

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

D.I.S.T.A.R.T.

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti,
delle Acque, del Rilevamento, del Territorio

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

TESI DI LAUREA

in

Tecnica delle Costruzioni LM

**ANALISI DEL FUNZIONAMENTO DEI DISPOSITIVI DI
ISOLAMENTO SISMICO E APPLICAZIONE PROGETTUALE AD
UN EDIFICIO IN CEMENTO ARMATO**

CANDIDATO:

Diego Monti

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Claudio Mazzotti

CORRELATORE:

Ing. Maurizio Lenzi

Anno Accademico 2013/2014

Sessione III

INDICE

INTRODUZIONE	7
1. Cenni di dinamica delle strutture	9
1.1 Il sistema ad un grado di libertà.....	9
1.2 Comportamento elastico del sistema ad un grado di libertà	10
1.2.1 Oscillazioni libere in assenza di smorzamento	10
1.2.2 Oscillazioni libere in presenza di smorzamento.....	11
1.2.3 Oscillatore semplice soggetto ad una forzante armonica	12
1.2.4 Risposta sismica e spettro di risposta elastico.....	14
1.3 Comportamento di un sistema elasto- plastico ad un grado di libertà.....	18
1.3.1 Risposta sismica di sistemi elasto-plastici	18
1.3.2 Spettri di progetto della normativa italiana	19
1.4 Sistemi a più gradi di libertà	21
1.5 Comportamento elastico dei sistemi a più gradi di libertà.....	21
1.5.1 Oscillazioni libere non smorzate	21
1.5.2 Oscillazioni libere smorzate	23
1.5.3 Risposta sismica	23
1.5.4 Analisi modale con spettro di risposta	25
2. Tecniche per la protezione sismica delle strutture	27
2.2 Progettazione sismica innovativa.....	28
2.3 Controllo del comportamento strutturale	29
2.4 Principi base e implicazioni progettuali dell'isolamento sismico.....	31
2.5 Cenni storici sullo sviluppo dei sistemi di isolamento.....	37
2.6 Criteri di progettazione	41
3. Comportamento degli edifici isolati alla base	43
3.1 Dinamica delle strutture isolate alla base.....	43
4. Dispositivi di isolamento	53
4.1 Isolatori elastomerici.....	53
4.1.1 Isolatori in gomma a basso smorzamento (LDRB)	54
4.1.2 Isolatori in gomma ad alto smorzamento (HDRB)	55
4.1.3 Isolatori in gomma con nucleo in piombo (LRB)	57

4.2 Isolatori a scorrimento e a rotolamento	59
4.2.1 Isolatori a pendolo scorrevole (FPS)	60
4.3 Vantaggi e svantaggi dei singoli dispositivi di isolamento.....	62
4.4 Sistemi di isolamento.....	63
5. La meccanica del comportamento nei dispositivi elastomerici	65
5.1 Caratteristiche geometriche e meccaniche	65
5.2 Comportamento tenso-deformativo	67
5.2.1 Rigidezza verticale e orizzontale.....	67
5.2.2 Compressione semplice.....	68
5.2.3 Rotazione impressa	70
5.2.4 Azioni orizzontali.....	71
5.2.5 Area ridotta efficace	71
5.2.6 Carico critico di instabilità	72
5.3 Verifiche di sicurezza	73
5.3.1 Verifica della deformazione di taglio totale di progetto	73
5.3.2 Verifica delle tensioni nelle piastre di acciaio	73
5.3.3 Verifica del carico critico.....	73
5.4 Modellazione del comportamento sperimentale	74
6. Applicazione ad un caso di studio	77
6.1 Descrizione generale dell'edificio	77
6.2 Analisi dei carichi	84
6.3 Dimensionamento del sistema di isolamento.....	88
6.4 Analisi della struttura isolata alla base (SLC).....	91
6.4.1 Analisi statica lineare equivalente.....	92
6.4.2 Analisi dinamica – modale a spettro di risposta (Matlab).....	97
6.4.3 Analisi dinamica modale con spettro di risposta (SAP2000).....	104
6.4.4 Confronto risultati analisi statica lineare e analisi dinamica lineare	109
6.4.5 Verifiche Isolatori	110
6.5 Analisi della struttura isolata alla base (SLV)	123
6.6 Verifica degli elementi resistenti in cemento armato	131
6.6.1 Progetto delle armature delle Travi.....	131
6.6.2 Verifica dei Pilastri.....	157
6.6.3 Verifica Nodi trave-pilastro	170

6.6.4 Verifica dei Baggioli	174
6.7 Verifiche agli stati limite di esercizio (SLE)	176
6.7.1 Valutazione azione orizzontale principale	177
6.7.2 Verifica spostamenti relativi impalcati	188
7. Progetto isolatori a pendolo scorrevole	191
7.1 La meccanica del comportamento	191
7.2 Dimensionamento del sistema di isolamento a pendoli scorrevoli.....	194
8. Analisi costi-benefici di un edificio isolato sismicamente	199
CONCLUSIONI	201
BIBLIOGRAFIA.....	205

INTRODUZIONE

La protezione dagli effetti del terremoto è essenziale per la sicurezza delle costruzioni, in un paese ad alto rischio sismico come l'Italia, in cui nel XX secolo i terremoti hanno causato 120.000 vittime, e negli ultimi 25 anni sono stati spesi circa 75 miliardi di euro per il ripristino e la ricostruzione post-sisma. Negli ultimi decenni all'approccio progettuale tradizionale, basato sul garantire alle strutture un'elevata duttilità che consenta loro di danneggiarsi in modo diffuso senza crollare, si sono affiancate le tecniche innovative dell'isolamento sismico e della dissipazione di energia.

La tecnica dell'isolamento sismico si basa principalmente sull'introduzione, per gli edifici solitamente tra le fondazioni ed il primo solaio, di particolari apparecchi denominati isolatori che, grazie alla loro modesta rigidezza orizzontale, disaccoppiano il moto della struttura da quello del terreno. Le caratteristiche dinamiche della struttura vengono modificate così da spostare il periodo fondamentale in un campo di periodi lontani da quelli a cui sono associate le amplificazioni maggiori.

Questo implica una notevole riduzione dell'energia in ingresso alla struttura, permettendo una sensibile diminuzione delle accelerazioni orizzontali, e quindi delle forze, che agiscono in corrispondenza dei vari impalcati dell'edificio.

Il comportamento dinamico degli edifici isolati alla base si differenzia in maniera netta da quello degli edifici a base fissa. La stragrande maggioranza della massa partecipante dell'edificio isolato viene eccitata dal primo modo di vibrare che determina una deformata modale descrivibile come lo spostamento di un corpo rigido sul piano di isolamento. Tale comportamento porta con sé un abbattimento degli spostamenti di interpiano.

Ne consegue la possibilità di evitare non solo il collasso delle strutture (che è l'obiettivo di qualsiasi tipo di progettazione antisismica), ma anche qualsiasi danno sia agli elementi strutturali e non strutturali, che al contenuto degli edifici. Quest'ultimo aspetto è importantissimo per gli edifici che devono rimanere operativi dopo un violento terremoto, ad esempio gli ospedali o i centri per la gestione dell'emergenza (centri di protezione civile, caserme), o per gli impianti industriali altamente pericolosi (centrali nucleari, impianti chimici) oppure per tutti quegli edifici il cui contenuto ha un valore molto superiore a quello degli edifici stessi (musei, banche, centri di calcolo).

A questi vantaggi si aggiunge un'ulteriore aspetto positivo: le strutture isolate sono capaci di ridurre l'importanza degli effetti negativi di molte irregolarità strutturali, consentendo ai progettisti maggiori scelte compositive.

Questo ed altri aspetti verranno approfonditamente trattati nel seguente elaborato, il quale si prefigge l'obiettivo di definire i criteri generali che possano condurre ad una

scelta consapevole sull'impiego dell'isolamento sismico per la progettazione di nuove costruzioni o per l'adeguamento sismico di edifici esistenti.

Il lavoro si articola in otto capitoli.

Nel capitolo 1 vengono forniti dei cenni di dinamica delle strutture necessari per comprendere il comportamento degli edifici convenzionali su base fissa e poterlo poi confrontare con quello degli edifici isolati alla base.

Nel capitolo 2, partendo da una valutazione del rischio sismico, si analizzano le strategie atte a prevenirlo e mitigarlo. In particolare si concentra l'attenzione sull'isolamento sismico e si esaminano nel dettaglio i principi base, le implicazioni progettuali e l'evoluzione che ha interessato questa tecnologia negli ultimi decenni.

Nel capitolo 3 si studia in maniera approfondita la dinamica delle strutture isolate alla base.

Nel capitolo 4 si riporta la descrizione dei dispositivi di isolamento sismico maggiormente utilizzati nella pratica progettuale.

Nel capitolo 5 si concentra l'attenzione attorno agli isolatori in materiale elastomerico e acciaio (*High damping rubber bearing*) e se ne descrive la meccanica del comportamento tenso-deformativo per carichi verticali e orizzontali. Di seguito si illustrano le verifiche richieste dalla normativa vigente per tali dispositivi.

Nel capitolo 6 si ha modo di applicare ad un caso di studio (un fabbricato ad uso civile abitazione costituito da 7 piani fuori terra da erigersi a L'Aquila) la teoria appresa nei capitoli precedenti. Attraverso l'utilizzo di software di calcolo quali Matlab e Sap2000 si dimensiona e verifica il sistema di isolamento composto da isolatori elastomerici HDRB combinati insieme ad appoggi scorrevoli. Di seguito vengono svolte le verifiche prescritte dal D.M. 14/01/2008, prima nei confronti dello stato limite ultimo per gli elementi resistenti in cemento armato, poi allo stato limite di esercizio controllando gli spostamenti d'interpiano. Verifiche che tengono in conto il comportamento non lineare del materiale elastomerico.

Nel capitolo 7 si descrive la meccanica del comportamento degli isolatori a pendolo scorrevole (*Friction pendulum system*) e di seguito viene illustrato il processo di dimensionamento per l'analogo caso di studio approfondito nel capitolo precedente.

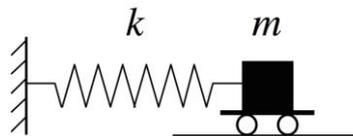
Nel capitolo 8, infine, si vuole dare una valutazione economica sull'utilizzo dell'isolamento alla base come protezione sismica delle nuove costruzioni.

1. Cenni di dinamica delle strutture

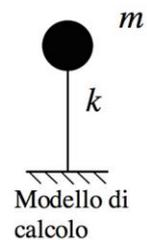
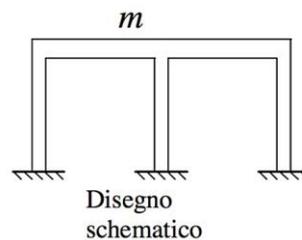
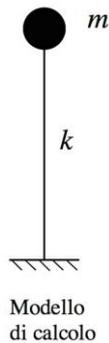
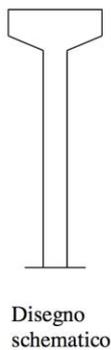
1.1 Il sistema ad un grado di libertà

L'oscillatore semplice è un sistema a un grado di libertà che viene in genere indicato con SDOF, acronimo di single degree of freedom.

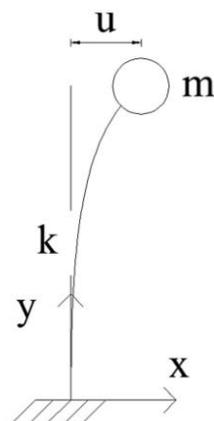
L'oscillatore semplice è un modello ideale costituito da una massa concentrata m che può spostarsi in una direzione, vincolata da una molla di rigidità k .



Numerose strutture reali possono essere schematizzate in tal modo, ad esempio un serbatoio pensile, oppure un telaio ad un solo piano.



In questi casi la molla del modello rappresenta la rigidità del fusto del serbatoio o della struttura del telaio, che reagisce ad uno spostamento orizzontale con una forza ad esso proporzionale; la rigidità k è la forza che produce uno spostamento unitario, ovvero il rapporto tra forza applicata e spostamento conseguente.



u Spostamento relativo rispetto all'origine

$$f_e = ku \quad \text{Forza elastica (di richiamo)}$$

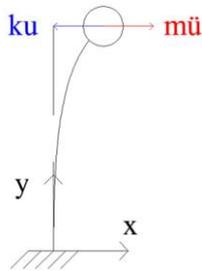
$$f_i = m\ddot{u} \quad \text{Forza d'inerzia}$$

Legge di Newton in un sistema di riferimento inerziale
(l'origine del sistema di riferimento è fermo)

1.2 Comportamento elastico del sistema ad un grado di libert 

1.2.1 Oscillazioni libere in assenza di smorzamento

Si impone uno spostamento orizzontale alla massa dell'oscillatore semplice. Rilasciandola essa osciller  attorno alla posizione di riposo.



$$f_i + f_e = 0$$

Le forze d'inerzia ed elastiche devono essere in equilibrio:

$$m\ddot{u}(t) + ku(t) = 0$$

Condizione di equilibrio dinamico

$$\ddot{u}(t) + \frac{k}{m}u(t) = 0$$

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$\ddot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = 0$$

Equazione del moto armonico

$$u(t) = A \sin(\omega_n t) + B \cos(\omega_n t)$$

Sostituendo nell'equazione le condizioni iniziali:

$$\begin{cases} u(0) = u_0 & \text{spostamento iniziale} \\ \dot{u}(0) = \dot{u}_0 = 0 & \text{velocit  iniziale nulla} \end{cases}$$

$$u(t) = u_0 \sin(\omega_n t)$$

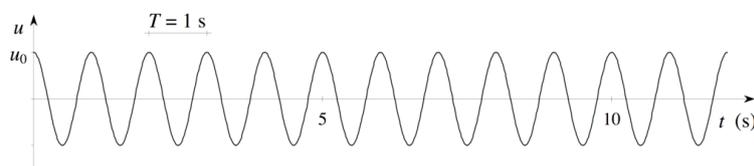
Funzione armonica con:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{Pulsazione propria del sistema}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{Periodo proprio del sistema}$$

La massa continuer  ad oscillare attorno alla posizione di riposo, poich  non vi   smorzamento, conservando la medesima ampiezza iniziale.

Il periodo di oscillazione libera T dipende solo dalle caratteristiche del sistema e non dallo spostamento iniziale imposto.



1.2.2 Oscillazioni libere in presenza di smorzamento

Si considera il fenomeno dissipativo schematizzandolo attraverso azioni viscoso, proporzionali alla variazione di posizione nel tempo, quindi pari a $-c\dot{u}$. Il coefficiente di proporzionalità c è detto coefficiente di smorzamento viscoso.

$$f_i + f_D + f_e = 0$$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad \text{Condizione di equilibrio dinamico}$$

$$\left. \begin{array}{l} u = e^{st} \\ \dot{u} = se^{st} \\ \ddot{u} = s^2 e^{st} \end{array} \right\} e^{st} \left(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} \right) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} s_1 \\ s_2 \end{array} \right\} - \frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)} = 0$$

Si valuta lo smorzamento critico che annulla il radicando:

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad \rightarrow \quad \xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad \text{Indice di smorzamento}$$

Si riscrive l'equazione del moto dell'oscillatore tenendo conto che:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{c}{m} = 2\xi\omega_n \\ \frac{k}{m} = \omega_n^2 \end{array} \right\} \ddot{u}(t) + 2\xi\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = 0$$

$$e^{st}(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} s_1 \\ s_2 \end{array} \right\} - \xi\omega_n \pm \sqrt{(\xi\omega_n)^2 - (\omega_n^2)} = \omega_n \left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$$

Se $\xi < 1$ (tipico per gli edifici)

$$\left. \begin{array}{l} s_1 \\ s_2 \end{array} \right\} \omega_n \left(-\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2} \right) \quad \rightarrow \quad u(t) = Ae^{(-\xi + i\sqrt{1 - \xi^2})\omega_n t} + Be^{(-\xi - i\sqrt{1 - \xi^2})\omega_n t}$$

Formule di Eulero:

$$\left\{ \begin{array}{l} e^{-i\omega_n t} = \cos(\omega_n t) - i \sin(\omega_n t) \\ e^{i\omega_n t} = \cos(\omega_n t) + i \sin(\omega_n t) \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_n t) = \frac{e^{i\omega_n t} + e^{-i\omega_n t}}{2} \\ \sin(\omega_n t) = \frac{e^{i\omega_n t} - e^{-i\omega_n t}}{2i} \end{array} \right.$$

Due modi diversi per scrivere la stessa funzione armonica smorzata:

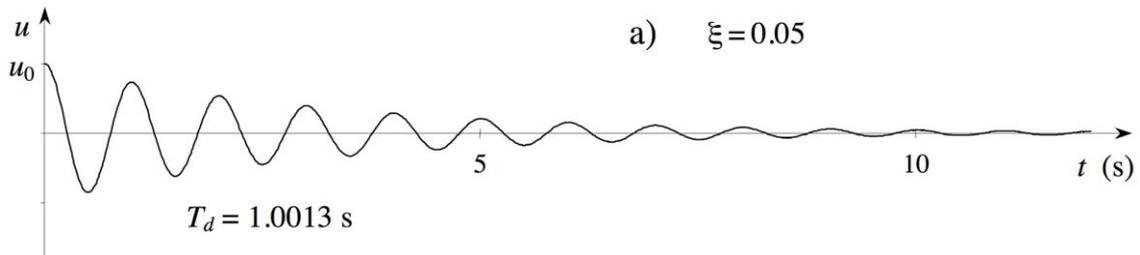
$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[C_1 \sin(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t) + C_2 \cos(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t) \right]$$

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[\chi \sin(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t) \right]$$

con:

$$\omega_D = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad \omega_D < \omega_n \quad \text{Pulsazione sistema smorzato}$$

$$T_D = \frac{2\pi}{\omega_D} = \frac{2\pi}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n} \quad T_D > T_n \quad \text{Periodo sistema smorzato}$$



Nelle strutture in cemento armato lo smorzamento è dovuto principalmente ad elementi non strutturali, come i tramezzi e le tamponature; in misura minore vi contribuisce anche la non linearità insita nel comportamento del calcestruzzo al crescere delle deformazioni.

Il valore normalmente usato nelle strutture in cemento armato è pari al 5%.

1.2.3 Oscillatore semplice soggetto ad una forzante armonica

$$f_i + f_D + f_e = f_{Est}$$

Si considera una forzante armonica

$$f(t) = f_0 \sin(\omega t) = f_{Est}$$

con pulsazione ω e periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f_0 \sin(\omega t) \quad \text{Condizione di equilibrio dinamico}$$

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t) = \frac{f_0}{m} \sin(\omega t)$$

$u(t) = \text{integrale generale} + \text{integrale particolare}$

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[C_1 \sin\left(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t\right) \right] + \frac{f_0}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \sin(\omega t)$$

La risposta del sistema è data dalla somma di due componenti armoniche, la prima è detta stazionaria, mentre la seconda è detta transitoria.

La componente transitoria è moltiplicata per un termine, funzione dell'indice di smorzamento, che la riduce esponenzialmente fino a farla scomparire del tutto .

L'ampiezza della componente stazionaria è data dal prodotto di fattori:

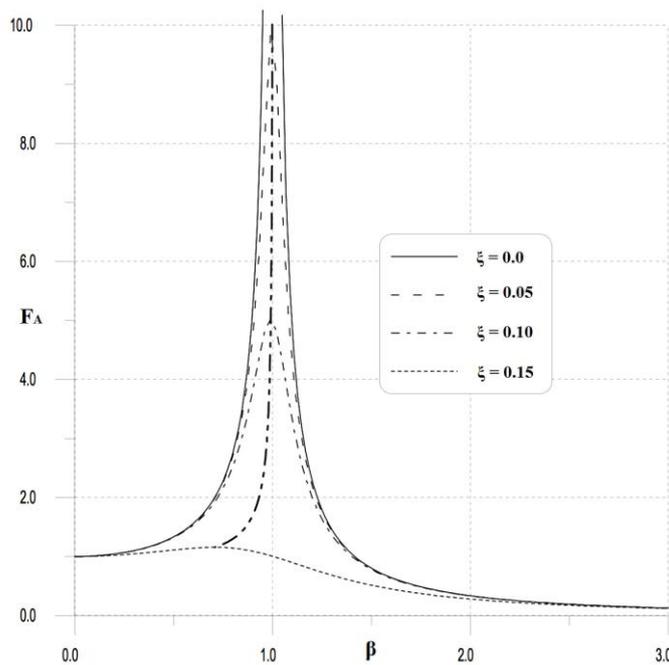
$$\frac{f_0}{k} = u_{statico} \quad \text{Spostamento che si registrerebbe in condizioni statiche}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} = F_A \quad \begin{array}{l} \text{Fattore di amplificazione dinamica} \\ \text{(funzione di } \xi \text{ e del rapporto } \beta = \frac{\omega}{\omega_n} \text{)} \end{array}$$

Quindi nei sistemi dotati di smorzamento si possono distinguere due fasi della risposta: una prima, per tempi vicini a quello iniziale, in cui il moto è influenzato dalle condizioni iniziali, detta fase transitoria; una seconda, detta fase stazionaria, in cui il moto di risposta non dipende dalle condizioni iniziali ma solo dalle caratteristiche della forzante.

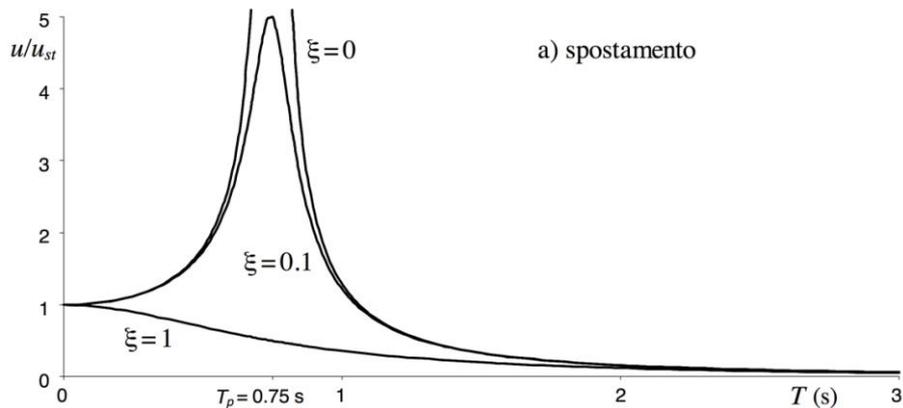
Si va a riportare sul grafico l'andamento del fattore di amplificazione F_A in funzione di $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$ (rapporto tra la pulsazione della forzante e la pulsazione naturale del sistema) per alcuni valori dello smorzamento ξ .

Se $\xi \ll 1$, l'amplificazione massima si verifica per $\beta = 1$ (quando $\omega = \omega_n$) e il fattore d'amplificazione è pari a $F_A = \frac{1}{2\xi}$



L'amplificazione massima che si verifica alla risonanza cresce inversamente allo smorzamento; nei sistemi debolmente smorzati (per $\xi \rightarrow 0 \Rightarrow F_A \rightarrow \infty$) e tende all'infinito nel caso di smorzamento nullo. Ne consegue che, nei sistemi debolmente smorzati, se la frequenza della forzante si avvicina alla frequenza naturale dell'oscillatore, il moto di risposta risulta grandemente amplificato; in questo modo anche una piccola forza, se pulsa alla frequenza di risonanza della struttura, può produrre spostamenti, e quindi sollecitazioni, molto grandi e pericolosi.

Si può riportare in un diagramma lo spostamento massimo provocato da una forzante di periodo assegnato, in funzione del periodo dell'oscillatore semplice.



Si può vedere come l'amplificazione, in assenza di smorzamento, diventa infinita quando il periodo della forzante coincide con quello proprio del sistema.

Per smorzamenti elevati, o quando la forzante ha un periodo molto minore di quello proprio della sistema, si ha invece una riduzione dell'ampiezza del moto.

Al limite, azioni applicate su strutture estremamente rigide ($T_n \rightarrow 0$) oppure con periodo molto lungo ($T \rightarrow \infty$) provocano spostamenti coincidenti con quelli statici; viceversa, azioni applicate su strutture molto deformabili dal punto di vista dinamico ($T_n \rightarrow \infty$, cioè rigidità tendente a zero e massa tendente a infinito) oppure con periodo molto breve ($T \rightarrow 0$) non provocano spostamenti.

1.2.4 Risposta sismica e spettro di risposta elastico

Nel valutare la risposta di un oscillatore semplice ad un input sismico, occorre distinguere tra spostamento $u(t)$ della massa rispetto alla base e spostamento $u_g(t)$ della base dell'oscillatore, ovvero del suolo.

La forza di richiamo elastico e quella di smorzamento dipendono ancora rispettivamente da u e \dot{u} .

La forza d'inerzia è invece legata all'accelerazione assoluta $\ddot{u} + \ddot{u}_g$.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad \text{Condizione di equilibrio dinamico}$$

Si considera il moto del suolo descritto da una funzione armonica.

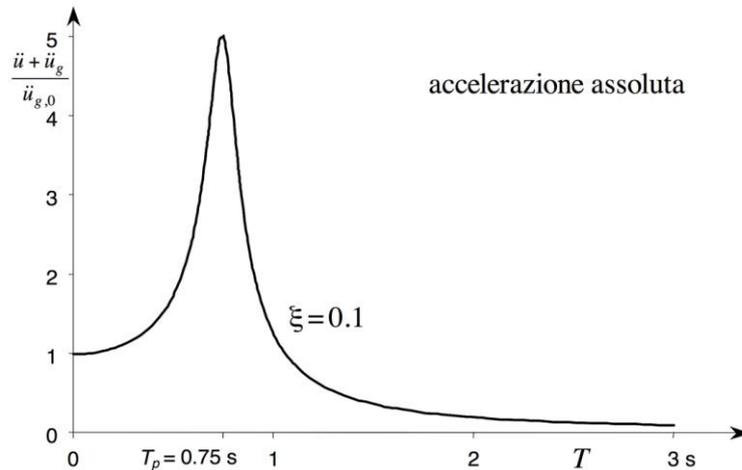
$$\ddot{u}_g(t) = \ddot{u}_{g,0}(t) \sin(\omega t)$$

Si risale alla stessa soluzione ottenuta per un oscillatore semplice soggetto ad una forzante armonica:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[C_1 \sin(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t) + C_2 \cos(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t) \right] + \frac{f_0}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \sin(\omega t)$$

con $f_0 = -m\ddot{u}_{g,0}(t)$ perciò si registrerà un'analogia amplificazione.

Si esamina l'amplificazione dell'accelerazione assoluta $\ddot{u} + \ddot{u}_g$ in funzione del periodo dell'oscillatore.



Quando il periodo proprio dell'oscillatore è pari a quello della forzante si registra la risonanza che determina una forte amplificazione dell'accelerazione assoluta.

Quando periodo proprio dell'oscillatore tende a zero, l'accelerazione assoluta tende ad essere uguale all'accelerazione massima alla base. Ciò corrisponde al fatto che una struttura molto rigida ($T_n \rightarrow 0$) si deforma poco e quindi tende ad avere le stesse accelerazioni sia alla base che in corrispondenza della massa. Viceversa, quando la struttura è molto deformabile ($T_n \rightarrow \infty$) il movimento della base non viene trasmesso alla massa, che rimane quasi ferma.

La risposta del sistema è notevolmente diversa, istante per istante, a seconda del periodo proprio dell'oscillatore e dell'indice di smorzamento.

A fini pratici non interessa tutta la storia della risposta nel tempo, ma si vuole conoscere principalmente le massime sollecitazioni che subirà la struttura in conseguenza ad un assegnato terremoto.

Per uno schema ad un grado di libertà i massimi valori delle caratteristiche di sollecitazione provocate da un sisma possono essere facilmente determinate applicando allo schema una forza statica proporzionale allo spostamento massimo u_{max} .

$$F = k u_{max}$$

Poiché quando lo spostamento raggiunge il massimo la sua derivata prima si annulla, per $u = u_{max}$, l'equazione di equilibrio dinamico assume la forma:

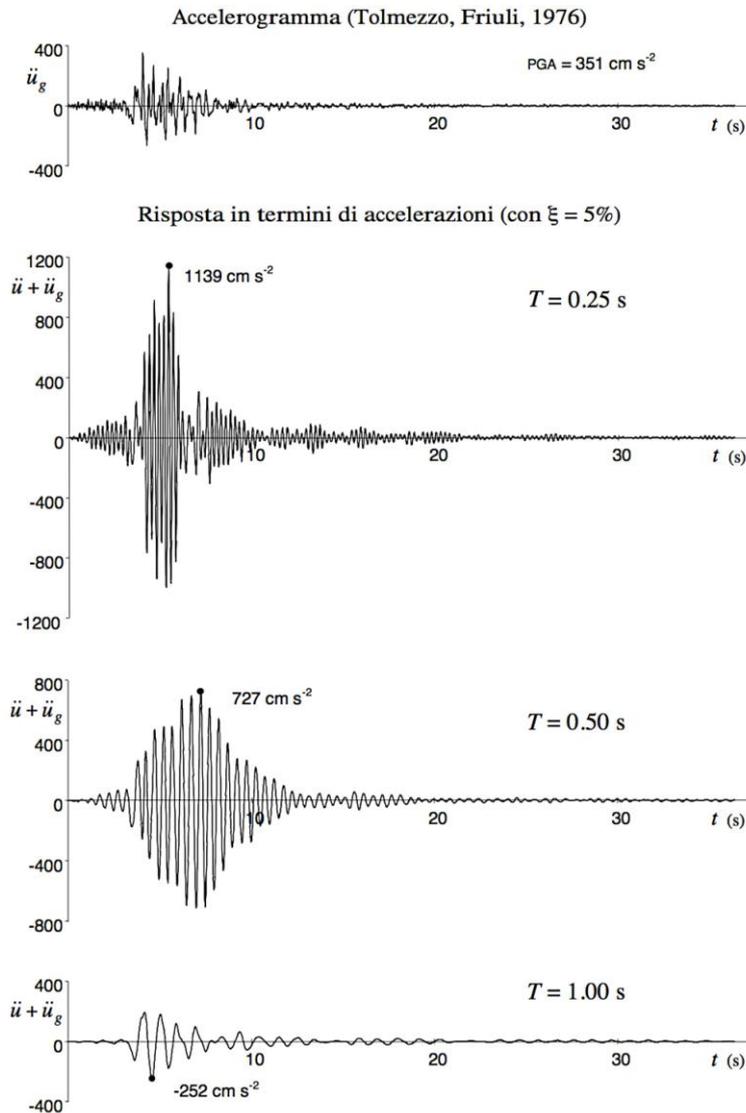
$$m(\ddot{u} + \ddot{u}_g) = -ku$$

La forza applicata può quindi essere valutata moltiplicando la massa per l'accelerazione assoluta che si ha nell'istante in cui lo spostamento è massimo:

$$F = m(\ddot{u} + \ddot{u}_g)$$

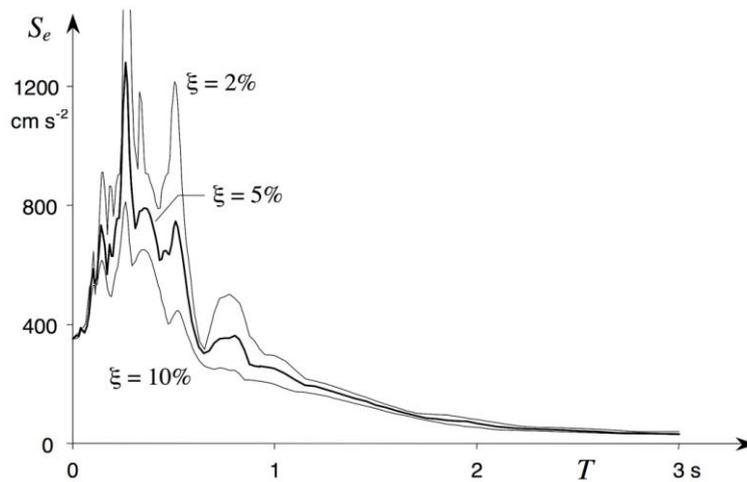
$$\text{con } (\ddot{u} + \ddot{u}_g) = \frac{k}{m} u_{max} = \omega^2 u_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_{max}$$

La quantità $\omega^2 u$ è detta pseudo-accelerazione. Se lo smorzamento è nullo essa coincide istante per istante con l'accelerazione assoluta. In caso contrario, l'uguaglianza si ha solo nell'istante in cui lo spostamento è massimo; il massimo valore dell'accelerazione assoluta può quindi essere leggermente superiore al massimo valore della pseudo-accelerazione, ma le differenze sono talmente piccole da consentire, ai fini pratici, di parlare indifferentemente di accelerazione o pseudo-accelerazione.



E' possibile sintetizzare la risposta ad un assegnato terremoto mediante un grafico, denominato spettro di risposta elastico, costruito riportando come ascissa il periodo proprio dell'oscillatore e come ordinata la pseudo-accelerazione massima.

In esso sono riportate più curve, ciascuna corrispondente ad un diverso valore dello smorzamento.



Gli spettri di risposta elastici in termini di accelerazioni, per $T=0$, partono sempre da un valore pari alla massima accelerazione del suolo a_g (PGA). Infatti al valore nullo di T corrisponde un sistema infinitamente rigido dinamicamente, per il quale il moto relativo $u(t)$ della massa rispetto al suolo è nullo e di conseguenza la massima accelerazione assoluta del sistema coincide con quella del suolo.

L'andamento tipico dello spettro presenta un'iniziale tratto a campana che corrisponde ad una forte amplificazione dell'accelerazione spettrale a quella del suolo. Si tratta del fenomeno della risonanza che avviene quando il periodo della forzante è simile a quello proprio del sistema strutturale. Il moto del suolo, pur non essendo periodico può essere scomposto in infinite componenti armoniche, ciascuna di ampiezza diversa. Per valori di smorzamento comuni nelle strutture reali l'amplificazione è di circa 2-3 volte.

Al termine del tratto a campana l'andamento dello spettro si presenta ulteriormente decrescente, fino a tendere a valori quasi nulli dell'accelerazione spettrale per sistemi con periodo T molto elevato. In termini fisici questo significa che sistemi dinamicamente molto deformabili non risentono in maniera apprezzabile degli effetti del moto del suolo.

Le caratteristiche dinamiche delle strutture intelaiate in cemento armato portano a periodi corrispondenti al tratto di maggiore amplificazione dello spettro; tali strutture sono quindi soggette ad accelerazioni nettamente superiori a quelle del suolo. Le strutture intelaiate in acciaio presentano invece periodi abbastanza maggiori e quindi accelerazioni minori. Infine, i sistemi strutturali isolati alla base sono dimensionati proprio in modo da collocarsi nella zona dello spettro caratterizzata da accelerazioni veramente basse.

1.3 Comportamento di un sistema elasto- plastico ad un grado di libertà

1.3.1 Risposta sismica di sistemi elasto-plastici

In un oscillatore semplice costituito da materiale elasto-plastico il legame tra l'azione orizzontale ed il corrispondente spostamento non è più una retta , ma una bilatera, con ramo orizzontale limitato dalla capacità rotazionale plastica delle sezioni.

Il rapporto tra spostamento di collasso e spostamento corrispondente alla plasticizzazione viene denominato duttilità disponibile nella struttura μ_D .

$$\mu_D = \frac{u_u}{u_y}$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + k(u)u = -m\ddot{u}_g \quad \text{Condizione di equilibrio dinamico}$$

La rigidezza del sistema non è più costante ma dipende dal valore dello spostamento, perciò la risoluzione può avvenire solo per via numerica.

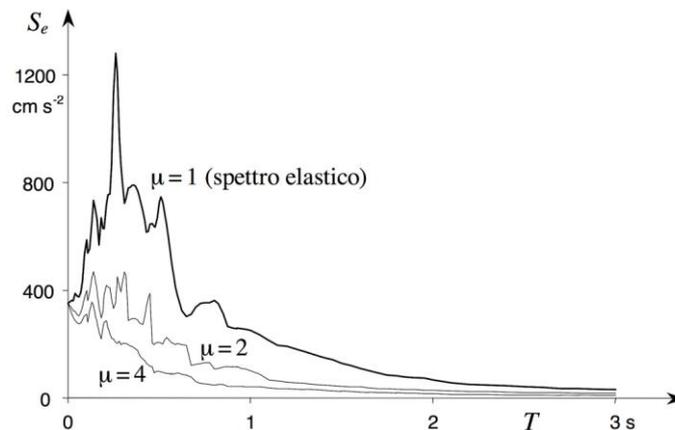
Il rapporto μ_R tra lo spostamento relativo massimo u_{max} ottenuto come risposta al sisma, e lo spostamento corrispondente alla plasticizzazione viene denominato richiesta di duttilità.

$$\mu_R = \frac{u_{max}}{u_y}$$

Si dirà pertanto che la struttura è in grado di sopportare il terremoto se la duttilità disponibile μ_D è almeno pari alla richiesta di duttilità μ_R .

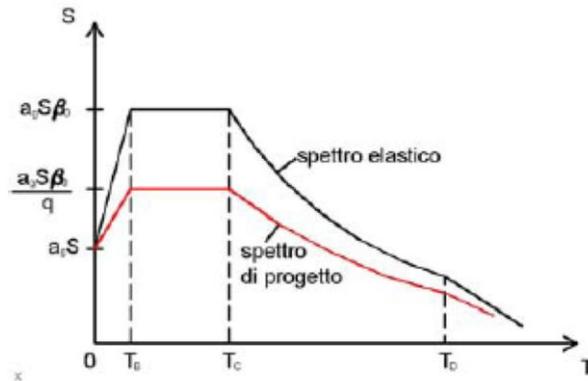
Se il sistema ha un assegnato valore di duttilità è possibile calcolare di quanto può essere ridotta la forza di progetto per far sì che la struttura sia proprio al limite, cioè che la duttilità disponibile coincida con la richiesta di duttilità.

Poiché la forza di progetto può essere espressa come prodotto di massa per accelerazione, è possibile riportare in un grafico l'accelerazione da usare nel progetto, in funzione del periodo, per un'assegnata duttilità. Lo spettro così ottenuto viene denominato spettro di risposta elastico a duttilità assegnata.

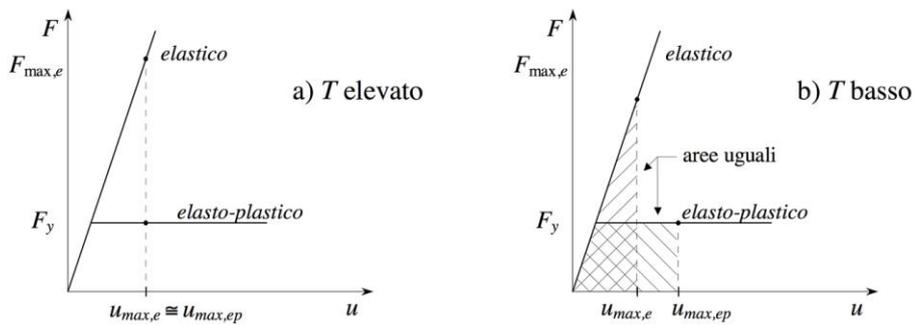


1.3.2 Spettri di progetto della normativa italiana

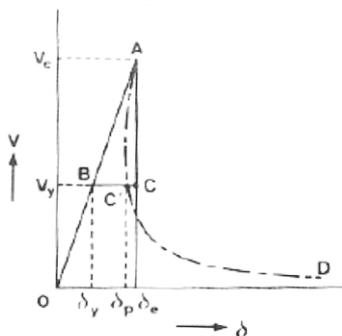
Lo spettro di progetto ed è ottenuto riducendo le ordinate dello spettro di risposta elastico in funzione della duttilità disponibile nella struttura, attraverso il coefficiente di struttura $q(T, \mu_D)$.



Dal punto di vista teorico, esistono diversi criteri mediante i quali è possibile determinare il valore del fattore di struttura q :



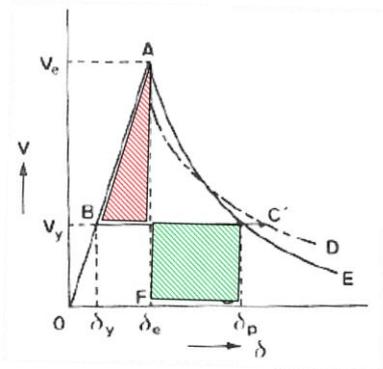
- Criterio di uguaglianza degli spostamenti**
 Per elevati periodi di vibrazione ($T > T_C$), se si considerano un sistema elasto-plastico ed il sistema elastico lineare (oscillatore semplice omologo al sistema non lineare) ad esso corrispondente, assoggettati allo stesso sisma, si osserva che questi presentano all'incirca lo stesso spostamento massimo al variare di F_y .



Per la similitudine dei triangoli:

$$q = \frac{F_e}{F_y} = \frac{u_{max}}{u_y} = \mu \quad \Rightarrow \quad q = \mu$$

- Criterio di uguaglianza delle energie (Newmark)**
 Per piccoli periodi strutturali ($T_B < T < T_C$) si osserva che al variare di F_y i due sistemi omologhi (di uguale rigidezza K , quindi di pari periodo proprio T) presentano uno spostamento tale che l'energia assorbita sotto forma elastica o elasto-plastica può essere considerata all'incirca la stessa (uguaglianza delle aree).



$$\frac{1}{2} F_e u_e = \frac{1}{2} F_y u_y + F_y (u_{max} - u_y)$$

$$\frac{F_e}{F_y} \cdot \frac{u_e}{u_y} = 1 + 2 \frac{u_{max}}{u_y} - 2$$

$$q^2 = -1 + 2\mu \quad \Rightarrow \quad q = \sqrt{2\mu_D - 1}$$

Metodo di Newmark – Hall

Osservando che il *criterio di uguaglianza degli spostamenti* è valido nel caso di periodi di vibrazione alti, mentre il *criterio di uguaglianza delle energie* è più attendibile nel caso di periodi di vibrazione più bassi, hanno proposto:

$$q = \mu \quad \text{se } T > 0,5 \text{ s}$$

$$q = \sqrt{2\mu - 1} \quad \text{se } 0,1 \text{ s} \leq T \leq 0,5 \text{ s}$$

$$q = 1 \quad \text{se } T < 0,1 \text{ s}$$

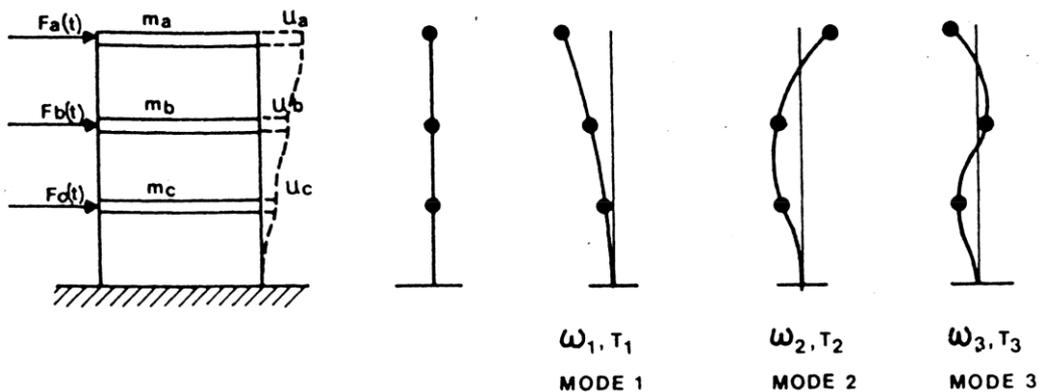
1.4 Sistemi a più gradi di libertà

Un telaio multipiano rappresenta la tipologia strutturale con quale si schematizzano usualmente gli edifici.

Le masse presenti, pur essendo distribuite lungo tutta l'altezza, sono maggiormente addensate in corrispondenza dei solai. L'edificio possiede usualmente impalcati orizzontali notevolmente rigidi nel loro piano, che possono essere considerati indeformabili e quindi dotati di soli 3 gradi di libertà.

Dal punto di vista dinamico un fabbricato con n impalcati può essere considerato come un sistema dotato di $3n$ gradi di libertà. Se poi la struttura è rappresentabile come telaio piano (edifici simmetrici) essa dal punto di vista dinamico sarà considerata dotata di n gradi di libertà.

1.5 Comportamento elastico dei sistemi a più gradi di libertà



L'equazione del moto diventa:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f(t)$$

dove \mathbf{m} , \mathbf{c} , \mathbf{k} sono le matrici delle masse, di smorzamento e di rigidità, \mathbf{u} è il vettore degli spostamenti ed $\mathbf{f}(t)$ è il vettore delle forze nodali.

1.5.1 Oscillazioni libere non smorzate

La condizione di equilibrio dinamico nel caso di moto libero non smorzato è:

$$m\ddot{u} + ku = 0$$

Si fa l'ipotesi che i moti di tutti i gradi di libertà siano sincroni (siano descritti dalla stessa legge temporale) e perciò è possibile scrivere gli spostamenti degli n gradi di libertà attraverso funzioni armoniche

$$u_i(t) = \phi_{i,j} \sin(\omega_j t) \quad \rightarrow \quad \ddot{u}_i(t) = -\omega_j^2 \phi_{i,j} \sin(\omega_j t)$$

Si sostituisce nell'equazione del moto ottenendo:

$$(\mathbf{k} - \omega_j^2 \mathbf{m}) \phi_{i,j} = 0$$

Sistema omogeneo che restituisce una soluzione diversa dalla banale solo nel caso in cui $\det(\mathbf{k} - \omega_j^2 \mathbf{m}) = 0$

Sviluppando il determinante si ottiene un'equazione polinomiale di ordine n (equazione delle frequenze) che fornisce le n pulsazioni ω_j^2 degli n modi di vibrare della struttura.

Sostituendo tali pulsazioni nell'equazione del moto si determinano le deformate modali $\phi_{i,j}$ a meno di una costante.

Ci si riconduce quindi al problema matematico relativo alla determinazione di autovalori (le pulsazioni ω_j) ed autovettori (i vettori Φ_j).

Gli n vettori Φ_j sono linearmente indipendenti e conseguentemente vale la proprietà di ortogonalità dei modi di vibrare, per la quale si ha quando $i \neq j$.

$$\Phi_i^T \mathbf{k} \Phi_j = 0 \quad \text{ortogonalità dei modi rispetto alle rigidità}$$

$$\Phi_i^T \mathbf{m} \Phi_j = 0 \quad \text{ortogonalità dei modi rispetto alle masse}$$

Premoltiplicando l'equazione del moto per Φ_j^T

$$-\Phi_j^T \omega_j^2 \mathbf{m} \Phi_j + \Phi_j^T \mathbf{k} \Phi_j = 0$$

ottenendo:

$$\omega_j^2 = \frac{\Phi_j^T \mathbf{k} \Phi_j}{\Phi_j^T \mathbf{m} \Phi_j}$$

Si passa quindi al disaccoppiamento dell'equazioni del moto.

Poiché le deformate modali sono linearmente indipendenti, una qualsiasi deformata u può essere descritta come combinazione lineare di quelle modali:

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_{i,j} q_j(t) \quad \rightarrow \quad \ddot{u}_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_{i,j} \ddot{q}_j(t)$$

o in termini matriciali:

$$\mathbf{u} = \mathbf{\Phi} \mathbf{q}$$

Essendo $\mathbf{\Phi}$ la matrice modale le cui colonne sono i vettori Φ_j .

Si sostituisce tale relazione nelle condizioni di equilibrio dinamico e, premoltiplicando per $\mathbf{\Phi}^T$, si ottiene:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = 0$$

Per la proprietà di ortogonalità dei modi di vibrare:

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{m} \mathbf{\Phi} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ M & i = j \end{cases} \quad \mathbf{\Phi}^T \mathbf{k} \mathbf{\Phi} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ K & i = j \end{cases}$$

Poiché nel telaio piano la matrice delle masse ha termini non nulli solo sulla diagonale principale:

$$M = \sum_{j=1}^n m_j \phi_{i,j}^2 \quad K = \omega_j^2 M$$

Il sistema si è quindi trasformato in n equazioni differenziali disaccoppiate, cioè contenenti ciascuna una sola funzione incognita. La singola equazione può anche scriversi come:

$$\ddot{q}_j + \omega_j^2 q_j = 0$$

che ha soluzione analoga a quella dell'oscillatore semplice:

$$q_j(t) = q_j(0) \sin(\omega_j t)$$

Il moto libero (non smorzato) di un sistema a n gradi di libertà è quindi, in generale, una combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali, con coefficienti che variano nel tempo secondo funzioni armoniche aventi periodi uguali a quelli propri del sistema. Nel caso in cui la deformata iniziale è proporzionale a quella di un modo principale del sistema tutti i coefficienti si annullano, tranne quello corrispondente alla deformata modale imposta; la struttura oscilla quindi esclusivamente secondo quel modo.

1.5.2 Oscillazioni libere smorzate

La condizione di equilibrio dinamico nel caso di moto libero non smorzato è:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$$

Al fine del disaccoppiamento dell'equazioni del moto si passa attraverso il sistema:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0$$

La matrice $C = \Phi^T c \Phi$ è una matrice diagonale nel caso di sistemi classicamente smorzati. La singola equazione può anche scriversi come:

$$\ddot{q}_j + 2\xi\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = 0$$

La soluzione è formalmente identica a quella dell'oscillatore semplice smorzato. Il moto è quindi combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali, con coefficienti che variano nel tempo secondo funzioni armoniche aventi ampiezza che si riduce man mano.

1.5.3 Risposta sismica

La condizione di equilibrio dinamico per un sistema a più gradi di libertà soggetto ad un input sismico, scritta in forma matriciale, si presenta formalmente analoga a quella dell'oscillatore semplice

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -mI\ddot{u}_g$$

Avendo a che fare con un telaio piano, la matrice di massa \mathbf{m} è moltiplicata per un vettore unitario \mathbf{I} .

Esprimendo gli spostamenti in funzione delle deformate modali e premoltiplicando per Φ^T , si ottiene

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\Phi^T \mathbf{m} \mathbf{I} \ddot{u}_g$$

Se il sistema è classicamente smorzato, il sistema di equazioni differenziali si disaccoppia, ancora una volta, in n equazioni contenenti ciascuna una sola funzione incognita, che possono scriversi come:

$$\ddot{q}_j + 2\xi\omega_j\dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = -\Gamma_j \ddot{u}_g$$

con

$$\Gamma_j = \frac{\Phi_j^T \mathbf{m} \mathbf{I}}{\Phi_j^T \mathbf{m} \Phi_j}$$

ovvero, per un telaio piano

$$\Gamma_j = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2}$$

L'equazione è identica a quella di un oscillatore semplice, con periodo uguale a quello del modo considerato e soggetto allo stesso accelerogramma, salvo per il fatto che il moto sismico è scalato mediante il coefficiente Γ_j . La risposta sismica di un sistema a più gradi di libertà può quindi essere determinata ancora una volta come combinazione lineare di oscillazioni secondo le diverse deformate modali. Il contributo dei singoli modi varia nel tempo come se i modi fossero soggetti separatamente al sisma, ed è scalato mediante il termine Γ_j che indica se il contributo del modo j-esimo al moto totale del sistema è più, o meno, rilevante ed è quindi detto coefficiente di partecipazione modale.

1.5.4 Analisi modale con spettro di risposta

La scomposizione della risposta sismica nel contributo dei singoli modi è alla base di quella che viene detta analisi modale. Essa consiste nel valutare i contributi massimi di ciascun modo (determinando le corrispondenti forze ed applicandole alla struttura) e nel combinare opportunamente i valori così ottenuti.

$$\mathbf{u}_{j,max} = \mathbf{\Phi}_j q_{j,max} = \mathbf{\Phi}_j \frac{\Gamma_j S_e(T_j)}{\omega_j^2}$$

Vettore degli spostamenti massimi per il modo j-esimo

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{k} \mathbf{u}_{j,max} = \mathbf{k} \mathbf{\Phi}_j \frac{\Gamma_j S_e(T_j)}{\omega_j^2}$$

Vettore delle sollecitazioni massime per il modo j-esimo in funzione delle rigidità

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{m} \mathbf{\Phi}_j \Gamma_j S_e(T_j)$$

Vettore delle sollecitazioni massime per il modo j-esimo in funzione delle masse

$$F_{i,j} = m_i \phi_{i,j} \Gamma_j S_e(T_j)$$

Forza al traverso i-esimo

$$V_{b,j} = \sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \Gamma_j S_e(T_j)$$

Il taglio alla base per il modo j-esimo

Il taglio alla base può essere espresso anche con:

$$V_{b,j} = M_j^* S_e(T_j)$$

$$M_j^* = \sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j} \Gamma_j = \frac{(\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j})^2}{\sum_{i=1}^n m_i \phi_{i,j}^2}$$

La quantità M_j^* , che rappresenta la massa che moltiplicata per l'ordinata spettrale fornisce il taglio alla base relativo al modo j-esimo, è denominata massa partecipante, o massa eccitata dal modo. La somma delle masse partecipanti di tutti i modi è pari alla massa totale dell'edificio. La massa partecipante, espressa come percentuale di quella totale, indica quindi, meglio del coefficiente di partecipazione modale, l'entità complessiva del contributo del singolo modo.

I modi con massa partecipante molto piccola, ad esempio inferiore al 5% della massa totale, danno contributi in genere trascurabili. Per questo motivo la normativa impone di prendere in considerazione un numero di modi la cui massa partecipante sia, in totale, almeno l'85% oppure tutti i modi la cui massa partecipante sia superiore al 5%.

Il disaccoppiamento del moto consente di esaminare separatamente il contributo dei diversi modi, sia come sollecitazioni che come spostamenti. Risulta agevole solo calcolare il massimo valore prodotto dal singolo modo. Il problema nasce dal fatto che i moti non sono sincroni; i massimi saranno quindi raggiunti in istanti diversi e non possono essere direttamente sommati tra loro.

Se i periodi propri sono ben distinti tra loro, è possibile valutare un qualunque ente E (caratteristica di sollecitazione in una sezione, spostamento di un punto, ecc.) come radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS, ovvero “square root of sum of squares”):

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^n E_j^2}$$

Se, invece, i periodi differiscono tra loro di meno del 10% (situazione rara nel caso di schemi piani ma frequente nel caso di schemi tridimensionali) è opportuno effettuare una combinazione quadratica completa (CQC, ovvero “complete quadratic combination”):

$$E = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{j,k} E_j E_k}$$

con

$$\rho_{j,k} = \frac{8\xi^2(1+\beta_{j,k})\beta_{j,k}^{3/2}}{(1-\beta_{j,k}^2)^2+4\xi^2\beta_{j,k}(1+\beta_{j,k})^2} \quad \beta_{j,k} = \frac{\omega_j}{\omega_k}$$

2. Tecniche per la protezione sismica delle strutture

2.1 Valutazione del rischio sismico

Il rischio sismico è definito come la probabilità che le perdite attese (sia in termini di vite umane che di danni agli immobili o alle attività economiche) a seguito di un evento sismico, in un determinato sito e per un fissato intervallo temporale di esposizione, superino una soglia prestabilita. In tale contesto vengono definite vulnerabili tutte quelle componenti che, esposte ad un evento sismico di una data severità, esibiscono un'elevata propensione ad essere danneggiate. In termini equivalenti, la vulnerabilità è definita come il grado di perdita attesa, a seguito di un determinato livello di pericolosità, per un dato elemento a rischio.

La stima del rischio, intesa come valutazione delle perdite attese derivanti da tutti i livelli di pericolosità (ciascuno associato all'effettiva probabilità di accadimento dell'evento sismico), rappresenta un'informazione molto importante ai fini della pianificazione delle attività orientate alla prevenzione e alla mitigazione.

La stima del rischio connesso ad un determinato evento comporta usualmente, due ordini di considerazioni;

1. Valutazione della pericolosità in termini probabilistici, ossia determinare la probabilità che il fenomeno si verifichi in una certa area, con una data intensità ed in un certo periodo di tempo;
2. Analisi di vulnerabilità, ossia determinare, mediante opportuni modelli, la risposta degli elementi a rischio nei confronti dell'evento considerato e l'entità dei danni che ne conseguono.

Il legame esistente tra rischio, pericolosità e vulnerabilità si esprime in termini probabilistici come:

$$\text{Rischio} = \text{Pericolosità} \cdot \text{Vulnerabilità} \cdot \text{Esposizione}$$

Il rischio (crollo di un edificio) è tanto più grande quanto maggiore è l'intensità del terremoto atteso; a parità di evento, il rischio è tanto più grande quanto più elevata è la propensione dell'edificio a essere danneggiato dal sisma (vulnerabilità); infine, a parità di pericolosità e vulnerabilità, le perdite causate dal terremoto sono tanto maggiori quanto maggiore è la rilevanza sociale della costruzione, ossia quanto più elevata è la sua esposizione (importanza strategica).

L'irregolarità con cui i forti terremoti si succedono contribuisce alla riduzione della consapevolezza del rischio sismico e, conseguentemente, molto spesso, alla limitatezza delle risorse dedicate alla sua mitigazione.

2.2 Progettazione sismica innovativa

Si osserva che, per un determinato livello di pericolosità sismica (terremoto di intensità prestabilita) al crescere della vulnerabilità cresce la probabilità che il verificarsi dell'evento calamitoso si tramuti in un disastro.

Poiché non è possibile agire sulla pericolosità sismica, ovvero l'intensità del sisma che colpisce gli elementi a rischio, ma si può solo prevederlo attraverso un'opportuna modellazione, l'unica strada percorribile per mitigare le perdite è abbattere la vulnerabilità, valutandone il livello per diverse classi di elementi a rischio e scegliendo, su tale base, gli interventi di riabilitazione più efficaci.

Questo tipo di approccio si inserisce nel quadro più generale di una politica di prevenzione: si tende a mitigare il danno potenzialmente atteso prima ancora che questo accada. Tale aspetto riguarda non solo le costruzioni esistenti con livelli di comportamento inadeguati alle prestazioni richieste dalla normativa, ma anche i criteri di progettazione antisismica per le costruzioni di nuova edificazione.

Le usuali verifiche di sicurezza si basano sulla valutazione del rapporto capacità/domanda, ovvero resistenza/azione. Pertanto, con particolare riferimento all'azione sismica, all'aumentare delle accelerazioni del terreno, ossia all'aumentare della domanda, la resistenza (capacità) dell'edificio deve aumentare per evitare che si verifichi il danno strutturale. Tuttavia, aumentare la resistenza in modo indefinito non è conveniente dal punto di vista economico ed inoltre, in tal caso, le vibrazioni prodotte dal sisma verrebbero comunque trasmesse alla struttura, con un danno agli elementi non strutturali tanto più elevato quanto più rigida è la struttura resistente e con maggiore probabilità di rovina dei contenuti, spesso di valore molto più elevato di quello delle strutture.

Per evitare tali problematiche, piuttosto che aumentare la capacità si cerca di diminuire la domanda sulla struttura.

Su questo principio si fonda la progettazione antisismica tradizionale degli edifici, il cui obiettivo principale è quello di dissipare una parte dell'energia indotta dal sisma attraverso la duttilità degli elementi resistenti.

La duttilità strutturale si esplica attraverso la plasticizzazione locale degli elementi resistenti ma questo, per la maggior parte dei materiali strutturali, implica danno strutturale. Le deformazioni permanenti, ottenute come risultato del processo di dissipazione dell'energia, possono richiedere interventi di consolidamento (o addirittura di demolizione e ricostruzione) importanti e onerosi, oltre a rendere la struttura più vulnerabile nei confronti di eventi successivi.

Una più moderna ed efficace strategia di prevenzione e mitigazione del rischio sismico è rappresentato dal controllo strutturale. Con tale termine si suole indicare l'insieme di concetti e dei dispositivi in grado di modificare la risposta di una struttura soggetta a

carichi dinamici brevi ed intensi (di natura sismica e/o aerodinamica) al fine di attenuare le vibrazioni su di essa indotte e proteggerne lo stato di servizio.

Il controllo del comportamento strutturale viene ottenuto inserendo in maniera opportuna, nella costruzione, dei sistemi ausiliari in grado di modificare, nel breve intervallo di durata dell'azione dinamica, le caratteristiche strutturali, essenzialmente la rigidezza e lo smorzamento.

2.3 Controllo del comportamento strutturale

Per comprendere i criteri di intervento attraverso cui è possibile controllare l'amplificazione dinamica di una struttura è opportuno fare riferimento all'equazione del moto di una struttura ad n gradi di libertà soggetta ad azione sismica.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = -\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}_g$$

dove \mathbf{m} , \mathbf{c} , \mathbf{k} sono le matrici delle masse, di smorzamento e di rigidezza della struttura, \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$, $\ddot{\mathbf{u}}$ sono rispettivamente i vettori degli n spostamenti, velocità, accelerazioni relative orizzontali al livello dei vari impalcati e $\ddot{\mathbf{u}}_g$ è l'accelerazione del suolo.

Nell'equazione del moto si hanno delle forze in gioco. Se tali forze vengono integrate rispetto allo spostamento:

$$\int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t d\mathbf{u} + \int \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} d\mathbf{u} + \int \mathbf{k} \mathbf{u} d\mathbf{u} = 0$$

dove:

$$\int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t d\mathbf{u} = \int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t (d\mathbf{u}_t - d\mathbf{u}_g) = \int \mathbf{m} \frac{d\dot{\mathbf{u}}_t}{dt} d\mathbf{u}_t - \int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t d\mathbf{u}_g = \frac{\mathbf{m}\dot{\mathbf{u}}_t^2}{2} - \int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t d\mathbf{u}_g$$

Si sostituisce nell'equazione del moto ottenendo l'equazione di bilancio energetico:

$$\frac{\mathbf{m}\dot{\mathbf{u}}_t^2}{2} + \int \mathbf{c} \dot{\mathbf{u}} d\mathbf{u} + \int \mathbf{k} \mathbf{u} d\mathbf{u} = \int \mathbf{m} \ddot{\mathbf{u}}_t d\mathbf{u}_g$$

$$E_K + E_V + E_A = E_{In}$$

Dove:

- E_K è l'energia cinetica associata al movimento
- E_V è l'energia dissipata dalla struttura in maniera viscosa
- $E_A = E_E + E_H$ è l'energia assorbita che risulta essere uguale alla somma tra l'energia di richiamo elastico E_E e l'energia dissipata per isteresi E_H
- E_{In} è l'energia in ingresso a causa del sisma

In definitiva:

$$E_{In} \leq E_K + E_V + E_E + E_H$$

I sistemi costruttivi tradizionali fanno affidamento sulla duttilità per ridurre l'entità dell'azione sismica. Sostanzialmente la duttilità permette di ridurre gli effetti dell'azione del sisma dissipando energia attraverso il danneggiamento, opportunamente studiato, degli elementi strutturali e non strutturali.

I sistemi innovativi di progettazione antisismica perseguono la riduzione degli effetti dell'azione del sisma senza contare sulla dissipazione di energia che nasce dal danneggiamento degli elementi strutturali e non strutturali (offrono quindi prestazioni migliori nei confronti dello SLU e anche nei confronti dello SLD).

Dall'analisi dell'equazione del moto in termini di energia derivano i tre diversi approcci al problema del controllo strutturale:

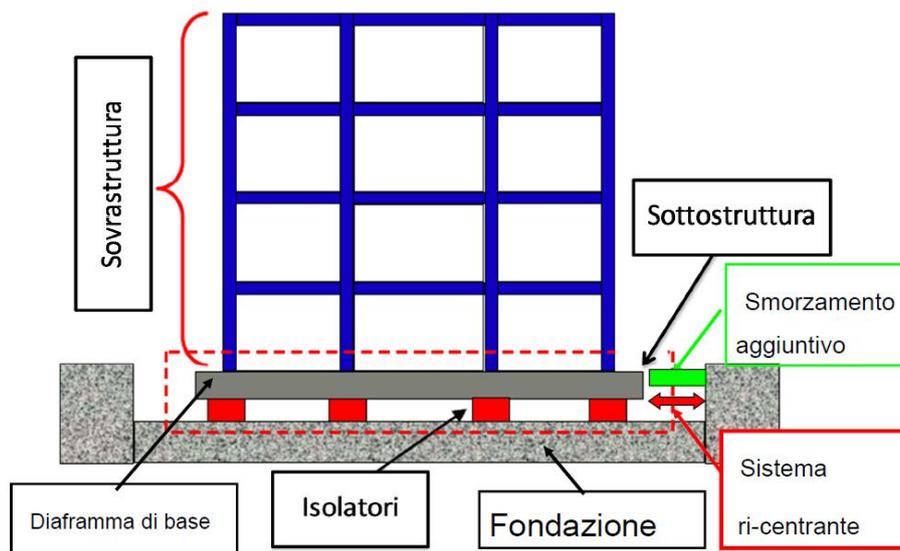
- Impiego di dispositivi ausiliari per dissipare l'energia in ingresso;
- Impiego di dispositivi ausiliari per attenuare l'energia sismica in ingresso;
- Impiego di sistemi ibridi, combinazione dei due precedenti.

In ciascuno dei tre casi è possibile impiegare sistemi attivi, ossia azionati da energia esterna, e passivi, che non necessitano di energia esterna per operare.

L'isolamento sismico è la tecnica di controllo passivo che negli'ultimi anni ha trovato maggiore applicazione.

2.4 Principi base e implicazioni progettuali dell'isolamento sismico

L'isolamento sismico è un sistema di protezione delle strutture dagli effetti dei terremoti basato su di un chiaro principio: disaccoppiare la risposta dinamica della costruzione dal moto del suolo. Tale disaccoppiamento si realizza creando una discontinuità strutturale lungo l'altezza della costruzione che permetta ampi spostamenti orizzontali relativi tra la parte superiore della costruzione (sovrastuttura) e la quella inferiore (sottostruttura) al fine di attenuare la trasmissione della componente orizzontale dell'azione sismica. Negli edifici la discontinuità strutturale viene spesso realizzata alla base, tra la fondazione e l'elevazione o immediatamente al di sopra di un piano (scantinato).



Detta “interfaccia di isolamento” la superficie di separazione sulla quale è attivo il sistema di isolamento, si definiscono:

- **Sottostruttura:** la parte di struttura posta al di sotto dell'interfaccia del sistema d'isolamento e che include le fondazioni, avente in genere deformabilità orizzontale trascurabile e soggetta direttamente agli spostamenti imposti dal movimento sismico del terreno;
- **Dispositivi di isolamento:** componenti del sistema d'isolamento, ciascuno dei quali fornisce una singola o una combinazione delle seguenti funzioni:
 - Sostegno dei carichi verticali grazie all'elevata rigidità in direzione verticale, contrapposta alla bassa rigidità in direzione orizzontale che induce notevoli spostamenti sul piano orizzontale per azioni di progetto;
 - Dissipazione di energia attraverso meccanismi isteretici e/o viscosi;
 - Ricentraggio del sistema;
 - Vincolo laterale, con adeguata rigidità elastica, per far fronte alle inevitabili azioni orizzontali di servizio (vento e microsismi).
- **Sovrastruttura:** la parte della struttura posta al di sopra dell'interfaccia d'isolamento e, perciò, isolata.

Un'opportuna scelta delle caratteristiche meccaniche degli isolatori consente di disaccoppiare la sovrastruttura dalla sottostruttura nelle oscillazioni che coinvolgono prevalentemente spostamenti orizzontali. Il disaccoppiamento consiste nella diversificazione del comportamento dinamico delle due suddette porzioni della costruzione: durante un moto oscillatorio, mentre la sottostruttura subisce deformazioni di modesta entità, tanto più quanto maggiore è la sua rigidità, la sovrastruttura compie oscillazioni tanto più ampie quanto minore è la rigidità degli isolatori.

Dette oscillazioni sono dovute per la maggior parte alla deformazione degli isolatori collocati al di sotto della sovrastruttura e solo in minor parte alle deformazioni della sovrastruttura stessa. Durante un terremoto, generalmente, tanto più sono ampie queste oscillazioni tanto più sono modeste le conseguenti accelerazioni, quindi le forze d'inerzia, che subisce la sovrastruttura.

Ne consegue che l'isolamento è tanto più efficace quanto minori sono le accelerazioni della sovrastruttura e ciò comporta sostanzialmente due tipi di benefici:

- benefici diretti sulla sovrastruttura, in quanto consente di contenere l'entità delle forze d'inerzia di natura sismica direttamente agenti su di essa;
- benefici indiretti sulla sottostruttura, in quanto consente di contenere l'entità delle forze d'inerzia trasmesse dalla sovrastruttura alla sottostruttura e che, insieme alle forze d'inerzia direttamente agenti su di essa, costituiscono considerevole parte delle forze sismiche che complessivamente essa deve sopportare.

I vantaggi dell'isolamento sono riconducibili non solo al drastico abbattimento delle accelerazioni agenti sulle masse strutturali e di conseguenza delle sollecitazioni, ma parallelamente si registra una notevole riduzione delle deformazioni di interpiano (drift) che permette di evitare il danneggiamento degli elementi non strutturali. Quest'ultimo effetto comporta notevoli benefici per la protezione dei contenuti, in quanto riduce il rischio di ribaltamento di arredi (talvolta molto pesanti e pericolosi per le persone, come all'interno di librerie, archivi e magazzini), la caduta di oggetti (talvolta di elevato valore, come nei musei), le vibrazioni ad alta frequenza nei macchinari ad alta tecnologia (ad esempio in ospedali, in centri elaborazione dati, etc.) e comporta una minore percezione della scossa sismica da parte delle persone presenti nella porzione di costruzione isolata, aspetto, quest'ultimo, particolarmente importante per ridurre il panico in luoghi affollati come scuole ed ospedali.

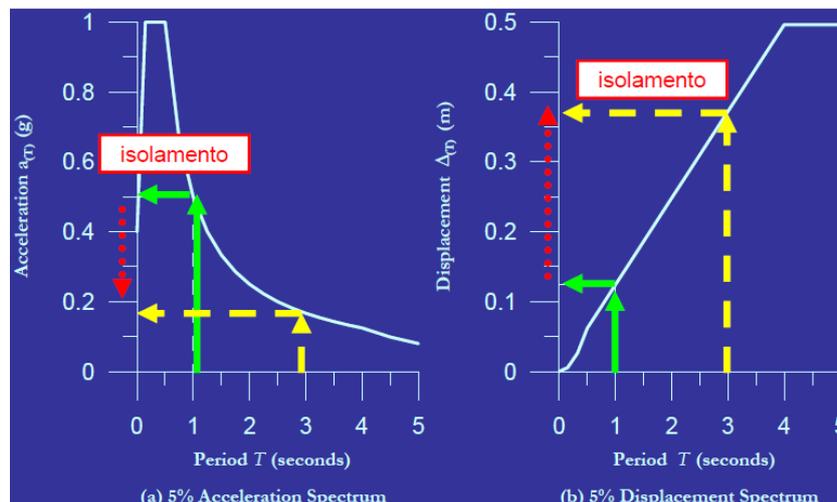
La differenza di comportamento tra una struttura a base isolata ed una struttura tradizionale può essere schematizzato nella seguente figura:



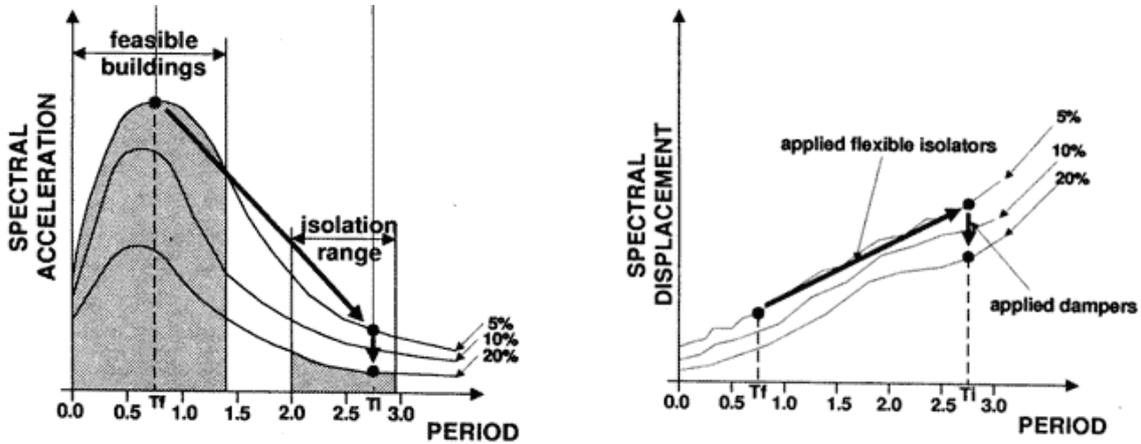
Il primo modo di vibrare della struttura isolata è configurato quasi come quello di un corpo rigido e coinvolge in pratica solamente le deformazioni del sistema di isolamento. Poiché i modi di ordine superiore, i quali produrrebbero deformazioni nella struttura, sono ortogonali al primo modo, essi non partecipano al moto, di conseguenza l'energia del terremoto alle frequenze più elevate non può essere di fatto trasmessa alla struttura.

Per far in modo che la totalità della massa partecipante sia concentrata sul primo modo, s'inserisce alla base della struttura in esame degli isolatori che generano un aumento della deformabilità della struttura così ottenuta, incrementando il periodo proprio dell'intero organismo strutturale, con il risultato che le accelerazioni prodotte dal sisma risultino sensibilmente minori rispetto a quelle che si sarebbero avute in caso di struttura a base fissa.

Gli effetti dell'isolamento su una struttura possono essere descritti facendo riferimento alle forme tipiche degli spettri di risposta elastici normalizzati in accelerazioni e in spostamenti. Dall'esame della figura si può comprendere come sia possibile pervenire a significative riduzioni dell'accelerazione spettrale aumentando il periodo naturale del sistema.



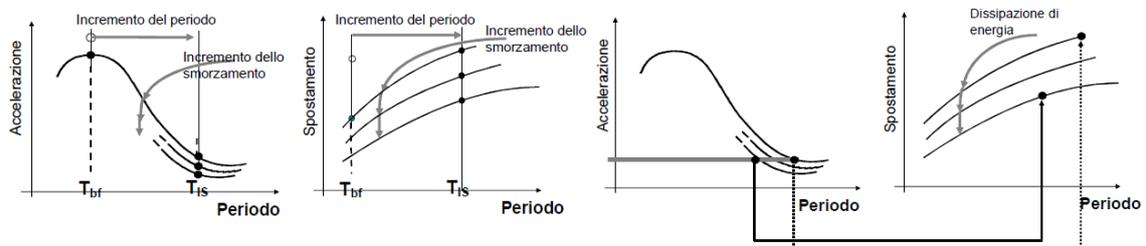
Risulta necessario osservare che a questo vantaggio è associato anche l'aumento degli spostamenti orizzontali. Per fare in modo che quest'ultimi non siano incompatibili con il normale utilizzo della struttura, è necessario definire in maniera opportuna la rigidezza del sistema di isolamento, mediando il bisogno di incrementare il periodo con la necessità di contenere gli spostamenti. In tal senso, un altro parametro su cui agire è la capacità dissipativa degli isolatori, aumentando la quale si riducono gli spostamenti.



Lo smorzamento viscoso equivalente ha un effetto benefico anche sull'entità delle forze sollecitanti, infatti, all'aumentare dello smorzamento si riducono le forze in corrispondenza a un dato periodo di vibrazione.

Considerando una struttura che a base fissa avrebbe un periodo fondamentale di oscillazione T_{bf} in una data direzione, l'isolamento alla base della stessa deve produrre uno di questi effetti:

L'incremento del periodo grazie all'adozione di dispositivi con comportamento d'insieme approssimativamente lineare. Maggiore è l'incremento di periodo (generalmente $T_{IS} > 2,0$ s) maggiore è la riduzione delle accelerazioni sulla sovrastruttura e l'incremento degli spostamenti che si concentrano essenzialmente nel sistema di isolamento;



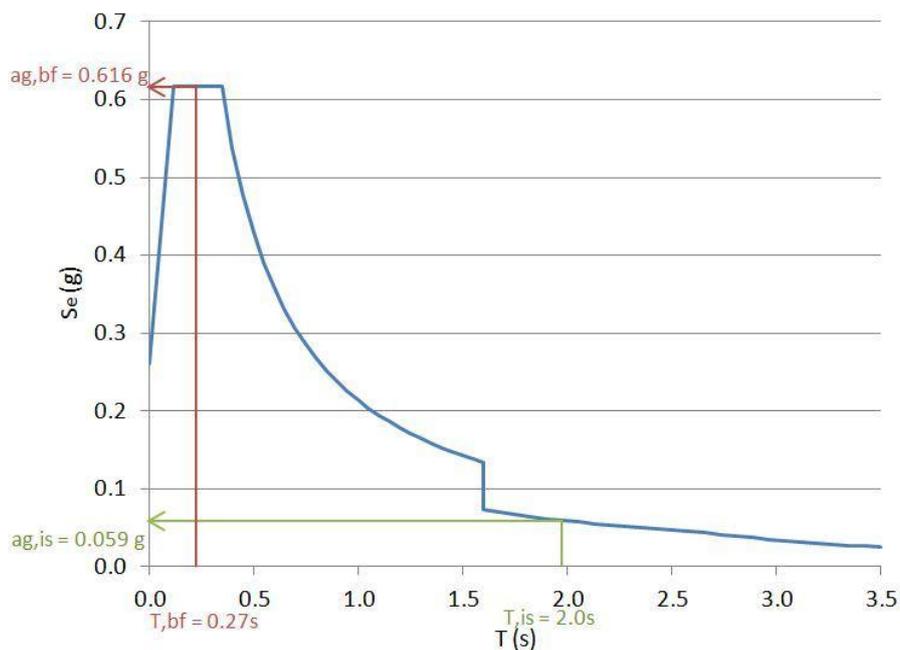
(a) Incremento del periodo (e dissipazione)

(b) Limitazione della forza (e dissipazione)

La limitazione della forza trasmessa alla sottostruttura, grazie all'adozione di dispositivi con comportamento d'insieme non lineare caratterizzato da basso incrudimento ovvero incrementi minimi della forza per grandi spostamenti. In questo modo di limitano le forze d'inerzia, quindi l'accelerazione, sulla sovrastruttura, ancora a scapito di un sensibile incremento degli spostamenti del sistema di isolamento.

La dissipazione di energia, dovuta agli isolatori e/o eventuali dispositivi ausiliari, determina sempre una riduzione degli spostamenti del sistema di isolamento. Essa è particolarmente utile in siti caratterizzati da elevata sismicità e/o nel caso di sottosuoli con caratteristiche meccaniche scadenti (tipo C,D,E) cioè nei casi in cui gli spettri di risposta possono presentare spostamenti elevati ed accelerazioni significative anche su periodi di oscillazioni elevati.

Questa proprietà dello smorzamento è stata recepita anche dal punto di vista normativo, per quel che riguarda la definizione dell'input sismico e al paragrafo 7.10.5.3.2 si permette la riduzione dello spettro di risposta elastico in accelerazione per tutto il campo di periodi $T > 0,8 T_{IS}$, assumendo per il coefficiente riduttivo η il valore corrispondente al valore di coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_{esi} del sistema di isolamento [D.M. 2008]. Tale proprietà è illustrata in figura , in cui è riportato lo spettro di risposta elastico in accelerazione per una struttura isolata alla base avente primo periodo di vibrazione $T_{IS} = 2$ s e caratterizzata da un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_{esi} del sistema di isolamento pari al 10%.



Tali meccanismi dissipativi, pur interpretando una funzione importante nella risposta delle strutture isolate soggette a sisma, hanno un ruolo secondario nei confronti del vero meccanismo protagonista: il disaccoppiamento dinamico tra sottostruttura e sovrastruttura. Quest'ultimo però, per poter innescarsi, necessita che la sovrastruttura abbia una rigidezza laterale molto più grande della rigidezza del sistema di isolamento. Di conseguenza, è opportuno evitare che la sovrastruttura, in seguito alla formazione delle cerniere plastiche, possa acquisire una pulsazione prossima a quella del sistema di isolamento. Il progetto deve essere effettuato in modo da far sì che la sovrastruttura si mantenga in campo sostanzialmente elastico, senza plasticizzazione degli elementi strutturali. E' questo il motivo per cui le norme sismiche impongono di assumere un

valore del fattore di struttura q molto basso: la normativa italiana nel punto 7.10.6.2.1 assume $q = 1,5$ [D.M. 2008].

Poiché le richieste di duttilità per gli elementi strutturali sono molto limitate, è possibile progettare i dettagli costruttivi adottando una classe di duttilità bassa. La normativa al punto 7.10.2 dice espressamente che sovrastruttura e sottostruttura si devono mantenere sostanzialmente in campo elastico e per questo la struttura può essere progettata con riferimento ai particolari costruttivi della zona 4, con deroga, per le strutture in c.a., a quanto previsto al punto 7.4.6 nel quale si enunciano le stringenti limitazioni geometriche e di armatura legate al rispetto del principio della gerarchia delle resistenze [D.M. 2008].

La riduzione delle forze sismiche di progetto, dovuta all'incremento di periodo e di smorzamento, può risultare dello stesso ordine di grandezza della riduzione che, nelle strutture a base fissa, è imputabile ad un elevato valore del fattore di struttura. Ma tale differenza tra i due valori del fattore di struttura stanno ad indicare che, a parità di azione sismica, le strutture sismicamente isolate sono meno (o per niente) affette da danneggiamenti, anche con riferimento agli elementi non strutturali, ed hanno quindi un grado di protezione sismica notevolmente maggiore con almeno due conseguenti significativi vantaggi:

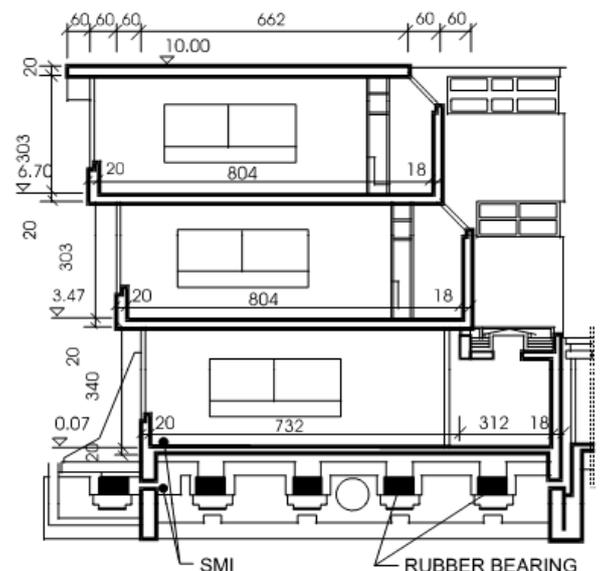
- Minori costi di riparazione attesi
- Nessuna interruzione d'uso della struttura

A questi vantaggi si aggiungono anche quelli relativi alla risoluzione di problematiche connesse alla progettazione architettonica: mancanza di regolarità in pianta o in altezza. Nelle usuali strutture a base fissa la mancanza di separazione dei corpi di fabbrica con caratteristiche diverse, la mancanza di simmetria nell'ubicazione dei nuclei scale e ascensori e la mancanza di uniformità e continuità di masse e rigidità in elevazione, danno luogo a significativi, quanto imprevedibili, effetti torsionali e concentrazioni tensionali. Poiché a seguito del disaccoppiamento del moto tra suolo e sovrastruttura, quest'ultima si comporta come un corpo rigido, la distribuzione degli elementi sismo resistenti può essere svincolata dal rispetto delle condizioni sulla regolarità strutturale, con conseguente maggiore libertà compositiva.

2.5 Cenni storici sullo sviluppo dei sistemi di isolamento

I primi tentativi di protezione sismica delle costruzioni, che avevano l'obiettivo di separare il moto della struttura da quello del suolo, erano realizzati frapponendo tra le fondazioni e il terreno substrati a bassa rigidità (nel tempio in onore di Artemide a Efeso tale substrato era composto da frammenti di carbone e velli di lana) che attenuavano il trasferimento di energia dal terreno alla struttura, determinando l'insorgere di scorrimenti relativi tra quest'ultima e il suolo.

La prima moderna applicazione dei moderni sistemi antisismici fu, negli anni '60, l'isolamento sismico della scuola Johan Heinrich Pestalozzi a Skopje, costruita a seguito del violento terremoto che aveva distrutto la città nel 1963. Gli isolatori erano rappresentati da sedici appoggi in forma parallelepipedica in gomma multistrato non armata.



A causa della bassa rigidità verticale (solo poche volte più grande della rigidità orizzontale), gli appoggi mostrarono fin dall'inizio una forte deformazione per effetto dei carichi verticali. Per questo motivo tali isolatori sono stati recentemente sostituiti con più moderni ed efficaci isolatori in neoprene armato ad alto smorzamento (HDRB).

Successivamente sono stati realizzati molti altri edifici dotati di isolatori in gomma sintetica ed è soprattutto grazie alle sperimentazioni condotte dall'Università di Berkeley a partire dal 1976 che gli isolatori odierni sono forniti di lamine di acciaio di piccolo spessore posti parallelamente agli strati di gomma e vulcanizzati in essa, con il fine di incrementare notevolmente la rigidità verticale rendendola di qualche ordine di grandezza maggiore della rigidità orizzontale.

Le applicazioni dell'isolamento sismico con tecnologie simili a quelle attualmente utilizzate si svilupparono negli anni '70, in particolare in Nuova Zelanda (sia nei ponti che negli edifici), in Italia (soprattutto nei ponti), negli Stati Uniti (edifici).

Ma è con il terremoto del Friuli del 1976 che si sblocca la ritrosia nei confronti dell'impiego degli isolatori nei ponti. Vi era infatti in costruzione il tratto autostradale Udine-Carnia e l'unica opera d'arte a non subire danni fu il viadotto di Somplago (impalcato a travata continua, lungo 1.240 m, progettato dall'Ing. Renzo Medeot) grazie ad una protezione sismica basata sull'isolamento, che rappresenta uno dei primi esempi mondiali su una struttura da ponte. Ne seguirono numerose applicazioni, che portarono l'Italia ad essere alla fine degli anni Ottanta leader mondiale per il numero di ponti e viadotti protetti con sistemi di isolamento e/o dissipazione di energia.

Gli Anni '80 vedono il riconoscimento ufficiale dell'isolamento sismico, con la rapida diffusione di applicazioni in tutto il mondo, soprattutto negli USA, Nuova Zelanda e Giappone.

Il primo fabbricato con isolamento sismico costruito in Giappone è del 1983. Dal 1983 al 1992 circa 67 edifici erano isolati alla base erano autorizzati dallo specifico comitato in assenza di uno specifico codice nel BCJ che esce nel 1991.

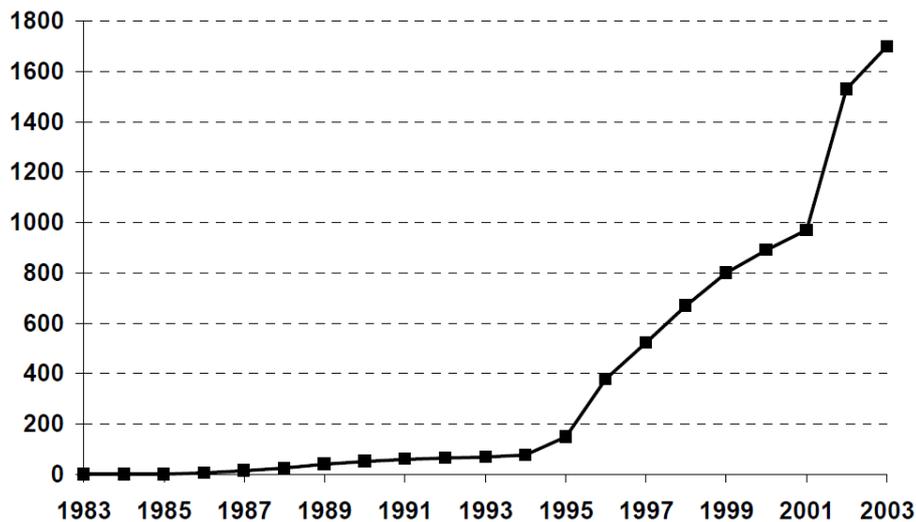
In Italia il primo edificio isolato alla base fu il quartier generale dei vigili del fuoco, realizzato nel 1981 a Napoli su progetto del prof. Federico Mazzolani.

Successivamente si menziona la realizzazione del Centro regionale Telecom di Ancona nel 1992 ad opera dell'ing. G. Giuliani, un intero complesso di edifici dotati alla base di un sistema di isolatori elastomerici HDRB.

La consacrazione del sistema d'isolamento sismico si ha in seguito a due forti terremoti di Northridge in California (M=6.8 del 17 gennaio 1994) e di Kobe in Giappone (M=7.3 del 17 gennaio 1995), in cui gli edifici isolati non subirono danni, rimanendo operativi, a differenza degli edifici tradizionali, fortemente danneggiati.

Significativo il caso dell'Olive View Hospital, ricostruito dopo il crollo del 1971 con struttura a base fissa, che pur non subendo grossi danni alle strutture, fu di fatto inoperativo per i danni alle finiture ed attrezzature, mentre l'University of Southern California Teaching Hospital, costruito nel 1991 e sismicamente isolato, rimase integro ed operativo ed in grado di riceverne anche i degenti, pur essendo a soli 36 Km dall'epicentro del terremoto di Northridge.

Analogamente, con il terremoto catastrofico di Kobe, a Sanda City, due grandi edifici isolati alla base, il Matsumura-Gumi Research Laboratory ed il West Japan Postal Savings Computer Center, che al momento era il più grande edificio isolato al mondo, rimasero intatti. Nei tre anni antecedenti al terremoto di Kobe, erano stati autorizzati 15 edifici isolati, mentre tra il 1995 e il 1999 sono stati realizzati più di 700 edifici isolati.

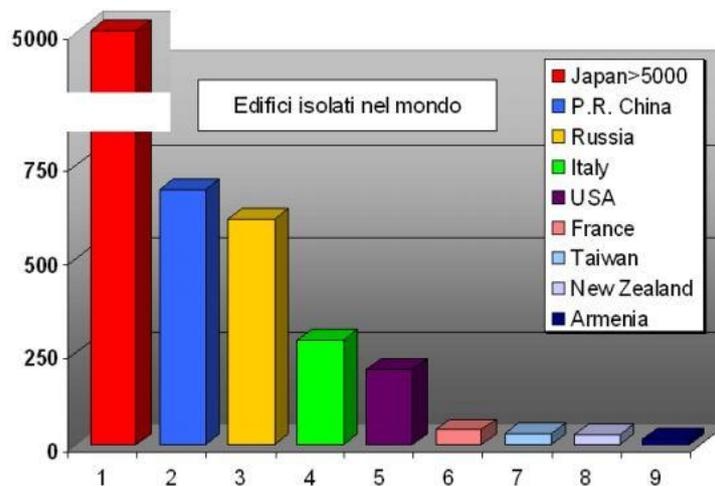


In Giappone, prima del 2000, cioè fino alla revisione delle normative Building Standard Law, per la costruzione di edifici isolati era necessaria l’approvazione del Ministero delle Costruzioni, rilasciata a seguito di revisione del progetto da parte del “Building Centre of Japan”.

La Building Standard Law of Japan del 2000 introduce una serie di importanti novità nella progettazione sismica: oltre ai concetti di Performance based design, per le strutture isolate alla base consente di evitare la revisione del BCJ e l’approvazione del Ministero per i progetti di isolamento sismico relativi a edifici medio-alti che soddisfano le specifiche condizioni contenute nella “Notification 2009 del 2000” ossia:

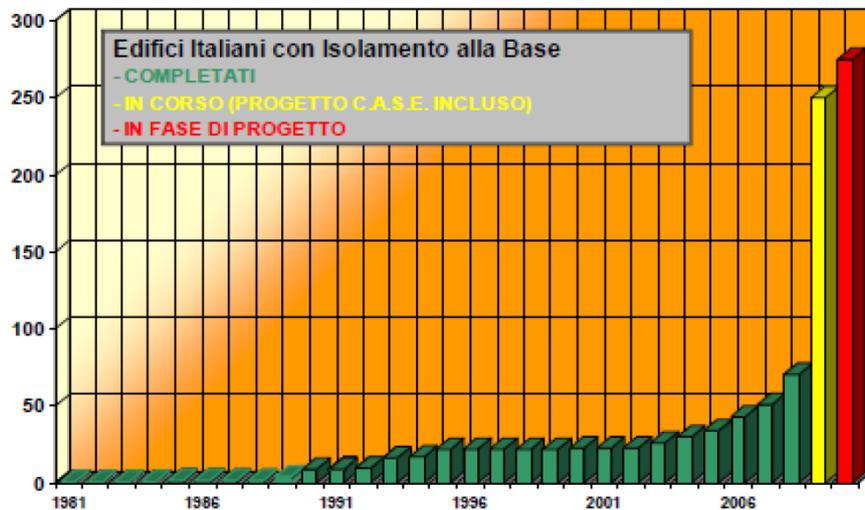
- Altezza dell’edificio minore di 60 metri;
- sistema di isolamento disposto alla base dell’edificio;
- massima eccentricità pari al 3%;
- assenza di trazione nei dispositivi.

Si fa notare che dopo il 2001, quando si è abolita l’autorizzazione speciale per i progetti con isolamento sismico, vi è stata una netta tendenza alla crescita.



In Italia, dopo un periodo caratterizzato da un atteggiamento poco convinto nei confronti del sistema, assunto spesso dai progettisti e dagli amministratori, si è avviata una fase nuova:

- il Ministero dei Lavori Pubblici ha recentemente emanato le istruzioni per il progetto delle costruzioni dotate di sistemi di isolamento sismico
- le regioni interessate dagli ultimi eventi sismici catastrofici in ordine temporale hanno avviato un programma dimostrativo allo scopo di promuovere l'uso dell'isolamento sismico.



2.6 Criteri di progettazione

L'efficacia di un sistema di isolamento è tanto maggiore quanto più alto è il rapporto di isolamento, ossia il rapporto tra il periodo della struttura isolata T_{is} e il periodo della struttura a base fissa T_{bf} . La normativa consiglia di assumere come "periodo obiettivo" il valore $3 \cdot T_{bf} \leq T_{is} \leq 3$ s (per questioni legate alla limitazione degli spostamenti).

Di conseguenza, per valutare l'idoneità dell'applicazione dell'isolamento di base a un edificio di nuova costruzione, la prima considerazione da fare riguarda la stima del periodo proprio strutturale. Tale periodo è indice della deformabilità della struttura e, con riferimento alle dimensioni geometriche dell'edificio, più esso ha altezza medio-bassa, più è elevato il rapporto di isolamento e risulta conveniente l'applicazione dell'isolamento alla base.

Nel caso di edifici con elevato rapporto altezza/larghezza è opportuno escludere la possibilità di avere, in combinazione sismica, sforzi di trazione sui dispositivi di isolamento. La stabilità sotto le forze sismiche orizzontali, pur filtrate dal sistema di isolamento, può determinare l'insorgere di forze verticali di compressione-trazione di entità tanto maggiore quanto più l'edificio è alto e snello, e quanto più la resistenza alle azioni orizzontali è concentrata in alcune zone della maglia strutturale (pareti, vani scala, etc). Risulta opportuno agire sia sulla disposizione degli isolatori e sulla calibrazione della rigidezza delle strutture orizzontali di base della sovrastruttura, sia sul dimensionamento degli elementi resistenti alle azioni orizzontali, in modo tale che, grazie all'azione dei carichi gravitazionali, in corrispondenza degli isolatori si abbiano soltanto sforzi di compressione. Al punto 7.10.4.2 [D.M. 2008] si afferma che per evitare o limitare azioni di trazioni sugli isolatori, gli interassi della maglia strutturale devono essere scelti in modo tale che il carico verticale V di progetto agente sul singolo isolatore sotto l'azione sismica risulti essere di sola compressione o, al più, nullo ($V \geq 0$).

Un altro parametro da considerare nel valutare l'idoneità della scelta dell'isolamento alla base è rappresentato dalle caratteristiche geotecniche del suolo di fondazione e dai parametri di accelerazione locali: infatti il suolo agisce come un oscillatore dinamico in grado di influenzare in maniera determinante il moto dei manufatti fondati su di esso. Un eventuale strato di terreno alluvionale (soffice) può amplificare gli spostamenti del terreno dal bed-rock alla superficie, per cui lo spettro di risposta effettivo si può presentare con il massimo valore spostato verso periodi più alti, tipici delle strutture isolate. In tal caso l'isolamento alla base sarebbe controproducente poiché amplificherebbe, invece che ridurre, il moto del terreno.

I criteri di progettazione di un sistema di isolamento coinvolgono anche le prestazioni nei confronti delle azioni orizzontali non sismiche. E' opportuno che gli isolatori abbiano una rigidezza crescente al diminuire dell'intensità delle azioni orizzontali sollecitanti, al fine di evitare continue vibrazioni sotto carichi di esercizio.

Nel progetto di un edificio isolato alla base è sempre necessario prevedere, intorno al perimetro strutturale, la realizzazione di un giunto sismico commisurato al valore massimo dello spostamento di progetto della sovrastruttura in modo tale da garantire una sconnessione totale dell'edificio dal terreno circostante ed evitare il martellamento con gli edifici adiacenti. Tale giunto va protetto, per evitare cadute accidentali, attraverso l'adozione di pannelli in grigliato metallico.

Risulta ovvio che gli elementi di collegamento orizzontale (coprigiunti) sia gli elementi di collegamento verticale (scale, rampe, ascensori) devono essere concepiti e realizzati in modo tale da non ostacolare il moto della sovrastruttura.

Occorre prestare attenzione in corrispondenza dell'attraversamento dei giunti e dell'interfaccia sovrastruttura-sottostruttura ai dettagli delle tubazioni, adottando giunzioni flessibili in grado di subire gli spostamenti di progetto senza l'insorgere di perdite o interruzioni d'uso.



Occorre, infine, prevedere la possibilità di accedere in fondazione per poter controllare lo stato di degrado degli isolatori ed eventualmente sostituirli in caso non siano più in grado di funzionare secondo gli standard di progetto.

Di conseguenza è necessario predisporre elementi strutturali in modo da rendere possibile, attraverso martinetti, il trasferimento alla sottostruttura dei carichi gravitazionali sul singolo isolatore da sostituire.

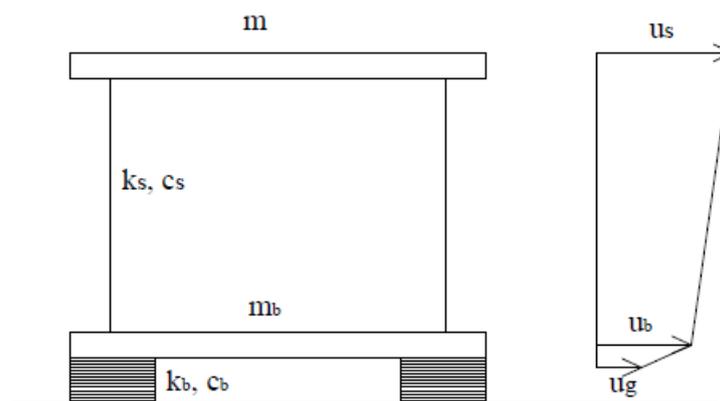
Generalmente, il sistema di appoggio per i carichi verticali è rappresentato da baggioli in cemento armato disposti in asse ai pilastri della struttura in elevazione.



3. Comportamento degli edifici isolati alla base

3.1 Dinamica delle strutture isolate alla base

La dinamica delle strutture isolate alla base può essere caratterizzata applicando la teoria lineare approssimata ad un semplice modello a due gradi di libertà, costituito da un telaio piano di tipo shear-type (avente massa m concentrata sul traverso, rigidezza k_s e coefficiente di smorzamento viscoso c_s) e da un sistema ad isolamento a comportamento lineare (caratterizzato da una rigidezza tangenziale k_b e da un coefficiente di smorzamento c_b).



Indicando con u_s , u_b e u_g gli spostamenti assoluti a livello, rispettivamente, di traverso, di piano di isolamento e di suolo, si scrivono le seguenti equazioni di equilibrio dinamico:

$$m\ddot{u}_s = -c_s(\dot{u}_s - \dot{u}_b) - k_s(u_s - u_b)$$

$$m\ddot{u}_s + m_b\ddot{u}_b = -c_b(\dot{u}_b - \dot{u}_g) - k_b(u_b - u_g)$$

Tali equazioni possono essere riscritte introducendo i seguenti spostamenti relativi x_s , x_b :

$$x_s = u_s - u_b$$

$$x_b = u_b - u_g$$

E ricordando che:

$$u_s = u_g + x_b + x_s$$

$$u_b = u_g + x_b$$

Per cui si ottiene:

$$m\ddot{u}_g + m_b\ddot{x}_b + m\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s = 0$$

$$m\ddot{u}_g + m\ddot{x}_b + m\ddot{x}_s + m_b\ddot{u}_g + m_b\ddot{x}_b + c_b\dot{x}_b + k_b x_b = 0$$

$$m\ddot{x}_b + m\ddot{x}_s + c_s\dot{x}_s + k_s x_s = -m\ddot{u}_g$$

$$(m + m_b)\ddot{x}_b + m\ddot{x}_s + c_b\dot{x}_b + k_b x_b = -(m + m_b)\ddot{u}_g$$

In assenza di moto relativo tra la base ed il traverso risulta $x_s = 0$ e, pertanto, per descrivere la dinamica del sistema è sufficiente la seguente equazione:

$$(m + m_b)\ddot{x}_b + c_b\dot{x}_b + k_b x_b = -(m + m_b)\ddot{u}_g$$

Le equazioni del moto del sistema a 2 gradi di libertà possono essere scritte in forma matriciale:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{u}_g$$

dove:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_b + m & m \\ m & m \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_b \\ x_s \end{bmatrix}$$

Se si impone:

- $x_b = 0$ il telaio degenera in sistema ad un grado di libertà a base fissa descritto dalla coordinata lagrangiana x_s e caratterizzato dalla seguente pulsazione naturale $\omega_s = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- $x_s = 0$ il telaio degenera ancora in un sistema ad un grado di libertà a base fissa, ma, in tal caso, con massa totale $M = m_b + m$, rigidità k_b e caratterizzato dalla pulsazione naturale $\omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{M}}$.

Generalmente risulta $m_b < m < M$ e $k > k_b$. Inoltre il sistema di isolamento viene progettato in modo da incrementare il periodo proprio di circa 3÷5 volte, per cui si ha:

$$\omega_s \gg \omega_b \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \left(\frac{\omega_b}{\omega_s}\right)^2 \cong 10^{-2}$$

L'equazione caratteristica del sistema assume le seguenti forme:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\varphi = 0$$

$$(1 - \gamma)\omega_j^4 - (\omega_b^2 + \omega_s^2)\omega_j^2 + \omega_b^2\omega_s^2 = 0$$

avendo indicato con $\gamma = \frac{m}{M}$ il rapporto delle masse e con ω_j ($j=1,2$) gli autovalori del sistema.

Le radici esatte sono:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{2(1-\gamma)} \left[(\omega_s^2 + \omega_b^2) - (\omega_s^2 - \omega_b^2) \sqrt{1 + 4\gamma \frac{\omega_b^2 \omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2}} \right]$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{2(1-\gamma)} \left[(\omega_s^2 + \omega_b^2) + (\omega_s^2 - \omega_b^2) \sqrt{1 + 4\gamma \frac{\omega_b^2 \omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2}} \right]$$

Una loro espressione approssimata, ma più agevole, può essere ottenuta effettuando un'espansione in serie binomiale del termine radicale:

$$(\omega_s^2 - \omega_b^2) \sqrt{1 + 4\gamma \frac{\omega_b^2 \omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2}} \approx (\omega_s^2 - \omega_b^2) \left(1 + 2\gamma \frac{\omega_b^2 \omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2} \right)$$

Poiché $\omega_s \gg \omega_b$ è possibile trascurare il termine ω_b^2 rispetto a ω_s^2 senza errore apprezzabile.

Si ottiene pertanto:

$$\omega_1^2 = \omega_b^2 \left(1 - \gamma \frac{\omega_b^2}{\omega_s^2} \right) = \omega_b^2 \left(1 - \gamma^2 \frac{k_b}{k} \right)$$

$$\omega_2^2 = \frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)} \left(1 + \gamma \frac{\omega_b^2}{\omega_s^2} \right)$$

Tali espressioni possono essere riscritte come:

$$\omega_1^2 = \omega_b^2$$

$$\omega_2^2 = \frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)}$$

Le corrispondenti forme modali si ottengono gli autovalori nell'equazione caratteristica del sistema e risolvendo i seguenti sistemi:

$$\begin{bmatrix} k_b - \omega_b^2 M & -\omega_b^2 m \\ -\omega_b^2 m & k_s - \omega_b^2 m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^{(1)} \\ U_2^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_b - \frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)} M & -\frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)} m \\ -\frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)} m & k_s - \frac{\omega_s^2}{(1-\gamma)} m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1^{(2)} \\ U_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

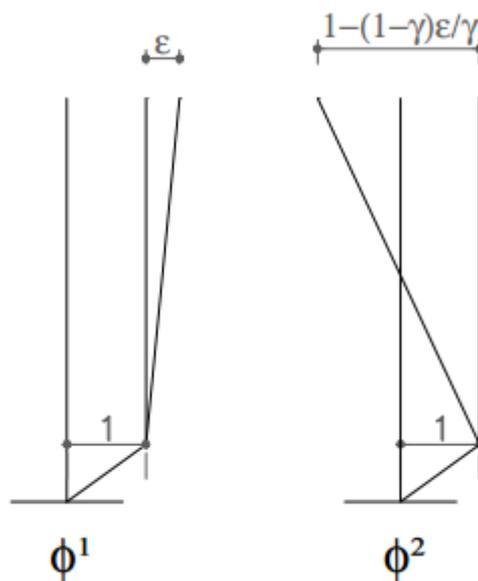
Le soluzioni cercate sono:

$$\{U^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{Bmatrix}$$

$$\{U^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{1 - (1 - \gamma)\varepsilon}{\gamma} \end{Bmatrix}$$

La prima forma modale descrive un modo sostanzialmente rigido, in quanto le masse si muovono in fase e, a meno di una quantità trascurabile ε (rappresenta lo spostamento relativo tra la massa superiore e quella inferiore), presentano la stessa ordinata modale.

La seconda forma modale, invece, mostra che le masse tendono a muoversi in opposizione di fase e con ampiezze di moto simili: di conseguenza questo modo non dà luogo a significative aliquote di taglio alla base.



La conoscenza delle forme modali consente di calcolare i fattori di partecipazione modale:

$$g_1 = \frac{-\{U^{(1)}\}^T [M] (r)}{[M_1]} \approx 1 - \gamma\varepsilon$$

$$g_2 = \frac{-\{U^{(2)}\}^T [M] (r)}{[M_2]} \approx \gamma\varepsilon$$

essendo:

$$M_1 = \{U^{(1)}\}^T [M] \{U^{(1)}\}$$

$$M_2 = \{U^{(2)}\}^T [M] \{U^{(2)}\}$$

le masse generalizzate e avendo posto $(r) = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Le masse mondiali partecipanti risultano pertanto:

$$M_1^* = g_1^2 M_1 = (1 - \gamma \varepsilon)^2 (M + 2m\varepsilon + m\varepsilon^2) \approx M$$

$$M_2^* = g_2^2 M_1 = M \frac{(1 - \gamma)[1 - 2\varepsilon(1 - \gamma)]}{\gamma}$$

Si osserva come la massa partecipante al secondo modo sia molto piccola, mentre la massa partecipante al primo modo è la quasi totalità della massa presente.

Il secondo modo è ortogonale all'input sismico e perciò non viene attivato dal sisma.

Le considerazioni svolte per una struttura a 2 gradi di libertà possono essere estese alle strutture a n gradi di libertà.

Si considera un telaio shear-type a n piani, isolato alla base per mezzo di un sistema di isolamento di rigidezza laterale k_1 e smorzamento c_1 .

Con riferimento all'ultimo traverso, l'equazione del moto della massa m_n è data dalla seguente condizione di equilibrio dinamico:

$$m_n \ddot{u}_n + c_n (\dot{u}_n - \dot{u}_{n-1}) + k_n (u_n - u_{n-1}) = 0$$

Avendo indicato con k_n e c_n la rigidezza tangenziale e il coefficiente di smorzamento che la struttura presenta tra il piano n e il piano $n-1$ e con u_n e u_{n-1} gli spostamenti subiti dalle corrispondenti masse di piano m_n e m_{n-1} .

Per il generico piano m si ha, invece, la seguente equazione di equilibrio:

$$m_m \ddot{u}_m + c_m (\dot{u}_m - \dot{u}_{m-1}) - c_{m+1} (\dot{u}_{m+1} - \dot{u}_m) + k_m (u_m - u_{m-1}) - k_{m+1} (u_{m+1} - u_m) = 0$$

Avendo indicato con k_{m+1} e c_{m+1} la rigidezza tangenziale e il coefficiente di smorzamento che la struttura presenta tra il piano $m+1$ e il piano m e con u_{m+1} , u_m e u_{m-1} gli spostamenti subiti dalle corrispondenti masse di piano m_{m+1} , m_m e m_{m-1} .

Con riferimento al piano immediatamente al di sopra del sistema di isolamento, l'equazione del moto è data dalla seguente espressione:

$$m_1 \ddot{u}_1 + c_1 (\dot{u}_1 - \dot{x}_g) - c_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + k_1 (u_1 - x_g) - k_2 (u_2 - u_1) = 0$$

Avendo indicato con k_2 e c_2 la rigidezza tangenziale e il coefficiente di smorzamento che la struttura presenta tra il piano 2 e il piano 1, con k_1 e c_1 la rigidezza e il lo smorzamento propri del sistema di isolamento, con u_2 , u_1 gli spostamenti subiti dalle corrispondenti masse di piano m_2 , m_1 e con x_g lo spostamento subito dal suolo.

Risulta conveniente esprimere le equazioni del moto in termini di spostamenti relativi. In particolare, detto x_m lo spostamento della generica massa m_m relativo al moto del suolo:

$$x_m = u_m - x_g$$

le equazioni del moto assumono la seguente forma:

$$m_n \ddot{x}_n + c_n (\dot{x}_n - \dot{x}_{n-1}) + k_n (x_n - x_{n-1}) = -m_n \ddot{x}_g$$

$$m_m \ddot{x}_m + c_m (\dot{x}_m - \dot{x}_{m-1}) - c_{m+1} (\dot{x}_{m+1} - \dot{x}_m) + k_m (x_m - x_{m-1}) - k_{m+1} (x_{m+1} - x_m) = -m_m \ddot{x}_g$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_1 x_1 - k_2 (x_2 - x_1) = -m_1 \ddot{x}_g$$

Si introduce la notazione matriciale, in tal modo si possono scrivere in forma compatta tutte le n equazioni del moto.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\ddot{x}_g \mathbf{M}\mathbf{J}$$

avendo indicato con \mathbf{J} la matrice-colonna unitaria di ordine $1 \times n$ e con \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidità.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & C_m + C_{m+1} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & C_{n-1} + C_n & -C_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_n & C_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & K_m + K_{m+1} & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & K_{n-1} + K_n & -K_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_n & K_n \end{bmatrix}$$

Le matrici colonna \mathbf{X} , $\dot{\mathbf{X}}$, $\ddot{\mathbf{X}}$ rappresentano i vettori spostamento, velocità e accelerazione relativi della struttura isolata alla base.

In base al metodo della sovrapposizione modale la soluzione al problema dinamico può essere ottenuta come combinazione lineare dei singoli modi di vibrare Φ_m ($m = 1, \dots, n$). Si introduce il vettore \mathbf{q} delle coordinate principali q_i , e la matrice Φ delle forme modali Φ_m :

$$\mathbf{X} = \Phi \cdot \mathbf{q} = \sum_{m=1}^n \Phi_m q_m$$

Si va a sostituire nel sistema di equazioni del moto ottenendo:

$$\mathbf{M}\Phi\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\Phi\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\Phi\mathbf{q} = -\ddot{x}_g \mathbf{M}\mathbf{J}$$

Premoltiplicando entrambi i membri per Φ^T e dividendo per $\Phi^T M \Phi$ si ha:

$$\ddot{\mathbf{q}} + \frac{\Phi^T C \Phi}{\Phi^T M \Phi} \dot{\mathbf{q}} + \frac{\Phi^T K \Phi}{\Phi^T M \Phi} \mathbf{q} = -\frac{\Phi^T M \mathbf{J}}{\Phi^T M \Phi} \ddot{x}_g$$

Nell'ipotesi che la matrice di smorzamento C sia disaccoppiabile, il sistema dell'equazioni del moto si riconduce a un sistema lineare di n equazioni disaccoppiate, che possono essere risolte separatamente l'una dall'altra in corrispondenza di ogni singolo modo di vibrare.

$$\frac{\Phi^T C \Phi}{\Phi^T M \Phi} = \begin{bmatrix} 2\beta_1 \omega_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 2\beta_n \omega_n \end{bmatrix} = [2\beta\omega]$$

$$\frac{\Phi^T K \Phi}{\Phi^T M \Phi} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix} = [\omega^2]$$

Avendo indicato con ω_m le frequenze proprie di vibrazione del sistema e con $\beta_m = \frac{c_m}{2\omega_m m_m}$ il fattore di smorzamento modale.

La validità di tale assunzione dipende dalle proprietà dissipative del sistema di isolamento. Il disaccoppiamento modale è possibile se si impiegano isolatori dotati di fattori di smorzamento inferiori al 20%, in quanto, solo entro tale limite, i termini fuori dalla diagonale principale risultano trascurabili.

Si introduce il vettore Γ dei fattori di partecipazione modale:

$$\frac{\Phi^T M \mathbf{J}}{\Phi^T M \Phi} = \{\Gamma_m\}$$

Il sistema di equazioni del moto assume la seguente espressione:

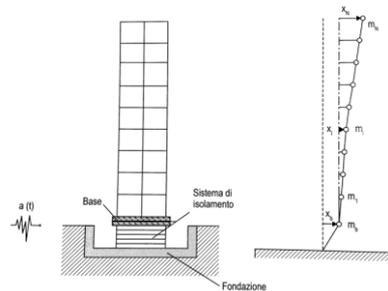
$$\ddot{\mathbf{q}} + [2\beta\omega]\dot{\mathbf{q}} + [\omega^2]\mathbf{q} = -\Gamma\ddot{x}_g$$

Che racchiude in forma implicita n equazioni indipendenti del tipo:

$$\ddot{q}_m + 2\beta_m \omega_m \dot{q}_m + \omega_m^2 q_m = -\Gamma_m \ddot{x}_g$$

La risoluzione dell'equazione consente di conoscere, attraverso $\mathbf{X} = \Phi \cdot \mathbf{q}$, il campo di spostamenti della struttura considerata.

Analogamente al caso del sistema a 2 gradi di libertà, anche nel caso di edifici pluripiano, la presenza del sistema di isolamento fa sì che i modi superiori al primo non influenzino il comportamento dinamico.



Per illustrare le azioni esercitate dai diversi isolatori è opportuno scrivere esplicitamente l'equazione della massa di base.

Si indica con m_b la massa della base e con m_i la massa del piano i -esimo.

Si suppone di descrivere il moto della struttura in termini di spostamenti relativi x_i della generica massa di piano rispetto alla base.

Il sistema di equazioni del moto assume la forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\mathbf{J}[\ddot{x}_b + a_g]$$

dove \mathbf{X} è il vettore spostamento della struttura relativo alla base, \ddot{x}_b è l'accelerazione della base rispetto al suolo e a_g è l'accelerazione del suolo.

Si moltiplica per \mathbf{J}^T ottenendo:

$$\mathbf{J}^T\mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{J}^T\mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{J}^T\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{J}^T\mathbf{M}\mathbf{J}[\ddot{x}_b + a_g]$$

e l'equazione del moto della massa di base m_b assume la seguente forma:

$$m_b(\ddot{x}_b + a_g) + \mathbf{J}^T\mathbf{M}[\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{J}(\ddot{x}_b + a_g)] + f = 0$$

Dove f è la forza di richiamo esercitata dall'isolatore sulla massa m_b , la cui espressione varia a seconda del tipo di isolatore.

Si introducono le coordinate principali χ_i :

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^q \varphi_i \chi_i(t)$$

si ottengono per la struttura le seguenti equazioni disaccoppiate:

$$\ddot{\chi}_i(t) + 2\nu_i\omega_i\dot{\chi}_i(t) + \omega_i^2\chi_i(t) = -\frac{\varphi_i^T\mathbf{M}\mathbf{J}}{\varphi_i^T\mathbf{M}\varphi_i}[\ddot{x}_b + a_g]$$

Mentre l'equazione del moto della base assume la seguente espressione:

$$m_b(\ddot{x}_b + a_g) + \mathbf{J}^T\mathbf{M}\left[\sum_{i=1}^q \varphi_i\ddot{\chi}_i(t) + \mathbf{J}(\ddot{x}_b + a_g)\right] + f = 0$$

Di seguito si riporta l'espressione dell'equazione del moto della base e della funzione f al variare del tipo di isolatore:

- Isolatore Elastomerico

$$m_b(\ddot{x}_b + a_g) + \mathbf{J}^T\mathbf{M}\left[\sum_{i=1}^q \varphi_i\ddot{\chi}_i(t) + \mathbf{J}(\ddot{x}_b + a_g)\right] + c_b\dot{x}_b + k_b x_b = 0$$

dove c_b e k_b sono lo smorzamento equivalente e la rigidità equivalente dell'isolatore, mentre il periodo proprio T_b e il fattore di smorzamento ξ_b della struttura isolata assumono la seguente espressione:

$$T_b = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k_b}}$$

$$\xi_b = \frac{c_b}{2M\omega_b}$$

avendo indicato con $M = m_b + \sum m_j$ la massa totale dell'edificio e con $\omega_b = \frac{2\pi}{T_b}$ la frequenza della struttura isolata.

- Isolatore a Pendolo Scorrevole (FPS)

$$m_b(\ddot{x}_b + a_g) + \mathbf{J}^T\mathbf{M}\left[\sum_{i=1}^q \varphi_i\ddot{\chi}_i(t) + \mathbf{J}(\ddot{x}_b + a_g)\right] + \mu g m_{tot} \sin(\dot{x}_b) + k_b x_b = 0$$

Avendo indicato con k_b la rigidità di slittamento effettiva, che esprime la forza di richiamo dovuta alla curvatura della superficie di appoggio.

4. Dispositivi di isolamento

Gli isolatori, per definizione, sono degli apparecchi d'appoggio dotati di un'elevata rigidità nei confronti delle azioni verticali e di una limitata rigidità nei riguardi delle azioni orizzontali.

I vari sistemi di isolamento sono classificati in base alle modalità con cui si ottiene l'elevata deformabilità in direzione orizzontale al piede della struttura.

Si individuano due categorie di isolatori, ciascuna corrispondente a una differente metodologia costruttiva:

- isolatori in materiale elastomerico e acciaio
- isolatori a scorrimento o a rotolamento

4.1 Isolatori elastomerici

Gli isolatori in materiale elastomerico e acciaio sono costituiti da strati alterni di materiale elastomerico (di spessore variabile tra 8 mm e 20 mm) e di acciaio (spessore $2\div 3$ mm). I lamierini di acciaio vengono vulcanizzati negli strati di gomma e svolgono una funzione di confinamento dell'elastomero, riducendone la deformabilità per carichi ortogonali alla giacitura degli strati (carichi verticali) e lasciando inalterata la deformabilità per carichi paralleli alla giacitura degli strati (carichi orizzontali). Gli accorciamenti subiti dal dispositivo per effetto del solo carico verticale di competenza sono di circa $1\div 3$ mm.

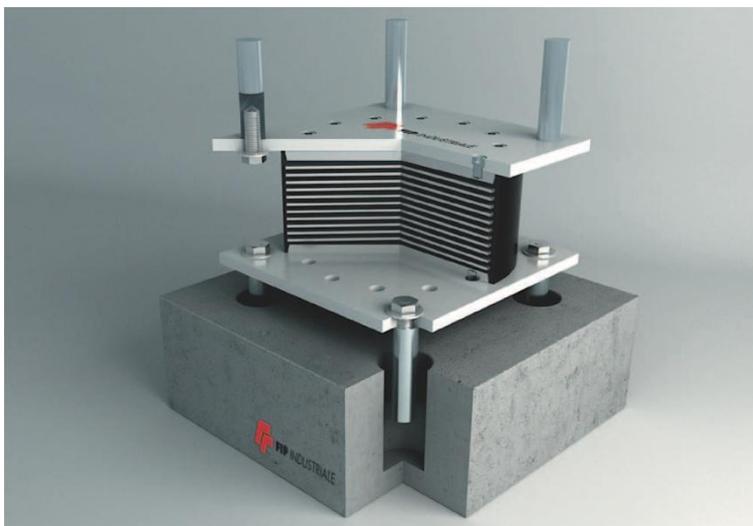
Una caratteristica degli isolatori elastomerici è la riduzione della loro capacità portante verticale al crescere dello spostamento orizzontale applicato, sia per la deformazione a taglio indotta sia per la riduzione dell'area di impronta effettiva.

Le tre principali tipologie di isolatori in materiale elastomerico e acciaio attualmente in commercio sono definite in relazione alle caratteristiche dissipative dell'elastomero e dell'eventuale presenza di nuclei dissipativi:

- isolatori in gomma a basso smorzamento o *low damping rubber bearing* (LDRB)
- isolatori in gomma ad alto smorzamento o *high damping rubber bearing* (HDRB)
- isolatori in gomma-piombo o *lead rubber bearing* (LRB)

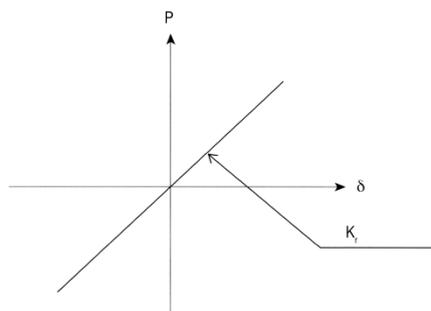
4.1.1 Isolatori in gomma a basso smorzamento (LDRB)

Gli isolatori LDRB sono utilizzati prevalentemente in Giappone, possono essere ottenuti sia con gomma naturale (isoprene) che con neoprene. Entrambi i tipi di gomma hanno proprietà molto stabili e non esibiscono il fenomeno di creep per carichi di lunga durata.



Sperimentalmente tali isolatori presentano un ciclo d'isteresi molto affusolato (racchiude un'area molto esigua), indice di un comportamento elastico lineare al crescere della deformazione.

La rigidezza K_r si mantiene pressochè costante sino al raggiungimento del valore di progetto della deformazione di taglio e quindi la relazione forza-deformazione può essere approssimata tramite un legame lineare.



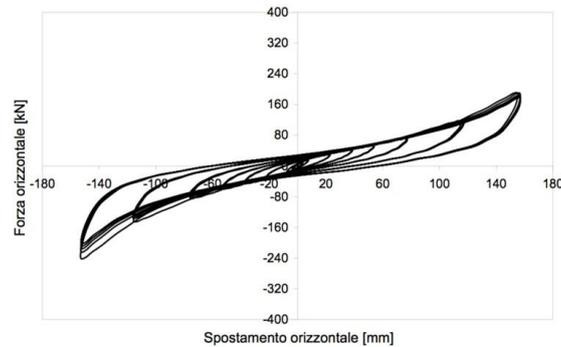
Tale caratteristica rende molto agevole la loro modellazione analitica e rappresenta un vantaggio tipico di questi dispositivi, unitamente alla semplicità e ai bassi costi di produzione e all'invarianza delle proprietà meccaniche rispetto ai cicli di carico, alla temperatura e all'invecchiamento.

L'unico svantaggio è rappresentato dal basso valore dello smorzamento (2÷3%) che implica la necessità di introdurre sistemi dissipativi ausiliari per contenere gli spostamenti.

4.1.2 Isolatori in gomma ad alto smorzamento (HDRB)

Gli isolatori HDRB utilizzano mescole ottenute aggiungendo all'elastomero speciali cariche additive (nerofumo, silicio) garantendo:

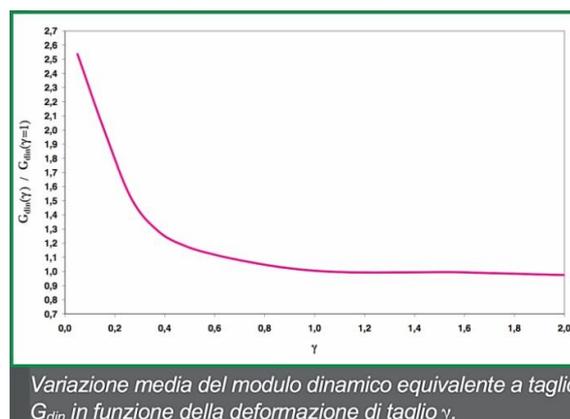
- elevata capacità dissipativa, che permette di limitare lo spostamento di progetto a valori accettabili;
- comportamento quasi elastico, che assicura una buona capacità ricentrante, ossia la capacità di riportare la struttura nella posizione indeformata al termine dell'evento sismico.



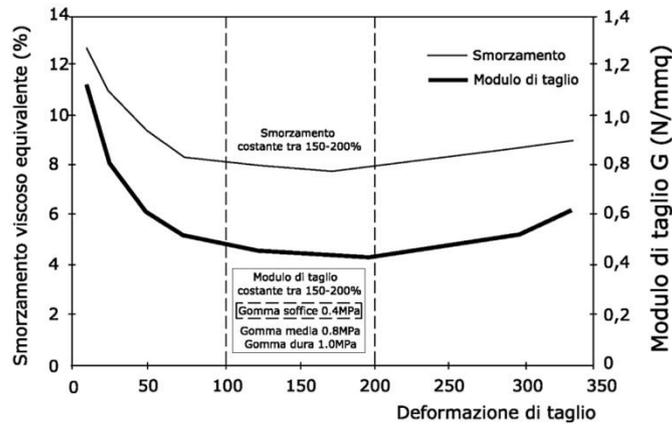
Tali isolatori sono identificati mediante la sigla SI (Seismic Isolator), seguita da una lettera (S,N,H, per indentificare rispettivamente il tipo di mescola morbida, normale, dura) e da due cifre. La prima rappresenta il diametro in millimetri, la seconda lo spessore totale degli strati di gomma in millimetri. In tabella vengono riportate alcune proprietà relative alle tre mescole standard:

PROPRIETÀ	MESCOLA		
	MORBIDA (SOFT - S)	NORMALE (NORMAL - N)	DURA (HARD - H)
Durezza (Shore A)	40	60	75
Modulo di elasticità tangenziale G_{din} a $\gamma = 1$ (MPa)	0.4	0.8	1.4
Coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ a $\gamma = 1$ (%)	10 / 15	10 / 15	10 / 15

Essi mostrano una risposta fortemente non lineare, caratterizzati da valori di rigidità e di smorzamento che variano al variare della deformazione tagliante γ .

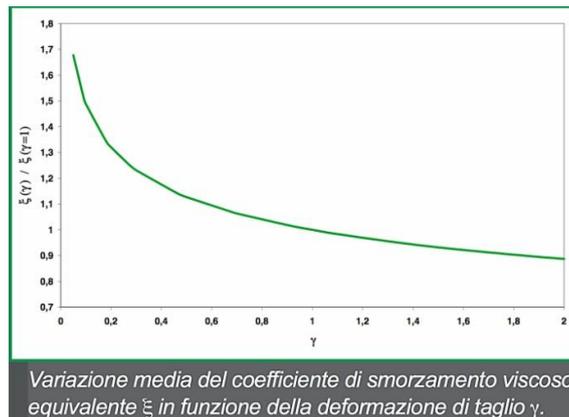


Per bassi livelli della deformazione di taglio ($\gamma < 10\%$), il modulo di taglio G risulta più elevato, anche di un ordine di grandezza, di quello relativo al livello della deformazione nelle condizioni sismiche di progetto ($\gamma = 100\div 150\%$); ciò consente di ottenere un elevato valore della rigidezza orizzontale degli isolatori e, di conseguenza, di evitare vibrazioni continue in presenza di eccitazioni dinamiche di bassa intensità (l'azione del vento). Nel campo $\gamma = 100\div 200\%$ di deformazione a taglio il modulo si mantiene costante.



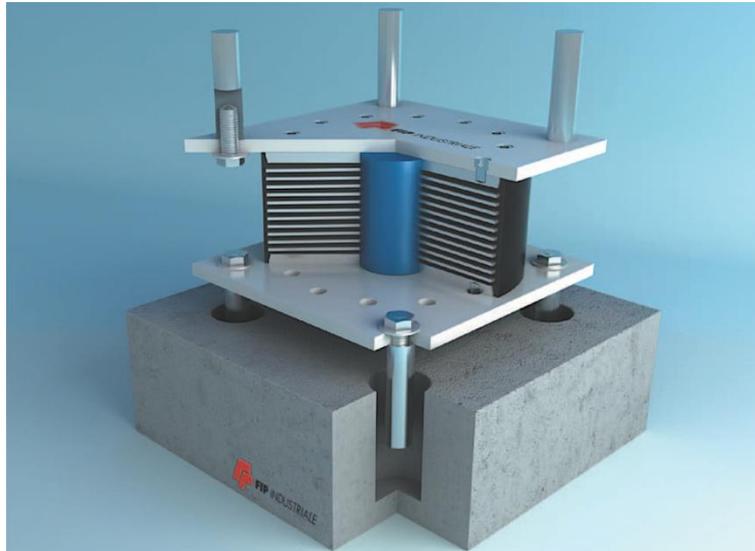
All'aumentare della deformazione ($\gamma > 200\%$) il modulo di taglio riprende a crescere, determinando un significativo incrudimento nel ciclo carico-deformazione; questo può risultare utile ai fini della limitazione degli spostamenti in caso di eventi sismici di intensità superiore a quella di progetto.

Anche il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ varia in funzione della deformazione di taglio γ .



4.1.3 Isolatori in gomma con nucleo in piombo (LRB)

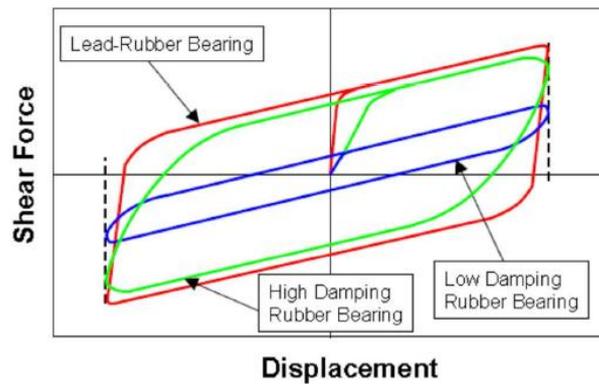
Gli isolatori LRB si differenziano dagli usuali isolatori elastomerici per la presenza di un nucleo centrale in piombo a cui è affidata la funzione di dissipare energia mediante la plasticizzazione del piombo; la miscela elastomerica utilizzata è solitamente del tipo a basso smorzamento.



L'elemento di piombo viene realizzato con dimensioni di poco maggiori di quelle del foro, in modo che ci sia un collegamento molto serrato tra il nucleo di piombo e l'appoggio elastomerico: in questo modo, inserto metallico è costretto a seguire perfettamente le deformazioni dell'appoggio in gomma, ossia si riesce ad attivare la deformazione a taglio del nucleo in piombo.

Questi dispositivi sono caratterizzati da un legame costitutivo forza–spostamento bilineare, combinazione di quello elastico lineare dell'elastomero e di quello elastico-plastico del nucleo in piombo. In questo modo si ottiene una dissipazione di energia superiore a quella degli isolatori elastomerici, con un valore dello smorzamento viscoso equivalente che può superare il 30%. Il ciclo d'isteresi è caratterizzato da una rigidezza iniziale K_u , sino al valore Q_d della forza di snervamento del nucleo in piombo e da una rigidezza finale K_d .

Dal confronto fra i cicli d'isteresi ottenuti da prove sperimentali su isolatori LDRB,HDRB,LRB, si nota come, a parità di deformazione tagliante, l'energia dissipata sia maggiore per quest'ultimi, i quali mostrano anche una maggior rigidezza.



Lo snervamento del nucleo in piombo, se da un lato consente di ottenere un'elevata rigidità iniziale (pari a circa 9÷16 volte la rigidità di un isolatore elastomerico armato), dall'altro lato rappresenta un limite poiché il superamento della soglia elastica da parte dell'inserito metallico annulla in parte la capacità ricentrante propria dell'elastomero, dando luogo a deformazioni permanenti non trascurabili.

4.2 Isolatori a scorrimento e a rotolamento

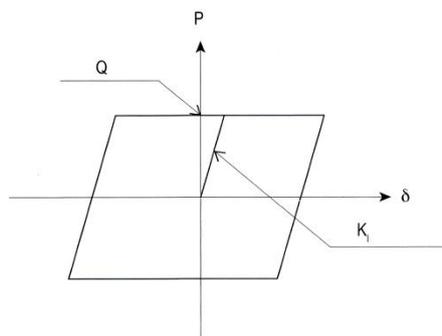
Gli isolatori a scorrimento o a rotolamento sono costituiti, rispettivamente, da appoggi a scorrimento (acciaio-teflon) o a rotolamento (su rulli o sfere) caratterizzati da bassi valori delle resistenze per attrito. Le superfici a contatto possono essere sia piane che curve.

I moderni isolatori a scorrimento o *sliding devices* (SD) sono costituiti da due blocchi in grado di scorrere uno sull'altro, essendo le superfici a contatto rivestite con particolari materiali a basso coefficiente di attrito.

Molto utilizzati sono gli appoggi in acciaio-PTFE a superficie piana, costituiti da due dischi di diverso diametro scorrevoli l'uno sull'altro e rivestiti con acciaio inossidabile lucidato a specchio e politetrafluoroetilene (PTFE o teflon).



Gli isolatori a scorrimento presentano un ciclo d'isteresi del tipo elastico-perfettamente plastico: al crescere della deformazione non si ha incrudimento, ossia la massima sollecitazione tagliante trasmessa alla sovrastruttura è pari al prodotto del coefficiente di attrito dinamico μ per il carico verticale di competenza W .



Sperimentalmente si è visto che il coefficiente di attrito dinamico assume valori compresi tra l'8% e il 12%. Tale coefficiente non si mantiene costante, ma varia in funzione di alcuni parametri quali la pressione di contatto, la velocità di scorrimento e la temperatura. Un altro approccio al problema della variabilità del coefficiente di attrito dinamico consiste nel trascurare del tutto la dissipazione di energia per attrito. Questa approssimazione è ancora più realistica se si impiegano dispositivi con superfici lubrificate, in modo da rendere trascurabile il coefficiente di attrito dinamico, riducendo l'azione resistente esplicita in direzione orizzontale e attribuendo al dispositivo la sola funzione di sostegno dei carichi verticali.

Questi dispositivi sono perciò del tutto sprovvisti di capacità ricentrante e di conseguenza essi non vengono mai impiegati soli, quale unica componente del sistema di isolamento, ma in aggiunta a dispositivi ausiliari in grado di esplicare sia una forza di richiamo che un elevato smorzamento.

Gli unici isolatori a scorrimento che incorporano la funzione ricentrante e dissipativa sono quelli con superfici di scorrimento curve. Appartengono a questa categoria gli isolatori a pendolo scorrevole o *friction pendulum system* (FPS)



4.2.1 Isolatori a pendolo scorrevole (FPS)

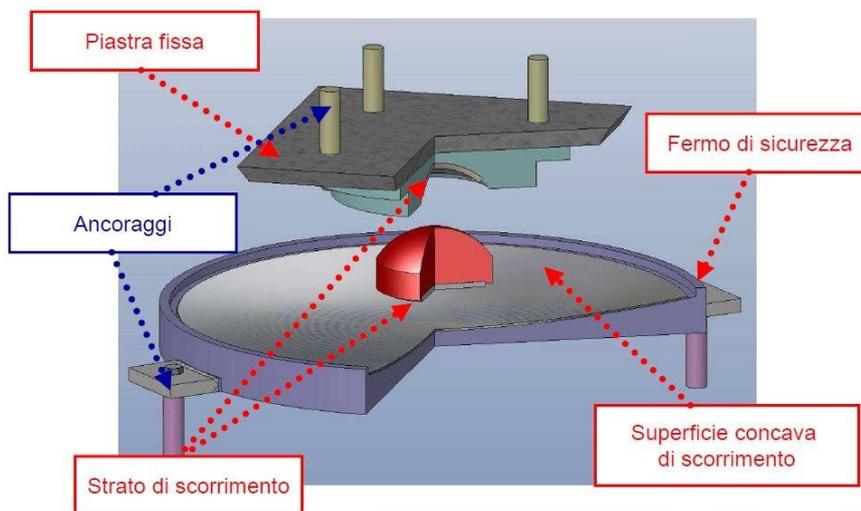
Il concetto fondamentale su cui si basa il sistema FPS è quello di moto pendolare che sfruttando la superficie concava del basamento ed il peso scaricato tende a ricentrare il sistema.

Questi dispositivi sono formati da una superficie articolata che scorre su una calotta sferica di acciaio inox. La superficie articolata è rivestita da materiale composito a basso attrito ed ad alta resistenza. Il movimento del sistema causa la nascita di forze di ricentraggio per geometria. L'interfaccia di scorrimento gioca un ruolo cruciale nella risposta di questi isolatori in quanto la resistenza per attrito dell'interfaccia è funzione del diametro della calotta sferica (effetto del confinamento del composito), dalla pressione di contatto, dalla velocità di scorrimento e della temperatura ed invecchiamento.

Questi dispositivi sono caratterizzati dalle seguenti proprietà peculiari:

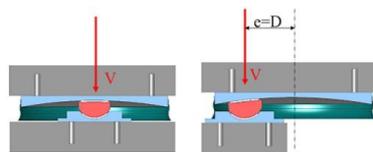
- permettono lo spostamento relativo tra la sovrastruttura e le fondazioni secondo una o due superfici sferiche;
- il periodo proprio della sovrastruttura risulta essere dipendente, principalmente, dal raggio di curvatura della superficie concava di contatto; variando questo si riescono ad ottenere diversi periodi di oscillazione;
- sono auto-ricentranti dopo un evento sismico: la funzione ricentrante è data ovviamente dalla superficie curva, la quale consente di far tornare in posizione il dispositivo quando cessa l'azione esterna;

- il periodo proprio è indipendente dalla massa della struttura, di conseguenza non si creano effetti torsionali attorno all'asse verticale durante il terremoto perché garantiscono la coincidenza fra il baricentro delle masse e quello delle rigidezze;
- l'attrito della superficie di scorrimento determina lo smorzamento viscoso equivalente: la scelta del materiale e delle proprietà della superficie di scorrimento definisce la quantità di energia sismica assorbita dal sistema (generalmente il massimo smorzamento che si può avere in questi dispositivi è intorno al 20%);

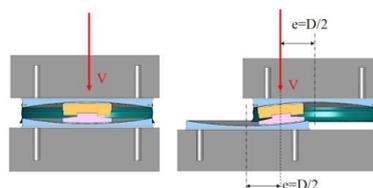


La scelta della tipologia di isolatore a pendolo scorrevole dipende dalle circostanze della struttura in esame, dallo spostamento ammissibile della risultante e dall'ingombro disponibile. Le principali differenze tra i sistemi a singola e doppia curvatura possono essere così riassunte:

- maggiore compattezza dei dispositivi a doppia superficie in quanto si può dimostrare che l'adozione di un raggio di curvatura della superficie sferica pari alla metà del raggio di un ipotetico isolatore a singola curvatura comporta un'equivalenza per la geometria del moto oscillatorio dei due sistemi;
- possibilità dei dispositivi a doppia superficie di ripartire in modo uniforme tra sovrastruttura e sottostruttura lo spostamento relativo e di distribuire di conseguenza gli effetti flessionale conseguenti all'azione del carico verticale in posizione eccentrica rispetto all'asse dell'elemento (effetti $P-\Delta$):



Spostamento della risultante con isolatori a superficie sferica singola



Spostamento della risultante con isolatori a due superfici sferiche

4.3 Vantaggi e svantaggi dei singoli dispositivi di isolamento

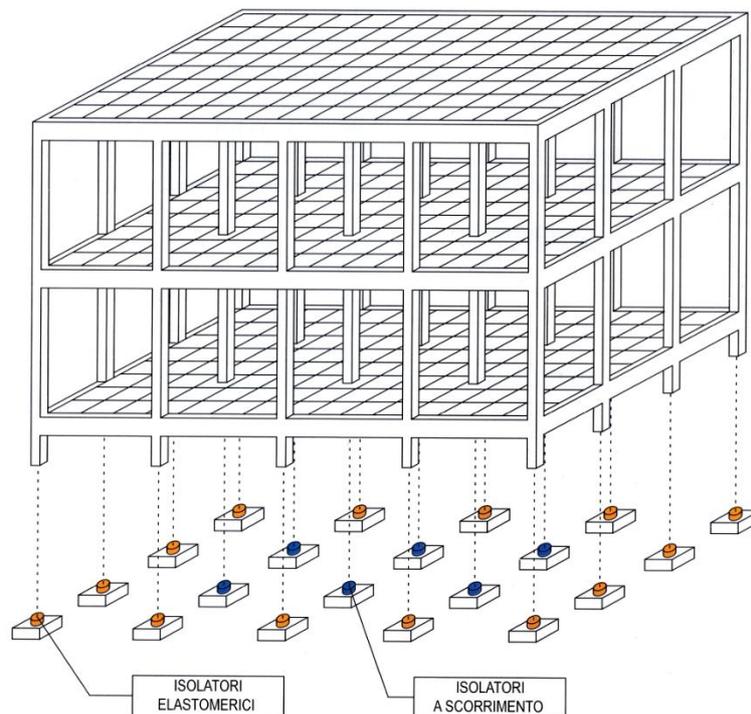
	Vantaggi	Svantaggi
LDRB	Basse accelerazioni nella sovrastruttura Basso costo	Grossi spostamenti Basso smorzamento Bassa resistenza ai carichi di servizio Effetti di instabilità
HDRB	Moderate accelerazioni nella sovrastruttura Resistenza ai carichi di servizio Moderato smorzamento	Rigidezza e smorzamento dipendenti dalle deformazioni di taglio Limitata scelta di rigidezza e smorzamento Effetti di instabilità
LRB	Moderate accelerazioni nella sovrastruttura Vasta scelta di rigidezze e smorzamenti	Variazione ciclica delle proprietà Effetti di instabilità
SD	Resistenza ai carichi di servizio Alto smorzamento Stabilità	Proprietà funzione di velocità e carico applicato No ricentraggio
FPS	Resistenza ai carichi di servizio Moderato smorzamento Stabilità Riduzione nella risposta torsionale	Proprietà funzione di velocità e carico applicato

4.4 Sistemi di isolamento

La contemporanea presenza, in una stessa struttura, di più tipologie di dispositivi di isolamento da luogo ai sistemi di isolamento.

I sistemi che combinano isolatori elastomerici con isolatori a scorrimento prendono il nome di sistemi combinati EERC. Il layout tipico prevede la disposizione di isolatori a scorrimento (del tipo acciaio-PTFE) sotto i pilastri interni dell'edificio e di isolatori elastomerici a basso smorzamento in corrispondenza dei pilastri di bordo.

Tale soluzione permette di ottenere sistemi a bassa rigidezza, con buone capacità dissipative, senza l'introduzione di dispositivi ausiliari. In particolare gli appoggi elastomerici con la loro disposizione lungo il perimetro esplicano l'azione ricentrante del sistema dopo l'evento sismico, riducendo gl'effetti dovuti alla torsione di piano.

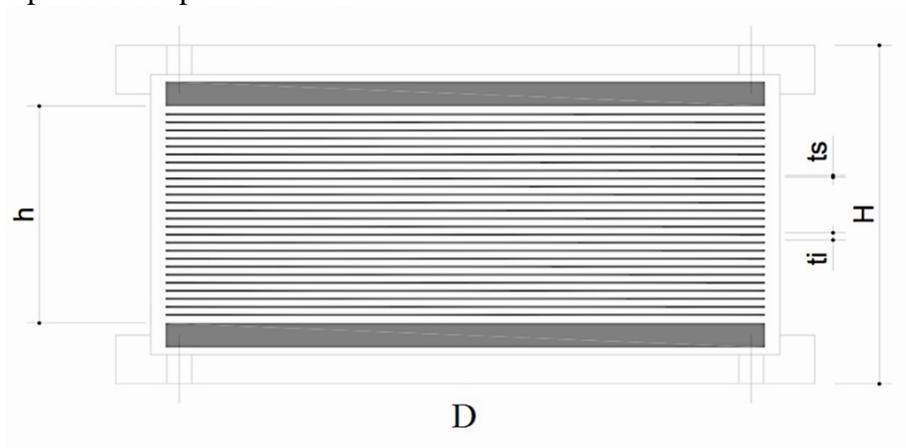


5. La meccanica del comportamento nei dispositivi elastomerici

5.1 Caratteristiche geometriche e meccaniche

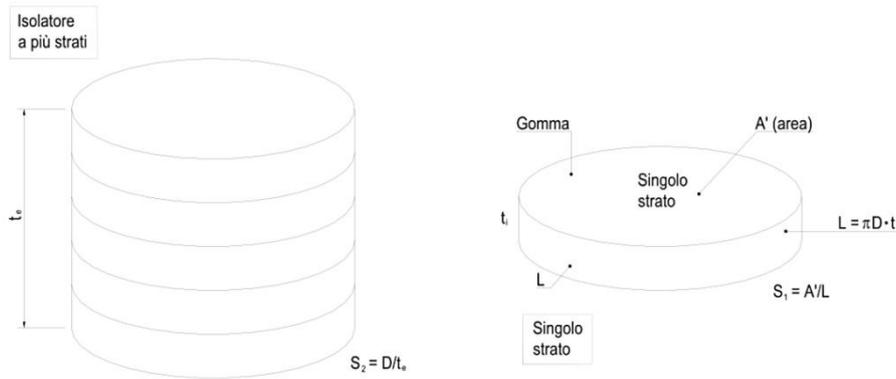
Le caratteristiche geometriche dei dispositivi di isolamento in gomma ed acciaio HDRB di maggior interesse nella progettazione delle strutture isolate sono:

- D diametro o dimensione di lato (per isolatore circolare o quadrato)
- t_e altezza totale della gomma
- t_i spessore dell' i -esimo strato di gomma (tra 5 e 10 mm)
- t_s spessore dei piatti di acciaio interni vulcanizzati alla gomma (spessore minimo 2 mm)
- H altezza totale dell'isolatore
- n numero strati di gomma
- s spessore dei piatti terminali

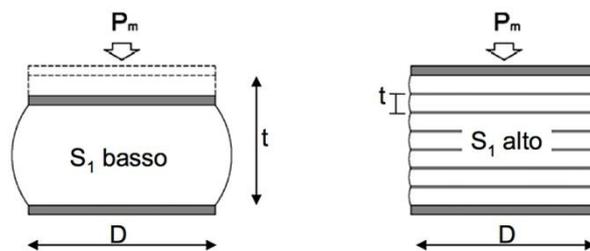


Si definiscono inoltre due fattori geometrici che caratterizzano il comportamento dei dispositivi:

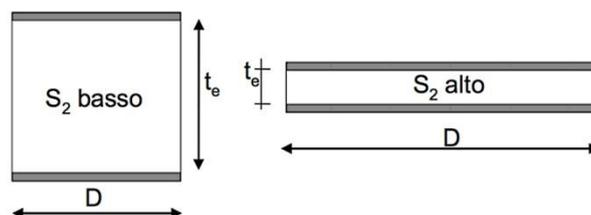
- $S_1 = \frac{A'}{L} = \frac{D}{4t_i}$ è detto *fattore di forma primario* ed è definito come rapporto tra la superficie A' in comune tra il singolo strato di elastomero e la singola lamina di acciaio, e la superficie laterale libera L del singolo strato di elastomero.
- $S_2 = \frac{D}{t_e}$ è detto *fattore di forma secondario* ed è definito come il rapporto tra la dimensione in pianta D della singola piastra di acciaio e lo spessore totale degli strati di t_e elastomero.



Il fattore di forma primario S_1 controlla la rigidezza verticale (controllando il confinamento della gomma). Nel calcolo di K_V non si considera l'area dell'intero strato di gomma, ma soltanto quella della lamina metallica, in quanto lo strato laterale esterno di elastomero non confinato fornisce un apporto trascurabile alla portanza nei confronti dei carichi verticali. Sulla base dei valori ricorrenti del carico verticale V di competenza di un isolatore (variabili, solitamente, nel range 700÷3000 kN) si può ritenere che valori di $S_1 > 10$ assicurino un'adeguata rigidezza verticale, atta a sostenere i carichi senza apprezzabili cedimenti (variabili nel range 1÷3 mm).



Il fattore di forma secondario S_2 controlla la stabilità del dispositivo (controllando il rapporto di forma). Tale parametro è un indice della possibile insorgenza di eventuali fenomeni di instabilità e valori di $S_2 > 3$ assicurano la portanza dell'isolatore nei confronti dei carichi verticali anche nelle condizioni di massima deformazione.



Le caratteristiche meccaniche dei dispositivi di isolamento in gomma ed acciaio HDRB di maggior interesse nella progettazione delle strutture isolate sono:

- G_{din} modulo dinamico equivalente a taglio compreso tra 0,4 e 1,4 MPa
- ξ smorzamento viscoso equivalente pari al 10% o al 15%
- γ deformazione di taglio del dispositivo che in fase di progetto assunta pari a 100÷150%

5.2 Comportamento tenso-deformativo

Per comprendere il comportamento di un isolatore elastomerico si analizzano sono le tensioni che nascono nella gomma quando il dispositivo è soggetto a carico verticale ed orizzontale. Di seguito si riportano considerazioni sugli stati tensionali e deformativi che nascono in uno strato di elastomero confinato da piastre rigide d'acciaio.

5.2.1 Rigidezza verticale e orizzontale

La rigidezza verticale del singolo strato elastomerico è data da:

$$K_{Vi} = \frac{E_C A}{t_i}$$

La rigidezza verticale K_V dell'isolatore è ricavata considerando in serie i singoli strati che compongono il dispositivo:

$$K_V = \frac{1}{\sum \frac{1}{K_{Vi}}}$$

La teoria utilizzata per valutare il modulo di rigidezza apparente a compressione E_C degli isolatori è fornita in [Kelly, 2001]. Questa caratteristica meccanica è influenzata dal tipo di gomma (*modulo G*) e dal fattore di forma primario S_1 :

$$\frac{1}{E_C} = \frac{1}{E_C'} + \frac{1}{K}$$

La compressibilità volumetrica K dipende dal tipo di gomma utilizzata, e si assume in genere pari a 2000 Mpa.

Il modulo a compressione assumendo nulla la compressibilità volumetrica vale:

$$E_C' = 6GS_1^2 = 6G \left(\frac{D}{4t_i} \right)^2$$

La rigidezza orizzontale del singolo isolatore si ottiene molto più semplicemente dalla relazione :

$$K_H = \frac{GA}{t_e}$$

essendo G , A e t_e rispettivamente il modulo dinamico equivalente a taglio, l'area della sezione trasversale lorda e lo spessore complessivo dell'elastomero.

5.2.2 Compressione semplice

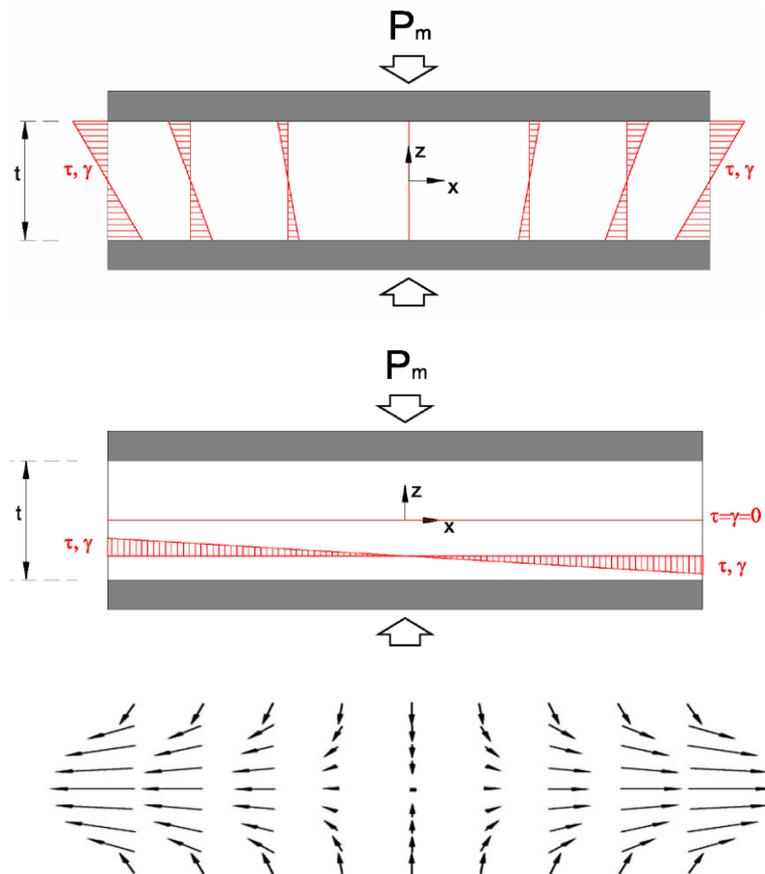
La modellazione analitica della risposta di uno strato di gomma, confinato da piastre rigide, soggetto a carico verticale presenta delle difficoltà a causa della forte non-linearità del fenomeno e della non omogeneità dello stato deformativo.

Un approccio elastico lineare in presenza di piccole deformazioni è stato proposto da Gent e Lindley nel 1959, successivamente rielaborato da Kelly 1993.

Il problema dell'equilibrio elastico (*pressure solution*) si può risolvere agevolmente introducendo alcune ipotesi semplificative:

- le sezioni rimangono piane dopo la deformazione
- le superfici cilindriche, inizialmente verticali, diventano paraboliche
- elastomero incompressibile ($\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$)

Sotto l'azione dei carichi normali al piano d'appoggio l'elastomero tende a manifestare dilatazioni laterali che vengono contrastate dalle azioni tangenziali che insorgono a seguito della solidarizzazione dell'elastomero all'armatura metallica.



Per l'equilibrio interno del concio elementare di gomma le azioni radenti che si esplicano al contatto con l'acciaio vengono equilibrate da tensioni normali agenti sia in direzione radiale sia in direzione circonferenziale. Queste tensioni tangenziali producono un' azione di confinamento laterale che limita drasticamente sia lo

spostamento verticale ed annulla lo spostamento radiale in corrispondenza dell'interfaccia tra gomma e acciaio.

La deformazione tangenziale per compressione assiale è pari a:

$$\gamma_c = \frac{P}{GS_1 A}$$

ed anch'essa si riduce al crescere del fattore di forma primario e quindi al ridursi dello spessore del singolo strato in rapporto al suo diametro.

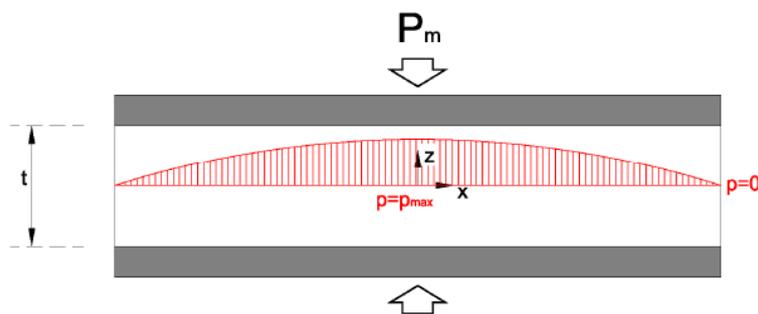
La normativa NTC 2008 fornisce un'espressione analoga, ma con un valore incrementato di un fattore pari a 1.5, che è in realtà rappresentativo del comportamento degli appoggi armati nastriformi, considerando nel contempo un'area ridotta dell'impronta del carico (A_r) che tiene conto dello spostamento orizzontale. Si assume pertanto:

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r}$$

Le sollecitazioni nell'armatura metallica possono dedursi da semplici condizioni di equilibrio seguendo il medesimo criterio utilizzato per ricavare lo stato di sollecitazione nell'elastomero.

Le tensioni normali nel lamierino variano con legge parabolica, con valore nullo ai bordi e valore massimo al centro ove sono pari a:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_v 2t_i}{t_s}$$

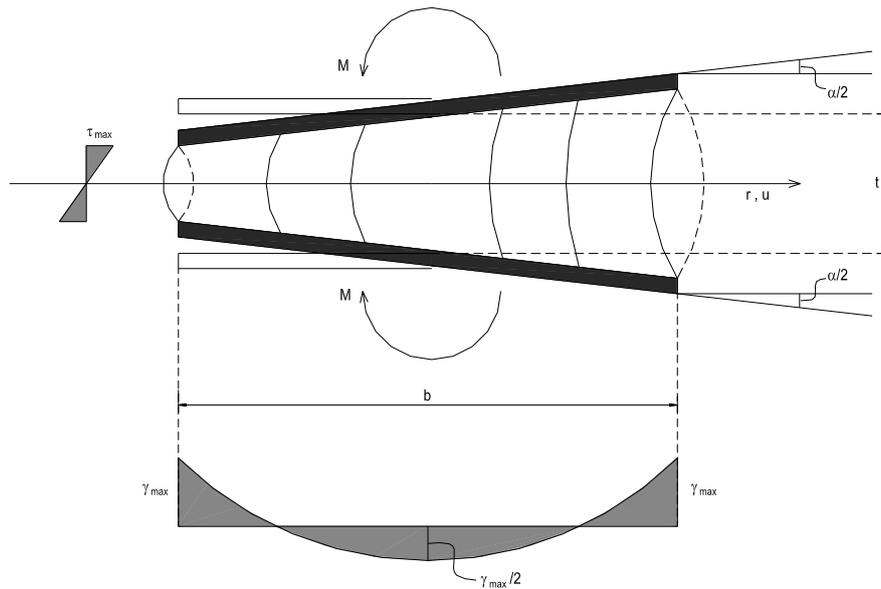


Nelle prescrizioni normative il valore precedente viene incrementato in condizioni sismiche di un 30% e considerato che $2t_i$ rappresenta lo spessore totale ($t_1 + t_2$) dei due strati di elastomero afferenti allo stesso lamierino, la tensione nell'acciaio viene valutata nelle indicazioni normative mediante la relazione:

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk}$$

Ai fini della verifica di resistenza la tensione normale nel lamierino deve risultare inferiore alla tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio.

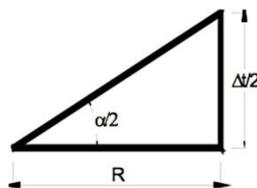
5.2.3 Rotazione impressa



La deformazione di taglio dovuta alla flessione è pari a:

$$\gamma_{\alpha} = 6S_1 \varepsilon_{\alpha}$$

dove ε_{α} è la deformazione a taglio ai bordi dovuta alla flessione, data dalla seguente espressione:



$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta t}{2} \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \alpha R \quad \varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta t}{t_e} = \frac{R\alpha}{t_e}$$

Sostituendo S_1 e ε_{α} si ottiene:

$$\gamma_{\alpha} = 6 \frac{D}{4t_i} \frac{D\alpha}{2t_e} = \frac{3D^2\alpha}{4t_i t_e}$$

relazione coincidente con l'espressione riportata nel testo normativo.

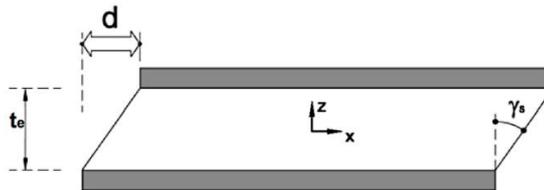
Dove $\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$ è la media di α_x , α_y rotazioni relative tra le facce superiore e inferiore di un isolatore elastomerico rispettivamente intorno alle direzioni x e y.

Dalla relazione che lega l'angolo tra le due piastre terminali α con il raggio di curvatura ρ , e dalla teoria della trave, si ricava la relazione tra il momento flettente M agente sul dispositivo con l'angolo α :

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{\alpha}{t} \\ M &= \frac{E_c I}{\rho} \end{aligned} \right\} M = E_c I \frac{\alpha}{t} = \frac{3\alpha G \pi R^6}{2t^3 \cdot 12} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_x = \frac{24M_x t_i^3}{3\pi G R^6} \\ \alpha_y = \frac{24M_y t_i^3}{3\pi G R^6} \end{cases}$$

5.2.4 Azioni orizzontali

In condizioni statiche di equilibrio, la forza orizzontale F generata dalla reazione elastica del dispositivo deformato dallo spostamento d induce nell'elastomero tensioni tangenziali, la cui risultante sarà uguale in modulo ma di verso contrario alla F .

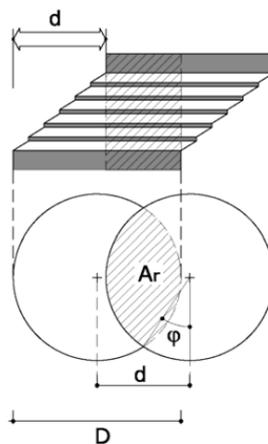


In condizioni di taglio semplice lo scorrimento dell'isolatore si ricava sommando gli scorrimenti relativi dei singoli strati, ottenendo:

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e}$$

5.2.5 Area ridotta efficace

Per lo studio del comportamento degli isolatori elastomerici soggetti alla combinazione dei carichi verticali ed orizzontali, è importante considerare l'area ridotta.



In queste condizioni il trasferimento del carico verticale può avvenire direttamente tra la piastra superiore e quella inferiore solo lungo la proiezione dell'area condivisa dalla

superficie circolare superiore traslata dello spostamento di progetto d e dalla superficie circolare della base fissa inferiore.

Da semplici considerazioni geometriche si può dedurre che l'area ridotta in esame è pari all'area totale dei due settori circolari individuati dalla intersezione delle due circonferenze.

Valendo per il semiangolo sotteso al centro dalla corda comune ai due cerchi la relazione seguente ($\theta = \frac{\varphi}{2}$):

$$\cos \theta = \frac{d/2}{R} \quad \rightarrow \quad \theta = \arccos \frac{d}{D}$$

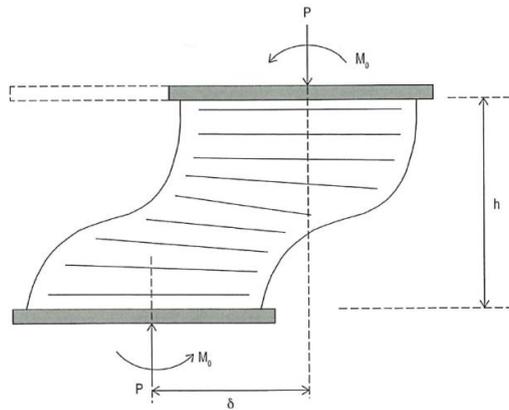
Si deduce di conseguenza che l'area ridotta risulta essere pari a:

$$A_r = \frac{D^2}{4} (2\theta - \sin 2\theta)$$

la cui superficie assume quindi il significato di area di contatto effettiva.

L'area efficace si annulla per uno spostamento laterale pari al diametro ($d = D$), ossia per uno scorrimento pari a $\gamma = \frac{D}{t_e} = S_2$.

5.2.6 Carico critico di instabilità



La verifica della stabilità dell'equilibrio degli isolatori assume una importanza fondamentale a causa della bassa rigidezza a taglio e degli elevati movimenti orizzontali che contraddistinguono questi dispositivi ed il cui effetto è quello di abbattere drasticamente il carico critico di instabilità.

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = GA_r S_1 S_2$$

5.3 Verifiche di sicurezza

5.3.1 Verifica della deformazione di taglio totale di progetto

Per gli isolatori in elastomero e acciaio, la deformazione di taglio totale di progetto γ_t è data dalla somma delle aliquote dovute alla compressione (variabile lungo la dimensione dell'isolatore), allo spostamento sismico totale inclusi gli effetti torsionali (costante su tutta la gomma) ed alla rotazione angolare.

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s \leq 5$$

Per la verifica di aderenza elastomero-acciaio è opportuno, inoltre, che la deformazione di taglio in corrispondenza dello spostamento sismico totale rispetti la seguente limitazione:

$$\gamma_s \leq 2$$

5.3.2 Verifica delle tensioni nelle piastre di acciaio

La tensione massima σ_s agente sulla generica piastra d'acciaio deve risultare inferiore alla tensione di snervamento dell'acciaio f_{yk} .

La relazione fornita dalle attuali normative per tale tipo di verifica è:

$$\sigma_s = \frac{1,3P(t_1 + t_2)}{A_r t_s} < f_{yk}$$

dove t_1 e t_2 sono gli spessori dei due strati di elastomero direttamente a contatto con la piastra e t_s è lo spessore della piastra ($t_s > 2mm$).

5.3.3 Verifica del carico critico

Il carico massimo verticale agente sul singolo isolatore dovrà essere inferiore al carico critico diviso per un coefficiente di sicurezza:

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

5.4 Modellazione del comportamento sperimentale

Tutti i dispositivi sono caratterizzati da un comportamento marcatamente non lineare, con cicli d'isteresi più o meno ampia seconda dei materiali e della tecnologia impiegati. E' però possibile, ai fini progettuali, considerare dei legami costitutivi semplificati (lineari o bilineari) ottenuti individuando degli opportuni parametri sintetici rappresentativi del reale comportamento ciclico dei dispositivi.

Nel caso degli isolatori elastomerici, il [D.M. 2008] al punto 11.9.7 individua due parametri sintetici:

- la rigidezza equivalente K_e
- il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_e

La rigidezza equivalente K_e , relativa ad un ciclo di carico, è definita come rapporto tra la forza F corrispondente allo spostamento massimo d raggiunto in quel ciclo e lo stesso spostamento e si valuta come prodotto del modulo dinamico equivalente a taglio G_{din} per il rapporto tra l'area A di elastomero e lo spessore totale t_e degli strati di elastomero, ossia:

$$K_e = \frac{F}{d} = \frac{G_{din}A}{t_e}$$

Il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_e si definisce come rapporto tra l'energia E_d dissipata in un ciclo completo di carico e $2\pi Fd$, ossia:

$$\xi_e = \frac{E_d}{2\pi Fd}$$

Tale parametro trasforma l'energia dissipata per isteresi, generalmente calcolata come area racchiusa dal ciclo corrispondente a $\gamma = 100\%$, in smorzamento viscoso equivalente.

La rigidezza verticale K_V è definita come rapporto tra la forza verticale di progetto F_V e lo spostamento verticale d_V :

$$K_V = \frac{F_V}{d_V}$$

Al punto 7.10.5.2 [D.M. 2008] si consente, per un dato sistema di isolamento, l'adozione di un modello lineare equivalente a patto che siano verificate alcune condizioni inerenti la rigidezza e lo smorzamento equivalenti del sistema di isolamento. Si definisce rigidezza totale equivalente del sistema di isolamento K_{esi} la somma delle rigidezze equivalenti dei singoli dispositivi, mentre il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente del sistema di isolamento ξ_{esi} definisce l'energia dissipata dal sistema di isolamento in cicli con frequenze nell'intervallo delle frequenze naturali dei modi considerati dall'analisi.

Al punto C7A.10 [Circolare 2009] riporta le seguenti espressioni:

$$K_{esi} = \sum_j (K_{ej})$$
$$\xi_{esi} = \sum_j \frac{(E_{dj})}{2\pi K_{esi} d^2}$$

E' possibile evitare di prendere in considerazione la deformabilità verticale degli isolatori a patto che il rapporto tra la rigidità verticale del sistema di isolamento K_V e la rigidità equivalente orizzontale K_{esi} risulti maggiore di 800.

Il valore della rigidità equivalente K_e di ciascun dispositivo facente parte del sistema di isolamento deve essere riferito allo spostamento totale di progetto per lo stato limite in esame. Qualora la rigidità equivalente del sistema di isolamento dipenda in maniera significativa dal suddetto spostamento è necessario implementare una procedura iterativa per la determinazione del valore numerico, da arrestarsi quando la differenza tra il valore assunto e quello calcolato risulti inferiore alla tolleranza del 5%.

Lo smorzamento viscoso equivalente può invece ritenersi indipendente dal particolare stato limite considerato e di valore pari al valore assunto in corrispondenza del massimo valore dello spostamento di progetto.

L'applicazione dell'analisi statica lineare richiede che per nessuna delle combinazioni di carico previste vi siano isolatori soggetti ad una tensione normale media di trazione. Tale richiesta è basata su evidenze sperimentali che hanno mostrato come la presenza di uno sforzo normale di trazione comporti l'insorgere negli isolatori di un comportamento non lineare, i cui effetti non possono essere adeguatamente tenuti in conto attraverso un'analisi lineare semplificata. E' comunque opportuno, in sede progettuale, cercare di minimizzare gli sforzi di trazione indotti dall'azione sismica, in quanto tale stato tensionale rappresenta una condizione di lavoro non verificata sperimentalmente: per i dispositivi a scorrimento si possono generare dei sollevamenti (distacchi tra le superfici di scorrimento), mentre per gli isolatori elastomerici esso può indurre il fenomeno della cavitazione (formazione nella gomma di piccole bolle d'aria che nelle successive fasi di compressione possono implodere e far variare sensibilmente lo stato tensionale) e l'insorgere di rotture.

6. Applicazione ad un caso di studio

6.1 Descrizione generale dell'edificio

L'edificio in questione è un nuovo fabbricato ad uso civile abitazione, costituito da 7 piani fuori terra da erigersi a L'Aquila.



Dal punto di vista strutturale l'edificio risulta regolare sia in pianta che in altezza.

Si individua uno schema strutturale inscritto in un rettangolo di dimensioni pari a circa 26 x 11 m che si estende su tutti i livelli per un'altezza di 19 m, costituito da un telaio in cemento armato ordito in entrambe le direzioni (telai principali orditi in direzioni trasversale, telai secondari orditi in direzione longitudinale).

Vengono utilizzati un'unica tipologia di pilastri 35x80 cm con sezione trasversale mantenuta costante in elevazione in modo da unire alla pulizia formale dei prospetti anche un certo grado di robustezza strutturale (raccomandata in ogni caso nel paragrafo 2.1 [D.M.2008]).

La disposizione dei pilastri in pianta è stata studiata in modo tale da rendere il baricentro delle rigidezze di piano il più prossimo possibile al baricentro delle masse.

Con riferimento alle sezioni trasversali delle travi adottate è necessario distinguere il caso del solaio piano terra dal caso rappresentato dagli altri impalcati.

In ossequio al punto 7.10.4.3 [D.M.2008], per limitare gli effetti di spostamenti sismici differenziali è necessario che sia presente al di sopra del sistema di isolamento un diaframma rigido. Per tale ragione, nella carpenteria del solaio del piano terra sono presenti travi in altezza di sezione trasversale pari a 50x60 cm, disposte ortogonalmente nelle due direzioni principali in modo da collegare la base di ogni pilastro.

Per le travi dei restanti 6 impalcati sono state adottate due sezioni trasversali, rispettivamente pari a 35x50 cm lungo il perimetro dell'edificio e lungo i telai trasversali, e a 30x50 cm lungo i telai longitudinali interni. Tale scelta è motivata dal voler garantire una maggior rigidità torsionale di piano all'edificio.

I solai del piano terra e piano primo sono realizzati mediante lastre prefabbricate, struttura mista in polistirolo e cemento, di 25 cm di altezza, di larghezza cm 120, ottenute in stabilimento con lastre in calcestruzzo normale irrigidite da tralicci metallici ed alleggerite con blocchi in polistirolo.

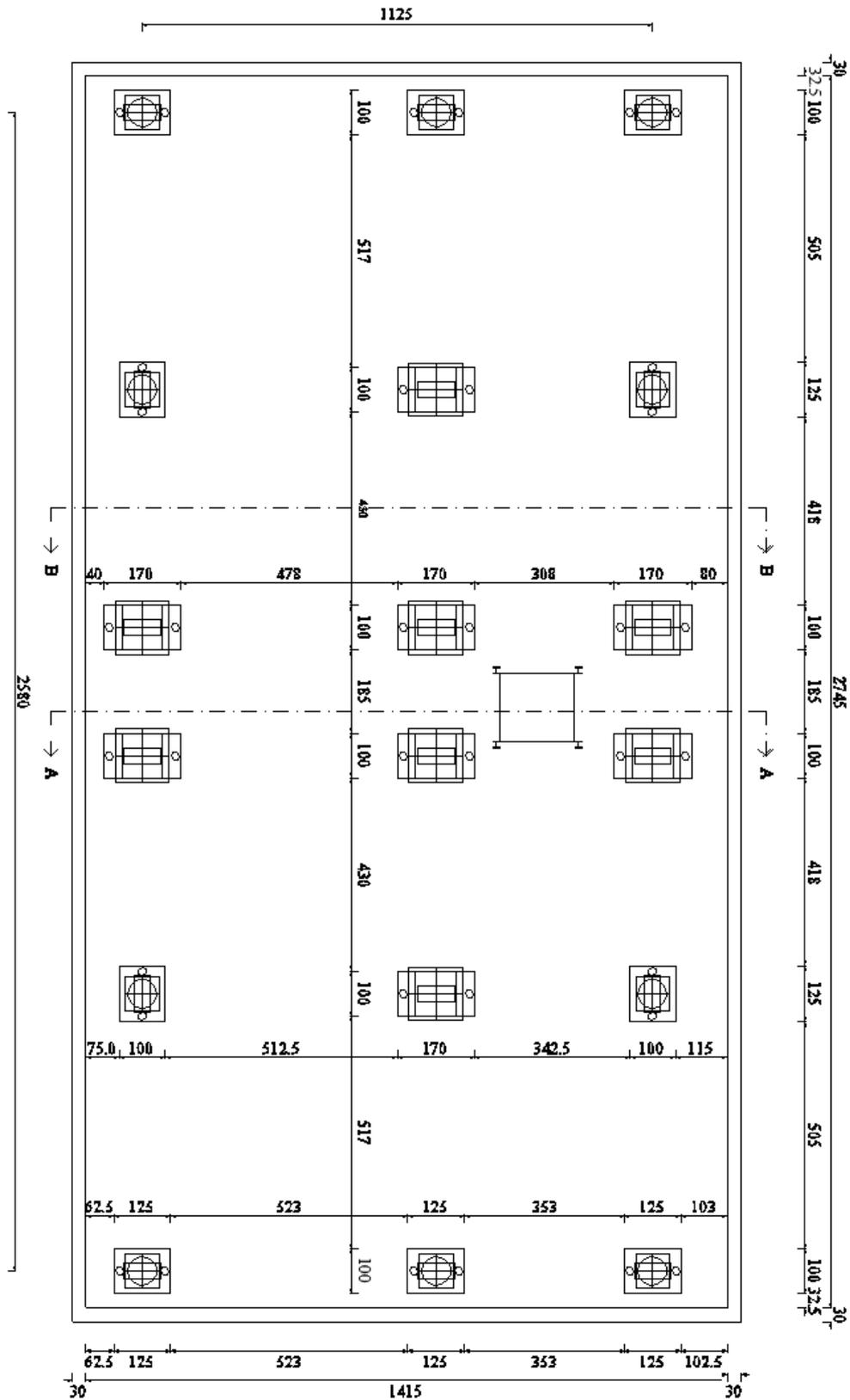
I solai dei piani restanti sono realizzati in latero-cemento con uno spessore di 25 cm.

Il rivestimento dell'edificio è costituito da un pacchetto di parete formato da una tamponatura interna con laterizi forati termoresistenti e da un cappotto esterno realizzato con pannelli isotermici.

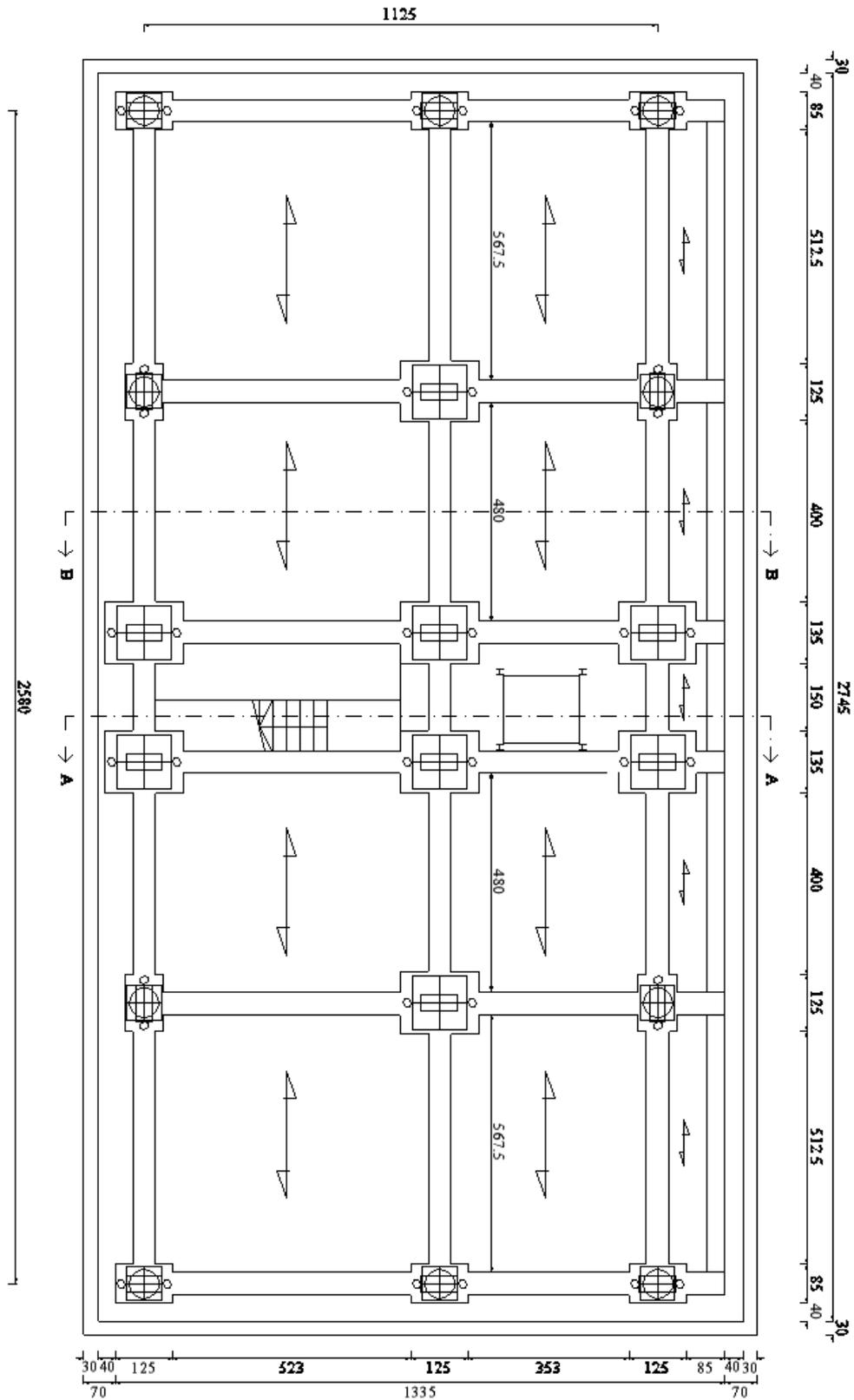
Per tutte le strutture in elevazione si è adoperato:

- Calcestruzzo di classe C28/35
 - Resistenza cubica caratteristica: $R_{ck} = 35 \text{ MPa}$
 - Resistenza cilindrica caratteristica: $f_{ck} = 28 \text{ MPa}$
 - Resistenza media a trazione semplice: $f_{ctm} = 2,77 \text{ MPa}$
 - Modulo di elasticità longitudinale: $E = 32000 \text{ MPa}$
 - Resistenza di calcolo a compressione: $f_{cd} = 15,87 \text{ MPa}$
 - Resistenza di calcolo a trazione: $f_{ctd} = 1,57 \text{ MPa}$
- Acciaio tipo B450 C
 - Tensione caratteristica di rottura: $f_{tk} = 540 \text{ MPa}$
 - Tensione caratteristica di snervamento: $f_{yk} = 450 \text{ MPa}$
 - Resistenza di calcolo: $f_{yd} = 391,3 \text{ MPa}$
 - Modulo di elasticità longitudinale: $E = 206000 \text{ MPa}$

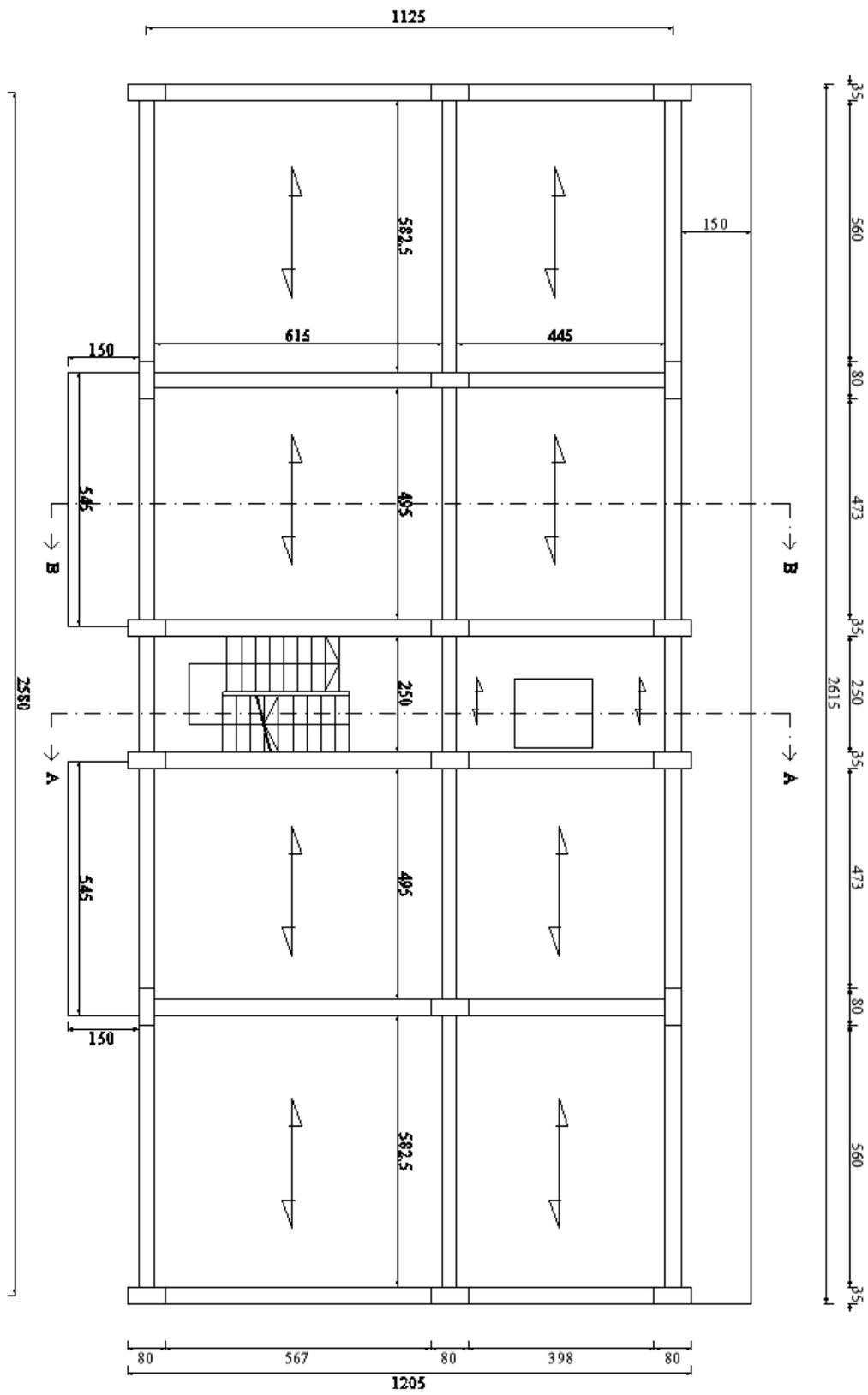
Nelle pagine seguenti sono rappresentate le planimetrie e le sezioni dell'edificio:



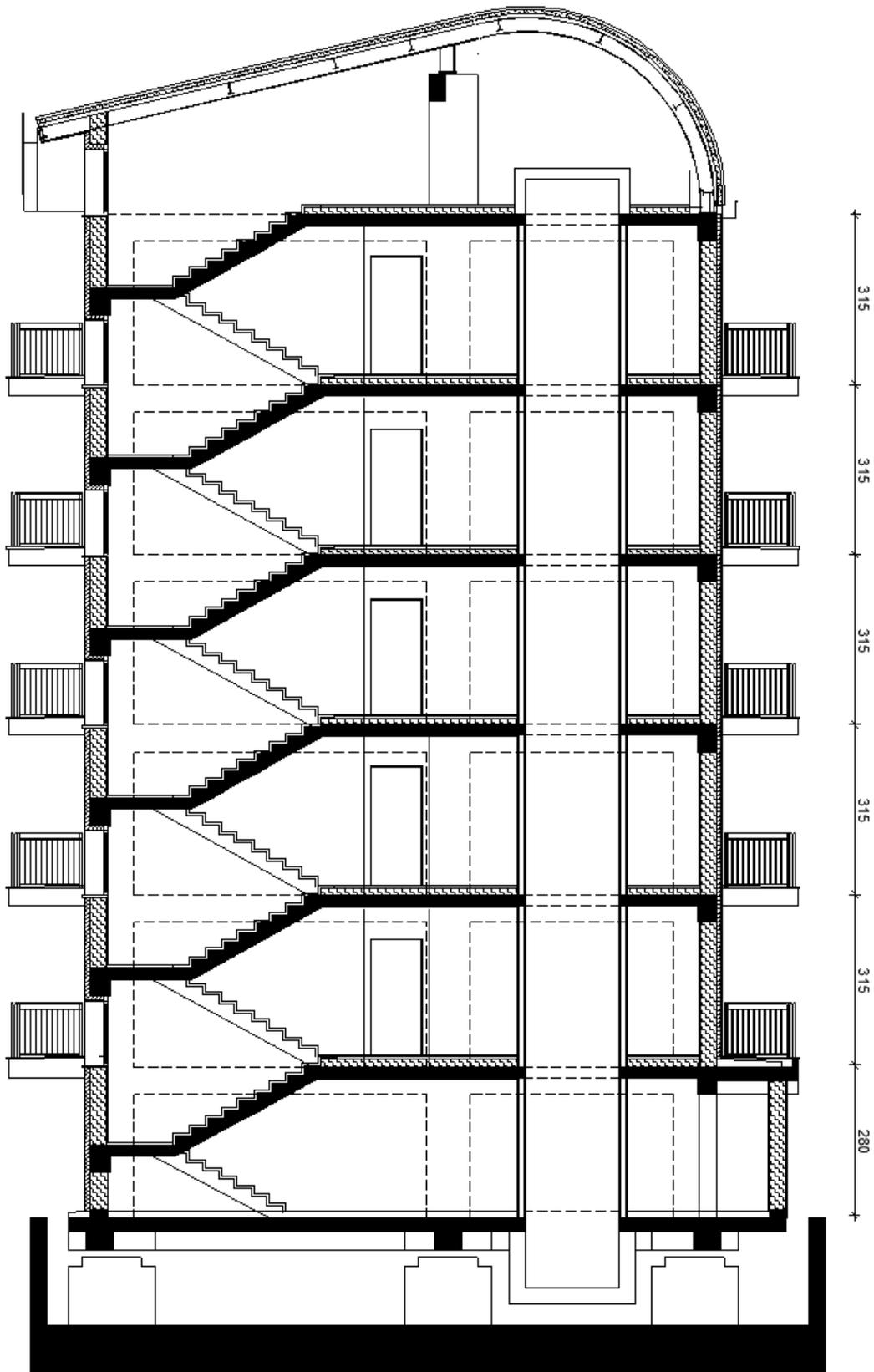
Planimetria piano interrato



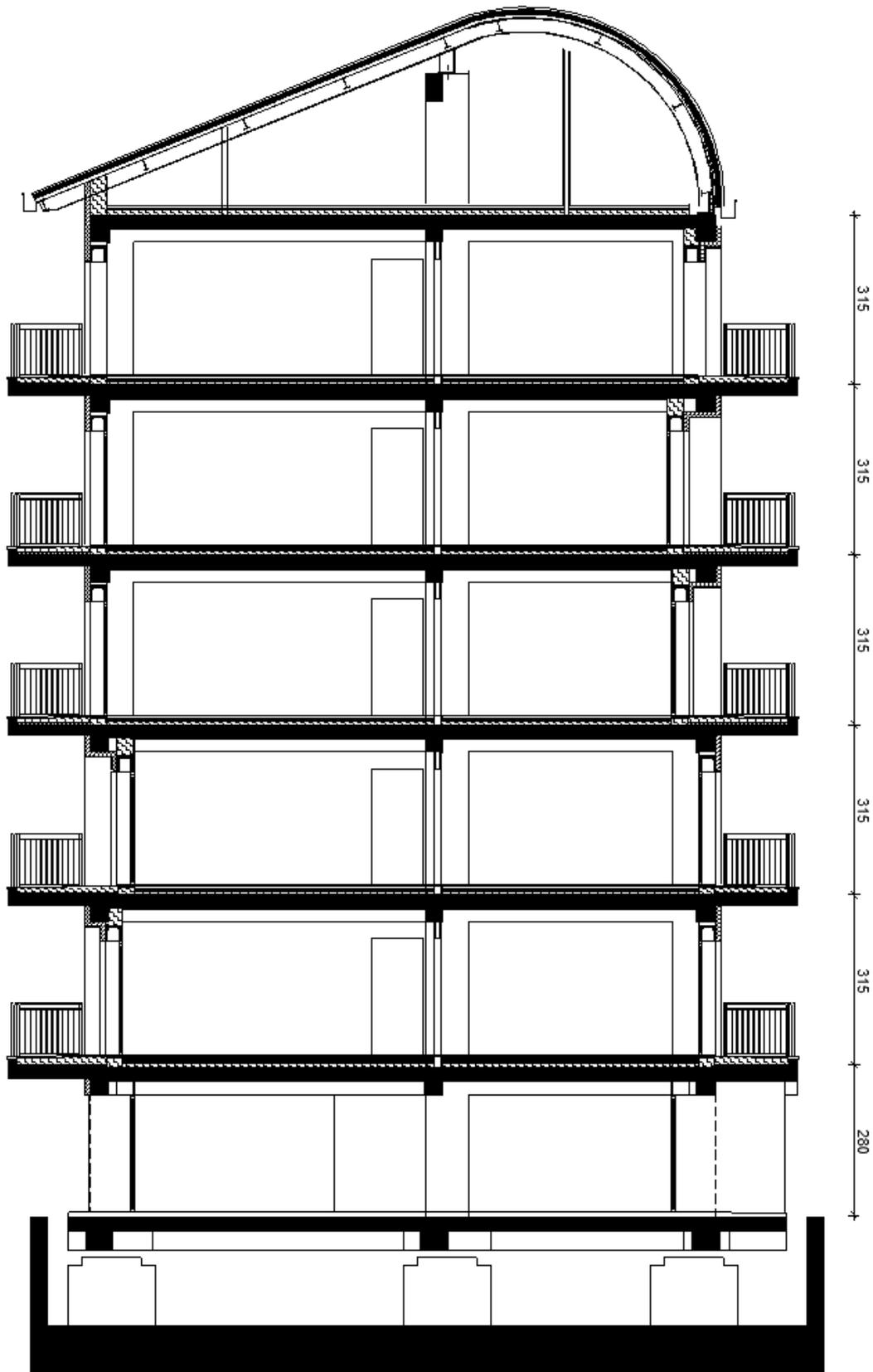
Planimetria piano terra



Planimetria piano tipo



Sezione A-A



Sezione B-B

6.2 Analisi dei carichi

Solaio piano terra

Carichi permanenti strutturali:

- Solaio in lastre prefabbricato: 20+5 cm (travetti, polistirolo e soletta collaborante) 3,50 kN/m²

Carichi permanenti non strutturali:

- Intonaco in malta di calce 0,30 kN/m²
 - Vano tecnico in cls alleggerito $0,06 \text{ m} \cdot 6 \text{ kN/m}^3 = 0,36 \text{ kN/m}^2$
 - Massetto 0,64 kN/m²
 - Tramezzi 1,60 kN/m²
 - Pavimento in gres 0,35 kN/m²
- 3,25 kN/m²

Carico variabile: USO RIMESSE E PARCHEGGI 2,50 kN/m²

Solaio piano intermedio

Carichi permanenti strutturali:

- Solaio in laterocemento: 20+5 cm 3,50 kN/m²

Carichi permanenti non strutturali:

- Intonaco in malta di calce 0,30 kN/m²
- Vano tecnico in cls alleggerito $0,07 \text{ m} \cdot 6 \text{ kN/m}^3 = 0,42 \text{ kN/m}^2$
- Isolante acustico 0,02 kN/m²
- Lastra di polistirene espanso 0,02 kN/m²
- Massetto 0,64 kN/m²
- Tramezzi 1,60 kN/m²
- Pavimento in gres 0,40 kN/m²

3,40 kN/m²

Carico variabile: USO CIVILE ABITAZIONE 2,00 kN/m²

Solaio balcone

Carichi permanenti strutturali:

- Soletta in cemento armato: 20 cm 5,00 kN/m²

Carichi permanenti non strutturali:

- Intonaco in malta di calce	0,30 kN/m ²
- Massetto di pendenza	0,65 kN/m ²
- Impermeabilizzante	0,05 kN/m ²
- Pavimento in piastrelle	0,40 kN/m ²
- Ringhiera	0,50 kN/m ²
	1,90 kN/m ²

Carico variabile: AMB. SUSCETTIBILI DI AFFOLLAMENTO 4,00 kN/m²

Parete esterna

- Intonaco in malta di calce	0,30 kN/m ²
- Polistirene espanso	0,02 kN/m ²
- Pvc	0,02 kN/m ²
- Blocco di Poroton	2,50 kN/m ²
- Intonaco in malta di calce	0,30 kN/m ²
	3,20 kN/m ²

Calcolo dei pesi gravitazionali di piano

- Peso piano TERRA

INCIDENZA SOLAIO	2704,5 kN
INCIDENZA TRAVI	1165,5 kN
INCIDENZA PILASTRI	353 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	380,9 kN
INCIDENZA ISOLATORI	120,4 kN
TOTALE	4724,3 kN

- Peso piano PRIMO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA BALCONI	599,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	4513,9 kN

- Peso piano SECONDO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA BALCONI	323,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	4237,9 kN

- Peso piano TERZO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA BALCONI	323,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	4237,9 kN

- Peso piano QUARTO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA BALCONI	323,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	4237,9 kN

- Peso piano QUINTO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA BALCONI	323,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	4237,9 kN

- Peso piano SESTO

INCIDENZA SOLAIO	2460,5 kN
INCIDENZA TRAVI	618 kN
INCIDENZA PILASTRI	397 kN
INCIDENZA TAMPONATURE	438,9 kN
TOTALE	3914,4 kN

6.3 Dimensionamento del sistema di isolamento

Si intende dotare l'edificio di un sistema di isolamento costituito da isolatori elastomerici e a scorrimento disposti sulla sommità dei pilastri del piano seminterrato (baggioli).

Le dimensioni delle sezioni trasversali di suddetti baggioli sono di due tipologie (1,35x1,70 m e 1,25x1,00 m) e derivano dalla necessità di rendere i dispositivi di isolamento ispezionabili e sostituibili, e sono dunque legate alla necessità di garantire un idoneo appoggio di contrasto ai martinetti idraulici di sollevamento.

Si procede al dimensionamento del sistema di isolamento in modo tale da avere un periodo proprio della struttura che rispetti la seguente condizione:

$$3 \cdot T_{bf} \leq T_{is} \leq 3,0 \text{ s}$$

Il periodo della sovrastruttura assunta a base fissa si stima con formula approssimata come previsto al punto 7.3.3.2 [D.M.2008]:

$$T_{bf} = C_1 \cdot H^{3/4} = 0,834 \text{ s}$$

dove H è l'altezza della costruzione in metri dal piano della fondazione e C_1 vale 0,085 per costruzioni con struttura a telaio.

Perciò essendo $0,25 \text{ s} \leq T_{is} \leq 3,0 \text{ s}$ si adotta un periodo proprio della struttura isolata pari a $T_{is} = 2,55 \text{ s}$.

Un'indicazione orientativa sul valore della rigidezza totale del sistema di isolamento è ottenibile dall'espressione fondamentale:

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_{eis}}}$$

riscrivendola in modo da esplicitare il termine K_{eis} :

$$K_{eis} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}}\right)^2 M$$

Essendo M la massa totale della sovrastruttura, pari dalla somma delle masse di piano m_j :

$$M = \sum_j m_j$$

Si considerano i carichi per ogni piano fattorizzati secondo la combinazione prevista al punto 3.2.17 [D.M.2008]:

$$G_1 + G_2 + \sum \psi_{2j} Q_{kj}$$

dove con i simboli:

- G_1 e G_2 si indicano rispettivamente il peso proprio degli elementi strutturali e il peso proprio degli elementi non strutturali;
- Q_{kj} si indicano i sovraccarichi variabili;
- ψ_{2j} si indicano i coefficienti di combinazione che definiscono i valori quasi permanenti delle corrispondenti azioni variabili:

Azione variabile	ψ_{2j}
Cat. A – Ambienti ad uso residenziale	0,3
Cat. C – Ambienti suscettibili di affollamento	0,6
Cat. F – Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,6
Cat. H – Coperture	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s. l. m.)	0,0

$$m_j = \frac{W_j}{g} = \frac{G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki}}{g}$$

Si possono perciò determinare le masse di ogni piano:

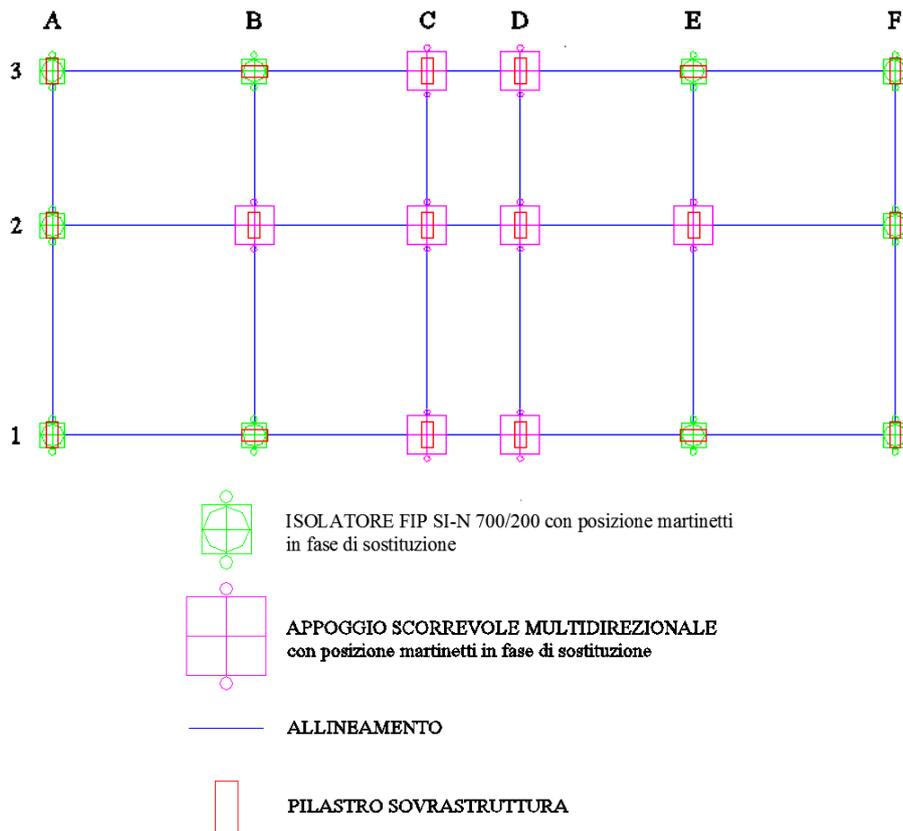
	PESO [kN]	MASSA [kN · s ² /m]
PIANO TERRA	3983,8	406,09
PIANO 1°	4042,3	412,06
PIANO 2°	3806,6	388,03
PIANO 3°	3806,6	388,03
PIANO 4°	3806,6	388,03
PIANO 5°	3806,6	388,03
PIANO 6°	3530,8	359,92

$$M = \sum_j m_j = 2730 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$K_{eis} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}} \right)^2 M \leq 16500 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Si sceglie di adottare un sistema combinato EERC con bassa rigidezza equivalente, con buone capacità dissipative e, soprattutto, con funzione ricentrante del sistema stesso dopo l'evento sismico. Si sfrutta il layout che prevede la disposizione di isolatori a scorrimento (tipo acciaio-PTFE) sotto i pilastri interni dell'edificio e di isolatori elastomerici (tipo HDRB) in corrispondenza dei pilastri di bordo.

Si sceglie di adottare 10 isolatori elastomerici e 8 isolatori a scorrimento.



Si considerano isolatori prodotti dalla FIP Industriale S.p.A, in particolare:

- Come isolatori elastomerici HDRB si impiegano i SI-N 700/200

SI-N	V kN	F _{zd} kN	K _e kN/mm	K _v kN/mm	D _g mm	t _e mm	h mm	H mm	Z mm	W kg
SI-N 450/204	45	2490	0.62	541	450	204	343	393	500	300
SI-N 500/204	270	3890	0.77	747	500	204	343	393	550	369
SI-N 550/203	610	5790	0.94	871	550	203	327	377	600	419
SI-N 600/200	1090	6360	1.13	1016	600	200	312	362	650	471
SI-N 650/207	1650	7620	1.28	1118	650	207	313	363	700	540
SI-N 700/200	2490	9650	1.54	1309	700	200	307	367	750	669
SI-N 800/200	5470	14990	2.01	1967	800	200	307	367	850	871
SI-N 900/204	7980	21220	2.50	2317	900	204	318	378	950	1136
SI-N 1000/210	10780	22590	2.99	2667	1000	210	326	406	1050	1590
SI-N 1100/210	14930	27460	3.62	3556	1100	210	326	406	1150	1919
SI-N 1200/208	16670	28700	4.35	4109	1200	208	316	396	1250	2207

caratterizzati da una rigidità orizzontale di 1540 kN/m

- Come isolatori a scorrimento a superficie piana si applicano i VM 150/400/400 della serie Vasoflon VM (detti anche brevemente slitte, a causa della loro rigidità orizzontale nulla).

La rigidità totale del sistema di isolamento è pari a:

$$K_{eis} = 10 \cdot 1540 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 15400 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Nota la rigidità equivalente orizzontale del sistema di isolamento si effettua la verifica richiesta al punto 7.10.5.2 [D.M.2008].

$$K_V \geq 800 \cdot K_{eis} \quad \rightarrow \quad 1309000 \frac{\text{kN}}{\text{m}} > 800 \cdot 1540 = 1232000 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Avendo dimensionato il sistema di isolamento è possibile procedere alla verifica prevista dal punto 7.10.4.3 [D.M.2008], nel quale si prescrive che lo spostamento orizzontale in condizioni sismiche dei baggioli deve essere minore di 1/20 dello spostamento relativo del sistema di isolamento. Tale richiesta comporta che la rigidità tangenziale alla traslazione orizzontale dei baggioli sia almeno 20 volte più grande della rigidità orizzontale del sistema di isolamento.

Fissata la rigidità del singolo isolatore elastomerico pari a 1540 kN/m, se ne deduce che la rigidità minima del singolo baggiolo K_b deve essere almeno pari a 30800 kN/m.

Assunto, per ogni baggiolo, lo schema di funzionamento a mensola (di luce $l = 1,50 \text{ m}$) e considerato che la sezione minima adottata è una sezione rettangolare 1,00 x 1,25 m, si ha:

$$K_b = \frac{3 \cdot E \cdot \left(\frac{bh^3}{12}\right)}{l^3} = 2870370 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \gg 30800 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

La sezione del baggiolo è sovrabbondante rispetto alle esigenze di rigidità poiché è essenzialmente legata alla necessità di consentire l'alloggiamento dei martinetti in caso di sostituzione degli isolatori.

6.4 Analisi della struttura isolata alla base (SLC)

Si procede all'analisi della struttura isolata alla base con l'obiettivo di determinare le caratteristiche della sollecitazione e della deformazione attraverso cui verificare i singoli dispositivi di isolamento.

Il [DM 2008] al paragrafo 7.10.5.3 e la [Circolare 2009] al punto C7.10.5.3, forniscono una serie di indicazioni sui metodi di analisi strutturale che possono essere impiegati per la valutazione delle sollecitazioni indotte dal sisma nelle strutture isolate alla base

Per poter valutare in maniera critica i risultati ottenuti successivamente con il codice di calcolo Sap2000, e validarli, si è deciso di svolgere prima un'analisi lineare statica (come previsto al punto 7.10.5.3.1 [D.M.2008]) e di seguito un'analisi dinamica lineare (come previsto al punto 7.10.5.3.2 [D.M.2008]) e portata a termine grazie all'utilizzo del software Matlab.

6.4.1 Analisi statica lineare equivalente

L'analisi statica lineare assimila la sovrastruttura ad un corpo rigido, libero di traslare al di sopra del sistema di isolamento, e ne individua il moto individuando due traslazioni orizzontali indipendenti e sovrapponendo a queste gli effetti torsionali.

Al punto 7.10.5.3.1 [D.M.2008] assume una distribuzione uniforme delle accelerazioni lungo l'altezza dell'edificio, fornendo, per le forze orizzontali di piano da applicare alla sovrastruttura (nelle due direzioni orizzontali), la seguente espressione:

$$f_j = m_j \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})$$

Dove con il simbolo m_j si indica la massa associata ai carichi gravitazionali del j -esimo piano, mentre con $S_e(T_{is}; \xi_{eis})$ si indica l'accelerazione spettrale valutata, per la specifica categoria di suolo di fondazione, in corrispondenza del periodo di isolamento T_{is} e dello smorzamento viscoso equivalente ξ_{eis} .

$$m_j = \frac{W_j}{g} = \frac{G_1 + G_2 + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki}}{g}$$

Dove G_1 e G_2 indicano, rispettivamente, il peso proprio di tutti gli elementi strutturali e di tutti gli elementi non strutturali, il simbolo Q_{ki} l' i -esima azione variabile agente in corrispondenza del j -esimo piano e ψ_{2i} definisce il relativo coefficiente di combinazione.

Con riferimento al valore del periodo di isolamento, va osservato che la struttura è assimilabile, dal punto di vista dinamico, ad un oscillatore ad un grado di libertà.

Pertanto si può porre (punto C7.10.5..3.1 [Circolare 2009]):

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_{eis}}}$$

Essendo M la massa totale della sovrastruttura, pari dalla somma delle masse di piano m_j in precedenza definite:

$$M = \sum_j m_j$$

Ed essendo K_{eis} la rigidità equivalente orizzontale del sistema di isolamento, valutata trascurando eventuali effetti torsionali al livello del piano di isolamento.

$$K_{eis} = 10 \cdot 1540 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 15400 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{2730}{15400}} = 2,645 \text{ s}$$

L'analogia con un oscillatore ad un grado di libertà consente anche di comprendere l'espressione fornita dalla normativa per la risultante delle forze orizzontali di piano:

$$F = M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})$$

$$F = 2730 \cdot 1,36636 = 3730 \text{ kN}$$

Tale forza, da applicare al sistema di isolamento in ciascuna direzione orizzontale, va ripartita tra gli elementi strutturali costituenti la sottostruttura, in maniera proporzionale alle rigidità dei corrispondenti dispositivi di isolamento.

Dalla definizione di rigidità tangenziale alla traslazione orizzontale (forza in grado di generare uno spostamento unitario) discende l'espressione dello spostamento d_{dc} dal centro di rigidità del sistema di isolamento provocato da tale forza sollecitante:

$$d_{dc} = \frac{M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})}{K_{eis,min}}$$

$$d_{dc} = \frac{3730}{15400} = 0,242 \text{ m}$$

A causa degli effetti della torsione d'insieme della sovrastruttura sui singoli isolatori, dovuti all'eccentricità del centro di rigidità del sistema di isolamento rispetto al centro di massa della struttura, lo spostamento massimo subito (nelle due direzioni) dai singoli isolatori differisce da quello appena trovato.

Tali effetti possono essere messi in conto assumendo che il singolo isolatore subisca, per ciascuna delle due direzioni x e y, degli spostamenti d_{xi} e d_{yi}

$$d_{xi} = d_{dc} \cdot \delta_{xi} \qquad d_{yi} = d_{dc} \cdot \delta_{yi}$$

pari al prodotto di d_{dc} per i seguenti fattori amplificativi:

$$\delta_{xi} = 1 + \frac{e_{tot,y}}{r_y^2} y_i \qquad \delta_{yi} = 1 + \frac{e_{tot,x}}{r_x^2} x_i$$

dove x_i e y_i sono le coordinate del dispositivo rispetto al centro di rigidità, mentre $e_{tot,x,y}$ indica l'eccentricità totale (inclusa quella accidentale) rispettivamente nella direzione x e y:

$$e_{tot,x} = d(y_K, y_G) + 0,05 \cdot L_x \qquad e_{tot,y} = d(x_K, x_G) + 0,05 \cdot L_y$$

Avendo indicato con (x_K, y_K) e con (x_G, y_G) rispettivamente le coordinate del centro di rigidità e del centro delle masse e con L_x e L_y le dimensioni dell'edificio misurate perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica, con $r_{x,y}$ le componenti, in direzione x e y, del raggio torsionale del sistema di isolamento:

$$r_x^2 = \frac{\sum(x_i^2 K_{yi} + y_i^2 K_{xi})}{\sum K_{yi}} \qquad r_y^2 = \frac{\sum(x_i^2 K_{yi} + y_i^2 K_{xi})}{\sum K_{xi}}$$

dove K_{yi} , K_{xi} sono le rigidezze equivalenti del dispositivo i-esimo, rispettivamente, nelle direzioni x e y.

$$d_{xi} = d_{dc} \cdot \delta_{xi} = d_{dc} \left(1 + \frac{e_{tot,y}}{r_y^2} y_i \right) = d_{dc} \left(1 + \frac{d(x_K, x_G) + 0,05 \cdot L_y}{\frac{\sum (x_i^2 K_{yi} + y_i^2 K_{xi})}{\sum K_{xi}}} y_i \right)$$

$$d_{yi} = d_{dc} \cdot \delta_{yi} = d_{dc} \left(1 + \frac{e_{tot,x}}{r_x^2} x_i \right) = d_{dc} \left(1 + \frac{d(y_K, y_G) + 0,05 \cdot L_x}{\frac{\sum (x_i^2 K_{yi} + y_i^2 K_{xi})}{\sum K_{yi}}} x_i \right)$$

	d_{xi}	d_{yi}
3-A	0,24714724	0,27391126
3-B	0,24714724	0,25860922
3-C	0,24714724	0,24547548
3-D	0,24714724	0,245587
3-E	0,24714724	0,25872073
3-F	0,24714724	0,27402278
2-A	0,24244881	0,27391126
2-B	0,24244881	0,25860922
2-C	0,24244881	0,24547548
2-D	0,24244881	0,245587
2-E	0,24244881	0,25872073
2-F	0,24244881	0,27402278
1-A	0,24737164	0,27391126
1-B	0,24737164	0,25916678
1-C	0,24737164	0,24547548
1-D	0,24737164	0,245587
1-E	0,24737164	0,25872073
1-F	0,24737164	0,27402278

Le risposte $E_{x,y}$ alle diverse componenti dell'azione sismica (in termini di sollecitazioni, deformazioni spostamenti) calcolate separatamente per ciascuna delle due componenti, devono essere combinate sulla base della seguente espressione:

$$E = 1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y$$

con rotazione dei coefficienti moltiplicativi e conseguente individuazione degli effetti più gravosi.

La componente risultante è ottenibile applicando la regola della radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS dall'inglese Square Root Sum of Squares).

$$d_i = \max \left(\sqrt{(d_x)^2 + (0,3d_y)^2} ; \sqrt{(d_y)^2 + (0,3d_x)^2} \right)$$

Si deve controllare l'eccentricità del baricentro delle rigidezze del sistema di isolamento rispetto al baricentro della massa globale della struttura e si dovrà verificare che:

$$[(X_G; Y_G) - (X_C; Y_C)] < 3\% \begin{cases} L_x = 25,8 \text{ m} \\ L_y = 11,25 \text{ m} \end{cases}$$

Il baricentro delle masse della sovrastruttura ha coordinate:

$$X_G = \frac{\sum m_j \cdot x_j}{\sum m_j} = 12,885 \text{ m} \quad Y_G = \frac{\sum m_j \cdot y_j}{\sum m_j} = 5,240 \text{ m}$$

Il centro delle rigidezze del sistema di isolamento ha coordinate:

$$X_C = \frac{\sum K_{e,i} \cdot x_i}{\sum K_{e,i}} = 12,877 \text{ m} \quad Y_C = \frac{\sum K_{e,i} \cdot y_i}{\sum K_{e,i}} = 5,450 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta_x = 0,002 \text{ m} \\ \Delta_y = 0,210 \text{ m} \end{cases} < \begin{cases} 3\% \cdot L_x = 0,774 \text{ m} \\ 3\% \cdot L_y = 0,3375 \text{ m} \end{cases}$$

Si riportano di seguito gli spostamenti massimi di progetto corrispondenti allo SLC dei dispositivi di isolamento:

	d_i
3-A	0,28376881
3-B	0,26902804
3-C	0,25788562
3-D	0,25789518
3-E	0,26913524
3-F	0,28387645
2-A	0,28340379
2-B	0,26864299
2-C	0,25602449
2-D	0,25613141
2-E	0,26875034
2-F	0,28351157
1-A	0,28378641
1-B	0,26958258
1-C	0,25810069
1-D	0,25811024
1-E	0,26915379
1-F	0,28389404

Le forze orizzontali da applicare a ciascun livello della sovrastruttura debbono essere calcolate, in ciascuna direzione orizzontale, mediante l'espressione:

$$f_j = m_j \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})$$

	MASSA [kN · s ² /m]	f _{j,x} [kN]
PIANO TERRA	406,09	554,86
PIANO 1°	412,06	563,02
PIANO 2°	388,03	530,19
PIANO 3°	388,03	530,19
PIANO 4°	388,03	530,19
PIANO 5°	388,03	530,19
PIANO 6°	359,92	491,78

Anche qualora non sussistano le condizioni per la sua applicabilità, l'analisi statica lineare rimane comunque un utile riferimento per la progettazione del sistema di isolamento e dei principali elementi strutturali. I risultati ottenuti, infatti, per quanto approssimati, costituiscono un rapido ed efficace strumento di verifica dei risultati ottenuti con analisi più sofisticate.

Per questo motivo, al punto C7.10.5.3.1 [Circolare 2009] suggerisce di eseguire sempre un'analisi statica lineare.

6.4.2 Analisi dinamica – modale a spettro di risposta (Matlab)

Oltre alla distinzione tra lineare/non lineare, i metodi di analisi sono articolati anche in relazione al fatto che l'equilibrio venga trattato staticamente o dinamicamente.

Come riportato al punto 7.3.2 [D.M.2008], il metodo d'analisi lineare di riferimento per determinare gli effetti dell'azione sismica, sia su sistemi dissipativi che su sistemi non dissipativi, è l'analisi modale con spettro di risposta o "analisi lineare dinamica". In essa l'equilibrio è trattato dinamicamente e l'azione sismica è modellata direttamente attraverso lo spettro di progetto corrispondente.

L'analisi dinamica lineare consiste:

1. nella determinazione dei modi di vibrare della costruzione (analisi modale);
2. nel calcolo degli effetti dell'azione sismica, rappresentata dallo spettro di risposta di progetto, per ciascuno dei modi di vibrare individuati;
3. nella combinazione di questi effetti.

Così come nell'analisi statica equivalente, l'obiettivo è trovare forze di piano statiche orizzontali da applicare alla struttura, mentre la differenza consiste nel fatto che, nel calcolo dei parametri di risposta del sistema, si tiene conto delle caratteristiche dinamiche della struttura tramite l'utilizzo dei modi propri di vibrare.

Pesi di piano e Masse

	PESO [kN]	MASSA [kN · s ² /m]
ISOLAMENTO	4426,3	451,20
PRIMO	4042,3	412,06
SECONDO	3806,6	388,03
TERZO	3806,6	388,03
QUARTO	3806,6	388,03
QUINTO	3806,6	388,03
SESTO	3530,8	359,92

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{ISO} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & M_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 451,20 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 359,92 \end{bmatrix} \frac{\text{kN s}^2}{\text{m}}$$

Rigidezze di piano

Rigidezza traslazionale isolatori

$$K_{ISO} = 10 \cdot 1540 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 15400 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Rigidezza del piano i-esimo:

$$K_i = \sum \frac{12EJ_p}{h_i^3}$$

$$K_{\text{PIANO PRIMO}} = 14 \cdot \frac{12EJ_{35 \times 80}}{h_1^3} + 4 \cdot \frac{12EJ_{80 \times 35}}{h_1^3}$$

$$= 14 \cdot \frac{12 \cdot 31000000 \left(\frac{0,80 \cdot 0,35^3}{12} \right)}{2,80^3} + 4 \cdot \frac{12 \cdot 31000000 \left(\frac{0,35 \cdot 0,80^3}{12} \right)}{2,80^3}$$

$$= 678125 + 1012245 = 1690370 \text{ kN/m}$$

$$K_{\text{PIANO TIPO}} = 14 \cdot \frac{12EJ_{35 \times 80}}{h_i^3} + 4 \cdot \frac{12EJ_{80 \times 35}}{h_i^3}$$

$$= 14 \cdot \frac{12 \cdot 31000000 \left(\frac{0,80 \cdot 0,35^3}{12} \right)}{3,15^3} + 4 \cdot \frac{12 \cdot 31000000 \left(\frac{0,35 \cdot 0,80^3}{12} \right)}{3,15^3}$$

$$= 476269 + 710932 = 1187201 \text{ kN/m}$$

IMPALCATO	K_i [kN/m]
ISOLAMENTO	15400
PRIMO	1690370
SECONDO	1187201
TERZO	1187201
QUARTO	1187201
QUINTO	1187201
SESTO	1187201

Si adotta l'ipotesi di travi infinitamente rigide rispetto ai pilastri.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{\text{ISO}} + K_1 & -K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4 & K_4 + K_5 & -K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_5 & K_5 + K_6 & -K_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_6 & K_6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1698140 & -1690370 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1690370 & 2877571 & -1187201 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1187201 & 2374402 & -1187201 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1187201 & 2374402 & -1187201 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1187201 & 2374402 & -1187201 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1187201 & 2374402 & -1187201 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1187201 & 1187201 \end{bmatrix} \frac{\text{kN s}^2}{\text{m}}$$

Per calcolare le pulsazioni ω_i relative ai diversi modi di vibrare è necessario risolvere un problema agli autovalori del tipo:

$$([K] - \lambda[M])\{u\} = \{0\}$$

Esso costituisce un sistema omogeneo, il quale ammette soluzione diversa da quella banale se e solo se:

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0$$

$$\omega^2 = \lambda$$

Con l'ausilio di Matlab si risolve il seguente problema agli autovalori:

$$(K - \omega^2 M)u = 0$$

Sfruttando la funzione "eig" implementata direttamente nel software si ricava:

$$[F, E] = \text{eig}(K, M)$$

F: matrice degli autovettori

```
F =
    0.0019    -0.0025     0.0020    -0.0017     0.0015     0.0014    -0.0011
    0.0019    -0.0021     0.0007     0.0006    -0.0018    -0.0025     0.0024
    0.0019    -0.0011    -0.0017     0.0028    -0.0015     0.0011    -0.0026
    0.0019     0.0001    -0.0028     0.0003     0.0027     0.0010     0.0024
    0.0019     0.0013    -0.0017    -0.0027    -0.0002    -0.0025    -0.0020
    0.0019     0.0022     0.0007    -0.0013    -0.0026     0.0026     0.0013
    0.0019     0.0027     0.0026     0.0023     0.0018    -0.0012    -0.0005
```

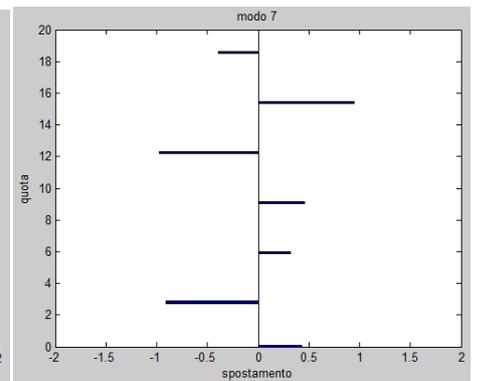
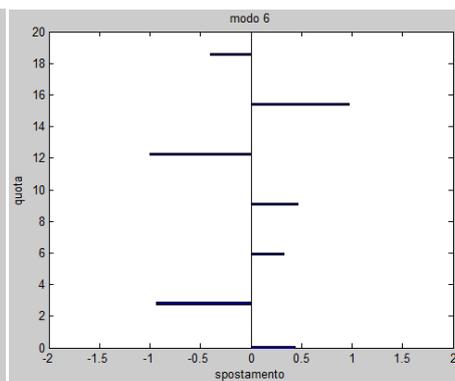
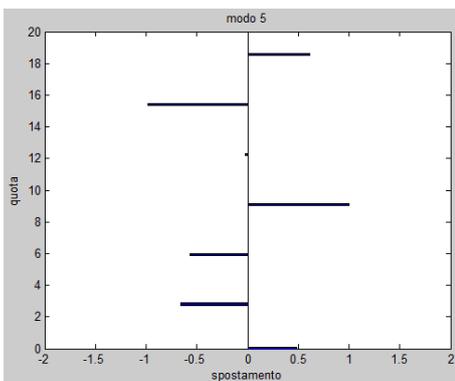
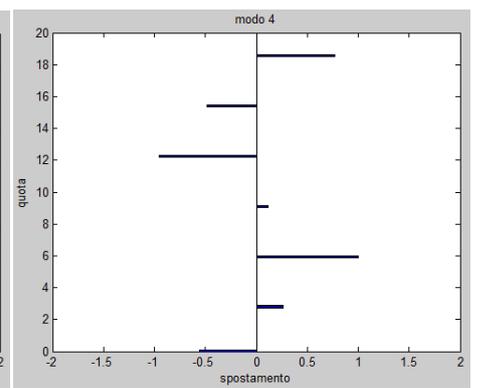
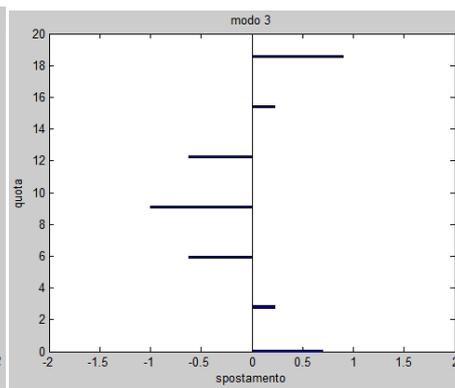
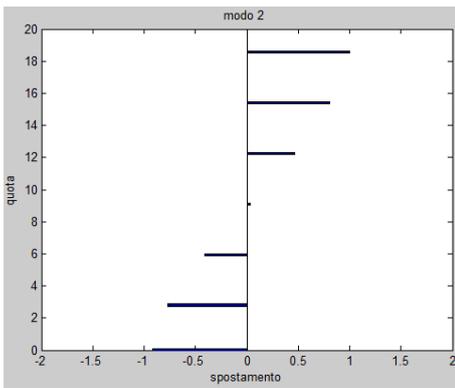
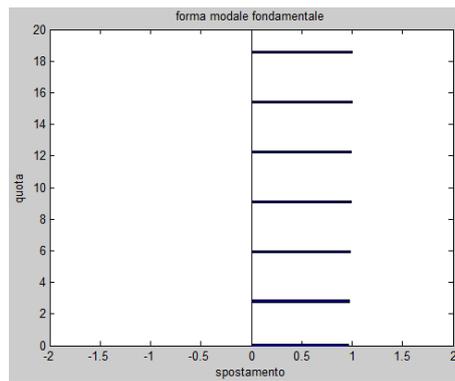
E: matrice degli auto valori (pulsazioni proprie) ω_i^2 [rad²/s²]

```
E =
    1.0e+004 *
    0.0005         0         0         0         0         0         0
         0    0.0607         0         0         0         0         0
         0         0    0.2396         0         0         0         0
         0         0         0    0.5097         0         0         0
         0         0         0         0    0.8046         0         0
         0         0         0         0         0    1.0493         0
         0         0         0         0         0         0    1.1896
```

Si ricava anche la matrice delle deformate modali [phi] ortonormalizzata rispetto alla matrice di massa:

```
phi =
    0.9667    -0.9171     0.7214    -0.6046     0.5647     0.5487     0.5559
    0.9741    -0.7770     0.2667     0.2124    -0.6429    -0.9831    -0.9961
    0.9828    -0.4138    -0.6026     1.0000    -0.5671     0.4162     0.4217
    0.9897     0.0314    -1.0000     0.1218     1.0000     0.3881     0.3932
    0.9949     0.4704    -0.6145    -0.9593    -0.0626    -0.9710    -0.9838
    0.9984     0.8161     0.2522    -0.4424    -0.9606     1.0000     1.0132
    1.0000     1.0000     0.9214     0.8115     0.6675    -0.4585    -0.4645
```

Deformate modali:



Per il calcolo del fattore di partecipazione modale si applica la seguente relazione:

$$g_j = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{1\}}{\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}} = \frac{\sum m_i \phi_{ij}}{\sum m_i \phi_{ij}^2}$$

Successivamente si calcola la massa partecipante per ogni modo:

$$M_{pj} = \frac{g_j \{ [M] \{1\} \}^T \{ \phi_j \}}{M_{tot}}$$

Tabella riassuntiva:

Modi	ω^2	ω [rad/s]	f [Hz]	T [s]	g_j	Massa partecipante [%]
1	5	2,33	0,372	2,6938	1.014	99,98
2	607	24,63	3,920	0.2551	0.166	0,01
3	2396	48,94	7,789	0.1284	0.037	0
4	5097	71,39	11,362	0.0880	0.015	0
5	8046	89,70	14,276	0.0700	0.008	0
6	10493	102,43	16,303	0.0613	0.005	0
7	11896	109,07	17,359	0.0576	0.005	0

Si può notare in maniera lampante come la risposta della struttura sia dominata dal primario modo di vibrare.

Per determinare gli effetti massimi provocati dall'azione sismica per ciascun modo di vibrare si sfrutta lo spettro di risposta elastico fornito dall'INGV in funzione del sito e del T_R dell'evento atteso.

Con riferimento alla valutazione dell'azione sismica, per la definizione degli spettri di risposta rappresentativi delle componenti (orizzontali e verticali) delle azioni sismiche di progetto per il sito in questione si utilizza il foglio di calcolo elaborato dal Consiglio superiore dei lavori pubblici "Spettri-NTC".

Tale foglio di calcolo richiede le coordinate geografiche nel riferimento ED50, coerentemente con le carte di pericolosità sismica dell'INGV da cui sono state dedotte le tabelle riportate nell'allegato B [D.M. 2008], che per l'edificio in questione sono:

Latitudine: 42°,36984 N

Longitudine: 13°,36430 E

L'analisi del sito, finalizzata al calcolo dei coefficienti di amplificazione stratigrafica S_S e topografica S_T , restituisce che l'edificio sorge su sottosuolo di categoria C ed è ubicato su un lieve pendio (inclinazione media minore di 15°).

Inseriti i dati di input è possibile ricavare i parametri a_g , F_o e T_C^* per i periodi di ritorno associati a ciascun stato limite

SLATO LIMITE	T_R [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T_C^* [s]
SLO	30	0,079	2,401	0,272
SLD	50	0,104	2,333	0,281
SLV	475	0,260	2,363	0,346
SLC	975	0,334	2,399	0,364

Per la verifica del sistema di isolamento si considera l'azione sismica di progetto allo SLC.

Parametri e punti dello spettro di risposta orizzontale per lo stato limite:SLC

Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLC
a_g	0,334 g
F_a	2,333
T_n	0,364 s
S_a	1,219
C_n	1,466
S_T	1,000
q	1,000

Parametri dipendenti

S	1,219
η	1,000
T_B	0,178 s
T_C	0,533 s
T_D	2,336 s

Espressioni dei parametri dipendenti

$S = S_a \cdot S_T$ (NTC-08 Eq. 3.2.5)

$\eta = \sqrt{10(3+\xi)} \geq 0,55; \eta = 1/q$ (NTC-08 Eq. 3.2.6; §. 3.2.3.5)

$T_B = T_C / 3$ (NTC-07 Eq. 3.2.8)

$T_C = C_n \cdot T_n$ (NTC-07 Eq. 3.2.7)

$T_D = 4 \cdot 0 \cdot a_g / \xi + 1,6$ (NTC-07 Eq. 3.2.9)

Espressioni dello spettro di risposta (NTC-08 Eq. 3.2.4)

$0 \leq T < T_B$ $S_a(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_a \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_a} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$

$T_B \leq T < T_C$ $S_a(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_a$

$T_C \leq T < T_D$ $S_a(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_a \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right)$

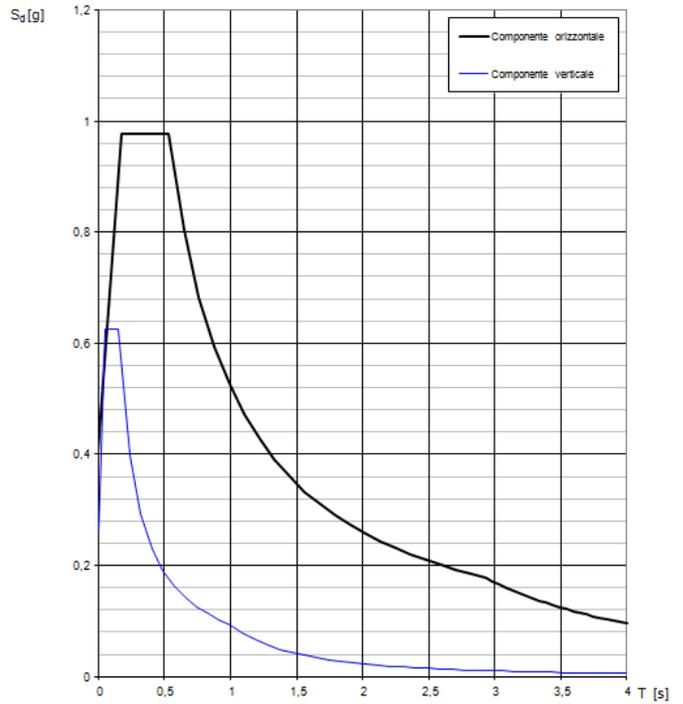
$T_D \leq T$ $S_a(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_a \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \right)$

Lo spettro di progetto $S_d(T)$ per le verifiche agli Stati Limite Ultimi è ottenuto dalle espressioni dello spettro elastico $S_e(T)$ sostituendo η con $1/q$, dove q è il fattore di struttura. (NTC-08 § 3.2.3.5)

Punti dello spettro di risposta

T [s]	Se [g]
0,000	0,407
0,178	0,377
0,533	0,377
0,648	0,804
0,762	0,683
0,876	0,584
0,991	0,526
1,105	0,471
1,220	0,427
1,334	0,390
1,448	0,360
1,563	0,333
1,677	0,311
1,792	0,291
1,906	0,273
2,020	0,258
2,135	0,244
2,249	0,232
2,364	0,220
2,478	0,210
2,592	0,201
2,707	0,192
2,821	0,185
2,936	0,177
3,050	0,171
3,164	0,166
3,278	0,160
3,392	0,155
3,506	0,150
3,620	0,146
3,734	0,141
3,848	0,137
3,962	0,133
4,076	0,129
4,190	0,125
4,304	0,122
4,418	0,118
4,532	0,115
4,646	0,112
4,760	0,109
4,874	0,106
4,988	0,103
5,102	0,101
5,216	0,098
5,330	0,096

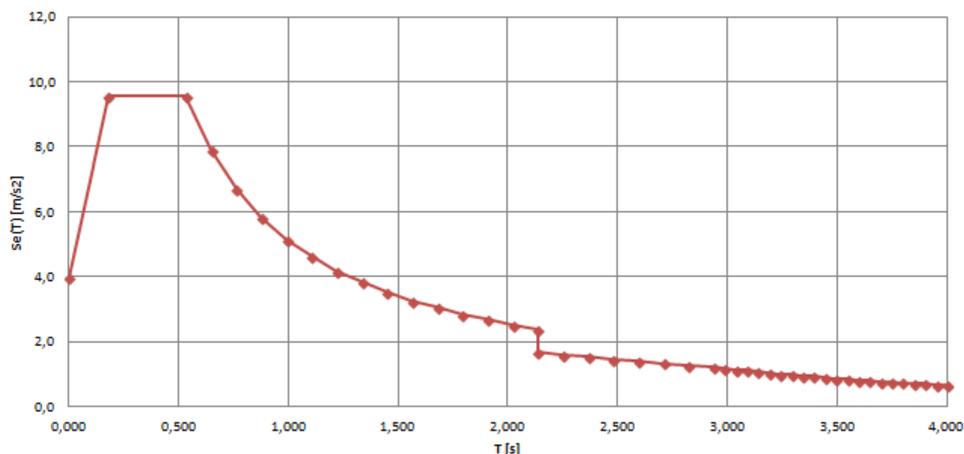
Spettri di risposta (componenti orizz. e vert.) per lo stato li SLC



Noto il periodo di isolamento, è possibile determinare gli andamenti degli spettri di risposta tenendo conto che al punto 7.10.5.3.2 [D.M. 2008] prescrive di ridurre lo spettro elastico per tutto il campo di periodi $T \geq 0,8 \cdot T_{is}$, assumendo per il coefficiente riduttivo η il valore corrispondente al coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ_{eis} del sistema di isolamento (scelto pari al 15%).

$T \geq 0,8 \cdot T_{is} \rightarrow T \geq 2,16 \text{ s}$

Spettro di risposta elastico in accelerazione orizzontale



Si vanno a combinare gli effetti massimo prodotti da ciasun modo di vibrare sfruttando la combinazione SRSS

$$E_i = \sqrt{\sum_j^n E_{ij}^2}$$

Quadratura delle forze [kN]

F =

596.9090
548.3039
519.3207
522.3801
525.9061
529.3105
492.9089

Taglio alla base [kN]

$$V = \sum F_i$$

V =

3.7350e+003

Quadrature degli spostamenti [m]

x =

0.2417
0.2435
0.2457
0.2474
0.2487
0.2496
0.2500

6.4.3 Analisi dinamica modale con spettro di risposta (SAP2000)

La struttura portante dell'edificio è stata modellata agli elementi finiti come un telaio spaziale e per discretizzare travi e pilastri si sono utilizzati elementi monodimensionali tipo *beam*.

Il codice di calcolo implementa un modello trave abbastanza dettagliato che considera la deformabilità a taglio dell'elemento (modello di Timoshenko), ossia valuta gli scorrimenti che avvengono nella trave per effetto delle sollecitazioni taglianti.

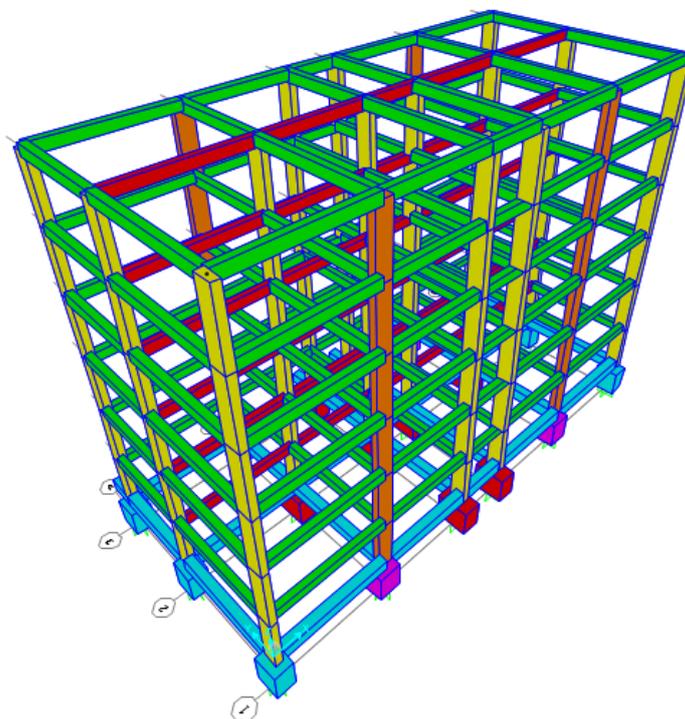
Nel modello non compaiono le fondazioni dell'opera, costituite da una platea dallo spessore di 1,00 m. Si può ritenere che la distribuzione delle caratteristiche della sollecitazione nella sovrastruttura non dipendano dal modo in cui si deforma il sistema fondale, ossia che la platea di fondazione sia in grado di esplicitare una condizione di vincolo perfetto alla base dei baggioli. Quest'ultimi vengono pertanto modellati come incastri alla base.

Una volta definita l'orditura dei solai, il peso è stato assegnato alle travi in c.a. come carico a metro lineare uniformemente distribuito. In aggiunta si è attivata l'opzione "*diaphragm constraint*" al fine di simulare il comportamento infinitamente rigido dei solai.

Per simulare correttamente il comportamento dinamico dell'edificio durante un evento sismico si è inserito alla base di ogni pilastro una molla con le seguenti proprietà:

- rigidità orizzontale uguale nelle due direzioni e pari al K_{Hi} dell'isolatore;
- rigidità verticale pari al K_{Vi} dell'isolatore.

Si mostra una vista 3D del modello ad elementi finiti:



Dal programma di calcolo è possibile estrarre un file di output, riportato di seguito, nel quale oltre ad essere indicato il periodo delle diverse forme modali, vi si ritrova anche le percentuali di massa eccitata individualmente da ogni modo nelle due direzioni principali X ed Y, e nella rotazione intorno all'asse Z.

StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless	RX Unitless	RY Unitless	RZ Unitless
Mode	1	2,81639	0,98007	0	0	0	0,23373	0,11854
Mode	2	2,809514	0	0,98027	0,00000007757	0,48263	0,00000003748	0,57325
Mode	3	2,190366	0,00002968	0	0	0	0,00009402	0,28781
Mode	4	0,534921	0,00259	0	5,429E-17	1,37E-16	0,09882	0,00035
Mode	5	0,527152	0	0,00246	0,0000002831	0,20547	0,0000001368	0,00144
Mode	6	0,477212	0,000006843	0	1,982E-19	2,67E-19	0,00013	0,00134
Mode	7	0,248262	0,00008605	0	3,265E-17	1,34E-16	0,000009165	0,000007998
Mode	8	0,225336	0	0,00006107	0,00001216	0,00001605	0,000005877	0,00003572
Mode	9	0,210475	0,00000002511	0	1,272E-16	1,2E-16	0,000003237	0,00003778
Mode	10	0,148926	0,000008003	0	2,232E-15	5,016E-15	0,00199	0,000000748
Mode	11	0,124615	7,745E-20	0,000004103	0,00000004491	0,00422	0,00000002169	0,000002399
Mode	12	0,118106	0,00000002899	5,889E-20	7,041E-15	3,028E-16	0,000007192	0,000002774

Si sono analizzati i primi 12 modi di vibrare ma, come si evidenzia dai risultati ottenuti, sarebbe stato sufficiente analizzare i primi 3 modi di vibrare che consentono di ottenere l'eccitamento di più dell' 85% della massa complessiva della struttura, come richiesto dalla Normativa.

Il 1° modo è puramente traslazionale in direzione X, giustificato da una minore rigidità nei confronti dell'altro asse.

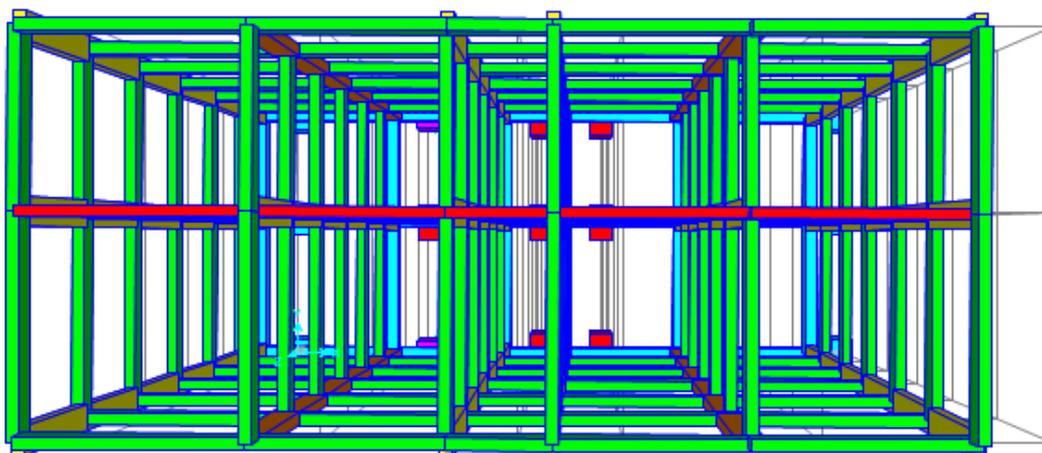
$$T_1 = 2,816 \text{ s}$$

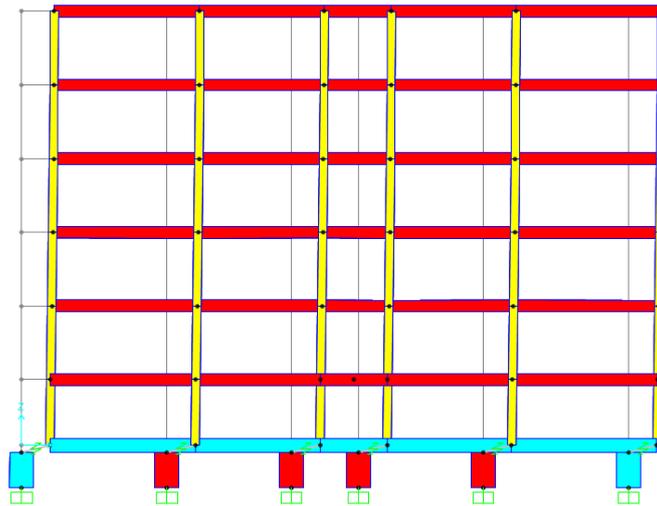
Le percentuali di massa eccitata nelle due direzioni X e Y e intorno alla direzione Z, relative al singolo modo di vibrare sono:

Massa eccitata $U_x = 98 \%$

Massa eccitata $U_y = 0 \%$

Massa eccitata $R_z = 11,8 \%$





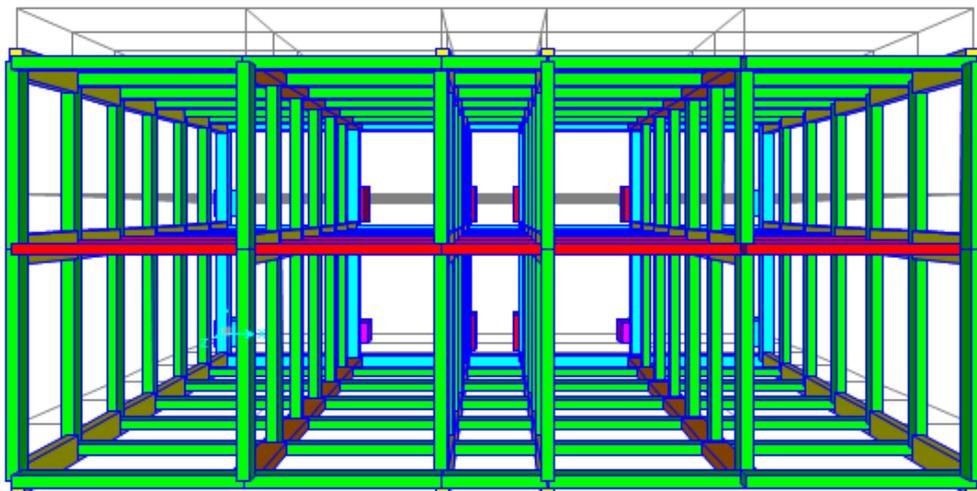
Il 2° modo è caratterizzato da una traslazione in direzione Y e una rotazione attorno a Z.

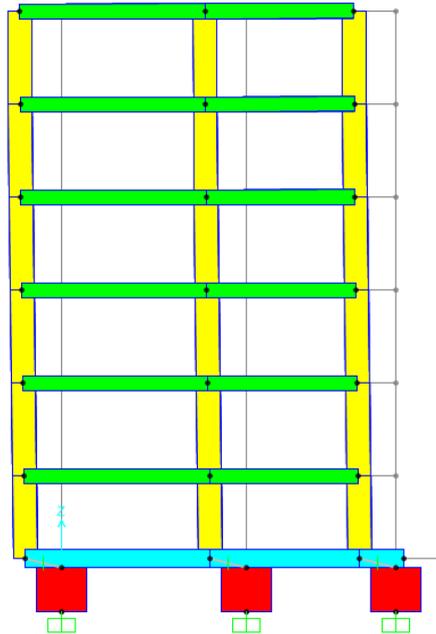
$$T_2 = 2,809 \text{ s}$$

Massa eccitata $U_x = 0 \%$

Massa eccitata $U_y = 98 \%$

Massa eccitata $R_z = 57,3 \%$





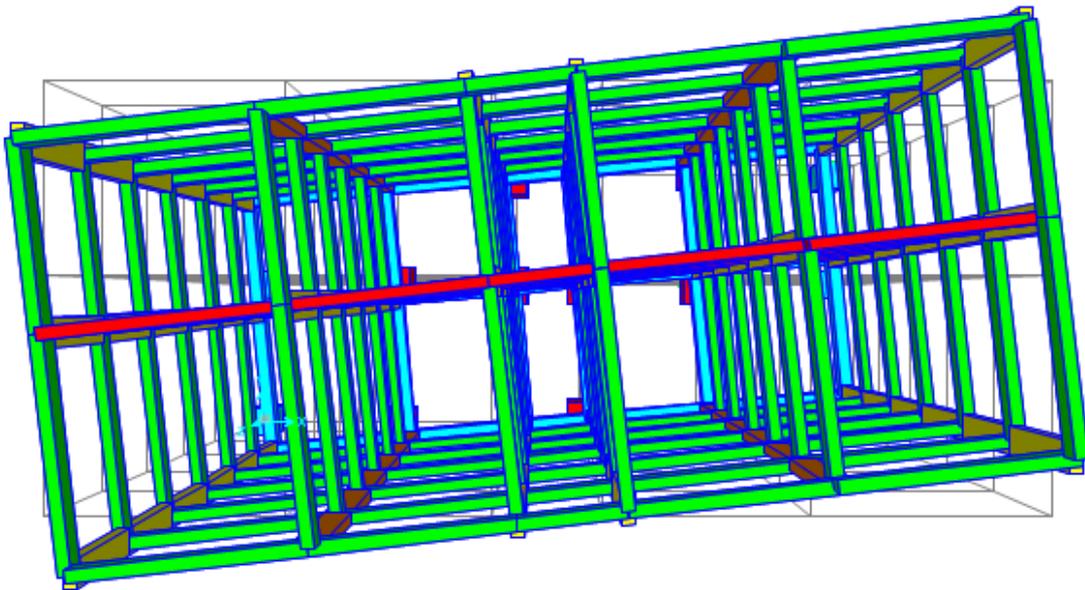
Il 3° modo è puramente rotazionale attorno all'asse Z.

$$T_1 = 2,190 \text{ s}$$

Massa eccitata $U_x = 0 \%$

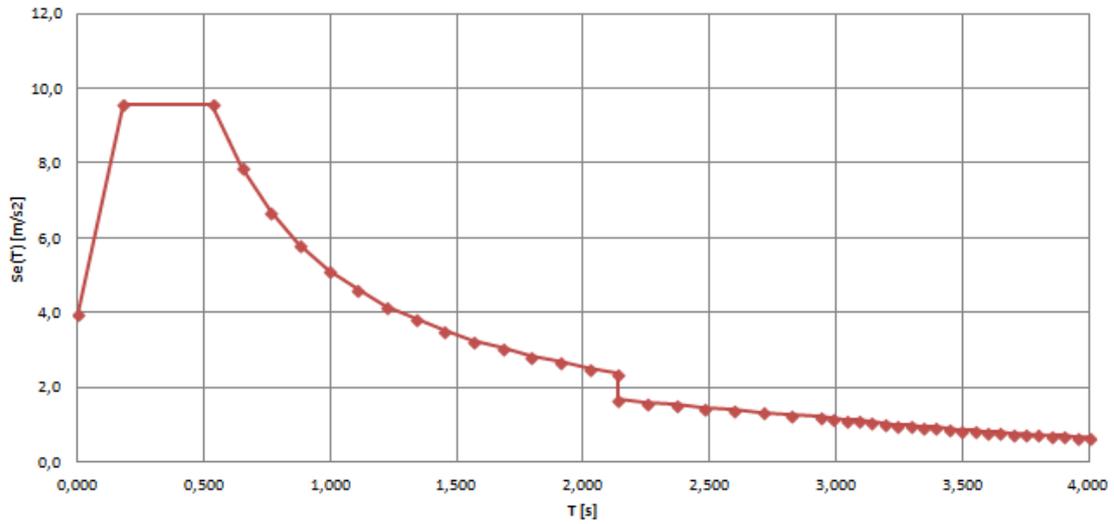
Massa eccitata $U_y = 0 \%$

Massa eccitata $R_z = 28,8 \%$

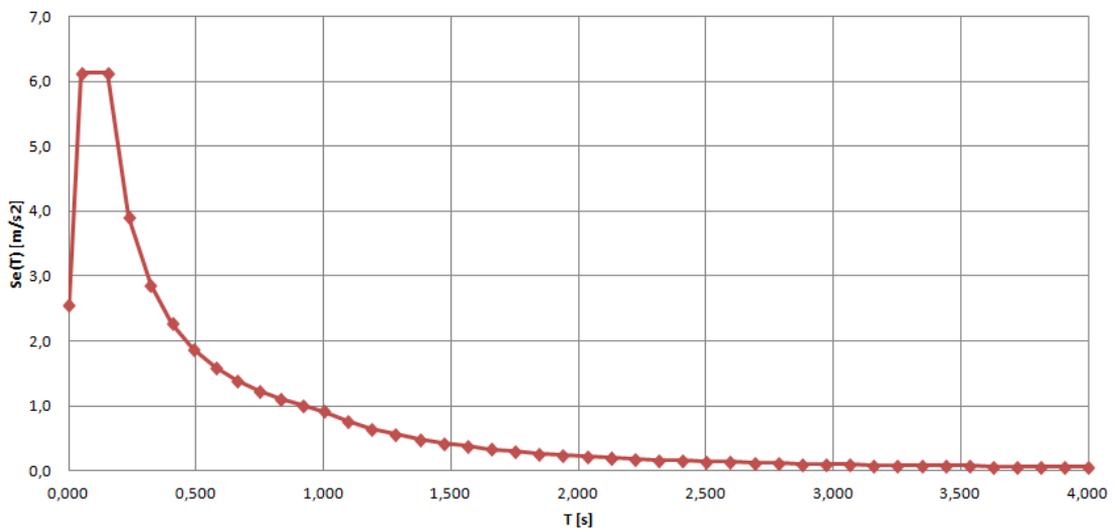


Per la verifica del sistema di isolamento si considerano gli spettri di progetto (orizzontale e verticale) allo SLC scalati dal cautelativo fattore di struttura $q = 1$.

Spettro di risposta elastico in accelerazione orizzontale



Spettro di risposta elastico in accelerazione verticale



Si vanno a combinare gli effetti massimo prodotti da ciascun modo di vibrare sfruttando la combinazione SRSS:

$$E_i = \sqrt{\sum_j^n E_{ij}^2}$$

6.4.4 Confronto risultati analisi statica lineare e analisi dinamica lineare

	ANALISI STATICA LINEARE	ANALISI MODALE CON SPETTRO DI RISPOSTA (MATLAB)	ANALISI MODALE CON SPETTRO DI RISPOSTA (SAP2000)
	$f_{j,x}$ [kN]	$f_{j,x}$ [kN]	$f_{j,x}$ [kN]
PIANO TERRA	554,86	596,909	555,686
PIANO 1°	563,02	548,304	462,795
PIANO 2°	530,19	519,321	468,256
PIANO 3°	530,19	522,380	497,674
PIANO 4°	530,19	525,906	541,182
PIANO 5°	530,19	529,311	586,613
PIANO 6°	491,78	492,909	543,357

	ANALISI STATICA LINEARE	ANALISI MODALE CON SPETTRO DI RISPOSTA (MATLAB)	ANALISI MODALE CON SPETTRO DI RISPOSTA (SAP2000)
	dx[m]	dx[m]	dx[m]
PIANO TERRA	0,242	0,2417	0,2363
PIANO 1°	0,244	0,2435	0,2427
PIANO 2°	0,247	0,2457	0,2521
PIANO 3°	0,250	0,2474	0,2604
PIANO 4°	0,253	0,2487	0,2669
PIANO 5°	0,256	0,2496	0,2713
PIANO 6°	0,259	0,2500	0,2738

Le differenze sono legate al fatto che l'analisi statica lineare e l'analisi dinamica lineare, svolta attraverso l'ausilio di Matlab, non tengono in conto dello smorzamento che la struttura e il sistema di isolamento presentano e tantomeno del comportamento tridimensionale.

6.4.5 Verifiche Isolatori

Si procede ad effettuare le necessarie verifiche di sicurezza previste al punto 11.9.7 [D.M. 2008] e, tenendo conto che la presenza di sforzi di trazione eccessivi possono indurre fenomeni di cavitazione e l'innescio di rotture, si verifica che per nessuna delle combinazioni di carico previste vi siano isolatori soggetti ad una tensione normale media di trazione.

Ai fini delle verifiche degli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E, al punto 7.3.5 [D.M. 2008] si consente, nel caso in cui la risposta venga valutata mediante analisi statica o dinamica in campo lineare, di valutare separatamente gli effetti sulla struttura per ciascuna delle tre componenti (le due orizzontali x e y e quella verticale z).

Tali effetti vanno poi combinati applicando l'espressione:

$$E = 1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y + 0,30 \cdot E_z$$

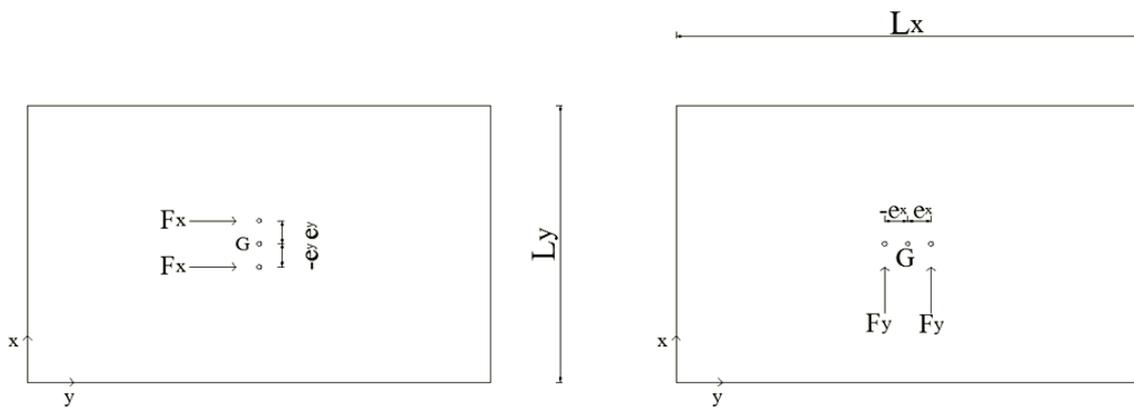
Con rotazione dei coefficienti moltiplicativi e conseguente individuazione degli effetti più gravosi. Dato che l'azione sismica può agire, per ogni direzione di incidenza, con due versi opposti, per ciascuno stato limite vanno considerate 24 combinazioni.

	E_x	E_y	E_z
E_1	1,00	0,30	0,30
E_2	-1,00	0,30	0,30
E_3	1,00	-0,30	0,30
E_4	-1,00	-0,30	0,30
E_5	1,00	0,30	-0,30
E_6	-1,00	0,30	-0,30
E_7	1,00	-0,30	-0,30
E_8	-1,00	-0,30	-0,30
E_9	0,30	1,00	0,30
E_{10}	0,30	-1,00	0,30
E_{11}	-0,30	1,00	0,30
E_{12}	-0,30	-1,00	0,30
E_{13}	0,30	1,00	-0,30
E_{14}	0,30	-1,00	-0,30
E_{15}	-0,30	1,00	-0,30
E_{16}	-0,30	-1,00	-0,30
E_{17}	0,30	0,30	1,00
E_{18}	0,30	0,30	-1,00
E_{19}	-0,30	0,30	1,00
E_{20}	-0,30	0,30	-1,00
E_{21}	0,30	-0,30	1,00
E_{22}	0,30	-0,30	-1,00
E_{23}	-0,30	-0,30	1,00
E_{24}	-0,30	-0,30	-1,00

Queste combinazioni di carico devono essere poi quadruplicate rispettando il punto 7.2.6 [D.M. 2008], nel quale si prescrive, per tenere in considerazione la variabilità spaziale del moto sismico e di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse, di attribuire al centro di massa un'eccentricità accidentale in ogni direzione almeno pari al 5% della dimensione dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica.

Nel caso di analisi lineare dinamica condotta su edifici, ci si può avvalere di quanto riportato al punto 7.3.3 [D.M. 2008], secondo cui gli effetti delle eccentricità accidentale del centro di massa possono essere determinati mediante l'applicazione di carichi statici costituiti da momenti torcenti di valore pari al prodotto della forza sismica di piano per l'eccentricità accidentale del baricentro delle masse rispetto alla sua posizione di calcolo.

Considerate le quattro possibili posizioni del centro di massa dell'impalcato del piano tipo, si comprende come ad ogni direzione e verso della componente orizzontale dominante dell'azione sismica restino associate quattro possibili combinazioni di carico.



Sisma diretto lungo x

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_y = 11,25$ m.

$$e_y = 0,05 \cdot 11,25 = 0,5625 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo x:

Piano	$(F_{h,i})_x$
6	543,357
5	586,613
4	541,182
3	497,674
2	468,256
1	462,795
TERRA	555,686

Si risale ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_Z)_x = (F_{h,i})_x \cdot e_y$$

Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	305,638		
DIAPH5	15,4	0,	0,	329,97		
DIAPH4	12,25	0,	0,	304,415		
DIAPH3	9,1	0,	0,	279,942		
DIAPH2	5,95	0,	0,	263,394		
DIAPH1	2,8	0,	0,	260,322		
DIAPH0	0,	0,	0,	312,573		

Sisma diretto lungo y

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_y = 25,8$ m.

$$e_x = 0,05 \cdot 25,8 = 1,29 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo y:

Piano	$(F_{h,i})_Y$
6	545,164
5	584,164
4	539,388
3	478,146
2	470,973
1	466,929
TERRA	559,848

Si risale ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_Z)_Y = (F_{h,i})_Y \cdot e_x$$

Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	703,262		
DIAPH5	15,4	0,	0,	753,572		
DIAPH4	12,25	0,	0,	695,81		
DIAPH3	9,1	0,	0,	616,808		
DIAPH2	5,95	0,	0,	607,554		
DIAPH1	2,8	0,	0,	602,338		
DIAPH0	0,	0,	0,	722,204		

Una volta definiti i sismi e le relative eccentricità occorrerà creare le combinazioni corrispondenti.

Alla luce di quanto appena visto, le combinazioni previste dalla normativa sono:

$$\pm E_x \pm M_x \pm 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y \pm 0,3 \cdot E_z$$

$$\pm 0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x \pm E_y \pm M_y \pm 0,3 \cdot E_z$$

$$\pm 0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x \pm 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y \pm E_z$$

Le combinazioni da generare sono però minori di quelle riportate in quanto l'analisi con spettro di risposta, per sua natura, fornisce i massimi valori di risposta in termini assoluti. Tali valori vengono automaticamente assunti dal programma Sap2000 sia con segno positivo che negativo creando un involucro delle varie quantità.

Si ottengono quindi 12 combinazioni, a fronte delle 96 iniziali:

$$E_x \pm M_x + 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y + 0,3 \cdot E_z$$

$$0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x + E_y \pm M_y + 0,3 \cdot E_z$$

$$0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x + 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y + E_z$$

In accordo con il punto 2.5.3 [D.M. 2008], l'azione sismica E va combinata con le azioni permanenti e variabili secondo l'espressione:

$$E + G_1 + G_2 + \sum \psi_{2j} Q_{kj}$$

Load Combination Name (User-Generated): SLC

Notes: Modify/Show Notes...

Load Combination Type: Linear Add

Options: Convert to User Load Combo, Create Nonlinear Load Case from Load Combo

Define Combination of Load Case Results

Load Case Name	Load Case Type	Scale Factor
INVILUPPO E	Combination	1,
INVILUPPO E	Combination	1,
G2	Linear Static	1,
G1	Linear Static	1,
RESIDENZIALE	Linear Static	0,3
GARAGE	Linear Static	0,6
BALCONI	Linear Static	0,6

Buttons: Add, Modify, Delete

In tal modo si determinano le caratteristiche della sollecitazione e della deformazione per il telaio oggetto dell'analisi:

Diagramma dei tagli

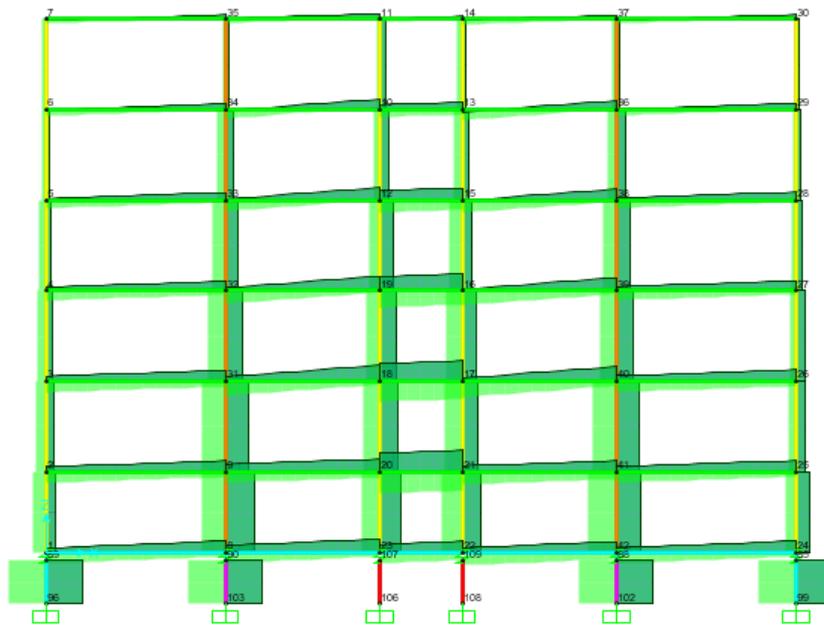
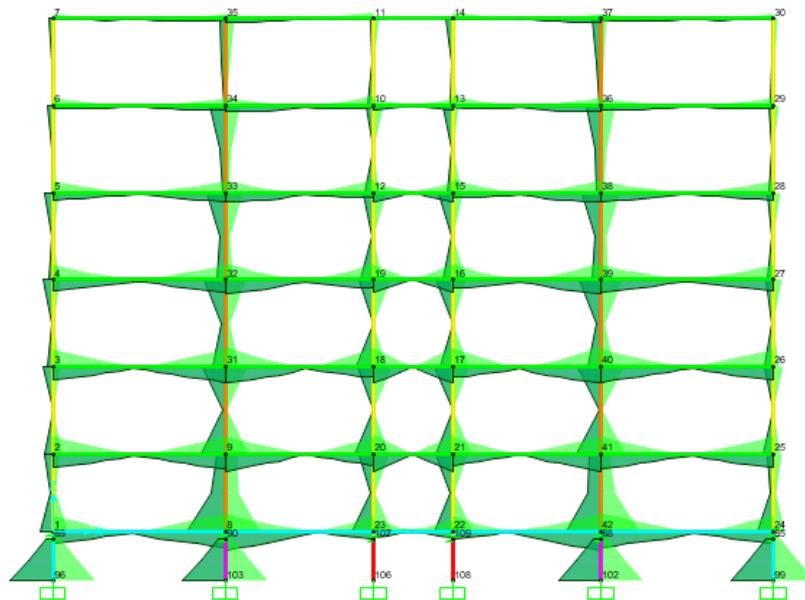


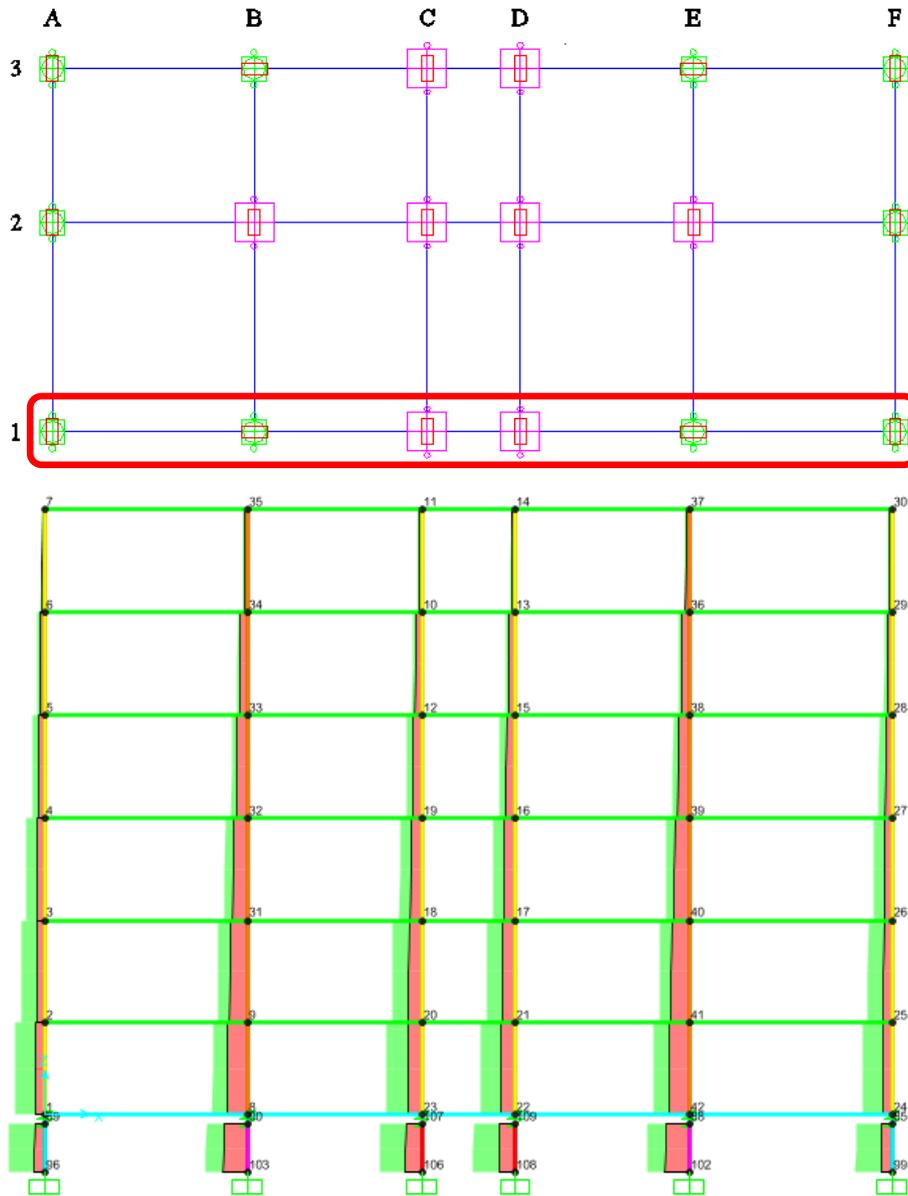
Diagramma dei momenti



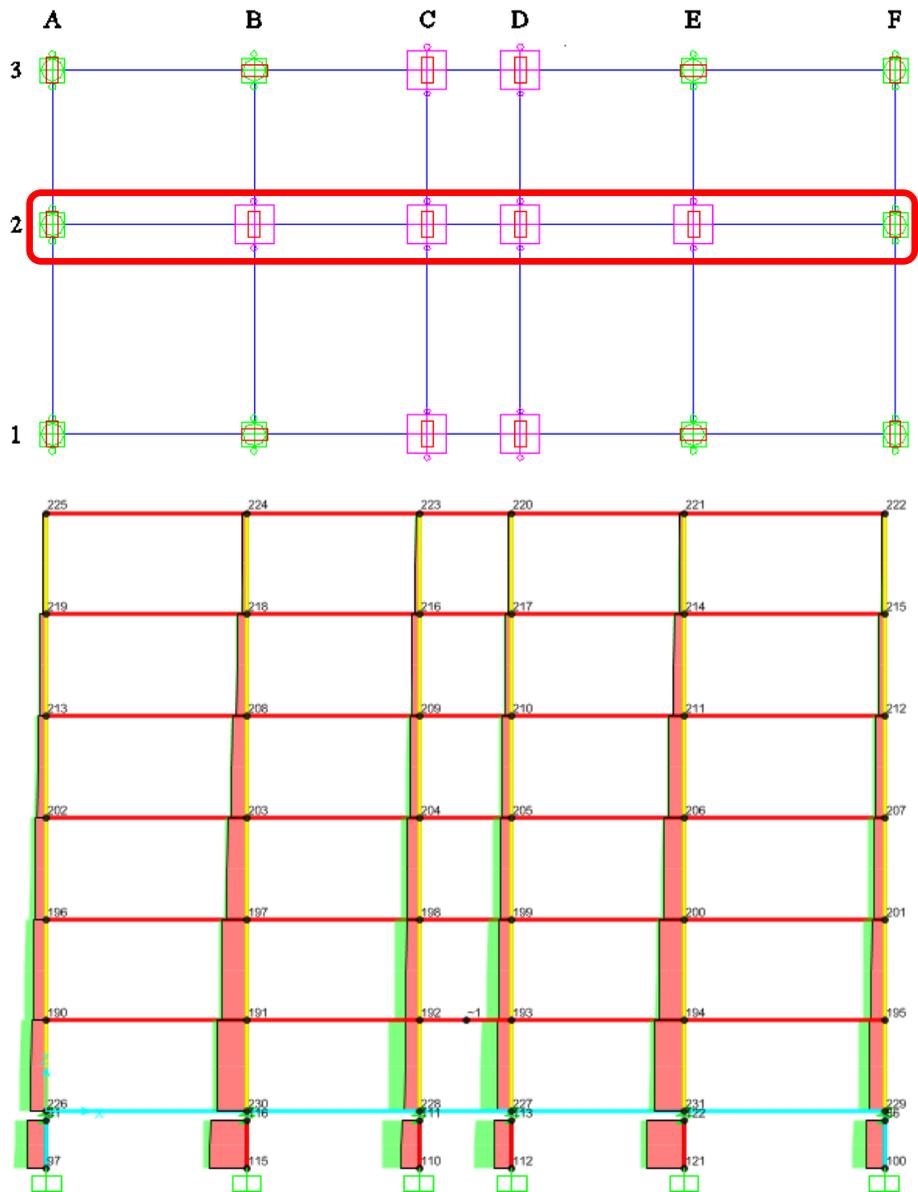
Spostamenti impalcati:

Piano	dx	dy
Terra	0,244004	0,265405
1	0,250691	0,272141
2	0,260457	0,281903
3	0,269128	0,290986
4	0,275833	0,298255
5	0,280387	0,303394
6	0,282949	0,306674

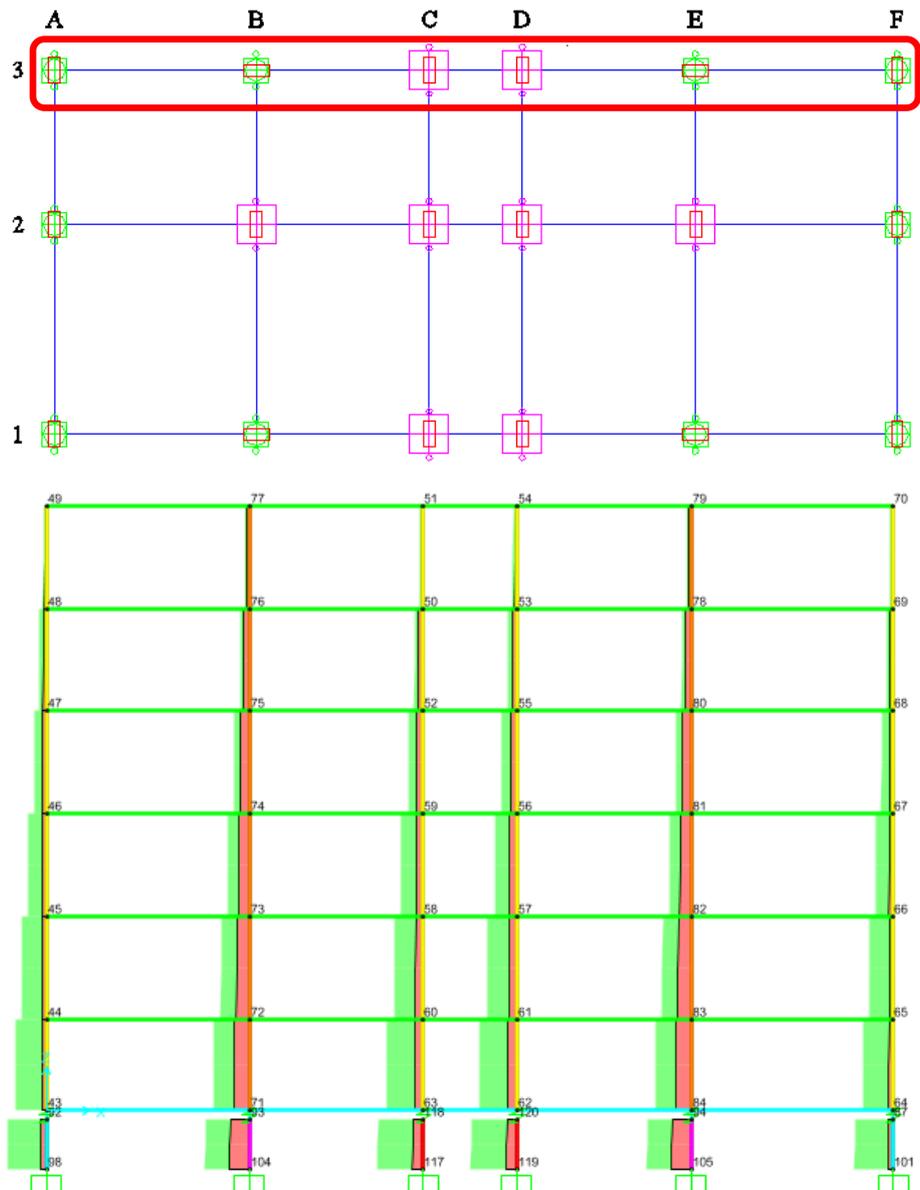
Si verifica che gli sforzi assiali minimi agenti sugli isolatori in presenza di sisma (SLC) siano di sola compressione ($N_{\min} \leq 0$) e che i massimi agenti sugli isolatori elastomerici siano minore del valore limite presente nel catalogo del produttore ($N_{\max} \leq V = 2490$ kN).



	N_{\min} [kN]	N_{\max} [kN]
ISO 1-A	-560,503	-1756,812
ISO 1-B	-1220,109	-2057,254
ISO 1-C	-846,503	-2013,277
ISO 1-D	-846,503	-2013,277
ISO 1-E	-1220,109	-2057,254
ISO 1-F	-560,503	-1756,812



	N_{\min} [kN]	N_{\max} [kN]
ISO 2-A	-1159,871	-1901,364
ISO 2-B	-2270,434	-2637,969
ISO 2-C	-1125,454	-2177,524
ISO 2-D	-1125,454	-2177,524
ISO 2-E	-2270,434	-2637,969
ISO 2-F	-1159,871	-1901,364



	N_{\min} [kN]	N_{\max} [kN]
ISO 3-A	-329,688	-1907,714
ISO 3-B	-1006,735	-2160,036
ISO 3-C	-612,003	-2180,931
ISO 3-D	-612,003	-2180,931
ISO 3-E	-1006,735	-2160,036
ISO 3-F	-329,688	-1907,714

Dai risultati ottenuti si evince che:

- nessun isolatore è soggetto ad un regime di trazione;
- tutti gli sforzi assiali massimi che agiscono sugli gli isolatori elastomerici rispettano il valore limite presente nel catalogo del produttore.

Con riferimento alle verifiche allo SLC, al punto 7.10.6.2.2 [D.M. 2008] si stabilisce che i dispositivi del sistema di isolamento devono essere in grado di sostenere, senza rotture, gli spostamenti d_{ed} valutati per un terremoto avente probabilità di superamento pari a quella prevista per lo SLC.

Indicazioni specifiche sugli isolatori elastomerici sono contenute nel punto C11.9.7 [Circolare 2009], in cui si riporta un'espressione analitica per il calcolo del suddetto spostamento di progetto:

$$d_{ed} = \max \left\{ \sqrt{d_{Ex}^2 + 0,3d_{Ey}^2}, \sqrt{0,3d_{Ex}^2 + d_{Ey}^2} \right\}$$

Nello stesso punto della Circolare si stabiliscono anche le tipologie di verifica da effettuare sui dispositivi. Tali verifiche riguardano i seguenti aspetti:

- tensione massima σ_s agente nella generica piastra d'acciaio;
- deformazione totale di taglio di progetto γ_t ;
- deformazione di taglio dell'elastomero γ_s per lo spostamento sismico totale;
- carico massimo verticale P agente sul singolo isolatore.

Si riporta nella tabella riassuntiva i risultati ottenuti in termini di sforzo assiale massimo P , spostamenti e rotazioni in direzione x , y e di progetto.

	P [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 3-A	-1907,714	0,245951	0,265405	0,298	0,001584	0,000823	0,001647
ISO 3-B	-2160,036	0,245951	0,252314	0,286	0,000634	0,001228	0,001276
ISO 2-A	-1901,364	0,238215	0,265405	0,296	0,001182	0,000781	0,001257
ISO 1-A	-1756,812	0,244044	0,265405	0,297	0,001369	0,000856	0,001447
ISO 1-B	-2057,254	0,244004	0,252315	0,286	0,000349	0,00123	0,001245

Si riportano le specifiche tecniche degli isolatori elastomerici installati (SI-N 700/200) desunte dal catalogo del produttore (FIP Industriale):

SI-N	V kN	Fzd kN	K_e kN/mm	K_v kN/mm	D_g mm	t_e mm	h mm	H mm	Z mm	W kg
SI-N 450/204	45	2490	0.62	541	450	204	343	393	500	300
SI-N 500/204	270	3890	0.77	747	500	204	343	393	550	369
SI-N 550/203	610	5790	0.94	871	550	203	327	377	600	419
SI-N 600/200	1090	6360	1.13	1016	600	200	312	362	650	471
SI-N 650/207	1650	7620	1.28	1118	650	207	313	363	700	540
SI-N 700/200	2490	9650	1.54	1309	700	200	307	367	750	669
SI-N 800/200	5470	14990	2.01	1967	800	200	307	367	850	871
SI-N 900/204	7980	21220	2.50	2317	900	204	318	378	950	1136
SI-N 1000/210	10780	22590	2.99	2667	1000	210	326	406	1050	1590
SI-N 1100/210	14930	27460	3.62	3556	1100	210	326	406	1150	1919
SI-N 1200/208	16670	28700	4.35	4109	1200	208	316	396	1250	2207

$$D = 700 \text{ mm} \quad t_e = 200 \text{ mm} \quad t_i = 8 \text{ mm} \quad t_s = 2 \text{ mm} \quad G_{din} = 0,8 \text{ MPa}$$

Spostamento ammissibile dell'isolatore SI-N 700/200 è pari a 400 mm.

Prima di procedere con la verifica degli isolatori elastomerici si determinano i fattori di forma primario S_1 e secondario S_2 :

$$S_1 = \frac{D}{4t_i} = 21,875$$

$$S_2 = \frac{D}{t_e} = 3,5$$

❖ Si verifica l'isolatore in posizione 3-A:

	P [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 3-A	-1907,714	0,245951	0,265405	0,298	0,001584	0,000823	0,001647

$$\gamma_s = \frac{d_{max}}{t_e} = 1,49 \leq 2$$

$$\alpha = 0,001647 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \gamma_\alpha = \frac{3 \alpha D^2}{4} \frac{1}{2t_i t_e} = 0,189$$

$$\varphi = 2 \cos^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) = 2,2621 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad A_r = \frac{D^2}{4} (\varphi - \sin \varphi) = 0,272 \text{ m}^2$$

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r} = 1,5 \frac{1907,714}{800 \cdot 21,875 \cdot 0,272} = 0,601$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s = 2,28 < 5$$

Ai fini della verifica di resistenza la tensione normale nel lamierino deve risultare inferiore alla tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio.

Per ciò che concerne le piastre di acciaio interne ai dispositivi, è stato considerato un acciaio tipo Fe 430 con la tensione di snervamento pari a $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk} \quad \Rightarrow \quad \sigma_s = 72942 \text{ kN/m}^2 = 72,942 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2$$

Il carico massimo verticale agente sul singolo isolatore dovrà essere inferiore al carico critico diviso per un coefficiente di sicurezza:

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = 16660 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad 1907,714 \text{ kN} < 8330 \text{ kN}$$

❖ Si verifica l'isolatore in posizione 3-B:

	N_{\max} [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 3-B	-2160,036	0,245951	0,252314	0,286	0,000634	0,001228	0,001276

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e} = 1,43 \leq 2$$

$$\alpha = 0,001276 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \gamma_\alpha = \frac{3\alpha D^2}{4} \frac{1}{2t_i t_e} = 0,147$$

$$\varphi = 2 \cos^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) = 2,30 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad A_r = \frac{D^2}{4} (\varphi - \sin \varphi) = 0,277 \text{ m}^2$$

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r} = 1,5 \frac{2160,036}{800 \cdot 21,875 \cdot 0,277} = 0,668$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s = 2,245 < 5$$

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk} \quad \Rightarrow \quad \sigma_s = 81099 \text{ kN/m}^2 = 81,099 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2$$

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = 16966,25 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad 2160,036 \text{ kN} < 8483,125 \text{ kN}$$

❖ Si verifica l'isolatore in posizione 2-A:

	N_{\max} [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 2-A	-1901,364	0,238215	0,265405	0,296	0,001182	0,000781	0,001257

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e} = 1,48 \leq 2$$

$$\alpha = 0,001257 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad \gamma_\alpha = \frac{3\alpha D^2}{4} \frac{1}{2t_i t_e} = 0,144$$

$$\varphi = 2 \cos^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) = 2,268 \text{ rad} \quad \Rightarrow \quad A_r = \frac{D^2}{4} (\varphi - \sin \varphi) = 0,273 \text{ m}^2$$

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r} = 1,5 \frac{1901,364}{800 \cdot 21,875 \cdot 0,273} = 0,5970$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s = 2,221 < 5$$

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk} \Rightarrow \sigma_s = 72433 \text{ kN/m}^2 = 72,433 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2$$

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = 16721,25 \text{ kN} \Rightarrow 1901,364 \text{ kN} < 8360,625 \text{ kN}$$

❖ Si verifica l'isolatore in posizione 1-A:

	N_{\max} [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 1-A	-1756,812	0,244044	0,265405	0,297	0,001369	0,000856	0,001447

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e} = 1,485 \leq 2$$

$$\alpha = 0,001447 \text{ rad} \Rightarrow \gamma_\alpha = \frac{3\alpha D^2}{4} \frac{1}{2t_i t_e} = 0,166$$

$$\varphi = 2 \cos^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) = 2,265 \text{ rad} \Rightarrow A_r = \frac{D^2}{4} (\varphi - \sin \varphi) = 0,273 \text{ m}^2$$

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r} = 1,5 \frac{1756,812}{800 \cdot 21,875 \cdot 0,273} = 0,552$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s = 2,203 < 5$$

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk} \Rightarrow \sigma_s = 66926 \text{ kN/m}^2 = 66,926 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2$$

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = 16721,25 \text{ kN} \Rightarrow 1756,812 \text{ kN} < 8360,625 \text{ kN}$$

❖ Si verifica l'isolatore in posizione 1-B:

	N_{\max} [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]	R_x [rad]	R_y [rad]	R_{ed} [rad]
ISO 1-B	-2057,254	0,00123	0,001245	0,286	0,000349	0,00123	0,001245

$$\gamma_s = \frac{d}{t_e} = 1,43 \leq 2$$

$$\alpha = 0,001245 \text{ rad} \Rightarrow \gamma_\alpha = \frac{3\alpha D^2}{4} \frac{1}{2t_i t_e} = 0,1430$$

$$\varphi = 2 \cos^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) = 2,30 \text{ rad} \Rightarrow A_r = \frac{D^2}{4} (\varphi - \sin \varphi) = 0,277 \text{ m}^2$$

$$\gamma_c = 1,5 \frac{P}{GS_1 A_r} = 1,5 \frac{2057,254}{800 \cdot 21,875 \cdot 0,277} = 0,6366$$

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_\alpha + \gamma_s = 2,210 < 5$$

$$\sigma_s = 1,3 \frac{P}{A_r} \frac{(t_1 + t_2)}{t_s} \leq f_{yk} \Rightarrow \sigma_s = 77240 \text{ kN/m}^2 = 77,240 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2$$

$$P < \frac{P_{cr}}{2}$$

$$P_{cr} = \frac{GA_r S_1 D}{t_e} = 16966,25 \text{ kN} \Rightarrow 2057,254 \text{ kN} < 8483,125 \text{ kN}$$

In tabella si riporta una sintesi dei risultati ottenuti:

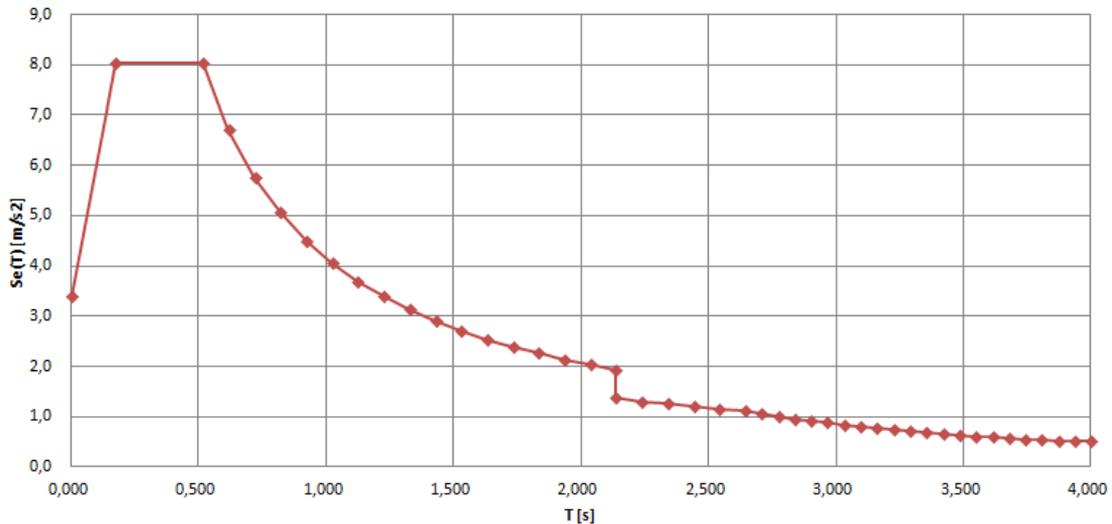
	d_{ed} [m]	P [kN]	σ_s [N/mm ²]	γ_s	γ_c	γ_α	γ_t
ISO 3-A	0,298	-1907,71	72,942	1,49	0,601	0,189	2,280
ISO 3-B	0,286	-2160,04	81,099	1,43	0,668	0,147	2,245
ISO 3-E	0,286	-2160,04	81,099	1,43	0,668	0,147	2,245
ISO 3-F	0,298	-1907,71	72,942	1,49	0,601	0,189	2,280
ISO 2-A	0,296	-1901,36	72,433	1,48	0,5970	0,144	2,221
ISO 2-F	0,296	-1901,36	72,433	1,48	0,5970	0,144	2,221
ISO 1-A	0,297	-1756,81	66,926	1,485	0,552	0,166	2,203
ISO 1-B	0,286	-2057,25	77,240	1,43	0,6366	0,1430	2,210
ISO 1-E	0,286	-2057,25	77,240	1,43	0,6366	0,1430	2,210
ISO 1-F	0,297	-1756,81	66,926	1,485	0,552	0,166	2,203

Dai risultati ottenuti si evince che tutte le verifiche risultano soddisfatte.

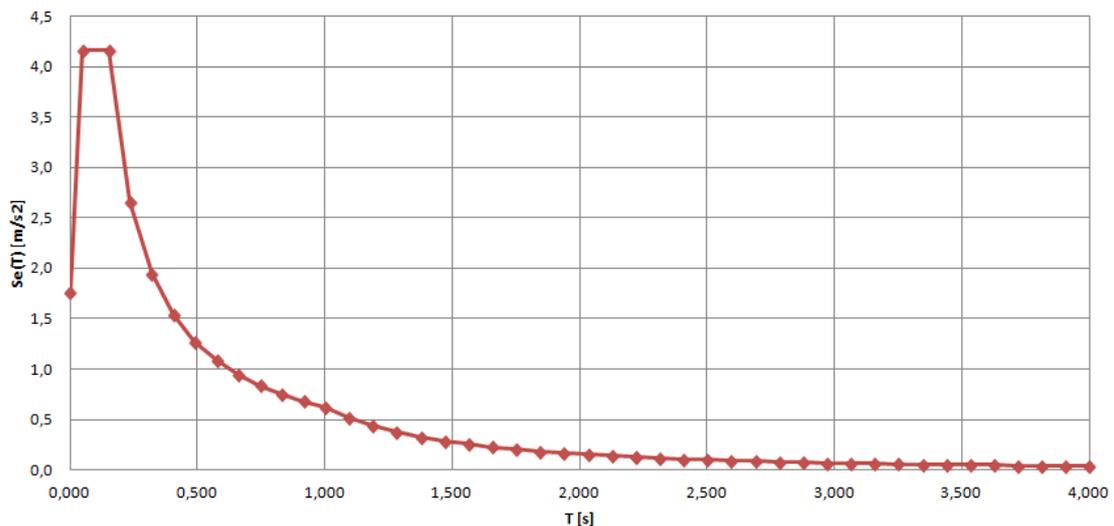
6.5 Analisi della struttura isolata alla base (SLV)

Nel seguente paragrafo si considerano gli spettri allo SLV per ottenere le condizioni che massimizzano le sollecitazioni sugli elementi strutturali della sovrastruttura e procedere con la verifica degli elementi resistenti in cemento armato.

Spettro di risposta elastico in accelerazione orizzontale



Spettro di risposta elastico in accelerazione verticale



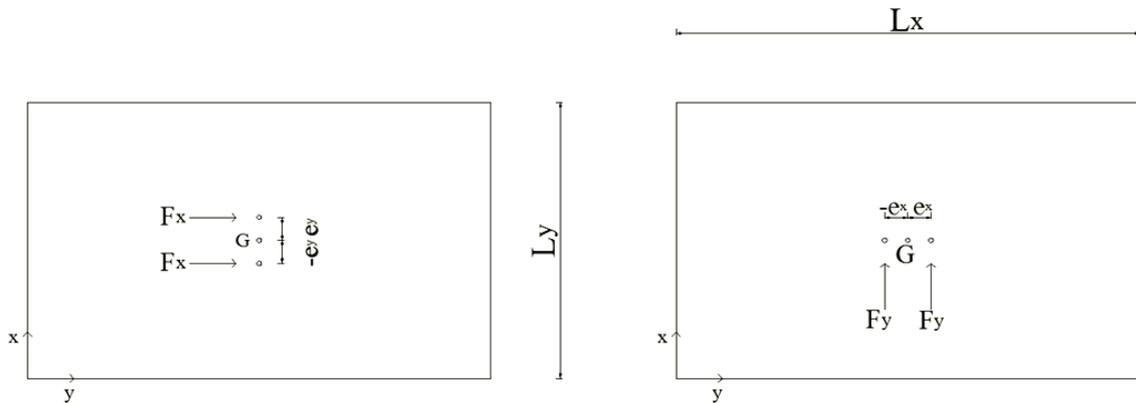
Anche in questo caso si valutano gli effetti del sisma sulla struttura per ciascuna delle tre componenti (le due orizzontali x e y e quella verticale z).

Tali effetti vanno poi combinati applicando l'espressione:

$$E = 1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y + 0,30 \cdot E_z$$

Con rotazione dei coefficienti moltiplicativi e conseguente individuazione degli effetti più gravosi. Dato che l'azione sismica può agire, per ogni direzione di incidenza, con due versi opposti, per ciascuno stato limite vanno considerate 24 combinazioni.

Queste combinazioni di carico devono essere poi quadruplicate per tenere in considerazione la variabilità spaziale del moto sismico e di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse.



Sisma diretto lungo x

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_x = 11,25$ m.

$$e_y = 0,05 \cdot 11,25 = 0,5625 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo x:

Piano	$(F_{h,i})_x$
6	418,948
5	449,481
4	411,025
3	374,614
2	350,727
1	347,378
TERRA	420,369

Si risale ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_Z)_x = (F_{h,i})_x \cdot e_y$$

Carico Definito dall'Utente nei Diaframmi						
Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	235,658		
DIAPH5	15,4	0,	0,	252,833		
DIAPH4	12,25	0,	0,	231,201		
DIAPH3	9,1	0,	0,	210,72		
DIAPH2	5,95	0,	0,	197,284		
DIAPH1	2,8	0,	0,	195,4		
DIAPH0	0,	0,	0,	236,458		

Sisma diretto lungo y

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_y = 25,8$ m.

$$e_x = 0,05 \cdot 25,8 = 1,29 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo y:

Piano	$(F_{h,i})_Y$
6	422,232
5	449,113
4	410,756
3	375,855
2	353,637
1	351,457
TERRA	424,778

Si risalire ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_Z)_Y = (F_{h,i})_Y \cdot e_x$$

Carico Definito dall'Utente nei Diaframmi						
Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	544,679		
DIAPH5	15,4	0,	0,	579,356		
DIAPH4	12,25	0,	0,	529,875		
DIAPH3	9,1	0,	0,	484,853		
DIAPH2	5,95	0,	0,	456,192		
DIAPH1	2,8	0,	0,	453,379		
DIAPH0	0,	0,	0,	547,964		

Una volta definiti i sismi e le relative eccentricità occorrerà creare le combinazioni corrispondenti.

Alla luce di quanto visto precedentemente, le combinazioni considerate si riducono a 12 a fronte delle 96 previste dalla normativa:

$$E_x \pm M_x + 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y + 0,3 \cdot E_z$$

$$0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x + E_y \pm M_y + 0,3 \cdot E_z$$

$$0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x + 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y + E_z$$

L'azione sismica E va combinata con le azioni permanenti e variabili secondo l'espressione:

$$E + G_1 + G_2 + \sum \Psi_{2j} Q_{kj}$$

The screenshot shows a software window for defining load combinations. It contains the following elements:

- Nome Combinazione di** (Generato dall'utente): SLV
- Note**: Mostra/Modifica Note...
- Tipo Combinazione di Carico**: Linear Add
- Opzioni**:
 - Converti a Comb Carico Utente
 - Crea Caso Carico Nonlineare da Comb Carico
- Definisci Combinazione dei Risultati dei Casi Carico**:

Caso Carico	Tipo Caso di Carico	Fatt. Scala
INVILUPPO E	Combination	1.
INVILUPPO E	Combination	1.
G2	Linear Static	1.
G1	Linear Static	1.
RESIDENZIALE	Linear Static	0,3
GARAGE	Linear Static	0,6
BALCONI	Linear Static	0,6

In tal modo si determinano le caratteristiche della sollecitazione e della deformazione per il telaio oggetto dell'analisi:

Spostamenti impalcati:

Piano	dx	dy
Terra	0,185072	0,201958
1	0,190142	0,207105
2	0,197548	0,214542
3	0,204125	0,221458
4	0,209212	0,226916
5	0,212669	0,230894
6	0,214615	0,233356

Diagramma degli sforzi normali:

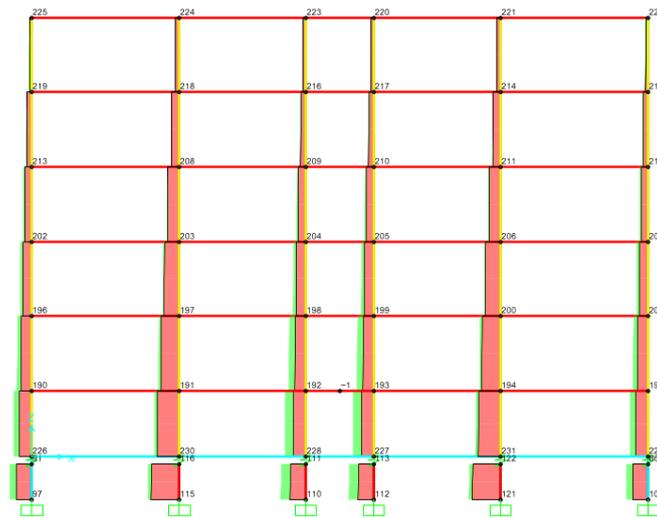


Diagramma dei tagli:

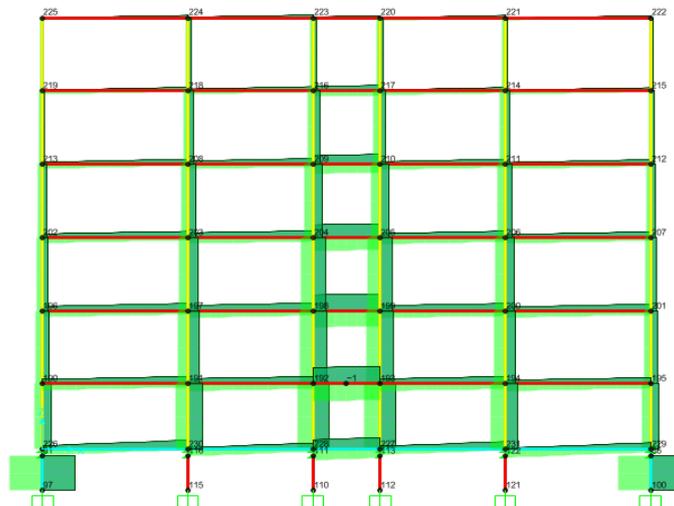
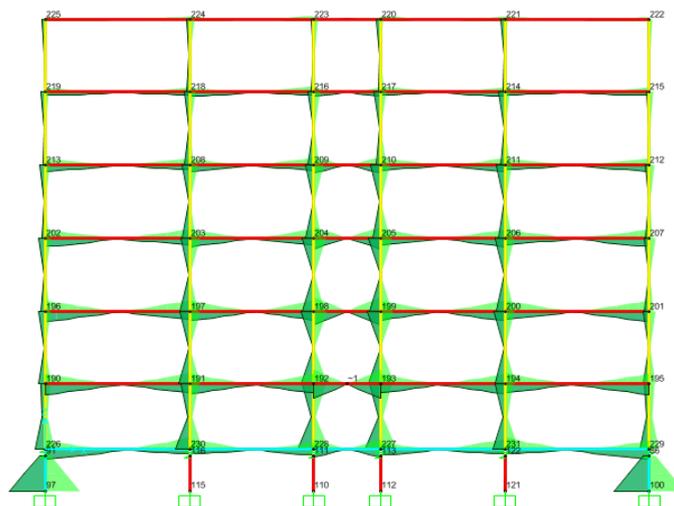


Diagramma dei momenti:



Alle combinazioni di carico in presenza di sisma vanno aggiunte le combinazioni in assenza di sisma atte a massimizzare i carichi verticali.

La combinazione che contempla i carichi verticali massimi è la combinazione fondamentale introdotta al punto 2.5.3 [D.M. 2008]:

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \sum \gamma_{Qj} \cdot \psi_{0j} \cdot Q_{kj}$$

Dove con i simboli:

- G_1 e G_2 si indicano rispettivamente il peso proprio degli elementi strutturali e il peso proprio degli elementi non strutturali;
- Q_{kj} si indicano i sovraccarichi variabili;
- ψ_{0j} si indicano i coefficienti di combinazione che definiscono i valori quasi permanenti delle corrispondenti azioni variabili:

Categoria/Azione variabile	ψ_{0j}	ψ_{1j}	ψ_{2j}
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

- γ_{Gi} e γ_{Qi} si indicano i coefficienti parziali di sicurezza:

		Coefficiente γ_F	EQU	A1 STR	A2 GEO
Carichi permanenti	favorevoli	γ_{G1}	0,9	1,0	1,0
	sfavorevoli		1,1	1,3	1,0
Carichi permanenti non strutturali ⁽¹⁾	favorevoli	γ_{G2}	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3
Carichi variabili	favorevoli	γ_{Qi}	0,0	0,0	0,0
	sfavorevoli		1,5	1,5	1,3

Le combinazioni da considerare sono quindi:

- ❖ Combinazione SLU statica (Cat.A Ambiente ad uso residenziale $Q_k = 2$)
 $1,3 \cdot G_1 + 1,5 \cdot G_2 + 1,5 \cdot Q_{k1} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k3} + 1,5 \cdot 0,6 \cdot Q_{k4}$
- ❖ Combinazione SLU statica (Cat.C Ambiente suscettibile da affollamento $Q_k = 4$)
 $1,3 \cdot G_1 + 1,5 \cdot G_2 + 1,5 \cdot Q_{k1} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k3} + 1,5 \cdot 0,6 \cdot Q_{k4}$
- ❖ Combinazione SLU statica (CAT.F Rimesse e parcheggi $Q_k = 2,5$)
 $1,3 \cdot G_1 + 1,5 \cdot G_2 + 1,5 \cdot Q_{k1} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k3} + 1,5 \cdot 0,6 \cdot Q_{k4}$
- ❖ Combinazione SLU statica (Vento)
 $1,3 \cdot G_1 + 1,5 \cdot G_2 + 1,5 \cdot Q_{k1} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k2} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k3} + 1,5 \cdot 0,7 \cdot Q_{k4}$

Diagramma degli sforzi normali:

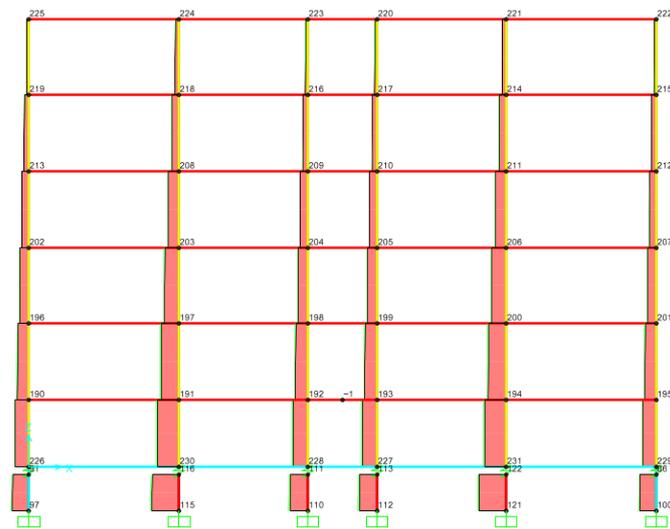


Diagramma dei tagli:

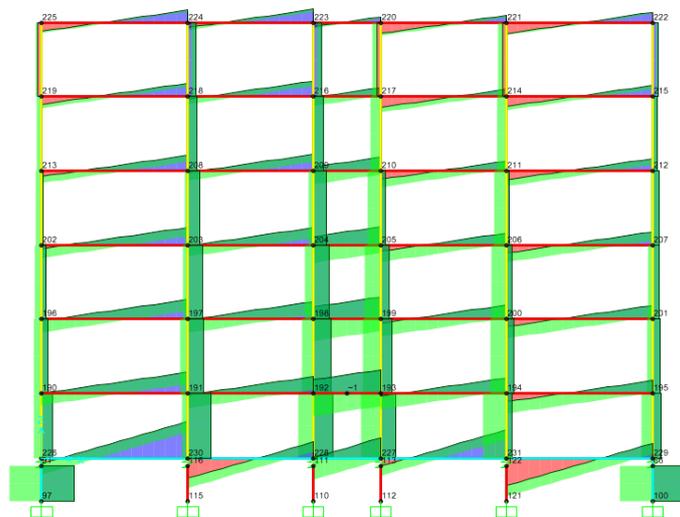
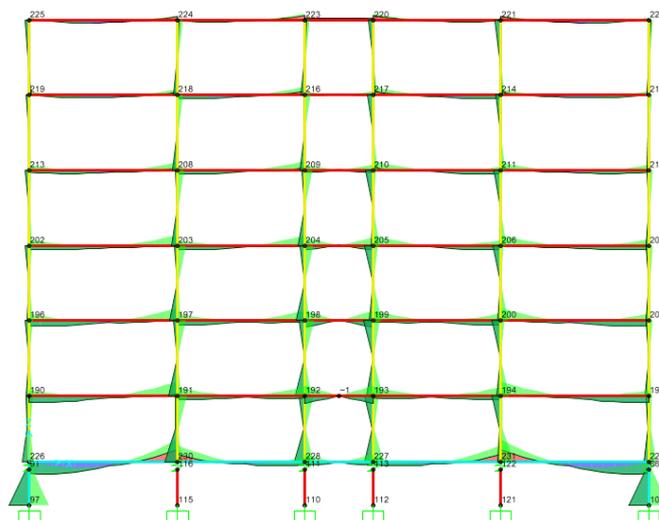


Diagramma dei momenti:



Si procede quindi all'involuppo dei digrammi delle sollecitazioni derivanti dalle combinazioni di carico in presenza di sisma e dalle combinazioni di carico che massimizzano i carichi verticali.

Diagramma degli sforzi normali:

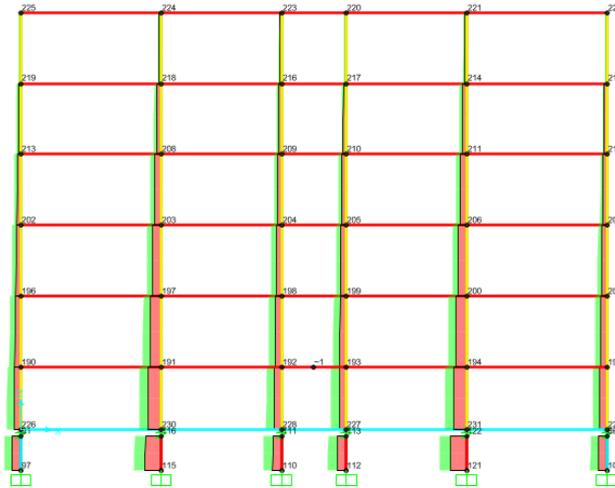


Diagramma dei tagli:

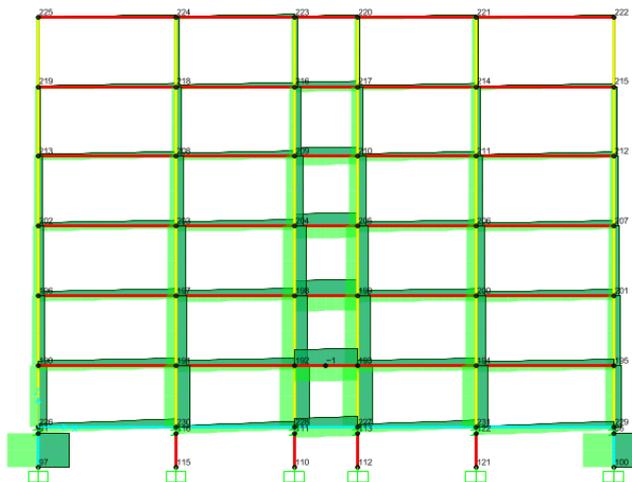
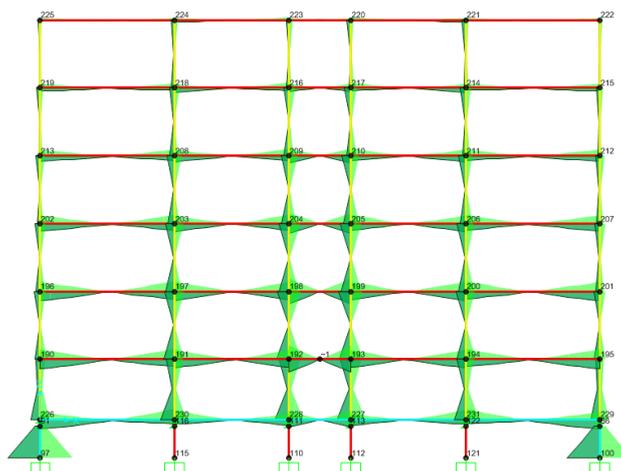


Diagramma dei momenti:



6.6 Verifica degli elementi resistenti in cemento armato

Noti i valori delle sollecitazioni agenti in corrispondenza degli elementi strutturali è possibile procedere con l'esecuzione delle verifiche strutturali. Tali verifiche vengono condotte sulle sezioni maggiormente sollecitate a momento flettente positivo, momento flettente negativo, taglio e sforzo normale, considerando le condizioni di carico agli stati limite ultimi con e senza azione sismica.

Il rispetto del criterio di gerarchia delle resistenze non è richiesto dalla normativa per le strutture dotate di dispositivi di isolamento sismico. Questo perché, per azioni sismiche relative allo SLV, la struttura e la sottostruttura si devono mantenere sostanzialmente in campo elastico e ciò implica un danneggiamento strutturale molto più limitato, quasi nullo, rispetto a quello di una struttura antisismica convenzionale, dove si ammette che per lo stesso livello di azione si verifichino notevoli richieste di duttilità. Di qui la scelta di utilizzare un fattore di struttura unitario ($q=1$) per la determinazione degli spettri di progetto a favore di sicurezza.

In accordo con quanto detto, al punto 7.10.2 [D.M. 2008] si prescrive che, essendo nulle o molto limitate le richieste di duttilità agli elementi strutturali, per i dettagli costruttivi si fa riferimento alle regole relative alla Classe di Duttilità Bassa CD''B'', per la quale non si richiedono particolari capacità dissipative, ma solo un'adeguata resistenza laterale.

6.6.1 Progetto delle armature delle Travi

Per il calcolo dell'armature longitudinali e trasversali delle travate sono stati considerati gli involucri dei diagrammi dei momenti flettenti e dei tagli, ottenuti considerando i diagrammi agli SLU dei carichi verticali ed i diagrammi riferiti agli SLV delle combinazioni sismiche.

La rottura delle travi è stata progettata in campo $2/3$ e quindi in campo duttile.

I momenti flettenti positivi riferiti ai carichi verticali sono stati incrementati del 20% per tener conto della viscosità del calcestruzzo.

Limitazioni geometriche e dell'armatura

Per le limitazioni geometriche la normativa prevede al Par.7.4.6.1 che la larghezza della trave deve essere $b \geq 20$ cm.

Il rapporto tra larghezza e altezza della trave deve essere $b/h \geq 0,25$.

Le zone critiche si estendono, per CD''B'' e CD''A'', per una lunghezza pari rispettivamente a 1 e 1,5 volte l'altezza della sezione della trave, misurata a partire della faccia del nodo trave-pilastro.

Considerando una CD''B'' la zona critica si estende, per le travi del piano terra, per una lunghezza di 60 cm mentre per le travi di piano per una lunghezza di 50 cm.

Per le limitazioni di armatura la normativa prevede al Par.7.4.6.2 [D.M. 2008] che per :

- **Armature longitudinali**

Almeno due barre di diametro non inferiore a 14 mm devono essere presenti superiormente e inferiormente per tutta la lunghezza della trave.

In ogni sezione della trave il rapporto geometrico di armatura ρ relativo all'armatura tesa, indipendentemente dal fatto che l'armatura tesa sia quella al lembo superiore della sezione A_s o quella al lembo inferiore della sezione A_i , deve essere compreso entro i seguenti limiti:

$$\frac{1,4}{f_{yk}} < \rho < \rho_{comp} + \frac{3,5}{f_{yk}}$$

dove:

ρ è il rapporto geometrico relativo all'armatura tesa;
 ρ_{comp} è il rapporto geometrico relativo all'armatura compressa;
 f_{yk} è la tensione di snervamento dell'acciaio [MPa].

L'armatura compressa deve essere pari almeno ad un quarto di quella tesa ed almeno alla metà nelle zone di estremità della trave ($\rho_{comp} \geq 0,5 \rho$).

- **Armature trasversali**

Nelle zone critiche devono essere previste staffe di contenimento. La prima staffa di contenimento deve distare non più di 5 cm dalla sezione a filo pilastro; le successive devono essere disposte ad un passo non superiore alla minore tra le grandezze seguenti:

- un quarto dell'altezza utile della sezione trasversale;
- 175mm e 225mm, rispettivamente per CD"A" e CD"B";
- 6 volte e 8 volte il diametro minimo delle barre longitudinali considerate ai fini delle verifiche, rispettivamente per CD"A" e CD"B";
- 24 volte il diametro delle armature trasversali;

Lunghezze di ancoraggio

La tensione tangenziale di aderenza acciaio-calcestruzzo viene calcolata con l'espressione proposta al punto 4.1.2.1.1.4 [D.M. 2008] :

$$f_{bd} = \frac{f_{bk}}{\gamma_c} = \frac{2,25 \cdot \eta \cdot f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{2,25 \cdot 1 \cdot \left[0,7 \left(0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \right) \right]}{1,5} = 2,7 \text{ MPa}$$

Resistenza tangenziale caratteristica di aderenza (4.1.8):

$$f_{bk} = 2,25 \cdot \eta \cdot f_{ctk}$$

f_{bd} = tensione tangenziale di aderenza di progetto;

f_{ctk} = resistenza caratteristica a trazione del calcestruzzo;

Nel caso di armature molto addensate o ancoraggi in zona di calcestruzzo teso, la resistenza di aderenza va ridotta dividendola almeno per 1,5.

Per calcolare la lunghezza di ancoraggio minima si vuole che l'acciaio si rompa prima di sfilarsi:

$$N_{ROTTURA\ ACCIAIO} = N_{SFILAMENTO}$$

$$f_{yd} \cdot \frac{\phi^2}{4} \pi = f_{bd} \cdot l_{ANC} \cdot \phi \cdot \pi$$

Quindi:

$$l_{ANC} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = 36\phi \quad \text{Calcestruzzo compresso}$$

Nel caso di ancoraggi in zona di calcestruzzo teso, dobbiamo dividere la resistenza di aderenza per 1,5;

Quindi:

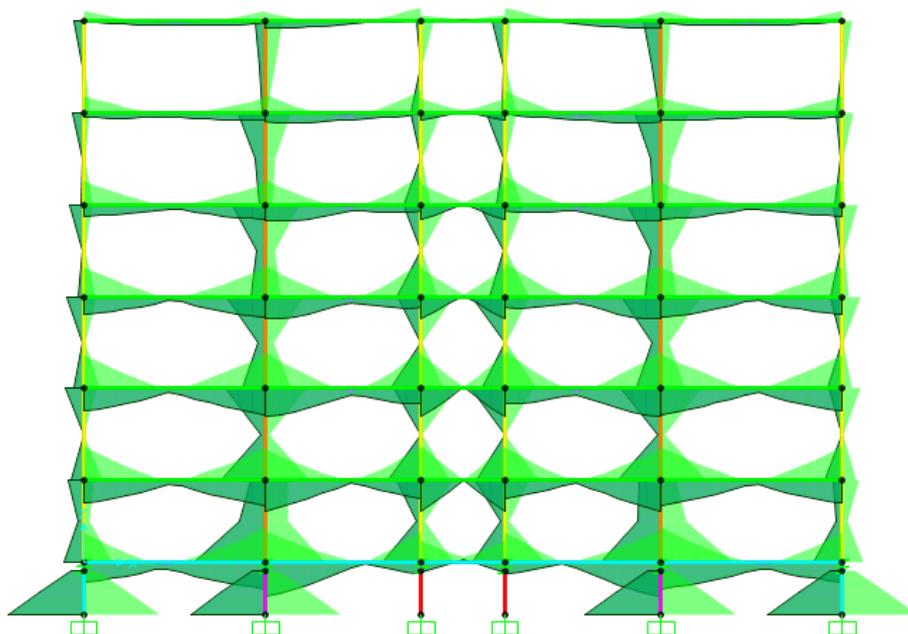
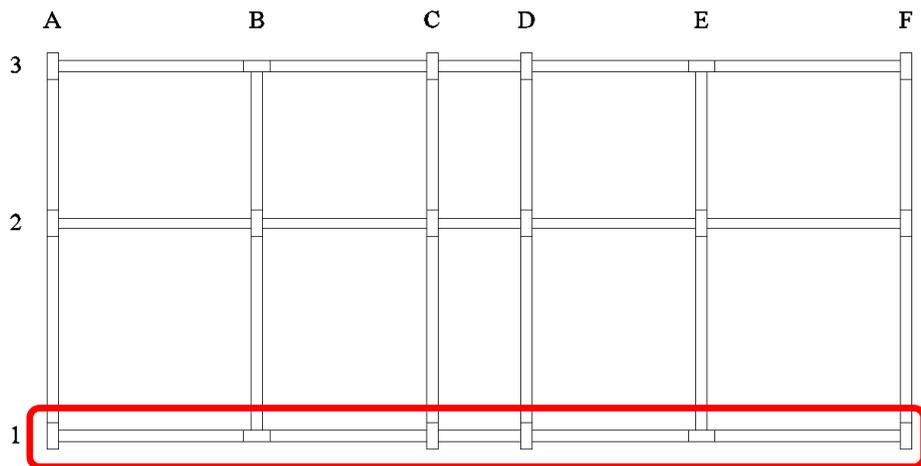
$$l_{ANC} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{\frac{f_{bd}}{1,5}} = 54\phi \quad \text{Calcestruzzo teso}$$

In favore di sicurezza decidiamo di adottare i seguenti ancoraggi per le barre:

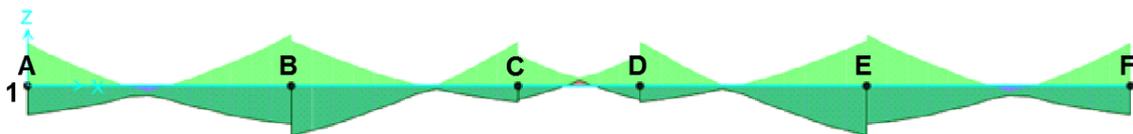
CLS compres. => 40Φ
CLS teso => 60Φ

Diametro barre (mm)	Ancoraggio zona tesa (mm)(60φ)	Ancoraggio zona compressa (mm) (40φ)
10	600	400
14	840	560
16	960	640
18	1080	720
20	1200	800
24	1440	960

Verifica a flessione delle travate longitudinali esterne



Verifica a flessione della travata piano terra lungo il filo 1 (50x60)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 9,333 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano $2\phi 20 + 1\phi 24$ di $A_s = 10,80 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

- Sezione di bordo

$$M^- = 201,01 \text{ kNm}$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE

Diametri dei Ferri utilizzati

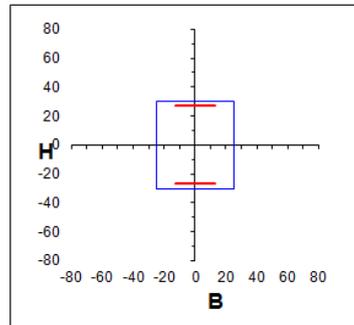
	n	∅	Area (cm²)	Area Compressa e Tesa	p geometrica Compressa e Tesa	Verifica Spazio
registraffe com	2	20	6,28	10,8016	COMPR	0,003600533
arm. compressa	1	24	4,5216			
registraffe teso	2	20	6,28	10,8016	TESA	0,003600533
arm. tesa	1	24	4,5216			

B(cm)	H(cm)	copriferro (cm)	$\beta=A'f/Af$	d (cm)
50	60	3	1,00	57

A'f (cm²)	10,81
Af (cm²)	10,81

MOMENTO SOLLECITANTE DI PROGETTO

M _{SD} (KNm)	201,01
-----------------------	--------



Verifica Sezione inflessa

MRD (KNm)	221,87
-----------	--------

>

M _{SD} (KNm)	201,01
-----------------------	--------

La sezione è verificata

- Sezione di mezzeria

$$M_{\text{involuppo}}^+ = 56,80 \text{ kNm} \rightarrow M_{\text{SD}}^+ = 1.2 * 56,80 \text{ kNm} = 68,16 \text{ kNm}$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE

Diametri dei Ferri utilizzati

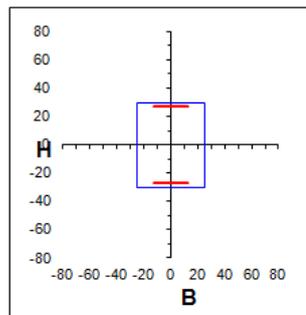
	n	∅	Area (cm²)	Area Compressa e Tesa	p geometrica Compressa e Tesa	Verifica Spazio
registraffe com	2	20	6,28	10,8016	COMPR	0,003600533
arm. compressa	1	24	4,5216			
registraffe teso	2	20	6,28	10,8016	TESA	0,003600533
arm. tesa	1	24	4,5216			

B(cm)	H(cm)	copriferro (cm)	$\beta=A'f/Af$	d (cm)
50	60	3	1,00	57

A'f (cm²)	10,81
Af (cm²)	10,81

MOMENTO SOLLECITANTE DI PROGETTO

M _{SD} (KNm)	68,16
-----------------------	-------



Verifica Sezione inflessa

MRD (KNm)	221,87
-----------	--------

>

M _{SD} (KNm)	68,16
-----------------------	-------

La sezione è verificata

- **Sezione interna**

$$M^- = 240,31 \text{ kNm}$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE

Diametri dei Ferri utilizzati

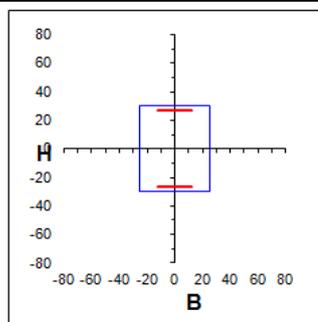
	n	∅	Area (cm²)	Area Compressa e Tesa		p geometrica Compressa e Tesa	Verifica Spazio
reggistaffe comp	2	20	6,28	15,3232	COMPR	0,005107733	SI
arm. compressa	2	24	9,0432				
reggistaffe teso	2	20	6,28	15,3232	TESA	0,005107733	SI
arm. tesa	2	24	9,0432				

B(cm)	H(cm)	copriferro (cm)	$\beta=A_f/A_f$	d (cm)
50	60	3	1,00	57

A_f (cm²)	15,33
A_f (cm²)	15,33

MOMENTO SOLLECITANTE DI PROGETTO

M_{sd} (kNm)	240,31
----------------	--------



Verifica Sezione inflessa

M_{RD} (kNm)	313,18
----------------	--------

>

M_{sd} (kNm)	240,31
----------------	--------

La sezione è verificata

Si ragiona analogamente per tutte le altre sezioni delle travi da progettare.

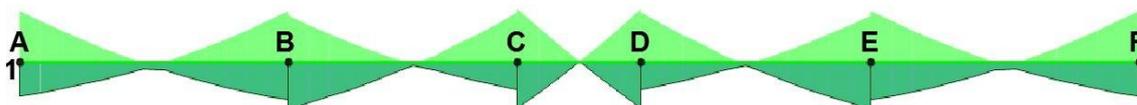
Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	M_{sd} (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
1-A	3	-201,01	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
1-B	3	-240,31	2∅ 20	2∅ 24	1532	2∅ 20	2∅ 24	1532	313,18	313,18
1-C	3	-207,10	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
1-D	3	-207,10	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
1-E	3	-240,31	2∅ 20	2∅ 24	1532	2∅ 20	2∅ 24	1532	313,18	313,18
1-F	3	-201,01	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. A-B	3	68,16	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. B-C	3	72,94	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. C-D	3	47,41	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. D-E	3	72,94	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. E-F	3	68,16	2∅ 20	1∅ 24	1080	2∅ 20	1∅ 24	1080	221,87	221,87

I simboli in tabella hanno i seguenti significati:

- c è il copriferro;
- M_{sd} è il momento sollecitante di progetto;
- A_{S_i} e A_{S_s} sono rispettivamente i ferri di armatura in aggiunta ai reggi staffa disposti nel profilo inferiore e superiore della sezione;
- M_{Rd}^+ e M_{Rd}^- sono rispettivamente i momenti resistenti inferiori e superiori della sezione

Verifica a flessione della travata I° piano lungo il filo 1 (35x50)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

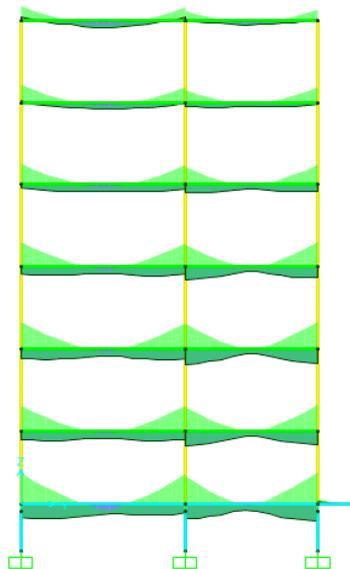
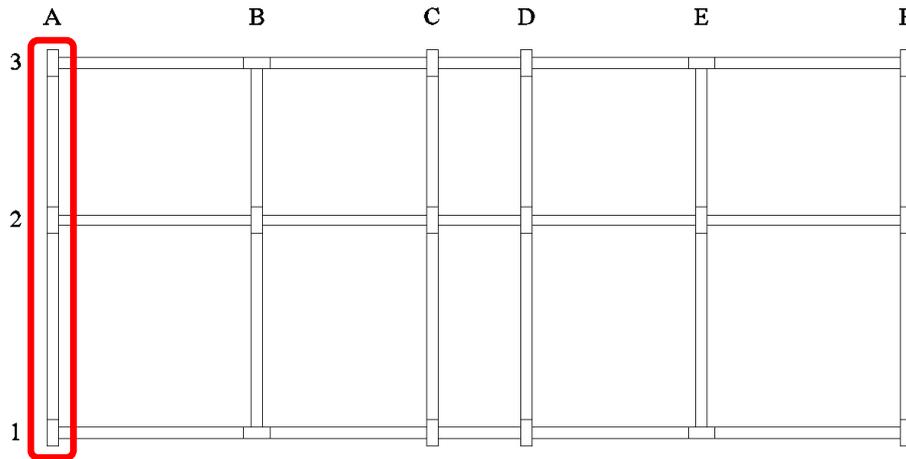
$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 5,44 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano 2 ϕ 20 di $A_s = 6,28 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso

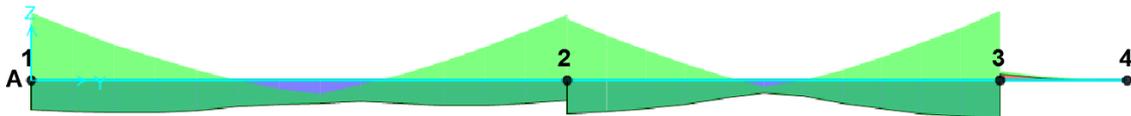
Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
1-A	3	-231,56	2 Φ 20	1 Φ 24	1080	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	180,12	263,17
1-B	3	-229,43	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	257,75	257,75
1-C	3	-238,81	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	257,75	257,75
1-D	3	-238,81	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	257,75	257,75
1-E	3	-229,43	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	257,75	257,75
1-F	3	-231,56	2 Φ 20	1 Φ 24	1080	2 Φ 20	2 Φ 24	1532	180,12	163,17
Mezz. A-B	3	41,33	2 Φ 20		628	2 Φ 20		628	107,40	107,40
Mezz. B-C	3	41,81	2 Φ 20		628	2 Φ 20		628	107,40	107,40
Mezz. C-D	3	-4,48	2 Φ 20		628	2 Φ 20		628	107,40	107,40
Mezz. D-E	3	41,81	2 Φ 20		628	2 Φ 20		628	107,40	107,40
Mezz. E-F	3	41,33	2 Φ 20		628	2 Φ 20		628	107,40	107,40

Verifica a flessione delle travate trasversali esterne



Verifica a flessione della travata piano terra lungo il filo A (50x60)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

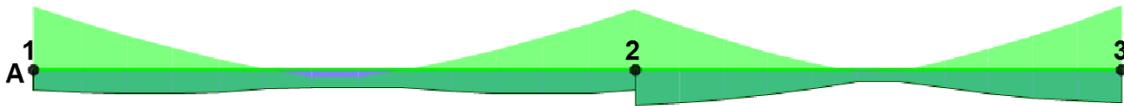
$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 9,333 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano $2\phi 20 + 1\phi 24$ di $A_s = 10,80 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
A-1	3	-395,60	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	2Φ 24	1532	221,60	419,48
A-2	3	-385,01	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	2Φ 24	1532	221,60	419,48
A-3	3	-404,97	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	2Φ 24	1532	221,60	419,48
A-4	3	0	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 1-2	3	162,12	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 2-3	3	96,48	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 3-4	3	-18,17	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87

Verifica a flessione della travata I° piano (35x50)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

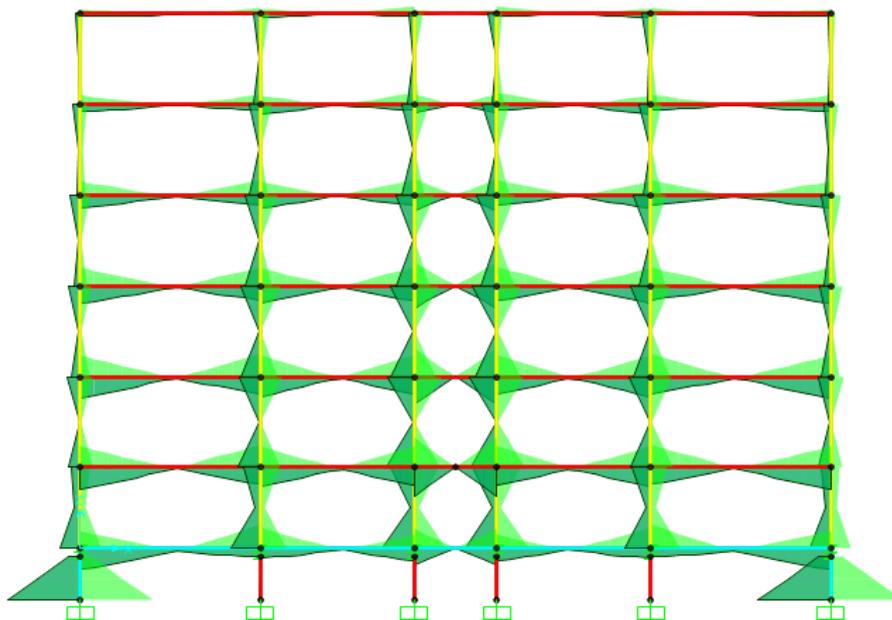
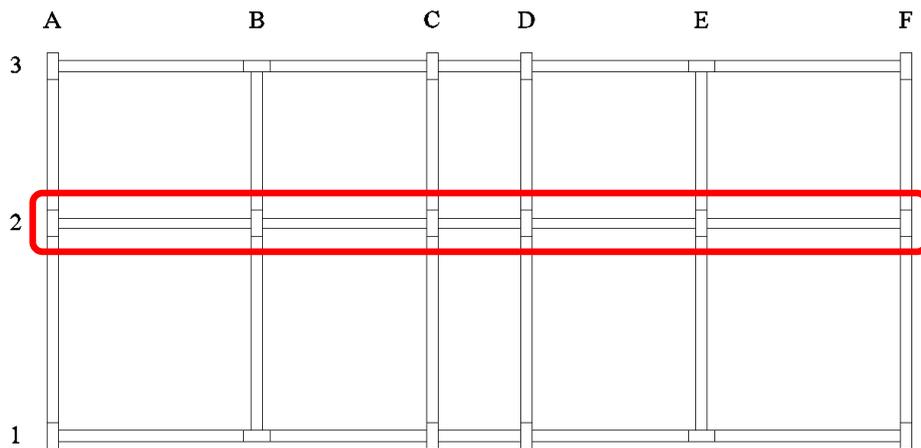
$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 5,44 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano 2Φ20 di $A_s = 6,28 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

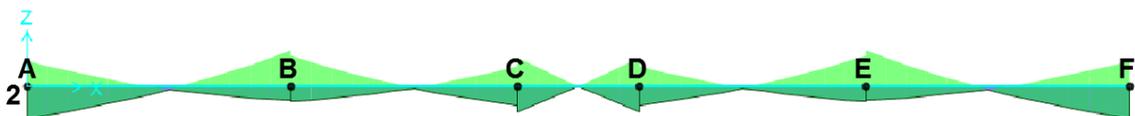
Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
A-1	3	-325,19	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	3Φ 24	1984	252,44	340,37
A-2	3	-315,22	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	3Φ 24	1984	252,44	368,73
A-3	3	-329,36	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	3Φ 24	1984	252,44	368,73
Mezz. 1-2	3	108,32	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20		628	187,07	187,07
Mezz. 2-3	3	73,18	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20		628	187,07	187,07

Verifica a flessione delle travate longitudinali Interne



Verifica a flessione della travata piano terra lungo il filo 2 (50x60)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

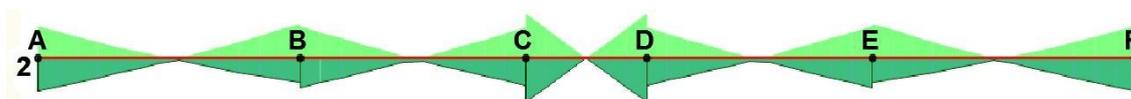
$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 9,333 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano $2\phi 20 + 1\phi 24$ di $A_s = 10,80 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
2-A	3	147,03	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
2-B	3	-168,95	2Φ 20	1Φ24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
2-C	3	-134,83	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
2-D	3	-134,83	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
2-E	3	-168,95	2Φ 20	1Φ24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
2-F	3	147,03	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. A-B	3	31,64	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. B-C	3	16,54	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. C-D	3	-2,57	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. D-E	3	16,54	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. E-F	3	31,64	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87

Verifica a flessione della travata I° piano lungo il filo 2 (30x50)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

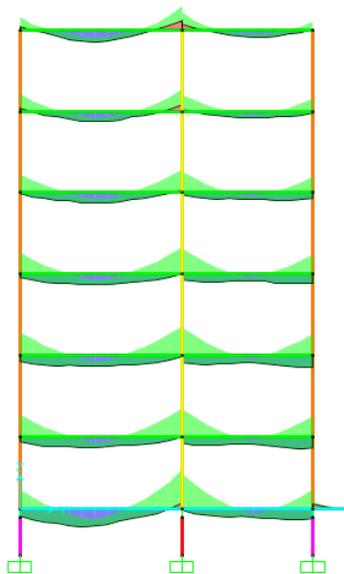
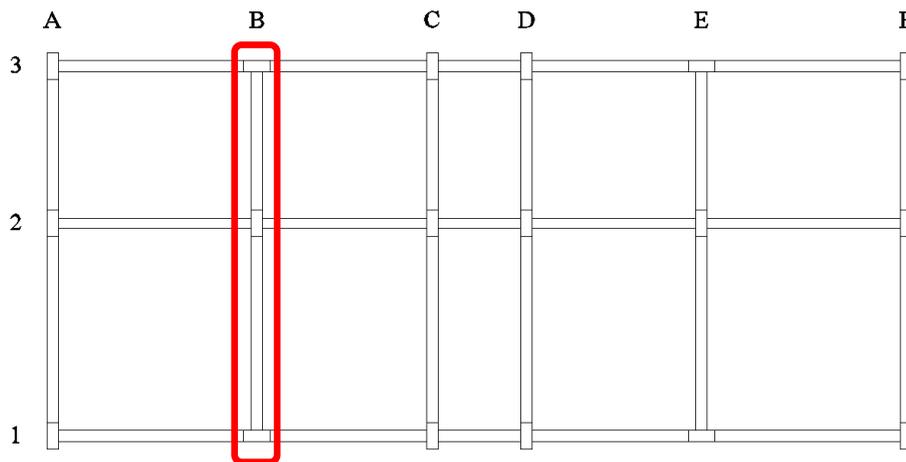
$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 4,66 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano 2Φ20 di $A_s = 6,28 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

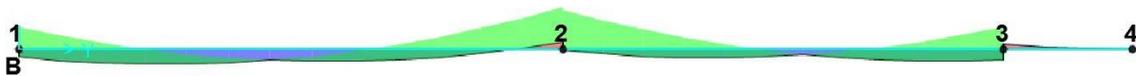
Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
2-A	3	151,34	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	182,92	182,92
2-B	3	-161,88	2Φ 20	1Φ24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	182,92	182,92
2-C	3	-210,65	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	2Φ 24	1532	264,01	264,01
2-D	3	-210,65	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	2Φ 24	1532	264,01	264,01
2-E	3	-161,88	2Φ 20	1Φ24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	182,92	182,92
2-F	3	151,34	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	182,92	182,92
Mezz. A-B	3	21,16	2Φ 20		628	2Φ 20		628	109,92	109,92
Mezz. B-C	3	20,16	2Φ 20		628	2Φ 20		628	109,92	109,92
Mezz. C-D	3	-2,33	2Φ 20		628	2Φ 20		628	109,92	109,92
Mezz. D-E	3	20,16	2Φ 20		628	2Φ 20		628	109,92	109,92
Mezz. E-F	3	21,16	2Φ 20		628	2Φ 20		628	109,92	109,92

Verifica a flessione delle travate trasversali Interne



Verifica a flessione della travata piano terra lungo il filo B (50x60)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 9,333 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano $2\phi 20 + 1\phi 24$ di $A_s = 10,80 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
B-1	3	-252,44	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	2Φ 24	1532	212,90	323,14
B-2	3	-509,16	2Φ 20	2Φ 24	1532	2Φ 20	4Φ 24	2436	271,11	512,25
B-3	3	-249,08	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	2Φ 24	1532	212,90	323,14
B-4	3	0	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 1-2	3	163,48	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 2-3	3	93,18	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87
Mezz. 3-4	3	-19,64	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	221,87	221,87

Verifica a flessione della travata I° piano lungo il filo B (35x50)



Le limitazioni di armatura imposte dalla normativa danno un'armatura minima in zona tesa pari a:

$$A_s = \frac{1,4}{f_{yk}} A_c = 5,44 \text{ cm}^2$$

quindi si utilizzano 2Φ20 di $A_s = 6,28 \text{ cm}^2$ che corrono per tutta la lunghezza della trave sia all'estradosso che all'intradosso.

Riepilogo Armature:

Sezione	c (cm)	Msd (kNm)	Reggistaffa inferiore	A_{S_i}	Area Acciaio (mm ²)	Reggistaffa superiore	A_{S_s}	Area Acciaio (mm ²)	M_{Rd}^+ (kNm)	M_{Rd}^- (kNm)
B-1	3	-290,33	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	3Φ 24	1984	160,77	341,21
B-2	3	-339,07	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	3Φ 24	1984	160,77	341,21
B-3	3	-263,12	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	3Φ 24	1984	160,77	341,21
Mezz. 1-2	3	112,63	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	187,07	187,07
Mezz. 2-3	3	85,96	2Φ 20	1Φ 24	1080	2Φ 20	1Φ 24	1080	187,07	187,07

Verifica a taglio della travata

Seguendo le indicazioni della normativa al punto 4.1.2.1.3.2 [D.M. 2008], la resistenza al taglio V_{Rd} di elementi strutturali dotati di specifica armatura a taglio deve essere valutata sulla base di un'adeguata schematizzazione a traliccio.

Gli elementi resistenti dell'ideale traliccio sono:

- Le armature trasversali
- Le armature longitudinali
- Il corrente compresso di calcestruzzo
- I puntoni d'anima inclinati

L'inclinazione θ dei puntoni di calcestruzzo rispetto all'asse della trave deve rispettare i seguenti limiti:

$$1 \leq \text{ctg}\theta \leq 2,5$$

La verifica di resistenza (SLU) si pone con:

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}$$

dove V_{Ed} è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a "taglio trazione" si calcolano con:

$$V_{Rsd} = 0.9 * d * \frac{A_{sw}}{s} * f_{yd} * (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) * \sin \alpha$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a "taglio compressione" si calcolano con:

$$V_{Rcd} = 0.9 * d * b_w * \alpha_c * f'_{cd} * (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) / (1 + \text{ctg}^2\theta)$$

Dove:

- $d = 57 \text{ cm}$: altezza utile della trave
- $b_w = 50 \text{ cm}$: larghezza minima della trave
- A_{sw} : area dell'armatura trasversale
- s : interasse fra due staffe consecutive
- $\alpha = 90^\circ$: angolo di inclinazione delle staffe rispetto all'asse della trave
- $f'_{cd} = 0.5 * f_{cd}$: resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima
- f_{yd} : tensione di snervamento di progetto dell'acciaio delle staffe
- $\alpha_c = 1$ coefficiente per membrature non compresse
- $\theta = 21.7^\circ \div 45^\circ$: inclinazione dei puntoni d'anima inclinati;

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$V_{Rd} = \min (V_{Rsd}, V_{Rcd})$$

Le armature longitudinali, dimensionate in base alle sollecitazioni flessionali, dovranno essere prolungate di una misura pari a:

$$a_l = 0,9 \cdot d \cdot \frac{(\text{ctg}\theta - \text{ctg}\alpha)}{2} \geq 0$$

Verifica a taglio della travata piano terra

Le zone critiche si estendono, per CD''B'' e CD''A'', per una lunghezza pari rispettivamente a 1 e 1,5 volte l'altezza della sezione della trave, misurata a partire della faccia del nodo trave-pilastro.

Considerando una CD''B'' la zona critica si estende, per le travi del piano terra, per una lunghezza di 60.

Per quanto riguarda il passo delle staffe per le zone critiche si è utilizzato il seguente criterio:

$$s_1 = 10 \text{ cm} \leq \min\left(\frac{d}{4}, 8\phi_{min}, 24\phi_{s,min}, 225\text{mm}\right) = 14,25 \text{ cm}$$

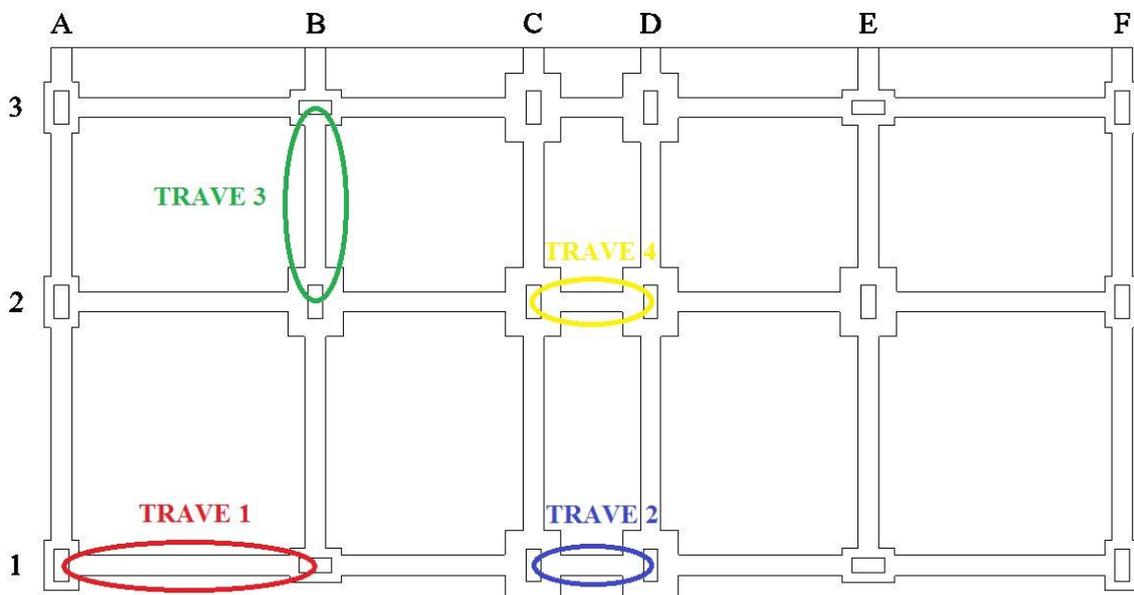
Dove:

- $d = 57 \text{ cm}$: altezza utile della sezione trasversale
- $\phi_{min} = 2 \text{ cm}$: diametro minimo delle armature longitudinali presenti nella trave
- $\phi_{s,min} = 0,8 \text{ cm}$: diametro minimo delle staffe presenti nella trave

Per le zone non critiche invece:

$$s_2 = 15 \text{ cm} < \min\left(\frac{d}{2}, 12\phi_{min}, 30 \text{ cm}\right) = 24 \text{ cm}$$

Si procede alla verifica delle travi più sollecitate:



Zone critiche

Come per la verifica a flessione, si eseguono le verifiche a taglio delle zone critiche per le travi più sollecitate e si estende l'armatura adottata alle restanti.

- **trave 1:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	50,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	60,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	10,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
3,0139	2,5000	1,00	486,81	677,07
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				486,81

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
486,8	>	103,93	a_l	64
Verificata				

- **trave 2:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
486,8	>	92,34	a_l	64
Verificata				

- **trave 3:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
486,8	>	334,3	a_l	64
Verificata				

- **trave 4:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
486,8	>	98,85	a_l	64
Verificata				

Zone non critiche

- **trave 1:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	50,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	60,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	15,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd} = V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
3,7584	2,5000	1,00	324,54	677,07
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				324,54

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
324,5	>	95,16	a_l	64
Verificata				

- **trave 2:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
324,5	>	84,31	a_l	64
Verificata				

- **trave 3:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
324,5	>	270,79	a_l	64
Verificata				

- **trave 4:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,org}$	cm
324,5	>	94,45	a_l	64
Verificata				

Verifica a taglio della travata piano tipo

Considerando una CD”B” la zona critica per le travi di piano si estende per una lunghezza di 50 cm.

Per quanto riguarda il passo delle staffe per le zone critiche si è utilizzato il seguente criterio:

$$s_1 = 10 \text{ cm} \leq \min \left(\frac{d}{4}, 6\phi_{min}, 24\phi_{s,min}, 225\text{mm} \right) = 11,75 \text{ cm}$$

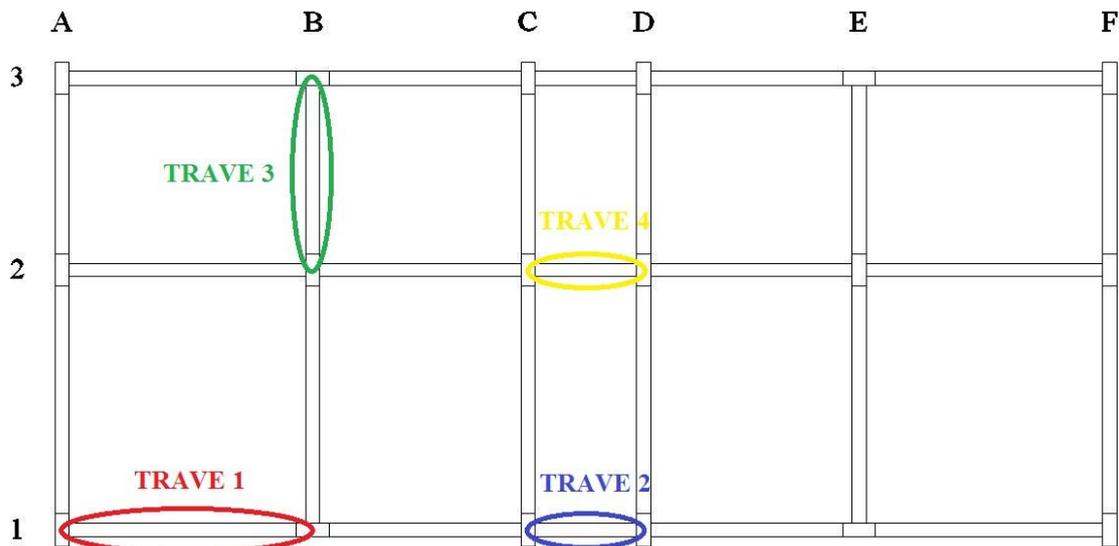
Dove:

- $d = 47 \text{ cm}$: altezza utile della sezione trasversale
- $\phi_{min} = 2 \text{ cm}$: diametro minimo delle armature longitudinali presenti nella trave
- $\phi_{s,min} = 0,8 \text{ cm}$: diametro minimo delle staffe presenti nella trave

Per le zone non critiche invece:

$$s_2 = 15\text{cm} < \min \left(\frac{d}{2}, 12\phi_{min}, 30 \text{ cm} \right) = 23,5 \text{ cm}$$

Si procede alla verifica delle travi più sollecitate:



Zone critiche

- trave 1:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	35,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	50,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	10,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
2,4614	2,4614	1,00	392,15	392,15
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				392,15
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,req}$	cm
392,1	>	99,89	a_l	52
Verificata				

- trave 2:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,req}$	cm
392,1	>	173,86	a_l	52
Verificata				

- trave 3:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,req}$	cm
392,1	>	237,6	a_l	52
Verificata				

- trave 4:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	30,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	50,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	10,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
2,2472	2,2472	1,00	358,03	358,03
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				358,03
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $As_{l,req}$	cm
358,0	>	150,35	a_l	48
Verificata				

Zone non critiche

- **trave 1:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	35,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	50,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	15,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
3,0964	2,5000	1,00	265,53	387,78
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				265,53
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $A_{s,req}$	cm
265,5	>	94,28	a_1	53
Verificata				

- **trave 2:**

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $A_{s,req}$	cm
265,5	>	168,28	a_1	53
Verificata				

- **trave 3:**

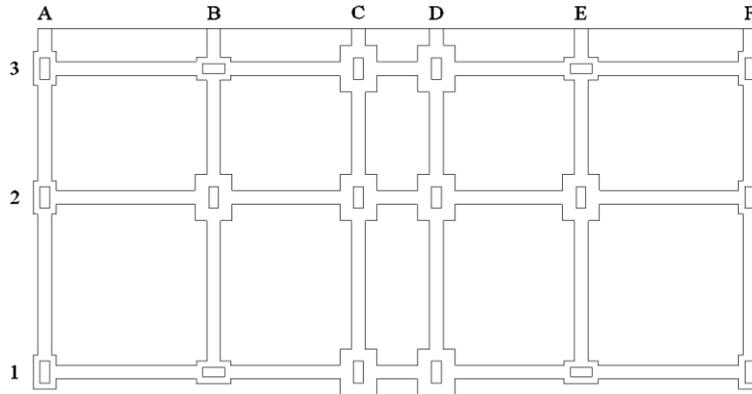
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $A_{s,req}$	cm
265,5	>	199,75	a_1	53
Verificata				

- **trave 4:**

Dati sezione e materiale				
Base [cm]	30,00	Carico assiale [kN]	0	
Altezza [cm]	50,00	diametro ferri lon.[mm]	24	
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00	
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87	
Armatura trasversale				
diametro staffe [mm]	8,00	passo [cm]	15,00	
Area staffe [mm ²]	101	numero braccia	2	
Verifica a Taglio				
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]	V_{Rcd} [kN]
2,8417	2,5000	1,00	265,53	332,38
Taglio Resistente di Progetto V_{Rd} [kN]				265,53
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI				
V_{Rd}	>	V_{Ed}	Prolungamento $A_{s,req}$	cm
265,5	>	148,1	a_1	53
Verificata				

Riepilogo Armature Travi:

Piano terra



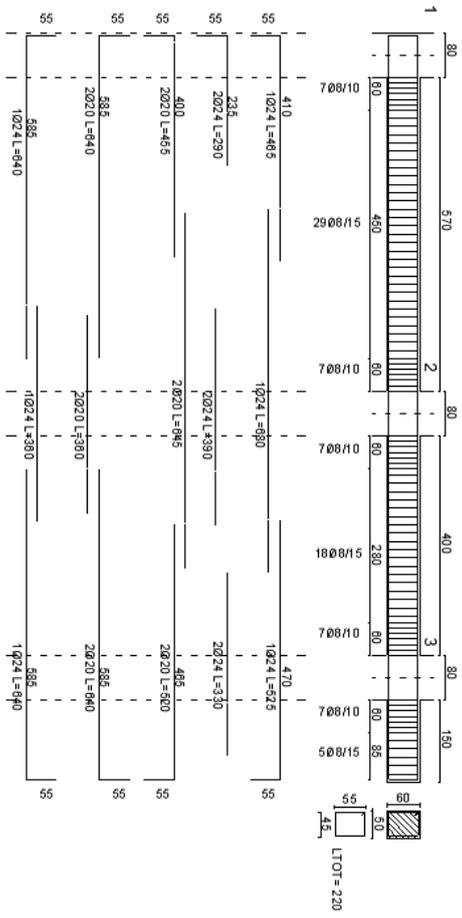
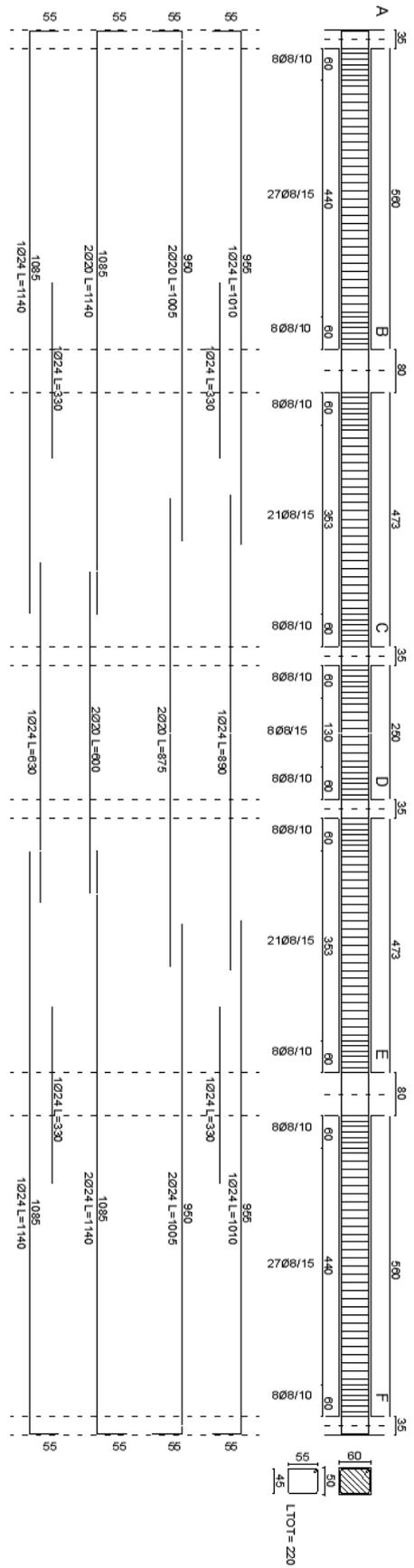
- Travature in direzione x

Filo	Tipo	Sez.	Armatura longitudinale		Staffe
			Inf.	Sup.	
1	50x60	1-A	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. AB	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	50x60	1-B	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2Φ24	Φ8/ 10
		Mez BC	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	50x60	1-C	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. CD	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	50x60	1-D	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. DE	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	50x60	1-E	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. E-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	50x60	1-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		2	50x60	2-A	2Φ20+1 Φ24
Mez. AB	2Φ20+1 Φ24			2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
50x60	2-B		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1Φ24	Φ8/ 10
	Mez BC		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
50x60	2-C		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	Mez. CD		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
50x60	2-D		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	Mez. DE		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
50x60	2-E		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	Mez. E-F		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	
50x60	2-F		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10

3	50x60	3-A 2Φ20+1 Φ24		2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. AB	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		3-B	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez BC	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		3-C	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez. CD	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		3-D	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez. DE	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		3-E	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez. E-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		3-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10

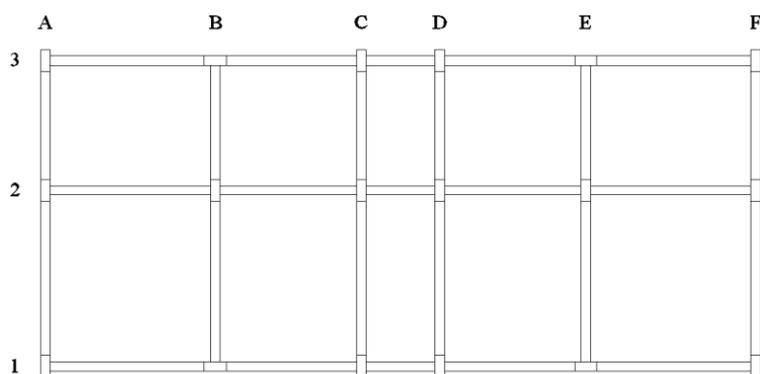
- **Travature in direzione y**

Filo	Tipo	Sez.	Armatura longitudinale		Staffe
			Inf.	Sup.	
A	50x60	A-1	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 1-2	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		A-2	2Φ20+1Φ24	2Φ20+2Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez. 2-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		A-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2Φ24	Φ8/ 10
	50x60	Mez. 3-4	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		A-4	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		B	50x60	B-1	2Φ20+1 Φ24
Mez. 1-2	2Φ20+1 Φ24			2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
B-2	2Φ20+2Φ24			2Φ20+4Φ24	Φ8/ 10
50x60	Mez. 2-3		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	B-3		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
50x60	Mez. 3-4		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
	B-4		2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
	C		50x60	C1	2Φ20+1 Φ24
Mez. 1-2		2Φ20+1 Φ24		2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
C-2		2Φ20+2Φ24		2Φ20+3Φ24	Φ8/ 10
50x60		Mez. 2-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		C-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10
50x60		Mez. 3-4	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 15
		C-4	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10



Travatura primo impalcato filo 1 (a destra) e filo C (a sinistra)

Piano primo



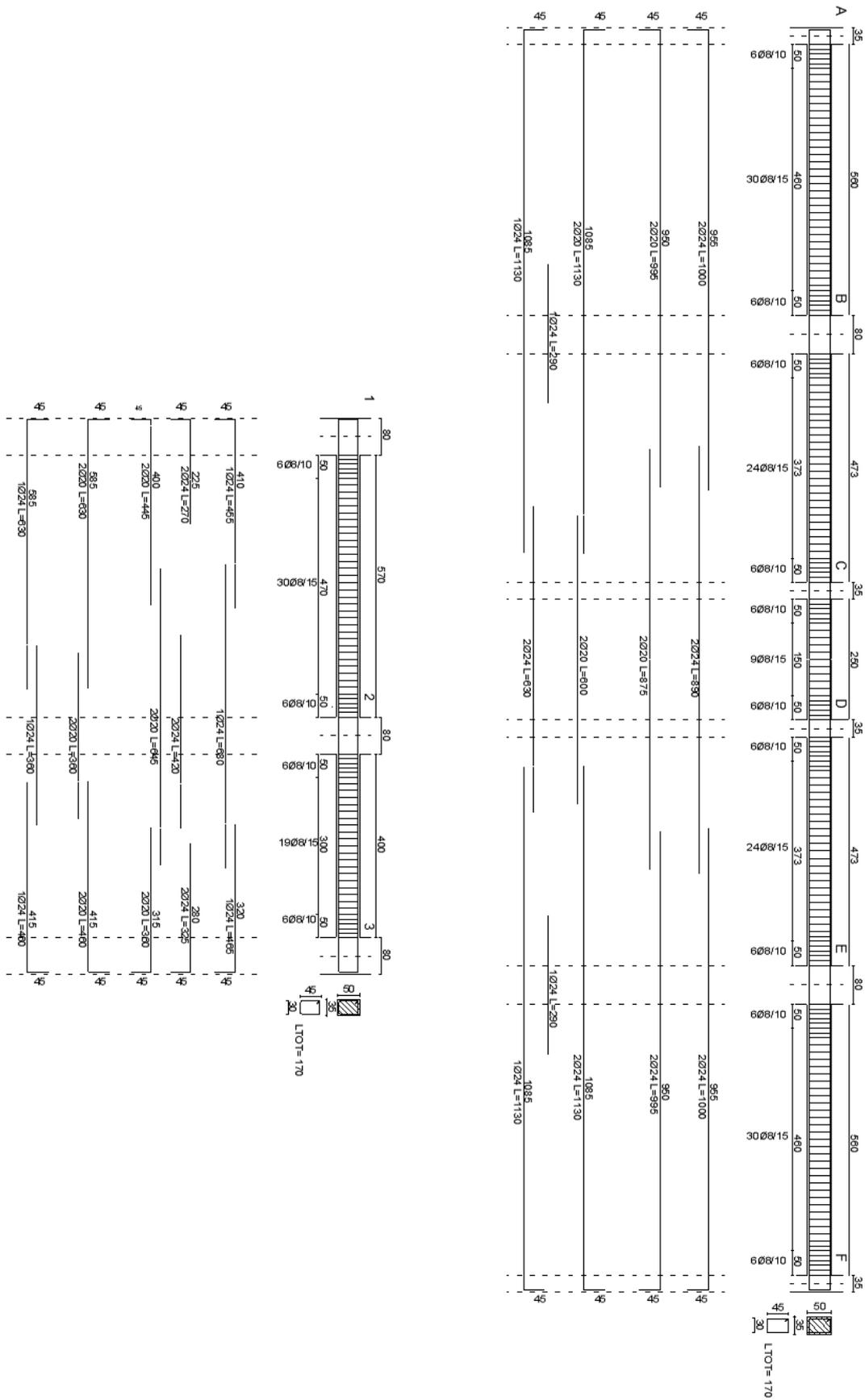
- **Travature in direzione x**

Filo	Tipo	Sez.	Armatura longitudinale		Staffe
			Inf.	Sup.	
1	35x50	1-A	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. AB	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	1-B	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez BC	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	1-C	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. CD			Φ8/ 15
	35x50	1-D	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. DE			Φ8/ 15
	35x50	1-E	2Φ20+2Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. EF	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
35x50	1-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10	
	2	30x50	2-A	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24
Mez. AB			2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
30x50		2-B	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez BC	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
30x50		2-C	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. CD	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
30x50		2-D	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. DE	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
30x50		2-E	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. EF	2Φ20	2Φ20	
30x50	2-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10	

3	35x50	3-A	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. AB	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	3-B	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. BC	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	3-C	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+1 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. CD			Φ8/ 15
	35x50	3-D	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. DE			Φ8/ 15
	35x50	3-E	2Φ20+2Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. EF	2Φ20	2Φ20	Φ8/ 15
		3-F	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+2 Φ24	Φ8/ 10

- **Travature in direzione y**

Filo	Tipo	Sez.	Armatura longitudinale		Staffe
			Inf.	Sup.	
A	35x50	A-1	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 1-2	2Φ20+1 Φ24		Φ8/ 15
	35x50	A-2	2Φ20+2Φ24	2Φ20+3Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 2-3	2Φ20+1 Φ24		Φ8/ 15
		A-3	2Φ20+2 Φ24	2Φ20+3Φ24	Φ8/ 10
B	35x50	B-1	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 1-2	2Φ20+1 Φ24	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	B-2	2Φ20+1Φ24	2Φ20+3Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 2-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20	Φ8/ 15
		B-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10
C	35x50	C-1	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 1-2	2Φ20+1 Φ24	2Φ20	Φ8/ 15
	35x50	C-2	2Φ20+1Φ24	2Φ20+3Φ24	Φ8/ 10
		Mez. 2-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20	Φ8/ 15
		C-3	2Φ20+1 Φ24	2Φ20+3 Φ24	Φ8/ 10



Travatura secondo impalcato filo 1 (a destra) e filo C (a sinistra)

6.6.2 Verifica dei Pilastri

Limitazioni geometriche e dell'armatura

Per le limitazioni geometriche la normativa prevede al Par.7.4.6.1.2 [D.M. 2008] che la dimensione minima della sezione trasversale non deve essere inferiore a 250 mm.

Si assume che la lunghezza della zona critica sia la maggiore tra:

- l'altezza della sezione,
- 1/6 dell'altezza libera del pilastro,
- 45 cm,
- l'altezza libera del pilastro se questa è inferiore a 3 volte l'altezza della sezione

Per le limitazioni di armatura la normativa prevede al Par. 7.4.6.2.2 [D.M. 2008]:

• Armature longitudinali

Per tutta la lunghezza del pilastro l'interasse tra le barre non deve essere superiore a 25 cm. Nella sezione corrente del pilastro, la percentuale geometrica ρ di armatura longitudinale, con ρ rapporto tra l'area dell'armatura longitudinale e l'area della sezione del pilastro, deve essere compresa entro i seguenti limiti:

$$1\% \leq \rho \leq 4\%$$

Nel caso in esame le pilastrate sono armate con $4\Phi 24+2\Phi 20+6\Phi 16$ ($1\% \leq \rho = 1,30\% \leq 4\%$) e con $6\Phi 20+6\Phi 16$ ($1\% \leq \rho = 1,10\% \leq 4\%$) per cui tutte le armature disposte soddisfano le richieste in termini di dimensioni e quantità previste dalla normativa.

• Armature trasversali

Nelle zone critiche devono essere rispettate le condizioni seguenti: le barre disposte sugli angoli della sezione devono essere contenute dalle staffe; almeno una barra ogni due, di quelle disposte sui lati, deve essere trattenuta da staffe interne o da legature; le barre non fissate devono trovarsi a meno di 15 cm e 20 cm da una barra fissata, rispettivamente per CD''A'' e CD''B''.

Il diametro delle staffe di contenimento e legature deve essere non inferiore a 6 mm ed il loro passo deve essere non superiore alla più piccola delle quantità seguenti:

- 1/3 e 1/2 del lato minore della sezione trasversale, rispettivamente per CD''A'' e CD''B'';
- 125 mm e 175 mm, rispettivamente per CD''A'' e CD''B'';
- 6 e 8 volte il diametro delle barre longitudinali che collegano, rispettivamente per CD''A'' e CD''B'';

Si devono disporre staffe in un quantitativo minimo non inferiore a :

$$\frac{A_{st}}{s} \geq \begin{cases} 0,08 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} & \text{per CD"A" al di fuori della zona critica e per CD"B"} \\ 0,12 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} & \text{per CDA} \end{cases}$$

In cui A_{st} è l'area complessiva dei bracci delle staffe, b_{st} è la distanza tra i bracci più esterni delle staffe e s è il passo delle staffe.

Verifica a pressoflessione dei pilastri

Si considerano come momenti resistenti quelli ottenuti in relazioni ai livelli di sforzo normale concorrenti in base alle sole combinazioni sismiche.

Si è valutata l'ammissibilità delle coppie (N_i, M_i) all'interno del dominio di pressoflessione retta e si è valutato il minimo momento resistente dei pilastri a partire dalle combinazioni:

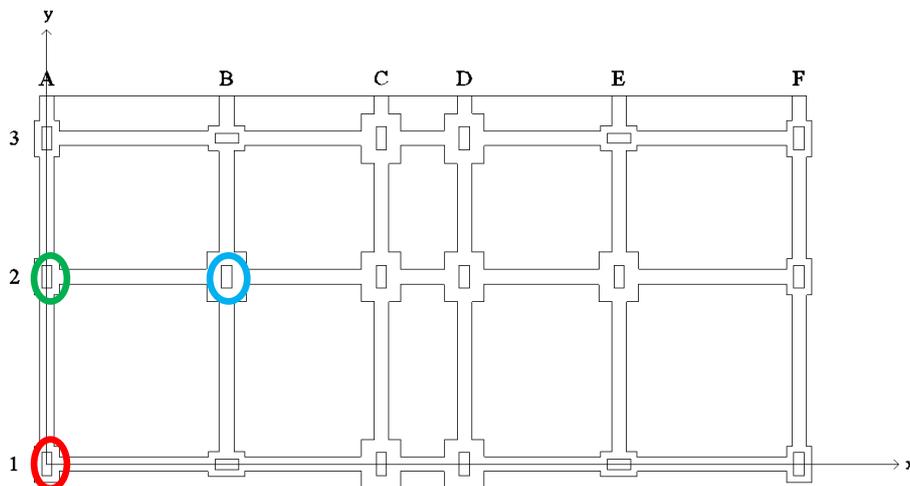
$$A_{f,min} = \max \begin{cases} A_{f,min}(N_{max}, M_{max}) \\ A_{f,min}(N_{min}, M_{max}) \end{cases}$$

Questa operazione è stata eseguita per ogni pilastrata, alla testa e alla base.

Considerando però che al di sotto del valore di sforzo normale agente N^* (variabile da sezione a sezione in base all'armatura disposta) il momento cresce all'aumentare dello sforzo normale, si valuta il momento resistente $M_{C,Rd}$ della sezione di base e di testa in riferimento allo sforzo normale minimo N_{min} , previa valutazione della condizione: $N_{min} \leq N^*$.

Il valore di $M_{C,Rd}$ è stato valutato con il software VCASLU del Prof. Gelfi.

Si vanno verificare nel dettaglio i seguenti pilastri:



• **Pilastro esterno piano I° (1-A):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -651,72 \text{ kN} & M_x = -12,44 \text{ kNm} & M_y = 138,25 \text{ kNm} \\ N = -1323,39 \text{ kN} & M_x = -228,27 \text{ kNm} & M_y = -193,27 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -628,15 \text{ kN} & M_x = 177,31 \text{ kNm} & M_y = 31,31 \text{ kNm} \\ N = -1346,96 \text{ kN} & M_x = -418,02 \text{ kNm} & M_y = -86,33 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno I° piano Base

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	8	2,01	4,8	57,5
2	35	0	9	2,01	30,2	57,5
3	35	80	10	4,52	5	75
4	0	80	11	3,14	17,5	75,2
			12	4,52	30	75

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1323,39 kN
M_{xEd}: 228,27 kNm
M_{yEd}: 193,27 kNm

P.to applicazione N: Centro

Materiali: B450C, C28/35

M_{xRd}: 298,6 kNm
M_{yRd}: 253,5 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_s: 3,5 ‰
ε_s: 3,08 ‰
d: 46,1 cm
x: 24,52 x/d: 0,5319
δ: 1

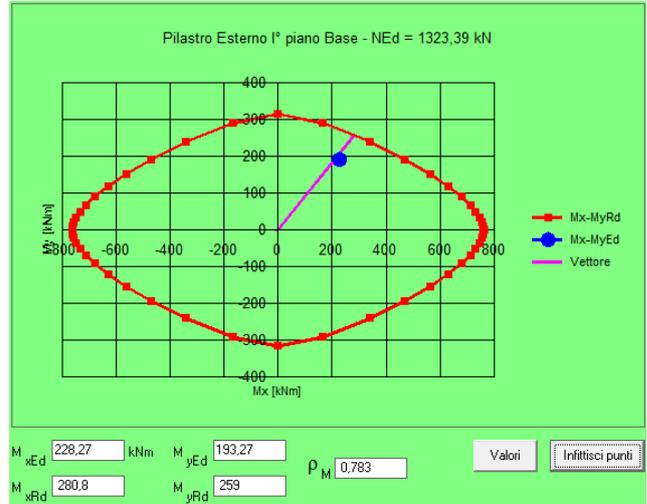
Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n

Tipo flessione: Retta

Calcola MRd Dominio Mx-My

angolo asse neutro θ°: 283

Precompresso



$$M_{x,Rd} = 280,8 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 259 \text{ kNm}$$

TESTA: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -632,12 \text{ kN} & M_x = 77,99 \text{ kNm} & M_y = 108,94 \text{ kNm} \\ N = -1303,79 \text{ kN} & M_x = -54,90 \text{ kNm} & M_y = -65,49 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -608,55 \text{ kN} & M_x = 93,80 \text{ kNm} & M_y = 53,11 \text{ kNm} \\ N = -1327,36 \text{ kN} & M_x = -39,08 \text{ kNm} & M_y = -9,67 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno I° piano Testa

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 632,122 kN
M_{xEd}: 77,99 kNm
M_{yEd}: 108,94 kNm

P.to applicazione N: Centro

Materiali: B450C, C28/35

M_{xRd}: 172,3 kNm
M_{yRd}: 249,1 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_s: 3,5 ‰
ε_s: 5,173 ‰
d: 38,92 cm
x: 15,7 x/d: 0,4035
δ: 0,9444

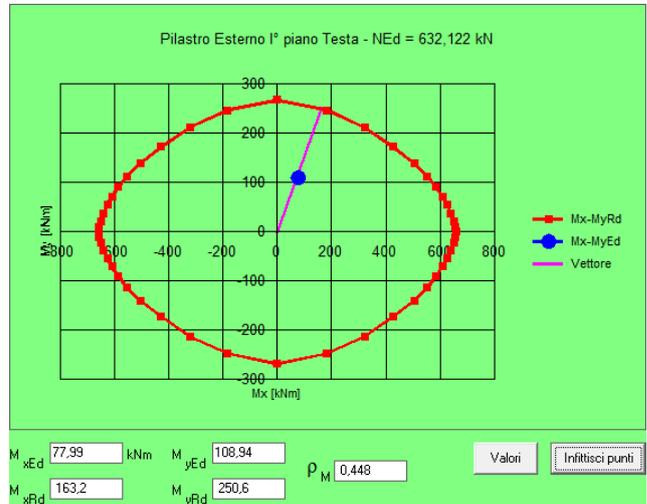
Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n

Tipo flessione: Retta

Calcola MRd Dominio Mx-My

angolo asse neutro θ°: 276,56

Precompresso



$$M_{x,Rd} = 163,2 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 250,6 \text{ kNm}$$

• **Pilastro esterno piano I° (2-A):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1046,50 \text{ kN} & M_x = 240,62 \text{ kNm} & M_y = 142,41 \text{ kNm} \\ N = -1508,25 \text{ kN} & M_x = -137,144 \text{ kNm} & M_y = -138,62 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1106,58 \text{ kN} & M_x = 575,15 \text{ kNm} & M_y = 45,64 \text{ kNm} \\ N = -1448,17 \text{ kN} & M_x = -472,68 \text{ kNm} & M_y = -41,86 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno I° piano Base

N° Vertici: 4 N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1106,58 M_{xEd}: 575,15 M_{yEd}: 45,64

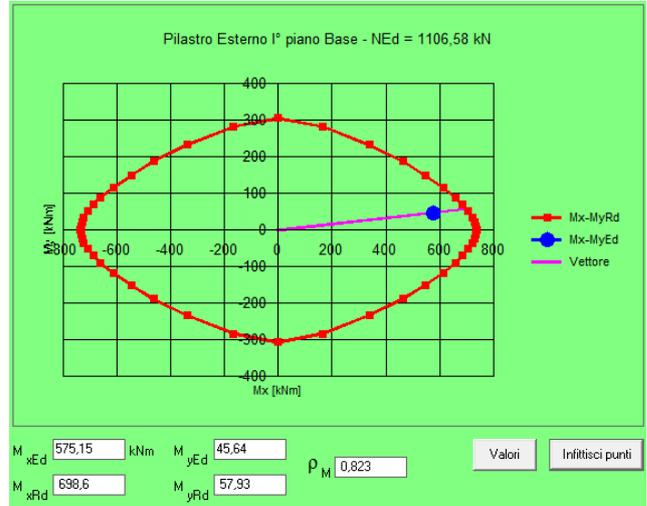
Materiali: B450C C28/35

ε_{su}: 67,5% ε_{c2}: 2% f_{yd}: 391,3 N/mm² ε_{cu}: 3,5% E_s: 200.000 N/mm² f_{cd}: 15,87

ε_s/ε_c: 15 f_{cc}/f_{cd}: 0,8 ε_{syd}: 1,957% σ_{c,adm}: 11 σ_{s,adm}: 255 N/mm² τ_{co}: 0,6667 τ_{c1}: 1,971

M_{xRd}: 700,9 kNm M_{yRd}: 55,92 kNm σ_c: -15,87 N/mm² σ_s: 391,3 N/mm² ε_c: 3,5% ε_s: 4,292% d: 79,5 cm x: 35,71 x/d: 0,4492 δ: 1

Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n Tipo flessione: Retta Deviata N° rett.: 100 angolo asse neutro θ°: 327,18° Precompresso



$$M_{x,Rd} = 698,6 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 57,9 \text{ kNm}$$

TESTA: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1026,90 \text{ kN} & M_x = 23,34 \text{ kNm} & M_y = 66,29 \text{ kNm} \\ N = -1488,65 \text{ kN} & M_x = -90,60 \text{ kNm} & M_y = -66,12 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1086,98 \text{ kN} & M_x = 123,49 \text{ kNm} & M_y = 20,85 \text{ kNm} \\ N = -1428,57 \text{ kN} & M_x = -190,75 \text{ kNm} & M_y = -20,68 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno I° piano Testa

N° Vertici: 4 N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1488,65 M_{xEd}: 90,60 M_{yEd}: 66,12

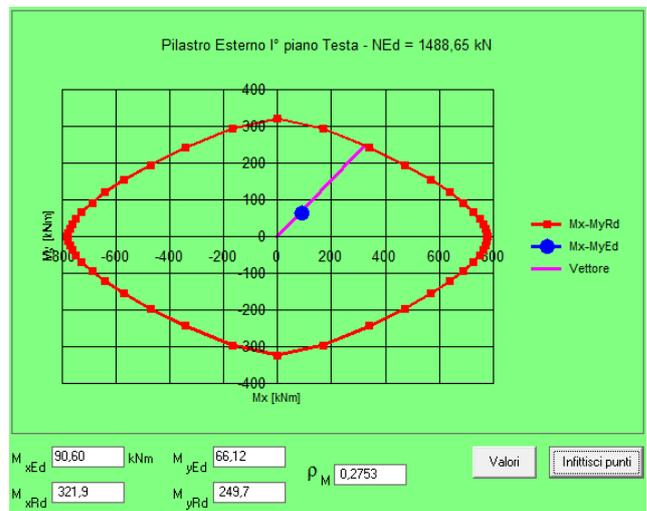
Materiali: B450C C28/35

ε_{su}: 67,5% ε_{c2}: 2% f_{yd}: 391,3 N/mm² ε_{cu}: 3,5% E_s: 200.000 N/mm² f_{cd}: 15,87

ε_s/ε_c: 15 f_{cc}/f_{cd}: 0,8 ε_{syd}: 1,957% σ_{c,adm}: 11 σ_{s,adm}: 255 N/mm² τ_{co}: 0,6667 τ_{c1}: 1,971

M_{xRd}: 320,7 kNm M_{yRd}: 250,1 kNm σ_c: -15,87 N/mm² σ_s: 391,3 N/mm² ε_c: 3,5% ε_s: 2,817% d: 47,25 cm x: 26,18 x/d: 0,5541 δ: 1

Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n Tipo flessione: Retta Deviata N° rett.: 100 angolo asse neutro θ°: 284,06° Precompresso



$$M_{x,Rd} = 321,9 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 249,7 \text{ kNm}$$

• **Pilastro interno piano I°(2-B):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1904,96 \text{ kN} & M_x = 207,30 \text{ kNm} & M_y = 202,50 \text{ kNm} \\ N = -2055,15 \text{ kN} & M_x = -82,93 \text{ kNm} & M_y = -174,71 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1862,41 \text{ kN} & M_x = 497,12 \text{ kNm} & M_y = 71,79 \text{ kNm} \\ N = -2097,70 \text{ kN} & M_x = -372,80 \text{ kNm} & M_y = -44,00 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Interno I° piano Base

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1904,96 kN
M_{xEd}: 207,30 kNm
M_{yEd}: 202,50 kNm

Materiali: B450C C28/35

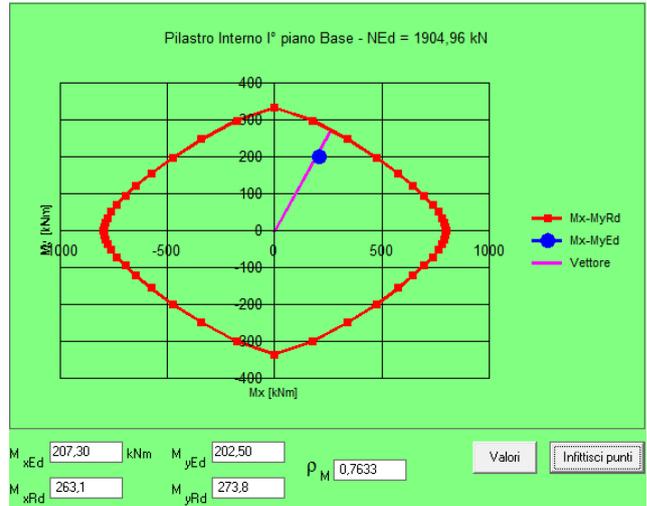
Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n

Tipo flessione: Retta

Calcola MRd Dominio Mx-My

angolo asse neutro θ°: 281,24

Precompresso



$M_{x,Rd} = 263,1 \text{ kNm}$ $M_{y,Rd} = 273,8 \text{ kNm}$

TESTA: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1885,36 \text{ kN} & M_y = 4,65 \text{ kNm} & M_x = -115,01 \text{ kNm} \\ N = -2035,55 \text{ kN} & M_y = -79,75 \text{ kNm} & M_x = -134,82 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1842,81 \text{ kN} & M_y = 88,15 \text{ kNm} & M_x = 28,48 \text{ kNm} \\ N = -2078,10 \text{ kN} & M_y = -163,26 \text{ kNm} & M_x = -48,29 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Interno I° piano Testa

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 2035,55 kN
M_{xEd}: 79,75 kNm
M_{yEd}: 134,82 kNm

Materiali: B450C C28/35

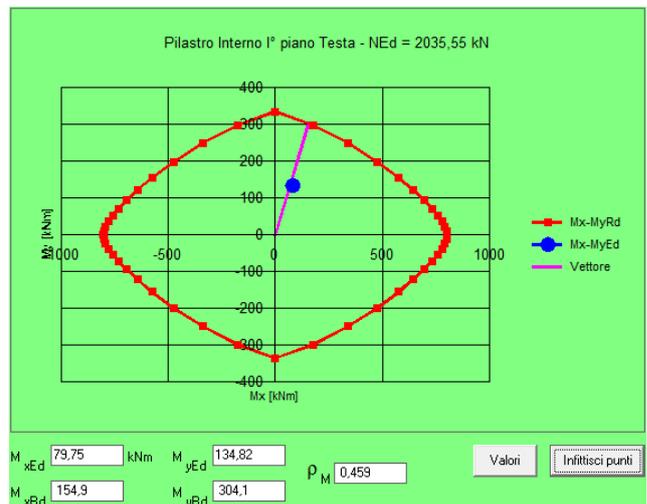
Metodo di calcolo: S.L.U. + Metodo n

Tipo flessione: Retta

Calcola MRd Dominio Mx-My

angolo asse neutro θ°: 276,56

Precompresso



$M_{x,Rd} = 154,9 \text{ kNm}$ $M_{y,Rd} = 304,1 \text{ kNm}$

• **Pilastro esterno piano II°(1-A):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -571,50 \text{ kN} & M_x = -31,64 \text{ kNm} & M_y = 90,13 \text{ kNm} \\ N = -1082,00 \text{ kN} & M_x = -123,12 \text{ kNm} & M_y = -122,49 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -549,45 \text{ kN} & M_x = 163,28 \text{ kNm} & M_y = 21,27 \text{ kNm} \\ N = -1104,81 \text{ kN} & M_x = -254,76 \text{ kNm} & M_y = -53,63 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno I° piano Base

N° Vertici: 4 N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1082 M_{xEd}: 123,12 M_{yEd}: 122,49

Materiali: B450C C28/35

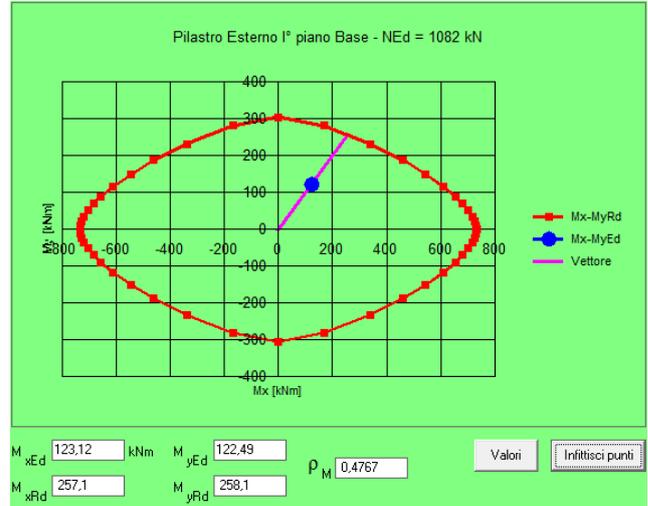
ε_{su}: 67,5% ε_{c2}: 2% f_{yd}: 391,3 N/mm² ε_{cu}: 3,5% E_s: 200.000 N/mm² f_{cd}: 15,87

ε_g/ε_c: 15 f_{cc}/f_{cd}: 0,8 ε_{syd}: 1,957% σ_{c,adm}: 11 σ_{s,adm}: 255 N/mm² τ_{co}: 0,6667 τ_{c1}: 1,971

M_{xRd}: 251,3 kNm M_{yRd}: 259,8 kNm σ_c: -15,87 N/mm² σ_s: 391,3 N/mm² ε_c: 3,5% ε_s: 3,553% d: 43,76 cm x: 21,71 x/d: 0,4962 δ: 1

angolo asse neutro θ°: 281,2°

Precompresso



$$M_{x,Rd} = 257,1 \quad M_{y,Rd} = 258,1 \text{ kNm}$$

TESTA: 6Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -549,45 \text{ kN} & M_x = 108,47 \text{ kNm} & M_y = 125,68 \text{ kNm} \\ N = -1059,95 \text{ kN} & M_x = -4,51 & M_y = -90,01 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -526,64 \text{ kN} & M_x = 207,03 \text{ kNm} & M_y = 55,98 \text{ kNm} \\ N = -1082,76 \text{ kN} & M_x = -103,08 \text{ kNm} & M_y = -20,31 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno II° piano Testa

N° Vertici: 4 N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	8	2,01	4,8	57,5
2	35	0	9	2,01	30,2	57,5
3	35	80	10	3,14	5	75
4	0	80	11	3,14	17,5	75,2
			12	3,14	30	75

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 549,45 M_{xEd}: 108,47 M_{yEd}: 125,68

Materiali: B450C C28/35

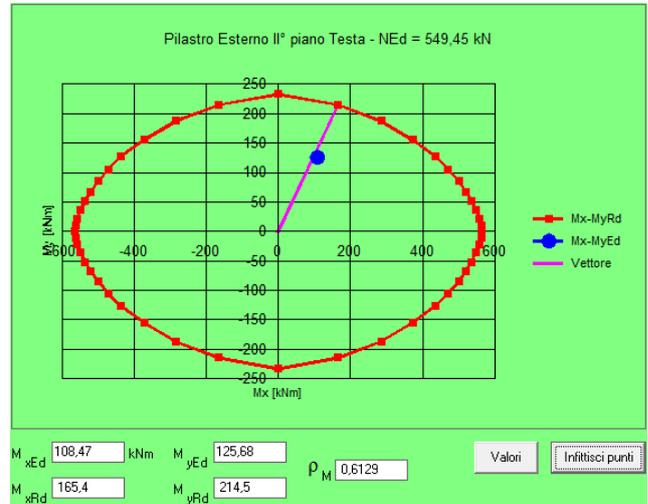
ε_{su}: 67,5% ε_{c2}: 2% f_{yd}: 391,3 N/mm² ε_{cu}: 3,5% E_s: 200.000 N/mm² f_{cd}: 15,87

ε_g/ε_c: 15 f_{cc}/f_{cd}: 0,8 ε_{syd}: 1,957% σ_{c,adm}: 11 σ_{s,adm}: 255 N/mm² τ_{co}: 0,6667 τ_{c1}: 1,971

M_{xRd}: 174,7 kNm M_{yRd}: 212,9 kNm σ_c: -15,87 N/mm² σ_s: 391,3 N/mm² ε_c: 3,5% ε_s: 5,474% d: 40,15 cm x: 15,66 x/d: 0,39 δ: 0,9275

angolo asse neutro θ°: 277,5°

Precompresso



$$M_{x,Rd} = 165,4 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 214,5 \text{ kNm}$$

• **Pilastro esterno piano II° (1-B):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -893,36 \text{ kN} & M_x = 122,62 \text{ kNm} & M_y = 84,60 \text{ kNm} \\ N = -1241,05 \text{ kN} & M_x = -101,08 \text{ kNm} & M_y = -88,07 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -939,65 \text{ kN} & M_x = 315,06 \text{ kNm} & M_y = 27,78 \text{ kNm} \\ N = -1194,77 \text{ kN} & M_x = -293,52 \text{ kNm} & M_y = -28,25 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno II° piano Base

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]	
1	0	0	1	4,52	5	5	
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8	
3	35	80	3	4,52	30	5	
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5	
			5	2,01	30,2	22,5	
			6	2,01	4,8	40	

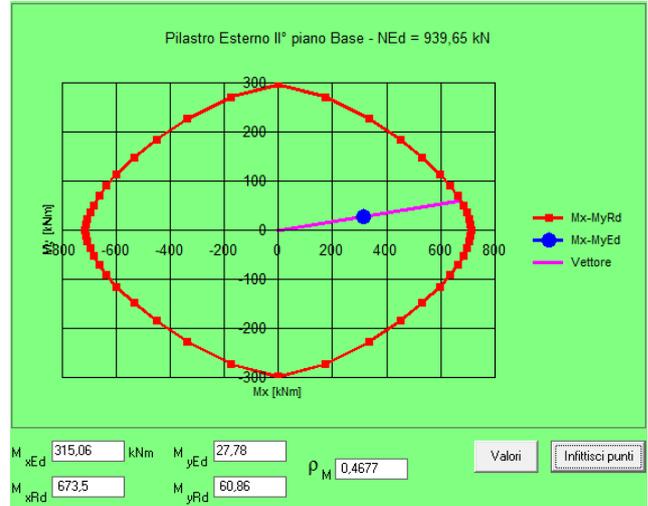
Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 939,65 kN
M_{xEd}: 315,06 kNm
M_{yEd}: 27,78 kNm

Materiali: B450C C28/35

M_{xRd}: 672,8 kNm
M_{yRd}: 61,5 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_s: 3,5 ‰
ε_s: 4,685 ‰
d: 78,95 cm
x: 33,76 x/d: 0,4276
δ: 0,9745

angolo asse neutro θ°: 326,2°



$$M_{x,Rd} = 673,5 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 60,9 \text{ kNm}$$

TESTA: 6Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -871,31 \text{ kN} & M_x = 79,14 \text{ kNm} & M_y = 88,28 \text{ kNm} \\ N = -1219,01 \text{ kN} & M_x = -119,77 \text{ kNm} & M_y = -84,83 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -917,59 \text{ kN} & M_x = 253,37 \text{ kNm} & M_y = 28,39 \text{ kNm} \\ N = -1172,72 \text{ kN} & M_x = -293,99 \text{ kNm} & M_y = -24,95 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Esterno II° piano Testa

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 12 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]	
1	0	0	8	2,01	4,8	57,5	
2	35	0	9	2,01	30,2	57,5	
3	35	80	10	3,14	5	75	
4	0	80	11	3,14	17,5	75,2	
			12	3,14	30	75	

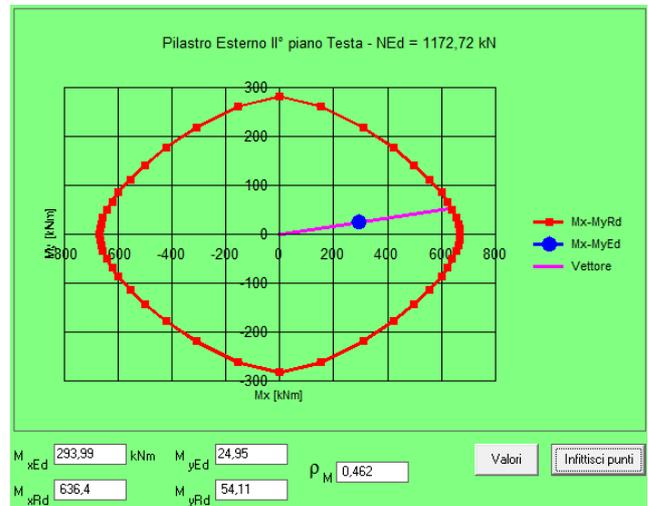
Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 1172,72 kN
M_{xEd}: 293,99 kNm
M_{yEd}: 24,95 kNm

Materiali: B450C C28/35

M_{xRd}: 636,1 kNm
M_{yRd}: 54,38 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_s: 3,5 ‰
ε_s: 4,142 ‰
d: 79,5 cm
x: 36,41 x/d: 0,458
δ: 1

angolo asse neutro θ°: 328,12°



$$M_{x,Rd} = 636,4 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 54,11 \text{ kNm}$$

• **Pilastro interno piano II°(2-B):**

BASE: 4Ø24 + 2Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1585,67 \text{ kN} & M_x = 106,55 \text{ kNm} & M_y = 154,07 \text{ kNm} \\ N = -1705,25 \text{ kN} & M_x = -103,08 \text{ kNm} & M_y = -20,31 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1555,82 \text{ kN} & M_x = 292,98 \text{ kNm} & M_y = 51,25 \text{ kNm} \\ N = -1735,10 \text{ kN} & M_x = -269,82 \text{ kNm} & M_y = -39,12 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Interno I° piano Base

N° Vertici: 4 N° barre: 12

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	1	4,52	5	5
2	35	0	2	3,14	17,5	4,8
3	35	80	3	4,52	30	5
4	0	80	4	2,01	4,8	22,5
			5	2,01	30,2	22,5
			6	2,01	4,8	40

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

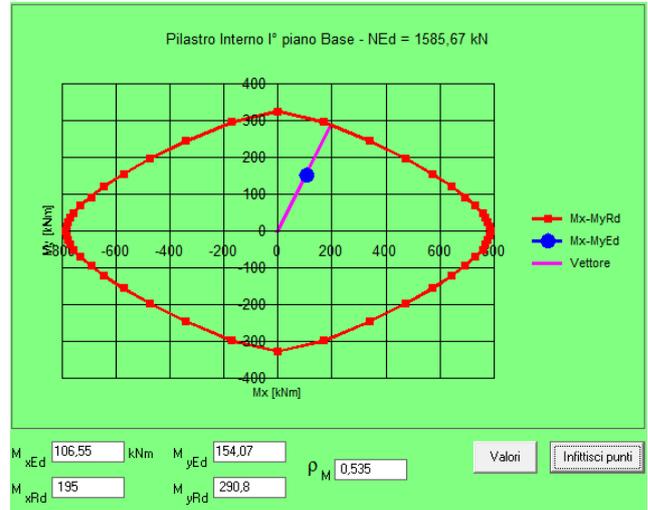
N_{Ed}: 1585,67 kN
M_{xEd}: 106,55 kNm
M_{yEd}: 154,07 kNm

Materiali: B450C, C28/35

M_{xRd}: 184 kNm
M_{yRd}: 293,8 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_c: 3,5 ‰
ε_s: 2,761 ‰
d: 40,15 cm
x: 22,44 x/d: 0,559

angolo asse neutro θ°: 278,43

Precompresso:



$$M_{x,Rd} = 195 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 290,8 \text{ kNm}$$

TESTA: 6Ø20 + 6Ø16

$$SLV_x \begin{cases} N = -1563,62 \text{ kN} & M_y = 58,35 \text{ kNm} & M_x = 141,49 \text{ kNm} \\ N = -1683,20 \text{ kN} & M_y = -104,61 \text{ kNm} & M_x = -154,76 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -1533,77 \text{ kN} & M_y = 219,90 \text{ kNm} & M_x = 38,59 \text{ kNm} \\ N = -1713,05 \text{ kN} & M_y = -266,17 \text{ kNm} & M_x = -51,86 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: Pilastro Interno I° piano Testa

N° Vertici: 4 N° barre: 12

N°	x [cm]	y [cm]	N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
1	0	0	8	2,01	4,8	57,5
2	35	0	9	2,01	30,2	57,5
3	35	80	10	3,14	5	75
4	0	80	11	3,14	17,5	75,2
			12	3,14	30	75

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

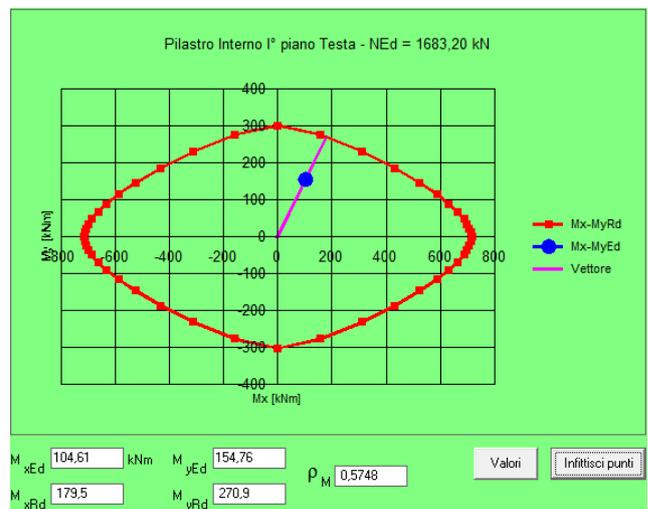
N_{Ed}: 1683,20 kN
M_{xEd}: 104,61 kNm
M_{yEd}: 154,76 kNm

Materiali: B450C, C28/35

M_{xRd}: 169,9 kNm
M_{yRd}: 273,6 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_c: 3,5 ‰
ε_s: 2,604 ‰
d: 40,15 cm
x: 23,02 x/d: 0,5734

angolo asse neutro θ°: 278,43

Precompresso:



$$M_{x,Rd} = 179,5 \text{ kNm} \quad M_{y,Rd} = 270,9 \text{ kNm}$$

Riepilogo armature longitudinali pilastri

Primo impalcato

Pilastro	Sez.		Armatura long.		
3-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 82,3$	$M_{Rd,y} = 306,3$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 48,9$	$M_{Rd,y} = 255,4$
3-B	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 84,3$	$M_{Rd,y} = 674,4$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 294,8$	$M_{Rd,y} = 185,1$
3-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 122,0$	$M_{Rd,y} = 270,2$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 78,7$	$M_{Rd,y} = 317,7$
3-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 122,0$	$M_{Rd,y} = 270,2$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 78,7$	$M_{Rd,y} = 317,7$
3-E	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 84,3$	$M_{Rd,y} = 674,4$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 294,8$	$M_{Rd,y} = 185,1$
3-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 82,3$	$M_{Rd,y} = 306,3$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 48,9$	$M_{Rd,y} = 255,4$
2-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 698,6$	$M_{Rd,y} = 57,9$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 321,9$	$M_{Rd,y} = 249,7$
2-B	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 263,1$	$M_{Rd,y} = 273,8$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 154,9$	$M_{Rd,y} = 304,1$
2-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 212,5$	$M_{Rd,y} = 269,5$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 134,7$	$M_{Rd,y} = 308,8$
2-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 212,5$	$M_{Rd,y} = 269,5$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 134,7$	$M_{Rd,y} = 308,8$
2-E	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 263,1$	$M_{Rd,y} = 273,8$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 154,9$	$M_{Rd,y} = 304,1$
2-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 698,6$	$M_{Rd,y} = 57,9$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 321,9$	$M_{Rd,y} = 249,7$
1-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 208,8$	$M_{Rd,y} = 259,0$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 163,2$	$M_{Rd,y} = 250,6$
1-B	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 160,0$	$M_{Rd,y} = 561,1$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 303,0$	$M_{Rd,y} = 44,5$
1-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 218,1$	$M_{Rd,y} = 284,4$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 72,14$	$M_{Rd,y} = 320$
1-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 218,1$	$M_{Rd,y} = 284,4$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 72,14$	$M_{Rd,y} = 320$
1-E	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 160,0$	$M_{Rd,y} = 561,1$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 303,0$	$M_{Rd,y} = 44,5$
1-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 208,8$	$M_{Rd,y} = 259,0$
		Testa	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 163,2$	$M_{Rd,y} = 250,6$

Secondo impalcato

Pilastro	Sez.		Armatura long.		
3-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 93,5$	$M_{Rd,y} = 289,9$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 22,6$	$M_{Rd,y} = 218,9$
3-B	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 257,0$	$M_{Rd,y} = 199,3$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 262,6$	$M_{Rd,y} = 176,0$
3-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 99,4$	$M_{Rd,y} = 264,4$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 80,6$	$M_{Rd,y} = 275,8$
3-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 99,4$	$M_{Rd,y} = 264,4$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 80,6$	$M_{Rd,y} = 275,8$
3-E	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 257,0$	$M_{Rd,y} = 199,3$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 262,6$	$M_{Rd,y} = 176,0$
3-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 93,5$	$M_{Rd,y} = 289,9$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 22,6$	$M_{Rd,y} = 218,9$
2-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 673,5$	$M_{Rd,y} = 60,9$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 636,4$	$M_{Rd,y} = 54,4$
2-B	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 195,0$	$M_{Rd,y} = 290,8$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 179,5$	$M_{Rd,y} = 270,9$
2-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 138,3$	$M_{Rd,y} = 277,6$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 70,7$	$M_{Rd,y} = 259,8$
2-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 138,3$	$M_{Rd,y} = 277,6$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 70,7$	$M_{Rd,y} = 259,8$
2-E	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 195,0$	$M_{Rd,y} = 290,8$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 179,5$	$M_{Rd,y} = 270,9$
2-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 673,5$	$M_{Rd,y} = 60,9$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 636,4$	$M_{Rd,y} = 54,4$
1-A	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 257,1$	$M_{Rd,y} = 258,1$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 165,4$	$M_{Rd,y} = 214,5$
1-B	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 287,3$	$M_{Rd,y} = 192,2$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 250,0$	$M_{Rd,y} = 162,4$
1-C	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 142,2$	$M_{Rd,y} = 297,4$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 111,0$	$M_{Rd,y} = 245,0$
1-D	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 142,2$	$M_{Rd,y} = 297,4$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 111,0$	$M_{Rd,y} = 245,0$
1-E	80x35	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 287,3$	$M_{Rd,y} = 192,2$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 250,0$	$M_{Rd,y} = 162,4$
1-F	35x80	Base	4Φ24 + 2Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 257,1$	$M_{Rd,y} = 258,1$
		Testa	6Φ20 + 6Φ16	$M_{Rd,x} = 165,4$	$M_{Rd,y} = 214,5$

Verifica a taglio delle pilastrate

Seguendo le indicazioni della normativa al capitolo 4.1.2.1.3.2 [D.M. 2008] la verifica di resistenza (SLU) si pone con:

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}$$

dove V_{Ed} è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.

Considerando una CD”B” la zona critica per tutti i pilastri si estende per una lunghezza di 85 cm.

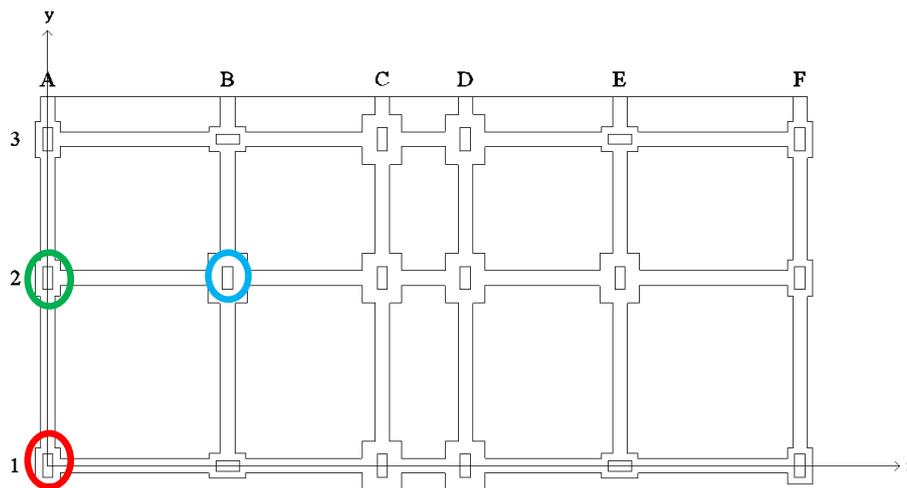
Per quanto riguarda il passo delle staffe si è utilizzato il seguente criterio:

$$s = 10 \text{ cm} \leq \min\left(\frac{h}{2}, 8\phi_{min}, 175\text{mm}\right) = 12,8 \text{ cm}$$

Dove:

- $h = 35 \text{ cm}$: lato minore della sezione trasversale
- $\phi_{min} = 1,6 \text{ cm}$: diametro minimo delle armature longitudinali presenti nella trave

Si vanno verificare nel dettaglio i seguenti pilastri adottando staffe $\phi 10$ con un passo di 10 cm :



• **Pilastro esterno (2-A) piano I°:**

Dati sezione e materiale (dir x)			
Base [cm]	80,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	35,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe [mm]	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	314	numero braccia	4
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
2,0403	2,0403	1,00	672,69
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,x}$ [kN]			672,69

Dati sezione e materiale (dir y)			
Base [cm]	35,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	80,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	157	numero braccia	2
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
1,8755	1,8755	1,00	776,05
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,y}$ [kN]			776,05

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI						
$V_{Rd,x}$	>	$V_{ed,x}$		$V_{Rd,y}$	>	$V_{ed,y}$
672,7	>	74,43		776,1	>	273
Verificata						

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_{st,x}}{s} &= \frac{4 \cdot 78,5}{100} = 3,14 \geq 0,08 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} = 0,08 \frac{15,87 \cdot 740}{391} = 2,40 \\ \frac{A_{st,y}}{s} &= \frac{2 \cdot 78,5}{100} = 1,57 \geq 0,08 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} = 0,08 \frac{15,87 \cdot 290}{391} = 0,94 \end{aligned} \right\} OK$$

• **Pilastro interno (2-B) piano I°:**

Dati sezione e materiale (dir x)			
Base [cm]	80,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	35,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe [mm]	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	314	numero braccia	4
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
2,0403	2,0403	1,00	672,69
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,x}$ [kN]			672,69

Dati sezione e materiale (dir y)			
Base [cm]	35,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	80,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	157	numero braccia	2
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
1,8755	1,8755	1,00	776,05
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,y}$ [kN]			776,05

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI						
$V_{Rd,x}$	>	$V_{ed,x}$		$V_{Rd,y}$	>	$V_{ed,y}$
672,7	>	120,46		776,1	>	235,31
Verificata						

• **Pilastro esterno (1-A) piano I°:**

Dati sezione e materiale (dir x)			
Base [cm]	80,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	35,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe [mm]	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	314	numero braccia	4
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
2,0403	2,0403	1,00	672,69
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,x}$ [kN]			672,69

Dati sezione e materiale (dir y)			
Base [cm]	35,00	Carico assiale [kN]	0
Altezza [cm]	80,00	diametro ferri lon.[mm]	24
Copriferro [cm]	3,00	f_{ck} [N/mm ²]	28,00
f_{yk} [N/mm ²]	450,00	f_{cd} [N/mm ²]	15,87
Armatura trasversale			
diametro staffe	10,00	passo [cm]	10,00
Area staffe [mm ²]	157	numero braccia	2
Verifica a Taglio			
θ per $V_{Rsd}=V_{Rsd}$	$\cotg\theta$	α_c	V_{Rsd} [kN]
1,8755	1,8755	1,00	776,05
Taglio Resistente di Progetto $V_{Rd,y}$ [kN]			776,05

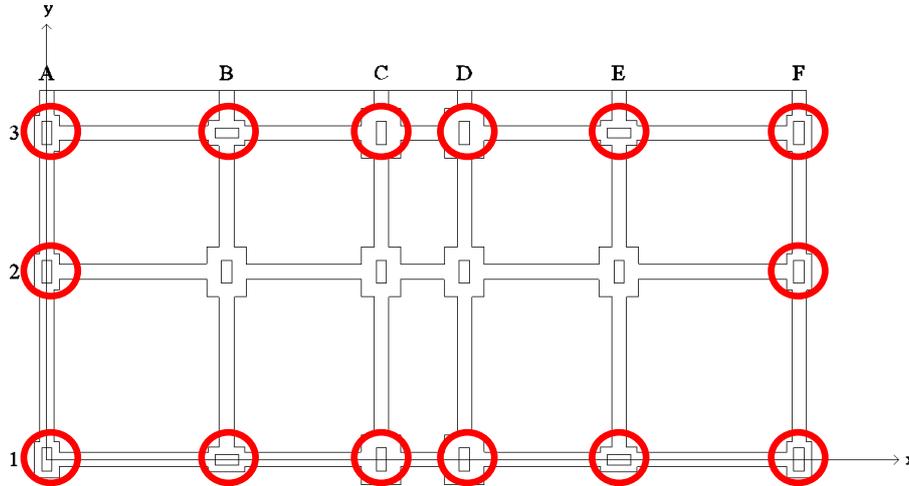
VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI						
$V_{Rd,x}$	>	$V_{ed,x}$		$V_{Rd,y}$	>	$V_{ed,y}$
672,7	>	107,9		776,1	>	177,66
Verificata						

Riepilogo armature trasversali nei pilastri

Pilastro	Sez.	Staffe		
3-A	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 115,0$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 166,9$	$V_{Rd,y} = 776,1$
3-B	80x35	10Φ10	$V_{ed,x} = 230,8$	$V_{Rd,x} = 776,1$
			$V_{ed,y} = 98,7$	$V_{Rd,y} = 672,7$
3-C	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 170,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 149,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
3-D	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 170,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 149,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
3-E	80x35	10Φ10	$V_{ed,x} = 230,8$	$V_{Rd,x} = 776,1$
			$V_{ed,y} = 98,7$	$V_{Rd,y} = 672,7$
3-F	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 115,0$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 166,9$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-A	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 74,43$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 273,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-B	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 120,5$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 235,3$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-C	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 138,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 249,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-D	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 138,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 249,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-E	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 120,5$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 235,3$	$V_{Rd,y} = 776,1$
2-F	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 74,43$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 273,0$	$V_{Rd,y} = 776,1$
1-A	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 107,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 177,6$	$V_{Rd,y} = 776,1$
1-B	80x35	10Φ10	$V_{ed,x} = 227,9$	$V_{Rd,x} = 776,1$
			$V_{ed,y} = 121,7$	$V_{Rd,y} = 672,7$
1-C	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 168,5$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 158,5$	$V_{Rd,y} = 776,1$
1-D	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 168,5$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 158,5$	$V_{Rd,y} = 776,1$
1-E	80x35	10Φ10	$V_{ed,x} = 227,9$	$V_{Rd,x} = 776,1$
			$V_{ed,y} = 121,7$	$V_{Rd,y} = 672,7$
1-F	35x80	10Φ10	$V_{ed,x} = 107,9$	$V_{Rd,x} = 672,7$
			$V_{ed,y} = 177,6$	$V_{Rd,y} = 776,1$

6.6.3 Verifica Nodi trave-pilastro

Lungo le armature longitudinali del pilastro che attraversano i nodi non confinati devono essere disposte staffe di contenimento in quantità almeno pari alla maggiore prevista nelle zone del pilastro inferiore e superiore adiacenti al nodo.



Per i nodi non confinati, appartenenti a strutture sia in CD''A'' che in CD''B'', le staffe orizzontali presenti lungo l'altezza del nodo devono verificare la seguente condizione:

$$\frac{n_{st} \cdot A_{st}}{i \cdot b_j} \geq 0.05 \frac{f_{ck}}{f_{yk}}$$

Nella quale n_{st} ed A_{st} sono rispettivamente il numero di bracci e l'area della sezione trasversale della barra della singola staffa orizzontale, i è l'interasse delle staffe, e b_j è la larghezza utile del nodo determinata come segue:

- Se la trave ha una larghezza b_w superiore a quella del pilastro b_c :

$$b_j = \min \left(b_w; b_c + \frac{h_c}{2} \right)$$

essendo h_c la dimensione della sezione della colonna parallela alla trave;

- Se la trave ha una larghezza b_w inferiore a quella del pilastro b_c :

$$\bar{b}_j = \min \left(b_c; b_w + \frac{h_c}{2} \right)$$

Essendo h_c la dimensione della sezione della colonna parallela alla trave;

$$0.05 \frac{f_{ck}}{f_{yk}} = 0.05 \cdot \left(\frac{28}{450} \right) = 0.0031$$

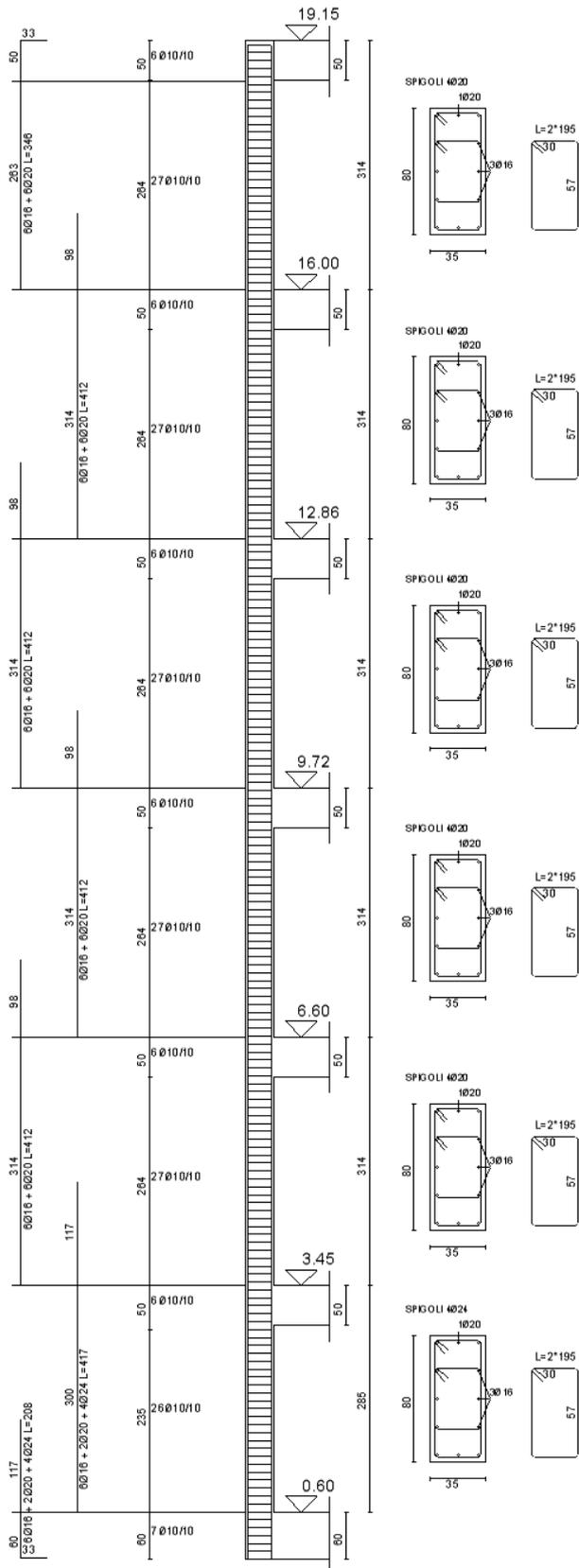
Verifica dei nodi non confinati

Primo impalcato

Pilastro	Sez.pil	Sez. trave		b_w	b_c	h_c	b_j	$\frac{n_{st} \cdot A_{st}}{i \cdot b_j}$
3-A	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
3-B	80x35	x	50x60	50	35	80	50	0,0032
		y	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
3-C	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
3-D	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
3-E	80x35	x	50x60	50	35	80	50	0,0032
		y	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
3-F	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
2-A	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
2-F	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
1-A	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
1-B	80x35	x	50x60	50	35	80	50	0,0032
		y	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
1-C	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
1-D	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032
1-E	80x35	x	50x60	50	35	80	50	0,0032
		y	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
1-F	35x80	x	50x60	50	80	35	67,5	0,0047
		y	50x60	50	35	80	50	0,0032

Impalcato tipo

Pilastro	Sez.pil	Sez. trave	b_w	b_c	h_c	b_j	$\frac{n_{st} \cdot A_{st}}{i \cdot b_j}$
3-A	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
3-B	80x35	x 35x50	35	35	80	35	0,0045
		y 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
3-C	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
3-D	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
3-E	80x35	x 35x50	35	35	80	35	0,0045
		y 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
3-F	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
2-A	35x80	x 30x50	30	80	35	47,5	0,0066
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
2-F	35x80	x 30x50	30	80	35	47,5	0,0066
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
1-A	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
1-B	80x35	x 35x50	35	35	80	35	0,0045
		y 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
1-C	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
1-D	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045
1-E	80x35	x 35x50	35	35	80	35	0,0045
		y 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
1-F	35x80	x 35x50	35	80	35	52,5	0,0060
		y 35x50	35	35	80	35	0,0045



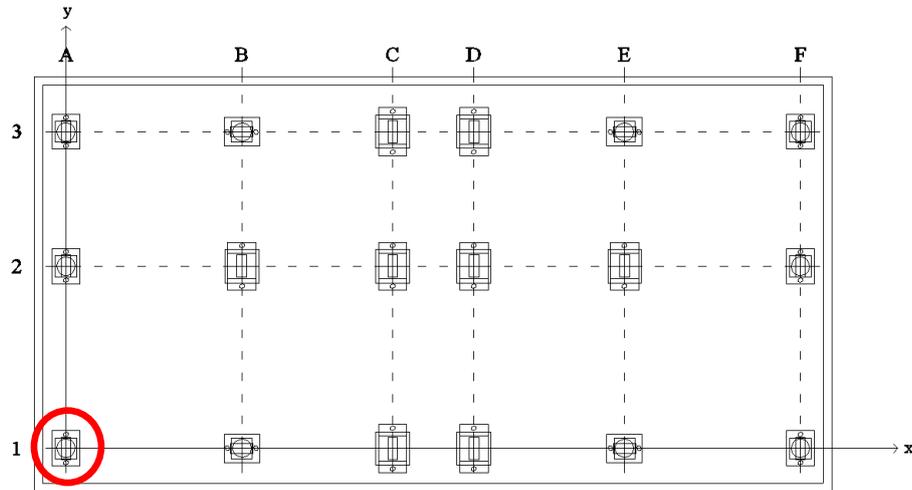
Sezione ed armatura pilastro tipo

6.6.4 Verifica dei Baggioli

Il collegamento degli isolatori elastomerici e a scorrimento con la platea di fondazione avviene mediante l'utilizzo di baggioli. Ai fini del calcolo delle sollecitazioni essi sono considerati come pilastri e quindi soggetti a pressoflessione deviata e taglio.

I baggioli utilizzati sono di due tipologie:

- Sezione trasversale 135x170 cm al di sotto degli isolatori a scorrimento
- Sezione trasversale 100x125 cm al di sotto degli isolatori elastomerici



Si valuta l'ammissibilità delle coppie (N_i, M_i) all'interno del dominio di presso-flessione attraverso il software VCASLU del Prof. Gelfi.

• Baggiolo 100x125 cm (1-A):

5Ø28 + 7Ø28

$$SLV_x \begin{cases} N = -785,62 \text{ kN} & M_x = -193,11 \text{ kNm} & M_y = 512,46 \text{ kNm} \\ N = -1625,45 \text{ kN} & M_x = -193,11 \text{ kNm} & M_y = -512,46 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$SLV_y \begin{cases} N = -748,57 \text{ kN} & M_x = 559,41 \text{ kNm} & M_y = 173,77 \text{ kNm} \\ N = -1662,50 \text{ kN} & M_x = -559,41 \text{ kNm} & M_y = -173,77 \text{ kNm} \end{cases}$$

Titolo: **Baggiolo 1-A**

N° Vertici: 4 Zoom N° barre: 24 Zoom

N°	x [cm]	y [cm]
1	0	0
2	100	0
3	100	125
4	0	125

Sollecitazioni: S.L.U. Metodo n

N_{Ed}: 785,62 kN
M_{xEd}: 193,11 kNm
M_{yEd}: 512,46 kNm

Materiali: B450C C28/35

ε_{cu}: 67,5 ‰ ε_{c2}: 2 ‰
f_{yd}: 391,3 N/mm² ε_{cu}: 3,5 ‰
E_s: 200.000 N/mm² f_{cd}: 15,87 ‰
E_s/E_c: 15 f_{cc}/f_{cd}: 0,8
ε_{syd}: 1,957 ‰ σ_{c,adm}: 11 ‰
σ_{s,adm}: 255 N/mm² τ_{co}: 0,6667 ‰
τ_{c1}: 1,971 ‰

M_{xRd}: 920,9 kNm
M_{yRd}: 2.669 kNm
σ_c: -15,87 N/mm²
σ_s: 391,3 N/mm²
ε_c: 3,5 ‰
ε_s: 8,758 ‰
d: 116,2 cm
x: 33,17 x/d: 0,2855
δ: 0,7969

angolo asse neutro θ°: 281,28

Precompresso

Tipo Sezione:
 Rettang.re Trapezi
 a T Circolare
 Rettangoli Coord.

P.to applicazione N:
 Centro Baricentro cls
 Coord. [cm] xN: 0 yN: 0

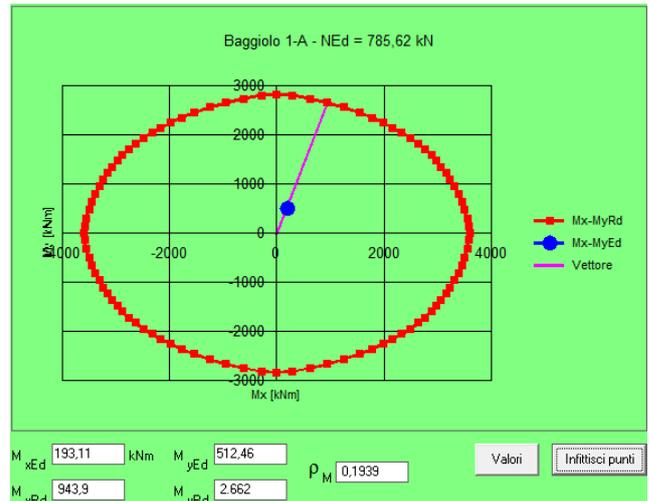
Tipo rottura:
Lato calcestruzzo - Acciaio snervato

Metodo di calcolo:
 S.L.U. + S.L.U. -
 Metodo n

Tipo flessione:
 Retta Deviata

N° rett.: 100

Calcola MRd Dominio Mx-My

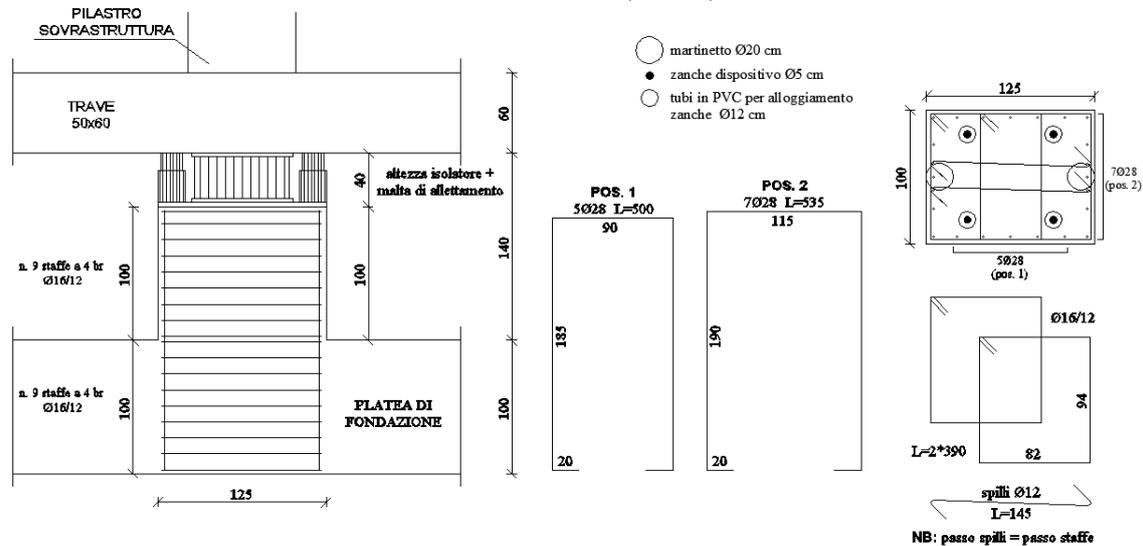


Infine si effettua la verifica a taglio tenendo conto che il baggiolo verrà armato con staffe $\phi 16$ con un passo di 10 cm:

VERIFICA IN TERMINI DI SOLLECITAZIONI						
$V_{Rd\ x}$	>	$V_{ed\ x}$		$V_{Rd\ y}$	>	$V_{ed\ y}$
4751,9	>	284,7		3799,4	>	310,8
Verificata						

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_{st,x}}{s} &= \frac{4 \cdot 201}{100} = 8,04 \geq 0,08 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} = 0,08 \frac{15,87 \cdot 1150}{391} = 3,73 \\ \frac{A_{st,y}}{s} &= \frac{2 \cdot 201}{100} = 4,02 \geq 0,08 \frac{f_{cd} \cdot b_{st}}{f_{yd}} = 0,08 \frac{15,87 \cdot 900}{391} = 2,92 \end{aligned} \right\} OK$$

SEZIONE e ARMATURA BAGGIOLO SOTTOSTRUTTURA
ISOLATORE (scala 1:25)

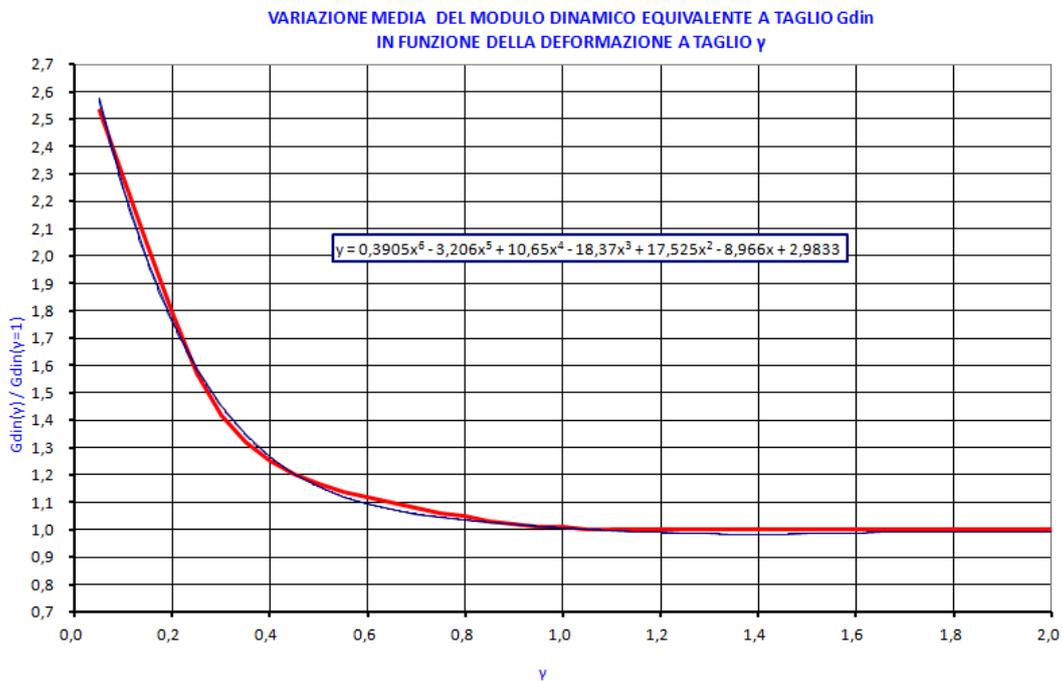


6.7 Verifiche agli stati limite di esercizio (SLE)

Prima di procedere con l'analisi agli stati limite di esercizio è necessario tenere in considerazione il comportamento non lineare dell'elastomero.

Nelle verifiche agli stati limite di esercizio (considerano spettri di progetto allo SLD), il modulo di elasticità tangenziale, e di conseguenza la rigidezza equivalente, dell'isolatore è molto maggiore rispetto al valore valutato nelle verifiche strutturali (prendono in considerazione spettri di progetto allo SLV).

Dal diagramma che descrive la variazione media del modulo dinamico equivalente a taglio G_{din} in funzione della deformazione a taglio γ (ciascuna delle due grandezze è stata normalizzata rispetto al valore $\gamma = 100\%$) si può notare come per bassi livelli della deformazione di taglio ($\gamma < 10\%$), il modulo di taglio G risulta più elevato, anche di un ordine di grandezza, di quello relativo al livello della deformazione nelle condizioni sismiche di progetto ($\gamma = 100 \div 150\%$); ciò consente di ottenere un elevato valore della rigidezza orizzontale degli isolatori e, di conseguenza, di evitare vibrazioni continue in presenza di eccitazioni dinamiche di bassa intensità.



Si procede perciò alla determinazione della rigidezza equivalente del sistema di isolamento (per $\gamma \ll 100\%$) attraverso un processo iterativo in funzione dell'azione di progetto.

6.7.1 Valutazione azione orizzontale principale

Ai fini delle verifiche allo SLE si prende in considerazione l'azione orizzontale più gravosa tra quelle agenti sull'edificio, ovvero tra il sisma, valutato attraverso spettri SLD, e l'azione idrodinamica del vento.

❖ Vento

Il vento, la cui direzione si considera generalmente orizzontale, esercita sulle costruzioni azioni che variano nel tempo e nello spazio provocando effetti dinamici.

Per le costruzioni usuali tali azioni sono ricondotte alle azioni statiche equivalenti, le quali sono costituite da pressioni e depressioni agenti normalmente alle superfici, sia esterne che interne, degli elementi che compongono la costruzione.

Tali pressioni sono definite al punto 3.3.4 [D.M. 2008] mediante l'espressione:

$$p = q_b \cdot c_e \cdot c_p \cdot c_d$$

dove:

- q_b è la pressione cinetica di riferimento;
- c_e è il coefficiente di esposizione;
- c_p è il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico), funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento;
- c_d è il coefficiente dinamico.

Si fa riferimento Cap. C3.3 [Circolare 2009] per la determinazione dei rispettivi valori.

La pressione cinetica di riferimento q_b (in $\frac{N}{m^2}$) è data dall'espressione:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2$$

dove:

- v_b è la velocità di riferimento del vento (in m/s);
- ρ è la densità dell'aria assunta convenzionalmente costante e pari a $1,25 \text{ kg}/m^3$.
- In mancanza di analisi statiche adeguate, la velocità di riferimento del vento $v_b(T_R)$ riferita ad un generico periodo di ritorno T_R può essere valutata, nel campo compreso tra 10 e 500 anni, con l'espressione:
- $v_b(T_R) = \alpha_R \cdot v_b$

dove:

- v_b è la velocità di riferimento del vento associata a $T_R=50$ anni
- α_R è un coefficiente dato dall'espressione

$$\alpha_R = 0,75 \cdot \sqrt{1 - 0,2 \ln \left(- \ln \left(1 - \left(\frac{1}{T_R} \right) \right) \right)}$$

Essendo L'Aquila sita ad una quota maggiore del valor limite fornito dalla normativa, per determinare la velocità di riferimento riferita ad un periodo di ritorno di 50 anni $v_b(50)$ l'espressione:

$$v_b = v_{b,0} + k_a(a_s - a_0) \quad \text{per } a_0 < a_s \leq 1500 \text{ m}$$

dove:

- $v_{b,0}, a_0, k_a$ sono parametri forniti nella Tab 3.3.1 e legati alla regione in cui sorge la costruzione in esame;
- a_s è l'altitudine sul livello del mare (in m) del sito dove sorge la costruzione. Il comune di L'Aquila ricade nella zona di riferimento 3:

Zona	Descrizione	$v_{b,0}$ [m/s]	a_0 [m]	k_a [1/s]
3	Toscana, Marche, Umbria, Lazio, Abruzzo, Molise, Puglia, Campania, Basilicata, Calabria (esclusa la provincia di Reggio Calabria)	27	500	0,020

Analiticamente:

VELOCITA' DI RIFERIMENTO $v_b(T_R)$		
ALTITUDINE L'AQUILA	715	m.s.l.m.
α_R	1,12	
v_b	31,3	m/s
$v_b(475)$	35,03	m/s

PRESSIONE CINETICA DI RIFERIMENTO q_b		
$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 35,03^2$	0,767	$\frac{kN}{m^2}$

Per determinare la pressione del vento p bisogna considerare i vari coefficienti che entrano in gioco nell'espressione data dalla normativa.

Il coefficiente di esposizione c_e dipende dell'altezza z sul suolo del punto considerato, dalla topografia del terreno, e dalla categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione. In assenza di analisi specifiche che tengano in conto la direzione di provenienza del vento e l'effettiva scabrezza e topografia del terreno che circonda la costruzione, per altezze sul suolo non maggiori di $z = 200 \text{ m}$, esso è dato dalla formula:

$$c_e(z) = k_r^2 c_t \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \left[7 + c_t \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \right] \quad \text{per } z \geq z_{min}$$

$$c_e(z) = c_e(z_{min}) \quad \text{per } z < z_{min}$$

dove:

- c_t è il coefficiente di topografia che è posto generalmente pari a 1;
- k_r, z_0, z_{min} sono assegnati in funzione della categoria della categoria di esposizione del sito ove sorge la costruzione;

Il luogo dove si sta ipotizzando la realizzazione dell'edificio è un'area urbana, quindi si trova in una classe A di rugosità del terreno.

Classe di rugosità del terreno	Descrizione
A	Aree urbane in cui almeno il 15% della superficie sia coperto da edifici la cui altezza media superi i 15m
B	Aree urbane (non di classe A), suburbane, industriali e boschive
C	Aree con ostacoli diffusi (alberi, case, muri, recinzioni,...); aree con rugosità non riconducibile alle classi A, B, D
D	Aree prive di ostacoli (aperta campagna, aeroporti, aree agricole, pascoli, zone paludose o sabbiose, superfici innevate o ghiacciate, mare, laghi,...)

Di conseguenza, poiché il sito ricade nella zona 3 e ha una quota sul livello del mare compresa tra 500 e i 750 m, esso appartiene alla categoria di esposizione V.

ZONE 1,2,3,4,5						
	costa		500m		750m	
	2 km	10 km	30 km			
A	--	IV	IV	V	V	V
B	--	III	III	IV	IV	IV
C	--	*	III	III	IV	IV
D	I	II	II	II	III	**
* Categoria II in zona 1,2,3,4 Categoria III in zona 5						
** Categoria III in zona 2,3,4,5 Categoria IV in zona 1						

Categoria di esposizione del sito	k_r	z_0 [m]	z_{min} [m]
I	0,17	0,01	2
II	0,19	0,05	4
III	0,20	0,10	5
IV	0,22	0,30	8
V	0,23	0,70	12

Nella tabella seguente sono riportati i valori di c_e al variare di z :

COEFFICIENTE DI ESPOSIZIONE $c_e(z)$	
$c_e(z = 0 < z_{min})$	1,479
$c_e(z = 2,80 < z_{min})$	1,479
$c_e(z = 5,95 < z_{min})$	1,479
$c_e(z = 9,10 < z_{min})$	1,479
$c_e(z = 12,25 > z_{min})$	1,493
$c_e(z = 15,40 > z_{min})$	1,650
$c_e(z = 18,55 > z_{min})$	1,782

Il coefficiente di forma (o coefficiente aerodinamico) c_p è funzione della tipologia e della geometria della costruzione e del suo orientamento rispetto alla direzione del vento. La circolare esplicativa della normativa prescrive che in assenza di più precise valutazioni, per edifici a pianta rettangolare con copertura piana o a falde si può prendere per coefficiente di forma il valore 0,8 per elementi direttamente esposti al

vento, e 0,4 per elementi sottovento, scegliendo come segno quello che da luogo alla combinazione sfavorevole. Per l'edificio in esame si è pertanto utilizzato (considerando la facciata esposta + la facciata sottovento) il valore di $c_p = 1,2$.

Il coefficiente dinamico c_d tiene in conto degli effetti riduttivi associati alla non contemporaneità delle massime pressioni locali e degli effetti amplificativi dovuti alla risposta dinamica della struttura. Esso può essere assunto cautelativamente pari a 1 nelle costruzioni di tipologia ricorrente.

In definitiva, avendo ricavato tutti i parametri secondo la normativa, si passa a calcolare le forze risultanti della pressione del vento. Tali forze orizzontali verranno applicate al baricentro delle masse di piano, data l'ipotesi di solai infinitamente rigidi, e verranno ripartite tra i telai piani in base alle rigidezze di ciascuno.

PIANO	V_x	V_y
TERRA	22,11 kN	49,84 kN
PRIMO	46,98 kN	105,91 kN
SECONDO	49,74 kN	112,13 kN
TERZO	49,74 kN	112,13 kN
QUARTO	50,21 kN	113,19 kN
QUINTO	55,49 kN	125,10 kN
SESTO	29,97 kN	67,55 kN

Si considera la combinazione caratteristica rara :

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} + \sum \psi_{0j} \cdot Q_{kj}$$

Categoria/Azione variabile	ψ_{0j}	ψ_{1j}	ψ_{2j}
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

COMBINAZIONE SLE (si considera il vento come azione variabile principale)

$$G_1 + G_2 + Q_{k1} + 0,7 \cdot Q_{k2} + 0,7 \cdot Q_{k3} + 0,7 \cdot Q_{k4}$$

Si risale analiticamente alla rigidezza orizzontale da assegnare agli isolatori soggetti all'azione del vento:

$$\delta = \frac{T \cdot h_g}{G(\gamma) \cdot A}$$

$$\frac{T}{A} = \frac{G(\gamma) \cdot \delta}{h_g} = G(\gamma) \cdot \gamma$$

$$\tau = G(\gamma) \cdot \gamma$$

Si considera un'azione del vento pari a 700 kN.

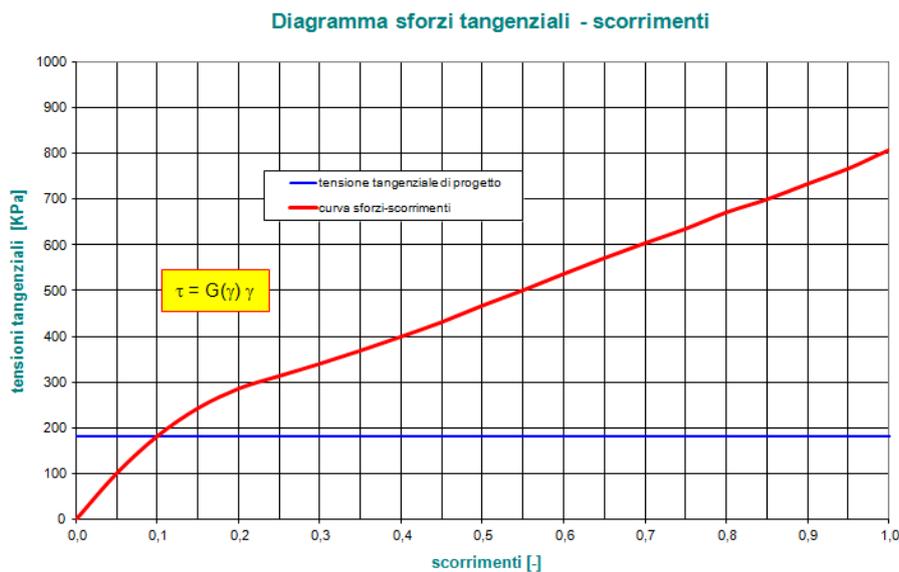
L'azione orizzontale che agisce sul singolo isolatore nella combinazione SLE è pari a:

$$T = \frac{T_{TOT}}{n^{\circ} \text{ isolatori}} = \frac{700}{10} = 70 \text{ kN}$$

Di conseguenza l'azione tangenziale sarà pari:

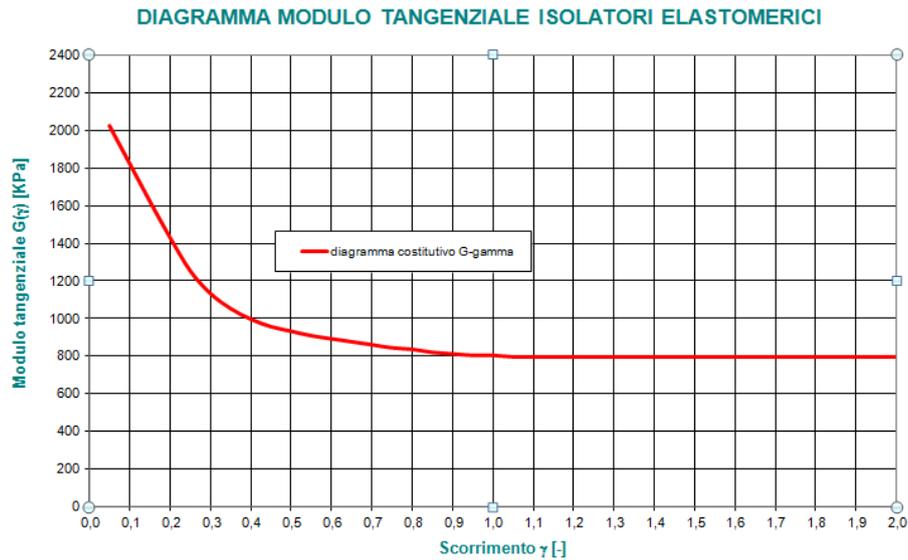
$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{70}{0,385} = 181,818 \text{ KPa}$$

Nota tale tensione si entra nel diagramma che mette in relazione gli sforzi tangenziali τ e gli scorrimenti γ per l'elastomero preso in considerazione e, intercettando la curva, si risale allo scorrimento corrispondente:



$$\tau = 181,818 \text{ KPa} \quad \rightarrow \quad \gamma = 0,1$$

Noto lo scorrimento si entra nel diagramma che mette in relazione il modulo di elasticità tangenziale G e gli scorrimenti γ per l'elastomero preso in considerazione e, intercettando la curva, si risale al modulo di elasticità tangenziale corrispondente.



$$\gamma = 0,1 \quad \rightarrow \quad G = 1800 \text{ KPa}$$

Si può quindi risalire alla rigidezza tangenziale allo spostamento orizzontale dell'isolatore

$$K_H = \frac{G(\gamma = 0,1) \cdot A}{t_e} = \frac{1800 \cdot 0,385}{0,200} = 3465 \frac{kN}{m}$$

Si procede quindi con la modellazione dell'edificio tramite sap2000 e si ricavano gli spostamenti degli isolatori a causa del vento:

	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]
ISO 3-A	0,014060	0,031992	0,03291
ISO 3-B	0,014060	0,031919	0,03283
ISO 2-A	0,014119	0,031992	0,03291
ISO 1-A	0,014193	0,031992	0,03292
ISO 1-B	0,014193	0,031919	0,03285

❖ Sisma (SLD)

La rigidezza equivalente orizzontale del sistema di isolamento K_{eis} dipende dal modulo di elasticità tangenziale G e a sua volta dallo scorrimento γ . Per $\gamma \ll 1$ la rigidezza orizzontale del sistema di isolamento viene determinata per iterazioni:

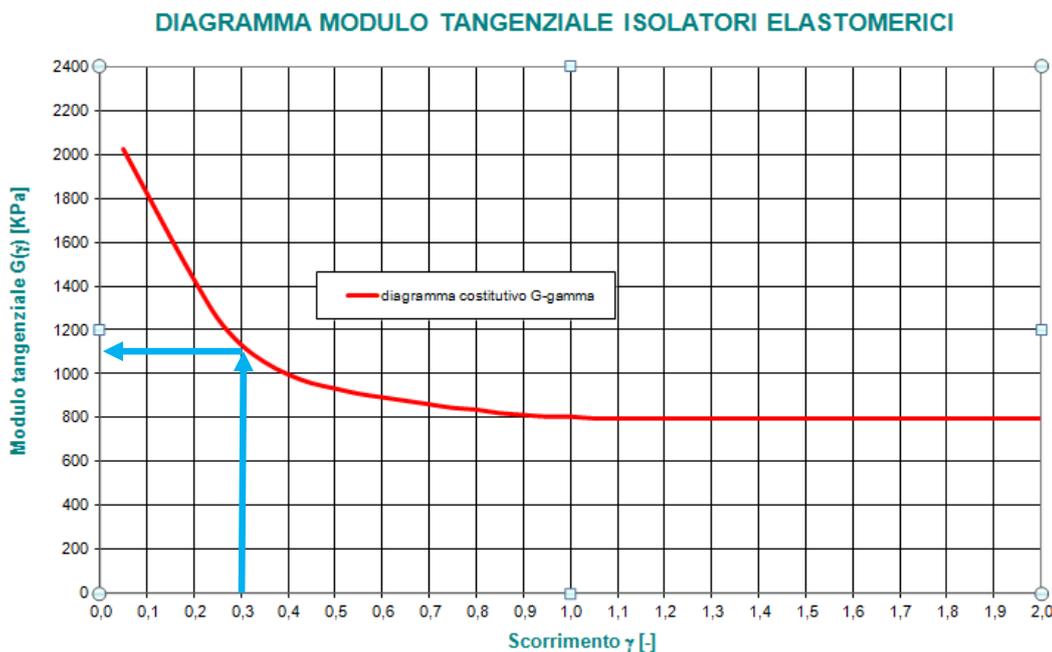
1. Si ipotizza uno spostamento di primo tentativo δ e di conseguenza uno scorrimento $\gamma = \frac{\delta}{h_g}$.
2. Si ricava dalla curva (G, γ) fornita dal produttore dell'isolatore il modulo di elasticità tangenziale $G(\gamma)$
3. Si determina la rigidezza orizzontale del singolo isolatore $K_H = \frac{G(\gamma)A}{h_g}$
4. Si risale alla rigidezza dell'intero sistema di isolamento K_{eis}
5. Si determina il periodo principale della struttura T_{is}
6. Si risale alla risultante delle forze orizzontali di piano $F = M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})$
7. Dalla definizione di rigidezza tangenziale alla traslazione orizzontale si arriva a determinare l'espressione dello spostamento d_{dc} dal centro di rigidezza del sistema di isolamento provocato da tale forza sollecitante

$$d_{dc} = \frac{M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})}{K_{eis,min}}$$

Se $(\delta - d_{dc})$ risulta minore di una tolleranza prefissata si arresta il calcolo, altrimenti si avvanza con il processo iterativo al fine di raffinare la soluzione.

Si ipotizza uno spostamento di tentativo $\delta = 0,06 \text{ m}$ $\rightarrow \gamma = \frac{\delta}{h_g} = \frac{0,06}{0,2} = 0,3$.

Noto lo scorrimento si entra nel diagramma che mette in relazione il modulo di elasticità tangenziale G e gli scorrimenti γ per l'isolatore HDRB preso in considerazione e, intercettando la curva, si risale al modulo di elasticità tangenziale corrispondente.



$$\delta = 0,06 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \gamma = \frac{\delta}{h_g} = 0,3 \quad \rightarrow \quad G(\gamma = 0,3) = 1120 \text{ kPa}$$

Si può quindi risalire alla rigidezza tangenziale e di conseguenza allo spostamento orizzontale dell'isolatore:

$$K_H = \frac{G(\gamma)A}{h_g} = \frac{1120 \cdot 0,385}{0,2} = 2156 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$K_{eis} = 10 \cdot 2156 \frac{\text{kN}}{\text{m}} = 21560 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_{eis}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2730}{21560}} = 2,2358 \text{ s}$$

$$F = M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis}) = 2730 \cdot 0,45702 = 1247,66 \text{ kN}$$

$$d_{dc} = \frac{M \cdot S_e(T_{is}; \xi_{eis})}{K_{eis, \min}} = \frac{1247,66}{2156} = 0,058 \text{ m}$$

$$\delta - d_{dc} = 0,002 \text{ m} = 3,33\%$$

Uno scarto del 3,33% risulta inferiore alla tolleranza prefissata (5%) perciò si arresta il processo iterativo e si considera valida la rigidezza orizzontale dell'isolatore ottenuta.

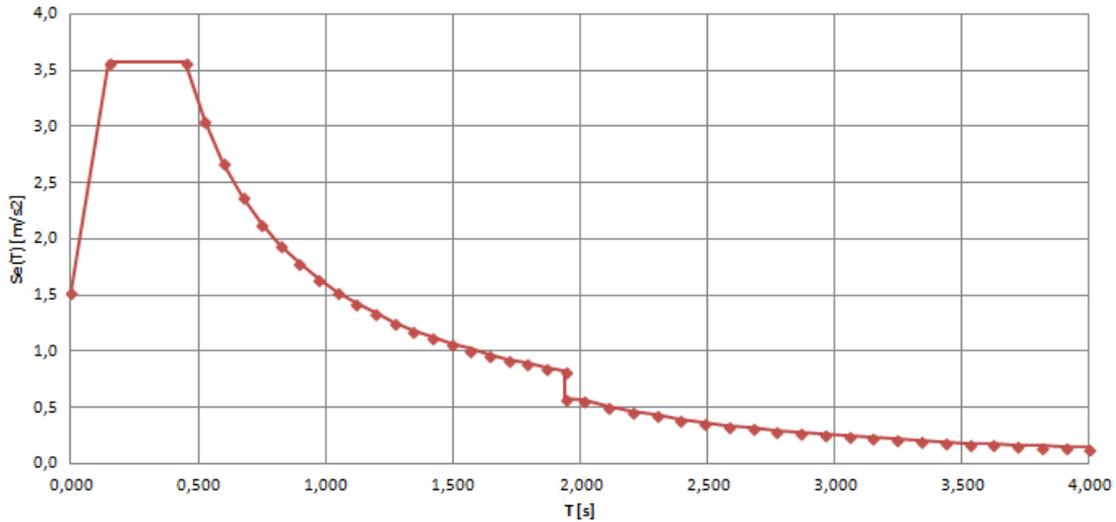
Si procede quindi con la modellazione dell'edificio tramite sap2000 e l'aggiornamento della rigidezza degli isolatori. Si effettua un'analisi modale ottenendo i seguenti modi di vibrare:

StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless	RX Unitless	RY Unitless	RZ Unitless
Mode	1	2,419916	0,97772	0	0	0	0,23956	0,11749
Mode	2	2,411841	0	0,97803	0,00000001338	0,49442	0,00000006462	0,57195
Mode	3	1,891794	0,00001121	0	0	0	0,00007614	0,28735
Mode	4	0,527835	0,00486	0	6,706E-17	1,675E-16	0,09302	0,00066
Mode	5	0,520327	0	0,00463	0,0000003074	0,19369	0,0000001485	0,00271
Mode	6	0,468635	0,00001283	0	2,939E-19	2,889E-19	0,00013	0,00249
Mode	7	0,247745	0,00017	0	3,454E-17	1,432E-16	0,00007985	0,00001582
Mode	8	0,224933	0	0,00012	0,00001211	0,00001753	0,000005851	0,00007038
Mode	9	0,209934	0,00000005376	0	1,354E-16	1,293E-16	0,000003191	0,00007464
Mode	10	0,148846	0,00001578	1,543E-20	2,244E-15	5,084E-15	0,00199	0,000001472
Mode	11	0,124566	7,702E-20	0,000008075	0,00000004817	0,00422	0,00000002327	0,000004722
Mode	12	0,118038	0,00000005447	1,312E-19	7,198E-15	3,013E-16	0,00000723	0,000005474

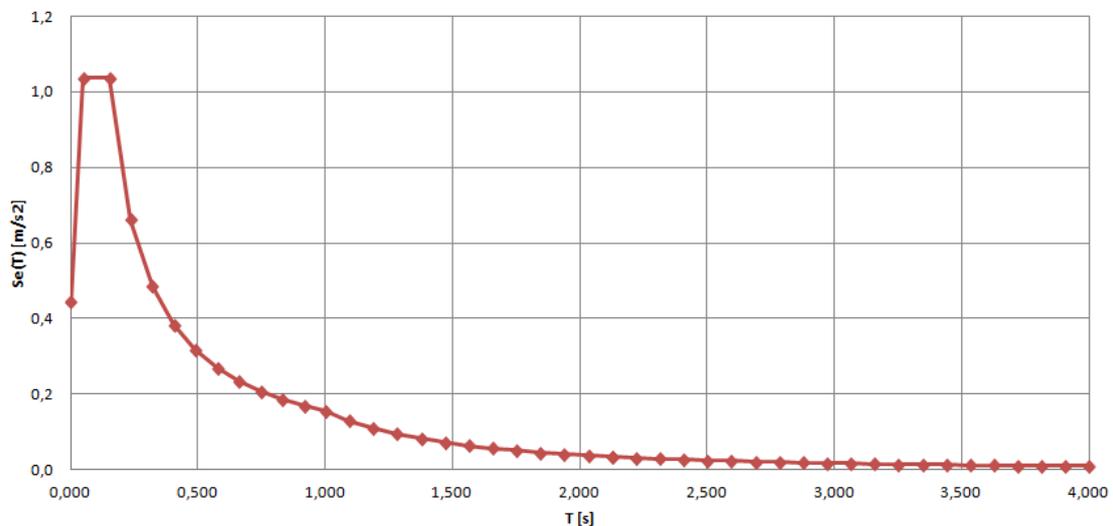
Si nota come anche in questo caso la risposta sia dominata dai primi tre modi di vibrare ma, diversamente dalle verifiche allo SLU, essendo aumentata sensibilmente la rigidezza equivalente del sistema di isolamento, i periodi della struttura si sono ridotti.

Per le verifiche allo stato limite di esercizio si considerano gli spettri allo SLD :

Spettro di risposta elastico in accelerazione orizzontale



Spettro di risposta elastico in accelerazione verticale



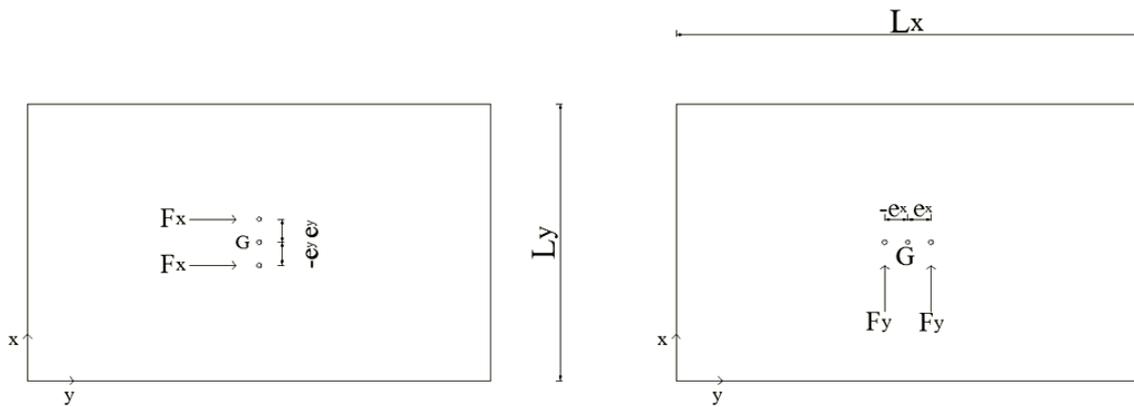
Anche in questo caso si valutano gli effetti del sisma sulla struttura per ciascuna delle tre componenti (le due orizzontali x e y e quella verticale z).

Tali effetti vanno poi combinati applicando l'espressione:

$$E = 1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y + 0,30 \cdot E_z$$

Con rotazione dei coefficienti moltiplicativi e conseguente individuazione degli effetti più gravosi. Dato che l'azione sismica può agire, per ogni direzione di incidenza, con due versi opposti, per ciascuno stato limite vanno considerate 24 combinazioni.

Queste combinazioni di carico devono essere poi quadruplicate per tenere in considerazione la variabilità spaziale del moto sismico e di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse.



Sisma diretto lungo x

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_x = 11,25 \text{ m}$.

$$e_y = 0,05 \cdot 11,25 = 0,5625 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo x:

Piano	$(F_{h,i})_x$
6	194,774
5	193,273
4	168,518
3	145,608
2	131,187
1	131,708
TERRA	162,902

Si risale ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_z)_x = (F_{h,i})_x \cdot e_y$$

Carico Definito dall'Utente nei Diaframmi

Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	109,56		
DIAPH5	15,4	0,	0,	108,716		
DIAPH4	12,25	0,	0,	94,791		
DIAPH3	9,1	0,	0,	81,905		
DIAPH2	5,95	0,	0,	73,793		
DIAPH1	2,8	0,	0,	74,086		
DIAPH0	0,	0,	0,	91,632		

Sisma diretto lungo x

Si considera la corrispondente eccentricità accidentale nella direzione trasversale tenendo conto che $L_x = 25,8 \text{ m}$.

$$e_x = 0,05 \cdot 25,8 = 1,29 \text{ m}$$

Noti i valori delle forze sismiche di piano dirette lungo x:

Piano	$(F_{h,i})_Y$
6	187,808
5	192,917
4	168,232
3	146,154
2	152,824
1	131,858
TERRA	165,05

Si risale ai valori dei momenti torcenti corrispondenti:

$$(M_Z)_Y = (F_{h,i})_Y \cdot e_x$$

Carico Definito dall'Utente nei Diaframmi						
Diaphragm	Diaphragm Z	FX	FY	MZ	X	Y
DIAPH6	18,55	0,	0,	242,272		
DIAPH5	15,4	0,	0,	248,863		
DIAPH4	12,25	0,	0,	217,019		
DIAPH3	9,1	0,	0,	188,539		
DIAPH2	5,95	0,	0,	197,143		
DIAPH1	2,8	0,	0,	170,097		
DIAPH0	0,	0,	0,	212,915		

Una volta definiti i sismi e le relative eccentricità occorrerà creare le combinazioni corrispondenti.

Le combinazioni previste dalla normativa sono:

$$\pm E_x \pm M_x \pm 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y \pm 0,3 \cdot E_z$$

$$\pm 0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x \pm E_y \pm M_y \pm 0,3 \cdot E_z$$

$$\pm 0,3 \cdot E_x \pm 0,3 \cdot M_x \pm 0,3 \cdot E_y \pm 0,3 \cdot M_y \pm E_z$$

In accordo con il punto 2.5.3 [D.M. 2008], l'azione sismica E va combinata con le azioni permanenti e variabili secondo l'espressione:

$$E + G_1 + G_2 + \sum \psi_{2j} Q_{kj}$$

Ottenendo infine i seguenti spostamenti degli isolatori:

ISOLATORE	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]
ISO 3-A	0,053672	0,058027	0,06505
ISO 3-B	0,053672	0,055337	0,06266
ISO 2-A	0,052026	0,058207	0,06481
ISO 1-A	0,053321	0,058207	0,06512
ISO 2-B	0,053321	0,055337	0,06257

Si mettono a confronto gli spostamenti orizzontali degli isolatori ottenuti nei due casi:

	SISMA	VENTO
ISOLATORE	d_{ed} [m]	d_{ed} [m]
ISO 3-A	0,06505	0,03291
ISO 3-B	0,06266	0,03283
ISO 2-A	0,06481	0,03291
ISO 1-A	0,06512	0,03292
ISO 2-B	0,06257	0,03285

Dai risultati contenuti nella tabella si evidenzia come l'azione sismica sia preponderante anche nelle verifiche allo stato limite di esercizio, essendo l'artefice di uno spostamento doppio rispetto a quello provocato dall'azione del vento.

6.7.2 Verifica spostamenti relativi impalcati

A riguardo delle verifiche allo stato limite di esercizio, al punto 7.10.6.1[D.M. 2008] si prescrive che la verifica allo SLD della sovrastruttura deve essere effettuata controllando che gli spostamenti interpiano ottenuti dall'analisi siano inferiori ai 2/3 dei limiti indicati per lo SLD nel paragrafo 7.3.7.2.

Spostamenti impalcati:

	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]
Terra	0,053321	0,058207	0,06512
1	0,055374	0,060343	0,06754
2	0,058383	0,063383	0,07099
3	0,061068	0,066204	0,07417
4	0,063159	0,068462	0,07671
5	0,064590	0,070057	0,07848
6	0,065399	0,071090	0,07960

Per le costruzioni ricadenti in classe d'uso I e II si deve verificare che l'azione sismica di progetto non produca agli elementi costruttivi senza funzione strutturale danni tali da rendere la costruzione temporaneamente inagibile.

Nel caso delle costruzioni civili, qualora la temporanea inagibilità sia dovuta a spostamenti eccessivi interpiano, questa condizione si può ritenere soddisfatta quando gli spostamenti interpiano ottenuti dall'analisi in presenza dell'azione sismica di progetto relativa allo SLD siano inferiori al seguente limite:

$$d_r < \frac{2}{3}(0,005 \cdot h)$$

	Altezza interpiano h [m]	Spostamenti interpiano d_r [m]	Limite [m]
Terra - 1°	2,80	0,00242	0,00930
1° - 2°	3,15	0,00345	0,01050
2° - 3°	3,15	0,00318	0,01050
3° - 4°	3,15	0,00254	0,01050
4° - 5°	3,15	0,00177	0,01050
5° - 6°	3,15	0,00112	0,01050

Gli spostamenti interpiano massimi risultano minori del valore ammesso da normativa e di conseguenza la verifica allo SLD è soddisfatta.

7. Progetto isolatori a pendolo scorrevole

7.1 La meccanica del comportamento

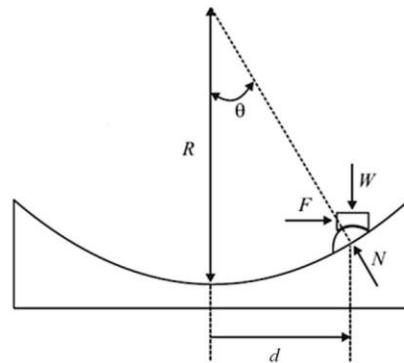
Per definire le caratteristiche meccaniche degli isolatori a pendolo scorrevole (FPS) è necessario introdurre dei concetti base del moto pendolare.

Nelle ipotesi di attrito nullo e di piccoli spostamenti, la forza di richiamo orizzontale del dispositivo, da semplici considerazioni geometriche, è data dalla relazione:

$$\left. \begin{array}{l} F = N \sin \theta \\ W = N \cos \theta \end{array} \right\} F = W \tan \theta$$

$$\left. \begin{array}{l} F = W \tan \theta \\ \tan \theta \cong \frac{d}{R} \end{array} \right\} F \cong \frac{W}{R} d$$

dove W è il carico sul singolo dispositivo, d lo spostamento sismico e R raggio di curvatura dell'isolatore FPS.



Indicata con K la rigidezza orizzontale del dispositivo e introducendo la definizione di rigidezza alla traslazione nella relazione precedente si ottiene che la rigidezza del dispositivo, nelle ipotesi citate, è pari al rapporto tra il carico supportato e il raggio di curvatura del dispositivo:

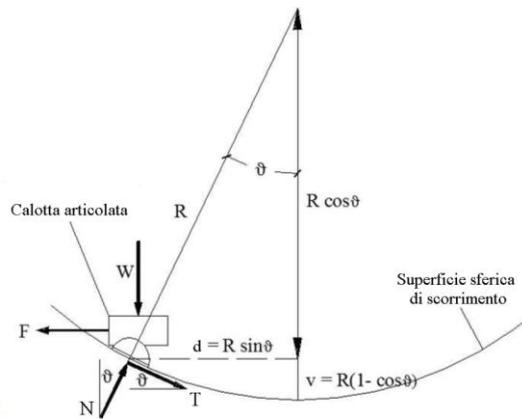
$$\left. \begin{array}{l} F = Kd \\ F \cong \frac{W}{R} d \end{array} \right\} K = \frac{W}{R}$$

Definita la rigidezza del dispositivo, il periodo di isolamento risulta fornito dalla relazione:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{WR}{gW}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

da cui si evince che in assenza di attrito il periodo di isolamento dipende soltanto dal raggio di curvatura R del dispositivo di isolamento, e non dipende dalla massa della struttura.

Gli isolatori a scorrimento a superficie curva usano la forza di gravità come forza di ricentraggio; il carico verticale, infatti, dà luogo ad una componente nella direzione tangenziale alla superficie sferica consentendo al dispositivo di ricentrarsi. Durante il sisma la calotta si muove lungo la superficie concava sferica, causando così l'innalzamento della massa supportata della sovrastruttura. L'innalzamento realizzato dal pendolo converte energia cinetica in energia potenziale e quest'ultima richiama la massa oscillante nella sua posizione iniziale di equilibrio stabile.



Introducendo il coefficiente di attrito μ e nell'ipotesi di piccoli spostamenti, la forza di richiamo orizzontale F_{max} risulterà essere:

$$F_{max} = F + F_{\mu} = W \tan \theta + \mu N \cos \theta = W \tan \theta + \mu W = W \left(\frac{d}{R} + \mu \right)$$

Dalla formula si ricava anche il dominio ammissibile in cui si realizza un equilibrio stabile:

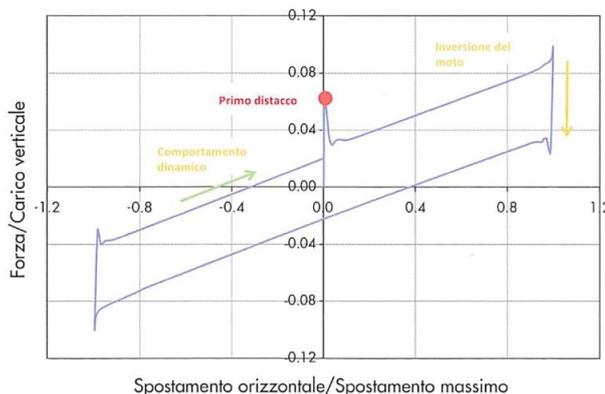
$$F_{\mu} \geq F \quad \rightarrow \quad d \leq \mu R$$

Ovvero per spostamenti inferiori a μR il sistema non sarà in grado di ricentrarsi, trovandosi in una configurazione di equilibrio stabile, mentre si ricentrerà per spostamenti superiori. Introdotto il coefficiente di attrito μ la rigidezza del dispositivo diventa:

$$K = \frac{W}{R} + \frac{\mu W}{d}$$

Risulta importante sottolineare il differente valore che il coefficiente di attrito assume in condizioni statiche ed in condizioni dinamiche e provoca che la forza necessaria per mettere in moto il dispositivo è maggiore di quella che si esplica durante il moto stesso.

Gli isolatori a pendolo scorrevole presentano un ciclo d'isteresi del tipo rigido-plastico incrudente, con una rigidezza iniziale molto elevata (legata al valore del coefficiente di attrito statico, ossia alla necessità di attingere alla forza di primo distacco) e una rigidezza in fase di slittamento.



La forza al distacco è la forza necessaria per imporre il distacco dello slider dalle superfici di scorrimento. Si manifesta nella fase di avvio e in tutte le inversioni di direzione dello spostamento.

$$F_{distacco} = \mu_{distacco} W$$

$$F_{dinamico} = \mu_{dinamico} W + \frac{W}{R} d$$

La rigidezza secante o equivalente di un singolo isolatore è espressa da:

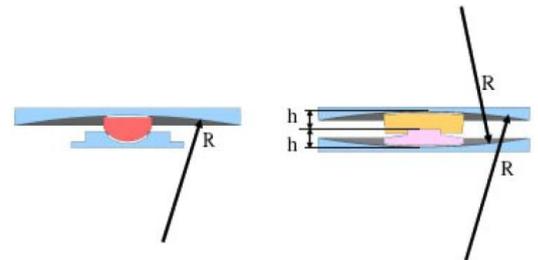
$$K_e = \frac{W}{R_1} + \frac{\mu W}{d} = W \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{d} \right)$$

W = carico verticale sul singolo isolatore;

μ = coefficiente di attrito dinamico, funzione di W ;

d = spostamento di progetto relativo ad uno stato limite;

R_1 = raggio di curvatura di un isolatore a superficie di scorrimento singola. Se l'isolatore è a due superfici di scorrimento $R_2 = 2 \times (R_1 - h)$, con h distanza fra il centro dell'articolazione e le superfici sferiche.



Quindi la rigidezza del singolo isolatore dipende dallo spostamento d e dal carico verticale agente sull'isolatore stesso, per cui al contrario degli isolatori elastomerici, in una struttura le rigidezze sono tutte diverse.

Il periodo proprio di oscillazione del sistema isolato è espresso da:

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{d} \right)}}$$

Lo smorzamento viscoso equivalente è espresso da:

$$\xi_e = \frac{2}{\pi} \frac{\mu}{\mu + \frac{d}{R_1}}$$

Dalle relazioni precedenti si ricava che la rigidezza secante o equivalente K_e non è costante, come accade negli isolatori elastomerici, ma dipende dallo sforzo normale W_i agente sul singolo dispositivo, dal coefficiente d'attrito (a sua volta dipendente da W_i) e dallo spostamento d , che a sua volta dipende dallo spettro impiegato (SLD, SLV o SLC).

Un'importante proprietà degli isolatori FPS consiste nella capacità di eliminare pressochè totalmente gli effetti torsionali presenti in edifici in cui il baricentro delle masse non coincide con il baricentro delle rigidezze.

7.2 Dimensionamento del sistema di isolamento a pendoli scorrevoli

L'obiettivo del seguente capitolo è quello di studiare lo stesso edificio analizzato nel capitolo precedente, ma questa volta dotarlo di un sistema di isolamento composto da 18 isolatori a pendolo scorrevole.

Si adottano isolatori a scorrimento con superficie curva della serie FIP.

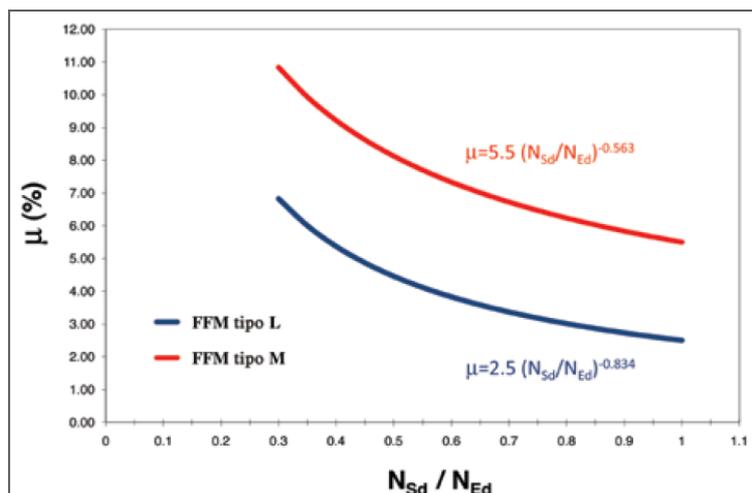
Il materiale usato nella superficie di scorrimento primaria degli isolatori FIP è il FFM (FIP Friction Material) un polietilene ad altissimo peso molecolare caratterizzato da ottime proprietà per quanto concerne la capacità di carico, la resistenza all'usura, la stabilità e la durabilità.

Il coefficiente di attrito dinamico dipende sia dalla velocità che dalla pressione. La dipendenza dalla velocità solitamente non è significativa nel campo di velocità associate all'eccitazione sismica di una struttura isolata. Al contrario la dipendenza dalla pressione (carico verticale) non è trascurabile: in particolare il coefficiente di attrito diminuisce all'aumentare del carico verticale. In tabella sono riportati valori tipici del coefficiente di attrito dinamico del FFM, rispettivamente per FFM tipo L (basso attrito) e FFM tipo M (attrito medio).

tipo di FFM	L (basso attrito)	M (attrito medio)
Coefficiente d'attrito minimo (%)	2.5	5.5

I valori del coefficiente di attrito riportati in tabella sono valori minimi e corrispondono al carico verticale massimo di progetto N_{Ed} dell'isolatore a scorrimento a superficie curva.

Il grafico sottostante mostra come il coefficiente di attrito dinamico cambi con il carico verticale, in particolare con il rapporto tra il carico verticale N_{Sd} agente sull'isolatore (considerato costante ed uguale al carico quasi-permanente) ed il carico verticale massimo di progetto N_{Ed} . Quest'ultimo è il carico verticale massimo che l'isolatore può supportare nelle combinazioni di carico SLU comprensive del Sisma.



Per una struttura isolata con tale sistema, il periodo principale di oscillazione dipende dalla rigidità equivalente del sistema che a sua volta dipende dal coefficiente di attrito, dallo spostamento di progetto e dal raggio di curvatura della superficie di scorrimento curva, mentre risulta indipendente dalla massa della struttura.

Poiché lo spostamento di progetto d_{ed} non è noto inizialmente, si può operare attraverso un calcolo iterativo, imponendo un valore di d_{ed} di tentativo, calcolando in base ad esso rigidità, periodo e smorzamento. Si può così ottenere attraverso lo spettro di risposta un nuovo valore di d_{ed} col quale si ripete il calcolo fino a che il procedimento converga, la qual cosa avviene molto rapidamente.

Si fissa il periodo proprio di oscillazione del sistema isolato ($T_e = 2,81639$ sec), il coefficiente di attrito ($\mu = 0,07$), lo spostamento di progetto di tentativo ($d_{ed} = 0,30$ m) e si ricava il raggio di curvatura della superficie concava di contatto:

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{d} \right)}} = 2,81639 \text{ sec} \Rightarrow R_1 = 3650 \text{ mm}$$

Siccome per spostamenti prossimi ai 300 ÷ 350 mm il produttore prevede dispositivi con raggio di curvatura $R_1 = 3700$ si procede a verificare il periodo corrispondente del sistema isolato.

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_e}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{d} \right)}} = 2,827 \text{ sec}$$

Per determinare la rigidità equivalente da assegnare a ciascun isolatore risulta necessario tenere in considerazione il carico verticale agente su ciascun isolatore N_{Sd} (considerato costante ed uguale al carico quasi-permanente) :

$$K_e = W \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu}{d} \right)$$

	N_{Sd} [kN]	K_e [kN/m]
ISO 3-A	-1133,104	571
ISO 3-B	-1774,489	894
ISO 3-C	-1398,491	705
ISO 2-A	-1639,533	826
ISO 2-B	-2363,081	1191
ISO 2-C	-1717,630	866
ISO 1-A	-1184,939	597
ISO 1-B	-1808,606	912
ISO 1-C	-1431,575	722

Si procede con la modellazione dell'edificio tramite sap2000 e l'aggiornamento della rigidità degli isolatori. Si effettua un'analisi modale ottenendo i seguenti modi di vibrare:

StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	UX Unitless	UY Unitless	UZ Unitless	RX Unitless	RY Unitless	RZ Unitless
Mode	1	2,888915	0,96415	0	0	0	0,22969	0,0724
Mode	2	2,880746	0	0,9806	0,0000006864	0,48017	0,0000003316	0,57345
Mode	3	2,868657	0,01625	0	0	0	0,00306	0,33495
Mode	4	0,534345	0,0023	0	1,366E-17	8,421E-18	0,09756	0,0003
Mode	5	0,523751	0	0,00213	0,000001504	0,20399	0,0000007266	0,00124
Mode	6	0,484366	0,000005921	0	1,396E-19	2,724E-19	0,00017	0,00041
Mode	7	0,248333	0,00007688	0	3,982E-18	4,005E-15	0,00000823	0,000008054
Mode	8	0,225388	0	0,00005459	0,00001078	0,00001538	0,000005206	0,00003193
Mode	9	0,211068	0,0000008908	0	1,697E-19	2,418E-18	0,000002951	0,00001148
Mode	10	0,148821	0,000007145	0	2,199E-16	2,373E-16	0,00137	0,0000007523
Mode	11	0,124296	0	0,000003669	0,0000005382	0,00261	0,0000002598	0,000002146
Mode	12	0,117925	0,00000009245	0	4,785E-16	1,286E-16	0,0000006037	0,0000008606

Si ottengono dei periodi molto simili a quelli ottenuti con isolatori elastomerici, perciò la sovrastruttura sarà soggetta a sollecitazioni prossime a quelle ottenute nel caso precedente.

Si verifica che nessun isolatore sia soggetto a regime di trazione e si calcola lo spostamento di progetto che determinerà la scelta del dispositivo:

	$N_{Ed\ min}$ [kN]	$N_{Ed\ max}$ [kN]	d_x [m]	d_y [m]	d_{ed} [m]
ISO 3-A	-271,540	-1900,919	0,222580	0,263507	0,290
ISO 3-B	-1127,660	-2327,567	0,222580	0,254550	0,282
ISO 2-A	-1256,277	-1929,038	0,238581	0,263507	0,294
ISO 1-A	-569,689	-1706,439	0,260192	0,263507	0,299
ISO 1-B	-1347,148	-2176,313	0,260192	0,254550	0,295

Attrito medio		SPOSTAMENTO ± 300 mm					
Sigla Isolatore	N_{Ed} kN	D mm	Y mm	Z mm	H mm	n	W kg
		570	680	570	139	4	160
		600	710	600	134	4	180
FIP-D M 510/600 (3700)	310	630	800	630	138	4	220
FIP-D M 590/600 (3700)	600	650	820	650	134	4	230
FIP-D M 670/600 (3700)	930	670	840	670	143	4	250
FIP-D M 760/600 (3700)	1300	690	940	720	150	4	300
FIP-D M 860/600 (3700)	1700	710	960	740	146	4	320
FIP-D M 1050/600 (3700)	2650	750	1000	770	171	4	400
FIP-D M 1200/600 (3700)	3450	780	1030	790	175	4	460
FIP-D M 1400/600 (3700)	4300	810	1060	810	179	4	530
FIP-D M 1600/600 (3700)	5250	840	1090	840	195	4	590
FIP-D M 1750/600 (3700)	6000	860	1190	920	200	4	690
FIP-D M 1900/600 (3700)	6700	880	1210	930	196	4	720
FIP-D M 2250/600 (3700)	8650	930	1170	1050	243	8	950
FIP-D M 2700/600 (3700)	10900	980	1220	1090	241	8	1100
FIP-D M 3150/600 (3700)	13300	1030	1310	1190	247	8	1350
FIP-D M 3550/600 (3700)	15500	1070	1350	1220	290	8	1700
FIP-D M 4400/600 (3700)	20000	1150	1430	1450	287	12	2100
FIP-D M 5200/600 (3700)	24500	1220	1500	1500	356	12	2750
FIP-D M 6750/600 (3700)	33500	1340	1620	1750	356	16	3600
FIP-D M 8350/600 (3700)	43000	1450	1730	2170	433	24	5300
FIP-D M 9800/600 (3700)	51000	1540	1870	2280	418	20	6000

Si adottano quindi degli isolatori a pendolo scorrevole FIP-D M 1050/600 (3700) con materiale a medio attrito, che permette uno spostamento di ± 300 mm in tutte le direzioni, e caratterizzato da un raggio di curvatura equivalente di 3700 mm.

8. Analisi costi-benefici di un edificio isolato sismicamente

Il costo di un singolo isolatore, valutando le specifiche tecniche e i prezzi di listino dei produttori, non è tanto legato al massimo carico verticale sostenibile, quanto al massimo spostamento richiesto. Poiché quest'ultimo, a parità di azione sismica, è proporzionale al rapporto di isolamento scelto, la conseguenza è che il costo di un edificio isolato alla base è tanto maggiore quanto maggiore è il periodo obiettivo di isolamento. Valutando alcuni computi metrici estimativi relativi a progetti di edifici isolati alla base, si può dire che il costo dei dispositivi di isolamento si aggira intorno al 5% del costo di costruzione.

Se si effettua un confronto con le costruzioni a base fissa, il maggior costo derivante dal sistema di isolamento è legato a:

- Variazione nella maglia strutturale
- Variazione nella concezione architettonica ed impiantistica

La variazione nella maglia strutturale è legata all'introduzione di baggioli in corrispondenza di ciascun isolatore, alla necessità di un graticcio di travi (diaframma rigido) immediatamente al di sopra del piano di isolamento. Tali maggiorazioni sono però compensate dalla possibilità di utilizzare dettagli costruttivi meno onerosi, sia in termini di geometria delle sezioni, sia in termini di barre d'armatura, in modo tale che tale aliquota dell'incremento di costo risulti contenuta nel limite del 5%.

La variazione nella concezione architettonica ed impiantistica gioca un ruolo determinante ai fini del corretto comportamento di un edificio isolato alla base durante il sisma. Risulta necessario progettare un giunto sismico in grado di permettere alla struttura di subire gli spostamenti di progetto senza dare luogo a fenomeni di martellamento. Altre modifiche da apportare riguardano il vano scala ed il vano ascensore che, nel caso non siano alloggiati dentro un nucleo in cemento armato al di sotto del quale inserire gli isolatori, gli elementi strutturali del telaio di sostegno dell'ascensore e della scala presenti nella sovrastruttura andranno interrotti in corrispondenza del piano di isolamento, prevedendo inevitabilmente la presenza di elementi strutturali appesi. Infine si dovranno adottare tubazioni flessibili per tutte le canalizzazioni impiantistiche che attraversano il piano di isolamento. Tali opere aumentano il costo complessivo della costruzione al massimo 5%.

Complessivamente la scelta progettuale di dotare un edificio di un sistema di protezione sismica basato su dispositivi di isolamento comporta un incremento dei costi, rispetto all'usuale progettazione antisismica, pari a circa il 15%.

Tale cifra non tiene in conto di un importante vantaggio degli edifici isolati alla base: a seguito di un terremoto di progetto, la struttura presenta danni molto limitati, non dovendo ricorrere alle sue risorse di duttilità per dissipare l'energia in ingresso.

I danni provocati dal sisma sono essenzialmente imputabili a due cause:

- Spostamenti di interpiano → provocano i danni agli elementi strutturali e non strutturali
- Accelerazioni di piano → provocano i danni ai contenuti, ai controsoffitti e alle canalizzazioni dell'aria.

Per un tradizionale edificio alla base è pressoché impossibile impostare una progettazione in grado di ridurre contemporaneamente le due cause.

Per un edificio isolato alla base si registra contemporaneamente una notevole riduzione sia dello spostamento d'interpiano sia dell'accelerazione di piano.

Di conseguenza sia i danni dovuti ad un eccessivo spostamento d'interpiano, sia quelli relativi alle accelerazioni di piano si riducono e complessivamente l'ammontare dei danni si riduce da circa il 37% costo di costruzione (edificio a base fissa) a circa l'8% (edificio isolato).

Tale risultato, valutato in sede di analisi dei costi del ciclo di vita dell'edificio, mitiga in larga parte l'incremento del 15% dovuto all'introduzione del sistema di isolamento.

CONCLUSIONI

Nella presente tesi si è voluto approfondire la tecnica avanzata di protezione sismica delle strutture più comune: l'isolamento sismico.

Dopo aver preso dimestichezza con il funzionamento dei sistemi di isolamento e aver compreso la meccanica dei vari dispositivi, si è scelto di sviluppare la seconda parte della tesi con l'obiettivo di applicare ad un caso di studio pratico la teoria appresa precedentemente.

In tal modo si è potuto comprendere l'importanza della concezione strutturale delle costruzioni ai fini dell'impiego dell'isolamento sismico.

In particolare si è visto come gli edifici con un elevato rapporto tra le due dimensioni in pianta, mostrano una forte tendenza ad evidenziare effetti torsionali legati alla eccentricità accidentale, tra il centro di massa della sovrastruttura e il centro di rigidità del sistema di isolamento, al crescere di tale rapporto. Se a questa eccentricità accidentale si va ad aggiungere anche quella strutturale, legata ad una progettazione non bilanciata degli elementi resistenti, non risulta più possibile ottenere una risposta sismica puramente traslatoria. Gli effetti torsionali che si innescano in tali condizioni comportano una rotazione della struttura attorno ad un asse verticale che, se non adeguatamente limitata, può dare luogo a scostamenti significativi nei valori degli spostamenti subiti dai vari isolatori. Tale circostanza può comportare in taluni dispositivi l'insorgere di fenomeni di non linearità che possono ulteriormente accentuare la torsione. Infatti elementi con la stessa rigidità iniziale possono presentare comportamenti differenti a seconda del livello di deformazione raggiunto, alterando la distribuzione delle forze nel piano di isolamento.

Vengono segnalati anche gli edifici con un elevato rapporto altezza/larghezza in una delle due direzioni, tale da generare un regime di trazioni in taluni dispositivi tanto più l'edificio è alto e snello e quanto più la resistenza alle azioni orizzontali è concentrata solo in alcune zone della maglia strutturale.

Per tali motivazioni è stato opportuno agire su:

- **La disposizione planimetrica e la calibrazione della rigidità degli isolatori**
Si sono combinati dispositivi elastomerici e a scorrimento con l'obiettivo di calibrare la rigidità equivalente del sistema di isolamento in modo da ridurre il più possibile l'eccentricità tra il relativo centro di rigidità e la proiezione sul piano di isolamento del centro di massa della sovrastruttura.

- **La disposizione planimetrica e il dimensionamento degli elementi resistenti alle azioni laterali**

Tali elementi, essenziali al fine di garantire nelle due direzioni principali sufficiente rigidità nei confronti delle forze sismiche pur filtrate dal sistema di isolamento, sono stati progettati in modo tale che, grazie all'azione dei carichi gravitazionali di pertinenza, in corrispondenza degli isolatori si avessero solo sforzi di compressione.

Infine si richiamano i vantaggi derivanti dall'isolamento sismico che possono sintetizzarsi in una sicurezza globale superiore rispetto ai corrispondenti edifici a base fissa.

In particolare si evidenziano i seguenti benefici:

- Abbattimento delle accelerazioni sismiche nella sovrastruttura e conseguente riduzione delle forze orizzontali e delle sollecitazioni ad esse conseguenti
- Comportamento essenzialmente elastico della sovrastruttura che permette di preservare le componenti strutturali e non strutturali con minor costi di riparazioni
- La riduzione degli spostamenti d'interpiano che permette di mantenere l'agibilità della costruzione mitigando inoltre la percezione dell'evento sismico da parte degli occupanti del fabbricato
- La progettazione di sistemi strutturali con isolamento sismico, non facendo affidamento sulla duttilità per fronteggiare l'azione sismica, non richiede il rispetto delle stringenti prescrizioni della gerarchia delle resistenze (dettagli costruttivi sono semplificati).

Tali vantaggi si manifestano a prezzo di spostamenti elevati, pur concentrati al livello del sistema di isolamento. Le normative vigenti richiedono la verifica nelle condizioni più sfavorevoli relative allo stato limite di collasso SLC (considera una probabilità di accadimento dell'evento nel periodo di riferimento del 5% che per un edificio ad uso residenziale implica un sisma con tempo di ritorno di 975 anni). Risulta perciò necessario l'inserimento di giunti sismici contro il martellamento e di giunzioni flessibili per le connessioni impiantistiche compatibili con gli spostamenti di progetto

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ministro delle infrastrutture e dei trasporti, *D.M. 14 gennaio 2008, "Norme tecniche per le costruzioni"*, Gazzetta Ufficiale n.29 del 4 febbraio 2008, Supplemento Ordinario n.30, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato.
- [2] Ministro delle infrastrutture e dei trasporti, *Circolare 2/2/2009 nr. 617, Istruzioni per l'Applicazione delle Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni di cui al D.M. 14/01/2008*, Gazzetta Ufficiale n.47 del 26 febbraio 2009, Supplemento Ordinario n.27, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato.
- [3] Foti D., Mongelli M., *Isolatori Sismici per Edifici Esistenti e di Nuova Costruzione*, Ed. Dario Flaccovio, Palermo, 2011
- [4] Ghersi A., Lenza P., *Edifici antisismici in cemento armato*, Ed. Dario Flaccovio, Palermo, 2009.
- [5] Giovannardi F., Guisasola A., *Base isolation : dalle origini ai giorni nostri*, Adepron, 2010.
- [6] Martelli A., Sannino U., Parducci A., Braga F., *Moderni sistemi e tecnologie antisismici. Una guida per il progettista*, 21mo secolo, Milano, 2008.
- [7] Martelli A., *Continua a crescere l'applicazione dei sistemi antisismici*, 21mo secolo, Milano, 2013.
- [8] Martelli A., *I sistemi e i dispositivi antisismici in Sicilia, in Italia e nel mondo : dall'isolamento sismico della scuola Johan Heinrich Pestalozzi a Skopje negli anni '60 a quella nuova Francesco Jovine, « la scuola più sicura d'Italia », a San Giuliano di Puglia nel 2008*, Seminario «Centenario del terremoto e del maremoto di Messina e Reggio Calabria: 1908-2008, un secolo di ingegneria sismica, Messina, 2009.
- [9] Kelly T. ,*"Base Isolation of Structures – Design Guidelines"* Holmes Consulting Group ltd, Wellington, New Zealand, 2001.
- [10] Cuomo G., *L'effetto di carichi verticali elevati sul progetto dei dispositivi di isolamento sismico*, Tesi di Dottorato, XX Ciclo, Università Federico II, Napoli, 2010.
- [11] M. Dolce, D. Cardone, F.C. Ponzo, A. Di Cesare, *Progetto di edifici con Isolamento Sismico* - IUSS Press
- [12] Ghersi A., *Il cemento armato*, Ed. Dario Flaccovio, Palermo, 2010.

RINGRAZIAMENTI

Al termine del lavoro desidero ringraziare tutte le persone che con il loro contributo hanno reso possibile il mio percorso di studi e la realizzazione di questa tesi.

Desidero ringraziare il Prof. Claudio Mazzotti per avermi dato l'opportunità di approfondire la tematica oggetto della tesi, per la disponibilità e per gli utili consigli.

Un sentito grazie va all'Ing. Maurizio Lenzi per avermi accompagnato durante tutti gli step di questo lavoro con massima correttezza, competenza e professionalità. Grazie ai suoi moniti sono convinto di essere migliorato non solo professionalmente ma anche umanamente.

Un enorme ringraziamento va alla mia famiglia che mi ha dato la possibilità di vivere l'esperienza universitaria sostenendomi economicamente e moralmente. Spero che tutti i loro sforzi siano in parte ripagati dalla soddisfazione di vedermi arrivare a questo traguardo.

Ringrazio Sara, colei che , attraverso il suo amore, ha portato speranza ed allegria anche ai momenti più cupi della mia esistenza.

Ringrazio Ilaria e Giorgia, compagne del tortuoso percorso che si è rivelato essere la laurea magistrale. Figure sempre presenti che mi hanno permesso un confronto che si è rivelato essere spesso essenziale al superamento degli esami più ostici.

Ringrazio i miei amici, in particolare Andrea, Andrea, Luca, Paolo, Enrico, Michele e Pietro, che hanno rappresentato il necessario sfioratore atto a smaltire parte dell'onda di piena costituita dai problemi quotidiani.

