

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

Scuola di Scienze
Corso di Laurea Magistrale in Fisica del Sistema Terra

Tomografia da analisi di rumore sismico nell'Italia settentrionale

Relatore:

Prof. Andrea Morelli

Presentata da:

Riccardo Cardi

Correlatori:

Dott.ssa Irene Molinari

Dott. Piero Poli

Sessione III

Anno Accademico 2013/2014

Abstract

Questa tesi si pone l'obiettivo di applicare un metodo lineare per l'inversione delle curve di dispersione delle onde superficiali di Rayleigh da rumore sismico, al fine di descrivere con maggior definizione la struttura della crosta terrestre in corrispondenza dell'Italia settentrionale e confrontarlo con il modello di riferimento. Si è fatto uso del processo di cross-correlazione applicato al rumore sismico per ricostruire la Funzione di Green per ogni coppia di stazioni. Sono state considerate circa 100 stazioni, tutte nel Nord-Italia. I segnali ottenuti sono costituiti principalmente da onde di superficie, in particolare onde di Rayleigh, le quali dominano i segnali in ampiezza. Per periodi compresi tra 1s e 50s, per ogni raggio tra coppie di stazioni, è stata misurata la velocità di gruppo tramite l'utilizzo del software EGFAnalysisTimeFreq per Matlab. Le curve di dispersione così ottenute sono state utilizzate come dato per la risoluzione del problema inverso, al fine di ottenere mappe2D della velocità di gruppo che è fortemente dipendente dalle caratteristiche del mezzo. Infine queste ultime sono state confrontate con mappe di un modello esistente per la regione Molinari *et al.* [22].

Indice

Introduzione	v
I Teoria	1
1 Rumore sismico	3
1.1 Sorgenti di rumore sismico	4
2 Funzione di Green da rumore sismico	7
2.1 Funzione di Green	8
2.2 Cross-correlazione di rumore sismico	9
2.3 Vantaggi e svantaggi dell'utilizzo del rumore sismico	13
2.4 Confronto tra correlogrammi e sismogrammi da terremoto	14
3 Onde di superficie	17
3.1 Descrizione delle onde di Rayleigh	19
3.2 Introduzione alle curve di dispersione	22
4 Misura della velocità di gruppo e di fase - metodo FTAN	25
5 Problema inverso	31
5.1 Soluzione ai minimi quadrati smorzati	31
5.2 Trattazione statistica Bayesiana	35
II Analisi dati	37
6 Setting delle stazioni e modello	39
6.1 Setting delle stazioni	39
6.2 Modello	40
7 Processo di cross-correlazione	45
7.1 Copertura del territorio	45

7.2	Correlazione	47
8	Misura delle curve di dispersione	49
8.1	Operazioni preliminari	49
8.2	Metodo di selezione delle curve	54
8.3	Curve di dispersione selezionate	58
9	Inversione tomografica	61
9.1	Applicazione dell'inversione	61
9.2	Operazioni grafiche	64
10	Mappe di velocità 2D	65
	Conclusioni	69
A	Codice per l'inversione	73
	Bibliografia	77

Introduzione

Il rumore sismico è costituito da microsismi ed è registrato come una vibrazione continua all'interno della Terra. Esso trae le sue origini dall'interazione tra Terra solida, atmosfera e idrosfera, oltre che da attività antropiche e in particolare da disturbi provocati dall'attività ondosa oceanica, a sua volta originata da fenomeni come venti e variazione della pressione atmosferica.

I segnali da rumore contengono importanti informazioni sulla struttura terrestre non direttamente disponibili. Shapiro & Campillo [32] hanno mostrato come dalla correlazione del rumore sismico registrato in due stazioni sia possibile estrarre la Funzione di Green tra le due stazioni, cioè lo spostamento registrato in una delle due stazioni come se al posto dell'altra vi fosse una sorgente impulsiva.

Come i segnali sismici registrati da un terremoto, anche le funzioni di Green da rumore sono dominate in ampiezza dalle onde di superficie. La possibilità di estrarre onde di superficie da qualunque coppia di stazioni sismiche fa sì che questa tecnica possa essere applicata allo studio della struttura terrestre. L'indipendenza dalla distribuzione degli eventi sismici permette di migliorare la risoluzione delle immagini della struttura terrestre che dipende, dunque, solo dalla densità della rete di stazioni.

Le onde di superficie si propagano lungo la superficie della Terra e, in mezzi complessi, hanno l'importante proprietà di essere dispersive: frequenze diverse viaggiano a velocità diverse. Per ciascuna frequenza dell'onda si possono identificare una velocità di fase e una velocità di gruppo, il cui valore dipende fortemente dalle caratteristiche del sottosuolo. La misura di queste quantità ha permesso ai sismologi di ottenere immagini della struttura terrestre a differenti scale, da quella globale (Ritzwoller & Levshin [17]) a quella regionale (Verbeke *et al.* [35]) a quella locale (Stehly *et al.* [34]).

Il presente lavoro di tesi si colloca nell'ambito di queste ricerche e ha lo scopo di studiare le caratteristiche della crosta nell'Italia settentrionale da onde di superficie estratte dalla correlazione di rumore sismico.

Il Nord-Italia è una regione piuttosto complessa dal punto di vista sismotettonico, in particolare per la presenza di due catene montuose (le Alpi e gli Appennini) con caratteristiche geofisiche estremamente differenti e per la presenza di un profondo bacino sedimentario (fino a $8km$ di profondità), la Pianura Padana.

La conoscenza della struttura in termini di velocità delle onde sismiche è fondamentale in molti settori della geofisica, da studi di geodinamica a studi di propagazione di onde sino all'hazard sismico. In particolare la presenza di bacini sedimentari ha una forte influenza su forma, ampiezza e durata del segnale sismico. Molinari *et al.* [22] hanno costruito un modello 3D dettagliato della Pianura Padana sulla base di dati geologici, determinando lo spessore delle varie strutture litologiche e assegnando parametri elastici a ogni struttura. Questo modello può essere tuttavia migliorato attraverso lo studio della dispersione delle onde di superficie. Dalla misura della dispersione è possibile ottenere mappe 2D della velocità di gruppo (o di fase) delle onde di superficie attraverso i metodi di inversione. Da esse è poi possibile determinare la struttura del modello.

Questo lavoro è focalizzato sulla misura della dispersione delle onde di superficie e sulla determinazione, attraverso un'inversione tomografica, delle mappe di velocità di gruppo per le onde di Rayleigh che permettono di apprezzare le principali caratteristiche strutturali della regione in esame.

La tesi si articola in una parte teorica e in una di analisi dati. Nella prima vengono introdotti il rumore sismico (Capitolo 1) indicandone la natura e le sorgenti e il processo di cross-correlazione mediante il quale ricavare la Funzione di Green (Capitolo 2). Ai Capitoli 3 e 4 si presentano le onde di superficie, in particolare le onde di Rayleigh, fornendo una breve trattazione teorica sulla loro origine. Successivamente si tratta la dispersione introducendo la velocità di gruppo (con cenni riguardo quella di fase). Da ultimo si illustra il problema inverso e il metodo risolutivo adottato.

Nella seconda parte, al Capitolo 6 si delineano le caratteristiche di modelli di crosta esistenti per il Nord-Italia e il set di stazioni utilizzato, con una breve digressione riguardo le caratteristiche peculiari della zona d'indagine. Sono poi presentate le operazioni pratiche di cross-correlazione (Capitolo 7, anche se sono state effettuate in precedenza rispetto al lavoro di tesi), misura delle curve di dispersione (attraverso il software di Yao [18], Capitolo 8) e inversione (Capitolo 9), effettuata tramite la scrittura di un codice *ad hoc* (Appendice A). Infine (Capitolo 9) sono mostrati i risultati ottenuti sottoforma di mappe di velocità di gruppo in due dimensioni; in quest'ultima sezione avviene il confronto tra le mappe ricavate tramite l'utilizzo dei dati e quelle provenienti dal modello.

Parte I

Teoria

Capitolo 1

Rumore sismico

Il *rumore sismico* è costituito da microsismi, ossia dalla continua oscillazione del terreno registrata ovunque in tutto il pianeta indipendentemente. Tale vibrazione di fondo trae origine dall'interazione tra la Terra solida, l'atmosfera e l'idrosfera ed è collegata principalmente a:

- eventi atmosferici, come la variazione della pressione atmosferica alla superficie terrestre ($\nu \approx 1Hz$);
- attività antropiche, le quali influiscono sul segnale per frequenze generalmente superiori a $1Hz$;
- onde oceaniche, generalmente a frequenze inferiori ($0.1Hz < \nu < 0.3Hz$), sempre provenienti da effetti atmosferici come la variazione della pressione atmosferica e la conseguente formazione di venti.

Il presente lavoro tratta in particolare dai disturbi provocati dall'attività ondosa oceanica ($\nu < 1Hz$).

Analizzando lo spettro a lungo periodo ($\nu < 1Hz$) del rumore sismico si osserva che esso contiene due marcati picchi di energia, denotati come picco microsismico primario e secondario, localizzati rispettivamente a periodi di circa $14s$ e $7s$. Un ulteriore picco energetico si trova a più lunghi periodi (superiori ai $30s$) e viene identificato col nome di *hum*.

La distribuzione del rumore risulta non omogenea a causa della presenza di fonti di rumore localizzate (ad esempio tempeste oceaniche).

L'utilizzo di serie temporali sufficientemente lunghe e lo scattering associato alle eterogeneità del sottosuolo consentono di ottenere una distribuzione del rumore più omogenea. E' così favorita la ricostruzione della Funzione di Green a partire dalla correlazione di rumore sismico.

1.1 Sorgenti di rumore sismico

Il rumore sismico, così come l'oscillazione causata da un terremoto, è costituito sia da onde di volume (P ed S) sia da onde di superficie (onde di Rayleigh e di Love). Nel Capitolo 3 si dà una definizione di quali fra esse siano effettivamente utilizzate nella tomografia da rumore.

Qui di seguito si illustra il meccanismo fisico che porta alla creazione del rumore e si dà breve spazio alla descrizione delle principali caratteristiche delle oscillazioni prodotte.

La distinzione tra picco primario e secondario (descritto, ad esempio, da Poli [1]) da un punto di fisico (Gualtieri *et al.* [2]) è caratterizzata dal meccanismo di formazione del relativo rumore.

Il picco primario è connesso all'interazione alla superficie oceanica di onde prodotte dalla presenza di venti stazionari con intensità costante. Si tratta di onde di gravità che creano variazioni di pressione: esse creano variazioni di pressione in corrispondenza del fondale oceanico. Dato che l'ampiezza di tali onde si attenua con la profondità ci si aspetta che le sorgenti di questo tipo di rumore siano presenti principalmente in acqua bassa (Friedrich *et al.* [26]); osservazioni sismiche suggeriscono invece come le sorgenti per il picco primario si possano trovare anche in acqua alta (Stehly *et al.* [34]).

La caratteristica principale di tale picco è data dal moto delle particelle indotto dalle onde, tipicamente ellittico, che crea sia forze verticali associate ad onde di Rayleigh sia forze orizzontali, originate dall'azione della topografia del fondale oceanico (e associate ad onde di Love, la cui generazione è ancora oggetto di discussione).

Il picco secondario invece ha un periodo pari a circa la metà di quello caratteristico delle onde oceaniche ($10s < T < 20s$). Tali onde sono create da venti originati in luoghi diversi e da diverse perturbazioni atmosferiche, i quali perciò risultano differenti tra loro per intensità e direzione.

Le interazioni tra le onde oceaniche sono non-lineari e così danno vita a perturbazioni che non si attenuano con la profondità. Collisioni di tale natura sono osservate principalmente vicino alle coste, dove le onde riflesse dalle coste assumono la direzione opposta rispetto a quelle provenienti dal largo.

In questo caso la parte preponderante del campo di rumore è data da onde di Rayleigh, dato che è favorita la formazione di forze verticali che eccitano le onde P ed SV a cui esse sono associate (Capitolo 3).

Si possono però osservare anche onde di Love, per le quali l'origine è ancora dubbia.

In questo caso si osservano anche onde di volume, in particolare onde P generate in acque profonde.

Capitolo 2

Funzione di Green da rumore sismico

Il rumore sismico è stato precedentemente definito come la vibrazione di fondo che persiste continuamente all'interno della Terra, principalmente sottoforma di onde di superficie. Esso è osservabile attraverso i sismogrammi registrati, i quali contengono le informazioni sul sottosuolo, come ogni altro sismogramma.

Per estrapolare tali informazioni è necessario applicarle al rumore la *cross-correlazione*: se ne ricavano *correlogrammi*, i quali approssimano la Funzione di Green. Si è così in grado di osservare onde di superficie tra ogni coppia di stazioni, come se al posto di una delle due vi fosse una sorgente sismica.

Solo in questo modo è infatti possibile riprodurre un'effettiva risposta del terreno a forza concentrata in una sorgente che lo mette in movimento: si cerca quindi di approssimare in maniera efficace la Funzione di Green (GF), così da avere a disposizione un utile strumento per la risoluzione dell'equazione delle onde. Insieme a ciò vi sono caratteristiche ben definite associabili a ciascun segnale che permettono di capire se esso è una buona fonte di informazioni o meno: un esempio su tutti è dato dal *Signal-to-Noise Ratio* (SNR), definito sulla base del rapporto tra ampiezza del segnale e ampiezza del disturbo.

Infine si effettua un confronto tra i correlogrammi così ottenuti e i sismogrammi provenienti da terremoto. La somiglianza fra i due giustifica il fatto che la cross-correlazione del rumore sismico permette di estrarre onde di superficie dai sismogrammi dovuti al rumore stesso.

2.1 Funzione di Green

La Funzione di Green $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ in matematica è la risposta impulsiva di un'equazione differenziale disomogenea definita su un dominio, con particolari condizioni iniziali (o al contorno).

Dal punto di vista fisico invece essa fornisce lo spostamento di un generico punto \mathbf{x} dovuto ad una forza applicata nel punto \mathbf{x}' corrispondente alla sorgente (in generale si può sempre supporre, tramite una traslazione, $\mathbf{x} = 0$, così da semplificare la notazione).

Questo significa che data una sorgente di rumore sismico, tutti i punti “vicini” (si è già detto che la rilevazione del rumore può avvenire anche a diverse migliaia di chilometri di distanza) risentono del suo effetto: questo è quello che si osserva con le registrazioni sismometriche, che appunto tracciano lo spostamento del terreno sottoposto ad oscillazioni.

In particolare per gli scopi prefissi essa viene descritta da un tensore a 9 componenti e entra all'interno dell'espressione per la forza di volume \mathbf{f}_i , data la presenza di una forza localizzata \mathbf{F} :

$$f_i = F_i G(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = F_i G(\mathbf{A} - \mathbf{B}) = F_i \delta(\mathbf{A} - \mathbf{B}). \quad (2.1)$$

dove A e B indicano le posizioni delle stazioni, mentre $\delta(\mathbf{A})$ è la delta di Dirac definita su R^3 e viene sostituita a G perchè si ipotizza una sorgente localizzata in un punto.

Data la presenza della Funzione di Green all'interno dell'equazione (2.1) essa comparirà anche all'interno della relazione costitutiva di un mezzo elastico e di conseguenza nell'equazione del moto (o *equazione di Navier-Cauchy*); si ha quindi l'evidenza di come la GF sia in grado di trovare una soluzione per l'equazione delle onde.

2.2 Cross-correlazione di rumore sismico

La cross-correlazione è una funzione matematica, analoga alla convoluzione, ma senza l'inversione della prima funzione che vi partecipa:

$$(f \star g) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)g(t + \tau)dt. \quad (2.2)$$

Essa si rivela utile poichè consente di effettuare la misura di similitudine tra due forme d'onde semplicemente traslandone una temporalmente e ponendo l'istante centrale pari a 0. Assumendo determinate caratteristiche del campo d'onda del rumore ambientale, questo porta alla costruzione di un segnale simmetrico rispetto all'origine; nella pratica la simmetria non si presenta a causa delle proprietà del mezzo e del campo di rumore, come descritto più avanti.

Nella pratica, facendo riferimento al lavoro di Weaver [9] e alla Figura 2.1, è come se esistesse una sorgente di rumore esterna all'immagine, a destra, che crea l'oscillazione identificata dalla freccia rossa, la quale si propaga da grandi distanze (il valore non importa) fino a investire prima la stazione posta più a destra e poi l'altra.

Così facendo nei due sismogrammi una parte del segnale sarà uguale o almeno simile e la funzione di cross-correlazione permetterà di identificare la parte coerente del campo d'onda e andare a tracciare un *correlogramma*, cioè un nuovo segnale, ricalcato su di esse.

Ora è necessario capire se i correlogrammi ottenuti riproducono o meno la Funzione di Green. Per farlo si segue l'approccio descritto da Weaver & Lobkis [10]: dato un campo acustico diffuso lo spostamento $u(x, t)$ si può scrivere in termini di modi normali come

$$u(x, t) = \sum_n a_n \phi_n(x) e^{i\omega_n t} \quad (2.3)$$

dove x è la posizione, t il tempo, a_n sono le funzioni di eccitazione per ciascun modo, ϕ_n sono le relative autofunzioni e ω_n le autofrequenze. Per lunghi periodi di tempo, dove è presente disordine (come in Figura 2.1), il campo risulta diffuso e i coefficienti a_n si presentano come variabili casuali scorrelate, per cui:

$$\langle a_n a_m \rangle = \delta_{nm} F(\omega_n) \quad (2.4)$$

dove $F(\omega)$ indica di densità di energia spaziale riferita alla sorgente in una

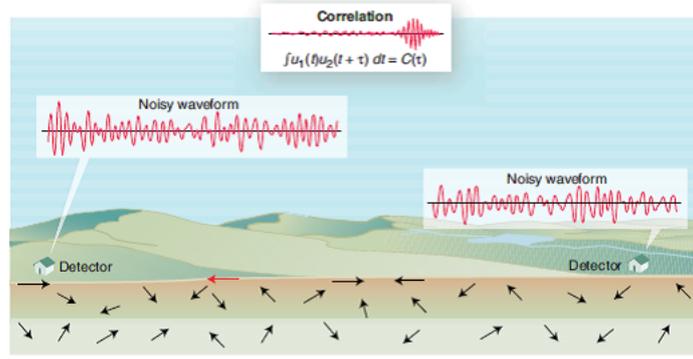


Figura 2.1: Sotto la dicitura *noisy waveform* compaiono i sismogrammi da rumore registrati nelle due stazioni, mentre le frecce nel terreno indicano le direzioni delle onde costituenti il rumore sismico. Per trattare l'onda identificata dalla freccia rossa, che sicuramente ha già investito la stazione più a destra e si sta propagando verso l'altra, è necessario correlare i due segnali. In alto compare il correlogramma. (Figura estratta dall'articolo di Weaver [9])

limitata banda di frequenza centrata in ω . La correlazione media (corrispondente ad una combinazione di media spaziale e temporale) del campo registrato alle stazioni A e B viene quindi descritta da

$$\langle CF(A, B, t) \rangle = \sum_n F(\omega_n) \phi_n(A) \phi_n(B) e^{-i\omega_n \tau} \quad (2.5)$$

mentre la Funzione di Green tra A e B è definita come:

$$GF(x, y, t) = \sum_n \frac{\phi_n(A) \phi_n(B)}{\omega_n} e^{-i\omega_n \tau}. \quad (2.6)$$

Le ultime due equazioni permettono di vedere come per quanto riguarda un campo acustico diffuso la funzione di correlazione e la Funzione di Green siano proporzionali tra loro, a meno di un fattore di ampiezza $F(\omega)$; in altri termini la cross-correlazione di un campo diffuso è legata alla risposta transiente locale (espresso dalla GF, vedi §2). Questo è un buon punto di partenza per comprendere come effettivamente la cross-correlazione riproduca in maniera efficiente la Funzione di Green, anche se come già detto non si ha un'uguaglianza precisa.

In generale, la Funzione di Green empirica approssima la Funzione di Green matematica. Più precisamente, le due sono equivalenti a meno di un fattore di ampiezza dipendente dalla frequenza; gli effetti che portano a ciò possono essere dovuti all'anelasticità del mezzo o alla distribuzione spaziale e alle proprietà dello spettro del rumore sismico. Queste ultime caratteristiche si ripercuotono sulla forma del correlogramma, che non appare simmetrico (come invece è la Funzione di Green teorica).

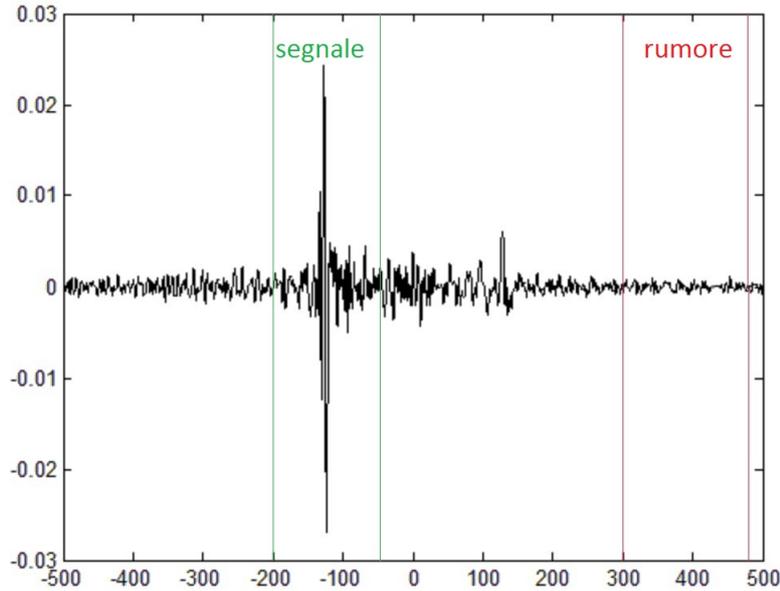


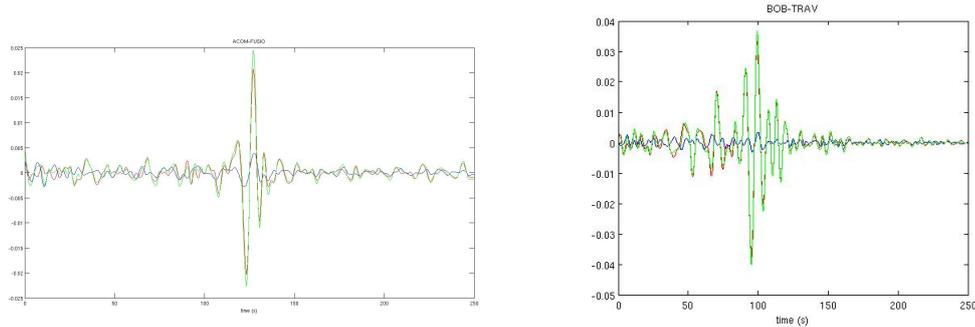
Figura 2.2: Le linee evidenziate in verde racchiudono il picco massimo in valore assoluto (S nell'equazione (2.7)) del segnale analizzato, quelle in rosso delimitano la finestra temporale entro cui sono presi i valori per il calcolo del rumore di rumore (indicato con N)

Per la trattazione che segue si analizzerà la somma delle due metà (descritte rispettivamente dai tempi negativi e dai tempi positivi) del segnale. Come viene mostrato in Figura 2.3, esse hanno lo stesso tipo di andamento per le grandi ampiezze e uno sostanzialmente casuale in coda al segnale: la somma riduce i contributi di rumore e aumenta l'ampiezza interessante dando vita a un segnale dal contenuto informativo più alto.

In Figura 2.3 sono graficate in blu la parte causale del segnale e in rosso la parte anticausale, mentre in verde è indicata la somma delle due parti (con l'anticausale disegnata invertendola rispetto all'asse temporale): si nota come le due parti abbiano lo stesso tipo di andamento, quanto meno per quel che concerne la finestra dove il segnale assume la massima ampiezza (evidenziata in rosso in Figura 2.2). Allo stesso tempo le code del sismogramma hanno sostanzialmente un andamento casuale, pertanto nella somma si andranno ad elidere i contributi di segno opposto.

Pertanto si giustifica la somma in quanto permette di evidenziare l'oscillazione, ottimizzando il rapporto SNR per avere un segnale più pulito e perciò più informativo.

Il *Signal-to-Noise Ratio* è definito dall'equazione da Bensen *et al.* [11] come



(a) Correlazione tra le stazioni alpine ACOM e FUSIO, con un path E-O (b) Correlazione tra le stazioni TRAV (alpina) e BOB (in Pianura Padana), con un path NO-SE

Figura 2.3: Esempi di correlazioni, si visualizzano la parte causale (in blu), anticausale (in rosso) e la somma delle due (in verde). Si nota che in molti casi una delle due parti risulta predominante rispetto all'altra in termini di ampiezza ma, almeno per la parte del segnale con grande ampiezza, in genere si riscontra lo stesso andamento per le due parti.

il rapporto tra il picco massimo (in valore assoluto) del segnale ondulatorio e il valor quadratico medio dell'oscillazione residua calcolato all'interno di una finestra temporale, lontana da tale massimo, in cui l'ampiezza dell'oscillazione assume valori relativamente piccoli:

$$SNR = (\max(x_m)) / \left(\frac{\sum_{n=1}^N (x_n)}{\sqrt{N}} \right) \quad (2.7)$$

dove con x_m si indicano i punti interni alla finestra *segnale* limitata in verde e x_n sono gli N punti interni alla finestra *rumore* indicata in rosso (vedi Figura 2.2).

L'SNR viene introdotto come un criterio attraverso il quale comprendere se il segnale è buono oppure no: una volta che si compie l'analisi dati si impone un valore $SNR_{critico}$ (generalmente intorno ad alcune unità) e se l'SNR in un punto determinato lo supera allora si può ritenere affidabile la registrazione (e le informazioni che questa porta seco) in corrispondenza di tale punto.

2.3 Vantaggi e svantaggi dell'utilizzo del rumore sismico

La tecnica di correlazione ha avuto un forte impatto nella produzione di articoli scientifici (Shapiro *et al.* [33], Yao *et al.* [3], Yao *et al.* [4], Poli *et al.* [5], Poli *et al.* [6], Ritzwoller [7] e Ritzwoller *et al.* [8]), con un grande aumento avvenuto negli ultimi dieci anni circa.

Generalmente gli studi tomografici sono effettuati a partire da sismogrammi dovuti a eventi sismici. Lo sfruttamento del rumore sismico consente di svolgere analisi ulteriori, anche in zone caratterizzate da scarsa attività sismica.

Infatti è vero che l'utilizzo di sismogrammi prodotti da terremoti consente di effettuare un'ottima analisi tomografica, poichè i sismi sono la principale fonte di energia nel sottosuolo e trasportano con sè grandi quantità di informazioni. Allo stesso tempo però l'indeterminazione sulla posizione dei sismi (dovuta alla non perfetta localizzazione degli ipocentri e all'estensione delle faglie) e la presenza di diversi meccanismi di azione porta ad incertezze sui modelli di velocità e in più ne riduce la risoluzione.

Inoltre gli eventi sismici sono generalmente rari e soprattutto localizzati in regioni ben determinate, mentre il rumore sismico è sempre (e ovunque) presente e può quindi essere continuamente registrato da stazioni che si trovano sul pianeta, dato che esso si propaga anche per migliaia di chilometri a partire dalla sorgente. Questo porta ad una maggior disponibilità di dati per quanto riguarda zone tipicamente sismiche (cosa che viene fatta in questo lavoro, dove è preso in esame il Nord-Italia), ma consente uno studio approfondito della crosta terrestre anche in zone dove generalmente non avvengono terremoti.

Allo stesso tempo esistono anche svantaggi, dato che le informazioni contenute nei segnali da rumore sismico non sono utilizzabili per come si presentano.

Per estrapolare tali informazioni si utilizza il processo di cross-correlazione. Teoricamente ed empiricamente si osserva infatti che la correlazione di campi diffusi è uguale alla Funzione di Green (vedi Capitolo 2).

L'analisi a partire da segnali dovuti a rumore sismico presenta un'ulteriore difficoltà, analoga per quella che tratta sismogrammi da terremoto, costituita dalla presenza di fonti di rumore che contamina le registrazioni.

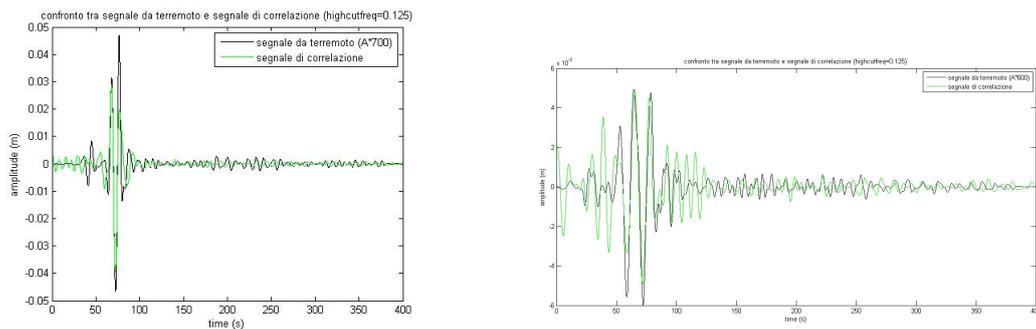
2.4 Confronto tra correlogrammi e sismogrammi da terremoto

Per mostrare come l'analisi tomografica da rumore sismico sia sotto certi aspetti equivalente a quella effettuata con sismogrammi da terremoto si possono vedere da vicino le tracce e commentare eventuali differenze.

In Figura 2.4 sono sovrapposti i due diversi tipi di segnale per evidenziare come essi siano simili almeno per ciò che concerne la parte dell'oscillazione di ampiezza più grande, cioè quella più informativa.

Perchè la sovrapposizione abbia un senso fisico sono stati scelti terremoti (indicati in Figura 2.5) con epicentri vicini ad una delle due stazioni su si è operata la cross-correlazione, mentre l'altra funge da ricevitore per la registrazione del sisma. Si sono poi allineate le due tracce all'istante di origine del terremoto in esame.

Le tracce plottate non risultano identiche a causa di più fattori, in primis la risposta del mezzo elastico a due tipi di eccitazione differenti per intensità, direzione e meccanismo di azione. Un altro facilmente comprensibile riguarda il fatto che mentre le due stazioni si trovano entrambe in superficie il sisma avviene ad una certa profondità e con un meccanismo costituito da una doppia coppia di forze, cosicché l'eccitazione delle onde sismiche (in particolare le onde di superficie) avverrà in modo diverso; in ogni caso le coordinate dell'epicentro e quelle della stazione indicata come "sorgente" sono, per quanto poco, diverse tra loro.



- (a) Terremoto avvenuto il 24/11/2004 presso la stazione SALO, correlogramma tra SALO e BNALP (path roccioso NO-SE)
- (b) Terremoto avvenuto il 05/04/2009 presso la stazione BRIS, correlogramma tra BRIS e PRMA (path misto pianura/Appennini NO-SE)

Figura 2.4: Confronto del sismogramma da terremoto con il relativo correlogramma, con sovrapposizione dei due: in nero è evidenziato il primo, in verde il secondo, dato dalla somma di parte causale e anticausale della correlazione (vedi Fig.2.3.)

2.4. CONFRONTO TRA CORRELOGRAMMI E SISMOGRAMMI DA TERREMOTO15

Tutto ciò, da un punto di vista puramente matematico e applicativo, è racchiuso all'interno dei due sismogrammi che si vanno a confrontare: essi non sono altro che risposte empiriche del mezzo (a sollecitazioni peraltro diverse) le quali, per definizione, si discostano da quelle teoriche e quindi ammettono necessariamente la comparsa di scarti tra esse.

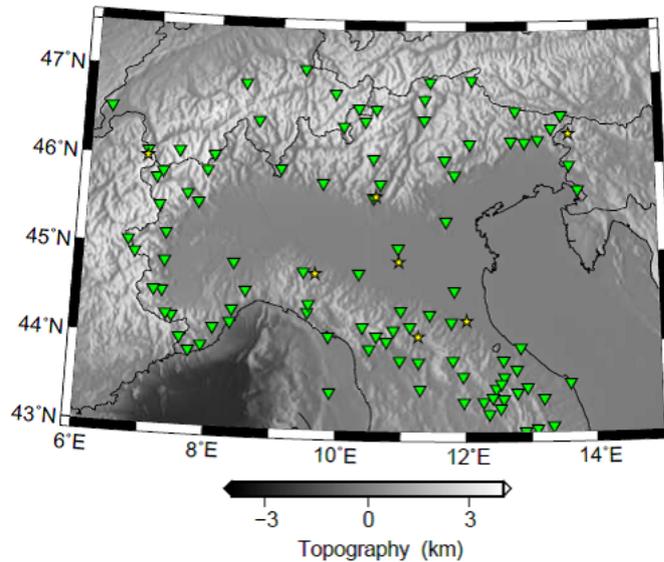


Figura 2.5: Mappa del set di stazioni (indicate dai triangoli verdi) e degli eventi sismici presi come esempio (stelle): per il confronto tra sismogramma da terremoto e correlogramma è stata scelta come stazione-epicentro quella (anche visivamente) più vicina all'epicentro reale

Capitolo 3

Onde di superficie

Nel Capitolo 1 sono state descritte le caratteristiche del rumore sismico e si è detto che da esso è possibile estrarre sia onde di volume sia onde di superficie, assimilabili a quelle registrate durante gli eventi sismici. Le onde di superficie costituiscono la parte preponderante dei correlogrammi poichè sono segnali più ampi rispetto alle fasi P ed S.

Le onde di superficie sono così chiamate perchè in generale si propagano lungo la superficie di separazione tra due zone caratterizzate da proprietà elastiche differenti. Esse dominano il segnale sismico in ampiezza producendo un movimento più ampio delle particelle che investono, rispetto a quello causato da onde di volume. L'energia sismica che trasportano decade in funzione della distanza dalla sorgente (r) come r^{-1} , mentre per l'energia trasportata dalle onde di volume il decadimento dipende da r^{-2} .

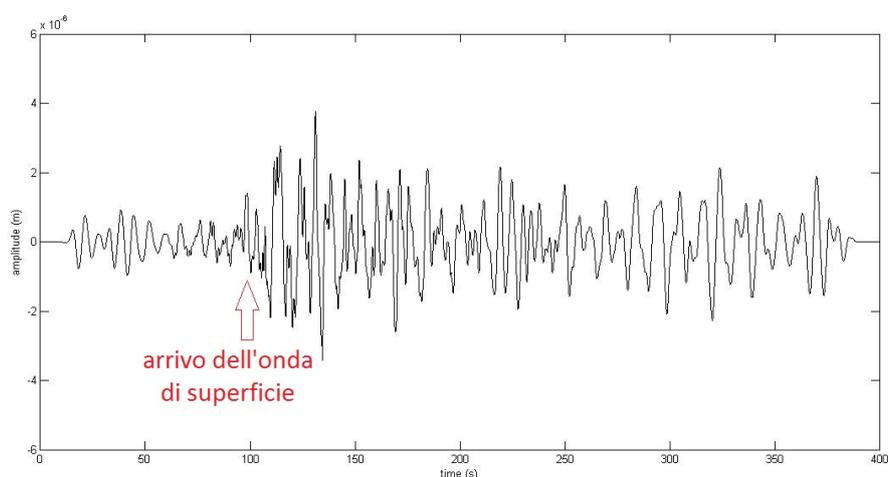


Figura 3.1: Esempio di onda di superficie registrata nella componente trasversale dalla stazione BNI a seguito dell'evento del 01/03/2008.

Le onde di superficie si distinguono in onde di Love (L), ossia onde SH intrappolate in uno strato vicino alla superficie, e onde di Rayleigh (R), analizzate nel presente lavoro, che corrispondono ad una coppia di onde P e SV disomogenee.

Una proprietà importante delle onde di superficie in mezzi complessi, che ci permette di ottenere informazioni sulla struttura del mezzo in cui viaggiano, è il fenomeno della dispersione; onde a diversi periodi viaggiano a velocità differenti, campionando diverse profondità del mezzo che attraversano. Periodi lunghi sono sensibili alle caratteristiche degli strati posti a profondità maggiori, mentre i periodi corti a quelle più superficiali.

Filtrando il segnale sismico a diversi periodi è possibile misurare empiricamente la velocità di fase e di gruppo dell'onda di superficie tra sorgente e ricevitore (o tra due ricevitori, nel caso del rumore sismico). Queste quantità sono funzione dei parametri elastici del mezzo (velocità delle onde P, S e densità) e sono fondamentali al fine degli studi tomografici e della determinazione della struttura del sottosuolo. Periodi brevi avranno velocità di gruppo (e di fase) più basse rispetto a periodi lunghi, dato che a profondità maggiori la Terra ha, in generale, densità e velocità P ed S maggiori rispetto a zone più superficiali.

Nel presente lavoro, dalla funzione di Green estratta dal rumore sismico, per ogni coppia di stazioni, è stata misurata la velocità di gruppo in funzione del periodo (vedi Capitolo successivo) con lo scopo di ottenere mappe 2D della velocità di gruppo. Queste ci permettono di illuminare la struttura della regione a diverse profondità.

3.1 Descrizione delle onde di Rayleigh

Di seguito, seguendo quanto riportato da Stein & Wysession [12], si illustra la teoria che permette di descrivere le onde di Rayleigh (R) all'interno di un semispazio omogeneo.

Esse sono una combinazione di onde P ed SV che esistono alla superficie del semispazio. La coordinata profondità z , per semplicità, viene definita positiva verso il basso a partire dalla *superficie libera* $z = 0$ e si scelgono onde che si propagano nel piano $x - z$. Si studiano soltanto onde P ed SV perchè esse soddisfano la condizione di superficie libera e non interagiscono con le onde SH (le quali sono indicate per descrivere la Onde di Love).

I potenziali delle onde P ed SV sono dati da:

$$\begin{cases} \phi = Ae^{i(\omega t - k_x x - k_x r_\alpha z)} \\ \psi = Be^{i(\omega t - k_x x - k_x r_\beta z)} \end{cases} \quad (3.1)$$

dove ω indica la frequenza delle oscillazioni, t il tempo, k_x la componente del vettore d'onda \mathbf{k} lungo la coordinata x , z la profondità e A e B sono le ampiezze e r_α r_β le distanze caratteristiche dei due diversi tipi di onda (α e β rappresentano rispettivamente le velocità delle onde P e SV).

Per poter descrivere le onde di Rayleigh è necessario conoscere l'energia intrappolata vicino alla superficie come combinazione dei due potenziali. Affinchè ciò accada si devono imporre due condizioni: che l'energia non si propaghi lontano dalla superficie e quella di superficie libera. La prima delle due viene impostata matematicamente come

$$r_\alpha = \left(\frac{c_x^2}{\alpha^2} - 1\right)^{1/2}, \quad r_\beta = \left(\frac{c_x^2}{\beta^2} - 1\right)^{1/2} \quad (3.2)$$

dove c_x è la velocità delle onde di Rayleigh. La condizione sull'energia implica che $c_x < \beta < \alpha$, cioè la velocità di propagazione delle onde R è minore rispetto a quella delle onde SV.

Per quanto riguarda la condizione di superficie libera si deve avere uno sforzo nullo alla superficie:

$$\begin{cases} \sigma_{xz}(x, 0, t) = 0 = 2r_\alpha A + (1 - r_\beta^2)B, \\ \sigma_{zz}(x, 0, t) = 0 = [\lambda(1 + r_{\alpha}^2) + 2\mu r_\alpha^2]A + 2\mu r_\beta B \end{cases} \quad (3.3)$$

dove λ e μ sono i parametri di Lamè, i quali descrivono sinteticamente le proprietà elastiche del mezzo. Il sistema appena scritto equivale a

$$\begin{cases} 2(\frac{c_x^2}{\alpha^2} - 1)^{1/2}A + (2 - \frac{c_x^2}{\beta^2})B = 0, \\ (\frac{c_x^2}{\beta^2} - 2)A + 2(\frac{c_x^2}{\beta^2} - 1)^{1/2}B = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Risolvendolo si ottiene un'equazione di quarto grado nella variabile $\frac{c_x^2}{\beta^2}$, una volta determinato il rapporto α/β ; per la presente trattazione si sceglie un solido di Poisson ($\lambda = \mu$), per cui vale $\alpha/\beta = \sqrt{3}$:

$$\left(\frac{c_x^2}{\beta^2}\right)\left[\frac{c_x^6}{\beta^6} - 8\frac{c_x^4}{\beta^4} + \frac{56}{3}\frac{c_x^2}{\beta^2} - \frac{32}{3}\right] = 0. \quad (3.5)$$

Tra le possibili soluzioni si scarta immediatamente quella triviale ($\frac{c_x^2}{\beta^2} = 0$) e tra le altre soltanto una soddisfa la condizione $c_x < \beta$, perciò si ottiene

$$c_x = \text{sqrt}2 - 2/\text{sqrt}3\beta = 0.92\beta. \quad (3.6)$$

A questo punto il risultato trovato nell'equazione (3.6) consente di trovare un'espressione per i coefficienti A e B che descrivono i potenziali e a partire da questi si è in grado di calcolare gli spostamenti:

$$\begin{cases} u_x = Ak_x \sin(\omega t - k_x x) [e^{-0.85k_x z} - 0.58e^{-0.39k_x z}], \\ u_z = Ak_x \sin(\omega t - k_x x) [-0.85e^{-0.85k_x z} + 1.47e^{-0.39k_x z}]. \end{cases} \quad (3.7)$$

Nelle equazioni (3.7) si osserva che lo spostamento decade esponenzialmente all'aumentare della profondità o della distanza dalla sorgente lungo la superficie; essi inoltre sono entrambi funzioni sinusoidali e questo significa che costituiscono un'onda armonica propagantesi in direzione positiva lungo l'asse x .

Alla superficie le equazioni precedenti si semplificano:

$$\begin{cases} u_x = 0.42Ak_x \sin(\omega t - k_x x), \\ u_z = 0.62Ak_x \cos(\omega t - k_x x). \end{cases} \quad (3.8)$$

In particolare le particelle investite da un'onda di Rayleigh che si trovano vicine alla superficie si muovono di moto retrogrado descrivendo ellissi con semiassi decrescenti all'aumentare della profondità. Ad una profondità maggiore di circa $\lambda/5$ il moto diventa progrado poichè il termine esponenziale contenuto nella prima delle (3.7) diventa negativo.

L'aver un moto progrado (o retrogrado) è conseguenza diretta del fatto che la componente verticale e orizzontale dell'onda di Rayleigh siano caratterizzate da una differenza di fase di $T/4$, dove T è il periodo caratteristico dell'onda.

La trattazione qui effettuata è semplicistica, in quanto tratta il mezzo come un semispazio omogeneo. In realtà, come descritto al Capitolo 6, il terreno analizzato presenta una forte stratificazione. In quel caso anziché avere una sola velocità apparente c_x per ogni frequenza, essa è funzione della frequenza; questo porta ad onde di Rayleigh dispersive, definite dalla *relazione di dispersione* e descritte nel Capitolo seguente.

Si sottolinea quindi un'analogia con le onde di gravità oceaniche, le quali sono superficiali, dispersive e producono un moto ellittico, retrogrado in superficie e progrado in profondità, di ampiezza decrescente con la profondità delle particelle che investono.

3.2 Introduzione alle curve di dispersione

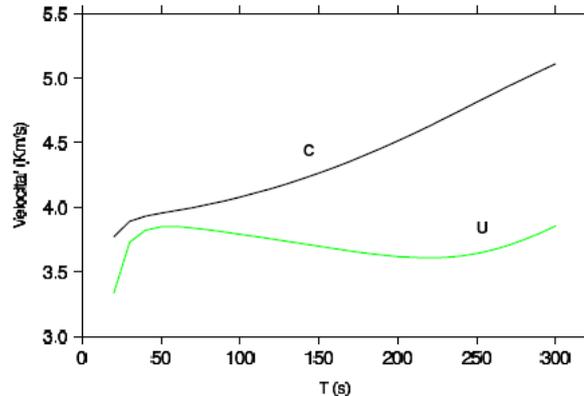


Figura 3.2: Velocità di fase c (in nero) e velocità di gruppo U (in verde) alla superficie della Terra per il modo fondamentale di onde di Rayleigh; risultati dal modello di Figura 3.3. Immagine presa da Molinari [13].

A causa della stratificazione del sottosuolo si è detto che le onde di Rayleigh risultano dispersive. Quindi la loro velocità è funzione della frequenza e di conseguenza è funzione della profondità di penetrazione del moto (ad ogni secondo in più per il periodo equivale empiricamente un chilometro in più per la profondità, ma la dipendenza reale è suggerita dai kernel descritti in seguito). Questo significa che la velocità delle onde varia all'aumentare della profondità e al variare dei parametri elastici.

In Figura 3.2 si mostra la velocità di gruppo (e di fase) in funzione del periodo per l'onda di Rayleigh tra 20s e 300s per il modello di Terra mostrato in Figura 3.3.

Si osserva come la velocità di fase c cresce (in modo più o meno lineare) all'aumentare del periodo; la velocità di gruppo U , invece anche per grandi periodi si mantiene su valori compresi tra 3.5km/s e 4km/s : questo sottolinea ancora di più la dipendenza quasi-lineare tra la frequenza ω e il numero d'onda k (dalle definizioni di velocità di fase e di gruppo, equazioni (4.2) e (4.3)).

Per analizzare quantitativamente la dipendenza della velocità di gruppo dai parametri elastici (velocità delle onde P ed S e densità), si considerano le derivate parziali rispetto a questi ultimi, dette *kernel*.

I kernel corrispondono a matrici i cui elementi sono le derivate parziali dell'osservabile in esame al variare di un parametro in profondità, a periodo fissato. Essi danno informazioni su quanto un parametro fisico misurato in superficie dipende dalla variazione di una grandezza fisica del modello in profondità: rappresentano

perciò la capacità della singola informazione (contenuta nel sismogramma) di risolvere un parametro del modello ad una certa profondità.

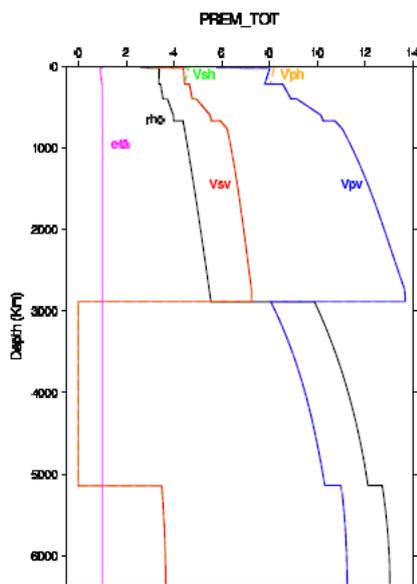


Figura 3.3: Parametri del modello di Terra PREM. Immagine presa da Molinari [13].

In Figura 3.4 si mostra il kernel $\frac{\partial U}{\partial V_S}$ per la velocità di gruppo delle onde di Rayleigh rispetto alla velocità delle onde S. La scelta di queste rispetto alle onde P dipende dal fatto che esse consentono un'elevata risoluzione fino a profondità maggiori.

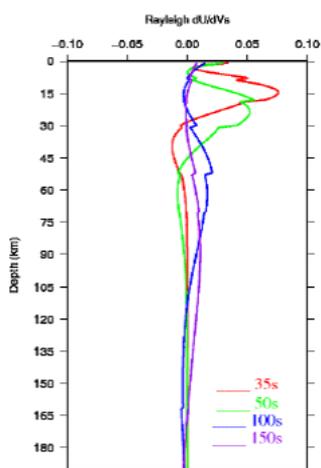


Figura 3.4: Esempio di kernel (in funzione della velocità delle onde S) per il modo fondamentale della velocità di gruppo delle onde di Rayleigh per i periodi indicati. Immagine tratta da Mazzullo [14].

In particolare si osserva che a periodi corti i picchi sono ben evidenti, mentre periodi più lunghi sono in grado di indagare le strutture più profonde, anche se i relativi picchi tendono ad allargarsi e appiattirsi perdendo potere risolutivo.

Capitolo 4

Misura della velocità di gruppo e di fase - metodo FTAN

Avendo descritto nel capitolo precedente le onde di superficie se ne è mostrata la caratteristica di essere dispersive. Da un punto di vista fisico ciò significa che la frequenza di ciascuna onda varia al variare della rispettiva lunghezza d'onda e questo determina l'esistenza di una velocità di fase tipica per ciascuna onda (le cui espressioni, implementate all'interno dell'equazione del moto, consentono di trovarvi una soluzione per ciascuna vibrazione) e una velocità di gruppo unica per il pacchetto di onde che si muove insieme. Matematicamente le due velocità sono definite a partire dalla relazione di dispersione, la quale sostanzialmente lega l'energia del sistema alla relativa quantità di moto:

$$\omega(k) = v(k)k \quad (4.1)$$

dove $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ indica il numero d'onda (o, in tre dimensioni, il vettore d'onda) caratteristico dell'onda, ω ne rappresenta la frequenza e v è la velocità con la quale essa si muove. A partire dall'equazione (4.1) quelle per la velocità di fase e quella di gruppo sono rispettivamente

$$v_{fase} \equiv c = \frac{\omega(k)}{k} \quad (4.2)$$

$$v_{gruppo} \equiv U = \frac{\partial\omega(k)}{\partial k} \quad (4.3)$$

dove è stata espressa la dipendenza della frequenza ω dal numero d'onda. Si osserva che nel caso in cui nell'equazione eq:dispersion ω dipenda linearmente da k , cioè nel caso in cui la velocità v (che indica la velocità del suono nel mezzo, o nello strato, in esame) non dipenda dalla lunghezza d'onda λ , si ha l'equivalenza $U = c$

che si ottiene proprio nel caso più semplice di un mezzo non stratificato.

Per poter ricavare le curve di dispersione si utilizza un metodo sviluppato a partire dalla fine degli anni '60 in modo particolare da Levshin *et al.* [15], Levshin *et al.* [16] e Ritzwoller & Levshin [17], *Frequency-Time analysis* (o FTAN). Tale metodo permette di separare le differenti frequenze del segnale in accordo con le loro caratteristiche dispersive e consente di trattarlo simultaneamente sia nel dominio temporale che in quello, appunto, delle frequenze.

Esso consiste nell'applicazione di trasformate di Fourier e filtri (Gaussiani) ai segnali in modo da ricavare le curve di dispersione e viene descritto seguendo il lavoro di Bensen *et al.* [11]: inizialmente si ha a disposizione la forma d'onda (nel caso presente il correlogramma) definita come $s(t)$, della quale si calcola la trasformata di Fourier (equazione (4.4)), poi da quest'ultima si ricava il cosiddetto "segnale analitico" con l'equazione (4.5) in modo da ottenere un segnale espresso nel dominio di frequenza

$$S(\omega) = \int_{-infy}^{infy} s(t)e^{i\omega t} dt \quad (4.4)$$

$$S_a(\omega) = S(\omega)(1 + sgn(\omega)). \quad (4.5)$$

In maniera analoga ad esso si applica la trasformata inversa di Fourier per ottenere il segnale analitico S_a nel dominio temporale

$$S_a(t) = s(t) + iH(t) = |A(t)|e^{i\phi(t)} \quad (4.6)$$

dove $H(t)$ indica la trasformata di Hilbert di $s(t)$.

Il passo ultimo è quello di applicare un filtro al segnale analitico S_a per costruire la vera e propria funzione frequency-time che dà nome all'intero metodo:

$$S_a(\omega, \omega_0) = S(\omega)(1 + sgn(\omega))G(\omega - \omega_0) \quad (4.7)$$

dove

$$G(\omega - \omega_0) = e^{-\alpha \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}^2} \quad (4.8)$$

è il filtro passabanda Gaussiano che è centrato attorno alla frequenza ω_0 , con ω si indicano le frequenze di campionamento e α è un parametro variabile. Esso definisce la risoluzione nei domini di frequenza e tempo ed è dipendente dalla distanza: all'aumentare del suo valore il filtro agisce in maniera più forte.

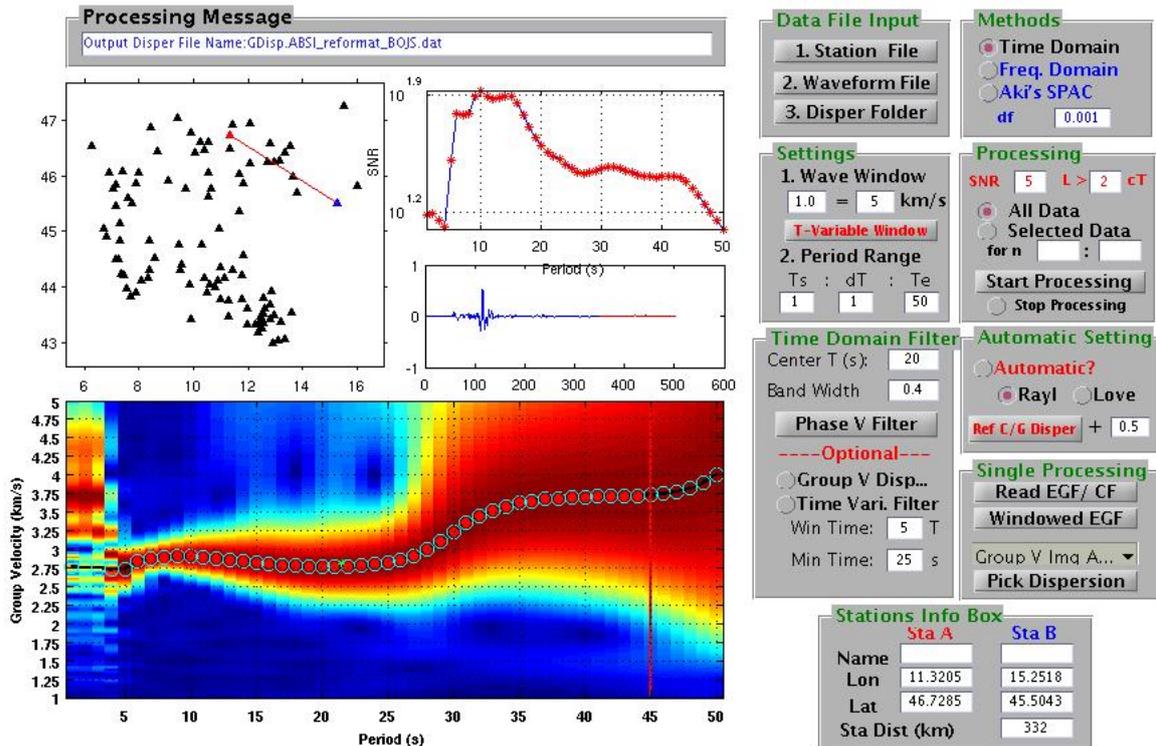


Figura 4.1: L'immagine mostra la schermata principale che appare compilando il pacchetto EGFAalysisTimeFreq

La trasformata inversa sottoposta al filtro per ogni frequenza restituisce la funzione involuppo $|A(t)|$ e la funzione di fase $\phi(t)$, dove la prima è necessaria per il calcolo della velocità di gruppo, mentre la seconda si adopera per il calcolo della velocità di fase. In particolare la velocità di gruppo U viene ad essere definita mediante il rapporto tra la distanza tra le stazioni (Δ , presentata nella finestra piccola in basso a destra in Figura 4.1) il tempo di arrivo del pacchetto d'onde $\tau(\omega_0)$, determinato come funzione della frequenza centrale del filtro:

$$U(\omega_0) = \frac{\Delta}{\tau(\omega_0)}. \quad (4.9)$$

Passando al metodo pratico per ricavare la velocità di gruppo, esso viene suddiviso in più step:

- inizialmente viene prodotta un'immagine frequenza-tempo (o, equivalentemente, un'immagine periodo-velocità di gruppo) che mostra il quadrato dell'involuppo del segnale analitico, $|A(t, \omega_0)|^2$;
- il secondo passo consiste nella visualizzazione della curva di dispersione vera e propria, come mostrato nella finestra grande in basso in Figura 4.1. In questa fase è possibile andare a selezionare i punti della curva (ciascuno

corrispondente ad un differente periodo) che costituiranno i dati da elaborare tramite l'inversione tomografica per creare mappe di velocità;

- infine sono applicati i filtri che consentono di ripulire l'immagine, eliminando ambiguità soprattutto ai corti periodi, ossia alle alte frequenze caratteristiche del rumore di rumore.

In realtà il pacchetto `EGFAnalysisTimeFreq` sviluppato per Matlab da Yao [18] compie il terzo passaggio precedentemente al secondo, così da avere direttamente un'immagine più liscia, nel caso in cui sia richiesto di applicarvi un filtro; allo stesso tempo, applicando il filtro descritto, si va a peggiorare la qualità dell'immagine che diventa più larga e quindi riduce le probabilità (normalizzate) dei valori di velocità di gruppo selezionati.

Una spiegazione completa ed esauriente sull'utilizzo del software e sulla selezione delle curve di dispersione viene fornita al Capitolo 8.

Così come viene misurata la velocità di gruppo, allo stesso modo è possibile misurare la velocità di fase c , seguendo uno schema teorico differente da quello fin qui descritto e che verrà soltanto accennato, poichè nel lavoro presente si è scelto di operare soltanto sulla prima. L'azione più rapida sarebbe ricavare la velocità di gruppo da quella di fase, ma dato che la prima è facilmente disponibile in maniera alternativa (come appena visto), è necessario compiere l'operazione inversa; questo si rivela difficoltoso giacchè non è possibile ricavare in modo diretto c da U , ma è necessario passare attraverso le *slowness* s_c e s_U , definite come l'inverso delle velocità. E' sufficiente a questo punto trattare le equazioni inverse per ricavare l'espressione esplicita che lega s_c alla frequenza:

$$s_c = s_U + (\omega\Delta)^{-1}(\phi(t_U) + \phi_s + \phi_a) \quad (4.10)$$

dove Δ indica ancora la distanza tra le stazioni (calcolata dal pacchetto attraverso la formula dell'emisenoverso, presentata con l'equazione (8.1)), $t_U = \tau(\omega_0)$ è il tempo di arrivo del pacchetto, mentre ϕ_s e $\phi_a = 2\pi N$ (con $N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) esprimono rispettivamente la fase della sorgente e il termine ambiguità di fase. Quest'ultimo apporta le maggiori difficoltà nella scelta di una curva per la velocità di fase (come indicato da Yao *et al.* [3]), poichè introduce la scelta tra numerose curve molto "vicine" tra loro (Figura 4.2), caratterizzate ciascuna da un valore diverso di N .

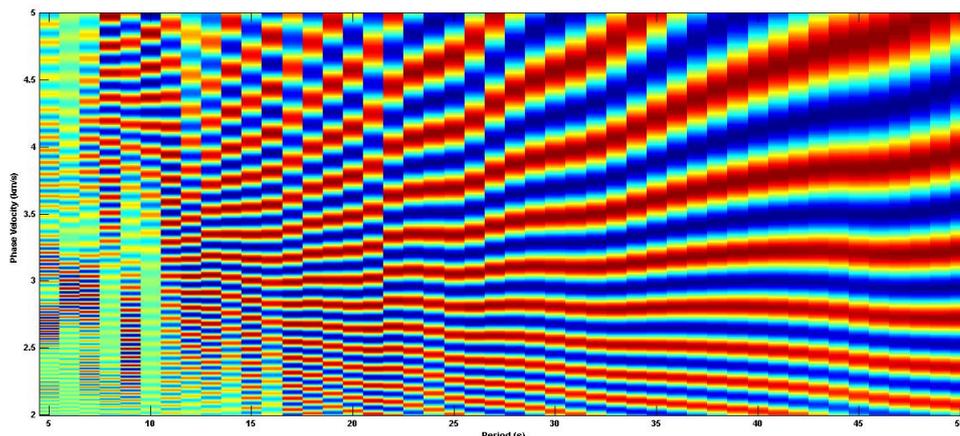


Figura 4.2: Immagine proveniente dal finestra grande in basso nella schermata di Figura 4.1: ogni curva (in rosso) corrisponde ad una possibile curva di dispersione riguardante la velocità di fase. Le difficoltà di vaglio sono date dalla dipendenza di ogni curva da un diverso valore del termine di ambiguità di fase ϕ_a

Un'ultima azione da compiere per ottenere delle curve di dispersione affidabili consiste nell'immettere un (doppio) controllo di qualità, che compie la sua funzione agendo sia sul SNR sia sul numero minimo di lunghezze d'onda caratterizzanti la singola curva. Riguardo al primo ci si rifà a quanto detto nel Capitolo 1 e si osserva che si può impostare il valore critico di SNR, affinché il segnale sia considerato affidabile: per assicurarsi di compiere misure significative, risulta inoltre necessario imporre un numero minimo di lunghezze d'onda comprese tra due stazioni considerate (indicato con λ). La relazione si trasforma in una condizione sul massimo periodo misurabile.

L rappresenta la distanza tra le stazioni, c la velocità (nel caso delle misure per il lavoro corrente, velocità di gruppo) e T segnala il tempo di arrivo di gruppo; sostituendo i simboli utilizzati nella trattazione teorica precedente si osserva quindi che il valore da impostare si può ricavare da

$$\frac{\Delta}{Ut_U} > \# \lambda. \quad (4.11)$$

Questo significa che se le stazioni si trovano a poche decine di chilometri di distanza, quindi molto vicine, si avranno informazioni affidabili soltanto per piccole lunghezze d'onda. In particolare l'articolo di Bensen *et al.* [11] suggerisce di assegnare a $\#$ un valore compreso tra 2 e 3, così da osservare curve di dispersione create da onde contenute almeno tra le due e le tre volte all'interno della distanza inter-stazione; una volta che si dà in input sarà compito del software analizzare le curve sulla base di esso.

Capitolo 5

Problema inverso

Per la risoluzione del problema inverso, come suggerisce il nome stesso, è necessario lavorare a ritroso partendo dagli osservabili, cioè le curve di dispersione, per poi essere in grado di descrivere il mezzo da esse attraversato: quindi il processo di inversione consiste nel trovare i parametri di un modello ignoto avendo a disposizione delle osservazioni sperimentali e di una teoria fisica che descriva il processo considerato.

Nell'affrontare questo passaggio si segue l'approccio descritto da Tarantola [19] e Morelli [20], seguendo gli esempi di lavori già svolti come quello di Molinari [13] e Schivardi [21].

In realtà quanto detto non è sufficiente: è infatti necessario possedere alcune informazioni a priori sulla soluzione (ossia il modello) da trovare; si espone qui la teoria per inserirle direttamente nelle equazioni che regolano il metodo, utilizzando come dati a priori quelli provenienti dallo studio del modello descritto nel Capitolo 6.

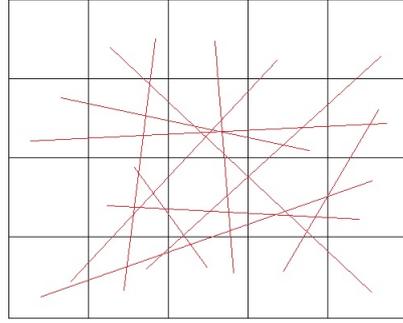
5.1 Soluzione ai minimi quadrati smorzati

Il problema che si vuole risolvere è espresso, nella sua formula più generale, dalla seguente relazione:

$$\mathbf{d}_{obs} = A(\mathbf{m}) \tag{5.1}$$

dove \mathbf{d}_{obs} è il vettore noto costituito dai dati osservabili, \mathbf{m} è il vettore incognito che caratterizza il modello e A è detto operatore diretto. Nel caso di problema lineare la relazione è descritta da una matrice G :

Figura 5.1: I blocchi in cui è suddivisa l'area sono quasi tutti attraversati da molteplici raggi (in rosso, problema sovradeterminato); il primo e il terzo della prima colonna non sono attraversati da alcun raggio (problema sottodeterminato)



$$\mathbf{d}_{obs} = G\mathbf{m}. \quad (5.2)$$

La soluzione più semplice per il problema inverso si ha nel caso in cui la teoria è esatta, gli errori sui dati sono Gaussiani (vedi §5.2) e non vi è un modello a priori \mathbf{m}_{priori} ; quella che si ottiene è la soluzione ai *minimi quadrati* classici (LSQ):

$$\mathbf{m} = (G^T G)^{-1} G^T \mathbf{d}_{obs}. \quad (5.3)$$

L'equazione precedente è valida per un problema sovradeterminato, dove si hanno più equazioni che incognite (le equazioni risultano incompatibili tra loro a causa di un errore sulle osservazioni). La matrice $G^T G$ è invertibile.

Nel caso di problema sottodeterminato (non si hanno sufficienti informazioni per determinare tutti i parametri e la matrice $G^T G$ è singolare), sotto le stesse ipotesi, si cerca di minimizzare la norma del modello definita da

$$L = \mathbf{m}^T \mathbf{m} \quad (5.4)$$

La soluzione che si ottiene è formalmente identica a quella appena descritta dall'equazione (5.3).

Riferendosi alla Figura 5.1, il problema risulta sovradeterminato per i blocchi centrali, mentre è sottodeterminato per alcuni di quelli esterni.

Nel lavoro presente si è effettuata una suddivisione della zona di indagine analoga a quella di Figura 5.1 (vedi Capitolo 9): vi sono microzone attraversate da molti raggi (alta risoluzione), altre invece attraversate da pochi raggi e descritte quindi con poca risoluzione.

La presenza di un problema contemporaneamente sovradeterminato e sottodeterminato si presenta da un punto di vista matematico con la richiesta di minimizzare

congiuntamente la norma del modello e la somma dei quadrati degli scarti tra la previsione e i dati osservati:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - G\mathbf{m}\|^2 + \varepsilon^2 \|\mathbf{m}\|^2 \quad (5.5)$$

dove ε è una costante da fissare e nel caso sia $\varepsilon = 0$ si torna al caso dei minimi quadrati classici, se invece se ne aumenta il valore aumenta l'effetto smorzante. Dalla minimizzazione della quantità Φ si ricava l'espressione per l'incognita \mathbf{m} :

$$\mathbf{m} = (G^T G + \varepsilon^2 I)^{-1} G^T \mathbf{d} \quad (5.6)$$

che costituisce la soluzione ai *minimi quadrati smorzati* (DLSQ).

La trattazione del problema inverso descritta fino a questo punto è quella più semplice. Per il problema affrontato in questo lavoro si vogliono inserire informazioni a priori sulla possibile soluzione e incertezze relative ai dati misurati.

Le prime riguardano il modello a priori \mathbf{m}_{prior} , noto tramite conoscenze pregresse, comdescritto nel Capitolo 6. Le seconde si riferiscono invece agli errori sui dati e alle incertezze sul modello e sono definite rispettivamente dalle matrici di covarianza C_D e C_M , le cui espressioni esplicite sono indicate più avanti. Esse compaiono nell'espressione perchè si ipotizzano incertezze con distribuzione Gaussiana (vedi §5.2).

Inserendo il modello a priori \mathbf{m}_{prior} la descrizione rimane sostanzialmente identica, andando a sostituire nelle equazioni viste in precedenza \mathbf{d}_{obs} con $\Delta\mathbf{d}$ e \mathbf{m} con $\Delta\mathbf{m}$, riscrivendo così l'equazione (5.2).

$$\Delta\mathbf{d}_{obs} = G\Delta\mathbf{m}, \quad (5.7)$$

dove le espressioni esplicite per $\Delta\mathbf{d}$ sono

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{d} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{prior} = \mathbf{d}_{obs} - G\mathbf{m}_{prior}, \\ \Delta\mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}_{prior}. \end{cases} \quad (5.8)$$

Tenendo conto delle matrici di covarianza le equazioni (5.7) e (5.8) permettono di trovare la soluzione ai minimi quadrati smorzati per $\Delta\mathbf{m}$ seguendo i passaggi illustrati di seguito:

$$\Delta\mathbf{m} = (G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} G^T C_D^{-1} (\mathbf{d}_{obs} - G\mathbf{m}_{prior}) \quad (5.9)$$

la quale, sostituendo le espressioni esplicite $C_D = \sigma_d^2 \cdot \mathbb{I}$ e $C_M = \sigma_m^2 \cdot \mathbb{I}$, diventa

$$\Delta \mathbf{m} = \left(\frac{1}{\sigma_d^2} G^T G + \frac{\sigma_d^2}{\sigma_m^2} \cdot \mathbb{I} \right)^{-1} G^T \frac{1}{\sigma_d^2} (\mathbf{d}_{obs} - G \mathbf{m}_{priori}). \quad (5.10)$$

Raccogliendo $\frac{1}{\sigma_d^2}$ si ottiene:

$$\Delta \mathbf{m} = \left(\frac{1}{\sigma_d^2} \right)^{-1} \left(G^T G + \frac{1}{\sigma_m^2} \cdot \mathbb{I} \right)^{-1} G^T \left(\frac{1}{\sigma_d^2} \right) (\mathbf{d}_{obs} - G \mathbf{m}_{priori}). \quad (5.11)$$

che si può riscrivere come

$$\Delta \mathbf{m} = (G^T G + \varepsilon^2 I)^{-1} G^T (\mathbf{d}_{obs} - G \mathbf{m}_{priori}) \quad (5.12)$$

la quale è stata implementata nel codice mostrato nel Capitolo 9.

Nell'ultimo passaggio si è utilizzata l'uguaglianza

$$\varepsilon^2 = \frac{\sigma_d^2}{\sigma_m^2}. \quad (5.13)$$

Questa permette di capire il comportamento e la funzione del parametro ε : tanto più è grande tanto più grande sarà l'incertezza dai dati rispetto a quella delle informazioni a priori. Perciò impostandolo ad un valore elevato si va ad aderire al modello, se invece assume un valore più piccolo ci si allontana da \mathbf{m}_{priori} .

5.2 Trattazione statistica Bayesiana

Il risultato dell'equazione (5.6) rappresenta un caso particolare della più generale trattazione Bayesiana del problema inverso che si basa sull'analisi delle incertezze e sulla descrizione degli stati di informazione attraverso delle densità di probabilità.

Per descrivere i passaggi che portano alla soluzione del problema inverso si segue Tarantola [19].

Innanzitutto si va a rappresentare la teoria fisica che lega i parametri del modello \mathbf{m} con gli osservabili \mathbf{d} . Questa può essere scritta in termini probabilistici come una densità di *probabilità congiunta* (dove si ha la *congiunzione* delle informazioni provenienti dal modello e di quelle ricavabili come dati):

$$\Theta(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \theta(\mathbf{d}|\mathbf{m})\mu_M(\mathbf{m}), \quad (5.14)$$

dove $\theta(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ è la *densità di probabilità condizionata* di avere un certo vettore dei dati \mathbf{d} una volta che si ha a disposizione il modello \mathbf{m} , mentre $\mu_M(\mathbf{m})$ indica la *densità di probabilità omogenea* di avere proprio quel modello tra tutti i possibili (sullo spazio dei modelli M).

La *densità di probabilità a priori* sullo spazio congiunto $D \times M$ viene scelta nella particolare forma

$$\rho(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \rho_D(\mathbf{d})\rho_M(\mathbf{m}) \quad (5.15)$$

che significa che le informazioni su osservabili e parametri del modello sono ottenuti in maniera indipendente sugli spazi D ed M rispettivamente. I due stati di informazione introdotti sono combinati per descrivere la *densità di probabilità a posteriori*, definita come la loro congiunzione:

$$\sigma(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = k \frac{\rho(\mathbf{d}, \mathbf{m})\Theta(\mathbf{d}, \mathbf{m})}{\mu(\mathbf{d}, \mathbf{m})} \quad (5.16)$$

ove k è un termine di normalizzazione, mentre $\mu(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \mu_D(\mathbf{d})\mu_M(\mathbf{m})$ indica la densità di probabilità omogenea; anche in questo caso, come per lo stato di informazione $\rho(\mathbf{d}, \mathbf{m})$, le informazioni riguardanti osservabili e modello sono ricavate indipendentemente.

A partire dall'equazione (5.16) le informazioni sullo spazio dei modelli sono date dalla *densità di probabilità marginale*

$$\sigma_M(\mathbf{m}) = \int_D d\mathbf{d} \sigma(\mathbf{d}, \mathbf{m}) \quad (5.17)$$

cioè

$$\sigma_M(\mathbf{m}) = k\rho(\mathbf{m}) \int_D d\mathbf{d} \frac{\rho(\mathbf{d})\theta(\mathbf{d}|\mathbf{m})}{\mu_D(\mathbf{d})}. \quad (5.18)$$

Equivalentemente, per avere informazioni a posteriori sullo spazio dei dati si integra sullo spazio M anzichè D . Tale equazione può essere scritta anche come

$$\sigma_M(\mathbf{m}) = k\rho(\mathbf{m})L(\mathbf{m}), \quad (5.19)$$

dove $L(\mathbf{m})$ viene chiamata *funzione di likelihood* e dà una misura di quanto il modello \mathbf{m} è buono per descrivere i dati osservabili.

A questo punto, per ritrovare la soluzione del problema inverso (equazione (5.12)), è necessario assegnare dei valori alle densità di probabilità in gioco, secondo quali sono le ipotesi sui dati e sul modello.

Si ipotizzano incertezze Gaussiane sia sui dati \mathbf{d} sia sul modello a priori \mathbf{m} ed esatta la teoria. Così la densità di probabilità a posteriori risulta essere anch'essa Gaussiana con media:

$$\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m}_{priori} + C_M G^T (G C_M G^T + C_D)^{-1} (\mathbf{d}_{obs} - G \mathbf{m}_{priori}). \quad (5.20)$$

Sottraendo a entrambi i membri \mathbf{m}_{priori} e lavorando sulle matrici, l'espressione risulta equivalente all'equazione (5.9).

Se tutti i dati hanno lo stesso errore scorrelato allora la matrice di covarianza C_D si può scrivere come varianza per l'identità:

$$C_D = \sigma_d^2 \cdot \mathbb{I}. \quad (5.21)$$

La stessa cosa si può indicare anche per la matrice di covarianza C_M associata al modello a priori. Questo giustifica le supposizioni fatte nel paragrafo precedente e si può finalmente ottenere la soluzione ai minimi quadrati smorzati (equazione (5.12)).

Parte II

Analisi dati

Capitolo 6

Setting delle stazioni e modello

Il problema dell'inversione tomografica affrontato nel presente lavoro ha come obiettivo quello di creare mappe di velocità di gruppo delle onde di superficie per tutta l'Italia settentrionale (Figura 6.1).

Risulta perciò necessario prima di tutto descrivere la distribuzione delle stazioni che hanno registrato i dati sismografici (caratteristiche geografiche, vedi anche capitolo 7), l'analisi della struttura della zona di interesse (caratteristiche geologiche) e il modello di riferimento (caratteristiche fisiche) utilizzato come modello a priori durante il processo di inversione tomografica.

6.1 Setting delle stazioni

L'estensione dell'area selezionata (Figura 6.1) è di circa $670km \times 800km$, con latitudine compresa tra 42° e 47° Nord e longitudine compresa tra 6° e 16° Est.

Le stazioni prese in considerazione sono circa cento e selezionate tra quelle appartenenti alla rete sismica Nazionale gestita dall'INGV, al servizio sismico svizzero (SED), alla rete dell'Università di Genova e dell'OGS di Trieste. Tutti i dati sono scaricati dal portale EIDA (www.eida.it).

Si nota come tali stazioni siano concentrate maggiormente nella zona appenninica e in quella alpina, mentre ve ne sono poche in Pianura Padana.

Poichè in pianura le registrazioni risultano molto rumorose a causa della sua natura sedimentaria e della forte presenza di attività antropiche, esse restituiscono dati poco affidabili per quanto riguarda le curve di dispersione. Nonostante ciò, la Pianura Padana risulta ben coperta dalle misure effettuate lungo tutti i percorsi tra le possibili coppie di stazioni (≈ 5000) di stazioni (Figura 7.1).

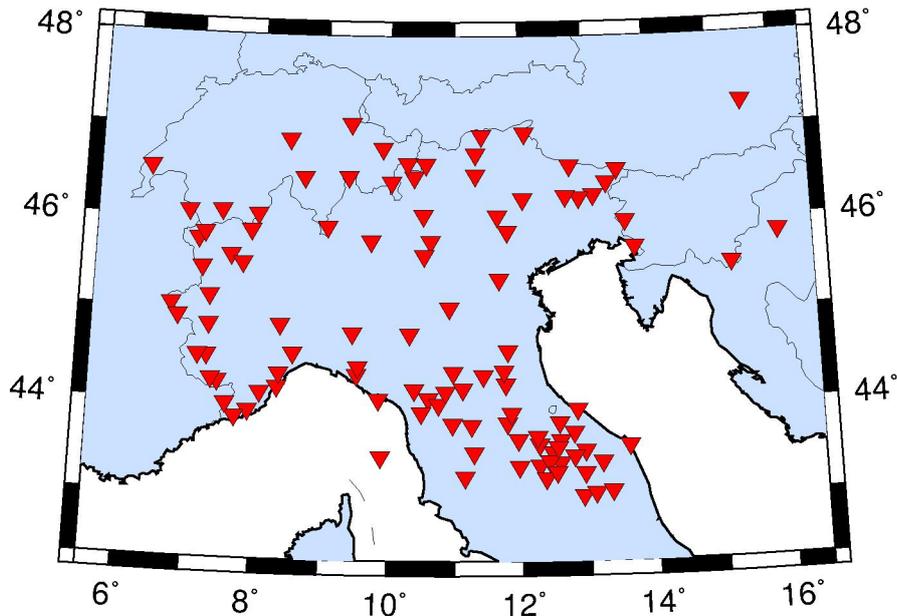


Figura 6.1: Zona presa in esame e relativo setting delle stazioni a copertura del Nord-Italia.

6.2 Modello

Il Nord-Italia è importante dal punto di vista sismotettonico perchè presenta caratteristiche estremamente variegata, nonostante abbia un'estensione abbastanza limitata. Ospita due differenti catene montuose (Alpi e Appennini settentrionali) e una pianura di origine sedimentaria (la Pianura Padana), le quali hanno tutte caratteristiche fisiche e geologiche radicalmente differenti.

Le Alpi sono di costituzione "recente", formate da roccia compatta (quindi densa) e appartengono a una zona sostanzialmente quiescente. Al contrario gli Appennini costituiscono una regione a carattere fortemente sismico; essi inoltre hanno un'origine più antica, perciò anche la loro struttura, pur essendo sempre rocciosa, presenta proprietà diverse da quelle delle Alpi a causa di una diversa formazione tettonica; inoltre gli strati più superficiali, sottoposti per più tempo agli agenti atmosferici, sono meno compatti di quanto osservato sulla catena alpina.

Nel mezzo delle due catene montuose è presente il bacino sedimentario del Po che può giungere fino a 8km di profondità. Esso è costituito da sedimenti provenienti dalla formazione delle Alpi e degli Appennini in diverse ere geologiche. Questo bacino sedimentario è descritto da un modello 3D da Molinari *et al.* [22] in cui è stata ricostruita la struttura litologica della regione a partire da informazioni geologiche. In particolare si distinguono 7 strati con profondità variabili e con proprietà elastiche differenti. Un esempio è mostrato in Figura 6.2: la profondità dei sedimenti

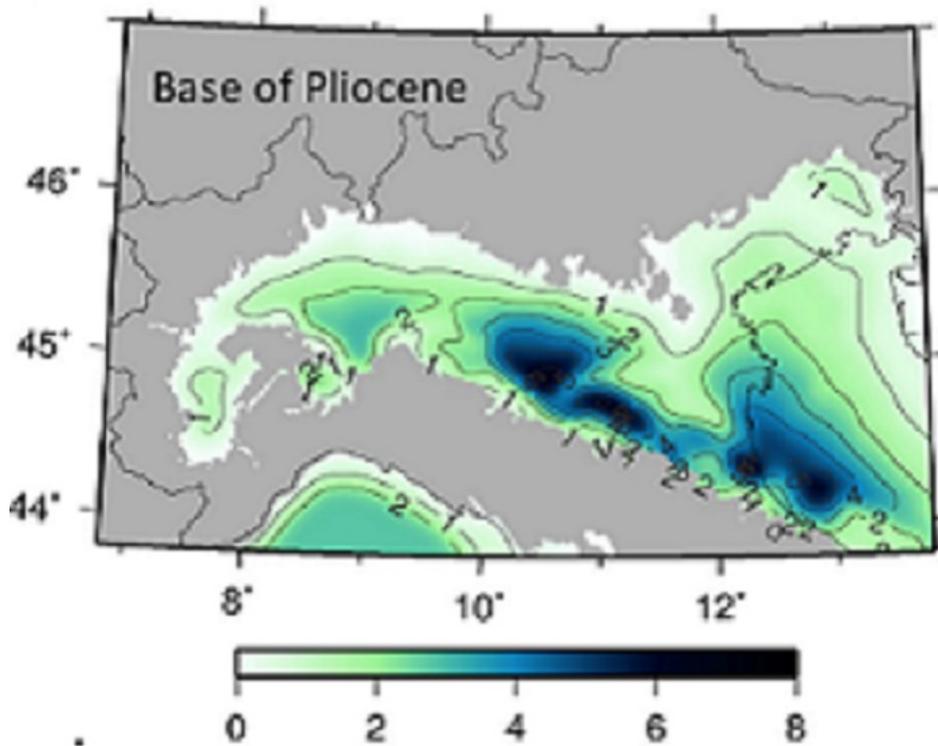


Figura 6.2: Profondità (in km) della superficie di discontinuità del Pliocene all'interno del modello MAMBo.

Plioceniciche hanno velocità P tipiche tra $1.8km/s$ e $3.0km/s$ in funzione della profondità

Integrando dati nuovi con altri ricavati da lavori precedenti, nel lavoro di Molinari *et al.* [22] si vanno a distinguere diversi strati, ciascuno caratterizzato da una differente età geologica, con una profondità variabile e costituito da rocce di diversa natura. L'esempio di uno di questi strati è dato in Figura 6.2.

I dati che si hanno a disposizione dal modello MAMBo sono in termini di velocità delle onde P e delle onde S . Tali dati si presentano sottoforma di profili verticali di velocità ad alta definizione.

I profili possono essere ricavati per un numero qualsivoglia grande di punti e di coordinate qualsiasi: questa caratteristica è stata sfruttata per ricavare un profilo per ogni punto della griglia utilizzata per suddividere l'area di indagine in microzone (di forma più o meno quadrata col lato di $\approx 10km$).

A partire da tali profili si sono ricavate le curve di dispersione di riferimento, per periodi da $1s$ a 50 , utilizzando il software Computer Programs in Seismology (*CPS*, creato e descritto da Herrmann [23]). A periodo fissato, il valore di queste curve, in ogni pixel della parametrizzazione utilizzata nell'inversione, costituisce il modello a priori \mathbf{m} descritto nel paragrafo seguente e utilizzato in tutta la trattazione da qua

alla fine del lavoro.

Andando a descrivere nello specifico la dispersione predetta dal modello MAMBo in funzione del periodo, si distinguono zone più veloci per quanto riguarda il settore Alpino e quello Appenninico alternate a zone lente (almeno per quanto riguarda gli strati più vicino alla superficie) nell'area della Pianura Padana (vedi Figura 6.3).

A corto periodo (Figura 6.3, aree prevalentemente a struttura cristallina come le Alpi e gli Appennini presentano una velocità di gruppo più alta rispetto alle aree in cui si ha un'alta concentrazione di sedimenti (Pianura Padana). Inoltre si distinguono zone lente in corrispondenza del Mar Ligure e dell'Adriatico, sempre a causa della presenza di sedimenti lenti.

Per periodi più lunghi (quindi a profondità maggiori, vedi §3.2) le velocità della zona Alpina sono più lente rispetto a quelle relative alle altre zone (Figura 6.4). In questo caso le onde giungono abbastanza in profondità da incontrare le radici delle montagne, mentre altrove investono il mantello superiore, caratterizzato da velocità più alte.

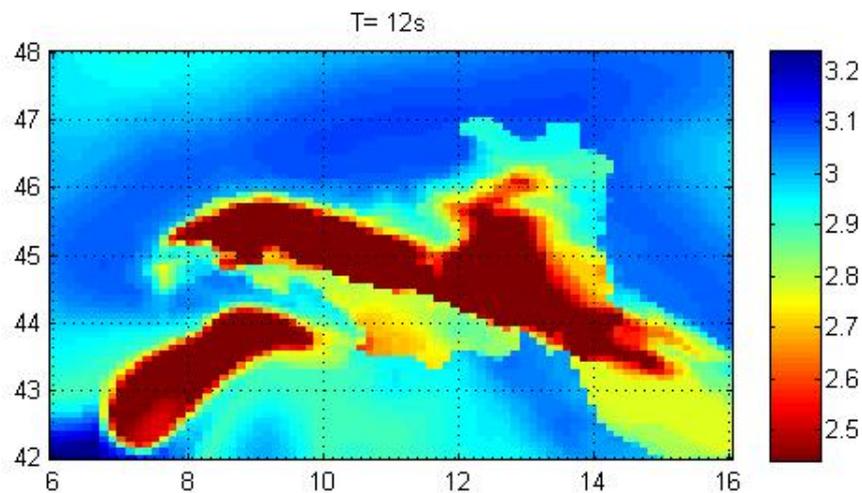
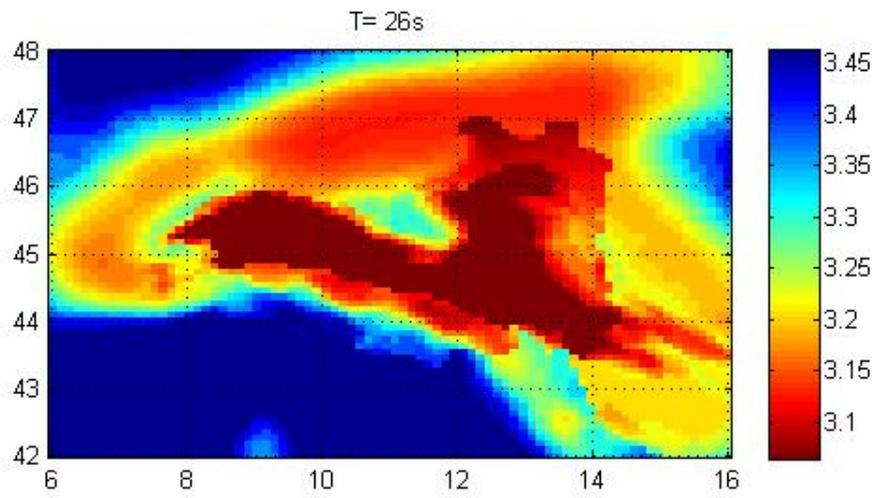
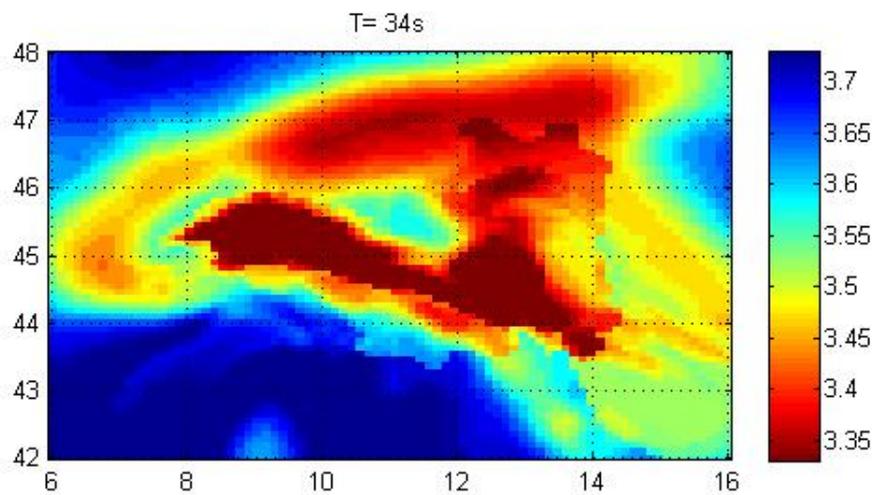


Figura 6.3: Mappe di dispersione per il modello MAMBo: si presenta la mappa riferita ad un periodo di 12s. Si identificano zone veloci corrispondenti ad Alpi ed Appennini e zone lente corrispondenti alla Pianura Padana e ai Mari Ligure e Adriatico



(a)



(b)

Figura 6.4: In questo caso sono presentate come esempio le mappe riferite a periodi rispettivamente di 26s e 34s. Si individua facilmente la Pianura Padana, caratterizzata da velocità basse; la stessa cosa vale per le Alpi.

Capitolo 7

Processo di cross-correlazione

I dati da cui partire per misurare le curve di dispersione sono i correlogrammi; per ottenerli è necessario eseguire l'operazione di cross-correlazione (§2.2), di cui viene descritta l'applicazione pratica.

Si definisce il potere risolutivo dei dati così ottenuti in base alla distribuzione delle stazioni nell'area di indagine.

7.1 Copertura del territorio

Il set di stazioni mostrato nel Capitolo precedente è approssimativamente una griglia bidimensionale dove le distanze inter-stazione variano tra $20km$ e $750km$ circa.

I raggi che uniscono le singole coppie di stazioni (Figura 7.1) consentono di coprire in maniera efficace tutto il Nord-Italia.

Per quanto riguarda le stazioni su territorio italiano, esse sono concentrate perlopiù nella zona appenninica e in quella alpina, mentre ve ne è carenza in Pianura Padana: essa è comunque descritta in modo adeguato dai raggi che la attraversano (in particolare per coppie a grande distanza, ad esempio per una coppia di stazioni alpina e appenninica).

Sono state utilizzate anche stazioni all'estero (in Svizzera, Austria e Croazia), le quali contribuiscono a quanto detto e in più permettono di analizzare aree più esterne a Nord e a Est della Penisola. In questo secondo caso le aree sono coperte in maniera meno fitta, pertanto la mappatura di queste zone risulterà meno efficiente e meno affidabile.

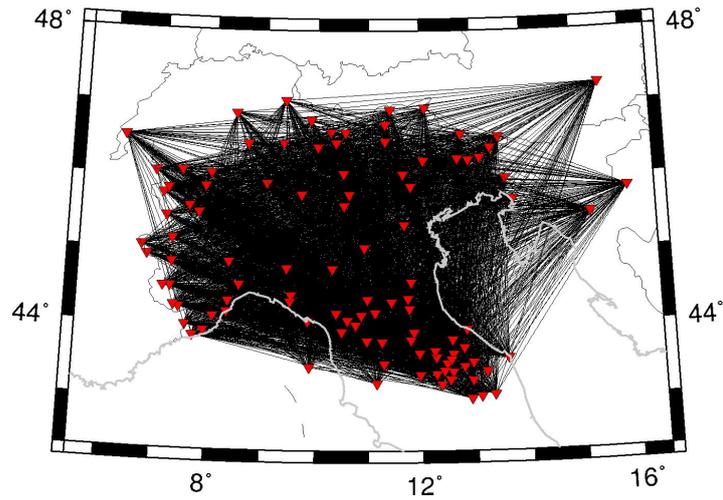


Figura 7.1: Raggi congiungenti tutte le coppie di stazioni selezionate per svolgere il presente lavoro. Esaminando l'immagine si osserva che tutto il territorio italiano ha un'ottima copertura e può essere quindi ben descritto dai dati ricavati; le zone esterne settentrionali ed orientali, coperte da un numero minore di stazioni, saranno analizzate con una minor definizione.

Il numero totale di raggi che ricoprono la zona di interesse è dato da tutte le possibili coppie di stazioni, in generale:

$$n_{raggi} = \frac{n_{staz}(n_{staz} - 1)}{2}. \quad (7.1)$$

Nel caso presente il numero di stazioni che fanno parte dello stendimento è $n_{staz} = 100$, sicchè si ottiene un numero di raggi $n_{raggi} = 4950$.

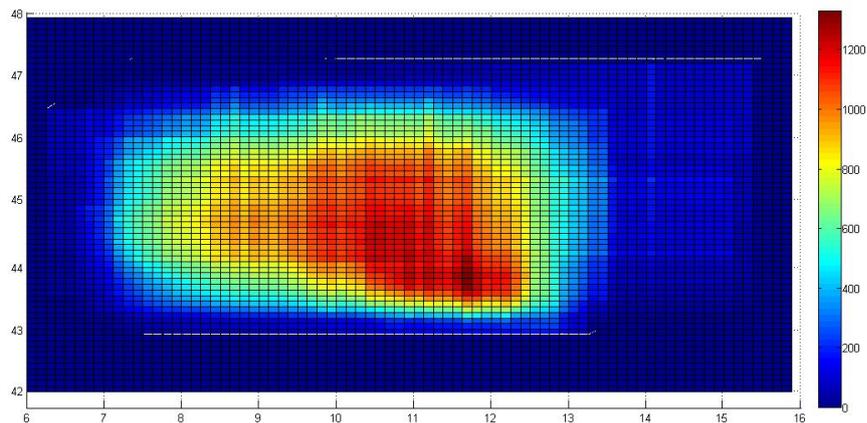


Figura 7.2: Densità dei raggi per le microzone definite dalla suddivisione dell'area di interesse. Tanti più raggi attraversano un pixel, tanto meglio questo sarà determinato nell'inversione. Si osserva un'ottima copertura per la zona appenninica e per la Pianura.

7.2 Correlazione

Utilizzare il processo di correlazione del rumore sismico significa estrarre le onde dai sismogrammi per creare dei segnali (correlogrammi) che approssimano la Funzione di Green (vedi Capitolo 2). Tale operazione è stata effettuata preliminarmente rispetto al presente lavoro, pertanto viene soltanto accennata e si presentano i risultati ottenuti (Bensen *et al.* [11] e Poli *et al.* [24]).

Diversamente da quanto effettuato nel procedimento standard di correlazione di rumore sismico, sono utilizzate finestre temporali piccole (dell'ampiezza di 4 ore anzichè un giorno).

In genere è poi applicata una normalizzazione temporale; in questo caso si è scelto di lavorare in modo differente, optando per un'analisi statistica delle finestre temporali e scartando quelle di ampiezza troppo grande. Questo processo permette di eliminare le finestre contaminate da segnali di terremoti che ridurrebbero la qualità della derivante Funzione di Green da correlazione di rumore sismico.

Successivamente si analizza lo spettro dei dati applicandovi una funzione di whitening. Questo consente di ottenere uno spettro con ampiezze omogenee in funzione della frequenza, così da non avere dei picchi di energia localizzati a 7s e 14s, ovvero alle frequenze dei picchi microsismici.

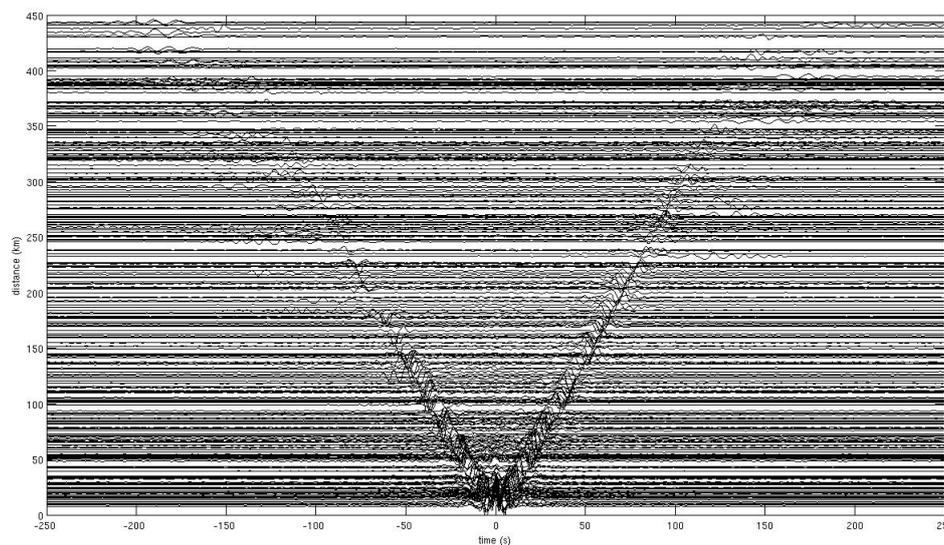


Figura 7.3: Stacking dei correlogrammi ordinati in base alla distanza interstazione. Si osservano (in particolare per distanze inferiori a 300km circa) le tracce delle onde, come se esistesse una sorgente da cui esse si propagano.

Solo a questo punto viene effettuata la cross-correlazione vera e propria. Essa viene applicata ad ogni possibile coppia di stazioni così da ottenere un numero di correlogrammi $n_{corr} = n_{raggi}$ (equazione (7.1)). In realtà il numero effettivo è leggermente inferiore (ve ne sono 4929) a causa dell'eliminazione di alcune tracce descritte sopra.

Per verificare l'adeguatezza del procedimento i correlogrammi ottenuti sono stati comparati con quelli da altri studi.

In Figura 7.3 sono presentati tutti i correlogrammi, ordinati in funzione della distanza tra le stazioni. Si osserva come i picchi si muovono dal tempo origine (0s) ad istanti via via più grandi al crescere della distanza, analogamente al caso di una sorgente sismica localizzata per cui si ha la propagazione delle onde verso le stazioni più lontane.

E' come se esistesse una sorgente transiente a partire dalla quale si propagano le onde sismiche e le stazioni si trovassero distribuite attorno a questa (a distanze differenti). Questo giustifica l'approssimazione della Funzione di Green con i correlogrammi ipotizzando che per ciascuno di essi una delle due stazioni costituisce la sorgente e l'altra il ricevitore.

Capitolo 8

Misura delle curve di dispersione

La descrizione di come sono state selezionate le curve di dispersione (per la velocità di gruppo) è divisa in due parti poichè inizialmente sono indicate le impostazioni generali da regolare nel pacchetto `EGFAnalysisTimeFreq` utilizzato; solo successivamente si presenta il metodo di selezione delle curve, corredato da esempi per path con diverse caratteristiche geofisiche, per misure difficili o altre che sono poi state scartate e non hanno partecipato all'inversione tomografica del Capitolo seguente.

8.1 Operazioni preliminari

Come si è precedentemente anticipato la misura delle curve di dispersione è stata effettuata sfruttando le potenzialità del pacchetto `EGFAnalysisTimeFreq` sviluppato da e descritto da Yao [18] e di cui si è già dato un accenno in Figura 4.1. Esso è stato utilizzato per la misurazione manuale delle curve di dispersione riguardanti la sola velocità di gruppo, anche se è possibile utilizzare il pacchetto in maniera differente, tramite una presa dati automatica o semi-automatica, piuttosto che la misura della velocità di fase; l'illustrazione del pacchetto e dell'interfaccia che ne consente l'utilizzo viene svolta con continui riferimenti alla Figura 8.1 e verrà fatta per il metodo manuale, descrivendo ad ogni passo anche le differenze esistenti coi diversi tipi di procedimento.

Osservando l'immagine nella parte destra sono presenti diverse finestre che permettono la gestione del processo fin dai primi passi, mentre sulla sinistra vi sono le finestre grafiche.

In primis si immettono i nomi delle stazioni e le loro coordinate, dimodochè si possa visualizzare lo stendimento e che l'applicazione sia in grado di calcolare

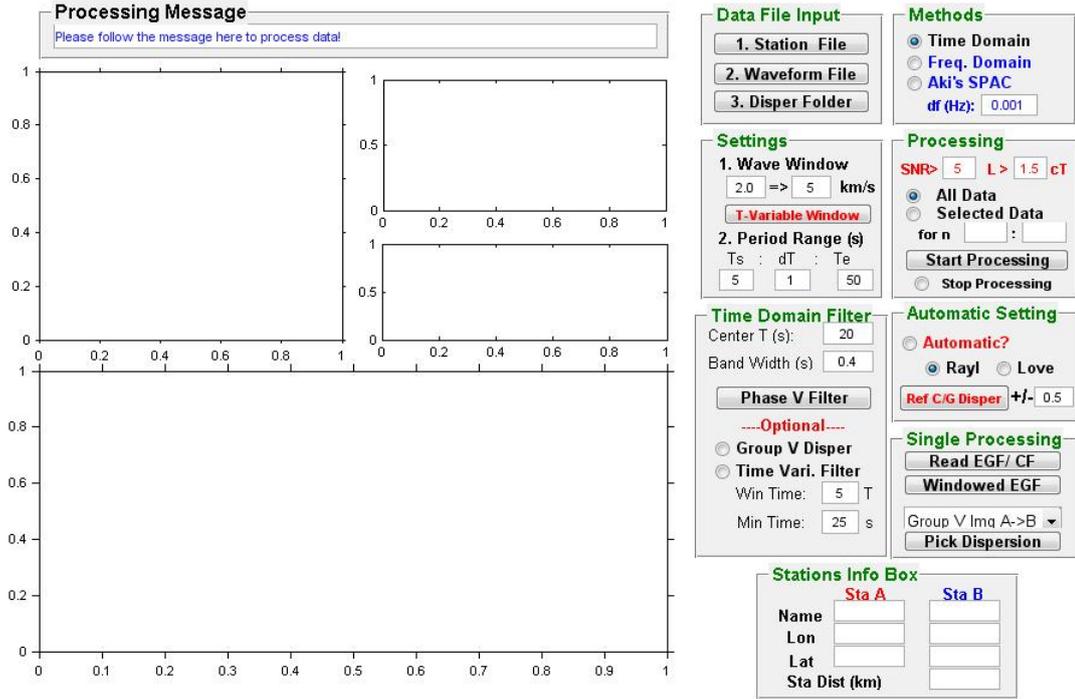


Figura 8.1: Interfaccia che si presenta all'avvio del pacchetto EGFAalysisTimeFreq attraverso la quale è possibile regolare i vari parametri in gioco

la distanza inter-stazione; subito dopo si seleziona la cartella ove salvare i files in formato *.dat* che costituiscono l'output del software.

A questo punto gli si dà in pasto il primo segnale di correlazione; il software permette la scelta tra tutti i file a disposizione: immediatamente verrà visualizzato il segnale di correlazione (indicato al codice come EGF, cioè Funzione di Green Empirica, o CF, funzione di correlazione, secondo il caso) e compariranno le informazioni sulle due stazioni (nomi e coordinate) e la loro distanza (d) in chilometri, calcolata tramite la formula dell'emisenoverso

$$d = r \cdot (2 \cdot \operatorname{atan2}(\sqrt{a}, \sqrt{1-a})) \quad (8.1)$$

dove $\operatorname{atan2}$ è una funzione trigonometrica variazione di arctg , $r = 6371 \text{ km}$ è una stima del raggio terrestre e a è definita come

$$a = \sin\left(\frac{\Delta \text{lat}}{2}\right)^2 + \cos(\text{lat}1)\cos(\text{lat}2) + \sin\left(\frac{\Delta \text{lon}}{2}\right)^2 \quad (8.2)$$

con $\text{lat}1$ e $\text{lat}2$ che indicano la latitudine (in gradi) della prima e seconda stazione, mentre Δlat e Δlon rappresentano rispettivamente le differenze di latitudine e longitudine tra le stazioni (sempre in gradi).

Tale formula è molto utile nel caso di stazioni molto lontane tra loro, per cui nel calcolo della distanza è necessario tenere conto della curvatura terrestre, mentre nel

lavoro attuale essa diventa superfluo e infatti nel codice illustrato al Capitolo 9 la distanza viene calcolata per mezzo del *teorema di Pitagora*, approssimando quindi la struttura tridimensionale della Terra ad una più semplice in 2D.

In alternativa a quanto illustrato, inserendo un documento di testo che elenca tutti i file contenenti i correlogrammi, è possibile dare il via al processo automatico o semiautomatico. In ogni caso nella finestra grafica sono mostrate le due stazioni sotto esame evidenziate in rosso (la prima) e in blu (la seconda).

La scelta di una stazione come prima e l'altra come seconda è indifferente ai fini dell'analisi dati poichè generalmente si è deciso di lavorare sul segnale dato dalla somma tra parte causale e anticausale (Figura 2.3); è comunque possibile scegliere in un successivo momento di trattare solo una delle due componenti.

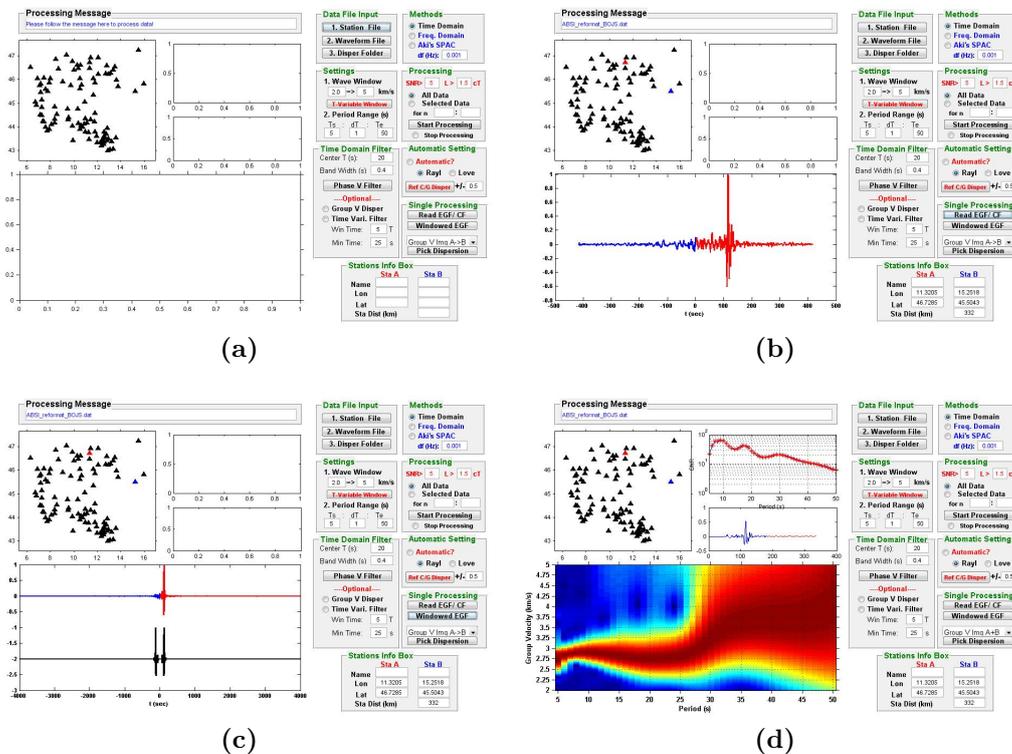


Figura 8.2: Sequenza dei passaggi per arrivare a misurare una curva di dispersione: inizialmente (a) si inserisce il setting delle stazioni, poi si dà in input il segnale di correlazione (b) (si osservi nel setting che le due stazioni in esame sono colorate) che viene simmetrizzato direttamente dal codice (c); infine è visualizzata la curva di dispersione (d).

Dopo le prime operazioni viene mostrato il segnale “aggiustato”, ossia reso simmetrico dal codice per poterlo elaborare attraverso la funzione FTAN. Solo adesso si può analizzare la curva di dispersione: la scelta può ricadere sulla visualizzazione

della velocità di fase o di gruppo date dalla parte causale o anticausale della correlazione o dalla somma delle due, scelta per cui si è generalmente optato.

In questo modo si visualizza la dispersione; inoltre compaiono la funzione SNR, con evidenziati da asterischi rossi i punti per cui il valore di tale funzione supera il valore critico impostato (come già accennato al Capitolo 2), e un segnale ondulatorio composto dalla correlazione effettivamente analizzata dal codice (in blu) e da un'oscillazione della durata di 150s necessaria per il calcolo del rumore (in rosso).

Tutti i passaggi fin qui descritti sono totalmente automatizzati nel caso dei processi non manuali: quello automatico sceglierà le curve in modo autonomo (basandosi sul valore di SNR per ogni punto e sulla *smoothness*), mentre per quello semi-automatico il procedimento prevede che la validazione o lo scarto delle misure sia a discrezione dell'operatore.

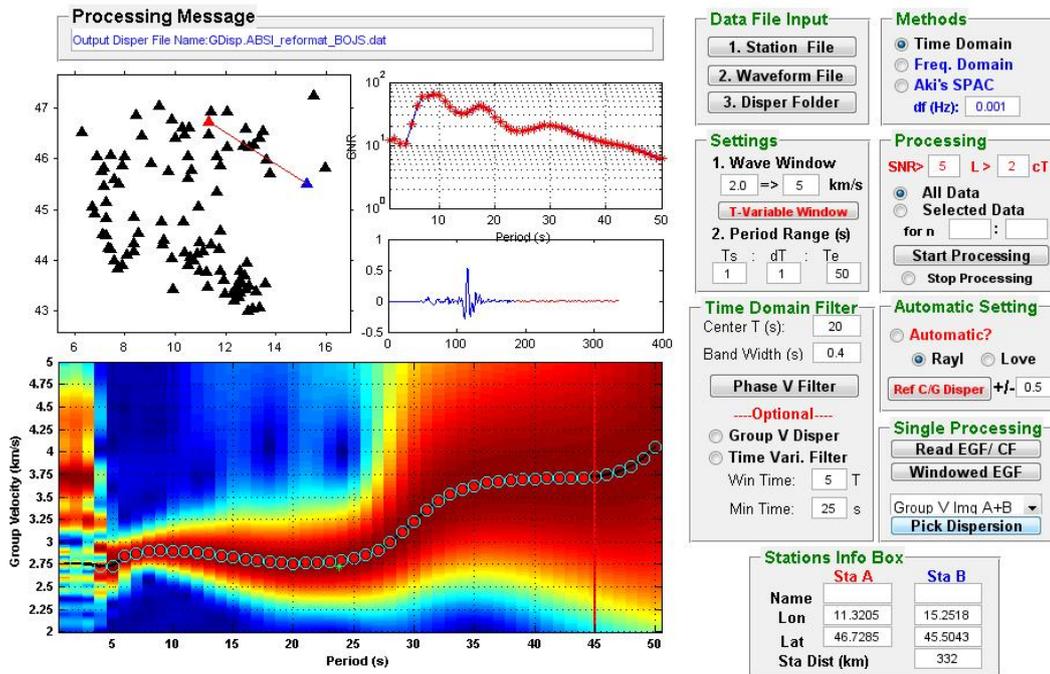


Figura 8.3: Ultimo passaggio del processo di misura: i punti caratterizzati da $SNR > SNR_{critico}$ sono cerchiati in azzurro, quelli selezionati sono rappresentati dai pallini rossi. In nero è visibile la curva di dispersione vera e propria che fitta i valori più probabili di velocità.

Effettuando la misura si può preventivamente scegliere se la curva finale passerà da un punto ben preciso (operazione molto utile se vi sono delle ambiguità nella scelta); per concludere la misura il software permette di selezionare il range di periodi da considerare. La scelta dei punti è stata fatta optando per quelli con $SNR > SNR_{critico}$ (circondati da cerchietti azzurri che ne sottolineano le proprietà

e ne facilitano l'identificazione) e in modo da escludere curve con forti discontinuità (scarsa smoothness).

Conclusa la misura, in rosso sono evidenziati i punti effettivamente scelti e in nero è presentata la curva che meglio fitta i dati.

Prima di terminare la lettura è richiesto la conferma da parte dell'operatore su quanto fatto; si può reiterare o cambiare la misura immediatamente, evitando di ripetere le operazioni preliminari di immissione dati.

Riguardo i parametri che si possono impostare, essi agiscono sia in termini di semplice visualizzazione dei dati sia in termini di criteri per la scelta delle velocità di gruppo.

I primi permettono di regolare la finestra grafica: i limiti per l'asse y (in termini di velocità in km/s) sono fissati a $1km/s$ e $5km/s$, quelli per l'asse x (in termini di periodo in s), per il quale è possibile determinare anche il passo di campionamento, sono indicati rispettivamente in $1s$, $50s$ e ancora $1s$.

Ai secondi appartengono il valore di $SNR_{critico}$, impostato a 5, e il minimo numero di lunghezze d'onda λ che garantisce la bontà di un dato, stabilito a 2 per quanto già discusso al Capitolo 4. L'effetto dovuto a quest'ultimo parametro è visibile in Figura 8.3 come una barra rossa verticale, la quale determina lo scarto dei dati a periodi più grandi.

8.2 Metodo di selezione delle curve

In precedenza si è accennato ai valori impostati per i parametri in gioco:

- l'intervallo di analisi è stata regolato lungo l'asse x con valori del periodo T compresi tra $1s$ e $50s$, così da poter ottenere valori della velocità informativa per strati crostali dalla superficie fino a circa $50km$ di profondità (secondo l'equivalenza descritta nel Capitolo 6, per la quale ad ogni secondo in periodo corrisponde all'incirca un chilometro di profondità), e con un passo di campionamento fissato a $1s$ in modo che la definizione verticale fosse appunto pari a $1km$, nonostante il passo per i correlogrammi fosse pari a $1/5$ di questo valore: infatti mantenendolo a $0.2s$ si sarebbe osservata una definizione addirittura troppo fine per gli scopi del presente studio.

Lungo l'asse y i limiti sono stati posti a $1km/s$ e $5km/s$, dove entrambi sono esagerati rispetto alle effettive misure compiute, ma così è stato possibile analizzare bene le curve, senza timore di tagliare fuori valori invece ottimali;

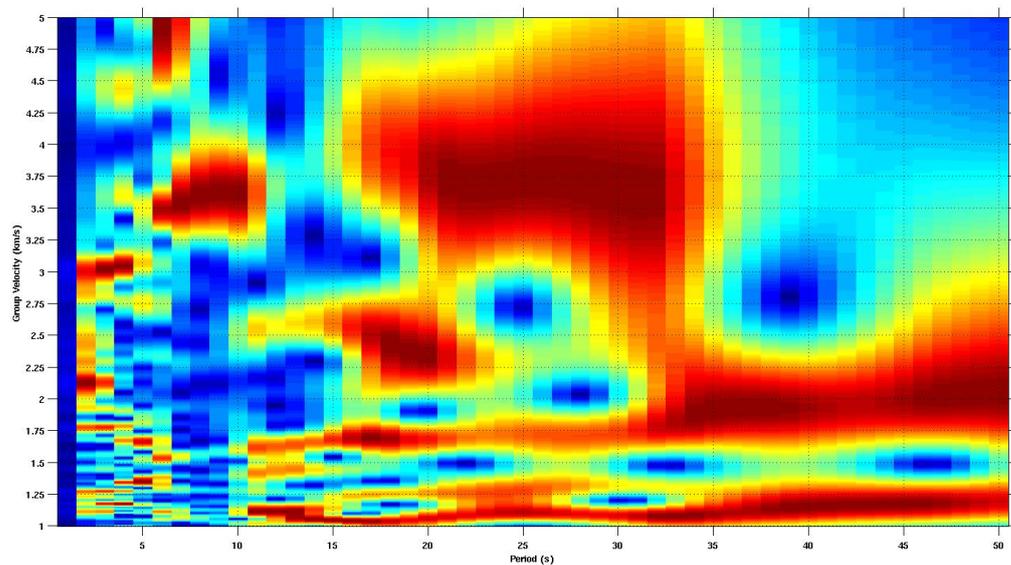
- in *Processing* il valore di $SNR_{critico}$ è stato stabilito pari a 5, così da avere un segnale che fosse almeno 5 volte più grande rispetto relativo rumore.

Per quanto concerne il numero di lunghezze d'onda minime per la composizione della curva di dispersione si è optato per un valore pari a 2, seguendo Yao [18]: la scelta è stata fatta da una parte per non tagliare troppo i segnali, dato che essi riguardano anche stazioni molto vicine e per le quali quindi un valore molto grande sarebbe stato deleterio, e dall'altra per adattarsi alla teoria generale (Bensen *et al.* [11]) e riuscire comunque a osservare il taglio;

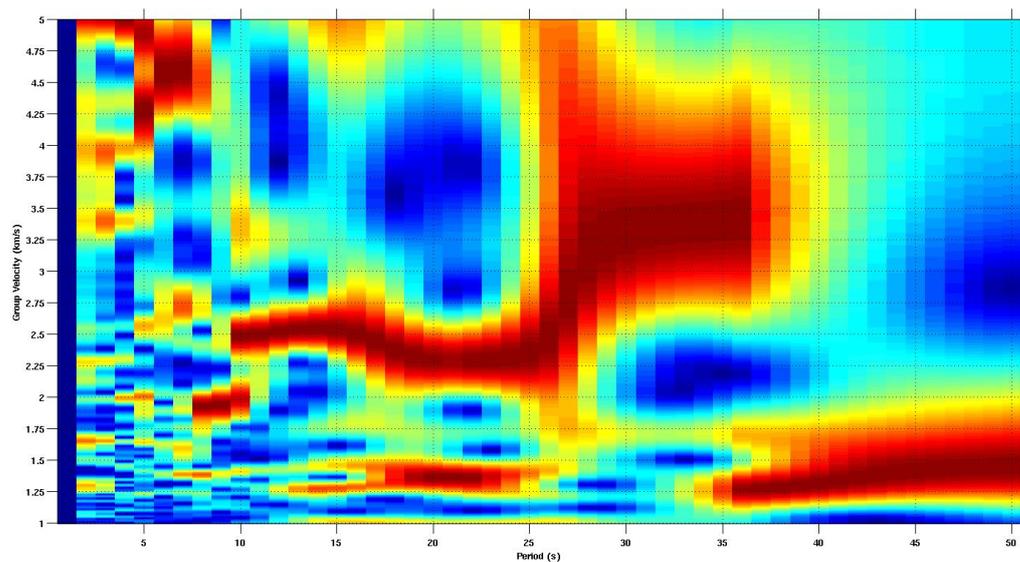
- è stato seguito il metodo di indagine *Time Domain* (perchè il *Freq. Domain* o l'*Aki's Spac* rendono difficoltosa la presa dati da parte dell'operatore) e non sono stati applicati ulteriori filtri (se non in Figura 2.4) perchè si è voluto analizzare i dati diretti provenienti dal rumore sismico senza alcuna modifica.

Si presentano ora (Figura 8.5) alcune curve di dispersione selezionate, ciascuna delle quali fa riferimento a path diversi, così da poter comprendere come la struttura sottosuolo (quindi il passaggio tra zone con caratteristiche differenti) influisca nella determinazione di tali velocità.

In particolare ci si può rendere conto di come la velocità di gruppo assume valori alti (oltre $2.5km/s$) anche per i corti periodi quando si vanno ad analizzare path rocciosi (Figura 8.5 (a) e (b)), cosa non vera per i percorsi composti soltanto



(a)



(b)

Figura 8.4: Esempi in cui non è stato possibile eseguire misure di velocità di gruppo. Le due immagini provengono dai segnali di correlazioni tra le coppie di stazioni GEPF-GROG (a) e ZAG-ZCCA (b) : le stazioni GEPF ($lat = 46.275^\circ, lon = 13.1386^\circ$) e ZAG ($lat = 45.826832^\circ, lon = 15.98678^\circ$) sono i due esempi più evidenti di stazione rumorosa in quanto la maggior parte dei segnali riguardanti esse non ha portato ad una misura di dispersione.

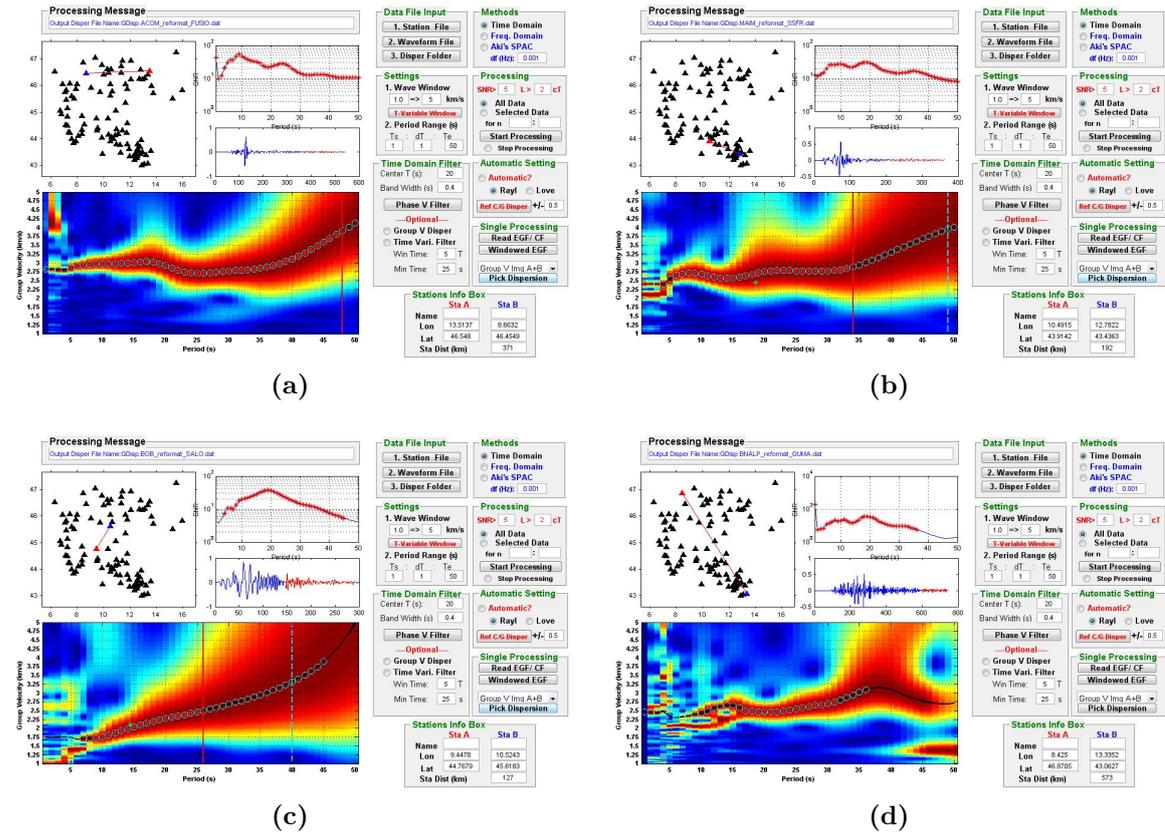


Figura 8.5: Esempi di selezione di curve di dispersione: in tutte si notano irregolarità per periodi inferiori ai 5s, causate dalla presenza di forti discontinuità vicino alla superficie (basta infatti la presenza anche di piccole rocce vicino alla traiettoria del raggio per influenzare in maniera significativa la misura); sono rappresentate curve per un path Alpino tra le stazioni ACOM e FUSIO (a), Appenninico (MAIM-SSFR) (b), di pianura (BOB-SALO) (c) e misto tra BNALP e GUMA (d). In ciascuna immagine si osservano i relativi raggi congiungenti le stazioni, nella finestra grafica in alto a sinistra e la funzione SNR che mostra valori superiori a $SNR_{critico}$ quantomeno per i periodi centrali, $5s < T < 35s$

da sedimenti (Figura 8.5 (c)), dove la curva ai corti periodi si trova addirittura sotto i $2km/s$, o per quelli misti (Figura 8.5 (d)). In quest'ultimo caso si trova una formazione ad “occhio” (vedi Figura 8.6) determinata da un'ambiguità tra velocità alta o bassa secondo che si consideri l'attraversamento di un path montuoso piuttosto che di pianura.

Tra i correlogrammi a disposizione non tutti si sono rivelati efficaci per poter misurare le curve di dispersione, infatti alcuni sono caratterizzati da troppo rumore (a causa, ad esempio, della locazione delle stazioni relative) che sporca l'immagine di dispersione; alcuni esempi di ciò si possono osservare in Figura 8.4, dove è evidente che non sia possibile ricavare una curva di dispersione univoca.

Il rumore del segnale non è l'unica motivazione che porta ad avere curve di dispersione difficili da prendere: un esempio su tutti è dato dalle due immagini in Figura 8.6. In questo caso si nota che tra 10s e 15s nel primo caso e tra 15s e 20s nel secondo si viene a formare una struttura “a occhio”, descritta più avanti. Nei casi come i due presentati diventa impossibile discernere quale sia la curva corretta perciò si è agito o ignorando la misura (così come per i segnali rumorosi) oppure suddividendo la misura in due parti, avendo così una curva spezzata in due tronconi che rispettivamente caratterizzano i periodi precedenti e quelli seguenti l'occhio. Quest'ultima operazione è stata applicata a meno dell'1% dei segnali a disposizione; invece poco meno del 15% delle curve di dispersione (in totale) non è stato misurato a causa della loro illeggibilità.

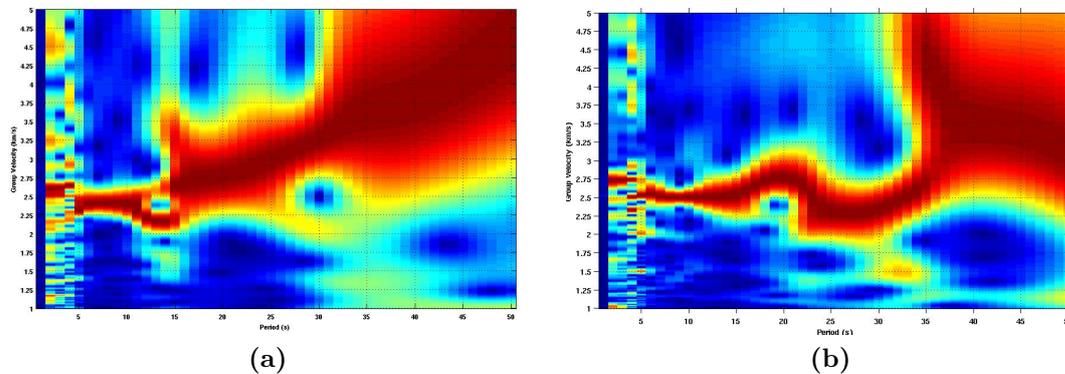


Figura 8.6: Esempi di strutture a forma di occhio che si osservano al momento di determinare la velocità di gruppo: in entrambi i casi si tratta di path con direzione NordOvest-SudEst, ATVO-RORO (a) e BHB-GUMA (b).

Se la giustificazione fisica alle curve rumorose risulta abbastanza semplice è invece più complesso spiegare le formazioni anomali di Figura 8.6: l'osservazione permette di comprendere come esse siano presenti soltanto per path con direzione NordOvest-SudEst, con una stazione localizzata sugli Appennini e l'altra sulle Alpi Occidentali, o (in misura minore) con direzione NordEst-SudOvest, dove le due stazioni si trovano l'una sulle Alpi Orientali e l'altra su quelle Sud-Occidentali. Così i raggi, per una parte del loro tragitto, vanno a percorrere zone di confine tra la Pianura Padana e le montagne e quindi le onde si muovono con possibili differenti valori di velocità, come testimoniato da quanto mostrato.

8.3 Curve di dispersione selezionate

I dati selezionati sono stati raccolti per effettuare l'analisi tomografica (Capitolo 9). Prima di trattarli si è scelto di graficarli per darne una prima valutazione.

In Figura 8.7 è mostrato l'insieme di tutte le misure effettuate, per capire entro quali limiti sono comprese le velocità di gruppo misurate ed avere così una stima degli errori commessi durante l'analisi dei dati.

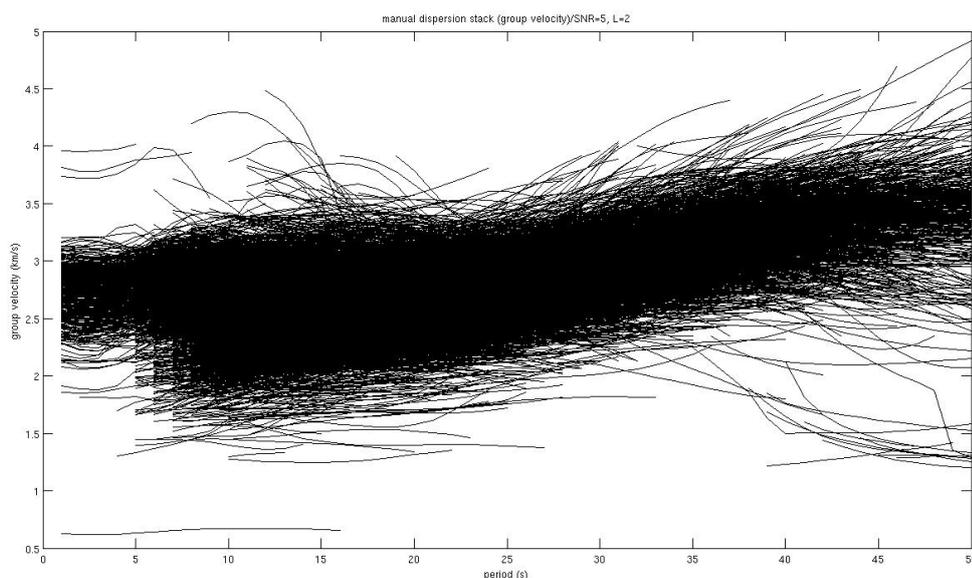


Figura 8.7: Il plot mostra curve di dispersione vagliate. Si nota che pochissime curve si trovano sotto i 1.5 km/s o sopra i 4.5 km/s , come da attese. La mancanza di dati per periodi inferiori a 10 s (corti periodi) è dovuta all'ambiguità di lettura in corrispondenza delle alte frequenze.

In Figura 8.8 invece si mostra l'istogramma di densità normalizzato per ogni periodo e riferito alla Figura 8.7: tramite questa operazione è possibile individuare quali sono i valori di velocità più probabili per ciascun periodo (evidenziati con colori caldi). Così si confermano le osservazioni già fatte sulla Figura 8.7 per comprendere in modo dettagliato quali sono le curve che esulano dalle altre.

Dall'immagine si osserva come tra circa 10 s e 20 s vi siano numerosi valori di velocità possibili: ciò è dovuto alla struttura fortemente diversificata del sottosuolo del Nord-Italia e alla possibilità di illuminare in maniera forte le relative profondità (tra 10 km e 20 km circa) grazie alle proprietà delle onde di superficie descritte al Capitolo 3.

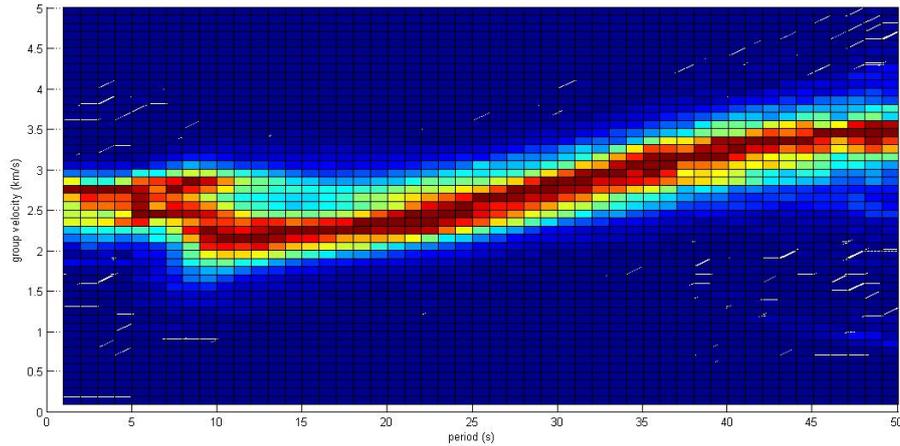


Figura 8.8: Istogramma di densità normalizzato per ogni periodo, riferito allo stacking di Figura 8.7. Si osserva un andamento crescente con il periodo, come da attese.

Un caso particolare è dato dalle curve che descrivono velocità molto basse: esse si riferiscono quasi esclusivamente a segnali (di cui se ne dà un esempio in Figura 8.9) riferiti alla stazione MOMA ($lat = 43.801^\circ, lon = 12.56817^\circ$); appare quindi ovvio dover eliminare tali curve perchè ad esempio la stazione si trova su un terreno particolarmente poroso e lento che altera le letture.

Tali curve non sono state eliminate sulla base di sole osservazioni, ma è stato un criterio rigoroso (implementato all'interno del codice in Appendice A e descritto nel Capitolo successivo) che consiste nel valutare la “distanza” tra i singoli dati e un modello di riferimento.

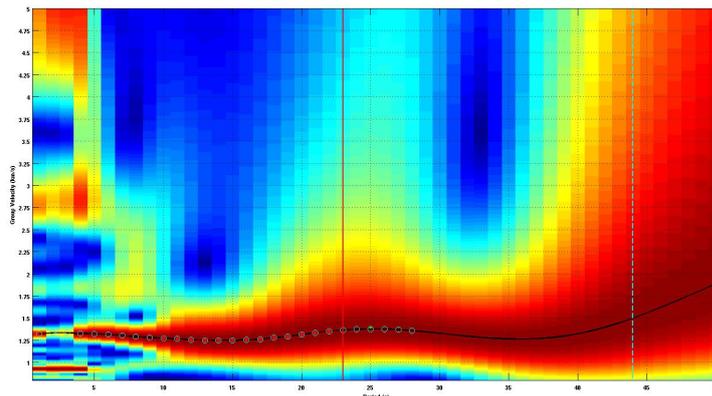


Figura 8.9: Velocità di gruppo tra le stazioni MOMA e ASQU. Essa assume valori notevolmente più bassi rispetto a quelli misurati per le altre coppie di stazioni (vedi anche Figura 8.7).

Capitolo 9

Inversione tomografica

Il cuore del presente lavoro è costituito dall'inversione tomografica. Essa consiste nel ricavare dati sulle velocità delle onde all'interno del sottosuolo (nell'area studiata) a partire dalle curve di dispersione. Per questa operazione ci si rifà al Capitolo 5 e al codice in linguaggio Matlab (Appendice A).

9.1 Applicazione dell'inversione

Nella descrizione che segue sono stati scelti soltanto alcuni periodi (descritti dal vettore n alle righe 13 – 14 dello script) sui 50 a disposizione (da 1s a 50s) per avere un'idea dell'andamento delle velocità in funzione del periodo.

Riprendendo la teoria descritta si va ad analizzare da un punto di vista fisico l'equazione (5.12)

$$\Delta \mathbf{m} = (G^T G + \varepsilon^2 I)^{-1} G^T (\mathbf{d}_{obs} - G \mathbf{m}_{priori}). \quad (9.1)$$

I dati osservati \mathbf{d}_{obs} corrispondono ai tempi di arrivo delle onde con velocità di gruppo la cui descrizione è al Capitolo precedente. Secondo quanto già anticipato nella prima parte del lavoro questi tempi di arrivo possono essere scritti come

$$t_U^i = \frac{\Delta^i}{U^i} \quad (9.2)$$

dove l'indice i è riferito ad ogni raggio (ossia ad ogni correlogramma), Δ indica la distanza interstazione e U la velocità di gruppo relativa (per ciascun periodo).

Per quanto riguarda le distanze tra le stazioni, queste sono state calcolate mediante il *Teorema di Pitagora*, approssimando la zona di indagine ad un piano per semplificare i calcoli; questo è consentito dallo studiare un'area abbastanza limitata.

In particolare il calcolo è stato effettuato prima in termini di latitudine e longitudine e poi convertito in chilometri, più utili nella trattazione eseguita. Per la conversione (righe 36 – 43 del codice) si sono utilizzate le equivalenze $1^\circ lat = 111.1km$ e $1^\circ lon = 1^\circ lat \cdot \cos(90^\circ - lat_0) = 1^\circ lat \cdot \cos(45^\circ)$. La seconda è stata ottenuta considerando la latitudine della zona analizzata è compresa tra 42° e 48° : la circonferenza orizzontale è pari a quella massima moltiplicata per il coseno della latitudine (o, meglio di $90^\circ - lat_0$) e un valore intermedio tra gli estremi riproduce in maniera affidabile le lunghezze in gioco.

Nell'equazione (9.1) \mathbf{m}_{priori} rappresenta un vettore che riproduce il modello utilizzato (MAMBo, Molinari *et al.* [22]). I valori rappresentati in tale vettore sono delle *slowness*, definite come reciproci di velocità (ad esempio, $s_U = U^{-1}$) e quindi immediatamente ricavabili dai dati ricavati tramite il software CPS (Herrmann [23]) descritto al Capitolo 6.

In maniera analoga $\Delta\mathbf{m}$ definisce la differenza tra i dati ricavabili dalle curve di dispersione e il modello a disposizione \mathbf{m}_{priori} , sempre in termini di *slowness*. Per questo motivo l'analisi matematica viene svolta considerando proprio le *slowness* e le loro differenze, ma per la creazione delle mappe mostrate nel Capitolo 10 si calcolano le velocità. Per quest'ultimo calcolo prima si aggiunge a $\Delta\mathbf{m}$ un valore di riferimento della *slowness*, che sarà proprio \mathbf{m}_{priori} ricavato dal modello, poi se ne computa il reciproco.

L'ultima osservazione da fare sull'equazione (9.1) riguarda la matrice G , che contiene le informazioni sulla griglia di 67×80 quadratini (o microzone, di circa $10km$ di lato) in cui è stata suddivisa la zona d'indagine, ognuno caratterizzato per ogni periodo da un differente valore di *slowness*. Per ottenere queste informazioni si è fissato il passo di definizione dei raggi pari a $1km$, così che ogni microzona fosse coperta da più segmenti decretando la sovradeterminazione del problema. Per questo motivo si definisce (riga 44 dello script)

$$L^i = round\left(\frac{\Delta^i}{passo_{raggi}}\right) \quad (9.3)$$

che rappresenta il numero (intero) di segmentini in cui si suddivide ciascun raggio i -esimo. A partire da questo numero si calcola (riga 48):

$$\delta^i = \frac{\Delta^i}{L^i} \quad (9.4)$$

il quale rappresenta la differenza tra la lunghezza del raggio interstazione e il numero di segmenti in cui è suddiviso. Tale valore ha una grande importanza poichè

rientra nella definizione della matrice G .

Infatti la matrice G si presenta con un numero di righe pari al numero di raggi (quindi curve di dispersione) a disposizione; ognuna di esse è riferita al singolo raggio e determina quanti dei suoi segmenti cadono all'interno di ogni microzona. In più ciascuna riga viene moltiplicata per il valore δ di cui sopra, così da tenere conto anche delle piccole variazioni finora trascurate.

Per chiarezza il problema diretto iniziale nel caso lineare:

$$G\mathbf{m} = \mathbf{d} \quad (9.5)$$

si può riscrivere in termini di matrici come

$$\begin{bmatrix} \Delta l_2^1 \cdot c_2 + \Delta l_2^1 \cdot c_2 + \cdots + \Delta l_M^1 \cdot c_M \\ \Delta l_1^2 \cdot c_2 + \Delta l_2^2 \cdot c_2 + \cdots + \Delta l_M^2 \cdot c_M \\ \vdots \\ \Delta l_1^N \cdot c_2 + \Delta l_2^N \cdot c_2 + \cdots + \Delta l_M^N \cdot c_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_i^N \Delta l_i^1}{U_{oss}^1} \\ \frac{\sum_i^N \Delta l_i^2}{U_{oss}^2} \\ \vdots \\ \frac{\sum_i^N \Delta l_i^N}{U_{oss}^N} \end{bmatrix}$$

dove l'indice in apice varia da 1 a $N = 4240$ e si riferisce al raggio, mentre quello a pedice è riferito alla microzona ed è compreso nel range che va da 1 a $M = 67 \times 80 = 5360$.

I Δl corrispondono ai δ dell'equazione (9.4), con c si indicano le slowness relative a ciascun quadratino nella griglia e U_{oss} sono le velocità di gruppo misurate.

Per concludere, il problema dell'inversione si è risolto utilizzando l'equazione (9.1) (vedi righe 63 – 64 e 90 – 94). Il valore del parametro ε è stato regolato per tentativi, fino a trovare il migliore per la visualizzazione delle mappe.

9.2 Operazioni grafiche

In realtà la descrizione delle operazioni implementate all'interno del codice non è finita. Infatti per poter visualizzare mappe sufficientemente pulite e “lisce” ne sono necessarie ancora due. La prima, e più importante, consiste nell'eliminare misure troppo lontano dalle attese, come descritto nel Capitolo precedente in riferimento alla stazione MOMA.

Il criterio oggettivo di selezione parte calcolando la distanza dei dati ottenuti rispetto alle aspettative (riga 106)

$$\mathbf{d}_{obs} - G\mathbf{m}. \quad (9.6)$$

Si computa poi lo *scarto quadratico medio* σ (o RMS, righe 116 – 119) e solo a questo punto avviene lo scarto dei dati: vengono esclusi quelli per cui la distanza in equazione (9.6) è superiore a 3σ . Tale scelta porta alla rimozione di circa lo 0.3% del totale delle curve a disposizione; quelle scartate riguardano perlopiù le stazioni MOMA, GEPF e ZAG o i path problematici descritti nel Capitolo 8.

L'ultima operazione consiste nel lisciare la mappa, non osservare brusche discontinuità tra una microzona e una adiacente. Si è perciò utilizzata la media mobile, per cui ad ogni suddivisione della griglia cui è riferito un valore di velocità (e a un dato periodo) si va ad associare un nuovo valore dato dalla media ponderata del precedente e di quelli riferiti alle microzone adiacenti (anche in diagonale, righe 146 – 157 del codice).

Capitolo 10

Mappe di velocità 2D

Tramite l'inversione tomografica descritta ai Capitoli 5 e 9 si sono potuti ottenere valori di slowness (relativi al modello) per ogni microzona della griglia, per ciascun periodo (tra 1s e 50s).

Per visualizzare in maniera rapida ed efficace le caratteristiche di questi dati si sono create mappe di velocità in due dimensioni; ciascuna di queste è riferita ad un singolo periodo e consente di graficare i valori di velocità delle onde ad una determinata profondità: come già detto infatti esiste una relazione tra il periodo caratteristico di un'onda e la profondità di indagine consentita dall'onda stessa, descritta dai kernel (vedi §3.2).

Si è scelto di mappare le velocità assolute delle onde, mentre dall'inversione sono stati calcolati i valori di $\Delta\mathbf{m}$, cioè gli scarti tra le slowness calcolate attraverso le curve di dispersione misurate e quelle ricavabili dal modello MAMBo.

E' stato quindi necessario ricavare le velocità a partire dai valori $\Delta\mathbf{m}$: per farlo è stato sufficiente implementare alcune semplici equazioni nel codice Matlab (riga 91, vedi Appendice A).

In ogni punto si è prima eseguita la somma tra il relativo Δm e il corrispondente valore di m_{priori} , poi si è calcolato il reciproco delle nuove quantità per ottenere le velocità assolute.

$$m_i = \Delta m_i + m_{priori,i}, \quad \frac{1}{m_i} = (m_i)^{-1}, \quad (10.1)$$

dove l'indice $i = 1, 2, \dots, N = 4240$ si riferisce alla microzona individuata dalla suddivisione della regione analizzata. In termini espliciti l'equazione precedente si può scrivere:

$$c_i = \Delta c_i + c_{priori,i}, \quad v_i = (c_i)^{-1}, \quad (10.2)$$

dove le c_i sono le slowness e i termini v_i indicano le velocità.

Per la graficazione è stato impostato un valore di velocità rispetto al quale riferire tutti gli altri per mezzo di scale graduate di colore (ogni mappa è caratterizzata da una diversa velocità di riferimento e una diversa scala). Tale valore, per ogni periodo, è stato calcolato semplicemente come la media di tutti i valori di velocità al periodo corrispondente (riga 81 dello script):

$$v_{media} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N}. \quad (10.3)$$

Il valore di v_{media} cresce al crescere del periodo, come da attese.

Dalle mappe così create si possono ricavare immediatamente delle osservazioni sulle aree geografiche distinguibili (Figura 10.1):

- è presente una zona centrale caratterizzata da basse velocità (indicate in rosso) che coincide con la Pianura Padana. I dati aderiscono al modello, così la pianura viene descritta da onde lente che ne rivelano la natura sedimentaria. La caratteristica lentezza si attenua all'aumentare del periodo e ciò è in linea con le attese, poichè a profondità elevate (soprattutto lasciando la crosta ed entrando nel mantello) il sottosuolo diventa più omogeneo;
- l'arco Alpino, non descritto dal modello MAMBo, viene designato dai dati come una zona ad alta velocità (in blu) per i corti periodi e a bassa velocità per periodi più lunghi. Questo conferma le attese, dato che le onde incontrano un path roccioso. Nei primi chilometri di crosta esso è più veloce della media, mentre al di sotto attraversa le radici delle Alpi, ossia una zona più lenta rispetto a quelle vicine (alle profondità legate a periodi superiori ai 20s – 25s si può supporre di incontrare il mantello);
- il territorio appenninico viene mostrato all'incirca tra 11° e 14° in longitudine e 43° e 44.5° in latitudine. Esso è più simile alla Pianura Padana che non alle Alpi: è descritto da velocità abbastanza basse sia per i corti sia per i lunghi periodi. Anche in questo caso all'aumentare del periodo tale caratteristica è attenuata;
- le zone dell'Adriatico (lenta per ogni periodo) e del Mar Ligure (lenta vicino alla superficie, più veloce a profondità maggiori) sono descritte soltanto dal

modello a priori. La copertura delle stazioni (vedi Figura 7.1) infatti non permette di analizzare quelle aree.

Da un confronto con le Figure 6.3 e 6.4, che mostrano le velocità di riferimento definite dal modello MAMBo, si osserva che i dati consentono di delineare in maniera più fine la zona Appenninica e l'arco Alpino.

Gli Appennini risultano attraversati da onde ancora più lente di quanto previsto dal modello; questo risulta evidente soprattutto per i periodi centrali (Figura 10.1 (c) – (f)), dove sono evidenziati da un colore rosso acceso.

Per le alpi MAMBo offre solo indicazioni circa l'andamento delle velocità (essendo un modello creato specificatamente per la Pianura Padana). I dati ricavati riguardo questa zona invece evidenziano in maniera forte la struttura veloce vicino alla superficie: ai corti periodi le Alpi (soprattutto quelle settentrionali) spiccano per il colore blu scuro che le indica; inoltre è ben evidente la presenza dei raggi che le attraversano e le descrivono (Figura 10.1 (a) – (e)). Per periodi più elevati i dati vanno a confermare il modello.

A Nord-Ovest, in Figura 10.1 (c) – (d), i raggi sembrano indicare velocità troppo alte, diverse rispetto alla zona circostante e in disaccordo col modello. Le osservazioni si ritengono valide, perchè analoghe a quelle fatte per le Alpi centrali; è possibile che la scarsa copertura (vedi §7.1) relativa a questa regione non apporti sufficienti dati per presentarne una visualizzazione più uniforme.

Per la realizzazione effettiva delle mappe si sono seguiti gli accorgimenti descritti in §9.2.

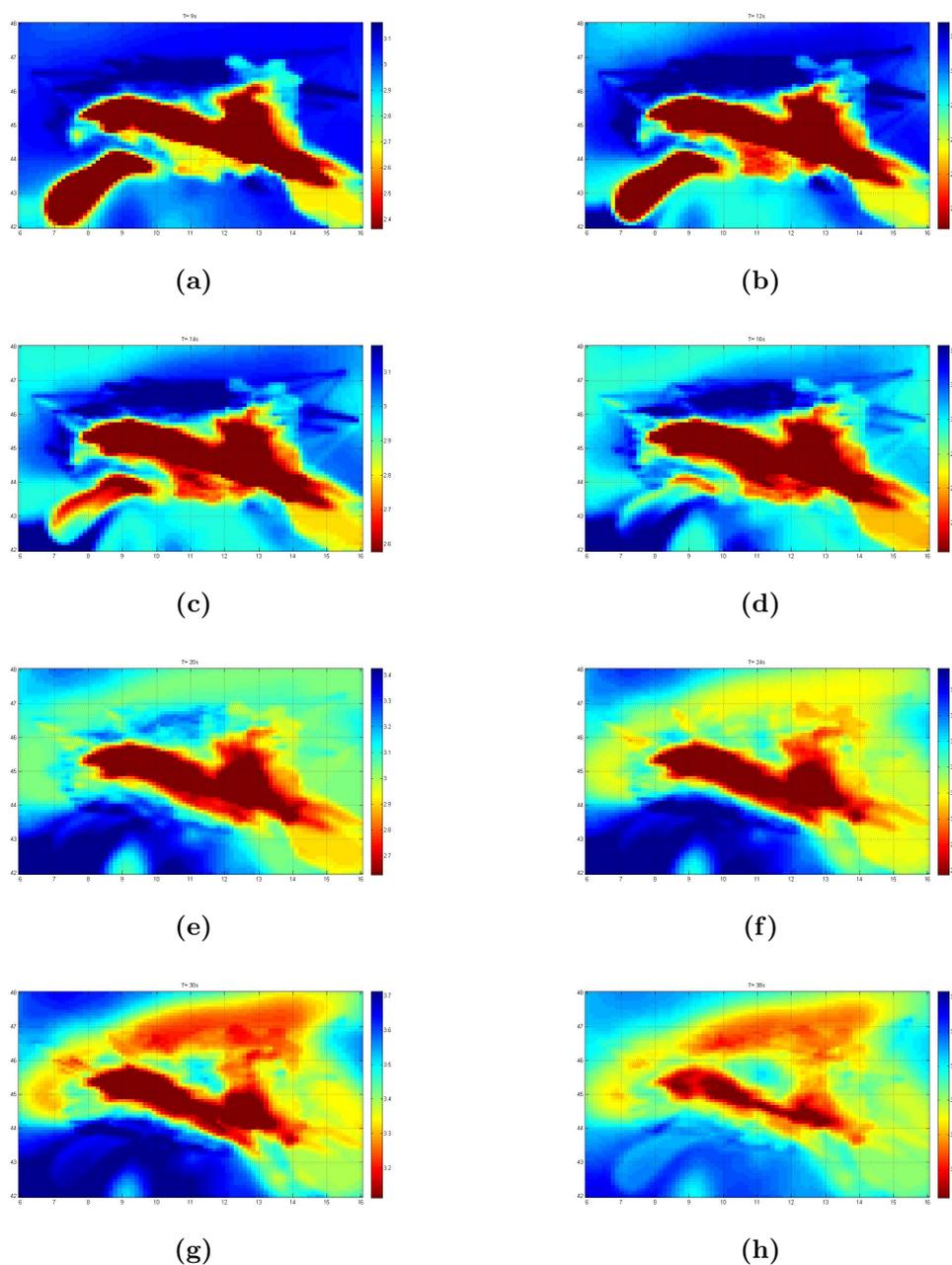


Figura 10.1: La successione mostra esempi di mappe 2D ricavate tramite l'inversione tomografica per i periodi di $9s$, $12s$, $14s$, $16s$, $20s$, $24s$, $30s$ e $38s$. Si osserva la zona lenta (in rosso) coincidente con la Pianura Padana, mentre l'arco Alpino è caratterizzato da alte velocità (in blu) a corti periodi ($T < 20s$) e basse velocità (ancora in rosso) ai periodi più lunghi. Le scale di colore sono differenti per ogni immagine.

Conclusioni

Questo lavoro di tesi si inserisce nell'ambito degli studi sulla determinazione della struttura della crosta terrestre a partire dalle informazioni ricavabili dalle registrazioni sismometriche di rumore sismico. L'obiettivo del lavoro è la realizzazione di mappe di velocità di gruppo che danno indicazioni sulla struttura della crosta terrestre nell'Italia settentrionale.

Il lavoro si basa sul processo di cross-correlazione, il quale consente di estrapolare le informazioni dai sismogrammi da rumore sismico rendendole utilizzabili sottoforma di correlogrammi (Shapiro *et al.* [33]). Le tracce ottenute compiendo questa operazione approssimano la Funzione di Green, una funzione matematica che consente di descrivere lo spostamento registrato da una stazione sismometrica causato da una forza applicata in un punto \mathbf{x} della superficie terrestre vicino alla stazione, corrispondente alla sorgente della forza. La cross-correlazione realizza la convoluzione di tracce sismometriche registrate da due diverse stazioni (per ogni coppia di stazioni) identificando un'oscillazione comune ad entrambe: il correlogramma che ne deriva è analogo al segnale che si avrebbe alla prima stazione se al posto della seconda vi fosse una sorgente sismica (Weaver [9]).

L'area di indagine scelta è il Nord-Italia, in particolare la zona compresa tra 6° e 16° di longitudine e 42° e 48° di latitudine. La sua descrizione di riferimento è affidata al modello MAMBo (Molinari *et al.* [22]) poichè esamina in maniera dettagliata la struttura della Pianura Padana, tenendo conto delle sue stratificazioni geologiche secondo la profondità. Esso fornisce utili riferimenti anche per quanto riguarda la zona appenninica e quella alpina.

Da MAMBo è stato edotto il modello a priori grazie al software Computer Programs in Seismology (CPS, Herrmann [23]), il quale consente di risolvere il problema diretto ricavando velocità di gruppo e di fase a partire da profili verticali di velocità.

Il cuore del lavoro concerne la misura di curve di dispersione per ogni Funzione di Green ottenuta per ogni coppia di stazioni e l'utilizzo di queste per affrontare

il problema inverso, costituito dall'analisi tomografica. Per procedere in questa direzione sono state studiate preliminarmente le caratteristiche delle onde superficiali (in particolare onde di Rayleigh) e della loro sensibilità al variare del periodo e della profondità di indagine. Tali onde di superficie risultano dispersive, in quanto il Nord-Italia è caratterizzato da una struttura complessa fortemente stratificata. Si è svolta una breve trattazione sulle curve di dispersione e sulla loro variazione in funzione delle proprietà del sottosuolo, ovvero velocità delle onde P ed S e densità, attraverso lo studio dei kernel. Tali curve di dispersione sono poi state analizzate in modo da ottenere informazioni circa questa struttura.

Per la misura della velocità di gruppo è stato utilizzato il pacchetto per Matlab `EGFAnalysisTimeFreq` (Yao [18]). Il vantaggio di questo software consiste nel fatto che è sufficiente inserire le correlazioni precedentemente create per ottenere in risposta le curve di dispersione; per l'effettiva valutazione le curve di dispersione l'operatore si limita solamente ad assegnare valori ai parametri che regolano la lettura. Inoltre la misura può essere effettuata sia manualmente sia in maniera automatica; si è proceduto come nel primo caso, ma è stato tentato l'approccio alternativo: i risultati ottenuti con l'analisi automatica non sono però stati ritenuti soddisfacenti pertanto si è scelto di non inserire tali misure nella trattazione.

Non tutte le curve di dispersione hanno portato a una misura della velocità di gruppo. Alcuni segnali infatti apparivano troppo rumorosi, per cui è stata impossibile la selezione di valori della velocità di gruppo. I raggi diretti dagli Appennini alle Alpi nord-occidentali e quelli tra le Alpi sud-occidentali e le Alpi settentrionali hanno portato ad ambiguità per periodi compresi circa tra 10s e 20s: in corrispondenza di questi periodi si sono osservati valori di velocità più lenti e valori più veloci, per cui ancora una volta si sono scartate le curve. Le curve che non hanno portato a misure della velocità di gruppo sono state $\approx 10\%$ del totale. Successivamente (all'interno del codice per l'inversione) sono stati scartati altri dati, pari a circa lo 0.3% del totale: questo perchè sono state misurate velocità in evidente disaccordo con le altre; lo scarto è avvenuto per valori troppo distanti da un valore quadratico medio calcolato su tutti i dati a disposizione.

Le velocità di gruppo misurate lungo ogni raggio sono state utilizzate per risolvere il problema lineare inverso (Tarantola [19], Morelli [20]) sotto le ipotesi di una teoria esatta e di incertezze distribuite secondo una Gaussiana sia per quanto concerne i dati sia per ciò che riguarda il modello. In riferimento a ciò si è dovuta suddividere la zona di interesse in $67 \times 80 = 5360$ microaree di circa 10km di lato e ogni raggio interstazione è stato suddiviso in step di 1km di lunghezza: così si è trattato un problema sovradeterminato (con più informazioni rispetto al numero di

incognite). Si è quindi trovata la soluzione ai minimi quadrati smorzati, tenendo conto anche del modello a priori. Questa operazione è stata eseguita attraverso la scrittura di un codice in linguaggio Matlab all'interno del quale sono stati richiamati sia i dati provenienti dalle misure sulle curve di dispersione sia quelli ricavati dal modello MAMBo.

Il risultato dell'inversione è dato da mappe di velocità bidimensionali, riferite ciascuna a un diverso periodo caratteristico delle onde. In queste si osserva un proxy la struttura (descritta in termini di velocità di gruppo delle onde superficiali) dell'Italia settentrionale al variare della profondità:

- la Pianura Padana è caratterizzata, per tutti i periodi analizzati, da basse velocità di gruppo tipiche dei bacini sedimentari profondi e di sedimenti con velocità P ed S basse. In particolare si nota come i sedimenti influenzino le velocità di gruppo, abbassandole, anche per periodi tipicamente sensibili alla crosta inferiore ($T > 20 - 25s$);
- la zona alpina presenta valori relativamente alti per periodi brevi ($\approx 3.1km/s$) che aumentano poco all'aumentare del periodo ($\approx 3.2 - 3.3km/s$). Questo indica che siamo in presenza di una crosta cristallina e piuttosto uniforme, dalla superficie alla Moho. Nonostante ciò sono distinguibili;
- l'area appenninica risulta ben distinguibile dalla Pianura Padana e presenta velocità di gruppo più alte rispetto ad essa ma inferiori rispetto alla zona alpina. Questo è ben in accordo con la composizione della crosta Appenninica che risulta formata da sedimenti consolidati.

Le osservazioni da tali mappe sono confrontate con quelle corrispondenti fatte su mappe bidimensionali del modello a priori. Gli andamenti delle velocità delle onde sono confermati, ma i dati consentono una definizione più chiara di quanto faccia il modello. La struttura veloce per l'arco alpino è solo accennata da MAMBo, mentre i dati disponibili consentono di osservarne la variazione in funzione del periodo fino a trasformarsi in una zona lenta per i lunghi periodi (grandi profondità). La zona appenninica è invece osservata come più lenta di quanto prevede il modello a priori. Le zone dei Mari Ligure e Adriatico non è stata trattata mediante i dati poiché i raggi non garantiscono copertura per queste due aree.

In conclusione i dati confermano quanto è derivabile dal modello MAMBo e in più consentono di descrivere con maggior definizione alcune aree, come le Alpi e gli Appennini.

Appendice A

Codice per l'inversione

In questa sezione si presenta il codice in linguaggio Matlab scritto per effettuare l'inversione tomografica al quale si fa riferimento nel Capitolo 9.

```
1 importfile_ListCorrName('listOfDispersion.txt');
2 numtracce=size(listOfDispersion,1);
3 names={i};
4 passolat=111.1; passolon=passolat*cos(pi/4);...
5     passogriglia=passolat/11.11;
6 dimlat=ceil(6*passolat/passogriglia);...
7     dimlon=ceil(10*passolon/passogriglia+1);
8 distLon=zeros(numtracce,1); distLat=zeros(numtracce,1);...
9     distStaz=zeros(numtracce,1); delta=zeros(numtracce,3);
10 L=zeros(numtracce); passo=1;
11 C=zeros(dimlat,dimlon); G=zeros(numtracce,dimlat*dimlon);
12
13 n=[2,3,5,6,8,9,10,12,14,16,18,...
14     20,22,24,26,28,30,34,38,42,46,50];
15 V=zeros(numtracce,1); d=zeros(numtracce,1);
16 vref=load('refvelocity.txt');
17 model=zeros(dimlat*dimlon,length(n));...
18     mappa=zeros(dimlat,dimlon,length(n));...
19     vmedia=zeros(1,length(n));...
20     slowness=zeros(dimlat*dimlon,length(n));...
21     m=zeros(dimlat*dimlon,length(n));
22
23 Deltam1=zeros(dimlat,dimlon); Deltam2=zeros(dimlat,dimlon);
24     velocita3=zeros(dimlat,dimlon);
25 x=[6 16]; y=[42 48];
26
27 for i=1:numtracce;
28     filename=listOfDispersion{i};
29     file=importdata(sprintf(filename));
30
```

```

31 names{i,1}=char(filename);
32
33 londeg1=file(1,1)-6; latdeg1=file(1,2)-42;...
34 londeg2=file(2,1)-6; latdeg2=file(2,2)-42;
35 lonkm1=londeg1*passolon; latkm1=latdeg1*passolat;...
36 lonkm2=londeg2*passolat; latkm2=latdeg2*passolat;
37
38 distLon(i)=(abs(lonkm1-lonkm2));...
39 distLat(i)=(abs(latkm1-latkm2));...
40 distStaz(i)=sqrt(distLon(i)^2+distLat(i)^2);
41 L(i)=round(distStaz(i)/passo);
42
43 delta(i,1)=distLon(i)/(L(i));...
44 delta(i,2)=distLat(i)/(L(i));...
45 delta(i,3)=distStaz(i)/(L(i));
46 xlon=linspace(londeg1,londeg2,L(i)+1);
47 xlat=linspace(latdeg1,latdeg2,L(i)+1);
48
49 C=zeros(dimlat,dimlon);
50 for l=1:L(i)
51     C(dimlat+1-ceil(xlat(l)*passolat/passogriglia)
52         ...
53         ,ceil(xlon(l)*passolon/passogriglia)+1)=...
54     C(dimlat+1-ceil(xlat(l)*passolat/
55         passogriglia)...
56         ,ceil(xlon(l)*passolon/passogriglia)+1)+1;
57 end
58 for k=1:dimlat
59     G(i,1+(k-1)*dimlon:k*dimlon)=C(k,:)*delta(i,3);
60 end
61 Gt=G'; trasp=Gt*G; lambda=150000;...
62 arginverse=(trasp)+eye(dimlat*dimlon)*lambda;
63
64 for j=1
65     for i=1:numtracce
66
67         filename=listOfDispersion{i};
68         file=importdata(sprintf(filename));
69         V(i,1)=file(2*n(j)+1,2);
70         if V(i,1)~=0
71             d(i,1)=distStaz(i)/V(i,1)-distStaz(i)/vref(n(j))
72             ;
73         end
74         datname=listOfRdat{i};
75         dat=importdata(sprintf(filename));
76         model(i,j)=dat.data(j,6);
77     end

```

```

78     for k=1:67
79         mappa(k, :, j)=model(1+(k-1)*80:k*80, j);
80     end
81     vmedia(j)=(sum((sum(mappa(:, :, j))), 2))/5360;
82     slowness(:, :, j)=1./mappa(:, :, j);
83     for k=1:67
84         m(1+(k-1)*80:k*80, j)=slowness(k, :, j);
85     end
86
87     Gtd1=Gt*(d-G*m(:, 1));    M1=arginverse\Gtd1;
88     for k=1:dimlat
89         Deltam1(dimlat+1-k, :)=M1(1+(k-1)*dimlon:k*dimlon, 1);
90     end
91     mnew1=Deltam1+slowness(:, :, j);    velocita1=1./mnew1;
92
93     clim=[Vmedia(j)-0.15 Vmedia(j)+0.15];
94     figure(3*j-2)
95     imagesc(x, y, velocita1, clim)
96     grid on
97     axis image
98     set(gca, 'YDir', 'normal')
99     title(['T= ', int2str(n(j)), 's'])
100    colorbar
101    clrmenu
102
103    distanza1=d-G*M1;    distance1=sortrows(distanza1, -1);
104    distans1={numtracce, 3};
105    names={numtracce, 1};
106    for i=1:numtracce
107        filename=listOfDispersion{i};...
108        names{i, 1}=char(filename);
109        distans1{i, 1}=distanza1(i);    distans1{i, 2}=i;
110        distans1{i, 3}=names{i};
111    end
112    misfit1=sortrows(distans1, -1);
113
114    somma=0;
115    for i=1:numtracce
116        somma=somma+(distanza1(i, 1))^2;
117    end
118    RMS=sqrt(somma/numtracce);
119    for i=1:numtracce
120        if abs(distanza1(i, 1))>(3*RMS)
121            d(i)=0;
122        end
123    end
124    Gtd2=Gt*(d-G*m(:, 1));    M2=arginverse\Gtd2;
125    for k=1:dimlat
126        Deltam2(dimlat+1-k, :)=M2(1+(k-1)*dimlon:k*dimlon, 1);
127    end

```

```

126     mnew2=Deltam2+1/slowness(:, :, j);   velocita2=1./mnew2;
127
128     figure (3*j-1)
129     imagesc(x,y,velocita2,clims)
130     grid on
131     axis image
132     set(gca, 'YDir', 'normal')
133     title(['T= ', int2str(n(j)), 's   corretto'])
134     colorbar
135     clrmenu
136
137     distanza2=d-G*M2;   distance2=sortrows(distanza2, -1);
138     distans2={numtracce, 3};
139     for i=1:numtracce
140         distans2{i,1}=distanza2(i);   distans2{i,2}=i;
141         distans2{i,3}=names{i};
142     end
143     misfit2=sortrows(distans2, -1);
144
145     velocita3(1,:)=slowness(1, :, j);
146     velocita3(end,:)=slowness(end, :, j);
147     velocita3(:,1)=slowness(:, 1, j);
148     velocita3(:,end)=slowness(:, end, j);
149     for k=2:66
150         for q=2:79
151             velocita3(k,q)=(velocita2(k,q)*4+velocita2(k-1,q)
152                 )+velocita2(k+1,q)+...
153                 velocita2(k,q-1)+velocita2(k,q+1)+...
154                 velocita2(k-1,q-1)*0.5+velocita2(k-1,q+1)
155                 *0.5+...
156                 velocita2(k+1,q-1)*0.5+velocita2(k+1,q+1)
157                 *0.5)/10;
158         end
159     end
160
161     figure (3*j)
162     imagesc(x,y,velocita3,clims)
163     grid on
164     axis image
165     set(gca, 'YDir', 'normal')
166     title(['T= ', int2str(n(j)), 's'])
167     colorbar
168     clrmenu
169 end

```

Bibliografia

1. Poli, P. *Utilisation du bruit sismique pour l'imagerie de la croûte, du manteau et du noyau terrestre* Tesi di dottorato (Université De Grenoble, 2006).
2. Gualtieri, L. *et al.* Modelling secondary microseismic noise by normal mode summation. *Geophys. J. Int.* doi:10.1093/gji/ggt090 (2013).
3. Yao, H., van der Hilst, R. D. & de Hoop, M. V. Surface-wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis – I. Phase velocity maps. *Geophys. J. Int.* **166**, 732–744 (2006).
4. Yao, H., Beghein, C. & van der Hilst, R. D. Surface-wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis – II. Crustal and upper-mantle structure. *Geophys. J. Int.* **173**, 205–219 (2008).
5. Poli, P., Campillo, M., Pedersen, H. A. & the LAPNET Working Group. Body-wave imaging of Earth's mantle discontinuities from ambient seismic noise. *Science* **338**, 1063–1065 (2012).
6. Poli, P., Pedersen, H. A., Campillo, M. & the POLENET/LAPNET Working Group. Emergence of body waves from cross-correlation of short period seismic noise. *Geophys. J. Int.* **188**, 549–558 (2012).
7. Ritzwoller, M. H. Ambient noise seismic imaging. **McGraw Hill datebook of Science & Technology** (2008).
8. Ritzwoller, M. H., Lin, F. & Shen, W. Ambient noise tomography with a large seismic array. *C. R. Geoscience.* doi:10.1016/j.crte.2011.03.007.
9. Weaver, R. L. Ultrasonic without a source: thermal fluctuation correlations at MHz frequencies. *Science* **307**, 1568–1569 (2005).
10. Weaver, R. L. & Lobkis, O. I. Ultrasonic without a source: thermal fluctuation correlations at MHz frequencies. *Phys. Rev. Lett.* **87.13** (2001).
11. Bensen, G. D. *et al.* Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophys. J. Int.* **169**, 1239–1260 (2007).

12. Stein, S. & Wysession, M. *An introduction to seismology, earthquakes and Earth structure* (cur. publishing, B.) (2003).
13. Molinari, I. *Potere risolutivo delle onde sismiche superficiali in presenza di anisotropia radiale* Tesi (Università di Bologna, 2007).
14. Mazzullo, A. *Inversione tomografica non lineare della dispersione osservata delle onde sismiche superficiali per la determinazione della struttura del mantello superiore terrestre nella zona Euro-Mediterranea* Tesi (Università di Bologna, 2012).
15. Levshin, A. L., Pisarenko, V. F. & Pogrebinsky, G. A. On a frequency-time analysis oscillations. *Ann. Geophys.* **28**, 211–218 (1972).
16. Levshin, A. L., Ritzwoller, M. H. & Resovsky, J. S. Source effects on surface wave group travel times and group velocity maps. *Phys. Earth planet Int.* **115**, 293–312 (1999).
17. Ritzwoller, M. H. & Levshin, A. L. Surface wave tomography of Eurasia: group velocities. *J. geophys. Res.* **103**, 4839–4878 (1998).
18. Yao, H. *Manual for EGFAnalysisTimeFreq Dispersion Software* (2010).
19. Tarantola, A. *Inverse problem theory and Method for model parameter estimation* (cur. SIAM) <<http://www.ipgp.fr/~tarantola/>> (2005).
20. Morelli, A. *Appunti di tomografia sismica: Approccio di Backus & Gilbert, Statistica Bayesiana*
21. Schivardi, R. *Surface wave tomography in the European and Mediterranean region* Tesi di dottorato (Università di Bologna, 2007).
22. Molinari, I., Argnani, A., Morelli, A. & Basini, P. Development and testing of a 3D seismic velocity model of the Po Plain sedimentary basin, Italy. *Bull. of seism. Soc. Am.* doi:10.1785/0120140204. <<http://www.bssaonline.org/content/early/2015/02/12/0120140204.abstract>> (2014).
23. Herrmann, R. B. *CPS (Computer Programs in Seismology) 3.30 guide* (2009).
24. Poli, P., Pedersen, H. A., Campillo, M. & the POLENET/LAPNET Working Group. Noise directivity and group velocity tomography in a region with small velocity contrast: the northern Baltic shield. *Geophys. J. Int.* **192**, 413–424 (2013).
25. Boschi, L. *et al.* On measuring surface-wave phase velocity from station-station cross-correlation of ambient signal. *Geophys. J. Int.* doi:10.1093/gji/ggs023 (2012).

26. Friedrich, A., Krüger, F. & Klinge, K. Ocean-generated microseismic noise located with the Grafenberg array. *J. of Seism. 2.1*, 47–64 (1998).
27. Gaite, B., Iglesias, A., Villaseñor, A., Herraiz, M. & Pacheco, J. F. Crustal structure of Mexico and surrounding regions from seismic ambient noise tomography. *Geophys. J. Int.* doi:10.1111/j.1365-246X.2011.05339.x (2012).
28. Guo, Z., Gao, X., Wang, W. & Yao, Z. Upper- and mid-crustal radial anisotropy beneath the central Himalaya and southern Tibet from seismic ambient noise tomography. *Geoph. J. Int.* doi:10.1111/j.1365-246X.2012.05425.x (2012).
29. Li, H., Bernardi, F. & Michelini, A. Surface wave dispersion measurements from ambient seismic noise analysis in Italy. *Geophys. J. Int.* doi:10.1111/j.1365-246X.2009.04476.x (2010).
30. Levshin, A. L. *et al.* Seismic surface waves in a laterally inhomogeneous Earth. **ed. Keilis-Borok, V. I., Kluwer, Norwell, Mass** (1989).
31. Saygin, E. & Kennett, B. L. Crustal structure of Australia from ambient seismic noise tomography. *J. Geophys. Res.* **117**, B01304 (2012).
32. Shapiro, N. M. & Campillo, M. Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophys. Res. Lett.* **31**, L07614 (2004).
33. Shapiro, N. M., Campillo, M., Stehly, L. & Ritzwoller, M. H. High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise. *Science* **307**, 1615–1618 (2005).
34. Stehly, L. *et al.* Tomography of the Alpine region from observations of seismic ambient noise. *Geophys. J. Int.* **178**, 338–350 (2009).
35. Verbeke, J., Boschi, L., Stehly, L., Kissling, E. & Michelini, A. High-resolution Rayleigh-wave velocity maps of central Europe from a dense ambient-noise data set. *Geophys. J. Int.* doi:10.1111/j.1365-246X.2011.05308.x (2012).
36. Zhan, Z., Tsai, V. C., Jackson, J. M. & Helmbrger, D. Ambient noise correlation on the Amery Ice Shelf, East Antarctica. *Geophys. J. Int.* **196**, 1796–1802 (2014).

Ringraziamenti

Ringrazio innanzitutto il Prof. Andrea Morelli per avermi sempre seguito nello sviluppo di questo lavoro e per avermi dato la possibilità di svolgere questa esperienza presso l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia di Bologna. A lui, alla Dott.sa Irene Molinari e al Dott. Piero Poli va un grazie enorme per la disponibilità mostrata, per il grande supporto che mi hanno dato e per avermi sempre incoraggiato.

Ringrazio anche tutti gli amici incontrati a fisica e a fisica del sistema Terra e a quelli che con la fisica non c'entrano nulla, a partire dai compagni delle superiori.

Un grazie speciale è riservato a mamma, nonni e papà, che mi hanno sempre sostenuto e sopportato.

Grazie.