

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI  
BOLOGNA**

---

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA**

***CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA***

*DIN - Dipartimento di Ingegneria Industriale*

**TESI DI LAUREA**

in

*Costruzione di Macchine*

**VALUTAZIONE DELLA RIGIDEZZA PROGRESSIVA DI  
UNA SOSPENSIONE POSTERIORE MOTOCICLISTICA**

**CANDIDATO  
Lorenzo Peroni**

**RELATORE:  
Chiar.mo Prof. Dario Croccolo**

**CORRELATORI  
Ing. Massimiliano De Agostinis  
Ing. Stefano Fini**

Anno Accademico 2013/14

Sessione III



*“The only things standing between  
you and your goals are work and  
fatigue”*

Un Semplice.



# INDICE

## *Prefazione*

<b>Cap.1. LE SOSPENSIONI MOTOCICLISTICHE POSTERIORI</b> .....	1
1.1 INTRODUZIONE AI SISTEMI DI SOSPENSIONE.....	1
1.2 LE DIVERSE TIPOLOGIE DI SOSPENSIONE.....	3
1.2.1 FORCELLONE OSCILLANTE.....	3
1.2.2 FORCELLONE OSCILLANTE CANTILEVER.....	4
1.2.3 INTRODUZIONE DEI MECCANISMI NELLE SOSPENSIONI POSTERIORI.....	6
<b>Cap.2. MECCANICA DEL QUADRILATERO ARTICOLATO</b> .....	9
2.1 DEFINIZIONE E GENERALITA' SUL QUADRILATERO ARTICOLATO.....	9
2.2 DESCRIZIONE DEI SISTEMI ARTICOLATI: ANALISI E SINTESI.....	11
2.2.1 ANALISI DINAMICA.....	12
2.2.2 ANALISI CINEMATICA.....	12
2.2.2.1 EQUAZIONE DI CHIUSURA.....	12
2.2.2.2 ANALISI DI POSIZIONE.....	13
2.2.3 ANALISI STATICA.....	15
2.2.4 SINTESI DEL QUADRILATERO.....	15
2.3 ALCUNE APPLICAZIONI DEL QUADRILATERO ARTICOLATO.....	15
<b>Cap.3. CURVE DI FORZA E RIGIDEZZA ED IL SET UP DELLE SOSPENSIONI</b> .....	19
3.1 CARATTERISTICHE DELLE SOSPENSIONI .....	19
3.2 LE CURVE DI FORZA .....	21
3.3 SET UP DELLE SOSPENSIONI MOTOCICLISTICHE.....	27
3.3.1 CENNI SULLE CARATTERISTICHE DEL MONO.....	27
3.3.2 PRECARICO DEL MONO.....	30
3.4 INFLUENZA DELLA PROGRESSIVITA' SULLE SOSPENSIONI PER MOUNTAIN BIKE.....	36
3.4.1 COMPORTAMENTO IN FASE DI PEDALATA.....	37
3.4.2 COMPORTAMENTO IN DISCESA: SCAVALCAMENTO DI UN OSTACOLO...39	
3.4.3 ASPETTI PRATICI E SCELTA DELLA TIPOLOGIA DI LEVERAGGIO .....	41

<b>Cap.4.SOSPENSIONI PROGRESSIVE:TECNICA DI PROGETTAZIONE E ANALISI STATICA.</b>	<b>45</b>
4.1 LE SOSPENSIONI PROGRESSIVE.....	45
4.2 GEOMETRIA DELLE SOSPENSIONI PROGRESSIVE.....	49
4.3 ANALISI DI POSIZIONE DEL MECCANISMO: DETERMINAZIONE ESCURSIONE MONO.....	51
4.4 ANALISI STATICA DELLE FORZE.....	57
4.4.1 LA FORZA VARIABILE SECONDO LA LEGGE ADIABATICA DELLO SMORZATORE...58	
4.4.2 FORZA LINEARE GENERATA DALLA MOLLA.....	61
4.4.3 FORZA TOTALE E PRECARICO SUL MONO.....	61
4.4.4 FORZA AGENTE SUL PUNTONE.....	62
4.4.5 FORZA DI CONTATTO RUOTA-TERRENO.....	64
<b>Cap.5. COMPILAZIONE FOGLIO DI CALCOLO PER LO STUDIO DELLE SOSPENSIONI.....</b>	<b>67</b>
5.1 INTRODUZIONE AL FOGLIO DI CALCOLO.....	67
5.2 I SOFTWARE DI CALCOLO E SIMULAZIONE DELLE SOSPENSIONI.....	68
5.2.1 ANALISI MULTIBODY.....	68
5.2.2 ANALISI MEDIANTE PROGRAMMI DI CALCOLO.....	69
5.3 FOGLIO DI CALCOLO.....	70
5.3.1 FOGLIO DI CALCOLO FORNITO DA DUCATI.....	71
5.3.2 FOGLIO DI CALCOLO “ <i>MATHEMATICA</i> ”.....	71
5.4 CONFRONTO CON I DATI DI PROGETTO DUCATI .....	92
5.5 ESEMPIO NUMERICI DI VARIAZIONE DELLA CURVA DI PROGRESSIONE.....	93
5.5.1 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DEL PRECARICO.....	93
5.5.2 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA LUNGHEZZA PUNTONE.....	96
5.5.3 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA RIGIDEZZA.....	97
5.5.4 EFFETTI VARIAZIONE DI PRESSIONE E VOLUME DEL SERBATOIO GAS.....	98
5.5.5 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA GEOMETRIA.....	100
5.5.5.1 EFFETTO VARIAZIONE DELLE DIMENSIONI DEL BILANCIERE.....	101
5.5.5.2 EFFETTO VARIAZIONE ANGOLO INCLINAZIONE BILANCIERE.....	102
5.6 CONCLUSIONI.....	104
<i>BIBLIOGRAFIA</i> .....	107
<i>RINGRAZIAMENTI</i> .....	109

## ***Prefazione***

Questa tesi ha come obiettivo la realizzazione di un foglio calcolo sulla base delle equazioni utili alla progettazione ed alla descrizione del funzionamento di sospensioni posteriori per motocicli a quadrilatero articolato. Queste equazioni, in alcuni casi, sono non lineari ed implicite e richiedono quindi un codice di calcolo che possa essere implementato al calcolatore, al fine di poter svolgere rapidi calcoli ed avere la capacità di realizzarli ricorsivamente.

Lo sviluppo di linguaggi di programmazione e di tecniche informatiche, affiancato dalla crescita delle prestazioni di calcolatori sempre più avanzati e moderni, sta aprendo al mondo dell'ingegneria la possibilità di trasferire gran parte delle attività di progettazione e sviluppo di prodotti, realizzazione di prototipi e di modelli reali ad una realtà virtuale.

Dunque, mentre in passato queste attività erano necessariamente basate su un approccio puramente sperimentale, questa evoluzione sta oggi invece portando a notevoli vantaggi in termini di qualità, riduzione dei tempi e dei costi di sviluppo e produzione del prodotto, con un solo obiettivo finale: rendere il prodotto più competitivo ed apprezzato sul mercato.

Lo sviluppo e la progettazione di sistemi di sospensione nel motociclismo non può prescindere dallo studio della cinematica del meccanismo che la costituisce ed è sicuramente un problema per il quale un simile approccio risulta di grande interesse ed estremamente utile. Talvolta non è possibile ottenere una soluzione analitica semplice per problemi di

## *Prefazione*

tale difficoltà ed è quindi necessario procedere iterativamente sino a raggiungere risultati soddisfacenti.

Sulla base delle precedenti considerazioni si basa il lavoro qui di seguito svolto: caratterizzare il comportamento di particolari geometrie di sospensioni posteriori, capaci di ottenere una risposta di tipo “progressiva” della rigidità dei mezzi che le equipaggiano.

Ducati, insieme ai più grandi costruttori mondiali di motociclette (Honda, Suzuki, Kawasaki, ecc.), da decenni ormai sfruttano questo particolare sistema al fine di migliorare l’handling, le prestazioni ed il comfort dei sui modelli stradali e cross super-sportivi.

Nei cinque capitoli che seguono verranno affrontate nell’ordine le seguenti tematiche.

Il primo capitolo servirà per fare una breve panoramica su tutte le diverse tipologie di sospensioni posteriori che storicamente ed attualmente equipaggiano i motocicli. Ci si soffermerà in particolare sulle sospensioni progressive, costituite da meccanismi più o meno complessi.

Nel secondo capitolo infatti verrà indagata la meccanica del quadrilatero articolato, che è proprio uno dei meccanismi utilizzati al fine di ottenere una risposta progressiva da parte delle sospensioni. In particolare saranno ricavate le equazioni utili all’individuazione della posizione di un generico membro del quadrilatero rispetto ad un sistema di riferimento, la cosiddetta analisi di posizione.

Il terzo capitolo invece è dedicato allo studio delle sospensioni progressive, quindi ai loro aspetti positivi e negativi, ai principi di progettazione, funzionamento e settaggio, analizzando attentamente come diverse configurazioni geometriche possano generare nette variazioni della rigidità: da progressiva a lineare, finanche regressiva.

## *Prefazione*

Il quarto capitolo ha l'obiettivo di definire le equazioni che governano la sospensione posteriore in studio in termini di carichi applicati e di condizioni di equilibrio statico, a seconda del moto e delle sollecitazioni alle quali è sottoposto il mezzo. L'analisi statica in questione è naturalmente associata alla particolare configurazione con un unico organo di sospensione, chiamato appunto "mono", collegato ad una serie di biellismi che coniugano meccanicamente l'escursione del mono all'escursione verticale della ruota posteriore, attendendosi una risposta progressiva della rigidità del sistema.

Nel quinto ed ultimo capitolo verrà presentato il foglio di calcolo, realizzato mediante la piattaforma informatica *Mathematica*, in cui vengono compilate le equazioni dell'analisi di posizione e dell'analisi statica dei carichi ottenute e discusse nei capitoli 2 e 4. L'utilizzo del mezzo informatico è fondamentale sia per risolvere ricorsivamente le equazioni che governano la sospensione posteriore sia per plottare i grafici di compressione del mono e di carico sui diversi organi, in funzione della variabile "escursione verticale della ruota" e di tutti i parametri geometrici e meccanici di progetto noti, poiché forniti dal centro di calcolo Ducati per il modello "1098". Oltre ai dati di progetto, sono forniti alcuni risultati riguardanti i carichi ed il moto della sospensione dell'esempio, per questo verrà improntato un confronto tra i risultati del costruttore e quelli ottenuti dal codice. Alla fine del capitolo verranno modificati singolarmente alcuni parametri meccanici e geometrici; sovrapponendo i grafici ottenuti nelle configurazioni di progetto con quelli nelle configurazioni alterate sarà possibile constatare qualitativamente la variazione di progressione subita dalle curve della forza di contatto ruota-terreno.

## *Prefazione*

# *Capitolo 1*

## *LE SOSPENSIONI MOTOCICLISTICHE POSTERIORI*

### **1.1 INTRODUZIONE AI SISTEMI DI SOSPENSIONE**

Prima degli anni '30 la maggior parte dei motocicli viaggiavano senza sospensioni e su terreni molto irregolari, di rado asfaltati. La presenza degli pneumatici permetteva, e permette ancora oggi, l'assorbimento di sole piccole irregolarità del terreno. Ciò provocava difficoltà di guida per il conducente, dovute a naturali perdite d'aderenza delle ruote, scarso comfort ed elevatissime vibrazioni trasmesse da sella, manubrio e pedaliere.

Le prime sospensioni nascevano dunque come organi di macchina atti all'assorbimento di tutte quelle asperità che compromettevano un "regolare avanzamento" del motociclo e furono montate di serie sui primi modelli durante la prima metà del '900.

L'obiettivo era quello di "isolare" una *massa sospesa* costituita da telaio, motore e pilota e considerata perfettamente rigida, dal moto delle masse solidali alle ruote, chiamate *masse non sospese*, che devono seguire le irregolarità del terreno, dal quale non devono mai perdere contatto.

Da allora sono state molteplici le soluzioni cinematiche e le realizzazioni costruttive proposte, sia per incrementare la qualità, il comfort e la

sicurezza di guida, sia per far fronte all'aumento delle prestazioni dei motori equipaggiati dalle stesse.

Nello specifico, lo scopo delle sospensioni posteriori è quello di assolvere principalmente a tre funzioni:

1. consentire alle ruote della moto di seguire il profilo della strada per assicurarne una costante aderenza ed al fine di garantire la massima capacità di trasmettere forze “longitudinali”, in fase di accelerazione e frenata, e “laterali”, in curva;
2. controllare l’assetto del veicolo nelle varie condizioni di utilizzo;
3. ridurre la trasmissione di forze verticali e vibrazioni dovute alle irregolarità stradali, al fine di migliorare il comfort e la sicurezza del guidatore, ottenendo quindi il più alto grado di isolamento possibile delle masse sospese.

Ottimizzare contemporaneamente tutti e tre gli aspetti sopra elencati risulta però tecnicamente difficile. E’ necessario orientare la progettazione di geometrie e set up tenendo conto dell’utilizzo del mezzo (Touring, stradale, sportivo, pista, fuoristrada). Ad esempio: per soddisfare le condizioni di comfort sarebbe necessario ridurre la rigidità delle molle, ma a parità di accelerazioni e irregolarità stradali l’escursione necessaria aumenterebbe in proporzione fino a costituire un problema a livello di stabilità e handling della moto. E’ anche possibile che un set up che si adatta in maniera ottimale ai requisiti di cui sopra per una data condizione (per esempio strada asciutta) non risulti più ottimale al mutare delle condizioni stradali (guida sul bagnato o a temperature nettamente diverse da quelle di set up); lo stesso discorso vale nel caso, comune ai mezzi stradali, di variazione del carico sulla moto (conducenti di diverse corporature, stature e pesi che determinano la variazione della distribuzione del peso sulle due ruote e del baricentro moto; inoltre c’è la possibilità di trasportare un passeggero).

## 1.2 LE DIVERSE TIPOLOGIE DI SOSPENSIONE

Per adattarsi a tutte queste necessità sono stati sviluppati nel tempo diversi schemi di sospensione posteriore (ed anteriore!) che verranno esaminati in dettaglio qui di seguito:

### 1.2.1 FORCELLONE OSCILLANTE

La costruzione si basa su di un forcellone oscillante a due bracci, entrambi provvisti di un gruppo molla - smorzatore montato con un'angolazione tale da conferire una certa "progressione" alla curva di rigidità.



*Fig. 1.1 – Schema ed applicazione su Guzzi California di forcellone oscillante classico*

Tale soluzione è generalmente denominata “classica”, in quanto è stata e continua ad essere una delle più utilizzate, presentando l’evidente vantaggio di una costruzione semplice e una posizione dei gruppi molla - ammortizzatore “ideale” per evitarne problemi di surriscaldamento (per via della dissipazione in calore dell’energia cinetica da parte dello smorzatore) e conseguente variazione delle caratteristiche di funzionamento durante un impiego severo. Ma il principale svantaggio rimane l’incapacità di disporre di un’ampiezza di movimento verticale della ruota che risulti sempre sufficiente e non poter ottenere un andamento della forza in funzione dello

spostamento (al variare della posizione verticale della ruota) sufficientemente progressivo. Altre caratteristiche positive, confrontato rispetto ad un sistema compatto a quadrilatero articolato, sono: la modesta entità delle forze di reazione al perno che unisce il forcellone al telaio, vincolati mediante una coppia rotoidale (cuscinetto), l'elevata ampiezza di movimento dell'ammortizzatore che rende più agevole il controllo dello smorzamento comportando elevate velocità di compressione e di estensione.

A tutti questi benefici si contrappone però il rischio di generazione di sforzi torcenti sul forcellone e sul telaio, causati dalla presenza di due ammortizzatori che potrebbero comportarsi diversamente: sia perché differenzialmente tarati sia a causa di un diverso ambiente di funzionamento (temperatura, usura, guasto, ecc..).

### 1.2.2 FORCELLONE OSCILLANTE CANTILEVER

I difetti della soluzione classica furono in parte risolti grazie alla variante costruttiva denominata “cantilever”.

Essa presenta un forcellone a bracci uniti tali da formare un reticolo e quindi di generare un opportuno braccio di leva per la compressione/estensione di un unico sistema molla-smorzatore.

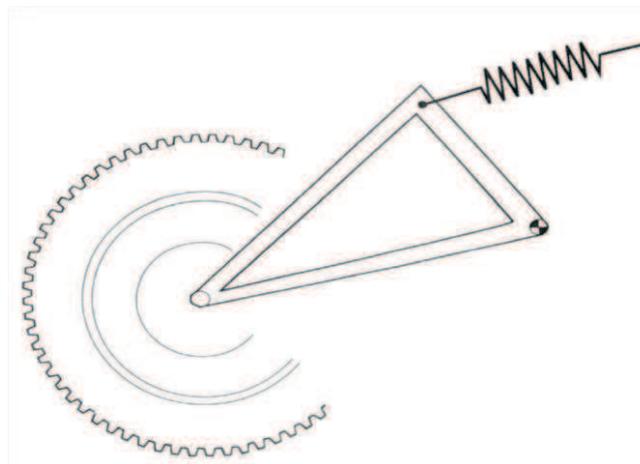
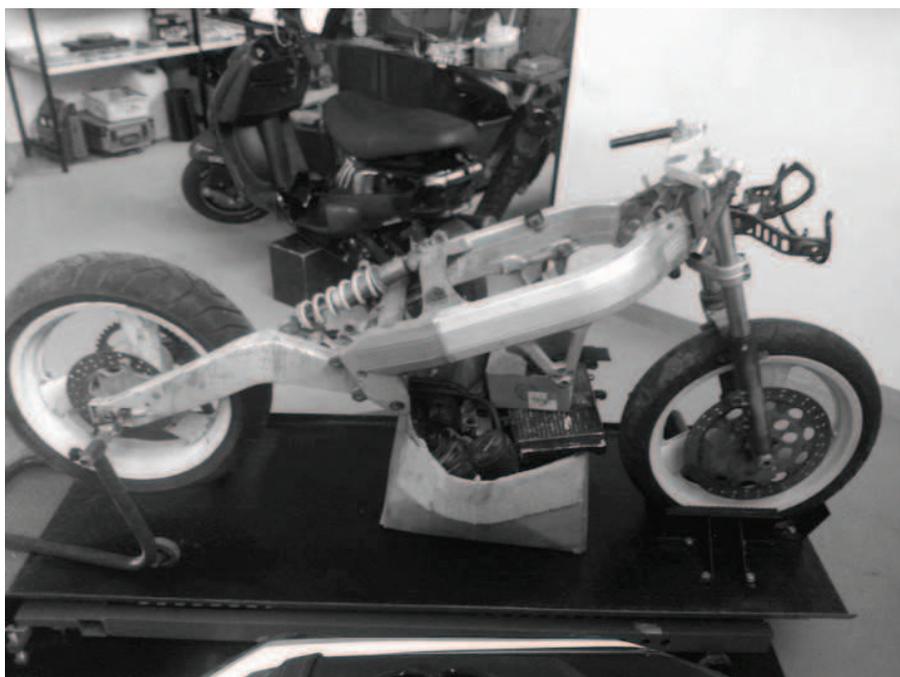


Fig. 1.2 – Schema della sospensione a forcellone tipo “Cantilever”

In questo modo la rigidità torsionale e flessionale dello schema di sospensione risulta notevolmente incrementata e si annulla il problema dello schema classico degli sforzi torsionali precedentemente descritto, vista la presenza di un solo gruppo molla ammortizzatore, montato in linea rispetto alla ruota e quindi tale da annullare eventuali momenti generanti tensioni torsionali ( esempio in *Fig. 1.3: Aprilia RS125*).



*Fig.1.3 – Applicazione del forcellone Cantilever su Aprilia RS 125*

Tale soluzione non esclude la possibilità di montaggio laterale di un solo ammortizzatore, previo dimensionamento del telaio e del forcellone a tale scopo ( esempio in *Fig. 1.4: Kawasaki ER-6n*).



*Fig.1.4 – Applicazione del forcellone Cantilever “decentrato” su Kawasaki ER-6n*

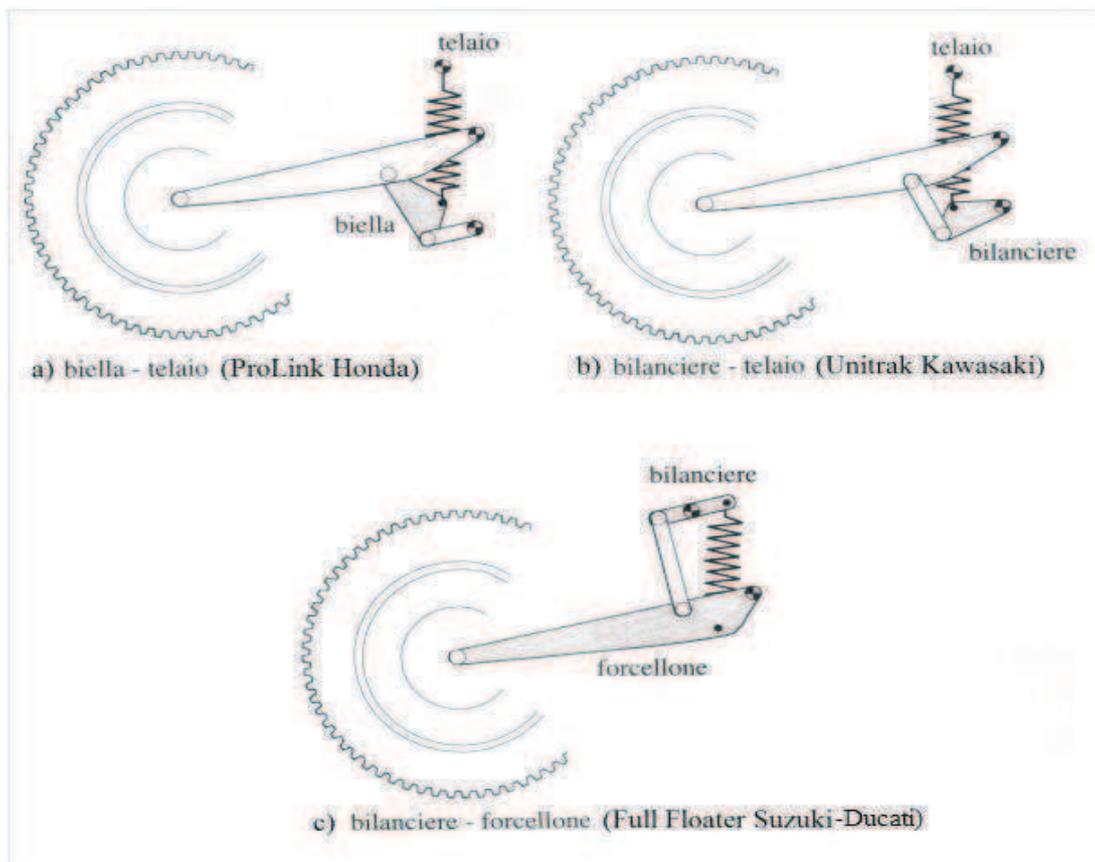
Inoltre si semplificano le operazioni di taratura, l’escursione della ruota risulta maggiore e solitamente si riduce la massa non sospesa (e anche quella totale della moto) per via dell’eliminazione di un gruppo molla-smorzatore. Sfortunatamente gli esempi costruttivi mostrano che anche questo schema non permette di ottenere curve forza-spostamento di tipo progressivo e in più l’ammortizzatore si trova ad essere posizionato vicino al motore e ciò provoca difficoltà di smaltimento del calore.

### **1.2.3 INTRODUZIONE DEI MECCANISMI NELLE SOSPENSIONI POSTERIORI**

La volontà di poter adottare andamenti progressivi della curva di forza – spostamento e della rigidità che si discostassero da quelli semi-lineari descritti dai sistemi di sospensione finora visti, ha portato ad introdurre nella sospensione diverse tipologie di meccanismi.

Il più utilizzato è generalmente il quadrilatero. Su di esso le varie case produttrici hanno sviluppato diversi schemi sulla base dei quali sono stati ricavati comportamenti progressivi o regressivi, a seconda degli impieghi.

Nel tempo ogni casa produttrice ha ovviamente associato a questi meccanismi diverse denominazioni commerciali: la *Honda* sfrutta il sistema “*Pro-Link*”, che collega un’estremità del gruppo molla-smorzatore al telaio e l’altra alla biella del quadrilatero (schema *a*) in *Fig. 1.5*) ed è in generale definito come schema “biella-telaio”; il sistema “*Unitrak*” *Kawasaki* è simile, ma prevede il collegamento dell’estremità del gruppo molla ammortizzatore al bilanciere (schema *b*) bilanciere-telaio in *Fig. 1.5*). *Ducati e Suzuki* adottano un sistema più particolare, con il mono montato tra bilanciere e forcellone (quindi non collegato direttamente al telaio), denominato “*Full Floater*”, (schema *c*) bilanciere - forcellone in *Fig. 1.5*). Pur permettendo di ottenere delle forze di reazione variabili con la legge desiderata, di contenere il peso delle masse non sospese e pur consentendo un’ampia escursione della ruota, è da tenere conto il notevolmente aumento delle forze reattive al perno del forcellone e gli elevati sforzi ai quali sono sottoposti tutti gli organi del meccanismo, puntone e bilanciere in primis.



*Fig. 1.5 –Sospensioni posteriori con leveraggi a quadrilatero articolato*



Fig. 1.6 – Applicazione su Ducati 1098 di leveraggi a quadrilatero articolato

L'applicazione di un meccanismo a quadrilatero si rende necessario anche in tutte quelle motociclette con trasmissione ad albero, con giunti cardanici (in sostituzione della comune trasmissione a catena). I costruttori che hanno adottato questo schema costruttivo sono, fra tutti: *BMW*, con il brevetto “*Paralever*”, e *Magni* sulla base di *Moto Guzzi*.

Sono state sperimentate anche soluzioni basate sull'esalatero (*Morbidelli 500 GP*, in Fig. 1.7) che però non ha subito ulteriori sviluppi, principalmente a causa della loro elevata complessità costruttiva.

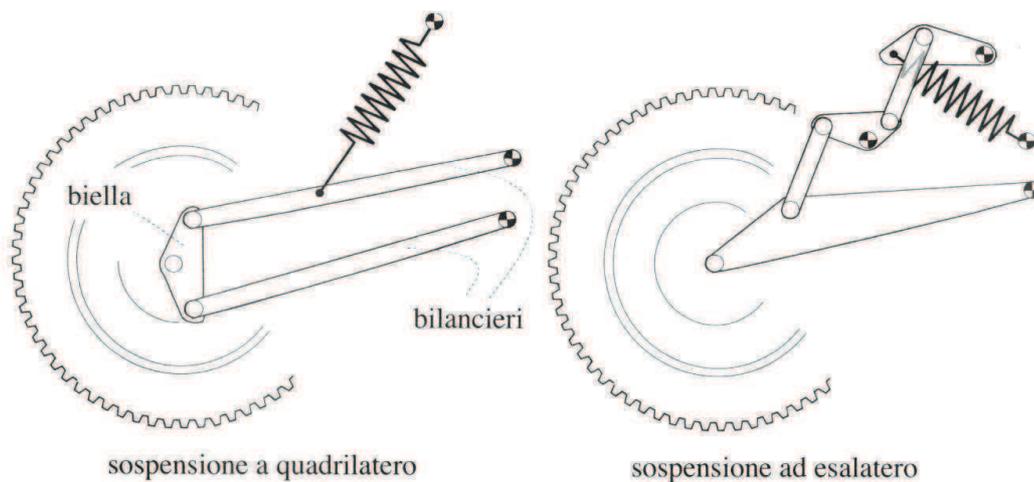


Fig. 1.7 – Schema di sospensioni posteriori ad esalatero e a quadrilatero con ruota fissata alla biella

# *Capitolo 2*

## *MECCANICA DEL QUADRILATERO ARTICOLATO*

### **2.1 DEFINIZIONE E GENERALITA' SUL QUADRILATERO ARTICOLATO PIANO**

Un sistema articolato è un meccanismo composto da più corpi rigidi interconnessi tra loro tramite vincoli interni, ed esterni con un telaio.

Un sistema articolato costituito da quattro membri rigidi accoppiati da quattro coppie rotoidali e con gli assi appartenenti ad un unico piano costituisce invece un quadrilatero articolato piano.

Il quadrilatero articolato è concepito al fine di trasformare un moto rotatorio alterno in traslatorio o viceversa; è di base costituito dai seguenti elementi:

- *Telaio*, che costituisce la parte “fissa” dell’intero meccanismo, rispetto alla quale sono accoppiati e si muovono altri tre dei quattro membri del cinematismo, che sono:
- *Manovella*, se il membro è collegato ad un estremo al *telaio* e riesce a compiere una rotazione completa di  $360^\circ$  intorno al proprio centro di rotazione, cioè rispetto al *telaio*;

- *Bilanciere*, se il membro è collegato ad un estremo al *telaio* e non riesce a compiere una rotazione completa intorno al proprio centro di rotazione, sempre rispetto al *telaio*.

Il quarto ed ultimo membro viene invece chiamato:

- *Biella*, è il membro che “trasla” secondo la legge di moto imposta dalle geometrie del sistema articolato. Esso risulta sempre l’organo “opposto” al telaio.

Per determinare se un membro è una *manovella* o un *bilanciere* si può sfruttare la “*regola di Grashof*”; essa enuncia così: “*indicando con “L” e “c” le lunghezze dei membri più lungo e più corto e con “l” ed “m” quelle dei membri intermedi, eseguendo le somme: “L+c” , “l+m” e confrontando queste somme, si possono distinguere i casi in cui il quadrilatero è:*

1. *costituito da soli bilancieri, se:  $L + c > l + m$ ;*
2. *costituito da due bilancieri, se il membro opposto a quello più corto è il telaio del sistema articolato piano; oppure: costituito da due manovelle, se il telaio è il membro più corto; oppure: costituito da una manovella ed un bilanciere, se il telaio è un membro adiacente a quello più corto. Queste ipotesi sono confermate se:  $L + c < l + m$ ;*
3. *costituito da due manovelle, se:  $L + c = l + m$  (caso limite di parallelogramma articolato).”*

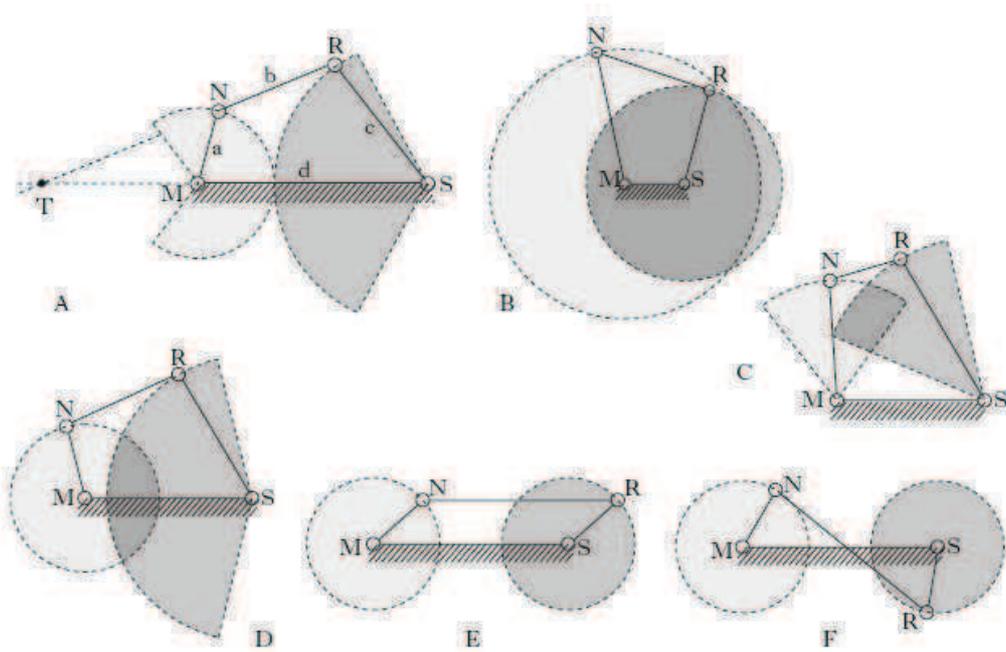


Fig. 2.1 – Alcuni tipi di quadrilatero articolato: l'esempio "E" rappresenta un parallelogramma articolato.

## 2.2 DESCRIZIONE DEI SISTEMI ARTICOLATI: ANALISI E SINTESI

Per poter sfruttare le particolari leggi di moto, gli ampi spettri d'applicazione ed il loro ampio range di variazione a seconda del problema (caratteristiche che permettono ai sistemi articolati di essere sfruttati in molti campi dell'ingegneria meccanica) risulta fondamentale possedere dei metodi di risoluzione di problemi di analisi dinamica, cinematica e statica, ed essere in grado di realizzare anche la sintesi cinematica del quadrilatero.

Si preannuncia che, per lo studio della sospensione posteriore che si svilupperà nei prossimi capitoli, sarà fondamentale l'analisi di posizione dei leveraggi che la costituiscono, riconducibili ai membri di un quadrilatero articolato; l'esame dello stesso si svolgerà mediante un metodo analitico derivante dall'implementazione al calcolatore delle equazioni che si ricaveranno.

### **2.2.1 ANALISI DINAMICA**

L'analisi dinamica di un sistema articolato ha come obiettivo quello di individuare e risolvere problemi legati alle azioni d'inerzia, dovute alle accelerazioni derivanti dal moto dei membri del meccanismo. Nello studio specifico che si sta effettuando sui leveraggi che seguiranno non verrà considerata questa tipologia di analisi.

### **2.2.2 ANALISI CINEMATICA**

L'analisi cinematica permette di risolvere quei problemi nei quali le incognite sono la posizione, la velocità e l'accelerazione di ogni punto appartenente al quadrilatero articolato.

La soluzione del problema consiste nel ricavare le equazioni che descrivono la posizione di un membro del meccanismo rispetto ad un sistema di riferimento fisso (quasi sempre il telaio). Note queste equazioni, mediante derivazione, si ottengono velocità ed accelerazioni dei punti.

Essa può essere svolta per via grafica o per via analitica; quest'ultima analisi risulta la più precisa e permette anche l'implementazione delle equazioni ricavate al calcolatore e, come già detto, sarà il metodo che si utilizzerà.

#### **2.2.2.1 EQUAZIONE DI CHIUSURA**

L'equazione di chiusura è un'equazione vettoriale dalla quale, proiettando i vettori che la compongono lungo gli assi x ed y del piano di riferimento fisso, permettono di ottenere due equazioni scalari, che verranno utilizzate per poter ricavare gli angoli di orientamento incogniti dei membri, variabili in funzione degli angoli noti.

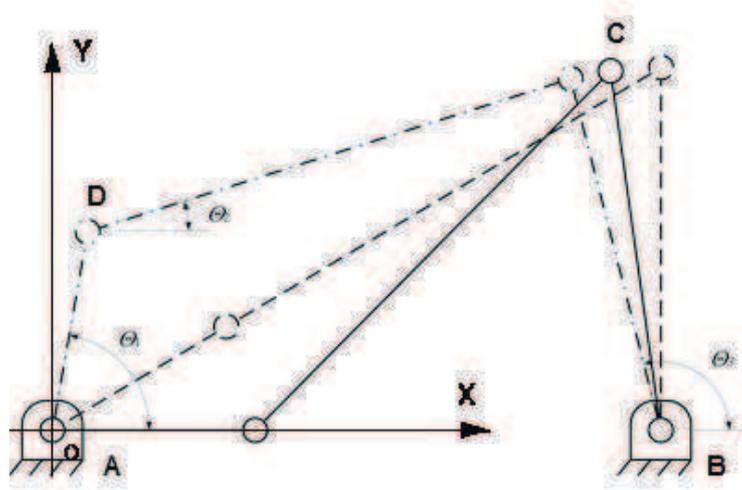


Fig. 2.2 – Impostazione degli angoli in un generico quadrilatero articolato

Per poter realizzare l'analisi di posizione si considerano i membri come dei vettori che, costituendo un poligono chiuso, la loro somma fornirà un valore nullo, cioè:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 0. \quad (2.1)$$

### 2.2.2.2 ANALISI DI POSIZIONE

L'equazione di chiusura permette di ricavare due equazioni scalari che contengono quattro variabili angolari:  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4 = [0 + \pi]$ , tra i punti A e B.

Se si associano alle lunghezze dei membri  $DA - CD - BC - AB$  i valori  $a_1, a_2, a_3$  ed  $a_4$ , rispettivamente, si avranno le seguenti equazioni di chiusura:

$$\text{lungo } x) \quad a_1 \cos(\theta_1) + a_2 \cos(\theta_2) - a_3 \cos(\theta_3) - a_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad (2.2.1)$$

$$\text{lungo } y) \quad a_1 \sin(\theta_1) + a_2 \sin(\theta_2) - a_3 \sin(\theta_3) - a_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad (2.2.2)$$

Ammettendo di conoscere due dei quattro angoli delle equazioni ( $\theta_1$  e  $\theta_4$ ), è possibile eliminare i termini in funzione di un generico angolo ancora incognito ( $\theta_2$  ad esempio) andando ad elevare tutto al quadrato, mettendo in

evidenza il seno ed il coseno di questo angolo, sommando proprio il seno ed il coseno al quadrato ed ottenere 1, essendo per un generico angolo:

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1.$$

Ponendo come costanti A, B, C i termini noti del problema è possibile ridurre la somma delle equazioni (2.2.1) e (2.2.2) ad una unica, del tipo:

$$A \sin(\theta_3) + B \cos(\theta_3) = C. \quad (2.3)$$

Ricordando che:

$$\sin(\theta_3) = [2 \tan(\theta_3/2)] / [1 + \tan^2(\theta_3/2)] \quad (2.4)$$

$$\cos(\theta_3) = [1 - 2 \tan^2(\theta_3/2)] / [1 + \tan^2(\theta_3/2)] \quad (2.5)$$

e definendo:  $y = \tan(\theta_3/2)$ , l'equazione (2.3) in seno e coseno diventa una semplice equazione di secondo grado, la quale soluzione sarà:

$$\theta_3 = 2 \arctan[(A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}) / (B + C)] \quad (2.6)$$

L'equazione genera due soluzioni, che corrispondono alle due configurazioni che il quadrilatero può assumere.

Infine, nota l'incognita  $\theta_3$ , si ottiene facilmente la seconda incognita  $\theta_2$ :

$$\theta_2 = \arcsin[(a_3 \sin(\theta_3) - a_1 \sin(\theta_1)) / a_2] \quad (2.7)$$

A questo punto, noti entrambi gli angoli incogniti, la posizione dei punti appartenenti alla struttura è nota ovunque. Con loro sono note anche velocità ed accelerazioni, che possono essere ricavate semplicemente dalla derivazione di primo e secondo ordine delle equazioni (2.2.1 e 2.2.2) dell'analisi di posizione.

### 2.2.3 ANALISI STATICA

L'analisi statica studia la trasmissione delle forze che i membri si trasmettono per mezzo degli accoppiamenti interni al meccanismo, ed esterni rispetto al telaio (reazioni vincolari).

Questo tipo di analisi risulterà essere utile per poter rintracciare le forze agenti sui leveraggi che costituiscono il meccanismo della sospensione in analisi. Difatti, una volta nota la forza con la quale reagisce il mono alla compressione impressa dagli organi di sospensione sarà possibile, andando a ritroso, ricavare tutte le forze agenti sui leveraggi per i quali erano noti gli spostamenti.

### 2.2.4 SINTESI DEL QUADRILATERO

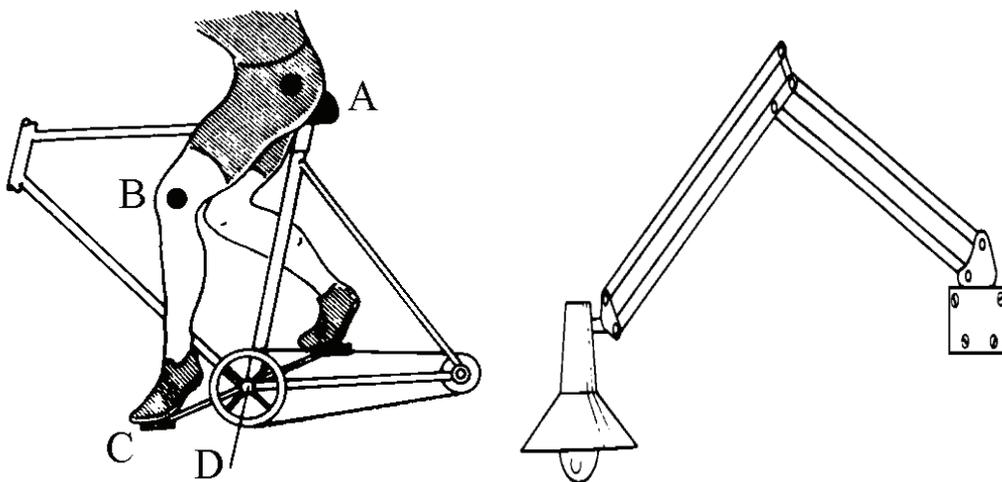
Durante la sintesi del quadrilatero articolato si studiano le geometrie e gli orientamenti angolari dei membri del quadrilatero al fine di poter ottenere meccanismi capaci di descrivere leggi di moto predefinite. In altre parole, è possibile individuare le geometrie con le quali si possa ottenere una particolare legge di moto del cedente in analisi.

## 2.3 ALCUNE APPLICAZIONI DEL QUADRILATERO ARTICOLATO

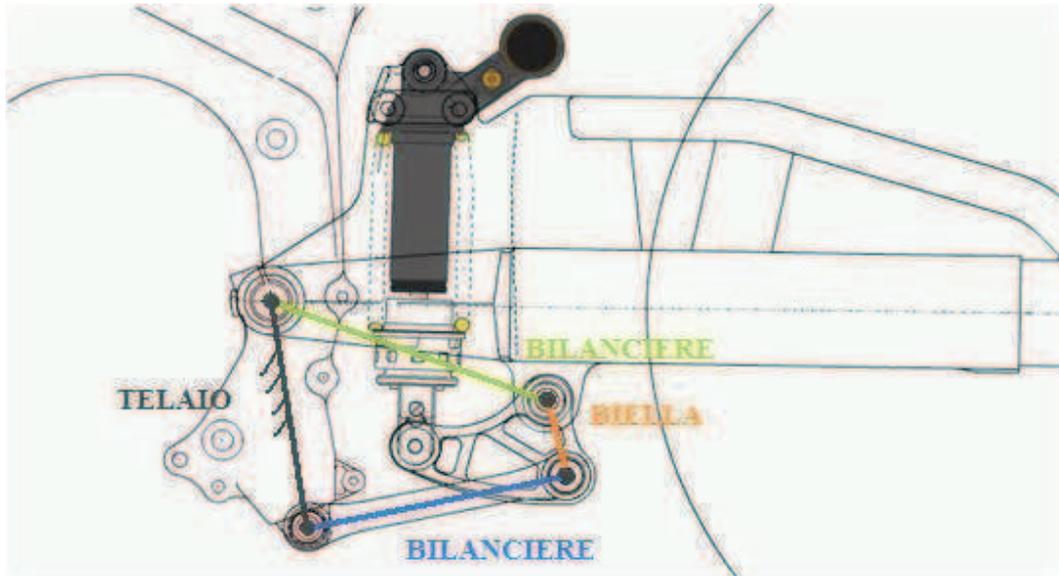
Come già detto, il quadrilatero articolato è utilizzato: o per trasformare un moto rotatorio continuo di una manovella (*movente*) in un moto rotatorio alterno di un bilanciere (*cedente*), oppure per variare la legge di moto di un bilanciere (*cedente*) rispetto a quella di un altro bilanciere (*movente*) che ruota in maniera incompleta, cioè per un angolo inferiore di  $360^\circ$ . Come terza ipotesi, la biella può costituire il *cedente* del sistema in moto relativo.

Molti meccanismi di notevole interesse, sia teorico che pratico, possono risultare solo all'apparenza complessi da studiare; in realtà possono essere ricondotti e schematizzati come dei semplici meccanismi, costituiti da aste incernierate tra loro assunte come membri di un cinematismo articolato, ed il loro studio si riduce all'applicazione delle teorie note sopra esposte. Tralasciando gli aspetti teorici del calcolo delle geometrie del quadrilatero articolato, è importante sottolineare che è sempre conveniente impostare, per la sintesi dello stesso, un valore dell'*angolo di trasmissione* (angolo compreso tra bilanciere e biella) mai inferiore ai  $30^\circ$  altrimenti, a parità di forza movente (cioè quella che genera il moto verticale della ruota), la forza di reazione del mono risulterà molto grande: quindi nascerà la necessità di molle più rigide, ed in cascata tutte le conseguenze del caso.

Gli esempi più comuni di applicazione di sistemi articolati sono il moto integrato pedivella-gamba nella bicicletta, della lampada per uffici (parallelogramma articolato) in *Fig. 2.3* e, per l'appunto, del meccanismo che sarà l'oggetto di questa tesi: la sospensione progressiva posteriore con leveraggi a quadrilatero articolato (*Fig. 2.4*).



*Fig. 2.3 – Alcune applicazioni dei meccanismi che sfruttano la geometria del quadrilatero articolato: le gambe e le pedivelle della bici ed una lampada da ufficio orientabile*



*Fig. 2.4 - Quadrilatero articolato a doppio bilanciere applicato a sospensione posteriore su moto supersport Honda (attacco mono di tipo Prolink biella - telaio)*



# *Capitolo 3*

## *CURVE DI FORZA E RIGIDEZZA ED IL SET UP DELLE SOSPENSIONI POSTERIORI*

### **3.1 CARATTERISTICHE DELLE SOSPENSIONI**

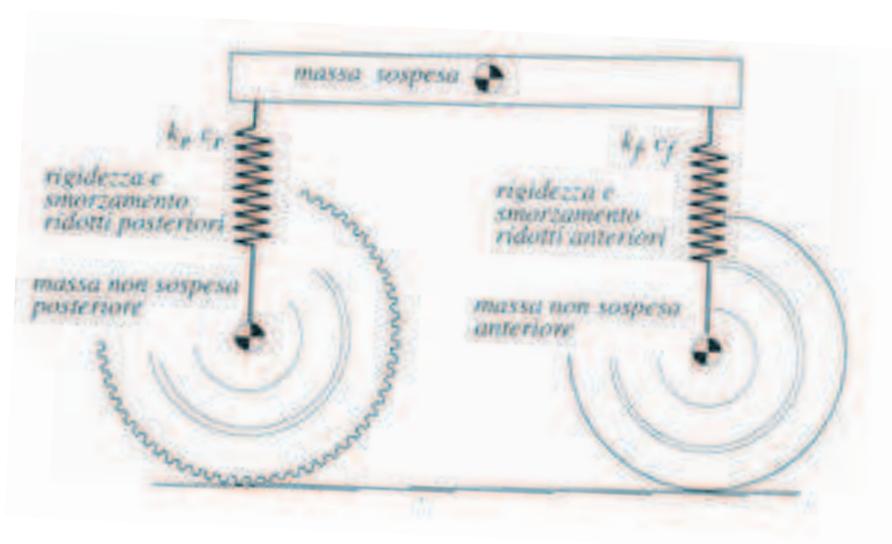
La scelta di un tipo di sospensione in luogo di altri tra i quali scegliere è dettata, oltre che dall'ingombro, dalle loro caratteristiche fondamentali:

- **Rigidezza molla;**
- **Capacità di Smorzamento.**

Il set up della sospensione adottata dipende invece da molti altri parametri di utilizzo pratico della moto, come ad esempio:

- Pesi di pilota, passeggeri, carichi e motocicletta stessa;
- Posizione del baricentro;
- Ripartizione dei carichi sull'avantreno e sul retrotreno;
- Rigidezza e capacità smorzante degli pneumatici;
- Impiego e fondo stradale percorso;
- Potenza del motore e di frenata;
- Caratteristica di guida del pilota e dall'handling che si vuole ottenere.

Anche se verrà studiato soltanto la cinematica della sospensione posteriore, si accenna ora allo studio della dinamica della moto. Essa, per essere studiata, deve essere semplificata riducendo il sistema ammortizzante reale, quindi sia le masse sospese che quelle non sospese, con degli ammortizzatori equivalenti che collegano la massa ridotta sospesa a quella non sospesa, come schematizzato in Fig. 3.1:



*Fig. 3.1 – Schematizzazione del motociclo in una massa sospesa, in una non sospesa e sospensioni ridotte*

A quel punto la sospensione equivalente può essere studiata variando i seguenti parametri:

- ◆ Rigidezza ridotta;
- ◆ Smorzamento ridotto;
- ◆ La legge che lega rigidezza ridotta all'escursione verticale del forcellone (progressiva, lineare e regressiva);
- ◆ Corsa minima;
- ◆ Precarico.

### 3.2 LE CURVE DI FORZA

In generale il comportamento di una sospensione è fortemente condizionato dalla risposta del gruppo molla-ammortizzatore; considerando la sospensione a quadrilatero articolato con leveraggi progressivi di Fig. 3.2:

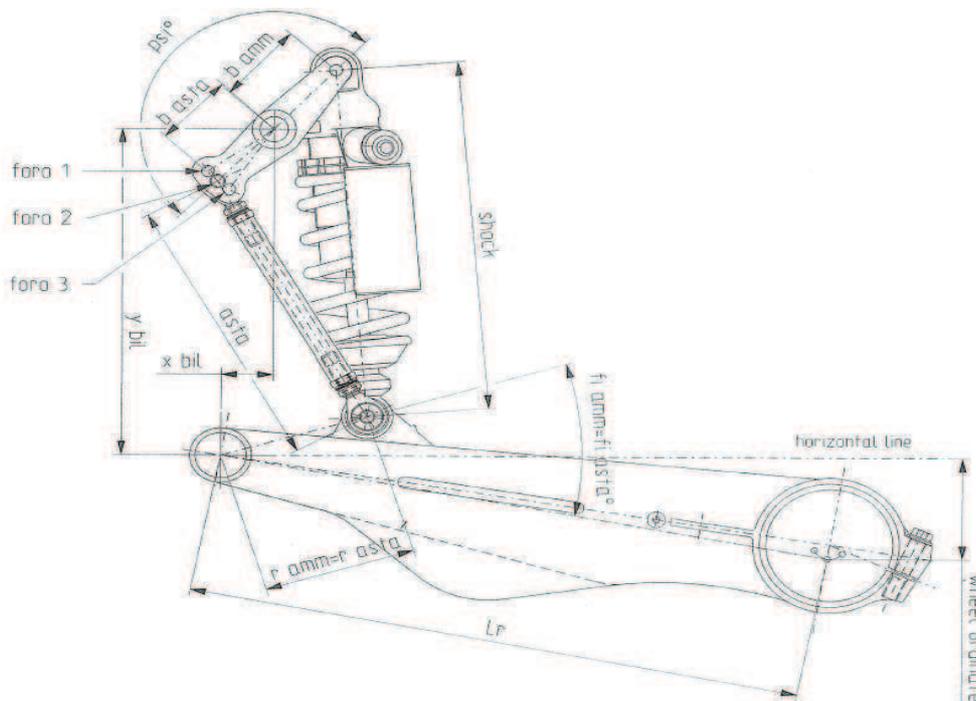


Fig. 3.2 – Schema forcellone posteriore Ducati 996

la forza elastica  $F_m$  con la quale il mono reagisce alla deformazione conferita dal doppio moto contrapposto del forcellone e del bilanciere, che ne determinano la compressione, vale:

$$F_m = K_m \times \Delta S_m = K_m \times (L_{mi} - L_m), \quad (3.1)$$

dove  $K_m$  è la rigidezza della molla,  $L_{mi}$  è la lunghezza iniziale e  $L_m$  la lunghezza della molla deformata a compressione.

La curva che descrive il funzionamento della sospensione, descrivendo l'andamento della forza verticale  $F_s$ , cioè la forza necessaria a generare uno spostamento verticale della ruota  $\Delta S_{rv}$ , può avere un andamento lineare, crescente o decrescente a seconda dell'architettura dei leveraggi che

costituiscono la sospensione posteriore, la quale assumerà il nome di sospensione lineare, progressiva o regressiva rispettivamente (Fig. 3.3).

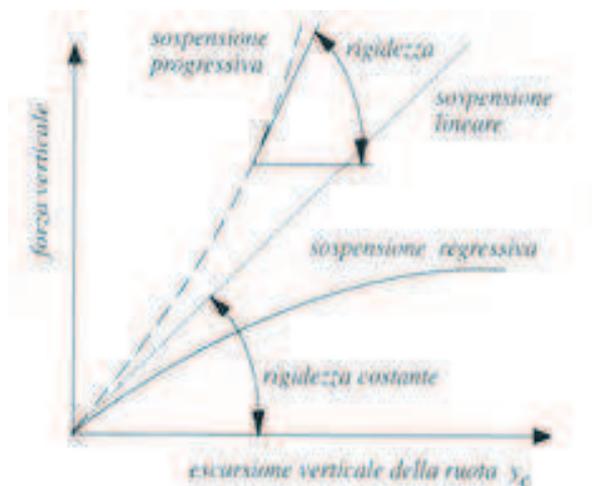


Fig. 3.3 – Le curve delle forze in funzione dell'escursione verticale ruota:  
progressiva - lineare - regressiva

La valutazione delle performance, data la natura del problema che è condizionato dalla variabilità delle “condizioni operative” (profilo stradale, tipologia di manovra) e dal carattere “fisico” (pesi, geometrie, frequenze di sollecitazione) dello stesso, non esistono dei criteri universalmente adottati per la valutazione delle performance dei sistemi di sospensione. Molte case costruttrici adottano procedure e normative interne, basate su database di prove di natura sperimentale e di simulazione. Esistono comunque approcci ritenuti ingegneristicamente validi. In generale è possibile applicare i seguenti criteri in funzione delle differenti specifiche:

– **Comfort** :

- La riduzione della trasmissibilità di accelerazioni (forze e vibrazioni) tra profilo stradale e massa sospesa;
- La minimizzazione di indici di performance legati all'accelerazione della massa sospesa.

– **Handling** :

- La riduzione della trasmissibilità tra profilo stradale e pneumatico di forze dinamiche dovute alle accelerazioni di;
- La minimizzazione di indici di performance legati alla forza dinamica di contatto pneumatico-suolo.

La necessità di studiare, progettare e realizzare sospensioni che seguano leggi di moto diverse da quella lineare sono da ricercare quindi nella necessità di migliorare l'handling, o la comodità nella guida, o nelle prestazioni. Per migliorare il comfort di marcia, ad esempio, è necessario ridurre al minimo la rigidità della molla affinché la frequenza propria dei modi di vibrare della moto assumano valori piccoli rispetto alle frequenze eccitatrici alle quali le ruote sono sottoposte al loro passaggio su terreni sconnessi o su manti stradali dissestati. D'altra parte però molle "morbide" necessitano di lunghi corpi ammortizzanti e quindi di lunghe corse per poter lavorare ad elevati carichi; ne consegue che il mono risulterà molto "lungo", subirà compressioni altrettanto elevate per piccole variazioni di carico e quindi bruschi cambiamenti d'assetto, a seconda del tipo di andatura: da un moto rettilineo rispetto ad uno in curva, od in accelerazione oppure in frenata.

L'alternativa è l'assunzione di molle rigide che, se da un lato compromettono il comfort di guida, potrebbero migliorare il contatto suolo-pneumatico in fase di accelerazione e frenata. Qualora la molla fosse però troppo rigida e queste dinamiche si svolgessero su di un terreno sconnesso, l'aderenza al retrotreno ed all'avantreno sarebbero fortemente pregiudicate. La scelta della rigidità della molla dunque non è sempre univoca: risulta essere il "trade-off" tra diversi settaggi che vedono la scelta della rigidità della molla la variabile fondamentale per ottenere il comportamento desiderato. Essendo generalmente "lineare" l'equazione che regola il moto del mono (3.1), vengono impiegati leveraggi progressivi diversi a seconda

del tipo di impiego. A tal proposito si vedrà non solo il caso della motocicletta, ma anche l'importanza che assume questo tipo di geometria anche nel mondo del ciclismo, quindi nelle sospensioni della mountain bike.

I vantaggi concreti delle sospensioni progressive sono i seguenti:

- ✓ Sospensione “morbida” se compressa moderatamente, cioè da piccoli spostamenti ruota; altamente “rigida” se subisce escursioni elevate dovute ad accelerazioni o curve molto veloci (notevoli accelerazioni centrifughe); l'elevata rigidità è inoltre raggiunta in maniera “progressiva” per l'appunto, quindi non in maniera brusca.
  
- ✓ L'incremento della rigidità  $K$  progressivo con l'aumento dello spostamento della ruota fa sì che se la massa  $m$  del mezzo dovesse aumentare a causa di carichi, di un passeggero, di carburante imbarcato, ecc.. anche il modo proprio di vibrare si manterrebbe pressoché invariato, essendo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} ,$$

quindi se aumenta  $m$  aumenta anche  $K$ .

Il risultato: eccellente compromesso tra ottima guidabilità associata ad elevati gradi di comfort. Definita la progressività della curva dei carichi che si desidera, lo schema del meccanismo può essere progettato con algoritmi numerici di ottimizzazione, come si vedrà nei prossimi capitoli.

Un esempio è quello di *Fig. 3.4*, dalla quale si può osservare un tipico leveraggio a risposta progressiva della rigidità grazie all'adozione di uno schema a quadrilatero articolato. Le tre diverse curve indicano come la progressività sia influenzata dai punti in cui il mono viene attaccato con il

bilanciere; la massima progressività si ha quando la molla risulta perpendicolare a questo.

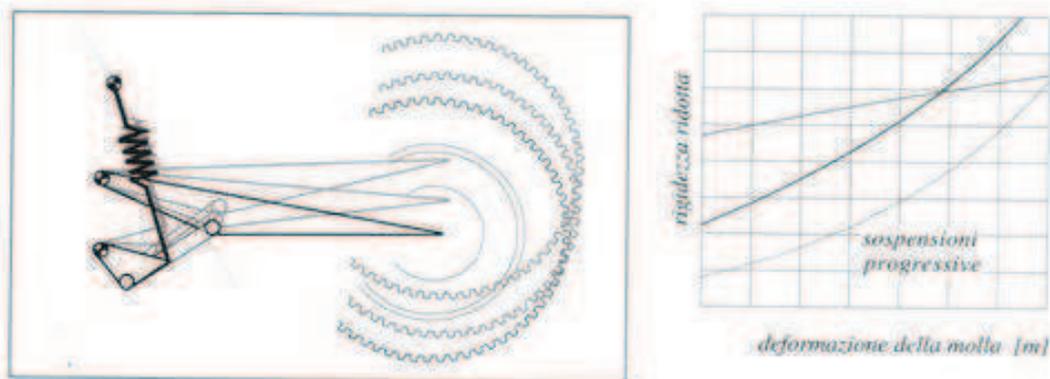


Fig. 3.4– Sospensione posteriore con la molla collegata al bilanciere;

Nella seguente Fig. 3.5 invece, viene mostrata l'incidenza sulla curva di rigidezza del punto di attacco della molla con la biella del quadrilatero e di come, variandone il punto di attacco, il comportamento possa essere anche regressivo o lineare.

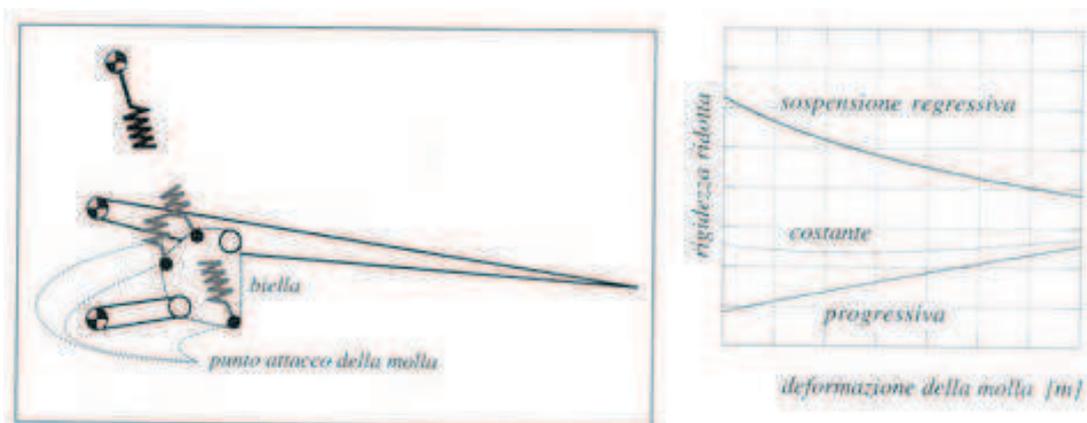


Fig. 3.5 – Sospensione posteriore con la molla collegata alla biella;

Nel caso delle sospensioni progressive, dunque, la forza di reazione ai carichi esterni aumenta all'aumentare della compressione della molla, mentre per le regressive accade l'esatto contrario: le loro applicazioni infatti sono molto rare.

Non bisogna inoltre dimenticare che anche le sospensioni posteriori classiche a braccio oscillante presentano una certa progressività che, come mostrato nella Fig. 3.6, grafico della rigidità adimensionalizzata rispetto al valore iniziale di rigidità molla montata con un angolo retto, è influenzata dall'angolo di inclinazione degli ammortizzatori:

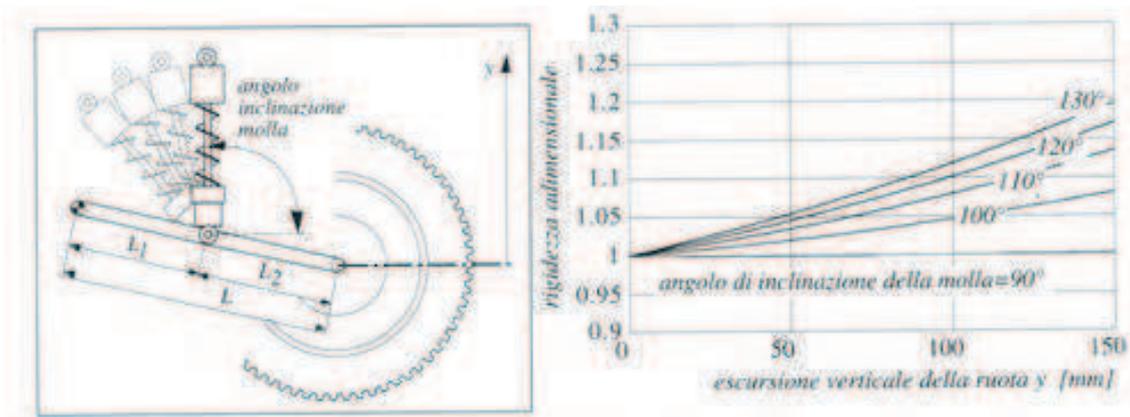


Fig. 3.6 – Influenza dell'angolo di inclinazione sulla rigidità

Altro parametro che influenza fortemente la curva di rigidità adimensionale è il punto di attacco della molla al forcellone. Infatti, come mostrato dal grafico di Fig. 3.7, man mano che tale punto si avvicina al punto di attacco del forcellone al telaio, si assiste ad un aumento della progressività.

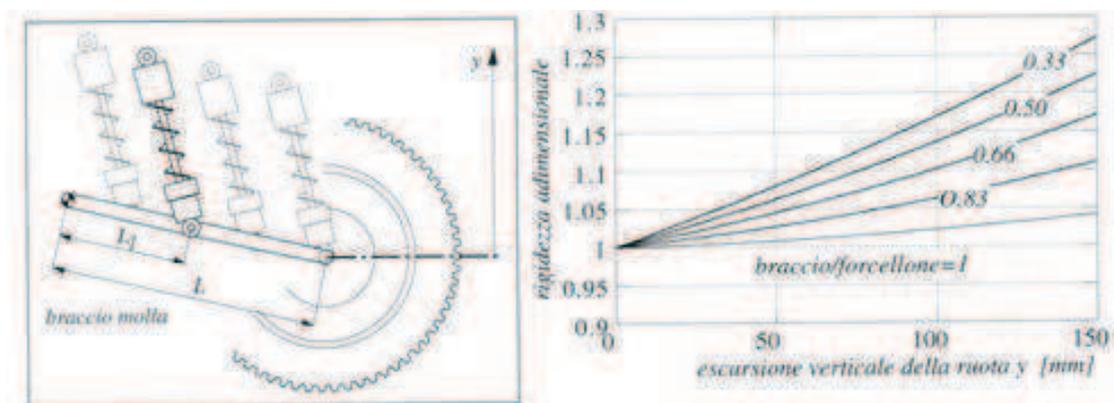


Fig. 3.7 – Influenza del punto di attacco sulla rigidità

### 3.3 SET UP DELLE SOSPENSIONI MOTOCICLISTICHE

Una volta scelto il gruppo ammortizzatore-smorzatore in base alle loro caratteristiche di rigidità della molla e capacità smorzante del fluido viscoso al suo interno, sull'assetto del motociclo risulta essere altamente incisivo il contributo del *precarico*, che consiste in una pre-compressione della molla che, come si vedrà, genera effetti positivi (o negativi, se mal ponderato) sul comportamento della moto durante tutto l'arco d'azione della sospensione. Infatti, qualunque sia il peso statico del conducente e del carico trasportato, la moto deve abbassarsi, ma non di troppo; ci si deve cioè assicurare che la maggior parte della corsa della sospensione sia disponibile mentre si è in marcia. Allo scopo di settare al meglio il precarico della sospensione, si consideri lo “*Static & Rider SAG*”, cioè “abbassamento statico e dinamico” (in gergo tecnico anche detto “*Neutro*”) della moto, valore che indica l'abbassamento della moto sotto l'effetto di particolari condizioni di carico. Nelle sospensioni a quadrilatero articolato, oggetto del lavoro di tesi, un altro elemento può incidere sull'assetto della moto: si sta parlando del puntone, organo di trasmissione del moto di compressione della sospensione che, lavorando come *biella* del quadrilatero articolato, permette la regolazione dell'altezza del retrotreno della moto, modificando così l'assetto al retrotreno.

#### 3.3.1 CENNI SULLE CARATTERISTICHE DEI MONO

In questo lavoro non ci si è focalizzati sulla scelta, sulle caratteristiche e sul modo in cui gli ammortizzatori operano, ma è importante capire come funzionano e come vengono “pensati” in sede di progetto affinché lavorino nella maniera richiesta. È opportuno per esempio che il coefficiente di smorzamento “*c*” sia diverso tra la fase di compressione, in cui deve essere minore, e la fase di estensione, in cui è quindi maggiore. Per capirne il

motivo basti pensare ad uno scalino o un dosso da superare: la sconnessione deve essere “seguita” senza eccessive forze opponenti e senza distacchi della ruota dal suolo; discorso inverso per il passaggio su di una buca: potendo essere saltata, è tollerabile una momentaneo perdita di contatto ruota-terreno.

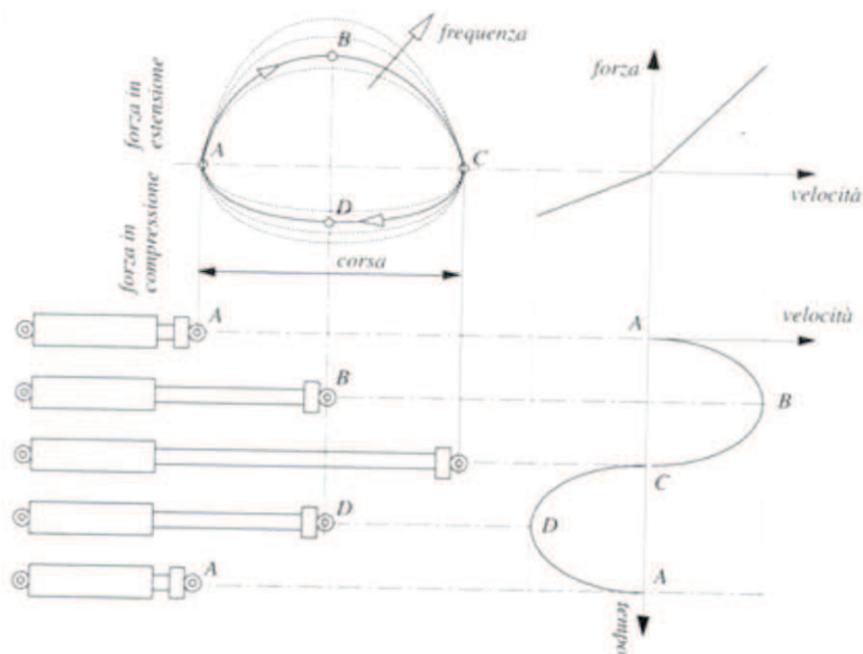


Fig. 3.8- diagrammi forza-escursione e forza-velocità di escursione

In Fig. 3.8 è rappresentato un diagramma forza-spostamento armonico della sospensione, ottenuto mediante prove di caratterizzazione al banco. La frequenza di sollecitazione modifica, ampliando o riducendo, le curve del grafico, a dimostrare che l'energia dissipata (rappresentata dalle aree sottese dalle curve) aumenta o diminuisce con la velocità della compressione-estensione dell'ammortizzatore.

L'energia dissipata può essere calcolata anche mediante la formula:

$$E = \frac{1}{2} \pi \omega \Delta S_m^2 (c_{est} + c_{comp}) \quad (3.2)$$

dove  $\omega$  è la pulsazione del mono,  $\Delta S_m$  l'ampiezza di compressione o estensione, mentre  $c_{est}$  e  $c_{comp}$  sono rispettivamente i coefficienti di smorzamento in estensione ed in compressione rispettivamente.

L'area sottesa dalla curva forza-velocità rappresenta invece la potenza dissipata dall'ammortizzatore. I due coefficienti di smorzamento, oltre ad essere differenti in maniera apprezzabile osservando i grafici di estensione e di compressione, e quindi a generare non linearità nella risposta dello smorzatore e della sospensione tutta, possono essere anche dipendenti dalla velocità con la quale la sospensione affonda, determinando uno smorzamento di tipo progressivo o regressivo. Le equazioni caratterizzanti ammortizzatori lineari, progressivi e regressivi sono:

- *Lineare:*  $F = \begin{cases} c_{est} \dot{y} \\ c_{comp} \dot{y} \end{cases}$  (3.3.1)

- *Progressivo:*  $F = \begin{cases} (c_{est} + c_{estv} \dot{y}^n) \dot{y} \\ (c_{comp} + c_{compv} \dot{y}^n) \dot{y} \end{cases}$  (3.3.2)

- *Regressivo:*  $F = \begin{cases} (c_{est} - c_{estv} \dot{y}^n) \dot{y} \\ (c_{comp} - c_{compv} \dot{y}^n) \dot{y} \end{cases}$  (3.3.3)

dove: l'esponente  $n$  lega il coefficiente di smorzamento influenzato alla velocità (pedice  $v$ ). La potenza e l'energia massime dissipabili, cioè le aree sottese dalle curve di Fig. 3.9, si hanno con una sospensione regressiva:

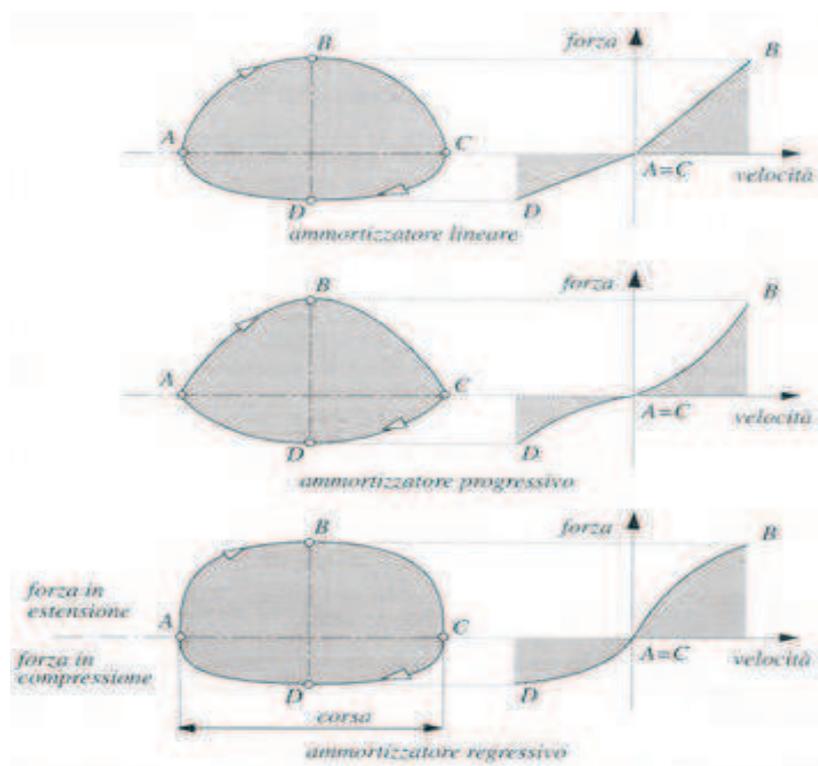


Fig. 3.9– Ammortizzatore di tipo Lineare – Progressivo – Regressivo

Si è ragionato sia sulla caratteristica lineare della molla, ben nota ma rivista nel *paragrafo 3.2*, sia sulla caratteristica smorzante della sospensione, per procedere alla scelta del tipo di ammortizzatore ed in seguito tararlo; per farlo bisogna tener conto di:

- Energia da dissipare globalmente in un ciclo di deformazione;
- Partizione dell'energia globale nelle due fasi di compressione ed estensione;
- Capacità progressive / regressive del mono.

In genere in fase di compressione lo smorzamento è pari a meno della metà rispetto a quello in estensione, per i motivi visti all'inizio del paragrafo; ma tale ripartizione può essere rivista in base al tipo di impiego del veicolo e alla rigidità della molla, con configurazioni che vedono coefficienti  $c_{comp}$  molto più bassi di  $c_{est}$  ma molle molto rigide, oppure l'alternativa con  $c_{comp}$  maggiori e molle più cedevoli. Inoltre, in virtù di quanto detto riguardo alle energie e potenze dissipate, uno smorzamento regressivo ha l'enorme vantaggio di poter dissipare una elevata quantità di energia a parità di forza massima di compressione/estensione.

### 3.3.2 PRECARICO DEL MONO

La sospensione di una moto è progettata e costruita, come già detto, per assorbire le imperfezioni della strada e assicurarsi che le ruote rimangono possibilmente sempre in contatto con il terreno (in termine tecnico “*contact patch load*”). Come è noto, il comportamento della molla del mono ha generalmente un andamento lineare, cioè la forza  $F_m$  con la quale la molla reagisce segue la legge (3.1) già vista precedentemente. All'applicazione di un carico statico (conducente, secondo passeggero, carburante, altro..) però l'assetto del motociclo cambia poiché subisce una compressione che modifica la risposta dinamica di tutta la moto, riducendo la corsa utile della

sospensione e l'altezza da terra, quindi l'assetto. Per poter migliorare la dinamica del motociclo allora si agisce sul *precarico* delle molle: sia all'anteriore che al posteriore. Il settaggio prevede una precompressione della molla dell'ammortizzatore che consiste nella riduzione di lunghezza della stessa, e non dell'interasse del gruppo smorzatore-molla, per mezzo di una ghiera a passo micrometrico (che garantisce un elevato grado di precisione nel settaggio)(vedi Fig. 3.10).



Fig. 3.10 – Mono ammortizzatore Ducati 1098R

Questo fa aumentare la forza iniziale di risposta della sospensione alla compressione, da un valore nullo ad un valore desiderato pari a:

$$F = K_m \Delta y + K_m y \quad (3.4)$$

dove  $\Delta y$  indica il grado di precompressione generato. Ne deriva che se la molla viene sollecitata con forze inferiori o uguali a quella di precompressione, cioè:  $F_{pc} = K_m \Delta y$ , questa non si deforma affatto e la positività del settaggio può essere compreso considerando l'esempio di una moto alla quale, oltre al peso del guidatore, si aggiungesse un secondo passeggero in sella, così da avere una ulteriore compressione sia della forcella anteriore che del mono posteriore; allora è possibile *precaricare* le molle affinché affondino “solo” del 15÷20% della corsa totale in configurazione “doppio passeggero”, mantenendo così circa l'80% dello

spostamento ancora disponibile. Dalla Fig. 3.11 inoltre è possibile comprendere che per ottenere la massima escursione bisognerà applicare una forza  $\Delta F$  in più, quindi a parità di forza applicata l'escursione è minore.

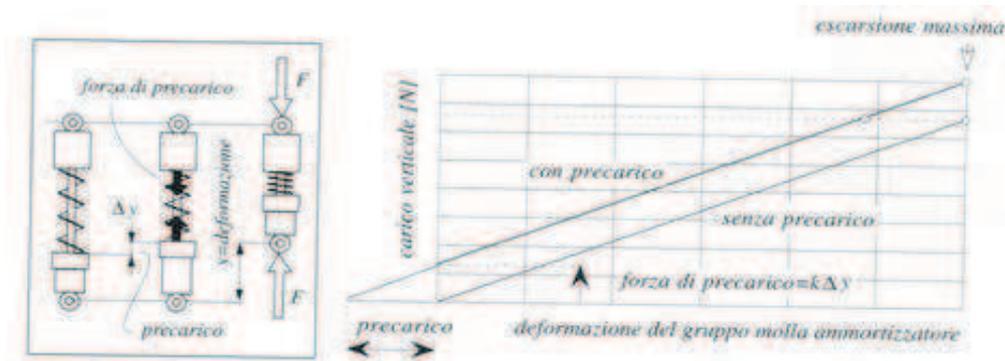


Fig. 3.11 – Caratteristica della sospensione posteriore al variare del precarico

Osservando il grafico è possibile però comprendere che non sempre il precarico è un settaggio che “paga” in termini di comfort e di sicurezza.

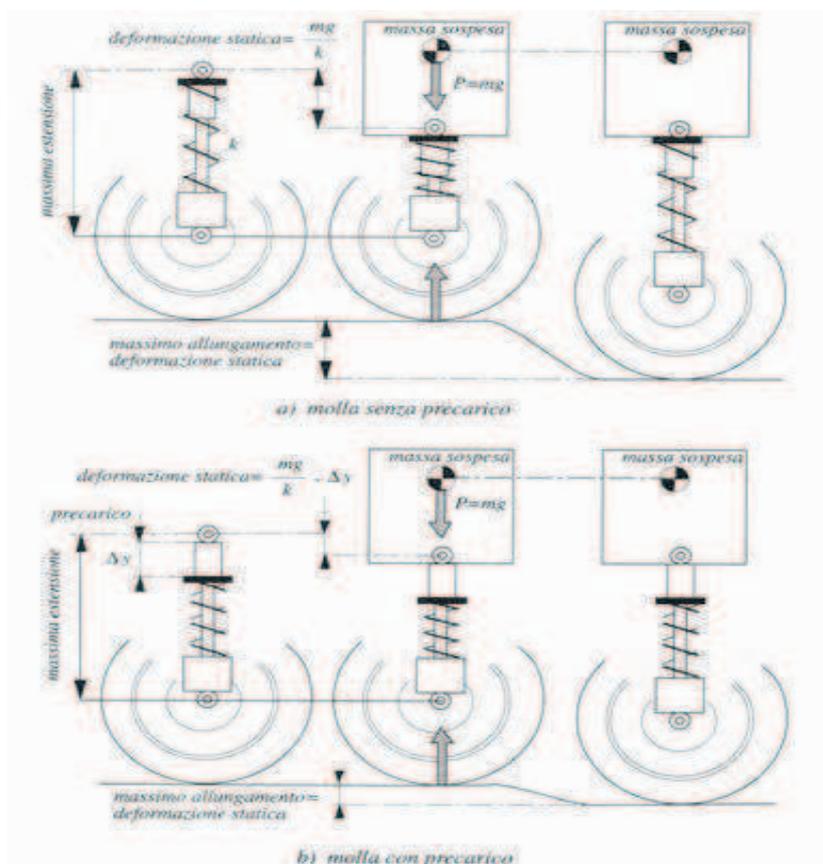


Fig. 3.12 – Una sospensione ridotta in transito su di un avvallamento

Ammettiamo infatti che la moto si trovi a dover superare un avvallamento (Fig. 3.12); se la molla non è *precaricata*, il carico statico della massa sospesa deformerebbe il mono di una certa quantità dipendente dalla rigidità della molla stessa e, all'atto del superamento della cunetta, l'ammortizzatore si allungherà di una quantità uguale alla profondità della cunetta stessa. Questo allungamento equivale (al massimo) al rapporto tra la forza peso della massa sospesa e la rigidità della sospensione quindi, se la molla viene *precaricata*, l'allungamento massimo risulterà inferiore di una lunghezza pari al *precarico*  $\Delta y$ . Questo implica che una molla *precaricata* potrà superare avvallamenti meno profondi, rispetto a quelli superabili da una molla non *precaricata*, senza che la ruota si distacchi dal terreno. Estremizzando questo ragionamento si può dire che una molla con un *precarico* pari al peso della massa statica non segue in alcun modo irregolarità negative! In generale dunque, si può dire che il *precarico* regola anche il valore massimo della corsa di estensione della ruota e quindi la sua capacità di seguire le irregolarità del terreno poste "al di sotto" del manto stradale (pozze, cunette, brusche discese) (Fig. 3.13).

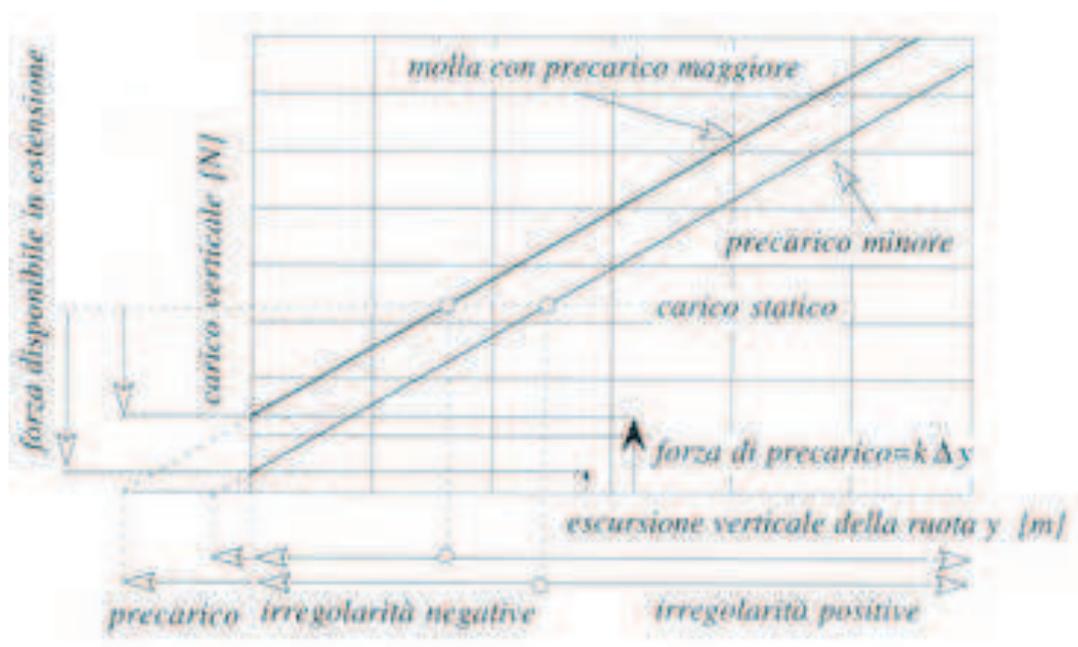


Fig. 3.13– Caratteristica della sospensione al variare del precarico

Se si volessero regolare molle di diversa rigidezza a parità di carico statico applicato (peso moto + conducente), ottenendo la stessa escursione della molla, si devono generare *precarichi* differenti, come mostrato in Fig. 3.14:

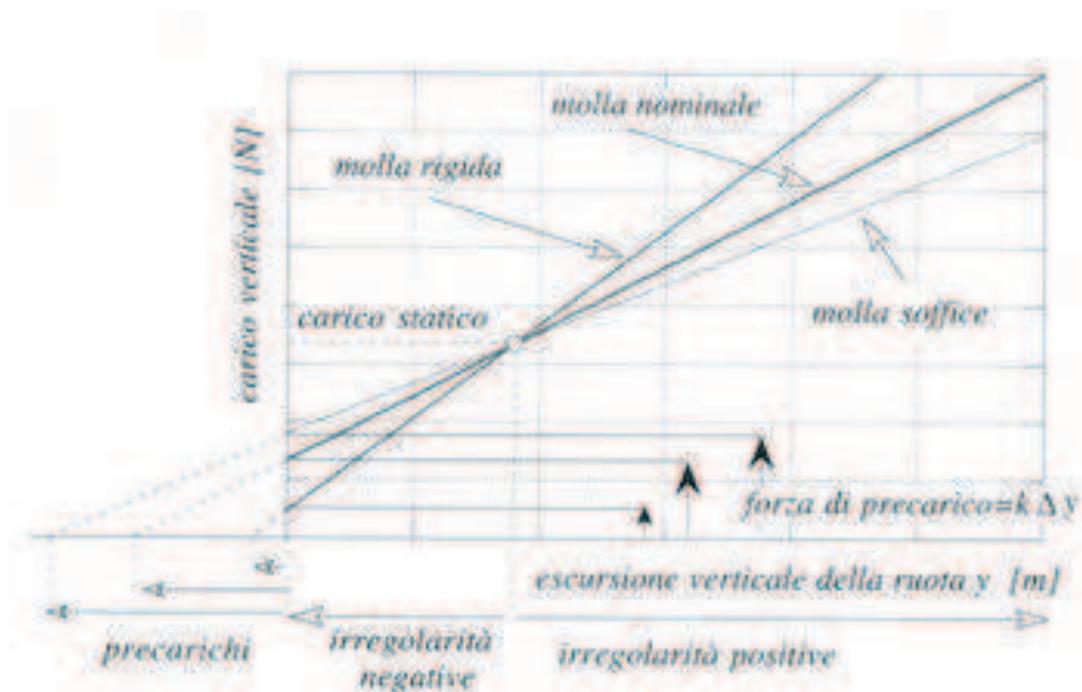


Fig. 3.14 – Set up del precarico per sospensioni con molle di diversa rigidezza

In generale, è importante predisporre l'assetto della moto basandosi sull'utilizzo che se ne vuole fare (per esempio uso stradale o pista). Fisicamente, ciò che si deve misurare per poter realizzare un "setting" ideale, è il *neutro "SAG"*. Per valutarlo è necessario calcolare:

1. estensione della sospensione posteriore "*scarica*", cioè senza alcun peso, sollevando quindi la moto da terra ed azzerando il precarico;
2. il "*neutro statico*" della sospensione, cioè la lunghezza della sospensione che si abbassa sotto il peso della moto senza pilota;
3. infine il "*neutro dinamico*" della sospensione a pieno carico, ottenuta con la ruota posteriore appoggiata al suolo ed il pilota seduto sulla moto in posizione di guida normale in completo abbigliamento da moto (casco ed eventuali tuta, stivali e almeno  $\frac{3}{4}$  di serbatoio pieno, più eventuali borse).

La definizione di “*static sag*”, neutro, e “*rider sag*”, neutro dinamico, saranno quindi:

- *STATIC SAG*: differenza tra le lunghezze misurate dai punti 1 e 2, ossia quanto influisce il peso della moto sull’abbassamento della sospensione posteriore.
- *RIDER SAG*, differenza tra le lunghezze misurate dai punti 1 e 3, ossia quanto la moto si abbassa quando il conducente è seduto sulla moto.

Il settaggio delle sospensioni da corsa suggerito prevede un abbassamento della sospensione posteriore dovuta al peso del pilota (*rider sag*) compresa tra i 30÷40[mm] e l’abbassamento statico (*static sag*) dovuto al solo peso della moto di circa 5÷10[mm], valori che possono variare a seconda della moto e produttore). In definitiva: più è alto il valore di *rider sag*, più le sospensioni saranno morbide e viceversa. Ergo, se l’abbassamento è inferiore al valore minimo consigliato, allora il *precarico* è troppo elevato; al contrario, se è superiore al valore massimo consigliato, allora è troppo morbido. Solo una volta impostato il valore di *rider sag* entro i limiti prescritti dal costruttore si prosegue con il settaggio dello *static sag*.

Se si vuole agire invece sull’intera molla, sostituendola in base alle proprie necessità, bisognerà ragionare come segue: se l’abbassamento dovuto al peso della moto è superiore al valore prescritto, probabilmente è necessario montare una molla più rigida; se invece l’abbassamento risulta inferiore al valore prescritto o non si riscontra alcun abbassamento, allora la molla potrebbe essere troppo rigida per il pilota. Un compromesso può essere quello di avere un po’ di *static sag* al fine di impedire alla moto di essere sempre senza *neutro* e la sospensione tutta estesa.

### 3.4 INFLUENZA DELLA PROGRESSIVITA' SULLE SOSPENSIONI POSTERIORI PER MOUNTAIN BIKE

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, possiamo identificare per le sospensioni tre diversi andamenti delle forze di reazione all'escursione verticale della ruota posteriore:

- **Progressivo:** si tratta di una curva la cui pendenza è progressivamente crescente. Questo significa che per ottenere un affondamento unitario servirà sempre più forza mano a mano che ci si avvicina al fine corsa. Più la sospensione affonda, più si indurisce.
- **Lineare:** in questo caso la curva è una retta. Il comportamento di questa sospensione risulta quindi costante su tutta la corsa. Per ottenere un incremento dell'affondamento unitario servirà sempre lo stesso incremento forza, sia che ci si torva all'inizio che vicini al fine corsa.
- **Regressivo:** si tratta di una curva la cui pendenza è progressivamente decrescente (derivata seconda negativa, concavità rivolta in basso). In questo caso la sospensione diventa più morbida mano a mano che il mono affonda. E' evidente che un comportamento del genere è quasi sempre indesiderato per una sospensione, per cui il loro impiego è molto raro. Ma una curva regressiva si può trovare invece sui carri delle biciclette full, dove in abbinamento ad un ammortizzatore progressivo, permette di ottenere una sospensione posteriore complessivamente lineare (nella sospensione posteriore le curve di compressione di molla ed ammortizzatore si sommano).



Fig. 3.15-16: Telai Full Suspended con leveraggi progressivo e semi-lineare rispettivamente

Scartando quindi il comportamento regressivo, come già fatto anche nel caso delle moto, le sospensioni adottabili possono avere un comportamento “funzionale” o lineare o progressivo (Fig. 3.17). Lo studio in dettaglio delle due opzioni renderà possibile la scelta di una delle due configurazioni.

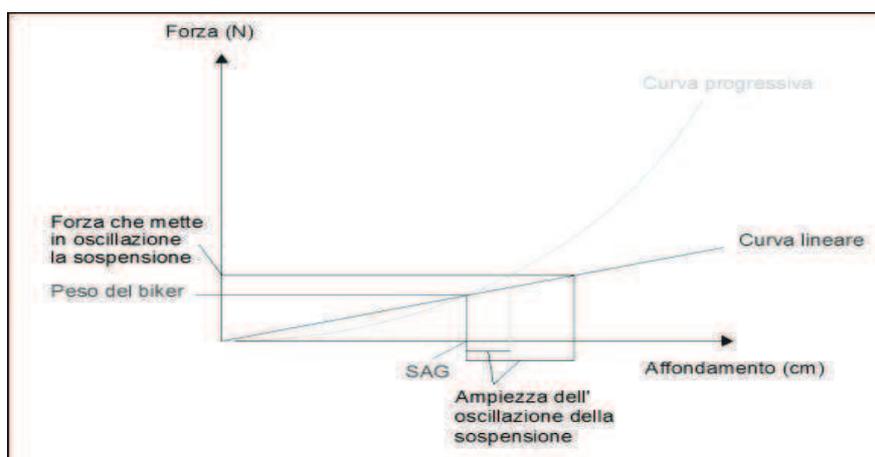


Fig. 3.17 – Curve di forza progressiva e lineare per una sospensione MTB

### 3.4.1 COMPORTAMENTO IN FASE DI PEDALATA

In fase di pedalata su una bicicletta ammortizzata parte dell'energia che si scarica sui pedali viene dissipata (in calore) dagli smorzatori delle sospensioni. I fenomeni di dissipazione di energia in pedalata sono dovuti a due fenomeni:

- **Bobbing:** Movimento oscillatorio a frequenza costante, causato dal movimento “pulsante” delle gambe. La forza che viene applicata sui pedali non è infatti costante su tutta la circonferenza descritta dal pedale, ma ha dei picchi (quando i pedali sono ad ore 3 e 9) e dei punti morti (quando i pedali sono ad ore 6 e 12). Questa continua variazione della forza crea una pulsazione che mette in movimento le sospensioni causando dispersione di energia. Il *bobbing* (italianizzato: “ondeggiamento”) esiste sia sulla forcella che sul carro posteriore.
- **Squat:** si verifica all’atto di una accelerazione, cioè quando il baricentro della bici, a causa dell’inerzia del corpo, genera un “trasferimento di carico” verso il posteriore. Questa azione inerziale fa comprimere la sospensione posteriore, ed il fenomeno si chiama *squat* (italianizzato: “accovacciamento”). La sospensione, comprimendosi, assorbe parte dell’energia che forniamo alla bicicletta, riducendo l’efficienza di pedalata.

*Bobbing* e *squat* possono essere ridotti progettando in maniera adeguata la cinematica della sospensione posteriore, esistendo una correlazione tra la curva di compressione e questi fastidiosi fenomeni dissipativi. Analizzando la Fig. 3.17 si evince infatti un risultato importante, ovvero che l’ampiezza dell’oscillazione indotta dalla pedalata nel caso della sospensione lineare genera un affondamento maggiore rispetto ad una sospensione progressiva. Considerando che l’energia dissipata in fase di pedalata è dipendente dall’ampiezza dell’oscillazione della sospensione, se questa presentasse una curva di forza di compressione progressiva, sarà quindi in grado di ridurre l’ampiezza dell’affondamento, a parità di forza pulsante ed energia dissipata (dipendente dalla potenza che viene generata dalle gambe). Riassumendo il discorso: la progressività della sospensione permette di ridurre i fenomeni oscillatori di *bobbing* e *squat*, rendendo la sospensione più efficace durante tutte le fasi di pedalata: costante ed accelerata.

### 3.4.2 COMPORTAMENTO IN DISCESA: SCAVALCAMENTO DI UN OSTACOLO

Lo scavalcamento di un ostacolo risulta essere un problema cruciale nel mondo delle mountain bike. I percorsi delle specialità “Down Hill” e “Cross Country” sono infatti contraddistinti dalla presenza di pietraie, scalinate, rock garden, radici, ecc. che costituiscono ostacoli al normale avanzamento del mezzo e possono susseguirsi continuamente o contemporaneamente. Quando la ruota incontra un ostacolo, affinché lo possa superare mantenendo stabile la conduzione del mezzo, essa deve spostarsi verso l’alto di una distanza pari all’altezza dell’ostacolo stesso. Questa sarebbe una condizione “ideale”, ma nella realtà una parte di questo movimento verticale è assorbito dalla sospensione, una parte trasferita al biker ed alla parte sospesa del telaio sotto forma di spostamento verticale. L’aliquota di movimento che viene assorbita dalla sospensione dipende dai ben noti fattori:

- ♦ **Escursione:** è evidente che maggiore è l’escursione della ruota, maggiore sarà la capacità di assorbimento dell’ostacolo. Una sospensione con elevate escursione sarà in grado di assorbire anche grossi intralci senza determinare spostamenti di rilievo della massa sospesa (biker + telaio).
- ♦ **Smorzamento:** un maggior freno in compressione riduce l’affondamento della sospensione, riducendo anche l’escursione dovuta al superamento di un ostacolo. Il risultato è il guidatore è meno isolato dagli ostacoli superati.
- ♦ **Curva di compressione:** più la sospensione è progressiva, più sarà “dura” da comprimere all’aumentare dell’escursione ruota. Il risultato è che la capacità di assorbimento dell’ostacolo si riduce.

In virtù di questi fattori, quando la ruota impatta su di un ostacolo, si genera una forza  $F$  (Fig. 3.18):



Fig. 3.18 – Forza che sollecita il posteriore

una parte di questa forza (la componente tangente alla traiettoria ruota) si trasferisce alla sospensione, l'altra rallenta il mezzo. Immaginando di considerare la sola forza verticale che agisce sulla ruota, si può ricavare l'affondamento della sospensione con la stessa procedura che abbiamo utilizzato per *squat* e *bobbing* (Fig. 3.17). Considerando una forza  $F$  uguale, i risultati che si ottengono sono analoghi a quelli del paragrafo precedente: la sospensione progressiva affonda meno di quella lineare.

Questo significa che la sospensione progressiva assorbe un'aliquota minore del movimento verticale della ruota a parità di forza che sollecita la sospensione posteriore, con il risultato che il biker e le masse sospese, per alte sollecitazioni, subiranno un più elevato spostamento verticale rispetto alla sospensione che mostra un comportamento della rigidità lineare.

### **3.4.3 ASPETTI PRATICI E SCELTA DELLA TIPOLOGIA DI LEVERAGGIO**

Una sospensione progressiva tende ad assorbire meno gli ostacoli. La bici risulta quindi più “instabile” e tende più facilmente a sollevarsi in aria dopo l’impatto con una sconnessione del terreno. Il biker deve quindi lavorare maggiormente fisicamente se vuole mantenere il mezzo a contatto con il terreno. Una MTB che monta una sospensione posteriore lineare tende invece a spianare il terreno, assorbendo meglio gli ostacoli e perdendo solo in casi estremi l’aderenza col terreno.

Quando si vuole saltare da un ostacolo all’altro o eseguire manovre di “aggiramento” di un tratto intransitabile improvviso (tronchi e rocce ad esempio), la sospensione progressiva subisce di contro un minor affondamento nella fase di spinta verso l’alto prima dello stacco, assorbendo minor energia e permettendo alla bici di sollevarsi da terra con maggior facilità.

In definitiva: se si procede contro una pietra, una sospensione lineare tende ad “assorbire” l’ostacolo, una sospensione progressiva permette invece di “saltarlo”.

Qual è il migliore tra i due comportamenti dipende sempre da cosa si ricerca dal mezzo: che salti bene per superare in aria sezioni sconnesse, quindi si preferisce una sospensione progressiva, o che assorba ogni ostacolo e che sia stabile sullo sconnesso, quindi si opta per una sospensione lineare.

Un ulteriore aspetto molto importante da analizzare è il modo in cui viene sfruttata la corsa.

Questa dipende principalmente, come si vedrà, dal set-up e dal precarico della sospensione.

Le mountain bike sono soggette a forti sollecitazioni impulsive, come può essere l’atterraggio da un salto. Le sospensioni hanno come compito

principale proprio quello di smorzare queste sollecitazioni. E' estremamente importante, per prevenire danni a telaio o altri componenti, che l'energia venga assorbita dalla sospensione senza che questa vada violentemente a fine corsa. Non a caso la taratura ottimale di una sospensione (o meglio la taratura della durezza dell'elemento elastico) si ottiene andando ad analizzare l'escursione utilizzata.

L'obiettivo di una buona taratura della molla è quindi di permettere alla sospensione di lavorare quasi completamente, evitando pericolosi "fine corsa".

Se confrontiamo di nuovo i due andamenti di *Fig. 3.17*, notiamo subito il differente comportamento e i differenti valori di forza al "fine corsa": la curva progressiva si "impenna", il che significa che la sospensione risulta molto più dura in questa parte della corsa; la curva lineare reagisce sempre con valori di forza minori a fine corsa.

Se si vuole sfruttare, su un dato percorso, il 90% della corsa (taratura ottimale) si adottano due diverse tarature a seconda del tipo di sospensione in dotazione:

- La **sospensione progressiva** andrà tenuta più "morbida" poiché tenderà a sfruttare meno corsa. Con una taratura meno rigida si ottimizza l'assorbimento dei piccoli urti, mentre risulterà sacrificato quello dei medi e grossi, visto che vanno a far lavorare la sospensione nella parte più "dura" della sua corsa.
- La **sospensione lineare** andrà invece tenuta più "dura" per evitare di sfruttare in maniera eccessiva la corsa o andare "a pacco". Il risultato è che risulta penalizzata sui piccoli urti, ma lavora meglio sui grossi impatti, dove manterrà una maggiore capacità di assorbimento perché tende a comprimersi di meno, evitando i dannosi fondo-corsa.

Il risultato è, quindi, l'ottenimento di due comportamenti diversi: la miglior capacità di assorbimento dei piccoli urti da parte di una sospensione progressiva, che non è una diretta conseguenza della sua curva di compressione, ma un effetto collaterale legato al fatto che andrà tenuta più morbida per sfruttare tutta la corsa; al contrario la sospensione lineare sarà penalizzata nel frangente intermedio di funzionamento non come diretta conseguenza della sua curva di compressione, ma a causa di un set-up più rigido onde evitare disastrosi fondo corsa.

Una considerazione finale a tal riguardo: una sospensione lineare o una progressiva sono la soluzione a degli stile di guida diversi. Riders a cui piace saltare gli ostacoli preferiscono una sospensione progressiva, mentre quelli a cui piace andare contro gli ostacoli mantenendo traiettorie rettilinee preferirà sospensioni più lineari, in virtù del miglior assorbimento degli ostacoli. Non c'è un meglio ed un peggio: tutto dipende dal proprio stile di guida.



# *Capitolo 4*

## *SOSPENSIONI PROGRESSIVE: TECNICA DI PROGETTAZIONE ED ANALISI STATICA*

### **4.1 LE SOSPENSIONI PROGRESSIVE**

Come già preannunciato nei precedenti capitoli, esistono sistemi di sospensione che sono in grado di incrementare la rigidità man mano che cresce la corsa della ruota posteriore. Questo effetto può essere ottenuto generalmente in due modi:

1. Operando solo sul mezzo elastico, e quindi sulla molla; le molle elicoidali infatti possono dare anche rigidità progressive, ovvero rigidità che aumentano col crescere dello schiacciamento di essa stessa. Per comprendere se una molla è di tipo progressivo basta osservarne la distanza tra le varie “ $n$ ”spire (il passo della molla): se il passo è costante la molla genera una rigidità costante, se invece tale distanza “varia” anche la rigidità varierà. Nello specifico, in quest’ultimo caso, le spire più ravvicinate sono quelle maggiormente flessibili, nonché quelle che si comprimeranno per prime. Un’altra soluzione per sfruttare le molle con lo scopo di ottenere una rigidità

progressiva risulta essere quella di porre in serie delle molle di diversa rigidità.



*Fig. 4.1 – Esempio di molle a rigidità progressiva*

2. Progettando un sistema di leveraggi tale da generare una proporzionale variazione della velocità di compressione del mono, che genera anche un effetto di variazione della forza con la quale il fluido smorzante in pressione nello smorzatore (generalmente gas inerte, tipo azoto) agisce sulla superficie dello stelo, a causa della riduzione di volume che l'olio smorzante ha a disposizione man mano che lo stelo pompa nel cilindro.

Agli inizi degli anni '70 sono state le case costruttrici giapponesi a mettere a punto i sistemi di sospensione progressiva che, oltre ad impiegare un'unica unità "molla-smorzatore", il mono, abbinassero molle progressive ad un sistema di leveraggi che permettesse un progressivo irrigidimento in funzione dell'escursione della ruota posteriore. In realtà questa tecnica costruttiva è storicamente di derivazione automobilistica: la prima applicazione infatti è stata su di una *Mc Laren* da Formula 1 (Campionato

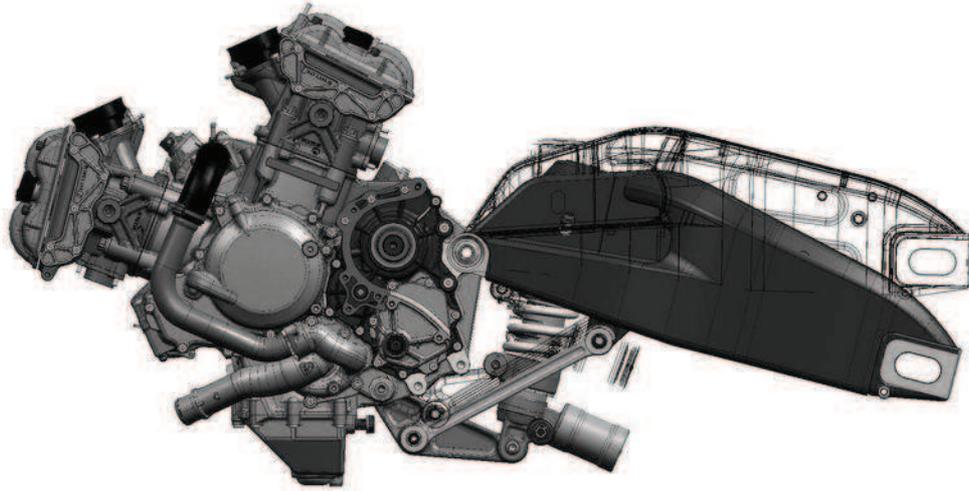
1971-72). Fu poi adottato in campo motociclistico solo nel '78 su di una *Elf* che adottò uno schema a quadrilatero articolato al posteriore. Le case giapponesi dunque, su questa base, cominciarono ad evolvere il sistema e ad adottarlo soprattutto nel campo del cross, nel quale erano richieste elevate escursioni. Ma l'elevata progressione, generando forze molto grandi, scaricandosi sul telaio ne provocava la rottura; tale problema ha avuto soluzione soltanto col miglioramento della tecnica di costruzione dei telai, affinando i progetti e le tecniche di giunzione mediante saldature, avendo cura di non creare zone "deboli" che portassero al cedimento della struttura. In generale, le escursioni adottate da sempre per le moto da cross sono maggiori rispetto a quelle per le moto stradali; si usano in ogni caso cinematismi a quadrilatero articolato, con il mono che viene montato tra: telaio - bilanciere, telaio - biella oppure forcellone - bilanciere . Le dimensioni dei leveraggi sono però variate, con l'obiettivo di:

- a) aumentare la rigidità flessionale e torsionale (azioni fondamentale nei telai delle supersportive), ottenuto mediante l'adozione di sospensioni monobraccio centrati, in luogo di schemi monobraccio decentrati o a doppio braccio oscillante classico che, come è ben noto, possono generare azioni torcenti sul forcellone (*Fig. 4.2*).



*Fig. 4.2 – Soluzione del mono centrato per evitare azioni torcenti:  
alternativa al doppio forcellone oscillante*

b) permettere l'alloggiamento di pneumatici e cerchi diametralmente sempre più "ingombranti", che quindi riducono lo spazio a disposizione del gruppo sospensione, diventato nel corso degli anni sempre più compatto e provvisto di organi più resistenti in lega al fine di resistere agli elevati carichi dovuti alla configurazione di lavoro (Fig. 4.3).



*Fig. 4.3 – Leveraggi a quadrilatero articolato Ducati GP: posizione avanzata e compatta del gruppo mono.*

L'obiettivo del capitolo: gettare le basi per una valutazione parametrica della curva di rigidità di una sospensione a leveraggi progressivi, considerando lineare il comportamento della molla. Concretamente si realizzerà un'analisi di posizione del cinematismo, grazie alla quale sarà possibile mettere in relazione il moto "verticale" della ruota posteriore con il moto di compressione del mono. Quindi, nota la rigidità della molla e la legge adiabatica dello smorzatore idraulico, sarà possibile calcolare la forza di compressione dell'ammortizzatore in funzione dello spostamento ruota ed infine, considerando l'equilibrio statico tra i membri, partendo da tale forza nota, sarà possibile ricavare il carico che sollecita tutto il meccanismo, cioè la forza che si trasmettono mutuamente ruota e terreno (alla quale la sospensione reagisce). Per far ciò si dovranno eseguire diversi calcoli che

saranno poi la base intorno alla quale sviluppare un foglio di calcolo che sia in grado di valutare analiticamente e graficamente l'effetto delle geometrie e dei parametri meccanici della sospensione. Il tutto a partire da una accurata schematizzazione del problema, tale da ricondurre la struttura ad uno schema noto, cioè che possa essere indagato dal punto di vista degli orientamenti e posizioni dei diversi punti e delle forze mutuamente trasmesse tra i membri con le equazioni della meccanica applicata e della scienza delle costruzioni.

## 4.2 GEOMETRIA DELLE SOSPENSIONI PROGRESSIVE

La Fig. 4.3 si riferiva ad un modello GP, e rappresenta la schematizza al CAD della sospensione e dei suoi leveraggi. Lo studio dei meccanismo si basa chiaramente sulla loro geometria piana, ma non può prescindere da una rappresentazione tridimensionale realizzata grazie agli strumenti CAD a disposizione dell'ingegneria. Si prenda a tal proposito come esempio il CAD 3D del forcellone Ducati 1098, corrispondente alla realtà geometrica e costruttiva dello stesso, riportato in Fig. 4.4:



Fig. 4.4 – Forcellone realizzato al CAD Ducati 1098

E' stato quindi riprodotto anche in questa sede, in maniera semplificata, lo schema studiato in formato 3D della Ducati 1098 (*Fig. 4.5*):



*Fig. 4.5 – 3D Forcellone, Puntone, Bilanciere, Mono Ducati 1098 realizzati al CAD (Creo Parametric 2.0)*

Risulta essere naturalmente uno schema semplificato, che serve per dare un'idea della geometria complessiva dei componenti. Il mono è stato sintetizzato da due semplici cilindri che affondano l'uno nell'altro, mentre la geometria del quadrilatero è stata resa perfettamente "piana", a differenza della realtà costruttiva (*Fig. 4.6*), in cui il puntone e l'ammortizzatore lavorano evidentemente su due piani diversi, grazie all'accoppiamento sferico di cui è fornito il puntone.

Inoltre sempre in *Fig. 4.5* è evidente il sistema di regolazione della lunghezza del puntone che, in generale, viene utilizzato nella realtà e mostrato in dettaglio sempre in *Fig. 4.6* (del suo scopo è stato accennato nel capitolo precedente):



Fig. 4.6 – Sistema in studio con puntone regolabile in altezza e punto di attacco con il bilanciere

### 4.3 ANALISI DI POSIZIONE DEL MECCANISMO: DETERMINAZIONE DELLA ESCURSIONE DEL MONO.

Il meccanismo di Fig. 4.6, è riconducibile al sistema articolato schematizzato in Fig. 4.7, e quindi studiabile analiticamente secondo le equazioni viste già nel capitolo 2.

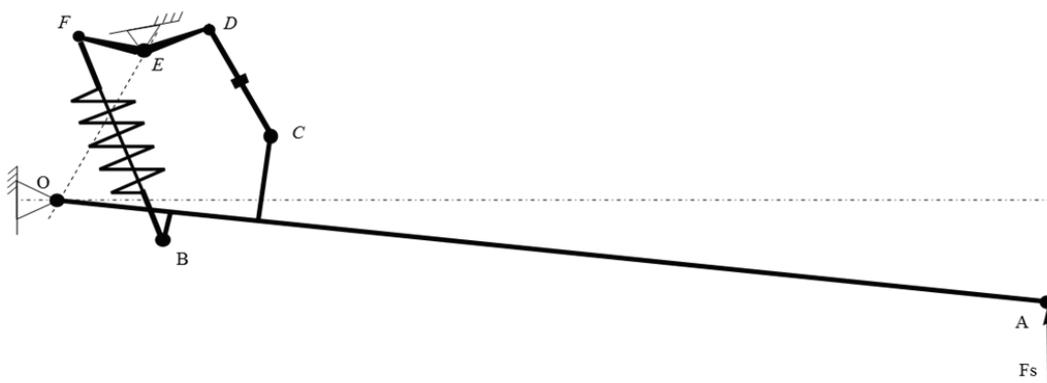


Fig. 4.7 – Schematizzazione piana della sospensione posteriore in studio

Dei dati in ingresso sono ovviamente necessari al fine di poter realizzare un'analisi analitica del problema. In questo capitolo si getteranno invece soltanto le basi del problema, quindi i dati verranno poi introdotti numericamente nel foglio di calcolo; si sta ovviamente parlando di lunghezze, angoli d'orientamento e parametri meccanici quali la rigidità della molla e la pressione di precarico dello smorzatore.

Dalla Fig. 4.7 e dalla seguente Fig. 4.8 è possibile apprezzare in maniera generale il problema: una irregolarità del terreno, ad esempio un gradino, genera la forza  $F_s$ , la cui conseguenza è uno spostamento  $\Delta S_r$  della ruota. Essa si traduce in una rotazione del forcellone rispetto al fulcro  $O$ , variando la configurazione iniziale di orientamento  $\alpha_1$  (4.1):

$$\Delta S_{rv} = -L_f \times \sin[\alpha_{1i}] + L_f \times \sin[\alpha_1] \Rightarrow \alpha_1 = \text{ArcSin} [\sin[\alpha_{1i}] - \Delta S_r/L_f] \quad (4.1)$$

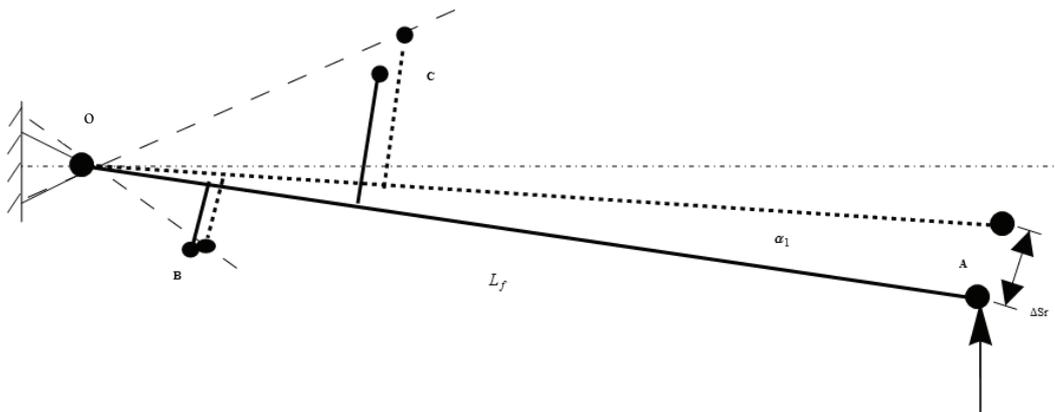


Fig. 4.8 – a) Schematizzazione del Forcellone: A punto applicazione forza, B e C punti di attacco base Mono e Puntone rispettivamente, O fulcro;

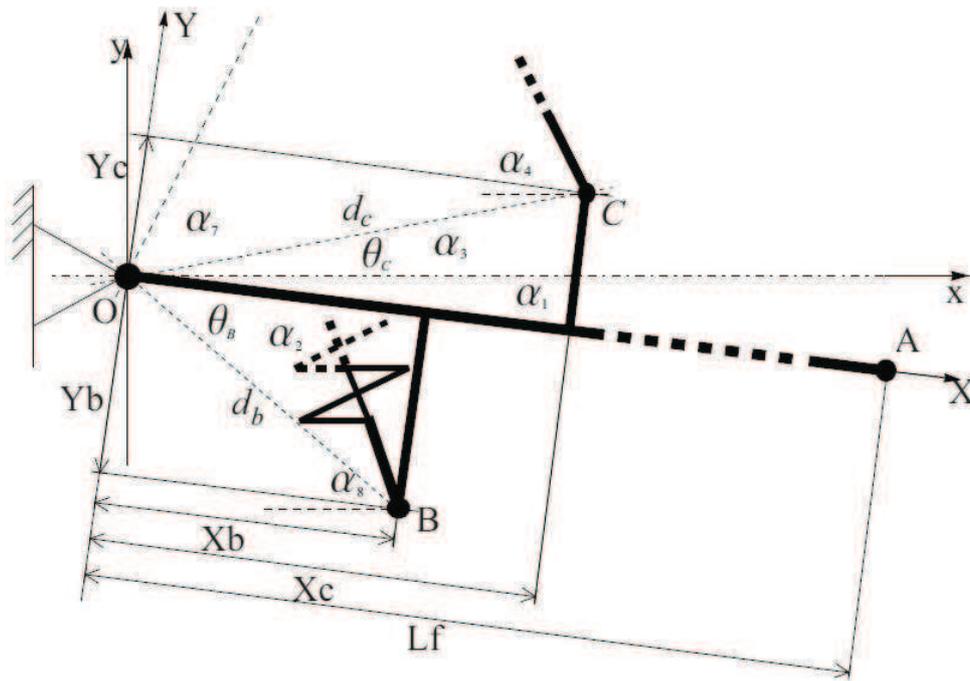


Fig. 4.8 – b) modello concentrato con tutti i riferimenti geometrici ed angolari

L'obiettivo ora è quello di ricavare lo spostamento “contemporaneo” del punto  $B$  ed  $F$  al variare proprio di questo angolo.

Gli angoli  $\alpha_2$  ed  $\alpha_3$  descrivono invece la posizione dei punti del quadrilatero articolato in funzione della rotazione  $\alpha_1$ . Mentre il calcolo dello spostamento del punto  $B$ , e di  $C$ , è immediato, sulla base della Fig. 4.8, (basta infatti trovare  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  in funzione di  $\alpha_1$  e quindi trovare le coordinate di  $B$  e  $C$  in funzione di tale angolo, come verrà fatto nel seguente capitolo nel foglio di calcolo), più complesso sarà lo studio del moto di  $F$ , che dipende proprio dal moto del punto  $C$ , che è condizionato dagli organi costituenti il quadrilatero articolato.

I diversi tratti del meccanismo possono essere ricondotti infatti ai diversi membri costituenti il quadrilatero articolato:

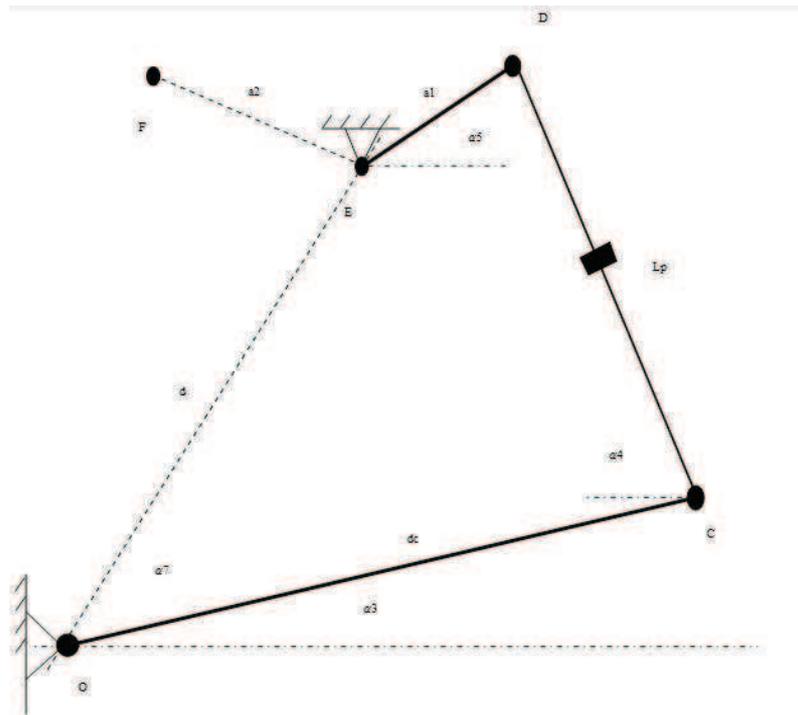


Fig. 4.9 – Schema del quadrilatero articolato O-C-D-E

- tratto O-C, cioè la distanza tra il punto di attacco forcellone – telaio e base puntone, risulta essere un bilanciere del meccanismo;
- tratto C-D, cioè il puntone, è la biella del meccanismo;
- tratto D-E, cioè il braccio  $a_1$ , manovella che funge però da bilanciere nel meccanismo (non compie mai rotazioni complete);
- tratto E-O, telaio del meccanismo: è di fatto il tratto “immaginario” di congiunzione dei punti di cerniera del meccanismo con il telaio moto.

Si parte naturalmente dall’equazione vettoriale di chiusura:

$$\overline{OC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EO} = 0 \quad (4.2)$$

che può essere riscritta in forma scalare proiettando tali vettori lungo il riferimento x-y:

$$dc \times \text{Cos}[\alpha_3] + L_p \times \text{Cos}[\alpha_4] - a_1 \times \text{Cos}[\alpha_5] - d \times \text{Cos}[\alpha_7] = 0 \quad (4.3)$$

$$dc \times \text{Sin}[\alpha_3] - L_p \times \text{Sin}[\alpha_4] - a_1 \times \text{Sin}[\alpha_5] - d \times \text{Sin}[\alpha_7] = 0 \quad (4.4)$$

L'obiettivo è di ricavare dalle (4.3) e (4.4) gli orientamenti incogniti  $\alpha_4$  e  $\alpha_5$  dei diversi leveraggi, in funzione delle variabili note  $\alpha_3$  e  $\alpha_7$  (quest'ultimo angolo è fisso) e delle grandezze fisse della geometria della sospensione:  $d_c$ ,  $L_p$ ,  $a_1$ ,  $d$ . Ne deriverà lo spostamento del punto  $F$  rispetto ad  $E$ ; vengono così introdotte le seguenti costanti:

$$\mathcal{A} = dc \times \text{Cos}[\alpha_3]; \quad \mathcal{B} = d \times \text{Cos}[\alpha_7]; \quad \mathcal{C} = dc \times \text{Sin}[\alpha_3]; \quad \mathcal{D} = d \times \text{Sin}[\alpha_7];$$

Sostituendo le costanti, elevando tutto al quadrato e ponendo le funzioni trigonometriche in Seno e Coseno di  $\alpha_4$  in evidenza, si ottiene:

$$\begin{cases} \text{Cos}^2[\alpha_4] = \left( \frac{\mathcal{B} - \mathcal{A} + a_1 \times \text{Cos}[\alpha_5]}{L_p} \right)^2 \\ \text{Sin}^2[\alpha_4] = \left( \frac{\mathcal{D} - \mathcal{C} + a_1 \times \text{Sin}[\alpha_5]}{L_p} \right)^2 \end{cases} \quad (4.5)$$

ed infine sommando le due equazioni di chiusura, si ha un'unica equazione con un'unica incognita in  $\alpha_5$ :

$$1 = \left( \frac{\mathcal{B} - \mathcal{A} + a_1 \times \text{Cos}[\alpha_5]}{L_p} \right)^2 + \left( \frac{\mathcal{D} - \mathcal{C} + a_1 \times \text{Sin}[\alpha_5]}{L_p} \right)^2 \quad (4.6)$$

che si può ridurre a:

$$\left( \frac{L_p}{a_1} \right)^2 = \left( \frac{\mathcal{B} - \mathcal{A}}{a_1} + \text{Cos}[\alpha_5] \right)^2 + \left( \frac{\mathcal{D} - \mathcal{C}}{a_1} + \text{Sin}[\alpha_5] \right)^2 \quad (4.7)$$

Si ponga inoltre:

$$\mathcal{E} = (\mathcal{B}-\mathcal{A}) / a_1; \quad \mathcal{F} = (\mathcal{D}-\mathcal{C}) / a_1; \quad \mathcal{G} = Lp / a_1;$$

da cui si ottiene:

$$\mathcal{G}^2 = \mathcal{E}^2 + \text{Cos}^2[\alpha_5] + 2\mathcal{E} \times \text{Cos}[\alpha_5] + \mathcal{F}^2 + \text{Sin}^2[\alpha_5] + 2\mathcal{F} \times \text{Sin}[\alpha_5]$$

$$\frac{\mathcal{G}^2 - \mathcal{E}^2 - \mathcal{F}^2 - 1}{2} = \mathcal{E} \times \text{Cos}[\alpha_5] + \mathcal{F} \times \text{Sin}[\alpha_5] = \mathcal{K} \quad (4.8)$$

con  $\mathcal{K}$  costante uguale al primo membro della (4.8). Ricordando che le funzioni trigonometriche Seno e Coseno si possono esprimere in funzione della sola Tangente come:

$$\text{Cos}[\alpha_5] = \frac{1 - \text{Tan}^2\left[\frac{\alpha_5}{2}\right]}{1 + \text{Tan}^2\left[\frac{\alpha_5}{2}\right]}; \quad \text{Sin}[\alpha_5] = \frac{2\text{Tan}\left[\frac{\alpha_5}{2}\right]}{1 + \text{Tan}^2\left[\frac{\alpha_5}{2}\right]};$$

L'equazione riscritta in funzione della Tangente è una equazione di secondo grado la quale, una volta posta la Tangente uguale ad una generica  $y$ :

$$y = \text{Tan}\left[\frac{\alpha_5}{2}\right]$$

si ottiene l'equazione:

$$\mathcal{K} = \mathcal{E} \times \frac{1 - y^2}{1 + y^2} + \mathcal{F} \times \frac{2y}{1 + y^2} \Rightarrow y^2(\mathcal{E} + \mathcal{K}) - y(2\mathcal{F}) + (\mathcal{E} - \mathcal{K}) \quad (4.9)$$

della quale le soluzioni sono due e soltanto una sarà quella accettabile per il problema in studio (quella negativa):

$$y_{1,2} = \frac{\mathcal{F} \pm \sqrt{\mathcal{F}^2 - \mathcal{K}^2 + \mathcal{E}^2}}{\mathcal{K} + \mathcal{E}} \Rightarrow \alpha_5 = 2 \times \text{ArcTan}[y_2] \quad (4.10)$$

che è proprio l'angolo che definisce l'orientamento del bilanciere rispetto all'orizzontale.

Mettendo ora in relazione l'angolo  $\alpha_5$  con l'angolo  $\Gamma$  di inclinazione del bilanciere, si ottiene la legge di variazione dell'angolo  $\alpha_6$  seguente:

$$\alpha_6 = \pi - \Gamma - \alpha_5 \quad (4.11)$$

Noto infine anche l'angolo  $\alpha_6$ , le grandezze del caso rendono possibile il calcolo della lunghezza dell'interasse tra i punti  $F$  e  $B$ , chiamata  $L_{mi}$ , imponendo spostamento nullo, quindi l'angolo  $\alpha_1$  invariato. La legge di compressione del mono si ottiene infine sottraendo alla lunghezza iniziale  $L_{mi}$  quella variabile in funzione di  $\alpha_1$ :

$$Lm = \sqrt{(xb + a2 \times \text{Cos}[\alpha_6] - Xe)^2 + (yb + a2 \times \text{Sin}[\alpha_6] + Ye)^2} \quad (4.12)$$

$$\text{con: } Lm = Lmi, \text{ per } \alpha_1 = \alpha_{1i}$$

$$\Delta Sm = Lmi - Lm(\alpha_1) \quad (4.13)$$

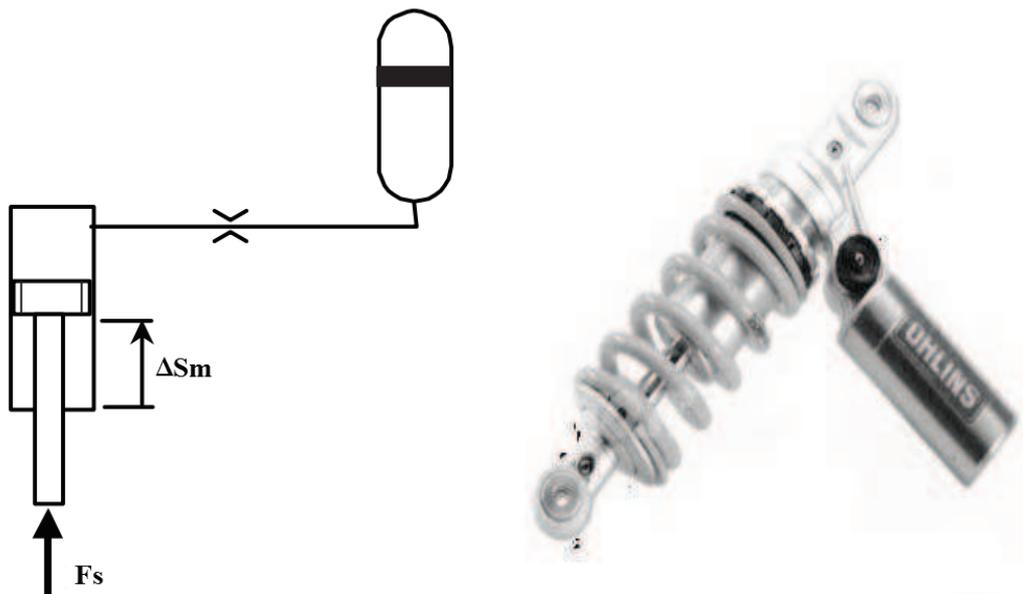
## 4.4 ANALISI STATICA DELLE FORZE

Ricavata dall'analisi di posizione la legge di affondamento dell'ammortizzatore in funzione dello spostamento della ruota, bisognerà considerare due diversi contributi della forza di reazione della sospensione: un contributo è riconducibile al gas smorzante nel quale affonda lo stelo; l'altra alla forza elastica lineare della molla, unitamente all'eventuale contributo del precarico statico.

#### 4.4.1 LA FORZA VARIABILE SECONDO LEGGE ADIABATICA DELLO SMORZATORE

All'interno del cilindro di smorzamento è sempre presente un fluido smorzante in pressione, generalmente olio. Essendo questo incompressibile viene utilizzato un altro fluido in pressione, un gas inerte, posto all'interno di un serbatoio, meccanicamente comunicante con lo smorzatore. Tale pressione esercita una forza sullo stelo che varia al variare del pompaggio della pompante man mano che affonda nel cilindro; il fluido infatti, oltre a generare un effetto smorzante, cioè di dissipazione dell'energia cinetica in calore, vede variare il proprio volume a disposizione nel cilindro a causa dello stelo che vi affonda e che progressivamente ne aumenta la pressione: dell'olio e quindi anche del gas con esso in equilibrio meccanico.

Considerando lo schema della sospensione in studio in *Fig. 4.10*, è possibile ricavare la legge adiabatica del gas che, in equilibrio con l'olio ed in funzione dell'affondamento dello stelo nel cilindro di smorzamento, fornisce la legge di variazione della forza che il fluido esercita sullo stesso.



*Fig. 4.10 – Circuito idraulico della sospensione in esame e sospensione reale: molla, smorzatore e serbatoio gas*

Nei mono quindi coesistono tre camere: in una di queste viene compresso del gas dall'esterno ad una certa pressione di precarico desiderata (serbatoio in alto); le altre due invece sono comunicanti mediante le strozzature attraverso le quali avviene il flusso di olio che smorza il moto. Il cilindro con l'olio, in condizioni statiche, è in equilibrio di pressione con il gas nel serbatoio, mentre durante il movimento dello stelo il liquido scorre entro le strozzature e genera una resistenza dinamica. Questo provoca quindi un'altra componente di pressione oltre a quella statica, cioè quella legata alla velocità dell'olio nel circuito che unisce le due camere staticamente in equilibrio. Naturalmente, tutta l'energia che non viene dispersa in calore verrà restituita elasticamente, essendo questa immagazzinata dal gas. Note le condizioni di pressione  $P_t$  e volume  $v_t$  entro il serbatoio, si ipotizza che l'azoto segua la legge dei gas perfetti (ipotizzando che tale gas inerte lo sia).

$$Pv = RT$$

Potendo inoltre considerare circa nulla la differenza tra calore generato all'interno dello smorzatore e quello dissipato all'esterno, la temperatura del fluido risulterà pressoché costante durante l'azione del pistone, ergo la legge dei gas è in realtà una adiabatica, del tipo:

$$Pv^\gamma = Cost \quad (4.14)$$

In generale, in condizioni statiche, le condizioni di pressione e volume tra i due ambienti si equivalgono, quindi  $P_o v_o^\gamma = P_t v_t^\gamma$ , ergo l'equazione che descrive la legge di variazione della forza  $F_g$  del gas sullo stelo, essendo note le condizioni nel serbatoio, è la seguente:

$$F_g = A_{st} \left[ \frac{P_t \times v_t^\gamma}{(v_t - v_s)^\gamma} + K \left( \frac{dSm}{dt} \times A \right)^2 \right] \quad (4.15)$$

dove:  $A_{st}$  è la sezione dello stelo,  $V_s$  è il volume dello stelo nella camicia variabile con lo spostamento,  $dS_m/dt$  è la velocità di affondamento dello stelo,  $K$  è il coefficiente di perdita di carico dinamico e  $\gamma$  la costante adiabatica del gas. Come si osserva, nell'equazione vengono inseriti i valori di pressione e volume che si hanno nel serbatoio, noti, poiché questi ultimi sono sempre in equilibrio con l'olio smorzante e quindi ne si possono sfruttare i dati per il calcolo della Forza.

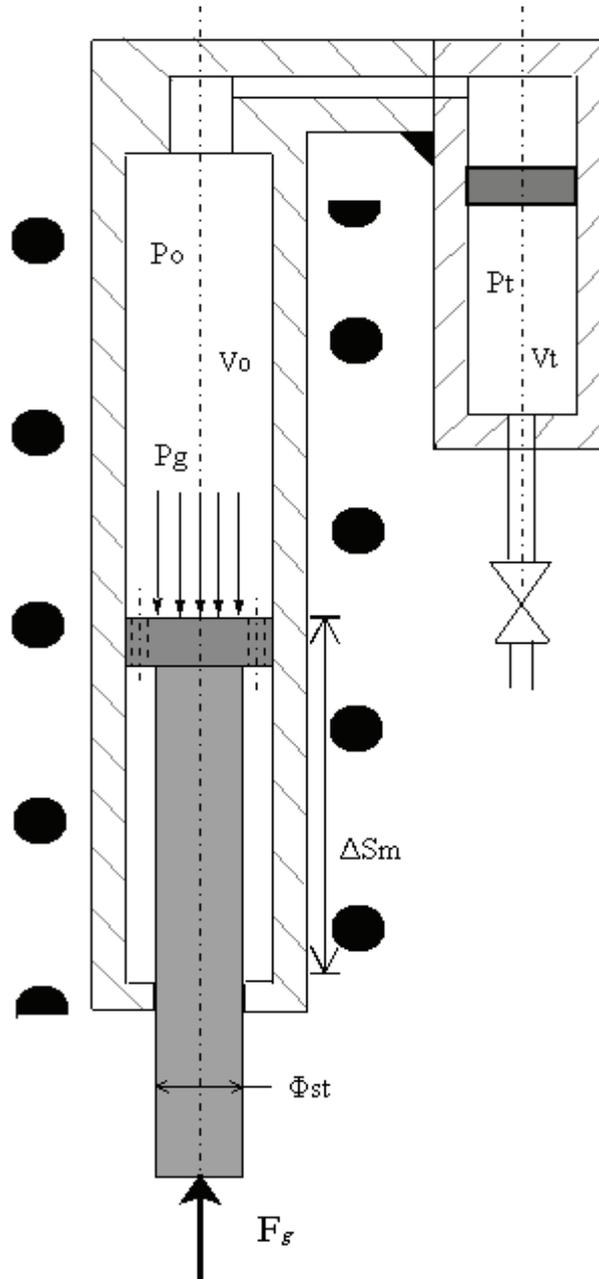


Fig. 4.11 – Stelo che affonda nello smorzatore; quest'ultimo è in equilibrio col serbatoio

Poiché si sta considerando soltanto il contributo statico, il secondo addendo (dipendente dalla velocità di affondamento) può essere trascurato; quindi la (4.15) si semplifica in:

$$F_g = \frac{A_{st} \times P_t}{\left(1 - \frac{v_{st}}{v_t}\right)^\gamma} \quad (4.16)$$

La componente statica segue dunque una legge adiabatica in funzione dello spostamento dello stelo ed è pari alla pressione di precarico quando l'escursione è nulla.

#### 4.4.2 FORZA LINEARE GENERATA DALLA MOLLA

Molto meno complessa è la ricerca della forza  $F_m$  generata dalla molla montata dall'ammortizzatore. Come già detto infatti la forza di reazione di una molla lineare segue una legge che presenta come variabile lo spostamento della molla in compressione/estensione  $\Delta S_m$  e la rigidezza alla compressione  $K_m$ . Essendo quest'ultimo dato noto, è possibile ricavare la legge che sarà:

$$F_m = K_m \times \Delta S_m \quad (4.17)$$

#### 4.4.3 FORZA TOTALE E PRECARICO SUL MONO

La forza  $F_t$  totale risulta essere naturalmente la somma tra le forze  $F_m$  ed  $F_g$  della molla e del gas rispettivamente:

$$F_t = F_m + F_g = K_m \times \Delta S_m + \frac{A_{st} \times P_t}{\left(1 - \frac{\Delta S_m \times A_{st}}{v_t}\right)^\gamma} \quad (4.18)$$

Forza che aumenta all'aumentare della compressione naturalmente.

A questa quantità può essere aggiunta una ulteriore componente statica di forza  $F_p$ , quella di precarico, di cui si è ampiamente parlato nel precedente capitolo. In quel caso infatti, intervenendo sulla lunghezza della molla a stelo totalmente fuori dalla camicia, il carico iniziale e tutta la legge di variazione della forza  $F_t$ , risulterà aumentata di un valore pari a:

$$F_p = K_m \times \Delta S_p \quad (4.19)$$

dove  $\Delta S_p$  è la compressione statica generata dalla rotazione di una ghiera a filetto micrometrico, cioè con passi tra filetti molto piccoli.

La forza totale dunque, qualora ci fosse anche il precarico, varrà:

$$F_{tp} = F_m + F_s + F_g = K_m \times (\Delta S_m + \Delta S_p) + \frac{A_{st} \times P_t}{\left(1 - \frac{\Delta S_m \times A_{st}}{v_t}\right)^{\gamma}} \quad (4.20)$$

Corrispondente alla somma di tutti i contributi di forza, dipendenti od indipendenti dalla corsa di compressione del mono.

#### 4.4.4 FORZA AGENTE SUL PUNTONE

Per il calcolo della forza di reazione del mono sul puntone  $F_p$  si può partire dal termine suo noto “ $F_{tp}$ ”; Questa infatti, si scarica indirettamente, per mezzo del bilanciere, sul puntone (e direttamente sulla base forcellone). Assunto perfettamente rigido, in quanto provvisto di una grande sezione, il puntone è tale da poter sopportare elevati carichi di compressione e non incorrere in deflessioni, dovute all’effetto del carico di punta.

Grazie ai valori di angoli e bracci impostati durante l’analisi cinematica realizzata, sarà possibile trovare quali sono le forze che sollecitano il meccanismo, fino a ritrovare la forza che ha generato l’impulso.

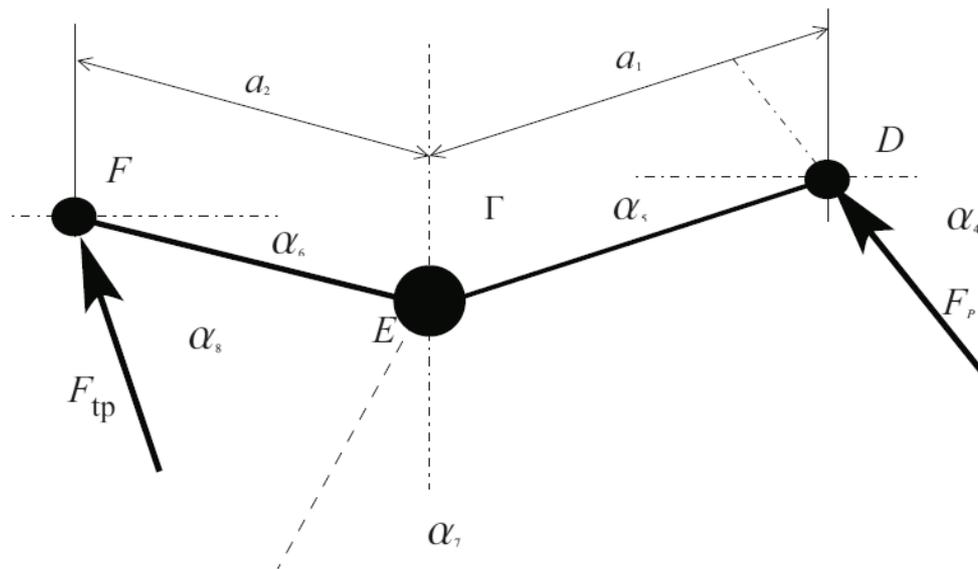


Fig. 4.12 – Equilibrio alla rotazione tra la forza del mono e quella del puntone

La Forza agente sul punto  $D$  può essere facilmente trovata se si trascura la ricerca della reazione vincolare sulla “coppia rotoidale”  $E$ , rispetto alla quale si andrà a considerare l'equilibrio alla rotazione del bilanciere, sottoposto alla forza di reazione del puntone incognita e a quella nota  $F_{tp}$  del mono.

E' però preliminarmente importante trovare il valore degli angoli  $\alpha_4$  e  $\alpha_8$  che rendano normali ai bracci  $a_1$  e  $a_2$  le forze  $F_{tp}$  e  $F_p$ :

$$\alpha_4 = \text{ArcSin} \left[ \frac{a_1 \times \text{Sin}(\alpha_5) + d \times \text{Sin}(\alpha_7) - y_c}{L_p} \right] \quad (4.21)$$

$$\alpha_8 = \text{ArcTan} \left[ \frac{a_2 \times \text{Sin}(\alpha_6) + d_b \times \text{Sin}(\alpha_2) + Y_e}{a_2 \times \text{Cos}(\alpha_6) + d_b \times \text{Cos}(\alpha_2) - X_e} \right] \quad (4.22)$$

Dall'equilibrio dei momenti risulterà:

$$F_p \times a_1 \times \text{Sin}(\alpha_4 + \alpha_5) = F_{tp} \times a_2 \times \text{Sin}(\alpha_8 - \alpha_6)$$

Quindi:

$$F_p = \frac{F_{tp} \times a_2 \times \sin(\alpha_8 - \alpha_6)}{a_1 \times \sin(\alpha_4 + \alpha_5)} \quad (4.23)$$

con:  $\alpha_6$  e  $\alpha_5$  angoli noti dall'analisi del quadrilatero dei paragrafi precedenti.

#### 4.4.5 FORZA DI CONTATTO RUOTA-TERRENO

Infine, noto lo schema semplificato del forcellone e le forze che su di esso agiscono, è possibile ricavare il valore della forza esterna  $F_s$  che ha generato la compressione della molla.

Questa forza è sempre in equilibrio con altre due forze: quella di reazione del mono  $F_{tp}$ , che si scarica direttamente sul forcellone, e quella del puntone  $F_p$ ; per trovare la forza di contatto col terreno  $F_s$  bisognerà dunque realizzare una accurata analisi statica, tenendo conto delle direzioni che, in ogni istante, tali forze andranno ad assumere. In aiuto si consideri il prossimo schema di Fig. 4.13, in cui sono rappresentati tutti i riferimenti angolari (le quote sono leggermente modificate per maggiore chiarezza):

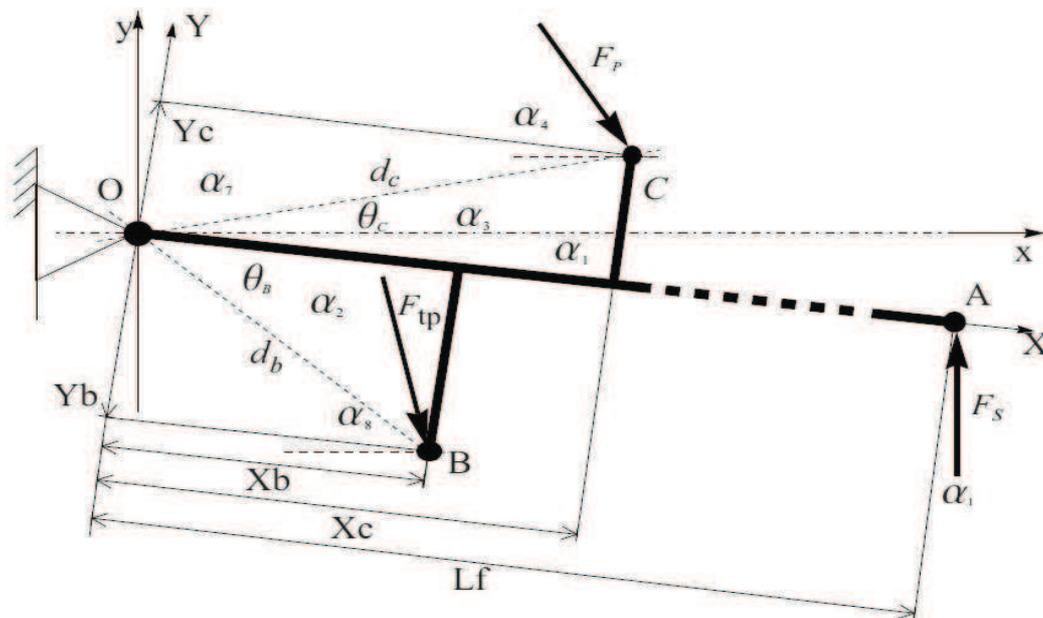


Fig. 4.13 – Equilibrio delle forze sul forcellone; la forza  $F_s$  è incognita.

Per semplicità si è assunto che la forza  $F_s$  risulta essere sempre perpendicolare al terreno e per ritrovarne il modulo è necessario scomporre nelle componenti normali e di taglio, rispetto all'asse forcellone, le forze  $F_{tp}$ ,  $F_p$ , quindi anche la stessa  $F_s$ , come illustrato nelle prossime equazioni:

$$N_b = (F_{tp} \times \cos[\alpha_8] \times \cos[\alpha_1]) + (F_{tp} \times \sin[\alpha_8] \times \sin[\alpha_1])$$

$$T_b = (F_{tp} \times \sin[\alpha_8] \times \cos[\alpha_1]) - (F_{tp} \times \cos[\alpha_8] \times \sin[\alpha_1])$$

$$N_c = (F_p \times \cos[\alpha_4] \times \cos[\alpha_1]) + (F_p \times \sin[\alpha_4] \times \sin[\alpha_1])$$

$$T_c = (F_p \times \sin[\alpha_4] \times \cos[\alpha_1]) - (F_p \times \cos[\alpha_4] \times \sin[\alpha_1])$$

che per le formule di sottrazione, derivanti dalle proprietà trigonometriche delle funzioni Seno e Coseno, possono essere ridotte alle più semplici quattro equazioni:

$$N_b = F_{tp} \times \cos[\alpha_8 - \alpha_1] \quad (4.24)$$

$$T_b = F_{tp} \times \sin[\alpha_8 - \alpha_1] \quad (4.25)$$

$$N_c = F_p \times \cos[\alpha_4 - \alpha_1] \quad (4.26)$$

$$T_c = F_p \times \sin[\alpha_4 - \alpha_1] \quad (4.27)$$

Dallo studio dell'equilibrio alla rotazione rispetto al punto "O", considerando i momenti generati dalle forze orizzontali  $N_b$  ed  $N_c$ , cioè:

$$M_b = N_b \times Y_b \quad (4.28)$$

$$M_c = N_c \times Y_c \quad (4.29)$$

si ottiene la componente di taglio della forza  $F_s$ ,  $T_a$ :

$$T_a = \frac{(T_b \times X_b) + (T_c \times X_c) + M_c - M_b}{L_f} \quad (4.30)$$

Poiché è noto l'angolo compreso tra la forza verticale al forcellone  $T_a$  e quella di sollecitazione  $F_s$ , cioè  $\alpha_1$ , la componente normale  $N_a$  varrà:

$$N_a = T_a \times \tan[\alpha_1] \quad (4.31)$$

e la forza  $F_s$ :

$$F_s = \sqrt{T_a^2 + N_a^2} \quad (4.32)$$

Infine è possibile ricavare anche la reazione vincolare  $F_o$  al punto di attacco tra forcellone e telaio, note le forze verticali ed orizzontali:

$$N_0 = N_b + N_c - N_a \quad (4.33)$$

$$T_0 = T_b + T_c - T_a \quad (4.34)$$

Da cui la reazione totale vale:

$$F_0 = \sqrt{T_0^2 + N_0^2} \quad (4.34)$$

# *Capitolo 5*

## ***COMPILAZIONE FOGLIO DI CALCOLO PER LO STUDIO DELLE SOSPENSIONI PROGRESSIVE***

### **5.1 INTRODUZIONE AL FOGLIO DI CALCOLO**

E' oramai consuetudine in ogni problema ingegneristico l'uso di un calcolatore ed un software che riduca i tempi necessari allo svolgimento dei calcoli, semplici o complessi che essi siano. Oltre alle operazioni ovviamente si possono realizzare simulazioni, disegni, previsioni: tutti i campi di progettazione e produzione nell'ingegneria moderna sono oramai informatizzati.

Il problema affrontato in questa sede, lo ricordiamo, richiede il calcolo ricorsivo di diverse equazioni che descrivano la cinematica dei leveraggi e delle forze che si trasmettono i diversi organi costituenti la sospensione posteriore di un motociclo; tutte le equazioni, viste nel *capitolo 2* e *4*, saranno espresse in funzione di una unica variabile, che è lo spostamento della ruota posteriore della moto in studio. Oltre alle operazioni sarà necessario e possibile "plottare" gli andamenti di tutte le grandezze che da esso dipendono, per poter osservare se e come il meccanismo stia lavorando in maniera progressiva, e se i risultati fisici di progetto corrispondono a quelli

forniti dal codice, che verrà creato mediante uno specifico software di calcolo nei prossimi paragrafi.

## **5.2 I SOFTWARE DI CALCOLO E SIMULAZIONE DELLE SOSPENSIONI**

In commercio sono presenti moltissimi software per la simulazione e la progettazione “ad hoc” di sospensioni, anteriori o posteriori che siano. Il ricorso ai codici di calcolo detti “*multibody*” consente di realizzare con molta precisione e completezza l’analisi statica e dinamica del comportamento dei veicoli su strada, mediante la simulazione al calcolatore. Un’analisi semplificata del comportamento statico, utile per la valutazione della risposta in termini di curve di rigidità delle sospensioni può essere realizzata invece mediante software di calcolo commerciali grazie ai quali, una volta impostati i dati e le equazioni che governano il problema, permettono lo studio dell’influenza che diverse geometrie e componenti generano sul comportamento della sospensione.

### **5.2.1 ANALISI MULTIBODY**

L’analisi *MSA (Multibody System Analysis)* simula al calcolatore il movimento di sistemi meccanici generato dall’applicazione di forze esterne o di sollecitazioni che agiscono sull’intero sistema. Tale codice ricopre un ruolo fondamentale nella progettazione moderna ed assistita al calcolatore: esso permette infatti di valutare e di ottimizzare le caratteristiche e le prestazioni di un prodotto ancor prima della sua prototipazione, con l’effetto immediato della riduzione dei costi di sviluppo e dei tempi di progetto, permettendo inoltre la valutazione di alternative progettuali migliorative. Il comportamento del veicolo nello spazio (in piega, ad esempio), essendo il moto del mezzo non soltanto “piano” (quindi

indagabile su piattaforme 2D), deve poter essere indagato e simulato anche nelle tre dimensioni; il software lo permette, mediante un codice di simulazione *multibody 3D*. In questo caso specifico di analisi, gli organi di sospensione sarebbero simulati con corpi rigidi (forcellone, puntone, bilanciere) e con elementi flessibili (mono), tra loro connessi mediante varie tipologie di vincolo cinematico e dinamico che si oppongono alle forze di sollecitazione esterne che ne generano il moto della sospensione.

Tra i programmi *multibody* in commercio, molto usato per la progettazione statica e dinamica delle sospensioni motociclistiche, si può citare anche il codice “*Tony Foale Designs*”. Con esso è possibile anche realizzare il progetto di chassis, forcelle, sterzi, settaggio preliminare della moto, aerodinamica, telaietti, ecc...

## 5.2.2 ANALISI MEDIANTE PROGRAMMI DI CALCOLO

*Mathematica* è un ambiente di calcolo simbolico e numerico multiplatforma, ideato da Stephen *Wolfram* e successivamente sviluppato da un team di matematici e programmatori. *Mathematica* è anche un potente linguaggio di programmazione ed è riconosciuto tra i principali applicativi per lo svolgimento di calcoli, insieme ai noti *Matlab* e *Mathcad*. La piattaforma permette lo sviluppo di algoritmi di calcolo ed integrarli in disegni di progetto. Esso consente, come si vedrà tra poco, di produrre fogli di calcolo per lo sviluppo di progetti “ad hoc”, come nel caso qui in studio: analisi di posizione e statica di una sospensione di tipo progressivo, con grafici che descrivano l’andamento delle curve progressive delle forze dei diversi organi interessati alla sospensione della moto, in funzione dello spostamento ruota.

## 5.3 FOGLIO DI CALCOLO

Qui di seguito verrà illustrato il foglio di calcolo realizzato con la piattaforma *Mathematica*, in parallelo a quello fornito per gentile concessione dal centro di calcolo Ducati, per il modello “1098”.

Il programma è stato realizzato seguendo l’iter di progettazione già visto nei *Capitoli 2 e Capitolo 4*, vale a dire:

- inserimento dei dati geometrici e meccanici di progetto, quali: angoli di orientamento, lunghezze dei membri di sospensione, rigidità molla e pressioni gas di smorzamento;
- scelta della variabile di progetto, al variare della quale variano tutte le posizioni e le forze mutuamente scambiate dagli organi di sospensione; in questo caso, come già detto, si tratta dello spostamento verticale  $\Delta S_{rv}$  della ruota posteriore, rispetto al telaio della moto (riferimento);
- sviluppo dei calcoli per lo studio del quadrilatero articolato: determinazione dell’equazione di chiusura, specifica per ogni tipologia di sospensione e diversa a seconda della configurazione assunta dallo stesso;
- Analisi statica per la ricerca delle forze mutuamente scambiate tra gli organi, alla quale fa seguito la stampa dei grafici che descrivono l’andamento delle stesse e dai quali sarà possibile constatare l’entità della progressione con la quale gli organi di sospensione reagiscono man mano che aumenta lo spostamento ruota.
- Confronto dei risultati forniti dalla casa costruttrice e quelli ottenuti dal foglio di calcolo, mediante sovrapposizione dei valori puntuali forniti da Ducati. Con la coincidenza delle curve ricavate si proverà la capacità del foglio di calcolo di simulare la risposta della sospensione.
- Verranno infine fatti variare alcuni parametri geometrici e meccanici della sospensione a partire da quelli di progetto, al fine di osservare come varia il comportamento, in termini di progressione, della sospensione.

### 5.3.1 FOGLIO DI CALCOLO FORNITO DA DUCATI

In allegato il file che mostra l'approccio alla progettazione del centro di calcolo Ducati. Sul file *Excel* sono riportati dati di progetto del modello Ducati 1098 ed alcuni dei valori puntuali rispetto ai quali sono stati improntati i confronti con i grafici ottenuti:

DUCATIMOTOR HOLDING spa

<b>LR50% 100</b>	<b>43%</b>	<b>Progression 100</b>	<b>17%</b>	<b>OK</b>
CODICE	DESCRIZIONE	MATERIALE		
	forcellone eccentrico ammortizzatore asta bilanciere			

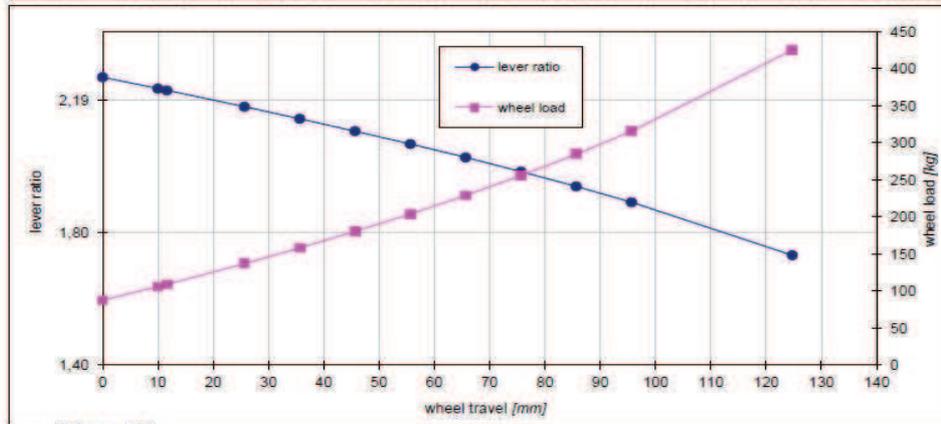
  

GEOMETRIA		
L	[mm]	494,0
fi_asta	[gradi]	46,5
fi_amm	[gradi]	-12,0
r_asta	[mm]	195,0
r_amm	[mm]	100,0
asta	[mm]	166,70
b_amm	[mm]	63,5
b_asta	[mm]	71,0
psi	[gradi]	143,0
x_bil	[mm]	46,5
y_bil	[mm]	256,0

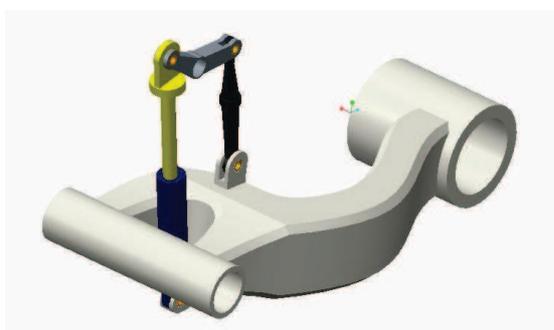
SHOCK					
K1	[kg/mm]	8,7	K2	[kg/mm]	8,7
preload	[mm]	20,0			
gas press.	[bar]				
rod diam	[mm]				
gas force	[kg]	24,6			
total stroke	[mm]	62,0			
free stroke	[mm]				
max lenght	[mm]	295,0			
Lunghezza cambio K					7,5
int. bil	[mm]	260,2			
eta	[gradi]	79,7			

Wheel ordinate	Shock	Wheel Travel	Shock Travel	Lever Ratio	Shock Load	Wheel Load	Wheel Rate	Progression
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		[kg]	[kg]	[kg/mm]	
-82,735	295,0	0,0	0,00	2,26	197,9	87,5	1,82	0,0%
-72,7	290,5	10,0	4,45	2,23	236,5	106,1	1,91	1,5%
-71,1	289,8	11,6	5,18	2,22	242,8	109,2	1,92	1,8%
-57,1	283,4	25,7	11,56	2,17	298,1	137,1	2,06	3,9%
-47,1	278,8	35,7	16,20	2,14	338,3	158,2	2,17	5,5%
-37,1	274,1	45,7	20,92	2,10	379,1	180,4	2,29	7,1%
-27,1	269,3	55,7	25,72	2,06	420,8	204,0	2,43	8,8%
-17,1	264,4	65,7	30,62	2,02	463,2	229,0	2,58	10,6%
-7,1	259,4	75,7	35,61	1,98	506,5	255,7	2,77	12,5%
2,9	254,3	85,7	40,72	1,94	550,7	284,5	2,99	14,5%
12,9	249,1	95,7	45,95	1,89	596,0	315,6	3,25	16,5%
42,0	233,0	124,7	62,00	1,73	735,1	425,0	4,40	23,6%



### 5.3.2 FOGLIO DI CALCOLO MATHEMATICA

# "Analisi parametrica del moto di una sospensione posteriore a quadrilatero articolato: ricerca della curva di rigidità progressiva"



ln[1]= (\*DATI IN INGRESSO-PARAMETRI GEOMETRICI E MECCANICI: LUNGHEZZE,  
ANGOLI,PRESSIONI E RIGIDEZZE\*)

(\*Lunghezze, in millimetri\*)

Lf = 494; (\*Distanza tra l'asse del fulcro di rotazione telaio-  
forcellone posteriore ed asse ruota posteriore\*)  
a1 = 71; (\*Distanza tra la coppia rotoidale del bilanciere e la testa puntone\*)  
a2 = 63.5; (\*Distanza tra la coppia  
rotoidale del bilanciere e la testa ammortizzatore\*)  
db = 100; (\*Distanza fulcro - base ammortizzatore\*)  
dc = 195; (\*Distanza fulcro - base puntone\*)  
Xe = 46.5; (\*Distanza tra fulcro e coppia  
rotoidale del bilanciere parallelamente al terreno\*)  
Ye = 256; (\*Distanza tra fulcro e coppia rotoidale  
del bilanciere normalmente al terreno\*)  
 $d = \sqrt{Xe^2 + Ye^2}$ ; (\*Distanza fulcro - giunzione bielletta\*)

(\*Valori angolari, in gradi\*)

$\Gamma = 143 \times \pi / 180$ ; (\*Angolazione biella di congiunzione Puntone-Ammo\*)  
 $\alpha_{li} = 9.63 \times \pi / 180$ ;  
(\*Orientamento del forcellone posteriore rispetto all'orizzontale\*)  
 $\theta_b = -12 \times \pi / 180$ ; (\*Angolo di orientamento della base ammortizzatore\*)  
 $\theta_c = 46.5 \times \pi / 180$ ; (\*Angolo di orientamento della base puntone\*)  
 $\alpha_7 = \text{ArcTan}\left[\frac{Ye}{Xe}\right]$ ;  
(\*Orientamento del fulcro bilanciere rispetto all'orizzontale-terreno\*)

(\*Lunghezze ricavate dai dati, in millimetri\*)

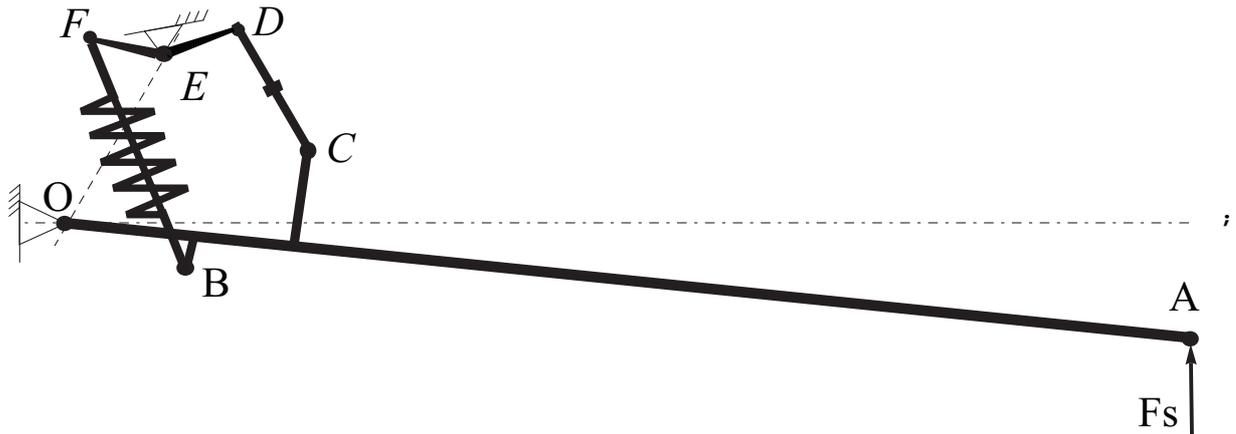
$X_b = db \times \text{Cos}[\theta_b]$ ; (\*Distanza tra fulcro e accoppiamento  
di base della sospensione parallelamente al forcellone\*)  
 $Y_b = db \times \text{Sin}[\theta_b]$ ; (\*Distanza tra fulcro e accoppiamento di  
base della sospensione normalmente al forcellone\*)  
 $X_c = dc \times \text{Cos}[\theta_c]$ ; (\*Distanza tra fulcro e accoppiamento  
di base del puntone parallelamente al forcellone\*)  
 $Y_c = dc \times \text{Sin}[\theta_c]$ ; (\*Distanza tra fulcro e accoppiamento  
di base del puntone normalmente al forcellone\*)

(\*PARAMETRI GEOMETRICI E MECCANICI DEL MONO E PUNTOONE, REGOLABILI E SOSTITUIBILI\*)

Lp = 166.7; (\*Lunghezza puntone in [mm]\*)  
Km = 85.35; (\*Rigidità molla posteriore, in [N/mm]\*)  
Pt = 1.55; (\*Pressione bombola di precarico smorzatore, in [MPa]\*)  
 $At = (55^2) \times \pi / 4$ ; (\*Sezione serbatoio di precarico gas dello smorzatore [mm<sup>2</sup>]\*)  
Lt = 70; (\*Lunghezza serbatoio di precarico gas dello smorzatore [mm]\*)  
 $\gamma = 1.4$ ; (\*Costante adiabatica del gas, assunto come aria, [Ad]\*)  
 $As = (14^2) \times \pi / 4$ ; (\*Sezione dello stelo ammortizzatore [mm<sup>2</sup>]\*)  
 $Vt = At \times Lt$ ; (\*Volume del serbatoio del gas in pressione [mm<sup>3</sup>]\*)

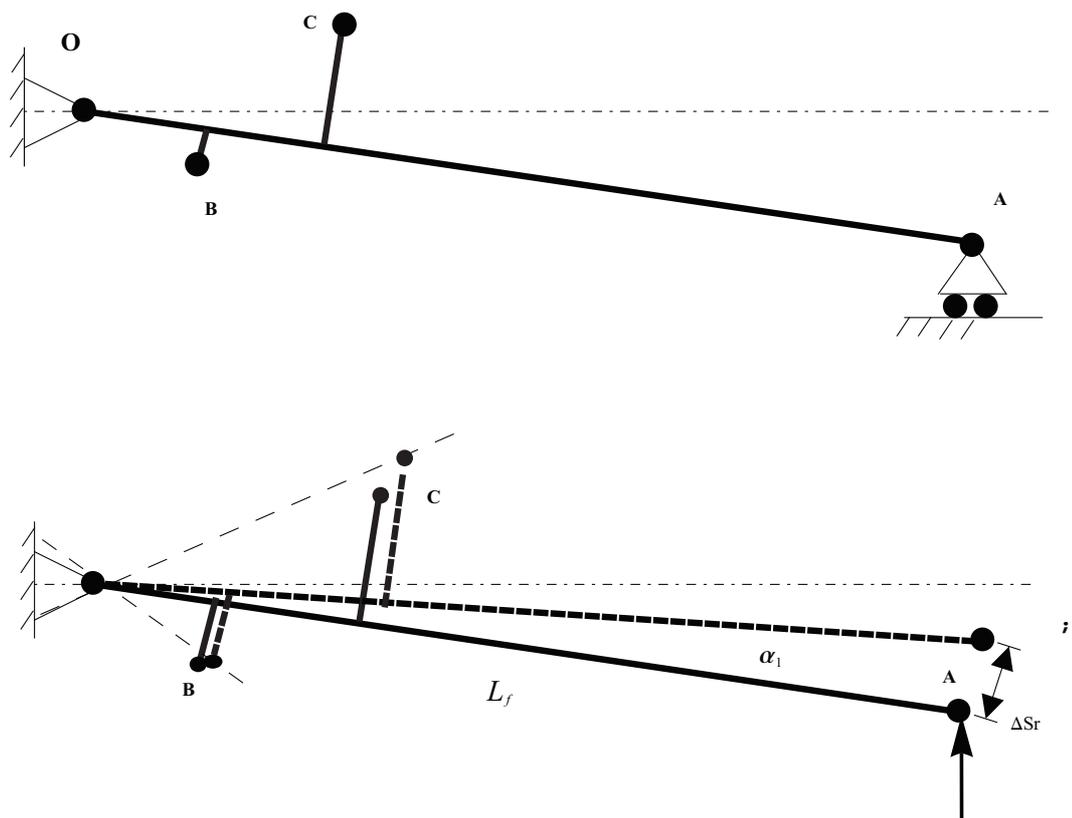
# ANALISI CINEMATICA

Schematizzazione sospensione posteriore



Farà ora seguito una analisi di posizione,  
concentrata su ogni organo costituente il meccanismo di sospensione;

- **Forcellone:** sollecitato da forze esterne generate dal peso del conducente, dalla dinamica di marcia e dalle sconnessioni presenti sul manto stradale, il forcellone, per mezzo della ruota (cerchio + gomma), subirà una rotazione di angolo  $\Delta\alpha_1$ , che farà spostare il punto "A" di  $\Delta S_r$ , rispetto al fulcro "O", di seguito schematizzata:



$$\Delta S_{rv} = -L_f \times \sin[\alpha_{1i}] + L_f \times \sin[\alpha_1]$$

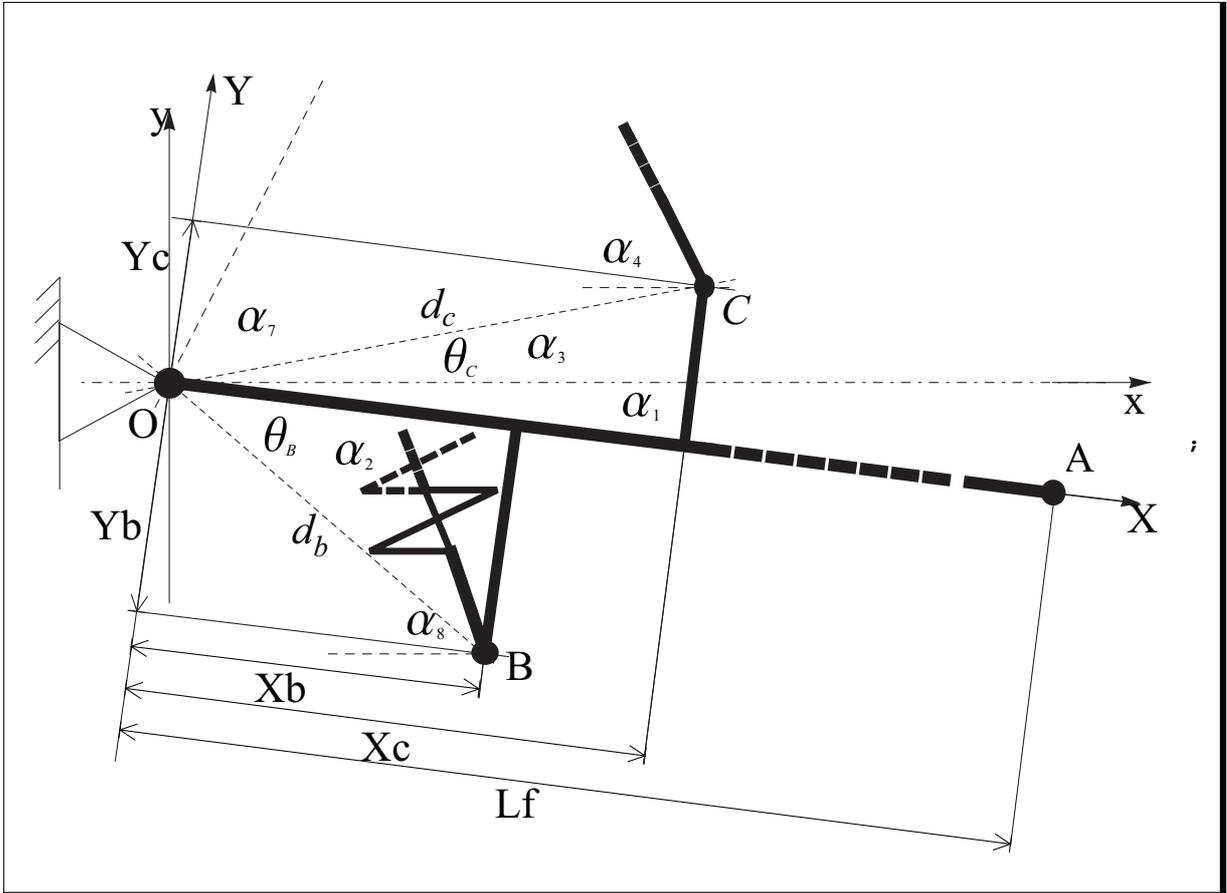
è lo spostamento verticale del forcellone;

In[22]:=

$$\alpha_1 = \text{ArcSin}\left[\sin[\alpha_{1i}] - \frac{\Delta S_{rv}}{L_f}\right];$$

(\*Angolo di inclinazione del forcellone rispetto all'orizzontale\*)

- Base del "puntone" e "ammortizzatore": avendo assunto  $(X, Y)_C$  e  $(X, Y)_B$  come coordinate fisse della base puntone e della base ammortizzatore rispettivamente, rispetto al fulcro "O", si assumono:



In[23]:=

(\*Angoli di parametrizzazione  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ , legati alla variabile  $\alpha_1$ \*)

$\alpha_2 = \alpha_1 + \theta_B$ ; (\*angolo base ammortizzatore\*)

$\alpha_3 = \theta_C - \alpha_1$ ; (\*angolo base puntone\*)

(\*Posizione degli attacchi mono e puntone\*)

$y_b = d_b \times \sin[\alpha_2]$ ;

(\*Posizione finale verticale notevole della base dell'ammortizzatore\*)

$x_b = d_b \times \cos[\alpha_2]$ ;

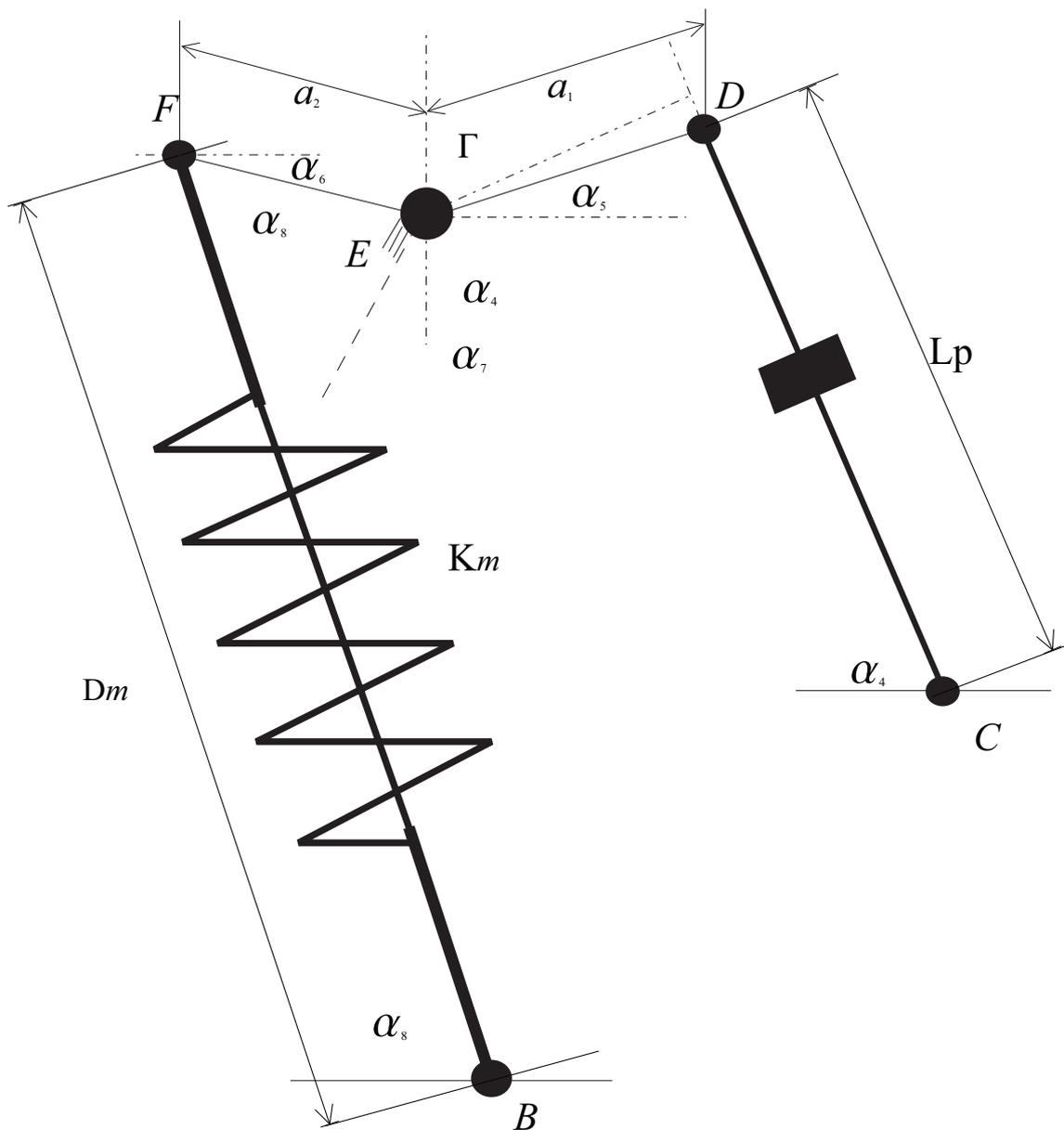
(\*Posizione finale orizzontale trascurabile della base dell'ammortizzatore\*)

$y_c = d_c \times \sin[\alpha_3]$ ; (\*Posizione finale verticale notevole della base del puntone\*)

$x_c = d_c \times \cos[\alpha_3]$ ; (\*Posizione finale orizzontale trascurabile della base del puntone\*)

Tali angoli e lunghezze descrivono l'orientamento di punti "B" e "C" rispetto al riferimento x-y, e non rispetto al forcellone al quale sono rigidamente vincolati, e sono espressi in maniera variabile in funzione proprio dell'angolo  $\alpha_1$ ;

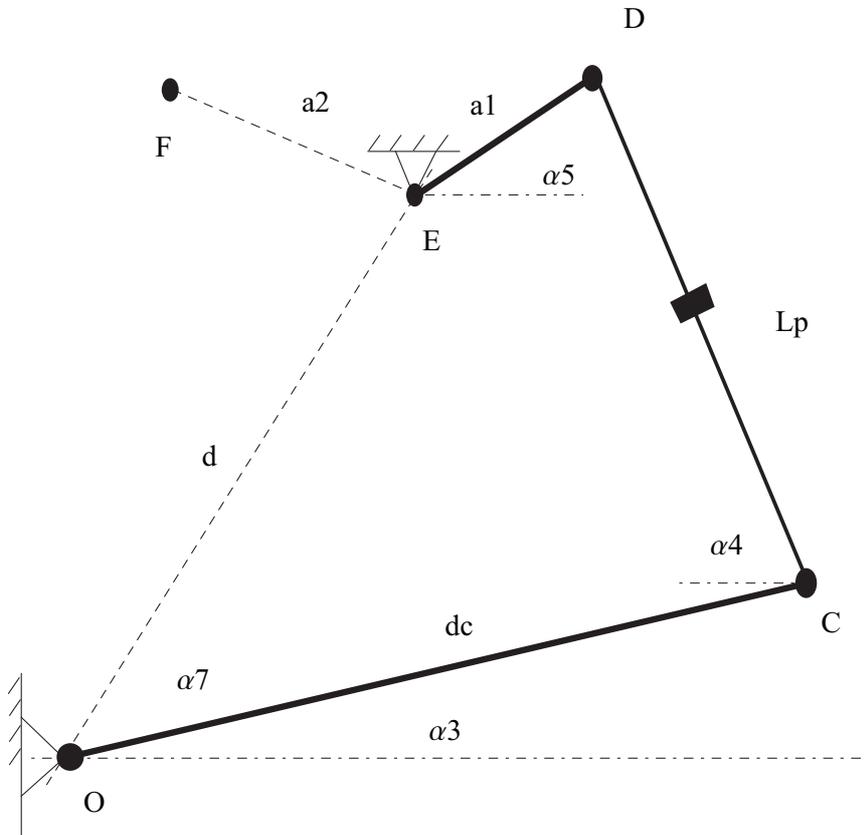
Schema della parte superiore del forcellone: Biella - Puntone - Ammortizzatore.



;

- Essendo il puntone assunto come perfettamente rigido, con  $K_p = \infty$ , mentre la molla ha una rigidezza finita di  $K_m=85.35$  [N/mm], definendo: "D" ed "F" rispettivamente gli estremi del puntone e della molla, i quali ruotano rispetto al fulcro di biella "E", il problema può essere risolto trovando gli spostamenti di testa e piede dell'ammortizzatore, alla quale farà seguito un'analisi delle forze.

Dato che lo spostamento in "B", già calcolato, è una quota parte dello spostamento dell' ammortizzatore, l'analisi si concentra sullo spostamento del punto "F". Su tale punto il moto giunge per mezzo del cinematismo a "quadrilatero articolato", che è il seguente:



Le equazioni di chiusura che descrivono la posizione dei punti appartenenti al quadrilatero sono:

$$\begin{cases} \{ dc \times \cos[\alpha3] + L_p \times \cos[\alpha4] - a_1 \times \cos[\alpha5] - d \times \cos[\alpha7] = 0 \\ \{ dc \times \sin[\alpha3] - L_p \times \sin[\alpha4] - a_1 \times \sin[\alpha5] - d \times \sin[\alpha7] = 0 \end{cases}$$

Dovendo risolvere in  $\alpha4$  e  $\alpha5$ , gli angoli che descrivono la rotazione del quadrilatero e quindi lo spostamento del punto "F" rispetto ad "E", vengono definite le seguenti costanti:

$$\begin{aligned} \text{In[29]:= } \mathcal{A} &= dc \times \cos[\alpha3]; \\ \mathcal{B} &= d \times \cos[\alpha7]; \\ \mathcal{C} &= dc \times \sin[\alpha3]; \\ \mathcal{D} &= d \times \sin[\alpha7]; \end{aligned}$$

Elevando tutto al quadrato e mettendo le funzioni trigonometriche in Seno e Coseno di  $\alpha 4$  in evidenza, si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \text{Cos}^2 [\alpha 4] = \left[ \frac{\mathcal{B}-\mathcal{A}+a_1 \times \text{Cos} [\alpha 5]}{L_p} \right]^2 \right. \\ \left. \left\{ \text{Sin}^2 [\alpha 4] = \left[ \frac{\mathcal{D}-\mathcal{C}+a_1 \times \text{Sin} [\alpha 5]}{L_p} \right]^2 \right. \end{array} \right.$$

ed infine sommando le due equazioni di chiusura, si ha un'unica equazione con un'unica incognita in  $\alpha 5$ :

$$1 = \left[ \frac{\mathcal{B}-\mathcal{A}+a_1 \times \text{Cos} [\alpha 5]}{L_p} \right]^2 + \left[ \frac{\mathcal{D}-\mathcal{C}+a_1 \times \text{Sin} [\alpha 5]}{L_p} \right]^2 \Rightarrow \left( \frac{L_p}{a_1} \right)^2 = \left[ \frac{\mathcal{B}-\mathcal{A}}{a_1} + \text{Cos} [\alpha 5] \right]^2 + \left[ \frac{\mathcal{D}-\mathcal{C}}{a_1} + \text{Sin} [\alpha 5] \right]^2$$

Si ponga inoltre:

$$\begin{aligned} \ln[33]:= \mathcal{E} &= \frac{\mathcal{B}-\mathcal{A}}{a_1}; \\ \mathcal{F} &= \frac{\mathcal{D}-\mathcal{C}}{a_1}; \\ \mathcal{G} &= \frac{L_p}{a_1}; \end{aligned}$$

allora:

$$\mathcal{G}^2 = \mathcal{E}^2 + \text{Cos}^2 [\alpha 5] + 2 \mathcal{E} \times \text{Cos} [\alpha 5] + \mathcal{F}^2 + \text{Sin}^2 [\alpha 5] + 2 \mathcal{F} \times \text{Sin} [\alpha 5] \Rightarrow \frac{\mathcal{G}^2 - \mathcal{E}^2 - \mathcal{F}^2 - 1}{2} =; \\ \mathcal{E} \times \text{Cos} [\alpha 5] + \mathcal{F} \times \text{Sin} [\alpha 5]$$

e ponendo:

$$\ln[36]:= \mathcal{K} = \frac{\mathcal{G}^2 - \mathcal{E}^2 - \mathcal{F}^2 - 1}{2};$$

$$\text{Cos} [\alpha 5] = \frac{1 - \text{Tan}^2 \left[ \frac{\alpha 5}{2} \right]}{1 + \text{Tan}^2 \left[ \frac{\alpha 5}{2} \right]}$$

$$\text{Sin} [\alpha 5] = \frac{2 \times \text{Tan} \left[ \frac{\alpha 5}{2} \right]}{1 + \text{Tan}^2 \left[ \frac{\alpha 5}{2} \right]}$$

$$y = \text{Tan} \left[ \frac{\alpha 5}{2} \right]$$

si ottiene l'equazione:

$$\mathcal{K} = \mathcal{E} \times \frac{1-y^2}{1+y^2} + \mathcal{F} \times \frac{2y}{1+y^2} \Rightarrow y^2(\mathcal{E}+\mathcal{K}) - y(2 \times \mathcal{F}) + (\mathcal{E}-\mathcal{K})$$

della quale le soluzioni sono:

$$\text{In[37]: } \mathbf{yp} = \frac{\mathcal{F} + \sqrt{\mathcal{F}^2 - \mathcal{K}^2 + \mathcal{E}^2}}{\mathcal{K} + \mathcal{E}};$$

$$\mathbf{ym} = \frac{\mathcal{F} - \sqrt{\mathcal{F}^2 - \mathcal{K}^2 + \mathcal{E}^2}}{\mathcal{K} + \mathcal{E}};$$

$\alpha 5_{fm} = 2 \times \text{ArcTan}[\mathbf{yp}];$  (\*Soluzione Positiva\*)

$\alpha 5 = 2 \times \text{ArcTan}[\mathbf{ym}];$  (\*Soluzione negativa:valore attendibile\*)

L'angolo di interesse deve essere necessariamente negativo, ergo la soluzione da escludere è la positiva.

Definendo invece:

$\text{In[41]: } \alpha 6 = \pi - \Gamma - \alpha 5;$  (\*rotazione che genera lo spostamento superiore della molla\*)

(\*impostazione dello spostamento ruota nullo per determinare il valore dell'interasse tra i punti F e B, dove verrà alloggiato il Mono\*)

$\Delta S_{rv} = 0;$

$L_{mi} = \sqrt{((x_b + a_2 \times \text{Cos}[\alpha 6] - X_e)^2 + (y_b + a_2 \times \text{Sin}[\alpha 6] + Y_e)^2)}$  (\*Lunghezza molla iniziale\*)

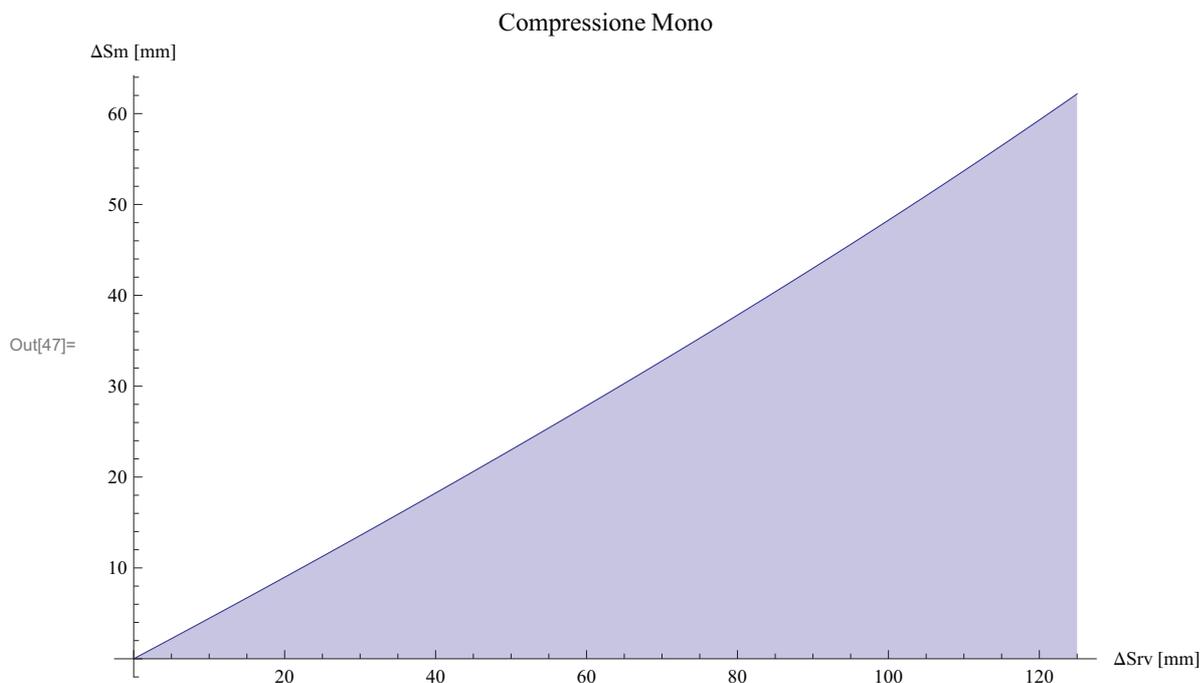
$\text{Clear}[\Delta S_{rv}];$

$L_m = \sqrt{((x_b + a_2 \times \text{Cos}[\alpha 6] - X_e)^2 + (y_b + a_2 \times \text{Sin}[\alpha 6] + Y_e)^2)}$  (\*Lunghezza molla finale\*)

$\Delta S_m = L_{mi} - L_m;$  (\*Compressione del mono\*)

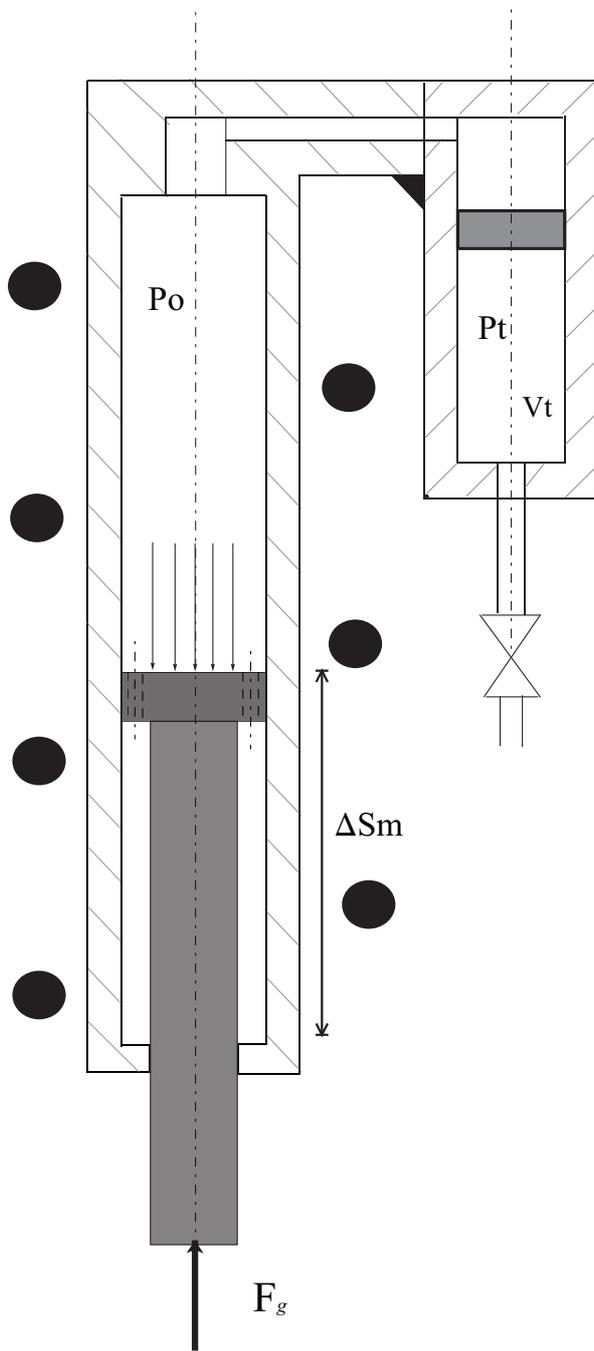
$\text{graf1} = \text{Plot}[\Delta S_m, \{\Delta S_{rv}, 0, 125\}, \text{AxesOrigin} \rightarrow \{0, 0\},$   
 $\text{AxesLabel} \rightarrow \{\Delta S_{rv} [\text{mm}], \Delta S_m [\text{mm}]\}, \text{Filling} \rightarrow \text{Bottom},$   
 $\text{PlotRange} \rightarrow \text{All}, \text{PlotLabel} \rightarrow \text{"Compressione Mono"}]$  (\*GRAFICO 1\*)

$\text{Out[43]: } 294.958$



# ANALISI STATICA DELLE FORZE

Nota la compressione subita dalla sospensione, la forza reagente dello smorzatore e della molla varranno rispettivamente:



$$F_g = A_s \frac{P_t \times V_t^\gamma}{(V_t - V_s)^\gamma} + F_c,$$

cioè la forza del gas che preme sullo stelo seguendo una legge adiabatica, sommata alla forza del gas che agisce costantemente sullo stelo.

In[48]:=  $V_s = A_s \times \Delta S_m$ ; (\*Volume occupato dallo stelo che varia con l'affondamento dello stelo stesso nel cilindro di smorzamento\*)

$$F_g = \frac{A_s \times P_t}{\left(1 - \frac{V_s}{V_t}\right)^{\gamma}}; \text{ (*Legge adiabatica della forza di reazione del gas smorzante,}$$

variabile con l'affondamento dello stelo e trascurando gli effetti smorzanti e la velocità di compressione\*)

$$F_m = (K_m \times \Delta S_m); \text{ (*Forza di reazione della molla*)}$$

$$F_t = F_m + F_g; \text{ (*Forza Totale: molla + gas smorzante*)}$$

graf2 = Plot[Ft, {ΔSrv, 0, 125}, AxesOrigin → {0, 0},  
 AxesLabel → {"ΔSrv [mm]", "Ft [N]"}, Filling → Bottom, PlotRange → All,  
 PlotLabel → "Forza totale della sospensione"] (\*GRAFICO 2\*)

(\*CONSIDERANDO UN PRECARICO MOLLA DEL VALORE SOTTO INDICATO, LA CURVA SARÀ:\*)

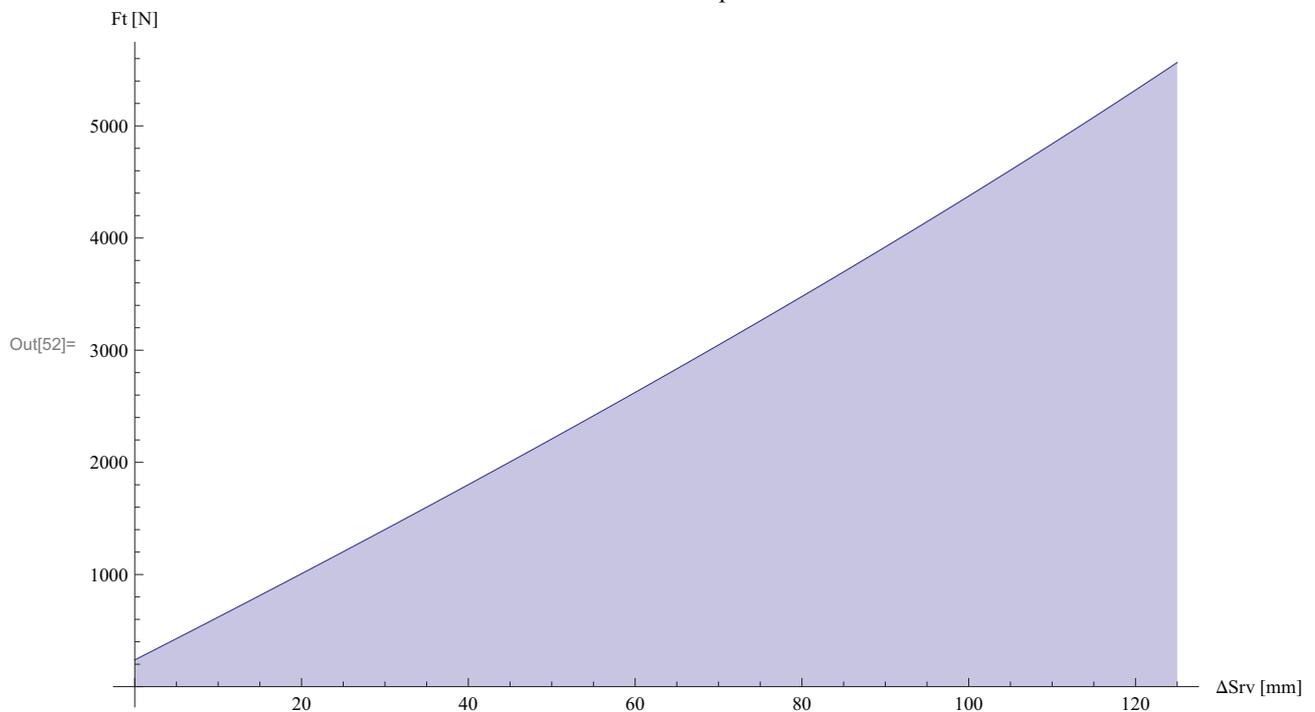
$$\Delta S_p = 20; \text{ (*Precarico della molla per mezzo della compressione manuale*)}$$

$$F_{mp} = K_m \times (\Delta S_m + \Delta S_p); \text{ (*Forza della molla con il precarico*)}$$

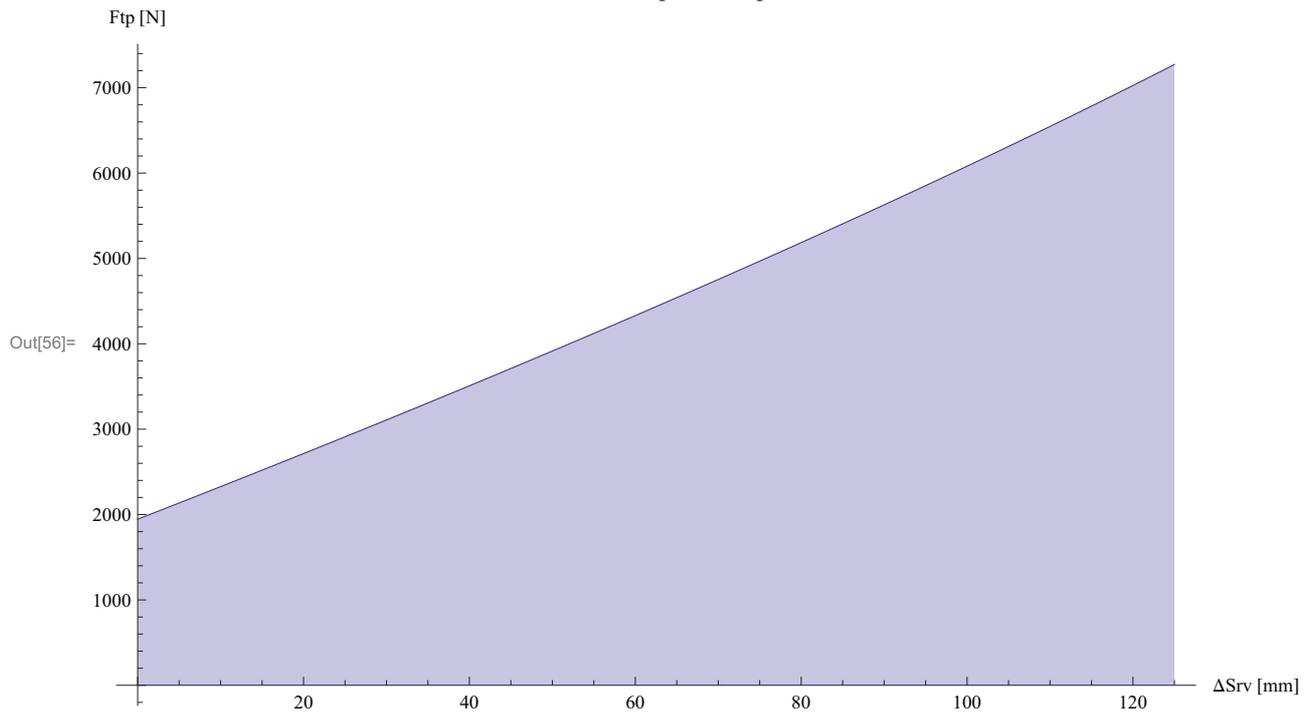
$$F_{tp} = F_{mp} + F_g; \text{ (*Forza totale della sospensione con precarico*)}$$

graf3 = Plot[Ftp, {ΔSrv, 0, 125}, AxesOrigin → {0, 0},  
 AxesLabel → {"ΔSrv [mm]", "Ftp [N]"}, Filling → Bottom, PlotRange → All,  
 PlotLabel → "Forza totale della sospensione precaricata"] (\*GRAFICO 3\*)

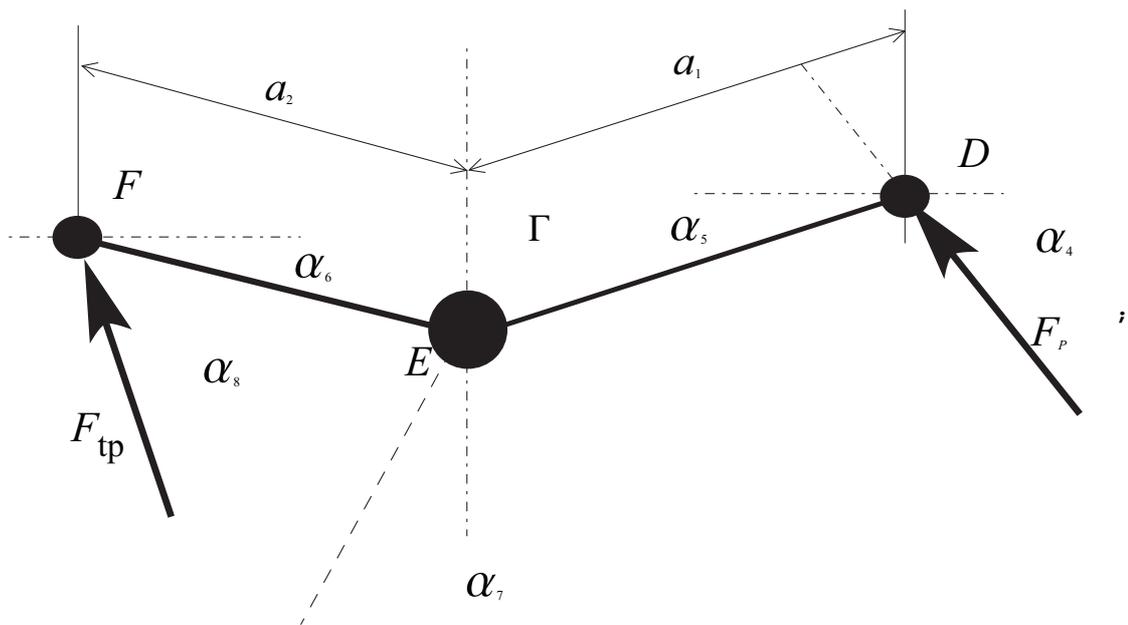
Forza totale della sospensione



Forza totale della sospensione precaricata



Grazie ai valori di angoli e bracci impostati durante l'analisi cinematica appena realizzata sarà possibile trovare quali sono le forze che sollecitano il meccanismo, fino a ritrovare la forza che ha generato il moto.



La Forza agente sul punto D,  $F_p$ , può essere facilmente trovata se si trascura la ricerca delle reazioni vincolari sulla coppia rotoidale "E", rispetto alla quale si andrà a considerare l'equilibrio alla rotazione del bilanciere sottoposto alla forza di reazione del puntone incognita e a quella nota  $F_{tp}$  del mono.

E' però preliminarmente importante trovare il valore degli angoli:

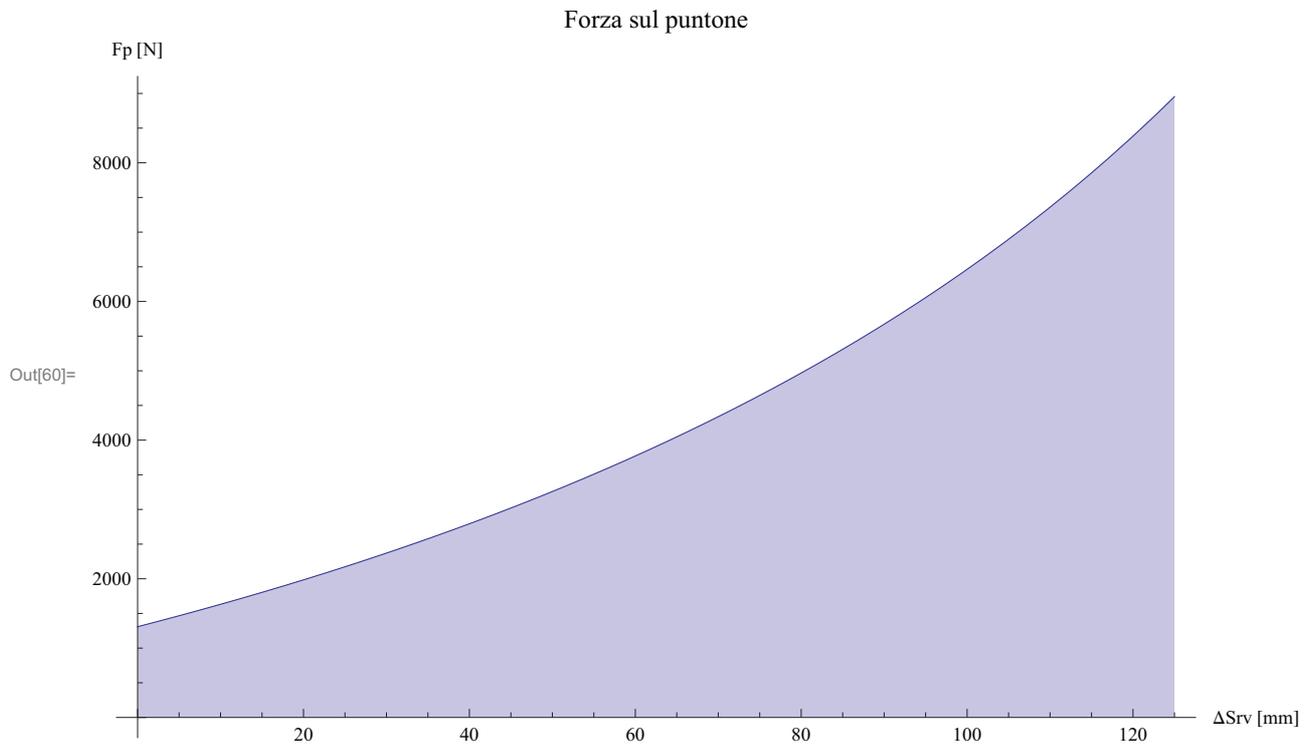
$$\text{In[57]:= } \alpha_4 = \text{ArcSin} \left[ \frac{a_1 \times \text{Sin}[\alpha_5] + d \times \text{Sin}[\alpha_7] - y_c}{L_p} \right];$$

$$\alpha_8 = \text{ArcTan} \left[ \frac{d_b \times \text{Sin}[\alpha_2] + a_2 \times \text{Sin}[\alpha_6] + y_e}{d_b \times \text{Cos}[\alpha_2] + a_2 \times \text{Cos}[\alpha_6] - x_e} \right];$$

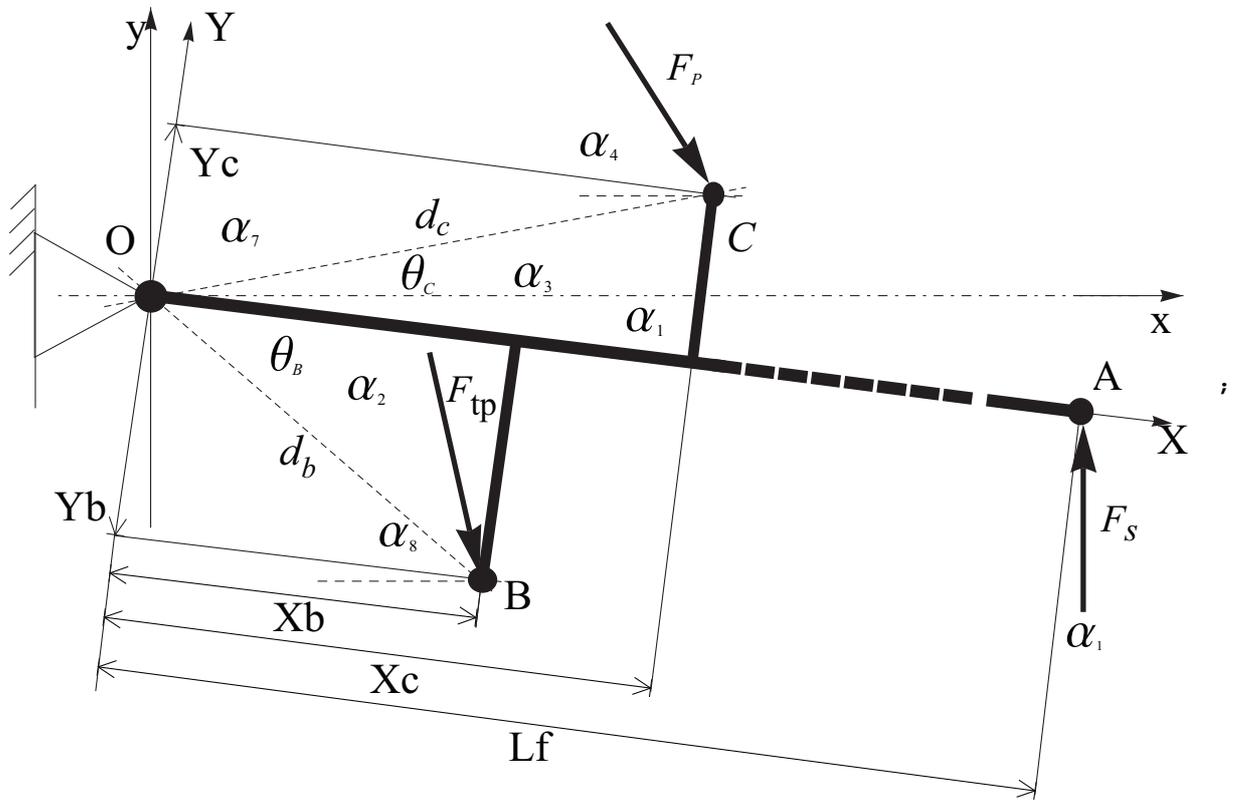
Dall'equilibrio dei momenti si ricava il valore di Forza sul Puntone  $F_p$ , che è il seguente:

$$\text{In[59]:= } F_p = \frac{F_{tp} \times a_2 \times \text{Sin}[\alpha_8 - \alpha_6]}{a_1 \times \text{Sin}[\alpha_4 + \alpha_5]}; \text{ (*Forza sul puntone*)}$$

```
graf4 = Plot[Fp, {ΔSrv, 0, 125}, AxesOrigin → {0, 0}, AxesLabel → {"ΔSrv [mm]", "Fp [N]"},
  Filling → Bottom, PlotRange → All, PlotLabel → "Forza sul puntone"] (*Grafico 4*)
```



Infine, noto lo schema semplificato del forcellone e le forze su di esso agenti è possibile ricavare il valore della forza esterna  $F_s$  che ha generato la compressione della molla;



Per semplicità si è assunto che la forza  $F_s$  risulta essere sempre perpendicolare al terreno e per ritrovarne il modulo è necessario scomporre nelle componenti normali e di taglio le forze  $F_{tp}$ ,  $F_p$  e la stessa  $F_s$ :

```
In[61]:= Nb = Ftp * Cos[alpha8 - alpha1]; (*Sforzo normale, parallelo all'asse forcellone*)
Tb = Ftp * Sin[alpha8 - alpha1]; (*Sforzo di taglio, perpendicolare all'asse forcellone*)

Nc = Fp * Cos[alpha4 - alpha1]; (*Sforzo normale, parallelo all'asse forcellone*)
Tc = Fp * Sin[alpha4 - alpha1]; (*Sforzo di taglio, perpendicolare all'asse forcellone*)

Mc = Nc * Yc; (*Momento dovuto allo sforzo normale del Puntone*)
Mb = Nb * Yb; (*Momento dovuto allo sforzo normale del Mono*)
```

Dallo studio dell'equilibrio alla rotazione ed allo spostamento verticale ed orizzontale risulta:

In[67]:=

```

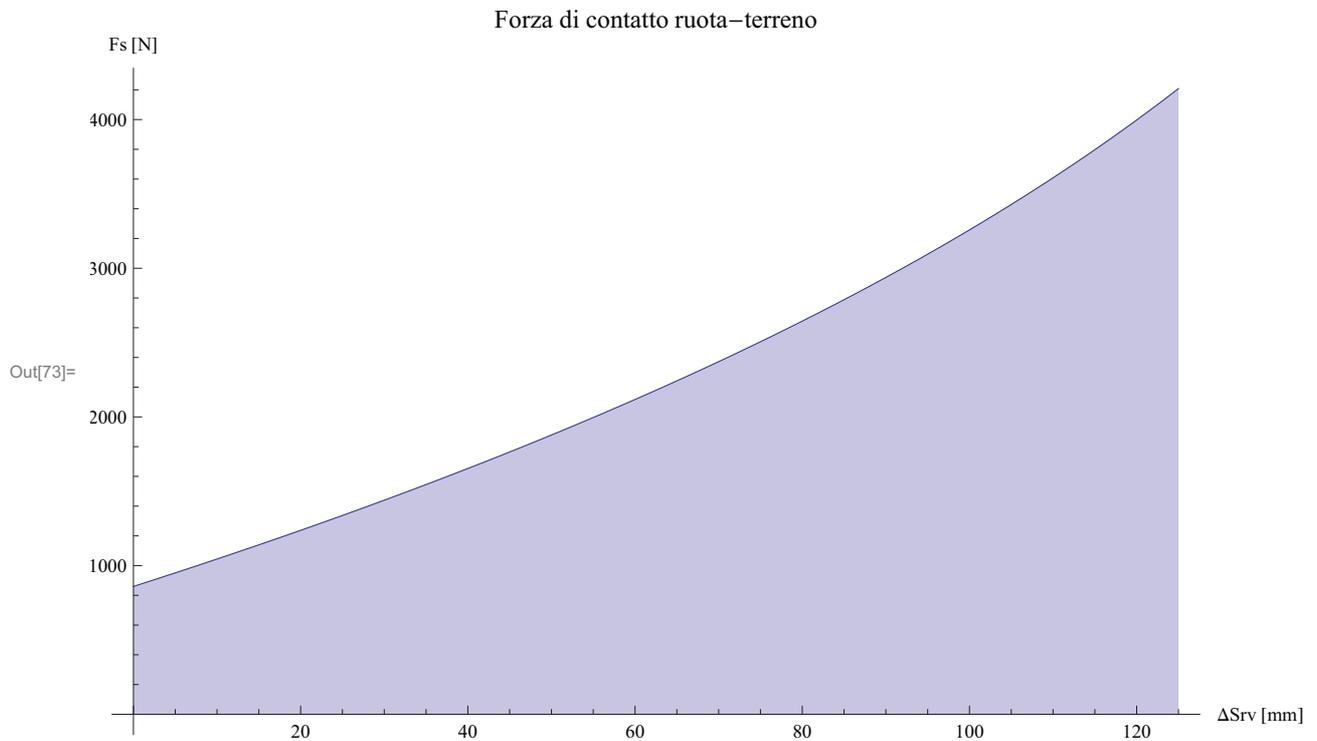
Ta =  $\frac{(Tb \times Xb) + (Tc \times Xc) + Mc - Mb}{Lf}$ ; (*Equilibrio alla
rotazione: sforzo di taglio sul forcellone del contatto ruota - terreno*)
Na = Ta  $\times$  Tan[ $\alpha 1$ ]; (* sforzo normale sul forcellone
derivante dal contatto ruota - terreno*)

Fs =  $\sqrt{Ta^2 + Na^2}$ ; (*Forza sulla ruota*)

(*Reazioni vincolari all'attacco forcellone telaio*)
To = Tb + Tc - Ta;
No = Nb + Nc - Na;
Fo =  $\sqrt{To^2 + No^2}$ ; (*Reazione vincolare dell'accoppiamento forcellone - telaio*)

graf5 = Plot[Fs, { $\Delta Srv$ , 0, 125}, AxesOrigin  $\rightarrow$  {0, 0},
AxesLabel  $\rightarrow$  {" $\Delta Srv$  [mm]", "Fs [N]"}, Filling  $\rightarrow$  Bottom, PlotRange  $\rightarrow$  All,
PlotLabel  $\rightarrow$  "Forza di contatto ruota-terreno"] (*GRAFICO 5*)

```



# CONFRONTO DATI PUNTUALI CON LE CURVE DI RIGIDEZZA OTTENUTE CON I DATI DI PROGETTO

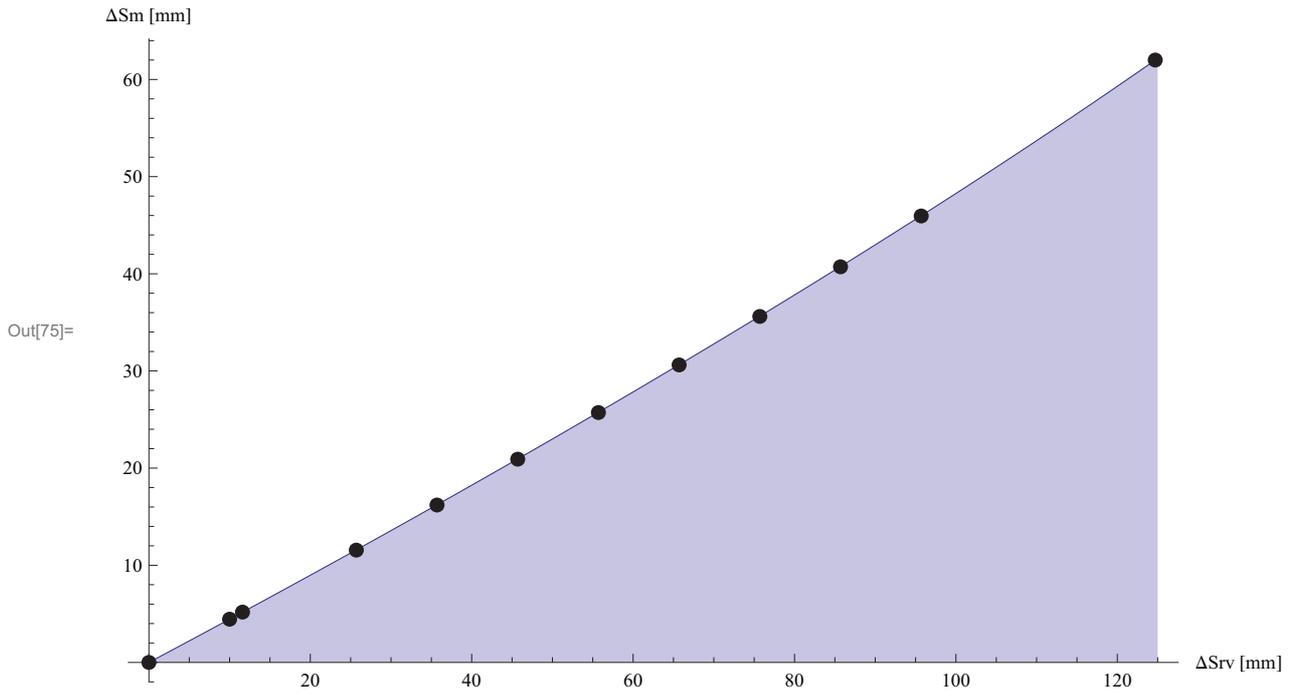
Avendo a disposizione i dati dell'ufficio calcoli della "DUCATIMOTOR HOLDING" si valuta l'attendibilità dei dati ricavati confrontando le curve di rigidezza ottenute con quella fornita dal costruttore:

```
In[74]:= data1 = {{0, 0}, {10, 4.45}, {11.6, 5.18}, {25.7, 11.56}, {35.7, 16.20}, {45.7, 20.92},
  {55.7, 25.72}, {65.7, 30.62}, {75.7, 35.61}, {85.7, 40.72}, {95.7, 45.95}, {124.7, 62}};
(*Valori puntuali della compressione dello stelo al variare dello spostamento ruota,
ricavati dal file Excel di progetto della sospensione "Ducati 1098" *)
Show[graf1, ListPlot[data1, PlotStyle -> {Black, PointSize -> Large}]]
(*Confronto della curva ricavata con i valori puntuali
Ducati che esprimono la " compressione mono" (Shock Travel),
variabile con lo "spostamento della ruota" (wheel travel), in [mm]*)

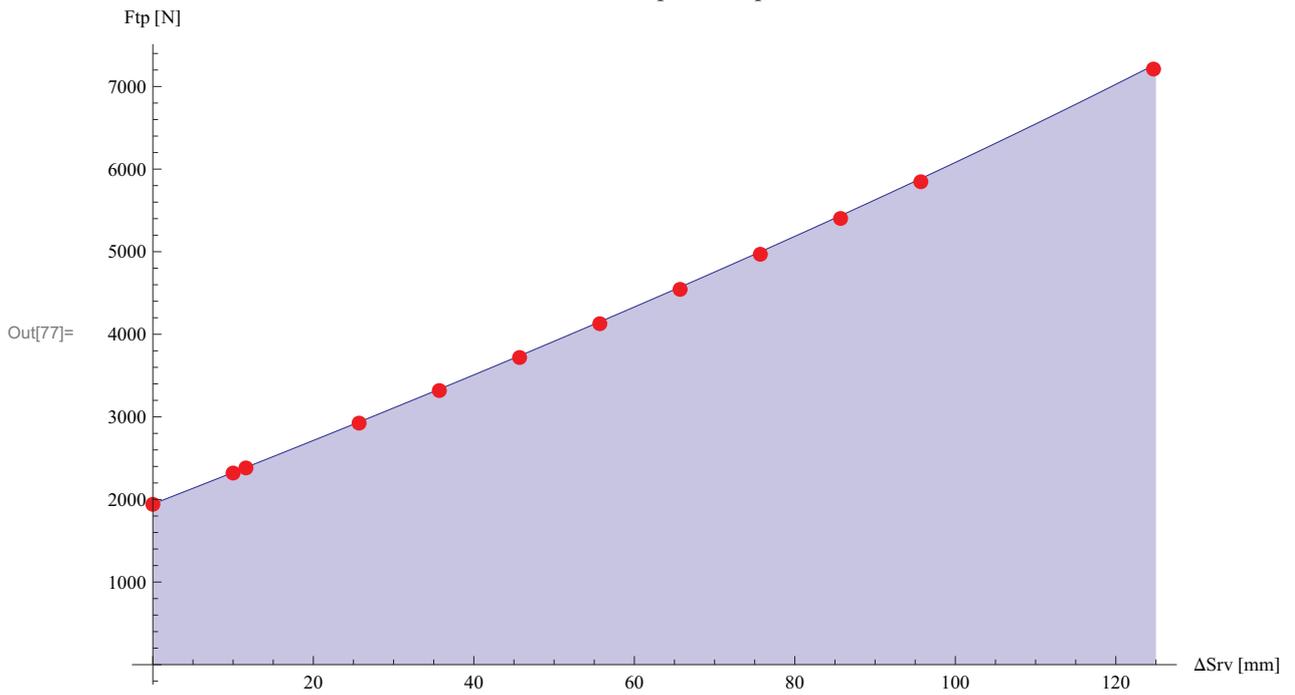
data2 = {{0, 1941.4}, {10, 2320.1}, {11.6, 2381.9},
  {25.7, 2924.4}, {35.7, 3318.7}, {45.7, 3719}, {55.7, 4128.1}, {65.7, 4544},
  {75.7, 4968.8}, {85.7, 5402.4}, {95.7, 5846.8}, {124.7, 7211.4}};
(*Valori puntuali della forza di compressione del mono al
variare dello spostamento ruota,
ricavati dal file Excel di progetto della sospensione "Ducati 1098" *)
Show[graf3, ListPlot[data2, PlotStyle -> {Red, PointSize -> Large}]]
(*Confronto della curva ricavata con i valori puntuali
Ducati che esprimono il "carico sul mono" (shock load),
variabile con lo "spostamento della ruota" (wheel travel), in [N]*)

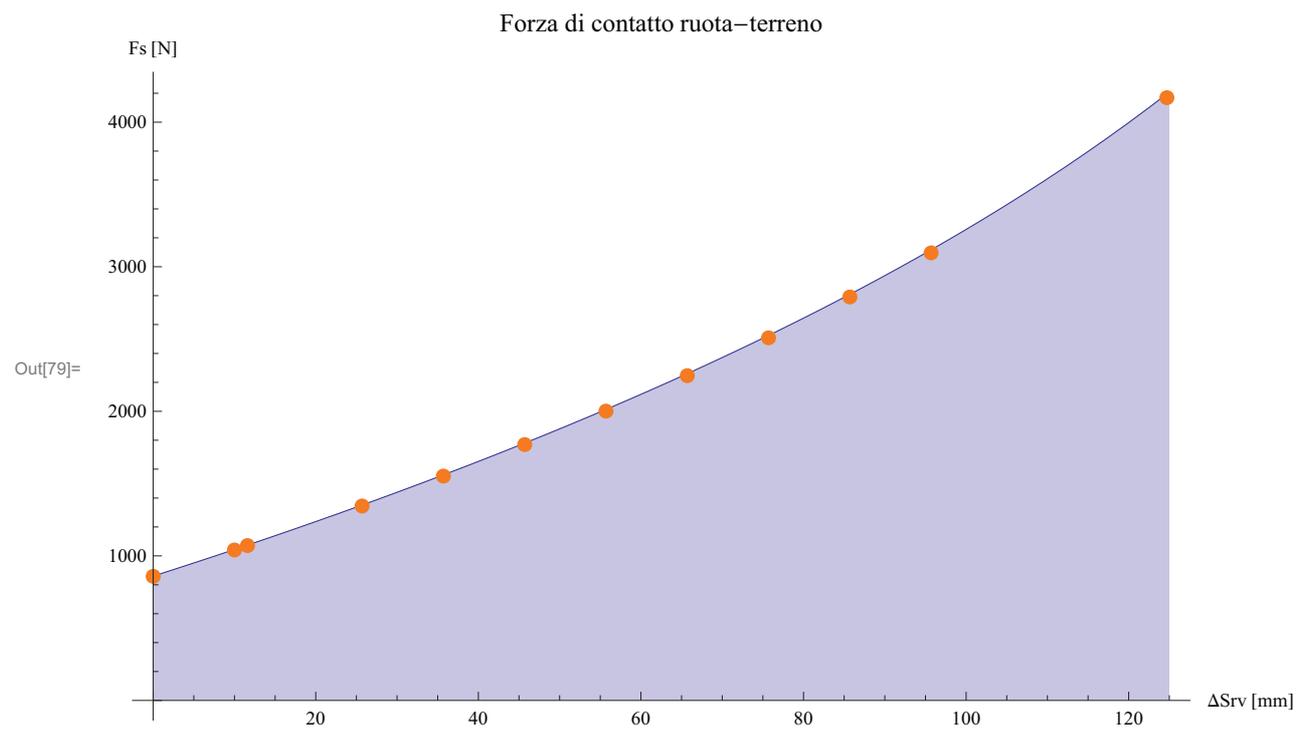
data3 = {{0, 858.38}, {10, 1040.84}, {11.6, 1071.25}, {25.7, 1344.95},
  {35.7, 1551.94}, {45.7, 1769.72}, {55.7, 2001.24}, {65.7, 2246.49},
  {75.7, 2508.42}, {85.7, 2790.94}, {95.7, 3096.04}, {124.7, 4169.25}};
(*Valori puntuali di forza agente sulla ruota al variare dello spostamento ruota,
ricavati dal file Excel di progetto della sospensione "Ducati 1098" *)
Show[graf5, ListPlot[data3, PlotStyle -> {Orange, PointSize -> Large}]]
(* Confronto della curva ricavata sopra con i
punti che esprimono il "carico sulla ruota" (wheel load),
variabile con lo "spostamento della ruota" (wheel travel), in [N]*)
```

Compressione Mono



Forza totale della sospensione precaricata





In[80]:=

(\*Estrazione dei valori puntuali del carico alla ruota  
(Wheel Load) per gli stessi valori di spostamento ruota (Wheel Load),  
per confronto con il grafico Excel Ducati\*)

```
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 0
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 10
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 11.6
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 25.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 35.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 45.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 55.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 65.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 75.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 85.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 95.7
AA = (Fs / 9.81) /. ΔSrv → 124.7
```

```
Out[80]= 87.6525
Out[81]= 106.44
Out[82]= 109.527
Out[83]= 137.764
Out[84]= 159.024
Out[85]= 181.445
Out[86]= 205.176
Out[87]= 230.406
Out[88]= 257.366
Out[89]= 286.352
Out[90]= 317.742
Out[91]= 427.693
```

L'analisi comparativa finale tra i valori puntuali forniti da Ducati e le curve ricavate col codice di calcolo impostato ci conferma la bontà del programma e la sua capacità di simulare la sospensione, osservando infatti:

- Perfetta corrispondenza delle curve di compressione del Mono (primo grafico, in cui i punti neri sono i valori puntuali forniti da Ducati);
- Perfetta corrispondenza dei valori delle forze di reazione del Mono (secondo grafico, in cui i punti rossi sono i valori puntuali forniti);
- Perfetta corrispondenza dei valori delle forze di contatto Ruota – Terreno (terzo grafico, in cui i punti blu sono i valori puntuali forniti).

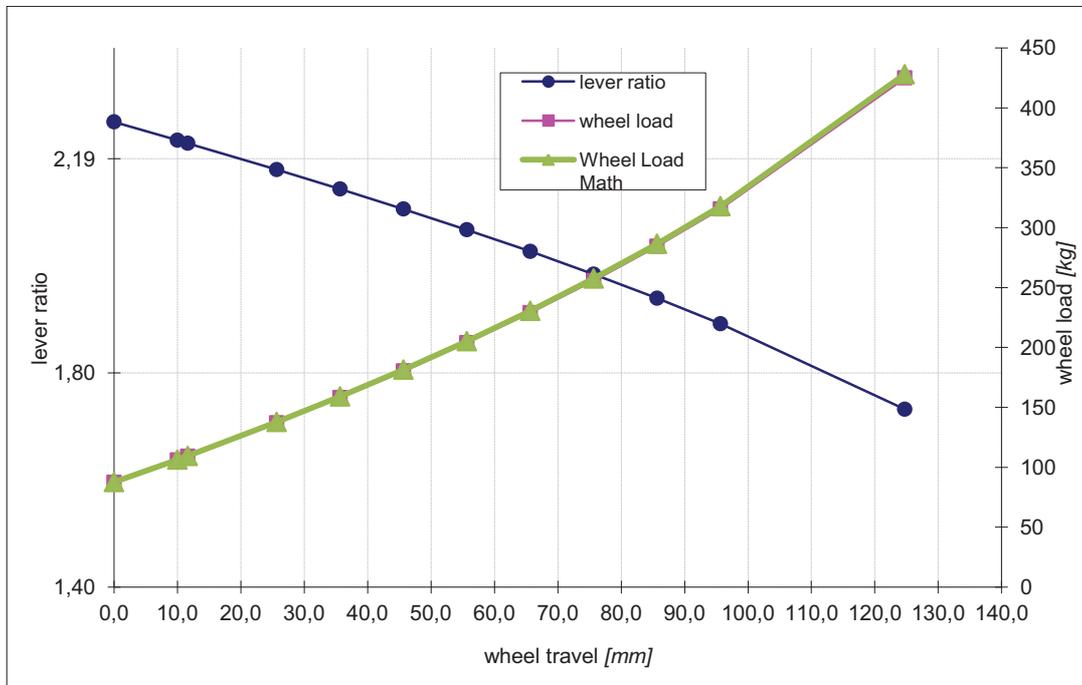
Si osservino ora le diverse pendenze ottenute per le curve di rigidezza: sono tutte progressive, come del resto ci si aspettava! La progressione dei carichi, come detto nei precedenti capitoli, è generata dalle particolari geometrie della sospensione: è per questo motivo che sul mono, che è l'organo che reagisce elasticamente alle sollecitazioni generate dalla dinamica della moto, si ha un andamento poco progressivo, ma i leveraggi agiscono accentuando la risposta progressiva, fino ad una pendenza più elevata nel grafico "forza di contatto Ruota – Terreno". Questo effetto, lo ricordiamo, è di fondamentale importanza, al fine di ottenere tutti quei vantaggi che un mono ammortizzatore con leveraggio progressivo può fornire:

1. possibilità di montaggio di ammortizzatori corti, con corsa ridotta rispetto all'escursione della ruota;
2. possibilità di posizionare l'ammortizzatore in una zona "centrale" del telaio, col vantaggio della maggiore equilibratura della moto e del comportamento del sistema di sospensione;
3. riduzione degli ingombri e dell'inerzia della moto: l'ammortizzatore si trova più vicino al centro della moto e quindi al suo baricentro;
4. possibilità di ottenere la curva di progressività desiderata, con l'andamento delle forze di reazione del mono che meglio si adattano alle esigenze stradali del caso.

Sarebbe stato possibile monitorare anche altre variabili di funzionamento, quali gli angoli di orientamento del quadrilatero ad esempio; a tal proposito è stato plottato infatti anche il grafico delle forze sul puntone, per il quale però non abbiamo valori di confronto con quelli forniti dal centro di calcolo Ducati che però hanno monitorato l'andamento del *Lever Ratio*, vale a dire il rapporto “corsa ruota - corsa stelo (mono)”, variabile per mezzo degli opportuni biellismi, plottata nel grafico del prossimo *paragrafo 5.4*.

## 5.4 CONFRONTO CON I DATI DI PROGETTO DUCATI

Importando i dati puntuali della forza di contatto ruota-terreno nel file Excel del *paragrafo 5.2*, ricavati dal file *Mathematica* sopra allegato e calcolati per gli stessi valori di spostamento ruota, è possibile osservare anche qui la perfetta sovrapposizione delle curve di carico (Rosa della Ducati, Verde dai dati estrapolati dal foglio di calcolo):



In blu invece l'andamento del *Lever Ratio*, decrescente per effetto della progressiva differenza tra lo spostamento ruota rispetto a quella del mono.

## **5.5 ESEMPI NUMERICI DI VARIAZIONE DELLA CURVA DEI CARICHI IN FUNZIONE DEI PARAMETRI DI FUNZIONAMENTO**

Si prenda ora come riferimento soltanto la curva che rappresenta la forza di contatto Ruota – Terreno. Si valuterà come, al variare di alcuni dei parametri costruttivi e di settaggio fondamentali, la curva di rigidezza possa variare dai valori standard di settaggio utilizzati ed illustrati sopra nel foglio di calcolo. Verranno quindi riproposti i grafici del carico sulla ruota posteriore al variare della corsa della stessa, sovrapponendo quelli di progetto a quelli modificati variando singolarmente:

1. PRECARICO;
2. LUNGHEZZA PUNTONE;
3. RIGIDEZZA MOLLA;
4. PRESSIONE E VOLUME SERBATOIO GAS;
5. GEOMETRIE DI PROGETTO;

Per poter valutare visivamente i sensibili (o meno) scostamenti di andamento delle curve dai dati di progetto.

### **5.5.1 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DEL PRECARICO**

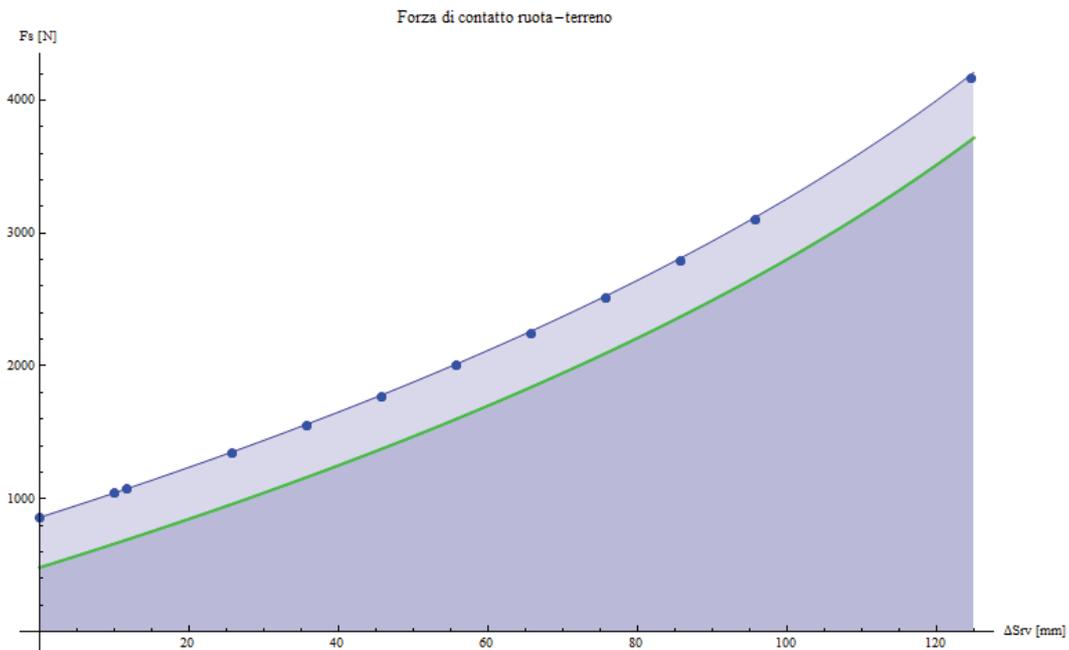
Si ricordi brevemente quali sono gli effetti che il precarico ha sul comportamento della moto.

Si ricorre all'aumento del precarico principalmente quando il veicolo è sovraccaricato o quando se ne prevede l'utilizzo su fondi perfettamente livellati ed ad elevate velocità in curva (ad esempio in pista). Se si precarica

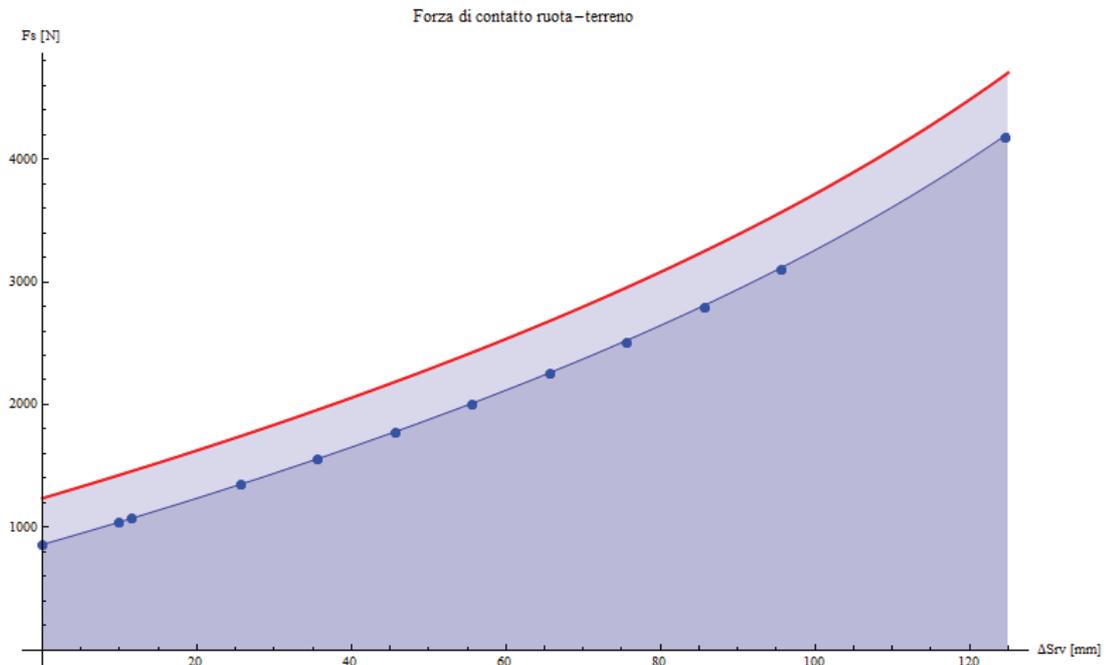
si fa sì che la molla, pur non cambiando le sue caratteristiche elastiche, cominci a lavorare non prima di un certo carico di compressione, ovvero si elimina una parte della sua risposta elastica alla deformazione (quella iniziale) per effetto di una forza esterna sollecitante. Tale regolazione deve essere fatta senza esagerare, in maniera tale che la sospensione posteriore possa rispondere estendendosi quando incontra delle asperità negative del terreno, evitando così il distacco dal terreno della ruota, ma allo stesso tempo scongiurando dei pericolosi fondo corsa del mono, causati dall'eccessivo carico statico sommato alla dinamica del moto.

Qui di seguito due grafici in cui vengono messi a confronto il precarico di 20 [mm] con due valori di precarico di 10 [mm] e 30 [mm] rispettivamente;

- La prima configurazione (10 [mm], curva verde) è da preferire quando il peso del pilota è basso e si è sicuri di non trasportare altri carichi ed il tracciato percorso risulta essere sufficientemente livellato, quindi sono scongiurati i fondo corsa e con questo è inutile avere una elevata forza massima, qui pari a circa 3700 [N]; mentre il carico minimo è circa 500[N], quindi sono necessari circa 50 [Kg] per iniziare a comprimere la molla.



- La seconda configurazione (30 [mm], curva rossa) è l'alternativa opposta: elevati carichi statici ed un tracciato sconnesso possono generare pericolosi fondo corsa, che possono richiedere una forza massima molto elevata, in questa configurazione pari a circa 4600 [N] ed un minimo di poco più di 1200 [N]:

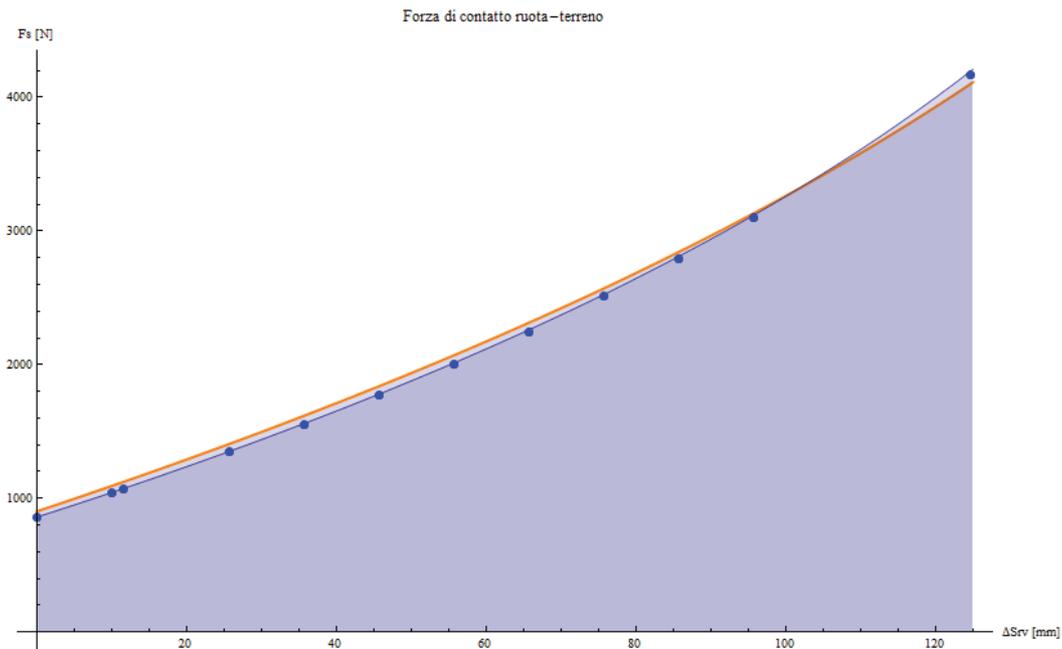


Si può concludere dicendo che, a seconda del precarico, graficamente si va semplicemente a traslare le curve del valore corrispondente al valore di carico definito dall'equazione (4.19).

N.B. questa configurazione non genera alcuna variazione della lunghezza dell'interasse mono, che rimane di 295 [mm]: è solo la lunghezza molla che viene variata mediante ghiera micrometrica.

## 5.5.2 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA LUNGHEZZA PUNTONE

La variazione della lunghezza puntone ha fundamentalmente la funzione di generare un aumento od una diminuzione dell'altezza da terra della sella. Essa infatti non dovrebbe generare variazione di forze, se non in piccole entità. A tal proposito si è andati a modificare la lunghezza del puntone, portandola da un valore iniziale di 166.7 [mm] a 180 [mm], per ottenere un incremento dell'altezza da terra della sella, evidentemente per variare l'impostazione del posteriore o per un pilota più alto dello standard. Si osservino le conseguenze sulla curva di rigidità in arancione, che risulta essere pressoché invariata rispetto a quella originale in blu.

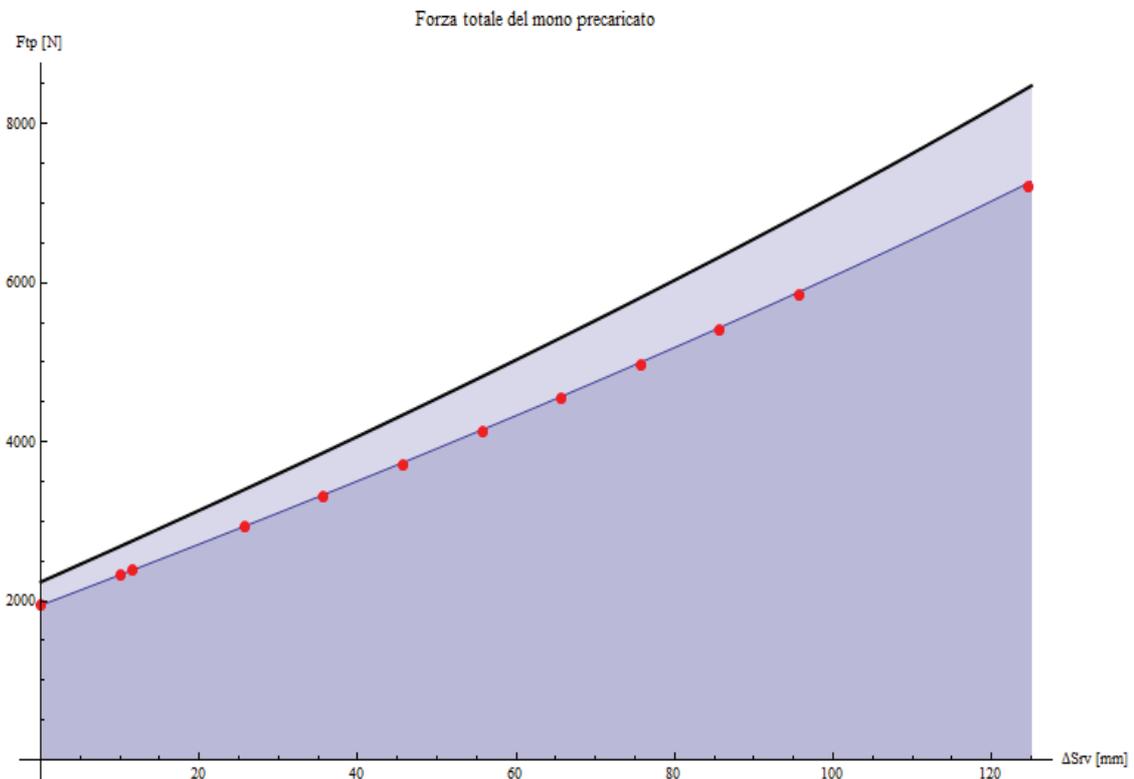


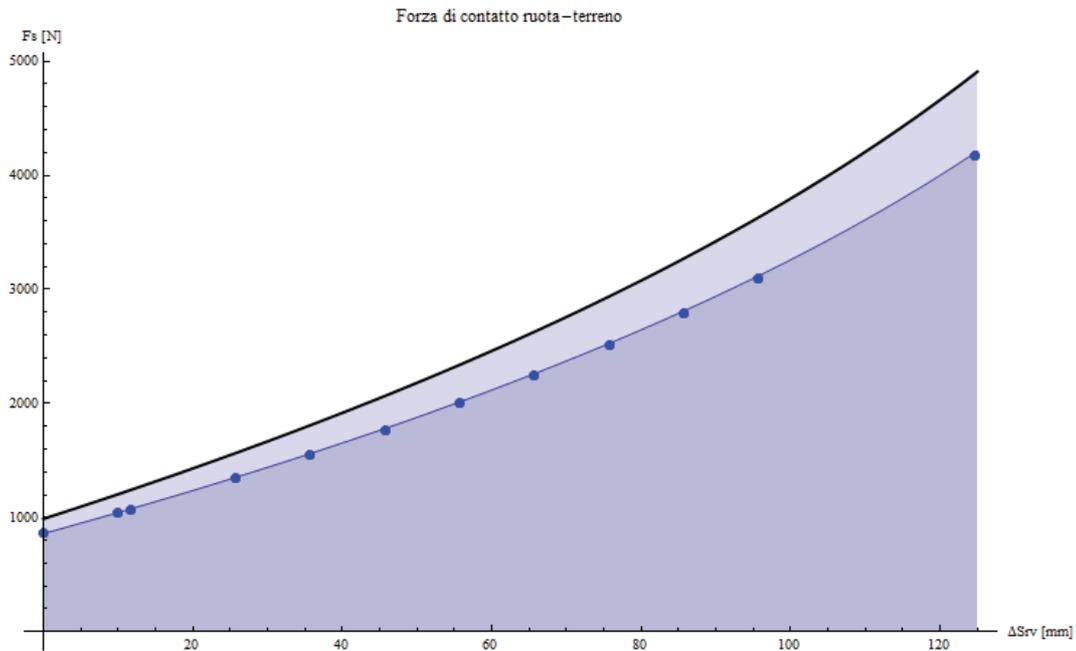
Le differenze sono quasi certamente dovute ad una variazione delle configurazioni angolari iniziali dovute all'allungamento dello stesso.

Per curiosità si ricorda infine che il puntone è l'organo che supporta i carichi più alti in assoluto, sia staticamente che dinamicamente, a causa della particolare configurazione nella quale si trova a lavorare.

### 5.5.3 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA RIGIDEZZA

L'effetto che l'aumento di rigidità può generare sulla curva del carico esterno è ovvio: aumentando la costante di moltiplicazione della (4.17)  $K_m$ , la rigidità del sistema aumenta su tutti gli elementi di sospensione in maniera proporzionale e diversamente a seconda della pendenza originale della curva di rigidità: quasi linearmente sul mono, ma in maniera molto "progressiva" sul grafico del carico sulla ruota posteriore. Qui di seguito si osserva un aumento della differenza tra le forze di reazione della sospensione ed alla ruota, nera con rigidità pari a 100 [N/mm] invece di 85.35 [N/mm] del settaggio iniziale in blu:





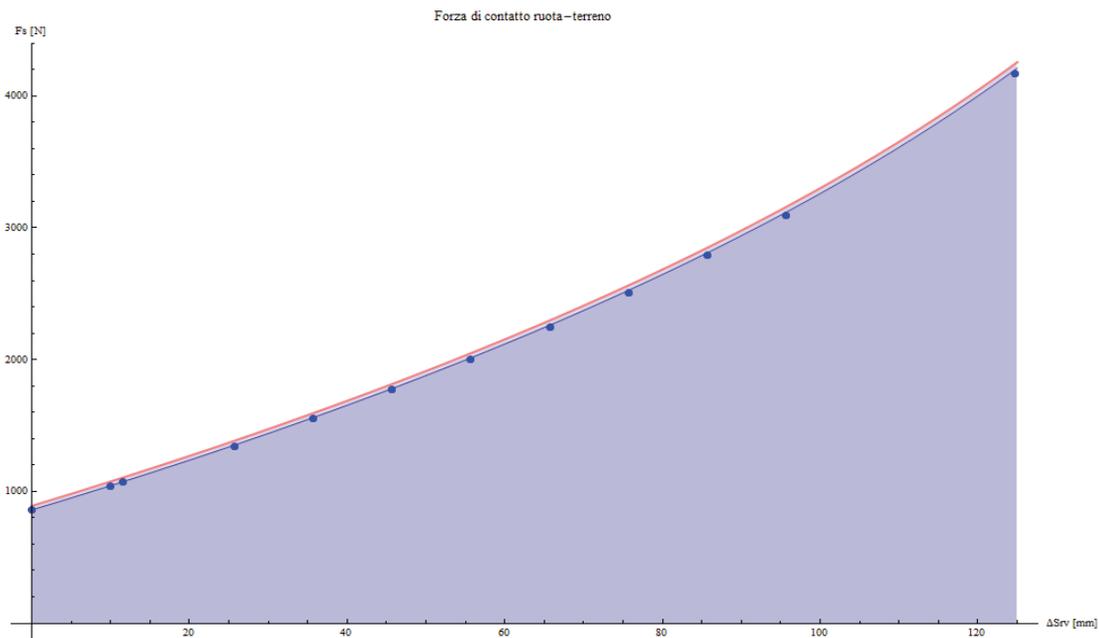
In definitiva si giunge ad una “scontata” conclusione: aumentando la rigidità della molla, a parità di compressione del mono o dello spostamento della ruota posteriore, sarà necessario un carico maggiore.

### 5.5.4 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DI PRESSIONE E VOLUME DEL SERBATOIO DI GAS

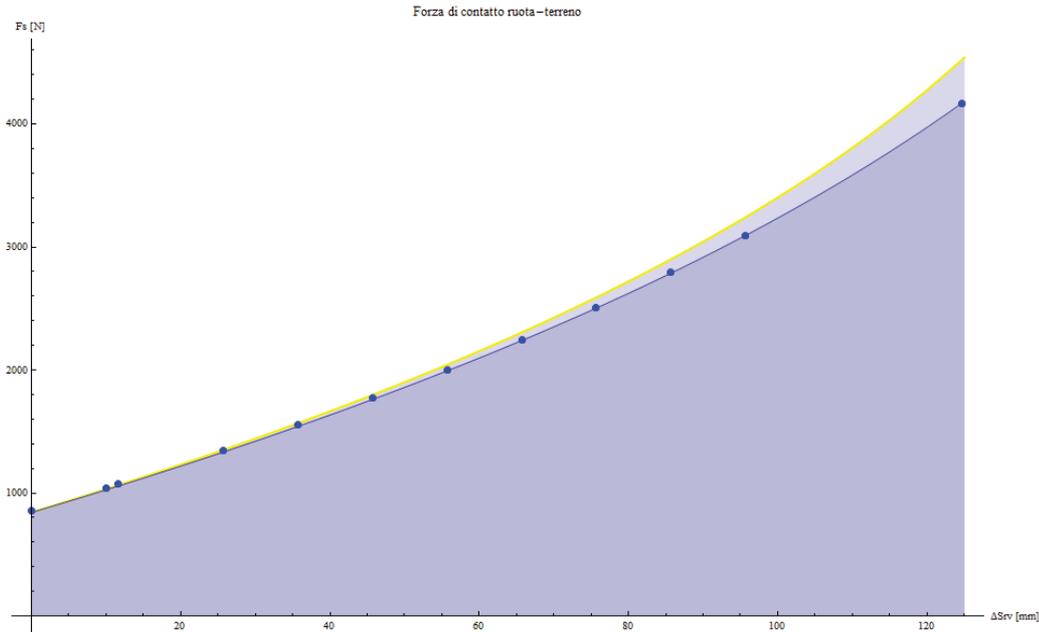
Nel *paragrafo 4.4.1* è stato descritto il funzionamento dello smorzatore e come l’olio al suo interno possa determinare una forza che varia al variare dell’affondamento dello stelo. Essendo infatti l’olio incompressibile, la sospensione risulterebbe “bloccata” se la riduzione di volume disponibile per l’olio all’interno del cilindro, man mano che lo stelo vi affonda, non fosse compensata da un effetto contrario di riduzione di volume di un’altra camera, separata fisicamente ma non meccanicamente. E’ necessario dunque l’aggiunta di una camera stagna, separata dal cilindro tramite una membrana o un pistone, che compensi l’aumento di pressione dell’olio e che ne assorba l’effetto. È per questa ragione che al cilindro viene quindi aggiunto un serbatoio di gas inerte comprimibile, affinché l’olio possa

“sfogare” questa riduzione di volume disponibile, che si traduce in aumento di pressione, premendo sul pistoncino di separazione. L’azoto ha la capacità di mantenere abbastanza costante la sua pressione al diminuire del suo volume e di essere poco sensibile alla variazione di temperatura: queste proprietà sono fondamentali per un funzionamento “lineare” dello smorzatore. Mediamente il serbatoio d’azoto in questione viene messo in pressione a circa 16 Atm. Il serbatoio del gas può essere ricavato all’interno della sospensione stessa ma molto spesso, almeno nei mono pluriregolabili after market, viene realizzato esternamente. La forza elastica dunque, agente sullo stelo, è dovuta al contributo della molla pneumatica del serbatoio di gas in pressione. Si indagherà ora la variazione della curva progressiva del carico verticale della ruota, andando prima a modificare la pressione, poi il volume del serbatoio, dimostrando che:

- Se si aumenta la pressione iniziale del gas (lasciando invariato il volume della camera) da un valore iniziale di 15.5 [bar](curva blu di progetto) a 20 [bar] (curva rosa), gli andamenti delle forze elastiche si discostano di una costante corrispondente all’aumento di pressione nel serbatoio, quindi piccola, coerentemente con l’equazione (4.16) in cui la pressione  $P_t$  appare come una costante al numeratore:



- Se si riduce il volume iniziale del serbatoio (lasciando invariata la pressione interna) da un volume iniziale di 137.5 [cm<sup>3</sup>](curva blu di progetto) ad un valore drasticamente inferiore di 16 [cm<sup>3</sup>] (curva gialla), la minor quantità in volume di gas genera l'aumento progressivo delle forze, poiché il gas non ha appunto sufficiente volume per comprimersi:



Dunque si può osservare che l'influenza della molla pneumatica diventa preponderante quando il volume di gas inerte è fortemente compresso, quindi a fondo corsa.

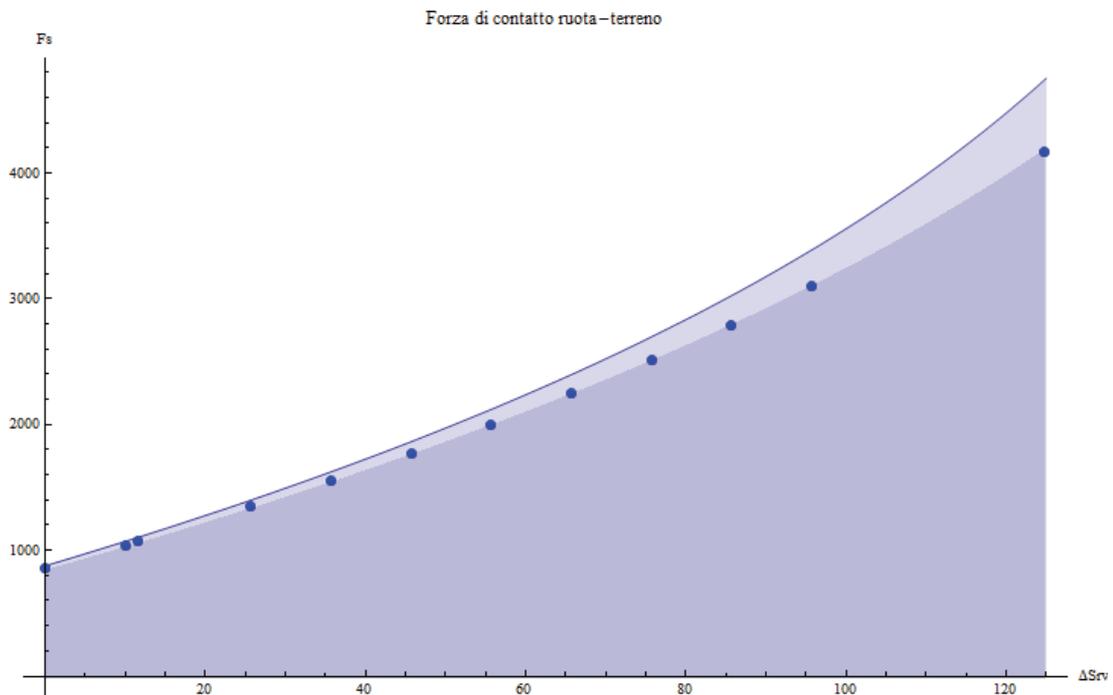
### 5.5.5 EFFETTI DELLA VARIAZIONE DELLA GEOMETRIA

La variazione delle geometrie, quindi di angoli di orientamento iniziali degli organi di sospensione e loro lunghezze, genera degli effetti sulle curve che rappresentano la forza al variare dello spostamento ruota, più o meno sensibili a seconda del parametro che si modifica e dell'entità della modifica che si realizza. La loro variazione non è ovviamente immediata come può essere agire sul precarico, sulla lunghezza puntone o, meno frequente, sulla rigidezza della molla (sostituendola). Modificare le

geometrie infatti significa alterare non solo il progetto meccanico, ma anche il processo produttivo della sospensione posteriore; dal punto di vista della progettazione, la ricerca di maggiore progressione delle forze potrebbe infatti risultare in un aumento degli ingombri: variazione che risulta in contraddizione con la necessità di modelli di sospensione compatti, ma efficaci allo stesso tempo.

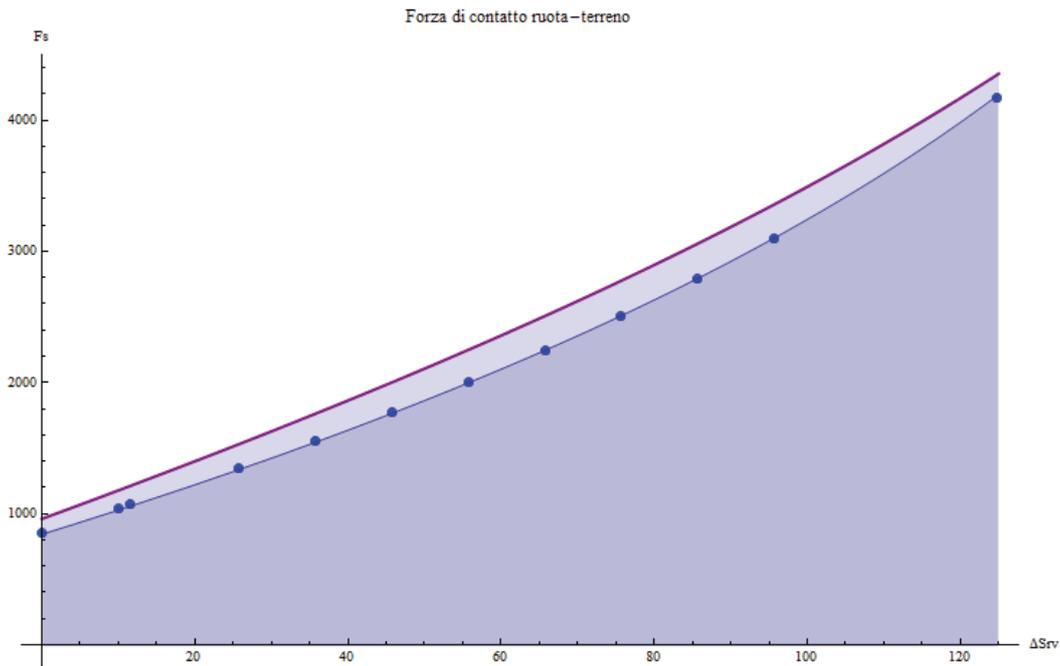
### 5.5.5.1 EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELLE DIMENSIONI DEL BILANCIERE

Riducendo le lunghezze dei bracci del bilanciante si osserva un evidente aumento progressivo della forza di contatto ruota – terreno; la riduzione è stata di 10 [mm] per braccio, passando dunque da:  $a_1=71 \Rightarrow 61$  [mm], mentre  $a_2=63.5 \Rightarrow 53.5$  [mm] (curva celeste per i bracci più corti);

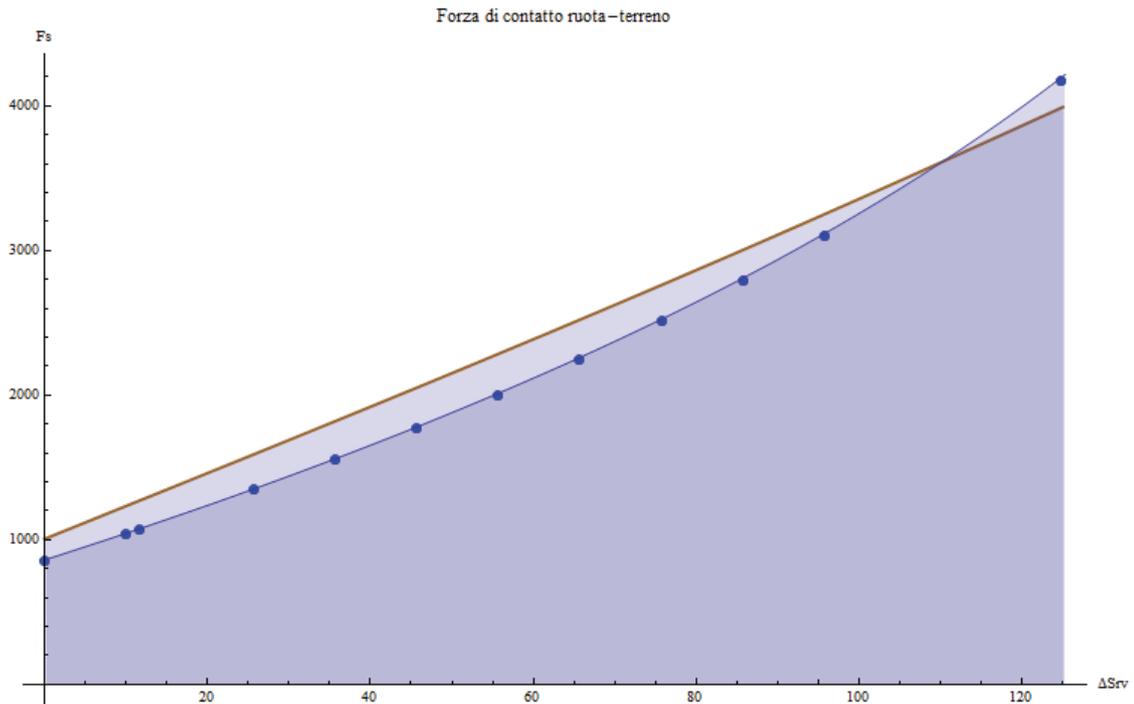


### 5.5.5.2 EFFETTO DELLA VARIAZIONE DELL'ANGOLO DI INCLINAZIONE DEL BILANCIERE

La variazione dell'angolo di inclinazione del bilanciere invece incide sulla curva progressiva in maniera differente. Un suo aumento o diminuzione provoca un effetto "eguale" su tutto l'arco di spostamento ruota; aumentando infatti  $\Gamma$  di circa  $20^\circ$  (curva viola  $\Gamma=163^\circ$ ), l'effetto di differenziazione tra la curva modificata e quella di riferimento con  $\Gamma=143^\circ$ , è all'incirca costante, come è possibile osservare dal seguente grafico:

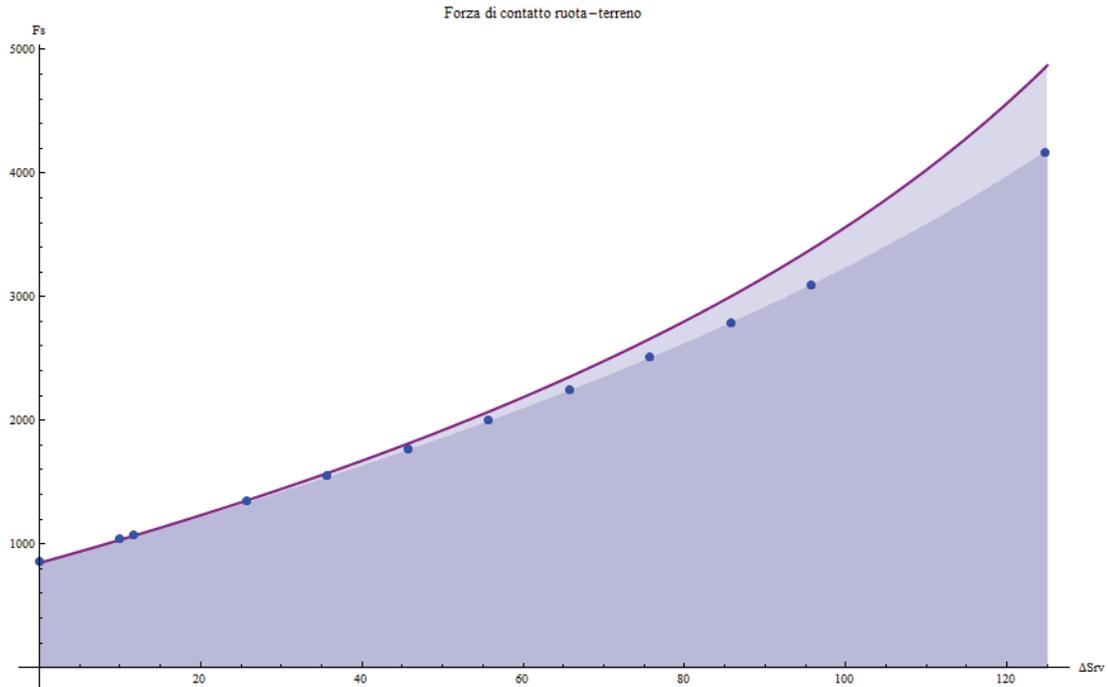


Ancora più importante è l'osservazione del seguente grafico, in cui viene rappresentato il comportamento della forza al variare dello spostamento utilizzando un bilanciere "piatto", cioè senza alcuna inclinazione, quindi con un angolo tra i bracci di  $\Gamma=180^\circ$  (curva marrone):



Si osserva una netta differenza col grafico sopra e con l'andamento della forza nella configurazione iniziale. Con questa geometria la progressione sparisce quasi del tutto ed il comportamento è tendenzialmente lineare. L'aumento della forza "iniziale" di precarico è dovuta alla compressione del mono per effetto della mancata riduzione dell'interasse utile per il mono ed al puntone che non è stato ridotto di lunghezza.

Constatata la riduzione della progressività all'aumentare dell'angolo del bilanciere, si dimostra ulteriormente la validità del modello facendo un'ultima prova, diminuendo rispetto al valore di progetto di  $143^\circ$  il valore di  $\Gamma$ , fino ad un valore di  $\Gamma=133^\circ$  (curva viola), ed aumentando anche il valore della lunghezza del puntone  $L_p=175$ [mm] affinché la variazione delle geometrie non generino precarichi come sopra o addirittura configurazioni in cui il mono possa lavorare paradossalmente a trazione (come in questo caso se non si fosse aumentata la lunghezza del puntone):



È evidente il grosso incremento di progressività; si può quindi concludere con certezza che la variazione dell'angolo e delle lunghezze dei bracci del bilanciere generano il più grosso incremento di progressività tra tutti gli interventi possibili.

È per questa ragione che sono in vendita molti bilancieri “after market” per questo modello in analisi, proprio al fine di realizzare up-grade rispetto alle moto di serie, essendo i bilancieri non “modificabili” fisicamente, se appunto non riprogettandoli e riproducendoli secondo i nuovi parametri geometrici, quindi sostituendoli regolando il puntone e l'angolo di inclinazione del forcellone.

## 5.6 CONCLUSIONI

La sintesi tra le equazioni della meccanica applicata al quadrilatero articolato e quelle della scienza delle costruzioni, implementate poi al calcolatore, hanno generato un figlio di calcolo che è effettivamente in grado di simulare il comportamento della sospensione posteriore.

La sua versatilità permette, come si è visto, la rapida modifica dei dati in ingresso e la capacità di monitorare nell'immediato tutti i cambiamenti che insorgono nel comportamento della sospensione.

Molti possono essere gli errori in cui si può incorrere durante la compilazione del programma, prima fra tutte la scelta dell'errata configurazione iniziale del quadrilatero articolato, quindi la soluzione dell'equazione di secondo grado che non è quella effettiva di lavoro; ci si rende immediatamente conto della scelta errata della configurazione e delle geometrie nel momento in cui le due soluzioni dell'analisi di posizione generano risultati complessi ed angoli irragionevolmente incoerenti rispetto alla realtà fisica del quadrilatero in studio. In cascata, anche l'analisi statica diventa sbagliata e con essa tutti i risultati che sono stati ottenuti in questo ultimo capitolo.

Da sottolineare c'è un aspetto fondamentale: nello studio analitico della sospensione sono state trascurate completamente le azioni d'inerzia del forcellone e dei suoi membri in movimento. In un progetto "puntuale" sarebbero fondamentali, in quanto le dinamiche che effettivamente agiscono sulle sospensioni sono diverse ed importanti: accelerazioni, frenate e variazioni della distribuzione dei carichi sulla moto. In questa sede invece ci si è limitati al solo studio delle forze di contatto ruota-terreno e delle reazioni che esse generano sul meccanismo.

Il lavoro svolto nei paragrafi precedenti, una volta accertata la bontà del simulatore testando il foglio di calcolo e confrontando i risultati ottenuti con quelli sperimentali, ha permesso di capire innanzitutto quali sono i parametri della sospensione che più influenzano la progressività della curva e quindi su quali bisogna agire, e come, per poter aumentare o diminuire la progressività: sia in fase preliminare di progetto, modificando la geometria ed i punti di attacco dei membri del quadrilatero, sia in fase di settaggio, cioè su quegli organi che permettono una modifica manuale della configurazione di lavoro.



# ***Bibliografia***

- [1] – V. Cossalter, “*Cinematica e dinamica della motocicletta*”, Progetto Libreria, Padova, 2001.
- [2] – D. Croccolo – M. De Agostinis, “*Motorbike Suspensions – Modern Design and Optimisation*”, Edizione Springer, Bologna, 2013.
- [3] – D. Croccolo – N. Vincenzi, “*Lezioni di fondamenti e tecnica della progettazione meccanica*”, Società Editrice Esculapio, Bologna, 2009.
- [4] – E. Funaioli – A. Maggiore – U. Meneghetti, “*Lezioni di MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE*”, Prima parte: Fondamenti di Meccanica delle Macchine, Pàtron Editore, Bologna, 2005.
- [5] – D. Prandin, “*Ottimizzazione cinematica di sospensioni motociclistiche*”, Tesi di Laurea Magistrale, Padova, 2013.
- [6] – A. Rampazzi, “*Applicazione di metodologie della progettazione di sospensioni motociclistiche*”, Tesi di Laurea, Milano, 2008.
- [7] – A. Aguggiaro, “*Progettazione di un motociclo innovativo da competizione*”, Tesi di dottorato, Padova, 2009.
- [8] – D. Naftali, “*Sospensioni e curve di compressione*”, Articolo tratto on line dal sito: <http://www.mtb-mag.com/sospensioni-e-curva-di-compressione-meglio-progressive-o-lineari/>, 2013.
- [9] – L. Scazzola - W. Tortoroglio - M. Ranzetti, “*Le Sospensioni: la storia, i segreti della messa a punto, la manutenzione*”, Guida tecnica tratta on line dal sito: <http://www.on-bike.it>, 2011.

## *Bibliografia*

[10] – Franco Fratton, “*Manuale set – up sospensioni*”, Manuale Extreme Tech, Vicenza, 2008.

[11] – E. Viola, “*Lezioni di Scienza delle Costruzioni*”, Pitagora Editrice, Bologna, 1996.

[12] – S. Wolfram, “*The Mathematica Book – fifth edition*”, Wolfram Media, 2005.

## *Ringraziamenti*

Il ringraziamento più grande è rivolto alla mia famiglia: a mio padre *Corrado*, mia madre *Marisa* e mio fratello *Pierluigi* che sono stati certamente gli affetti, la risorsa e lo sprone più intensi che mi hanno accompagnato in questo percorso universitario. Continuerete ad essere il mio riferimento nella vita e nel mio futuro mondo lavorativo.

Rivolgo inoltre i miei più sentiti ringraziamenti al Professor *Dario Croccolo*, che sia da insegnante sia da relatore ha saputo motivarmi nello studio e nell'impegno, sempre con le apprezzate e ricercate doti di professionalità, pazienza e cortesia, e trasferendo in me una vera passione per la Costruzione di Macchine.

Altrettanto intenso è il “grazie” che rivolgo agli Ingegneri *Massimiliano De Agostinis* e *Stefano Fini*, per il modo in cui mi hanno assistito ed aiutato sin dal primo giorno, affinché il mio percorso di tesi di laurea fosse regolare e costruttivo, ed inoltre reso piacevole e motivante dalla loro cordialità, gentilezza e calma nei momenti di difficoltà.

Desidero infine ringraziare tutti gli *amici* e le *amiche* che mi sono stati accanto in questi anni, ed i *compagni di corso* con i quali ho condiviso studio e sentimenti, fino al conseguimento della laurea. Grazie alle esperienze vissute con loro sono cresciuto come persona e come studente.

*Grazie a tutti*

*Lorenzo*