

ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITÀ DI
BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
-Sede di Forlì-

CORSO DI LAUREA
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Classe L-9

ELABORATO FINALE DI LAUREA IN
PROPULSIONE AEROSPAZIALE

Implementazione di un codice di calcolo
Random Close per un propellente solido

Candidato

Ouisse Hamza

Relatore

Prof. Fabrizio Ponti

Correlatore

Ing. Domenico Fedele

Anno accademico 2013/2014

Sessione: I

إِذَا مَا الْعِلْمُ لَابَسَ حَسَنَ خَلْقٍ ... فَرَجَ لِأَهْلِهِ خَيْرًا كَثِيرًا
وَمَا إِنْ فَازَ أَكْثَرُنَا عُلُومًا ... وَلَكِنْ فَازَ أَسْلَمْنَا ضَمِيرًا
وَلَيْسَ الْغِنَى إِلَّا غِنَى الْعِلْمِ إِنَّهُ ... لِنُورِ الْفَتَى يَجْلُو ظِلَامَ افْتِقَارِهِ
وَلَا تَحْسِبَنَّ الْعِلْمَ فِي النَّاسِ مَنْجِيًّا ... إِذَا نَكَبْتَ أَخْلَاقَهُمْ عَنِ مَنَارِهِ
وَمَا الْعِلْمُ إِلَّا النُّورُ يَجْلُو دَجَى الْعَمَى ... لَكِنْ تَزِيغُ الْعَيْنُ عِنْدَ انْكَسَارِهِ
فَمَا فَاسِدُ الْأَخْلَاقِ بِالْعِلْمِ مَفْلَحًا ... وَإِنْ كَانَ بَحْرًا زَاخِرًا مِنْ بَحَارِهِ
[مَعْرُوفُ الرَّصَافِيِّ]

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Professore Fabrizio Ponti per avermi permesso di sviluppare questa tesi e per la disponibilità dimostrata.

Un doveroso ringraziamento va anche al mio correlatore L'Ing. Domenico Fedele, senza i cui preziosissimi consigli, la pazienza e la gentilezza non sarei mai riuscito a completare il lavoro.

Un sentito ringraziamento ai miei genitori, che con il loro incrollabile sostegno, mi hanno permesso di raggiungere questo traguardo.

Un ultimo ringraziamento ai compagni di studi, per essermi stati vicini sia nei momenti difficili, sia nei momenti felici: sono stati per me più veri amici che semplici compagni.

FLEYOU

Indice

Elenco dei simboli	6
Elenco delle figure	8
Elenco delle tabelle	12
Sommario	13
1. Cenni storici	15
1.1 Cenni sui razzi	15
1.2 L'evoluzione dei combustibili	22
2. Propulsione a Razzo	27
2.1 Definizione della propulsione	27
2.2 Equazioni fondamentali della propulsione a razzo	30
2.3 Propulsione a liquido	35
2.3.1 Monopropellenti	39
2.3.2 Bipropellenti	41
2.4 Propulsione ad ibrido	43
2.5 Propulsione a solido	48
2.6 Propellenti solido	53

2.6.1 Propellenti solidi omogenei o doppia base	59
2.6.2 Propellenti solidi eterogenei o compositi	60
3. L'impacchettamento	65
3.1 Introduzione	66
3.2 Impacchettamento casuale	68
3.3 Tecniche dell'impacchettamento	71
3.3.1 Dynamic techniques	72
3.3.2 Constructive techniques	75
4. Implementazione del codice	81
4.1 Descrizione del codice	81
5. Simulazioni	95
5.1 Alcuni concetti fondamentali	95
5.2 Simulazioni con il monomodale	96
5.3 Simulazioni con il bimodale	98
Conclusioni	109
Bibliografia	112

Elenco dei simboli

M_m	massa del missile	[Kg]
V_m	velocità del missile	$[\frac{m}{s}]$
M_g	massa dei gas espulsi	[Kg]
V_g	velocità dei gas espulsi	$[\frac{m}{s}]$
F_1	forza che agisce sul razzo	[N]
F_2	forza che agisce sul gas combusto in direzione opposta al moto del razzo	[N]
M_b	massa totale a combustibile esaurito	[Kg]
v_b	velocità del razzo a combustibile esaurito	$[\frac{m}{s}]$
A_e	superficie dell'ugello da dove il gas esce	$[m^2]$
P_e	pressione del gas all'uscita	$[\frac{N}{m^2}]$
P_a	pressione ambiente	$[\frac{N}{m^2}]$
I_{sp}	impulso specifico	[s]
I_t	impulso totale	[Ns]
t_b	tempo di burnout	[s]
M_p	massa del propellente	[kg]
\dot{m}	portata totale di massa	$[\frac{kg}{s}]$

g_0	accelerazione di gravità al livello del mare	$[\frac{m}{s^2}]$
r	velocità di combustione	$[mm/s]$
A_t	area della sezione di gola	$[m^2]$
F	spinta del razzo	$[N]$
p_c	pressione nella camera di combustione	$[\frac{N}{m^2}]$
p_a	pressione atmosferica	$[\frac{N}{m^2}]$
C_F	coefficiente di spinta	$[-]$
ε	rapporto di aree	$[-]$
A_b	superficie di combustione	$[m^2]$
T_c	Temperatura di combustione	$[^\circ C]$
$V_{dominio}$	volume del contenitore	$[\mu m^3]$
$R_{dominio}$	raggio del contenitore	$[\mu m]$
R_1, R_2 e R_3	raggi delle particelle	$[\mu m]$
P_1, P_2 e P_3	percentuale volumetrica	$[\%]$
n_1, n_2 e n_3	numero di particelle	$[-]$
ϕ	frazione volumetrica	$[-]$

Elenco Delle Figure

1.1: schema del super cannone di Jules Verne.

1.2: schema di razzo a forma di goccia di Konstantin.

2.1: Sistemi per incrementare la quantità di moto del fluido propulsivo.

2.2: Efficienza dell'espansione del gas emesso da un ugello, tubo convergente-divergente o di Venturi.

2.3: Razzo a propellente liquido.

2.4: Schema dei principali sottosistemi che caratterizzano un motore a propellente liquido.

2.5: Schema di sistema monopropellente.

2.6: Schema di sistema di alimentazione a gas pressurizzante per un bipropellente.

2.7: schema di un razzo ibrido.

- 2.8: Confronto booster ibrido vs. booster solido per il lanciatore pesante Ariane V.
- 2.9: Schema di un propulsore ibrido.
- 2.10: Principali componenti di un endoreattore a propellente solido.
- 2.11: Schematizzazione di un endoreattore a propellente solido.
- 2.12 :esempio di un propellente caricato come cartuccia.
- 2.13:esempio di un propellente a grani colati.
- 2.14: Andamento della spinta in funzione del tempo nel caso di grano progressivo, regressivo o neutro.
- 2.15: Diverse tipologie di grano per endoreattori a propellente solido.
- 2.16: propellente composito alluminizzato.
-
- 3.1: esempio di un impacchettamento di sfere.
- 3.2: esempio di un impacchettamento di cerchi .
- 3.3: reticolo cubico a facce concentrate.
- 3.4: illustrazione 2d di un metodo ad "isotropic compression".
- 3.5: illustrazione 2d di un metodo a "particle expansion".
- 3.6: illustrazione 2d di un metodo a "collective rearrangement".

3.7: illustrazione 2d del metodo a “sequential inhibition”.

3.8: illustrazione del “triangulation method”.

3.9: illustrazione del metodo dell'accrescimento.

3.10: illustrazione del metodo di “dropping and rolling”.

3.11: illustrazione del metodo IPM.

4.1: esempio di una configurazione iniziale delle sfere ed eventuali intersezioni tra queste sfere.

4.2: esempio di un'intersezione tra due sfere.

4.2: le differenze tra le posizioni finali ottenute in Matlab e in C++

4.3: confronto delle frazioni volumetriche ottenute in Matlab e C++.

4.4: andamento del tempo di calcolo in funzione del numero di particelle, dei due codici.

4.5: rapporto tra tempo impiegato da Matlab e quello impiegato da C++.

5.1: esempio di una simulazione con un Monomodale.

5.2: le frazioni volumetriche ottenute facendo cinque simulazioni.

5.3: esempi di simulazioni del bimodale con valori di R_1/R_2 rispettivamente pari a 5, 3 e 2 ed una percentuale di particelle grandi pari a 90% .

5.4: andamento delle frazioni volumetriche in funzione della percentuale delle particelle grandi ,per diversi rapporti tra i raggi .

5.5: esempio di un andamento della frazione volumetrica di un monomodale in funzione di d_l .

5.6:esempio di un andamento della frazione volumetrica di un bimodale in funzione di d_l .

5.7: illustrazione dell'applicazione delle condizioni periodiche al contorno.

5.8: esempio di un andamento della frazione volumetrica in funzione di d_l ,all'interno di un dominio cubico ed applicando le condizioni periodiche al contorno.

5.9: esempi di simulazioni di un monomodale, bimodale è un trimodale all'interno di un dominio cubico.

Elenco delle tabelle

Tab.1.1: confronto del di impulso specifico e velocità di uscita dall'ugello tra razzi a propellente solido e liquido .

Sommario

l'impacchettamento in generale, risulta essere molto importante in molti settori industriali importanza in molti settori industriali, come il settore minerario, farmaceutico e soprattutto il settore spaziale, in quanto ci permette di massimizzare il grado di riempimento del propellente solido di un razzo, e questo comporta a sua volta a prestazioni migliori e notevoli vantaggi economici .

Il lavoro di tesi presentato nel seguente elaborato consiste nello studio dell'impacchettamento casuale, in particolare il caso Random Close Packing, di un propellente solido; per fare cioè è stato implementato un codice in ambiente C++ presso l'hangar della Scuola di Ingegneria ed Architettura con sede a Forlì. L'obiettivo principale era quello di trovare la granulometria delle particelle di perclorato di ammonio e delle particelle di alluminio tali da minimizzare gli spazi lasciati vuoti dalle particelle stesse .

Capitolo primo

Cenni storici

1.1 Cenni sui razzi

Gli aeroplani volano grazie alle ali. Muovendosi nell'aria queste generano una forza chiamata "portanza" la cui intensità dipende dalla superficie dell'ala, dalla velocità dell'aria e dalla densità della stessa, dall'inclinazione dell'ala e dal profilo della sua sezione. I moderni aerei di linea volano a quote molto elevate perché lì la resistenza dell'aria è ridotta in quanto l'aria stessa è più rarefatta che a pochi chilometri dalla superficie terrestre. Ciò permette all'aereo di viaggiare più veloce, compensando così la minore densità dell'aria che scorre sotto le ali. Ma un aereo non può volare oltre certe quote, in quanto l'aria diventa troppo rarefatta, tanto che l'ala perde di efficacia ma anche la propulsione dell'aereo ne risente, in quanto necessita dell'ossigeno per funzionare. E' chiaro che un aereo dotato di un propulsore a pistoni ma anche un moderno jet non possono superare una certa quota. Quindi com'è possibile volare nello spazio? Una soluzione ingenua la pone Jules Verne nel diciannovesimo secolo, proponendo di sparare un proiettile nello spazio, infatti nella sua opera "Dalla terra alla luna" ha parlato dei membri del "Club del

cannone", con sede a Baltimora, negli Stati Uniti, che decidevano di inviare sulla Luna un enorme proiettile nel quale avrebbero preso posto tre audaci viaggiatori: Barbicane, presidente del club, il capitano Nicholl e il bizzarro Michel Ardan. Il mostruoso cannone, che avrebbe impresso al proiettile la necessaria velocità iniziale, viene costruito dopo tre anni di preparativi e realizzato rivestendo di ghisa le pareti di un pozzo profondo 274 metri. Il sito scelto per il cannone avrebbe dovuto trovarsi ad una località avente una latitudine compresa tra 0° e 28°, in modo da colpire la Luna col cannone puntato allo zenit. Viene scelta una località, in Florida, avente coordinate: 27° 07' N e 81° 05' W. Sul fondo del cannone quattrocentomila libbre di fulmicotone avrebbero espulso il proiettile con una velocità sufficiente a fare arrivare sulla Luna il proiettile. Proiettile costituito da un cilindro di alluminio cavo, del peso di 8732 kg, del diametro di 2.74 metri e con la parte superiore di forma tronco-conica; l'altezza complessiva era di 3.66 metri. Quattro finestrini, dotati di vetri molto spessi, avrebbero consentito l'osservazione in tutte le direzioni. Il pavimento, costituito da un disco di legno scorrevole e aderente perfettamente alla superficie interna del proiettile, è munito di grossi tamponi elastici (simili ai respingenti dei carri ferroviari). Il disco galleggia sull'acqua contenuta in alcuni tramezzi destinati a rompersi con l'urto iniziale, mentre l'acqua sarebbe stata via via espulsa all'esterno (figura 1.1).

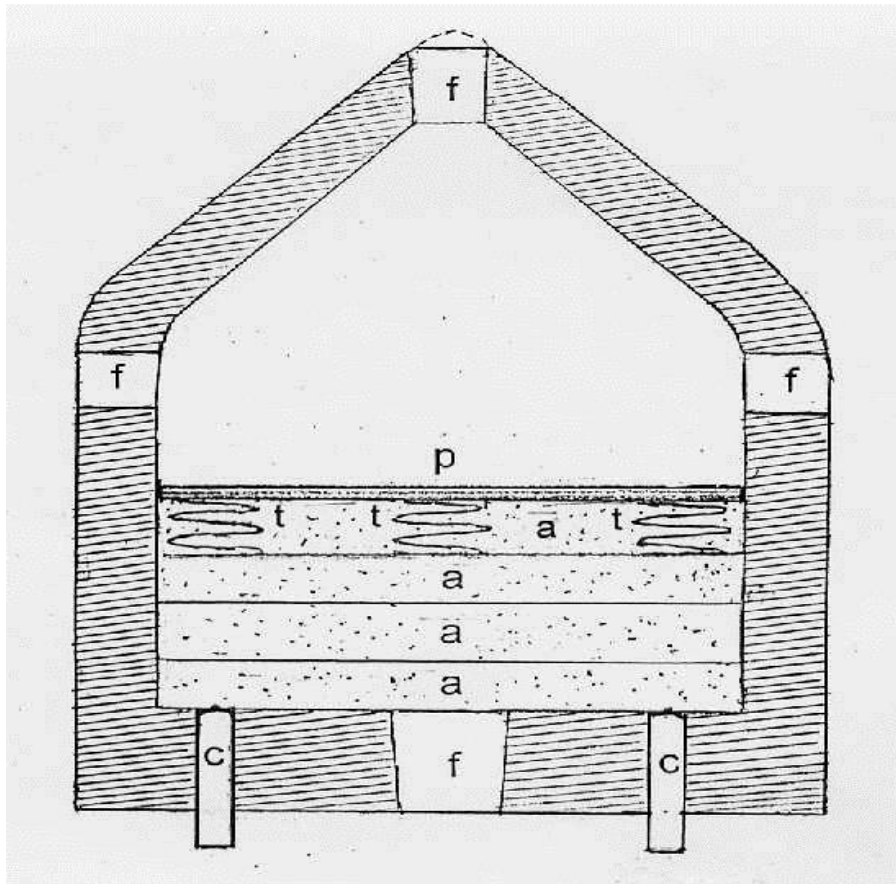


Figura 1.1: schema del super cannone di Jules Verne.

(Nella figura 1 : a rappresenta i tramezzi contenenti l'acqua, c i cannoncini per i razzi, f i finestrini, t i tamponi elastici ed p rappresenta il pavimento scorrevole.)

L'acqua, comprimendosi, avrebbe fornito una resistenza elastica pressoché istantanea, mentre la sua meno rapida espulsione avrebbe fornito una resistenza viscosa: così sarebbero stati neutralizzati quasi completamente gli effetti dello spaventoso colpo che avrebbero subito i viaggiatori al momento dello sparo. Infine, i potenti tamponi elastici avrebbero evitato un urto violento del pavimento contro il fondo del proiettile quando l'acqua sarebbe stata espulsa. Alla partenza, i viaggiatori si sarebbero distesi su tre cuccette solide e ben imbottite. Verne fu costretto a ipotizzare l'uso di un cannone e non di un razzo per colpire la Luna per due motivi. Il primo è che i razzi, ai suoi tempi, erano utilizzati soltanto per i fuochi d'artificio e avevano una velocità assai modesta rispetto a quella dei proiettili delle armi da fuoco: infatti, la velocità di uscita di un proiettile da un fucile, anche nell'Ottocento, superava quella del suono e per i cannoni le velocità erano ancora più alte. I razzi presentavano inoltre traiettorie molto instabili e quindi assolutamente imprevedibili. Nonostante tutto, Verne nel suo racconto li utilizza, ma soltanto per frenare il moto del proiettile nel momento in cui sarebbe stato sottoposto a forze al quanto modeste. Tuttavia, è abbastanza evidente che, al momento dell'esplosione nel cannone alla partenza, nessun essere vivente rinchiuso in quel proiettile sarebbe sopravvissuto.

Gli eserciti hanno sempre cercato di costruire cannoni sempre più potenti per lanciare i loro proiettili a distanze sempre più elevate. Questo comporta dei problemi tecnici non da poco che hanno sempre impedito ai cannoni di superare certe gittate. Da tempo però esisteva una forma di propulsione che per via della sua imprecisione non meritava il giusto riconoscimento: la propulsione a razzo. Era nota fin dal Medio Evo in Europa, ma non si era rivelata particolarmente efficace nell'uso bellico ed era utilizzata solo per spingere fuochi d'artificio. La riscoperta avviene agli inizi del diciannovesimo secolo quando l'esercito di Sua Maestà Britannica si dotò di ordigni a razzo che garantiscono una precisione minima. Studi su questa propulsione vennero avviati in Russia. Il professore Konstantin Edvardovic Tsiokhovskij, il padre del volo spaziale, che nel 1903 pubblicò il primo scritto in cui, per investigare lo spazio, menzionò i propulsori a razzo che aveva cominciato a studiare molti anni prima. Questi avevano la forma curiosa di goccia, perché allora si riteneva che, conferendo alla parte anteriore una forma emisferica, si sarebbe ottenuta una minore resistenza di attrito con l'atmosfera (figura 1.2) :

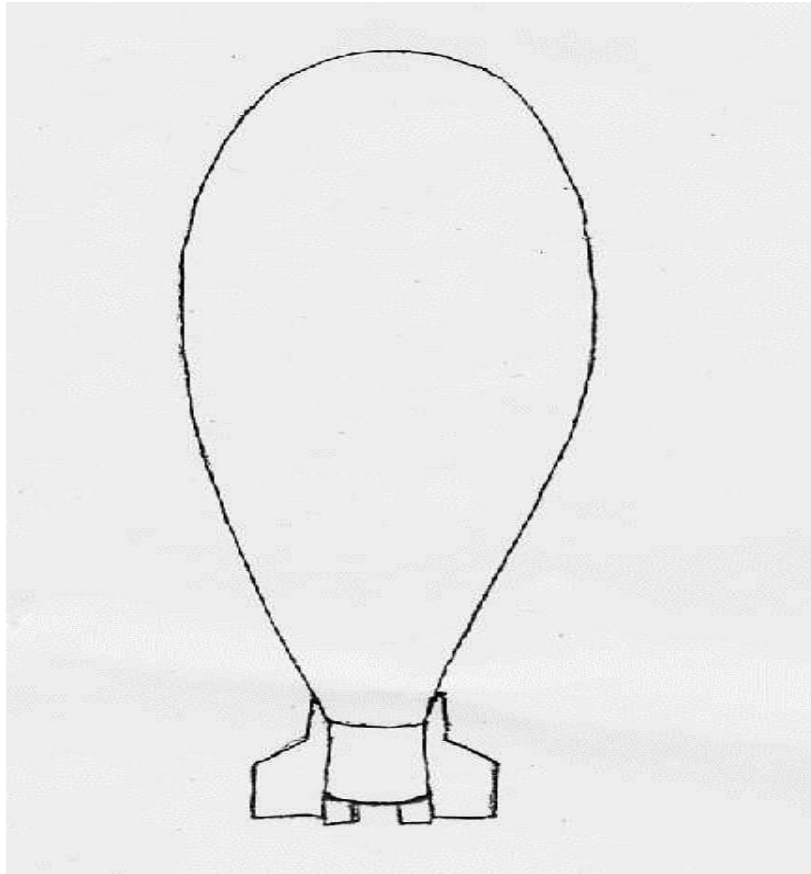


Figura 1.2 :schema di razzo a forma di goccia di Konstantin.

Konstantin Edvardovic Tsiokhovskij *si rende conto che la propulsione a razzo potrebbe essere adatta al volo spaziale. Egli intuisce che tale propulsione è l'applicazione diretta del Terzo Principio della Dinamica o di Azione e Reazione. La formula che la descrive è Semplice :*

$$\frac{M_m}{V_m} = \frac{M_g}{V_g} \quad (1.1)$$

dove M_m è la massa (non il peso) del missile e V_m la sua velocità, quindi M_g è la massa dei gas (non il peso) espulsi e V_g la loro velocità, il tutto ovviamente nella stessa quantità di tempo. Il che significa che il rapporto tra massa e velocità del missile è uguale a quello della quantità e della velocità dei gas espulsi. Ovviamente con il tempo il missile si alleggerisce a causa del consumo dei propellenti, quindi la formula completa è molto più complessa. Il professore prosegue i suoi studi teorici sia riguardo la realizzazione di un vero missile che sulla sua progettazione e sulle dinamiche del suo volo. Se dal lato pratico il professore non realizzerà mai un missile, teorizzando però che il propulsore a razzo sarebbe più efficiente con combustibili liquidi, la parte teorica getta delle solide basi nella comprensione delle dinamiche di volo che restano tutt'ora valide. Come Tziolkovskij , agli inizi del ventesimo secolo anche in America il professor Robert Goddard incontra lo stesso ostruzionismo scientifico. Anche lui teorizza l'uso della propulsione a razzo per il volo spaziale ma invece di fermarsi alla teoria, trova i fondi per realizzare e sperimentare propulsori e missili. Brevetterà migliaia di dispositivi per la propulsione a razzo e dimostrerà che funziona anche nel vuoto cosmico.

1.2 L'evoluzione dei combustibili

Un tempo l'unico combustibile a disposizione dell'uomo era il legno. Quindi scoprì che esistevano dei prodotti estratti da piante ed animali che si prestavano a bruciare, ma se non occorreva un fuoco intenso erano impossibili da utilizzare. Poi scoprì il carbone, facilmente trasportabile e immagazzinabile, a patto di non lasciarlo al caldo. Fu il carbone il vero artefice della rivoluzione industriale, bruciato a tonnellate nei forni adibiti a far funzionare macchine a vapore. Insieme al carbone la chimica produsse una discreta varietà di polveri combustibili e la guerra ne sviluppò una in particolare: la polvere da sparo. A questa fece seguito la nitroglicerina e la sua forma stabile: la TNT o trinitrotoluene che ha la seguente formula chimica $C_6H_2CH_3(NO_2)_3$. Ma nessuno di questi combustibili si prestava all'uso come per razzi. Gli stessi fabbricanti di fuochi d'artificio avevano elaborato miscele di polveri piriche diverse, ma sin dall'inizio dei primi esperimenti si rivelarono inadatte ad un razzo di prestazioni più elevate. Da subito infatti i primi sperimentatori si concentrarono sui combustibili liquidi: benzina, alcool e paraffina, a volte miscelati con acqua. La scienza mise ben presto a disposizione l'ossigeno liquido e questo si rivelò un comburente perfetto per essere contenuto nei serbatoi di un razzo. Con il tempo la chimica rese disponibili altre

sostanze combustibili "fabbricabili", molto più efficienti dei combustibili a base carboniosa, ma spesso estremamente pericolosi da maneggiare perché altamente tossici sia per la loro natura che una volta combusti. Il mondo militare però spinse la ricerca di nuovi combustibili sia per spingere i missili con combustibili solidi, che con combustibili liquidi per i nuovi jet. Quello che volgarmente è chiamato kerosene, inizialmente impiegato per la propulsione dei primi jet, subì una tale evoluzione nel trattamento da diventare il combustibile più usato per i moderni aerei a reazione e si scoprì che poteva tranquillamente essere impiegato anche per la propulsione a razzo. L'insieme del propellente e del comburente è in genere definito come "propergoli". In un normale propulsore terrestre, di qualsiasi tipo, si usa miscelare nella camera di combustione il carburante con l'aria aspirata dall'esterno e quindi sfruttare l'ossigeno atmosferico come comburente. La potenza di una motorizzazione ed in particolare un propulsore a razzo dipende anche dalla perfezione con cui avviene la combustione dei propergoli. Quindi la presenza di azoto, vapore acqueo, anidride carbonica e polveri varie presenti nell'aria, interferisce con la combustione facendo diminuire le prestazioni del propulsore fino a renderlo inefficace. Oltre a questo nello spazio l'aria non c'è. Per questo là dove il carburante richiede come comburente l'ossigeno, questo viene immagazzinato in appositi serbatoi. Le tecnologie criogeniche, ovvero quelle del super freddo, hanno consentito di liquefare l'idrogeno che è stato scelto come combustibile ideale per la propulsione a razzo. Tra i combustibili

l'idrogeno liquido è il più performante dopo una pericolosa miscela acida . Dietro a lui il carburante aeronautico ed il metano. L'uso delle tecnologie criogeniche per l'immagazzinamento dell'idrogeno e dell'ossigeno ha permesso lo sviluppo di propulsori molto potenti perché per raffreddarli si usano i propergoli criogenici che una volta fatto il loro dovere o sono convogliati nella camera di combustione o dispersi. Questo comporta un aumento della volumetria dei serbatoi, ma la quantità di propergoli criogenici persi per il raffreddamento dei razzi è compensata dall'aumento delle prestazioni dei razzi stessi. L'uso della criogenica, ma anche di propergoli chimici aggressivi, comporta una serie di problemi tecnici non da poco.

I propergoli vengono iniettati nella camera di combustione a pressioni molto elevate, possono avere temperature bassissime ed essere molto aggressivi con tutto quello con cui entrano in contatto.

D'altro canto, la propulsione a razzo, nella sua semplicità, diventa complessa quando deve erogare potenze che solitamente possono erogare solo delle "centrali elettriche" concentrate in uno spazio molto ristretto. Quanto sopra detto è generalmente valido per i propulsori a combustibili liquidi. Esistono anche razzi a combustibile solido per uso aeronautico. Solitamente utilizzati per il volo atmosferico o calibrati per l'ultima parte del volo di un satellite.

Anche loro sono dei cilindri cavi con un ugello ad una delle estremità. Il carburante è una forma di resina/gelatina appoggiata alle pareti interne del razzo, che viene messa in combustione ponendola in contatto con un reagente il quale avvia un processo a catena che termina con l'esaurimento del carburante. Questa loro particolarità rende i razzi a combustibile solido non idonei ad una spinta calibrabile a piacere. Però è possibile calibrare la loro spinta sagomando la superficie interna delle miscele. In base alla sagomatura è possibile modulare la spinta. Ovviamente questo dev'essere studiato prima del lancio.

Capitolo secondo

PROPULSIONE A RAZZO

2.1 Definizione della propulsione

La propulsione letteralmente è “spinta in avanti”. Questa definizione presuppone l’esistenza di una forza finalizzata ad ottenere un certo atto di moto di un corpo. Per sistema propulsivo si intende l’insieme dei componenti necessari a generare e/o controllare la forza propulsiva in modo da realizzare un prefissato stato di moto di un corpo. In generale tutti i sistemi propulsivi sono “a reazione” siano essi terrestri, navali, aerei o spaziali. Si perviene, infatti all’ottenimento della forza propulsiva come ad una forza di reazione all’applicazione di una forza uguale e contraria sull’ambiente esterno (solido o fluido) e/o su sostanze trasportate a bordo ed espulse dal sistema stesso. La disciplina della propulsione aerospaziale si occupa delle macchine in grado di fornire la forza propulsiva che permette il moto di veicoli nell’atmosfera e nello spazio cosmico. Nel primo caso si parla di motori per aeromobili (settore aeronautico), nel secondo di propulsori spaziali. Va subito sottolineato che, se in altri campi l’aeronautica e l’astronautica si differenziano sensibilmente, non è del tutto così nel campo della propulsione, infatti i propulsori delle due aree, pur differenti, si basano su principi comuni. La caratteristica comune a quasi tutti i sistemi di propulsione aerospaziale è che la

forza propulsiva, detta spinta si ottiene come risultato dell'incremento di quantità di moto di un fluido, detto fluido propulsivo (Figura. 2.1), il quale può avvenire o solo all'esterno del motore (eliche), o all'interno ma con fluido esterno (esoreattori), oppure all'interno con solo fluido originariamente stivato a bordo (endoreattori).

Altra caratteristica comune richiesta a tutti i sistemi propulsivi aerospaziali è la leggerezza.

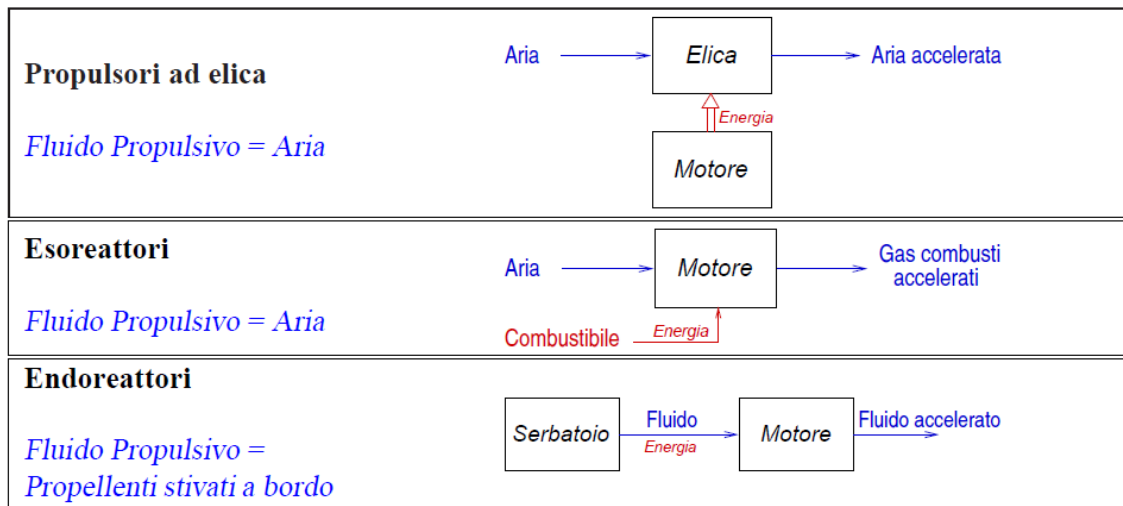


Figura 2.1: Sistemi per incrementare la quantità di moto del fluido propulsivo.

L'incremento della quantità di moto, necessario a generare la spinta, viene ottenuto a spese di energia resa disponibile a partire da diverse fonti. In generale si possono considerare quattro tipi di fonti energetiche nel campo della propulsione aerospaziale, anche se soltanto la prima, quella chimica, ha trovato larga diffusione, e

fornisce energia alla quasi totalità dei propulsori aerospaziali. Di queste fonti soltanto le prime tre possono essere considerate primarie, e cioè disponibili a bordo senza trasformazioni in altri tipi di energia. Esse sono:

Energia Chimica : *è la principale fonte di energia per la propulsione aerospaziale , derivante dall'energia sviluppata dalle reazioni chimiche di combustione che avvengono tra combustibile e ossidante (o dalla decomposizione di un monopropellente). Il combustibile è prevalentemente un derivato del petrolio (quasi esclusivamente nei propulsori ad elica) ma può essere anche idrogeno (come nel caso di alcuni endoreattori) o altre sostanze. L'ossidante è costituito dall'ossigeno presente nell'aria nel caso di propulsori ad elica ed esoreattori, mentre è ossigeno puro o altre sostanze negli endoreattori.*

Energia Nucleare : *La fattibilità e la possibile convenienza di propulsori ad endoreazione che sfruttano un reattore nucleare a fissione è stata dimostrata. Tuttavia, i rischi nel controllo di tale tipo di energia non ne hanno consentito finora l'impiego pratico. Comunque, attualmente l'impiego dell'energia nucleare è oggetto di rinnovata attenzione per missioni interplanetarie.*

Energia Solare : *L'energia solare può essere sfruttata per generare elettricità da utilizzare in propulsori elettrici, o concentrata mediante specchi per riscaldare un fluido operativo oppure, in modo più*

avveniristico, per spingere vele solari. In ogni caso l'impiego è difficile a causa delle enormi superficie di pannelli solari (o degli specchi, o delle vele solari) per generare potenze significative. Nonostante queste difficoltà, l'energia solare è effettivamente utilizzata in alcuni satelliti e sonde.

Accanto a queste fonti merita di essere considerata un quarta fonte di energia, secondaria, che può essere prodotta a bordo da sorgenti primarie. Essa è:

Energia Elettrica : *L'energia elettrica ha finora trovato impiego molto limitato a causa dei tipicamente bassi rapporti spinta / peso. L'elevato peso di una configurazione in cui l'energia elettrica è immagazzinata esclusivamente in batterie porta ad escludere questa soluzione. L'energia elettrica è prodotta a bordo da altre sorgenti energetiche, che potranno essere considerate prima (chimica, nucleare, solare).*

E' il caso per esempio delle celle a combustibile e delle batterie (chimica), dei generatori di elettricità a radioisotopi (nucleare), o dei pannelli solari (solare).

2.2 Equazioni fondamentali della propulsione a razzo

Gli endoreattori rappresentano l'unico sistema propulsivo in grado di portare carico utile al di fuori dell'atmosfera terrestre, grazie alla loro elevata spinta specifica ed alla capacità di fornire una spinta nel

vuoto. Anche nel campo degli endoreattori sono stati sviluppati diversi concetti propulsivi, che possono essere divisi nelle famiglie degli endoreattori chimici, nucleari ed elettrici, alcuni finora rimasti sulla carta, ed altri invece di maggior successo. Gran parte della propulsione spaziale è attualmente ottenuta sfruttando lo sviluppo di energia dalla reazione chimica di uno o più propellenti per generare gas a temperature molto elevate. Successivamente questi gas sono espansi in un ugello ed espulsi ad alta velocità.

L'espressione generale dell'equazione del razzo è derivata dalla quantità di moto del sistema:

$$\frac{d(M*v)}{dt} = M * \frac{dv}{dt} + v_e * \frac{dM}{dt} \quad (2.1)$$

M è la massa del razzo, v la sua velocità, $\frac{dM}{dt}$ la massa espulsa al secondo (che è trascurabile), v_e la velocità con cui è emesso il gas combusto. La forza che agisce sul razzo è $F_1 = M \frac{dv}{dt}$. La forza che agisce sul gas combusto in direzione opposta al moto del razzo è $F_2 = v_e * \frac{dM}{dt}$. Se si trascurano gli effetti della forza di gravità e dell'attrito dell'aria, la legge di azione e reazione di Newton dà:

$$M \frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dM}{dt} \quad (2.2)$$

Si noti che la massa totale M [razzo + combustibile + satellite e strumentazione] varia nel tempo. Se si indica con M_b la massa totale a combustibile esaurito e con v_b la velocità del razzo a combustibile esaurito, l'integrazione della (2.2) dà :

$$v_b = v_{ve} * \ln\left(\frac{M}{M_b}\right) \quad (2.3)$$

Si definisce "spinta" la forza di reazione prodotta sul razzo dal gas emesso ad alta velocità, $F = v_e * \frac{dM}{dt}$. Per una definizione più precisa bisogna aggiungere anche un termine di pressione:

$$F = v_e * \frac{dM}{dt} + A_e * (P_e - P_a) \quad (2.4)$$

dove A_e è la superficie dell'ugello da dove il gas esce, P_e la pressione del gas all'uscita e P_a la pressione ambiente. Per ragioni di efficienza di emissione del gas dell'ugello, la condizione $P_e = P_a$ è ottimale (figura 2.2), ma spesso impossibile da soddisfare a causa della variazione della pressione ambiente con l'altezza. Si disegna il razzo in modo che $P_e < P_a$ al livello del mare e che sia $P_e \geq P_a$ alle grandi altezze.

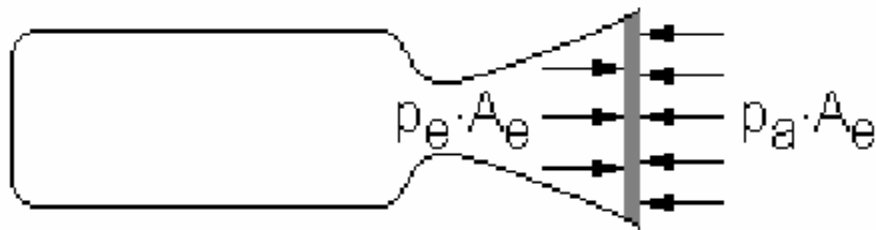


Figura 2.2: Efficienza dell'espansione del gas emesso da un ugello, tubo convergente-divergente o di Venturi.

Per i primi stadi dei razzi (per cui P_a varia con l'altezza) si ottimizza il diametro d'uscita dell'ugello a seconda della traiettoria di lancio. Per i motori degli stadi che viaggiano nello spazio ($P_a \approx 0$) la spinta aumenta con ϵ . In pratica si deve anche in questo caso ottimizzare il diametro d'uscita valutando anche l'impatto della maggior massa di un ugello più grande. Un grandezza che è collegata con v_e è l'impulso specifico I_{sp} .

Quest'ultimo è una misura dell'efficienza del propellente, numericamente è dato dall'integrale della spinta diviso il peso della massa di propellente bruciato. I_{sp} è un'altra misura della velocità dei gas di scarico, e rappresenta un indice di riferimento per stabilire le performance del propellente e del sistema di propulsione. In caso di spinta costante può essere espresso come:

$$I_{sp} = \frac{F}{g\dot{m}_f} \quad (2.5)$$

L' impulso totale è dato dalla Spinta F (la quale varia nel tempo) integrata nel tempo di combustione t.

$$I_t = \int_0^t F dt \quad (2.6)$$

Se indichiamo, per comodità, $\dot{m}_f = \frac{dM}{dt}$, e con t_b il tempo di burnout ossia il tempo necessario affinché tutto il propellente venga bruciato, e con M_p la massa del propellente, avremo:

$$I_t = \int_0^{t_b} \dot{m}_f * v_e dt = M_p v_e \quad (2.7)$$

Se indichiamo con \dot{m} la portata totale di massa e con g_0 l'accelerazione di gravità al livello del mare, allora possiamo riscrivere l'impulso specifico come :

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 \int \dot{m}_f dt} \quad (2.8)$$

tale espressione fornisce una media nel tempo dell' impulso specifico per ogni sistema di propulsione a razzo. Nel caso invece di condizioni di transizione, come per esempio nel cambio del livello di spinta, il

valore di I_s può essere ricavato per integrazione oppure andando a considerare valori medi di F e \dot{m}_f per intervalli brevi. Per una Spinta e un flusso di propellente costante, tale equazione può essere semplificata. Indicando con M_p la massa totale effettiva di propellente si ottiene :

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 M_p} \quad (2.9)$$

Il prodotto $g_0 M_p$ viene indicato come P e rappresenta il peso effettivo del propellente, mentre \dot{P} indica la portata in termini di peso.

Valori tipici dell'impulso specifico sono:

Tipo di combustibile	Impulso specifico (s)	v_e (m/s)
Liquido	250 ÷ 300	≈3000
Solido	400 ÷ 450	≈4500
Ibrido	250 ÷ 350	≈3000

Tab.1.1: confronto del di impulso specifico e velocità di uscita dall'ugello tra razzi a propellente solido e liquido .

2.3 Propulsione a liquido

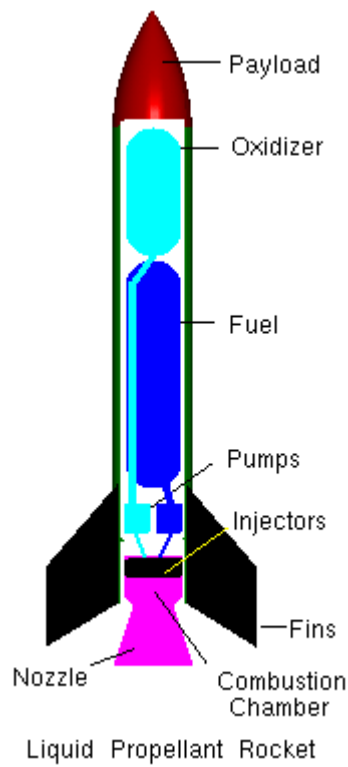


Figura 2.3: razzo a propellente liquido.

Gli endoreattori a propellente liquido sono caratterizzati da una maggiore complessità costruttiva e da un maggior numero di componenti. Questo è chiaramente uno svantaggio in quanto aumentano i costi e riduce l'affidabilità. Tuttavia, a questo svantaggio vanno contrapposte alcune proprietà che per alcune applicazioni li rendono nettamente superiori e per altre insostituibili rispetto ad un endoreattore a propellente solido.

Queste sono principalmente l'impulso specifico più elevato, la possibilità di regolazione della spinta (in qualche modo come nei motori terrestri e aeronautici), la possibilità di riaccensioni multiple, e la possibilità di riutilizzo. Altra caratteristica da ricordare è la possibilità di avere gas di scarico poco inquinanti (compatibilmente con la coppia ossidante/combustibile) . In base a queste proprietà si vedrà che questo tipo di endoreattori ha trovato vasta applicazione nei motori dei diversi stadi di lanciatori, nei piccoli motori per il controllo di assetto, per manovre, per correzioni di traiettoria, nei motori riaccendibili o con spinta regolabile in generale e nei motori riutilizzabili. La struttura di un endoreattore a propellente liquido è relativamente più complessa di quella degli endoreattori a propellente solido. In essi è possibile distinguere tre sistemi principali, costituiti a loro volta da alcuni sottosistemi figura(2.4):

a) I serbatoi di propellente.

b) Il sistema di alimentazione, con i sottosistemi:

- meccanismo di alimentazione dei propellenti
- condotti di alimentazione
- valvole

c) La camera di spinta, con i sottosistemi:

- *iniettori*
- *camera di combustione*
- *ugello*
- *sistema di raffreddamento*
- *sistema di accensione.*



Figura 2.4: Schema dei principali sottosistemi che caratterizzano un endoreattore a propellente liquido.

I propellenti liquidi possono essere divisi in bipropellenti e monopropellenti.

2.3.1 Monopropellenti

I monopropellenti possono essere classificati in:

*1. **monoergoli:** che si decompongono e rilasciano energia in seguito ad Ignizione, come l'idrazina, il nitrometano, la nitroglicerina, l'acido picrico.*

*2. **Katergoli:** in cui la decomposizione avviene grazie ad un catalizzatore, come il perossido d'idrogeno .*

La semplicità dei sistemi di controllo e di alimentazione nel caso dell'impiego di un unico propellente, rendono i monopropellenti interessanti per alcune applicazioni. Il più comune monopropellente è l'idrazina, che viene usata come monopropellente in piccoli motori per il controllo di assetto, e come generatore di gas (per le turbopompe di sistemi bipropellente). Come illustrato in Figura. 2.5 il propellente viene fatto passare attraverso un catalizzatore che ne accelera la decomposizione esotermica.

Il gas prodotto dalla decomposizione è a temperature elevate (ma più basse di quelle che si ottengono dalla combustione) e viene accelerato nell'ugello.

I valori di temperatura che si raggiungono non sono così elevati da rendere necessario un sistema di raffreddamento. Nel caso dell'idrazina la temperatura totale nell'ugello non supera i 1400 K.

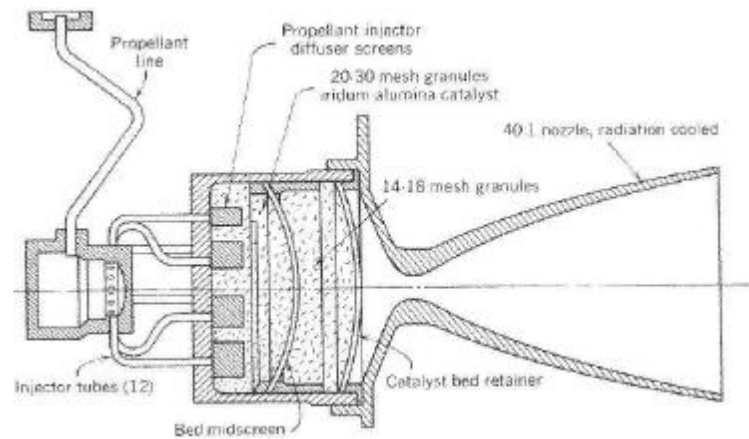
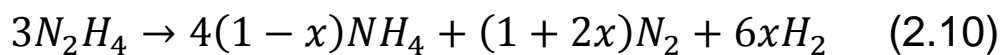


Figura 2.5: Schema di sistema monopropellente.

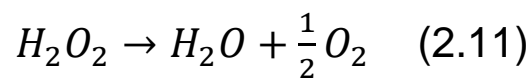
La reazione di decomposizione dell'idrazina è la seguente:



(x dipende dal catalizzatore).

Un sistema monopropellente ad idrazina è in grado di fornire nel vuoto, $I_{sp} = 200 - 250s$, e spinte tra 0.5 e 14000N per periodi anche brevissimi (accensioni di durata dell'ordine dei millisecondi).

Oltre all'idrazina è stato impiegato come monopropellente il Perossido di Idrogeno (H_2O_2), in grado di fornire $I_{sp} = 145 s$ attraverso la reazione di decomposizione:



La maggiore instabilità del perossido di idrogeno e le sue modeste prestazioni rispetto all'idrazina hanno fatto preferire però quest'ultima come monopropellente.

2.3.2 Bipropellenti

I bipropellenti possono essere classificati in:

*1. **ipergoli:** si ha un'accensione spontanea quando combustibile ed ossidante entrano in contatto, come le combinazioni acido nitrico/anilina, acido nitrico/acido fosforico, e perossido d'idrogeno/idrazina;*

2. **diergoli** : in cui invece non si ha ignizione spontanea, ed occorre quindi prevedere una fonte di ignizione.

Negli endoreattori a bipropellenti vengono impiegati come combustibili idrocarburi (petrolio, kerosene, metano liquido), alcoli (etilico, metilico e altri), idrogeno liquido, ammoniaca, ecc.; i comburenti sono costituiti da ossigeno liquido, acido nitrico, composti di azoto, carbonio o fluoro con ossigeno ed altre sostanze che sviluppano ossigeno. La spinta che può essere fornita da un endoreattore è espressa dal prodotto della portata massica dei gas eiettati per la velocità di eiezione. I motori bipropellente sfruttano la reazione di combustione ad alta temperatura tra due sostanze liquide (combustibile ed ossidante) per generare gas che possono raggiungere temperature fino a 4000 °C. La pressurizzazione dei propellenti può avvenire mediante gas pressurizzante o tramite una turbopompa (come viene illustrato nella figura 2.6).

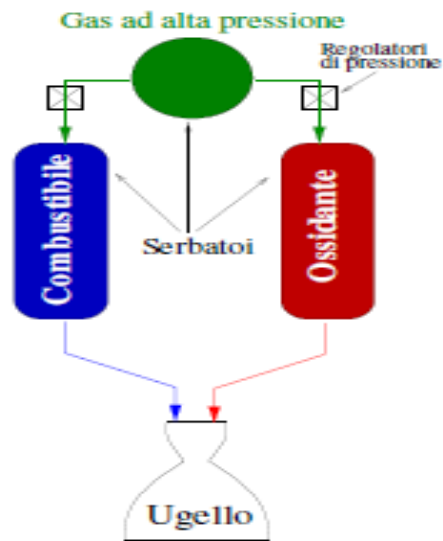


Figura 2.6: Schema di sistema di alimentazione a gas pressurizzante per un bipropellente.

2.4 Propulsione ad ibrido

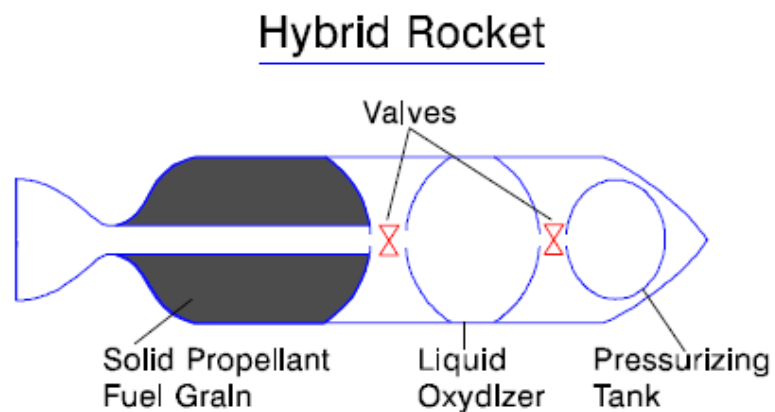


Figura 2.7: schema di un razzo ibrido.

I primi motori ibridi sono stati sviluppati nel 1940 contemporaneamente ai primi propulsori a solido e a liquido. Il primo test di volo pare risalga al 1933 nell'Unione Sovietica. Si sono poi effettuati dei tentativi di realizzazione di motori di grandi dimensioni negli anni '60 quando nel 1968 si è testato un motore da 180 kN di 100 cm di diametro con 12 perforazioni realizzato dall'ONERA. Ultimamente si sono provati motori di 1100 kN con 15 e 8 perforazioni. Per ridurre il numero delle porte occorre incrementare la velocità di regressione utilizzando additivi energetici, generatori di turbolenza o selezionando combustibili con ingredienti basso fondenti.

Le attività di studio e sviluppo si sono soprattutto concentrate in USA e Francia, ma non mancano contributi da Germania, Russia e Svezia. Fra le varie applicazioni per cui la propulsione ibrida potrebbe essere vantaggiosa rispetto ai sistemi correnti, spiccano quelle per boosters di lanciatori spaziali, per lanciatori suborbitali e per manovre orbitali di micro satelliti.

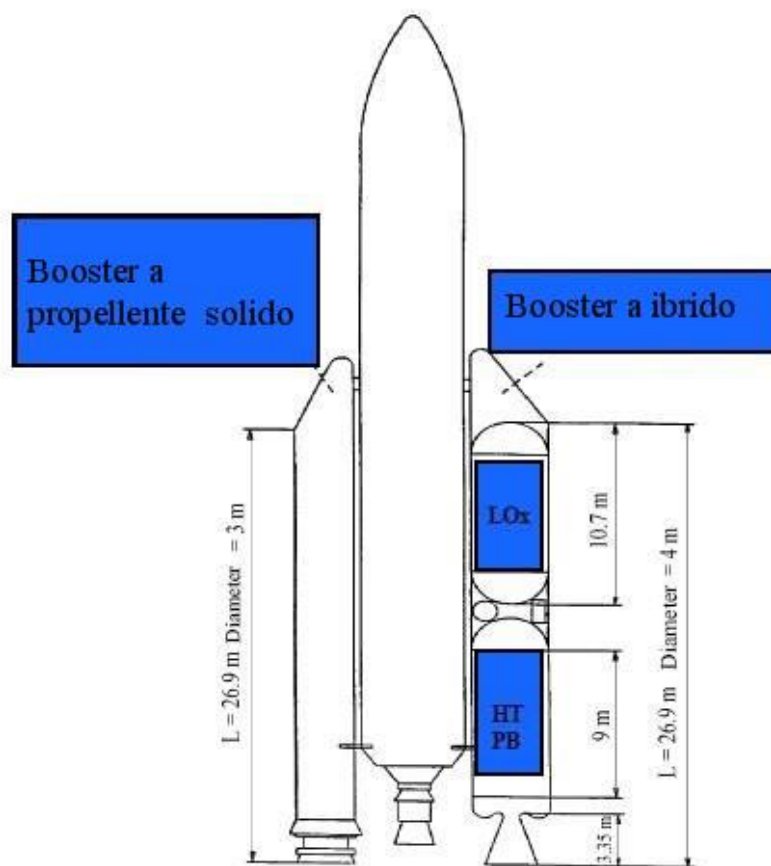


Figura 2.8: Confronto booster ibrido vs. booster solido per il lanciatore pesante Ariane V.

Negli endoreattori a propellenti ibridi uno dei due propellenti (in generale l'ossidante) è allo stato liquido (o gassoso), mentre l'altro (in generale il combustibile) è allo stato solido (figura 2.9). Una simile configurazione comporta i seguenti vantaggi (di cui i primi sei devono essere considerati rispetto ad un endoreattore a propellente solido, ed i rimanenti con riferimento ad un endoreattore a propellenti liquidi):

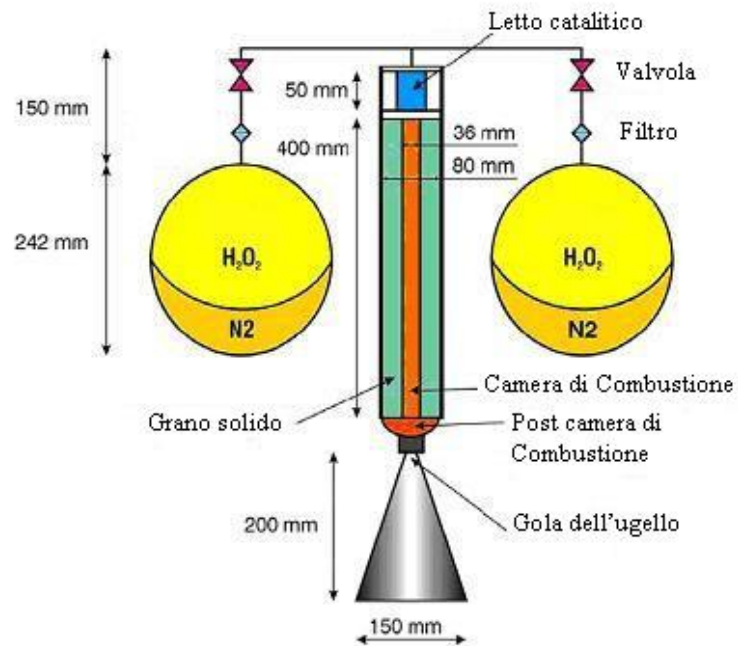


Figura 2.9 : Schema di un propulsore ibrido.

- *possibilità di riaccensione;*
- *modulabilità della spinta (controllando la portata di ossidante - liquido);*
- *velocità efficace di uscita più alta;*
- *maggiore sicurezza (il fattore controllante la combustione è la portata di ossidante, non semplicemente la superficie di combustione, per cui essa non risente di fratture o debonding del grano);*

- *i gas prodotti di combustione non sono tossici (poiché si utilizza generalmente come ossidante l'ossigeno liquido, anziché il perclorato d'ammonio che genera acido cloridrico tra i prodotti di combustione);*
- *maggior sicurezza (in quanto il grano di per sé è inerte);*
- *maggiore affidabilità (rispetto ad un endoreattore a propellenti liquidi, negli ibridi è richiesto un impianto di alimentazione per il solo ossidante, dimezzando così la complessità del sistema ed i conseguenti rischi di malfunzionamento);*
- *costo più basso;*
- *maggiore compattezza, grazie alla maggiore densità del combustibile solido rispetto a quelli liquidi.*

A questi vantaggi si contrappongono i seguenti svantaggi:

- *minore compattezza, a causa della minore densità dell'ossidante liquido rispetto a quelli solidi;*
- *residuo di combustibile incombusto (sliver) più alto;*
- *quando si presenta la necessità di modulare la spinta, il rapporto tra ossidante e combustibile varia sensibilmente, a detrimento della velocità efficace d'uscita;*
- *l'efficienza di combustione è più bassa (una piccola percentuale di propellente rimane incombusta).*

2.5 Propulsione a solido

Gli endoreattori a propellente solido presentano, rispetto a quelli a propellente liquido, i vantaggi di una grande semplicità (non vi sono impianti di alimentazione, né pertanto parti in moto, né linee di alimentazione, valvole di controllo), quindi di un basso costo, sia di produzione che di gestione, una grande affidabilità, e possono essere stoccati rimanendo sempre pronti per l'uso. Una caratteristica principale degli endoreattori a propellente solido è la loro semplicità costruttiva. Essi infatti non richiedono un sistema di alimentazione in quanto il propellente è già stivato nella camera di combustione; di conseguenza il numero e la complessità dei componenti mobili che costituiscono il motore sono estremamente limitati.

I principali componenti di questo tipo di motori sono (Figura 2.10):

- la camera di combustione, in genere cilindrica o sferica, contenente il propellente solido;*
- uno o più grani di propellente solido (blocchi sagomati di propellente) contenenti sia il combustibile sia l'ossidante (e altre sostanze accessorie);*
- un ignitore, dispositivo necessario all'accensione, costituito da una carica esplosiva azionata elettricamente o per percussione;*

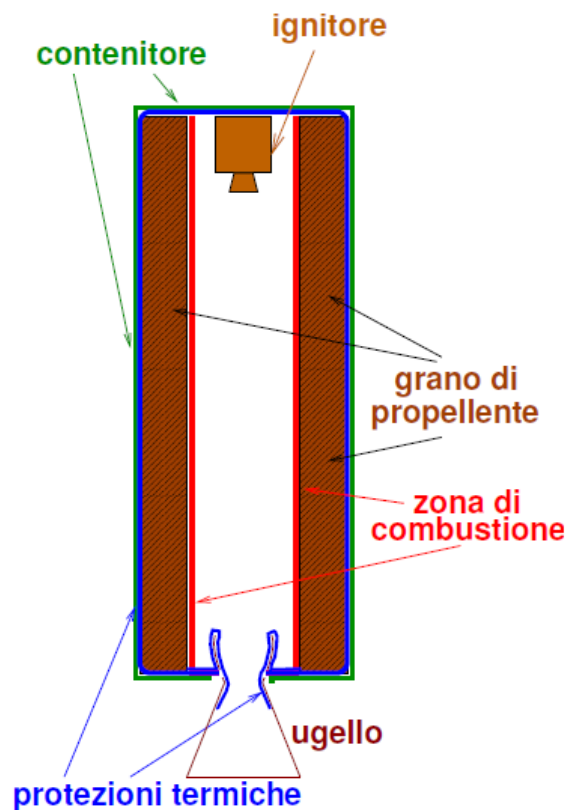


Figura 2.10: Principali componenti di un endoreattore a propellente solido.

Inoltre, il progetto di un endoreattore a propellente solido, a partire da uno già progettato ma di taglia diversa, è un processo diretto, mentre per un endoreattore a propellenti liquidi occorre riprogettare completamente i differenti componenti. Gli svantaggi invece sono essenzialmente legati al fatto che questi motori non sono riaccendibili, la spinta non è modulabile, il controllo della direzione della spinta (TVC- Thrust Vector Control) è meno agevole e le prestazioni sono più basse (a parità di altri fattori).

Lo sviluppo della tecnologia ha portato negli anni alla realizzazione di endoreattori a propellente solido di diversi tipi e dimensioni, con spinte che vanno da 2N a 11MN e che hanno trovato applicazione principalmente come:

- Boosters di grandi dimensioni e motori di secondo stadio. Le tipiche applicazioni sono lanciatori e stadi inferiori di missili balistici a lungo raggio.*
- Stadi superiori. Si applica a stadi superiori di missili balistici multistadio, a veicoli spaziali a manovre spaziali.*
- Missili tattici. Due tipi di applicazioni: Accelerazione elevata (booster) e accelerazione modesta (sustainer).*
- Generatori di gas. Impiegati per l'avviamento di gruppi turbopompe negli endoreattori a propellente liquido.*

Per analizzare alcune proprietà della combustione negli endoreattori a propellente solido si considera lo schema di Figura 2.11. Il propulsore è costituito da una cassa (o telaio), rivestito da un isolante e riempito del grano di propellente, che può essere sagomato in diversi modi. Una volta acceso, il grano brucia sulla sua superficie scoperta, e bruciando si consuma producendo il gas propulsivo ad alta temperatura che viene poi accelerato nell'ugello. La combustione del grano (che ha tutti gli ingredienti, combustibile ed ossidante, per bruciare) avviene con una regressione della superficie in direzione normale a essa. La velocità di regressione, e cioè lo spostamento della superficie del grano nell'unità di tempo, è detta anche velocità di combustione (burning rate) e solitamente indicata con r ed espressa

in cm/s o mm/s. Lo studio e il progetto di endoreattori a propellente solido è strettamente correlato con la conoscenza della r e del suo comportamento per il propellente considerato. La velocità di combustione è innanzitutto una caratteristica del propellente considerato, e quindi si può dire che dipende in primo luogo dalla composizione del propellente stesso.

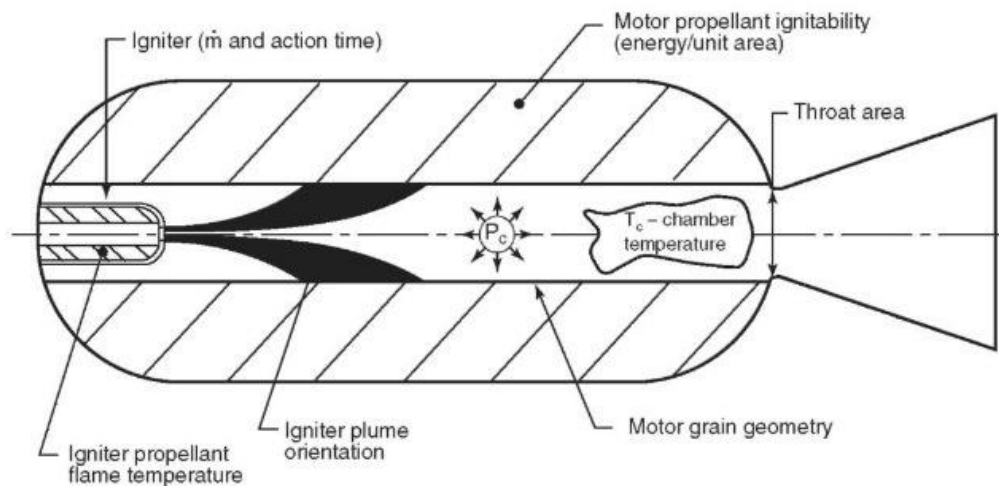


Figura 2.11: Schematizzazione di un endoreattore a propellente solido.

In generale tuttavia essa dipende da un gran numero di fattori, i principali dei quali sono:

1. *Composizione del propellente;*
2. *Pressione in camera di combustione;*
3. *Temperatura iniziale del propellente;*
4. *Velocità dei gas (in direzione parallela alla superficie di combustione);*
5. *Stato di moto del veicolo;*
6. *Effetti non stazionari;*
7. *Anisotropie del grano.*

Il comportamento di r e del processo di combustione viene descritto mediante appropriati modelli analitici. Essi risultano utili per progetti preliminari, e per estrapolare risultati sperimentali. I valori della velocità di combustione sono ottenuti da opportune prove sperimentali che vengono svolte essenzialmente in tre modi: attraverso apparati sperimentale detti strand burners (bruciatori a barra) o Crawford burners, attraverso piccoli motori detti barie, oppure attraverso l'acquisizione di dati da motori in scala reale attraverso opportuna strumentazione.

2.6 Propellenti solidi

Il grano di propellente solido è la massa di propellente sagomato all'interno del motore. La composizione e la configurazione geometrica del grano determinano le prestazioni del motore. Il grano è un solido colato, stampato o estruso, ed ha tipicamente consistenza simile a una gomma dura o plastica, che può essere posto nella cassa (telaio) in diversi modi. Si avranno pertanto:

- *Grani caricati come cartuccia (cartridge-loaded): sono grani di propellente manufatturati separatamente (per estrusione o colata in uno stampo) e caricati come una cartuccia nella cassa (figura 2.12)*



Figura 2.12: esempio di un propellente caricato come cartuccia.

- *Grani legati al case (case-bonded) : il case stesso è usato come stampo ed il propellente è colato direttamente al suo interno. La maggior parte dei grani viene realizzata in questo modo (Fig. 2.13).*

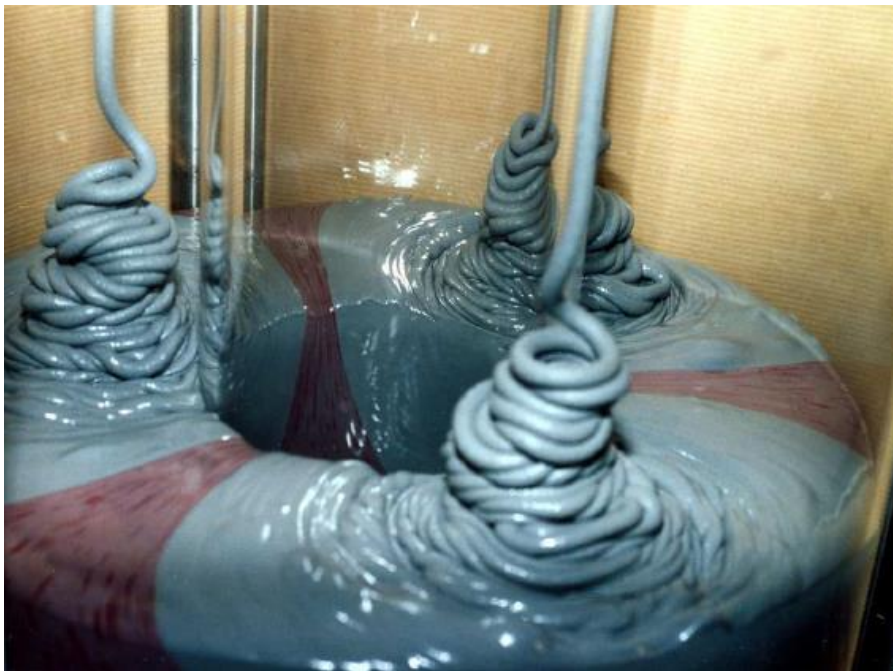


Figura 2.13:esempio di un propellente a grani colati.

È interessante analizzare come le caratteristiche geometriche del grano influenzano la spinta. Per fare questo bisogna guardare l'espressione che lega la pressione in camera di combustione alle caratteristiche del propellente nel funzionamento stabile, considerando il legame tra spinta e la pressione in camera di combustione .

L'espressione è la seguente:

$$F(t) = C_F(t) * p_c(t) * A_t \quad (2.12)$$

dove A_t è l'area della sezione di gola, F la spinta, p_c la pressione in camera di combustione, t il tempo e C_F il coefficiente di spinta.

A_t è costante e l'effetto su F delle variazioni di C_F con il tempo è molto minore di quello diretto di p_c . Infatti C_F dipende essenzialmente dalle caratteristiche di espansione dell'ugello (rapporto di aree ε , ovviamente invariato nel corso della combustione del grano), del fluido propulsivo (le cui caratteristiche e quindi sono indipendenti da variazioni della portata di propellente) e dal rapporto p_c/p_a . Quest'ultimo varia per effetto della variazione di p_a (pressione atmosferica) con la quota, ma il contributo del termine di pressione della spinta ha un effetto trascurabile rispetto a quello più diretto di p_c nell'espressione della spinta $F(t)$. Resta quindi l'effetto delle variazioni di $p_c(t)$ e, se il tipo di propellente è fissato, si può dire che questa dipende da t solo attraverso il termine A_b/A_t (A_b è la superficie di combustione), si ha quindi:

$$F(t) = F(0) * \frac{C_F(t)}{C_F(0)} * \left(\frac{A_b(t)}{A_b(0)}\right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (2.13)$$

In pratica la (2.13) evidenzia come la dipendenza della spinta da A_b , ed in particolare la possibile variazione di A_b nel tempo, possono provocare una variazione della spinta nel tempo.

In altri termini, l'evoluzione di $A_b(t)$ determina l'andamento della spinta nel tempo e, almeno in teoria si può giocare sul progetto della geometria del grano per ottenere un andamento di spinta variabile nel tempo nel modo desiderato. Tuttavia, bisogna osservare che, in generale, il motore deve essere dimensionato per la p_c più elevata che esso deve sopportare nel corso della combustione, quindi nel caso di un motore con un andamento di spinta non costante esso risulterà sovradimensionato per gran parte del suo periodo di funzionamento. In base all'evoluzione della superficie di combustione nel tempo, il grano di propellente può essere classificato come appartenente ad una delle seguenti tre famiglie, Figura 2.14:

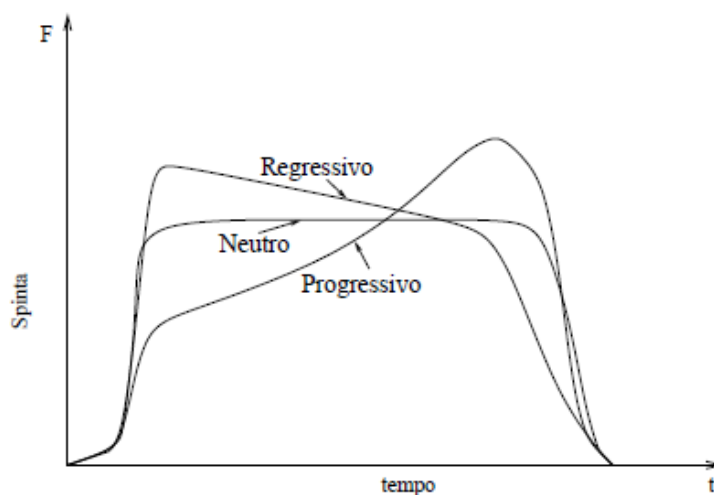


Figura 2.14: Andamento della spinta in funzione del tempo nel caso di grano progressivo, regressivo o neutro.

Grano Progressivo : è il caso in cui la geometria è tale che $\frac{dA_b}{dt} > 0$.

La geometria del grano fa sì che la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione aumentino nel tempo.

Grano Neutro : è il caso in cui la geometria è tale che $\frac{dA_b}{dt} \approx 0$.

La combustione è detta neutra se le variazioni della spinta nel tempo si mantengono al di sotto del 15%.

Grano Regressivo : è il caso in cui la geometria è tale che $\frac{dA_b}{dt} < 0$.

La geometria del grano fa sì che la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione diminuiscano nel tempo.

Diverse configurazioni geometriche possono essere realizzate per il grano di un endoreattore a propellente solido. Tra queste le principali sono (alcune sono anche illustrate in Figura. 2.15):

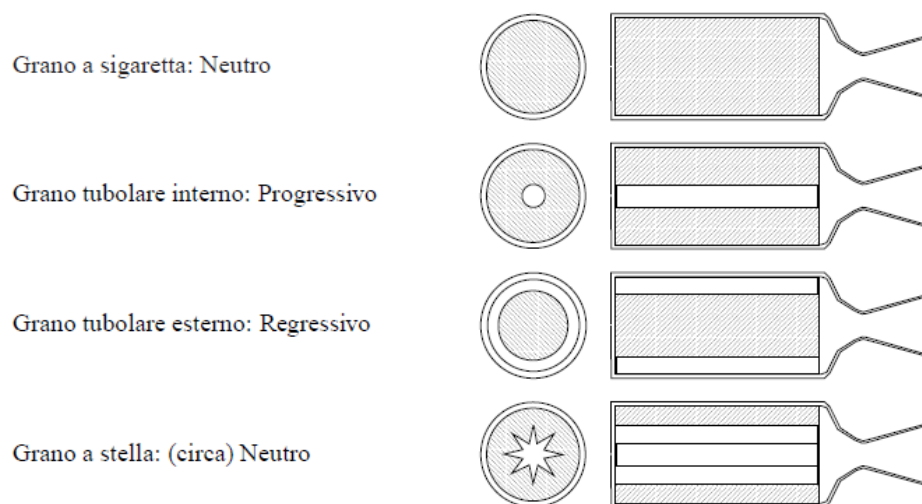


Figura 2.15: Diverse tipologie di grano per endoreattori a propellente solido.

- *grani bidimensionali:*
- *grani a combustione di estremità (grano a sigaretta);*
- *grani a combustione radiale (grani tubolari, grano a stella, . . .);*
- *grani tridimensionali.*

L'andamento della superficie di combustione nel tempo, non è l'unica proprietà rilevante per selezionare un certo tipo di geometria anziché un altro.

2.6.1 Propellenti solidi omogenei o doppia base

Sono detti anche colloidali, e sono costituiti da miscele di esplosivi tenute insieme da un materiale colloidale. Ciascun grano contiene al suo interno combustibile, ossidante e legante. Di solito si tratta di nitrocellulosa (NC), un ingrediente solido, disciolta nella nitroglicerina (NG), più piccole percentuali di additivi. Ciascuno dei due componenti contiene in sé gli elementi necessari per la reazione di combustione (combustibile ed ossidante). La nitroglicerina è un esplosivo ad elevata energia, con eccesso di ossidante ma con scarsa stabilità e caratteristiche meccaniche, mentre la nitrocellulosa ha proprietà opposte, ed è un esplosivo più blando. In assenza di additivi i propellenti a doppia base producono gas di scarico privi di fumo. L'inclusione di additivi è utile per migliorare la stabilità della miscela. In particolare, l'aggiunta di nerofumo (carbone) aumenta l'opacità all'irraggiamento, assorbendo parte dell'energia radiante ed evitando così i rischi connessi al riscaldamento del propellente al suo

interno, "lontano" dalla superficie di combustione. Le prestazioni possono essere anche migliorate mediante l'aggiunta di ossidanti inorganici quali il perclorato di ammonio (propellenti composti a doppia base) o di polveri di alluminio o di magnesio. Le caratteristiche principali dei propellenti omogenei si possono riassumere come:

- basso costo, getto non tossico, assenza di fumi, buone proprietà meccaniche, basso n (esponente delle legge di Vielle), buon controllo di r .*
- basse prestazioni (impulso specifico $I_{sp} = 220$ s al livello del suolo), bassa densità ($\rho=1.6$ g/cm³), elevata Pericolosità .*

In virtù di tali caratteristiche, essi vengono impiegati esclusivamente per applicazioni militari.

2.6.2 Propellenti solidi eterogenei o composti

Un grano di propellente solido del tipo composto è costituito da cristalli di ossidante finemente dispersi in una matrice di combustibile rappresentata da un legante di tipo plastico o gommoso. In generale questo tipo di propellenti è meno pericoloso, sia nella produzione sia nell'utilizzo, rispetto ai propellenti doppia base.

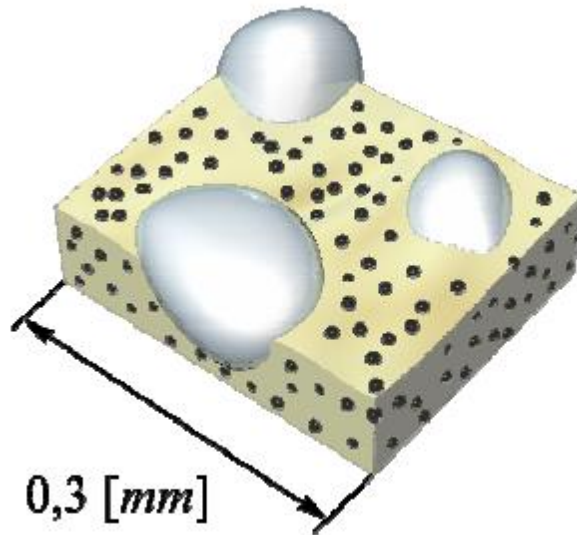


Figura 2.16 propellente composto alluminizzato

Il rapporto di miscela tra combustibile e ossidante che massimizza le prestazioni è molto vicino a quello stechiometrico (tra 0.5 e 0.05); in particolare il massimo di T_c (Temperatura di combustione), e I_{sp} si ha per dosature leggermente ricche in combustibile. Poiché i requisiti chimico-fisici richiesti al propellente (coesività, lavorabilità, resistenza meccanica ed alla detonazione) impongono percentuali di ossidante non superiori all'80-85%, è necessario avere propellenti con rapporto stechiometrico il più possibile elevato per poter ottenere prestazioni ottimali con una quantità di legante sufficiente a garantire le suddette caratteristiche. L'utilizzo di rapporti di miscela ricchi in

combustibile evita inoltre l'ossidazione delle pareti dell'ugello. Va comunque sottolineato che dal punto di vista delle proprietà fisico-meccaniche il rapporto volumetrico tra combustibile e ossidante è il parametro fondamentale e non il rapporto di massa; sono quindi preferibili ossidanti ad elevata densità e combustibili a bassa densità che permettono di ottenere contemporaneamente bassi rapporti di miscela (vicini al rapporto stechiometrico) e buone caratteristiche del propellente. Le caratteristiche del propellente, dal punto di vista delle prestazioni, dipendono sostanzialmente dall'ossidante. La velocità di combustione è fortemente influenzata dalle dimensioni delle particelle di ossidante disperse nel legante.

Ossidanti

Gli ossidanti impiegati nei propellenti solidi eterogenei sono principalmente costituiti da cristalli di sostanze quali il perclorato di ammonio (AP), il nitrato di ammonio (AN), il perclorato di potassio (KP), il nitrato di potassio (KN), il perclorato di nitronio (NP), . . .

Combustibili

Le sostanze combustibili sono in genere presenti sia sotto forma di leganti sia come additivi. In particolare:

- *Leganti: costituiscono la struttura che tiene insieme il propellente solido. Si tratta di sostanze organiche di tipo plastico o gommoso, quali: gomme sintetiche (polibutadiene: HTPB, PBAN, . . .)*
- *Additivi (polveri metalliche) : presenti fino a costituire il 20% della massa totale di propellente servono ad incrementare I_{sp} e ρ_p . Si tratta principalmente di: polveri di alluminio, boro, berillio (il quale però è estremamente velenoso) .*

Capitolo terzo

L'impacchettamento

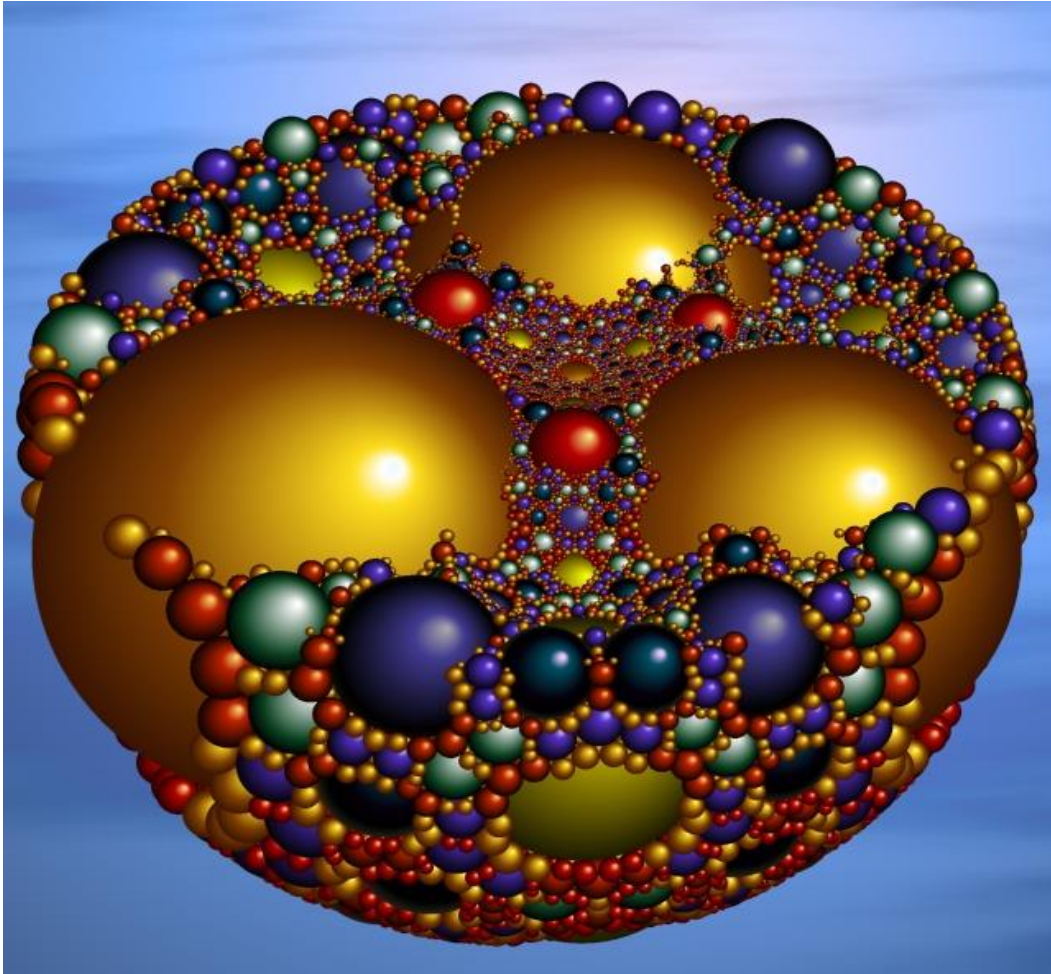


Figura 3.1: esempio di un impacchettamento di sfere.

3.1 Introduzione

L'impacchettamento delle sfere ha una importanza notevole nei nostri giorni in diversi settori industriali, come ad esempio lo stivaggio del propellente solido a bordo dei serbatoi dei razzi, ma anche nel settore alimentare e farmaceutico. Il maggior problema riguardante l'impacchettamento delle sfere è quello di trovare la partizione delle sfere che permette di ottenere la massimizzazione della densità all'interno del dominio considerato; tale densità è data dalla seguente formula :

$$\sigma = \frac{(n_1 * V_1 * \rho_1 + n_2 * V_2 * \rho_2 + n_3 * V_3 * \rho_3)}{V_{\text{dominio}}} \quad (3.1)$$

Dove n_1, n_2 e n_3 rappresentano rispettivamente il numero di particelle di perclorato d'ammonio, la polvere d'alluminio ed le particelle di HTPB (Hydroxyl-terminated polybutadiene); V_1, V_2 e V_3 i loro volumi; mentre ρ_1, ρ_2 e ρ_3 rappresentano rispettivamente le densità dei tre tipi di particelle. La densità del perclorato d'ammonio è la seguente $\rho_1 = 1948 \frac{Kg}{m^3}$, quella dell'alluminio invece $\rho_2 = 2695 \frac{Kg}{m^3}$, ed infine quella dell'HTPB è la seguente $\rho_3 = 919 \frac{Kg}{m^3}$.

Poiché la densità di una disposizione può variare in base al volume nel quale essa viene misurata, il problema è di solito rendere massima la densità media, misurata su un volume abbastanza grande.

Di solito il dominio coinvolto è uno spazio euclideo tri-dimensionale (figura 3.1). Tuttavia, i problemi legati all'impacchettamento di sfere possono essere generalizzati per spazi bidimensionali dove le "sfere" sono cerchi figura 3.2, o per uno spazio n- dimensionale dove le "sfere" sono ipersfere o anche per spazi non-euclidei.

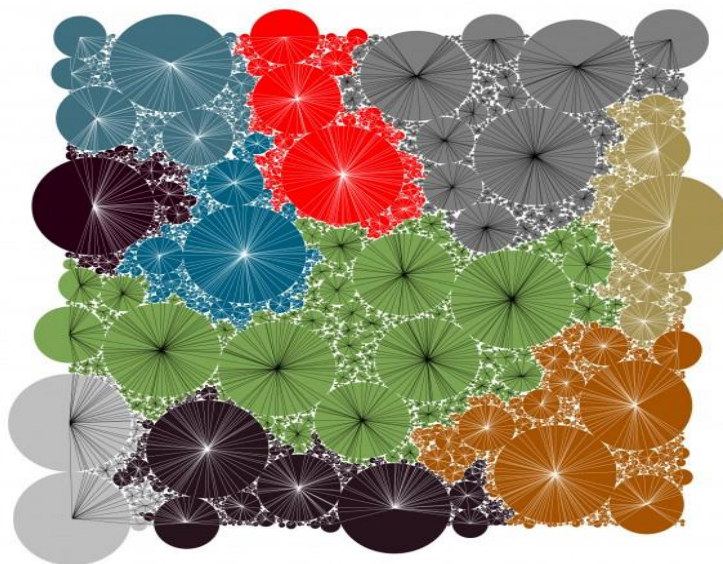


Figura 3.2: esempio di un impacchettamento di cerchi .

Esistono due categorie principali di impacchettamento delle sfere (Sphere Packing):

- *Random close packing (RCP): in questo tipo di metodo, si ha il riempimento randomico di un contenitore con delle sfere; successivamente questo contenitore viene rimescolato fino a quando le sfere non possono essere compattate ulteriormente. Quando si è raggiunto tale stato, si è in presenza di un impacchettamento di tipo RCP;*
- *Random loose packing (RLP): si distingue dal RCP, principalmente per l' assenza del rimescolamento, nel senso che la posizione di una sfera già caduta, non viene influenzata dalle sfere che andranno a cadere successivamente ad essa.*

3.2 impacchettamento casuale

l'impacchettamento casuale di semplici sfere ha dato molto da pensare a matematici e fisici. Simulazioni al calcolatore, ma anche esperimenti eseguiti fin dagli anni Sessanta, avevano indotto a ritenere che il massimo impacchettamento di sfere gettate casualmente in una scatola dovrebbe aggirarsi attorno al 64%. Prima di procedere conviene ricordare che, quattro secoli fa, Johannes

Keplero suggerì che l'impacchettamento più denso possibile di sfere uguali è costituito da una struttura ordinata, oggi universalmente nota come il reticolo cubico a facce centrate (FCC, congettura di Keplero) figura 3.3 . Essa infatti è stata dimostrata recentemente dal matematico Thomas Hales dell'università del Michigan.

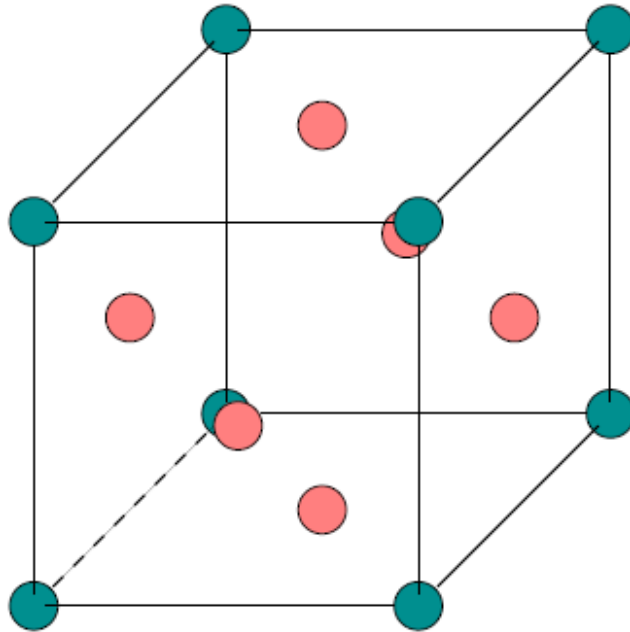


Figura 3.3 : reticolo cubico a facce concentrate.

Keplero non possedeva certo le nozioni odierne di cristallografia basate sulla tecnica della diffrazione dei raggi X introdotta da Bragg nel 1913. Oggi, grazie a quella tecnica, sappiamo che la natura è a conoscenza, a modo suo, della congettura di Keplero, ed utilizza

spesso questo tipo di organizzazione degli atomi nella realizzazione di alcune tra le sue strutture cristalline. L'alluminio, il rame, l'argento, l'oro, ad esempio, alla temperatura ambiente e alla normale pressione atmosferica presentano tutti questa struttura reticolare. Ma non solo: anche il nichel, il palladio, il platino e molti altri solidi cristallizzano con questa forma cubica a facce centrate in cui gli atomi si collocano nei siti reticolari.

Un esempio pratico può essere: ipotizziamo di avere una grande quantità di mele (mele ideali, diciamo, rigide, perfettamente sferiche e tutte identiche) e vogliamo disporle ordinatamente e con intelligenza nella nostra cantina in modo da ridurre il più possibile lo spazio sprecato, ebbene ci conviene utilizzare una organizzazione cubica a facce centrate. In tal modo, infatti, abbiamo costruito una struttura che corrisponde alla più alta densità possibile di mele (ideali) nello spazio tridimensionale. Le mele, naturalmente, non sono sfere e inoltre non sono tutte uguali. Tuttavia, se lo fossero, la densità di spazio riempito corrisponderebbe a poco più del 74% di quello occupato. Questo significa che, per un insieme di sfere rigide tutte uguali, il miglior impacchettamento possibile ci farà comunque sprecare circa il 26% di spazio del nostro magazzino: spazio tra gli interstizi che rimarrà inesorabilmente vuoto.

Tornando ora all'impacchettamento casuale di sfere. La domanda è in questo caso: quanto strettamente possono essere impacchettate delle sfere gettate a caso in una scatola?

Grazie alla congettura di Keplero sappiamo che si tratta di una frazione che non può superare il 74%. Ma di quanto è inferiore?

Secondo gli esperimenti condotti negli anni Sessanta, come già si è anticipato, il massimo impacchettamento casuale di sfere corrisponderebbe al 64%. Nel 1997, tuttavia, un gruppo di ricercatori dell'école Polytechnique, in Francia, ha mostrato di essere in grado di riempire in modo casuale il 64% di spazio .

Nonostante la diversità dei risultati, fino ad oggi si riteneva che dovesse comunque esistere una frazione massima (inferiore al limite di Keplero) per l'impacchettamento casuale di sfere.

3.3 Tecniche dell'impacchettamento

Al fine di modellare tale processo di riempimento, si possono usare due diversi metodi, sia in due che in tre dimensioni. Tali tecniche possono dividersi in due grandi famiglie:

- *Dynamic techniques*
- *Constructive techniques*

3.3.1 Dynamic techniques

Questo tipo di metodo si basa sul movimento e sul ridimensionamento delle particelle (calcolati sia con modelli puramente geometrici che con metodi dinamici).

Solitamente questi tipi di metodi sono molto dispendiosi dal punto di vista computazionale, perché la posizione e/o le dimensioni di ogni particella sono modificate durante l'intero processo di riempimento. Le tecniche che si possono utilizzare sono le seguenti:

- ***Isotropic compression*** : *consiste nel creare un dominio virtuale, inizialmente molto più grande di quello che si desidera avere realmente, dove sono inserite le particelle. Successivamente le pareti del dominio convergono verso il centro isotropicamente, e intanto viene controllato come vengono ad interagire tra di loro le varie particelle.*

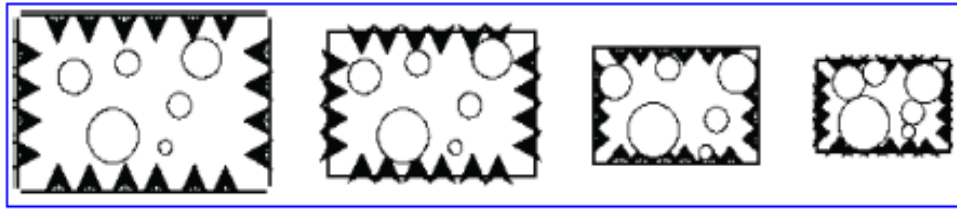


Figura 3.4 : illustrazione 2d di un metodo ad isotropi compression.

Gli svantaggi principali di questo metodo sono che, oltre a richiedere un tempo molto elevato dal punto di vista computazionale, non permette inoltre di ottenere delle elevate densità, dato la disposizione casuale delle particelle all'interno del dominio.

- **Particle expansion** : *concettualmente simile al precedente, in questo caso però vengono modificate le dimensioni delle particelle e non quelle del dominio. Inizialmente le sfere sono disposte casualmente con dei raggi più piccoli di quelli che dovrebbero avere realmente, per poi venire ingrandite, mentre ovviamente vengono tenute sotto controllo le varie interazioni. Lo svantaggio principale è sempre quello di non riuscire a raggiungere elevate densità.*

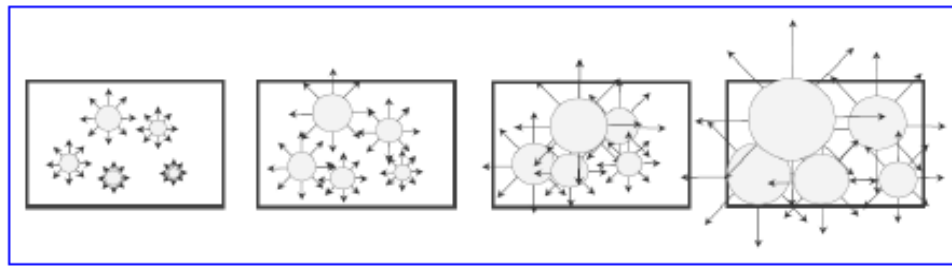


Figura 3.5 : illustrazione 2d di un metodo a “particle expansion”.

- **Collective rearrangement** : In questo caso le particelle vengono generate casualmente all'interno del dominio , per poi venire mosse e ridimensionate, per evitare anche eventuali intersezioni che si erano venute a creare.

Tale tipo di metodo richiede un tempo di calcolo molto elevato, visto che le dimensioni delle particelle sono modificate attraverso il processo.

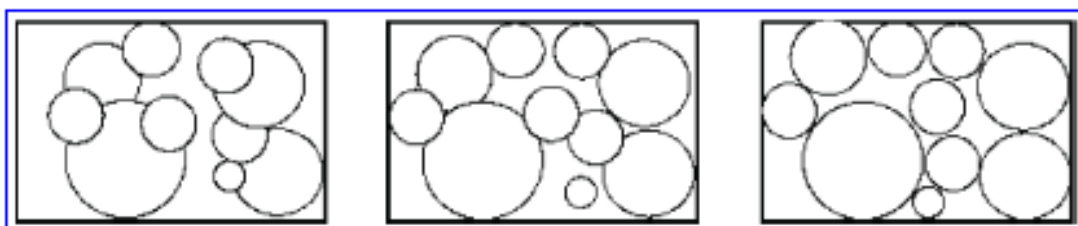


Figura 3.6 : illustrazione 2d di un metodo a “collective rearrangement”.

3.3.2 Constructive techniques

In questo tipo di metodo i calcoli sono di tipo puramente geometrico. Inoltre rispetto a quello dinamico abbiamo dei tempi di calcolo relativamente veloci e si tende a rispettare le leggi di distribuzione delle dimensioni. Le tecniche che si possono utilizzare sono:

- **Sequential inhibition:** i raggi delle particelle sono scelti in base ad una certa legge di distribuzione, mentre la posizione iniziale viene scelta randomicamente. Quando una particella ne interseca un'altra, la sua posizione viene rigettata e una nuova viene proposta con lo stesso raggio. Ne risulta quindi un metodo facile da implementare ma, ma il suo procedimento "trial and error" lo rende inutilizzabile per ottenere alte densità di impacchettamento.

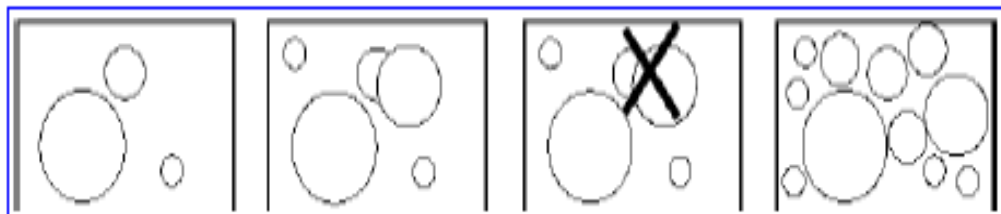


Figura 3.7 : illustrazione 2d del metodo a "sequential inhibition".

- *Una seconda tecnica si basa invece su un approccio di triangolazione (triangulation method). Per prima cosa, viene costruita una triangolazione basata sulle qualità dell' elemento. Poi, vengono ricavati i cerchi inscritti (o le sfere inscritte nel caso 3D) all'interno dei triangoli . Infine, per aumentare la densità vengono aggiunte delle ulteriori circonferenze(sfere) con centro negli spigoli dei triangoli. Questo metodo richiede una pre-costruzione, genera basse densità e non permette di seguire distribuzioni troppo complesse delle dimensioni.*

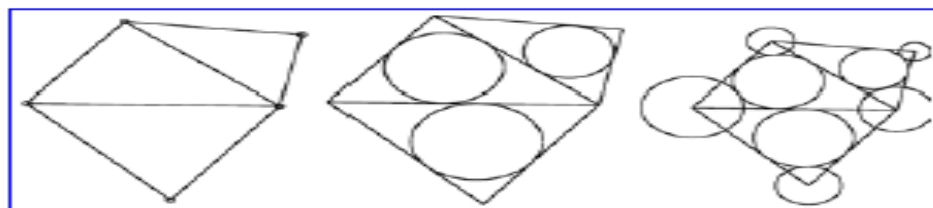


Figura 3.8 : illustrazione del “triangulation method”.

- *Una terza tecnica, detta metodo dell'accrescimento, prevede di generare randomicamente un numero desiderato di particelle (inizialmente con un raggio pari a zero) e successivamente viene calcolata la dimensione di ogni particella o come la metà della distanza del centro di quest' ultima dal centro di quella più vicina o progressivamente aumentando le dimensioni di ognuna finché non vengono a*

contatto l'un l'altra. Questo metodo è di facile implementazione, ma non permette di seguire leggi di distribuzione né di ottenere alte densità di impacchettamento.

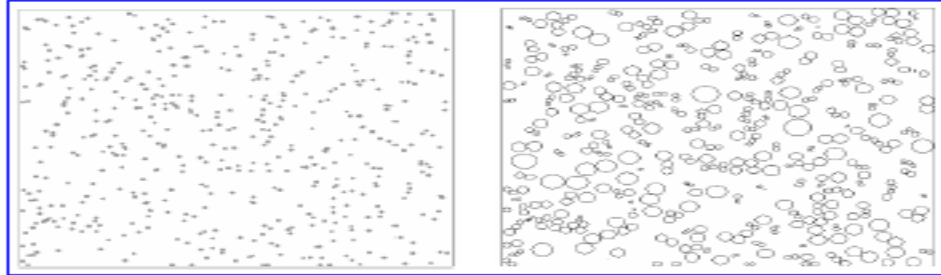


Figura 3.9 : illustrazione del metodo dell'accrescimento.

- **Dropping and rolling** : questo tipo di tecnica prevede che ogni particella venga lasciata cadere da una determinata altezza e che si fermi o quando incontra un'altra particella o quando raggiunge il fondo del dominio. Poi essa viene fatta rotolare, fino ad incontrare una terza particella. Il processo di rotolamento è ricorsivo finché uno stato di equilibrio non viene raggiunto. Questo tipo di metodo richiede un grande consumo di tempo, ma ha la capacità di rispettare leggi di distribuzione complesse e può raggiungere elevate densità.

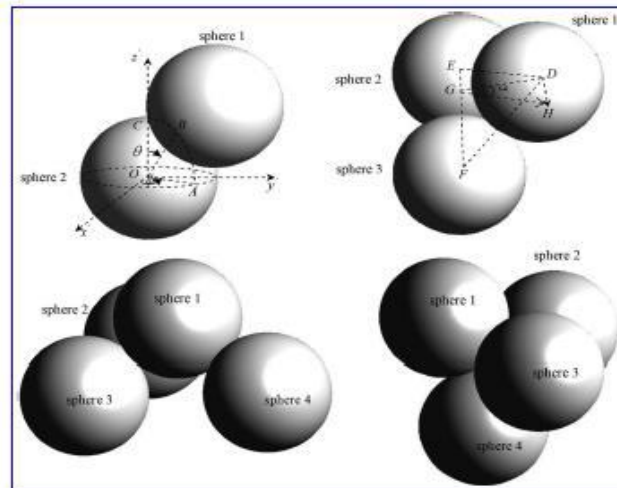


Figura 3.10: illustrazione del metodo di “dropping and rolling”.

Oltre a questi due tipi di tecniche c'è un altro tipo di metodo che rispetto ai precedenti presenta una difficoltà di attuazione maggiore, l'“**Inwards Packing Method**”(IPM). Esso consiste nel costruire un primo strato tangente ai bordi del dominio che viene poi successivamente espanso verso il centro del dominio mediante riempimento. Questo metodo è relativamente veloce e facile da implementare e genera alte densità specialmente in 2D, mentre in 3D è limitato a moderate densità (circa 0.5) quando si tratta di generare sfere poli-disperse .

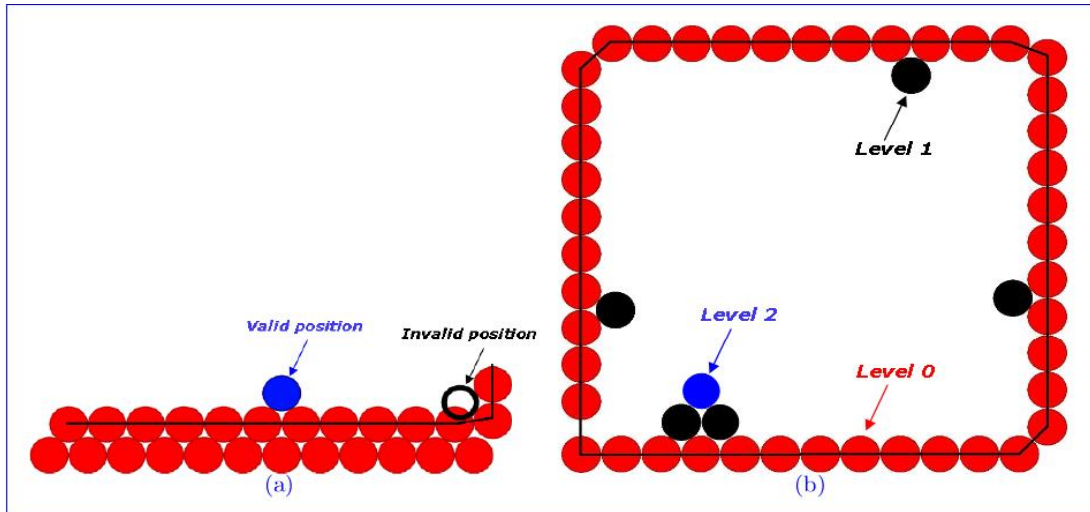


Figura 3.11 : illustrazione del metodo IPM.

Capitolo quarto

Implementazione del codice

4.1 Descrizione del codice.

L'idea base del codice è quella di generare delle particelle in modo randomico e posizzionarle all'interno di un dominio scelto dall'utente, per poi andare a trovare il dominio più piccolo tale da contenerle senza che esse vengano a compenetrarsi (intersecarsi) tra di loro .

Come contenitore è stato scelto un dominio sferico per motivi che verranno spiegati in seguito; questo dominio ha un raggio $R_{dominio}$ che viene impostato dall'utilizzatore, e un volume che sarà dato dalla seguente espressione :

$$V_{dominio} = \frac{4}{3} * \pi * R_{dominio}^3 \quad (4.1)$$

Con P_1 , P_2 e P_3 si indicheranno rispettivamente le percentuali, in volume, di particelle grandi, medie e piccole. Mentre R_1, R_2 e R_3 rappresenteranno i loro corrispondenti raggi. Utilizzando questi raggi si può risalire ai volumi delle particelle nel seguente modo. Data una sfera S_i di raggio R_i , il suo volume V_i è dato da:

$$V_i = \frac{4}{3} * \pi * R_i^3 \quad (4.2)$$

A questo punto si possono trovare n_1 , n_2 e n_3 , cioè il numero di particelle grandi, medie e piccole presenti nel dominio:

$$n_i = \frac{P_i * V_{dominio}}{V_i} \quad (4.3)$$

Una volta trovate n_1, n_2 e n_3 si può calcolare la frazione volumetrica iniziale ϕ ovvero il rapporto tra il volume occupato da tutte le sfere, che viene indicato con V_s , e il volume del dominio $V_{dominio}$:

$$\phi = \frac{V_s}{V_{dominio}} \quad (4.4)$$

Le coordinate del centro di una sfera (x,y,z) viene calcolata utilizzando le coordinate polari:

$$x = \rho * \sin(\vartheta) * \cos(\varphi) \quad (4.5)$$

$$y = \rho * \sin(\vartheta) * \sin(\varphi) \quad (4.6)$$

$$z = \rho * \cos(\vartheta) \quad (4.7)$$

Dove ρ , ϑ e φ sono date dalle seguenti formule:

$$\rho = R_{max} * rand(1) \quad (4.8)$$

$$\vartheta = \vartheta_{max} * rand(1) \quad (4.9)$$

$$\varphi = \varphi_{max} * rand(1) \quad (4.10)$$

*R_{max} è dato dalla differenza tra il raggio di dominio e il raggio della sfera in esame (questo per garantire che la posizione iniziale della sfera non sia fuori dal dominio), $\vartheta_{max} = \pi$ e $\varphi_{max} = 2 * \pi$. Rand (1) è invece una funzione di matlab che genera a random una valore compreso tra 0 e 1.*

Una volta trovate le coordinate dei centri delle sfere bisognerebbe eliminare le sfere che sono perfettamente incluse dentro altre sfere .

Supponendo per esempio di avere due sfere S_i e S_j con centri rispettivamente (x_i, y_i, z_i) , (x_j, y_j, z_j) e raggi R_i, R_j , calcolando la distanza D_{ij} tra questi due centri attraverso la seguente formula:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (4.15)$$

si vanno a prendere solo le sfere che soddisfano la seguente relazione $D_{ij} > (R_i - R_j)$ ovvero si prende la j -esima sfera solo se essa non è completamente inclusa dentro la i -esima sfera .

A questo punto bisogna esaminare le posizioni di queste sfere ed eventuali intersezioni tra di loro (Figura 4.1), per poter determinare la frazione volumetrica finale, ovvero il grado di riempimento finale e il dominio reale che riesce a contenere tutte le particelle generate senza che esse si intersechino tra di loro .

Ovviamente la condizione iniziale è una condizione virtuale perché le particelle in realtà non possono intersecarsi tra di loro; infatti si adotta questo procedimento solo per far stare tutte le particelle nel dominio iniziale . Il calcolo infatti non pretende di simulare il processo fisico, ma solo il risultato finale.

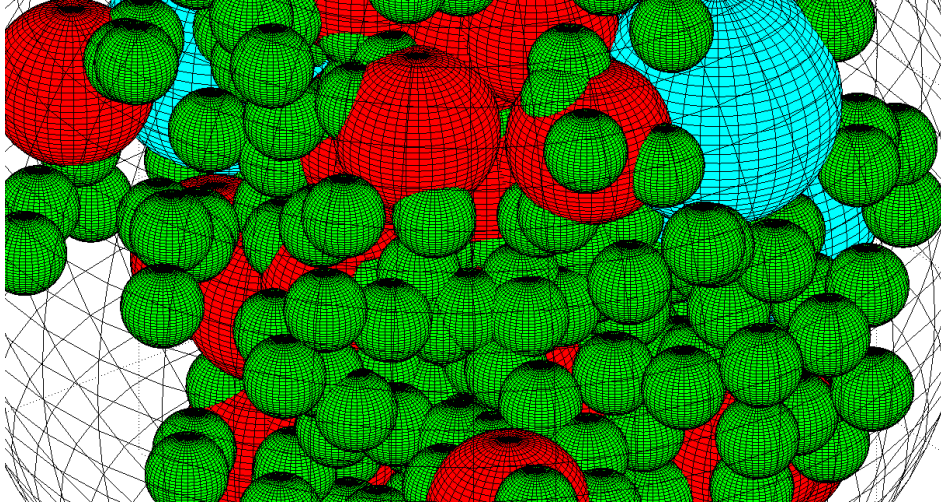


Figura 4.1 : esempio di una configurazione iniziale delle sfere ed eventuali intersezioni tra queste sfere.

La scelta del dominio sferico viene fatta per una questione di semplicità di calcolo della normale alla parete, che a sua volta servirà a calcolare le forze repulsive esercitate dal dominio stesso sulle sfere .

Nel caso di un dominio sferico la normale alla superficie si calcola nel seguente modo :

$$\bar{n} = -\frac{(X_i - X_0)}{\|X_i - X_0\|} \quad (4.16)$$

Dove X_i rappresenta le coordinate del centro della particella i -esima e X_0 quelle del centro del dominio .

Se si fosse utilizzato ad esempio un dominio cubico si sarebbero avuti 27 casi, quindi la scelta del dominio sferico comporta delle semplificazioni nel codice .

La normale alla superficie serve per calcolare la forza esercitata dalla parete del dominio su una particella, nel caso in cui essa esce dal dominio; tale forza è data dalla seguente espressione :

$$W_i = K_w * \sqrt{R_i} * \delta_{wi} \bar{n}_{wi} \quad (4.17)$$

K_w è la costante di elasticità della parete, mentre δ_{wi} indica quanto la particella esce dal dominio; essa è data da :

$$\delta_{wi} = [\sqrt{(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)} + R_i] - R_{dominio} \quad (4.18)$$

La particella esce dalla dominio solo se $\delta_{wi} > 0$; se invece $\delta_{wi} \leq 0$ la particella sta dentro il dominio e la forza esercitata dalla parete è nulla.

Passando adesso alle intersezioni tra le sfere, prendendo due sfere S_i e S_j , e supponendo che esse si intersechino tra di loro, la sfera S_j esercita allora sulla sfera S_i una forza repulsiva F_{ij} data da :

$$F_{ij} = K_p * \sqrt{r_{ij}} * \delta_{ij} * \bar{n}_{ij} \quad (4.19)$$

dove K_p è la costante di elasticità delle particelle, $\bar{n}_{ij} = -\frac{(X_i - X_j)}{\|X_i - X_j\|}$ è il versore congiungente i due centri, δ_{ij} è definito come $R_i + R_j - \|X_i - X_j\|$ (figura 4.2), mentre r_{ij} viene calcolato in questo modo : $r_{ij} = \frac{R_i * R_j}{R_i + R_j}$.

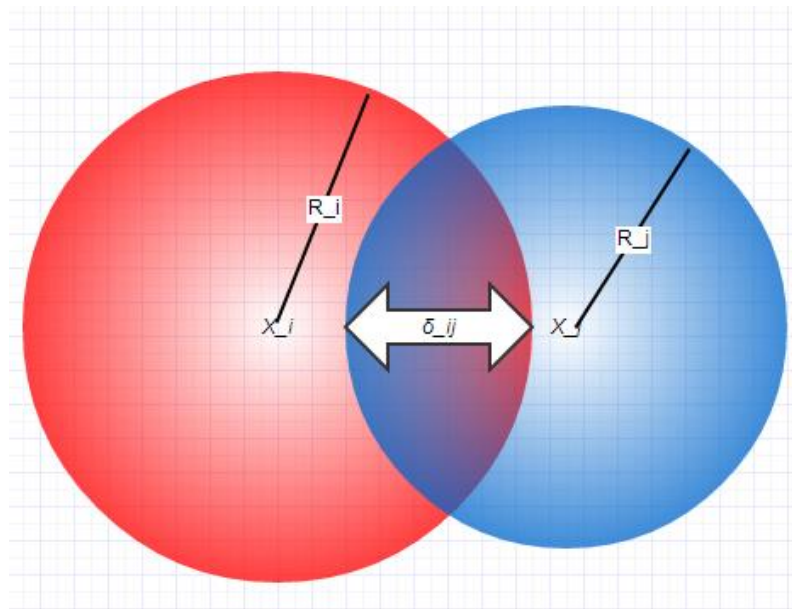


Figura 4.2 : esempio di un'intersezione tra due sfere.

Indicando con M_i l'insieme di tutte le particelle che si intersecano con la particella i , la forza totale F_i applicata sulla particella i è data dalla sommatoria di tutte le forze repulsive :

$$F_i = \sum_{j \in M_i} F_{ij} = \sum_{j \in M_i} K_p * \sqrt{r_{ij}} * \delta_{ij} * \bar{n}_{ij} \quad (4.20)$$

Lo spostamento della i -esima particella sarà dato allora dalla seguente formula :

$$\Delta X_i = K_v * \frac{(F_i + W_i)}{R_i^3} \quad (4.21)$$

K_v è una costante che viene determinata sperimentalmente.

Avendo calcolato lo spostamento si può adesso trovare la posizione della particella all'iterazione $i+1$: $X_{i+1} = X_i + \Delta X_i$. Facendo questo procedimento per tutte le particelle si troveranno le posizioni finali di tutte le particelle .

Oltre a tutto questo il codice è stato fatto in modo che se per un certo numero di iterazioni successive le sfere non riescono a diminuire le loro intersezioni, il raggio del dominio viene aumentato di un certo valore, per far sì che le sfere riescano a stare dentro il dominio .

Utilizzando la (4.1), la (4.4) ,le posizioni finali delle particelle ed il raggio di dominio finale, si può trovare la frazione volumetrica finale .

Facendo delle simulazioni in Matlab si è notato che i tempi di calcolo sono abbastanza elevati . Per cercare di velocizzare il processo si è pensato di riprodurre il codice in ambiente C++.

Una volta che è stato scritto il codice in linguaggio C++, come prima cosa si è pensato di confrontare i risultati ottenuti in Matlab con quelli ottenuti in C++ a parità di condizioni iniziali, cioè partendo in entrambi i codici dalle stesse posizioni iniziali delle particelle .

*La figura 4.2 mostra le differenze tra le coordinate finali di 125 particelle, ottenute dal codice Matlab, e il codice C++. Analizzando tale figura si nota subito che è stato ottenuto un ottimo risultato visto che l'errore massimo è inferiore a $7 * 10^{-5}$; errore imputabile alla rappresentazione numerica dei dati, nel codice C++ sono stati utilizzati dei float al posto dei classici double, e i float hanno una precisione minore di quella dei double (occupano un spazio di memoria minore).*

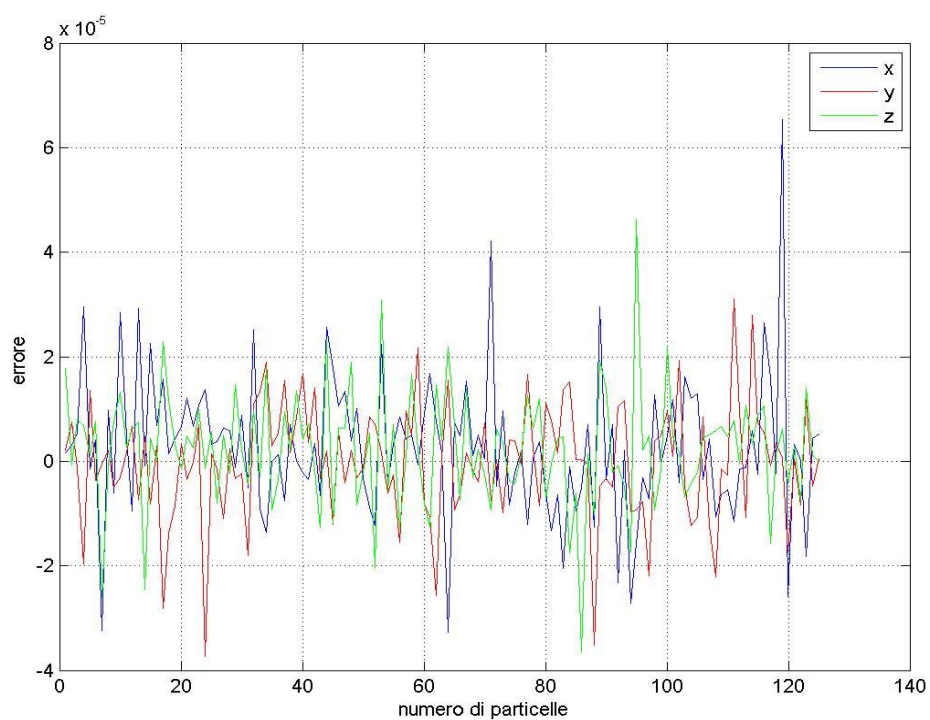


Figura 4.2: le differenze tra le posizioni finali ottenute in Matlab è in C++.

E' stata poi fatta un'altra verifica. Tale verifica consiste nel confrontare la frazione volumetrica finale di un insieme di sfere che hanno lo stesso raggio; in questo caso sono state fatte 5 simulazioni partendo da delle posizioni iniziali delle sfere diverse (figure 4.3) .

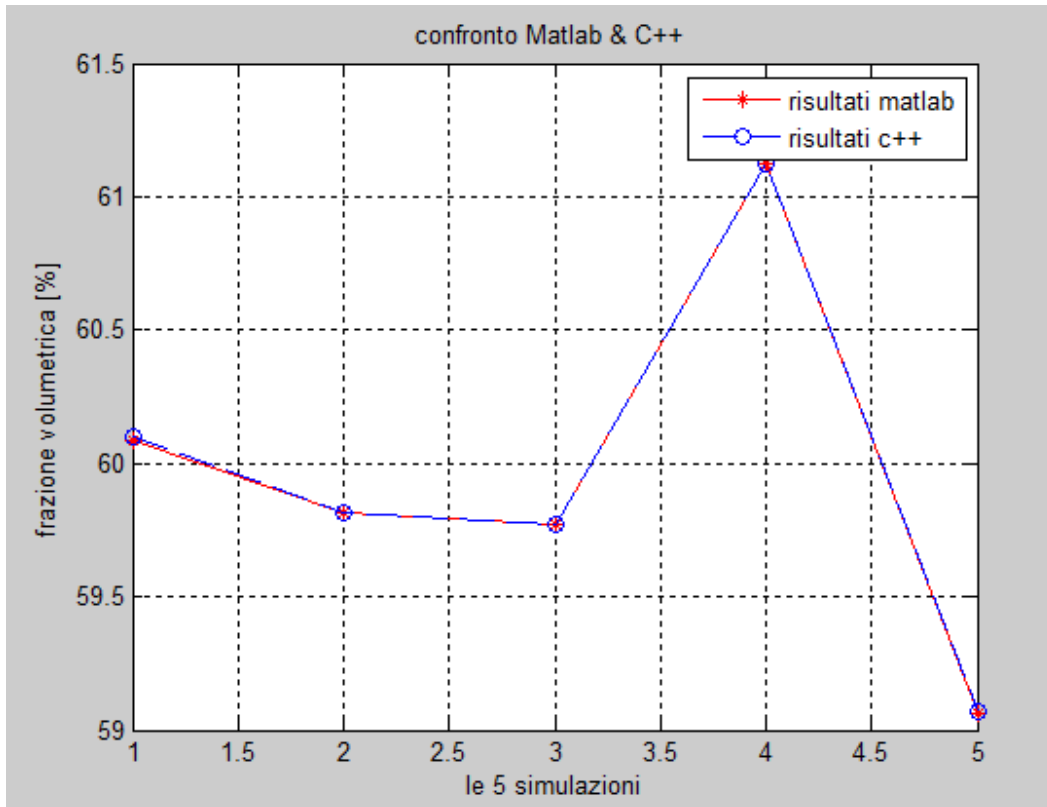


Figura 4.3: confronto delle frazioni volumetriche ottenute in Matlab e C++.

Dalla figura 4.3 si nota che ancora un'altra volta sono stati ottenuti gli stessi risultati, ovvero in tutte le 5 simulazioni è stata ottenuta sempre la stessa frazione volumetrica sia in Matlab sia in C++. Visto che il codice C++ dà gli stessi risultati del codice Matlab, si può a questo punto pensare di paragonare i tempi di calcolo impiegati da entrambi i codici.

La figura 4.4 mostra l'andamento del tempo di calcolo all'aumentare del numero di particelle. Si può notare che l'andamento del tempo

impiegato dal codice C++ è perfettamente lineare, mentre quello del codice Matlab è un andamento del tipo parabolico .Facendo il rapporto tra il tempo impiegato da Matlab è quello ottenuto da C++ (figura 4.5) si nota ancora il vantaggio di utilizzo di C++ rispetto a Matlab, per esempio, con 20000 particelle, C++ è 5 volte più veloce di Matlab.

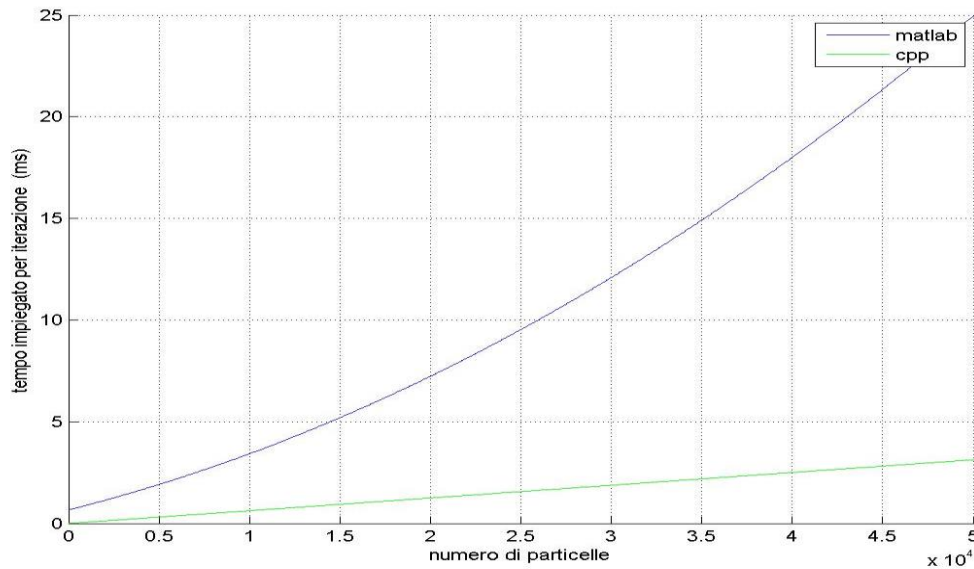


Figura 4.4: andamento del tempo di calcolo in funzione del numero di particelle, dei due codici.

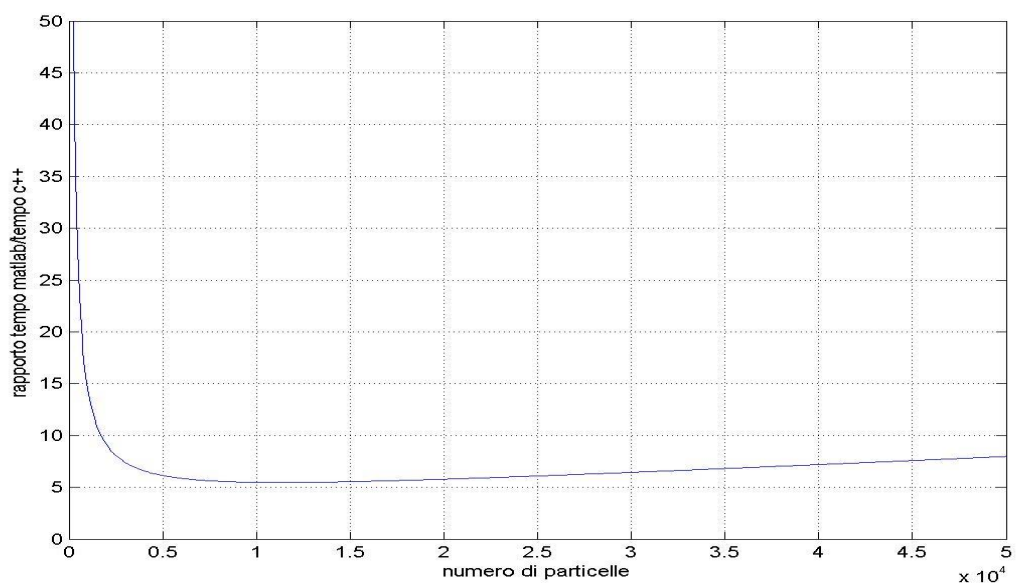


Figura 4.5: rapporto tra tempo impiegato da Matlab è quello impiegato da C++.

Capitolo Quinto

Simulazioni

5.1 Alcuni concetti fondamentali

Prima di cominciare le simulazioni conviene introdurre alcuni concetti fondamentali, per rendere più chiaro il lavoro che verrà presentato:

- *Propellente Monomodale: in questo caso tutte le sfere hanno lo stesso valore di raggio, ovvero tutte le sfere sono identiche tra di loro.*
- *Propellente Bimodale: in questo caso si hanno due tipi di sfere, dove il rapporto tra i loro valori di raggio è costante.*
- *Propellente Trimodale: in questo caso si hanno tre tipi di sfere, piccole medie e grandi; il rapporto tra i loro valori di raggio di ogni due tipi di sfere rimane costante.*
- *P_1 : percentuale volumetrica delle particelle grandi che nel caso in esame sono rappresentati dalle particelle di perclorato di ammonio a 200 μm .*
- *P_2 : percentuale volumetrica delle particelle medie, ovvero in questo caso sono le particelle di alluminio a 50 μm .*

- P_3 : percentuale volumetrica delle particelle di perclorato d'ammonio a $10 \mu\text{m}$.

In tutte le simulazioni è stato utilizzato un processo stocastico (processo Monte Carlo), ovvero per ogni valore di P_1 si fanno più simulazioni, e la frazione volumetrica finale risulta essere la media di tutte le frazioni volumetriche delle simulazioni fatte.

5.2 Simulazioni con il monomodale

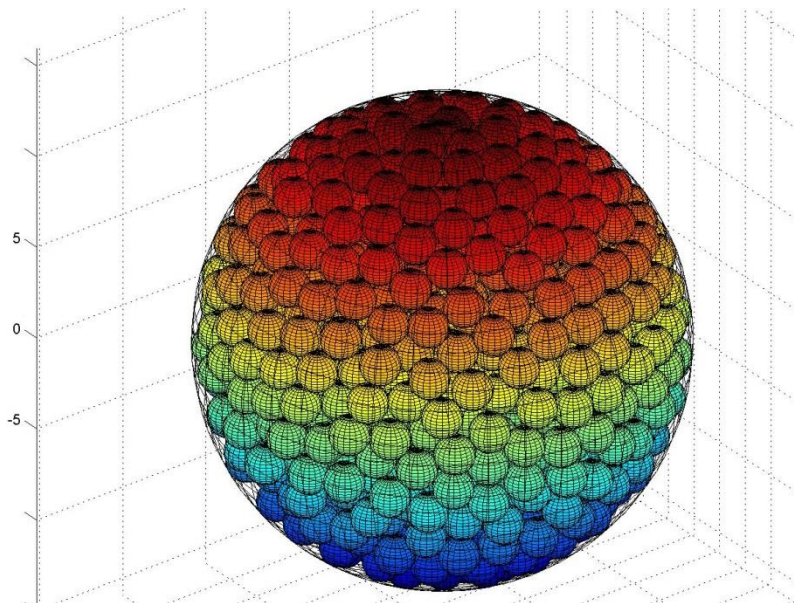


Figura 5.1: esempio di una simulazione con un monomodale.

Queste simulazioni sono state fatte sostanzialmente per confrontare i risultati ottenuti dal codice, con i dati teorici relativi al riempimento casuale (RCP).

Con un impacchettamento casuale (RCP) di sfere identiche, si sa che il grado di riempimento massimo ottenibile è circa uguale a 64%; basandosi su questo dato sono stati fatte delle simulazioni in modo da cercare di validare il codice con i risultati sperimentali. La figura 5.2 mostra i risultati ottenuti facendo cinque simulazioni con un numero di particelle pari a mille .

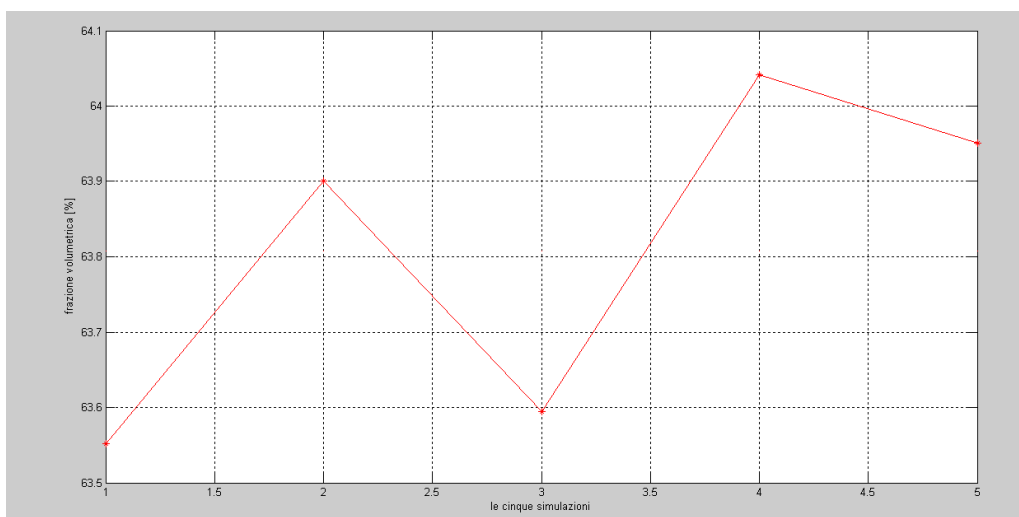


Figura 5.2: le frazioni volumetriche ottenute facendo cinque simulazioni.

La frazione volumetrica media di questi cinque simulazioni è pari a 63.8%, che dimostra l'efficienza del codice sviluppato. A questo punto, una volta validato il codice con un propellente monomodale, si può passare alle simulazioni con il bimodale .

5.3 Simulazioni con il bimodale

In questo caso si esaminano solo le particelle di alluminio e le particelle grandi di perclorato di ammonio, mentre quelli fine non vengono considerate. Per fare tali simulazioni sono state considerati dei valori di $\frac{R_1}{R_2}$ che vanno da 2 a 6 e una percentuale di particelle di grandi P_1 che varia da 10% a 100 % (caso monomodale).

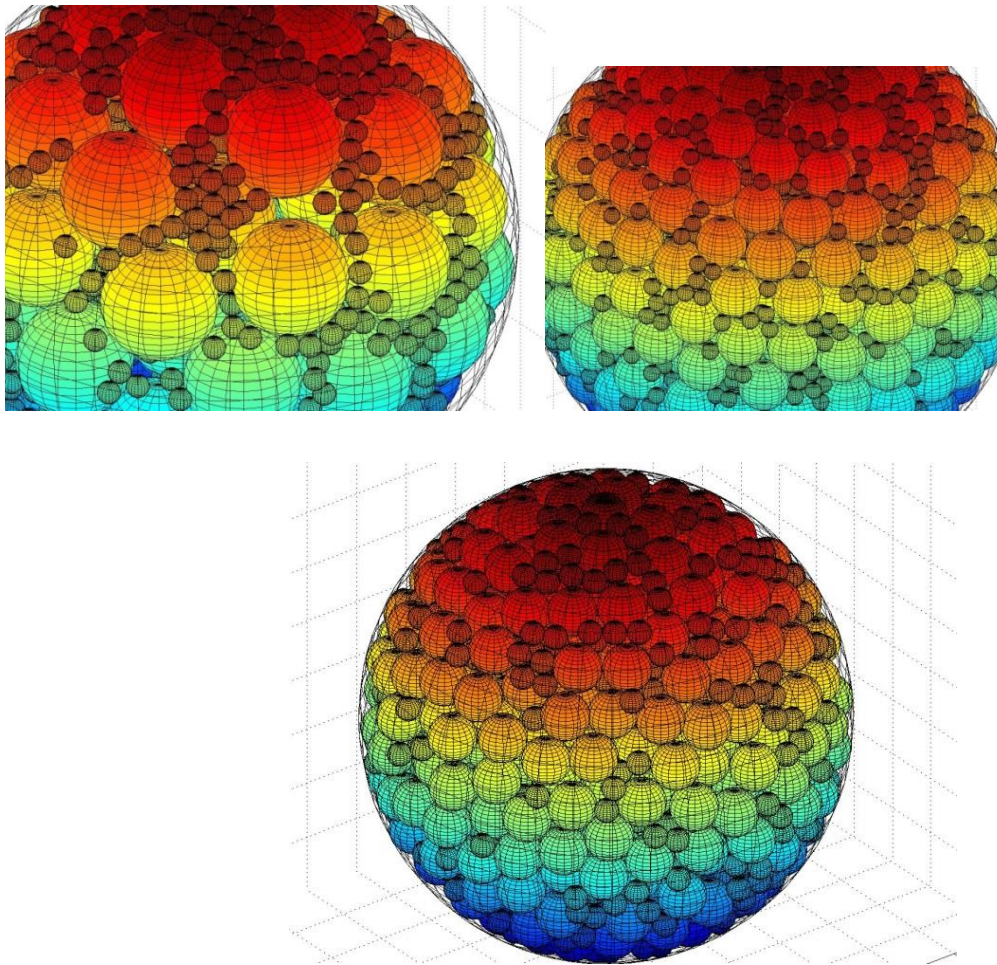


Figura 5.3: esempi di simulazioni del bimodale con valori di $\frac{R_1}{R_2}$ rispettivamente pari a 5, 3 e 2 ed una percentuale di particelle grandi pari a 90% .

In Figura 5.4 viene riportato l'andamento della frazione volumetrica relativa, parametrizzata con il rapporto dei raggi, ed in funzione della percentuale delle particelle grandi.

Analizzando tale figura si nota subito che la frazione volumetrica per ciascun valore di $\frac{R_1}{R_2}$ aumenta all'aumentare di P_1 per raggiungere poi il massimo quando P_1 circa uguale a 75 %; dopo tale valore la frazione volumetrica comincia a decrescere.

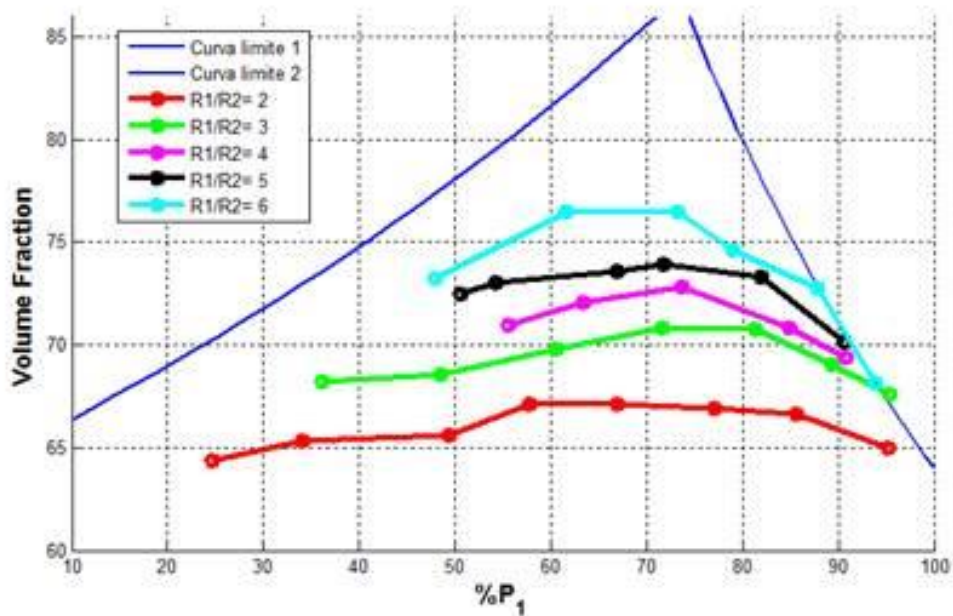


Figura 5.4 : andamento delle frazioni volumetriche in funzione della percentuale delle particelle grandi, per diversi rapporti tra i raggi .

Per esempio quando il rapporto tra i raggi è pari 6 ed P_1 sta attorno al 70%, si riesce a riempire più del 76 % del dominio.

Per bassi valori di P_1 , non sono stati determinati gli andamenti delle frazioni volumetriche per problemi di complessità computazionale, visto che le simulazioni richiedono un tempo di calcolo abbastanza elevato .

Per quanto riguarda invece le due curve blu, esse hanno una importanza notevole . La curva di destra rappresenta il caso in cui le sfere piccole possono considerarsi totalmente disperse nelle sfere grandi, l'equazione di tale curva è la seguente :

$$cv_{dx} = \frac{\%mono}{\%P_1} * 100 \quad (5.1)$$

La curva di sinistra rappresenta invece il caso nel quale le sfere grandi sono totalmente dispersi nelle sfere piccole, tale curva ha la seguente equazione :

$$cv_{sx} = \% mono + (1 - \%mono) * P_1 * \frac{\%mono}{1 - (1 - \%mono) P_1} \quad (5.2)$$

Esse risultano particolarmente importanti quando le curve dei vari rapporti dei raggi vanno a toccare una curva limite; se ciò accade si ha una notevole semplificazione nel calcolo della frazione volumetrica in quanto non si va più a fare una simulazione con bimodale, ma

basta una, fatta con un monomodale (del quale si conosce già la frazione volumetrica finale).

A titolo d'esempio nella figura 5.4, per il rapporto di raggi ϕ è P_1 circa pari a 87 %, la curva delle frazioni volumetriche tocca la curva limite di destra. Quindi si può considerare in quel caso, le sfere piccole come totalmente disperse tra le sfere grandi, e di conseguenza la frazione volumetrica sarà data dalla frazione volumetrica di un monomodale che nel caso di un Random Close Packing si sa che essa è pari a circa 64%, più la frazione volumetrica data dalle sfere piccole corrispondente al 13 % (100-87) di quella del monomodale stesso.

Una cosa che si può notare nella figura 5.4, la curva delle frazioni volumetriche con rapporto ϕ tocca la curva limite di destra in un intervallo di percentuali di sfere grandi che va da 87% fino al 100%, quindi si può semplificare il calcolo delle frazioni volumetriche in quella fascia di percentuali P_1 . In pratica tutte le curve vanno a toccare la curva limite; solo che in questo caso non sono fatti tutte le simulazioni necessarie per trovare i punti di intersezioni; a causa dei costi computazionali.

In seguito si è pensato di andare a studiare il comportamento della frazioni volumetrica trovate con il codice sviluppato, all'interno del

dominio sferico sia nel caso di un monomodale che nel bimodale, in modo da andare a valutare eventuali effetti di bordo.

Per fare cioè, bisognerebbe andare a considerare dei sotto volumi del contenitore delle particelle. Nelle figure 5.5 e 5.6 si vede l'andamento della frazione volumetrica in funzione di dl , dove dl rappresenta la differenza tra il diametro del dominio iniziale e il sotto volume in considerazione; per esempio quando $dl = 0.1$, vuol dire allora che si sta considerando un sotto dominio di diametro uguale al 90% del diametro del dominio iniziale.

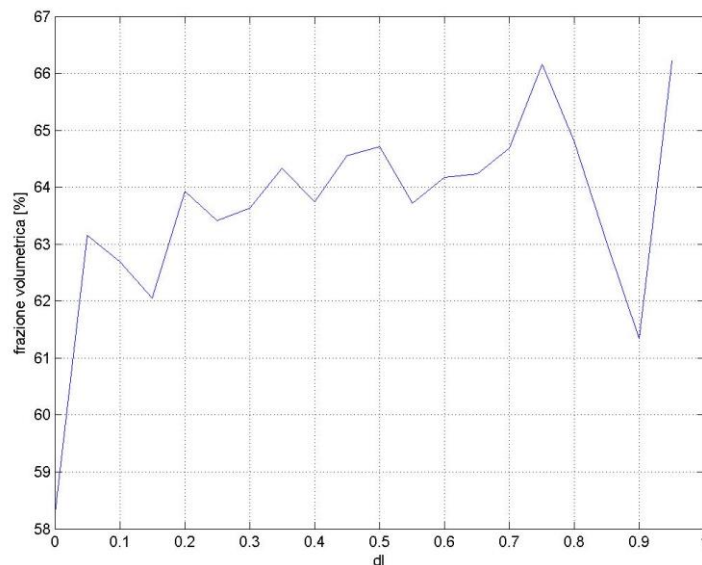


figura 5.5: esempio di un andamento della frazione volumetrica di un monomodale in funzione di dl .

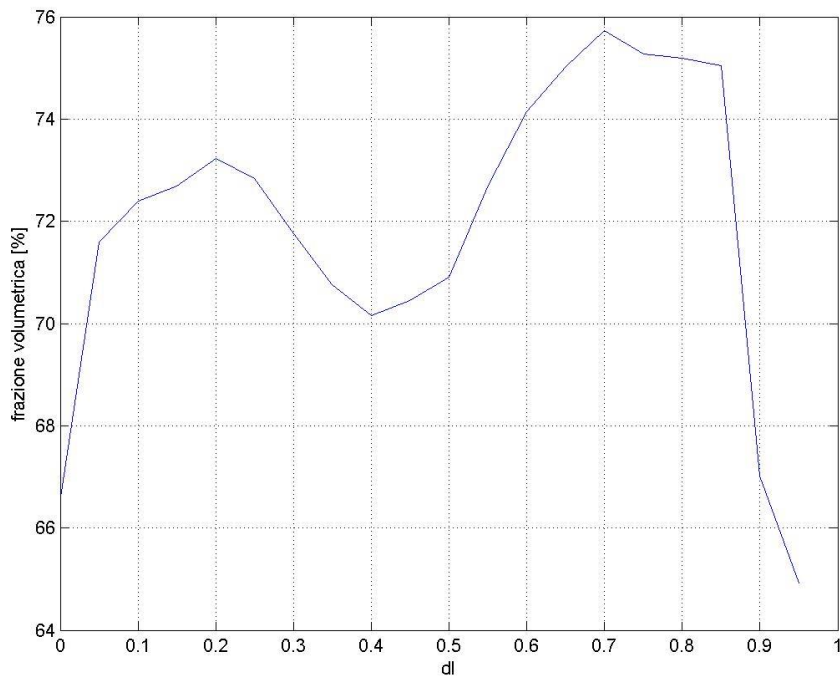


Figura 5.6: esempio di un andamento della frazione volumetrica di un bimodale in funzione di dl.

Andando ad analizzare le due figure in alto si vede subito che quando dl è compreso tra 0 e 0.1 la frazione volumetrica è molto inferiore a quella che dovrebbe essere, tale problema è dovuto agli effetti di bordo o in altre parole al fatto che se le particelle grandi si appoggiano sulle pareti del contenitore esse impediscono a quelle piccole di andare ad occupare gli spazi tra le particelle grandi e le pareti, che rimangono vuoti .

Per ovviare a tale inconveniente bisognerebbe applicare condizioni al contorno periodiche, ovvero se una particella uscisse di un certa distanza da un lato, ne avremo un'altra che né entra dal lato diametralmente opposto. Poter applicare tali condizioni bisognerebbe utilizzare un contenitore (dominio iniziale) cubico.

Nella figura 5.7 è mostrato un esempio nel quale si vede l'applicazione delle condizioni periodiche al contorno dove le sfere verde sono quelli reali e si vede che esse escono di una certa quantità chiamiamola per esempio X , dal cubo contenitore mentre quelle rosse sono quelle virtuali e si vede che esse entrano nel dominio cubico con la stessa quantità X .

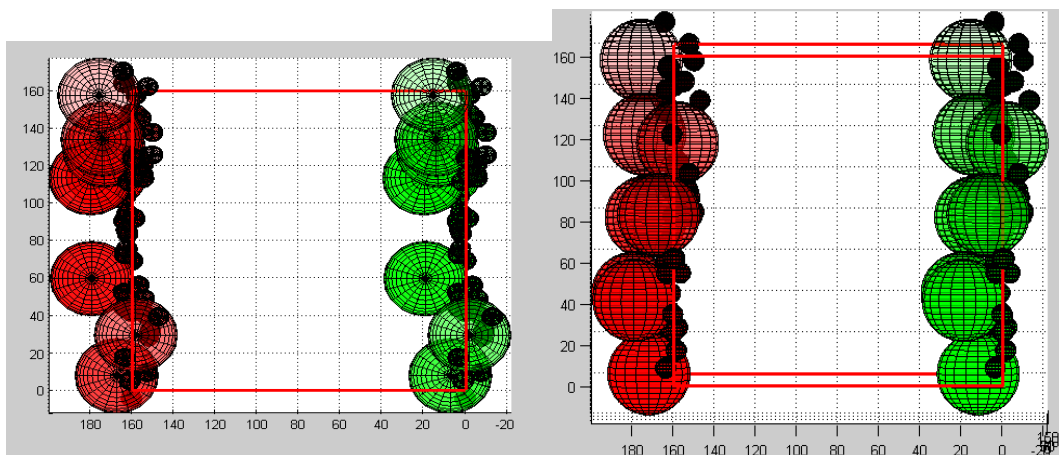


Figura 5.7: illustrazione dell'applicazione delle condizioni periodiche al contorno .

Dopo aver cambiato il dominio da sferico a cubico e applicando le condizioni periodiche, non rimane altro che andare a vedere se il comportamento della frazione volumetrica all'interno del nuovo dominio contenitore. La figura 5.8 mostra il risultato ottenuto, ed esattamente come ci si aspettava, adesso la frazione volumetrica è molto più stabile soprattutto vicino ai bordi e non oscilla più come nel caso del dominio sferico. L'aumento della frazione volumetrica quando d_l è pari circa a 0.9, si può spiegarlo nel seguente modo: considera un sotto dominio troppo piccolo le dimensioni delle particelle grandi diventano paragonabili rispetto a quelle del dominio, quindi una particella può occupare una porzione importante del dominio.

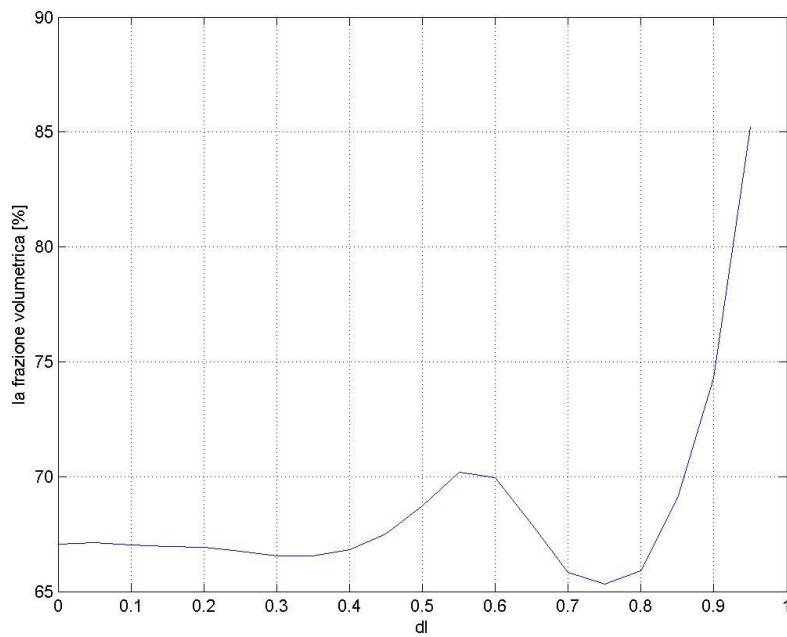


Figura 5.8: esempio di un andamento della frazione volumetrica in funzione di dl , all'interno di un dominio cubico ed applicando le condizioni periodiche al contorno.

Nella figura 5.9 sono riportati alcuni esempi di simulazioni fatte considerando un dominio cubico .

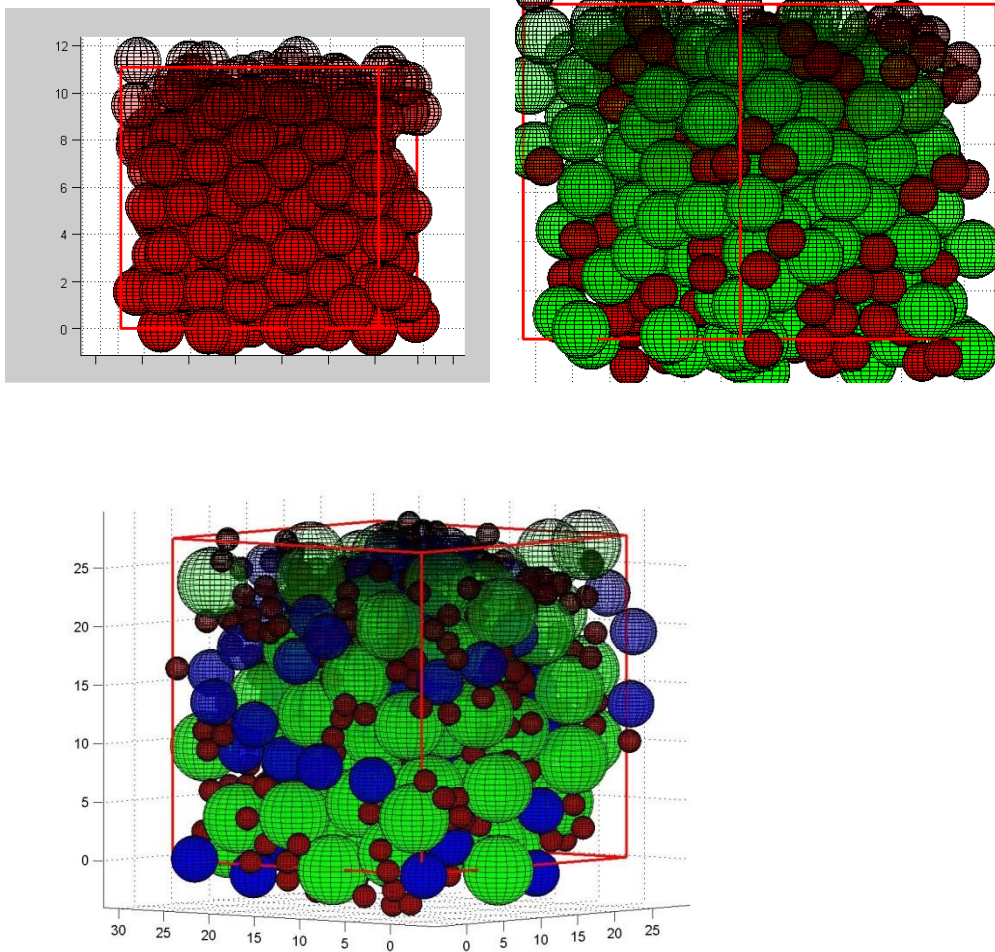


Figura 5.9: esempi di simulazioni di un monomodale ,bimodale è un trimodale all'interno di un dominio cubico.

Conclusioni

Il presente lavoro ha trattato l'impacchettamento casuale di un propellente solido, all'inizio del lavoro sono stati fatti delle simulazioni utilizzando un codice matlab, ma i tempi di calcolo erano troppo elevati, ciò ha portato allo sviluppo di un codice in ambiente C++, nel tentativo di velocizzare il processo. Una volta che il codice C++ è stato implementato, come prima cosa sono stati confrontati i risultati ottenuti da entrambi i codici partendo dalle stesse condizioni iniziali, ed effettivamente i risultati ottenuti dal codice C++ corrispondono a quelli ottenuti da matlab. Il passaggio successivo è stato quello di andare a fare delle simulazioni con un propellente monomodale per confrontare i risultati che sono stati ottenuti dal codice C++, con i risultati sperimentali relativi all'impacchettamento casuale (Random Close Packing) ed di nuovo è stato ottenuto un risultato molto accettabile. Dopo aver validato il codice C++ si è passati ad un propellente bimodale, sono stati fatti delle simulazioni con diversi valori di percentuali di particelle grandi (particelle grosse di perclorato di ammonio) al variare del rapporto tra i raggi delle particelle grandi e piccole (particelle fine di perclorato d'ammonio), alla fine di determinare la mappa delle frazioni volumetriche in funzione della percentuale delle particelle grandi. In seguito sono stati determinati le curve limiti, cioè i casi in cui le particelle grandi sono completamente dispersi tra quelle piccole o viceversa. Dalla

mappa delle frazioni volumetriche di un propellente bimodale si possono dedurre due aspetti fondamentali, il primo è che la frazione volumetrica per ciascun valore di rapporto di raggi, aumenta fino a raggiungere il massimo attorno ad un percentuale di particelle grandi pari a circa 75%, per poi cominciare a decrescere. La seconda invece, ci porta ad osservare che per certe percentuali le curve delle frazioni volumetriche vanno a toccare la curva limite di destra, questo concetto ha un'importante significato. Quando cioè accade si ha che le particelle piccole possono essere considerate completamente disperse tra quelle grandi; questo risultato in particolare, permetterebbe di non considerare la presenza delle sfere piccole all'interno di un bimodale, ma di rapportarsi direttamente ad un monomodale al quale viene aggiunto in seguito la frazione volumetrica delle sfere piccole, già nota in partenza. Dopo aver studiato le mappe delle frazioni volumetriche di un bimodale, è stato pensato di andare a vedere l'andamento della frazione volumetrica all'interno del dominio sferico, quello che si è potuto notare, è che vicino ai bordi la frazione volumetrica è più bassa rispetto a quello che dovrebbe essere (a causa dei noti effetti di bordo); per ovviare a tale inconveniente è stato un altro approccio, ovvero è stato preso un dominio cubico al posto di quello sferico, inoltre sono state applicate le condizioni periodiche al contorno, cioè se una particella esce da un lato del cubo si avrà un'altra che né entra dal lato diametralmente opposto. Dopo aver fatto tali modifiche è stato notato subito che l'andamento della frazione volumetrica all'interno del dominio cubico

è molto più stabile soprattutto vicino ai bordi, rispetto al caso del dominio sferico. Come sviluppi futuri, risulta interessante introdurre una certa distribuzione nella dimensione dei raggi, visto che in realtà i valori dei raggi delle particelle non sono mai tutti uguali ad un unico valore; questo per vedere come la distribuzione dei valori dei raggi influenza la mappa delle frazioni volumetriche ottenuta.

Bibliografia

- <http://www.cartesio-episteme.net/ep8/ep8-verne.htm>.
- <http://www.allstar.fiu.edu/aero/tsiolkovsky.htm>.
- http://www.larapedia.com/ingegneria_glossario_materiali/propellente_per_razzi.html.
- http://wwwusers.ts.infn.it/~gregorio/lessons/cap_v.pdf.
- N.A. Davydenko, R.G. Gollender, A.M. Gubertov, V.M. Mironov, N.M. Volkov, "Hybrid Rocket Engines: The Benefits and Prospect", *Aerospace Science and Technology* 11, 2007.
- M. Di Giacinto. Dispense del corso di Endoreattori. Università di Roma "La Sapienza", Roma.
- A.G. Robotti. Endoreattori. Levrotto & Bella, Torino, Italia, 1961.
- Théorie des moteurs de fusée à propulseur solide Richard Nakka.
- *Rocket Prolulsion Elements*, George P. Sutton, Oscar Biblarz.
- Sylvain Chaminade. Déplacement et organisation de microbulles dans un fluide fortement chargé simulant un propergol à l'état pâteux - Relation avec les anomalies de combustion constatées.

- Yanheng Li and Wei Ji. Stability and Convergence Analysis of a Dynamics-based Collective Method for Random Sphere Packing.
- Noah Giansiracusa. Packing Spheres on a Sphere: An Introduction to Experimental Mathematics .
- M. Karim HITTl, *Direct numerical simulation of complex Representative Volume Elements (RVEs): Generation, Resolution and Homogenization.*