

Alma Mater Studiorum – Università degli studi di Bologna

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

DISTART

Dipartimento di Ingegneria delle Strutture, dei Trasporti, delle Acque, del Rilevamento e del
Territorio

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

COSTRUZIONE DI STRADE, FERROVIE ED AEROPORTI LS

**IMPIEGO DI METODI NUMERICI AVANZATI NELLO
STUDIO DELLE PAVIMENTAZIONI STRADALI
FLESSIBILI**

Elaborato di:

SINIBALDI LUCA

Relatore:

Prof. Ing. **GIULIO DONDI**

Correlatore:

Dott. Ing. **VALERIA VIGNALI**

Anno Accademico 2009-2010

PAROLE CHIAVE

Pavimentazioni stradali flessibili

DEM particellare

PFC^{3D}

Modellazione

Prova triassiale

INDICE

Capitolo 1 INTRODUZIONE	1
1.1. DEFINIZIONE DEL PROBLEMA.....	1
1.2. STRUTTURA DELLA TESI	2
Capitolo 2 IL FENOMENO DELLA FATICA DI UNA SOVRASTRUTTURA STRADALE	5
2.1. INTRODUZIONE	5
2.2. IL PACCHETTO STRADALE	5
2.3. IL DEGRADO DI UNA PAVIMENTAZIONE STRADALE	7
2.4. LA FATICA	8
2.5. FATTORI CHE INFLUENZANO IL COMPORTAMENTO A FATICA	11
2.5.1. Carico	11
2.5.2. Condizioni ambientali	15
2.5.3. Caratteristiche dei conglomerati bituminosi	16
2.6. CONCLUSIONI	20
Capitolo 3 I MODELLI COSTITUTIVI DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO	23
3.1. INTRODUZIONE	23
3.2. MODELLI COSTITUTIVI AL CONTINUO	25
3.2.1. Modello di rigidezza	26

3.2.2. Modello elastico lineare	28
3.2.3. Modelli viscoelastici lineari	29
3.2.4. Modelli viscoelastici non lineari	34
3.2.5. Modelli elastoplastici	35
3.2.6. Modelli viscoplastici	42
3.2.7. Modelli elasto-visco-plastici	49
3.3. MODELLI MICROMECCANICI PER MISCELE DI CONGLOMERATO BITUMINOSO.....	51
3.3.1. Modello di creep del “film” sottile di bitume	52
3.3.2. Modello microstrutturale.....	53
3.3.3. Modello agli elementi discreti particellari	59
3.4. IL COMPORTAMENTO DEL “FILM” DI BITUME.....	66
3.5. CONCLUSIONI	70
Capitolo 4 IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI	73
4.1. INTRODUZIONE	73
4.2. SVILUPPO E APPLICAZIONI DEL DEM	74
4.3. CONCETTI DI BASE	80
4.4. VANTAGGI E LIMITI DEL DEM.....	81
4.5. RAPPRESENTAZIONE DEI CONTATTI.....	82
4.6. IL MODELLO NUMERICO.....	85
4.6.1. I cicli di calcolo	85
4.6.2. La legge forza-spostamento	88
4.6.3. Il moto	91

4.6.4. Lo smorzamento.....	93
4.6.5. L'intervallo di tempo critico	95
4.7. CONCLUSIONI	97
Capitolo 5 IL SOFTWARE PFC (PARTICLE FLOW CODE)	99
5.1. INTRODUZIONE	99
5.2. I CICLI DI CALCOLO	100
5.2.1. La legge forza-spostamento	101
5.2.2. La legge del moto.....	105
5.3. LO SMORZAMENTO	107
5.4. CONFINI DEL SISTEMA E CONDIZIONI INIZIALI	107
5.5. LA CREAZIONE DEL MODELLO	108
5.5.1. Introduzione	108
5.5.2. La generazione delle particelle.....	109
5.6. MODELLI COSTITUTIVI DEI CONTATTI.....	112
5.6.1. Il modello di rigidità	113
5.6.2. Il modello di slittamento	114
5.6.3. Il modello di legame.....	115
5.7. L'INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI.....	119
5.8. LE FUNZIONI FISH.....	121
5.9. APPLICAZIONI DI PFC	121
Capitolo 6 LA MODELLAZIONE CON PFC^{3D}	127
6.1. INTRODUZIONE	127

6.2. LA GENERAZIONE DELLE PARTICELLE	127
6.3. I CONFINI DEL SISTEMA.....	129
6.4. RAGGIUNGIMENTO DELLA POROSITÀ DESIDERATA.....	130
6.5. IL LINGUAGGIO FISH	132
6.6. IL FENOMENO FISICO E LA SUA MODELLAZIONE	133
6.6.1. Introduzione	133
6.6.2. Scelta della metodologia di modellazione.....	134
6.6.3. Creazione del campione	135
6.6.4. Simulazione della prova triassiale.....	142
6.7. INDAGINE DELL'INFLUENZA DELLA FORMA E DELLE DIMENSIONI DEI GRANI DELL'AGGREGATO.....	148
Capitolo 7 RISULTATI.....	153
7.1. INTRODUZIONE	153
7.2. RISULTATI DELLE PROVE E LORO INTERPRETAZIONE.....	154
7.2.1. Prove su sfere	154
7.2.2. Prove su clump.....	161
7.3. I CERCHI DI MOHR	180
CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI	183
BIBLIOGRAFIA	189

Capitolo 1 - INTRODUZIONE

1.1 DEFINIZIONE DEL PROBLEMA

Il conglomerato bituminoso è un complesso materiale multifase (bitume, aggregato e aria sono le tre fasi che lo compongono) il cui comportamento meccanico risulta difficilmente schematizzabile a causa della sua complessa natura intrinseca disomogenea ed anisotropa e dell'elevata influenza esercitata dalle condizioni ambientali. Differenti miscele di conglomerato bituminoso possono essere prodotte a seconda delle proporzioni dei suoi componenti e dell'assortimento degli aggregati: una tipica miscela uniformemente distribuita si basa su uno scheletro costituito da aggregato che le conferisce resistenza e bitume che agisce principalmente come legante della miscela e come lubrificante per aiutare la compattazione; esistono anche delle miscele gap-graded (ad esempio lo Split Mastic Asphalt) che presentano discontinuità nella distribuzione della curva granulometrica (alcune dimensioni dei grani non sono presenti) che si basano su uno scheletro grossolano di aggregato legato da bitume che ne conferisce resistenza. Per entrambi i tipi di miscela il comportamento micromeccanico rappresenta un fattore fondamentale in termini di prestazioni del materiale.

L'approccio tradizionale alla modellazione degli strati in conglomerato bituminoso di una pavimentazione stradale consiste in una trattazione su scala macroscopica, utilizzando modelli di tipo continuo. Questo tipo di approccio comporta la realizzazione di accurate sperimentazioni per analizzare una serie di condizioni (ad esempio i livelli di tensione, i valori di carico, la temperatura), misurando la risposta macroscopica del materiale e adattando i modelli costitutivi continui al comportamento osservato. L'approccio continuo, se implementato in un programma agli Elementi Finiti, può includere equazioni costitutive non lineari per rappresentare gli effetti anisotropi, dinamici, viscosi e plastici. A giustificare

L'approccio continuo c'è da un lato il vantaggio di poter disporre di metodologie analitiche e numeriche ben consolidate, e dall'altro l'evidenza sperimentale che ne prova l'efficacia e la significatività almeno da un punto di vista fenomenologico. Spesso, però, esso risulta riduttivo e carente: è ormai noto, infatti, che i mezzi granulari esplicano un comportamento meccanico nettamente diverso da quello degli altri materiali e questa differenza è imputabile proprio alla loro natura particellare. Diventa, quindi, indispensabile ricorrere ad un approccio di tipo discontinuo, in grado di prendere in considerazione il carattere discreto del sistema ed analizzare i processi microscopici di base che ne determinano il comportamento tenso-deformativo macroscopico. Fino a qualche decennio fa era impensabile studiare il conglomerato bituminoso a livello particellare, in quanto le variabili in gioco sono alquanto numerose; oggi però, con lo sviluppo sempre maggiore dei calcolatori, diventa auspicabile un incremento della ricerca in tale direzione. Con il Metodo degli Elementi Discreti (DEM), introdotto per la prima volta da *Cundall* nel 1971 per l'analisi di problemi di meccanica delle rocce e poi esteso da *Cundall e Strack* nel 1979 allo studio dei materiali granulari come la sabbia, è possibile modellare materiali composti da singole particelle in cui una particella può ruotare o scorrere rispetto alle altre.

Lo scopo di questo elaborato è quello di indagare il comportamento a fatica di miscele in conglomerato bituminoso utilizzando il programma agli elementi discreti PFC^{3D} (Particle Flow Code in Three Dimensions). I risultati ottenuti, in particolare, saranno confrontati con dati sperimentali per verificare la bontà del modello.

1.2 STRUTTURA DELLA TESI

Nel **Capitolo 2** sono trattate in maniera sintetica le pavimentazioni stradali flessibili, soffermandosi sul fenomeno della fatica che rappresenta la principale causa di ammaloramento di queste sovrastrutture. Questi fenomeni sono correlati alla diminuzione della portanza delle pavimentazioni ed alla riduzione della vita

utile delle stesse; essi comportano inoltre un incremento dei costi di manutenzione e riabilitazione.

Nel **Capitolo 3** sono descritti i principali metodi utilizzati per studiare il comportamento a fatica del conglomerato bituminoso, differenziandoli tra: modelli *continui*, che schematizzano la miscela come un mezzo continuo, e modelli *microscopici*, che permettono di valutare le proprietà micromeccaniche della miscela.

Il **Capitolo 4** mostra le potenzialità del secondo tipo di approccio. Viene infatti descritto il *Metodo degli Elementi Discreti*, metodo numerico che si avvale proprio di un approccio particellare. Vengono riportate le leggi sulle quali si basa e alcune possibilità di applicazione.

Il **Capitolo 5** riporta il programma di calcolo utilizzato per effettuare le simulazioni, *Particle Flow Code in Three Dimensions*: è un codice agli Elementi Discreti, in quanto modella il comportamento di sistemi composti da particelle circolari che interagiscono tra loro. Essendo questo tipo di approccio di recente sviluppo, è stato ritenuto opportuno riportare le caratteristiche principali del programma, le equazioni che governano i cicli di calcolo, informazioni generali sui modelli di PFC^{3D} , come si possono interpretare i risultati, nonché alcuni semplici esempi per una prima comprensione del modo in cui il programma lavora.

Il **Capitolo 6** introduce la procedura di preparazione numerica dei campioni. Vengono successivamente descritte le prove triassiali effettuate: si è cercato di tarare il modello in modo che si avvicinasse il più possibile a quelli utilizzati nella realtà per effettuare prove di laboratorio triassiali. Scopo di questi test, infatti, non era tanto quello di scoprire nuove relazioni, quanto quello di appurare se modelli PFC^{3D} possano bene adattarsi allo studio delle miscele di conglomerato bituminoso e diventare quindi un ulteriore mezzo di ricerca e applicazione. I risultati delle simulazioni effettuate sono poi presentate nel **Capitolo 7**. Infine vengono riassunte le conclusioni dell'elaborato e suggeriti eventuali approfondimenti per lavori futuri.

Capitolo 2 - IL FENOMENO DELLA FATICA DI UNA SOVRASTRUTTURA STRADALE

2.1 INTRODUZIONE

Il fenomeno della fatica è una delle principali cause di deterioramento di una sovrastruttura stradale. Si manifesta in un primo momento nella degradazione degli strati legati del pacchetto e, conseguentemente, nel danneggiamento dell'intera struttura della pavimentazione. I materiali bituminosi utilizzati nella costruzione stradale, infatti, sono soggetti a carichi ripetitivi corrispondenti al continuo passaggio dei veicoli; tali carichi, se sufficientemente elevati, determinano la perdita di rigidità dei materiali costituenti il pacchetto e possono, attraverso l'accumulo delle sollecitazioni nel lungo periodo, portare alla fessurazione ed alla rottura. Il danneggiamento per fatica, pertanto, deve essere correttamente compreso e studiato al fine di assicurare un'adeguata progettazione strutturale.

2.2 IL PACCHETTO STRADALE

Una pavimentazione stradale, sia essa flessibile o semirigida, è tradizionalmente costituita da più strati sovrapposti di materiali differenti, composti da miscele di aggregati lapidei e leganti, a formare una vera e propria struttura frapposta tra i carichi ed il terreno in posto che prende anche il nome di Sovrastruttura Stradale. La serie di strati costituenti ha, in genere, una ossatura litica con dimensione degli elementi decrescente dal basso verso l'alto a fronte di una qualità crescente delle caratteristiche meccaniche degli inerti stessi e della miscela che li comprende.

Il ruolo primario della sovrastruttura stradale è quello di distribuire sul piano di posa gli sforzi dovuti ai carichi del traffico, ripartendoli convenientemente; per tale motivo essa dovrà avere uno spessore tale per cui le pressioni trasmesse al suolo siano sufficientemente ridotte e non superino quelle critiche del terreno (si veda la figura 2.1 riferita al caso di una pavimentazione stradale flessibile).

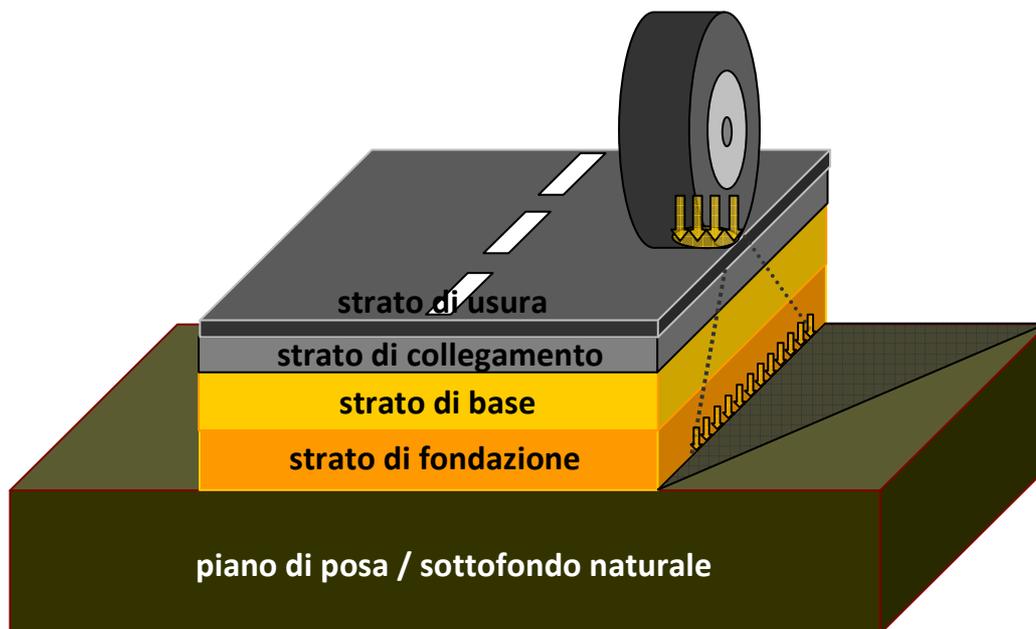


Figura 2.1: Schema di pavimentazione stradale flessibile.

In generale, a partire dal piano di posa, si possono trovare i seguenti strati:

- uno strato di fondazione di 30÷40 cm, posato sul terreno naturale in posto o di bonifica o sul piano finito del rilevato stradale, generalmente costituito da una miscela selezionata di inerti non legati aventi una granulometria assortita. Esso ha in primo luogo la funzione statica di ripartizione dei carichi, ma funge anche da elemento di separazione tra il terreno di sottofondo ed i materiali superficiali più pregiati. In tale senso ostacola anche la risalita capillare dell'acqua e la contaminazione degli strati sovrastanti da parte delle particelle fini del sottofondo;
- uno strato di base di 20÷25 cm, che nel caso di sovrastruttura flessibile, è costituito da conglomerato bituminoso con dimensione nominale degli aggregati di solito inferiore a quella dello strato di fondazione. Esso è

chiamato a resistere ai fenomeni di fatica essendo uno strato inflesso e prevalentemente sottoposto a sollecitazioni di trazione. Riveste altresì un ruolo fondamentale nella limitazione del fenomeno dell'ormaiamento superficiale in base alla sua maggiore o minore cedevolezza;

- uno strato di collegamento o binder di 7÷10 cm, in conglomerato bituminoso, avente la funzione di collegare lo strato di base e lo strato d'usura. Esso presenta aggregati di dimensione nominale intermedia (20÷25 mm);
- uno strato di usura, o manto d'usura di 3÷4 cm, in conglomerato bituminoso, su cui gravano direttamente le sollecitazioni indotte dai veicoli. Deve essere quindi in grado di resistere alle azioni normali e tangenziali trasmesse dai pneumatici, soprattutto in fase di accelerazione e decelerazione. La superficie d'estradosso dello strato di usura costituisce il piano viabile della sovrastruttura, di conseguenza debbono essere garantite caratteristiche di aderenza e regolarità indispensabili per il moto e per la sicurezza stradale. Per tale motivo sono richieste elevate caratteristiche di resistenza all'urto ed all'abrasione degli inerti, una certa tenacità del legante ed un'opportuna rugosità della superficie finita. Assieme allo strato di collegamento, l'usura ha anche la funzione di impedire la dannosa percolazione dell'acqua di superficie verso gli strati profondi, qualora non sia stata appositamente progettata come drenante.

2.3 IL DEGRADO DELLA PAVIMENTAZIONE STRADALE

I fenomeni di degrado cui è sottoposta una pavimentazione stradale sono molteplici e tra loro strettamente legati. La formazione di fessure, di avvallamenti, di ormaie, di buche, così come gli sgranamenti superficiali e le delaminazioni, sono tutti aspetti diversi del fatto che la sovrastruttura stradale si sta degradando. Il manifestarsi di questi fenomeni, riscontrabili direttamente sul piano viabile,

indica molto spesso l'esistenza di carenze all'interno del pacchetto stradale stesso e/o del piano di posa. Le carenze sono generalmente di tipo meccanico-strutturale, per cui ad esempio, gli spessori impiegati per i conglomerati bituminosi non sono sufficienti per sopportare i carichi esterni, oppure gli aggregati scelti per il piano viabile non presentano sufficiente resistenza all'abrasione, od ancora i bitumi utilizzati rammolliscono alle temperature di esercizio. Ecco che, sotto l'effetto delle azioni esterne, il pacchetto, inteso come struttura resistente composta da più materiali, inizia a cedere, manifestando in maniera più o meno spiccata i fenomeni di degrado sopra descritti. Appare evidente come risulti assai complesso il compito di separare gli effetti delle varie azioni che concorrono al degrado della sovrastruttura ed altrettanto difficile è fornire di quest'ultimo una identificazione oggettiva.

Le caratteristiche reologiche dei materiali costituenti gli strati, legate alla temperatura di esercizio ed alla velocità di applicazione dei carichi, e l'azione continuata del traffico, fanno sì che le deformazioni indotte dai carichi si accumulino e che la capacità della sovrastruttura di resistere nel tempo alle sollecitazioni cui è sottoposta, trasferendole al sottofondo, si riduca fino al raggiungimento dei limiti di resistenza dei materiali stessi, ovvero alla loro rottura.

2.4 LA FATICA

Tradizionalmente la fatica è stata definita [Pell, 1971] come "il fenomeno della frattura dei materiali sotto un carico ripetuto o fluttuante, avente generalmente il massimo valore inferiore alla resistenza a trazione del materiale". Questa definizione può essere impiegata anche nel caso delle pavimentazioni stradali assumendo che l'applicazione del carico indotta dal traffico stradale sia l'unico meccanismo che possa creare stress ripetuti e, di conseguenza, deformazioni.

L'ampiezza delle deformazioni per trazione è strettamente dipendente dal modulo di rigidità dei materiali e dalla natura delle pavimentazioni in esame, ad esempio

in base al tipo di conglomerato bituminoso utilizzato. Studi scientifici, sia teorici sia condotti sul campo, hanno indicato che le deformazioni per trazione al di sotto del principale strato strutturale di una tipica pavimentazione stradale sono dell'ordine dei 30 – 200 microstrain sotto il carico di un asse standard da 80 kN.

Tuttavia, le deformazioni sono generate anche da altri fattori e per questo Read [Read, 1996] propose la seguente definizione, incorporando tutti i possibili metodi di sviluppo della frattura: “la fatica nelle pavimentazioni bituminose è il fenomeno della fessurazione. Essa consiste in due fasi principali, l'innescò e la propagazione, ed è causata dalle deformazioni per trazione generate non solo dal carico indotto dal traffico, ma anche dalle variazioni di temperatura e dalle procedure di costruzione”. Secondo Read la struttura della pavimentazione è, infatti, soggetta a variazioni cicliche di temperatura che causano dilatazioni e contrazioni al suo interno inducendo stati tensionali coattivi nella sovrastruttura e pertanto deformazioni nel materiale.

Inoltre, i gradienti di temperatura possono causare movimenti differenziali tra i diversi strati e questo può contribuire allo sviluppo di ulteriori deformazioni.

Alla luce di questa nuova definizione, si rende necessario, pertanto, valutare sia la fase iniziale, sia la propagazione della fessurazione, al fine di ottenere un quadro completo delle prestazioni a fatica di una pavimentazione stradale in generale e di una miscela bituminosa in particolare.

La fase iniziale, detta di innescò, consiste essenzialmente nella formazione di una diffusa rete di micro-fratture il cui effetto si traduce in una diminuzione della rigidità macroscopica (modulo). Nella seconda fase, dalla fusione delle microfratture, si forma una macrofrattura che si propaga all'interno del materiale. La fusione si manifesta ad un dato valore di microfratturazione (livello di danneggiamento, o livello di fatica). Le due fasi vengono usualmente modellate attraverso schemi differenti come per esempio la meccanica del danneggiamento e la meccanica della frattura lineare elastica rispettivamente.

Il comportamento a fatica è molto sensibile alle caratteristiche del materiale, alle condizioni al contorno, alle procedure di prova ed alle tipologie di carico. Tutto ciò incrementa il numero delle variabili in gioco rendendo ancor più complessa l'interpretazione generale dei risultati dei test.

Come descritto, il fenomeno della fatica influisce sulla rigidità del materiale determinandone una riduzione del modulo. Tuttavia, la fatica non deve essere scambiata per deformazione permanente. In Figura 2.2 sono descritti in modo separato i due fenomeni.

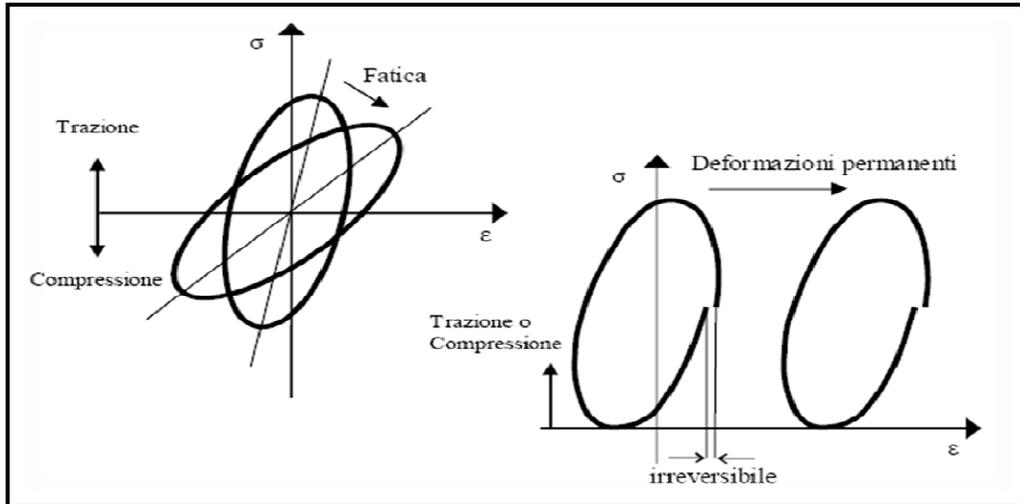


Figura 2.2: Differenza tra fatica e deformazioni permanenti. [79]

Il grafico di sinistra mette in evidenza il decadimento delle caratteristiche meccaniche di un conglomerato bituminoso, sottoposto a prova di fatica, in cui si applichi un carico ciclico sinusoidale. Quello di destra, invece, descrive l'accumulo di deformazioni permanenti esibito dal conglomerato bituminoso durante prove in cui sia applicata una sollecitazione di sola compressione o di sola trazione.

Nella realtà i due fenomeni si combinano dando luogo a fenomeni più complessi le cui interazioni sono molto difficili da valutare. Pertanto si possono comprendere le ragioni per le quali non sia stato ancora stabilito un approccio unitario di riferimento.

2.5 FATTORI CHE INFLUENZANO IL COMPORTAMENTO A FATICA

I risultati ottenuti da ogni test di fatica risentono della metodologia di applicazione del carico, delle condizioni ambientali e del tipo di conglomerato bituminoso impiegato. Le variabili da tenere in considerazione possono essere pertanto raggruppate come segue:

- carico;
- condizioni ambientali;
- caratteristiche dei conglomerati.

2.5.1 CARICO

Modi di carico

I due principali modi di applicazione del carico durante lo svolgimento delle prove sono (figura 2.3):

- controllo di carico: l'ampiezza del carico ciclico applicato è mantenuta costante;
- controllo di spostamento: l'ampiezza dello spostamento ciclico indotto è mantenuta costante.

In letteratura, in realtà, si fa riferimento al controllo di stress e di deformazione, seppure le tensioni e le deformazioni siano calcolate in base alle misurazioni registrate dai dispositivi elettronici che controllano le celle di carico ed i trasduttori di spostamento.

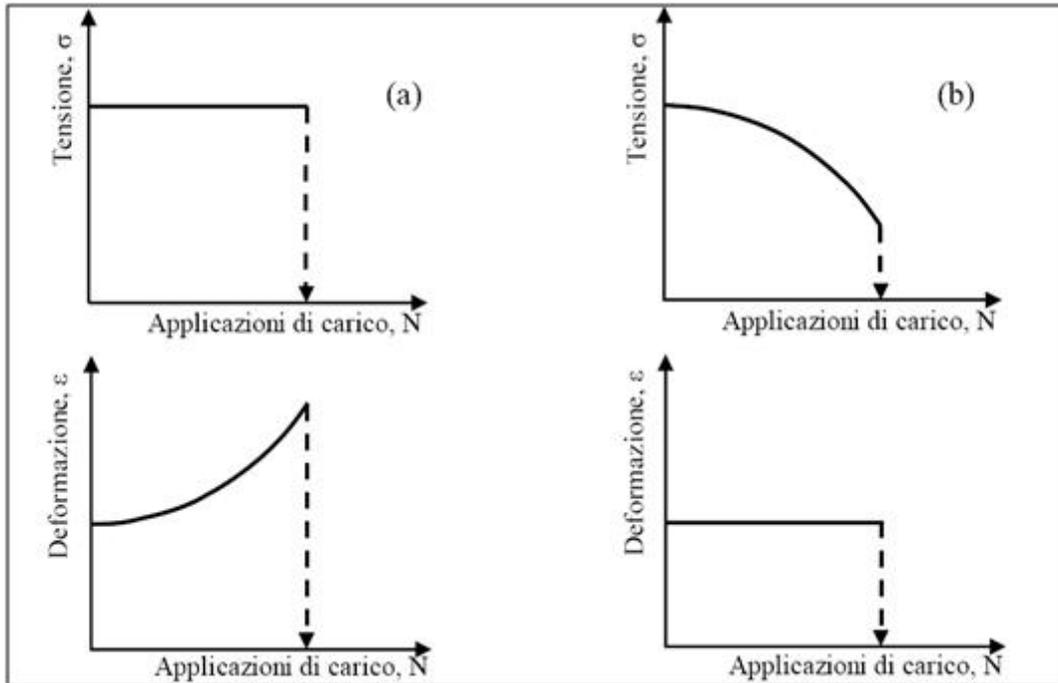


Figura 2.3: Controllo di stress (a), Controllo di deformazione (b). [79]

La Figura 2.3 mostra una rappresentazione grafica del comportamento a fatica dei conglomerati bituminosi sottoposti ai due modi di carico. Nella prova a controllo di deformazione lo spostamento è mantenuto costante e, con il progredire del danneggiamento, è sufficiente indurre uno stress progressivamente decrescente al fine di produrre la stessa deformazione. Nel test a controllo di stress, al contrario, le tensioni sono mantenute costanti e le deformazioni aumentano fino a provocare la rottura del campione.

I risultati ottenuti utilizzando queste due prove forniscono risultati diversi per uno stesso conglomerato bituminoso. Questa differenza nel comportamento è stata spiegata principalmente in termini di propagazione della rottura all'interno del conglomerato ma, come si vede dalla Tabella 2.1, ci sono altri fattori che diversificano i due tipi di test.

	Controllo di carico	Controllo di spostamento
Durata del test	breve	lunga
Dispersione dei risultati	bassa	alta
Aumento della temperatura ($T > 0^{\circ}\text{C}$)	aumento della durata della prova	diminuzione della durata della prova
Aumento della rigidità del materiale	aumento della durata della prova	diminuzione della durata della prova
Propagazione delle fessure	rapida	lenta
Aumento del danneggiamento	rapido	moderato

Tabella 2.1: Influenza delle condizioni di prova.

La frattura è innescata dalla formazione di fessure in punti discreti caratterizzati da elevate concentrazioni di tensione e si propaga nel materiale finché non avviene la rottura. La fase di propagazione dipende dall'intensità di concentrazione delle tensioni all'interno della frattura tanto che in controllo di stress, in conseguenza della diminuzione del modulo di rigidità del provino, avviene in modo molto rapido. In controllo di deformazione, invece, lo stress decresce gradualmente dopo la fase iniziale di fessurazione e la diminuzione di rigidità e pertanto la fase di propagazione risulta essere molto più lenta.

Le pavimentazioni stradali, se considerate come un unico complesso, è come se fossero sottoposte a controllo di carico attraverso le sollecitazioni indotte dal traffico stradale. Anche gli strati più spessi e rigidi (che sopportano la quasi totalità delle sollecitazioni) sono soggetti a controllo di carico. Al contrario gli strati superficiali sottili seguono il movimento degli strati rigidi sottostanti e risultano essere soggetti a controllo di deformazione.

I due diversi comportamenti dipendono dagli spessori dei vari strati che compongono il pacchetto stradale e dalla portanza del sottofondo. Questa descrizione ha trovato conferma in numerosi studi condotti utilizzando la teoria del multistrato elastico con il seguente risultato:

- il controllo di deformazione è caratteristico per strati sottili delle pavimentazioni (spessori inferiori a 50 mm);
- il controllo di stress è caratteristico per strati con spessore superiore ai 150 mm.

Le prove a fatica con le quali caratterizzare il comportamento dei conglomerati bituminosi devono pertanto essere scelte sulla base del particolare strato del pacchetto stradale oggetto di studio.

Forma dell'onda di carico

In letteratura è riportato che la forma dell'onda di carico influenza la vita a fatica dei materiali bituminosi. Il fatto è spiegato attraverso il concetto di energia immessa nel sistema per ogni ciclo di carico. Tale energia è proporzionale all'area sottesa dall'onda. Per la stessa ampiezza di stress e tempo di carico, una maggiore area racchiusa (e quindi una maggiore energia immessa) riduce la vita a fatica.

Si è constatato ad esempio che, rispetto ad un'onda sinusoidale, un'onda quadrata determina una vita a fatica minore, mentre un'onda triangolare, una vita maggiore. La Figura 2.4 schematizza le tre onde di carico descritte ed evidenzia le diverse aree sottese dalle curve, proporzionali all'energia immessa nel sistema.

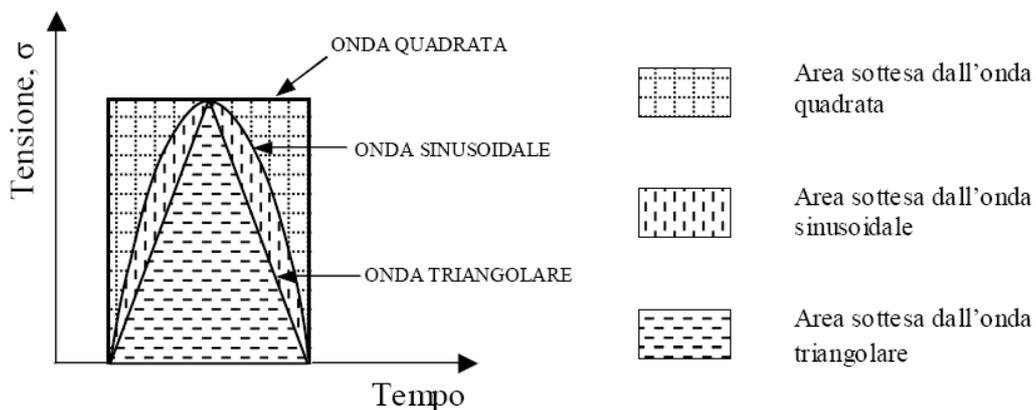


Figura 2.4: Energia generata da diverse onde di carico. [79]

Tempo di riposo, frequenza e durata del carico

La frequenza e la durata del carico hanno effetti rilevanti sulla fatica.

Diminuendo la durata dell'impulso (incrementando il tempo di riposo) la vita a fatica aumenta. Accrescendo la frequenza, aumenta la rigidità ed anche la vita a fatica. Il tempo di riposo, definito come l'intervallo di tempo che intercorre tra due passaggi consecutivi di veicoli, è importante poiché permette alle fessure di rimarginarsi. Esso, inoltre, dipende dai diversi tipi di strada, dal volume del traffico e dall'ora del giorno. Nelle strade molto trafficate si può avere in ogni caso il periodo di riposo, dovuto sia alla spaziatrice tra i veicoli che alle ore notturne.

La conclusione generale a cui numerose ricerche sono pervenute è che l'introduzione di un certo tempo di riposo nei test accresce da 5 a 25 volte la vita a fatica.

Un secondo effetto riscontrato, quello dell'autoriparazione del conglomerato, avviene quando il periodo di riposo è molto lungo. I provini, in questo caso, recuperano notevolmente le proprietà caratteristiche. Tale effetto benefico è più evidente per le alte temperature, lunghi periodi di riposo ed alti contenuti di bitume.

2.5.2 CONDIZIONI AMBIENTALI

I fattori ambientali influenzano la resistenza a fatica dei conglomerati bituminosi in due modi.

Si distinguono gli effetti immediati prodotti dall'umidità e dalla temperatura, e la variazione delle caratteristiche nel tempo a causa dei cambiamenti delle proprietà del materiale (irrigidimento del bitume). Secondo quanto riportato da Airey nel caso di strati sottili stesi sopra una fondazione relativamente resistente, l'aumento di rigidità derivante dall'irrigidimento del legante riduce la vita a fatica dello strato. Nel caso di strati spessi costruiti su fondazioni resistenti, al contrario, un aumento di rigidità corrisponde ad un miglioramento delle prestazioni a fatica.

Probabilmente la condizione al contorno più importante nei test di laboratorio è la temperatura dei campioni. Si è dimostrato che la vita a fatica cresce con la

diminuzione di temperatura nelle prove a controllo di stress, giacché il materiale si comporta in modo più elastico che non visco-elasto-plastico.

Esistono diverse opinioni in merito a quali siano le temperature più critiche per la rottura a fatica. Dormon e Metcalf suggeriscono una temperatura dei conglomerati bituminosi di 10-15°C, Brown e Pell consigliano di usare le temperature medie registrate in una pavimentazione stradale. Successivamente Pell ha rilevato che le fessure iniziano durante il periodo più caldo dell'anno, mentre si propagano durante il periodo più freddo. Tuttavia Hawtrey ritiene che l'innescò della frattura avvenga a basse temperature sotto il carico indotto dal traffico veloce. Non esiste insomma una temperatura critica definita e quindi la resistenza di un conglomerato bituminoso deve probabilmente essere determinata sia alle alte che alle basse temperature.

2.5.3 CARATTERISTICHE DEI CONGLOMERATI BITUMINOSI

Rigidezza

La rigidezza può dipendere dalla temperatura, dalla velocità di applicazione del carico, dal livello di compattazione, dal tipo di bitume ed è considerata il fattore di influenza più importante per la vita a fatica di un conglomerato bituminoso. In prove a controllo di stress, i conglomerati con rigidezza maggiore esibiscono un incremento della vita a fatica, mentre in controllo di deformazione si ottiene un effetto contrario. Se invece i risultati di prove a controllo di stress sono presentati in termini di deformazione iniziale in funzione del numero di cicli, la dipendenza dalla rigidezza è molto meno accentuata. Tuttavia è stato proposto da molti ricercatori che:

- i conglomerati con rigidezza maggiore devono essere usati per strati spessi oltre i 10 cm (soggetti a controllo di stress), in modo tale che l'alto valore di rigidezza riduca la forza di trazione sul fondo e la probabilità di fessurazione;
- i conglomerati meno rigidi sono più appropriati per strati sottili, di spessore inferiore ai 10 cm, o per pavimentazioni molto flessibili (soggetti

a controllo di deformazione), in quanto una minore rigidità produrrà più resistenza a fatica.

Contenuto di bitume

Un incremento del contenuto di bitume aumenta la resistenza a fatica della miscela. Tuttavia, poiché un contenuto troppo elevato renderebbe debole il conglomerato, si deve determinare il punto di ottimo (per la resistenza a fatica), che generalmente è più elevato di quello per la resistenza alle deformazioni permanenti.

Proprietà del bitume

Si ritiene che le proprietà del bitume influenzino significativamente le prestazioni dei materiali bituminosi. Per esempio l'aumento del punto di rammollimento o la diminuzione della penetrazione implica migliori risultati nella vita a fatica (in termini di maggior numero di cicli a rottura a parità di deformazione indotta), con la possibilità di ridurre gli spessori degli strati nel pacchetto stradale e quindi i costi. La rigidità del bitume (correlata alla viscosità e al rammollimento) influenza il modulo di rigidità del conglomerato bituminoso, e di conseguenza, le sue prestazioni a fatica.

Vuoti d'aria

L'influenza del contenuto di vuoti o del livello di compattazione sulle prestazioni delle miscele bituminose è stata frutto di un gran numero di ricerche ed il risultato indica che in generale una bassa percentuale di vuoti aumenta la resistenza a fatica del conglomerato. I risultati di alcuni test suggeriscono che quest'ultima può migliorare di dieci volte riducendo i vuoti d'aria dal 10% al 5% (vedi Figura 2.5).

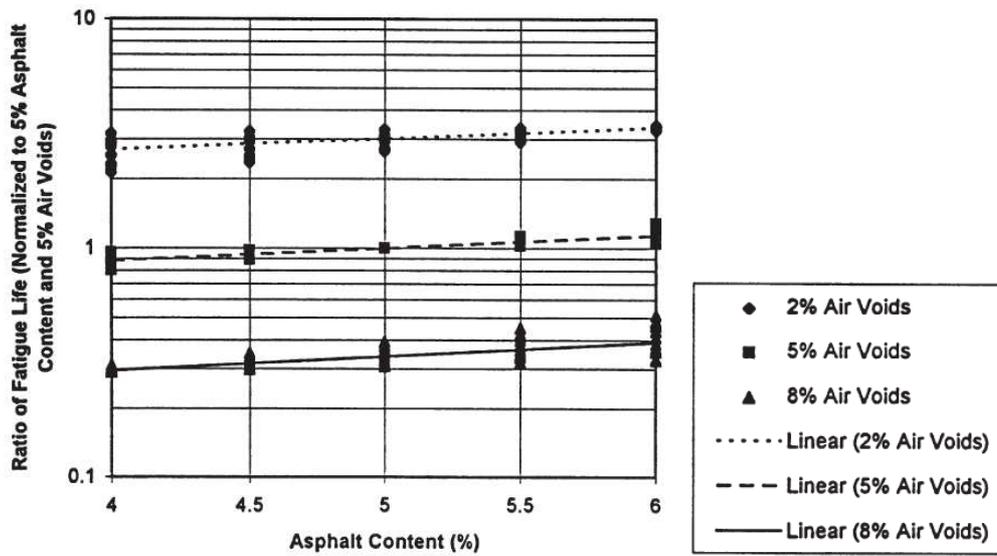


Figura 2.5: Effetto del contenuto di vuoti d'aria nell'asfalto. [79]

Inoltre è chiaramente verificato che una miscela con una bassa percentuale di vuoti risulta meno sensibile all'indurimento causato dall'ossidazione e all'invecchiamento.

Tuttavia si deve trovare un compromesso tra fatica e deformazioni permanenti. Un'eccessiva riduzione della percentuale di vuoti ("miscele troppo chiuse") porta ad un ormaiamento molto rapido a causa del riempimento eccessivo degli stessi con bitume che spinge gli aggregati da parte. Al contrario un aumento del contenuto di vuoti si traduce in una riduzione di rigidità del materiale ed in un incremento di stress concentrati dovuti alla presenza eccessiva di vuoti. In questo caso il risultato è una riduzione della vita a fatica.

Aggregati

Gli effetti che le proprietà degli aggregati determinano sulla resistenza a fatica sono di seguito definiti in modo qualitativo:

Massimo Effetto



Durabilità, tenacia, durezza.

Forma, morfologia, gradazione e resistenza.

Assorbimento, peso specifico, composizione, solubilità.

Carica superficiale.

Tessitura superficiale.

Minimo Effetto

L'effetto della gradazione, se variata all'interno dei limiti delle normative, sembra avere piccoli effetti e la dimensione nominale massima dell'aggregato non è indicativa per la resistenza a fatica.

Al contrario, la forma degli aggregati gioca un ruolo importante nella fase di propagazione. Aggregati che si sfaldano a strati, orientati normalmente al carico applicato, determinano una propagazione più lenta che non aggregati nominalmente sferici [Read, 1996].

Filler

Gli effetti del filler sulla resistenza a fatica, come riportato da Read, possono essere riassunti come segue:

- un incremento del contenuto di filler migliora la resistenza a fatica di un conglomerato bituminoso, soprattutto in controllo di stress;
- variazioni del contenuto di filler hanno minori effetti di quelle di contenuto di bitume;
- se il contenuto di filler è ridotto sotto un certo limite, la resistenza precipita bruscamente;
- le proprietà del filler, in particolare la quantità, influenzano le proprietà a fatica del conglomerato.

2.6 CONCLUSIONI

In assenza di un adeguato programma di manutenzione, qualunque infrastruttura è destinata a deteriorarsi e perdere la sua efficacia nel tempo. Malgrado ciò, la maggior parte delle infrastrutture viene gestita con un approccio di tipo reattivo, ossia gli interventi sono subordinati al manifestarsi di malfunzionamenti evidenti, anche se negli ultimi anni sta lentamente prendendo piede una moderna cultura della manutenzione in ottica “preventiva”.

In questo ambito, le cosiddette “pavimentazioni perpetue” o “pavimentazioni a lunga durata” rappresentano uno strumento indispensabile. Tale innovativo approccio si è diffuso negli ultimi anni e potrebbe diventare oggi parte integrante del moderno processo di gestione ed ottimizzazione della manutenzione delle infrastrutture.

Tradizionalmente nelle pavimentazioni flessibili gli ammaloramenti più importanti sono dovuti alla fessurazione per fatica ed alle deformazioni permanenti. Questi fenomeni sono correlati alla diminuzione della portanza delle pavimentazioni ed alla riduzione della vita utile delle stesse. Essi comportano inoltre un incremento dei costi di manutenzione e di riabilitazione.

Al fine di incrementare la vita utile di progetto delle pavimentazioni stradali diversi ricercatori hanno introdotto il nuovo concetto di pavimentazioni a lunga durata. Queste pavimentazioni necessitano di una manutenzione periodica degli strati superficiali e permettono di ottenere buone prestazioni anche per tempi molto lunghi (fino a 40 anni) senza che si manifestano deficienze strutturali significative o perdite di funzionalità.

Il concetto alla base delle pavimentazioni a lunga durata consiste nel ridurre la potenziale rottura per fatica minimizzando la deformazione di trazione presente alla base degli strati legati a bitume e quindi concentrando le inevitabili deformazioni permanenti solamente negli strati superficiali. Ciò può essere ottenuto incrementando lo spessore e/o la rigidità degli strati intermedi costituenti la pavimentazione.

Un metodo ormai di uso comune per incrementare la rigidità del conglomerato bituminoso è rappresentato dall'utilizzo di una miscela ad alto modulo con legante

bituminoso a bassa penetrazione, così come inizialmente introdotto dal LCPC in Francia. *Von Quintus* propose, proprio con questi materiali, una procedura di progettazione prestazionale per le pavimentazioni perpetue basata sul concetto di limitare le deformazioni specifiche.

In tale ottica assume particolare e crescente interesse l'indagine di nuove soluzioni in grado di superare quelle tradizionali dal punto di vista prestazionale ed applicativo, quali ad esempio le pavimentazioni semiflessibili.

Le pavimentazioni semiflessibili sono simili a quelle flessibili dalle quali si differenziano per la presenza di uno strato di usura in Grouted Macadam, costituito da uno scheletro in conglomerato bituminoso tradizionale con un'elevata percentuale di vuoti al quale viene aggiunta una malta cementizia liquida che penetra negli interstizi.

Capitolo 3 - I MODELLI COSTITUTIVI PER LO STUDIO DEL CONGLOMERATO BITUMINOSO

3.1 INTRODUZIONE

Nel presente capitolo vengono esaminati i principali modelli costitutivi per lo studio del conglomerato bituminoso, utilizzati dai ricercatori al fine di riprodurre correttamente lo stato tenso-deformativo dei provini sottoposti a *test* statici o dinamici.

La deformazione permanente si verifica quando il materiale al di sotto del punto di contatto tra la ruota di un veicolo e pavimentazione stradale defluisce e compatta, generando un solco. Al fine di descrivere le prestazioni delle pavimentazioni in diverse condizioni di carico, sono state effettuate numerose prove in sito e in laboratorio (in condizioni controllate) da vari ricercatori; tuttavia le metodologie per la previsione delle deformazioni e la loro eliminazione sono ben lungi dall'essere perfette.

La miscela presenta infatti una deformazione rispettivamente elastica, viscoelastica lineare, viscoelastica non lineare e visco-elasto-plastica, a seconda dalla temperatura, dell'intensità e della frequenza della forza.

Per piccole deformazioni il materiale sviluppa un comportamento lineare, mentre nel caso più generale la miscela manifesta un comportamento visco-elasto-plastico in campo non lineare.

Quando un carico viene applicato a una miscela di conglomerato bituminoso, questa si deforma con una risposta istantanea elastica, dopo di che la tensione aumenta gradualmente con il tempo. Al momento della rimozione del carico, sebbene la deformazione elastica iniziale venga recuperata, rimane una deformazione residua irrecuperabile che si accumulerà per ogni ciclo di carico, generando quindi deformazioni permanenti (come illustrato nelle figure 3.1 e 3.2).

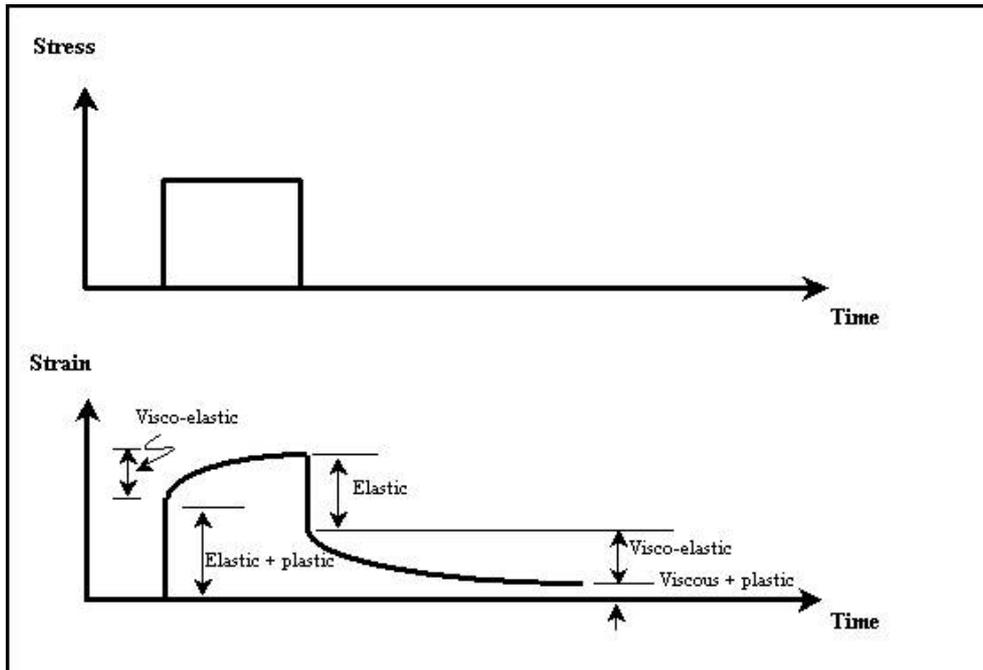


Figura 3.1: Risposta deformativa delle miscele sotto singolo carico [40].

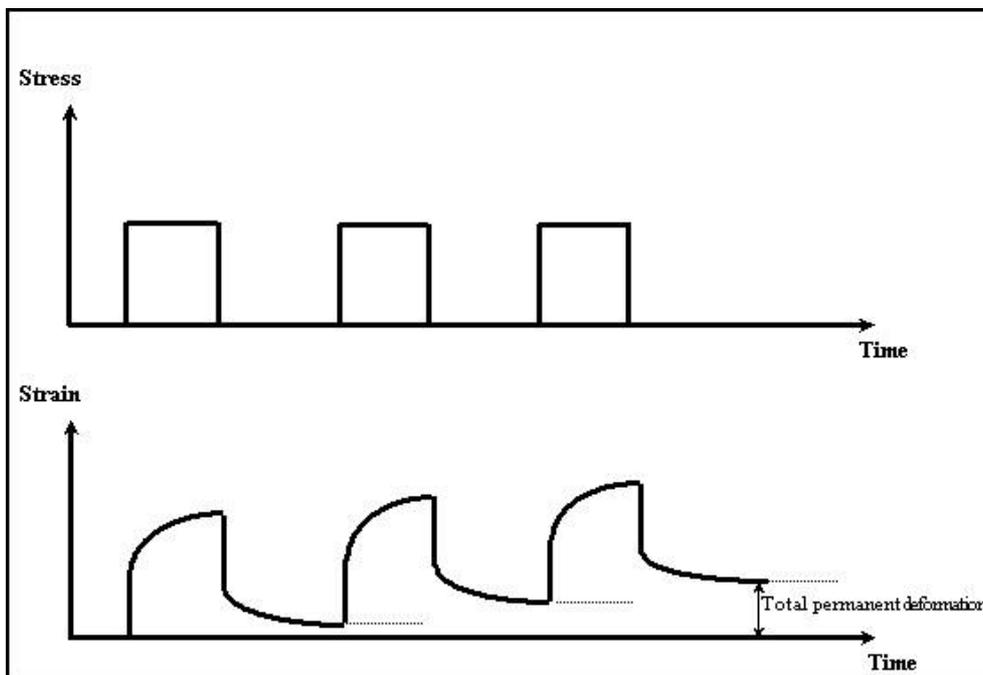


Figura 3.2: accumulo di deformazione residua di miscele sotto carico ripetuto[40].

Le leggi costitutive finalizzate alla rappresentazione analitica delle diverse risposte meccaniche del conglomerato possono essere classificate in due gruppi: i modelli al continuo e quelli discontinui o micromeccanici.

I modelli appartenenti al primo gruppo trattano il materiale granulare legato come un mezzo continuo ed omogeneo, che sviluppa una risposta alle sollecitazioni in base a schemi meccanici con comportamento macroscopico analogo a quello del provino.

Ad eccezione del modello di rigidità teorizzato da *Van der Poel*, che prende in considerazione alcuni parametri rappresentativi delle proprietà dei componenti della miscela, i modelli al continuo sono di tipo fenomenologico; tali sistemi, formati da molle ed ammortizzatori combinati in serie e/o in parallelo, riproducono infatti, nella medesima condizione di carico del provino, le componenti di deformazione osservate in laboratorio.

Il secondo gruppo è quello dei modelli micromeccanici, che simulano il comportamento tenso-deformativo del materiale con leggi basate sulle proprietà microscopiche dell'aggregato e mediante un modello di variazione dello spessore del film di legante interposto tra le particelle del sistema.

Appartengono al secondo gruppo anche i modelli microstrutturali ad elementi finiti che suddividono, per esempio, la struttura interna del provino in elementi aggregato, con risposta elastica, e bitume con risposta viscoelastica.

Si ricorda infine la modellazione ad elementi distinti particellari, che permette di rappresentare la reale natura granulare del conglomerato mediante particelle di forma sferica e diametro differente; tali elementi si scambiano forze e momenti per mezzo di una legge costitutiva definita nei punti di contatto, che trasforma le grandezze cinematiche in dinamiche.

3.2 MODELLI COSTITUTIVI AL CONTINUO

I modelli costitutivi al continuo sono utilizzati da oltre cinquant'anni per rappresentare in maniera analitica il comportamento del conglomerato bituminoso.

A causa della complessità del problema e della limitata comprensione del comportamento di materiali eterogenei, la maggior parte di questi modelli sono basati su leggi di natura empirica o qualitativa. In questa sezione viene fornita una classificazione dei modelli continui utilizzati per rappresentare miscele di conglomerato bituminoso:

- Modello di rigidezza;
- Modello elastico lineare;
- Modelli viscoelastici lineari;
- Modelli viscoelastici non lineari;
- Modelli elasto-plastici;
- Modelli visco-plastici;
- Modelli visco-elasto-plastici.

3.2.1 MODELLO DI RIGIDEZZA

Il modello di rigidezza è stato inizialmente definito da *Van der Poel* [88] per descrivere il comportamento del bitume in base al tempo di applicazione della forza ed alla temperatura. *Van der Poel* si è successivamente servito del concetto di rigidezza per studiare il comportamento dinamico e quasi statico delle miscele bituminose, in campo lineare, soggette a deformazioni di piccola entità [89].

Secondo *Van der Poel* la rigidezza della miscela di conglomerato bituminoso è funzione esclusivamente della rigidezza del bitume e della frazione in volume dell'aggregato. Risultati simili sono stati ottenuti da *Heukelom e Klomp* [30], per i quali, data una determinata miscela, esiste una relazione tra la rigidezza del conglomerato bituminoso S_{mix} e la rigidezza del bitume S_{bit} , indipendentemente dalla combinazione di carico e dalla temperatura.

Tali grandezze sono state così correlate da *Heukelom e Klomp* [30] mediante una relazione per determinare la rigidezza della miscela di conglomerato bituminoso.

$$\frac{S_{mix}}{S_{bit}} = \left[1 + \frac{2.5}{n} \cdot \frac{C_v}{1-C_v} \right]^n \quad (3.1)$$

Nell'equazione (3.1) C_v è il volume di concentrazione dell'aggregato nella miscela dato dalla (3.2) e n un coefficiente calcolato mediante la (3.3) in base alla rigidità del bitume.

$$C_v = \frac{V_{AGGREGATO}}{V_{AGGREGATO} + V_{BITUME} + V_{ARIA}} \quad (3.2)$$

$$n = 0.83 \cdot \log \left[\frac{4 \cdot 10^{10}}{S_{bit}(Pa)} \right] \quad (3.3)$$

La relazione di *Heukelom e Klomp* è stata determinata mediante l'interpolazione dei risultati di prove statiche e dinamiche eseguite su provini con il 3% dei vuoti interparticellari ed un valore di C_v compreso tra 0.7 e 0.9.

La (3.1) è stata poi modificata da *Brown* al fine di calcolare la rigidità della miscela in funzione della rigidità del legante S_{bit} e della percentuale dei vuoti nell'aggregato *VMA* [4].

$$\frac{S_{mix}}{S_{bit}} = \left[1 + \frac{275.5 - 2.5 \cdot VMA}{n \cdot (VMA - 3)} \right]^n \quad (3.4)$$

La figura 3.1 mostra il rapporto tra rigidità del conglomerato e rigidità del bitume per vari valori di *VMA*, basati sull'equazione (3.4).

Il rapporto di rigidità definito dalla (3.4) è valido, come evidenzia il nomogramma in figura 3.3, per valori di *VMA* compresi tra 12% e 30% e per una rigidità del legante S_{bit} non inferiore a 5 MPa. Questo perché per valori di S_{bit} superiori a 5 MPa il bitume presenta infatti un comportamento elastico, mentre per valori inferiori la risposta meccanica della miscela può essere di tipo elastico, visco-elastico o viscoso.

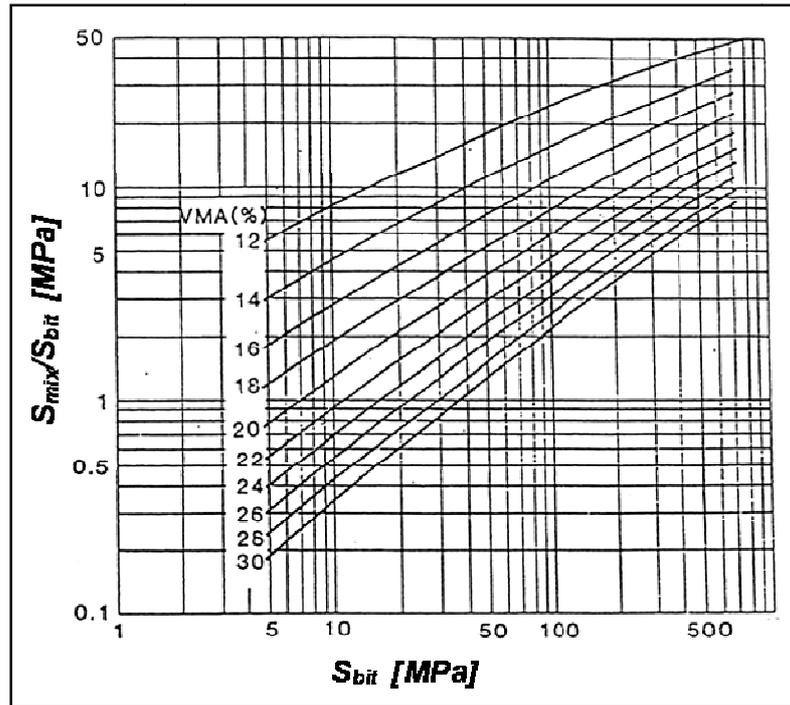


Figura 3.3: Normogramma di Brown per il calcolo del modulo di rigidezza di una miscela bituminosa [4].

3.2.2 MODELLO ELASTICO LINEARE

Il modello costitutivo più semplice per un conglomerato bituminoso è basato sulla teoria dell'elasticità lineare. Un materiale si definisce elastico quando si verificano contemporaneamente le seguenti ipotesi: la curva di scarico è identica a quella di carico e la deformazione è completamente recuperata dopo la rimozione del carico applicato. Per un materiale elastico-lineare, in accordo con la legge di *Hooke*, la relazione tra i tensori delle tensioni σ e delle deformazioni ϵ è espressa dalla seguente formula:

$$(3.5)$$

dove D è la matrice di rigidezza, che per un materiale con rigidezza indipendente dal tempo di carico e dalla temperatura, viene definita mediante il modulo di Young E ed il coefficiente di Poisson ν :

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \nu & \nu & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Per una miscela di conglomerato bituminoso la rigidezza varia in funzione della temperatura e del tempo di carico, di conseguenza tale matrice viene calcolata sostituendo al modulo di Young E il modulo di rigidezza S_{mix} della miscela.

Si è osservato che alle basse temperature e tempi di carico brevi, la previsione del comportamento della pavimentazione utilizzando il metodo lineare elastico è sufficientemente accurata per scopi di ingegneristici.

Il metodo elastico lineare è attualmente impiegato nel codice di calcolo *BISAR* per l'analisi strutturale delle pavimentazioni e riproduce correttamente il comportamento di una sovrastruttura stradale alle basse temperature e per brevi tempi di carico.

Tale metodo è stato anche utilizzato per la progettazione delle sovrastrutture flessibili in base alla valutazione delle relative caratteristiche prestazionali (*Eisenmann* [25], *Ulliditz* [83] e *Peutz* [65]) e nella "versione" non-lineare è stato impiegato nello studio di problemi connessi al comportamento non-lineare della miscela.

3.2.3 MODELLI VISCOELASTICI LINEARI

I materiali con stato tenso-deformativo dipendente dal tempo sono definiti viscoelastici. Anche i conglomerati bituminosi, per bassi livelli di tensione e deformazione, possono essere studiati nella fase di carico con modelli viscoelastici lineari [54].

La descrizione del comportamento della miscela con la teoria viscoelastica è divenuta popolare tra i ricercatori nel 1950, quando *Van der Poel* definì per la

prima volta, in analogia al modulo elastico, il modulo di rigidezza S_{bit} del bitume in base al tempo di carico ed alla temperatura.

Successivamente i modelli lineari viscoelastici sono stati ampiamente applicati per descrivere il comportamento dei conglomerati bituminosi.

Tale metodo è stato soggetto negli anni a modifiche ed integrazioni per descrivere completamente il comportamento del conglomerato mediante modelli formati da parti elastiche, plastiche, viscoelastiche e viscoplastiche [72, 74, 75, 87]. Recenti ricerche si sono concentrate anche sui modelli costitutivi per descrivere il comportamento non lineare dei materiali [72, 74, 75, 87]. Per semplicità, il rapporto viscoelastico descritto in questa sezione si presume essere lineare.

Le tensioni σ e le deformazioni ε del materiale viscoelastico incomprimibile sono state calcolate da *Johnson* in base alla tensione deviatorica (σ) ed alla deformazione deviatorica (ε), mediante le equazioni (3.7) e (3.8)

$$(\sigma) = \int_0^t Y \cdot (t - t') \cdot \frac{\partial \varepsilon(t')}{\partial t'} dt' \quad (3.7)$$

$$(\varepsilon) = \int_0^t J \cdot (t - t') \cdot \frac{\partial \sigma(t')}{\partial t'} dt' \quad (3.8)$$

dove con $Y(t)$ si indica il modulo di rilassamento, rappresentativo della variazione dello stato tensionale in funzione dell'incremento infinitesimo della deformazione, e con $J(t)$ la cedevolezza da deformazione viscosa (*creep compliance*), che esprime la variazione della deformazione per incrementi infinitesimi di tensione [37].

Il conglomerato bituminoso presenta infatti uno stato deformativo caratterizzato dai campi di elasticità iniziale, elasticità ritardata e deformazione viscosa sotto carico costante.

Johnson studiò la risposta deformativa di un materiale viscoelastico ideale soggetto a tensione costante, mediante due modelli meccanici che sviluppano separatamente le deformazioni elastica ritardata e viscosa.

Il primo modello simula gli effetti dell'elasticità ritardata mediante la connessione, secondo lo schema (a) in figura 3.4, di molle con costanti elastiche K_1 e K_2 e di un ammortizzatore con coefficiente di smorzamento viscoso C .

La risposta deformativa ϵ , per il sistema soggetto alla tensione costante σ , viene quindi determinata in base al tempo t mediante l'equazione (3.9).

$$\epsilon = \frac{\sigma}{k_1} \left(1 - e^{-\frac{k_2}{C} t} \right) \quad (3.9)$$

$$\sigma = k_1 \epsilon \quad (3.10)$$

Il secondo modello, conosciuto come modello di *Maxwell*, simula invece gli effetti della deformazione viscosa con una molla di costante K ed un ammortizzatore di costante C disposti in serie, al fine di sviluppare nel tempo una deformazione ϵ secondo l'equazione (3.11).

$$\epsilon = \frac{\sigma}{k} + \frac{C}{k} \dot{\epsilon} \quad (3.11)$$

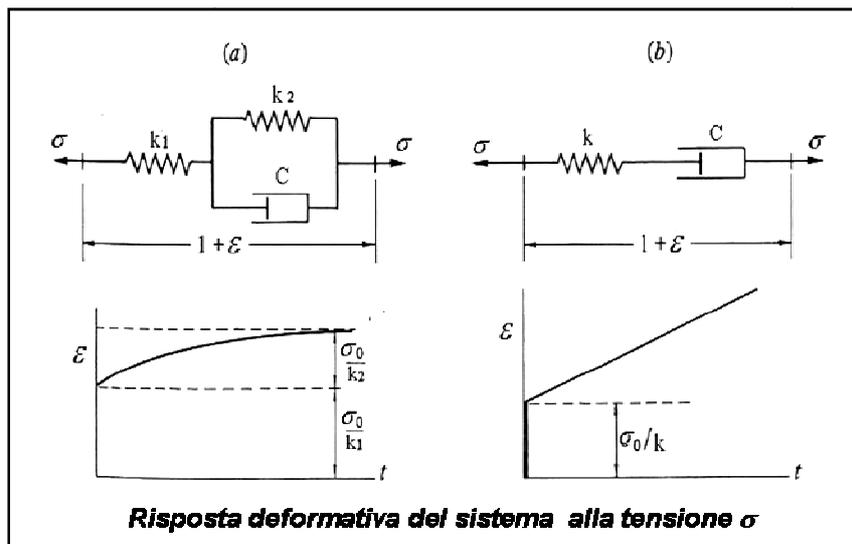


Figura 3.4: Modelli viscoelastici di Johnson per lo studio (a) dell'elasticità ritardata e (b) della deformazione viscosa sotto carico costante [37].

Mediante la combinazione di una coppia molla-ammortizzatore in parallelo (modello di *Voigt*) con una coppia molla-ammortizzatore in serie (modello di *Maxwell*) è stato creato successivamente il modello di *Burger*, in grado di

rappresentare contemporaneamente le deformazioni elastica ritardata e viscosa indotte nel sistema da una tensione σ_0 costante (figura 3.5).

La risposta deformativa del modello è quindi data dall'equazione (3.12).

$$\varepsilon(t) = J(t) \cdot \sigma_0 = \left\{ \frac{1}{K_1} + \frac{t}{c_\infty} + \frac{1}{K_2} \cdot \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau_1} \right)} \right] \right\} \cdot \sigma_0 \quad (3.12)$$

$$\tau_1 = \frac{c_2}{K_2} \quad (3.13)$$

Per il modello di *Burger* la risposta deformativa nel tempo presenta, nella fase di carico, un primo tratto elastico istantaneo (*OA*) seguito da una curva *AC* di combinazione della risposta elastica ritardata (*AB*) con quella viscosa (*BC*). Il modello, terminata l'applicazione della tensione costante σ_0 , restituisce quindi la deformazione elastica istantanea e buona parte di quella elastica ritardata, evidenziando infine una componente irreversibile a partire dal punto E (figura 3.6).

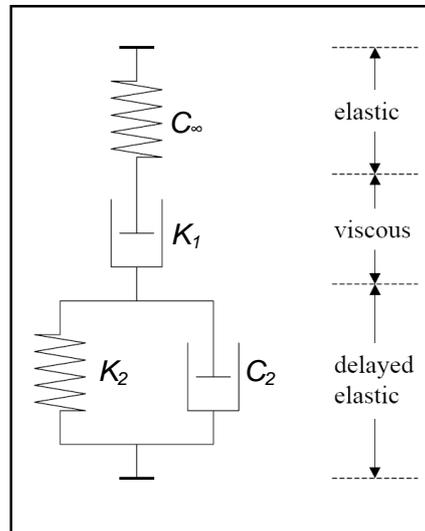


Figura 3.5: Modello di Burger.

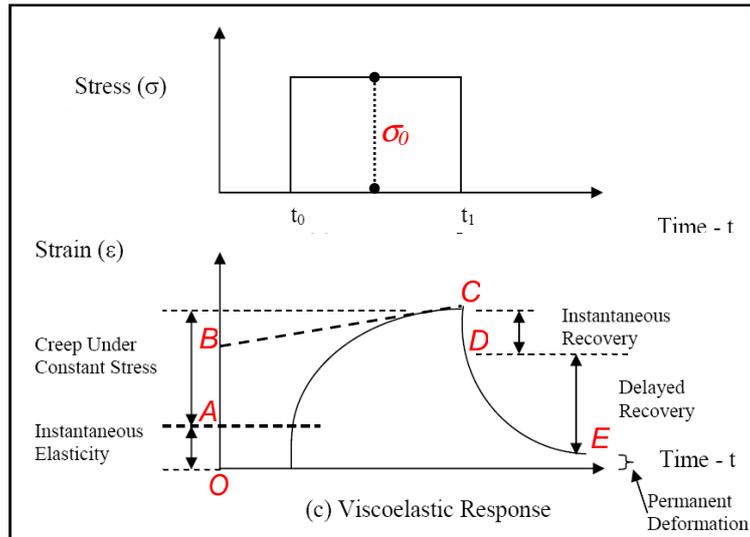


Figura 3.6: Modalità di applicazione della tensione e corrispondente risposta deformativa per il Modello di Burger

Pagen ha invece analizzato il comportamento viscoelastico del conglomerato bituminoso con modelli fenomenologici basati sulle proprietà reologiche delle miscele, proponendo la funzione *creep compliance* $J_c(t)$ per descrivere la risposta deformativa del materiale sotto carico costante [63].

Lo studio, eseguito con numerosi provini compattati mediante pressa giratoria e sottoposti in laboratorio a prove statiche e dinamiche, ha dimostrato la validità dei modelli viscoelastici lineari per la determinazione delle proprietà fondamentali delle miscele bituminose con bassi livelli pensionali.

Monismith [55, 56] ha infine verificato la validità di un modello a quattro elementi, rappresentato in figura 3.7, sottoponendo in laboratorio dei provini di conglomerato bituminoso ai seguenti *test* di compressione triassiale: prove di carico assiale ripetuto, *creep test* e prove di rilassamento.

Il modello riproduce con buona precisione le caratteristiche reologiche delle miscele e permette così di determinare con buone approssimazioni le proprietà dei conglomerati per diverse condizioni di carico e ambientali. Si è concluso che il comportamento delle miscele di conglomerato bituminoso può essere considerato viscoelastico lineare per deformazioni di piccola entità (minori del 0.1% della deformazione di plasticizzazione), permettendo così di prevedere in un campo limitato di deformazioni il reale comportamento del materiale.

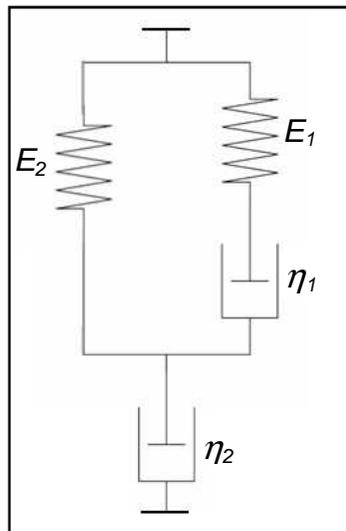


Figura 3.7: Modello di Monismith [55].

3.2.4 MODELLI VISCOELASTICI NON LINEARI

Nella precedente sezione si è osservato che la risposta del conglomerato bituminoso ad elevati livelli tensionali e deformativi o se sottoposto a cicli di carico, non può essere adeguatamente modellata mediante modelli viscoelastici lineari. *Fitzgerald* e *Vakili* hanno inoltre dimostrato, con indagini teoriche e sperimentali, l'affidabilità delle equazioni costitutive omogenee non lineari per il calcolo dello stato tenso-deformativo di miscele sabbia-bitume [27].

Lai e *Anderson* hanno suggerito l'utilizzo del modello generalizzato non lineare di *Kelvin* per lo studio del comportamento viscoelastico di una miscela.

Il modello si compone di un ammortizzatore non lineare connesso in serie con una catena non lineare di *Kelvin*, al fine di poter descrivere, in funzione del tempo, la deformazione irreversibile con il primo elemento e quella reversibile mediante la catena non lineare [45].

Dalle loro osservazioni si è potuto stabilire che le equazioni derivate dal modello proposto permettono di definire il comportamento delle miscele di conglomerato bituminoso sotto carichi multipli e ripetuti.

Teorie viscoelastiche non lineari sono inoltre state utilizzate per l'analisi del comportamento di provini sottoposti al *3-point bending test*, evidenziando un incremento degli effetti non lineari al crescere dell'intensità della forza e dell'intervallo di applicazione (Judycki, 1992) [38].

3.2.5 MODELLI ELASTOPLASTICI

Esistono modelli costitutivi basati sulla teoria della plasticità dinamica, per la rappresentazione della risposta meccanica del conglomerato bituminoso con deformazione anelastica dipendente dalla velocità di applicazione del carico (Scarpas e Blaauwendraad, 1998).

Tali modelli sono stati sviluppati in base a fattori fondamentali della teoria classica della plasticità come lo scorrimento superficiale e le risposte deformative di tipo *hardening* e *softening* (Erkens, 2000).

Collop, Airey, Dunhill e Scarpas hanno proposto un modello elastoplastico per simulare il danno delle sovrastrutture flessibili, ipotizzando la velocità di applicazione del carico ($\dot{\epsilon}$) composta dalle sole componenti elastica ($\dot{\epsilon}_e$) e plastica ($\dot{\epsilon}_p$) [24]

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \quad (3.14)$$

La componente elastica è stata definita mediante la (3.15) in funzione della matrice di elasticità (D^e) e del tensore degli sforzi ($\dot{\sigma}$), mentre quella plastica viene invece calcolata con la (3.16) in base ai seguenti parametri: costante di proporzionalità scalare ($\dot{\lambda}$), funzione della risposta superficiale (f) e livello tensionale (σ).

$$\dot{\epsilon}_e = D^{e-1} \cdot \dot{\sigma} \quad (3.15)$$

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (3.16)$$

I parametri $\dot{\lambda}$ e f devono soddisfare le condizioni standard di *Kuhn-Tucker* e la derivata prima della funzione di risposta superficiale deve inoltre rendere vera la condizione di consistenza rappresentata dall'uguaglianza (3.18), dove con T si indica la temperatura e con K una misura della risposta deformativa di tipo *hardening* o *softening*.

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad f \leq 0 \quad \dot{\lambda} \cdot f = 0 \quad (3.17)$$

$$\dot{f}(\sigma, \dot{\epsilon}, T, K) = 0 \quad (3.18)$$

Nella presente formulazione si possono quindi distinguere due fasi della deformazione anelastica del materiale: la prima è rappresentata dalla risposta di tipo *hardening* per l'intervallo da zero al valore massimo della tensione, mentre la seconda è quella di tipo *softening* valida oltre il picco tensionale.

Per simulare la fase anelastica di tipo *hardening* è stato utilizzato un modello gerarchico di riferimento definito da *Desai* mediante la funzione di scorrimento superficiale f_D in base all'equazione (3.19).

$$f_D = \frac{J_2}{p_a^2} - F_b \cdot F_s = 0 \quad (3.19)$$

La funzione f_D dipende dalle funzioni fondamentale (F_b) e di forma (F_s), dal secondo invariante delle tensioni (J_2) e dalla pressione atmosferica (p_a).

$$F_b = \left[-\alpha \cdot \left(\frac{I_1 - R}{p_a} \right)^n + \gamma \cdot \left(\frac{I_1 - R}{p_a} \right)^2 \right] \quad (3.20)$$

$$F_s = \left[1 - \beta \cos \left(\frac{\sqrt{27}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_3^{3/2}} \right) \right]^{-0.5} \quad (3.21)$$

Nelle (3.20) e (3.21) con I_1 e J_3 si indicano il primo ed il terzo invariante di tensione, mentre R è un parametro definito secondo la resistenza a trazione triassiale del materiale.

L'*hardening* del materiale è controllato mediante il parametro α , correlato con la funzione di scorrimento superficiale; quando tale parametro diminuisce di valore,

la funzione α aumenta fino a raggiungere il valore di picco per γ uguale a zero, trasformandosi così, nel piano $\sigma - \gamma$, da curva in retta (figura 3.8).

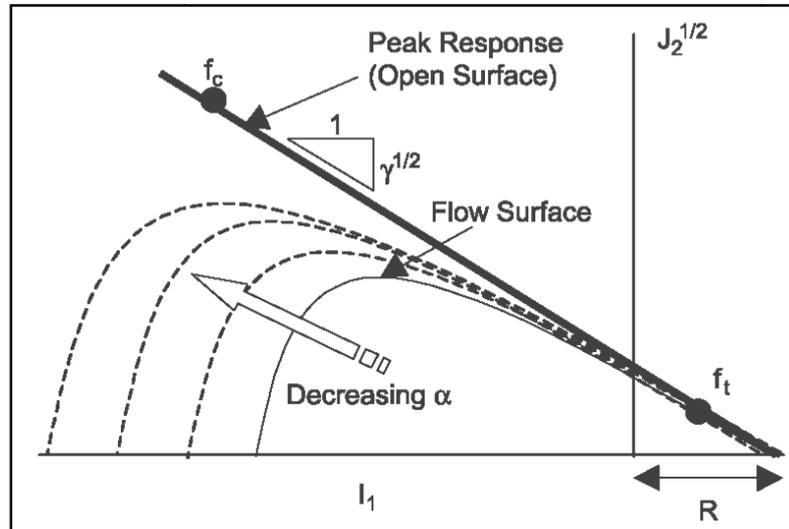


Figura 3.8: Rappresentazione della funzione di scorrimento superficiale α nel piano $\sigma - \gamma$ [24].

Il parametro α è infatti definito come funzione decrescente di grandezze fisiche crescenti quali, ad esempio, la deformazione plastica equivalente ed il lavoro plastico (Airey, 2002).

Nel presente modello costitutivo α viene determinato in base alle deformazioni plastiche ϵ_p e γ_p relativa al picco di tensione, al coefficiente c di definizione della risposta anelastica ed al parametro c determinato sperimentalmente.

$$\alpha = \frac{c}{1 + c \left(\frac{\epsilon_p}{\epsilon_{p,c}} + \frac{\gamma_p}{\gamma_{p,c}} \right)} \quad (3.22)$$

Il parametro c definisce invece lo scorrimento della superficie rappresentativa della rottura o della tensione massima raggiunta dal materiale durante la prova, mentre α controlla la forma della superficie di scorrimento nel piano deviatorico. Per deformazioni superiori al valore corrispondente al picco di tensione, il materiale presenta inoltre una rigidezza decrescente in base al tempo.

L'indebolimento della miscela è stato quindi simulato con un criterio *softening* isotropo, definendo il parametro γ mediante una equazione esponenziale decrescente basata sulla funzione di decadimento ξ_{pf} per deformazione plastica equivalente della frattura.

$$\gamma = \eta \cdot \gamma_f + (1 - \eta) \cdot \gamma_r \quad (3.23)$$

$$\eta = (1 - \kappa \cdot \xi_{pf}) \cdot e^{-\kappa \cdot \xi_{pf}} \quad (3.24)$$

Nelle (3.23) e (3.24) con γ_f e γ_r si indicano i valori iniziale e finale di γ , mentre κ è un coefficiente determinato sperimentalmente.

I parametri del modello sono stati quindi calibrati mediante prove di compressione e trazione monoassiale eseguite, per diverse temperature della miscela e velocità di applicazione della forza, con provini di *Dense Bitumen Macadam (DBM)* ed *Hot Rolled Asphalt (HRA)* (figure 3.9 e 3.10).

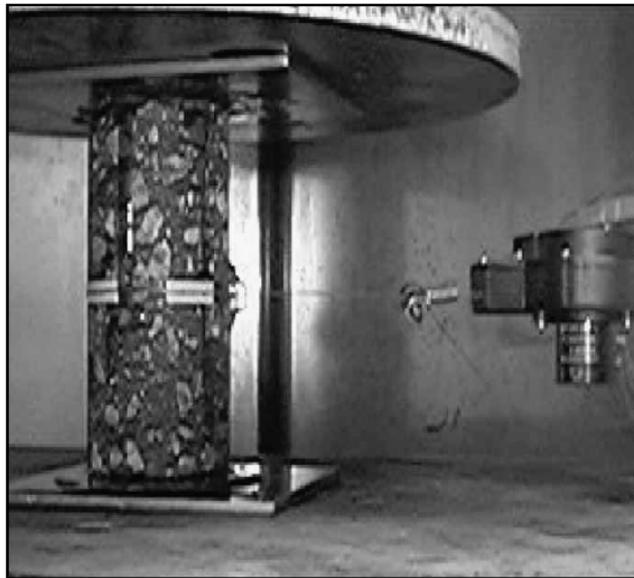


Figura 3.9: provino per test di compressione monoassiale [24].

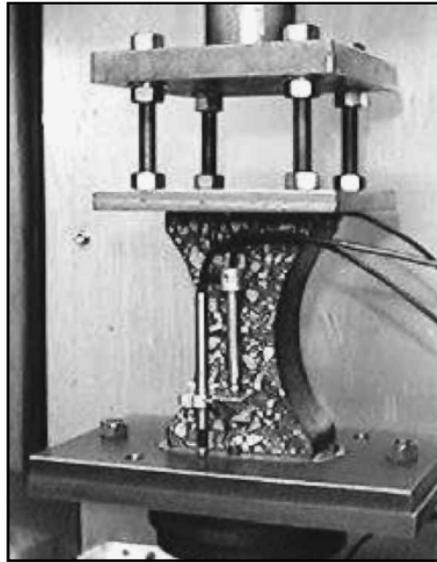


Figura 3.10: provino per test di trazione monoassiale [24].

Il modello costitutivo calibrato è stato successivamente implementato con un codice di calcolo ad elementi finiti per simulare la propagazione del danno negli strati di una sovrastruttura flessibile formata dai seguenti strati: un sottofondo in sabbia con spessore 15 cm, una fondazione in materiale granulare alta 25 cm ed infine strati legati a bitume con spessore complessivo pari a 15 cm.

Per la pavimentazione sollecitata in superficie con una forza impulsiva sinusoidale sono state rappresentate, nella generica sezione trasversale, le tipologie di danno rispettivamente deviatorico, volumetrico e totale (figure 3.11, 3.12 e 3.13).

Il danno volumetrico da compressione è associato alle deformazioni correlate con la compattazione anelastica del materiale; quello volumetrico da trazione è associato alle deformazioni correlate con la rottura ed anche il danno deviatorico è il risultato di stati tensionali di trazione e compressione legati al meccanismo di *cracking*.

La simulazione ha evidenziato un danno deviatorico inizialmente vicino ai bordi dell'area di carico con diffusione progressiva attraverso gli strati della pavimentazione; tale modellazione ha inoltre sviluppato un danno volumetrico concentrato nell'area sottostante al carico, con tensioni di compressione al centro e trazione ai bordi, mostrando come l'innesco della fessurazione superficiale avvenga nella zone di transizione.

Il modello costitutivo teorizzato da *Collop, Airey, Dunhill e Scarpas* ha quindi simulato correttamente una sovrastruttura flessibile sollecitata dinamicamente mediante un forza di compressione, dimostrando come durante la vita utile della pavimentazione possano svilupparsi contemporaneamente diverse tipologie di danno nei diversi strati a causa del carico veicolare.

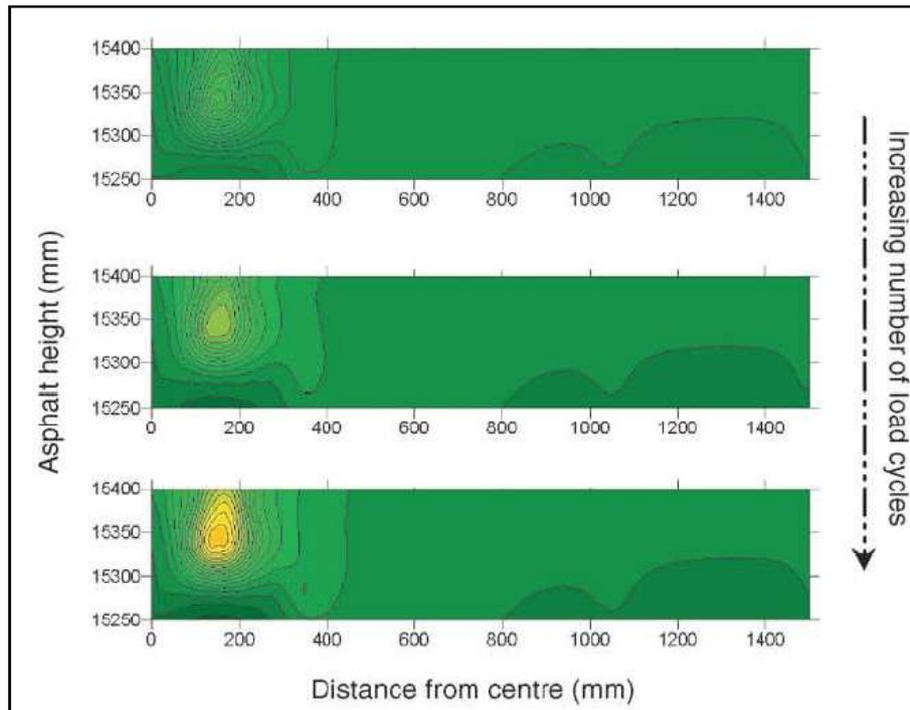


Figura 3.11: Danno deviatorico del modello FEM [24].

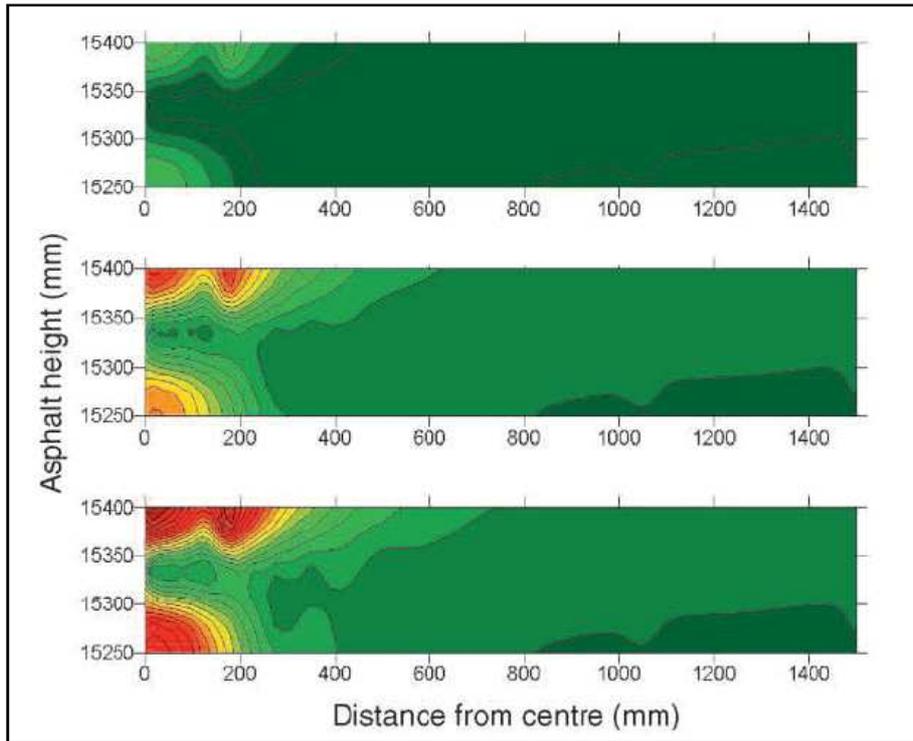


Figura 3.12: Danno volumetrico del modello FEM [24].

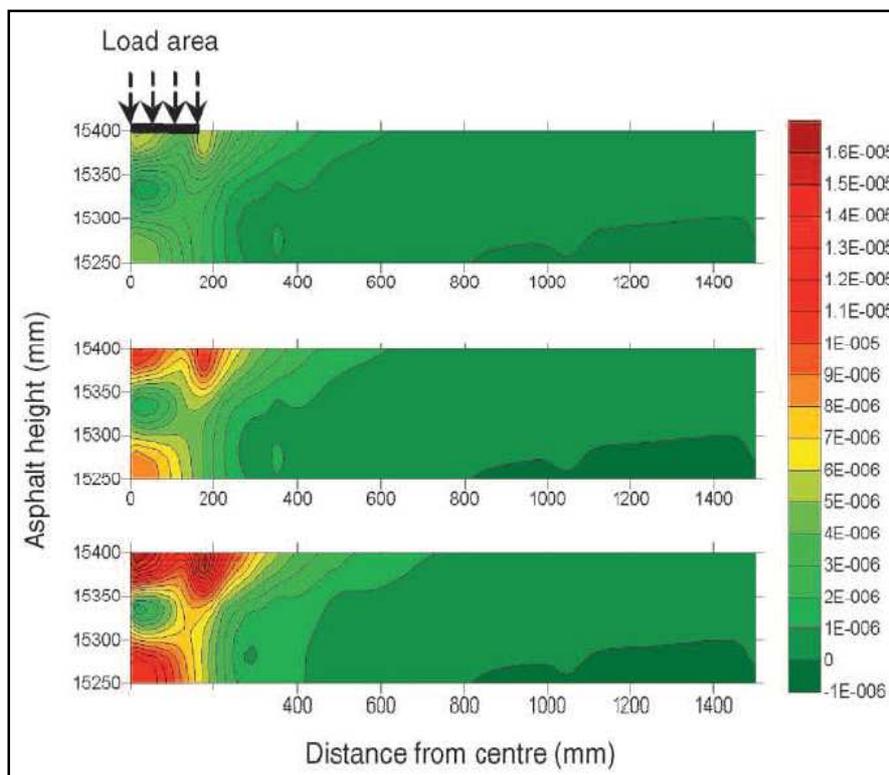


Figura 3.13: Danno totale del modello FEM [24].

3.2.6 MODELLI VISCOPLASTICI

I modelli viscoplastici consentono l'analisi della deformazione del conglomerato bituminoso sollecitato con forze statiche o dinamiche, mediante la conoscenza di parametri rappresentativi della struttura microscopica del materiale.

Tashman ha sviluppato un modello viscoplastico per la riproduzione dello stato deformativo alle alte temperature con provini cilindrici compattati mediante pressa giratoria e sottoposti a prova triassiale [77].

Lo studio è stato quindi inerente allo sviluppo, per un mezzo continuo, di un modello costitutivo che correla la risposta macroscopica con le seguenti grandezze microscopiche: vettore normale al punto di contatto (\bar{n}), *branch vector* (\bar{b}), versori di orientamento della particella (\bar{m}) e dei vuoti interparticellari (\bar{d}) (figura 3.14) (*Kanatani*, 1984; *Tobita* 1989; *Oda* 1993).

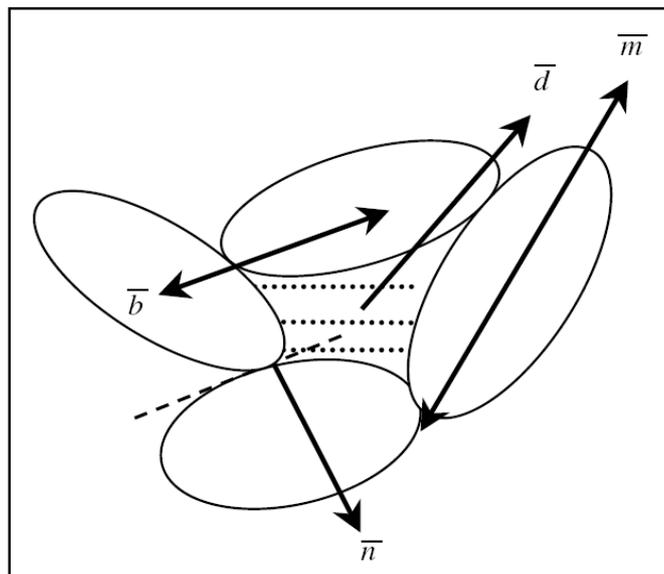


Figura 3.14: Grandezze microscopiche del materiale granulare [77].

Le grandezze microscopiche sono state così definite:

- vettore normale al punto di contatto: è il vettore ortogonale per il piano tangente alla coppia di particelle nel punto di intersezione;
- *branch vector*: è il vettore congiungente i centri di massa della coppia di particelle;

- versore di orientamento della particella: è il vettore disposto lungo l'asse di lunghezza maggiore della particella;
- versore di orientamento dei vuoti interparticellari: è rappresentativo dell'orientamento di un'area vuota racchiusa con una serie di particelle, espressa in unità vuoti.

La struttura granulare della miscela viene rappresentata mediante la distribuzione media anisotropa, per un dato volume di riferimento, di ciascuna grandezza microscopica.

In un volume di riferimento, racchiuso da una superficie di area Ω , per ogni grandezza microscopica il tensore (F_{ij}) viene correlato alla corrispondente funzione densità di probabilità $(E(m))$ con la relazione (3.25) (Kanatani, 1984; Tobita, Oda e Nakayama, 1989).

$$F_{ij} = \int_{\Omega} E(m) \cdot m_i \cdot m_j d\Omega \quad (3.25)$$

Nella (3.25) con m_i si indica il versore normale dell'angolo solido elementare $d\Omega$ calcolato mediante la (3.26) nel caso 3D e la (3.27) in quello 2D.

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi \quad (3.26)$$

$$d\Omega = d\theta \quad (3.27)$$

La scelta degli elementi microscopici rappresentativi della struttura granulare del conglomerato dipende del metodo di prova utilizzato per stabilire la correlazione esistente tra i parametri microscopici e la risposta macroscopica del materiale.

Sono grandezze correlate alla deformazione ed al meccanismo di rottura del materiale granulare il versore normale al punto di contatto e quello di orientamento della particella; quando la miscela viene sollecitata con una forza, gli assi principali del tensore dei contatti ruotano sovrapponendosi ai corrispondenti assi del tensore degli *stress* (Tobita, 1989; Oda, 1993).

Raggiunto il valore di picco delle tensioni, nonostante continui nella miscela il processo deformativo, gli assi principali dei due tensori coincidono; quelli

principali del tensore di orientamento delle particelle conservano invece durante tale lavoro di deformazione l'allineamento iniziale.

Un modello costitutivo per il conglomerato basato su parametri microscopici dovrà quindi includere il tensore di orientamento delle particelle, mentre quello associato ai contatti potrà essere sostituito con il corrispondente tensore degli sforzi.

Oda e *Nakayama* hanno sviluppato un tensore microstrutturale in base alla distribuzione del versore di orientamento per le particelle di un materiale granulare, studiando la distribuzione dell'aggregato mediante l'analisi tomografica di numerose sezioni trasversali (figura 3.15).

La loro teoria si fonda su due ipotesi, confermate in laboratorio anche per i conglomerati bituminosi da *Masad* e *Tashman*, che sono le seguenti: il materiale presenta un asse di simmetria parallelo alla direzione di applicazione della forza, mentre gli assi maggiore e minore dell'insieme di particelle esaminato si dispongono in direzione ortogonale e parallela alla direzione del carico.

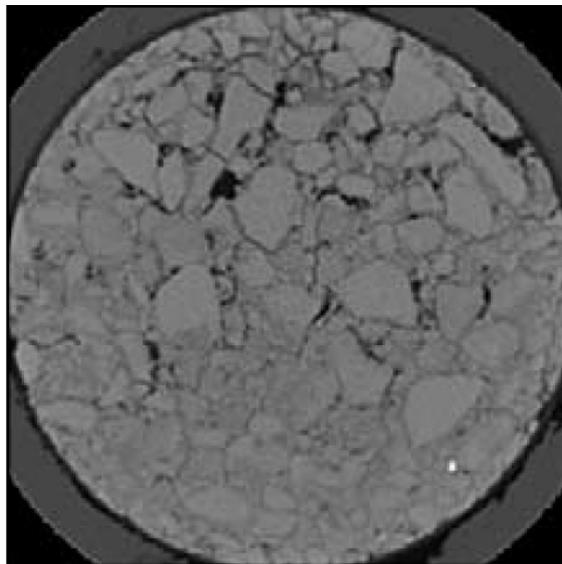


Figura 3.15: Sezione trasversale realizzata per il conglomerato con la tomografia assiale computerizzata [77].

I ricercatori hanno espresso il tensore microstrutturale F_{ij} in funzione del vettore magnitudine Δ , che quantifica l'anisotropia media per la distribuzione dell'orientamento delle particelle nelle sezioni trasversali investigate.

$$F_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1-\Delta}{3+\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-\Delta}{3+\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\Delta}{3+\Delta} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\Delta = \frac{1}{M} \cdot \left[\left(\sum_{k=1}^M \cos 2\theta^k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^M \sin 2\theta^k \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.29)$$

Nella (3.29) con θ^k si indica l'orientamento, variabile da -90° a $+90^\circ$, della sezione del singolo grano, mentre M corrisponde al numero totale degli elementi presenti nell'immagine 2D (figura 3.16); il vettore magnitudine varia da zero (materiale isotropo) a uno, per un materiale dotato di completa anisotropia trasversale.

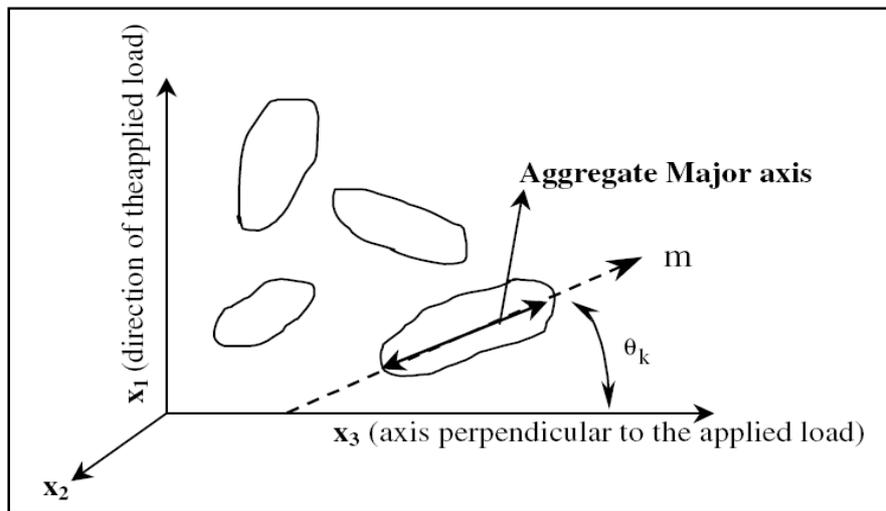


Figura 3.16: Orientamento delle particelle nella sezione di un materiale granulare [77].

Tashman ha quindi proposto la relazione (3.30), formulata in base alla teoria di Perzyna, per determinare la velocità di deformazione visco-plastica ($\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$) del conglomerato sottoposto al *test* di compressione triassiale.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \Gamma \langle \phi(f) \rangle \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.30)$$

Nella (3.30) il tensore della velocità di deformazione è espresso in funzione del parametro di fluidità Γ e delle funzioni potenziale visco-plastica g e di plasticizzazione ϕ .

$$\langle \phi(f) \rangle = \begin{cases} 0, & \phi(f) \leq 0 \\ \phi(f), & \phi(f) > 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

La funzione di plasticizzazione (ϕ) è stata determinata mediante l'equazione *Drucker-Prager* (f), correlata con la pressione di confinamento, l'attrito dell'aggregato e l'ingranamento tra particelle.

Tale funzione è stata opportunamente modificata al fine di considerare anche l'anisotropia dell'aggregato e l'incremento, durante la prova di compressione, della frattura e dei vuoti interparticellari.

La modifica ha comportato quindi l'inserimento nella funzione di plasticizzazione dei parametri di anisotropia (Δ) e danno (ξ).

$$f = \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa \quad (3.32)$$

$$\bar{I}_1^e = \frac{1}{1-\xi} \cdot \left[\sigma_{kk} + \lambda \sqrt{24} \left(\frac{\Delta}{3+\Delta} \right) F'_{ij} \sigma_{ij} \right] \quad (3.33)$$

$$\bar{J}_2^e = \frac{1}{(1-\xi)^2} \cdot \left[\frac{1}{2} S_{ij} S_{jk} + \mu \sqrt{24} \left(\frac{\Delta}{3+\Delta} \right) F'_{ki} S_{ij} S_{jk} \right] \quad (3.34)$$

Nella equazioni (3.32), (3.33) e (3.34) α e κ sono parametri rappresentativi dell'attrito microscopico e della coesione del legante, λ e μ sono coefficienti di anisotropia dell'aggregato, σ_{ij} e S_{ij} sono infine il tensore degli sforzi di *Cauchy* ed il corrispondente deviatorico.

Sostituendo la (3.32) nella (3.31) la funzione di plasticizzazione è stata quindi sviluppata, secondo una legge di potenza con esponente N , in base alla *Drucker-Prager* modificata.

$$\langle \phi(f) \rangle = \begin{cases} 0, & \text{Assenza Def.Visco - plastica} & \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa \leq 0 \\ \phi(f), & \text{Presenza Def.Visco - plastica} & \sqrt{\bar{J}_2^e} - \alpha \bar{I}_1^e - \kappa > 0 \end{cases} \quad (3.35)$$

La funzione potenziale visco-plastica (g), con forma analitica simile all'equazione (3.32), presenta anche un coefficiente β rappresentativo dell'ingranamento dell'aggregato e della conseguente dilatazione potenziale del materiale (figura 3.17).

$$g = \sqrt{\bar{J}_2^e} - \beta \bar{I}_1^e - c \quad (3.36)$$

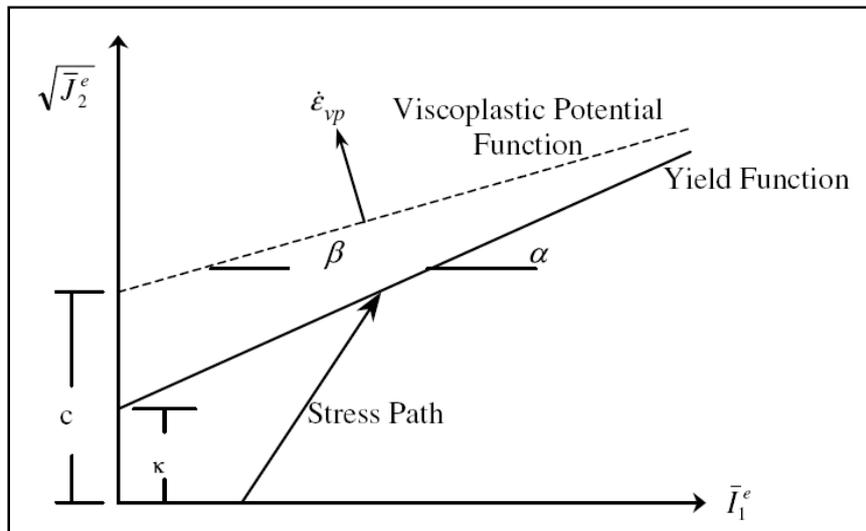


Figura 3.17: Funzioni Drucker-Prager modificata e potenziale visco-plastica [77].

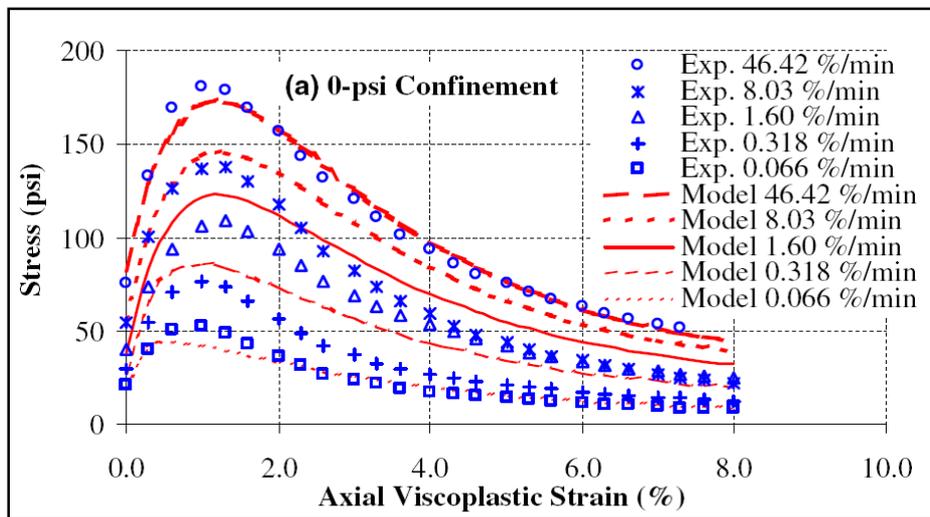
La derivata della funzione g rispetto alla tensione σ_{ij} permette di determinare la direzione di incremento della deformazione in base ai parametri di anisotropia, dilatazione e danno, definiti per la miscela bituminosa.

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{S_{ij}}{2\sqrt{J_2^e}} + \frac{\mu\sqrt{6}\Delta}{(3+\Delta)\sqrt{J_2^e}} \cdot \left(F'_{im}S_{mj} + F'_{ik}S_{kj} - \frac{2}{3}F'_{km}S_{mk}\delta_{ij} \right) - \frac{\beta}{1-\xi} \cdot \left(\delta_{ij} + \frac{\lambda\sqrt{6}\Delta}{(3+\Delta)\sqrt{J_2^e}} F'_{ij} \right) \quad (3.37)$$

Mediante la sostituzione delle (3.35) e (3.37) nella (3.30) è stato così possibile determinare la velocità di deformazione visco-plastica, per il conglomerato bituminoso, con rapporti tra le velocità di deformazione lungo diverse direzioni indipendenti dal parametro di danno.

Tashman e Masad hanno poi validato il modello costitutivo con *test* triassiali di compressione per una miscela sottoposta alle seguenti pressioni di confinamento: 0 psi, 15 psi e 30 psi.

La comparazione tra i risultati di laboratorio e quelli ottenuti con la relazione (3.37) hanno infine confermato l'elevato grado di precisione del modello costitutivo microstrutturale (figura 3.18).



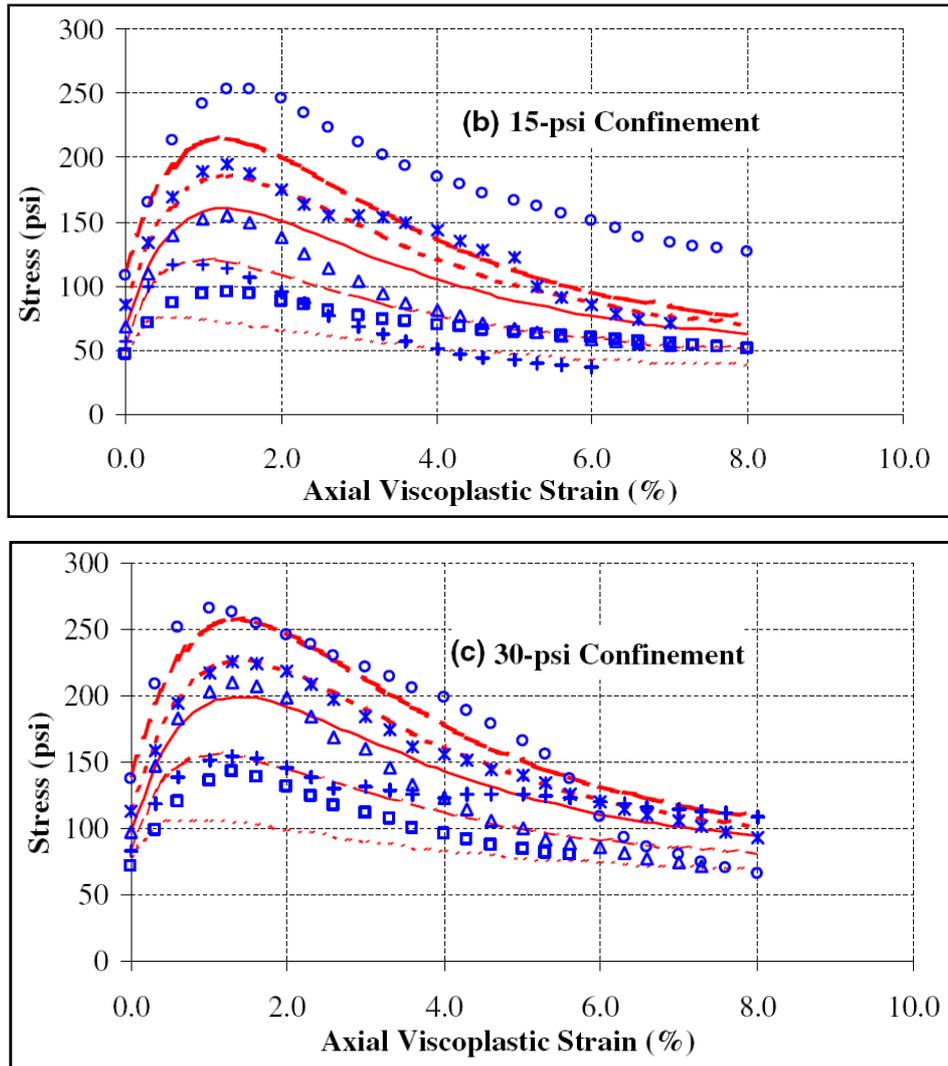


Figura 3.18: Correlazioni deformazione-tensione per le prove di laboratorio ed il modello costitutivo [77].

3.2.7 I MODELLI ELASTO-VISCO-PLASTICI

Molteplici ricerche [3, 23, 64, 73, 98] sono state intraprese al fine di proporre un modello che possa rappresentare le risposte elastica, plastica, viscoelastica e viscoplastica del conglomerato bituminoso, in altri termini la sua deformazione complessiva.

Perl ha realizzato un modello costitutivo per una miscela di conglomerato bituminoso soggetto a carichi ripetuti in grado di individuare i contributi delle diverse componenti di deformazione. Ha effettuato una serie di test su provini

sottoposti a cicli ripetuti di creep monoassiale, alla temperatura di 25°C, per diversi livelli di carico mantenuti costanti durante le prove [64].

L'analisi dei risultati ha evidenziato due importanti risultati:

- la deformazione totale non viene completamente recuperata al termine della prova;
- l'esistenza di componenti di deformazione dipendenti dal tempo e di componenti indipendenti.

In base al principio di sovrapposizione degli effetti la deformazione totale ε_t viene quindi definita con la sommatoria delle singole componenti (3.38).

$$\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_{ve} + \varepsilon_{vp} \quad (3.38)$$

Dove:

ε_e = deformazione elastica (reversibile e indipendente dal tempo)

ε_p = deformazione plastica (irreversibile indipendente dal tempo)

ε_{ve} = deformazione viscoelastica (reversibile e dipendente dal tempo)

ε_{vp} = deformazione viscoplastica (irreversibile e dipendente dal tempo)

In figura 3.19 è riportato, in funzione del tempo, il diagramma della deformazione per un provino sottoposto a cicli di carico con intensità costante; nell'istante iniziale della prova (t_0) si osserva lo sviluppo istantaneo delle componenti di deformazione elastica e plastica; tra t_0 e t_1 si attiva il fenomeno del *creep*, avendosi così nel provino una deformazione formata dalle componenti viscoelastica e viscoplastica; tra t_1 e t_2 , quando la forza ha cessato di agire sul provino, è presente la sola deformazione elastica reversibile; nell'istante t_2 la deformazione è infine formata dalle componenti irreversibili viscoelastica e viscoplastica.

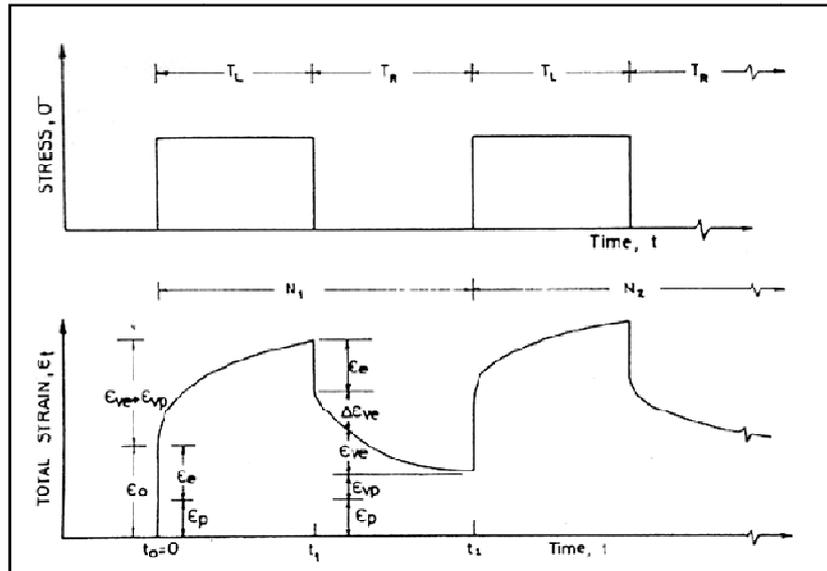


Figura 3.19: Le componenti di deformazione secondo Perle [64].

Diversi ricercatori, tra i quali *Drescher* hanno stabilito che la deformazione viscosa dipende dal tempo di applicazione della forza e dal rapporto temporale tra le fasi di carico e scarico, mentre la deformazione plastica è proporzionale all'intensità della forza agente sul provino. Effettuando una serie di prove di compressione uniassiale a creep hanno inoltre osservato che anche le componenti della deformazione elastica e plastica sono correlate all'intensità della forza, la prima mediante una funzione lineare e la seconda con una funzione in parte non lineare [23].

3.3 MODELLI MICROMECCANICI PER MISCELE DI CONGLOMERATO BITUMINOSO

L'approccio tradizionale alla modellazione dei conglomerati bituminosi consiste nello studio macroscopico della risposta meccanica con modelli costitutivi basati sul continuo.

È necessario conoscere inizialmente i risultati di prove statiche e dinamiche condotte in laboratorio per diversi valori della temperatura, del tempo di carico e dell'intensità della forza applicata al provino.

Il comportamento del materiale, definito mediante i *test*, viene poi interpolato con la risposta macroscopica ottenuta dal modello costitutivo preso in considerazione.

Tali modelli non permettono però di correlare il comportamento del conglomerato, osservato durante la prova, con le proprietà micromeccaniche della miscela. A tal fine vengono utilizzati i modelli micromeccanici che permettono di determinare le proprietà fondamentali di un materiale composito in base alle proprietà dei singoli componenti e consentono quindi un esame completo del comportamento micro-strutturale della miscela.

Nel presente paragrafo viene quindi fatta una rassegna dei principali modelli micromeccanici utilizzati per modellare il conglomerato bituminoso.

3.3.1 MODELLO DI CREEP DEL “FILM” SOTTILE DI BITUME

Hill [31] ha sviluppato un modello per rappresentare il fenomeno di *creep* del conglomerato bituminoso. Ha ipotizzando che le componenti di deformazione dipendessero unicamente dallo scorrimento relativo tra particelle adiacenti separate mediante *film* sottili di bitume (figura 3.20).

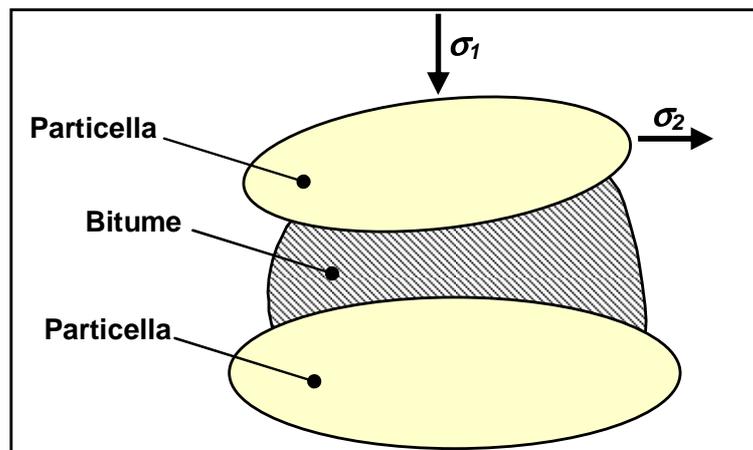


Figura 3.20: Schema di una coppia di particelle adiacenti separate da bitume [31].

Tuttavia questo modello considera solo le deformazioni di taglio nel bitume: secondo questo approccio la struttura interna della miscela è formata solamente da *film* di legante, definiti con variabili di stato che evolvono nel tempo al fine di riprodurre lo stato deformativo macroscopico. Il valore di tensione dipende dall'intensità della forza applicata, dalle proprietà e dallo spessore (che varia in funzione del tempo) del bitume.

La presenza del fenomeno di taglio nelle miscele di conglomerato bituminoso indica che la loro struttura interna cambia durante lo svolgersi di una prova. Quindi, Hill [31] ha proposto un modello teorico in cui il legante forma, internamente alla miscela, un reticolo di piani tra le particelle adiacenti che si deformano, diminuendo il loro spessore, in base all'assottigliamento del bitume ed all'assortimento granulometrico dell'aggregato.

Tale modello può essere applicato con buona precisione allo studio delle deformazioni longitudinale, trasversale e volumetrica dei provini durante i *test* di compressione monoassiale.

3.3.2 MODELLO MICROSTRUTTURALE

Il comportamento di un conglomerato bituminoso soggetto a forze esterne è governato dalla risposta microstrutturale, rappresentata dalle modalità di trasferimento delle forze locali tra le particelle in contatto reciproco.

La miscela, come è stato specificato nel capitolo 1, è un materiale multifase contenete aggregato, legante e vuoti interparticellari (figura 3.21).

La forza risultante che si scambiano le particelle in contatto reciproco, può quindi essere scomposta nelle componenti normale F_n , tangenziale F_t e nel momento M (figura 3.22).

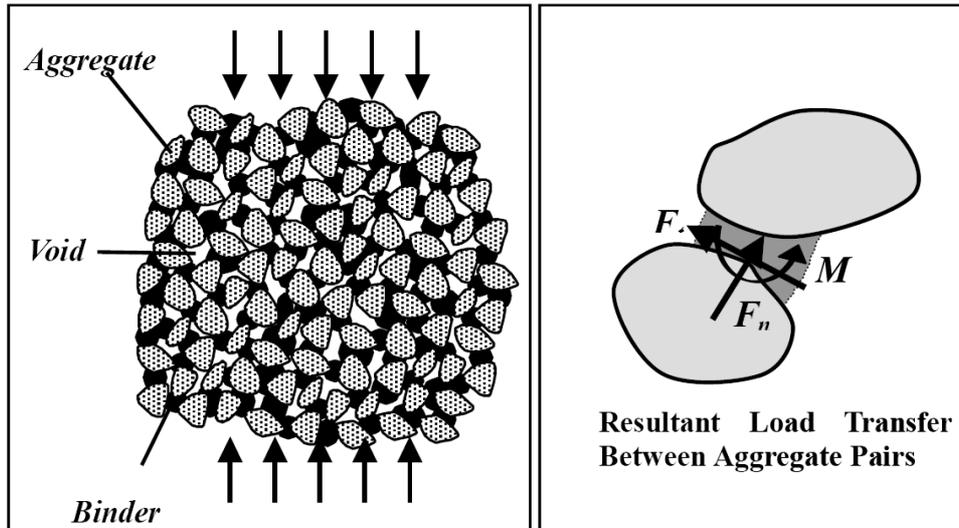


Figura 3.21: Schema delle fasi costituenti la miscela. Figura 3.22: grandezze dinamiche agenti nel punto di contatto della coppia di particelle.

Tali grandezze dinamiche dipendono per l'aggregato dalla forma, dalle dimensioni e dalle caratteristiche meccaniche dei grani, per il bitume dallo spessore e dalle proprietà del *film* sottile.

Sadd e *Dai* al fine di schematizzare il sistema aggregato-bitume, hanno quindi sviluppato due modelli microstrutturali approssimando i grani di forma irregolare con particelle ellittiche bidimensionali di dimensione non uniforme (figura 3.23a e 3.23b) [70]. Nel primo modello il materiale è stato discretizzato con una rete di elementi *frame-type* triangolari disomogenei, contenenti parti di particelle e porzioni di legante, ciascuna delle quali con proprie leggi costitutive (figura 3.23c).

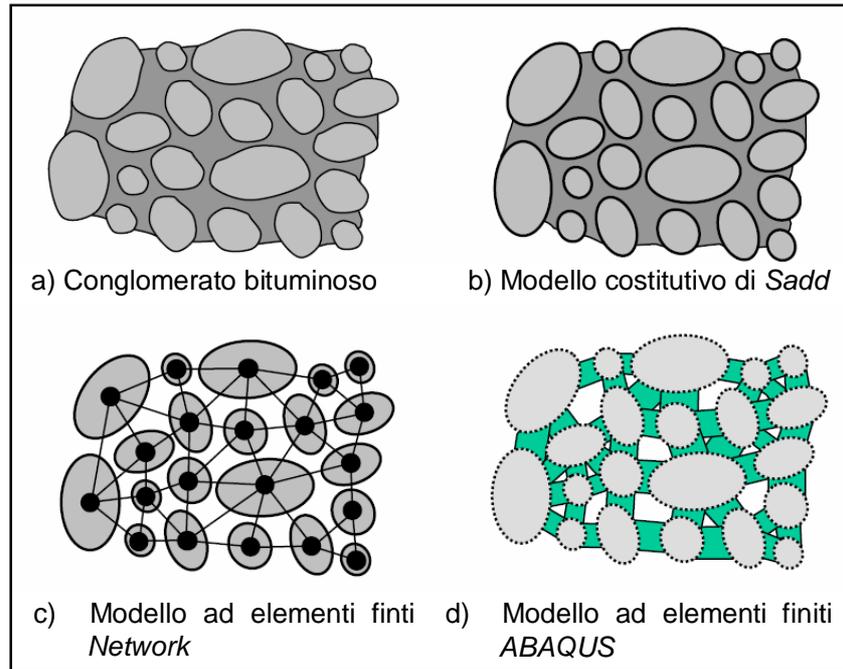


Figura 3.23: Microstruttura del conglomerato bituminoso e dei relativi modelli [70].

La coppia di particelle legate è stata quindi modellata, con la tecnica *equivalent lattice network*, mediante elementi bi-nodali a tre gradi di libertà.

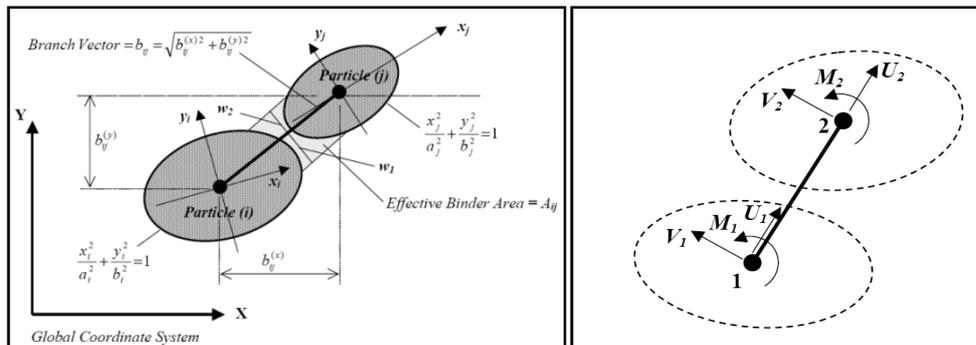


Figura 3.24: a) Schematizzazione geometrica dell'aggregato – b) Modello ad elementi finiti [70]

Nei nodi è stata definita una matrice di rigidezza 6x6 per la trasformazione delle grandezze cinematiche, relative alla singola particella, nelle corrispondenti grandezze dinamiche; la distribuzione delle tensioni nel *film* di bitume è stata invece calcolata in base allo spostamento ed alla rotazione della coppia di

particelle come soluzione elastica approssimata della matrice di rigidezza di *Dvorkin* (3.39).

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{nn} & 0 & K_{nn}e & -K_{nn} & 0 & -K_{nn}e \\ 0 & K_{tt} & K_{tt}r_1 & 0 & -K_{tt} & K_{tt} \cdot r_2 \\ K_{nn}e & K_{tt}r_1 & K_{tt}r_1^2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) & -K_{nn}e & -K_{tt}r_1 & K_{tt}r_1r_2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) \\ -K_{nn} & 0 & -K_{nn}e & K_{nn} & 0 & K_{nn}e \\ 0 & -K_{tt} & -K_{tt}r_1 & 0 & K_{tt} & -K_{tt}r_2 \\ -K_{nn}e & K_{tt}r_2 & K_{tt}r_1r_2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) & K_{nn}e & -K_{tt}r_2 & K_{tt}r_2^2 + \frac{K_{nn}}{3}(w_2^2 - w_1w_2 + w_1^2) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Dove:

$$\begin{aligned} w &= w_1 + w_2 \\ e &= (w_2 - w_1)/2 \\ k_{nn} &= \frac{(\lambda + 2\mu) \cdot w}{h_0} \\ k_{tt} &= \frac{\mu \cdot w}{h_0} \end{aligned}$$

Con r_1 e r_2 si indicano inoltre i raggi delle particelle costituenti la generica coppia di elementi.

In tale modello ad elementi finiti, con particelle infinitamente rigide e spessore del *film* di bitume uniforme, lo stato tensionale nello strato legante è stato calcolato per i seguenti movimenti interparticellari normale, tangenziale e rotatorio (figura 3.25).

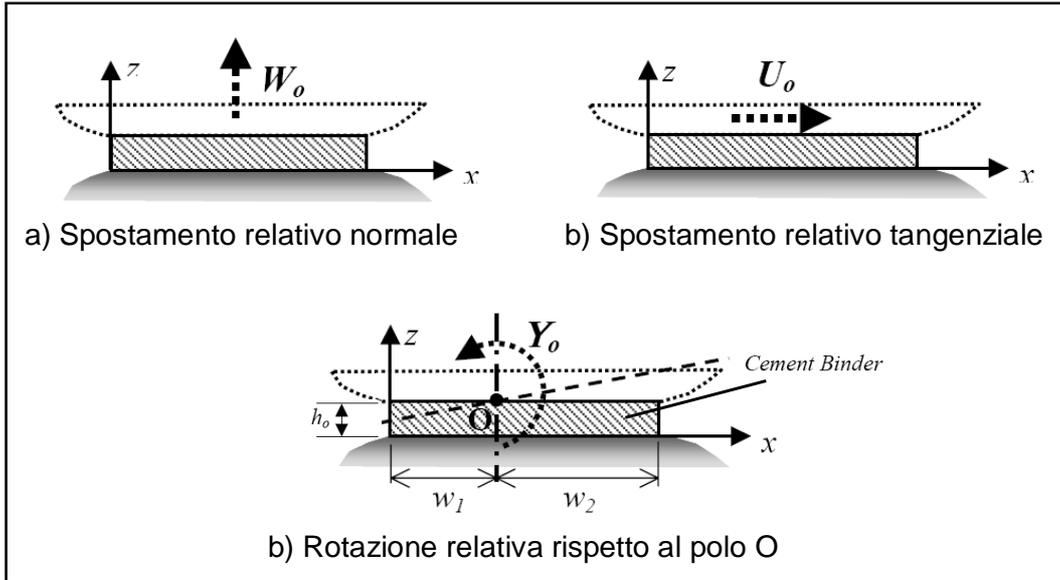


Figura 3.25: Movimenti interparticellari di tipo normale, tangenziale e rotatorio [70]

L'integrazione delle tensioni lungo la larghezza w del film ha infine consentito il calcolo delle sollecitazioni risultanti nell'elemento di contatto interparticellare.

$$F_n = \int_0^w \sigma_z dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0}{h_0} \int_0^w (x - w_1) dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0 \cdot w \cdot e}{h_0} \quad (3.40)$$

$$F_n = \int_0^w \tau_{xz} dx = \mu \cdot w \cdot \left(\frac{h_0 \cdot c}{k^2} + \theta_0 \right) \quad (3.41)$$

$$M_0 = \int_0^w \sigma_z (x - w_1) dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0}{h_0} \int_0^w (x - w_1)^2 dx = (\lambda + 2\mu) \frac{\theta_0 \cdot w}{3h_0} (w_2^2 - w_1 w_2 + w_1^2) \quad (3.42)$$

Il secondo modello è stato invece rappresentato mediante elementi omogenei di forma ellittica per l'aggregato e rettangolare per il legante (figura 3.23.d).

Mediante il codice di calcolo *ABAQUS FEA*, il bitume è stato schematizzato con elementi a forma di quadrilatero, deformabili in base ad una legge costitutiva elasto-plastica, e l'aggregato per mezzo di elementi rigidi ed indeformabili a due nodi (figura 3.26).

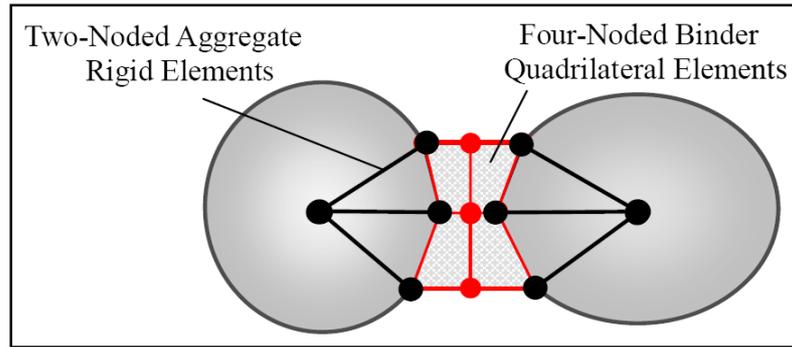


Figura 3.26: Schema della modellazione con codice di calcolo ABAQUS [70].

Con tali modelli bidimensionali è stata simulata la prova a trazione indiretta (*IDT*) eseguita con un provino circolare di diametro 125 mm, formato da una miscela ideale di grani a forma ellittica cementati mediante resina a base di poliuretano (figura 3.27).

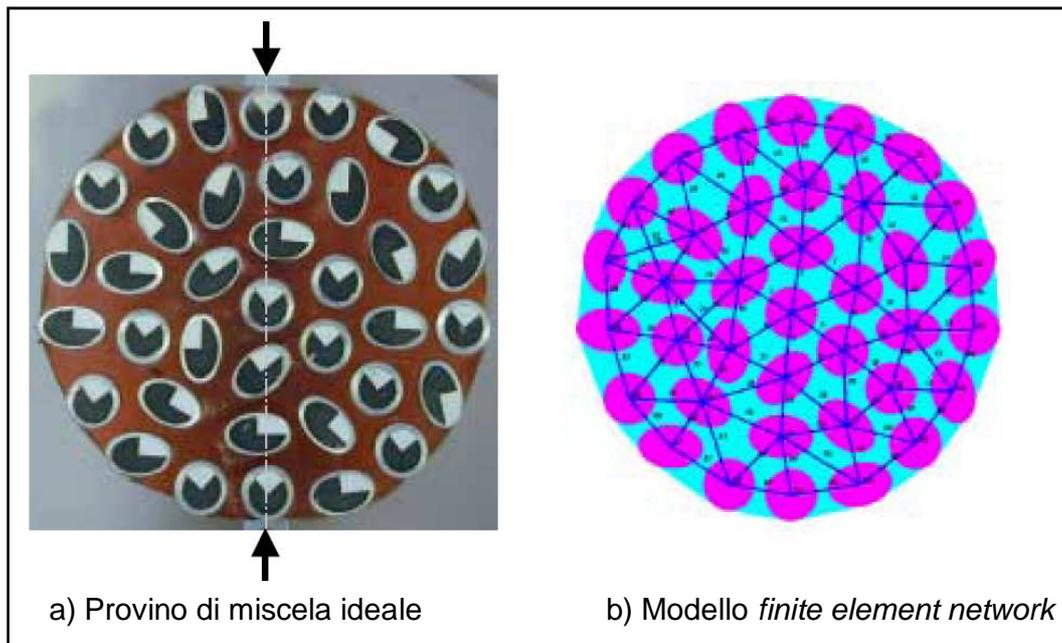


Figura 3.27: provino e modello FEM della prova *IDT* [70].

La comparazione tra i risultati di laboratorio ed i corrispondenti ottenuti dalle simulazioni ha infine fornito errori relativi, sugli spostamenti delle particelle, non superiori al 5%, confermando così il buon grado di approssimazione dei modelli *FEM 2D* alla prova *IDT*.

3.3.3 MODELLO AGLI ELEMENTI DISCRETI PARTICELLARI

Il metodo degli elementi distinti particellari è in grado di modellare correttamente il comportamento meccanico della struttura microscopica di una miscela bituminosa.

Il materiale granulare viene schematizzato mediante un insieme di particelle, con forma sferica o cilindrica, che si scambiano forze e momenti nei punti di contatto. Con tale metodo è inoltre possibile simulare l'adesione del legante saldando reciprocamente gli elementi nei punti di reciproco contatto; la risposta macroscopica del sistema viene quindi governata da parametri microscopici definiti con modelli di contatto, legame e slittamento.

Questo metodo è stato ampiamente applicato per modellare il suolo e la roccia e ne verrà data un'ampia descrizione nel prossimo capitolo; in questa sezione sono descritte alcune applicazioni che sfruttano i DEM per simulare il comportamento del conglomerato bituminoso.

Kim ha simulato, ad esempio, il *disk-shaped compact tension test* con un modello bidimensionale ad elementi distinti particellari, al fine di investigare l'influenza dei parametri macroscopici sulla meccanica della frattura alle basse temperature [41].

Il provino cilindrico intagliato lungo il piano diametrale orizzontale, è stato schematizzato mediante un modello formato da 38700 particelle con disposizione esagonale e diametro uniforme, interagenti reciprocamente attraverso 115000 punti di contatto.

Le particelle sono state poi cementate reciprocamente con la tecnica *cluster*, al fine di definire nel modello gli elementi aggregato di forma non arrotondata e mastice.

Per le particelle costituenti il singolo grano di aggregato è stato definito nei corrispondenti punti di contatto un legame di tipo lineare, mentre per il mastice e l'interfaccia aggregato-mastice è stato invece adottato un modello di legame di tipo *softening*; tale modello si basa sulla teoria della zona coesiva, che descrive il meccanismo di rottura del materiale mediante il calcolo dell'energia potenziale di

coesione ϕ in base alla resistenza di coesione σ_{max} ed alla lunghezza critica δ_{sep} (Dugdale, 1960; Barenblatt 1962) (figura 3.28).

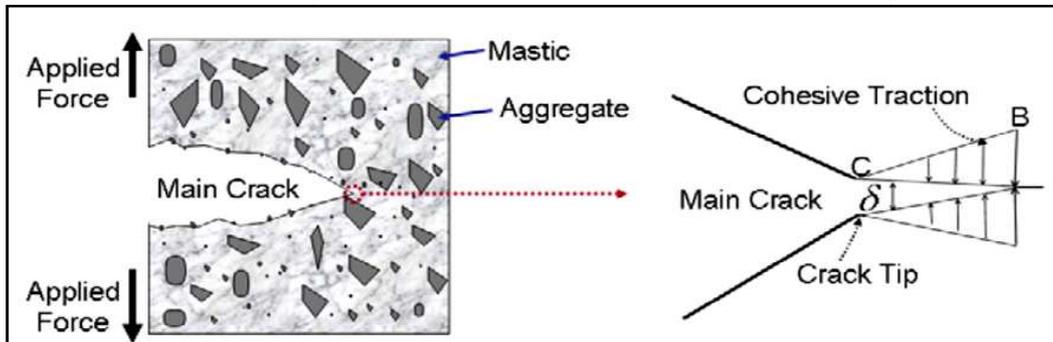


Figura 3.28: Meccanismo di rottura e relativo concetto di frattura coesiva [41].

L'energia di coesione (ϕ) è equivalente al lavoro di fessurazione locale del materiale (Γ) compiuto dalla tensione di trazione $\sigma(\delta)$ nel conferire a coppie di particelle in reciproco contatto uno spostamento relativo δ (figura 3.29).

(3.43)

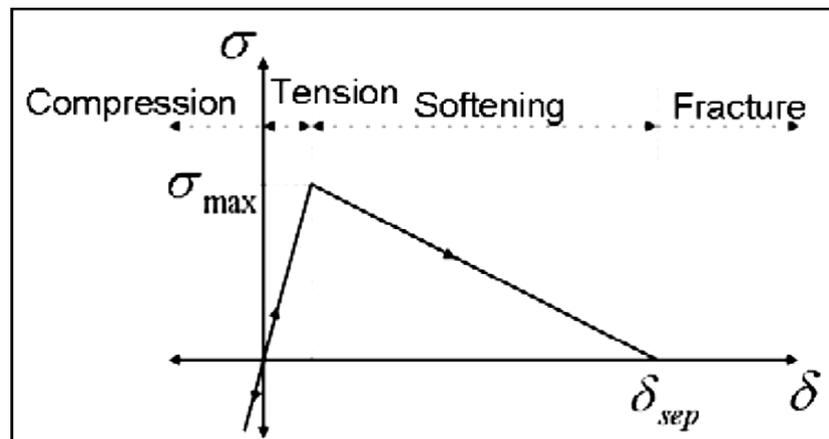


Figura 3.29: Modello bilineare di frattura coesiva [41].

La forma e la posizione degli elementi costituenti la matrice litoide sono state riprodotte nel modello mediante l'elaborazione digitale dell'immagine ottenuta per scansione della base superiore del provino (figure 3.30.a e 3.30.b).

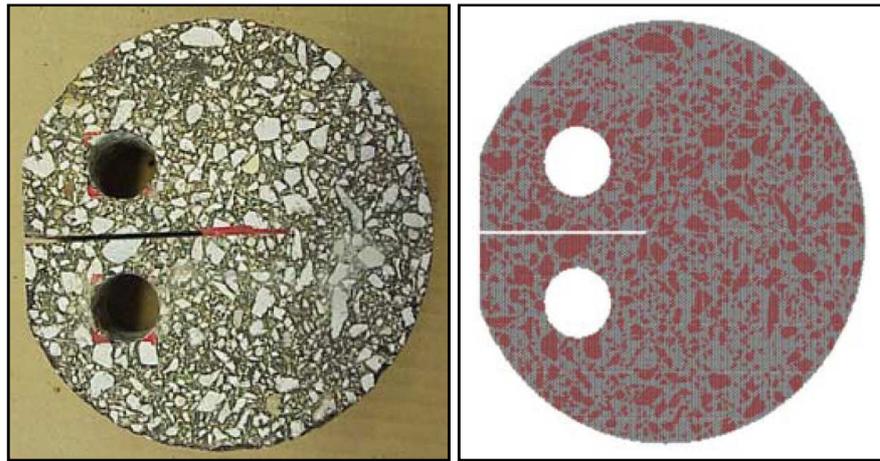


Figura 3.30: a) Immagine del provino per il disk-shaped compact tension test – b) modello DEM formato da cluster [41].

I parametri microscopici dei modelli costitutivi, per le diverse fasi della miscela, sono stati quindi calibrati in base a parametri macroscopici ottenuti in laboratorio con prove di compressione monoassiale, di trazione indiretta e di *disk-shaped compact tension*.

Tali prove hanno infatti permesso di calcolare le seguenti grandezze del conglomerato bituminoso: modulo di *Young* (E), resistenza a trazione (f_t) ed energia di frattura (G_f) (figura 3.31).

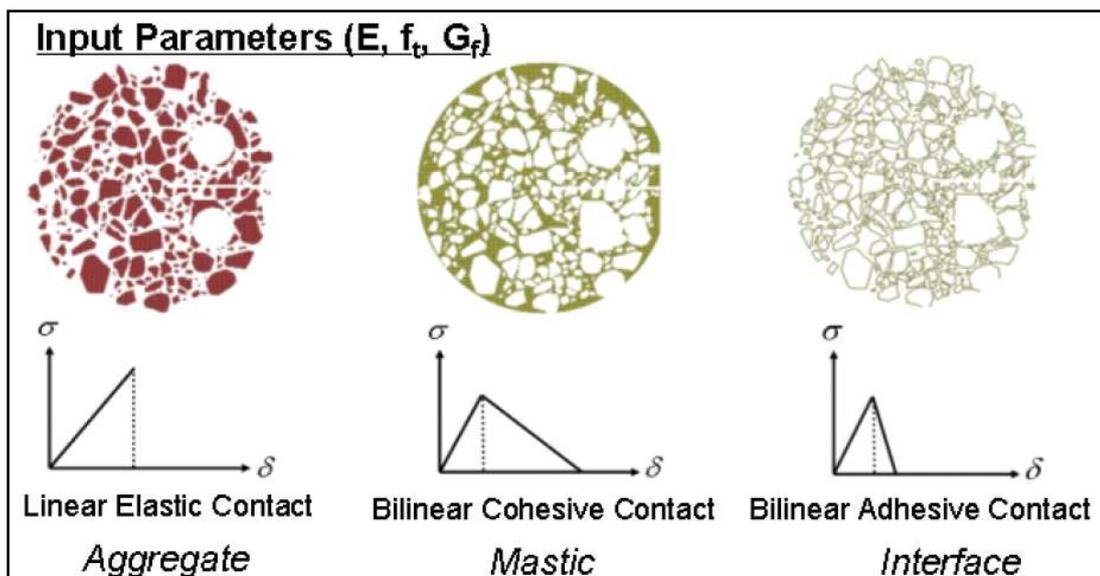


Figura 3.31: Parametri macroscopici per la calibrazione del modello DEM [41].

La comparazione tra i risultati delle simulazioni *DEM* e quelli di laboratorio ottenuti impiegando miscele *Hot Mastix Asphalt* alle temperature 0 °C e -10 °C, hanno confermato il buon grado di approssimazione dei modelli al caso reale (figura 3.32).

Le simulazioni hanno quindi sviluppato un innesco della fessurazione lungo il piano diametrale orizzontale del provino, per stati deformativi superiori a quello relativo al picco di forza, individuando conseguentemente zone di frattura, di *softening*, di trazione e compressione (figura 3.33).

Nella zona di *softening*, con estensione decrescente in base alla lunghezza della frattura stessa, il materiale ha subito una diminuzione delle tensioni di trazione a causa della fessurazione.

È stato così evidenziato come, al diminuire della temperatura, la miscela sviluppi una maggiore energia di frattura, un minore picco di forza ed una differente traiettoria del meccanismo di fessurazione.

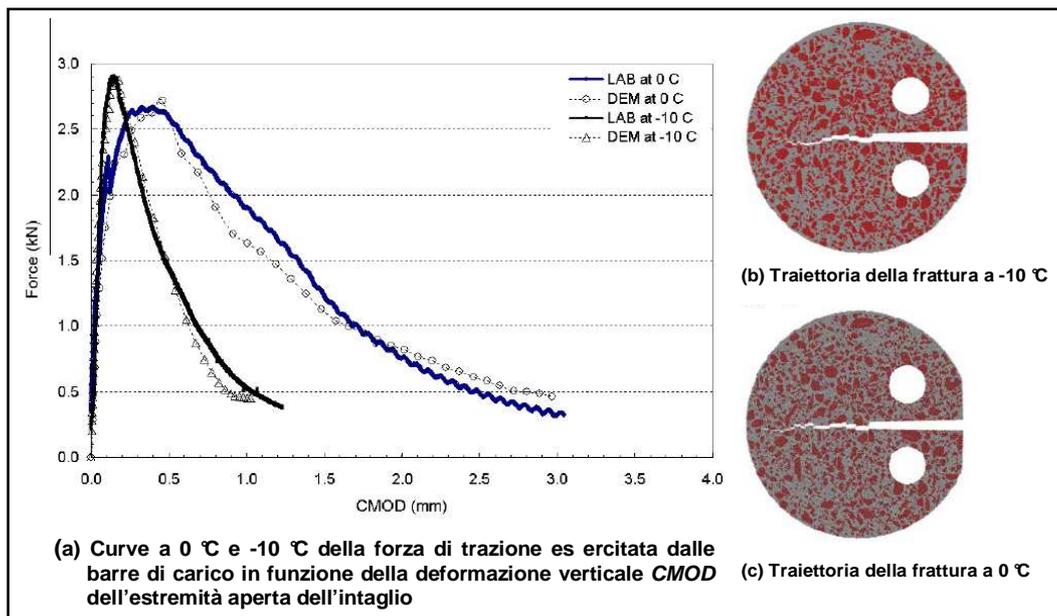


Figura 3.32: Comparazione provino-modello *DEM* [41].

Kim ha infine investigato l'influenza dei singoli parametri sulla risposta macroscopica del modello, osservando una forte correlazione tra la meccanica della frattura e le resistenze dell'aggregato e dell'interfaccia aggregato-mastice.

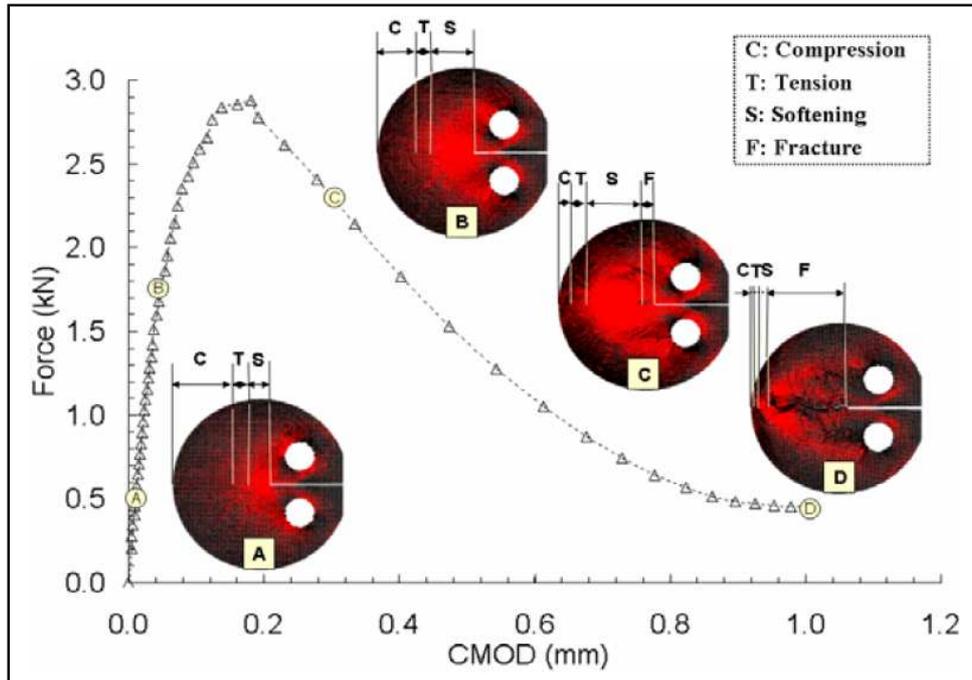


Figura 3.33: Sviluppo della meccanica della frattura nel modello DEM [5].

La modellazione ad elementi distinti particellari ha infatti permesso di dimostrare come la zona di *softening*, la forza di trazione massima ed il meccanismo della frattura siano condizionati dalla resistenza dell'aggregato, diversamente dall'energia di fessurazione funzione del solo legame definito all'interfaccia.

Buttlar e You [5] hanno invece realizzato la simulazione, mediante un modello DEM bidimensionale, dell'IDT test eseguito con un provino di forma esagonale formato da 130 cilindri di pietra cementati con mastice (figura 3.34).

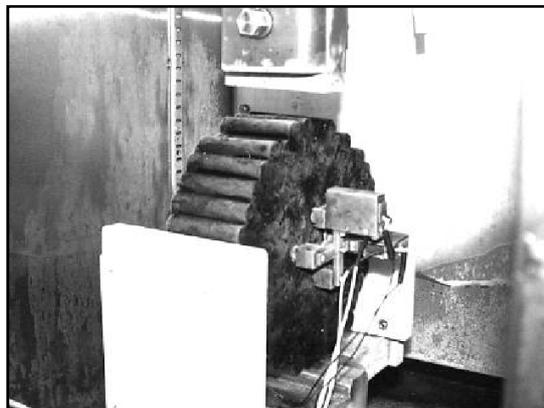


Figura 3.34: Prova IDT eseguita con particelle cementate di forma cilindrica [5].

Il confronto tra i risultati di laboratorio e quelli della simulazione ha confermato le potenzialità del *DEM* nella riproduzione numerica della prova di trazione indiretta.

Buttlar e You [5] hanno successivamente esteso questo approccio sviluppando un modello bidimensionale della prova IDT per lo SMA (Stone Mastic Asphalt): il modello è stato realizzato con elementi *cluster*, al fine di avere particelle di forma non arrotondata che approssimassero al meglio quelle reali ed ottenere quindi una simulazione verosimile alla prova di laboratorio.

Per la miscela ideale è stata eseguita la comparazione tra le deformazioni orizzontali del provino durante il *test* e quelle ottenute con la simulazione.

Il modello *DEM* ha fornito una deformazione orizzontale diametrale superiore del 40% a quella di laboratorio, poiché la schematizzazione dell'aggregato mediante elementi *cluster* non simula completamente il reale ingranamento delle particelle.

Rothenburg [69] ha modellato la struttura interna del conglomerato bituminoso mediante un insieme di particelle con dimensioni variabili, legate reciprocamente con il bitume: per le particelle è stato definito un legame costitutivo di tipo elastico, mentre per il legante, trattato come un fluido *Newtoniano* incomprimibile, è stato ipotizzato un legame viscoelastico (figura 3.35).

Sono state eseguite delle simulazioni bidimensionali del *creep test*, che hanno evidenziato la correlazione esistente tra il fenomeno macroscopico del *creep* ed il numero di contatti nei quali le particelle sono coese per mezzo del legante.

È stato quindi dimostrato come la deformazione del materiale sotto carico costante si sviluppi in presenza di un numero di contatti inferiore ad un valore minimo, innescando progressivamente l'ormaiamento della pavimentazione. Tuttavia le simulazioni eseguite erano solo bidimensionali e non è stata effettuata nessuna calibrazione con dati di laboratorio.

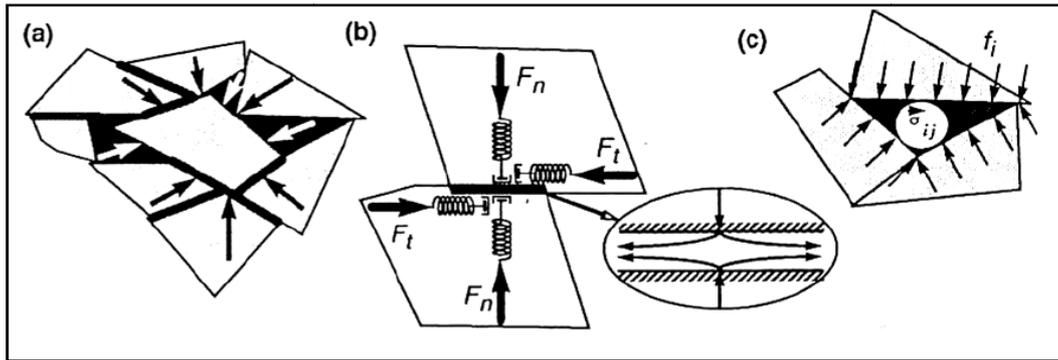


Figura 3.35: a) forze agenti sulle particelle – b) interazione tra particelle – c) interazione particella-bitume [69].

Chang e Meegoda [7] hanno definito il modello di contatto interparticellare *ASBAL* per la rappresentazione microscopica del comportamento viscoelastico del bitume mediante la modifica del modello *TRUBAL* di Cundall. Il modello costitutivo *ASBAL* simula il comportamento viscoelastico del legante mediante l'inserimento, nei punti di contatto interparticellari, di una coppia di elementi in serie molla-ammortizzatore (modello di Voigt) disposta lungo le direzioni normale e tangenziale (figura 3.36).

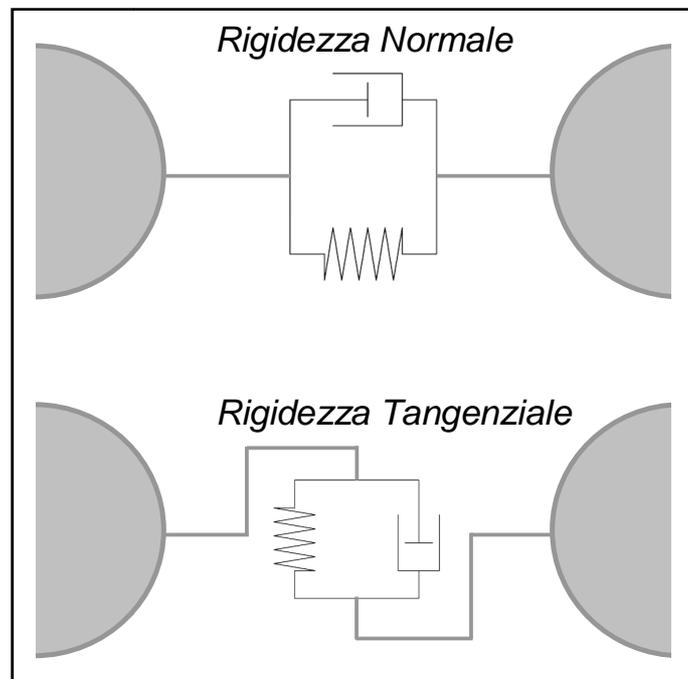


Figura 3.36: Applicazione del modello viscoelastico di Voigt ad una coppia di particelle in contatto reciproco[7].

I ricercatori hanno quindi eseguito delle simulazioni numeriche con modelli *ASBAL* formati da 152 particelle di forma sferica, sollecitati con forze monoassiali statiche o cicliche applicate a velocità costante. Tali simulazioni sono state effettuate al solo scopo di studiare l'influenza sui risultati di importanti parametri contenuti nel sistema di equazioni non-lineari.

I due ricercatori, per una più verosimile rappresentazione microscopica del comportamento viscoelastico del bitume, hanno poi sostituito nei punti di contatto il modello costitutivo di *Voigt* con quello di *Burger*, ottenuto combinando due coppie di elementi molla-ammortizzatori rispettivamente in serie ed in parallelo [7].

Hanno quindi sviluppato un modello microscopico per l' *Hot Mix Asphalt (HMA)* sfruttando *ASBAL*; sono state quindi simulate diverse prove di tipo statico e dinamico studiando la risposta del modello al variare dei parametri microscopici definiti.

Le simulazioni di provini *HMA* caricati con forza statica monotona hanno evidenziato un comportamento non-lineare tipico dei test di laboratorio, mentre quelle realizzate con modelli caricati ciclicamente hanno sviluppato, in analogia al caso reale, una deformazione permanente nel materiale.

La modellazione dei conglomerati bituminosi con il metodo degli elementi distinti particellari è stata soprattutto di tipo bidimensionale, lasciando scoperto il campo delle simulazioni *3-D* necessario per comprendere pienamente la deformazione volumetrica del provino ed il reale ingranamento delle particelle, permettendo così ai ricercatori di sviluppare modelli numerici in grado di riprodurre la fessurazione per fatica e l'ormaiamento delle pavimentazioni stradali.

3.4 IL COMPORTAMENTO DEL “FILM” DI BITUME

La struttura interna di una miscela bituminosa viene rappresentata, dal punto di vista microscopico, come un insieme di particelle cementate nei punti di contatto con strati sottili di legante. Per simulare correttamente il comportamento del

conglomerato con il metodo degli elementi distinti particellari è quindi importante comprendere come reagisce il *film* di bitume alle sollecitazioni di compressione, di trazione e di taglio.

Nadai [57] ha sviluppato, per un punto di contatto in compressione con comportamento elastico, l'equazione (3.44) che permette di calcolare l'effettivo modulo di *Young* del *film* di bitume E_n^{ai} .

$$E_n^{ai} = \frac{E_m}{8} \cdot A^2 \quad (3.44)$$

Dove A è dato dal rapporto tra il diametro della particella e lo spessore del *film* di legante (*aspect ratio*).

Cheung [8] ha successivamente specializzato la (3.44), trasformandola nella (3.45), per il calcolo dell'effettivo modulo elastico E_n^{ac} di un materiale comprimibile con deformazione asimmetrica.

$$\frac{E_n^{ac}}{E_n^{ai}} = 1 - \left[1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{K/E_m}{(5/8)A^2} \right]^{-1} \quad (3.45)$$

Dove K è il modulo di deformazione volumetrica. Tuttavia la (3.45) può essere applicata ai soli contatti in compressione con comportamento elastico, nei quali la forza dipende linearmente dallo spostamento relativo della coppia di particelle.

Al fine di schematizzare il comportamento viscoso del bitume nel generico punto di contatto, *Cheung* ha quindi proposto l'equazione (3.46), che permette di determinare il fattore di rigidità del *film* di bitume T_f (*thin film stiffening factor*) in base al parametro A ed al coefficiente di *creep* n (figura 3.37).

$$T_f = \left(\frac{n}{3n+1} \right) \cdot \left(\frac{n+2}{2} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{A_R}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad (3.46)$$

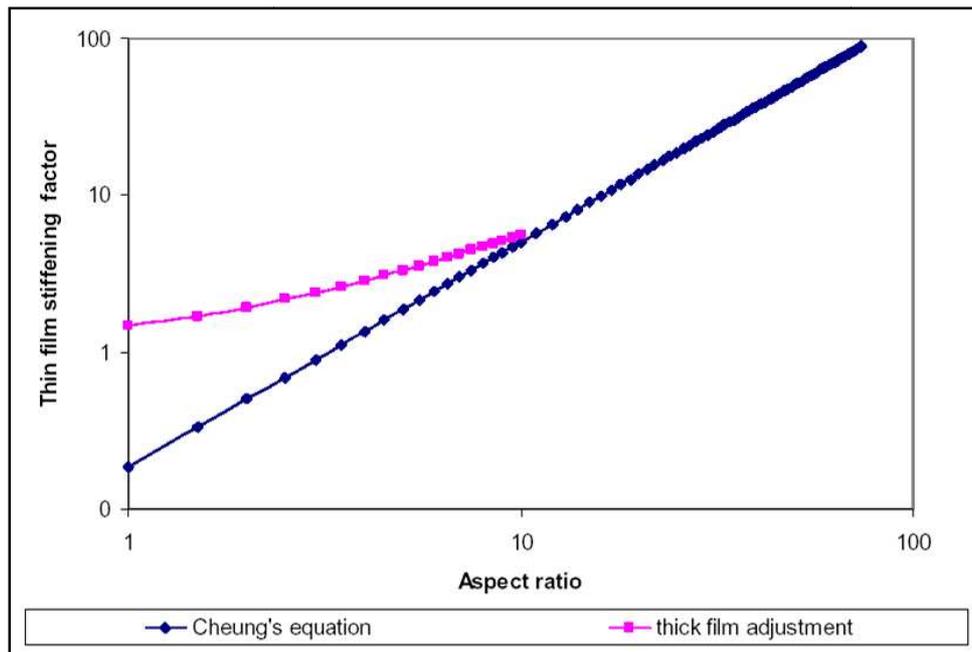


Figura 3.37: Curva del fattore di irrigidimento del film di bitume in funzione del rapporto tra lo spessore del film ed il diametro della particella [8].

Harvey [28] ha inoltre modificato l'equazione (3.46) al fine di calcolare l'effettivo valore del fattore di rigidezza T_F per elevati spessori del *film* di legante.

$$T_F = \frac{A_0}{A} \left(1 + \frac{A - A_0}{A_0} \right)^{-1} \quad (3.47)$$

Dove A_0 è un *aspect ratio* di riferimento con valore pari a 3.1.

Il fattore di rigidezza del *film* bitume è quindi una funzione del rapporto tra il diametro della particella e lo spessore dello strato di legante, con andamento non lineare per valori del parametro A inferiori a 10 e lineare per valori superiori.

Cheung e *Cebon* [9] hanno eseguito dei *test* monoassiali di trazione, compressione e taglio con un campione di bitume puro, per ampi intervalli di temperatura, intensità della forza e velocità di applicazione del carico.

L'analisi dei risultati ha permesso di elaborare una legge costitutiva per il legante, soggetto alla sollecitazione di trazione monoassiale in condizioni isoterme.

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n \quad (3.48)$$

Mediante l'equazione (3.48) è possibile determinare la tensione di trazione σ agente nel generico punto di contatto in base ai seguenti parametri: le velocità di applicazione del carico negli istanti t e t_0 , la tensione di trazione σ_0 nell'istante t_0 ed il coefficiente di *creep* n .

Per uno stato tensionale tridimensionale la (3.48) diventa l'equazione (3.49).

$$\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{ij}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_0}\right)^n \cdot \frac{\sigma'_{ij}}{\sigma_e} \quad (3.49)$$

Dove $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{kk}$ è la tensione deviatorica, δ_{ij} è l'operatore di *Kronecker* e $\sigma_e = \left(\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma_{ij}\right)^{1/2}$ è la tensione effettiva calcolata con *Von Mises*.

L'equazione (3.49) approssima con buona precisione il comportamento deformativo a carico costante tipico dei metalli, dei polimeri e delle ceramiche. *Cheung e Cebon* [42] hanno anche sottoposto dei provini di bitume allo sforzo di taglio puro, ottenendo una legge costitutiva, per il materiale a temperatura costante, simile alla (3.49).

$$\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) = (\sqrt{3})^{n+1} \cdot \left(\frac{\tau}{\sigma_0}\right)^n \quad (3.50)$$

Dalla comparazione tra (3.49) e la (3.50) si evince che il comportamento del bitume, sottoposto ad uno sforzo di trazione, è correlato a quello per il legante sollecitato a taglio puro mediante il fattore $c = (\sqrt{3})^{n+1}$. Quando il bitume su trova in campo lineare ($n=1$), a parità di intensità della forza applicata, la deformazione a taglio risulta essere tre volte superiore a quella di trazione. *Lethersich* ha condotto diverse analisi numeriche al fine di investigare la viscosità del bitume, verificando la dipendenza dallo sforzo di taglio, pari ad un terzo di quello di trazione per una medesima deformazione [47]. È stato possibile quindi

asserire che per un bitume in campo lineare, la rigidità a taglio è tripla di quella a trazione.

3.5 CONCLUSIONI

I modelli e gli esempi riportati in questo capitolo hanno mostrato come il comportamento in scala macroscopica delle miscele di conglomerato bituminoso sia ormai compreso in maniera approfondita. I modelli costitutivi presi in rassegna permettono di modellare una o più componenti della deformazione per un conglomerato bituminoso soggetto ad un carico di tipo statico o dinamico. La risposta deformativa della miscela dipenderà dalla temperatura, dall'intensità della forza, dalla velocità e dal tempo di applicazione del carico; per una determinata condizione di carico il comportamento del provino varia inoltre in base all'assortimento granulometrico dell'aggregato ed alle proprietà del bitume. Per valori contenuti della deformazione il conglomerato bituminoso può essere studiato con le leggi costitutive viscoelastiche lineari. Quando non possono trascurarsi gli effetti non lineari è invece necessario utilizzare equazioni costitutive visco-elasto-plastiche in grado di descrivere correttamente la risposta tenso-deformativa del materiale.

I ricercatori hanno anche sviluppato specifici modelli ad elementi finiti per l'analisi prestazionale delle sovrastrutture stradali, con fattori caratterizzati però da lunghi tempi di calibrazione. Tali modelli simulano quindi solamente alcuni aspetti del comportamento di una miscela, senza essere in grado di rappresentare numericamente la risposta del conglomerato al variare dei diversi fattori discriminanti. I modelli fondati sull'interpretazione meccanica della struttura microscopica del conglomerato bituminoso presentano grandi potenzialità, ma sono attualmente poco sviluppati. È quindi necessario studiare, mediante modelli *DEM 3-D*, i meccanismi fisici di deformazione del sistema particellare cementato con *film* di bitume, per comprenderne le modalità di interazione tra i diversi elementi nelle diverse condizioni operative. Le simulazioni devono inoltre

riprodurre correttamente il fenomeno dell'ingranamento tra le particelle in funzione delle dimensioni e della forma dei grani; è infine importante approfondire l'analisi del comportamento deformativo del *film* di legante al variare della temperatura per sollecitazioni di compressione, trazione e taglio.

Capitolo 4 - IL METODO DEGLI ELEMENTI DISTINTI PARTICELLARI

4.1 INTRODUZIONE

Nel capitolo precedente si sono esaminati diversi tipi di modelli continui e micromeccanici per studiare il comportamento del conglomerato bituminoso. Si è concluso che il DEM rappresenta il metodo più promettente per la modellazione del mezzo in scala particellare, anche se le ricerche finora presentate sono incentrate sul comportamento bidimensionale. Il capitolo seguente descrive il DEM con maggiore dettaglio.

Il Metodo degli Elementi Discreti (DEM) è stato introdotto per la prima volta da Cundall [14] per lo studio dei problemi inerenti alla meccanica delle rocce; è una procedura numerica per la descrizione dello stato tenso-deformativo di un insieme di particelle, con forma circolare e sferica, sottoposte a forze esterne. I calcoli eseguiti dai DEM alternano l'applicazione della seconda legge di Newton e della legge forza-spostamento, e permettono di determinare lo spostamento e la rotazione degli elementi nel tempo, l'eventuale distacco delle particelle e la formazione di nuovi punti di contatto. La simulazione dell'interazione non lineare tra le particelle è effettuata senza eccessive occupazioni di memoria del calcolatore o la necessità di procedure interattive.

Il corpo reale viene schematizzato mediante un insieme di particelle indeformabili che si scambiano forze e momenti nei punti di contatto. Le forze esterne vengono invece sviluppate con elementi *boundary* o particelle in movimento, che generano un'onda di forza all'interno del modello: è quindi possibile determinare le forze di contatto e gli spostamenti di un sistema di particelle sottoposte a sistemi di forze, tenendo traccia dei movimenti delle singole particelle: questi movimenti sono

causati della propagazione del disturbo dalle pareti e dal moto della singola particella all'interno del sistema di particelle.

Il comportamento dinamico del modello *DEM* è quindi descritto dall'algoritmo di *time-stepping*, che divide il tempo di simulazione in sottointervalli con grandezze cinematiche costanti; il sistema presenta nel singolo *time-step* un comportamento statico e l'onda di forza viene unicamente trasferita tra coppie di elementi a contatto. Il metodo, calcolando in ogni istante temporale il movimento delle singole particelle, fornisce infine la distribuzione delle forze di contatto, che sono rappresentative dello stato tensionale del modello.

4.2 SVILUPPO E APPLICAZIONI DEL DEM

Il Metodo degli Elementi Discreti è stato ampiamente applicato per studiare le meccaniche del suolo e delle rocce. Nei primi anni del 1970 *Cundall* [14] ha sviluppato un metodo per studiare il fenomeno della rottura progressiva degli ammassi rocciosi, che vengono schematizzati come un insieme di elementi discreti che interagiscono reciprocamente mediante i parametri microscopici di attrito e rigidità. I blocchi possono distaccarsi dall'ammasso roccioso, traslare, ruotare ed interagire successivamente con altri blocchi scambiandosi forze e momenti. Il metodo introdotto da *Cundall* ha quindi posto le basi teoriche del DEM, mediante la definizione della legge forza-spostamento e di quella del moto che governano il sistema, e stabilendo l'analisi per cicli.

Alla fine degli anni '70 *Cundall e Strack* [15] hanno sviluppato il codice di calcolo BALL, in due dimensioni, basato sulla teoria dei DEM descritta precedentemente. BALL è stato utilizzato per la rappresentazione del materiale granulare, includendo nei modelli anche gli effetti dello smorzamento e della velocità di applicazione del carico. La validazione di questo codice è stata eseguita, con buoni riscontri, comparando le immagini della distribuzione delle forze di contatto nei modelli con le fotografie ottenute dall'analisi fotoelastica di provini reali realizzate da *De Josselin, De Jong e Verruijt* [19]. Il programma

BALL è stato ulteriormente sviluppato da Cundall e Strack [16] al fine di simulare il comportamento di elementi bidimensionali, sottoposti a cicli di carico e scarico; sui provini, costituiti da 100 e 1000 particelle, sono state effettuate prove per indagare i meccanismi microscopici che correlano la massa dell'elemento alla forza di contatto (figura 4.1).

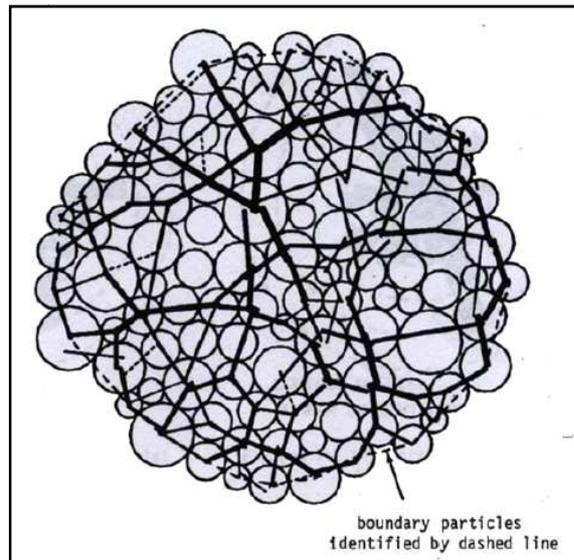


Figura 4.1: Distribuzione delle forze di contatto per un modello formato da 100 particelle [16].

Negli primi anni del 1980 *Cundall, Drescher e Strack* [17] hanno introdotto nel codice di calcolo *BALL* nuove metodologie per misurare il valore medio delle tensioni e delle deformazioni ed hanno inoltre definito nuovi elementi *boundary* e nuove condizioni al contorno. Tuttavia l'applicazione del codice di calcolo *BALL* si limitava a modellare il comportamento di ammassi particellari solo bidimensionalmente.

Alla fine degli anni '80 *Cundall* ha sviluppato il codice di calcolo chiamato *TRUBAL* [18] per simulare elementi tridimensionali. Questo programma permette di generare elementi di forma sferica in maniera casuale all'interno di un volume di confinamento fino ad ottenere la densità desiderata. *Cundall* introdusse anche un algoritmo di servo-controllo per fare convergere il modello verso la condizione di equilibrio per un dato livello tensionale isotropo. I risultati delle simulazioni sono stati confrontati con quelli sperimentali, ottenuti da *Ishibashi e Chen* [34]

con prove biassiali, l'unica discrepanza la si è avuta nella rappresentazione della deformazione volumetrica di provini sottoposti alla prova triassiale. *Cundall* ha ipotizzato che questa scarsa precisione potesse essere dovuta alla struttura iniziale del provino usato per il test triassiale. Tuttavia il programma TRUBAL ha posto le basi per estendere i DEM successivi alla modellazione tridimensionale.

Thornton [82] ha creato una versione modificata di TRUBAL, denominata GRANULATE: questo programma è in grado di modellare il meccanismo della frattura di un agglomerato di particelle sferiche legate tra loro. In questo modello viene attribuita un'energia superficiale alle sfere dell'agglomerato con funzione auto adesiva, per consentire l'attrazione reciproca delle particelle.

La prima versione di PFC^{3D} (Particle Flow Code in Three Dimensions) per le simulazioni DEM, è stata pubblicata nel 1995 dall'Itasca Consulting Group Inc.; *Hazzard* [29] lo ha utilizzato per studiare l'innescò e la propagazione della frattura nella roccia friabile. La sua ricerca sottolinea come il comportamento meccanico dei diversi tipi di roccia possa essere riprodotto considerando la struttura micromeccanica di rocce differenti. Analizzando i dati ottenuti tramite simulazione con PFC^{3D}, *Hazzard* ha osservato che lo schema di rottura delle rocce granitiche modellate corrispondeva con i risultati ottenuti da prove in laboratorio.

McDowell e Harireche [52] hanno usato PFC^{3D} per studiare il meccanismo di frattura dei grani del terreno, modellando la singola particella come un'insieme di sfere reciprocamente legate nei punti di contatto. Per calibrare il modello sono stati usati parametri microscopici in base alle reali proprietà dei grani della terreno e, prima del caricamento, è stata applicata la forza di gravità per stabilizzare l'agglomerato al fine di replicare le condizioni che si hanno durante prove in laboratorio. La simulazione ha fornito una resistenza alla compressione simile a quella ottenuta in laboratorio. I due ricercatori hanno inoltre utilizzato PFC^{3D} per simulare una compressione normale unidirezionale su una sabbia monodimensionale: ogni particella è modellata secondo un agglomerato di sfere legate reciprocamente, come mostrato in figura 4.2.

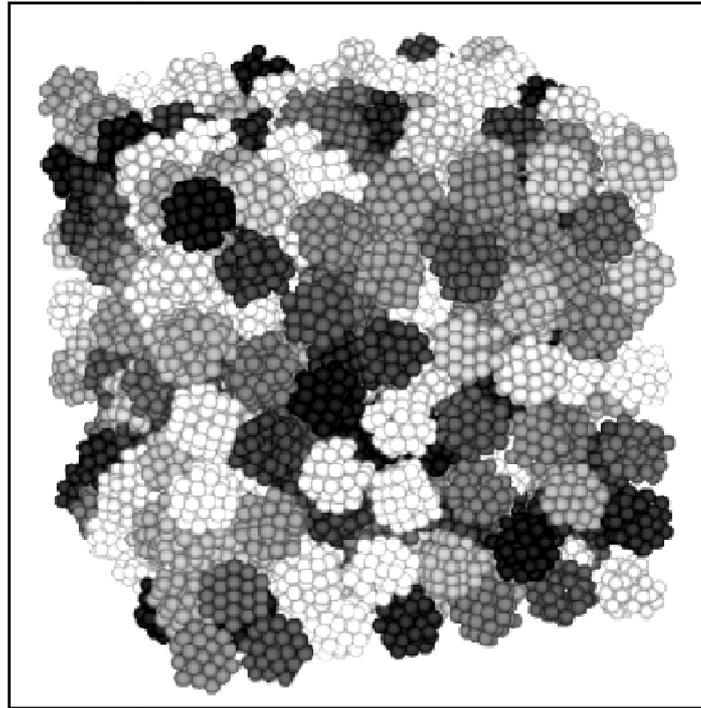


Figura 4.2: Modello con cluster per la schematizzazione dei grani di sabbia[52].

È stato poi eseguito un test odometrico i cui risultati hanno evidenziato una tensione di rottura, inversamente proporzionale alle dimensioni dei grani di sabbia, che risulta comunque essere inferiore a quella determinata in laboratorio, probabilmente a causa della diversa forma tra le particelle modellate e quelle reali. I due ricercatori hanno comunque concluso che PFC^{3D} è risultato un ottimo strumento per modellare correttamente il meccanismo di rottura dei grani del terreno, permettendo quindi lo studio di aspetti microscopici legati alla risposta macroscopica del materiale granulare.

Powrie [68] ha utilizzato PFC^{3D} per riprodurre una prova biassiale utilizzando un modello DEM costituito da 10000 particelle, come mostrato in figura 4.3.

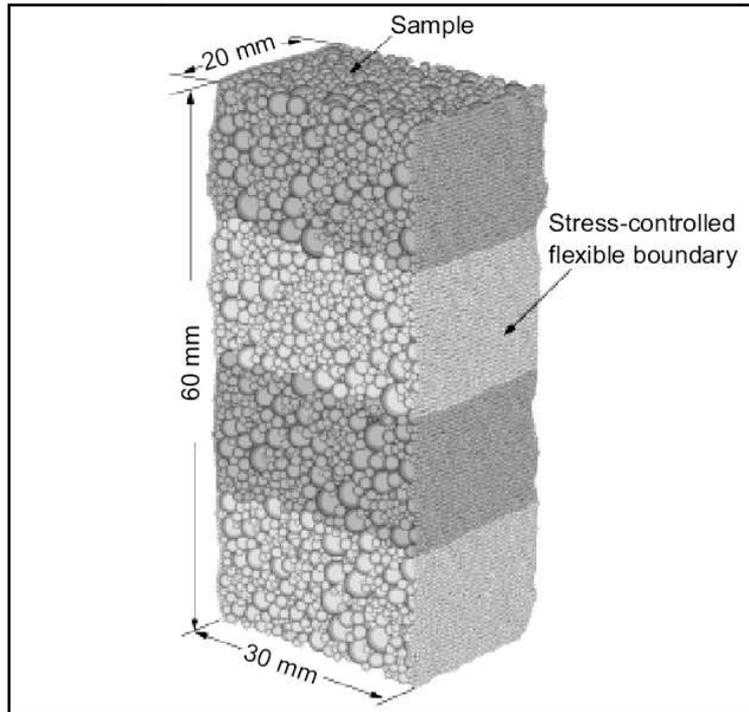


Figura 4.3: Modello con 10000 particelle per il test di compressione biassiale [68].

Ogni singola particella è stata schematizzata con una coppia di sfere legate reciprocamente in modo tale che l'elemento così costituito si comporti come una singola particella rigida, come mostrato in figura 4.4.

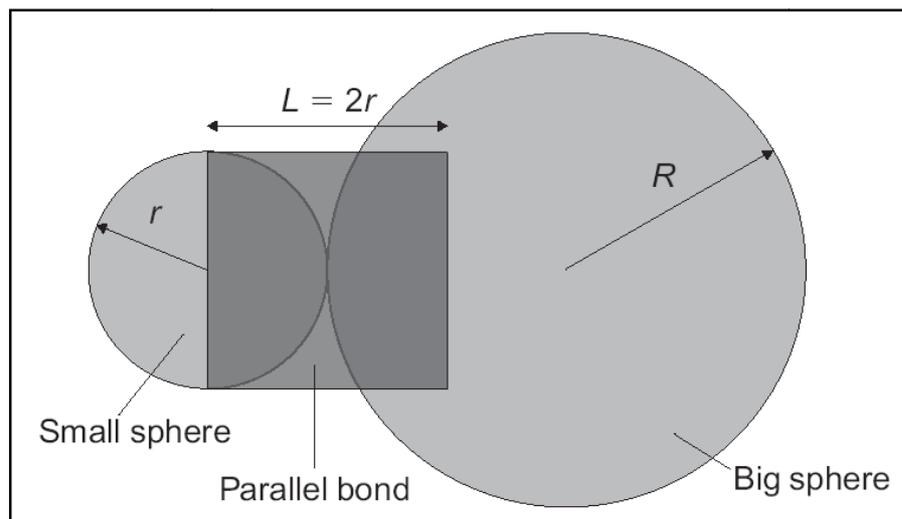


Figura 4.4: Schema della coppia di sfere legate mediante contact bond [68].

Durante la simulazione sono stati investigati gli effetti dell'attrito interparticellare, della porosità e dell'attrito tra la piastra di carico e il modello sulla risposta macroscopica.

Analizzando i risultati si è osservato che il picco dell'angolo di attrito e la dilatazione volumetrica sono funzioni di un *fattore di forma* (shape factor) della particella, che può essere definito come:

$$\text{Shape Factor} = \frac{R+r}{R}$$

Powrie ha quindi concluso che il modello costituito da coppie di sfere legate tra loro, con fattore di forma pari a 1,5 e angolo d'attrito interparticellare pari a 26°, ha fornito risultati concordi alla prova di laboratorio.

Dolezalova [21] ha modellato una prova di compressione su provini di sabbia *Zbraslav* di media resistenza, calibrando le proprietà microscopiche di una sabbia ideale in funzione della risposta macroscopica della sabbia reale. Il confronto tra il modello e il caso reale ha mostrato che l'influenza del cammino tensionale sulla risposta deformativa della simulazione è risultata essere in accordo con quella determinata in laboratorio (figura 4.5).

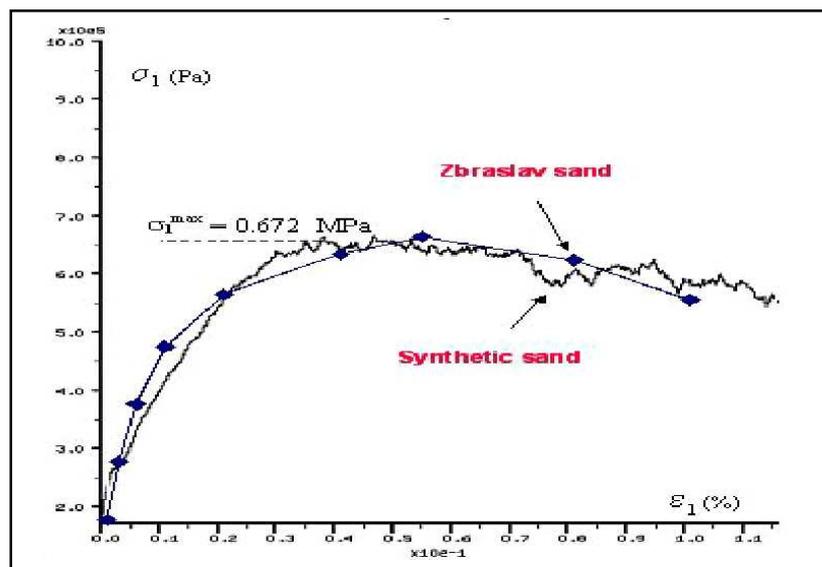


Figura 4.5: Risposta tenso-deformativa del provino con sabbia Zbraslav e del modello DEM [21].

Le modellazioni *DEM* di prove su terreni o rocce, eseguite dai ricercatori, sono ancora numerose; si ricordano per concludere le seguenti: simulazione della prova di compressione per una roccia dura con comportamento anisotropo (*Wanne*) [91], modellazione di un test di trazione a cicli ripetuti (*Konietzky*) [44] e la simulazione del *test* biassiale per valutare la resistenza a taglio di una sabbia sintetica (*Zhou e Chi*) [99].

Nonostante il metodo degli elementi distinti particellari sia applicato da oltre trenta anni per lo studio della risposta macroscopica del materiale granulare non legato in base alla struttura microscopica ed alle proprietà dei componenti, non è ancora estesamente utilizzato per l'analisi del comportamento meccanico del conglomerato bituminoso.

Si evidenzia infine che, tra i codici di calcolo sviluppati con il *DEM*, il *PFC* è attualmente il migliore per la comprensione delle possibili correlazioni esistenti nella miscela bituminosa tra i fenomeni di natura microscopica e la corrispondente risposta macroscopica.

4.3 CONCETTI DI BASE

Il Metodo degli Elementi Distinti è una tecnica numerica che si propone di trovare una soluzione appropriata a problemi modellabili come sistemi di corpi (o particelle) distinti, rigidi o deformabili, di forma generale, interagenti tra loro e soggetti a movimenti di massa.

Il comportamento di tali sistemi dipende dalla geometria e dalle modalità con cui le particelle sono caricate.

I problemi ingegneristici caratterizzati su larga scala da un tale comportamento discontinuo non possono essere risolti tramite la procedura convenzionale basata sul continuo (come quella che porta allo sviluppo del *FEM* e del *BEM*), dal momento che viene meno l'assunzione stessa di continuità.

La metodologia alla base del *DEM* è relativamente semplice: il concetto chiave è quello di trattare il dominio del problema come un insieme di blocchi/particelle/corpi rigidi o deformabili, i cui contatti necessitano di essere

identificati e continuamente aggiornati durante l'intero processo di deformazione/moto e rappresentati da appropriati modelli costitutivi.

Per ottenere una soluzione del modello *DEM* più o meno vicina alla realtà che si vuole simulare, cinque sono i passi fondamentali da compiere:

1. suddivisione del dominio del problema e identificazione della tipologia del sistema di blocchi o particelle;
2. rappresentazione della deformazione dei blocchi (che possono essere rigidi o deformabili);
3. sviluppo di un algoritmo per l'identificazione dei contatti;
4. formulazione delle equazioni del moto del sistema usando un approccio implicito;
5. integrazione delle equazioni del moto e aggiornamento dei contatti tra i blocchi, che variano in conseguenza dei movimenti e delle deformazioni cui è soggetto il sistema discreto.

4.4 VANTAGGI E LIMITI DEL DEM

Essendo una tecnica numerica particolarmente efficiente, il *DEM* ha trovato applicazione in svariati campi quali la meccanica delle rocce, la meccanica dei terreni, l'analisi strutturale, i processi che coinvolgono i materiali granulari, la meccanica dei fluidi, ecc.

La differenza di base tra il *DEM* ed i metodi al continuo è che nel primo caso i modelli di contatto tra i vari componenti del sistema cambiano continuamente con l'avanzare del processo di deformazione, mentre nel secondo caso sono fissati a priori.

Inoltre, nel *DEM* sono possibili grandi spostamenti causati da movimenti rigidi dei singoli blocchi, come ad esempio la loro rotazione, l'apertura di fratture, il completo distacco tra di essi, cosa che risulta invece impossibile sia nel *FDM* così come nel *FEM* e nel *BEM*.

Un'importante differenza tra i metodi al continuo e quelli discreti è il trattamento delle condizioni di compatibilità tra gli spostamenti: nei metodi al continuo tra gli elementi interni deve essere imposta tale compatibilità, che risulta automatica nel caso del *FDM* e del *BEM*, mentre nel caso del *FEM* la si assicura mantenendo costante la connessione tra elementi e nodi e facendo sì che l'ordine delle funzioni di forma lungo il confine comune a due elementi sia lo stesso, in modo tale che non si verifichi alcuna discontinuità tra gli spostamenti lungo e attraverso il confine stesso; nel *DEM* invece la compatibilità tra gli spostamenti dei blocchi non è richiesta ed è sostituita dalle condizioni di contatto tra i blocchi.

4.5 RAPPRESENTAZIONE DEI CONTATTI

Un mezzo discontinuo si differisce da uno continuo per l'esistenza di contatti fra i corpi discreti che lo compongono.

Un aspetto molto importante in tutti i modelli di simulazione che utilizzano il Metodo degli Elementi Discreti è la formulazione della rappresentazione dei contatti.

Tutti i modelli permettono ai contatti di rompersi e scorrere ma si possono identificare due gruppi, a seconda del comportamento lungo la direzione normale al moto:

- Nel primo gruppo (*soft contact*) esiste un valore finito per la rigidità normale. Convenzionalmente si assume che la forza di contatto sia nulla nel punto di intersezione iniziale dei corpi, poi è proporzionale agli spostamenti dei contatti. Quindi una particella deve compenetrarne un'altra per produrre un valore finito delle forze di contatto;
- nel secondo gruppo (*hard contact*) non è ammessa la compenetrazione fra particelle, sebbene possano avvenire movimenti tangenziali o aperture. L'assunzione di questo tipo di contatto è appropriata nel caso della dinamica molecolare: popolazioni di corpi cosparsi che si muovono ad alte velocità e interagiscono fra loro attraverso urti. Le collisioni sono molto

rapide e possono essere simulate con una variazione istantanea del momento; l'energia non deve necessariamente essere conservata dalla coppia di particelle. Si può utilizzare l'equazione di equilibrio dei momenti per calcolare la forza normale al contatto, anche quando le particelle sono a contatto permanente.

La scelta del tipo di contatto da adottare deve essere effettuata sulla base di considerazioni fisiche: è possibile che uno stesso sistema fisico abbia diversi comportamenti a seconda delle circostanze. Un sistema di sfere, ad esempio, può essere ben rappresentato con contatti rigidi quando il coefficiente di attrito è nullo e il livello tensionale è molto basso; se invece tensione e attrito sono alti, può essere più corretto lo schema rigido. Una volta scelto il tipo di contatto, bisogna poi definire la legge che ne governa il comportamento, molto importante per la determinazione della rigidezza k .

Da sempre si sono utilizzati quattro tipi di legge per la rigidezza tangenziale $k_t = \frac{dT}{d\delta}$ e normale $k_n = \frac{dN}{d\alpha}$, dove T e N sono le forze di contatto tangenziale e normale, δ e α sono gli spostamenti nelle direzioni tangenziale e normale al piano di contatto fra due particelle:

- *La legge di contatto lineare*: è la più semplice, k_t e k_n sono costanti indipendentemente da T e N , ovvero dalla storia tensionale del contatto. Fra le particelle vi sono delle molle lineari che simulano la risposta carico-spostamento. Si verifica uno slittamento del contatto quando $T = \mu_s N$ con μ_s attrito interparticellare. Questa è la legge utilizzata nelle prime applicazioni del DEM ed è ancora molto diffusa. Anche se è molto utile per lo studio di sistemi granulari sottoposti a carichi monotoni, non è in grado di simulare la dipendenza della rigidezza del mezzo dalla tensione e questo, per carichi a bassa deformazioni o per cicli di carico, non è realistico;
- *La legge di Mindlin*: simula il comportamento alle piccole e alle grandi deformazioni, con carichi sia monotoni che ciclici. L'algoritmo è stato sviluppato da *Seridi e Dorby* (1984). Nel caso di sfere di raggio R , costanti elastiche G_s e ν_s e attrito μ_s , la risposta carico-spostamento

normale è elastica non lineare e si ha $k_n = \frac{4G_s a}{(2-\nu_s)}$ all'origine e $k_t = 0$ quando $T = \mu_s N$. Se le due sfere hanno raggi leggermente diversi, la soluzione è comunque valida utilizzando la media dei raggi al posto di R . Questo metodo richiede lunghi tempi di calcolo, occupando molta memoria del calcolatore.

- Una legge che considera una dipendenza lineare dalla pressione. k_s è funzione di N ; tipicamente il valore all'origine è quello di Mindlin, fino a $T = \mu_s N$, poi si ha lo scivolamento. Per k_N si usa l'espressione lineare di Hertz (figura 4.6). La limitazione più importante di questa legge è nelle simulazioni a carichi ciclici, nelle quali si ha la perdita del comportamento anelastico del contatto per $T < \mu_s N$;
- Infine si ha la soluzione semplificata di Mindlin, dove k_N ha la stessa espressione data da Hertz e k_T dipende sia da N che da T .

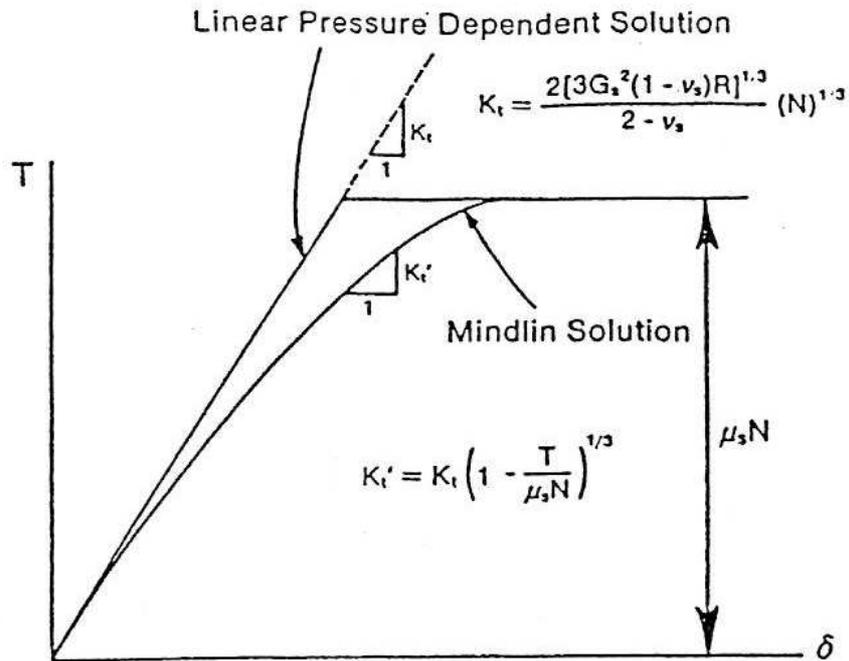


Figura 4.6: relazione forza-spostamento tangenziale al contatto tra due sfere elastiche ($N=costante$) [22].

4.6 IL MODELLO NUMERICO

4.6.1 I CICLI DI CALCOLO

I calcoli effettuati nel Metodo degli Elementi Discreti alternano applicazioni della seconda legge di Newton, utilizzata per determinare il moto delle particelle causato dalle forze agenti su esse, ad applicazioni della legge forza-spostamento, che serve per determinare le forze di contatto derivanti da tali spostamenti.

Le deformazioni delle singole particelle sono piccole se paragonate alla deformazione del sistema granulare considerato come un corpo unico, per questo motivo non è necessario un preciso modello di deformazione delle particelle per ottenere una buona approssimazione sul comportamento meccanico dell'insieme. Solitamente nei metodi di calcolo utilizzati gli elementi possono sovrapporsi gli uni agli altri in prossimità dei punti di contatto e questo comportamento di sovrapposizione prende il posto della deformazione delle singole particelle. L'entità di tali compenetrazioni è direttamente proporzionale alla forza di contatto.

Per illustrare come forze e spostamenti sono determinati durante un ciclo di calcolo si può osservare il caso rappresentato in figura 4.7.

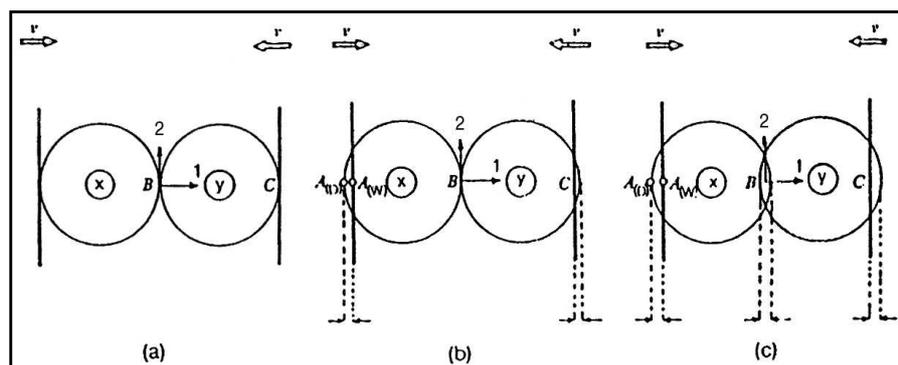


Figura 4.7: Schema dei dischi compressi tra le pareti rigide [16].

Due dischi senza peso, x e y , vengono schiacciati da due pareti rigide che si spostano l'una verso l'altra a una velocità costante v . Inizialmente, al tempo $t = t_0$, le pareti e i dischi sono a contatto ma non nasce nessuna forza. Dopo un

intervallo di tempo Δt , le pareti si sono spostate di una quantità pari a $v * \Delta t$. Assumendo però che il disturbo non possa andare al di là di un disco durante un singolo time-step, x e y manterranno la loro posizione iniziale durante l'intervallo di tempo tra $t = t_0$ e $t = t_0 + \Delta t$. La sovrapposizione si avrà quindi al momento $t_1 = t_0 + \Delta t$ nei punti di contatto A e C e l'entità di tale sovrapposizione sarà $\Delta n = v * \Delta t$.

I punti $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$ sono rispettivamente, punti del disco e della parete che si trovano su una linea perpendicolare al muro e passante attraverso il centro del disco. Il contatto A è definito come il punto a metà tra $A_{(D)}$ e $A_{(W)}$; lo spostamento relativo $(\Delta n_{(A)})_{t_1}$ è quello del punto $A_{(W)}$ rispetto al punto $A_{(D)}$ dopo un incremento di tempo.

Lo spostamento relativo nei punti di contatto A e C al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ viene utilizzato in una legge forza-spostamento per calcolare le forze di contatto:

$$\Delta F_n = k_n (\Delta n)_{t_1} = k_n v \Delta t \quad (4.1)$$

dove k_n è la rigidità normale e ΔF_n rappresenta l'incremento della forza normale.

Definendo come positiva la direzione 1 dal disco x al disco y , le risultanti delle forze $F_{(x)1}$ e $F_{(y)1}$ per i dischi x e y al tempo $t_1 = t_0 + \Delta t$, saranno (*legge forza-spostamento*):

$$F_{(x)1} = k_n (\Delta n)_{t_1} \quad (4.2)$$

$$F_{(y)1} = -k_n (\Delta n)_{t_1} \quad (4.3)$$

Queste forze vengono utilizzate per trovare delle nuove accelerazioni, in accordo con la *seconda legge di Newton*:

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad (4.4)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \quad (4.5)$$

dove \ddot{x}_1 e \ddot{y}_1 sono le accelerazioni dei dischi x e y nella direzione 1 e $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$ le rispettive masse. Le accelerazioni così trovate vengono assunte come costanti nell'intervallo di tempo che va da $t_1 = t_0 + \Delta t$ a $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ e possono essere integrate ottenendo le velocità:

$$[\dot{x}_1]_{t_2} = \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \Delta t \quad (4.6)$$

$$[\dot{y}_1]_{t_2} = \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \Delta t \quad (4.7)$$

Gli incrementi di spostamento relativo fra i contatti A, B e C al tempo $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ si trovano attraverso le seguenti relazioni:

$$(\Delta n_{(A)})_{t_2} = \left\{ v - \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \Delta t \right\} \Delta t \quad (4.8)$$

$$(\Delta n_{(B)})_{t_2} = \left\{ \left[\frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \right] \Delta t - \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \Delta t \right\} \Delta t \quad (4.9)$$

$$(\Delta n_{(C)})_{t_2} = \left\{ \left[\frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \right] \Delta t - [-v] \right\} \Delta t \quad (4.10)$$

dove $\Delta n_{(A)}$, $\Delta n_{(B)}$, $\Delta n_{(C)}$ sono positivi se di compressione.

Questo ciclo può essere ripetuto più e più volte: le forze corrispondenti agli spostamenti si trovano usando la legge forza-spostamento e la somma delle forze dei due dischi viene sostituita nella seconda legge di Newton per ottenere gli spostamenti.

Nel caso di un sistema di molti dischi la legge forza-spostamento viene applicata a tutti i contatti di ogni particella e poi viene determinata la somma vettoriale di queste forze di contatto per definire la forza risultante che agisce su quel disco. Quando ciò è stato fatto per ciascuna particella, vengono calcolate nuove accelerazioni attraverso la seconda legge di Newton.

4.6.2 LA LEGGE FORZA-SPOSTAMENTO

La legge forza-spostamento, come anticipato, è definita nei punti di interazione tra gli elementi del sistema, per determinare le forze di contatto in funzione dei corrispondenti spostamenti relativi.

Si prendano in considerazione due dischi x ed y in contatto reciproco (figura 4.8). Le coordinate dei centri si indicano con $x_i = (x_1, x_2)$ ed $y_i = (y_1, y_2)$ dove gli indici 1 e 2 si riferiscono agli assi del sistema di riferimento cartesiano rappresentato in figura. Le componenti dei vettori velocità dei due dischi sono rispettivamente $\dot{x}_i = (\dot{x}_1, \dot{x}_2)$ ed $\dot{y}_i = (\dot{y}_1, \dot{y}_2)$, mentre le velocità angolari sono $\dot{\theta}_{(x)}$ e $\dot{\theta}_{(y)}$, considerate positive se antiorarie. I punti $P_{(x)}$ e $P_{(y)}$ sono ottenuti per intersezione delle circonferenze con la retta passante per i centri dei dischi di raggio $R_{(x)}$ e $R_{(y)}$ e masse pari ad $m_{(x)}$ e $m_{(y)}$.

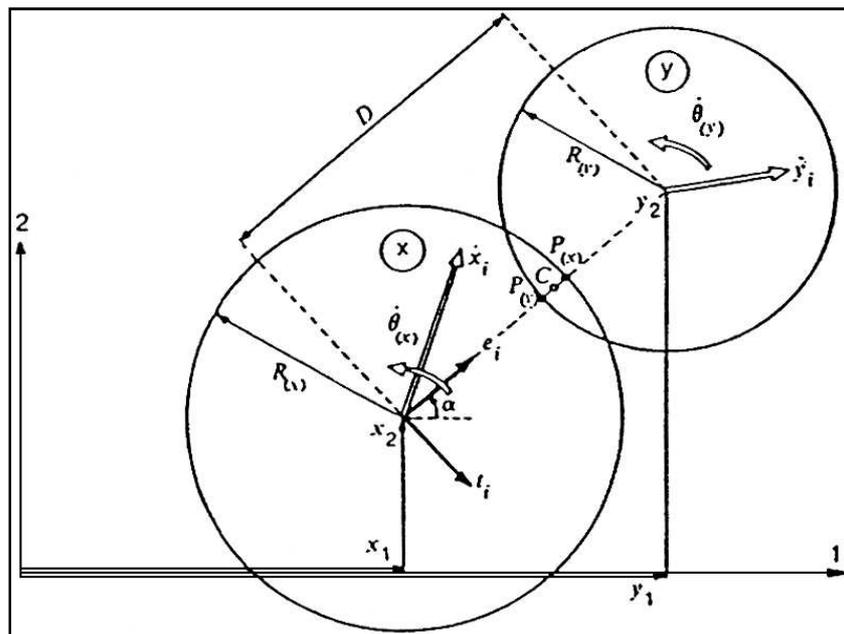


Figura 4.8: Legge forza-spostamento [16].

Due dischi si considerano in contatto solo se la distanza D tra i loro centri risulta essere minore della somma dei loro raggi:

$$D < R_x + R_y \quad (4.11)$$

Se si verifica questa condizione, lo spostamento relativo del punto di contatto C si determina integrando la velocità relativa, definita come la velocità del punto $P_{(x)}$ rispetto al punto $P_{(y)}$.

Si introducono il versore normale $e_i = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ con direzione che va dal centro del disco x al centro del disco y , tale che:

$$e_i = \frac{y_i - x_i}{D} = (\cos \alpha, \sin \alpha) \quad (4.12)$$

ed il versore tangenziale t_i ottenuto attraverso una rotazione di 90° di e_i :

$$t_i = (e_2 - e_1) \quad (4.13)$$

La velocità relativa \dot{X}_i del punto $P_{(x)}$ rispetto a $P_{(y)}$ può essere espressa come:

$$\dot{X}_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \quad (4.14)$$

Le componenti normali (\dot{n}) e tangenziali (\dot{s}) delle velocità relative si calcolano come le proiezioni di \dot{X}_i rispettivamente lungo e_i e t_i :

$$\dot{n} = \dot{X}_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot e_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \quad (4.15)$$

$$\dot{s} = \dot{X}_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot t_i \cdot t_i = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \quad (4.16)$$

L'integrazione rispetto al tempo della componente di velocità relativa fornisce le componenti Δn e Δs dell'incremento dello spostamento relativo:

$$\Delta n = (\dot{n}) \cdot \Delta t = \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i\} \cdot \Delta t \quad (4.17)$$

$$\Delta s = (\dot{s}) \cdot \Delta t = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)}) \cdot \Delta t \quad (4.18)$$

Questi incrementi di spostamento relativo sono utilizzati nella legge forza-spostamento con lo scopo di calcolare gli incrementi delle forze normali e tangenziali ΔF_n e ΔF_s :

$$\Delta F_n = k_n \cdot (\Delta n) = (\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot e_i \cdot k_n \cdot \Delta t \quad (4.19)$$

$$\Delta F_s = k_s \cdot (\Delta s) = k_s \cdot \{(\dot{x}_i - \dot{y}_i) \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})\} \cdot \Delta t \quad (4.20)$$

dove k_n e k_s rappresentano rispettivamente le rigidezze normale e tangenziale.

ΔF_n e ΔF_s sono aggiunti ad ogni intervallo di tempo alla somma di tutti gli incrementi delle forze determinati nei precedenti intervalli:

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \quad (4.21)$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \quad (4.22)$$

dove gli indici N e $N-1$ si riferiscono ai tempi t_N e t_{N-1} , di modo che

$$t_N - t_{N-1} = \Delta t.$$

F_n e F_s sono considerate positive se dirette in verso opposto ai vettori e_i e t_i (figura 4.9).

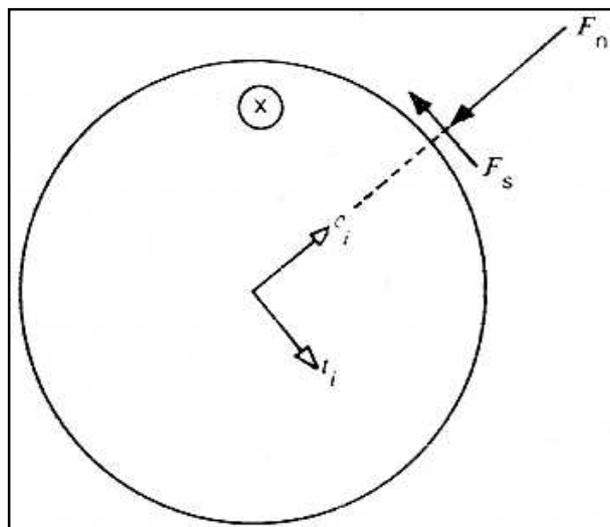


Figura 4.9: Convenzioni sui segni per F_n e F_s [16].

Per quanto riguarda lo scorrimento tra i due dischi, l'entità della forza tangenziale F_s sopra calcolata è confrontata con il valore massimo ammissibile $(F_s)_{max}$ definito come:

$$(F_s)_{max} = F_n \cdot \tan \varphi_\mu + c \quad (4.23)$$

dove φ_μ è il più piccolo angolo di attrito dei due dischi a contatto e c la coesione. Una volta determinate le forze normali e tangenziali per ciascun contatto di un disco, per esempio quello x , esse vengono scomposte nelle due componenti lungo le direzioni 1 e 2. La somma di tali componenti fornisce le forze risultanti $\sum F_{(x)1}$ e $\sum F_{(x)2}$.

Il momento risultante agente sul disco x ($\sum M_{(x)}$) è considerato positivo se agisce in senso antiorario ed è dato da:

$$\sum M_{(x)} = \sum F_s \cdot R_{(x)} \quad (4.24)$$

dove la sommatoria è estesa a tutti i contatti del disco.

Le forze ed i momenti risultanti agenti sul disco x sono successivamente inseriti nella seconda legge di *Newton* allo scopo di determinare le nuove accelerazioni \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$.

4.6.3 IL MOTO

Il moto di una particella viene determinato tramite le risultanti delle forze e dei momenti agenti su di essa e può essere descritto in termini di moto di traslazione di un punto della particella e in termini di moto di rotazione della particella stessa. Si assume che la risultante della forza e del momento al tempo t_N agisca sul disco nell'intervallo di tempo Δt da $t_{N-1/2}$ a $t_{N+1/2}$. Applicando la seconda legge di *Newton* al disco x si ottengono le due *equazioni del moto*:

$$m_x \cdot \ddot{x}_i = \sum F_{(x)i} \quad (4.25)$$

$$I_x \cdot \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} \quad (4.26)$$

dove I_x rappresenta il momento di inerzia del disco x . Considerando \ddot{x}_i e $\ddot{\theta}_{(x)}$ costanti nell'intervallo di tempo Δt , dalle (4.25) e (4.26) si ricavano le seguenti espressioni delle velocità:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left[\sum \frac{F_{(x)i}}{m_{(x)}} \right]_N \cdot \Delta t \quad (4.27)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left[\sum \frac{M_{(x)i}}{I_{(x)}} \right]_N \cdot \Delta t \quad (4.28)$$

Queste equazioni vengono applicate a rotazione ad ogni disco. I nuovi valori delle velocità così ottenuti vengono inseriti nella legge forza-spostamento ed il ciclo può essere ripetuto per un nuovo incremento di tempo.

Le velocità calcolate con le (4.27) e (4.28) permettono inoltre di aggiornare le posizioni e le rotazioni dei dischi mediante un'ulteriore integrazione numerica:

$$(x_i)_{N+1} = (x_i)_N + (\dot{x}_i)_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (4.29)$$

$$(\theta_i)_{N+1} = (\theta_{(x)})_N + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} \cdot \Delta t \quad (4.30)$$

Nel modello possono infine essere incorporate anche forze di massa, come ad esempio quelle gravitazionali. In questo caso si aggiunge il termine $m_{(x)} \cdot g_i$ alla sommatoria delle forze $\sum F_{(x)i}$ che compare nell'equazione del moto (4.27), dove $g_i = (g_1, g_2)$ rappresenta le due componenti del vettore accelerazione dovute alla forza di massa.

4.6.4 LO SMORZAMENTO

Lo smorzamento per attrito entra in gioco durante lo slittamento tra due dischi quando il valore della forza tangenziale in corrispondenza di ogni contatto risulta pari ad $(F_s)_{max}$.

Sono contemplati due tipi di smorzamenti:

- lo smorzamento ai contatti opera sulle velocità relative e può essere visto come risultante dagli ammortizzatori agenti nelle direzioni normali e tangenziali ai contatti;
- lo smorzamento viscoso nella direzione tangente non è applicato quando avviene lo scivolamento. In questo caso opera solo lo smorzamento per attrito.

I coefficienti di smorzamento viscoso ai contatti nelle direzioni normale e tangenziale sono rappresentati da c_n e c_s . Tenendo conto dell'effetto dello smorzamento le equazioni (4.27) e (4.28) diventano:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = (\dot{x}_i)_{N-1/2} + \left[\sum \frac{(F_{(x)i} + D_{(x)i})}{m_{(x)}} \right]_N \cdot \Delta t \quad (4.31)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + \left[\sum \frac{M_{(x)}}{I_{(x)}} \right]_N \cdot \Delta t \quad (4.32)$$

dove $\sum D_{(x)i}$ rappresenta la somma delle componenti delle forze di smorzamento di contatto e $\sum M_x$ ora include anche il contributo delle forze di smorzamento di contatto alla sommatoria dei momenti. Le componenti globali $D_{(x)i}$ si trovano attraverso le componenti normale (D_n) e tangenziale (D_s) come segue:

$$(D_n)_N = c_n \cdot \dot{n} = c_n \cdot [\dot{x}_i - \dot{y}_i]_{N-1/2} \cdot e_i \quad (4.33)$$

$$(D_s)_N = c_s \cdot \dot{s} = c_s \cdot \left[(\dot{x}_i - \dot{y}_i)_{N-1/2} \cdot t_i - (\dot{\theta}_{(x)} \cdot R_{(x)} + \dot{\theta}_{(y)} \cdot R_{(y)})_{N-1/2} \right] \quad (4.34)$$

dove i coefficienti di smorzamento in direzione normale c_n e tangenziale c_s si assumono proporzionali alle rigidezze k_n e k_s con β costante:

$$c_n = \beta \cdot k_n \quad (4.35)$$

$$c_s = \beta \cdot k_s \quad (4.36)$$

Lo smorzamento globale opera sulle velocità assolute dei dischi ed è introdotto nel calcolo del moto come l'effetto di ammortizzatori che connettono ogni particella al terreno. Questi ammortizzatori operano su entrambe le componenti del vettore e sul vettore di rotazione.

Se includiamo anche lo smorzamento globale, le equazioni del moto diventano:

$$m_{(x)} \cdot \ddot{x}_i = \sum [F_{(x)i} + D_{(x)i}] - C \cdot \dot{x}_i \quad (4.37)$$

$$I_x \cdot \ddot{\theta}_{(x)} = \sum M_{(x)} - C^* \cdot \dot{\theta}_{(x)} \quad (4.38)$$

dove C e C^* sono i coefficienti dello smorzamento globale che operano rispettivamente su \dot{x}_i e $\dot{\theta}_x$.

integrando le equazione del moto attraverso uno schema alle differenze centrali, si ottengono le velocità, valutate a metà dell'intervallo di tempo:

$$(\dot{x}_i)_N = \frac{1}{2} [(\dot{x}_i)_{N-1/2} + (\dot{x}_i)_{N+1/2}] \quad (4.39)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_N = \frac{1}{2} [(\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} + (\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2}] \quad (4.40)$$

Scrivendo:

$$(\dot{x}_i) = \frac{[(\dot{x}_i)_{N+1/2} - (\dot{x}_i)_{N-1/2}]}{\Delta t} \quad (4.41)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)}) = \frac{[(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} - (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2}]}{\Delta t} \quad (4.42)$$

si ottiene:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{x}_i)_{N-1/2} \cdot \left[1 - \frac{C}{m(x)} \frac{\Delta t}{2} \right] + \Sigma (F_{(x)i} + D_{(x)i})_N \cdot \frac{\Delta t}{m(x)} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C}{m(x)} \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (4.43)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} \cdot \left[1 - \frac{C^*}{I_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right] + (\Sigma M_x)_N \cdot \frac{\Delta t}{I_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{C^*}{I_{(x)}} \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (4.44)$$

I coefficienti di smorzamento globale C e C^* sono dati proporzionali rispettivamente alla massa e al momento di inerzia:

$$C = \alpha \cdot m_x \quad (4.45)$$

$$C^* = \alpha \cdot I_{(x)} \quad (4.46)$$

Utilizzando queste espressioni, le equazioni (4.43) e (4.44) diventano:

$$(\dot{x}_i)_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{x}_i)_{N-1/2} \cdot \left[1 - \alpha \frac{\Delta t}{2} \right] + \Sigma (F_{(x)i} + D_{(x)i})_N \cdot \frac{\Delta t}{m(x)} \right\}}{\left\{ 1 + \alpha \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (4.45)$$

$$(\dot{\theta}_{(x)})_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{\theta}_{(x)})_{N-1/2} \cdot \left[1 - \alpha \frac{\Delta t}{2} \right] + (\Sigma M_x)_N \cdot \frac{\Delta t}{I_{(x)}} \right\}}{\left\{ 1 + \alpha \frac{\Delta t}{2} \right\}} \quad (4.46)$$

La valutazione dei coefficienti di smorzamento rappresenta quindi una delle maggiori difficoltà del metodo.

4.6.5 L'INTERVALLO DI TEMPO CRITICO

I codici di calcolo basati sul metodo degli elementi distinti particellari integrano le equazioni del moto utilizzando uno schema alle differenze finite; la soluzione così calcolata risulta stabile solo se l'intervallo di tempo Δt non supera il valore critico. Per la sua determinazione si considera un sistema ad una dimensione composto da una massa (m) e da una molla di rigidezza k (figura 4.10).

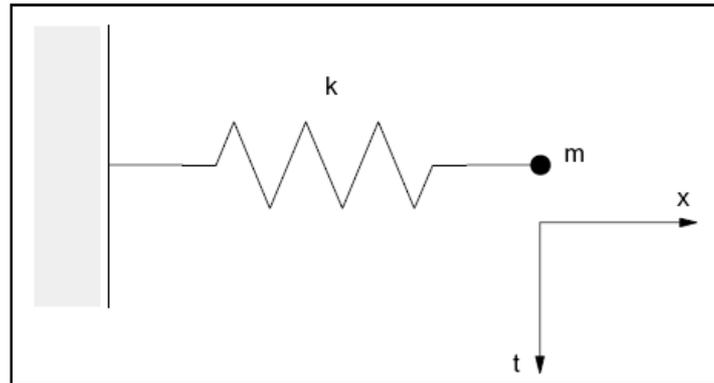


Figura 4.10: Sistema composto da una massa e da una molla [16].

Il moto del punto in cui si concentra la massa è governato dalla seguente equazione differenziale:

$$-k \cdot x = m \cdot \ddot{x} \quad (4.47)$$

Indicando con T il periodo del sistema, l'intervallo di tempo critico (t_{crit}) diventa:

$$t_{crit} = \frac{T}{\pi} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}}{\pi} \quad (4.48)$$

Si consideri ora una serie infinita di masse e di molle (figura 4.11.a). Il più piccolo periodo di questo sistema si avrà quando le masse si muovono in sincronia opponendosi al moto, in modo da evitare il movimento nel centro di ogni molla. Il moto di ogni singolo punto in cui si suppongono concentrate le masse può essere descritto attraverso i due sistemi equivalenti di figura 4.11.b che caratterizzano il moto di traslazione. L'intervallo di tempo critico per questo sistema sarà:

$$t_{crit} = 2 \cdot \sqrt{\frac{m}{4 \cdot k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (4.49)$$

Il moto di rotazione è caratterizzato dagli stessi due sistemi di figura 4.11.b nei quali si inserisce al posto di m e di k rispettivamente il momento d'inerzia I di una

particella di dimensioni finite e la sua rigidezza alla rotazione (k_{rotaz}). Le equazioni generali dell'intervallo di tempo critico diventano:

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{m}{k_{trasl}}} \quad (\text{moto di traslazione}) \quad (4.50)$$

$$t_{crit} = \sqrt{\frac{I}{k_{rotaz}}} \quad (\text{moto di rotazione}) \quad (4.51)$$

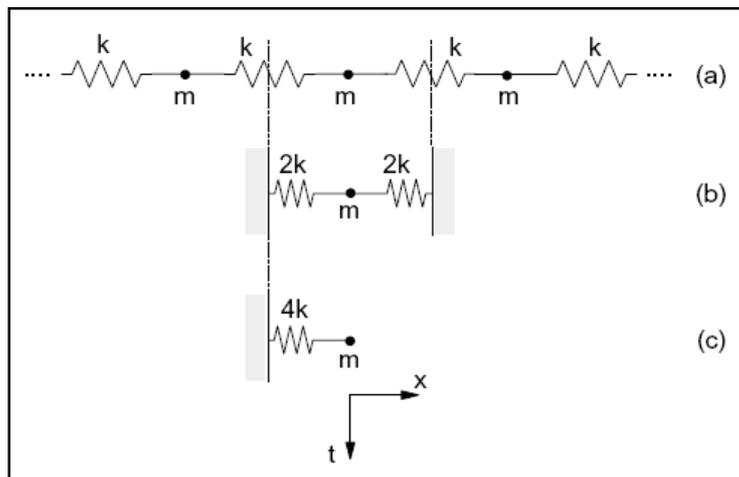


Figura 4.11: Sistema multipli composto da masse e molle [16].

4.7 CONCLUSIONI

La realizzazione di modelli del conglomerato bituminoso secondo un approccio tradizionale di tipo macroscopico è insufficiente se si vuole investigare il comportamento microscopico della struttura del materiale durante una prova di tipo statico o dinamico.

Il conglomerato bituminoso è infatti un materiale composito che presenta un comportamento meccanico fortemente condizionato dalle proprietà dell'aggregato e del bitume.

Mediante una modellazione ad elementi distinti particellari è quindi possibile considerare il carattere discreto di una miscela bituminosa attraverso un

approccio di tipo microscopico, così da comprendere i processi fisici di base che ne determinano la risposta tenso-deformativa macroscopica.

Capitolo 5 - IL SOFTWARE PFC (Particle Flow Code)

5.1 INTRODUZIONE

Il software *PFC (Particle Flow Code)*, prodotto da *Itasca Consulting Group*, utilizza il Metodo degli Elementi Discreti Particellari così come descritto da Cundall e Strack [16] e rappresenta il sistema come un insieme di particelle circolari che interagiscono tra loro solo in caso di reciproco contatto.

Il comportamento meccanico del mezzo è descritto tracciando i movimenti dei singoli elementi che lo compongono e l'andamento delle forze che si sviluppano nei punti di contatto, applicando la seconda legge di Newton alle particelle e la legge forza-spostamento ai punti di contatto. La prima è utilizzata per determinare il moto delle singole unità causato dalle sollecitazioni agenti su esse; la seconda serve per aggiornare le forze di contatto conseguenti. Infatti, mentre nei metodi al continuo i contatti fra "unità elementari" rimangono invariati indipendentemente dalla risposta del modello, in *PFC* vengono aggiornati ad ogni iterazione in base alla posizione ed al movimento relativo dei singoli elementi.

La definizione della mesh e dei modelli costitutivi dei materiali è sostituita dalla determinazione della distribuzione e delle dimensioni delle particelle che compongono il sistema e dalla descrizione del comportamento dei contatti. In *PFC* lo stato tensionale di partenza non può essere specificato in modo indipendente dalla distribuzione iniziale dei singoli elementi, dato che dalla loro posizione relativa dipendono le forze di contatto.

Le ipotesi su cui si basa sono (Itasca, 2002):

- le particelle sono circolari e sono considerate come corpi rigidi;
- i contatti avvengono su un'area infinitesima;

- le particelle possono sovrapporsi l'una all'altra solo nei punti di contatto (*soft contact*);
- l'entità della sovrapposizione è correlata alla forza di contatto ed è piccola in rapporto alle dimensioni dell'elemento;
- possono esistere vincoli di resistenza al contatto tra i dischi.

Oltre alle particelle, *PFC* permette la creazione di altri elementi denominati *walls*, che si utilizzano per definire i confini del sistema e per agevolare la generazione e la compattazione del sistema (figura 5.1). Possono essere soggetti solo a velocità e non a forze; non sono ammessi contatti muro-muro ma soltanto particella-muro.

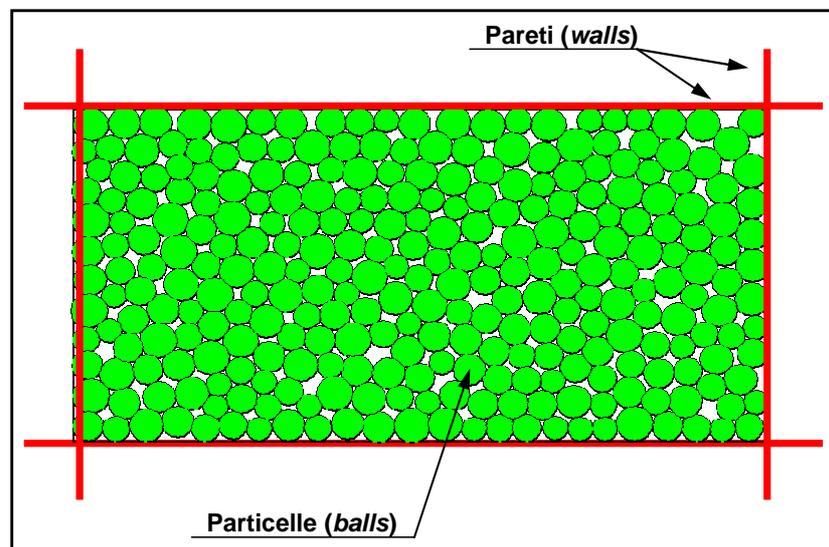


Figura 5.1: elementi fondamentali di PFC.

5.2 I CICLI DI CALCOLO

L'algoritmo di calcolo richiede ad ogni ciclo l'aggiornamento dei contatti in base alla posizione e al movimento relativo delle particelle. Nei punti di interazione è definita la legge forza-spostamento per valutare l'entità delle forze di contatto, mentre la *seconda legge di Newton* è applicata alle particelle per determinarne le velocità e gli spostamenti in base alle forze e ai momenti applicati (Itasca, 2002).

In figura 5.2 viene illustrato il ciclo di calcolo:

- all'inizio di ogni time-step vengono stabiliti i contatti attraverso la conoscenza della posizione delle particelle e delle pareti;
- successivamente viene applicata la legge forza-spostamento a ogni contatto per trovare le forze che agiscono, basandosi sul moto relativo fra le due entità a contatto e il modello costitutivo del contatto;
- a ogni particella viene applicata la legge del moto per determinare a sua velocità e la sua posizione, basandosi sulla risultante delle forze e dei momenti derivanti dalle forze di contatto e dalle forze che agiscono su ogni particella;
- la posizione delle pareti viene determinata basandosi sulla velocità di parete specificata.

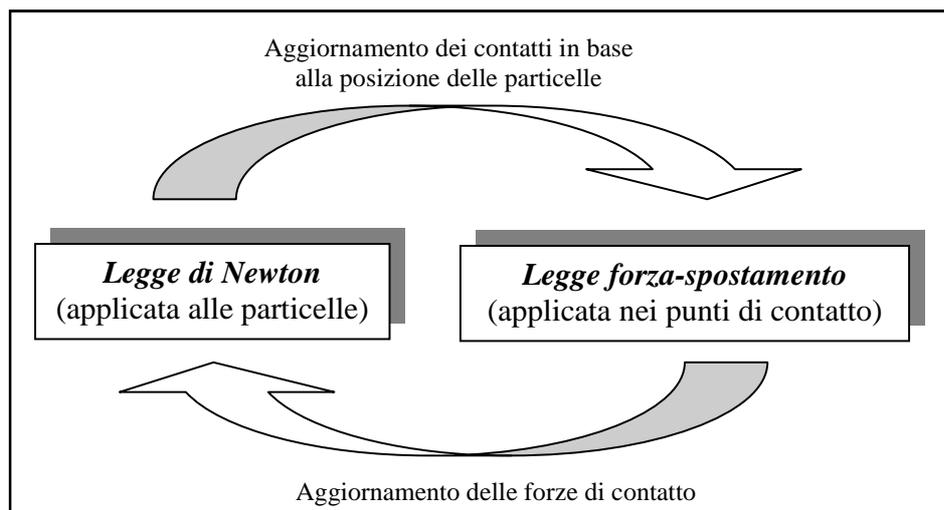


Figura 5.2: Ciclo di calcolo del DEM particellare (Itasca, 2002).

Vengono di seguito descritte la legge forza spostamento e la legge del moto.

5.2.1 LA LEGGE FORZA-SPOSTAMENTO

La legge forza-spostamento mette in relazione lo spostamento relativo tra due particelle adiacenti o tra una particella e la parete, e la forza di contatto che si

genera nel loro punto di sovrapposizione (approccio *soft contact*). Nel caso di due particelle si possono sviluppare anche una forza e un momento aggiuntivi, rappresentati da legami paralleli.

Questa legge si applica in particolare nel punto $x_i^{[C]}$ che giace sul piano di contatto individuato dal versore normale n_i (Potyondy et al., 2004) (figura 5.3). Il punto di contatto si trova all'interno del volume di compenetrazione tra le due entità. Nel caso di due particelle il vettore normale è diretto lungo la linea che collega i due centri; nel caso di particella-parete lungo la linea che definisce la distanza minore fra il centro della particella e la parete.

La forza di contatto si può così suddividere nelle due componenti normale, che agisce nella direzione di n_i , e tangenziale, che si esplica sul piano di contatto.

Di seguito sono riportate le equazioni più importanti per il contatto tra due particelle, indicate in figura 5.3 con A e B , indicando con U_n la loro sovrapposizione.

Il versore n_i diventa (Cheng et al., 2000):

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (5.1)$$

dove $x_i^{[A]}$ ed $x_i^{[B]}$ sono i vettori posizione dei centri delle due particelle e d è la loro distanza reciproca così definita:

$$d = |x_i^{[B]} - x_i^{[A]}| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}) \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (5.2)$$

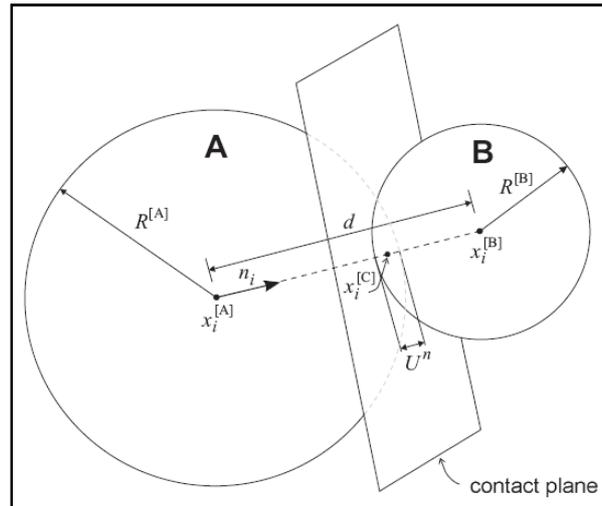


Figura 5.3: legge forza-spostamento per un contatto particella-particella (Itasca, 2002).

Per un contatto particella-parete come quello rappresentato in figura 5.4, d è pari alla minor distanza tra la ball b ed il muro w ed n_i è diretto lungo la stessa.

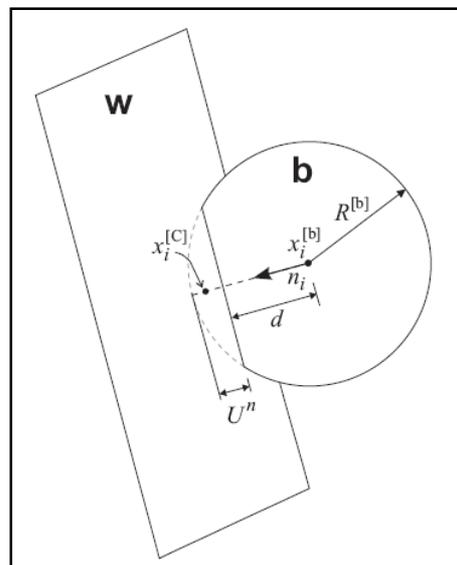


Figura 5.4: legge forza-spostamento per un contatto particella-parete (Itasca, 2002).

Noti i raggi delle particelle ($R^{[A]}$, $R^{[B]}$ ed $R^{[b]}$), la sovrapposizione U_n , definita come la spostamento relativo del contatto nella direzione normale, è data da:

$$U_n = R^{[A]} + R^{[B]} - d \quad (\text{contatto particella-particella}) \quad (5.3)$$

$$U_n = R^{[b]} - d \quad (\text{contatto particella-parete}) \quad (5.4)$$

La posizione del punto di contatto ($x_i^{[C]}$) è pari a:

$$x_i^{[C]} = x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-particella}) \quad (5.5)$$

$$x_i^{[C]} = x_i^{[b]} + \left(R^{[b]} - \frac{1}{2} \cdot U_n \right) \cdot n_i \quad (\text{contatto particella-parete}) \quad (5.6)$$

Il vettore forza di contatto (che rappresenta l'azione della particella A sulla particella B nel caso di due particelle e l'azione della particella sulla parete per il caso particella-parete) può essere scomposto nelle componenti normale e tangenziale rispetto al piano di contatto:

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (5.7)$$

La componente normale (F_i^n) della forza di contatto si valuta in funzione di U_n e di k_n secondo la formula (Elata et al., 1996):

$$F_i^n = k_n \cdot U_n \cdot n_i \quad (5.8)$$

Dove k_n è la rigidità normale al contatto, il cui valore è determinato attraverso il modello di rigidità al contatto utilizzato.

La componente tangenziale (F_i^s) si valuta in modo incrementale: partendo dal valore nullo nell'istante di formazione del contatto, aumenta ad ogni incremento di spostamento. Per la sua determinazione si studia il moto del contatto attraverso la sua velocità (V_s), che dipende dalle velocità di traslazione (\dot{x}_i) e di rotazione (ω) delle due entità a contatto, secondo la formula:

$$V_s = \left(\dot{x}_i^{[B]} - \dot{x}_i^{[A]} \right) \cdot t_i - \omega_3^{[B]} \cdot \left| x_k^{[C]} - x_k^{[B]} \right| - \omega_3^{[A]} \cdot \left| x_k^{[C]} - x_k^{[A]} \right| \quad (\text{contatto particella-particella}) \quad (5.9)$$

$$V_s = \left(\dot{x}_i^{[w]} - \dot{x}_i^{[b]} \right) \cdot t_i - \omega_3^{[w]} \cdot \left| x_k^{[c]} - x_k^{[w]} \right| - \omega_3^{[b]} \cdot \left| x_k^{[c]} - x_k^{[b]} \right|$$

(contatto particella-parete) (5.10)

dove $t_i = \{-n_2, n_1\}$.

La componente tangenziale dello spostamento del punto di contatto (ΔU_s) diventa quindi:

$$\Delta U_s = V_s \cdot \Delta t \quad (5.11)$$

da cui si ricava la componente tangenziale della forza di contatto (ΔF_s) in funzione della rigidità tangenziale (k_s):

$$\Delta F_s = -k_s \cdot \Delta U_s \quad (5.12)$$

La nuova forza di contatto tangenziale viene calcolata effettuando la somma del vecchio vettore della forza tangenziale (che si aveva all'inizio del time-step) e il vettore incremento della forza elastica tangenziale:

$$F_i^s \leftarrow F_i^s + \Delta F_i^s$$

I valori delle forze di contatto normale e tangenziale così calcolati vengono aggiustati per soddisfare le relazioni costitutive dei contatti.

5.2.2 LA LEGGE DEL MOTO

Il movimento di una particella rigida è determinato dalla risultante delle forze e dei momenti che agiscono su di essa e può essere descritto in termini di moto di traslazione e di rotazione. Il primo è definito dalla posizione x_i , dalla velocità \dot{x}_i e dall'accelerazione \ddot{x}_i del centro della particella; il secondo dalla velocità angolare $\dot{\omega}_i$ e dall'accelerazione angolare $\ddot{\omega}_i$.

L'equazione del moto può essere espressa con due equazioni vettoriali: una mette in relazione la risultante delle forze con il moto di traslazione, l'altra la risultante dei momenti con il moto di rotazione.

Indicando con F_i la risultante delle forze applicate all'elemento e con g_i il vettore accelerazione di gravità, l'equazione del moto di traslazione di una particella di massa m diventa (Fortin, 2005):

$$F_i = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i) \quad (5.13)$$

Il moto di rotazione invece può essere descritto dall'equazione:

$$M_i = \dot{H}_i \quad (5.14)$$

dove M_i è la risultante dei momenti agenti sulla particella ed \dot{H}_i il suo momento angolare. Questa relazione si riferisce a un sistema di coordinate solidale alla particella nel suo centro di massa. Se questo sistema è orientato in modo da giacere sugli assi principali di inerzia, allora l'equazione vettoriale si riduce alle tre equazioni di Eulero:

$$M_1 = I_1 \cdot \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \cdot \omega_3 \cdot \omega_2 \quad (5.15)$$

$$M_2 = I_2 \cdot \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \cdot \omega_1 \cdot \omega_3 \quad (5.16)$$

$$M_3 = I_3 \cdot \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \cdot \omega_2 \cdot \omega_1 \quad (5.17)$$

dove I_1, I_2, I_3 sono i momenti di inerzia della particella; $\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3$ sono le accelerazioni angolari rispetto agli assi principali e M_1, M_2, M_3 sono le componenti del momento risultante riferite agli assi principali.

5.3 LO SMORZAMENTO

L'energia cinetica che si genera nel sistema in seguito all'interazione tra le particelle è dissipata attraverso i relativi slittamenti. Nel caso in cui questi ultimi non siano sufficienti a far raggiungere al modello uno stato di equilibrio, entra in gioco il fattore di smorzamento (*local damping*) che applica ad ogni elemento costituenti una forza di smorzamento (*damping force*) proporzionale alla corrispondente forza non bilanciata (*unbalanced force*). Quest'ultima è un parametro che permette di controllare se il modello ha raggiunto l'equilibrio statico; il sistema, infatti, si considera in equilibrio quando la massima forza non bilanciata è piccola rispetto a quelle applicate. Se l'*unbalanced force* si attesta ad un valore costante non nullo (seppur piccolo) significa che, probabilmente, si stanno verificando rotture o deformazioni plastiche all'interno del modello (Jensen et al., 1999 e 2001).

Il fattore di smorzamento si introduce nell'equazione del moto (5.13) come segue (Hazzard, 2000):

$$F_i + F_{id} = m \cdot (\ddot{x}_i - g_i) \quad (5.18)$$

dove F_{id} rappresenta la forza di smorzamento valutabile in funzione della velocità della particella (\dot{x}_i) mediante la seguente equazione:

$$F_{id} = -\alpha \cdot F_i \cdot \dot{x}_i \quad (5.19)$$

Il valore del coefficiente di smorzamento α varia tra 0 ed 1; di default è pari a 0.7.

5.4 CONFINI DEL SISTEMA E CONDIZIONI INIZIALI

Un sistema di particelle viene generalmente caricato attraverso la gravità o muovendo le pareti. L'accelerazione di gravità è specificata con il comando **SET**

gravity. Inoltre le condizioni iniziali o aggiuntive possono essere specificate, sia per le particelle che per le pareti, tramite uno di questi comandi: **WALL**, **CHANGE**, **INITIAL**, **PROPERTY**, **FIX**, **FREE**.

Per le pareti si possono specificare le velocità sia di traslazione che di rotazione, però non possono essere applicate delle forze. Le velocità delle pareti vengono date attraverso i seguenti tre parametri: velocità di traslazione $x_i^{[w]}$; velocità di rotazione $\omega_3^{[w]}$ e centro di rotazione $x_i^{[w]}$, dati tramite il comando **WALL**.

Per ogni particella, oltre a una velocità di traslazione e di rotazione iniziale, si possono applicare anche forze e momenti, utilizzando il comando **INITIAL**.

5.5 LA CREAZIONE DEL MODELLO

5.5.1 INTRODUZIONE

Un modello di PFC^{3D} è costituito da particelle sferiche. Il più piccolo modello che si può analizzare con questo programma consiste in una singola *ball*. La maggioranza dei problemi sono però definiti da sistemi di centinaia o migliaia di particelle.

L'altro elemento del modello è la parete che viene utilizzata per definire i confini del sistema e per agevolare la generazione e la compattazione delle particelle.

Le sfere sono generate all'interno di una regione di spazio definita attraverso delle coordinate globali. Tutti i centri delle *balls* e i punti di contatto vengono localizzati attraverso il loro vettore posizione (x,y,z) . Le pareti sono definite nelle coordinate globali dai segmenti che le compongono. Ogni particella e ogni parete viene rappresentata e richiamata attraverso un numero identificativo (*ID*).

Per la definizione di un modello è necessario specificare:

- la distribuzione e le dimensioni delle particelle che compongono il sistema;
- il comportamento dei contatti e le proprietà dei materiali, che dettano il tipo di risposta del mezzo quando è sottoposto ad una causa perturbatrice;

- le condizioni al contorno e quelle iniziali, che definiscono la situazione in situ, cioè prima dell'introduzione della perturbazione.

La procedura generale di soluzione prevede la valutazione dello stato di equilibrio iniziale del modello, solo in seguito vengono applicate delle alterazioni al sistema: allora il programma provvederà a calcolare la risposta del modello. La soluzione viene trovata dopo una serie di cicli di calcolo, definiti automaticamente dal programma o specificati dall'utente. Un esempio di procedura è riportata in figura 5.5.

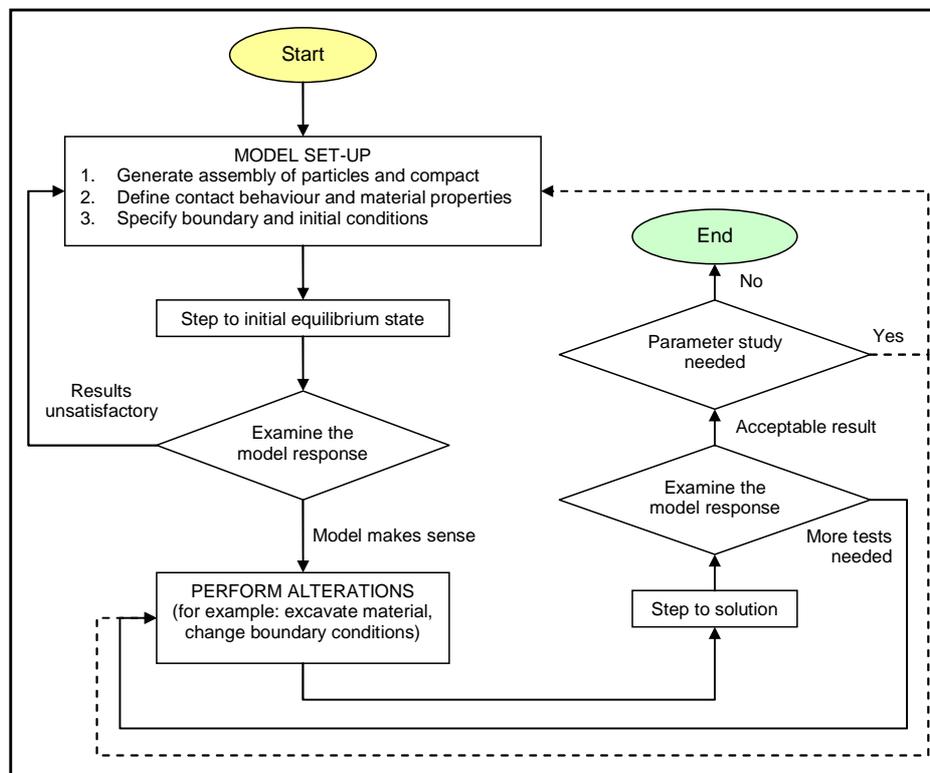


Figura 5.5: procedura di soluzione generale di PFC (Itasca, 2002).

5.5.2 LA GENERAZIONE DELLE PARTICELLE

Gli elementi che compongono il sistema possono essere generati attraverso due procedure distinte (Jiang et al., 2003; Koerner, 1999):

- quella semplice, che prevede la creazione di una particella per volta definendone il raggio, la posizione ed il numero identificativo (*ID number*). Sulla base delle informazioni ricevute il software inserisce l'elemento nella posizione fissata, sovrapponendolo ad eventuali altri già esistenti. La sovrapposizione al momento della generazione può creare tensioni e forze di repulsione iniziali molto elevate, ragione per cui questa procedura non si utilizza frequentemente;
- quella generale, che consiste nel creare un insieme iniziale di particelle specificandone le dimensioni dell'area occupata, l'intervallo di variazione del raggio (r_{min} ed r_{max}) e la relativa distribuzione granulometrica. Il software provvede a creare queste ball disponendole in modo casuale all'interno dello spazio fissato non permettendo però la sovrapposizione tra particelle o tra particelle ed elementi al contorno. Questa procedura è quella più utilizzata in quanto consente di generare sistemi formati da molti elementi in tempi di calcolo ragionevoli.

Una volta create le particelle, le si compatta utilizzando diverse modalità (Dolezalova, 2002)):

- per spostamento delle pareti: consiste nell'avvicinare reciprocamente i confini del sistema fino al raggiungimento della densità desiderata. Questo tipo di approccio presenta notevoli problemi in quanto:
 - andando a spostare le pareti, si perde la geometria iniziale del modello;
 - la convergenza all'equilibrio è molto lenta, in quanto il disturbo che si genera ai confini deve propagarsi all'interno;
 - la distribuzione di particelle ottenuta non è uniforme;
- per espansione dei raggi (*generation by radius expansion*): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di piccolo raggio, successivamente dilatate fino al raggiungimento della densità prevista. È il metodo più semplice ed affidabile, in quanto mantiene le dimensioni iniziali del sistema e, espandendo le particelle dello stesso fattore in tutte le direzioni, gli conferisce proprietà uniformi ed isotrope (figura 5.6);

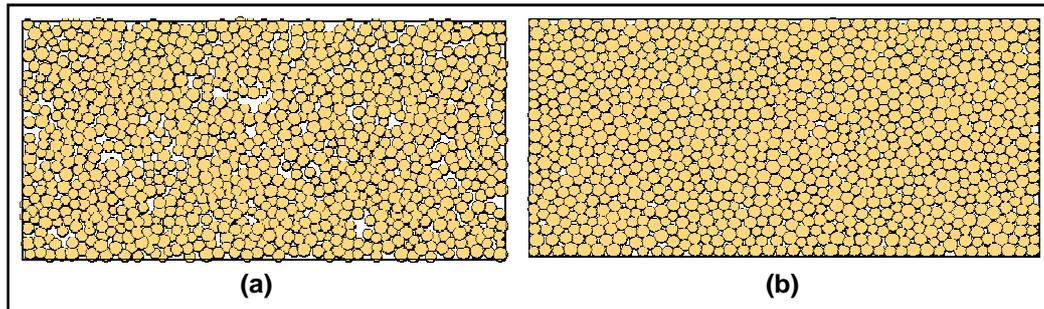


Figura 5.6: istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per espansione (Itasca, 2002).

- per repulsione esplosiva (*generation by explosive repulsion*): consiste nel creare un insieme iniziale di particelle di raggio tale da raggiungere la porosità desiderata. Queste ultime sono disposte casualmente all'interno del sistema con conseguenti sovrapposizioni (figura 5.7) ed elevate forze di repulsione che possono raggiungere valori tali da permettere ad alcune ball di sfuggire attraverso le pareti del sistema.

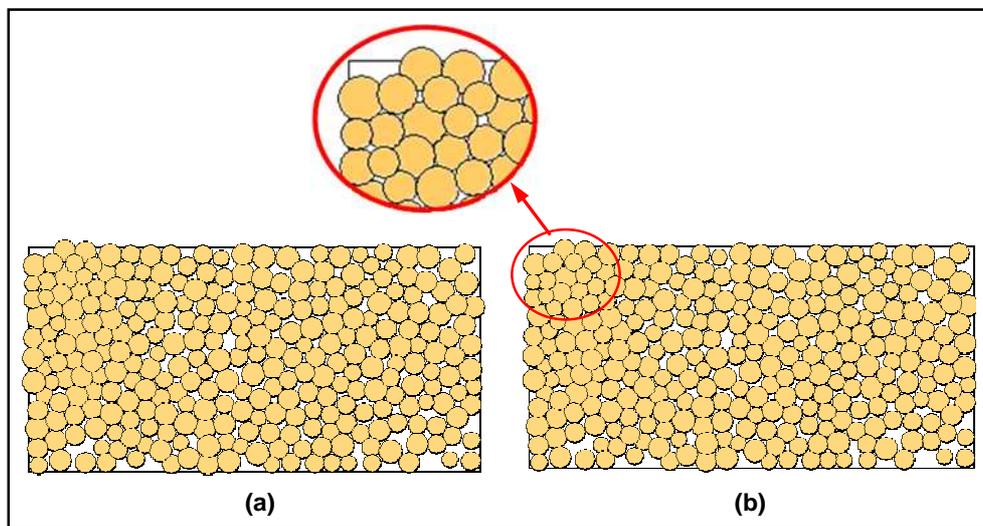


Figura 5.7: istante iniziale (a) e finale (b) del procedimento di generazione per esplosione (Itasca, 2002).

Sfruttando la logica *clump* e quella *cluster*, il software prevede inoltre la possibilità di modellare elementi di forma generica ottenuti assemblando particelle circolari che mantengono la stessa posizione reciproca durante l'intera

simulazione (figure 5.8 e 5.9). L'unità così formata può essere dotata di comportamento rigido (*clump*) o deformabile (*cluster*). In questo modo è possibile quindi ottenere una rappresentazione molto fedele alla realtà fisica.

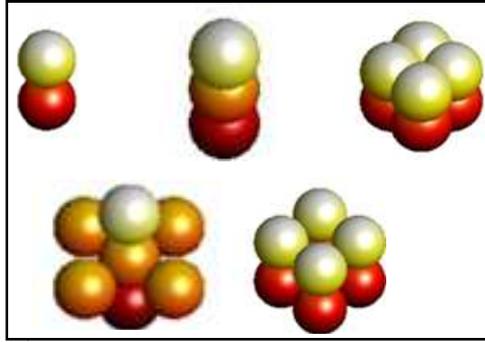


Figura 5.8: elementi *clump* o *cluster* (Konietzky, 2002).

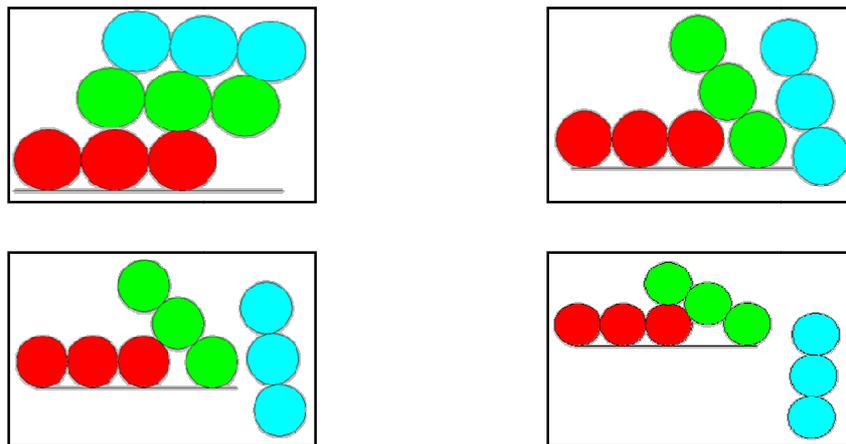


Figura 5.9: interazione tra elementi *clump* costituiti da tre particelle (Thomas et al., 1997).

5.6 MODELLI COSTITUTIVI DEI CONTATTI

Le particelle interagiscono tra loro o con le pareti attraverso le forze che si sviluppano nei loro punti di sovrapposizione: il termine contatto viene usato per denotare questa interazione.

Un modello di contatto descrive il comportamento fisico che si ha nel punto di contatto; anche se un sistema di particelle ha un comportamento costitutivo non lineare molto complesso, questo può essere descritto attraverso modelli di contatto relativamente semplici .

Un modello di contatto si compone in generale di tre parti (Itasca, 2002):

- un modello di rigidità;
- un modello di slittamento;
- un modello di legame.

5.6.1 IL MODELLO DI RIGIDEZZA

Il modello di rigidità fornisce una relazione tra le componenti normale (F_n) e tangenziale (F_s) della forza di contatto ed i relativi spostamenti (U_n, U_s):

$$F_n = k_n \cdot U_n \quad (5.20)$$

$$F_s = -k_s \cdot U_s \quad (5.21)$$

dove k_n e k_s sono rispettivamente le rigidità normale e tangenziale.

Il software in particolare ne prevede due tipologie: il modello lineare e quello di Hertz-Mindlin.

Il modello lineare, molto diffuso per la sua semplicità, ipotizza una relazione lineare tra le forze e gli spostamenti. Note due particelle A e B in reciproco contatto, k_n e k_s si valutano mediante le equazioni di seguito riportate (Cundall, 1988):

$$k_n = \frac{k_n^A \cdot k_n^B}{k_n^A + k_n^B} \quad (5.22)$$

$$k_s = \frac{k_s^A \cdot k_s^B}{k_s^A + k_s^B} \quad (5.23)$$

Il modello di Hertz-Mindlin è di tipo elastico non lineare e valuta le rigidità k_n e k_s in funzione del modulo di taglio (G) e del coefficiente di Poisson (ν) di due

particelle A e B a contatto mediante le equazioni di seguito riportate (Mindlin, 1953):

$$k_n = \left(\frac{2 \cdot \langle G \rangle \cdot \sqrt{2 \cdot \tilde{R}}}{3 \cdot (1 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot \sqrt{U_n} \quad (5.24)$$

$$k_s = \left(\frac{2 \cdot (3 \cdot \langle G \rangle^2 \cdot (1 - \langle \nu \rangle) \cdot \tilde{R})^{1/3}}{(2 - \langle \nu \rangle)} \right) \cdot |F_t^n|^{1/3} \quad (5.25)$$

dove:

U_n : sovrapposizione tra le due particelle a contatto;

$|F_t^n|$: forza di contatto in direzione normale.

Indicando con $R^{[A]}$ ed $R^{[B]}$ i raggi delle due sfere a contatto, i termini delle 5.24 e 5.25 si valutano secondo le formule di seguito indicate (Di Renzo et al., 2004):

contatto particella-particella:

$$\tilde{R} = \frac{2 \cdot R^{[A]} \cdot R^{[B]}}{R^{[A]} + R^{[B]}} \quad (5.26)$$

$$\langle G \rangle = 0.5 \cdot (G^{[A]} + G^{[B]}) \quad (5.27)$$

$$\langle \nu \rangle = 0.5 \cdot (\nu^{[A]} + \nu^{[B]}) \quad (5.28)$$

contatto particella-parete:

$$\tilde{R} = R^{[ball]} \quad (5.29)$$

$$\langle G \rangle = G^{[ball]} \quad (5.30)$$

$$\langle \nu \rangle = \nu^{[ball]} \quad (5.31)$$

5.6.2 IL MODELLO DI SLITTAMENTO

Il modello di slittamento è una proprietà intrinseca delle entità a contatto, particella-particella o particella-elemento al contorno. La condizione di slittamento si ha quando la componente tangenziale della forza (F_t^i) eguaglia il

valore massimo ammissibile della forza di contatto tangenziale (F_t^{max}). Questo valore è dato dal coefficiente di attrito minimo tra le entità a contatto (μ) moltiplicato per il modulo della componente normale di compressione della forza (F_n^i).

Il modello è sempre attivo, eccetto quando è presente un legame di contatto: in questo caso il modello di legame prende il posto del modello di slittamento. Questi due tipi di legame descrivono il comportamento costitutivo di due elementi a contatto in un punto; il legame di contatto parallelo, invece, descrive il comportamento costitutivo quando il contatto avviene su una superficie di dimensione finite.

La condizione affinché si abbia slittamento si può quindi esprimere come:

$$F_t^i \geq F_t^{max} = \mu \cdot |F_n^i| \quad (5.32)$$

5.6.3 IL MODELLO DI LEGAME

Vi sono due tipi di legami: un modello di legame di contatto e un modello di legame parallelo. Il primo modello riproduce gli effetti di una adesione agente su una piccola area che si riduce al punto di contatto; il secondo riproduce gli effetti di un materiale aggiuntivo (come un cementante) depositato dopo che le particelle sono giunte a contatto. La rigidità effettiva di questo materiale aggiuntivo agisce in parallelo con la rigidità del contatto, da qui deriva il nome del modello.

Ogni carico aggiuntivo applicato alle due particelle dopo che si è instaurato il legame parallelo, viene diviso in modo proporzionale fra la molla del contatto e la molla del legame parallelo. Il legame di contatto può trasmettere solo una forza, mentre il legame parallelo può trasmettere sia forza che momento.

Entrambi i tipi di legame possono essere attivi contemporaneamente, comunque la presenza di uno di essi rende inattivo il modello di slittamento.

Una volta che si è formato un legame fra le due particelle, il contatto continua ad esistere anche se il legame si rompe.

Il legame di contatto (*contact bond*), riproduce l'effetto d'adesione che si esplica nel punto di contatto e può essere visto come un insieme di due molle elastiche con rigidzze normale e tangenziale costanti agenti nel punto di sovrapposizione (figura 5.10).

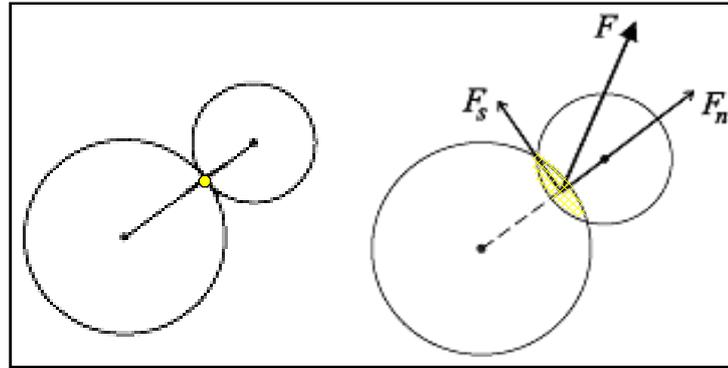


Figura 5.10: *contact bond* (Itasca, 2002).

È definito dalle componenti normale (n_bond) e tangenziale (s_bond) della forza di contatto. Preclude lo scorrimento reciproco degli elementi adiacenti e non ne impedisce la rotazione, che può essere causata da un momento agente nel punto di sovrapposizione (figura 5.11).

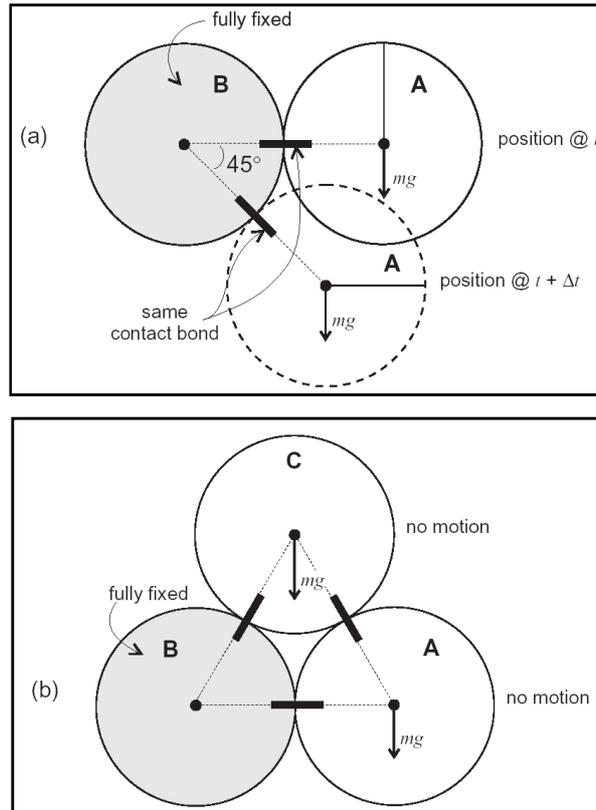


Figura 5.11: rotazione senza scorrimento permessa dal *contact bond* tra due (a) e tre (b) particelle (Itasca, 2002).

Il legame parallelo (*parallel bond*), riproduce l'effetto d'adesione di un materiale aggiuntivo depositatosi dopo che le particelle sono giunte a contatto, la cui rigidezza agisce in parallelo con quella di contatto (da qui il nome del modello) (figura 5.12). Può essere visto come un insieme di molle elastiche con rigidezze normale e tangenziale costanti, uniformemente distribuite su una sezione trasversale circolare o rettangolare situata nel piano di contatto e centrata nel punto di contatto. Ogni carico aggiuntivo applicato alle due particelle, dopo che si è instaurato il legame parallelo, è suddiviso in modo proporzionale tra la molla del contatto e quella del legame stesso che può trasmettere sia forze che momenti tra le particelle. Questo legame si utilizza generalmente per modellare materiali coesivi ed è definito dalla componente normale della forza di contatto ($pb_nstrength$), da quella tangenziale ($pb_sstrength$) e dalle rigidezze normale (pb_kn) e tangenziale (pb_ks).

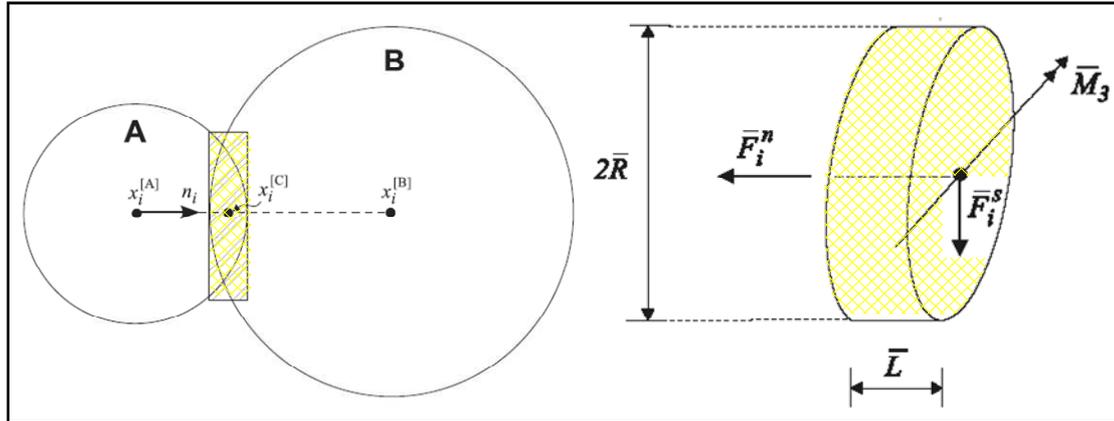


Figura 5.12: *parallel bond* (Itasca, 2002)

Le risultanti delle forze e dei momenti che si generano nel punto di contatto si valutano componendoli nelle direzioni normale (n) e tangenziale (s) al piano di contatto. Per la prima si ottiene (Kruyt, 1999) (figura 5.12):

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s \quad (5.33)$$

Queste risultanti assumono valore nullo nell'istante in cui si forma il contatto ed aumentano ad ogni time-step successivo in funzione degli spostamenti e delle rotazioni subite dalle due entità a contatto. L'incremento subito nell'intervallo Δt si valuta secondo le seguenti espressioni:

$$\Delta \bar{F}_i^n = (k_n \cdot \Delta U_n \cdot \pi \cdot \bar{R}^2) \cdot n_i \quad (5.34)$$

$$\Delta \bar{F}_i^s = (k_s \cdot \Delta U_s \cdot \pi \cdot \bar{R}^2) \quad (5.35)$$

$$\Delta \bar{M}_3 = (k_n \cdot \Delta \theta_3 \cdot I) = k_n \cdot I \cdot (\omega_3^{[B]} - \omega_3^{[A]}) \cdot \Delta t \quad (5.36)$$

dove:

\bar{R} : raggio dell'area di contatto;

I : momento d'inerzia.

Si ottiene pertanto:

$$\overline{F}_i^n \leftarrow \overline{F}_i^n + \Delta \overline{F}_i^n \quad (5.37)$$

$$\overline{F}_i^s \leftarrow \overline{F}_i^s + \Delta \overline{F}_i^s \quad (5.38)$$

$$\overline{M}_3 \leftarrow \overline{M}_3 + \Delta \overline{M}_3 \quad (5.39)$$

Il valore massimo degli sforzi di flessione (σ_{max}) e di taglio (τ_{max}) nel contatto è pari a (Kruyt, 1993):

$$\sigma_{max} = \frac{\overline{F}_i^n}{\pi \cdot R^2} + \frac{\overline{M}_3}{I} \quad (5.40)$$

$$\tau_{max} = \frac{\overline{F}_i^s}{\pi \cdot R^2} \quad (5.41)$$

5.7 L'INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI

I parametri di controllo dei risultati ottenuti si valutano all'interno di un'area circolare detta cerchio di misura (*measurement circle*) specificata dall'utente. Al suo interno è possibile valutare i seguenti indici:

- numero di coordinazione (C_n): è definito come il numero medio di contatti per particella e si valuta con la seguente espressione (Itasca, 2002):

$$C_n = \frac{\sum_N n_c^{(b)}}{N_b} \quad (5.42)$$

dove N_b è il numero di particelle il cui centro è interno al cerchio di misura ed $n_c^{(b)}$ è il numero di contatti della particella (b). I sistemi caratterizzati da un elevato valore di C_n sono in grado di esplicitare buone resistenze meccaniche (O'Sullivan et al., 2004).

- frazione dei contatti in scorrimento: valuta la frazione di contatti interni al cerchio che hanno subito scorrimento. Si assume che ci sia scorrimento di un contatto se non vi sono legami di contatto e l'intensità delle componente

tangenziale della forza di contatto è minore di un decimo della massimo della forza tangenziale ammissibile, data da $F_{max}^s = \mu \cdot |F_i^n|$. Quando è presente il legame di contatto non si ha scorrimento, a prescindere dal valore della forza di contatto.

- porosità (n): è definita come il rapporto tra l'area totale dei vuoti all'interno del cerchio di misura (A_v) e l'area dello stesso (A_c) secondo la formula (Itasca, 2002):

$$n = \frac{A_v}{A_c} = \frac{A_c - A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_p}{A_c} \quad (5.43)$$

dove A_p è l'area del cerchio occupata dalle particelle così calcolata:

$$A_p = \sum_{N_p} A^{(p)} - A_s \quad (5.44)$$

con:

N_p : numero di particelle che intersecano il cerchio di misura;

$A^{(p)}$: area della particella (p) contenuta nel cerchio;

A_s : area delle sovrapposizioni tra le particelle interne al cerchio.

Se si utilizza la procedura di compattazione per espansione, è possibile valutare il coefficiente moltiplicatore dei raggi (m) per variare la porosità del sistema dal valore iniziale n_0 a quello finale n . Indicando con R_0 il raggio iniziale di una particella del sistema e con R quello finale, si ottiene (Itasca, 2002):

$$R = m \cdot R_0 \quad (5.45)$$

Semplificando la 5.43:

$$n \cdot A_c = A_c - \sum \pi \cdot R^2 \quad (5.46)$$

$$\sum R^2 = \frac{A_c \cdot (1-n)}{\pi} \quad (5.47)$$

Si ottiene pertanto:

$$\frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{1-n}{1-n_0} \quad (5.48)$$

Sostituendo la 5.45 nella 5.48:

$$m = \sqrt{\frac{1-n}{1-n_0}} \quad (5.49)$$

5.8 LE FUNZIONI FISH

Al programma è abbinato un linguaggio di programmazione FISH che consente all'utente di definire nuove variabili e funzioni. In questo modo si possono ampliare le potenzialità del codice lasciando la possibilità di creare programmi specifici adattati a casi particolari. Ad esempio:

- le nuove variabili possono essere graficate e stampate;
- possono essere effettuate generazioni di particelle particolari;
- si possono applicare dei servo-controlli durante le prove;
- si possono specificare distribuzioni di proprietà inusuali;
- lo studio dei parametri può essere condotto automaticamente.

5.9 APPLICAZIONI DI PFC

Numerose sono le applicazioni del software *PFC*; esso permette di modellare:

- Il comportamento tenso-deformativo di materiali granulari legati e non legati: simulando i fondamentali test di laboratorio è possibile raccogliere informazioni sulle principali grandezze caratteristiche (Cheng et al., 1988;

Bardet, 1991; Dounias, 1993; Anandarajah, 1994; Antonellini et al., 1995; Sawamoto et al., 1998; Ishikawa et al., 1998; Sitharam, 1999; Lainer, 2000; McDowell et al., 2002; Yao et al., 2002; Zhang et al., 2002M; Tomiczek, 2002; El Shami et al., 2002 e 2003; Hentz et al., 2004; Marellò, 2005; Guerrero et al., 2005; Holt et al., 2005) (figura 5.13);

- il flusso di materiali granulari all'interno di tubi, sili e tramogge (Nazeri et al., 2000; Niessen et al., 2002; Bwalya et al., 2002; Masson et al., 2002 e 2003; Theuerkauf, 2003; Kawabata et al., 2004) (figure 5.14 e 5.15);
- la dinamica di fenomeni franosi (Barla et al., 2001; Stead et al., 2001; Cambou et al., 2002; Imre, 2004; Morris et al., 2004; Maynar et al., 2005) (figura 5.17);
- il comportamento sotto carico del ballast ferroviario (Lim et al., 2005);
- la risposta sismica ed il collasso delle strutture (Chang et al., 1991; Sadd et al., 2000; Tsuji, 2000; Lin et al., 2003; Hainbüchner et al., 2002; Hazzard et al., 2004) (figure 5.18 e 5.19): le applicazioni di *PFC* allo studio dell'interazione terreno-struttura durante un evento sismico rivestono un ruolo estremamente importante alla luce degli ultimi aggiornamenti in materia di Normativa sismica nazionale. Con l'introduzione dell'Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri n. 3274 del 20 Marzo 2003 "Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica" (G.U. n. 105, 08/05/2003) e del DM n. 159 del 14 Settembre 2005 "Norme tecniche per le costruzioni" (G.U. n. 222, 23/09/2005), infatti, tutto il territorio nazionale è considerato a rischio sismico ed è introdotta una disciplina specifica per ogni tipologia di costruzione compresi edifici, ponti ed opere di fondazione e di sostegno dei terreni. Diversamente dal passato assumono un ruolo fondamentale gli aspetti inerenti alla dipendenza delle sollecitazioni dalle caratteristiche del sottofondo e si suggerisce di prendere in considerazione la non linearità del comportamento del terreno durante l'interazione dinamica con la struttura. Per queste applicazioni il metodo degli Elementi Distinti Particellari diventa quindi uno strumento indispensabile.

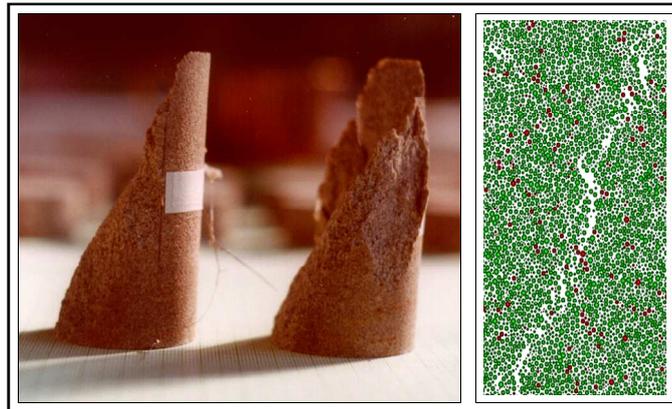


Figura 5.13: test di rottura su un campione di roccia (Tomiczek, 2002).

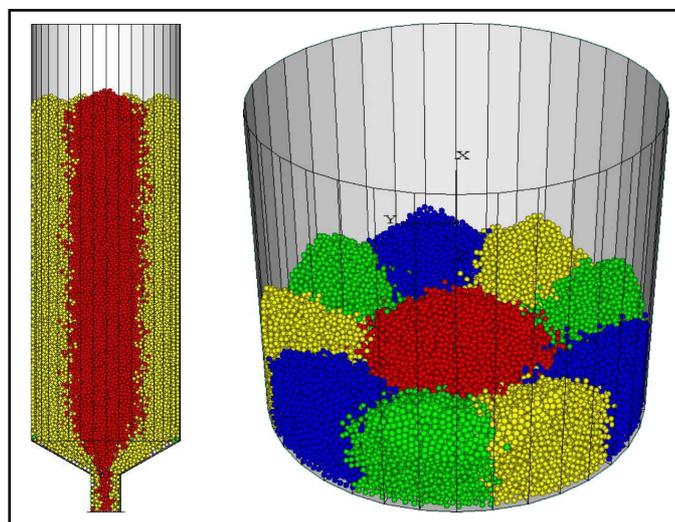


Figura 5.14: flusso di materiali granulari all'interno di sili e tramogge (Niessen et al., 2002).

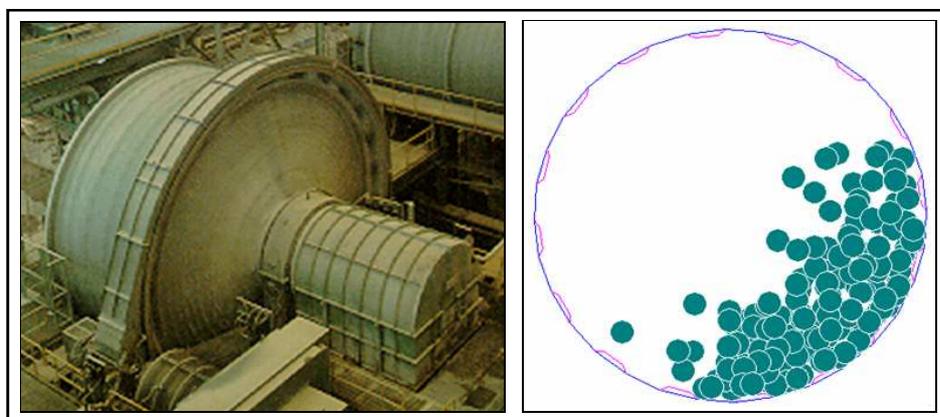


Figura 5.15: modellazione di un impianto di macinazione (Bwalya, 2002).

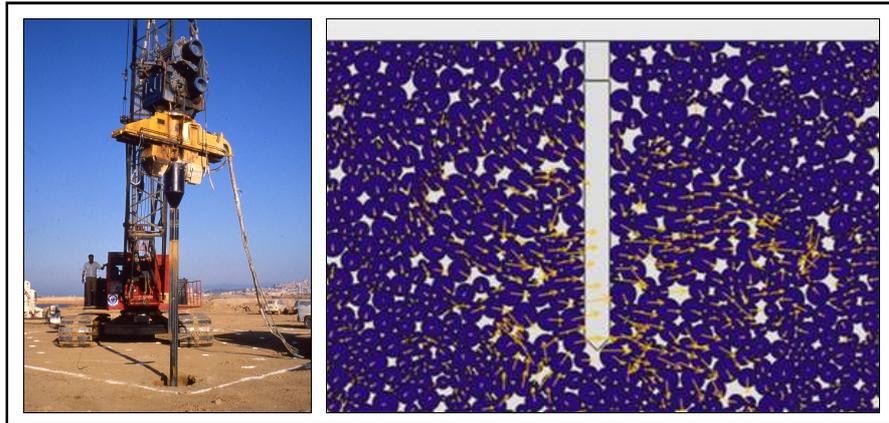


Figura 5.16: modellazione dei meccanismi di vibroflottazione (Giese, 2002).

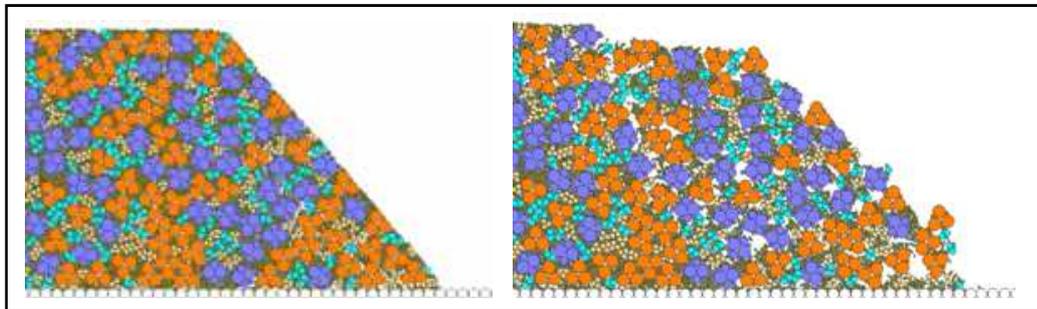


Figura 5.17: verifica della stabilità di un pendio (Cambou et al., 2002).

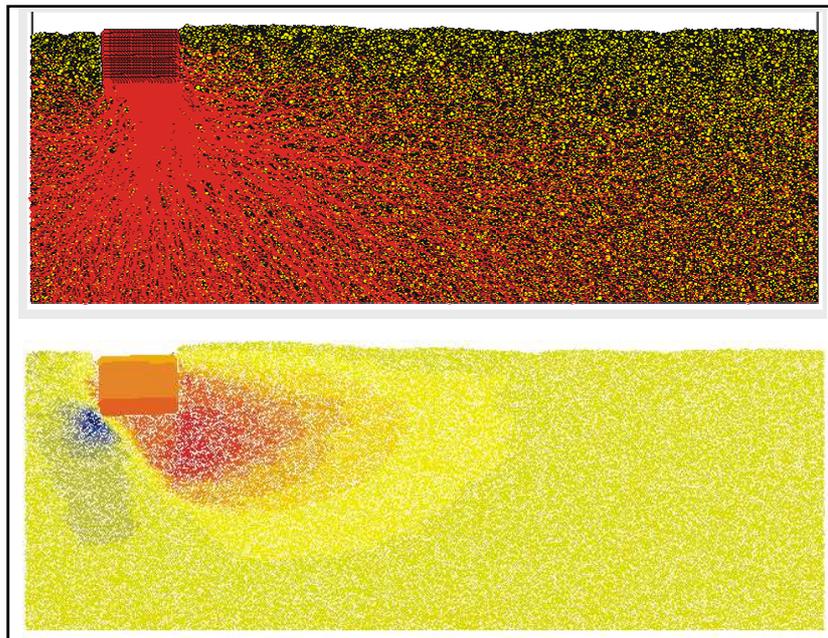


Figura 5.18: studio della stabilità di una fondazione superficiale (Hainbüchner et al., 2002).

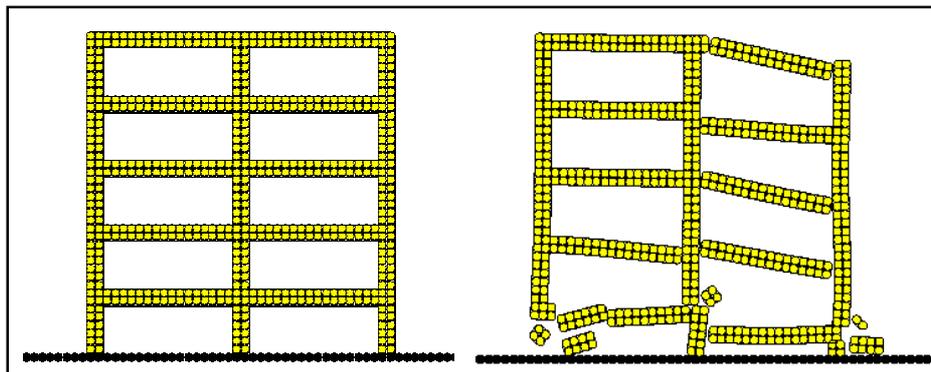


Figura 5.19: risposta sismica di una struttura (Hazzard et al., 2004).

Capitolo 6 - LA MODELLAZIONE CON PFC^{3D}

6.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo verrà descritta la procedura di preparazione di un campione utilizzando il software PFC^{3D} per la simulazione di prove di laboratorio. Il comportamento meccanico di un materiale dipende da parametri fisici come la porosità, l'assortimento delle particelle, la rigidità e la forza dei contatti. Risulta quindi importante generare un campione che simuli il corrispondente esemplare di prova in laboratorio.

Il primo obiettivo di questo capitolo è quello di sviluppare una procedura creazione di un provino che replichi l'aggregato degli strati di conglomerato bituminoso utilizzato nei campioni di laboratorio.

Una volta realizzato il campione saranno simulate delle prove triassiali per appurare se modelli PFC^{3D} possano bene adattarsi allo studio delle miscele di conglomerato bituminoso e diventare quindi un ulteriore mezzo di ricerca e applicazione.

Risulta importante sottolineare che il software PFC^{3D} è un codice di calcolo relativamente nuovo, per cui l'approccio alla modellazione con questo programma è ancora in fase di sviluppo.

6.2 LA GENERAZIONE DELLE PARTICELLE

In PFC^{3D} si possono utilizzare due comandi per creare le particelle: **BALL** e **GENERATE**.

Il comando **BALL** crea una singola particella e la posiziona in una zona specificata, indipendentemente dalla presenza di altri oggetti; di conseguenza è possibile la sovrapposizione di più sfere. Tuttavia quando PFC^{3D} cicla (comando **CYCLE**), le sfere sovrapposte generano grandi forze repulsive e vengono proiettate a distanza le une dalle altre ad alta velocità, a meno che non siano considerate fisse (comando **FIX**).

Con il comando **BALL** l'unico parametro richiesto è il raggio (**radius**), che specifica il raggio della sfera da creare.

Se il numero di identificazione della sfera (**ID number**) non viene specificato, viene scelto automaticamente un valore maggiore al massimo corrente. L'utente può tuttavia specificare per il nuovo elemento un ID arbitrario, con la condizione che non sia lo stesso di una sfera esistente e che sia un valore positivo.

Se le coordinate della particella creata non sono specificate vengono inserite di *default* (0,0,0); è comunque possibile definire la posizione della sfera all'interno di un sistema di assi ortogonali utilizzando le *keywords* **x**, **y** e **z**.

Il comando **GENERATE** genera un insieme specificato di particelle, ma la loro posizione è influenzata dalla presenza di altri oggetti, non permettendo però sovrapposizioni fra le particelle o fra particelle e pareti. L'utente deve specificare la regione di spazio all'interno della quale generare le sfere, il *range* di variazione della dimensione delle sfere e il numero di elementi da creare. Il programma crea le sfere scegliendo in maniera casuale sia il loro raggio sia la posizione all'interno del *range* definito dall'utente. Se la particella non riesce ad essere inserita nella regione definita (ad esempio si sovrappone ad un'altra sfera) utilizzando la parola chiave **tries**, il software mantiene lo stesso raggio e cambia in maniera casuale la sua posizione. C'è un limite al numero di tentativi provati dal generatore, di *default* fissato a 20000, che può essere variato dall'utente. Se con il comando **GENERATE** non riesce ad inserire tutte le sfere nella regione specificata, viene visualizzato un messaggio nell'output della modellazione. La risoluzione di questo problema presenta quindi tre alternative:

- diminuire il raggio delle particelle;
- diminuire il numero delle particelle;
- aumentare i confini del sistema.

Il limite più significativo di questo tipo di generazione è che non sempre si riesce a raggiungere le porosità desiderate.

I sistemi di particelle possono essere classificati in due gruppi:

- Sistema regolare: questo sistema è costituito da campioni di particelle che vengono ripetuti in maniera del tutto regolare; è un tipo di disposizione utilizzata soprattutto per rappresentare elementi strutturali (ad esempio travi).

Le forze di contatto sono determinate direttamente alla generazione poiché dipendono esclusivamente della posizione relativa delle particelle in contatto

- Sistema irregolare: questo sistema non ha uno schema riconoscibile nella disposizione delle particelle. Solitamente viene utilizzato per rappresentare i mezzi granulari con struttura interna non ordinata. Il posizionamento delle particelle avviene in modo casuale per cui è impossibile prescrivere l'entità delle forze di contatto iniziali; questo può essere fatto solo più tardi, attraverso una procedura di compattazione.

6.3 I CONFINI DEL SISTEMA

Solitamente un insieme di particelle viene creato e compattato all'interno di pareti di confinamento, che vengono generate attraverso il comando **WALL**.

Questi confini possono essere mossi a una velocità specificata e le loro forze di reazione monitorate utilizzando il comando **HISTORY**; è anche possibile controllare la velocità delle pareti e mantenerle entro certi valori desiderati attraverso un servo-meccanismo. Non è però possibile applicare forze direttamente alle pareti.

Esistono due tipologie di muri: infiniti e finiti. Il primo tipo si estende all'infinito in tutte le direzioni sul piano identificato dalle parole chiave **normal** e **origin**, ed è spesso utilizzato per fornire le condizioni al contorno di una forma geometrica

semplice. Il muro infinito può essere usato anche per limitare la regione in cui le particelle vengono generate e successivamente scartate. Questo tipo di parete non appare nel tracciato di output ma è più efficiente computazionalmente rispetto al muro finito perché non è necessario nessun controllo delle condizioni di bordo durante l'elaborazione.

Una parete finita è creata quando la parola chiave **face** appare dopo il comando **WALL**. Questo tipo di muri necessitano di memoria e tempo maggiori del calcolatore, ma appaiono nel tracciato di uscita come elemento. Essi sono necessari quando, per esempio, le sfere potrebbero entrare in contatto con bordi convessi o vertici.

Esiste anche un secondo metodo per creare i confini del sistema che utilizza delle stringhe di particelle. Questo tipo di confine permette l'applicazione di forze, oltre a gradienti di velocità. Con le stringhe di particelle e quindi possibile effettuare prove sia a deformazione controllata (a controllo di velocità) sia a tensione controllata, oppure si possono effettuare entrambe contemporaneamente.

6.4 RAGGIUNGIMENTO DELLA POROSITÀ DESIDERATA

Generalmente la generazione di un campione è vincolata al raggiungimento di una determinata percentuale porosità.

Non è possibile sistemare particelle con una porosità piccola a piacere; con certi valori di porosità si possono sistemare le particelle in modo che non si tocchino, per cui lo stato tensionale iniziale risulterà nullo. Man mano che si vogliono raggiungere valori di porosità minori, quindi sistemi più densi e compatti, dovranno nascere delle sovrapposizioni fra le particelle, di conseguenza lo stato tensionale iniziale non sarà più nullo: nasceranno delle forze di contatto dipendenti dall'entità di tali sovrapposizioni.

Nel precedente capitolo la porosità n era stata definita come il rapporto tra l'area totale dei vuoti all'interno del cerchio di misura (A_v) e l'area dello stesso (A_c) secondo la formula:

$$n = \frac{A_v}{A_c} = \frac{A_c - A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_p}{A_c} \quad (6.1)$$

dove A_p è l'area del cerchio occupata dalle particelle così calcolata:

$$A_p = \sum_{N_p} A^{(p)} - A_s \quad (6.2)$$

con:

N_p : numero di particelle che intersecano il cerchio di misura;

$A^{(p)}$: area della particella (p) contenuta nel cerchio;

A_s : area delle sovrapposizioni tra le particelle interne al cerchio.

Per creare un sistema di particelle compatto posso essere utilizzate due modalità:

- il primo metodo prevede la creazione di una famiglia di particelle che non si toccano, quindi lo stato iniziale sarà molto sciolto con una densità bassa; si provvederà solo in seguito a diminuire la porosità muovendo i confini del sistema. Questo tipo di approccio presenta alcuni problemi:
 - dovendo muovere le pareti, si va a perdere la geometria specificata inizialmente perché i confini avranno una nuova posizione;
 - la convergenza all'equilibrio è molto lenta, in quanto il disturbo che si è generato ai confini deve propagarsi all'interno;
 - la distribuzione così definita tende a non essere uniforme, in quanto differenti parti del sistema vengono compattate in diversi rapporti.
- un metodo alternativo e più efficace rispetto al precedente, è quello di generare un insieme di particelle di piccolo raggio e poi raggiungere uno stato più compatto attraverso la loro espansione: i raggi delle sfere vengono aumentate fino al raggiungimento della porosità desiderata.

Questo è il metodo migliore e più semplice per ottenere un sistema compatto: le particelle sono libere di muoversi fino a che non si raggiunge una configurazione di equilibrio, stato che corrisponderà al punto di minimo della funzione deformazione-energia. Visto che le particelle vengono espanse dello stesso fattore, la condizione finale corrisponderà a uno stato tensionale isotropo.

Se si definisce un cerchio di misura, si possono ottenere i valori delle tensioni e della porosità al suo interno. Si può notare che aumentando di poco il coefficiente moltiplicatore dei raggi, la porosità diminuisce, ma la tensione aumenta di molto.

6.5 IL LINGUAGGIO *FISH*

Il *FISH* è un linguaggio di programmazione incorporato all'interno di PFC3D che permette all'utente di definire nuove variabili e funzioni. Queste funzioni possono essere utilizzate per estendere l'utilità di PFC3D o aggiungere nuove configurazioni definite dall'utente:

- possono essere create nuove variabili;
- possono essere implementati speciali sistemi di generazione di particelle;
- può essere applicato un meccanismo di servo-controllo ad una prova numerica;
- possono essere definite inusuali distribuzioni di proprietà;
- si possono automatizzare gli studi parametrici.

Le funzioni *FISH* sono semplicemente integrate in un normale file di dati PFC^{3D}, iniziano con la parola chiave **define** e terminano quando viene rilevata la parola chiave **end**.

Una funzione *FISH* può richiamare altre funzioni, che a loro volta possono richiamarne altre; l'ordine in cui le funzioni sono definite non importa, purché siano tutti definite prima di essere utilizzate. Dato che il listato di una funzione

FISH è contenuto nella memoria del software, il comando SAVE salva la funzione e il valore corrente delle variabili associate.

L'esecuzione di un comando all'interno di una funzione *FISH* deve essere sempre inserita all'interno del costrutto **COMMAND/ENDCOMMAND**.

Ci sono due ragioni principali per inviare i comandi a PFC^{3D} da un programma di FISH. In primo luogo, è possibile utilizzare una funzione FISH per eseguire operazioni che non sono possibili utilizzando le variabili predefinite. In secondo luogo, con una serie di funzioni *FISH* si è in grado di controllare una completa esecuzione di PFC3D.

6.6 IL FENOMENO FISICO E LA SUA MODELLAZIONE

6.6.1 INTRODUZIONE

L'obiettivo di questo elaborato consiste nell'approfondire mediante modellazione numerica DEM particellare l'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile, valutando se i modelli realizzati con il software PFC^{3D} possano bene adattarsi allo studio delle miscele di conglomerato bituminoso e diventare quindi un ulteriore mezzo di ricerca e applicazione.

Lo studio eseguito ha previsto diverse fasi:

- scelta della metodologia più opportuna al fine di simulare l'aggregato reale in modo significativo;
- calibrazione dei parametri microscopici con cui schematizzare le sfere
 - creazione del provino
 - simulazione della prova triassiale
- indagine dell'influenza della forma e delle dimensioni dei grani dell'aggregato sul comportamento tenso-deformativo del sistema.

6.6.2 SCELTA DELLA METODOLOGIA DI MODELLAZIONE

Al fine di definire la metodologia più opportuna per simulare l'aggregato reale in modo significativo è stato necessario:

- scegliere il materiale costituente le sfere;
- definire il test di laboratorio da modellare.

Per quel che riguarda il primo punto, si avevano a disposizione varie tipologie di materiale da scegliere:

- materiali plastici: poliammide, hostaform, polipropilene, poliuretano, teflon
- materiali ceramici: ossido di allumina, rubino e zaffiro, ossido di zirconio, nitruro di silicio
- acciaio inox

Dall'osservazioni di risultati di test effettuati da vari ricercatori [13,60,61], si è stabilito che l'acciaio risulta il materiale più adatto allo scopo prefissato poiché costituisce un "aggregato ideale", in grado di fornire un confronto significativo tra i risultati numerici e quelli sperimentali in virtù del fatto che è ben riproducibile con il metodo DEM particellare. L'utilizzo dell'acciaio presenta alcuni vantaggi, sia dal punto di vista della modellazione, sia come elemento utilizzato per prove di laboratorio:

- la geometria delle sfere in acciaio è facilmente modellabile in termini sia di diametro, sia di sfericità;
- la superficie delle sfere è uniforme ed è nota la relativa tolleranza di fabbricazione;
- possiede una medio-alta resistenza alla ruggine;
- è facilmente maneggiabile.

Tra i possibili tipi di acciaio in commercio (figura 6.1) è stato scelto l'acciaio INOX 420C DRY, con diametro compreso tra 2,778 mm e 20,64 mm. Questo tipo di acciaio infatti garantisce:

- buona inossidabilità;
- elevata durezza;
- media resistenza alla corrosione derivante da acqua, vapore e aria.

ACCIAIO/ STEEL	Acciai comparabili/Designations of comparable steels		ANALISI/COMPOSITION *														
			C%	Si%	Mn%	P%	S%	Co%	Cr%	Mo%	Ni%	V%	W%	Cu%	Al%	O%	N%
AL CROMO 100 Cr6 **	UNI 100 Cr6 AISI E52100 W. I.3505	AFN. 100 Cr6 JIS SUJ 2 DIN 100Cr6	0.93 1.05	0.15 0.35	0.25 0.45	0.025 max	0.015 max	- -	1.35 1.60	0.10 max	- -	- -	- -	0.30 max	0.050 max	0.0015 max	- -
INOX AL 13% 420 B ***	UNI X30Cr13 AISI - W. I.4028	AFN. Z30C13 JIS SUS 420 J 2 DIN X30Cr13	0.26 0.35	1.00 max	1.50 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.00 14.00	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 13% 420 C ***	UNI X40Cr14 AISI - W. I.4034 EN 1.3541/X47Cr14	AFN. Z40C14 JIS - DIN X46Cr13	0.43 0.50	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	12.50 14.50	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 B ***	UNI - AISI/SAE 440B - W. I.4112	AFN - JIS SUS 440B DIN X90CrMoV18	0.85 0.95	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	17.00 19.00	0.90 1.30	- -	0.07 0.12	- -	- -	- -	- -	- -
INOX AL 17% 440 C ***	UNI - AISI 440 C W. I.4125 EN 1.3543/X108CrMo17	AFN. Z100 CD 17 JIS SUS 440C DIN X105CrMo17	0.95 1.20	1.00 max	1.00 max	0.040 max	0.015 max	- -	16.00 18.00	0.40 0.80	- -	- -	- -	- -	- -	- -	- -
INOX 18/8 304 ***	UNI X5CrNi18-10 AISI 304/304H W. I.4301	AFN. Z6CN 18-09 JIS SUS 304 DIN X5CrNi 18-10	0.07 max	1.00 max	2.00 max	0.045 max	0.015 max	- -	17.00 19.50	- -	8.00 10.50	- -	- -	- -	- -	- -	0.11 max

Figura 6.1: specifiche compositive e tipologie di acciaio per sfere.

Per ciò che riguarda il test di laboratorio da simulare, partendo dai risultati disponibili in letteratura [1, 2, 6, 10→13, 20, 26, 32, 33, 39, 42, 43, 46, 48, 49, 51, 53, 58, 59, 61, 62, 66, 67, 71, 76, 80, 84, 85, 86, 92→97] è stato scelto il test triassiale poiché:

- fornisce risultati significativi sul fenomeno fisico studiato;
- è facile e veloce da svolgere;
- è facile da modellare con il metodo DEM particellare;
- permette di determinare la resistenza al taglio del campione.

6.6.3 CREAZIONE DEL CAMPIONE

Definiti i materiali costituenti le sfere e la tipologia di prova da simulare, mediante il software PFC^{3D} è stato modellato il provino da sottoporre al test triassiale per poter effettuare la calibrazione dei parametri microscopici delle sfere.

La modellazione ha richiesto alcune fasi:

- schematizzazione della cella triassiale;

- definizione della distribuzione e delle dimensioni delle particelle che compongono il sistema;
- individuazione del comportamento dei contatti.

SCHEMATIZZAZIONE DELLA CELLA TRIASSIALE

La cella triassiale è simulata con un elemento cilindrico di altezza 1.4 cm e diametro 0.7 cm , le cui pareti inferiore e superiore rappresentano le piastre di carico.

Per rappresentare le pareti che delimitano l'area di prova è stata realizzata una funzione *FISH* chiamata **make_walls** che contiene il comando **wall type cylinder** per creare la superficie laterale del cilindro e il comando **wall face** per generare la parete superiore e quella inferiore della cella triassiale.

Le variabili all'interno della funzione sono:

- altezza provino
- diametro provino
- rigidezza

In questo modo, nell'ottica di future modellazioni con provini di dimensioni differenti, è possibile modificare i confini del campione o la loro rigidezza semplicemente cambiando il valore delle variabili senza dovere creare un nuovo listato.

In figura 6.2 sono visualizzati i muri creati con la funzione appena descritta.

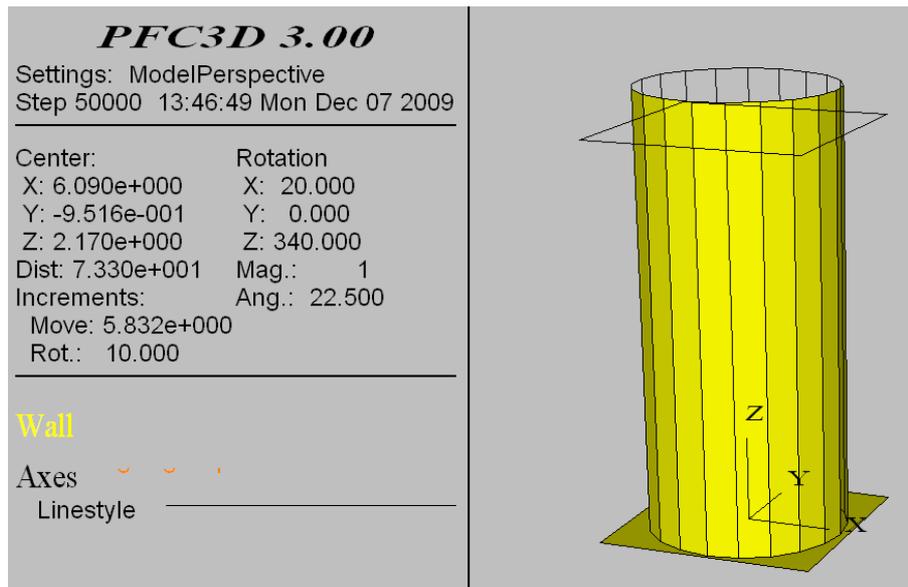


Figura 6.2: Confini della cella triassiale.

SCHEMATIZZAZIONE DELLE SFERE

Per definire il numero e la dimensione delle sfere da utilizzare nella modellazione, si è fatto riferimento ad una curva granulometrica schematizzante un pietrisco fornita in precedenza (figura 6.3).

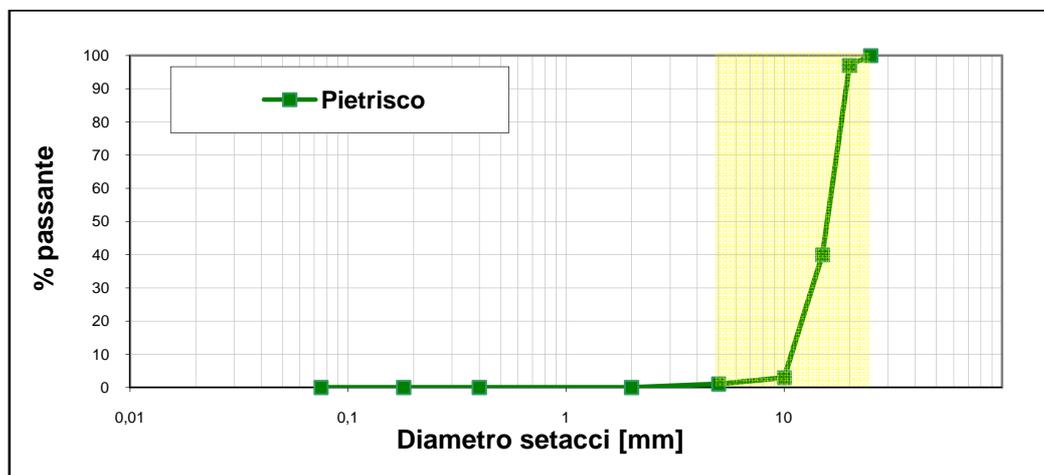


Figura 6.3: curva granulometrica del materiale reale.

Per ottenere la granulometria della miscela modellata è stata semplificata la curva precedente riducendo il numero di diametri da utilizzare, essenzialmente per

velocizzare il processo di creazione delle sfere, senza comunque stravolgere i dati forniti (figura 6.4 e tabella 6.1).

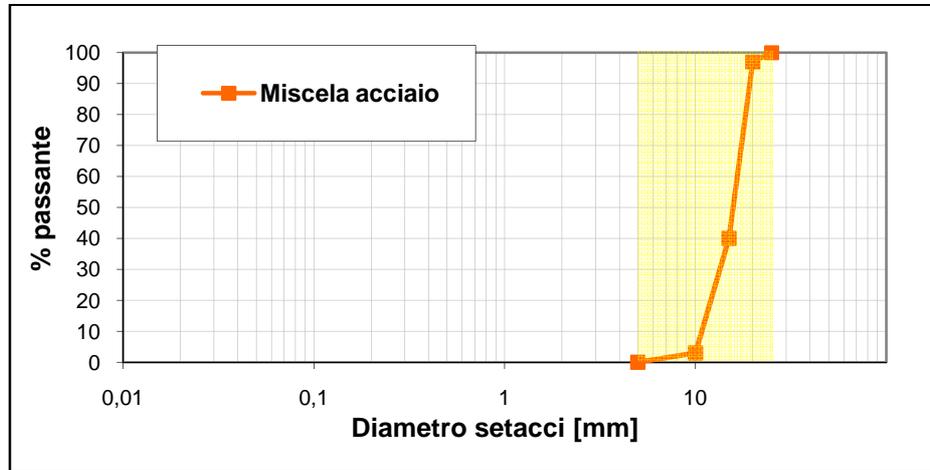


Figura 6.4: curva granulometrica della miscela modellata.

Crivelli, setacci [mm]	% passante pietrisco	% passante acciaio
25	100	100
20	97	97
15	40	40
10	3	3
5	1	0
2	0	0
0,4	0	0
0,18	0	0
0,075	0	0

Tabella 6.1: curva granulometrica del materiale reale e della miscela modellata

Mediante un foglio Excel è stato determinato il numero di sfere da utilizzare per ogni diametro, cercando di soddisfare come requisiti sia il passante ai setacci della tabella 6.1, sia la porosità richiesta (tabelle 6.2 e 6.3)

D_{Sfera} [mm]	V_{Sfera} [mm ³]	N_{Sfere}	V_i ($V_{tot} \Phi_{i-esimo}$) [mm ³]	V_{Totale} [m ³]	$V_{Provino}$ [m ³]	Porosità [%]
5,50	87,11	5	436	0,00042	0,00054	0,02
9,00	381,70	35	13360			0,67
11,00	696,91	232	161683			8,09
18,00	3053,63	80	244290			12,22
20,64	4603,92	1	4604			0,23
		353	424372			21,24

Tabella 6.2: numero di sfere per diametro e porosità del provino.

Crivelli e setacci UNI [mm]	Sfere in acciaio		Inerte	test
	Passante in volume [mm ³]	Passante [%]	Passante [%]	
25	424372	100,00	100	OK
20	419769	98,92	97	OK
15	175478	41,35	40	OK
10	13795	3,25	3	OK
5	0	0,00	0	OK

Tabella 6.3: test per valutare il passante ai vari setacci.

Definito il numero di sfere con cui realizzare il campione, queste sono state inserite all'interno della cella triassiale precedentemente creata con PFC^{3D}. Per creare le sfere si è utilizzato il comando **GENERATE**, che come è stato detto precedentemente posiziona casualmente le sfere all'interno del volume specificato senza però permettere sovrapposizioni: di conseguenza inserendo tutte le 353 sfere in un unico step, viene visualizzato il messaggio "fewer balls generated than specified" ovvero che è stato creato un numero di sfere inferiore a quello specificato. Questo problema è stato risolto generando le sfere in passi successivi.

Ad ogni step:

- si inseriscono all'interno della cella un numero definito di sfere (figura 6.5);
- si assegnano alle sfere le proprietà che governano il comportamento del materiale: poiché il materiale da modellare è incoerente, nella definizione delle caratteristiche dei contatti non sono introdotti modelli di legame. Il comportamento del mezzo, quindi, è governato unicamente dalle rigidità

normale (k_n) e tangenziale (k_s) (secondo un modello di rigidità lineare) e dalle proprietà d'attrito (μ) (tabella 6.4);

Rigidità normale (k_n) [N/m]	10^8
Rigidità tangenziale (k_s) [N/m]	10^8
Rigidità degli elementi al contorno (k_w) [N/m]	10^8
Coefficiente di attrito particella-particella (μ)	0.2
Coefficiente di attrito particella-elemento al contorno (μ_w)	0

Tabella 6.4: caratteristiche del modello di contatto

- viene poi assegnata la gravità in modo da creare un stato compattato (figura 6.6).

Di seguito è mostrato un estratto del listato per creare le sfere:

```
gen id=3,4 rad 1.032 1.032 x=-3.5,3.5 y=-3.5,3.5 z=0,14
gen id=13,33 rad 0.9 0.9 x=-3.5,3.5 y=-3.5,3.5 z=0,14
gen id=101,150 rad 0.55 0.55 x=-3.5,3.5 y=-3.5,3.5 z=0,14
gen id=301,312 rad 0.45 0.45 x=-3.5,3.5 y=-3.5,3.5 z=0,14
gen id=401,402 rad 0.225 0.225 x=-3.5,3.5 y=-3.5,3.5 z=0,14
prop dens = 7750 kn = 1e8 ks = 1e8 fric = 0.2 range id 1,402
set grav 0 0 -9.81
cyc 300000
save prov1.sav
```

Una volta generate tutte le sfere si è ottenuto il provino completo pronto per essere sottoposto al test triassiale (figura 6.7).

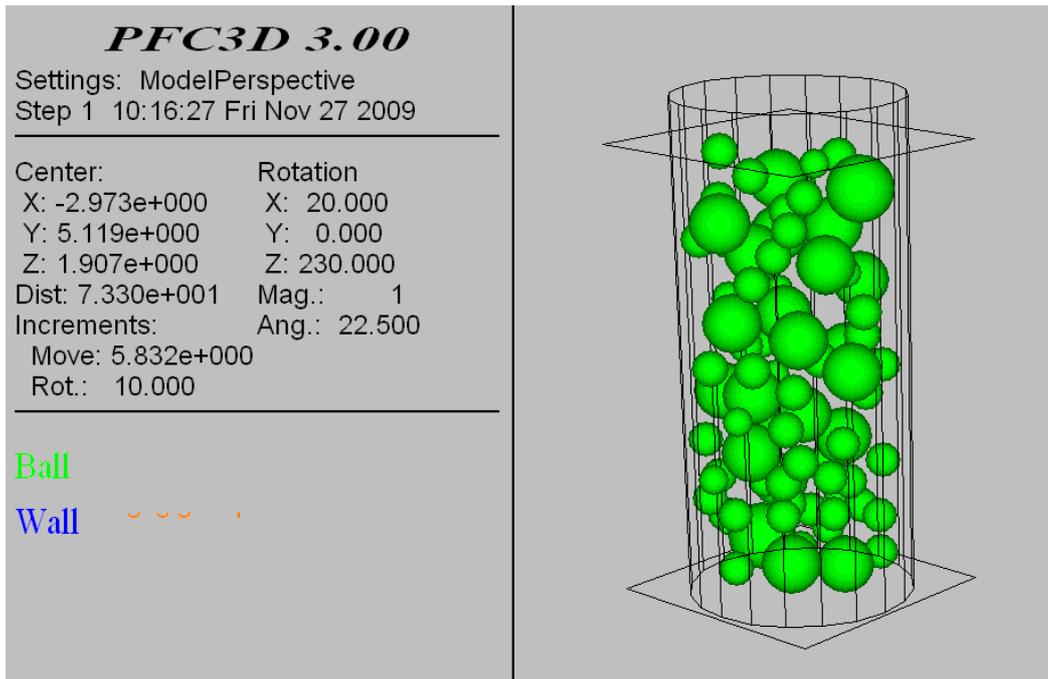


Figura 6.5: generazione delle sfere.

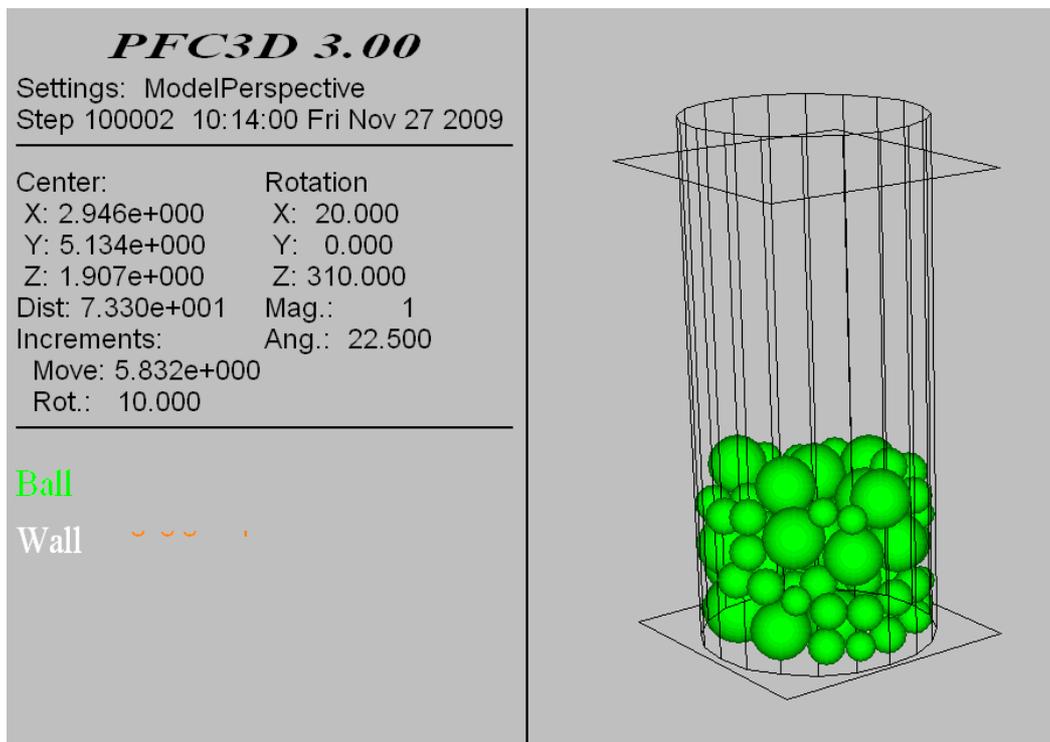


Figura 6.6: sfere generate dopo l'assegnazione della gravità.

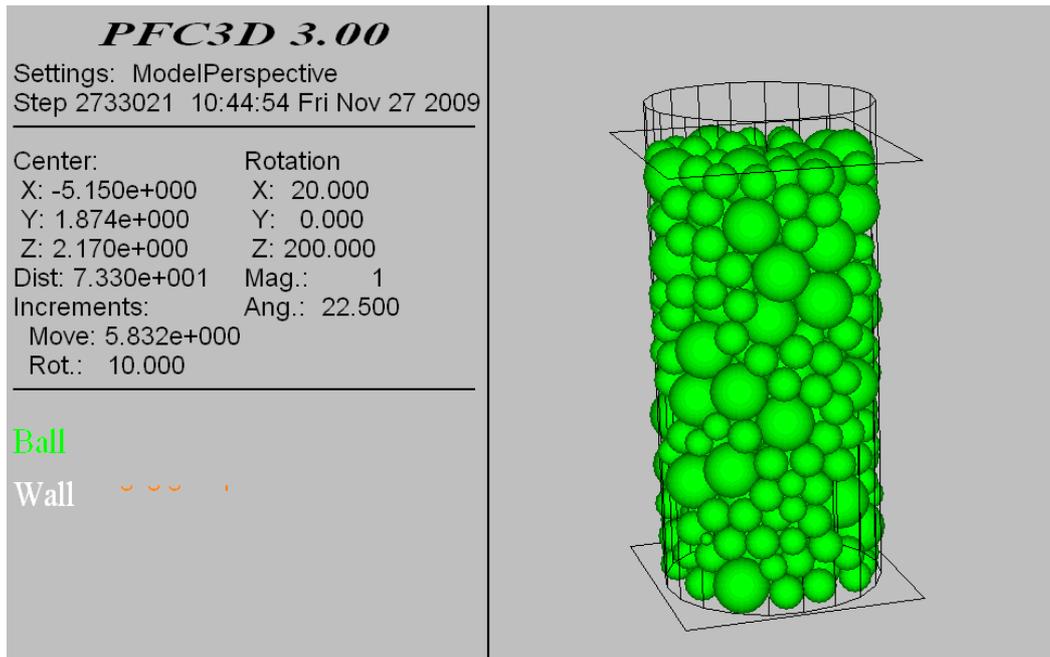


Figura 6.7: provino generato.

6.6.4 SIMULAZIONE DELLA PROVA TRIASSIALE

La prova triassiale è la prova di laboratorio più completa e significativa, una delle più diffuse per la determinazione della resistenza a compressione di provini cilindrici. I vantaggi della simulazione della prova triassiale sono stati precedentemente presentati nel paragrafo 6.5.2.

L'attrezzatura di prova, come mostrato in figura 6.8, comprende le seguenti parti principali:

- cella triassiale: è costituita da una camera cilindrica a tenuta alle cui estremità sono montati il pistone di carico (al tetto) e le opportune connessioni idrauliche (alla base);
- sistema per la regolazione e la misura della pressione di cella e di quella interstiziale;
- pressa per la compressione assiale del provino;
- strumenti di misura.

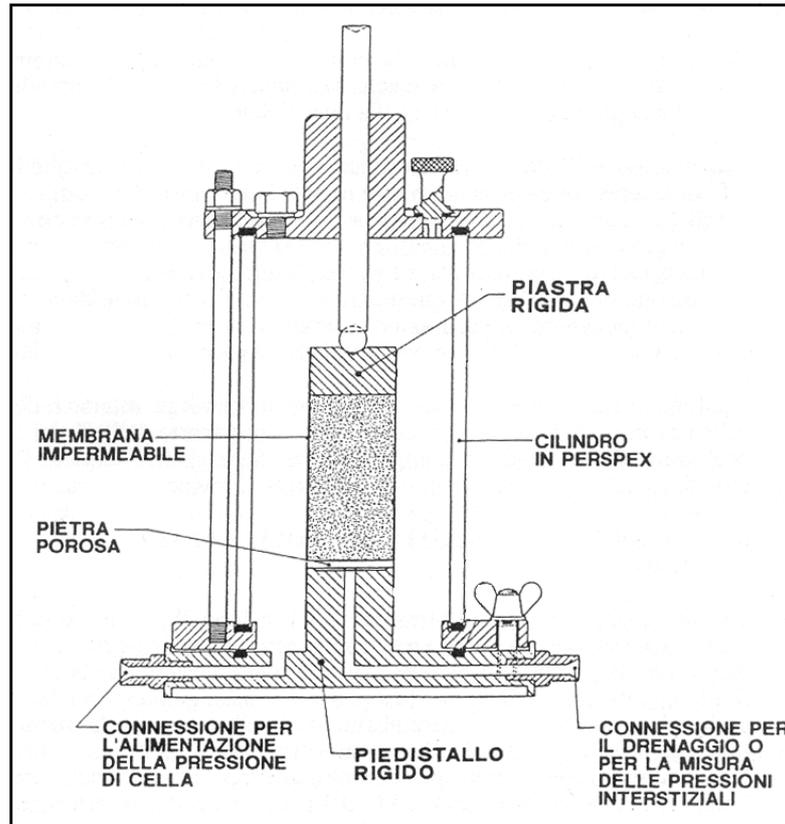


Figura 6.8: cella triassiale.

Un'apparecchiatura triassiale consente il controllo delle tre tensioni principali, in modo da rendere possibile la realizzazione di stati tensionali generali.

Tale apparecchiatura è usata principalmente per determinare la resistenza al taglio poiché da la possibilità di studiare il problema in un grande campo di combinazioni di tensioni e si controllano e misurano sia la pressione dei pori che le variazioni di volume del campione.

Il campione è protetto da una sottile membrana di gomma ed è posto in una cella, all'interno della quale è possibile applicare una pressione, detta *pressione di confinamento*, o di cella (σ_3): tale pressione produce solo una sollecitazione isotropa e per portare a rottura il provino è necessario agire sul carico assiale. La differenza tra la *pressione assiale* (σ_1) e quella di cella, costituisce lo *sforzo deviatorico* ($\sigma_1 - \sigma_3$) applicato al provino; a seconda dei valori assegnati a σ_1 e σ_3 si possono realizzare prove di compressione o di estensione, in carico o scarico. Poiché non vi sono tensioni di taglio sulle superfici del provino, le tensioni assiale e di confinamento sono anche le tensioni principali maggiore e minore

Le prove triassiali si distinguono principalmente in relazione alle condizioni di drenaggio che si hanno durante ogni stadio (prove drenate e non drenate).

I risultati delle prove vengono generalmente riportati su grafici dove in ascissa si trova la deformazione assiale e in ordinata la tensione deviatorica e la variazione di volume.

La prova simulata è di tipo consolidato drenato ed è stata modellata in due fasi distinte (figura 6.9):

- quella iniziale di compressione isotropa, nella quale il campione viene lasciato consolidare sotto l'azione della pressione di cella;
- quella di rottura, nella quale il provino è sottoposto ad uno sforzo di compressione assiale.

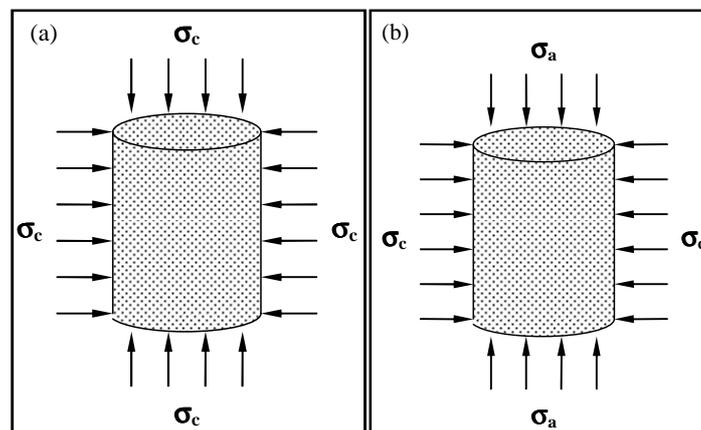


Figura 6.9: prova triassiale: fasi di compressione isotropa (a) e di rottura (b).

Il provino generato viene caricato nella modalità a *controllo di deformazione*, specificando la velocità delle pareti superiore e inferiore. Durante tutte le fasi della prova, le velocità dei muri laterali sono tenute sotto controllo in modo automatico da un servo-meccanismo che mantiene costante la tensione di confinamento nel campione (σ_c costante).

Le tensioni e le deformazioni ottenute con il test vengono determinate rispettivamente sommando le forze che agiscono e valutando le variazioni della distanza tra le pareti. La risposta del materiale è valutata tramite lo studio delle storie (**HISTORY**) contenuto in PFC^{3D} che permette, una volta definite specifiche funzioni *FISH*, di tracciare le variazioni di tensione e di deformazione.

Le pareti che confinano il campione risultano più lunghe del necessario (figura 6.10) in modo da permettere grandi deformazioni durante la prova. Il fatto che i muri si intersechino non crea alcun problema, in quanto le pareti non interagiscono tra loro, ma solamente con le particelle.

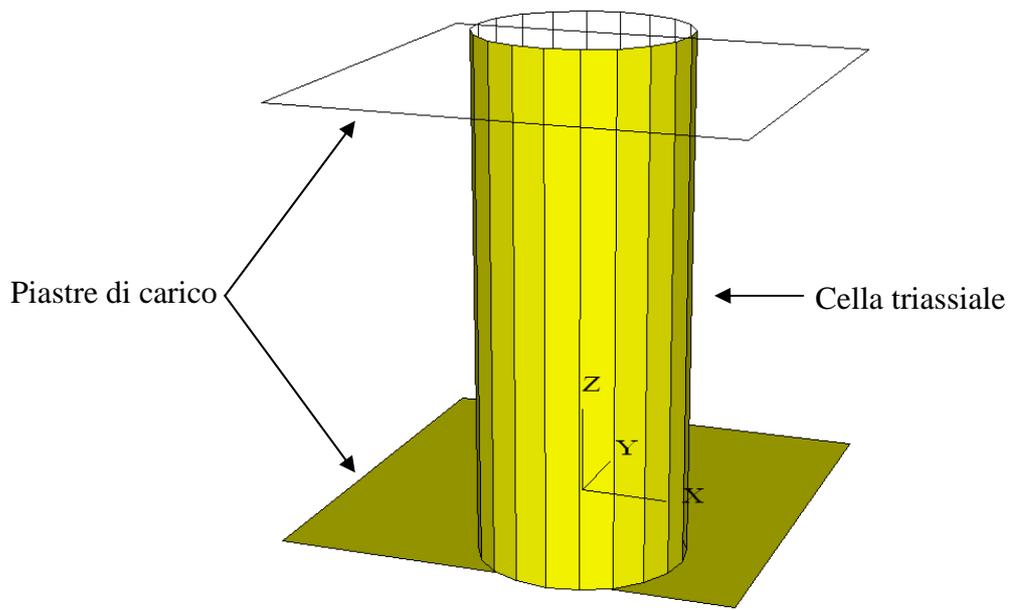


Figura 6.10: schematizzazione della cella triassiale.

CALCOLO E CONTROLLO DELLO STATO TENSIONALE

Come è stato precedentemente detto, la prova è svolta in con in controllo di deformazione, specificando la velocità delle pareti superiore ed inferiore della cella attraverso la funzione *FISH* **tensione**.

Le tensioni assiale e di confinamento sono state valutate come il valor medio di quelle che agiscono rispettivamente sulle superfici di base e sulle due semicirconferenze laterali individuate dal provino, dividendo la forza totale applicata per l'area relativa.

Le deformazioni assiali si determinano in funzione dell'altezza iniziale (L_0) e finale (L) del provino utilizzando la seguente relazione:

$$\varepsilon = \frac{L-L_0}{\frac{1}{2} \cdot (L_0+L)} \quad (6.3)$$

Quelle volumetriche si valutano in funzione del raggio iniziale (R_0) e finale (R) del cilindro sfruttando la seguente equazione:

$$\varepsilon = \frac{R-R_0}{\frac{1}{2} \cdot (R_0+R)} \quad (6.4)$$

Durante tutto il processo di carico, la tensione di confinamento viene mantenuta costante grazie a un servo-meccanismo attivato dalle funzioni *FISH servo* e *get_gain* che adattano la velocità radiale della parete cilindrica (\dot{u}_w) in modo da conservare la tensione misurata ($\sigma^{measured}$) entro uno scarto dell'1% da quella richiesta ($\sigma^{required}$) secondo la formula:

$$\dot{u}_w = G \cdot (\sigma^{measured} - \sigma^{required}) = G \cdot \Delta\sigma \quad (6.5)$$

Il parametro G si determina valutando l'incremento della tensione applicata alla parete cilindrica ($\Delta\sigma_w$) che si genera in un singolo *timestep* (Δt) secondo la formula:

$$\Delta\sigma_w = \frac{k_n \cdot N_c \cdot \dot{u}_w \cdot \Delta t}{A} \quad (6.6)$$

dove:

\dot{u}_w è la velocità radiale della parete cilindrica;

N_c è il numero di contatti particella-muro;

k_n è la rigidità normale di questi contatti;

A è l'area della parete.

Per la significatività del test è necessario che si verifichi la condizione:

$$|\Delta\sigma_w| < |\Delta\sigma| \quad (6.7)$$

Sostituendo la (6.5) e la (6.6) nella (6.7) si ottiene:

$$\frac{k_n \cdot N_c \cdot G \cdot |\Delta\sigma| \cdot \Delta t}{A} < |\Delta\sigma| \quad (6.8)$$

da cui:

$$G = \frac{A}{k_n \cdot N_c \cdot \Delta t} \quad (6.9)$$

La funzione **servo** viene richiamata ad ogni ciclo e a sua volta richiama la funzione **tensione** per determinare le tensioni e utilizzare il servo-controllo per aggiustare la velocità delle pareti, in modo da ridurre la differenza tra la tensione misurata e quella richiesta. La variabile **z_servo** agisce come una sorta di interruttore: se è nulla, il servo-controllo non interviene sulle pareti superiore e inferiore.

MONITORAGGIO DEL MODELLO DURANTE IL TEST

Il campione può ora essere testato settando l'interruttore **z_servo** sullo zero (in modo da svincolare le piastre superiore e inferiore dal servo-meccanismo) e specificando le velocità delle piastre superiore ed inferiore. Durante ogni prova, il servo-controllo mantiene la tensione di confinamento pressoché costante attorno al valore richiesto. Si utilizza la funzione **accel_piastre** che incrementa la velocità delle piastre di carico in un modo controllato e graduale. Si definiscono poi le seguenti variabili, delle quali verranno tracciate le storie:

- **conf** la tensione media di confinamento σ_c (mantenuta costante dal servo-controllo);
- **devi** lo sforzo deviatorico assiale σ_d , definito come $\sigma_a - \sigma_c$, dove σ_a è la tensione assiale;
- **deax** la deformazione assiale ε_a ;
- **devol** la deformazione volumetrica $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$

Sono state simulate diverse prove triassiali al variare della tensione di confinamento (σ_c) (tabella 6.5).

N° prova	Tensione di confinamento (σ_c) [Mpa]	Tensione assiale (σ_a) [Mpa]
Prova 1	0.6	0.6
Prova 2	1	1
Prova 3	3	3

Tabella 6.5: programma delle prove: dati a fine consolidazione

Per ogni ciclo di calcolo sono stati monitorati:

- le forze di contatto interne al provino, che aumentano all'avanzare del test;
- la tensione di confinamento (σ_c);
- la tensione assiale (σ_a);
- la tensione deviatorica ($\sigma_d = \sigma_a - \sigma_c$);
- la deformazione assiale (ε_a);
- la deformazione volumetrica (ε_v).

6.7 INDAGINE DELL'INFLUENZA DELLA FORMA E DELLE DIMENSIONI DEI GRANI DELL'AGGREGATO

Per indagare l'influenza della forma e delle dimensioni dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile è stato necessario definire preliminarmente le modalità di modellazione più opportune al fine di riprodurre particelle di acciaio di forma non sferica sia numericamente sia in laboratorio.

Come è mostrato in figura 6.11(a) è infatti molto raro che le particelle dell'aggregato presentino una forma circolare, pertanto una sfera non riesce a modellare sufficientemente il caso reale. La figura 6.11(b) mostra una particella circolare sovrainpressa sulla particella reale: si può osservare come la prima non riesca a simulare in maniera esaustiva l'effetto della forma della particella o le sue asperità superficiali. Si può quindi comprendere come l'utilizzo di un elemento

sferico per rappresentare la particella di forma generica possa causare eccessive rotazioni della particella e valori imprecisi nel calcolo dei momenti, a seguito dell'applicazione delle forze normali. Combinando un certo numero di elementi semplici si può costruire un modello della particella più corrispondente alla realtà (figura 6.11(c)).

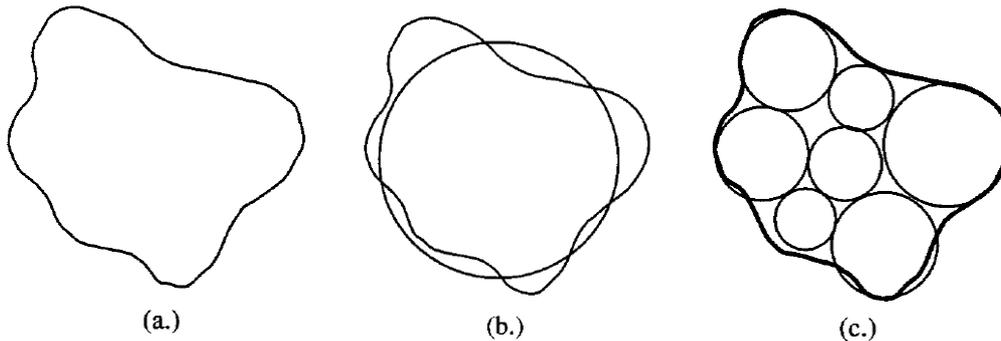


Figura 6.11: modellazione della particella reale.

Dall'analisi dei risultati disponibili in letteratura [10, 35, 36, 39, 42, 46, 50, 51, 60, 62, 66, 67, 71, 78, 81, 90, 95, 96], in particolare, le modalità più diffuse e consolidate per simulare con il metodo DEM particellare grani di forma non sferica sono i **clump** e i **cluster**.

Un **cluster** è costituito da particelle sferiche legate tra loro ed è caratterizzato da un comportamento non rigido. Nell'elemento **clump** invece, le sfere che lo compongono sono come "incollate" tra loro a formare un elemento che si comporta come un corpo rigido. Si hanno due principali differenze tra clump e cluster:

- un clump non si rompe, indipendentemente delle forze che agiscono su di esso;
- ogni particella che compone il cluster possiede una sua velocità rotazionale; nel clump invece queste velocità sono fisse per tutti gli elementi, solo il clump stesso può avere una velocità rotazionale (figura 6.12).

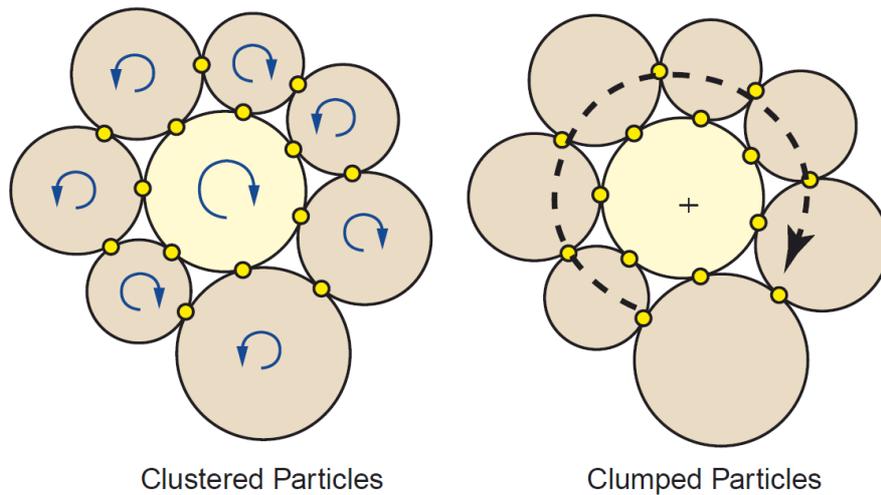


Figura 6.12: velocità rotazionali nel cluster e nel clump.

Nel presente studio, in particolare, si adottano clump aventi un diametro totale pari a quello delle sfere singole utilizzate nella fase di calibrazione, al fine di ottenere un confronto significativo tra il modello a sfere e quello a clump.

Per indagare l'influenza della forma e delle dimensioni dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile, in particolare, è stato condotto uno studio parametrico che prevede tre differenti modellazioni, come mostrato in figura 6.13.



Figura 6.13: studio parametrico.

Per valutare l'influenza dell'arrotondamento dell'aggregato, è stato modellato un provino costituito di diametro ed altezza pari rispettivamente a 70 mm e 140 mm,

generato sulla base delle caratteristiche del materiale reale da simulare (tabella 6.1, figure 6.3 e 6.4).

Per realizzare un clump si sono inizialmente generate le sfere che lo compongono utilizzando il comando **BALL**, assegnando un **ID** a ciascuna sfera; successivamente con il comando **CLUMP** si sono unite le sfere costituenti il clump, come mostra l'estratto del listato per la creazione di un clump a 4 sfere:

```
ball id=6 x 2.1 y 0 z 13.55 rad 0.45
ball id=7 x 3 y 0 z 13.55 rad 0.45
ball id=8 x 2.55 y -0.779 z 13.55 rad 0.45
ball id=9 x 2.55 y -0.2596 z 12.8156 rad 0.45
clump id=10 range id=6,9
```

Analogamente al caso della modellazione con sfere descritta precedentemente, poiché il materiale da modellare è incoerente, nella definizione delle caratteristiche dei contatti non sono introdotti modelli di legame. Il comportamento del mezzo è quindi governato unicamente dalle rigidzze normale (k_n) e tangenziale (k_s) (secondo un modello di rigidzza lineare) e dalle proprietà d'attrito (μ) (tabella 6.4).

Le caratteristiche dei provini modellati sono riassunte in tabella 6.6:

	Sfere costituenti il clump	Clump costituenti il provino	N° sfere totali
Provino 1	2	1412	2824
Provino 2	3	941	2823
Provino 3	4	706	2824

Tabella 6.6: Clump utilizzati nelle tre prove.

I provini così generati (figure 6.14a, b, c) sono stati sottoposti alla simulazione di tre diverse prove triassiali al variare della tensione di confinamento (σ_c) (tabella 6.5) e per ogni ciclo di calcolo sono stati monitorati:

- le forze di contatto interne al provino, che aumentano all'avanzare del test;
- la tensione di confinamento (σ_c);

- la tensione assiale (σ_a);
- la tensione deviatorica ($\sigma_d = \sigma_a - \sigma_c$);
- la deformazione assiale (ε_a);
- la deformazione volumetrica (ε_v).

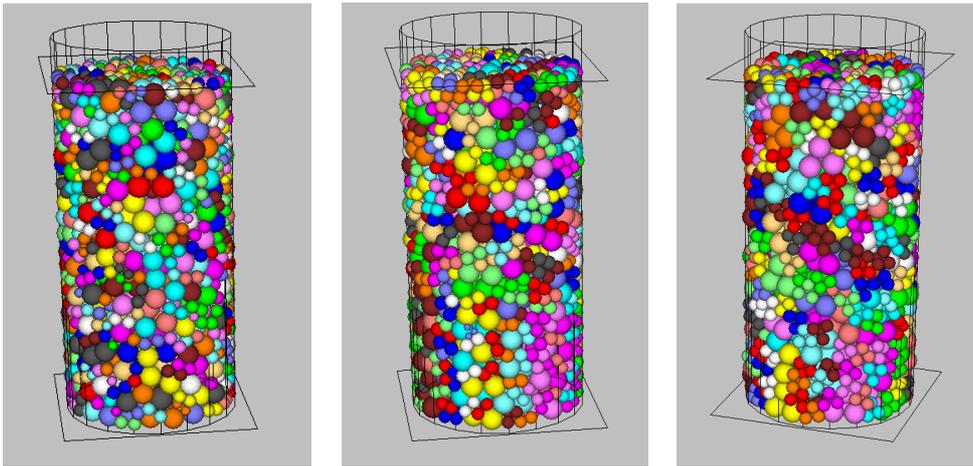


Figure 6.14: Provino modellato con clump a) a due sfere; b) a tre sfere; c) a quattro sfere.

Capitolo 7 - RISULTATI

7.1 INTRODUZIONE

Nel presente capitolo vengono presentati i risultati di simulazioni di prove triassiali effettuate con il software PFC^{3D} su quattro provini. Il primo è stato modellato con elementi di forma sferica, mentre per gli altri tre campioni si è utilizzata la logica del clump, descritta nel precedente capitolo, per indagare l'influenza della forma dei grani sulla resistenza a taglio (figura 7.1).

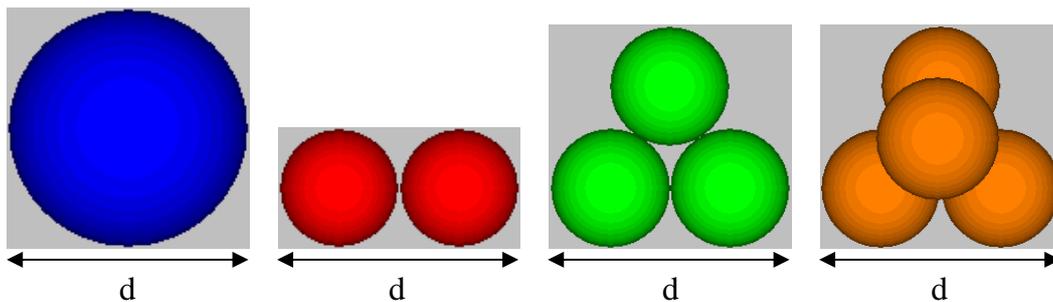


Figura 7.1: Elementi costituenti i provini modellati.

Per comprendere l'efficacia del software si valuterà se le curve dei grafici *tensione deviatorica* (σ_d) - *deformazione assiale* (ϵ_a) e *deformazione volumetrica* (ϵ_v) - *deformazione assiale* (ϵ_a) abbiano un andamento analogo al comportamento mostrato dai materiali sottoposti a test triassiali in laboratorio. Verranno poi determinati gli angoli di resistenza al taglio mediante la costruzione dell'involuppo di Mohr, per verificare se l'angolo d'attrito ottenuto nella modellazione coincide con quello del materiale reale.

7.2 RISULTATI DELLE PROVE E LORO INTERPRETAZIONE

Il mezzo a disposizione più efficace, semplice ed immediato per interpretare i risultati dei test numerici effettuati è quello delle storie (**HISTORY**): tramite il comando **hist dump (history id) vs (history id)** è possibile valutare gli andamenti delle variabili necessarie per monitorare i dati durante tutte le fasi delle prove.

7.2.1 PROVE SU SFERE

Il provino su cui sono state simulate le prove triassiali è costituito da 353 sfere; sono state simulate tre prove triassiali al variare della tensione di confinamento (σ_c) (tabella 7.1). Per ogni test sono state analizzate le tipiche curve che caratterizzano le prove triassiali: la curva *tensione deviatorica - deformazione assiale* e la curva *variazione di volume-deformazione assiale*.

N° prova	Tensione di confinamento (σ_c) [Mpa]	Tensione assiale (σ_a) [Mpa]
Prova 1	0.6	0.6
Prova 2	1	1
Prova 3	3	3

Tabella 7.1: programma delle prove: dati a fine consolidazione

Nelle figure seguenti è presentato il campione nella condizione iniziale (figura 7.3) e l'abbassamento subito dopo la simulazione della prova triassiale per ciascuno dei tre valori (figure 7.4a, b, c). Vengono inoltre rappresentate le forze di contatto totali tra le particelle dopo i test triassiali (figure 7.5a, b, c): esse si ottengono moltiplicando l'entità della sovrapposizione tra due particelle a contatto per la rigidità nella direzione considerata, quindi quella normale per il calcolo delle forze normali, quella tangenziale per il calcolo delle forze tangenziali. Come si vede dalle figure, i valori delle forze di contatto aumentano al crescere della tensione di confinamento.

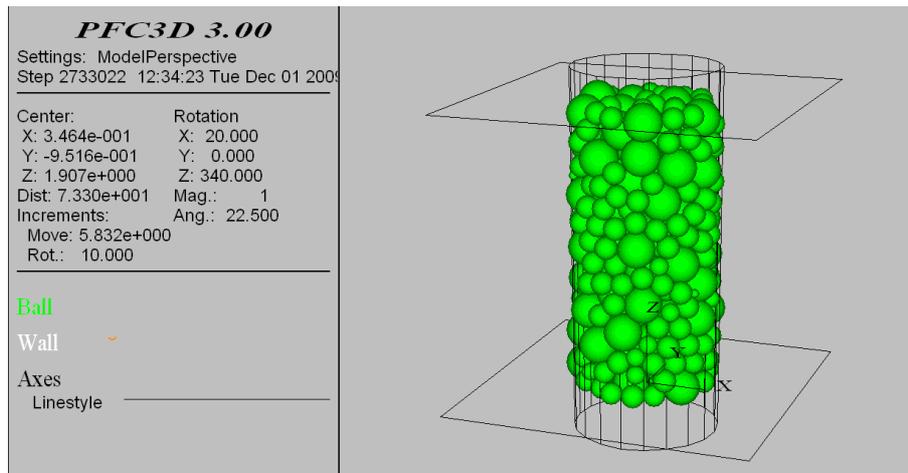


Figura 7.3: stato iniziale del provino.

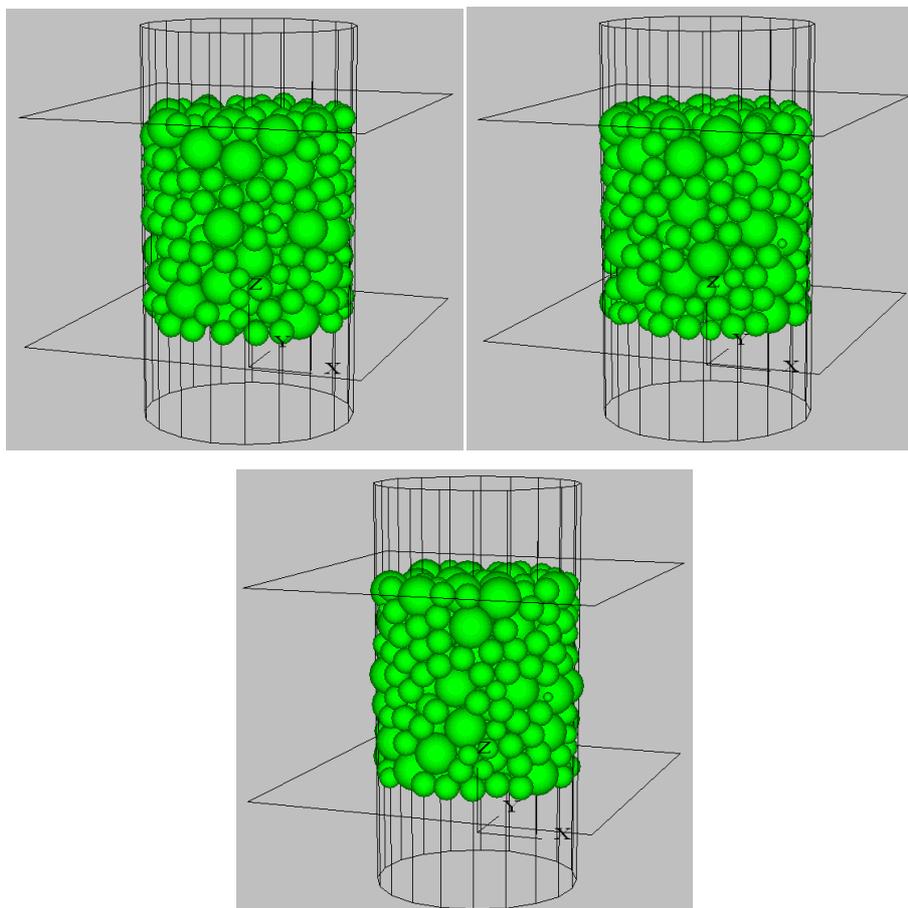


Figure 7.4a, b, c: abbassamento subito dal provino al termine della simulazione della prova triassiale per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

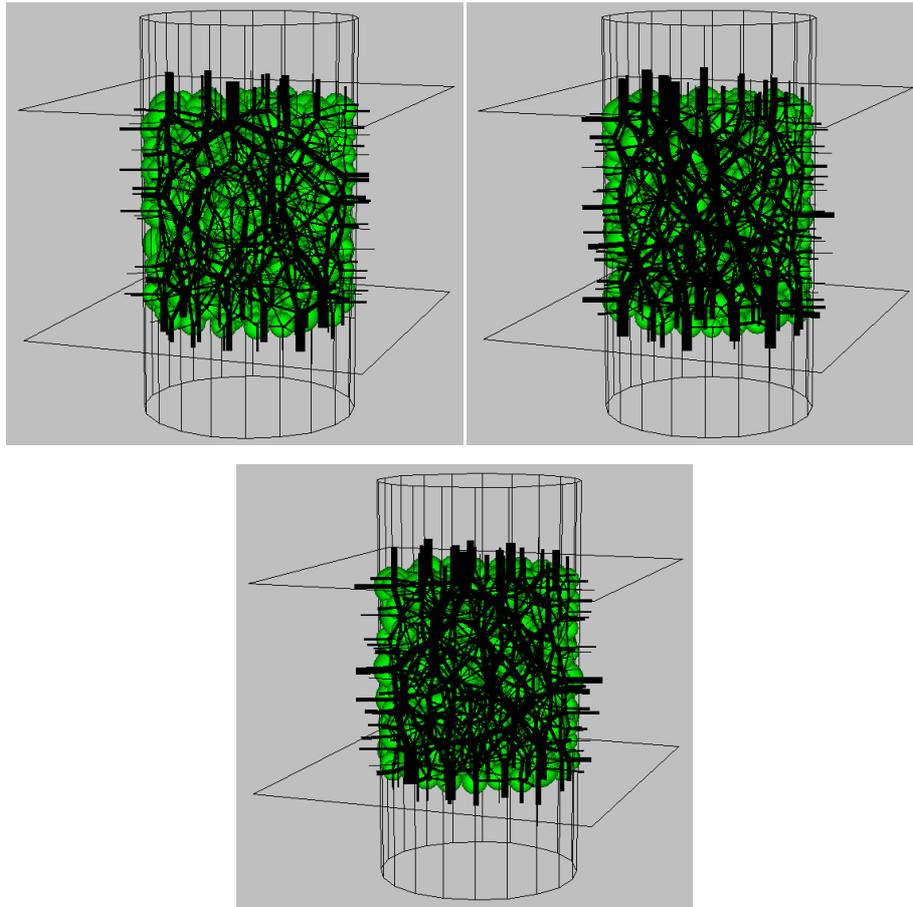


Figure 7.5a, b, c: forze di contatto totali tra le particelle dopo i test triassiali per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Si considerino ora le curve *tensione - deformazione e variazione di volume - deformazione*: nei grafici 7.1, 7.2 e 7.3 sono rappresentate la deformazione assiale ε_a in ascissa e la tensione deviatorica σ_d , nonché la tensione di confinamento σ_c . Per quanto riguarda quest'ultima si può osservare che è rappresentata da una linea pressoché orizzontale: questo conferma che il servo-controllo sta mantenendo la tensione di confinamento costante; tale curva viene quindi rappresentata al solo scopo di verifica.

Più interessante è invece l'andamento della tensione deviatorica: i campioni presentano una risposta più o meno plastica, le cui fluttuazioni sono dovute al numero di particelle utilizzate, piccolo rispetto alla realtà.

Il comportamento dei campioni appare molto simile a quello osservato con le prove di laboratorio e può essere suddiviso in 3 stadi:

1. una fase iniziale nella quale le deformazioni sono molto piccole: la tensione deviatorica cresce in modo monotono;
2. una fase intermedia che si presenta quando il campione comincia a rompersi e include il punto di picco della curva, che rappresenta il valore massimo della tensione deviatorica. In seguito la curva comincia a scendere, con conseguente diminuzione della resistenza.
3. una fase finale nella quale la resistenza è all'incirca costante

Il grafico 7.4 mostra inoltre come all'aumentare della tensione di confinamento crescono sia la resistenza ultima, sia quella residua.

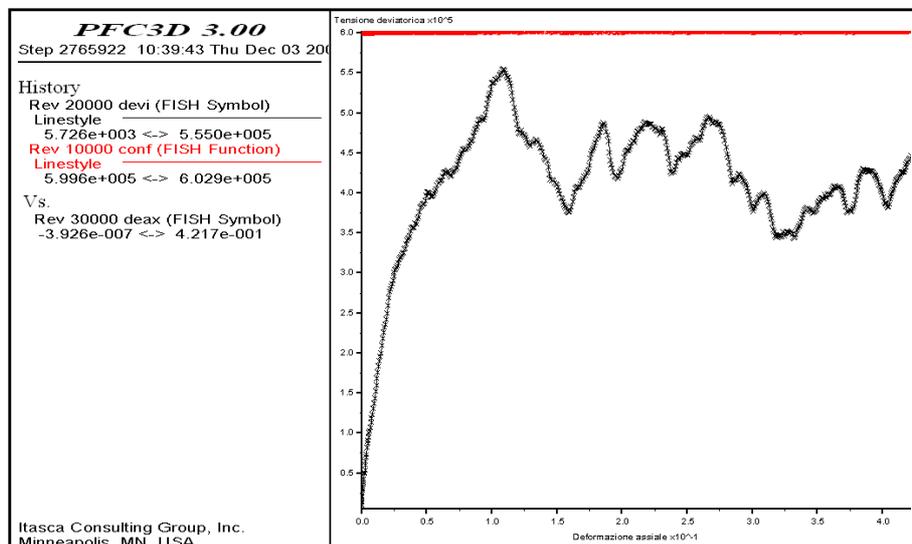


Grafico 7.1: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

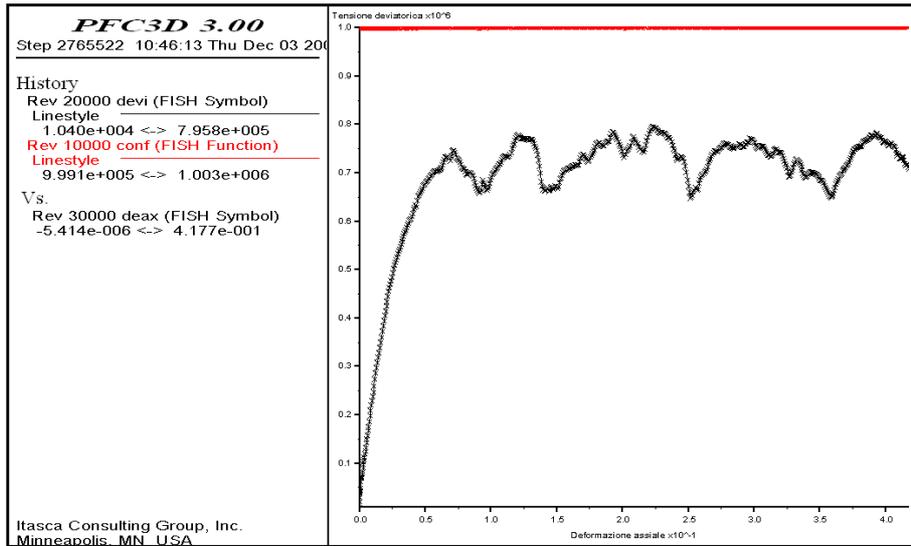


Grafico 7.2: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

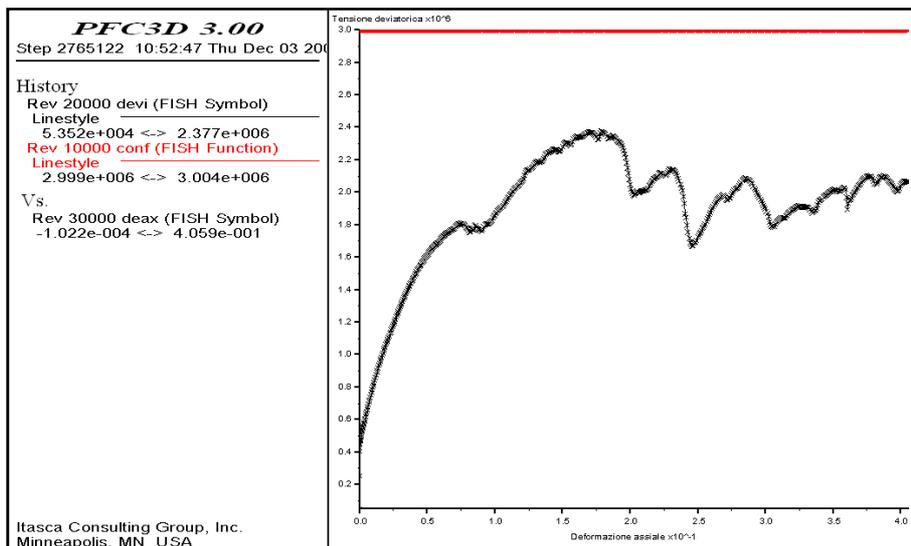


Grafico 7.3: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

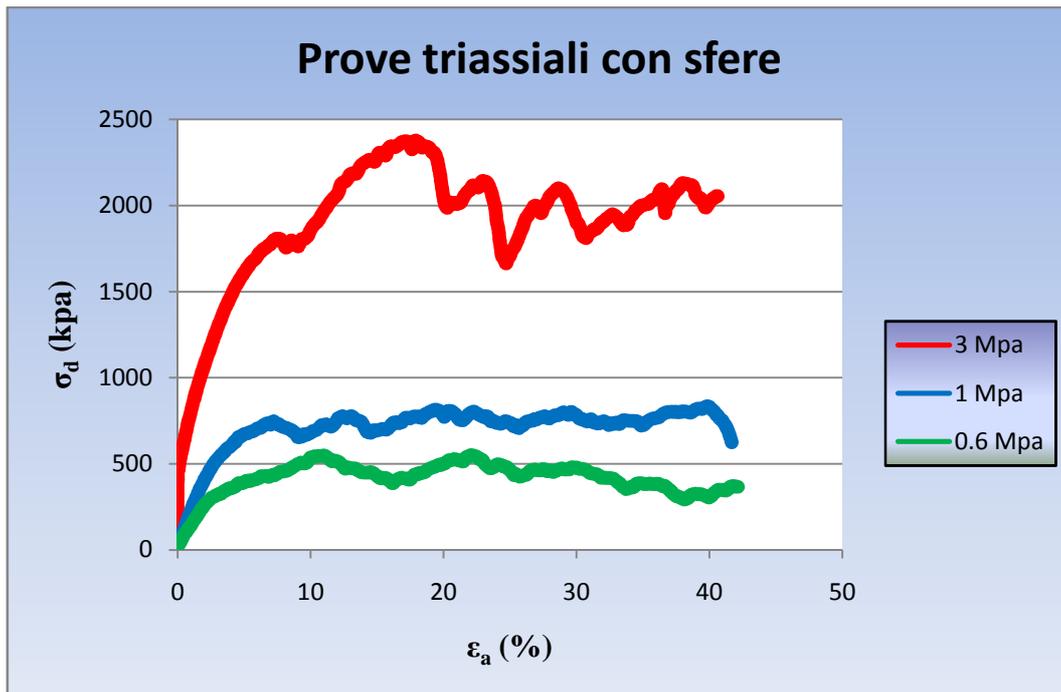


Grafico 7.4: diagramma σ_d vs ϵ_a : risultati numerici al variare della tensione di confinamento.

Risulta interessante analizzare parallelamente anche la variazione di volume ΔV , che corrisponde direttamente all'andamento della porosità del campione. Dai grafici 7.5, 7.6 e 7.7 si può notare che, in corrispondenza della fase 1, si ha una contrazione iniziale, cioè il volume subisce una diminuzione: le particelle vengono spinte ad assumere un arrangiamento più stretto. Nella fase 2 il provino si rompe: le particelle non possono serrarsi ulteriormente, la porosità non può diminuire sotto quello stato tensionale. Da questo punto in poi il provino comincia a dilatarsi: essendo ora un sistema estremamente denso, l'unica possibilità che ha per deformarsi è di aumentare di volume.

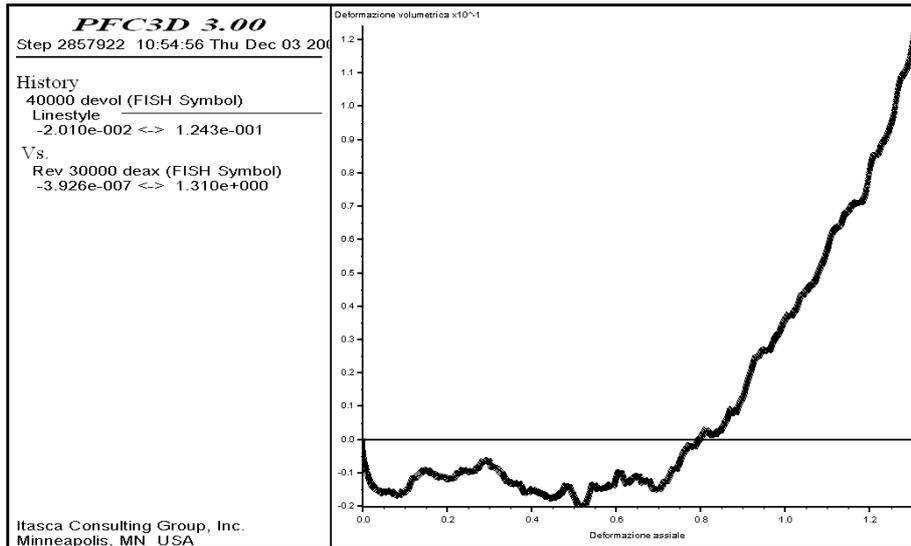


Grafico 7.5: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

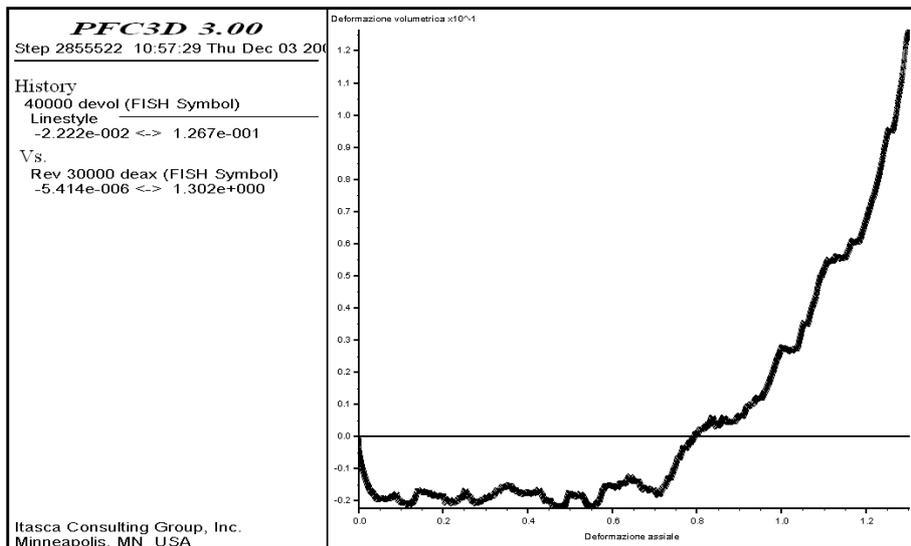


Grafico 7.6: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

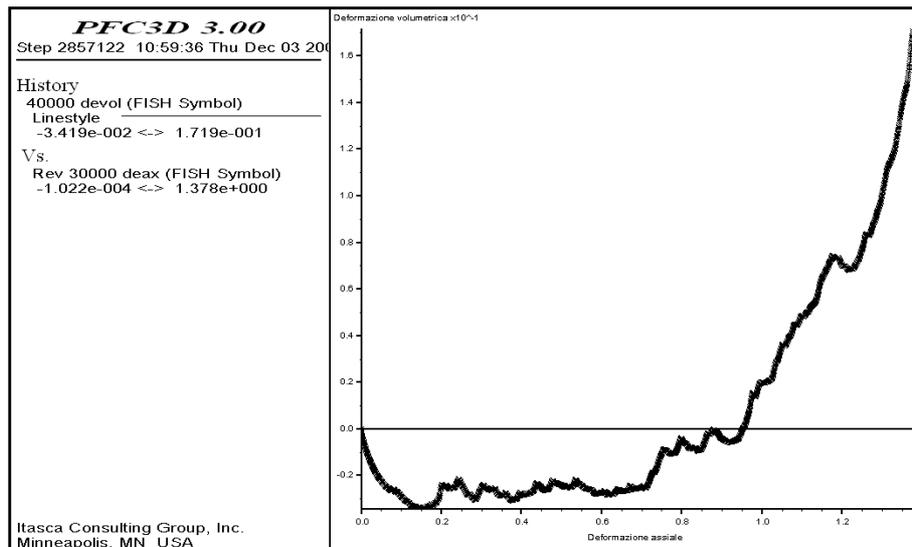


Grafico 7.7: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

7.2.2 PROVE SU CLUMP

Analogamente al caso degli elementi sferici, sono stati analizzati i risultati delle simulazioni triassiali effettuate sui 3 tipi di provini costituiti rispettivamente da clump a 2, 3 e 4 sfere, come si vede in figura 7.1. Per ciò che riguarda la prova triassiale sono stati utilizzati gli stessi valori per le tensioni di confinamento e assiale della prova con sfere singole.

CLUMP A 2 SFERE

Questo modello è costituito da 1412 clump per un totale di 2824 sfere. Le figure seguenti mostrano il campione prima della prova triassiale (figura 7.6) e dopo la simulazione effettuata con i tre diversi valori di tensione di confinamento (figure 7.7a, b, c).

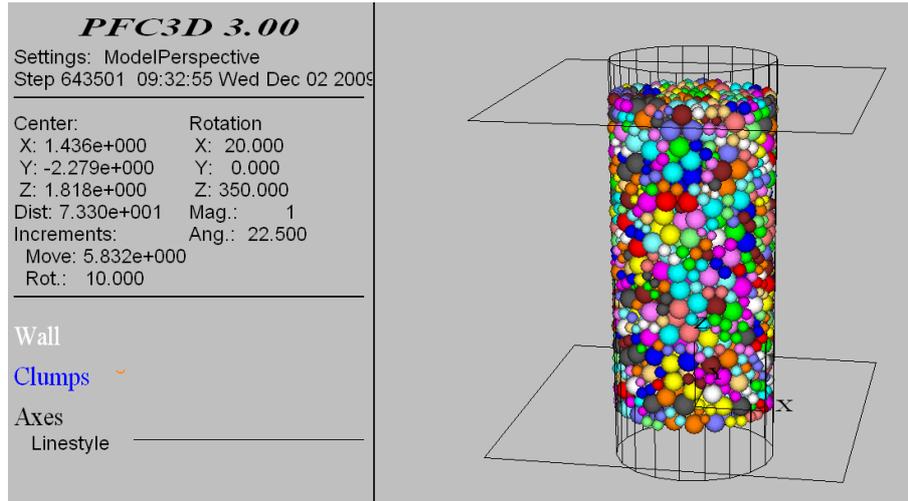


Figura 7.6: stato iniziale del provino.

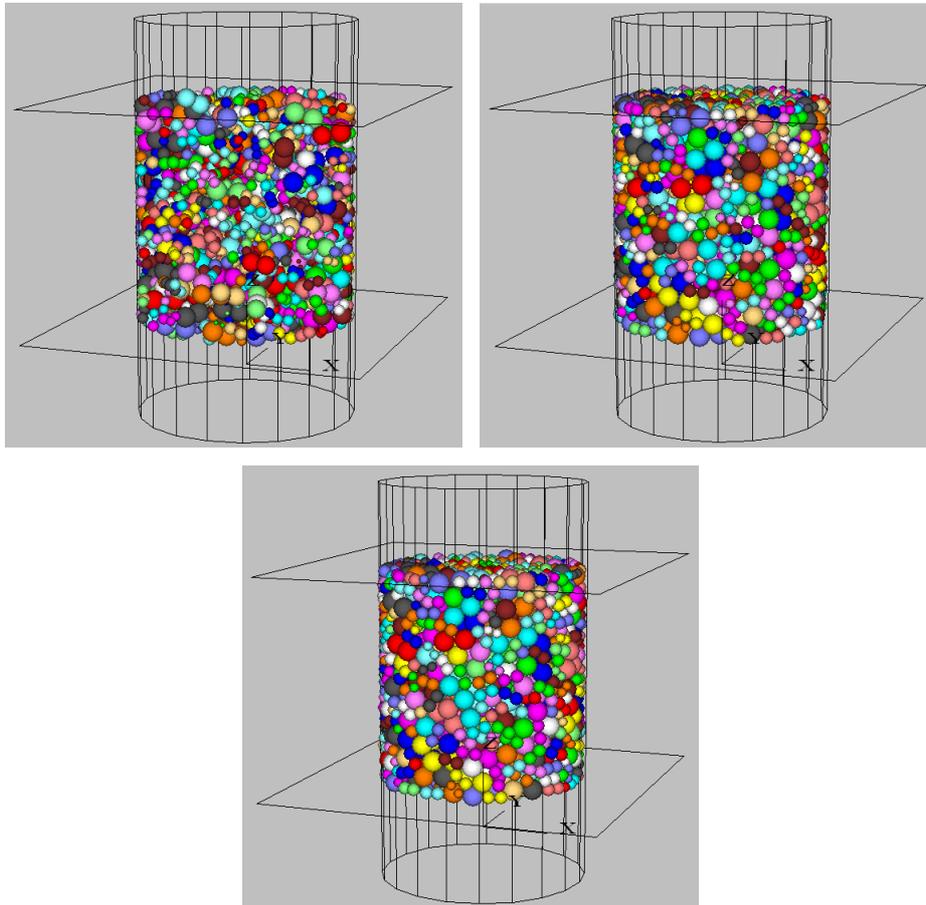


Figure 7.7a, b, c: abbassamento subito dal provino al termine della simulazione della prova triassiale per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Viene anche riportato l'andamento delle forze di contatto del provino dopo la simulazione della prova triassiale (figure 7.8a, b, c).

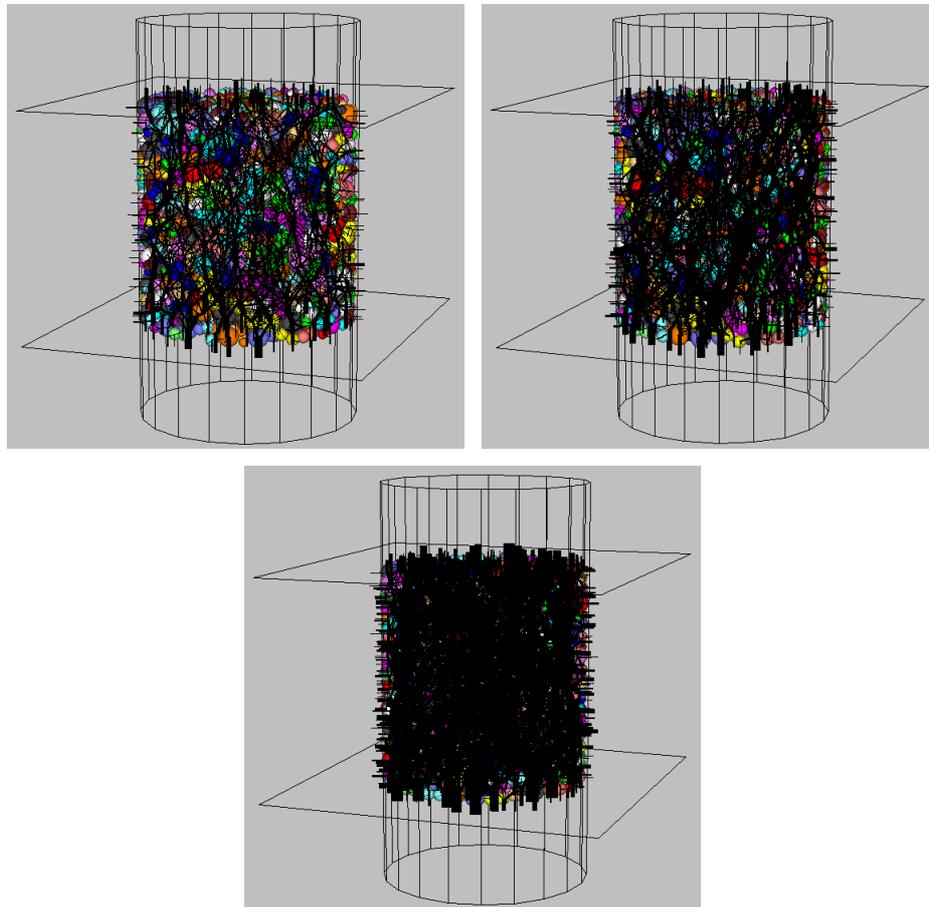


Figure 7.8 a,b,c: forze di contatto totali tra le particelle dopo i test triassiali per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Analizzando la simulazione del test triassiale, si è potuto appurare che le curve tensione-deformazione e variazione di volume-deformazione hanno mostrato andamenti tipici delle curve sperimentali, descritti in precedenza nel paragrafo 7.2.1. I provini modellati manifestano un andamento della curva $\sigma_d - \varepsilon_a$ che, dopo una fase iniziale nella quale la tensione deviatorica cresce in modo monotono, arriva a rottura in corrispondenza del punto di picco della curva, oltre il quale la resistenza diminuisce (grafici 7.8, 7.9 e 7.10). All'aumentare della tensione di confinamento (σ_c) crescono sia la resistenza ultima sia quella residua (grafico 7.11).

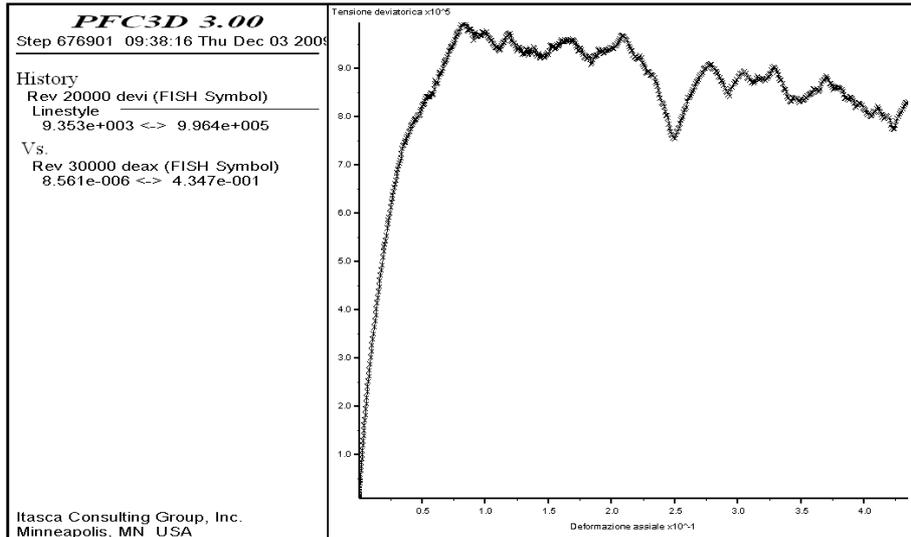


Grafico 7.8: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

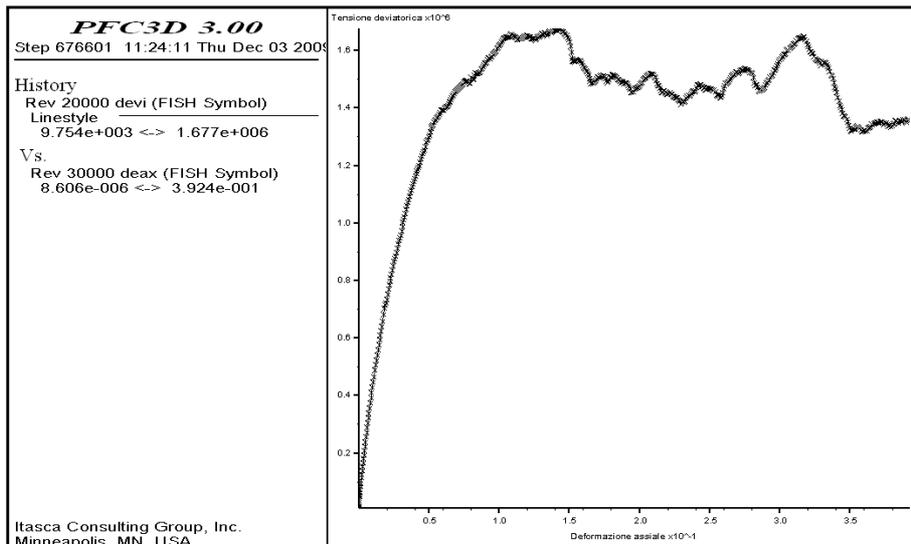


Grafico 7.9: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

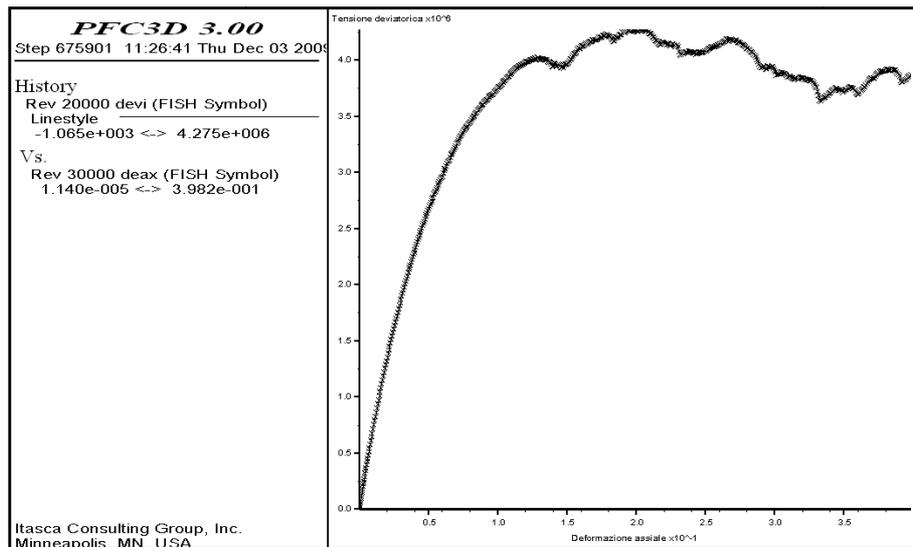


Grafico 7.10: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

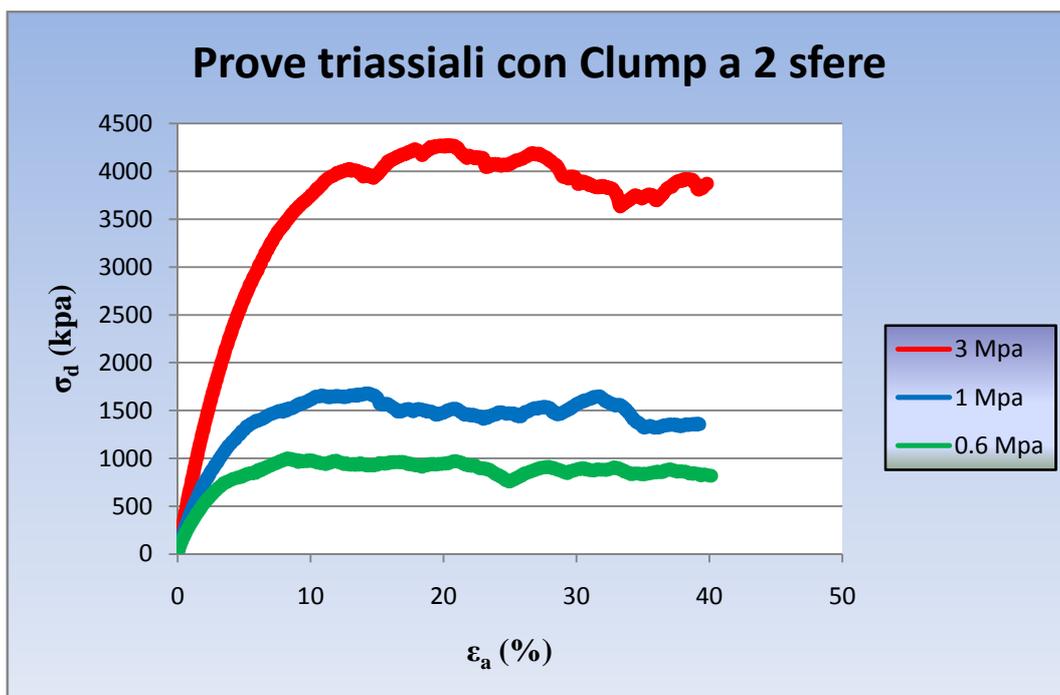


Grafico 7.11: diagramma σ_d vs ϵ_a : risultati numerici al variare della tensione di confinamento.

Confrontando i grafici 7.4 e 7.11 si nota come il provino clump raggiunga maggiori resistenze sia di picco sia residue (grafico 7.12). Ciò è imputabile al fatto che i clump assicurano un ingranamento reciproco tra le particelle superiore a quello fornito dalle sfere.

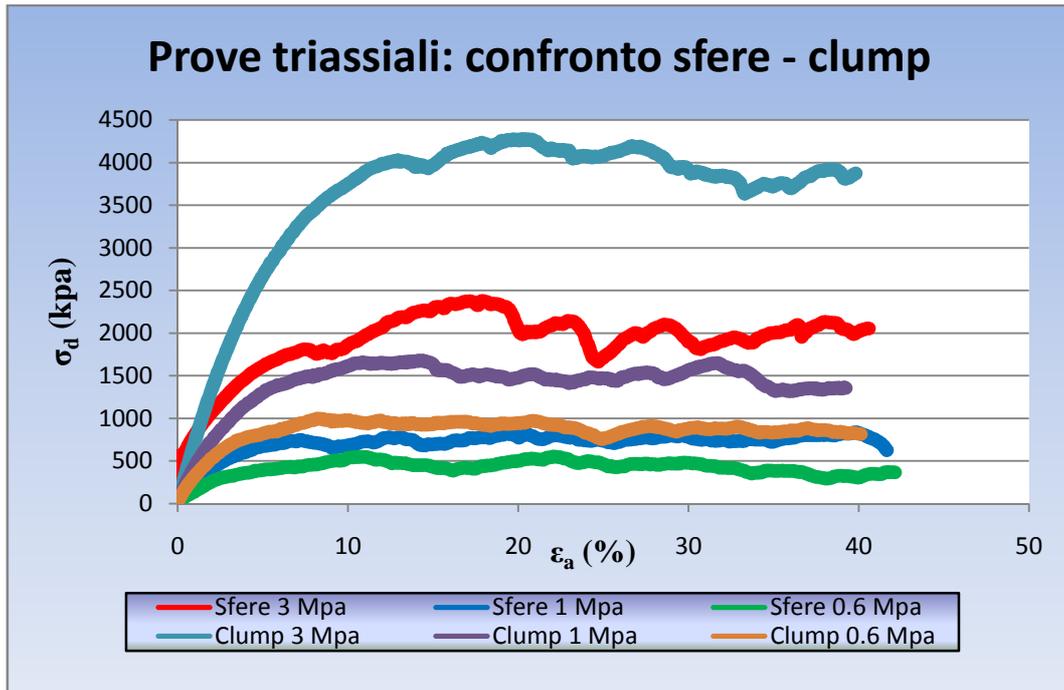


Grafico 7.12: diagramma σ_d vs ϵ_a : confronto risultati numerici tra sfere e clump a 2 elementi.

Nei grafici 7.13, 7.14 e 7.15 vengono riportate le curve σ_d vs ϵ_a delle tre prove: anch'esse, come nel caso del test sugli elementi sferici, presentano un andamento caratterizzato da un primo tratto in cui, sotto l'applicazione dello sforzo deviatorico, il campione aumenta leggermente di densità, riducendo il volume e un secondo tratto in cui il volume aumenta (comportamento dilatante).

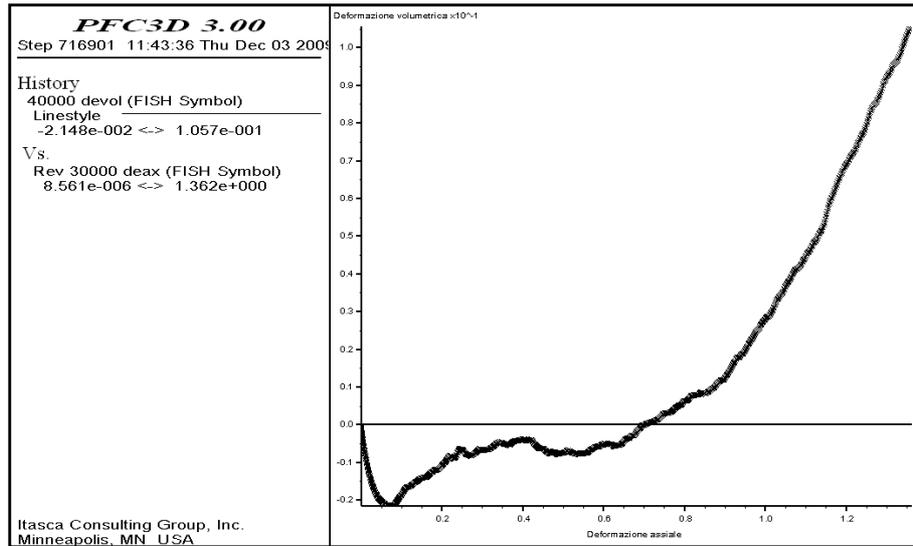


Grafico 7.13: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

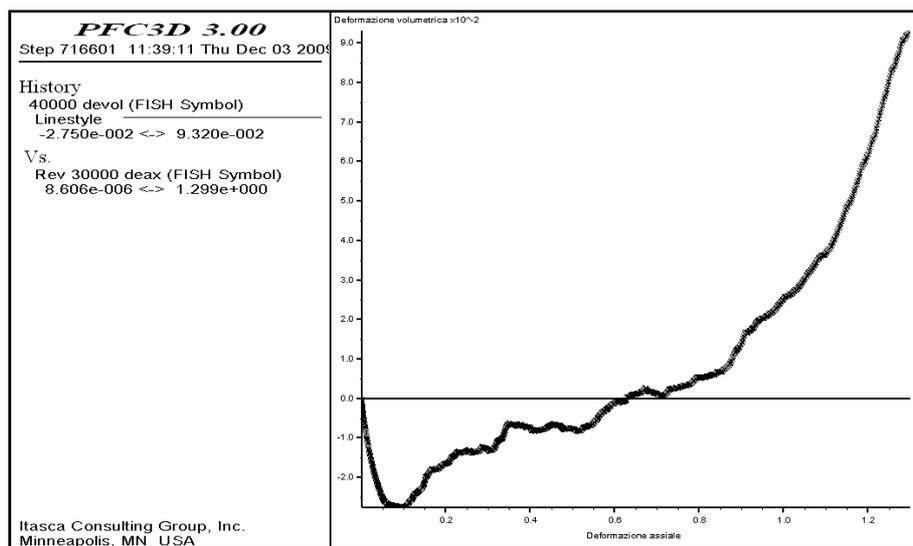


Grafico 7.14: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

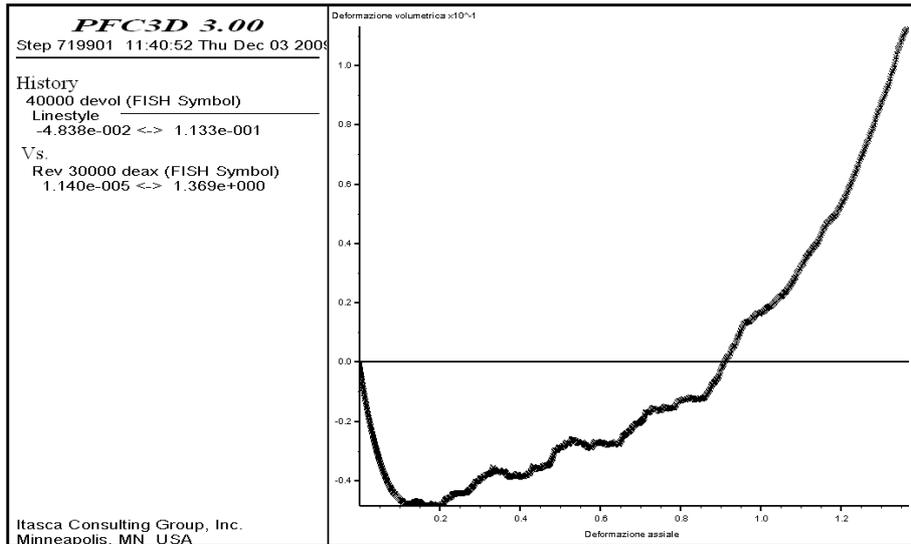


Grafico 7.15: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

CLUMP A 3 SFERE

Il provino modellato con elementi a 3 sfere è costituito da 941 clump, per un totale di 2823 sfere (figura 7.9). Al termine della simulazione triassiale il campione subisce un abbassamento, che varia in funzione della diversa pressione applicata nelle tre prove, presentato nelle figure 7.10a, b, c. Si possono inoltre valutare le tensioni di contatto, che subiscono un incremento dovuto ai diversi valori della tensione applicata nelle tre simulazioni (figure 7.11a, b, c).

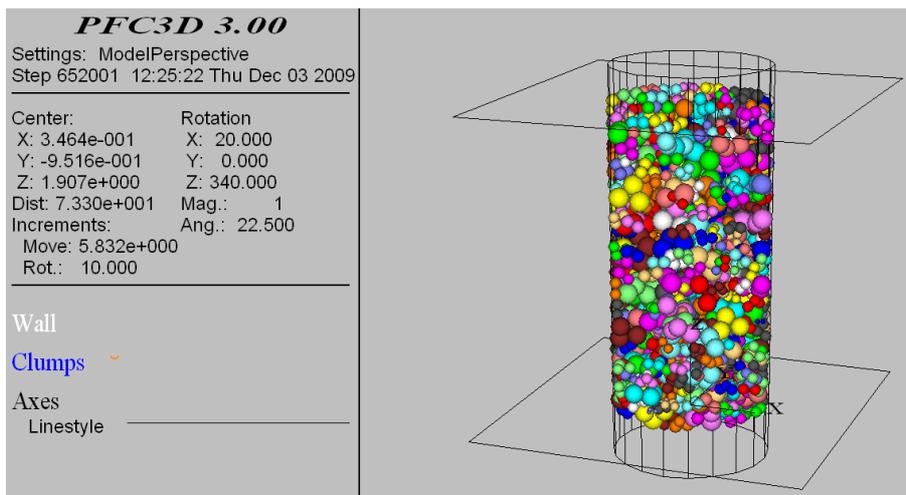


Figura 7.9: stato iniziale del provino.

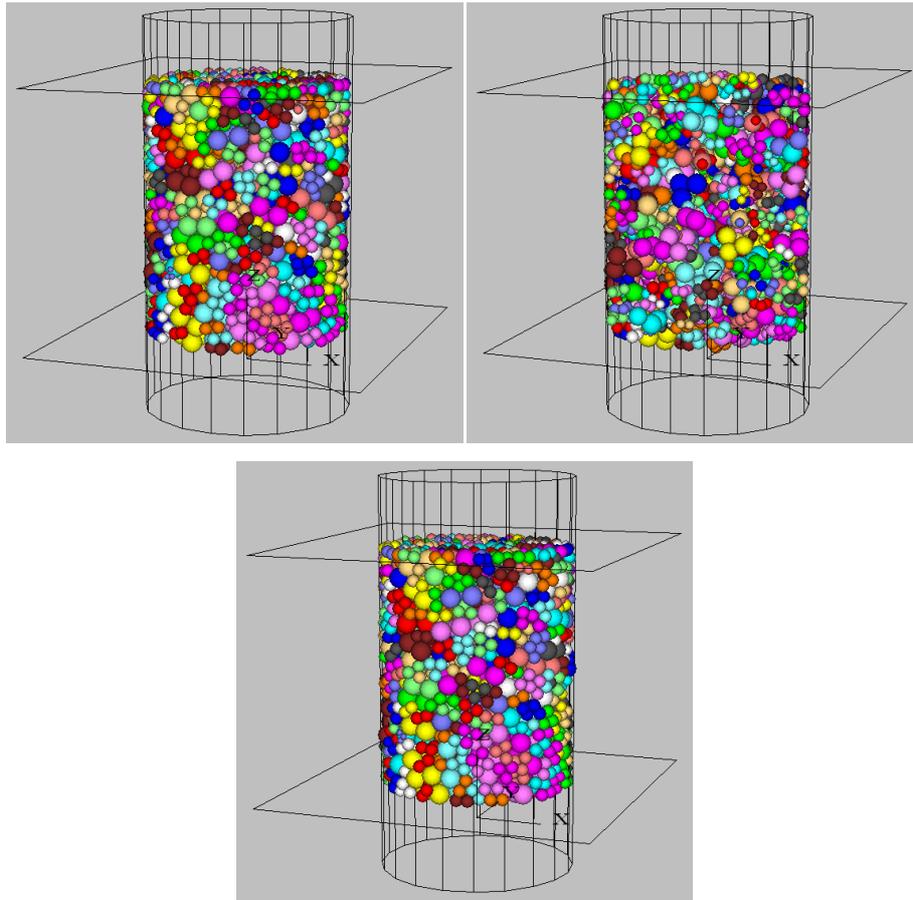
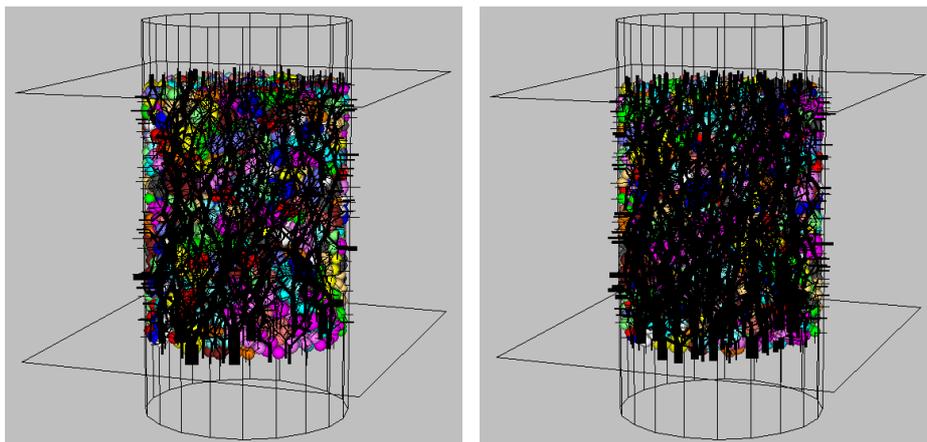


Figure 7.10a, b, c: abbassamento subito dal provino al termine della simulazione della prova triassiale per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.



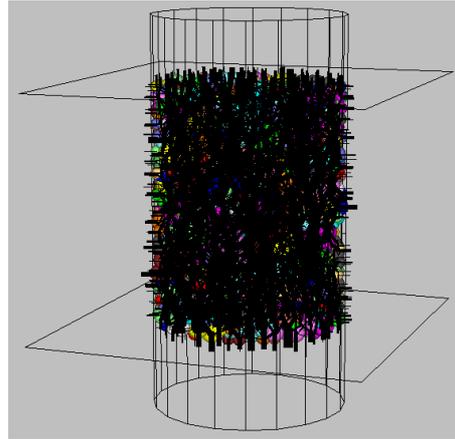


Figure 7.11 a,b,c: forze di contatto totali tra le particelle dopo i test triassiali per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Come per le simulazioni precedenti sono state tracciate le **history** della deformazione assiale e volumetrica e della tensione deviatorica.

La curva *tensione deviatorica - deformazione assiale* (grafici 7.16, 7.17, 7.18 e 7.19) è caratterizzato da un andamento in un primo tratto con crescita monotona fino al raggiungimento della tensione di picco e un tratto successivo a deformazione residua pressoché costante. All'aumentare della tensione di confinamento crescono sia la tensione di picco sia quella residua.

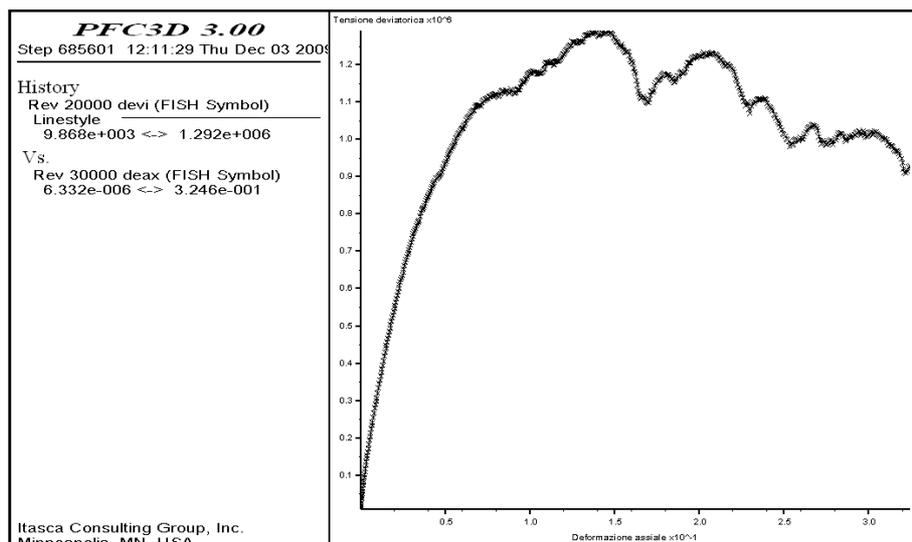


Grafico 7.16: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

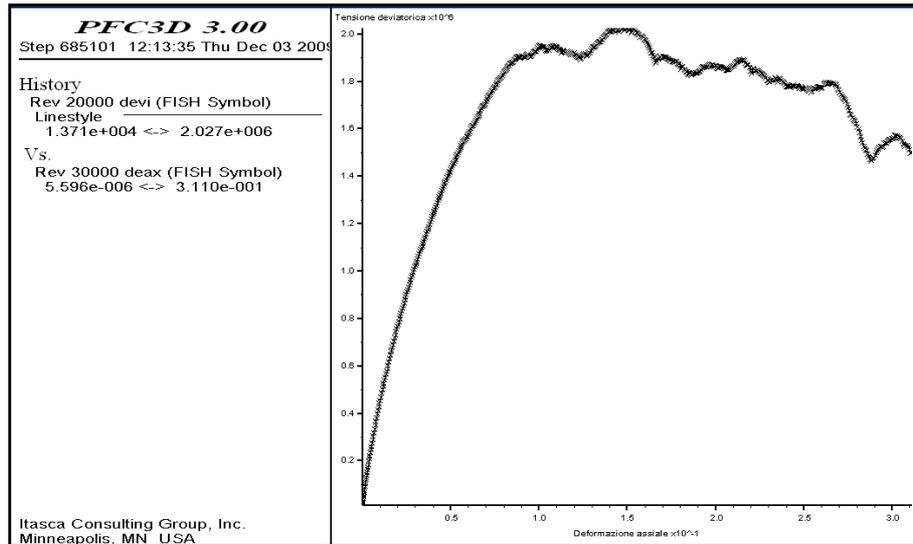


Grafico 7.17: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

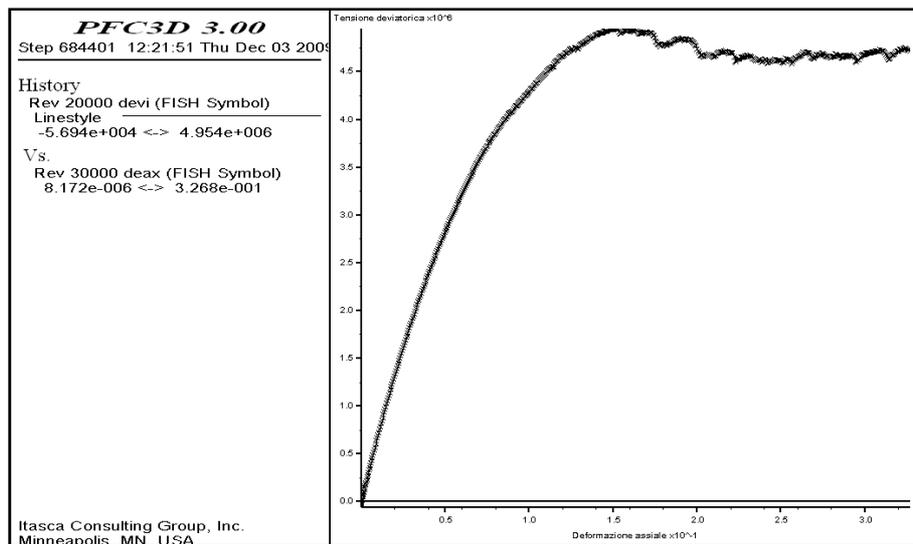


Grafico 7.18: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

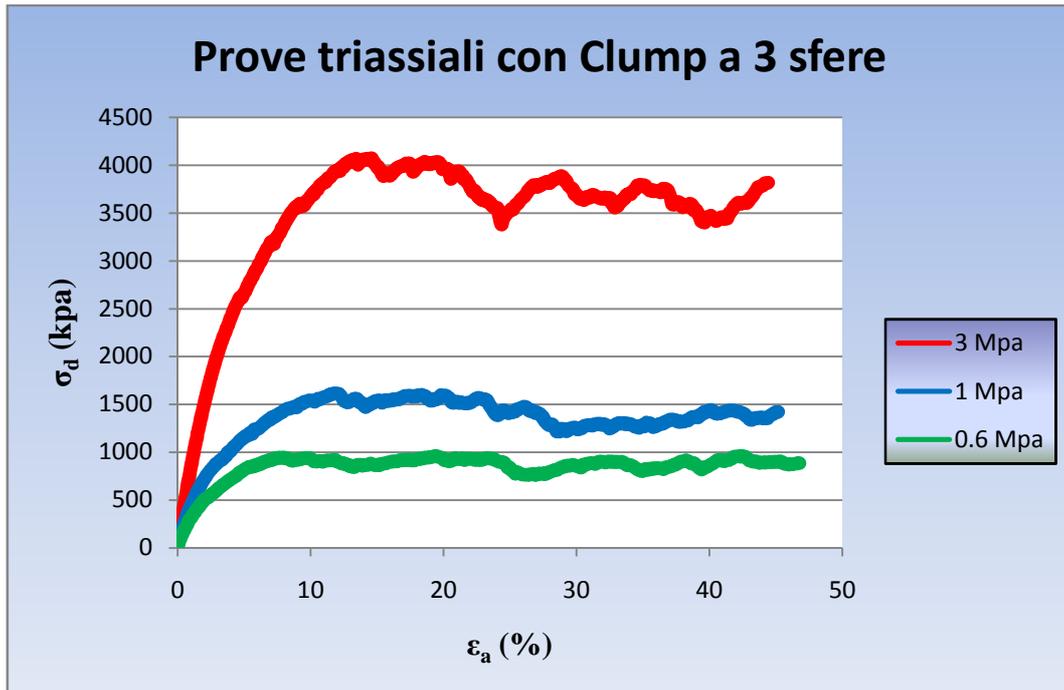


Grafico 7.19: diagramma σ_d vs ϵ_a : risultati numerici al variare della tensione di confinamento.

Le curve *variazione di volume - deformazione assiale* (grafici 7.20, 7.21 e 7.22) presentano, come nelle precedenti simulazioni, il tipico comportamento dilatante.

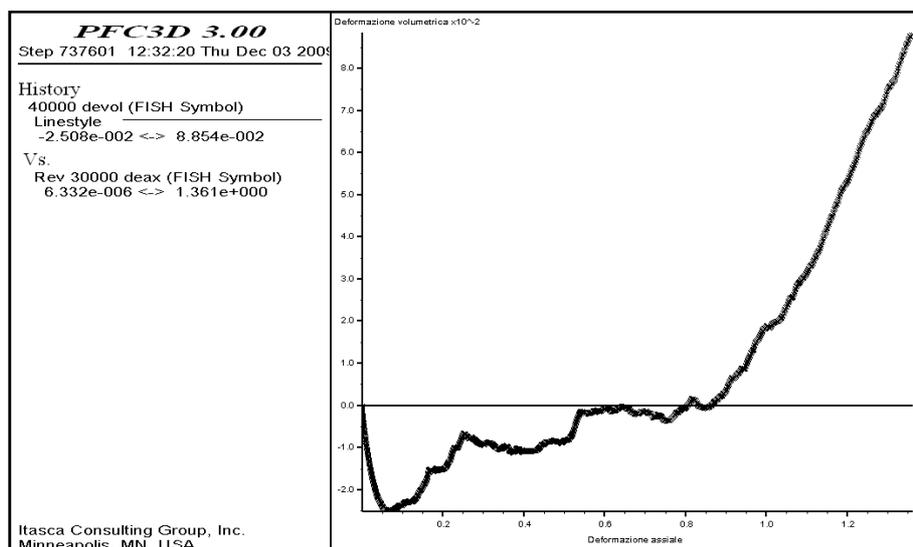


Grafico 7.20: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

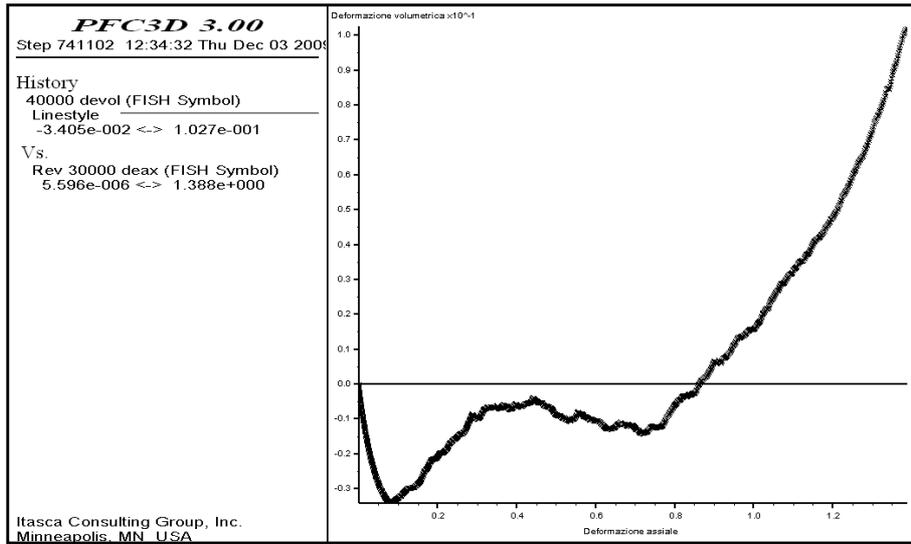


Grafico 7.21: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

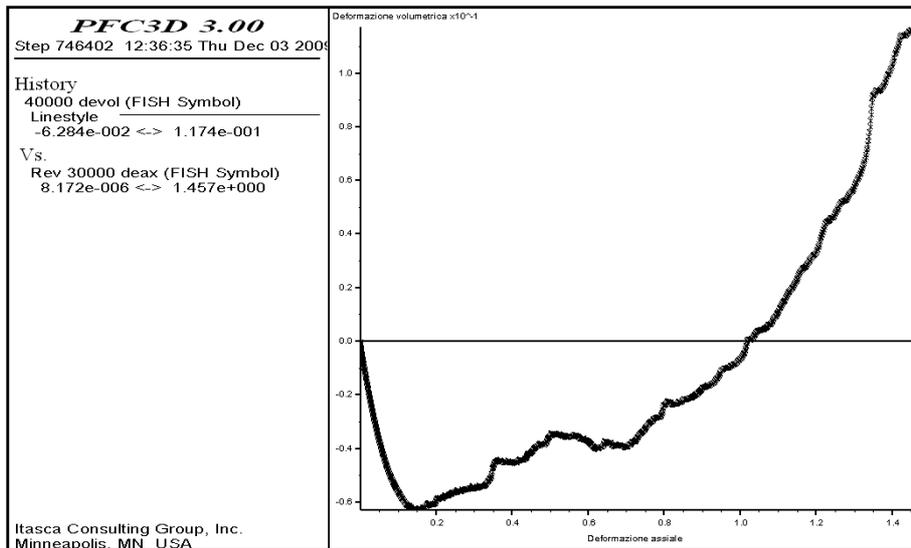


Grafico 7.22: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

CLUMP A 4 SFERE

Il campione a 4 sfere è formato da 706 clump, per un totale di 2824 sfere (figura 7.12). L'abbassamento del provino al termine delle simulazioni triassiali viene mostrato nelle figure 7.13a, b, c: maggiore è la pressione applicata, maggiore risulta l'abbassamento del provino.

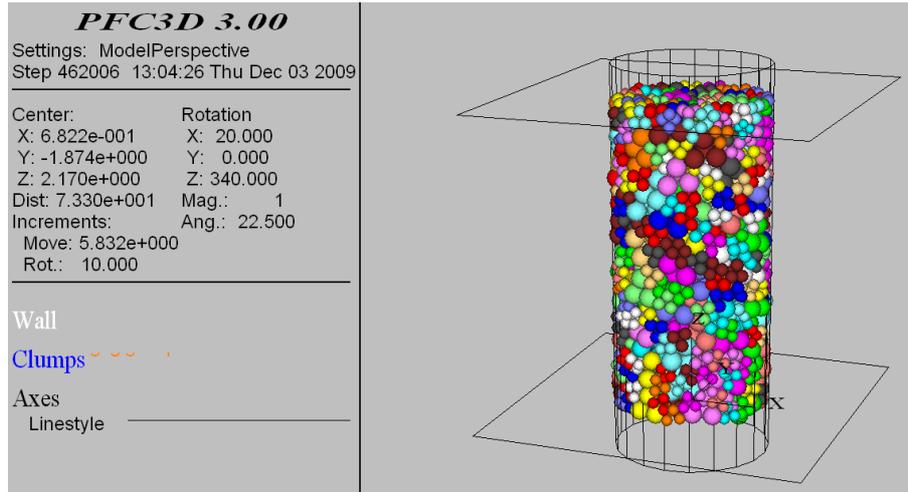


Figura 7.12: stato iniziale del provino.

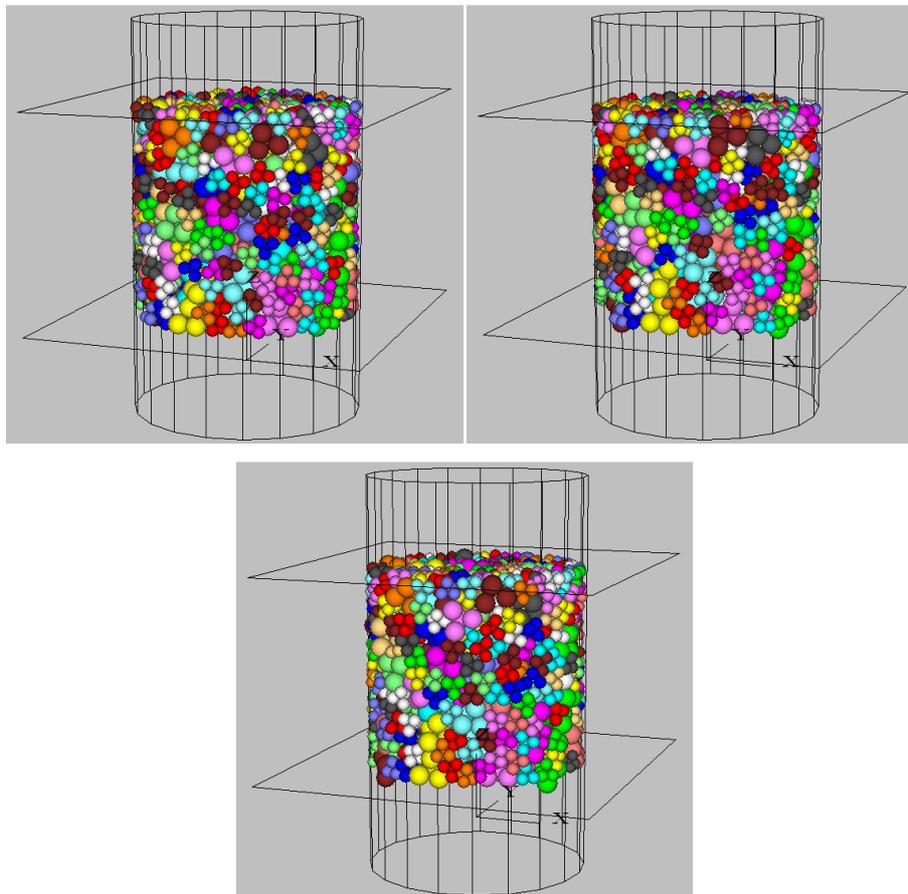


Figure 7.13a, b, c: abbassamento subito dal provino al termine della simulazione della prova triassiale per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Sono anche riportate, nelle figure 7.14a, b, c, le forze di contatto totali che si sviluppano tra le particelle al termine dei tre test triassiali effettuati: analogamente ai casi precedenti, l'aumento dei legami di contatto è dovuto all'incremento della tensione di confinamento.

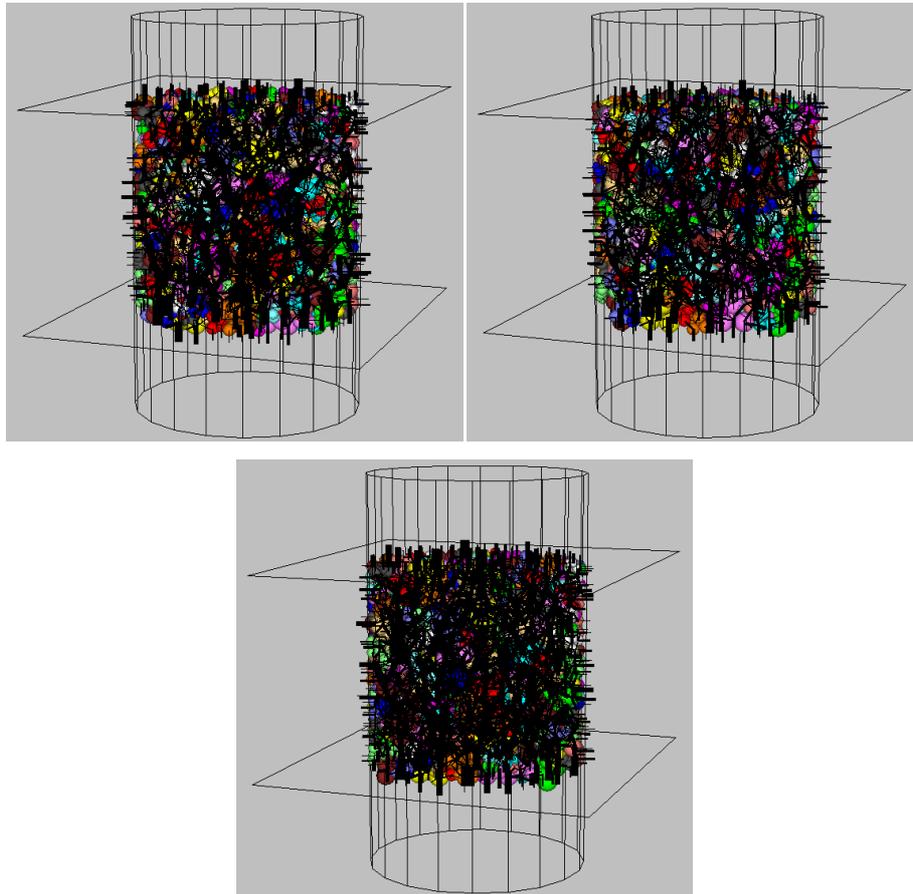


Figure 7.14 a,b,c: forze di contatto totali tra le particelle dopo i test triassiali per σ_c pari a 0.6, 1, 3 Mpa.

Dall'analisi delle curve di *tensione deviatorica - deformazione assiale* e *variazione di volume - deformazione assiale* si è potuto osservare come l'andamento delle curve dei campioni appaia molto simile a quello osservato nelle prove precedenti: le curve $\sigma_d - \varepsilon_d$ (grafici 7.23, 7.24, 7.25, 7.26) hanno una crescita monotona fino al raggiungimento del picco, che corrisponde alla rottura del provino, seguita da un tratto con a tensione residua costante.

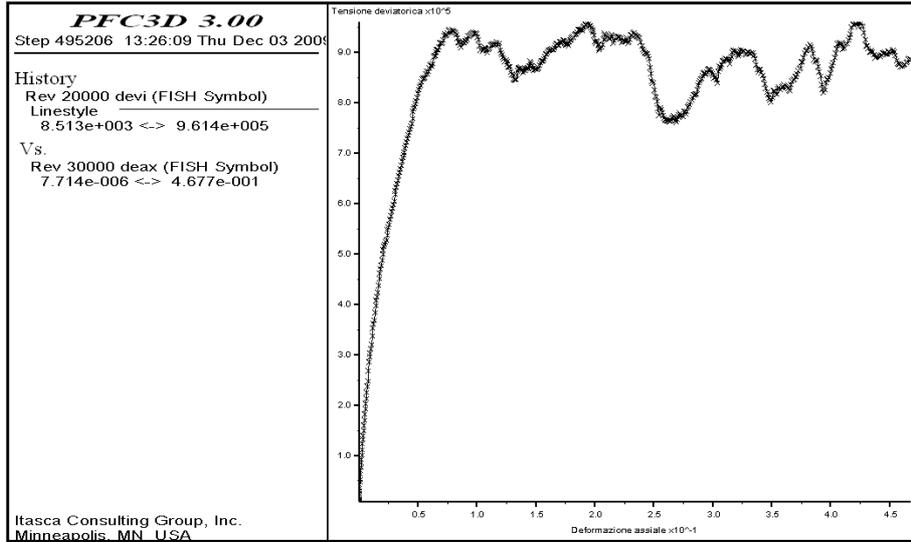


Grafico 7.23: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

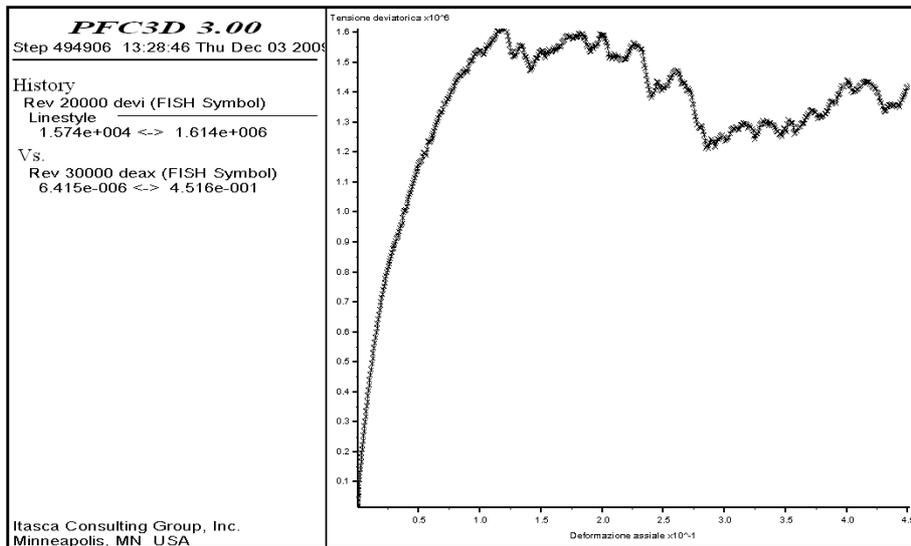


Grafico 7.24: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

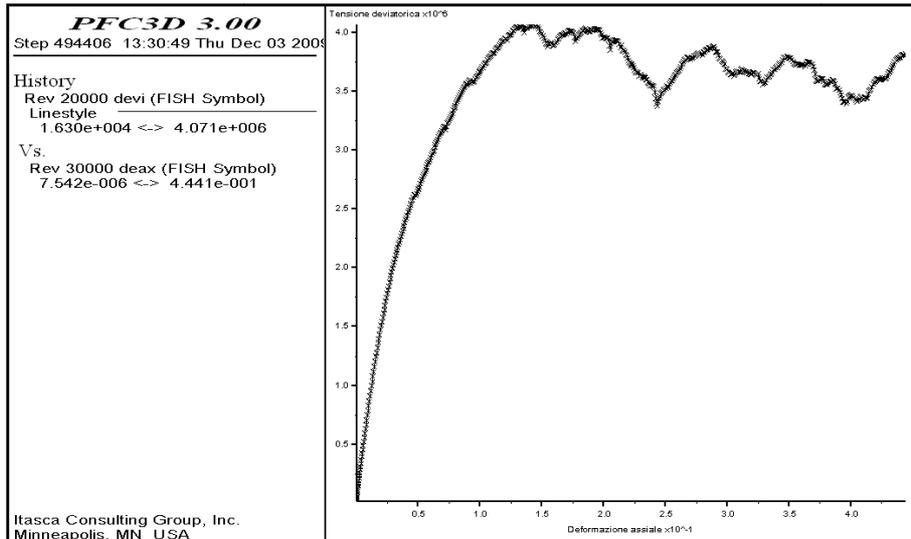


Grafico 7.25: curva tensione - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

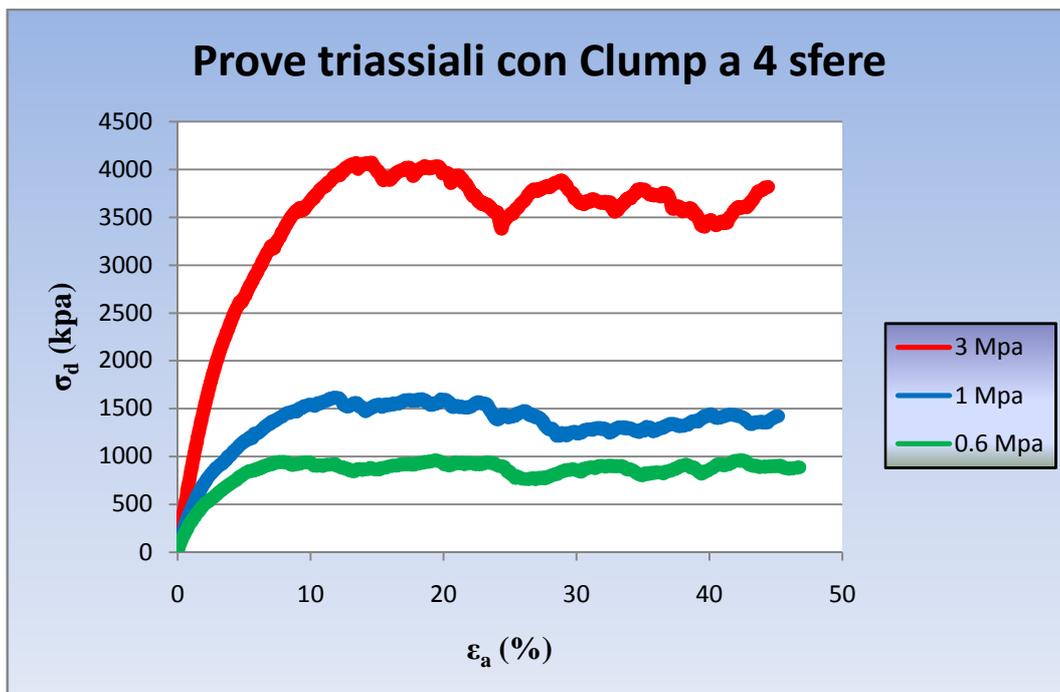


Grafico 7.26: diagramma σ_d vs ϵ_a : risultati numerici al variare della tensione di confinamento.

Le curve (grafici 7.27, 7.28, 7.29) presentano invece un comportamento dilatante, con aumento di volume a partire dal picco di tensione deviatorica.

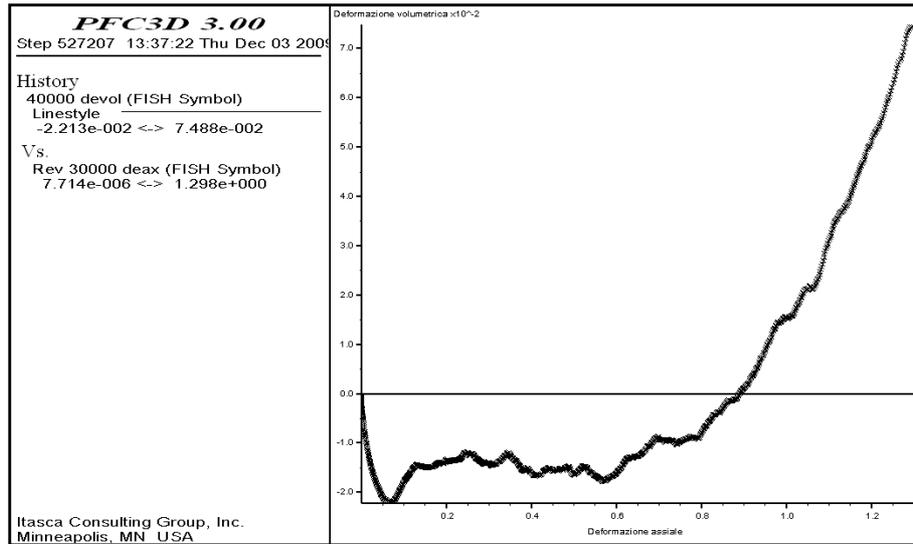


Grafico 7.27: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 0.6 Mpa.

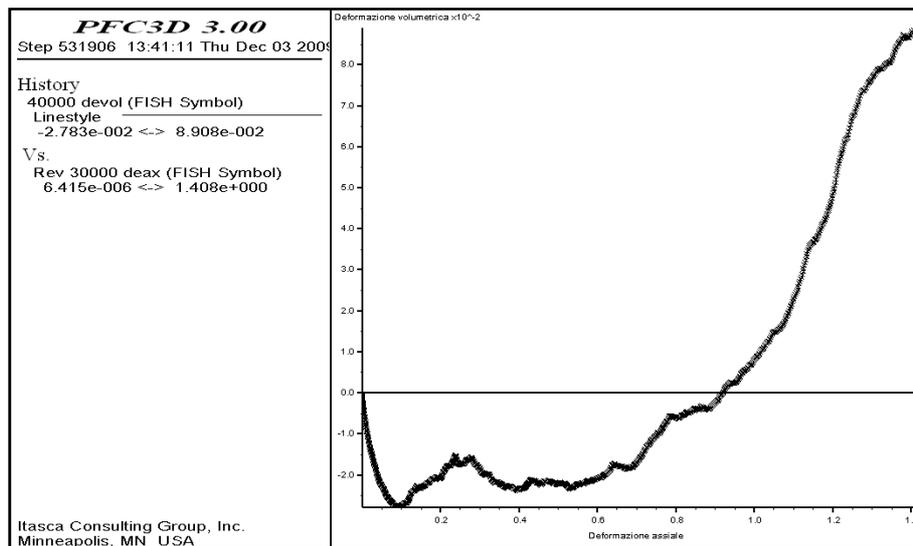


Grafico 7.28: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 1 Mpa.

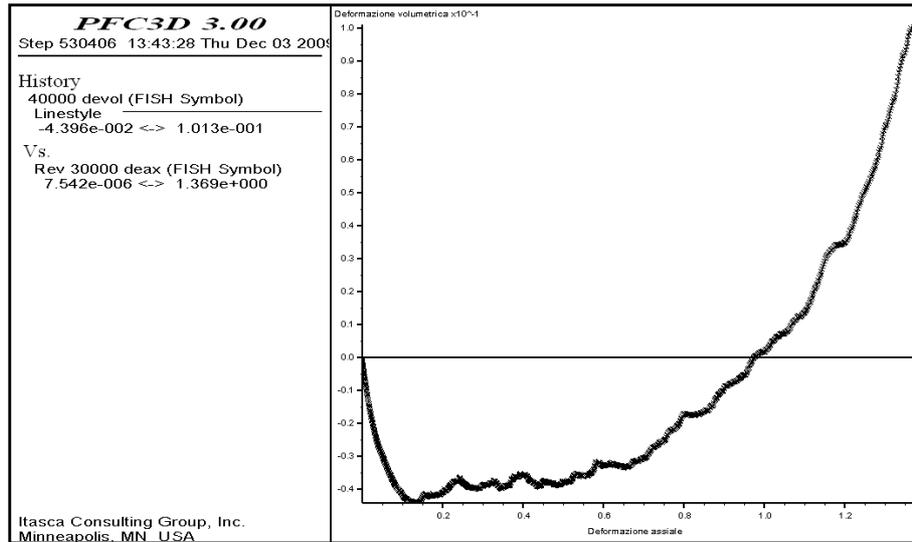


Grafico 7.29: curva variazione volume - deformazione per σ_c pari a 3 Mpa.

Se si confrontano i grafici $\sigma_d - \varepsilon_a$ delle simulazioni triassiali effettuate sul provino modellato con clump a 2 sfere con quello modellato con clump a 3 sfere (grafico 7.30), si può constatare come le curve del secondo campione presentino valori di resistenza di picco e residua superiori a quelli del primo campione. Infatti il numero di sfere utilizzato per creare entrambi i campioni è stato mantenuto costante per soddisfare il valore di porosità richiesta, di conseguenza si sono ottenuti meno clump nel secondo modello; essendo la logica del clump basata sull'ipotesi che l'elemento clump si comporti come un corpo rigido, in seguito all'applicazione della tensione assiale il secondo modello possiede più legami che non possono essere rotti; inoltre i clump a 3 sfere presentano una superficie maggiore che permette un ingranamento migliore.

La prova triassiale con clump a 4 sfere fornisce valori di tensione ultima e residua inferiori a quella con clump a 3 sfere (grafico 7.30), ciò a causa della configurazione tetraedrica: per la presenza della singola sfera posizionata sopra le altre tre, l'elemento creato risulta più irregolare rispetto ai casi di clump a 2 o 3 sfere, riducendo quindi le possibilità di ingranamento: questo fatto si è presentato sin dalla creazione del campione, infatti per poter inserire un numero di particelle pari a quello utilizzato nelle modellazioni precedenti è stata necessaria una energia di compattazione superiore.

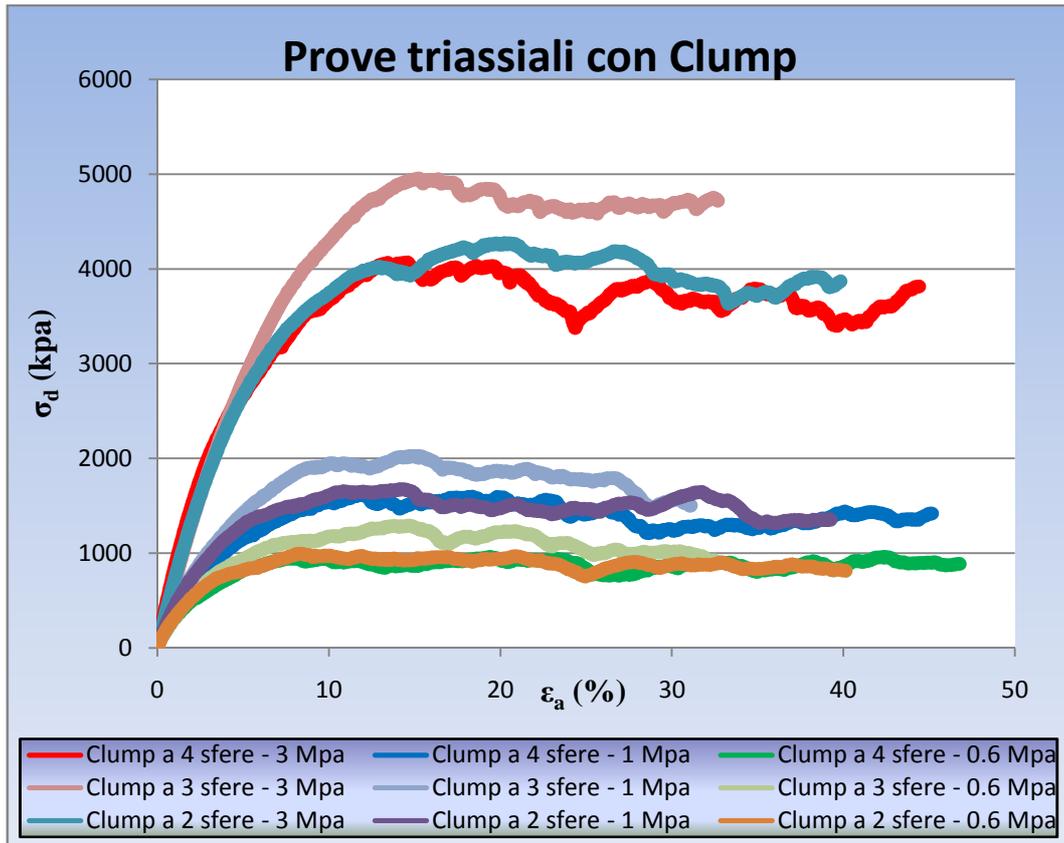


Grafico 7.30: diagramma : risultati numerici al variare della tensione di confinamento per i vari modelli di clump.

7.3 I CERCHI DI MOHR

La resistenza di un materiale granulare è usualmente definita in termini delle tensioni che si sviluppano in corrispondenza del picco della curva tensione-deformazione. Un metodo per rappresentare la resistenza è quello di utilizzare i cerchi di Mohr: si possono disegnare i cerchi che rappresentano gli stati tensionali in corrispondenza dei picchi, considerando quindi la condizione di rottura. Viene poi costruita una linea tangente ai cerchi: tale curva viene detta involucro di rottura di Mohr.

Attraverso la costruzione dei cerchi di Mohr è possibile valutare lo stato tensionale di un campione.

Se il cerchio di Mohr che rappresenta lo stato tensionale del sistema si trova al di sotto della curva di involuppo di rottura, allora il materiale risulterà stabile.

Se il cerchio è tangente alla curva, il materiale ha raggiunto il limite di resistenza e si formerà una superficie di rottura.

La condizione in cui il cerchio risulti secante alla curva di involuppo non può verificarsi in nessun caso poiché ciò corrisponderebbe a una deformazione indefinita.

Mediante i risultati delle prove triassiali simulate con PFC^{3D} è possibile costruire i cerchi di Mohr per la miscela di acciaio (figure 7.15, 7.16, 7.17, 7.18), ottenendo le linee di involuppo che definiscono gli angoli di attrito. Questi angoli possono essere considerati gli attriti mobilitati a livello macroscopico e, come si può notare di seguito, i valori sono diversi da quelli microscopici:

- nel caso di prova triassiale su elementi sferici a un angolo di attrito interparticellare di $11,3^\circ$ ($f = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato macroscopico di 16° ;

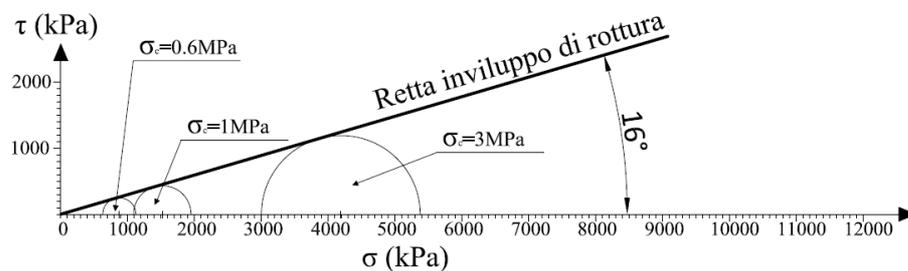


Figura 7.15: involuppo di rottura per prova triassiale su elementi sferici.

- nel caso di prova triassiale su clump a 2 sfere, a un angolo di attrito interparticellare di $11,3^\circ$ ($f = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato macroscopico di 25° ;

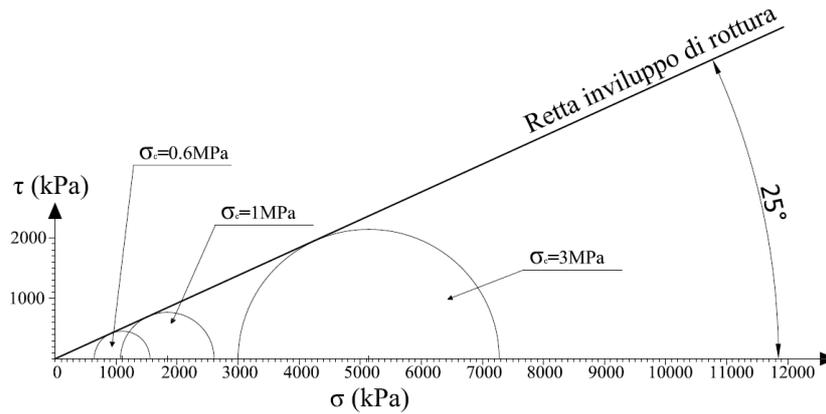


Figura 7.16: involuppo di rottura per prova triassiale su clump a 2 sfere.

- nel caso di prova triassiale su clump a 3 sfere, a un angolo di attrito interparticellare di $11,3^\circ$ ($f = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato macroscopico di 27° ;

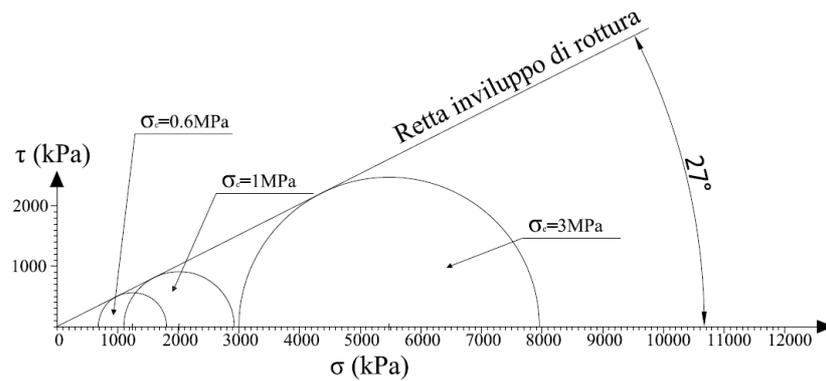


Figura 7.17: involuppo di rottura per prova triassiale su clump a 3 sfere.

- nel caso di prova triassiale su clump a 4 sfere, a un angolo di attrito interparticellare di $11,3^\circ$ ($f = 0.2$) corrisponde un angolo di attrito mobilitato macroscopico di 24° .

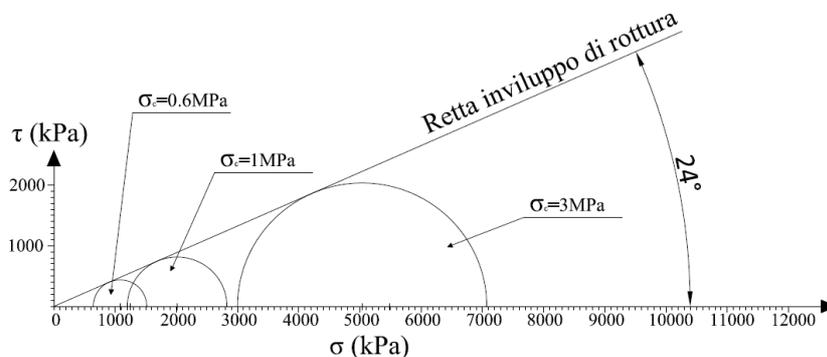


Figura 7.18: involuppo di rottura per prova triassiale su clump a 4 sfere.

CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

CONCLUSIONI

Il lavoro qui presentato ha avuto come scopo quello di affrontare mediante la modellazione numerica particellare, l'influenza della forma dell'aggregato sul comportamento a fatica di una sovrastruttura stradale flessibile: è stato utilizzato il Metodo degli Elementi Discreti, nel quale un aggregato non è visto come un mezzo continuo, ma si tiene conto della sua reale natura particellare. Gli studi condotti in questo ambito sono ancora limitati, per cui prima di affrontare la modellazione vera e propria è stata svolta una lunga ricerca bibliografica per comprendere e sottolineare la grande differenza che c'è tra le due diverse trattazioni del mezzo.

Studiare il comportamento meccanico di un sistema di particelle, analizzando la natura discreta del mezzo, è molto complicato per via delle numerose variabili in gioco definite dalla geometria della struttura, dalla fisica dei contatti, dal numero e dalla resistenza dei legami che dipendono dalla dimensione, dalla forma e dalla resistenza delle particelle. Modellare il comportamento macroscopico di un aggregato tenendo conto del suo carattere discreto risulta quindi complesso, a causa della mancanza di misure attendibili delle variabili locali, soprattutto quelle legate alle forze di contatto. Solitamente il problema viene risolto attraverso il concetto di mezzo continuo: la materia è considerata distribuita in modo continuo in una regione di spazio. I modelli costitutivi al continuo sono utilizzati da oltre cinquant'anni in quanto la microstruttura, in rapporto agli oggetti di normale interesse, ha una scala molto piccola. In alcuni casi, però, studiare il comportamento di un aggregato utilizzando leggi costitutive risulta riduttivo. Per questo motivo è più conveniente una modellazione di tipo discontinuo, per poter comprendere i processi micromeccanici e microfisici di base che governano la

materia granulare e che portano a un certo andamento tenso-deformativo a livello macroscopico.

Dopo avere avvalorato l'efficacia dell'approccio discontinuo al mezzo particellare si è analizzato il DEM (Discrete Element Method): il Metodo degli Elementi Discreti ha dimostrato essere una procedura numerica efficace e molto versatile per la simulazione del comportamento meccanico di mezzi granulari.

Questo metodo è stato sviluppato fin dai primi anni '70 da *Cundall* per l'analisi di problemi di meccanica delle rocce ed è stato esteso allo studio di materiali granulari nel 1979 da *Cundall e Strack*. Per diversi anni però, questo metodo non ha avuto un grande seguito poiché richiedeva l'utilizzo di mezzi molto potenti per effettuare tali calcoli. Grazie alla grande diffusione dei calcolatori, alla disponibilità di potenze sempre più elevate, attualmente risulta fondamentale volgere gli studi in tale direzione.

Il programma utilizzato per la simulazione è un basato su un codice agli elementi discreti: Particle Flow Code in Three Dimensions (PFC^{3D}).

Questo software modella i movimenti e l'interazione di un insieme di particelle sferiche utilizzando il Metodo degli Elementi Discreti: il modello è composto da un insieme di particelle che interagiscono soltanto quando si creano dei punti di contatto tra le superfici.

In questo elaborato si è utilizzato PFC^{3D} per simulare una serie di test triassiali, a differenti valori di pressioni di confinamento, per valutare l'influenza della forma dei grani sulla deformazione dei provino e per capire se i modelli creati con questo software possano bene adattarsi allo studio delle miscele di conglomerato bituminoso e diventare quindi un ulteriore mezzo di ricerca e applicazione.

La fase di preparazione del provino ha riscontrato diverse difficoltà, dovute al fatto che PFC^{3D} è un programma relativamente nuovo, soprattutto la parte in riferimento all'analisi tridimensionale, per cui non si dispongono di numerose modellazioni da cui prendere spunto. Infatti, le uniche simulazioni fin ora effettuate riguardavano campioni di sabbia monogranulare, o con granulometrie scelte in maniera casuale dal programma di calcolo all'interno di un range dato dall'utente. In questo elaborato invece, era già stata fornita una curva granulometrica di un aggregato, per cui il numero e la dimensione degli elementi

da utilizzare era fissa, dovendo soddisfare sia la % di passante ai setacci, sia la % di porosità richiesta. A ciò è dovuta l'impossibilità di sfruttare metodi di generazione delle particelle effettuati in precedenti modellazioni, come quello per espansione del raggio delle particelle, che risultano più veloci rispetto a quello utilizzato per le mie prove. Lo svantaggio principale della procedura per la creazione del provino descritta nel capitolo 6, è che non si riescono a ottenere sistemi densi, in quanto non sono ammesse sovrapposizioni tra le particelle: per raggiungere configurazioni più compatte è stato necessario realizzare il provino in passi successivi, facendo ciclare il programma per permettere l'azione della forza di gravità e, in aggiunta, in alcuni step si è inserita anche una forza per compattare ulteriormente il provino, al fine di inserire tutte le sfere richieste.

Inoltre le sfere modellate non rappresentano particelle di sabbia, ma una miscela di sfere d'acciaio: si è scelto questo materiale poiché in ottica di eventuali prove in laboratorio, è quello che possiede le migliori caratteristiche di durabilità e di resistenza all'acqua.

Per analizzare l'influenza della forma sulla deformazione del provino, è stata utilizzata la logica del clump, preferendo all'elemento cluster perché nel clump le sfere che lo compongono sono come "incollate" tra loro a formare un elemento che si comporta come un corpo rigido, ed è quindi più adatto a rappresentare il comportamento di una particella.

I test triassiali effettuati sia su modelli a sfere singole, sia su clump, hanno dato buoni risultati in termini di curve *tensione deviatorica - deformazione assiale* e *deformazione volumetrica - deformazione assiale*, che rappresentano i principali strumenti di valutazione della deformazione di un materiale granulare, permettendo inoltre di determinarne la sua resistenza a taglio. Entrambe le famiglie di curve infatti presentano andamenti compatibili con quelli di prove triassiali su differenti materiali: le curve *tensione deviatorica - deformazione assiale* presentano un andamento monotono fino al raggiungimento del picco di rottura, seguito da un andamento a resistenza residua pressoché costante; le curve *deformazione volumetrica - deformazione assiale* seguono un comportamento dilatante, per cui raggiunta la tensione di rottura i provini subiscono un aumento del volume.

Dal confronto tra le curve *tensione deviatorica - deformazione assiale* dei vari provini si è osservato che i clump raggiungono maggiori resistenze sia di picco, sia residue: ciò è imputabile al fatto che i clump assicurano un ingranamento reciproco tra le particelle superiore a quello fornito dalle sfere. Inoltre nel confronto tra clump, la forma del singolo elemento è risultato un fattore fondamentale: un clump con forma irregolare, sviluppa resistenze di picco e residue inferiori a quelli con forma più regolare.

In conclusione l'utilizzo del software PFC^{3D} è risultato adatto a simulare il comportamento a deformazione di un aggregato in funzione della forma delle singole particelle; per completezza vengono di seguito elencati i principali vantaggi e svantaggi del programma.

Vantaggi:

- è un codice di calcolo agli elementi discreti: permette quindi di studiare i parametri microscopici correlati alla risposta macroscopica del materiale;
- il codice è basato sulla risoluzione di due sole equazioni (la legge di forza-spostamento e la legge del moto);
- al programma è abbinato un linguaggio di programmazione *FISH* che consente all'utente di definire nuove variabili e funzioni. In questo modo si possono ampliare le potenzialità del codice lasciando la possibilità di creare programmi specifici adatti a casi particolari.

Svantaggi:

- lunghi tempi di calcolo che, utilizzando gli attuali processori, costringono ad adottare sistemi di dimensioni ridotte o formati da un numero limitato di particelle;
- sono frequenti gli errori del software con conseguente perdita di una simulazione in corso o errori nell'esecuzione che lo portano a non rispondere più ai comandi inseriti;
- difficoltà nel correlare i parametri microscopici da inserire nella modellazione con quelli macroscopici derivanti dalla letteratura o da test di laboratorio;
- la finestra per l'immissione dei comandi e la visualizzazione dei risultati non permette lo scroll del mouse. Di conseguenza in caso di errori nei

comandi immessi il programma non indica la riga in cui sono presenti e per visualizzare i risultati di modellazioni nella loro completezza risulta necessario stamparli su file di testo.

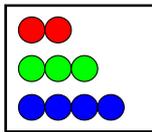
- il software presenta un elevato costo economico.

SVILUPPI FUTURI

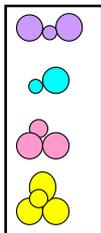
L'esito positivo delle simulazioni effettuate in questo elaborato apre la strada ad eventuali possibilità di future applicazioni.

In termini di modellazione è possibile indagare altri fattori che influenzano la deformazione del materiale:

- L'influenza dell'appiattimento delle particelle mediante clump formati da sfere di ugual diametro, non compenstrate



- L'influenza dell'assortimento granulometrico delle particelle mediante clump formati da sfere di diametro differente, non compenstrate



La scelta dell'acciaio come materiale da modellare è legato alla possibilità di effettuare test triassiali in laboratorio. I vantaggi principali di questa scelta sono:

- l'acciaio possiede una medio-alta resistenza alla ruggine e una facile maneggiabilità;
- la geometria delle sfere in acciaio è facilmente modellabile in termini sia di diametro, sia di sfericità;
- la superficie delle sfere è uniforme ed è nota la relativa tolleranza di fabbricazione.

Relativamente ai clump per individuare la modalità più opportuna al fine di creare in laboratorio particelle di acciaio di forma non sferica è necessario prendere in considerazione diverse possibilità, tenendo in considerazione vari aspetti:

- il vincolo dettato dalla piccola dimensione delle sfere che schematizzano l'aggregato fine della miscela;
- la richiesta di elevata resistenza affinché i clump non si disgreghino durante il test triassiale;
- la facilità di utilizzo del collante;
- l'assenza di residui tossici del collante.

Alla luce di queste considerazioni il collante più adatto è risultato l'acciaio liquido, come mostrato in tabella 1.

<i>Tipo di processo</i>	<i>Pregi</i>	<i>Difetti</i>
Saldatura a filo		Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Colla	Facilità di utilizzo	Diametro minimo delle sfere troppo piccolo
Silicone	Facilità di utilizzo	Scarsa resistenza
Resina ipossidica	Facilità di utilizzo	Tossicità
Acciaio liquido	Facilità di utilizzo Buona resistenza Nessuna tossicità	

Tabella 1: scelta del tipo di collante per realizzare clump di acciaio.

Relativamente alla possibilità di effettuare prove triassiali in laboratorio con sfere d'acciaio è consigliato utilizzare una membrana più spessa rispetto a quella impiegata per prove standard su elementi litici, poiché si può presentare il rischio che le particelle d'acciaio con diametri elevati (1,5-2 cm) rompano la membrana, andando a danneggiare l'apparecchiatura triassiale.

BIBLIOGRAFIA

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

1. Abbas A., Masad E., Papagiannakis T. & Shenoy A., “*Modelling asphalt mastic stiffness using discrete element analysis and micromechanics-based models*”, The International Journal of Pavement Engineering, vol. 6, n. 2, pp. 137–146, 2005;
2. Abbas A., Masad E., Papagiannakis T. & Harman T., “*Micromechanical modeling of the viscoelastic behavior of asphalt mixtures using the discrete-element method*”, International Journal of Geomechanics, vol. 7, n. 2, pp. 131–139, 2007;
3. Abdulshafi, A. and K. Majidzadeh, “*Combo Viscoelastic-Plastic Modelling and Rutting of Asphaltic Mixtures*”. Asphalt Mixtures and Performance, Transportation Research Records, 968 p. 19-31, 1984;
4. Brown S.F., and Co-workers, “*Bituminous Pavements: Materials, Design and Evaluation*”. Residential Course Lecture Notes: School of Civil Engineering, University of Nottingham, 2002;
5. Buttlar, W.G. and Z. You, “*Discrete Element Modelling of Asphalt Concrete: A Microfabric Approach*”. Transportation Research Record, 1757 p. 111-118, 2001;
6. Calvetti F., Combe G. & Lanier J., “*Experimental micromechanical analysis of a 2D granular material: relation between structure evolution and loading path*”, Mechanics of cohesive-frictional materials, Vol. 2, pp. 121–163, 1997;
7. Chang, G.K. and N.J. Meegoda. “*Simulation of the Behaviour of Asphalt Concrete Using Discrete Element Method*”. in *2nd Intl. Conf. On Discrete Element Methods*. M.I.T. 1993;

8. Cheung, C.Y., "*Mechanical Behaviour of Bitumens and Bituminous Mixes*", Ph.D Thesis, Department of Engineering, University of Cambridge, 1995;
9. Cheung, C.Y. and D. Cebon, "*Experiment Study of Pure Bitumen in Tension, Compression and Shear*". *Journal of Rheology*, 41(1) p. 45-73, 1997;
10. Cho N., Martin C.D. & Segol D.C., "*A clumped particle model for rock*", *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, vol. 44, pp. 997-1010, 2007;
11. Collop A.C., McDowell G.R. & Lee Y.W., "*Modelling dilation in an idealised asphalt mixture using discrete element modeling*", *Granular Matter*, vol. 8, pp. 175-184, 2006;
12. Collop A. C., McDowell G. R. & Lee Y., "*Use of the distinct element method to model the deformation behavior of an idealized asphalt mixture*", *The International Journal of Pavement Engineering*, vol. 5, n. 1, pp. 1–7, 2004;
13. Cui L., O'Sullivan C. & O'Neill S., "*An analysis of the triaxial apparatus using a mixed boundary three-dimensional discrete element model*", *Geotechnique*, vol. 57, n. 10 pp. 831-844, 2007;
14. Cundall, P.A. "*A Computer Model for Simulating Progressive, Large-scale Movement in Blocky Rock System*". in *Proc. Symp. Int. Soc. Rock Mech.* Nancy. 1971;
15. Cundall, P.A. and O.D.L. Strack, "*A Discrete Element Model for Granular Assemblies*". *Géotechnique*, 29(1) p. 47-65, 1979;
16. Cundall, P.A. and O.D.L. Strack. "*The Development of Constitutive Laws for Soil Using the Distinct Element Method*". in *Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*. Aachen. 1979;
17. Cundall, P.A., A. Drescher, and O.D.L. Strack, eds. "*Numerical Experiment on Granular Assemblies; Measurements and Observations*". *Deformation and Failure of Granular Materials*, ed. P.A. Vermeer and H.J. Luger. A.A. Balkema: Rotterdam. pp. 355-370. 1982;
18. Cundall, P.A., ed. "*Computer Simulation of Dense Sphere Assemblies*". *Micromechanics of granular materials*, ed. M. Satake and J.T. Jenkins. Elsevier Science Publishers B.V.: Amsterdam. pp. 113-123. 1988;

19. De Josselin de Jong, G. and A. Verruijt, "*Etude photo-élastique d'un empilement de disques*". Cahiers du Groupe Français de Rheologie, 2(1) p. 73-86, 1969;
20. Degiovanni E., "*Analisi sperimentale dei materiali della sovrastruttura stradale attraverso la modellazione agli elementi distinti particellari*", Università degli Studi di Parma, Facoltà di Ingegneria, Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile, 2009;
21. Dolezalova, M., P. Czene, and F. Havel, eds. "*Micromechanical Modeling of Stress Path Effects Using PFC2D Code*". Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky. A.A. Balkema: The Netherlands. 173-181, 2003;
22. Dorby R. and Ng T. T. ed "*Discrete modeling of stress-strain behavior of granular media at small and large strains*". Eng Computation 9: 129-143. 1992;
23. Drescher, A., J.R. Kim, and D.E. Newcomb, "*Permanent Deformation in Asphalt Concrete*". J. of Materials in Civil Engineering, 5(1) p. 112-127, 1993;
24. Dunhill S.T., Airey G.D., Collop A.C., Scarpas A., "*Advanced constitutive modelling of bituminous materials*", International Journal of Pavement Engineering, Taylor & Francis, Vol. 7, N. 3, pg. 153-165, 2006;
25. Eisenmann, J. and A. Hilmer. "*Influence of Wheel Load and Inflation Pressure on the Rutting Effect at Theoretical Investigations*". in *Proc. 6th Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements*. Ann Arbor, Michigan, USA. 1987;
26. Favier J. F., Abbaspour-Fard M. H. & Kremmer M., "*Modeling nonspherical particles using multisphere discrete elements*", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 127, n.10, pp. 971-977, 2001;
27. Fitzgerald J.E., Vakili J., "*Nonlinear Characterization of Sand-asphalt Concrete by Means of Permanent-memory Norms*", Experimental Mechanics, n.13, pg. 504-510, 1973;
28. Harvey, J.A.F., "*Failure Mechanism in Viscoelastic Films*", J. of Materials Science, 38, p. 1021-1032, 2003;

29. Hazzard, J.F., R.P. Young, and S.C. Maxwell, “*Micromechanical Modelling in Cracking and Failure of Brittle Rocks*”. J. Geophysical Research, 105(B7) p. 16683-16697, 2000;
30. Heukelom, W. and A.J.G. Klomp, “*Road Design and Dynamic Loading*”. Proc. Association of Asphalt Paving Technologists, 33 p. 92-125, 1964;
31. Hills, J.F., “*The Creep of Asphalt Mixes*”. J. of. Institute of Petroleum, 59(570) p. 247-262, 1973;
32. Hiroshi T. & Kazuyoshi I., “*Numerical simulation of triaxial test using two and three dimensional DEM*”, Powders and grains, Balkema Editor, 2001;
33. Huang Z., Yang Z. & Wang Z., “*Discrete element modeling of sand behavior in a biaxial shear test*”, Journal of Zhejiang University, vol. 9, pp. 1176-1183, 2008;
34. Ishibashi, I. and Y.C. Chen, eds. “*Dynamic Shear Moduli and Their Relationship To Fabric of Granular Materials*”. Micromechanics of granular materials, ed. M. Satake and J.T. Jenkins. Elsevier Science Publishers B.V.: Amsterdam. 95-102, 1988;
35. Jensen R. P., Bosscher P. J., Plesha M. E. & Edil T., “*DEM simulation of granular media-structure interface: effects of surface roughness and particle shape*”, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 23, pg. 531-547, 1999;
36. Jensen R. P., Edil T., Bosscher P. J., Plesha M. E. & Kahla N., “*Effect of particle shape on interface behaviour of DEM-simulated granular materials*”, The International Journal of Geomechanics, vol. 1, pg. 1-19, 2001;
37. Johnson K.L., “*Contact Mechanics*”, Cambridge University Press., 1985;
38. Judycki J., “*Nonlinear Viscoelastic Behaviour of Conventional and Modified Asphaltic Concrete Under Creep*”, Materials and Structures, n. 25, pg. 95-101, 1992;
39. Katzenbach R. & Schmitt A., “*Micromechanical modelling of granular materials under triaxial and odometer loading*”, Proceedings of the 2nd international PFC symposium, 28-29 October, Kyoto, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publishers, 2004;

40. Khanzada, S., "*Permanent Deformation in Bituminous Mixtures*", Ph.D Thesis, Department of Civil Engineering, University of Nottingham, 2000;
41. Kim. H., Wagoner M., Buttlar W., "*Fracture behaviour of asphalt mixtures using the disk-shaped compact tension test and discrete element method*", 10th International conference on asphalt pavements, Québec City, Canada, 12-17 August, 2006;
42. Kim H., Buttlar G. & Partl M., "*Investigation of fracture toughening mechanisms of asphalt concrete using the clustered discrete element method*", 8th Swiss Transport Research Conference, October 15-17, 2008;
43. Kim H., Wagoner M.P. & Buttlar W.G., "*Simulation of heterogeneous cohesive fracture model in asphalt concrete using discrete element method*", Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 20, No. 8, pp.552-563, 2008;
44. Konietzky H., L. Kamp, and G. Bertrand, eds. "*Modeling of Cyclic Fatigue Under Tension with P.F.C.*" Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky. A.A. Balkema: The Netherlands. 101-105, 2003;
45. Lai J.S., Anderson D., "*Irrecoverable and recoverable Nonlinear Viscoelastic Properties of Asphalt Concrete*", Highway Research Record, n. 468, pg. 73-88, 1973;
46. Lee, Y.W., "*Discrete element modelling of idealised asphalt mixture*", PhD Thesis, The University of Nottingham, Nottingham, UK, 2006.
47. Lethersich W., "*The Mechanical Behaviour of Bitumen*", Journal of the Society of Chemical Industry, Transactions and Communications, n. 61, pg. 101-108, 1942;
48. Lim W. L. & McDowell G. R., "*Discrete element modelling of railway ballast*", Granular Matter, vol. 7, pp. 19–29, 2005;
49. Liu Y., Dai Q. & You Z., "*Viscoelastic model for discrete element simulation of asphalt mixtures*", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 135, No. 4, 2009;
50. Lu M. & McDowell G.R., "*The importance of modeling ballast particle shape in the discrete element method*", Granular Matter, vol. 9, pp. 69-80, 2007;

51. Maynar M. J. & Medina Rodríguez L. E., “*Discrete numerical model for analysis of earth pressure balance tunnel excavation*”, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 131, n. 10, 2005;
52. McDowell, G.R. and O. Harireche, “*Discrete Element Modelling of Soil Particle Fracture*”. Géotechnique, 52(2) p. 131-135, 2002;
53. Micaelo R., Ribeiro J.& Azevedo M., “Discrete element modelling of field asphalt compaction”;
54. Moavenzadeh F., Soussou J., “*Viscoelastic Constitutive Equation for Sand Asphalt Mixtures*”, Highway Research Record, n. 256, pg. 36-52, 1968;
55. Monismith C.L., Secor K.E., “*Viscoelastic Behaviour of Asphalt Concrete Pavements*”, 1st Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements, 1962;
56. Monismith C.L., Alexander R.L., Secor K.E., “*Rheologic Behaviour of Asphalt Concrete*”, Association of Asphalt Paving Technologists, n. 35, pg. 400-450, 1966;
57. Nadai A., “*Theory of Flow and Fracture of solids*”, Vol. 2, McGraw-Hill, 1963;
58. Nougier-Lehon C. , Cambou B. & Vincent E., “*Influence of particle shape and angularity on the behaviour of granular materials: a numerical analysis*”, International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, vol. 27, pp. 1207–1226, 2003;
59. Ng T., “*Triaxial test simulations with discrete element method and hydrostatic boundaries*”, Journal of Engineering Mechanics, vol. 130, n. 10, pp.1188–1194, 2004;
60. O’Sullivan C. & Bray J., “*Relating the response of idealized analogue particles and real sands, Proceedings of the 1st international PFC symposium*”, 6-8 November, Germany, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publisher, 2003;
61. O’Sullivan C., Bray J. & Riemer M., “*Examination of the response of regularly packed specimens of spherical particles using physical tests and discrete element simulations*”, Journal of Engineering Mechanics, vol. 130, pg. 1140-1150, 2004;

62. O'Sullivan C., Bray J. & Riemer M., "*Influence of particle shape and surface friction variability on response of rod-shaped particulate media*", Journal of Engineering Mechanics, vol. 128, pg. 1182-1192, 2004;
63. Pagen C.A., "*Rheological Response of Bituminous Concrete*", Highway Research Record, n. 67, pg. 1-26, 1965;
64. Perl, M., J. Uzan, and A. Sides, "*Visco-Elasto-Plastic Constitutive Law for a Bituminous Mixtures under Repeated Loading*". Asphalt Materials, Mixtures, Construction, Moisture Effects and Sulfur, Transportation Research Record, 911 p. 20-27, 1983;
65. Peutz, M.G.F., H.P.M. van Kempen, and A. Jones, "*Layered Systems under Normal Surface Loads*". Highway Research Record, 228 p. 34-45, 1968;
66. Pierce E. & Cundall K., "*PFC3D modelling of caved rock under draw*", Proceedings of the 1st international PFC symposium, 6-8 November, Germany, Numerical modelling in micromechanics via particles methods, Balkema Publisher, 2003;
67. Potyondy D. O. & Cundall P. A., "*A bonded-particle model for rock*", International Journal of Rock & Mining Sciences, vol. 41, pg. 1329-1364, 2004;
68. Powrie, W., et al., "*Numerical Modelling of Plane Strain Tests on Sands Using a Particulate Approach*". Géotechnique, 55(4) p. 297-306, 2005;
69. Rothenburg, L., et al. "*Micromechanical Modelling of Asphalt Concrete in Connection with Pavement Rutting Problems*". in *7th International Conference on Asphalt Pavements*, 1992;
70. Sadd M.H., Dai Q., "*Microstructural Simulation of Asphalt Materials: Modelling and Experimental Verification*", 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, New York, 2002;
71. Salot C., Gotteland P. & Villard P., "*Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests*", Granular Matter, 2009;
72. Scarpas A., et al., "*Finite Element Simulation of Damage Development in Asphalt Concrete Pavements*", 8th Int. Conf. on Asphalt Pavement, Seattle, 1997;

73. Sides, A., J. Uzan, and M. Perl, “A *Comprehensive Viscoelastic-plastic Characterization of Sand-asphalt Compressive and Tensile Cyclic Loading*”. *J. of Testing and Evaluation*, 13(1) p. 49-59, 1985;
74. Sousa J.B., et al., “A *Non-Linear Elastic Viscous with Damage Model to Predict Permanent Deformation of Asphalt Concrete Mixes*”, 72nd Annual TRB Meeting, Washington D.C., 1993;
75. Sousa J.B., Weissman S.L., “*Modelling Pavement Deformation of Asphalt-aggregate Mixes*”, *Asphalt Paving Technology*, n. 63, pg. 224-257, 1994;
76. Tan S. A., Low B. H. & Fwa T. F., “*Behavior of asphalt concrete mixtures in triaxial compression*”, *Journal of Testing and Evaluation*, vol. 22, n. 3, pp. 195-203, 1994;
77. Tashman L., Masad E., Little D., Zbib H., “A *microstructure-based viscoplastic model for asphalt concrete*”, *International Journal of Plasticity*, Elsevier, Vol. 21, pg. 1659-1685, 2005;
78. Tavaréz A. & Plesha E., “*Discrete element method for modelling solid and particulate materials*”, *International journal for numerical methods in engineering*, 2006;
79. Tebaldi G., “*La fatica nei conglomerati bituminosi*”. Corso SIV 2003 di Alta Formazione alla Ricerca, Università degli studi di Parma, Parma, 2003;
80. Theuerkauf J., Dhodapkar S., Manjunath K., Jacob K. & Steinmetz T., “*Applying the Discrete Element Method in Process Engineering*”, *Chemical Engineering Technologies*, vol. 26, pg. 157-162, 2003;
81. Thomas P. & Bray J. D., “*Capturing nonspherical shape of granular media with disk clusters*”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 125, pg. 169-178, 1997;
82. Thornton, C., M.T. Ciomocos, and K.K. Yin, eds. “*Fracture of Particulate Solids*”. *Powders and Grains*, ed. R.P. Behringer and J.T. Jenkins. Balkema: Rotterdam. 131-134, 1997;
83. Ullidtz, P., et al. “*Verification of Analytical-empirical Method of Pavement Evaluation Based on FWD Testing*”. in *Proc. 6th Int. Conf. on the Structural Design of Asphalt Pavements*, 1987;

84. Ullidtz P., “*Distinct element method for study of failure in cohesive particulate media*”, Transportation Research Record 1757, Paper No. 01-2706;
85. Uthus L., “*Deformation properties of unbound granular aggregates*”, Thesis for the degree of philosophiae doctor, Trondheim, Norwegian University of Science and Technology, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Civil and Transport Engineering, 2007;
86. Uthus L., Hopkins M.A. & Horvli I., “*Discrete element modelling of the resilient behaviour of unbound granular aggregates*”, International Journal of Pavement Engineering, vol. 9, n° 6, pag. 387-395, 2008;
87. Uzan J., “*Asphalt Concrete Characterisation for Pavement Performance Prediction*”, J. Asphalt Paving Technology, n. 65, pg. 573-607, 1996;
88. Van der Poel C. “*Representation of Rheological Properties of Bitumen Over a Wide Range of Temperatures and Loading Times*”, 2nd Int. Congress on Rheology, 1954;
89. Van der Poel C., “*Time and Temperatures Effects on the Deformation of Asphaltic Bitumens and Bitumen-Mineral Mixtures*”, Journal Society of Petroleum Engineers, pg. 47-53, 1955;
90. Wang L., Zhang B., Wang D. & Yue Z., “*Fundamental mechanics of asphalt compaction through FEM and DEM modeling*”, Analysis of pavement materials and systems, 2006;
91. Wanne, T., ed. “*PFC3D Simulation Procedure for Compressive Strength Testing of Anisotropic Hard Rock*”. Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky. A.A. Balkema: The Netherlands. 241-249, 2003;
92. Yohannes B., Hill K. & Khazanovich L., “*Mechanistic modeling of unbound granular materials*”, 2009;
93. You Z., Adhikari S. & Dai Q., “*Three-dimensional discrete element models for asphalt mixtures*”, Journal of Engineering Mechanics, vol. 134, n. 12, 2008;

94. You Z., Buttlar G. & Dai Q., “*Aggregate effect on asphalt mixture properties by modelling particle to particle interaction*”, analysis of asphalt pavement materials and systems, 2006;
95. You Z. & Buttlar W. G., “*Application of discrete element modelling techniques to predict the complex modulus of asphalt–aggregate hollow cylinders subjected to internal pressure*”, Journal of the Transportation Research Board, National Research Council, 1929, 218-226, 2005;
96. You Z. & Buttlar W. G., “*Micromechanical modeling approach to predict compressive dynamic moduli of asphalt mixtures using the distinct element method*”, Journal of the Transportation Research Board, National Research Council, 1970, pp. 73-83, 2006;
97. Zelelew H.M. & Papagiannakis A.T., “*DEM simulation of asphalt concrete uniaxial creep*”, Mairepav6, 2009;
98. Zheng, L., “*Temperature-dependent Visco-elastic-plastic Analysis of Pavement Deformation in Bituminuos Pavements*”, Ph.D. Thesis, South Bank University, 1994;
99. Zhou, J. and Y. Chi, eds. “*Shear-band of Sand Simulated by Particle Flow Code*”. Numerical Modeling in Micromechanics via Particle Methods, ed. H. Konietzky. A.A. Balkema: The Netherlands. 205-210, 2003.

SITI WEB CONSULTATI

www.ascelibrary.org

www.buildup.it

www.engineeringvillage2.org

www.itascacg.com/pfc3d/

www.sba.unibo.it

www.sciencedirect.com