

ALMA Mater Studiorum  
Università degli Studi di Bologna

---

---

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea in Astronomia

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Determinazione della Massa  
in Astrofisica

Elaborato Finale

Candidato:  
Eleonora Mizzoni

Relatore:  
Prof. Daniele Dallacasa

# Indice

1. Introduzione
2. Metodi di misurazione della massa
3. I sistemi doppi
  - La funzione di massa
  - Trasferimento di massa e accrescimento
4. Il diagramma H-R
5. Limite di Chandrasekar
6. La Materia Oscura
7. Criterio di Jeans per la massa
8. Conclusioni

## 1. Introduzione

La massa è una grandezza fisica propria dei corpi materiali ed è una proprietà intrinseca della materia che si può misurare attraverso delle importanti relazioni, tutte scoperte da Newton, ormai qualche secolo fa. Di sicuro, la massa non è il peso di un oggetto; piuttosto il peso di un oggetto è la conseguenza dello “strano” comportamento che ha la materia in quanto dotata di massa.

Esistono due tipi di massa : la massa inerziale e la massa gravitazionale.

Newton osservò che un corpo in quiete o in moto rettilineo uniforme, in un sistema inerziale, cambia il suo stato di moto se sottoposto ad una forza. Ogni corpo, subisce un’accelerazione proporzionale alla forza applicata ed anche ad un’altra grandezza, tipica del corpo: la massa inerziale.

Da queste considerazioni, nacque la famosa seconda legge di Newton:

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

dove maggiore è la massa, maggiore è la forza da applicare per avere una stessa accelerazione. La massa inerziale rappresenta, quindi, la resistenza che un corpo ha a cambiare il suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme: corpi con massa minore vengono accelerati di più rispetto a corpi di massa maggiore, a parità di forza applicata. La massa (inerziale) esiste a prescindere dall’ambiente dove si trova il corpo, sia esso sulla superficie terrestre o nello spazio profondo in completa assenza di gravità. La massa gravitazionale è un’altra proprietà della materia che non ha alcun legame fisico con la sua massa inerziale. Fu sempre Newton a capire il motivo per il quale ogni corpo cade sulla superficie terrestre: tra due corpi esiste una forza, sempre attrattiva, inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza e direttamente proporzionale alle masse gravitazionali dei due corpi e ad una costante  $G$ , detta costante di gravitazione universale.

La forza che riesce a far cadere una mela da un albero è responsabile del moto dei pianeti e dell’intero universo e viene definita come:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r_{1,2}^2} \quad (1)$$

Le masse  $m_1$  e  $m_2$  sono chiamate masse gravitazionali e descrivono le proprietà dei corpi di attrarre altri corpi.

Tuttavia, la massa inerziale e la massa gravitazionale, pur descrivendo due proprietà completamente diverse della materia, hanno in realtà lo stesso identico valore.

Galileo notò che, in assenza di attrito, tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione, indipendentemente dalla loro massa e, se lasciati cadere allo stesso istante, toccano terra contemporaneamente. Questo comportamento è giustificabile dal punto di vista

fisico, solo assumendo che la massa inerziale sia uguale a quella gravitazionale.

In relatività ristretta, si definisce la massa relativistica che non è più una proprietà intrinseca della materia ma dipende dallo stato della stessa e dal sistema di riferimento ed è direttamente proporzionale all'energia della particella. Tuttavia, si può definire un invariante relativistico: la massa a riposo, che si riconduce al caso in cui la particella sia ferma, con velocità nulla.

La determinazione della massa dei corpi celesti è una delle misurazioni più difficili da effettuare a causa di problemi osservativi ma è un fattore importante che serve per ottenere altre grandezze. Per esempio:

- La determinazione esatta delle orbite che percorrono le stelle nei sistemi binari o dei pianeti (e i loro satelliti) nel Sistema Solare;
- La determinazione della densità media e della composizione chimica, ipotesi sulla struttura interna e sulla stessa dinamica dei pianeti o delle stelle e l'eventuale presenza di un campo magnetico;
- Importanti indizi sulla nascita ed evoluzione del sistema solare;
- La determinazione della massa del Sole e della nostra Luna che consente di avere informazioni sull'evoluzione stellare e del nostro sistema.

## 2. Metodi di misurazione della massa

Ci sono sostanzialmente tre modi per stimare la massa dei corpi celesti:

- Come prodotto tra il volume e la sua densità media, che dipende dalla composizione chimica. Questo metodo è, però, molto approssimato.
- Si misura l'accelerazione media di gravità di un corpo celeste inviando una sonda e calcolando l'accelerazione a cui è sottoposta e se ne calcola accuratamente la massa, tramite la formula:

$$M = \frac{gr^2}{G} \quad (2)$$

Questo metodo è tra i più precisi ma è anche quello più difficile da realizzare a causa dell'utilizzo di sonde e, proprio a causa di ciò, è quindi limitato al nostro Sistema Solare.

- Terza legge di Keplero: si ottiene con ottima precisione la massa di un qualunque corpo celeste che possiede un satellite molto meno massiccio. Con questo metodo si può calcolare la massa del Sole e della Luna.

Quest'ultima modalità contiene la teoria di gravitazione di Newton e, nella sua forma esatta, afferma che per un sistema di due corpi il periodo di rivoluzione è dato da:

$$P = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G(M_1 + M_2)}} \quad (3)$$

dove  $a$  è il semiasse maggiore,  $M_1$  ed  $M_2$  sono le masse dei due oggetti presi in considerazione.

La richiesta principale è che i corpi orbitino intorno ad un comune centro di massa.

### 3. I sistemi doppi

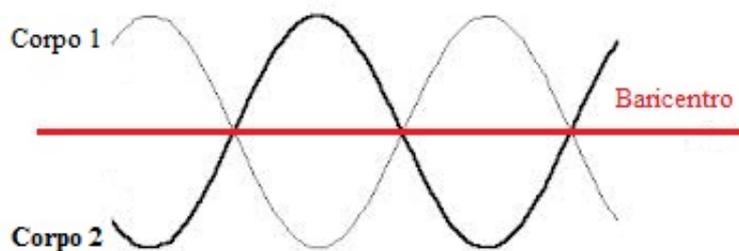
I sistemi doppi o binari sono formati da due stelle che orbitano intorno ad un comune centro di massa e rivestono un ruolo importante in astrofisica perché il calcolo delle orbite permette di stimare la massa delle due componenti, insieme ad altri elementi come raggio e densità.

Nel caso delle binarie visuali, ad esempio, si può utilizzare la terza legge di Keplero per avere una stima delle masse. Riprendendo la formula (2) e dividendola per il periodo della Terra, otteniamo:

$$m_1 + m_2 = \left(\frac{\alpha}{p''}\right)^3 \frac{1}{P^2} \quad (4)$$

dove  $p''$  è l'angolo compreso tra due punti di osservazione dello stesso oggetto, detto angolo di parallasse, grazie al quale si può calcolare la distanza.

Per trovare le masse bisogna osservare il moto delle singole componenti: queste ruotano attorno al baricentro, che ha un moto rettilineo uniforme. Nella figura sottostante è rappresentato l'andamento dei due corpi.



Le due componenti disegnano due sinusoidi tagliate dall'unica retta per cui vale la relazione:  $m_1 a_1 = m_2 a_2$ . Il rapporto tra le dimensioni è costante e sostituendo  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m_2}{m_1}$  nell'equazione (3) si ottengono le singole masse.

## • La funzione di massa

In generale, la frequenza delle onde cambia in relazione al moto relativo tra sorgente e osservatore a causa dell'effetto Doppler. Sfruttando questo fatto osservativo è possibile calcolare la massa di un sistema stellare binario spettroscopico.

Il periodo delle due stelle è il medesimo ma noi riusciamo a vedere solo quella di massa maggiore ( $M_1$ ) che è anche quella più vicina al baricentro del sistema, avendo un'orbita minore e una velocità inferiore rispetto alla stella di massa minore ( $M_2$ ). Ponendoci nella condizione di orbita circolare, definiamo le costanti:

$$(a)K_1 = \frac{2\pi a_1 \sin i}{p(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} = \text{cost} \quad (b)K_2 = \frac{2\pi a_2 \sin i}{p(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} = \text{cost} \quad (5)$$

così che il loro rapporto ci dia quello tra le masse delle stelle.

Per trovare i singoli valori di  $M_1$  e  $M_2$  si applica la terza legge di Keplero (equazione 3) ottenendo

$$M_1 = \frac{(a_1 + a_2)^3}{p^2(1 + \frac{a_1}{a_2})} \quad (6)$$

Non conoscendo il valore di  $a_1$  singolarmente ma solo il suo prodotto con il  $\sin i$ , moltiplicando il tutto per questo fattore elevato al cubo, otteniamo:

$$(a)M_1 \sin^3 i = \frac{(a \sin i)^3}{p^2(1 + \frac{a_1}{a_2})} \leq M_1 \quad (b)M_2 \sin^3 i = \frac{(a \sin i)^3}{p^2(1 + \frac{a_2}{a_1})} \leq M_2 \quad (7)$$

che sono i limiti inferiori della massa delle due stelle.

Se il sistema binario è a due spettri ed è anche ad eclissi, si può calcolare  $i, a_1$  e  $a_2$  in unità spaziali, i raggi in dimensioni reali, le singole masse, la temperatura e la luminosità. Se il sistema è ad un solo spettro, non vedendo l'orbita della seconda stella, si può ugualmente applicare la terza legge di Keplero ottenendo la funzione di massa definita come:

$$\frac{(a_1 \sin i)^3}{p^2} = \frac{(m_2 \sin i)^3}{(m_1 + m_2)^2} = F(M) \quad (8)$$

che fornisce il limite inferiore della massa della stella di cui non si vede l'orbita.

Tuttavia, il numero di sistemi binari per cui sono state ottenute le masse stellari è esiguo ma altre indicazioni indirette consentono di ritenere che le masse stellari variano in un intervallo limitato che va da 0,1 M solari a 50-60 M solari.

## • Trasferimento di massa e accrescimento

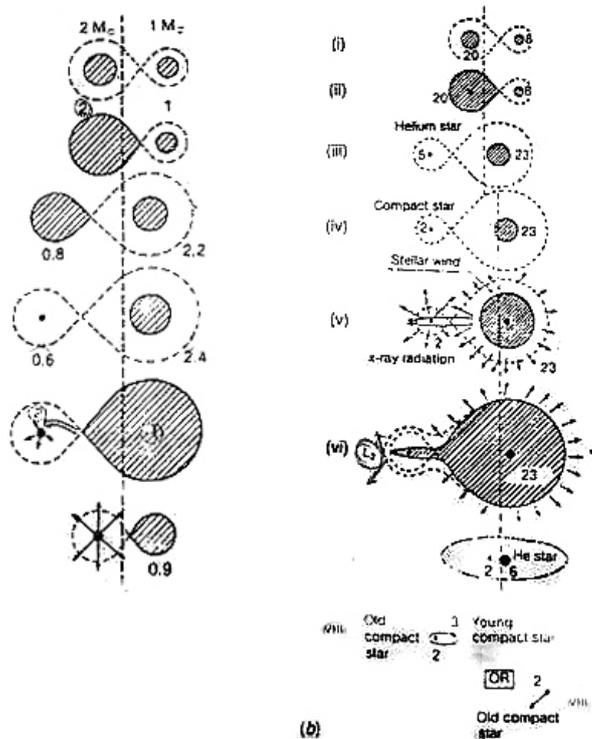
Le stelle binarie possono essere classificate anche in base alla distanza che le separa. Nei sistemi larghi o wide le componenti evolvono come due stelle singole mentre nei sistemi stretti o close, a prescindere dalla configurazione iniziale, le due stelle prima o poi si scambieranno materia cambiando lo sviluppo del sistema.

Introduciamo il lobo di Roche: questa è una superficie che può essere descritta, sotto opportune condizioni, da un potenziale che delimita un'area contenente del materiale legato gravitazionalmente ad una delle due stelle del sistema doppio. Si hanno quindi due lobi di Roche, uno per stella, che si incontrano in un punto detto  $L_1$  o punto lagrangiano a equilibrio instabile.

Se una stella evolve e raggiunge la superficie limite di Roche, la materia passa dal punto  $L_1$  e viene trasferita alla compagna cambiando così il periodo e le dimensioni dell'orbita del sistema secondo la relazione

$$a = \frac{\alpha}{(m_1 m_2)^2} \quad (9)$$

Nella figura sottostante vengono riportati due esempi di evoluzione di sistemi binari.



A) In un sistema di piccola massa, all'inizio entrambe le stelle sono sulla sequenza principale del diagramma H-R (i); quella di 2M solari diventa una gigante rossa e tocca la superficie di Roche trasferendo materia alla compagna (ii) che accresce la propria massa e diventa più grande mentre la gigante rossa è passata alla fase di nana bianca (iv); la seconda stella accresce la propria massa sino a toccare a sua volta la superficie di Roche e a trasferire materia alla nana bianca (v) che supera il limite di Chandrasekhar ed esplose come una supernova di tipo I (vi).

B) In un sistema binario massivo, con entrambe le componenti sulla sequenza principale, la stella con massa maggiore raggiunge presto la superficie di Roche (ii) e comincia il trasferimento di materia fino a quando la stella di Elio (iii) non collassa in una stella compatta di 2M solari, che può essere una stella di neutroni o un buco nero; (iv) la compagna diventa una gigante e trasferisce materia alla prima che diventa una forte sorgente di raggi X mentre il vento stellare disperde materia (v); si raggiunge anche il secondo punto lagrangiano, la materia viene dispersa e la stella più massiva diventa una stella di He con 6 masse solari (vii) che esplose come una supernova che può distruggere o meno il sistema binario (viii).

Oggetti collassati come nane bianche, stelle di neutroni o buchi neri catturano la materia che cade sull'oggetto con un movimento a spirale, a causa della conservazione del momento angolare.

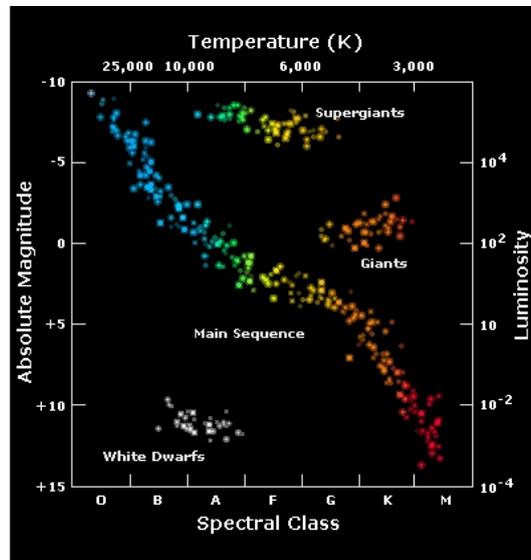
L'accrescimento svolge un ruolo importante nei processi di formazione stellare e dei pianeti. Gli effetti più rilevanti si osservano nei sistemi doppi e nei nuclei galattici attivi.

## 4. Il diagramma H-R

Introduciamo brevemente il diagramma H-R, dalle iniziali di Hertzsprung e Russel, che sarà utile per comprendere meglio la descrizione dell'evoluzione stellare e delle fasi che sono state descritte nel precedente paragrafo. Mettendo in relazione la luminosità e la temperatura di una stella, possiamo vedere la posizione che essa occupa all'interno del grafico e a che stadio si trova della sua vita. Le stelle evolvono secondo un determinato percorso che dipende in particolar modo dalla loro massa, a cui è legata anche la luminosità secondo la relazione  $L \propto M^3$ .

Lungo l'ordinata si riportano i valori della luminosità ed in ascissa la loro temperatura (i cui valori crescono andando verso sinistra). Le zone evidenziate individuano le diverse fasi dell'evoluzione stellare: la maggior parte dei punti è concentrata su una diagonale, detta sequenza principale (main sequence), regione di stabilità lungo la quale le stelle passano la maggior parte della loro vita; in alto a sinistra si trovano le stelle più giovani

fino a scendere alle stelle più vecchie, che stanno esaurendo l'idrogeno.



A seconda della massa, alcune stelle diventeranno giganti o supergiganti rosse, nane bianche o buchi neri.

A grande massa corrisponde grande luminosità quindi, in alto a destra, troveremo le stelle giganti (giants), la cui dimensione è decine di volte maggiore di quella del Sole, e, più in alto, le supergiganti (supergiants), centinaia di volte più grandi del Sole.

Le stelle più calde irradiano di più e sono quelle con maggiore luminosità: si trovano quindi in alto a sinistra nella sequenza principale. In basso si trovano le nane bianche (white dwarfs): sono stelle di alta temperatura ma piccole e poco luminose.

Il diagramma H-R fornisce informazioni anche sul raggio, dato che la luminosità dipende dalla temperatura e dalla superficie. Il raggio cresce spostandosi dalla zona in basso a sinistra (alta temperatura e bassa luminosità) verso quella in alto a destra.

## 5. Limite di Chandrasekhar

Nel paragrafo sull'accrescimento si è fatta menzione della massa di Chandrasekhar per le nane bianche che può essere definita come il limite superiore della massa di un corpo che si oppone al collasso gravitazionale. Questo collasso è contrastato dalla pressione degli elettroni degeneri.

La compressione a cui è soggetta la nana bianca aumenta la densità degli elettroni che, secondo il principio di esclusione di Pauli, non possono occupare tutti contemporaneamente il livello di energia minore ma devono disporsi su livelli di energia sempre più elevati in base alla densità dell'oggetto. Lo stato, così definito, viene detto degenerare e

fornisce alla stella l'energia necessaria per mantenere l'equilibrio idrostatico. Tuttavia, all'aumentare della massa della stella il raggio si riduce secondo la relazione

$$R \propto M^{-1/3} \quad (10)$$

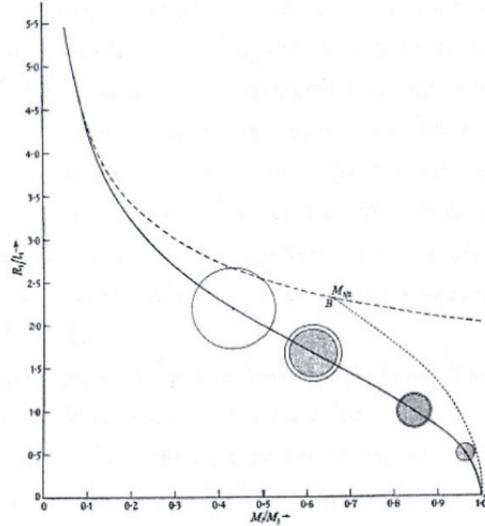
e, ad un certo punto, deve instaurarsi un regime relativistico dovuto alla maggiore velocità degli elettroni nel gas che portò Chandrasekhar a dimostrare l'esistenza di una massa limite dalla relazione massa-raggio. Facendo il rapporto tra la pressione centrale del gas e la pressione degenera, si ottiene una relazione che dipende esclusivamente dalla massa e non dalla densità:

$$\frac{P_c}{P} = \frac{M_s^{2/3} \rho_{media}^{4/3}}{const \rho_{media}^{4/3}} = M_s^{2/3} \quad (11)$$

che diventa insostenibile per masse superiori alla massa limite di Chandrasekhar:

$$M_{ch} \approx 5,76 \mu_e^{-2} M_{sole} \approx 1,44 M_{sole} \quad (12)$$

se prendiamo il peso molecolare medio  $\mu \approx 2$ , che vale in generale per la materia fortemente ionizzata priva di idrogeno.



La linea continua rappresenta la relazione reale, quella tratteggiata la relazione  $R \propto M^{-1/3}$ . Lungo la linea continua sono mostrate alcune configurazioni: la regione scura mostra la porzione di nana bianca soggetta a regime relativistico, quella chiara a regime ordinario. Il regime relativistico si instaura in corrispondenza di una certa massa e continua a crescere con essa.

## 6. La Materia Oscura

Inizialmente indicata come “massa mancante”, la materia oscura non è direttamente osservabile o individuabile tramite analisi spettroscopica, visto che non emette radiazione elettromagnetica, ma si manifesta tramite i suoi effetti gravitazionali.

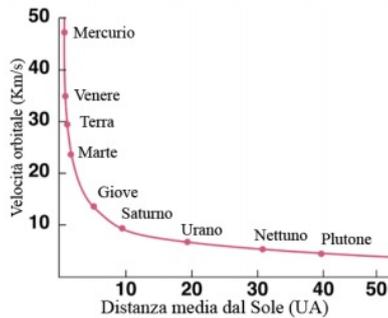
Prove evidenti della presenza di materia oscura ci vengono fornite, ad esempio, dalle lenti gravitazionali: fenomeni caratterizzati dalla deflessione della radiazione, emessa da una sorgente lontana, quando incontra una massa sul suo percorso.

Tramite l’osservazione di migliaia di immagini, furono osservate deviazioni da parte della luce anche in punti dove non vi erano masse visibili.

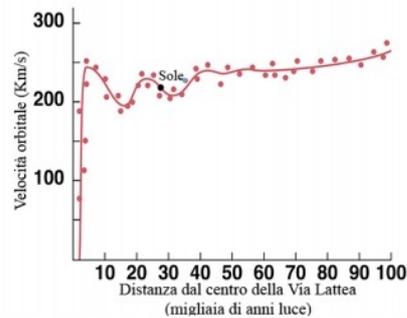
Un altro esempio può essere fornito dalla curva di rotazione delle galassie, oggetti di enormi dimensioni contenenti dalle decine di milioni fino a mille miliardi di stelle, che ruotano attorno ad un comune centro di massa. Nelle zone del disco più esterne delle galassie a spirale, possiamo utilizzare una semplice relazione per descrivere il moto delle stelle attorno ad un centro di massa grazie alle leggi di Keplero; se  $M$  è la somma delle masse degli oggetti presenti nella galassia, la velocità orbitale sarà  $|v| = \sqrt{\frac{GM}{|r|}}$  e quella angolare  $|\omega| = \frac{|v|}{|r|}$ ; supponendo che la distribuzione di massa sia uniforme, sostituendo in modulo otteniamo :

$$|\omega| = \sqrt{\frac{GM}{|r|^{3/2}}} \quad (13)$$

Il grafico (1) mostra l’andamento delle velocità dei pianeti del sistema solare in base alla legge di Keplero mentre nel grafico (2) è rappresentata la curva di rotazione della Via Lattea.



(1)

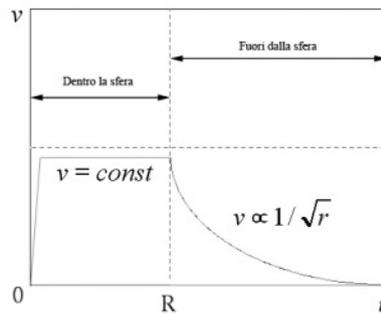


(2)

Come è facile notare, la distribuzione non è di tipo kepleriano ma è praticamente piatta e si può ricondurre al caso ideale di un corpo immerso in una distribuzione di massa uniforme.

Consideriamo un caso ideale: se un oggetto si trova sulla superficie terrestre e se ne

allontana, per restare in orbita deve avere una velocità orbitale di tipo kepleriano che diminuisce con l'aumentare della distanza; se l'oggetto è al centro della terra ed è circondato da materia, la gravità cresce linearmente andando dal centro verso l'esterno ed è massima sulla superficie (solo se la densità viene considerata uniforme). La velocità è quindi legata al campo gravitazionale attraverso la seconda legge della dinamica ed è costante all'interno della sfera, come si evince dal grafico sottostante.



Ritornando alla nostra galassia, ci si aspetterebbe una diminuzione della velocità di rotazione che, invece, risulta costante oltre un certo raggio. La curva di rotazione piatta e costante significa che siamo ancora all'interno della galassia e che ci sia una quantità di materia che non siamo in grado di vedere, sia lungo il disco che al suo esterno, la cui esistenza viene postulata solo sulla base dell'attrazione gravitazionale esercitata su stelle e pianeti.

Bisogna considerare anche altri risultati: le stelle nelle regioni periferiche ruotano con velocità orbitali di 100 km/s che sono superiori alla velocità di fuga da una galassia, considerando solo la materia visibile.

Le stelle periferiche dovrebbero quindi lasciare la Via Lattea e molte galassie non dovrebbero neanche esistere perché non sarebbero verificate le condizioni dinamiche. Se questo non succede, deve esserci necessariamente della massa a noi "oscura" che aumenta il campo gravitazionale della galassia permettendo delle velocità così alte.

Stesso discorso per le galassie all'interno degli ammassi: dall'analisi del moto di rotazione delle singole componenti si può risalire ad una stima della massa totale dell'ammasso che è di gran lunga superiore a quella stimata in base alla sola materia luminosa. Anche qui, considerando solo la massa dovuta alla materia visibile, non potremmo giustificare delle velocità di rotazioni maggiori della velocità di fuga mettendo in dubbio l'esistenza stessa dell'ammasso di galassie.

Di seguito, viene riportato un calcolo sulla dispersione di velocità nell'ammasso della Chioma di Berenice, applicando il teorema del viriale, da parte di Zwicky nel 1933. Supponendo che l'ammasso sia a simmetria sferica ed in condizioni di equilibrio, le galassie possono essere considerate come degli elementi di un fluido in equilibrio idrostatico e

si può applicare il teorema del viriale:

$$\langle 2T \rangle + \langle U \rangle = 0 \quad (14)$$

Supposta una distribuzione di velocità isotropa dei membri dell'ammasso:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3\langle v_{\parallel}^2 \rangle \quad (15)$$

e la distribuzione di velocità indipendente dalla massa

$$\langle 2T \rangle = \left\langle \frac{1}{2} \sum_j m_j v_j^2 \right\rangle = \frac{3}{2} M \langle v_{\parallel}^2 \rangle \quad (16)$$

L'energia potenziale può essere scritta come:

$$\langle U \rangle \simeq \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (17)$$

ed applicando il teorema del viriale:

$$\langle 2T \rangle + \langle U \rangle = 0 \quad 2\frac{3}{2}M\langle v_{\parallel}^2 \rangle = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (18)$$

si ottiene:

$$M \simeq R \frac{\langle v_{\parallel}^2 \rangle}{G} \quad (19)$$

con  $\langle v_{\parallel}^2 \rangle$  che viene misurato dalla dispersione per effetto Doppler e, generalmente, vale  $v_{\parallel} \simeq 1000 \text{ km s}^{-1}$ , e con  $R \simeq 1 \text{ Mpc}$ . Introducendo la materia oscura, si giustificano le dinamiche stellari e l'esistenza degli ammassi come oggetti stabili nel tempo.

Un modo per stimare l'effettiva presenza di materia oscura è tramite il rapporto massa-luminosità, accennato in precedenza.

La procedura consiste nel misurare, rispetto al Sole, la luminosità di una galassia e, analizzando il moto delle componenti (stelle, galassie), stimare la massa effettuando infine il rapporto con la luminosità. In genere, ci si riferisce al valore del rapporto per il Sole e, ponendolo pari ad 1, si hanno tipici valori sperimentali:

Sole 1

Via Lattea(100kpc) 30

Galassia spirale 2-6

Galassia ellittica 5-25

Ammassi galassie 250-500

Il numero che si ottiene ci dice su quante volte la massa totale è maggiore di quella

responsabile dell'emissione di radiazione. Per le galassie a spirale, i valori oscillano tra 2 e 6 a causa della forma, della composizione e della distribuzione di materia al loro interno.

Esistono varie ipotesi sulla materia oscura: potrebbe essere formata da stelle poco luminose e di piccola massa che non si riconoscono con mezzi ottici; buchi neri la cui forza gravitazionale cattura le radiazioni luminose; potrebbe essere composta da neutrini, particelle prive di carica con una massa non misurabile con i metodi attuali. Sono particelle difficili da individuare ma vengono prodotte in abbondanza nei processi termonucleari. Si tratta, comunque, solo di ipotesi dato che il problema sulla natura della "massa mancante" è ancora aperto.

## 7. Criterio di Jeans per la massa

Il fisico britannico Sir James Jeans studiò le nubi gassose e, in particolare, il loro collasso gravitazionale dimostrando che, sotto opportune condizioni, una nube poteva diventare instabile e collassare con conseguente formazione stellare.

Una nube di gas che ha una pressione interna che contrasta quella gravitazionale è in equilibrio idrostatico, secondo la relazione:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{G\rho M_{nube}}{r^2} \quad (20)$$

L'equilibrio si mantiene se le piccole perturbazioni si dissipano in un tempo relativamente breve.

Se consideriamo una regione sferica di raggio  $R$  e densità media  $\rho$ , queste sono legate alla massa secondo la relazione

$$M \propto \rho R^3 \quad (21)$$

con le particelle che hanno velocità  $v$ . Valutando la forza di pressione  $F_p$  e la forza di gravità  $F_g$ :

$$F_p \simeq -\frac{v^2}{R} \quad F_g \simeq \frac{GM}{R^2} \simeq G\rho R \quad (22)$$

ed eguagliandole, si ottiene una lunghezza caratteristica detta *scala di Jeans* che rappresenta il limite inferiore del raggio della nube:

$$R_j = v\sqrt{\frac{1}{G\rho}} \quad (23)$$

Se  $R > R_j$  la nube collassa sotto la forza di gravità dando origine a nuove stelle, altrimenti la perturbazione è cancellata e il sistema torna in equilibrio.

Lo stesso discorso si può fare su scale temporali: paragonando il tempo gravitazionale di

free-fall  $\tau_{ff}$  (tempo impiegato della perturbazione a collassare sotto la propria gravità) e il tempo idrodinamico  $\tau_h$  (tempo necessario a ristabilire l'equilibrio):

$$\tau_{ff} \simeq \frac{1}{G\rho} \qquad \tau_h \simeq \frac{2R}{v} \qquad (24)$$

si può vedere come per  $\tau_h < \tau_{ff}$  prevalgano le forze di pressione e il sistema ritorni in equilibrio; in caso contrario, prevale la gravità e il sistema collassa.

## 8. Conclusioni

In queste poche pagine, è stato introdotto il concetto di massa e l'importanza che riveste questa grandezza in astronomia prendendo alcuni esempi che mostrano come può essere determinata la massa, riassunti qui di seguito.

Partendo dal primitivo concetto di grandezza legata alla quantità di materia di cui è fatto un corpo, si è arrivati a definire la massa come quella quantità che misura le proprietà gravitazionali e inerziali di un oggetto.

Tra i fenomeni più importanti che riguardano la massa, la teoria dell'accrescimento occupa uno dei primi posti. Le singole componenti di un sistema evolvono, col tempo, tramite il trasferimento di materia da un corpo all'altro, in stadi successivi e si spostano sul diagramma H-R dandoci la possibilità di ricavare altri valori, quali la luminosità, la temperatura e il tempo di vita.

La massa è il parametro su cui si basano le teorie di Chandrasekhar e Jeans: entrambi hanno studiato gli oggetti celesti e stabilito dei valori limite, superati i quali, l'oggetto collassa a causa della pressione gravitazionale e dà luogo a stelle di neutroni o buchi neri, nel caso di una nana bianca, oppure ha come conseguenza la formazione di nuove stelle, nel caso delle nubi studiate da Jeans.

Questo ci consente di avere un'idea della grandezza dell'universo e della materia presente in esso e, particolare attenzione, deve essere prestata alla materia oscura. Di questa massa non si hanno riscontri visivi perchè è, appunto, oscura e non emette radiazioni. Conferme della sua esistenza ci vengono date dal fatto che, considerando solo la materia presente, non si hanno riscontri tra teoria ed evidenze sperimentali, come mostrato per il grafico della velocità di rotazione delle galassie che non segue un andamento kepleriano ma è costante, come se ci fosse ancora materia a circondare gli oggetti nella galassia.

Concludendo, si può dire che la determinazione della massa degli oggetti astronomici è un processo complesso che può essere realizzato solo in maniera indiretta, utilizzando le conoscenze fisiche e gli strumenti a nostra disposizione, ma che permette di testare la validità della fisica che abbiamo scoperto in condizioni che, sulla terra, non sono accessibili.

I metodi sviluppati per determinare la massa hanno portato ad un avanzamento della conoscenza sul nostro universo e, in particolare, sul contenuto di materia presente in esso che, come visto precedentemente, è una quantità di gran lunga superiore a quella che credevamo e, sicuramente, nuovi metodi porteranno a nuove scoperte, in futuro.

## Bibliografia

- [www.ge.infn.it/~gracco/Astr\\_part\\_0708/8\\_Mat\\_Osc.pdf](http://www.ge.infn.it/~gracco/Astr_part_0708/8_Mat_Osc.pdf)
- [docs.kde.org/stable/it/kdeedu/kstars/ai-darkmatter.html](http://docs.kde.org/stable/it/kdeedu/kstars/ai-darkmatter.html)
- [www.lngs.infn.it/lngs\\_infn/index.htm?mainRecord](http://www.lngs.infn.it/lngs_infn/index.htm?mainRecord)
- [www.lngs.infn.it/lngs\\_infn/contents/lngs\\_it/public/educational/physics/darkmatter/](http://www.lngs.infn.it/lngs_infn/contents/lngs_it/public/educational/physics/darkmatter/)
- [www.cosmored.it/Astroschede/Fis.html](http://www.cosmored.it/Astroschede/Fis.html)
- [www.brera.unimi.it/sisfa/atti/atti2005/C05-Cenadelli.pdf](http://www.brera.unimi.it/sisfa/atti/atti2005/C05-Cenadelli.pdf)
- [www.danielegasparri.com/Italiano/libri/galassie/capitolo\\_galassie.pdf](http://www.danielegasparri.com/Italiano/libri/galassie/capitolo_galassie.pdf)
- [www.bo.astro.it/sait/spigolature/spigo110base.html](http://www.bo.astro.it/sait/spigolature/spigo110base.html)
- [archive.oapd.inaf.it/pianetav/modelli/L21\\_03S.html](http://archive.oapd.inaf.it/pianetav/modelli/L21_03S.html)
- [www.astro.unipd.it/cosmo/TArchive/lrbiondi.pdf](http://www.astro.unipd.it/cosmo/TArchive/lrbiondi.pdf)
- [www.lezionidiastronomia.it/astrofisica/pdf/Massa\\_gasparri.pdf](http://www.lezionidiastronomia.it/astrofisica/pdf/Massa_gasparri.pdf)
- [www.lezionidiastronomia.it/cosmologia/pdf/dark\\_matter\\_gasparri.pdf](http://www.lezionidiastronomia.it/cosmologia/pdf/dark_matter_gasparri.pdf)
- [astrofisica.altervista.org/doku.php?id=c07:07\\_limite\\_chandrasekhar](http://astrofisica.altervista.org/doku.php?id=c07:07_limite_chandrasekhar)
- Astronomy: A Physical Perspective, Marc L. Kutner. Cambridge
- Elementi di Astronomia, Pietro Giannone. Pitagora Editore Bologna.