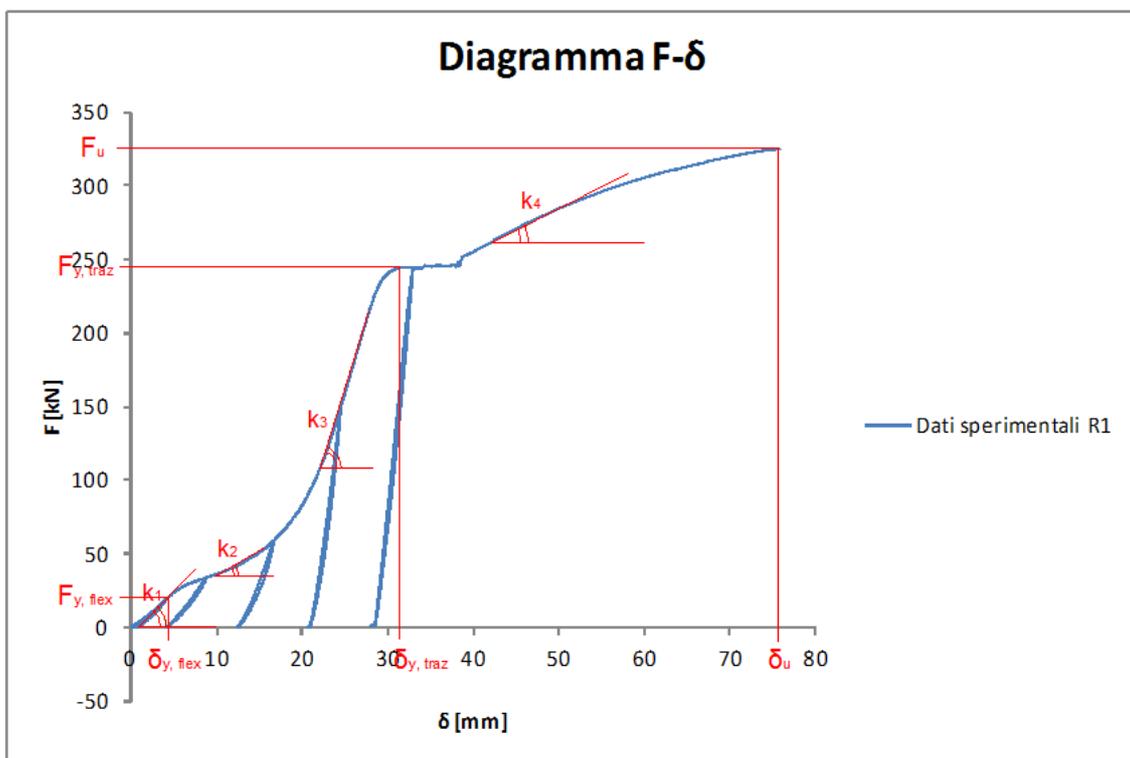


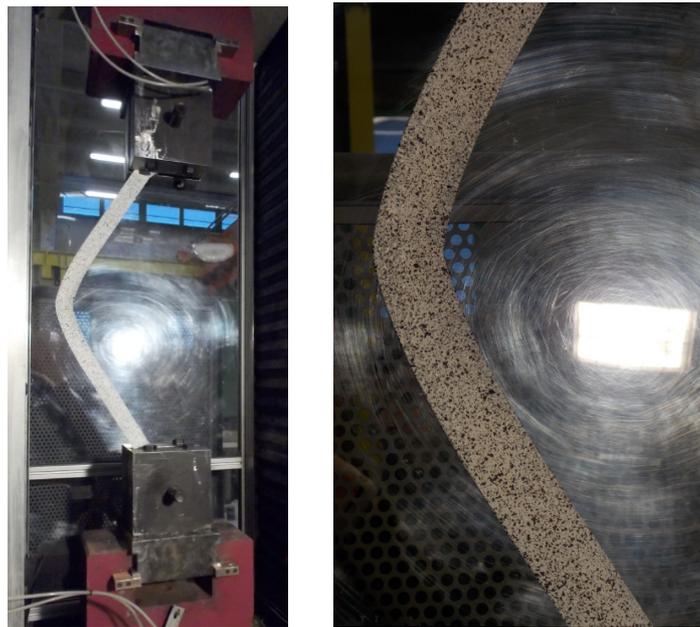
Fig 4.11.: grafico forza-spostamento di R1 in trazione

#### 4.5.2. Prova R2

Nello specifico della prova svolta sul provino R2, il protocollo di prova pseudostatica ciclica a compressione è stato specializzato come segue:

- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 5 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 8 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 12 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 15 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 20 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 23 kN (il carico, arrivato a circa 23 kN, in compressione, ha avuto una decrescita praticamente monotona fino a 15 kN, a cui è seguito lo scarico).

Anche in questa prova lo snervamento è avvenuto nella sezione di ginocchio sollecitata a trazione, che risulta essere quella esterna.



*Fig. 4.12.: provino R2 durante la prova a compressione*

Per ultimo si è eseguito:

- n. 1 ciclo da 0 kN a 290 kN.

È presupponibile pensare che, anche in questa seconda fase della prova R2, il provino sia arrivato al collasso a causa dello snervamento della zona di ginocchio sollecitate a trazione, che risultano essere, però, quella interna.



*Fig. 4.13.: provino R2 al termine della prova composta compressione e trazione*

Dall'analisi dei risultati delle prove eseguite sui provini R1 ed R2 si evidenzia che:

1. il provino R2 sottoposto prima a compressione e poi a trazione, al termine della prova, presenta un allungamento nettamente inferiore a quello del provino R1 sottoposto a sola trazione;
2. il comportamento a trazione del provino R2 è notevolmente diverso rispetto al comportamento manifestato durante la fase di compressione (il carico necessario per arrivare allo snervamento a compressione è circa 1/10 rispetto a quello necessario per lo snervamento a trazione).



*Fig. 4.14.: sopra provino R2 dopo la prova composta compressione e trazione, sotto provino R1 dopo la prova a trazione*

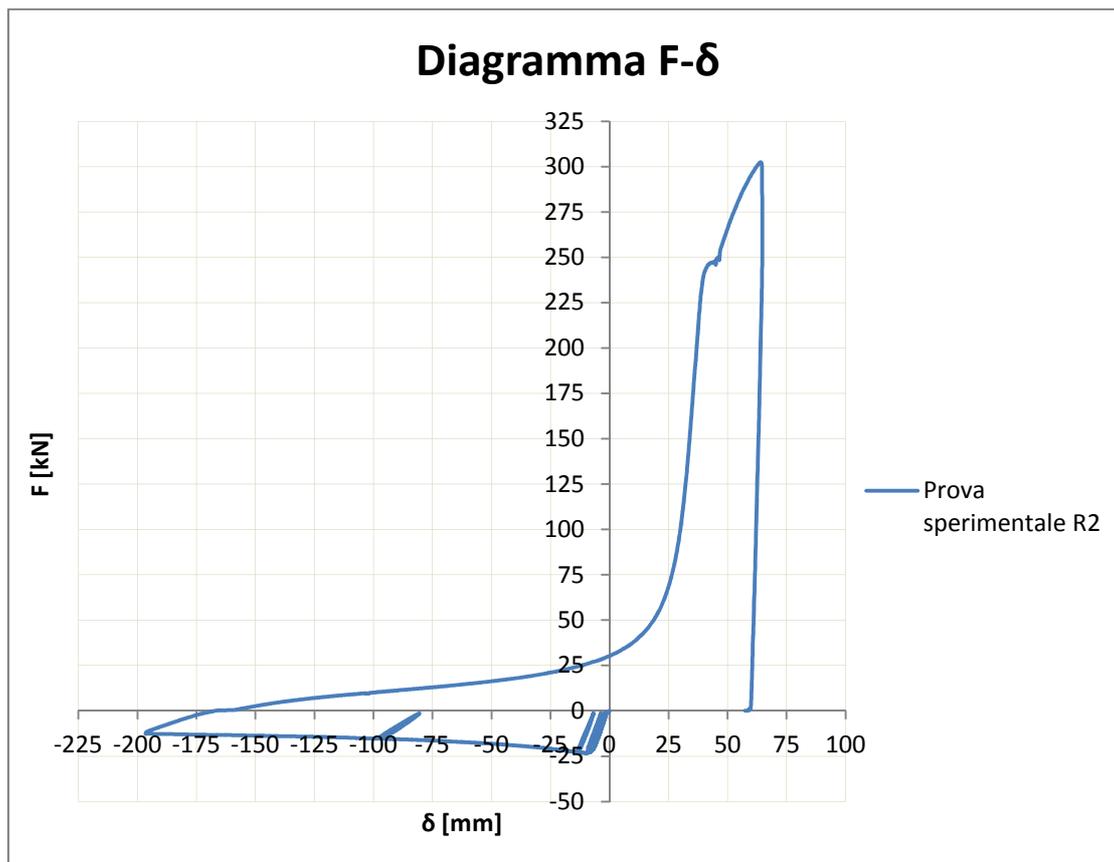


Fig. 4.15.: grafico forza-spostamento di R2 in compressione

### 4.5.3. Prova R3

Nello specifico della prova svolta sul provino R3, il protocollo di prova pseudostatica ciclica a trazione/compressione è stato specializzato come segue:

- n. 5 cicli da 1.4 kN a 5 kN;
- n. 5 cicli da  $\pm 12$  mm (campo plastico: velocità 15 mm/min);
- n. 5 cicli da  $\pm 18$  mm (campo plastico: velocità 25 mm/min);
- n. 5 cicli da  $\pm 30$  mm (campo plastico: velocità 40 mm/min; il provino si è instabilizzato in compressione ed è ceduto, deformandosi in direzione del piano con minore inerzia);
- n. 1 ciclo da 0 mm a +99 mm;
- n. 1 ciclo da 0 mm a -2 mm (velocità 25 mm/min);
- n. 1 ciclo da 0 mm a +99 mm;
- n. 1 ciclo da 0 mm a -2 mm;

- n. 1 ciclo fino a 326 kN (interruzione della prova per avvenuta rottura del provino, velocità 40 mm/min).

Il carico massimo sopportato dal provino (326 kN) è uguale a quello rilevato durante la prova R1 eseguita a sola trazione. Da questo risultato si può affermare che il numero di cicli applicati, a spostamento controllato, ha fatto insorgere il fenomeno dell'instabilizzazione del provino fuori piano, ma non ha ridotto la sua resistenza alla rottura. Ai fini di un uso pratico del dispositivo oggetto di studio, questo risultato è decisamente importante.



*Fig. 4.16: sopra provino prima della prova, sotto provino R3 dopo la prova ciclica trazione/compressione*



*Fig. 4.17.: rottura del provino R3*

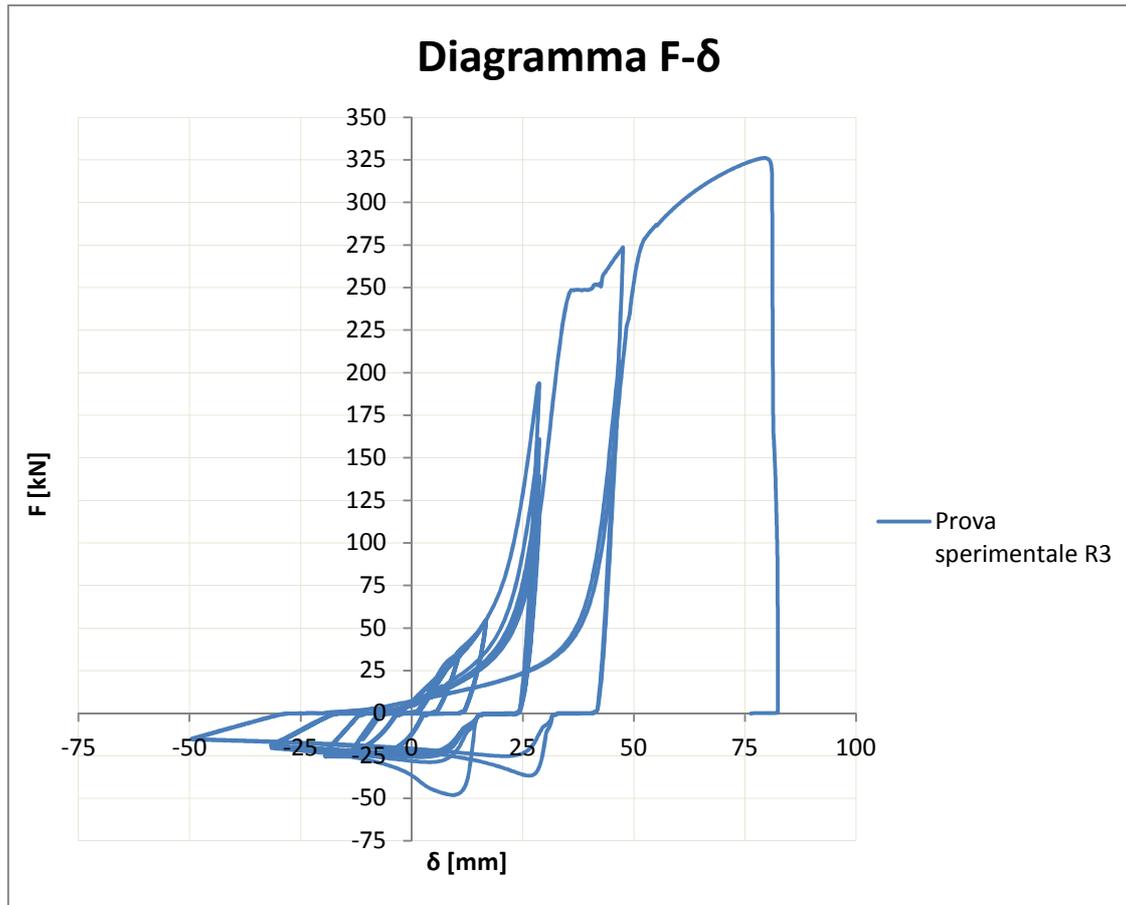


Fig. 4.18.: grafico forza-spostamento di R3 in trazione/compressione

#### 4.5.4. Prova RW1

Nello specifico della prova svolta sul provino RW1, il protocollo di prova pseudo statica ciclica a trazione/compressione è stato specializzato come segue:

- Compressione
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 5 kN;
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 8 kN;
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 12 kN;
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 15 kN;
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 18 kN (circa a 18 kN si sono evidenziati i fenomeni dello snervamento a compressione del materiale);
  - n. 1 ciclo da 1.4 kN a 20 kN.
- Trazione

- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 10 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 20 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 50 kN;
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 205 kN (a circa 205 kN si è manifestato un aumento di deformazione sotto carico costante molto simile allo snervamento classico di una prova a trazione);
- n. 1 ciclo da 1.4 kN a 290 kN (a circa 290 kN si è evidenziato un inizio di rottura dell'elemento per cui si è deciso di sospendere la prova).

In questa prova lo snervamento è avvenuto nella sezione di ginocchio sollecitata a trazione, che risulta essere quella interna.

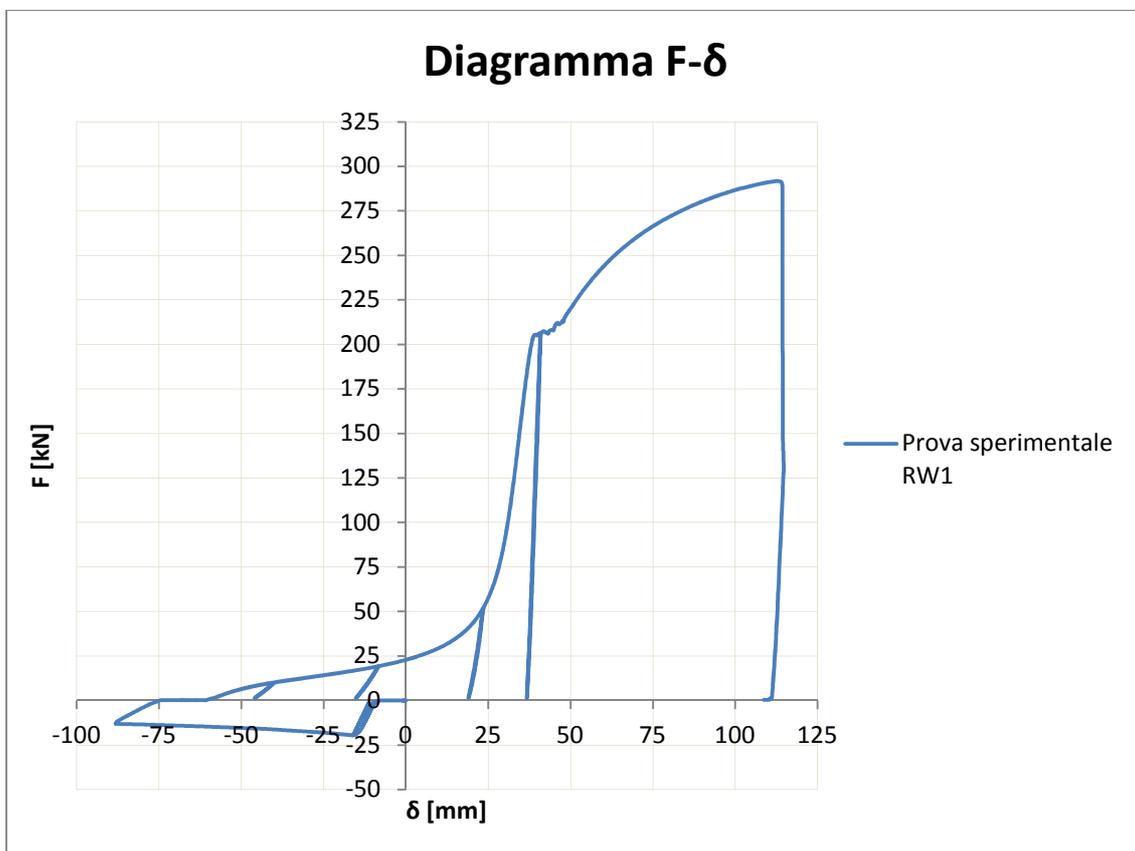


Fig. 4.19.: grafico forza-spostamento di RW1 in trazione/compressione

Dall'analisi della struttura, al termine della prova, risulta evidente la deformazione subita dai fori utilizzati per il collegamento del CSB alla macchina di prova. Il foro, che inizialmente aveva un diametro di circa 35 mm, al termine della sollecitazione ha assunto la geometria di un'elisse con diagonale maggiore di 37.5 mm e diagonale minore di 34 mm, come rappresentato in Fig. 4.20..



*Fig. 4.20.: deformazione del foro dopo l'esecuzione della prova*

La deformazione, seppur evidente, non ha ridotto in modo sensibile le aree delle sezioni resistenti al contorno del foro e non ha innescato fratture localizzate che potessero indurre a considerare la zona attorno ai fori come una zona critica e a rischio di rottura.

#### **4.6. Influenza della saldatura sul comportamento del dispositivo**

Si analizza ora in che modo la saldatura abbia influenzato i risultati della prova ciclica a trazione e a compressione.

##### **4.6.1. Analisi dello stato tensionale**

I CSB utilizzati in questa prova sono stati realizzati con tre pezzi uniti tramite saldatura elettrica a completa penetrazione, posizionata nella mezzeria di entrambe le aste del dispositivo, indicativamente ad una distanza di circa 26.5 cm dal punto di ginocchio.



*Fig. 4.21.: provino RW1 diviso in tre parti prima di essere saldato*



Fig. 4.22.: provino RW1 prima della prova

Per prima cosa si è calcolato, nel seguente modo, l'allungamento massimo teorico dovuto allo sforzo assiale di uno dei due tratti obliqui del dispositivo:

$$\Delta l = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} = \frac{291 \cdot 53}{21000 \cdot 6.21} = 0.12 \text{ cm}$$

Il valore trovato è, in prima approssimazione, trascurabile. Con questa ipotesi si può affermare che la lunghezza dei tratti obliqui rimane costante durante la fasi di trazione e di compressione.

#### 4.6.2. Individuazione della situazione di maggior sollecitazione e calcolo della sollecitazione massima nel ciclo di trazione

Avendo a disposizione i valori sperimentali dello spostamento in funzione del carico applicato, tramite semplici considerazioni geometriche, si è potuto calcolare dapprima l'angolo al vertice:

$$\vartheta'_1 = \arccos\left(\frac{L}{L'_1}\right)$$

dove  $L$  è la lunghezza dell'asta inclinata che, per ipotesi, si è considerata costante, e  $L'_1$  è la metà della distanza tra i due punti di ancoraggio del dispositivo, che varia in funzione del carico applicato.

Noto  $\vartheta'_1$  è possibile esprimere il momento nella zona interessata dalla saldatura, tramite la seguente espressione:

$$M = N \cdot \frac{L}{2} \cdot \text{sen}(\vartheta'_1)$$

In funzione di  $M$  e di  $N$ , tramite l'espressione:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W_{el}}$$

è possibile calcolare la tensione massima.

Lo sviluppo dei calcoli permette di individuare che, nella posizione di massima sollecitazione, nella fase di trazione, il carico applicato è di 24.55 kN, a cui corrisponde uno spostamento di 0.311 cm. In questa posizione la sollecitazione massima di trazione nella zona interessata dalla saldatura vale 30.98 kN/cm<sup>2</sup>; questo valore è inferiore al limite elastico di snervamento, pari a 40 kN/cm<sup>2</sup>, nel caso in esame.

Pertanto, con le ipotesi utilizzate, la zona interessata rimane completamente nel campo elastico.

Se tutta la sezione lavorasse, invece, in campo plastico si dovrebbe utilizzare il valore di  $W_{pl}$ , ottenendo così un valore di tensione pari a 21.95 kN/cm<sup>2</sup>.

#### **4.6.3. Individuazione della situazione di maggior sollecitazione e calcolo della sollecitazione massima nel ciclo di compressione**

Nel caso di sforzo normale di compressione, il massimo momento si ottiene nella posizione in cui il carico assiale è maggiore, e, pertanto, maggiore è anche lo spostamento del ginocchio dalla verticale. Anche in questa situazione è possibile individuare le grandezze geometriche necessarie al calcolo del momento flettente nella zona interessata dalla saldatura.

La situazione di maggior sollecitazione è quella relativa ad un carico pari a circa -20 kN ed uno spostamento negativo di -1.62 cm.

In funzione di M e di N, tramite l'espressione:

$$\sigma_{max} = -\frac{N}{A} + \frac{M}{W_{el}}$$

è possibile calcolare la tensione massima, che nella condizione di maggior sollecitazione vale 34.82 kN/cm<sup>2</sup>. Poiché il valore ottenuto è inferiore al limite elastico di snervamento (40 kN/cm<sup>2</sup>), le zone più esterne della sezione (quelle maggiormente sollecitate) rimangono in campo elastico.

Se tutta la sezione lavorasse, invece, in campo plastico si dovrebbe utilizzare il valore di  $W_{pl}$ , ottenendo così un valore di tensione pari a 24.24 kN/cm<sup>2</sup>.

#### 4.6.4. Osservazioni

Dalla trattazione teorica si è ottenuto che sia durante la fase di trazione che quella di compressione le zone soggette alla saldatura lavorano completamente in campo elastico.

Durante l'esecuzione delle prove sperimentali, i provini sono collassati nelle zone attorno al ginocchio, sia nella fase di trazione che in quella di compressione.

Pertanto il risultato ottenuto dalla trattazione teorica conferma quanto ottenuto nelle prove sperimentali; cioè che le saldature, se realizzate ad opera d'arte, non rappresentano una criticità per i dispositivi CSB.

Quanto esposto permette di poter realizzare in sicurezza i dispositivi oggetto di studio, sfruttando anche la tecnica della saldatura, ottimizzando così i materiali di partenza per la realizzazione dei dispositivi stessi.

Come si è già descritto al paragrafo 4.2. i provini sono stati ricoperti da una particolare vernice bicolore (punti neri su fondo bianco). Un apposito dispositivo, composto da alcuni sensori collegati al CSB e da una speciale videocamera, rileva la variazione di distanza tra i punti colorati, permettendo così di individuare le deformazione presenti nelle diverse zone della struttura, associando ad ogni valore della deformazione una diversa colorazione. Il risultato rappresentato nelle successive figure è di immediata interpretazione e, tramite la scala cromatica presente alla destra di ogni immagine, permette di avere un'immediata valutazione dello stato deformativo delle diverse zone del CSB in ogni fase della prova.

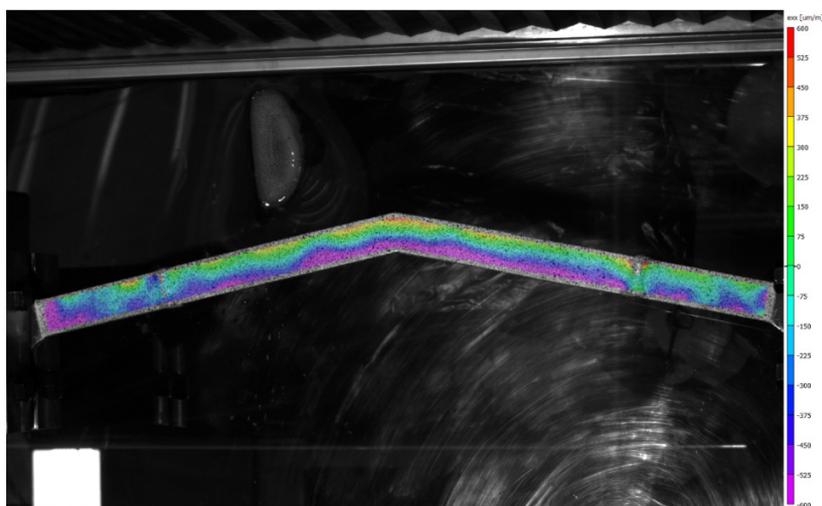
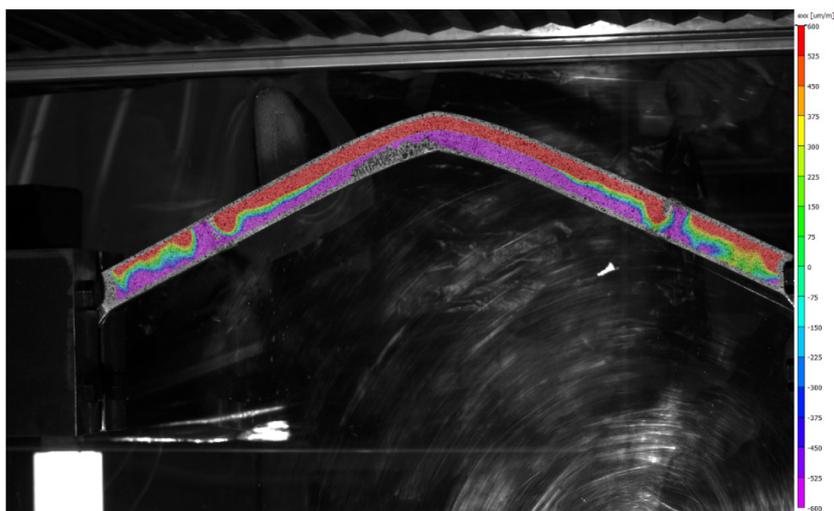
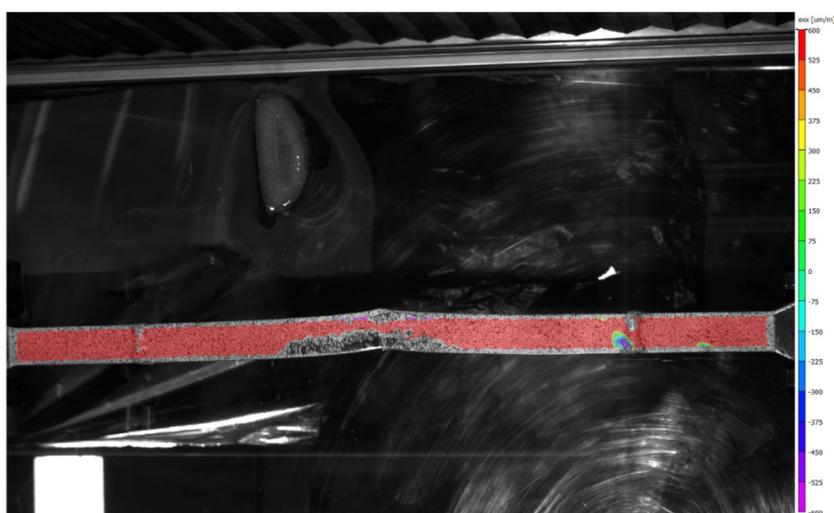


Fig. 4.23.: provino sottoposto ad un piccolo carico di compressione



*Fig. 4.24.: provino sottoposto al massimo carico di compressione*



*Fig. 4.25.: provino sottoposto al massimo carico di trazione*

#### **4.7. Considerazioni sui risultati ottenuti**

Inserendo in una specchiatura pilastro-trave-pilastro di un generico edificio a telaio una coppia di CSB, disposti geometricamente come illustrato in *Fig. 4.26.*, un dispositivo sarà sollecitato a trazione e l'altro a compressione.

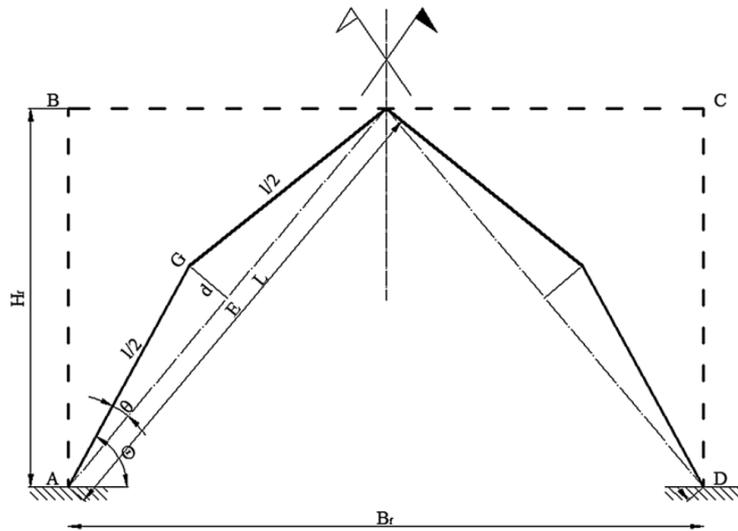


Fig. 4.26.: coppia di CSB inseriti all'interno di una specchiatura pilastro-trave-pilastro

Sommando la risposta del CSB sollecitato a trazione con quella del CSB sollecitato a compressione si ottiene il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 4.27., che potrebbe meglio cogliere la curva forza-spostamento obiettivo del sistema resistente alle azioni orizzontali (HRS), in grado di permettere alla struttura di soddisfare i prefissati obiettivi prestazionali sismici.

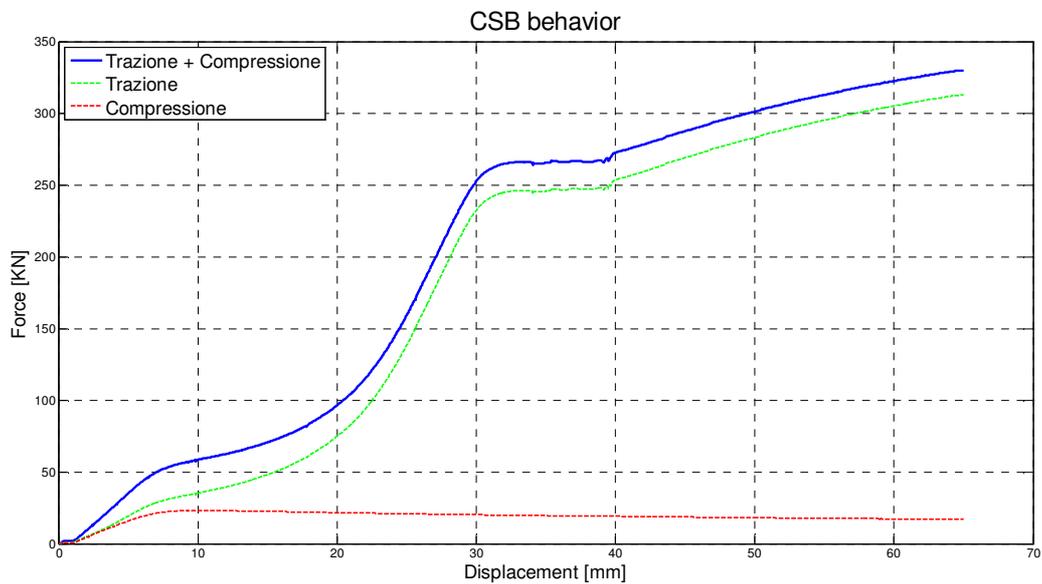
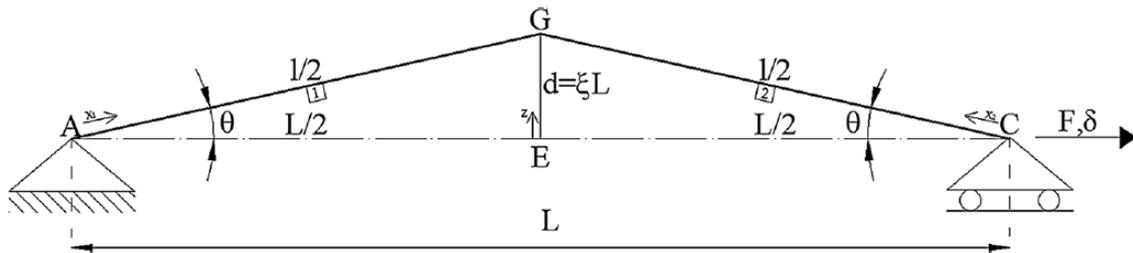


Fig. 4.27.: diagramma forza-spostamento di una coppia di CSB

## 5. Studio analitico

### 5.1. Equazioni analitiche che governano il comportamento del dispositivo

Il comportamento di un sistema CSB bilineare sotto carichi laterali è studiato con riferimento alla configurazione geometrica rappresentata in *Fig. 5.1.* Si suppone che nel nodo A sia presente una cerniera e nel nodo C un carrello. Inoltre, nel nodo C, è applicata una forza orizzontale  $F$ .



*Fig. 5.1.: sistema CSB bilineare sotto carichi laterali*

Da semplici considerazioni di equilibrio, la forza assiale, la forza di taglio ed il momento flettente agente lungo i due elementi sono uguali a:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(x_1) = F \cdot \cos \vartheta \\ V_1(x_1) = F \cdot \sin \vartheta \\ M_1(x_1) = \int_0^{x_1} V_1(x_1) dx_1 = \int_0^{x_1} F \cdot \sin \vartheta dx_1 = F \cdot z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_2(x_2) = F \cdot \cos \vartheta \\ V_2(x_2) = F \cdot \sin \vartheta \\ M_2(x_2) = \int_0^{x_2} V_2(x_2) dx_2 = \int_0^{x_2} F \cdot \sin \vartheta dx_2 = F \cdot z \end{array} \right.$$

dove  $x_1$  e  $x_2$  rappresentano gli assi longitudinali degli elementi locali, mentre  $z$  rappresenta l'ascissa lungo il segmento EG.

Le forze assiali e di taglio sono costanti lungo gli elementi (quindi possono essere semplicemente indicate come  $N_1$ ,  $N_2$  e  $V_1$ ,  $V_2$ , rispettivamente), mentre il momento

flettente varia linearmente, raggiungendo il suo valore massimo in corrispondenza del punto G:

$$M_G = F \cdot d$$

## 5.2. Legame costitutivo

Il legame costitutivo del dispositivo CSB è studiato con riferimento alla configurazione geometrica rappresentata in *Fig. 5.1.* con lo specifico scopo di ottenere un'espressione analitica della rigidezza laterale e della resistenza allo snervamento.

### 5.2.1. Comportamento lineare

Lo spostamento laterale  $\delta$  dovuto alla forza orizzontale  $F$  può essere valutato applicando il principio dei lavori virtuali:

$$\begin{aligned} \delta = \delta_N + \delta_M = & \int_0^{l_1} \frac{N_1}{E \cdot A} \cdot \cos \vartheta_1 dx_1 + \int_0^2 \frac{N_2}{E \cdot A} \cdot \cos \vartheta_2 dx_2 \\ & + \int_0^{l_1} \frac{M_1(x_1)}{E \cdot J} \cdot z(x_1) dx_1 + \int_0^{l_2} \frac{M_2(x_2)}{E \cdot J} \cdot z(x_2) dx_2 \end{aligned}$$

dove  $\delta_N$  e  $\delta_M$  sono i contributi assiali e flessioni a deformazione totale. Va notato che la deformazione a causa del taglio è stata trascurata (l'assunzione è ragionevole nel caso di elementi di acciaio sottili).

Con l'introduzione di  $\rho = L_1/L$  e  $\xi = d/L$ , dopo semplici sviluppi matematici, si ottiene:

$$\begin{aligned} \delta = \delta_N + \delta_M = & F \\ & \cdot \left[ \frac{L}{E \cdot A} (\rho \cdot \cos \vartheta_1 + (1 - \rho) \cdot \cos \vartheta_2) \right. \\ & \left. + \frac{L^3 \cdot \xi^2}{3E \cdot J} \left( \frac{\rho}{\cos \vartheta_1} + \frac{(1 - \rho \cdot \cos \vartheta_1)}{\cos \vartheta_2} \right) \right] \end{aligned}$$

dove le espressioni di  $\delta_N$  e  $\delta_M$  sono:

$$\delta_N = F \cdot \left[ \frac{L}{E \cdot A} (\rho \cdot \cos \vartheta_1 + (1 - \rho) \cdot \cos \vartheta_2) \right]$$

$$\delta_M = F \cdot \left[ \frac{L \cdot d^2}{3E \cdot J} \left( \frac{\rho}{\cos \vartheta_1} + \frac{(1 - \rho \cdot \cos \vartheta_1)}{\cos \vartheta_2} \right) \right]$$

Va notato che le espressioni all'interno delle parentesi quadre sono gli inversi della rigidità laterale assiale e flessionale del CSB, rispettivamente. Per ottenere una notazione più compatta si introducono le seguenti due funzioni:

$$f_1(\rho, \xi) = \sqrt{\rho^2 + \xi^2} + \sqrt{1 - \rho^2 + \xi^2}$$

$$f_2(\rho, \xi) = \frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^2 + \xi^2}} + \frac{1 - \rho^2}{\sqrt{1 - \rho^2 + \xi^2}}$$

che permettono di esprimere la precedente equazione come segue:

$$\delta = \delta_N + \delta_M = F \cdot \left[ \frac{L}{E \cdot A} \cdot f_2(\rho, \xi) + \frac{L \cdot d^2}{3E \cdot J} \cdot f_1(\rho, \xi) \right]$$

Va notato che  $f_1$  e  $f_2$  sono vicini per la maggior parte dei valori di  $\rho$  e, in prima approssimazione, ai fini della progettazione, possono essere assunti uguale a 1. Dopo alcune manipolazioni matematiche, la rigidità laterale del CSB può essere espressa come segue:

$$K = \frac{F}{\delta} = \left( \frac{E \cdot A}{L} \right) \cdot \left( \frac{1}{f_2(\rho, \xi) \cdot \left( 1 + \frac{\delta_M}{\delta_N} \right)} \right) = K_N \cdot \gamma$$

dove:

$$K_N = \frac{E \cdot A}{L}$$

$$\gamma = \frac{1}{f_2(\rho, \xi) \cdot \left( 1 + \frac{\delta_M}{\delta_N} \right)}$$

Si può riconoscere che il primo termine ( $K_N$ ) rappresenta la rigidità assiale di un segmento di retta ideale, mentre il secondo termine ( $\gamma$ ) è un fattore di riduzione dovuto alla geometria del sistema.

Se la linea di riferimento diagonale del CSB è inclinata di un angolo  $\vartheta$  rispetto alla linea orizzontale, l'inclinazione deve essere tenuta in considerazione nel modo seguente:

$$K = \left( \frac{E \cdot A}{L} \right) \cdot \cos^2 \vartheta \cdot \left( \frac{1}{f_2(\rho, \xi) \cdot \left( 1 + \frac{\delta_M}{\delta_N} \right)} \right) = K_N \cdot \cos^2 \vartheta \cdot \gamma$$

Il CSB raggiunge la prima condizione di snervamento nel punto G. Imponendo la condizione di snervamento ( $\sigma_{\max} = f_y$ , cioè la massima tensione è pari alla tensione di snervamento del materiale), l'espressione del carico di snervamento può essere ottenuta come segue:

$$F_y = f_y \cdot \frac{W}{\xi \cdot L} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{h}{L} \cdot \frac{2}{\xi} \cdot \left( \frac{i}{h} \right)^2} \right) = f_y \cdot \frac{W}{\xi \cdot L} \cdot \mu$$

o alternativamente:

$$F_y = A \cdot f_y \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{L}{h} \cdot \frac{\xi}{2 \cdot \left( \frac{i}{h} \right)^2}} \right) = A \cdot f_y \cdot \eta$$

dove:

$$\mu = \left( \frac{1}{1 + \frac{h}{L} \cdot \frac{2}{\xi} \cdot \left( \frac{i}{h} \right)^2} \right)$$

$$\eta = \left( \frac{1}{1 + \frac{L}{h} \cdot \frac{\xi}{2 \cdot \left( \frac{i}{h} \right)^2}} \right)$$

I coefficienti  $\mu$  e  $\eta$  rappresentano i fattori di riduzione che devono essere applicati alla resistenza a flessione pura ( $f_y = W/d$ ) e a sforzo normale puro ( $N_y = A \cdot f_y$ ) dell'elemento per ottenere la resistenza effettiva..

Tutte le formule analitiche precedenti assumono linearità statica, linearità cinematica e piccoli spostamenti, in quanto le equazioni di equilibrio sono impostate nella configurazione indeformata. Sotto queste ipotesi, la rigidità iniziale e la resistenza allo

snervamento non dipendono dalla direzione dei carichi laterali (cioè carichi che inducono trazione o compressione).

### **5.2.2. Comportamento non lineare**

Il comportamento del dispositivo successivo allo snervamento nel punto di ginocchio è caratterizzato da non linearità, sia di tipo meccanico che di tipo geometrico, ed è pertanto differente in trazione ed in compressione.

Per quanto riguarda la non linearità meccanica occorre conoscere il legame costitutivo del materiale oltre lo snervamento, mentre per quanto riguarda la non linearità geometrica occorre tenere conto degli effetti del II ordine, e quindi dell'equilibrio in configurazione deformata.

### **5.3. Imperfezioni**

I profilati ottenuti dai processi di lavorazione non sono perfetti; pertanto possono presentarsi imperfezioni sia di tipo meccanico che di tipo geometrico. L'asta ideale non presenta imperfezioni, mentre quella reale sì.

Le imperfezioni meccaniche consistono nella presenza di tensioni residue e nella non omogeneità delle caratteristiche meccaniche, che talvolta possono essere ridotte con la ricottura.

Quando i profilati ottenuti a caldo vengono raffreddati, il processo non avviene in modo omogeneo, perché la superficie esterna raffredda in modo più veloce. Il pezzo tenderebbe ad accorciarsi, ma ciò è impedito perché la superficie esterna raffredda più velocemente, quindi, per equilibrio, va in compressione. La zona interna che si raffredda per ultima tenderebbe ad allungarsi, ma non riuscendo a fare ciò, per disequilibrio termico con l'esterno, va in trazione.

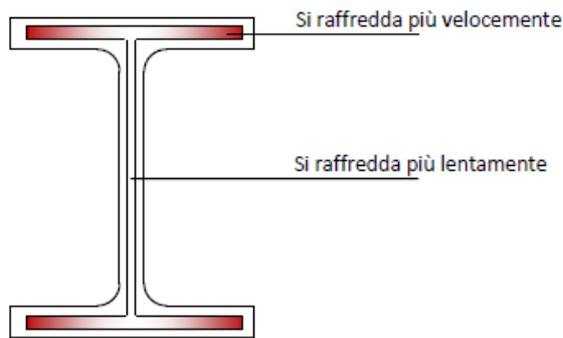


Fig. 5.2.: raffreddamento del profilato ottenuto a caldo

Le imperfezioni geometriche dell'elemento di acciaio possono essere così suddivise:

- a livello di sezione: difetti di parallelismo, difetti di simmetria, difetti di rettilineità trasversale;
- a livello di elemento: difetti di rettilineità longitudinale;
- a livello di sistema: difetti di lunghezza di elemento;
- colonne non perfettamente verticali;
- travi non perfettamente orizzontali;
- posizionamento con scostamenti dal modello teorico trave-colonna.

## 5.4. Trazione

Un'anticipazione teorica del comportamento non lineare del dispositivo può essere ottenuta facendo riferimento alla seguente idealizzazione:

- per quanto concerne la risposta elastica iniziale, si considera il sistema continuo (modello ad elasticità diffusa) di due aste deformabili vincolate tra loro rigidamente nel punto di ginocchio;
- per quanto riguarda la risposta non lineare dopo lo snervamento del punto di ginocchio, si considera il sistema discreto equivalente composto da due aste aventi inerzia differente, quindi in parte elastiche ed in parte plastiche.

### 5.4.1. Modelli costitutivi adottati

Il comportamento dell'acciaio duttile sottoposto ad una prova di trazione è rappresentato, in forma generica, dal diagramma tensioni-deformazioni rappresentato in Fig. 5.3..

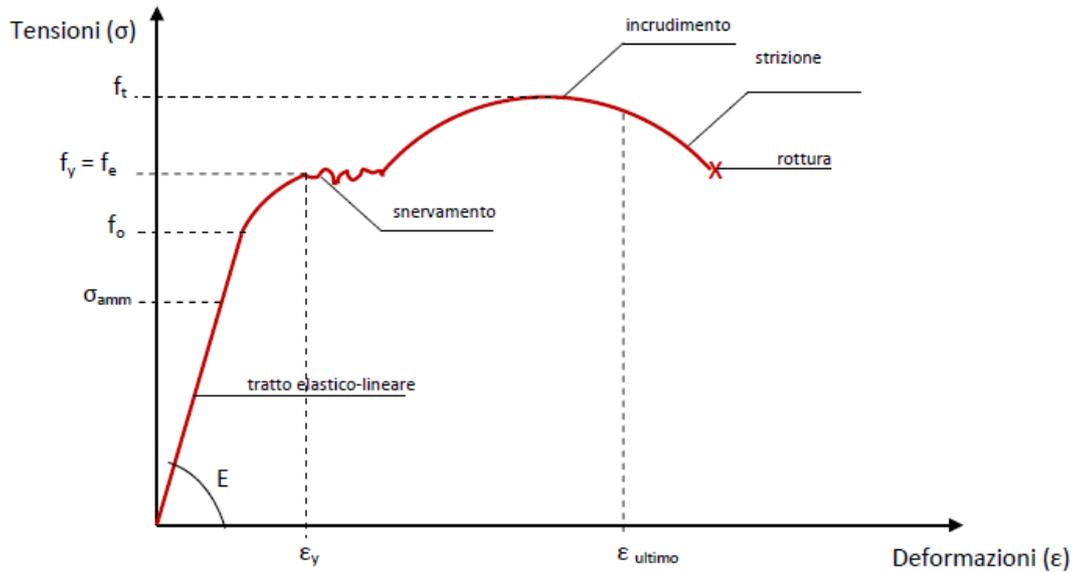


Fig. 5.3.: diagramma tensioni-deformazioni di un acciaio duttile

I legami costitutivi adottati nella seguente trattazione sono:

- elasto-plastico perfetto: nel quale, una volta giunti alla tensione di snervamento  $\sigma_y$ , mantenendo applicato il carico costante, la deformazione aumenta;

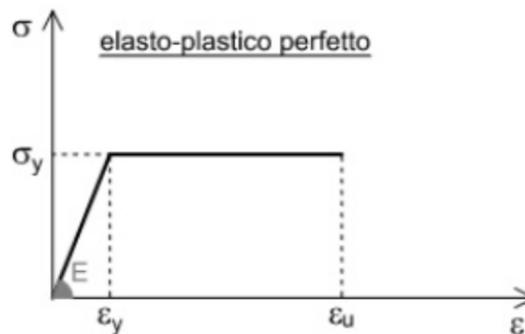


Fig. 5.4.: relazione tensioni-deformazioni nel caso di legame costitutivo elasto-plastico perfetto

- elasto-plastico incrudente: nel quale raggiunta la tensione di snervamento  $\sigma_y$ , a causa dell'incrudimento del materiale, per aumentare la deformazione, deve essere necessariamente aumentato anche il carico.

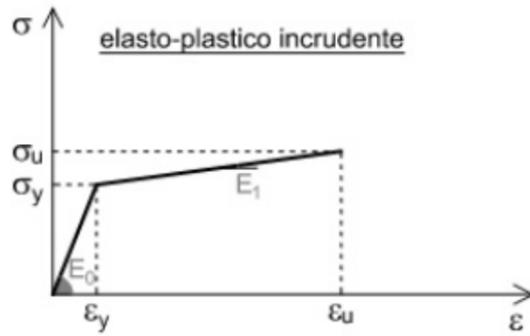


Fig. 5.5.: relazione tensioni-deformazioni nel caso di legame costitutivo elasto-plastico incoerente

Lo stato tensionale della sezione dopo aver raggiunto la tensione di snervamento  $\sigma_y$  può essere rappresentato, per entrambi i casi, dal diagramma riportato in Fig. 5.6..

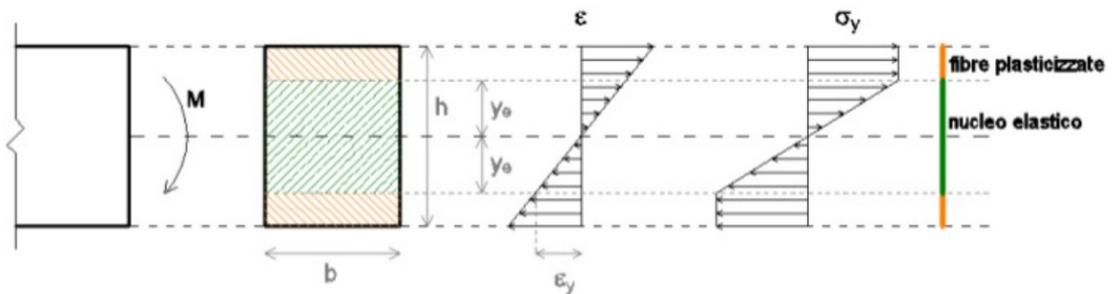


Fig. 5.6.: stato tensionale della sezione dopo aver raggiunto la tensione di snervamento

### 5.4.2. Tratto elastico

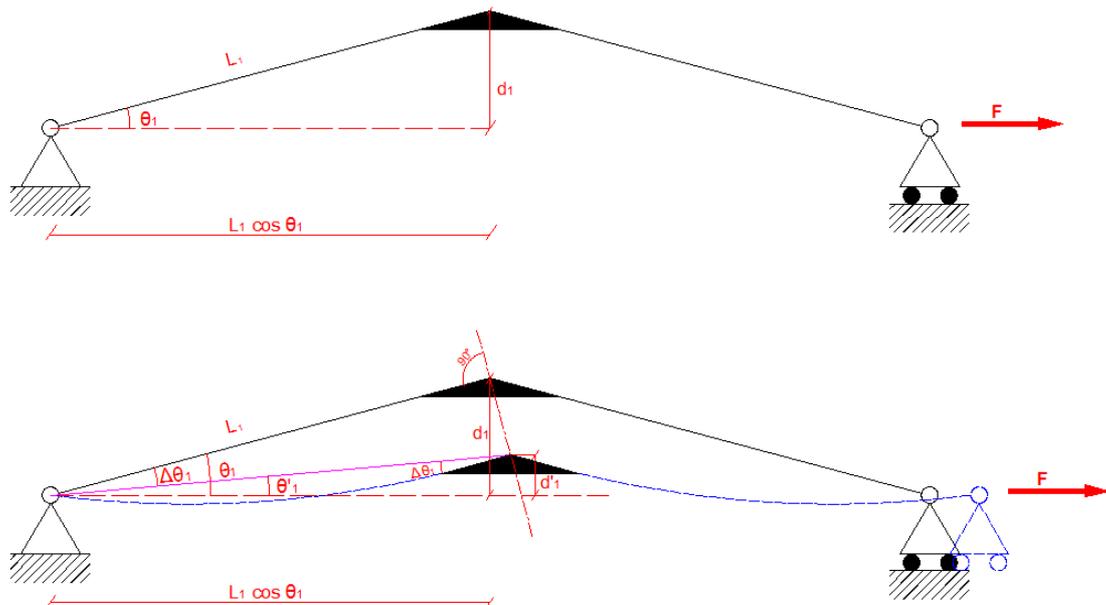


Fig. 5.7.: sistema continuo (modello ad elasticità diffusa) di due aste deformabili vincolate tra loro rigidamente nel punto di ginocchio

Prima di sviluppare in modo completo i calcoli relativi a questo primo tratto si verifica che l'utilizzo del Principio dei Lavori Virtuali dia risultati congruenti. A questo scopo si calcola la pendenza della curva ottenuta applicando il PLV nel caso di piccole deformazione, facendo le seguenti ipotesi:

- l'angolo iniziale  $\vartheta_1$  è costante per variazioni angolari trascurabili entro il campo elastico della struttura;
- la forza  $F$  massima applicata è quella di primo snervamento flessionale (si giustificherà questo valore alla fine del seguente paragrafo).

$$\delta = \delta_M + \delta_N + \delta_T = 2 \cdot \int_0^{L_1} \left( M' \cdot \frac{M}{E \cdot J} + N' \cdot \frac{N}{E \cdot A} + T' \cdot \frac{T}{E \cdot A} \right) dx$$

$$\delta = 2 \cdot \int_0^{L_1} \left( 1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1) \cdot x \cdot \frac{F \cdot \text{sen}(\vartheta_1) \cdot x}{E \cdot J} + 1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1) \cdot \frac{F \cdot \text{cos}(\vartheta_1)}{E \cdot A} + 1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1) \cdot \frac{F \cdot \text{sen}(\vartheta_1)}{A \cdot G} \right) dx$$

dove:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{con } \nu = 0,3$$

Pertanto si ha:

$$\delta = 2 \cdot \left( \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1))^2}{E \cdot J} \cdot \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{L_1} + \frac{F \cdot (\text{cos}(\vartheta_1))^2}{E \cdot A} \cdot [x]_0^{L_1} + \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1))^2}{A \cdot G} \cdot [x]_0^{L_1} \right)$$

$$\delta = 2 \cdot \left( \frac{F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta_1))^2}{E \cdot A} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1))^2}{A \cdot G} \right)$$

Inserendo nella precedente formula i valori della forza  $F$ , si ottengono gli spostamenti relativi, come indicato in *Tab. 5.1.*

F [kN]	$\delta$ [cm]	$\delta$ [mm]
0	0	0
5	0,106336	1,063364
8	0,170138	1,701382
10	0,212673	2,126727
12	0,255207	2,552073
15	0,319009	3,190091
17	0,361544	3,61544

*Tab.5.1.: valori corrispondenti alla verifica della deformazione nel tratto elastico*

Da questi valori è possibile costruire la curva forza-spostamento e rappresentarla graficamente nel diagramma ricavato in ambito sperimentale. Come è facile vedere nel diagramma riportato in Fig. 5.8., le due curve coincidono perfettamente, giustificando così l'ipotesi iniziale, cioè che per angoli piccoli, circa uguali all'angolo iniziale  $\vartheta_1$ , la configurazione deformata coincide con quella indeformata.

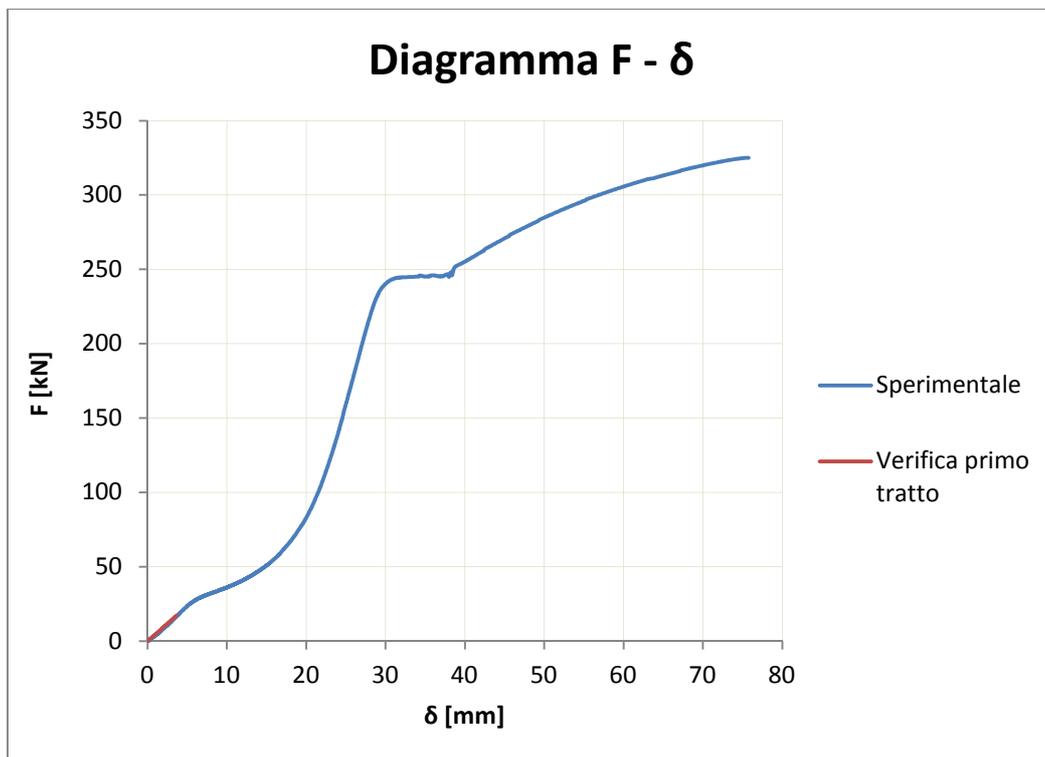


Fig. 5.8.: diagramma  $F$ - $\delta$  corrispondente alla verifica della deformazione nel tratto elastico

A seguito dell'esito positivo della verifica si prosegue ora con lo sviluppo del PLV applicato al primo tratto elastico della curva di deformazione.

L'allungamento  $\delta'$  del CSB è calcolabile attraverso l'utilizzo del Principio dei Lavori Virtuali, nella seguente maniera, tenendo conto sia della deformazione flessionale che di quella assiale che di quella tagliante:

$$\delta' = \delta'_M + \delta'_N + \delta'_T$$

$$\delta' = 2 \cdot \int_0^{L_1} \left( M' \cdot \frac{M}{E \cdot J} + N' \cdot \frac{N}{E \cdot A} + T' \cdot \frac{T}{E \cdot A} \right) dx$$

$$\delta' = 2 \cdot \int_0^{L_1} \left( 1 \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) \cdot x \cdot \frac{F \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) \cdot x}{E \cdot J} + 1 \cdot \text{cos}(\vartheta'_1) \cdot \frac{F \cdot \text{cos}(\vartheta'_1)}{E \cdot A} + 1 \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) \cdot \frac{F \cdot \text{sen}(\vartheta'_1)}{A \cdot G} \right) dx$$

$$\delta' = 2 \cdot \left( \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{E \cdot J} \cdot \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{L_1} + \frac{F \cdot (\text{cos}(\vartheta'_1))^2}{E \cdot A} \cdot [x]_0^{L_1} + \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{A \cdot G} \cdot [x]_0^{L_1} \right)$$

$$\delta' = 2 \cdot \left( \frac{F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta'_1))^2}{E \cdot A} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{A \cdot G} \right)$$

Ma, tramite considerazioni puramente geometriche, trascurando l'effetto della curvatura a flessione nel tratto di lunghezza  $L_1$ , ovvero ipotizzando che l'asta deformata sia approssimabile con una linea retta, e trascurando l'allungamento dovuto allo sforzo normale centrato, si ricava l'equazione cinematica, che tiene conto della non linearità geometrica del sistema:

$$\delta' = 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta'_1) - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1)$$

Uguagliando le ultime due equazioni si esprime l'unica variabile  $\vartheta'_1$  in funzione delle forze agenti  $F$ , e si ottiene così l'equazione fondamentale del problema:

$$2 \cdot \left( \frac{F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta'_1))^2}{E \cdot A} + \frac{F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{A \cdot G} \right)$$

$$= 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta'_1) - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1)$$

$$\frac{F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{F \cdot (\text{cos}(\vartheta'_1))^2}{E \cdot A} + \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta'_1))^2}{A \cdot G} - \text{cos}(\vartheta'_1) + \text{cos}(\vartheta_1) = 0$$

Iterativamente si può calcolare l'unica incognita  $\vartheta'_1$ , per poi riuscire a calcolare lo spostamento richiesto  $\delta'$ , attraverso l'equazione cinematica.

F [kN]	$\vartheta'_1$ [rad]	$\vartheta'_1$ [°]	$\delta$ [cm]	$\delta$ [mm]
0	0,197297	11,3100	0	0
5	0,192359	11,0269	0,10133	1,0133
8	0,189557	10,8663	0,15771	1,5771
10	0,187752	10,7629	0,19359	1,9359
12	0,185994	10,6621	0,22821	2,2821
15	0,183442	10,5158	0,27789	2,7789
17	0,181794	10,4213	0,30962	3,0962

Tab.5.2.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto elastico

Si è ora nelle condizioni di poter individuare quale sia, approssimativamente, la forza di primo snervamento. Per prima cosa, si è ricavata, dalla prova di trazione effettuata in laboratorio su un provino ad asse rettilineo e a sezione rettangolare, la tensione di snervamento pari circa a  $40 \text{ kN/cm}^2$ . Utilizzando questo valore nella seguente equazione di equilibrio:

$$\sigma_y = \frac{N_y}{A} + \frac{M_y}{W_{el}} = \frac{F_{y,flex} \cdot \cos(\vartheta_{1y,flex})}{A} + \frac{F_{y,flex} \cdot L_1 \cdot \sin(\vartheta_{1y,flex})}{W_{el}}$$

$$40 \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] = \frac{17 [\text{kN}] \cdot \cos(0.181794)}{6.21 [\text{cm}^2]} + \frac{17 [\text{kN}] \cdot 53 [\text{cm}] \cdot \sin(0.181794)}{4.28 [\text{cm}^3]}$$

si è ricavato che la forza di primo snervamento  $F_{y,flex}$  è pari a circa 17 kN.

Andando oltre lo snervamento il problema non è più trattabile nel modo appena illustrato, ma bisogna passare ad uno schema differente.

### 5.4.3. Tratto dopo lo snervamento a flessione

La configurazione di snervamento individuata al punto precedente e schematizzata in *Fig. 5.9.* rappresenta la geometria di partenza per lo studio di questo secondo tratto compreso tra il carico di snervamento (pari a 17 kN) ed un carico massimo che comporta il raggiungimento del momento ultimo  $M_u$  sulla sezione di ginocchio.

Il seguente schema è risolvibile sommando allo stato deformativo raggiunto allo snervamento flessionale quello che si andrà ad individuare, per via analitica, imponendo un incremento di carico pari ad 1 kN, partendo dal valore di carico di snervamento  $F_{y,flex}$ . In pratica, si sommeranno le deformazioni indicate in *Fig. 5.9.* e in *Fig. 5.10.*; quest'ultima rappresenta un sistema discreto equivalente composto da due aste aventi inerzia diversa, in cui si tiene conto della non linearità meccanica. Più precisamente la lunghezza del tratto di asta ancora elastica è pari a  $\eta L_1$ , mentre la restante parte di asta, che comprende la zona di ginocchio, di lunghezza pari a  $1 - \eta L_1$ , è già plasticizzata.

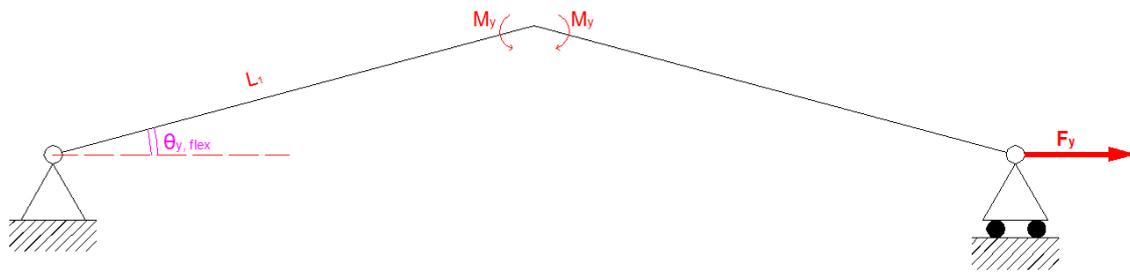


Fig. 5.9.: sistema corrispondente alla configurazione di snervamento

Essendo noto il valore dell'angolo  $\vartheta_{1y, flex}$ , corrispondente alla configurazione di snervamento, lo spostamento si ottiene tramite la seguente equazione cinematica:

$$\delta_{y, flex} = 2 \cdot L_1 \cdot \cos(\vartheta_{1y, flex}) - 2 \cdot L_1 \cdot \cos(\vartheta_1)$$

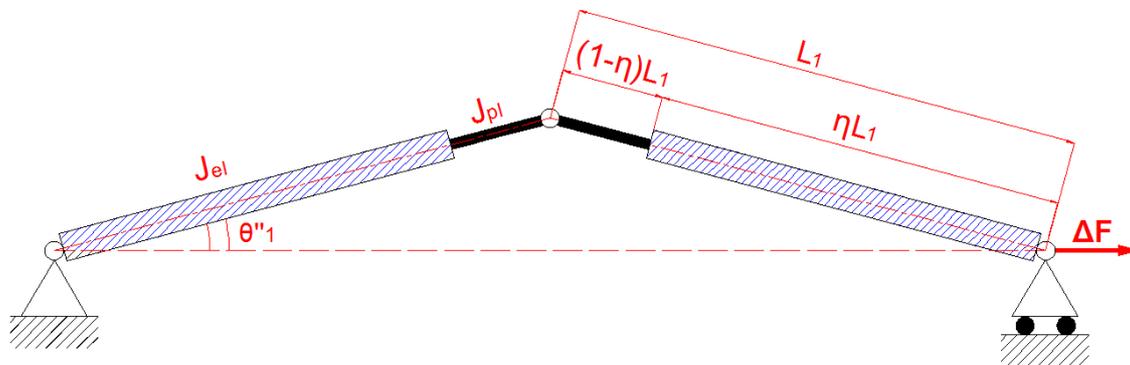


Fig. 5.10.: sistema discreto equivalente composto da due aste aventi inerzia diversa

Aumentando il carico dopo lo snervamento a flessione si ottengono i seguenti effetti:

- la sezione inizia a plasticizzarsi, infatti il diagramma delle tensioni si modifica;
- la curvatura del diagramma delle deformazioni si modifica e, di conseguenza, si riduce il valore di J, che si ipotizza omogeneo in ogni sezione del dispositivo.

Si è nella situazione in cui la struttura è in parte elastica ed in parte plastica, perciò è necessario introdurre il parametro  $\eta$ , che è indicativo della percentuale di struttura ancora elastica.

La formulazione analitica che individua lo spostamento di una trave elastica composta da due tratti avente inerzia diversa è:

$$\delta'' = \delta''_{M, PLV} = \frac{2 \cdot F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{el}} \cdot \left( \eta^3 + \frac{1 - \eta^3}{\beta} \right) \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2$$

dove:

$J_{el}$  = momento di inerzia delle sezioni elastiche

$$\beta = \frac{J_{pl}}{J_{el}}$$

$J_{pl}$  = momento di inerzia delle sezioni plasticizzate

Per maggiori dettagli si veda l'Appendice A.

È possibile valutare la variazione di lunghezza plasticizzata dell'asta in funzione di una riduzione di inerzia delle sezioni.

- Per  $F = F_{y,flex}$  si ha  $J_{el} = J_{pl}$ , quindi  $\beta = \infty$  e  $\eta = 1$ , cioè la lunghezza dell'asta plasticizzata è nulla;
- Per  $F > F_{y,flex}$  si cerca il valore di  $\bar{x}$  da attribuire alla lunghezza del tratto di asta ancora elastico, individuando così la sezione in cui vale  $M(F, \bar{x}) = M_y$ .

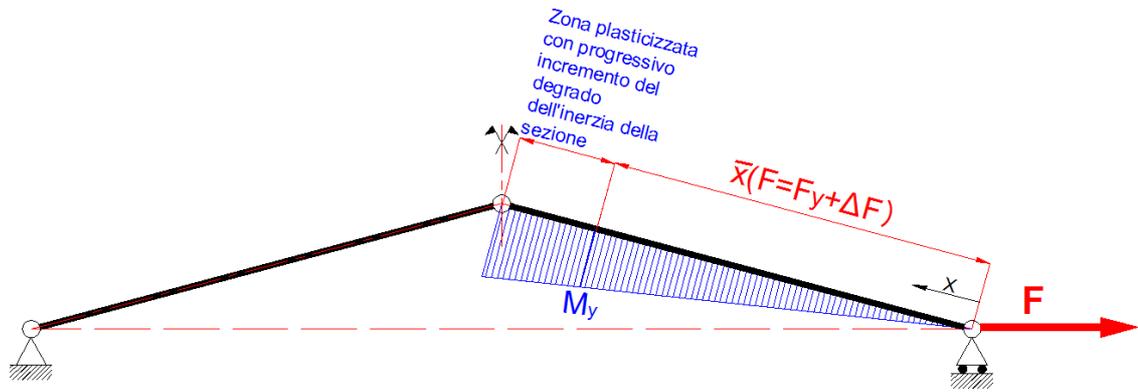


Fig. 5.11.: diagramma rappresentante il momento agente su un'asta

$$\begin{cases} M_y = F_{y,flex} \cdot L_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_{1y,flex}) \\ M(F, \bar{x}) = F \cdot \bar{x} \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') = (F_{y,flex} + \Delta F) \cdot \bar{x} \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \end{cases}$$

Imponendo  $M_y = M(F, \bar{x})$  si ottiene:

$$F_{y,flex} \cdot L_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_{1y,flex}) = (F_{y,flex} + \Delta F) \cdot \bar{x} \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')$$

Pertanto:

$$\bar{x} = \frac{F_{y,flex}}{(F_{y,flex} + \Delta F)} \cdot \frac{\text{sen}(\vartheta_{1y,flex})}{\text{sen}(\vartheta_1'')} \cdot L_1$$

Quindi:

$$\eta = \frac{\bar{x}}{L_1} = \frac{F_{y,flex}}{(F_{y,flex} + \Delta F)} \cdot \frac{\text{sen}(\vartheta_{1y,flex})}{\text{sen}(\vartheta_1'')}$$

Applicando le seguenti ipotesi semplificative:

1.  $\eta = 0.8$ ;

2.  $\bar{\beta}(\Delta F) = \beta(\Delta F)$ , cioè per un dato incremento di carico tutta la lunghezza plasticizzata ha lo stesso valore di  $\beta$ .

Si considera ora il sistema avente momento di inerzia omogeneizzato in cui si ha:

$$\begin{aligned}\delta'' = \delta''_{M,PLV} &= \frac{2 \cdot F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{el}} \cdot \left( \eta^3 + \frac{1 - \eta^3}{\beta} \right) \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2 \\ &= \frac{2 \cdot F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{el}} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot \beta} \right) \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2 \\ &= \frac{F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{el}} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2 \\ &= \frac{F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{el}} \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2 + \frac{F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_{pl}} \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2\end{aligned}$$

Partendo dalla considerazione che lo stato tensionale passa da elastico a plastico, è possibile ricavare le seguenti espressioni:

- Momento di snervamento:

$$M_y = F_{y,flex} \cdot L_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_{1y,flex})$$

- Variazione di momento:

$$\Delta M = \Delta F \cdot L_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')$$

- Beneficio plastico:

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{\Delta M}{2 \cdot M_{y,flex}}}$$

- Curvatura allo snervamento

$$\chi_y = \frac{\varepsilon_y}{h/2} = \frac{2 \cdot \sigma_y}{E \cdot h}$$

- Curvatura plastica:

$$\chi = \frac{\varepsilon_y}{\bar{y}} = \frac{\sigma_y}{E \cdot \bar{y}} = \frac{\sigma_y}{E \cdot \xi \cdot h}$$

dove  $\bar{y}$  è la distanza tra l'asse neutro e la prima fibra plasticizzata

- Momento di inerzia ridotto:

$$\tilde{J} = \frac{b \cdot h^3}{8} \cdot \left( \frac{\chi_y}{\chi} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\chi_y}{\chi} \right)^2 \right) = \frac{3}{2} \cdot J \cdot \left( \frac{\chi_y}{\chi} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\chi_y}{\chi} \right)^2 \right)$$

Di nuovo, tramite l'utilizzo del Principio dei Lavori Virtuali, è possibile determinare il valore dello spostamento nel caso in cui l'elemento sia sottoposto ad una forza pari a  $\Delta F$ :

$$\delta_{\Delta}'' = \delta_M'' + \delta_N'' + \delta_T''$$

$$\delta_{\Delta}'' = 2 \cdot \int_0^{\eta \cdot L_1} M' \cdot \frac{M}{E \cdot J} dx + 2 \cdot \int_{\eta \cdot L_1}^{L_1} M' \cdot \frac{M}{E \cdot \tilde{J}} dx + 2 \cdot \int_0^{L_1} \left( N' \cdot \frac{N}{E \cdot A} + T' \cdot \frac{T}{E \cdot A} \right) dx$$

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta}'' = 2 \cdot \int_0^{\eta \cdot L_1} & \left( 1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot x \cdot \frac{\Delta F \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot x}{E \cdot J} \right) dx + 2 \\ & \cdot \int_{\eta \cdot L_1}^{L_1} \left( 1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot x \cdot \frac{\Delta F \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot x}{E \cdot \tilde{J}} \right) dx + 2 \\ & \cdot \int_0^{L_1} \left( 1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1'') \cdot \frac{\Delta F \cdot \text{cos}(\vartheta_1'')}{E \cdot A} + 1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot \frac{\Delta F \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')}{A \cdot G} \right) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta}'' = 2 \cdot \left( \frac{\Delta F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot J} \cdot \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^{\eta \cdot L_1} + \frac{\Delta F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot \tilde{J}} \cdot \left[ \frac{x^3}{3} \right]_{\eta \cdot L_1}^{L_1} + \frac{\Delta F \cdot (\text{cos}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot A} \right. \\ \left. \cdot [x]_0^{L_1} + \frac{\Delta F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{A \cdot G} \cdot [x]_0^{L_1} \right) \end{aligned}$$

Ma, per tenere conto del fatto che la sezione del ginocchio e delle zone limitrofe sono parzialmente snervate, il valore di J da utilizzare viene ricavato dalla seguente mediazione, e imponendo  $\eta^3 = 0.5$ , come già dimostrato in precedenza, si ottiene:

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta}'' = \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot \tilde{J}} + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot A} + 2 \\ \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{A \cdot G} \end{aligned}$$

Infine, tramite considerazioni puramente geometriche, trascurando l'effetto della curvatura a flessione nel tratto di lunghezza  $L_1$ , si ricava l'equazione cinematica:

$$\delta_{\Delta}'' = 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1'') - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_{1y,flex})$$

Uguagliando le ultime due equazioni si ottiene, come visto anche in precedenza, l'equazione fondamentale del problema:

$$\frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot \tilde{J}} + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot A} + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{A \cdot G} - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1'') + 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_{1y,flex}) = 0$$

Da cui si può calcolare l'unica incognita  $\vartheta_1''$ , per poi riuscire a calcolare lo spostamento richiesto  $\delta_{\Delta}''$ , attraverso l'equazione cinematica.

I valori ottenuti per il tratto di curva in esame sono stati ottenuti iterativamente.

Conoscendo  $\delta_{y,flex}$  e  $\delta_{\Delta}''$ , è pertanto possibile determinare il valore totale dell'allungamento del CSB nel caso in cui il carico applicato sia superiore a quello di snervamento:

$$\delta'' = \delta_{y,flex} + \delta_{\Delta}''$$

F [kN]	$\Delta F$ [kN]	$\vartheta_1''$ [rad]	$\Delta M$ [kN*cm]	$M_y$ [kN*cm]	$\xi$	$\chi$	$\chi_y$	Jridotto [cm <sup>4</sup> ]	$\delta$ [cm]	$\delta$ [mm]
17	0	0,18179	0,00	162,90	0,500	0,00092	0,00092	8,870	0,310	3,096
18	1	0,18085	9,58	162,90	0,470	0,00098	0,00092	8,822	0,328	3,277
19	2	0,1799	19,07	162,90	0,438	0,00105	0,00092	8,671	0,346	3,458
20	3	0,17893	28,45	162,90	0,403	0,00114	0,00092	8,404	0,364	3,642
21	4	0,17791	37,73	162,90	0,366	0,00126	0,00092	8,003	0,383	3,833
22	5	0,1768	46,90	162,90	0,326	0,00141	0,00092	7,440	0,404	4,041
23	6	0,1755	55,93	162,90	0,280	0,00164	0,00092	6,669	0,428	4,281
24	7	0,17381	64,78	162,90	0,226	0,00203	0,00092	5,608	0,459	4,594
25	8	0,17088	73,32	162,90	0,158	0,00291	0,00092	4,062	0,513	5,125
26	9	0,16836	81,12	162,90	0,032	0,0144	0,00092	0,849	0,558	5,576

Tab.5.3.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto dopo lo snervamento a flessione

Si sospende l'analisi dei dati calcolati con la suddetta formulazione analitica in quanto, per un carico applicato superiore a 26 kN, il valore di  $\tilde{J}$  che rappresenta il momento di inerzia ridotto della sezione elasticizzata, invece che diminuire, tende ad aumentare, manifestando così un'incongruenza.

#### 5.4.4. Tratto dopo la completa plasticizzazione della zona di ginocchio

Si analizza il comportamento del materiale all'aumentare del carico partendo dalla situazione di completa plasticizzazione della zona di ginocchio. Nella zona di completa plasticizzazione si ha:

$$\tilde{J}_{pl} = \frac{b \cdot h^3}{8} \cdot \left(\frac{\chi_y}{\chi}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\chi_y}{\chi}\right)^2\right) = 0.85 \text{ cm}^4$$

Mentre nelle zone lontane dal ginocchio, che non si sono ancora plasticizzate, si ha:

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12} = 8.9 \text{ cm}^4$$

Come ipotesi di lavoro si suppone che la zona completamente plasticizzata abbia un'estensione pari a circa il 20% della lunghezza dell'intero dispositivo, pertanto il PLV può essere espresso tramite (vedi Appendice A):

$$\begin{aligned} \delta_{\Delta}''' = & \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1'''))^2}{E \cdot J} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1'''))^2}{E \cdot \tilde{J}} + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta_1'''))^2}{E \cdot A} \\ & + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1'''))^2}{A \cdot G} \end{aligned}$$

Infine, tramite considerazioni puramente geometriche, trascurando l'effetto della curvatura a flessione nel tratto di lunghezza  $L_1$ , si ricava l'equazione cinematica:

$$\delta_{\Delta}''' = 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1''') - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_{(F=26)})$$

Uguagliando le ultime due equazioni si ottiene, come visto anche in precedenza, l'equazione fondamentale del problema:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{\Delta F \cdot L_1^3 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E \cdot \tilde{J}} + 2 \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{cos}(\vartheta_1''))^2}{E \cdot A} + 2 \\ \cdot \frac{\Delta F \cdot L_1 \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{A \cdot G} - 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_1'') + 2 \cdot L_1 \cdot \text{cos}(\vartheta_{(F=26)}) = 0 \end{aligned}$$

Da cui si può calcolare l'unica incognita  $\vartheta_1'''$ , per poi riuscire a calcolare lo spostamento richiesto  $\delta_{\Delta}'''$ , attraverso l'equazione cinematica.

I valori ottenuti per il tratto di curva in esame sono stati ottenuti iterativamente.

Conoscendo il valore dello spostamento massimo relativo al precedente tratto di curva  $\delta_{(F=26)}$  e  $\delta_{\Delta}'''$  è pertanto possibile determinare il valore totale dell'allungamento del CSB nel caso in cui il carico applicato sia superiore ai 26 kN:

$$\delta''' = \delta_{(F=26)} + \delta_{\Delta}'''$$

F [kN]	ΔF [kN]	θ''' <sub>1</sub> [rad]	Jridotto [cm <sup>4</sup> ]	δ [cm]	δ [mm]
26	0	0,168364	0,849	0,5576	5,5758
27	1	0,163694	0,849	0,6394	6,3939
28	2	0,159384	0,849	0,7129	7,1288
29	3	0,155391	0,849	0,7792	7,7922
30	4	0,151679	0,849	0,8394	8,3939
35	9	0,136371	0,849	1,0723	10,7228
40	14	0,124858	0,849	1,2312	12,3123
45	19	0,115791	0,849	1,3466	13,4659
50	24	0,108411	0,849	1,4341	14,3410
55	29	0,10225	0,849	1,5028	15,0276
65	39	0,092569	0,849	1,6026	16,0257
75	49	0,084972	0,849	1,6740	16,7396
85	59	0,078985	0,849	1,7259	17,2592
90	64	0,076409	0,849	1,7471	17,4712
100	74	0,071898	0,849	1,7825	17,8254
120	94	0,064747	0,849	1,8343	18,3429
150	124	0,056966	0,849	1,8845	18,8445
180	154	0,051283	0,849	1,9170	19,1704
200	174	0,048239	0,849	1,9331	19,3309
248	222	0,042505	0,849	1,9607	19,6066

Tab.5.4.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto dopo la completa plasticizzazione della zona di ginocchio

#### 5.4.5. Tratto dello snervamento a trazione sotto carico costante

Questo tratto di deformazione è rappresentativo del fenomeno dello snervamento a trazione ed è caratterizzato da un carico costante pari  $F_{y,traz}$ . Il suddetto fenomeno causa un allungamento  $\Delta\varepsilon$  che si ipotizza pari all'1% della lunghezza linearizzata dell'intero dispositivo.

Conoscendo  $\sigma_y$  e l'area della sezione si trova:

$$F_{y,traz} = \sigma_y \cdot A$$

$$F_{y,traz} = 40 \cdot 6.21 \cong 248 \text{ kN}$$

#### 5.4.6. Tratto dell'incrudimento del materiale

Al termine della fase di snervamento a trazione il processo continua con la fase dell'incrudimento che parte da una deformazione pregressa, trascurando la strizione della sezione.

Sfruttando l'espressione:

$$\Delta\varepsilon' = \frac{\Delta u}{L^*}$$

dove:

$\Delta u$  = incremento di spostamento imposto;

$L^*$  = lunghezza linearizzata dell'intero dispositivo.

Per ogni valore di  $\Delta u$  si ha:

$$\sigma_y(\varepsilon) = \sigma_y + E \cdot \alpha \cdot \Delta\varepsilon'$$

dove  $\alpha$  rappresenta il fattore di incrudimento, in questo caso posto pari a 0.002.

Calcolato  $\sigma_y(\varepsilon)$ , per un determinato valore di spostamento è possibile trovare il corrispondente valore di forza:

$$F(\Delta u) = A \cdot \sigma_y(\varepsilon)$$

$\delta$ [mm]	$\Delta\delta$ [mm]	$\Delta\varepsilon'$	$\sigma_y(\varepsilon)$ [kN/mm <sup>2</sup> ]	F [kN]
31	1	0,0094340	40,396	250,861
32	2	0,0188679	40,792	253,321
33	3	0,0283019	41,189	255,782
34	4	0,0377358	41,585	258,242
35	5	0,0471698	41,981	260,703
36	6	0,0566038	42,377	263,163
37	7	0,0660377	42,774	265,624
38	8	0,0754717	43,170	268,085
39	9	0,0849057	43,566	270,545
40	10	0,0943396	43,962	273,006
50	20	0,1886792	47,925	297,611
60	30	0,2830189	51,887	322,217
70	40	0,3773585	55,849	346,823
75	45	0,4245283	57,830	359,125

Tab.5.5.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto dell'incrudimento del materiale

### 5.4.7. Risultato

La somma dei risultati ottenuti dalla trattazione analitica dei diversi tratti è graficamente raffigurata dalla curva in Fig. 5.12., nella quale si è anche inserito il grafico sperimentale per facilitarne il confronto.

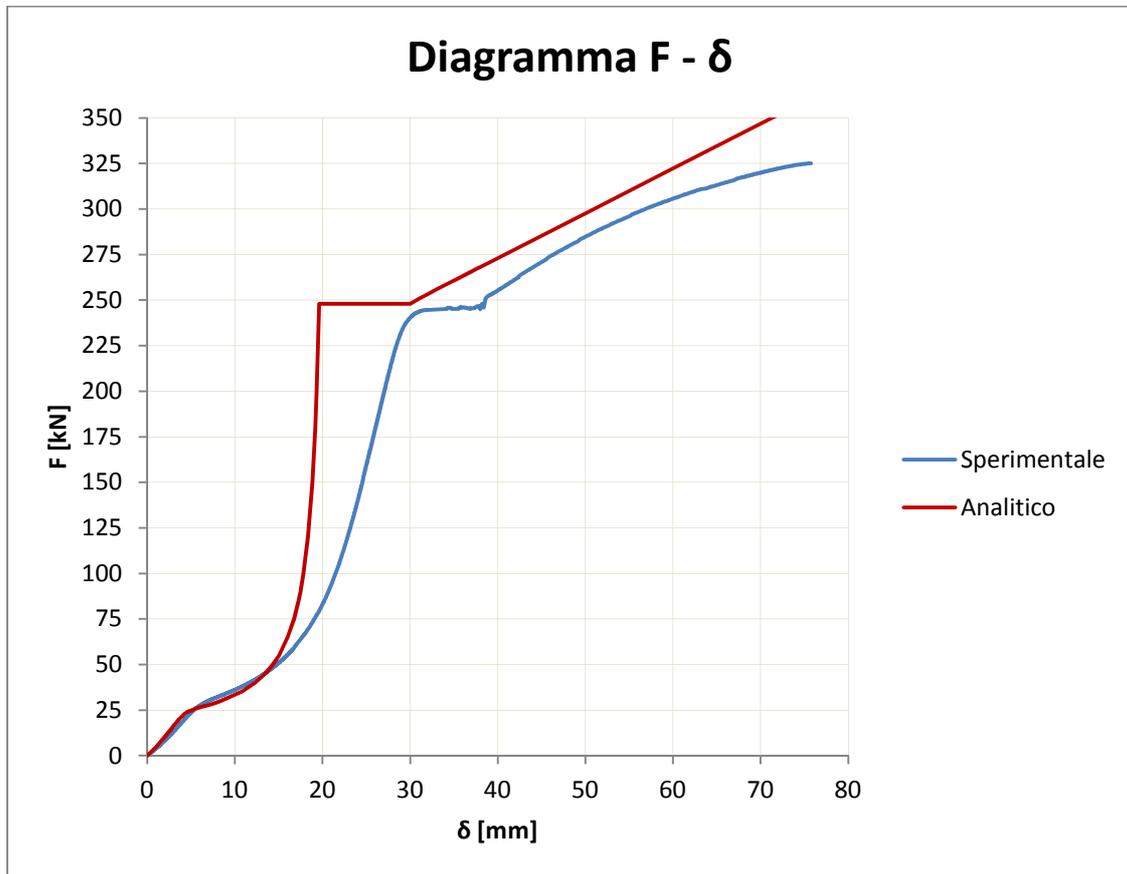


Fig. 5.12.: diagramma F-δ rappresentante la somma dei risultati ottenuti nei diversi tratti

## 5.5. Compressione

L'acciaio è un materiale dotato di una legge costitutiva praticamente simmetrica a trazione e a compressione. Essa può essere schematizzata, ai fini strutturali, come in Fig. 5.13..

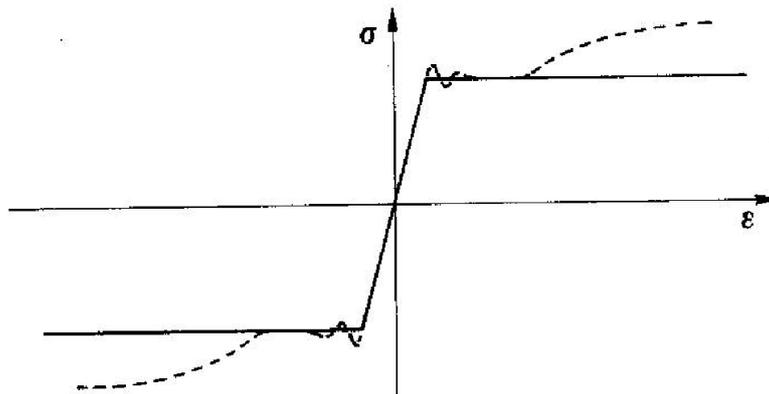


Fig. 5.13.: legame costitutivo dell'acciaio in trazione ed in compressione

Un elemento strutturale in acciaio può avere un comportamento non simmetrico a causa di fenomeni connessi con i problemi di stabilità dell'equilibrio. Tra tali fenomeni si possono ricordare quelli relativi alle aste soggette a compressione.

Se un'asta ideale è compressa da un carico perfettamente centrato il legame  $\sigma - \varepsilon$  può essere rappresentato, come per la trazione, dalla legge di Hooke fino al raggiungimento del carico di snervamento. Oltre questo carico, se il legame costitutivo del materiale è elastico-plastico perfetto allora la deformazione aumenta senza necessità di aumentare il carico, se invece il legame costitutivo del materiale è elasto-plastico con incrudimento la deformazione oltre  $\varepsilon_y$  avviene solo se si aumenta il carico.

Le aste reali non sono mai perfettamente rettilinee; in esse sono sempre presenti imperfezioni geometriche, a causa delle quali l'asta sarà sollecitata, oltre che a compressione, anche a flessione. In questo caso, con l'aumentare del carico applicato l'accorciamento dell'asta cresce più che linearmente e la relativa legge costitutiva è di tipo curvilineo.

### 5.5.1. Modello costitutivo adottato

Il legame costitutivo adottato nello studio della fase di compressione del dispositivo è quello elasto-plastico incrudente già definito al paragrafo 5.4.1. e rappresentato graficamente in Fig. 5.14..

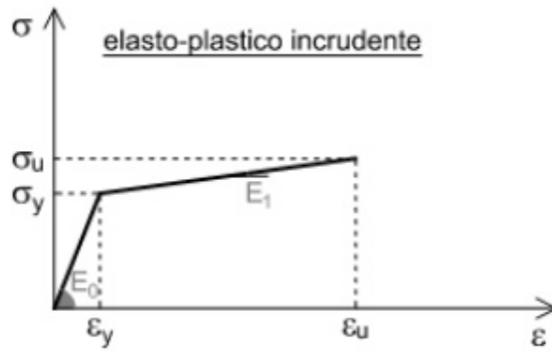


Fig. 5.14.: relazione tensioni-deformazioni nel caso di legame costitutivo elastico-plastico incrudente

Per effettuare un'analisi completa della prova a compressione è necessario considerare anche il comportamento del materiale oltre il limite elastico sfruttando la relazione momento-curvatura illustrata in Fig. 5.15..

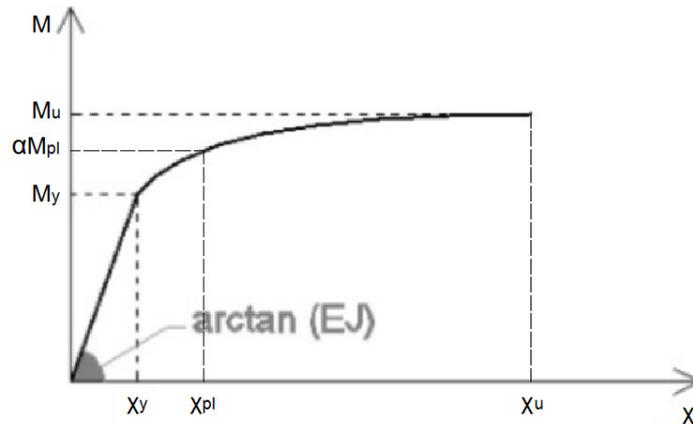


Fig. 5.15.: relazione momento-curvatura utilizzata nel caso di compressione

Se la duttilità del materiale non è infinita, si definisce momento ultimo  $M_u$  quello corrispondente al raggiungimento della deformazione ultima del materiale  $\varepsilon_u$ . Il momento ultimo può essere scritto il funzione del momento plastico  $M_{pl}$  tramite la seguente relazione:

$$M_u = M_{pl} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_u} \right)^2 \right]$$

Nel caso in cui  $\varepsilon_u$  tenda ad infinito, allora  $M_{pl} = M_u$ .

### 5.5.2. Tratto elastico

Per quanto riguarda la risposta non lineare, in caso di compressione, si considera il sistema discreto (modello ad elasticità concentrata) di due aste indeformabili

incernierate tra loro nel punto di ginocchio e collegate con una molla rotazionale, caratterizzata da una legge costitutiva non lineare.

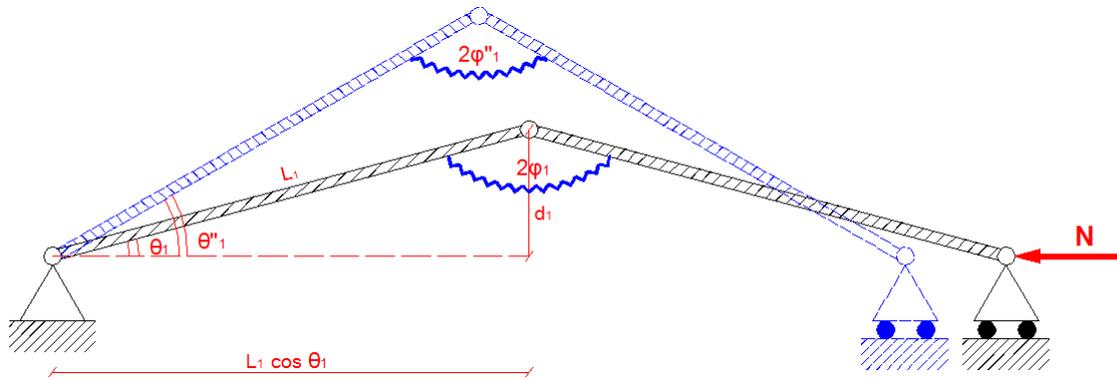


Fig. 5.16.: sistema discreto ad elasticità concentrata sottoposto ad una forza di compressione

Si scriva l'equilibrio interno, che definisce la non linearità meccanica:

$$\begin{cases} 1) & N = 2 \cdot f_y \cdot b \cdot \bar{y} \\ 2) & M = f_y \cdot b \cdot \left( \frac{h^2}{4} - \bar{y}^2 \right) \end{cases}$$

dove:

$\bar{y}$  = distanza dall'asse neutro alla prima fibra plasticizzata;

$f_y$  = tensione di snervamento;

$b$  = larghezza della sezione;

$h$  = altezza della sezione.

Si scriva l'equilibrio esterno, che definisce la non linearità geometrica:

$$\begin{cases} 3) & N = \frac{4 \cdot K}{L^*} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right) \\ 4) & M = N \cdot \frac{L^*}{2} \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) \end{cases}$$

dove:

$$K = \frac{3 \cdot E \cdot J}{L^*};$$

$\vartheta'_1$  = angolo corrispondente alla configurazione elastica deformata;

$\vartheta_1$  = angolo corrispondente alla configurazione iniziale;

$L^*$  = lunghezza linearizzata dell'intera sezione.

Usando 1), 2) e 4) si ottiene:

$$5) 2 \cdot f_y \cdot b \cdot \bar{y} \cdot \frac{L^*}{2} \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) = f_y \cdot b \cdot \left( \frac{h^2}{4} - \bar{y}^2 \right)$$

Usando 3) e 1) si ottiene:

$$6) 2 \cdot f_y \cdot b \cdot \bar{y} = \frac{4 \cdot K}{L^*} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right)$$

Pertanto:

$$7) \bar{y} = \frac{2 \cdot K}{L^* \cdot f_y \cdot b} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right)$$

Inserendo il valore di  $\bar{y}$  appena trovato nella 5) si ha:

$$\begin{aligned} 2 \cdot f_y \cdot b \cdot \frac{2 \cdot K}{L^* \cdot f_y \cdot b} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right) \cdot \frac{L^*}{2} \cdot \text{sen}(\vartheta'_1) \\ = f_y \cdot b \cdot \left( \frac{h^2}{4} - \left( \frac{2 \cdot K}{L^* \cdot f_y \cdot b} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right) \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$2 \cdot K \cdot (\vartheta'_1 - \vartheta_1) = f_y \cdot b \cdot \left( \frac{h^2}{4} - \frac{4 \cdot K^2}{L^{*2} \cdot f_y^2 \cdot b^2} \cdot \left( \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{\text{sen}(\vartheta'_1)} \right)^2 \right)$$

Dalla precedente equazione è possibile ricavare il valore dell'unica incognita  $\vartheta'_1 = \vartheta_{cr}$ .  
Conoscendo il valore dell'angolo  $\vartheta_{cr}$ , usando l'equazione 7), si ricava  $\bar{y}$ , e di conseguenza, usando l'equazione 3), si ricava  $N_{cr} \cong 23 \text{ kN}$ .

Il momento plastico della struttura si ottiene imponendo  $\bar{y} = 0$  nell'equazione 2), ciò avviene quando tutte le sezioni si sono plasticizzate. Pertanto si ha:

$$M_{pl} = f_y \cdot b \cdot \frac{h^2}{4}$$

Invece, lo sforzo normale plastico si ottiene imponendo  $\bar{y} = \frac{h}{2}$  nell'equazione 1) come segue:

$$N_{pl} = 2 \cdot f_y \cdot b \cdot \frac{h}{2}$$

Conoscendo  $N_{cr}$  e  $N_{pl}$ , tramite la formula di Merchant-Rankine:

$$\frac{1}{N_{lim}} = \frac{1}{N_{pl}} + \frac{1}{N_{cr}}$$

$$N_{lim} = \frac{N_{pl} \cdot N_{cr}}{N_{pl} + N_{cr}}$$

è possibile calcolare il valore del carico limite (pari a 20.86 kN), che identifica il limite elastico della struttura.

Una volta calcolato  $N_{lim}$  si è in grado di individuare l'andamento della curva forza-spostamento nel tratto elastico tramite le seguenti espressioni:

$$\vartheta_1' = \frac{\frac{4 \cdot K}{L^*}}{\left(\frac{4 \cdot K}{L^*} - N\right)} \cdot \vartheta_1 \quad \text{dove } N < N_{lim}$$

$$\delta = 2 \cdot L \cdot \cos(\vartheta_1) - 2 \cdot L \cdot \cos(\vartheta_1') + 2 \cdot \frac{N \cdot L \cdot (\cos(\vartheta_1'))^2}{E \cdot A} \quad \text{dove } N < N_{lim}$$

F [kN]	$\vartheta_1'$ [rad]	$\delta$ [cm]	$\delta$ [mm]
0	0,1972967	0	0
5	0,2022649	0,1084	1,0841
8	0,2053678	0,1773	1,7732
12	0,2096562	0,2741	2,7407
13	0,2107564	0,2992	2,9918
14	0,2118683	0,3247	3,2467
15	0,2129919	0,3506	3,5055
16	0,2141275	0,3768	3,7683
17	0,2152753	0,4035	4,0353
18	0,2164354	0,4306	4,3063
19	0,2176082	0,4582	4,5817
20	0,2187937	0,4861	4,8614
20,86	0,2198236	0,5105	5,1055

Tab.5.6.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto elastico-lineare

### 5.5.3. Tratto dopo lo snervamento a flessione

Non essendo il comportamento della molla, come del resto quello del materiale reale, indefinitamente elastico, per un determinato valore della rotazione la molla inizia a plasticizzarsi e fornisce un momento pari a:

$$M = \alpha \cdot M_{pl}$$

dove:

$$\alpha = 1 + \frac{(N_{lim} - N)}{100}$$

L'equilibrio della struttura riportata in Fig. 5.16. è garantito dalla relazione:

$$\alpha \cdot M_{pl} = N \cdot \frac{L^*}{2} \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')$$

Conoscendo  $M_{pl}$  è possibile determinare il valore dell'angolo  $\vartheta_1''$  corrispondente alla configurazione plastica deformata, in funzione della forza  $N$  applicata (dove  $N < N_{lim}$ ):

$$\vartheta_1'' = \text{arcsen}\left(\frac{\alpha \cdot M_{pl}}{2 \cdot N \cdot L^*}\right)$$

Infine si calcola lo spostamento corrispondente con la seguente relazione:

$$\delta = \delta_{lim} + 2 \cdot L \cdot \cos(\vartheta_{lim}') - 2 \cdot L \cdot \cos(\vartheta_1') + 2 \cdot \frac{N \cdot L \cdot (\cos(\vartheta_1'))^2}{E \cdot A}$$

dove  $\delta_{lim}$  rappresenta lo spostamento in corrispondenza del carico limite.

F [kN]	$\vartheta_1'$ [rad]	$\delta$ [cm]	$\delta$ [mm]
20,86	0,219824	0,5105	5,1055
20	0,249694	1,2623	12,6226
19	0,265811	1,6969	16,9686
18	0,283802	2,2135	22,1347
17	0,304023	2,8335	28,3350
16	0,326926	3,5858	35,8583
15	0,353101	4,5102	45,1017
14	0,383329	5,6625	56,6252
13	0,418674	7,1239	71,2391
12	0,460629	9,0156	90,1563
11	0,511374	11,5268	115,2684
10	0,574260	14,9685	149,6849
9	0,654819	19,8896	198,8957

Tab.5.7.: valori corrispondenti alla deformazione nel tratto dopo lo snervamento

#### 5.5.4. Risultato

La somma dei risultati ottenuti dalla trattazione analitica dei diversi tratti è graficamente raffigurata dalla curva in Fig. 5.16., nella quale si è anche inserito il grafico sperimentale e quello numerico (in cui si è calibrata la tensione di snervamento pari a 41 kN/cm<sup>2</sup> ed il coefficiente di snervamento pari a 0.002) per facilitarne il confronto.

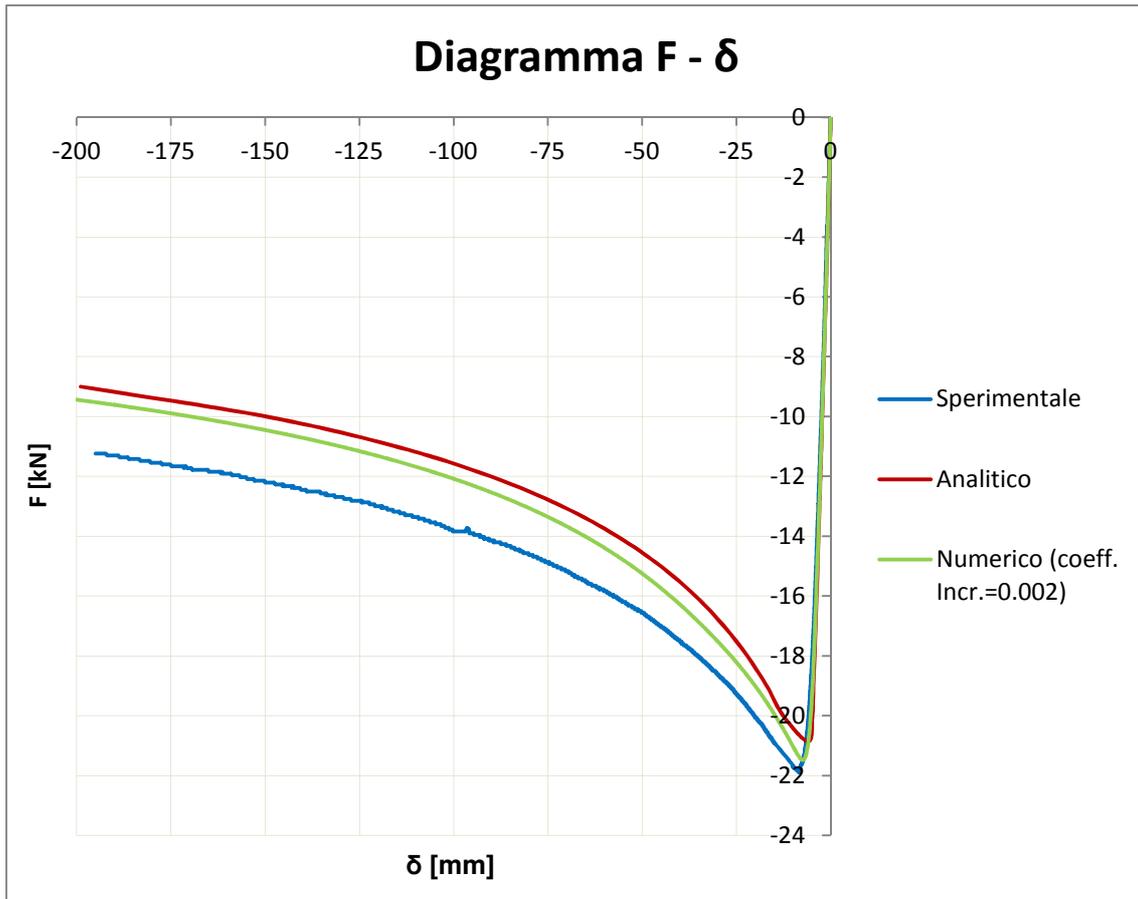


Fig. 5.16.: diagramma F- $\delta$  rappresentante la somma dei risultati ottenuti nei diversi tratti

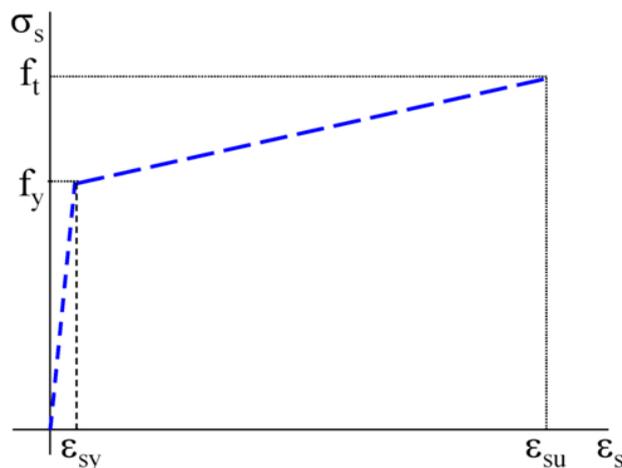
## 6. Studio numerico

Lo studio numerico viene effettuato tramite l'utilizzo del programma di calcolo agli elementi finiti SeismoStruct in grado di tenere conto della non-linearità geometrica e meccanica. Lo stesso programma permette di effettuare le analisi sfruttando i risultati ottenuti da diversi approcci teorici. Nel caso specifico si sono analizzati i risultati ottenuti utilizzando i seguenti legami costitutivi:

- di tipo bilineare
- secondo Menegotto Pinto

### 6.1. Modelli costitutivi adottati

Il primo modello adottato è quello elasto-plastico incrudente o bilineare incrudente mostrato in *Fig. 6.1.*, per la cui definizione è necessaria la conoscenza della tensione di snervamento  $f_y$  e della corrispondente deformazione  $\varepsilon_{s,y}$ ; pertanto in questo primo tratto è valida la legge di Hooke ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ).



*Fig. 6.1.: rappresentazione del legame costitutivo bilineare incrudente*

Dopo il superamento del limite di snervamento, un incremento di deformazione richiede un aumento della tensione, seppur inferiore a quello necessario nel campo elastico. Questo fenomeno è detto incrudimento ed è evidenziato in *Fig. 6.1.*

Per descrivere il legame costitutivo del prescelto materiale superato il punto di snervamento è necessario utilizzare formulazioni diverse rispetto alla legge di Hooke.

Il secondo modello di comportamento non lineare per l'acciaio adottato, rappresentato in Fig. 6.2., è quello elaborato da Menegotto e Pinto (1973) e modificato da Filippou et al. (1983), che include anche la deformazione isotropa del materiale per effetto dell'incrudimento.

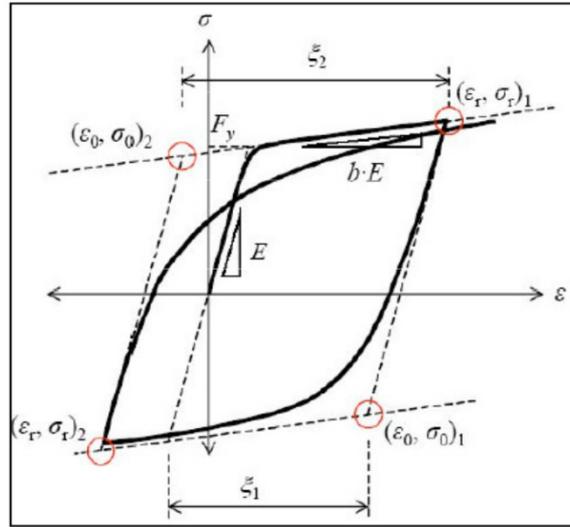


Fig. 6.2.: Diagramma teorico sforzo-deformazione Menegotto e Pinto

Il legame sforzo-deformazione nel caso di legame costitutivo secondo Menegotto-Pinto è espresso dalla relazione:

$$\sigma^* = b \cdot \varepsilon^* + \frac{(1 - b) \cdot \varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^{*R})^{1/R}}$$

in cui:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r}$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r}$$

$$R = R_0 - \frac{a_1 \cdot \xi}{a_2 + \xi}$$

dove:

- $\sigma$             tensione normale;
- $\varepsilon$             deformazione assiale;

- $(\varepsilon_r, \sigma_r)$  coordinate del punto di scarico, assunto pari a (0, 0) nella fase elastica;
- $(\varepsilon_0, \sigma_0)$  intersezione dei due asintoti che definiscono il punto di carico e scarico;
- $b$  fattore di riduzione della rigidezza;
- $R_0, a_1, a_2$  costanti poste pari, rispettivamente, a 20.0, 18.5, 0.15;
- $\xi$  differenza tra il massimo valore di deformazione nella direzione di carico ed  $\varepsilon_0$ .

## 6.2. Prova a trazione

Si inseriscono nel programma di calcolo i parametri ricavati dalla prova sperimentale nella fase di trazione con un carico variabile da 0 kN a 325 kN.

### 6.2.1. Legame costitutivo bilineare

Utilizzando il legame costitutivo bilineare, il programma richiede la calibrazione dei seguenti parametri:

- tipo di materiale;
- resistenza a snervamento;
- parametro di incrudimento.

Invece:

- modulo di elasticità;
- deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta;
- peso specifico

sono i parametri deterministici.

I parametri sono stati calibrati, per comparazione con la prova sperimentale, attribuendo a loro i valori indicati in *Fig. 6.3.*

Nome Materiale:

Tipo Materiale:  Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi de  
definire i modelli dei materiali che devono i

Modello bilineare per acciaio

---

Grafico di esempio

Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)

Resistenza a snervamento (kPa)

Parametro di incrudimento (-)

Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)

Peso specifico (kN/m<sup>3</sup>)

Fig. 6.3.: valori dei parametri inseriti nel software

In risposta ai valori inseriti, il software elabora la seguente curva sforzo-deformazione rappresentativa del legame costitutivo prescelto.

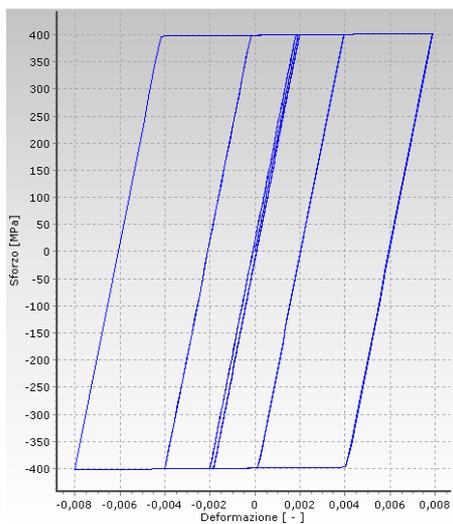


Fig.6.4.: legame costitutivo bilineare incrudente

Inserendo i parametri geometrici del CSB, i vincoli esterni ed carichi applicati (in questo caso di tipo incrementale) e richiedendo al software un'analisi non lineare di tipo statico (pushover), si ha come risposta il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.5..

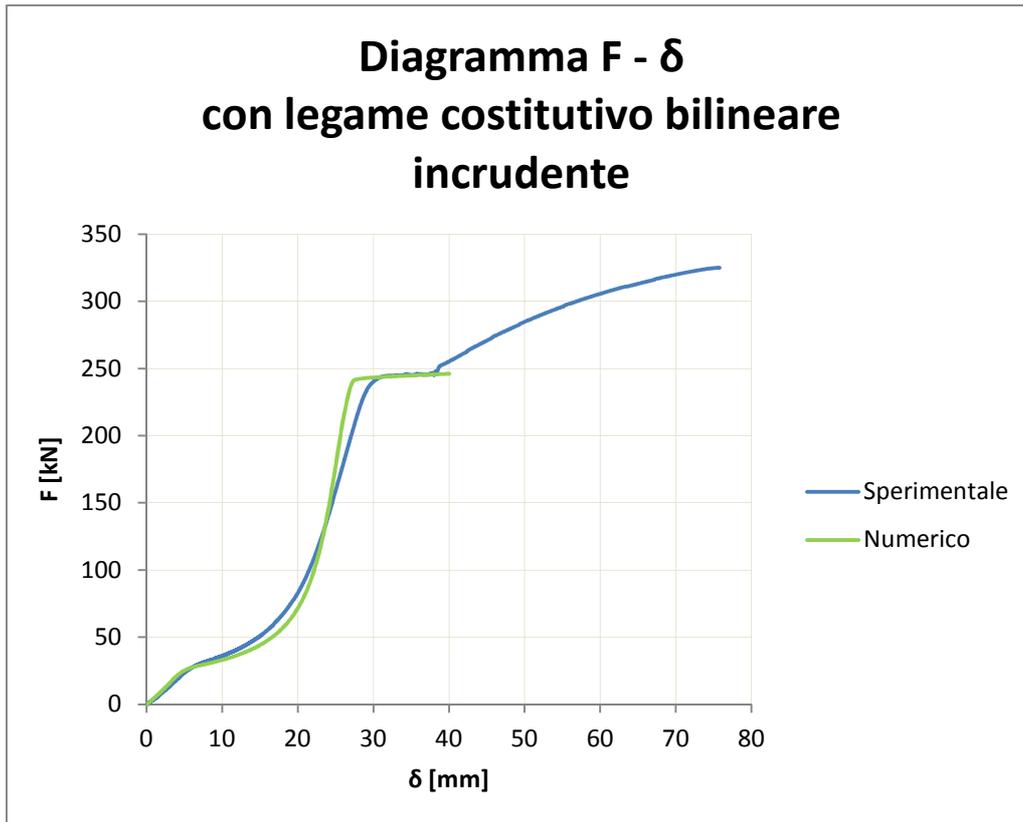


Fig. 6.5.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo bilineare includente

#### 6.2.2. Legame costitutivo Menegotto Pinto

Utilizzando il legame costitutivo Menegotto Pinto, il programma richiede la calibrazione dei seguenti parametri:

- tipo di materiale;
- resistenza a snervamento;
- parametro di incrudimento.

Invece:

- modulo di elasticità;
- parametro della forma iniziale della curva di transizione ( $R_0$ );
- coefficiente di calibrazione della forma della curva di transizione ( $a_1$  e  $a_2$ );
- coefficiente di calibrazione dell'incrudimento isotropo;
- deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta;
- peso specifico

sono i parametri deterministici.

I parametri sono stati calibrati, per comparazione con la prova sperimentale, attribuendo a loro i valori indicati in Fig. 6.6..

Nome Materiale: S275 OK Cancel

Tipo Materiale: sti\_mp Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi de definire i modelli dei materiali che devono

Modello di Menegotto-Pinto per acciaio

---

Grafico di esempio

Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)	2,0000E+008
Resistenza a snervamento (kPa)	390000,
Parametro di incrudimento (-)	0,002
Parametro della forma iniziale della curva di transizione (-)	20
Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A1 (-)	18,5
Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A2 (-)	0,15
Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A3 (-)	0,
Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A4 (-)	1,
Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)	0,5
Peso specifico (kN/m3)	78,

Fig. 6.6.: valori dei parametri inseriti nel software

In risposta ai valori inseriti il software elabora la seguente curva sforzo-deformazione rappresentativa del legame costitutivo prescelto.

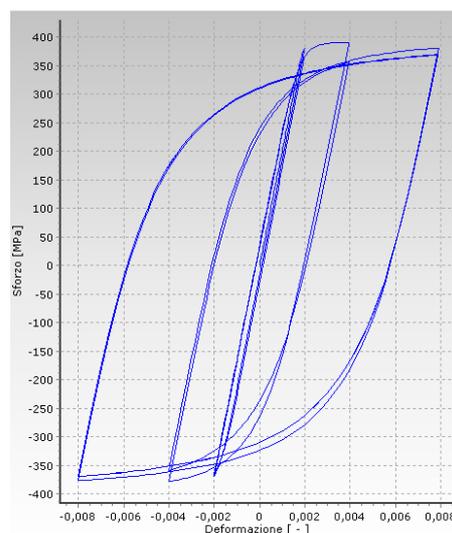


Fig.6.7.: legame costitutivo secondo Menegotto Pinto

Inserendo i parametri geometrici del CSB, i vincoli esterni ed carichi applicati (in questo caso di tipo incrementale) e richiedendo al software un'analisi non lineare di tipo statico (pushover) abbiamo come risposta il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.8..

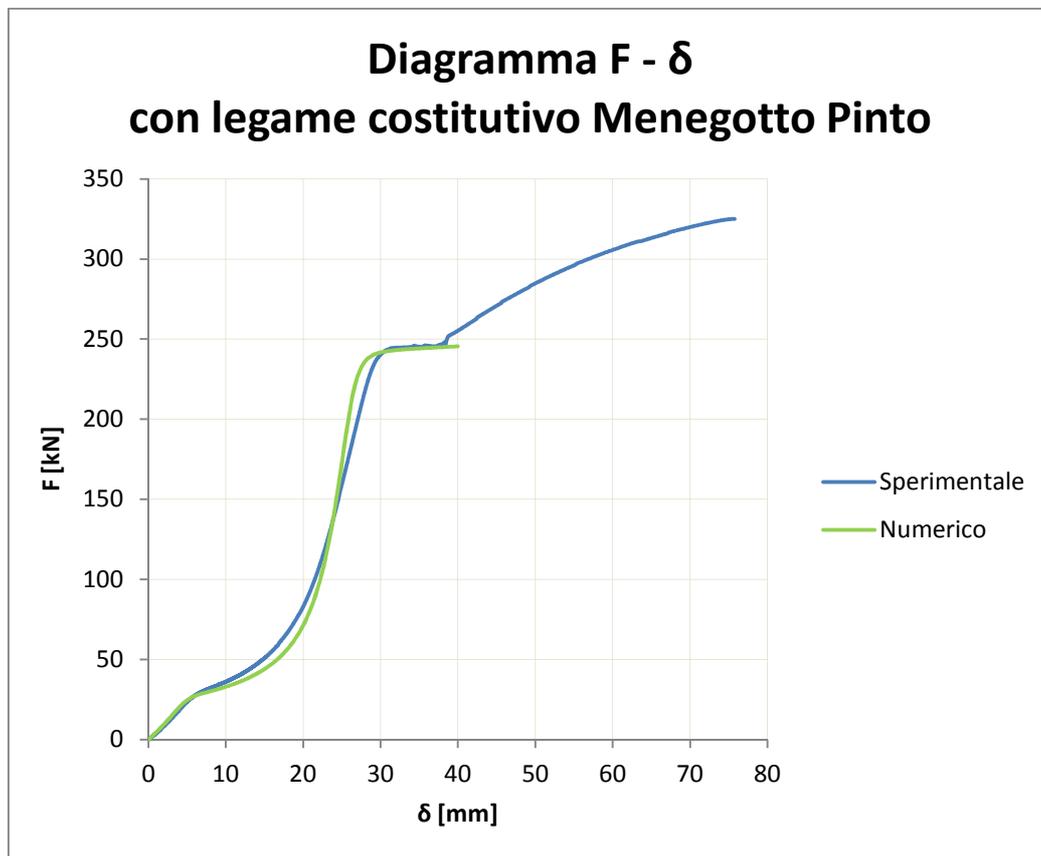


Fig. 6.8.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo Menegotto-Pinto

### 6.3. Prova a compressione

Si inseriscono nel programma di calcolo i parametri ricavati dalla prova sperimentale nella fase di compressione con un carico variabile da 0 kN a circa -22 kN.

#### 6.3.1. Legame costitutivo bilineare

Procedendo in modo analogo a quanto fatto per il caso della sollecitazione di trazione si attribuiscono ai parametri che richiedono una calibrazione i valori indicati in Fig. 6.9..

Nome Materiale: S275 OK Cancel

Tipo Materiale: sti\_bl Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi de definire i modelli dei materiali che devono

Modello bilineare per acciaio

---

Grafico di esempio

Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)	2,1000E+008
Resistenza a snervamento (kPa)	410000,
Parametro di incrudimento (-)	0,007
Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)	0,5
Peso specifico (kN/m <sup>3</sup> )	78,

Fig. 6.9.: valori dei parametri inseriti nel software

Per questo caso, il software elabora la curva sforzo-deformazione, riportata in Fig. 6.10., rappresentativa del legame costitutivo bilineare.

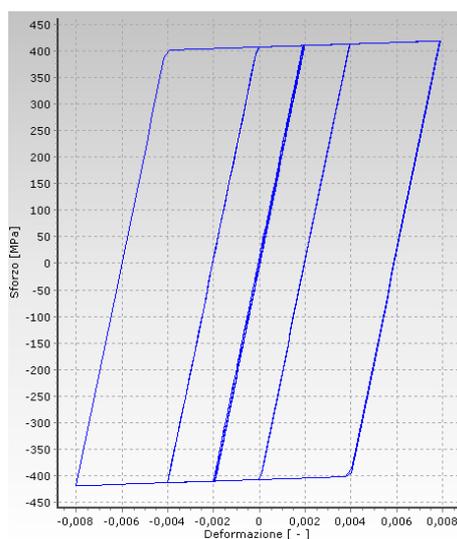


Fig.6.10.: legame costitutivo bilineare incrudente

Completando l'inserimento dei dati, come fatto per il caso della trazione si ottiene, come risposta, il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.11..

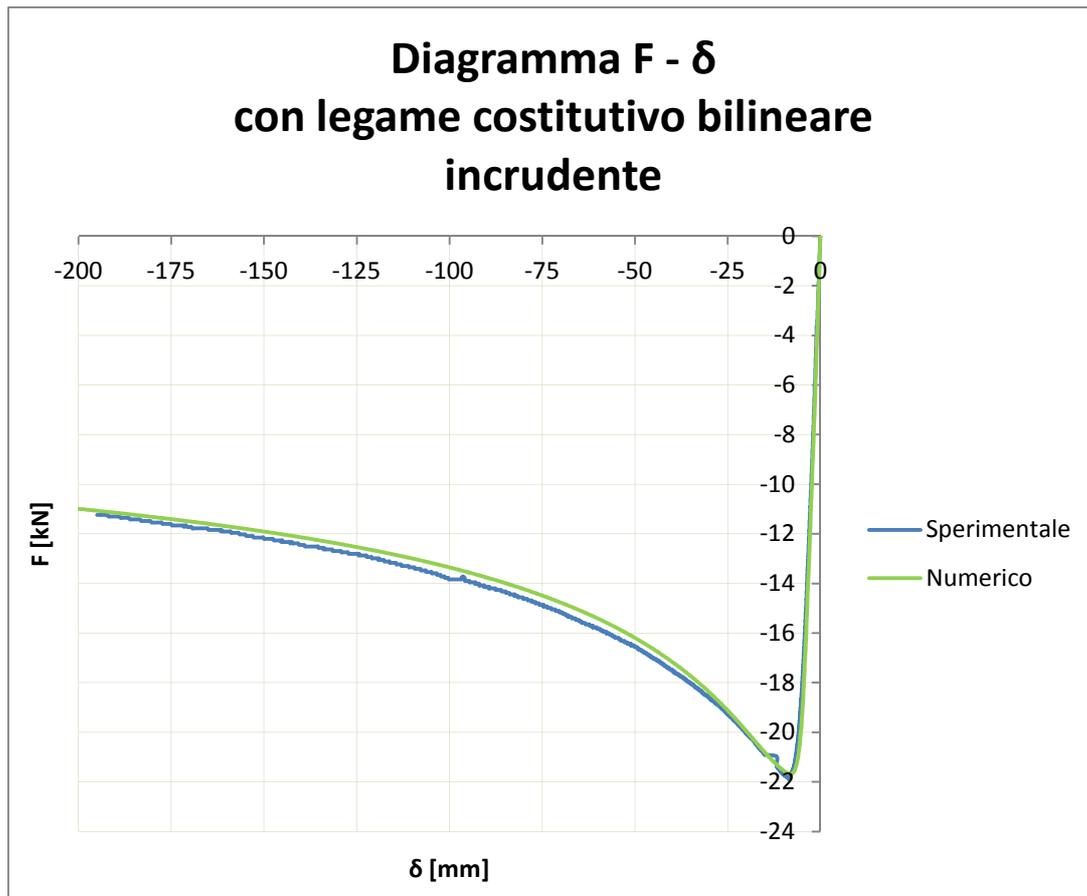


Fig. 6.11.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo bilineare includente

### 6.3.2. Legame costitutivo Menegotto Pinto

Rimanendo nel campo d'applicazione a quanto esposto nel paragrafo 6.2.2., relativamente all'utilizzo del legame costitutivo proposto da Menegotto e Pinto, anche nel caso di sollecitazione di compressione, si attribuiscono ai parametri richiesti dal programma quelli indicati in Fig. 6.12..

Nome Materiale:

Tipo Materiale:  Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi de  
definire i modelli dei materiali che devono o

Modello di Menegotto-Pinto per acciaio

---

Grafico di esempio

Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)

Resistenza a snervamento (kPa)

Parametro di incrudimento (-)

Parametro della forma iniziale della curva di transizione (-)

Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A1 (-)

Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A2 (-)

Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A3 (-)

Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A4 (-)

Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)

Peso specifico (kN/m<sup>3</sup>)

Fig. 6.12.: valori dei parametri inseriti nel software

Si ottiene la curva sforzo-deformazione, riportata in Fig. 6.13., rappresentativa del legame costitutivo prescelto.

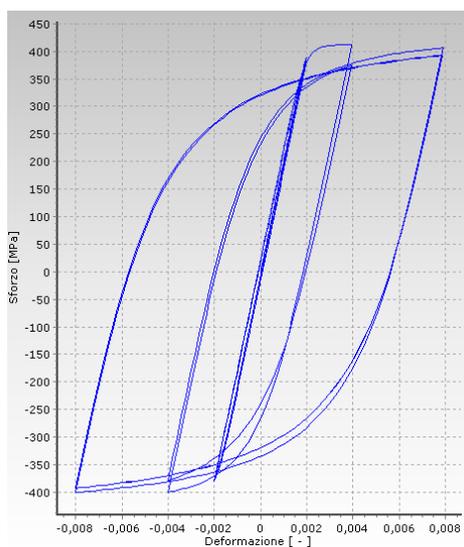


Fig.6.13.: legame costitutivo bilineare incrudente

Anche in questo caso, completando l'inserimento dei dati, come fatto in precedenza, si ottiene, come risposta, il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.14..

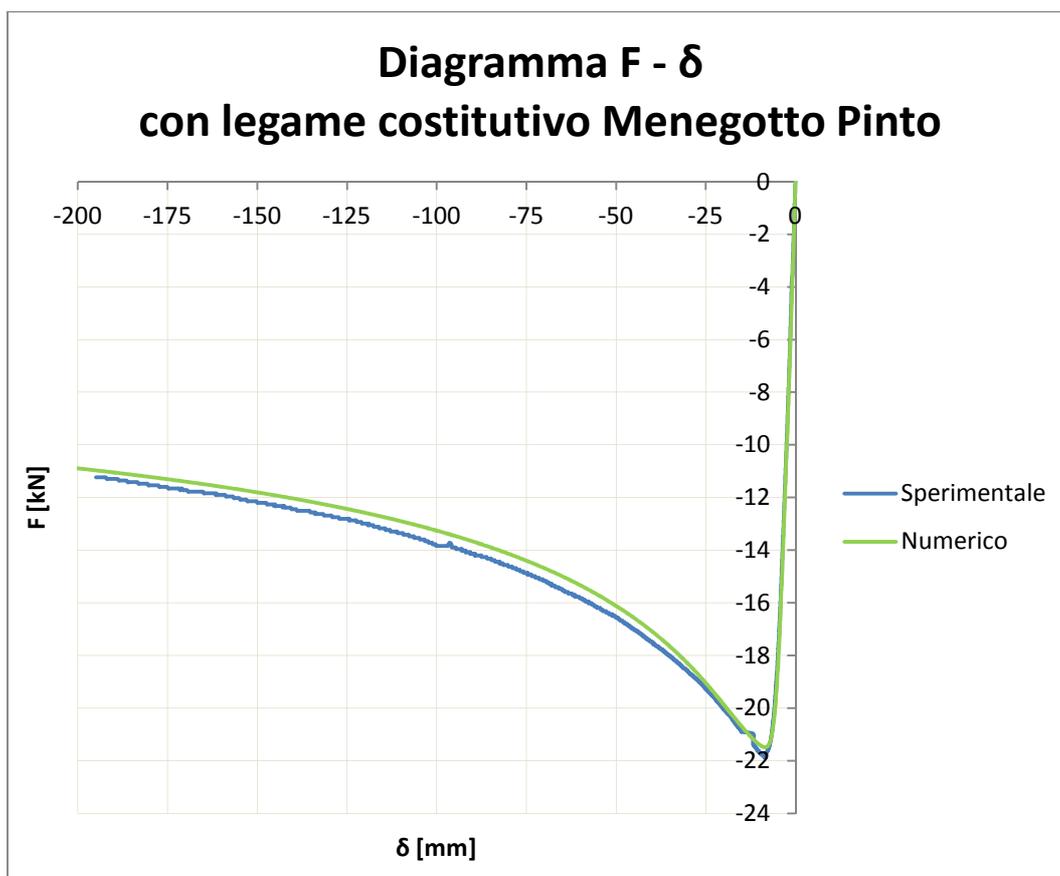


Fig. 6.14.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo Menegotto-Pinto

#### 6.4. Prova ciclica a trazione/compressione

Si prosegue ora con l'ultimo caso, inserendo i dati relativi alla prova ciclica di trazione/compressione eseguita a controllo di spostamento.

##### 6.4.1. Legame costitutivo bilineare

Anche ora, il modello adottato per primo è quello bilineare inelastico, precedentemente illustrato. Ripetendo quanto già fatto per il caso della sollecitazione di trazione e di compressione si attribuiscono ai parametri richiesti dal programma quelli indicati in Fig. 6.15..

Nome Materiale:

Tipo Materiale:  Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi de  
definire i modelli dei materiali che devono o

Modello bilineare per acciaio

---

Grafico di esempio  
Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)

Resistenza a snervamento (kPa)

Parametro di incrudimento (-)

Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)

Peso specifico (kN/m<sup>3</sup>)

Fig. 6.15.: valori dei parametri inseriti nel software

Come risposta il programma elabora la curva sforzo-deformazione, riportata in Fig. 6.16., rappresentativa del legame costitutivo prescelto.

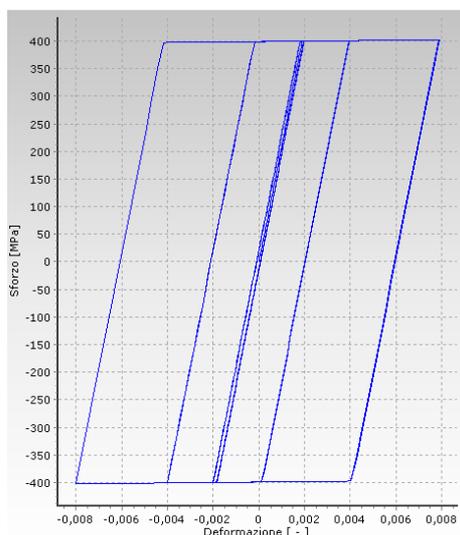


Fig.6.16.: legame costitutivo bilineare incrudente

Nel caso della seguente prova, è necessario richiedere al software un'analisi "time-history", che utilizza come input, da inserire nella sezione del software denominata *Curve Time-history*, la tabella tempo-spostamento ottenuta nella prova sperimentale.

In questa analisi, a differenza delle altre, è consigliabile suddividere ognuno dei due elementi della struttura (aste) in più sottoelementi, al fine di facilitarne la convergenza. Pertanto, completando l'inserimento dei dati, come fatto in precedenza, si ottiene il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.17..

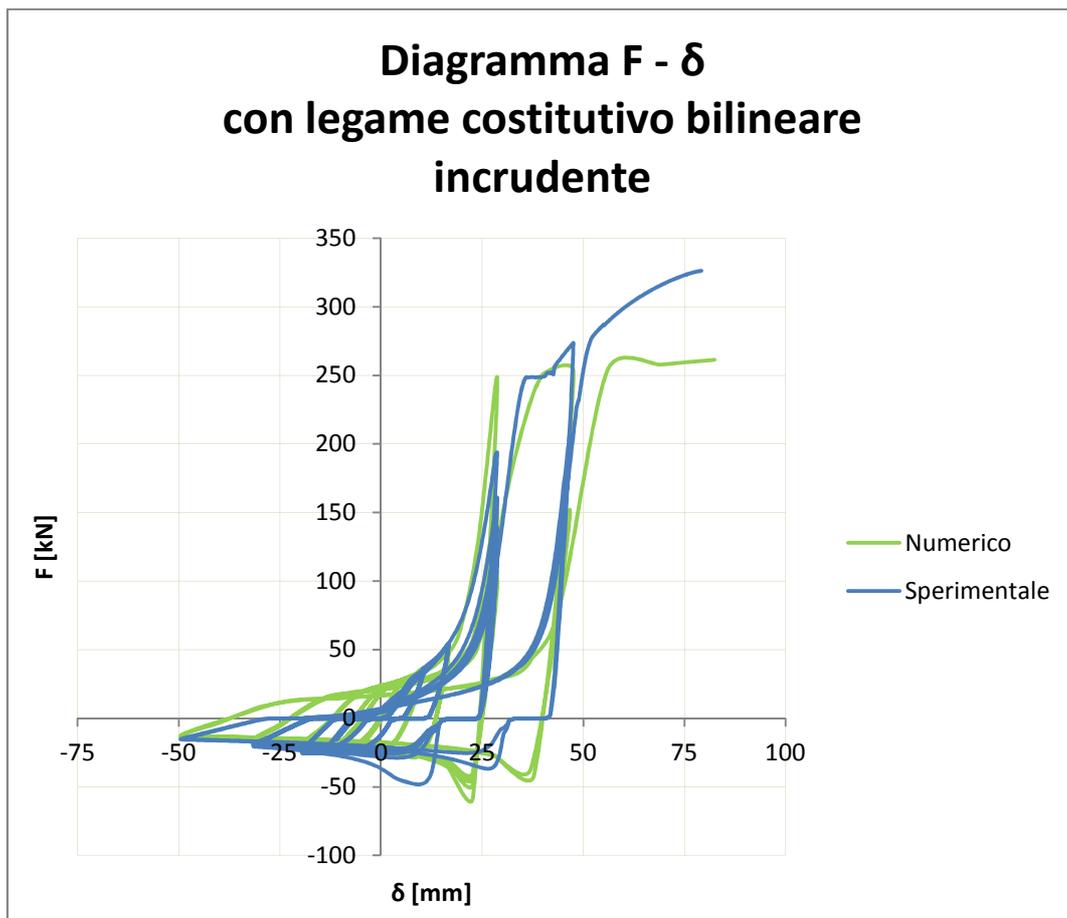


Fig. 6.17.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo bilineare incrudente

Al fine di evidenziare, con maggior chiarezza, il confronto tra i risultati della prova sperimentale e quelli dello studio numerico, si riportano di seguito i diagrammi forza-spostamento ottenuti dai singoli cicli di carico e scarico.

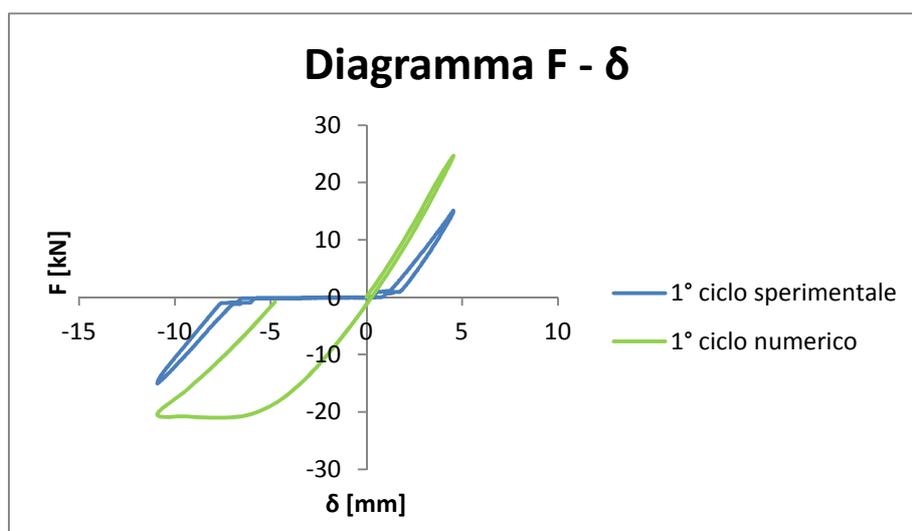
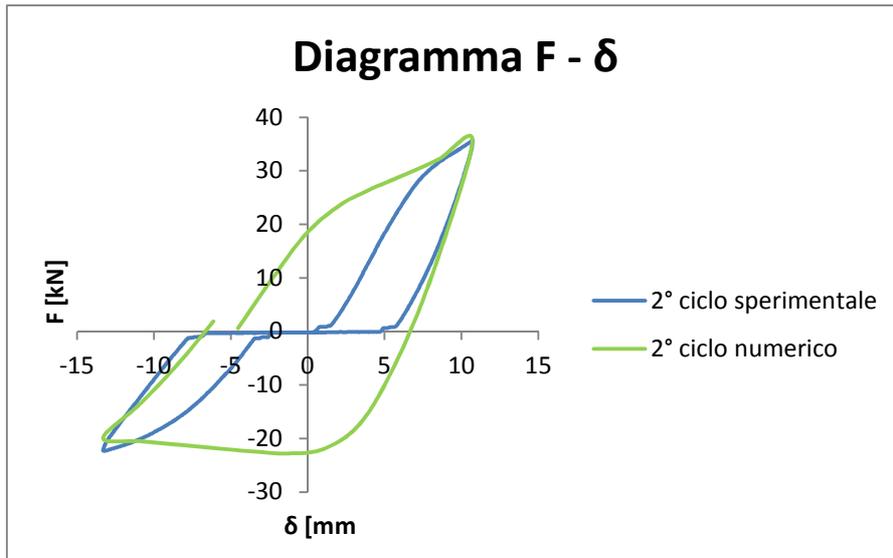
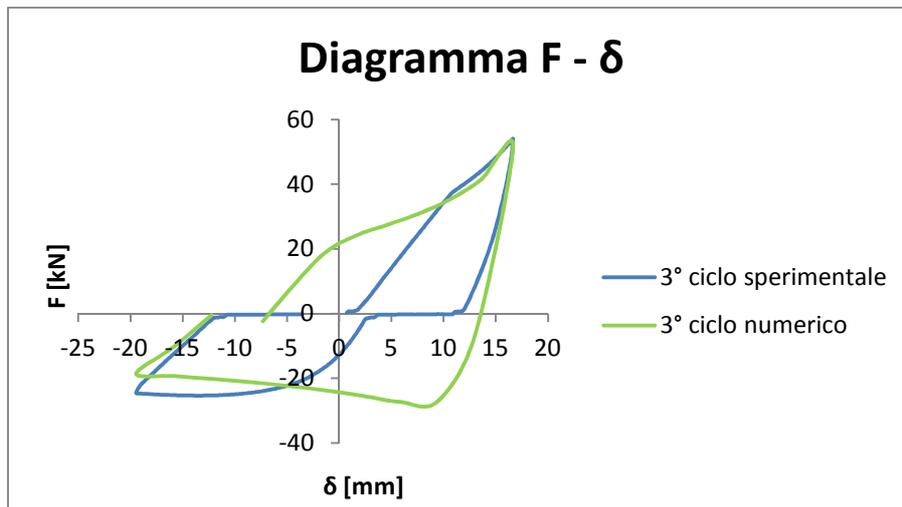


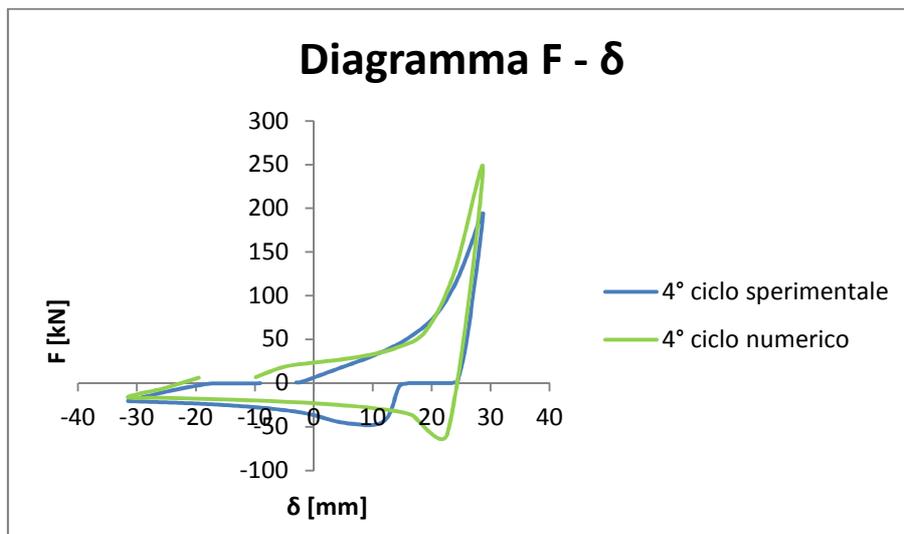
Fig. 6.18.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dal 1° ciclo di carico



*Fig. 6.19.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dal 1° ciclo di carico*



*Fig. 6.20.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dal 3° ciclo di carico*



*Fig. 6.21.: diagramma F- $\delta$  ottenuto dal 4° ciclo di carico*

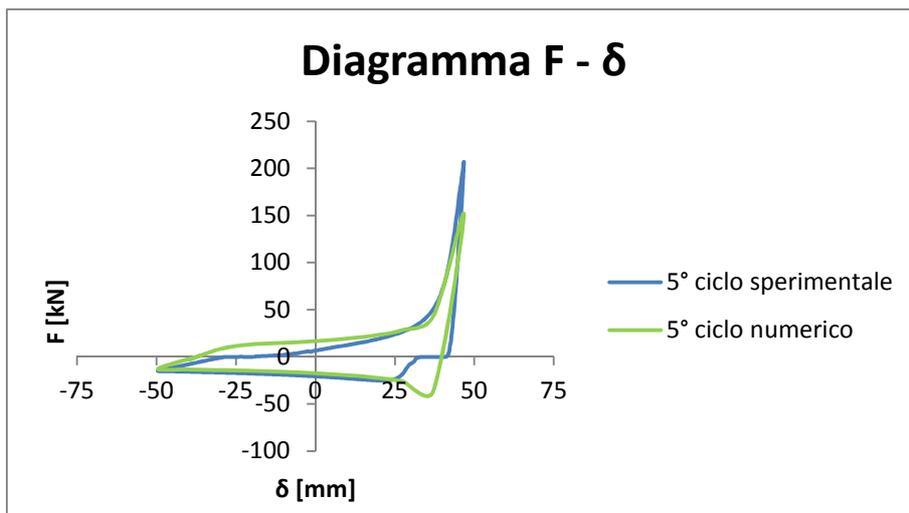


Fig. 6.22.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dal 5° ciclo di carico

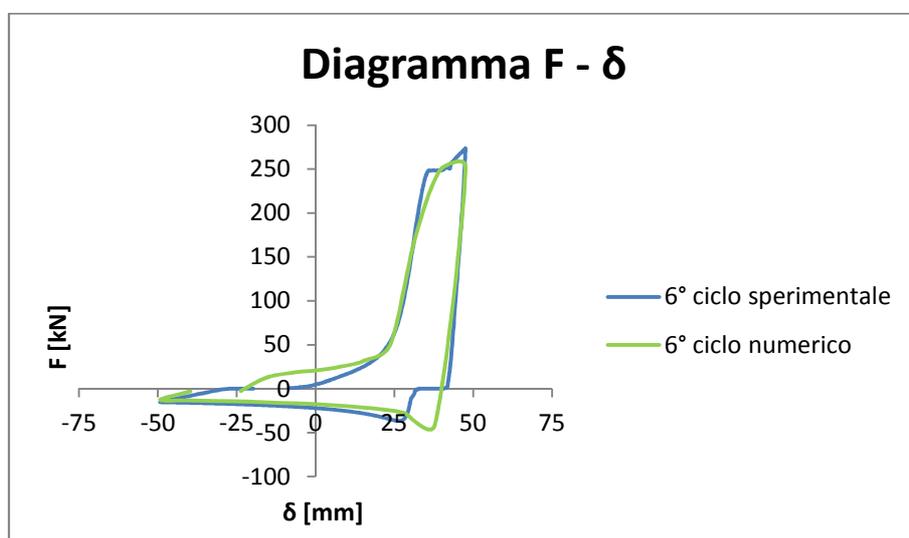


Fig. 6.23.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dal 6° ciclo di carico

#### 6.4.2. Legame costitutivo Menegotto Pinto

Seguendo la stessa procedura utilizzata nei paragrafi 6.2.2. e 6.3.2., rispettivamente per le sollecitazioni di trazione e di compressione, e attribuendo ai parametri richiesti dal programma quelli indicati in Fig. 6.24. si ottiene la curva sforzo-deformazione, riportata in Fig. 6.25., rappresentativa del legame costitutivo prescelto.

Nome Materiale:

Tipo Materiale:  Nota: Vai alla pagina Modelli Costitutivi del software per definire i modelli dei materiali che devono essere utilizzati.

Modello di Menegotto-Pinto per acciaio

---

Grafico di esempio

Proprietà Materiale

Modulo di elasticità (kPa)	<input type="text" value="2,0000E+008"/>
Resistenza a snervamento (kPa)	<input type="text" value="400000"/>
Parametro di incrudimento (-)	<input type="text" value="0,002"/>
Parametro della forma iniziale della curva di transizione (-)	<input type="text" value="20"/>
Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A1 (-)	<input type="text" value="18,5"/>
Coeff. di calibrazione della forma della curva di transizione A2 (-)	<input type="text" value="0,15"/>
Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A3 (-)	<input type="text" value="0"/>
Coeff. di calibrazione dell'incrudimento isotropo A4 (-)	<input type="text" value="1"/>
Deformazione a rottura o per instabilità a carico di punta (buckling) (-)	<input type="text" value="5"/>
Peso specifico (kN/m <sup>3</sup> )	<input type="text" value="78"/>

Fig. 6.24.: valori dei parametri inseriti nel software

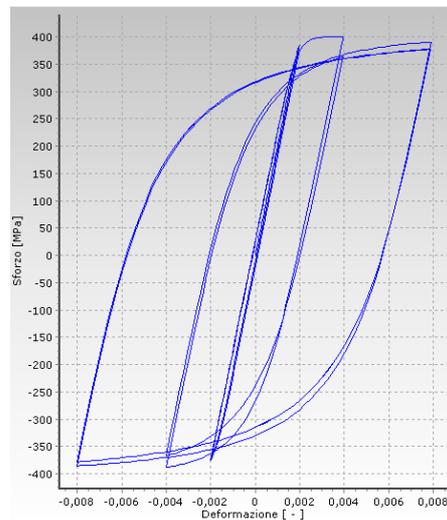


Fig.6.25.: legame costitutivo bilineare incrudente

Completando l'inserimento dei dati, come fatto in precedenza, e suddividendo ogni elemento della struttura in più sottoelementi, il programma elabora il diagramma forza-spostamento riportato in Fig. 6.26..

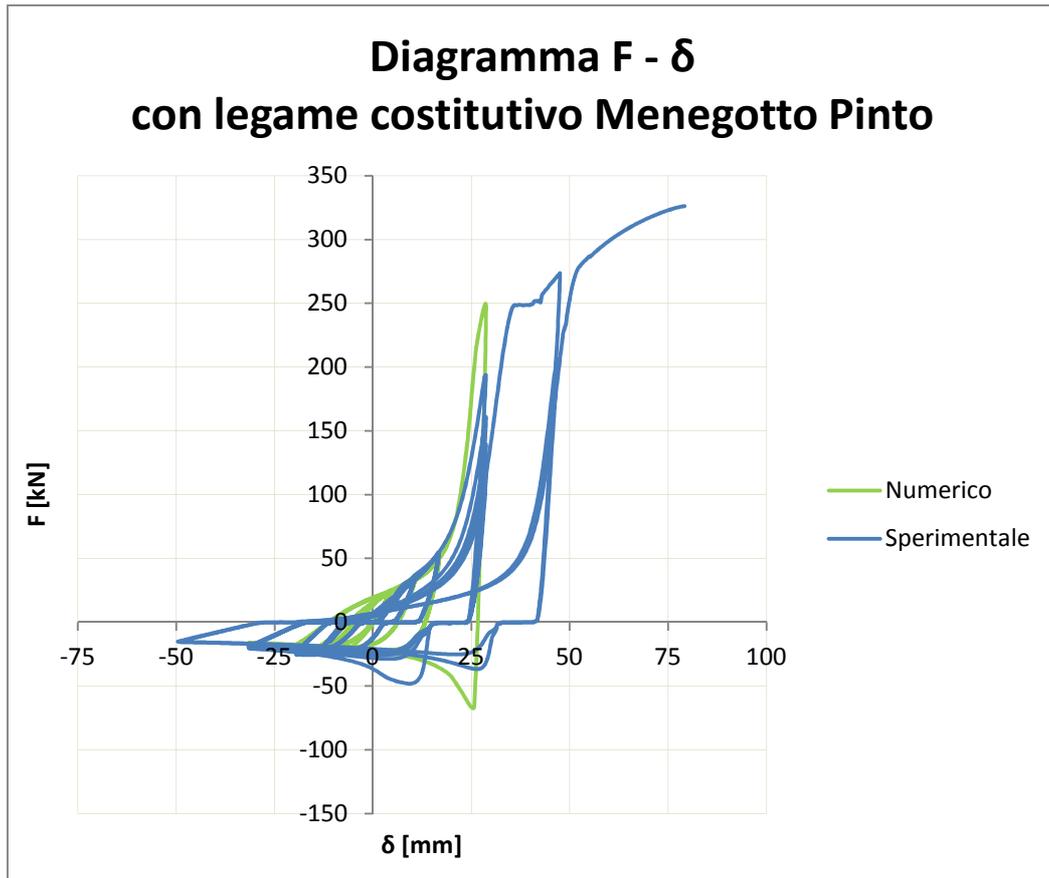


Fig. 6.26.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dallo studio numerico nel caso di legame costitutivo Menegotto-Pinto

Si nota facilmente come, nel caso di utilizzo del legame costitutivo Menegotto-Pinto, la curva numerica, ottenuta tramite l'utilizzo del software SeismoStruct, arrivata ad un certo valore della coppia forza-spostamento non riesce più a convergere. Pertanto il programma interrompe l'analisi lanciata.

## 7. Conclusioni

Nella presente tesi è stato esaminato il comportamento di un sistema di dissipazione isteretica denominato CSB, costituito da un elemento metallico realizzato partendo da profili di tipo standard, la cui peculiarità consiste nella particolare forma geometrica a boomerang che consente di dimensionare la rigidità laterale e la forza di snervamento in maniera indipendente. I CSB possono essere utilizzati sia come alternativa ai controventi diagonali tradizionali, sia come sistema resistente alle azioni orizzontali dimensionato per ottenere un comportamento di soft-storey “controllato” (cosiddetto isolamento di piano) nell’ambito della progettazione di tipo PBSD (*Performance Based Seismic Design*).

Il comportamento del dispositivo CSB è stato studiato dapprima attraverso una prima campagna sperimentale che è stata poi validata con l’utilizzo di modelli analitici e numerici.

Sono state effettuate tre prove sperimentali su prototipi rappresentativi di un dispositivo CSB da utilizzare come controventamento diagonale eccentrico da inserire in una specchiatura di telaio di dimensioni pari a circa 3m x 5m (provini in scala 1:6). Nel dettaglio le prove sperimentali hanno indagato: (i) il comportamento ciclico a trazione; (ii) il comportamento ciclico a compressione; (iii) il comportamento ciclico a trazione/compressione. I risultati ottenuti dal comportamento teorico del dispositivo, tramite modellazioni analitiche e numeriche hanno, sostanzialmente, confermato i risultati delle prime prove sperimentali.

Per un numero elevato di cicli in trazione/compressione si è, però, evidenziato un fenomeno di instabilità fuori piano non previsto dalle modellazioni. Tale fenomeno, pur riducendo la resistenza a compressione, non ha però ridotto la resistenza a trazione del CSB.

Nella prossima campagna sperimentale ci si propone di investigare in modo specifico sull’effetto di fenomeni di instabilità locali, così come si prevede di effettuare prove su CSB realizzati saldando più porzioni, andando cioè a simulare la possibilità di assemblaggio in sito.

Entrando nel dettaglio, dalle prove sperimentali effettuate si sono ricavate le forze massime sopportate dalla struttura. Se la struttura avesse asse rettilineo e fosse sollecitata a carico assiale, per le grandezze:

- $F_y$  = carico di snervamento a trazione;
- $F_{r,min}$  = carico minimo di rottura a trazione;
- $F_{r,max}$  = carico massimo di rottura a trazione,

si ricaverebbero i seguenti valori teorici:

- $N_y = A \cdot F_y = 6.21 \cdot 27.5 = 171 \text{ kN}$
- $N_{r,min} = A \cdot F_{r,min} = 6.21 \cdot 41 = 255 \text{ kN}$
- $N_{r,max} = A \cdot F_{r,max} = 6.21 \cdot 56 = 348 \text{ kN}$

dove  $F_y, F_{r,min}, F_{r,max}$  sono i valori teorici relativi all'acciaio S275 utilizzato.

Se sottoposta a trazione, la struttura collassa sotto un carico di circa 326 KN. Pertanto dal confronto dei risultati si nota che la struttura ha resistito fino a valori molto prossimi a quelli massimi teorici di un'asta rettilinea. Questo risultato conferma pienamente che la particolare forma a "boomerang" attribuita al CSB è appropriata.

Osservando le curve sperimentali ottenute nelle prove di trazione e di compressione, riportate in *Fig. 7.3.* e *Fig. 7.4.*, si nota che i dispositivi CSB oggetto di studio soddisfano le prescrizioni imposte dalle normative in quanto possiedono le seguenti caratteristiche:

- valore costante della rigidezza nel campo elastico;
- comportamento plastico adatto a garantire all'intera struttura la duttilità prevista;
- aumento della rigidezza iniziale, con l'aumentare della deformazione, in modo da evitare il collasso dell'intera struttura a causa delle grandi deformazioni.

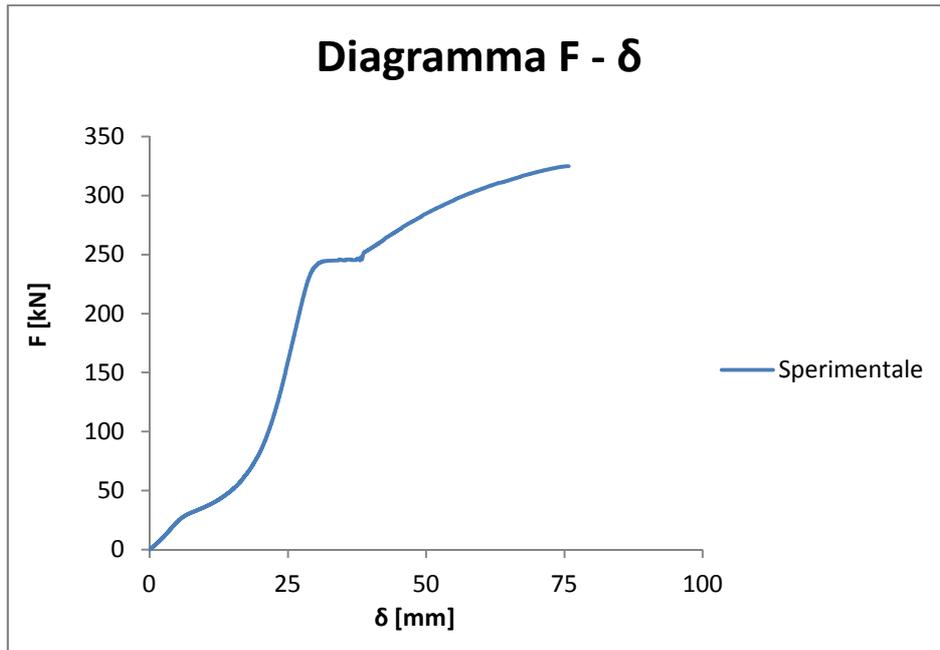


Fig. 7.3.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dalla prova sperimentale a trazione

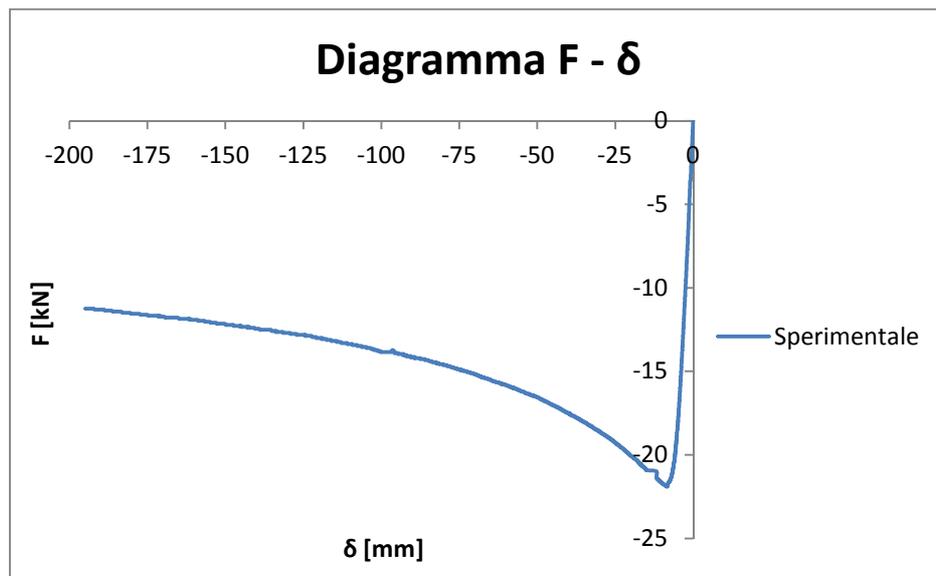


Fig. 7.4.: diagramma  $F$ - $\delta$  ottenuto dalla prova sperimentale a compressione

Come già accennato all'inizio del presente capitolo, se ora si riportano in un unico grafico (Fig. 7.5.) le curve:

- sperimentali;
- analitiche;
- numeriche;

ottenute per le prove di trazione e di compressione si osserva che il loro andamento è congruente.

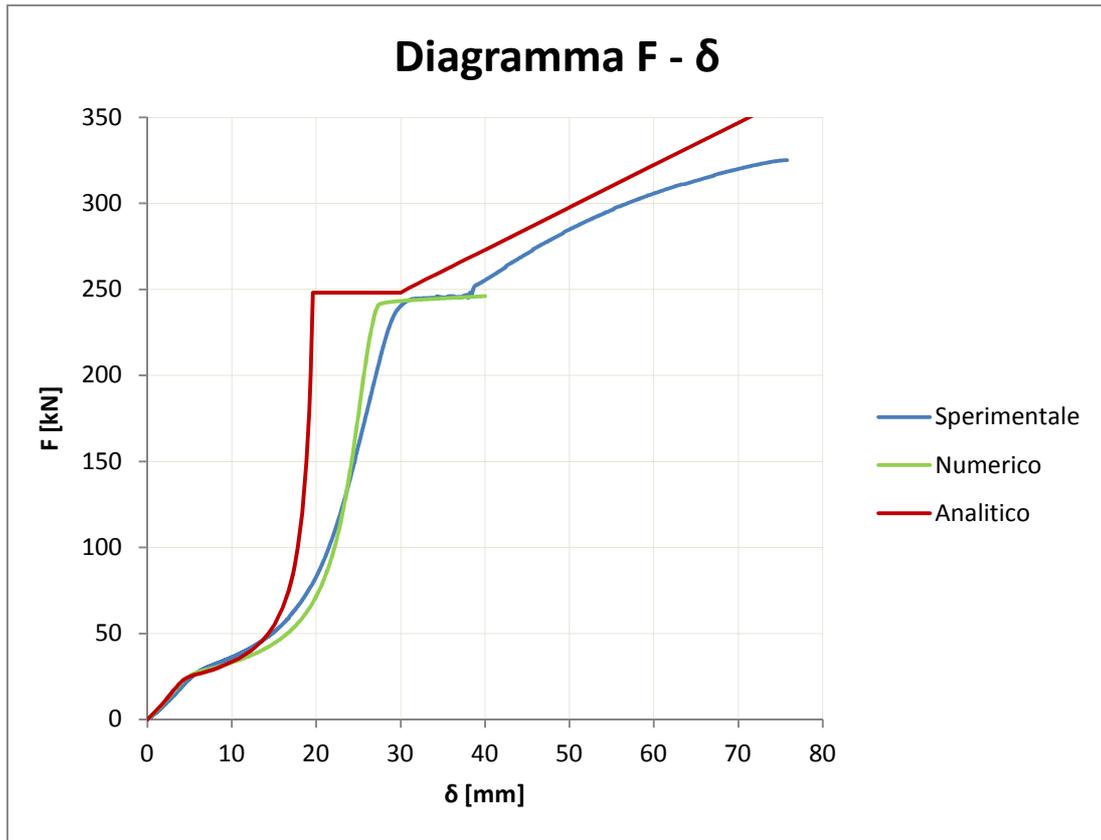


Fig. 7.5.: confronto dei diagrammi F- $\delta$  ottenuti dalla prova sperimentale, dallo studio analitico e dallo studio numerico nel caso di trazione

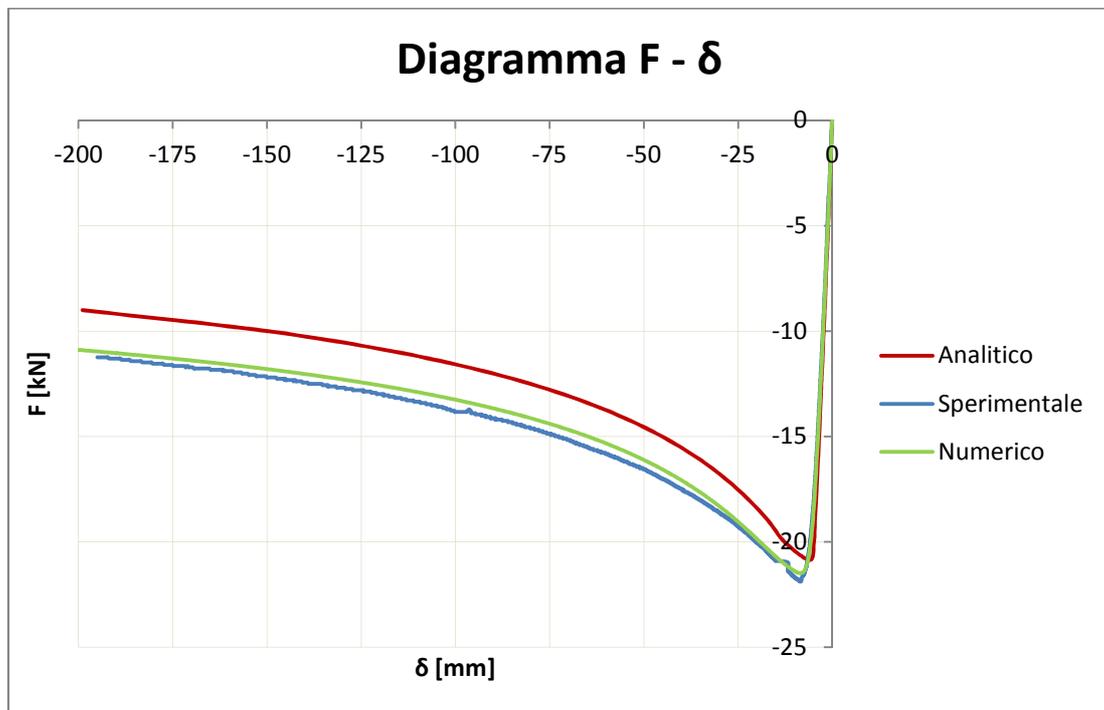


Fig. 7.6.: confronto dei diagrammi F- $\delta$  ottenuti dalla prova sperimentale, dallo studio analitico e dallo studio numerico nel caso di compressione

Dai risultati ottenuti è possibile dedurre che le ipotesi introdotte, i modelli costitutivi e la trattazione analitica utilizzata sono appropriate per descrivere il reale comportamento del CSB. La possibilità di sviluppare un modello analitico che descriva e preveda in modo soddisfacente la risposta della struttura sottoposta a sollecitazioni derivanti da eventi sismici ci permette di ipotizzare nel breve periodo lo sviluppo di un metodo di calcolo che possa fornire ai professionisti del settore un valido strumento progettuale da utilizzare nella fase di studio e nel dimensionamento della struttura.

Il dispositivo CSB è ancora in fase di studio, ma:

- è realistico pensare che possa essere inserito sia in edifici di nuova costruzione sia in edifici già esistenti, sia civili che industriali;
- la facilità di realizzazione del dispositivo e di reperimento del materiale di partenza, e i bassi costi di produzione, permettono di ipotizzare una rapida produzione anche per quantitativi elevati;
- non si esclude a priori la possibilità di realizzare una famiglia di dispositivi CSB geometricamente simili ma con dimensioni diverse tali da poter soddisfare nel migliore dei modi le differenti esigenze.

Con queste premesse è presumibile uno sfruttamento di questi sistemi su quasi tutte le strutture già esistenti al fine di migliorarne sensibilmente la resistenza alle sollecitazioni sismiche, mentre per le nuove costruzioni sarà possibile una progettazione ottimale, sia per la resistenza ai carichi verticali che per la resistenza alle sollecitazioni trasversali, con il risultato, anche in questo caso, di realizzare strutture con determinate caratteristiche antisismiche.

Alla luce di quanto esposto si ritiene che le potenzialità di questi nuovi dispositivi siano notevoli.

## Appendice A

**Calcolo di  $\delta$  (per la sola flessione) di un sistema composto da una singola asta avente due sezioni con inerzia diversa**

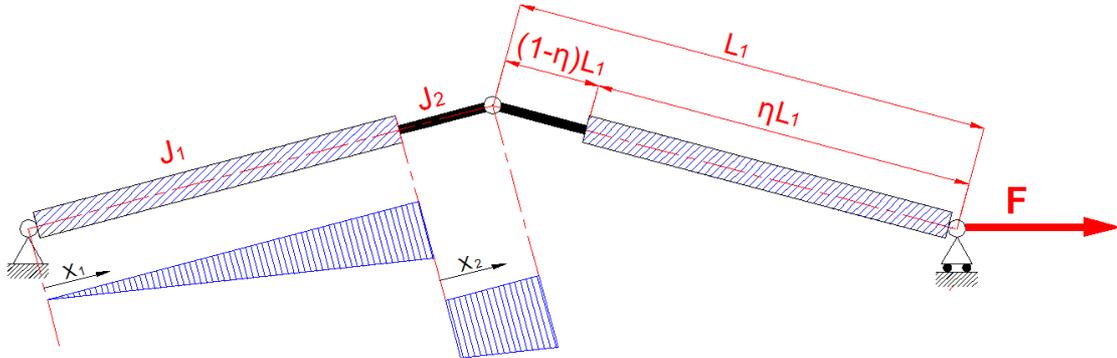


Fig. A.1.: sistema discreto equivalente composto da due aste aventi inerzia diversa e diagramma del momento flettente di una singola asta

$$M(x_1) = F \cdot x_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \quad x_1 \in [0, \eta \cdot L_1]$$

$$M(x_2) = F \cdot x_2 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \quad x_2 \in [\eta \cdot L_1, L_1]$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot \delta_{M,PLV} &= \int_0^{L_1} M' \cdot \frac{M}{E \cdot J} dx \\ &= \int_0^{\eta \cdot L_1} F \cdot x_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot \frac{1 \cdot x_1 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')}{E \cdot J_1} dx_1 \\ &\quad + \int_{\eta \cdot L_1}^{L_1} F \cdot x_2 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'') \cdot \frac{1 \cdot x_2 \cdot \text{sen}(\vartheta_1'')}{E \cdot J_2} dx_2 \\ &= \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{E} \cdot \left[ \frac{1}{J_1} \cdot \int_0^{\eta \cdot L_1} x_1^2 dx_1 + \frac{1}{J_2} \cdot \int_{\eta \cdot L_1}^{L_1} x_2^2 dx_2 \right] \\ &= \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{E} \cdot \left[ \frac{1}{J_1} \cdot \left[ \frac{x_1^3}{3} \right]_0^{\eta \cdot L_1} + \frac{1}{J_2} \cdot \left[ \frac{x_2^3}{3} \right]_{\eta \cdot L_1}^{L_1} \right] \\ &= \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E} \cdot \left[ \frac{(\eta \cdot L_1)^3}{J_1} + \frac{L_1^3 - (\eta \cdot L_1)^3}{J_2} \right] \\ &= \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2}{3 \cdot E} \cdot \left[ \frac{(\eta \cdot L_1)^3}{J_1} + \frac{L_1^3 \cdot (1 - \eta^3)}{J_2} \right] \end{aligned}$$

- Per  $J_1 = J_2$  si ha:

$$\delta_{M,PLV} = \frac{F \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2 \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_1}$$

- Per  $J_1 \neq J_2$  si ha:

$$\delta_{M,PLV} = \frac{2 \cdot F \cdot L_1^3}{3 \cdot E \cdot J_1} \cdot \left( \eta^3 + \frac{1 - \eta^3}{\beta} \right) \cdot (\text{sen}(\vartheta_1''))^2$$

dove:

$$\beta = \frac{J_2}{J_1} \quad \beta \in [0, 1]$$

$$\eta \in [0, 1]$$

## Riferimenti bibliografici

1. Palermo M., Silvestri S., Gasparini G., Trombetti T. (2014a). Crescent shaped braces for the seismic design of building structures. MATERIALS AND STRUCTURES, vol. 47, p. 1-18, ISSN: 1359-5997, doi: 10.1617/s11527-014-0249-z, Codice SCOPUS: 2-s2.0-84893180235.
2. Palermo M., Ricci I., Gagliardi S., Silvestri S., Trombetti T., Gasparini G. (2014b). Multi-performance seismic design through an enhanced first-storey isolation system. ENGINEERING STRUCTURES, vol. 59, p. 495-506, ISSN: 0141-0296, doi: 10.1016/j.engstruct.2013.11.002, Codice ISI: 000331920700042, Codice SCOPUS: 2-s2.0-84890285603.
3. Gagliardi S., Trombetti T. (2012). Tesi di Dottorato: Utilizzo di dispositivi isteretici per l'isolamento di piano: strategie per una progettazione sismica di tipo multi-prestazionale.
4. Ballio G., Mazzolani F. M., Strutture in acciaio, Editore Ulrico Hoepli Milano 1994.
5. Carpinteri A., Analisi non lineare delle strutture, Pitagora Editrice Bologna 1998.
6. <http://modulo.net>
7. <http://www.promozioneacciaio.it>
8. <http://www.eurosidescalco.com>