

**ALMA MATER STUDIORUM UNIVERSITA' DI
BOLOGNA**

**SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA
-Sede di Forlì-
Classe 9**

**CORSO DI LAUREA
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE**

ELABORATO FINALE DI LAUREA in

**PROPULSIONE AEROSPAZIALE:
Studio e implementazione di un codice per
l'impacchettamento di un propellente solido**

**Candidato:
AUREL ZEQAJ**

**Relatore:
Prof. FABRIZIO PONTI
Correlatore:
Ing. DOMENICO FEDELE**

Anno Accademico 2013-2014

Sommario

La tesi presenta come oggetto lo studio dell'impacchettamento di un propellente solido tramite un codice realizzato in ambiente matlab nel laboratorio di propulsione e macchine della scuola d'Ingegneria e Architettura con sede a Forlì. Tale studio è stato realizzato in quanto l'impacchettamento di materiale solido in generale, risulta essere di fondamentale importanza in molti settori dell'industria odierna, come il settore spaziale, o quello minerario, farmaceutico e altri ancora. L'obiettivo è quello di riuscire a ottimizzare il volume occupato, in questo caso dal propellente, all'interno di un predeterminato dominio di controllo. Poter massimizzare lo spazio a disposizione, permette di avere vantaggi sia in termini economici che di prestazione (ad esempio permette di avere a parità di volume una maggiore quantità di propellente a disposizione).

Desidero ringraziare tutti quelli che mi hanno aiutato nella stesura della tesi con suggerimenti, critiche e osservazioni: a loro va la mia gratitudine.

Ringrazio anzitutto il Prof. Fabrizio Ponti, Relatore, e l'Ing. Domenico Fedele, Co-relatore: senza il loro supporto e la loro guida sapiente questa tesi non esisterebbe. Un ringraziamento particolare va ad amici e parenti che mi hanno incoraggiato o che hanno speso parte del proprio tempo per leggere e discutere con me le bozze del lavoro.

Aurel Zeqaj

Indice

Elenco dei simboli

1	Introduzione generale	12
1.1	Definizione e storia dei razzi	11
1.2	Principi fondamentali della propulsione a razzo	21
1.3	Tipologie di propellente per motorizzazioni a razzo	30
1.3.1	Propellente liquido	30
1.3.2	Propellente solido	32
1.3.3	Propellente ibrido	35
2	Sphere packing e introduzione al codice	37
2.1	Sphere packing	37
2.2	Principali caratteristiche del codice usato per effettuare le simulazioni	45
3	Aquisizione dati e post-processing	58
3.1	Simulazioni con il bimodale	58
3.2	Simulazioni con il trimodale	68
4	Conclusioni e sviluppi futuri	71
	Bibliografia	73

Elenco delle figure

1.1	Ricostruzione dell'aeolipile di Erone da Alessandria	12
1.2	Rappresentazione grafica di un soldato cinese mentre si prepara a lanciare un razzo	13
1.3	Rappresentazione grafica del "siluro" inventato da Giovanni Fontana	14
1.4	Rappresentazione grafica della "sedia volante" costruita da Wan-Hu	15
1.5	Razzo progettato da William Congrave	16
1.6	Ritratto di Sir Francis Scott Key	16
1.7	Konstantin Tsiolkovsky	17
1.8	Robert H. Goddard	18
1.9	Schema del razzo a propellente liquido progettato da Goddard .	18
1.10	Herman Oberth	19
1.11	Missile V-2 usato durante la seconda guerra mondiale dai tedeschi	20
1.12	Bilanciamento delle forze di pressione all' interno di una tipica motorizzazione a razzo composta da ugello e camera di combustione	24
1.13	Schema generazione spinta in una motorizzazione a razzo	27
1.14	Momento in cui i due booster laterali (a propellente solido) si staccano dal corpo principale dopo la fase di spinta iniziale . . .	29
1.15	Schema di una motorizzazione a solido bipropellente e monopropellente	30
1.16	Schema di un razzo a propellente solido	34
1.17	Analisi al microscopio elettronico a scansione del "grain"	34
1.18	Diversi tipi di configurazione del "grain" con relativi profili di spinta	35

1.19	Schema di un razzo ibrido	36
2.1	Esempio di sphere packing tridimensionale	37
2.2	Esempio di impacchettamento 2d	38
2.3	Esempio di impacchettamento 3d	38
2.4	Illustrazione 2d di un metodo ad “isotropic compression”	40
2.5	Illustrazione 2d di un metodo a “particle expansion”	40
2.6	Illustrazione 2d di un metodo a “collective rearrangement”	41
2.7	Illustrazione 2d del metodo a “sequential inhibition”	42
2.8	Illustrazione del “triangulation method”	42
2.9	Illustrazione del metodo dell’acrescimento	43
2.10	Illustrazione del metodo di “dropping and rolling”	44
2.11	Volume di controllo creato dal codice	45
2.12	Esempio di una simulazione con un bimodale	47
2.13	Vista dall’alto del volume di controllo (al centro) e dei volumi virtuali	48
2.14	Schema logico su cui si basa il programma realizzato in ambiente matlab	50
2.15	Illustrazione del caso generico in cui non si tocca nessuna sfera	52
2.16	Illustrazione della condizione di rotolamento fino ad incontrare un’ altra sfera	52
2.17	Illustrazione del piano di rotolamento e di intersezione	54
2.18	Poggio su due sfere: condizione iniziale	56
3.1	Grafico in cui possiamo notare la presenza degli effetti di bordo	58
3.2	Alcuni esempi di simulazioni, rispettivamente con rapporto R_1/R_2 pari a 3, 5 e 7 e con un p_1 del 70% in tutti e tre i casi	62
3.3	Grafico delle frazioni volumetriche in funzione di p_1 per i vari rapporti dei raggi , con le curve limite	63
3.4	Grafico del numero di contatto in funzione della frequenza per i vari rapporti dei raggi	65
3.5	Variazione del mean coordination number in funzione di Lz per diversi valori di L	66
3.6	Grafico del mcm in funzione del rapporto dei raggi	66

3.7	Grafico 3d delle frazioni volumetriche da due diverse angolazioni	67
3.8	Grafico 4d con la frazione volumetrica per un trimodale	68
3.9	Grafico 4d del mean coordination number per un trimodale	69
3.10	Grafico 4d del max coordination number per un trimodale	70

Elenco delle tabelle

1.1	Differenze tra razzi a propellente solido e liquido in termini di impulso specifico e velocità di uscita dall'ugello	28
1.2	Vantaggi e svantaggi delle motorizzazioni a ibrido	36

Elenco dei simboli

M	massa del razzo	[Kg]
$\frac{dM}{dt} = \dot{m}_f$	massa espulsa al secondo dall'ugello	[Kg/s]
v_e	velocità a cui è emesso il gas combusto	[m/s]
$\frac{dv}{dt}$	accelerazione	[m/s ²]
v_b	velocità del razzo a combustibile esaurito	[m/s]
M_b	massa totale del razzo a combustibile esaurito	[Kg]
$M_r = \frac{M}{M_b}$	rapporto di massa	[-]
F	spinta	[N]
P_3	pressione esterna alla motorizzazione	[N/m ²]
P_2	pressione all'interno dell'ugello	[N/m ²]
P_2	pressione dentro la camera di combustione	[N/m ²]

A_2	sezione dell'ugello	$[m^2]$
I_s	impulso specifico	$[s]$
I_t	impulso totale	$[N*s]$
g_0	accelerazione di gravità	$[m/s^2]$
t_b	tempo di burnout	$[s]$
M_p	massa del propellente	$[Kg]$
a	coefficiente funzione della temperatura di pre-combustione del propellente	$[-]$
n	esponente balistico	$[-]$
V_c	volume di controllo	$[\mu m^3]$
L	lato di base volume di controllo	$[\mu m]$
L_z	altezza del volume di controllo	$[\mu m]$
V_s	volume occupato dalle sfere	$[\mu m^3]$
$\phi = \frac{V_s}{V_c}$	frazione volumetrica	$[-]$
p_1, p_2, p_3 ecc	percentuale volumetrica	$[-]$
V_{big}	volume sfere grandi in un bimodale	$[\mu m^3]$
V_{small}	volume sfere grandi in un bimodale	$[\mu m^3]$
R_1, R_2, R_3	raggi delle sfere	$[\mu m]$

$\%mono$ frazione volumetrica di un
monomodale

[-]

1.1 Definizione e storia dei razzi

I razzi sono un tipo di motore usato per conferire una spinta propulsiva a un veicolo quale generalmente un missile o un velivolo. I razzi che vediamo ai giorni nostri sono il frutto dell'ingegno umano che trova le sue più profonde radici nella scienza e tecnologia dei nostri antenati. Già gli antichi greci possedevano conoscenze rudimentali riguardanti il volo dei razzi; difatti, uno scrittore dell'antica Roma, Aulo Gellio (in latino: *Aulus Gellius*; Roma, circa 125 – circa 180), racconta come attorno al 400 A.C. nella città di Taranto, un greco di nome Archytas intratteneva e meravigliava la gente del posto con una colomba di legno volante. Pare che tale marchingegno fosse vuoto all'interno, riempito d'aria compressa e fornito d'una valvola che permetteva apertura e chiusura, regolabile per mezzo di contrappesi, e che ne permetteva quindi l'ascensione. Circa trecento anni dopo, un altro greco, Erone da Alessandria (c. 10 – 70 AD), inventò un oggetto che chiamò aeolipile, il quale (Fig.1.1) sfruttava esso stesso il vapore come mezzo di propulsione. Erone montò una sfera di rame cava, in cima a un bollitore per l'acqua.



Fig.1.1: ricostruzione dell'aeolipile di Erone da Alessandria

Tale sfera era collegata con due tubicini ricurvi che si dipartivano da due punti estremi della sfera posti sullo stesso asse diametrale. I tubicini terminavano con due brevi tratti rettilinei paralleli tra loro, ma situati da parti opposte rispetto all'asse diametrale. Questi ultimi, dopo che l'acqua riscaldata si trasformava in vapore, a causa della fuoriuscita proprio di quest'ultima fornivano alla sfera la spinta necessaria a farla girare. Riuscire a stabilire esattamente quando i primi razzi fecero la loro comparsa non è possibile. Le prime testimonianze attendibili risalgono al XIII secolo quando durante una battaglia contro i Mongoli, i Cinesi usarono quelle che vennero chiamate " frecce volanti di fuoco" , e che non erano altro che normalissime frecce alle quali veniva attaccato un tubo di bamboo nel quale veniva fatta bruciare della polvere da sparo (Fig.1.2).



Fig.1.2: Rappresentazione grafica di un soldato cinese mentre si prepara a lanciare un razzo

La spinta generata dalla fuoriuscita dei gas di scarico permetteva poi alle frecce di essere lanciate a grandi distanze. Questo tipo di armi non aveva ancora una grande efficacia dal punto di vista bellico, ma da quello psicologico ebbe un effetto devastante sull'umore dei mongoli, che uscirono sconfitti dalla battaglia.

Nel periodo compreso tra il XII e il XV secolo, ci sono varie testimonianze su diversi tipi di esperimenti sui razzi principalmente per produrre fuochi d'artificio o per scopo bellico;

- Roger Bacon (Ilchester, 1214 circa – Oxford, 1294), monaco inglese, e Albertus Magnus (Lauingen, 1206– Colonia, 15 novembre 1280), filosofo e scienziato tedesco, all'incirca nello stesso periodo lavorarono su nuovi tipi di polvere da sparo che permisero di incrementare la gittata dei razzi.
- In Francia, Jean Froissart (Valenciennes, c. 1337 – c. 1405) scoprì che lanciando i razzi attraverso dei tubi era possibile ottenere delle traiettorie più accurate; la sua invenzione era una lontana parente del moderno bazooka.
- In Italia Giovanni Fontana (Padova, 1395 – poco dopo il 1454) inventò una sorta di "siluro" (Fig.1.3) propulso a razzi per incendiare le navi nemiche.

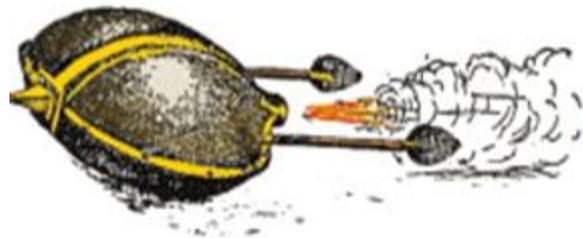


Fig.1.3: rappresentazione grafica del "siluro" inventato da Giovanni Fontana

Durante il XVI secolo l'uso dei razzi per scopi bellici cadde in disuso, ma continuarono ad essere usati per spettacoli pirotecnici, e proprio un produttore di fuochi di artificio tedesco, tale Johann Schmidlap, inventò lo "step rocket", un veicolo multi-stadio per portare i razzi ad altitudini più elevate; quando il primo stadio di spinta era totalmente consumato, l'altro continuava a dare ulteriore spinta fino a che non si verificava l'esplosione. La sua idea è alla base di tutti i razzi che vanno nello spazio anche ora. Oltre a tutti questi vari usi dei razzi, principalmente per scopi bellici e di

spettacolo, esiste anche una vecchia leggenda cinese che riporta l'uso dei razzi come mezzo di trasporto. Secondo la leggenda durante il diciannovesimo anno dell'imperatore Chinghua della dinastia Ming, un giovane uomo di una ricca famiglia di nome Wan Hu, grande appassionato di scienza, costruì una sedia volante propulsa da razzi. Attaccate alla sedia vi erano due larghi aquiloni e quarantasette frecce-razzo. Il giorno del lancio, dopo che Wan-Hu ordinò di accendere i razzi, ci fu un tremendo boato accompagnato da una fluttuante nuvola di fumo. Dopo che il fumo si diradò, Wan-Hu e la sua sedia volante scomparirono. Nessuno sa per certo cosa sia successo a Wan-Hu, ma è molto probabile che lui e la sua sedia siano saltati in aria.



Fig.1.4: rappresentazione grafica della "sedia volante" costruita da Wan-Hu

Nel XVII secolo lo studio dei razzi diventò una scienza, e fu il grande scienziato inglese Sir Isaac Newton (Woolsthorpe-by-Colsterworth, 25 dicembre 1642 – Londra, 20 marzo 1727), a gettare le basi della missilistica moderna; Newton, infatti, organizzò le sue conoscenze sul moto fisico in tre leggi che spiegavano il moto degli oggetti. Durante la fine del XVIII secolo, i razzi furono impiegati nuovamente per scopi bellici. Infatti, i successi ottenuti dagli indiani grazie ai razzi contro gli inglesi nel 1792 e di nuovo nel 1799 attirarono l'interesse di un esperto di artiglieria, il colonello William Congreve (Kent, 20 maggio 1772 – Tolosa, 16 maggio 1828), il quale produsse di sua mano alcuni progetti per l'uso dei razzi da parte dell'esercito inglese. Congreve era riuscito a mettere a punto un tipo di razzo (Fig.1.5) il cui peso variava tra gli 11.4 e i 27.2 kg , con una gittata di

oltre tre chilometri e costituito da un rivestimento in lamiera di ferro; conteneva una carica da tre chilogrammi di materiale incendiario e montava un'asta direzionale detta "di coda", lunga quattro metri, indispensabile per stabilizzarne la traiettoria.

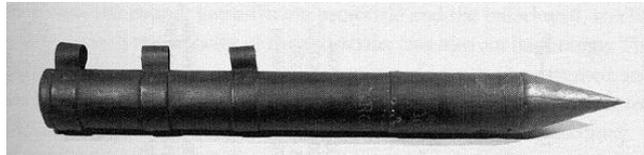


Fig.1.5: razzo progettato da William Congrave

I suoi razzi ebbero un tale successo che lo scrittore Francis Scott Key (Carroll City, 2 agosto 1779 – Baltimora, 11 gennaio 1843), parla all'interno del *The Star-Spangled Banner*, inno nazionale americano, di "rockets' red glare", che egli ebbe modo di ammirare durante l'assalto a Fort McHenry da parte delle navi inglesi nel 1812.



Fig.1.6: ritratto di Sir Francis Scott Key

I razzi continuarono a essere usati come armi nei combattimenti, finché in una battaglia contro la Prussia, i razzi austriaci dovettero scontrarsi con i cannoni di nuova generazione che erano molto più efficaci. I razzi vennero così nuovamente relegati all'uso esclusivo in tempo di pace. Passiamo così alla missilistica moderna; nel 1898, un insegnante Russo, Konstantin Tsiolkovsky (17 September 1857 – 19 September 1935) propose l'idea dell' esplorazione dello spazio grazie ai razzi. Tsiolkovsky disse: "La Terra è la culla dell'umanità, ma uno non può rimanere nella culla per sempre"[2]. Ancora adesso è ricordato come uno dei padri fondatori della cosmonautica, poiché grazie alla fisica e alla matematica riuscì a capire come operavano i razzi, tanto che nel 1903, pubblicò in una rivista di aviazione russa, quella che venne poi denominata l' equazione di Tsiolevsky; tale equazione (che andremo a vedere nel dettaglio successivamente) esprimeva una relazione fondamentale tra la velocità del razzo, la velocità dei gas di scarico e la massa del razzo e del suo carburante, ed è ancora oggi alla base della maggior parte dell' ingegneria sui veicoli spaziali.

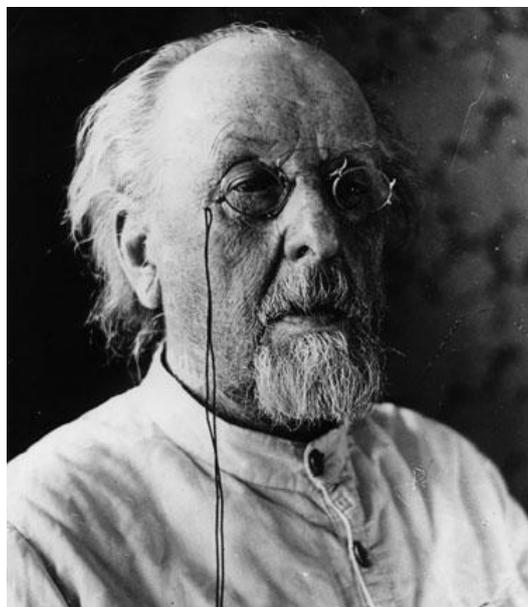


Fig.1.7: Konstantin Tsiolkovsky

Agli inizi del XX secolo, un Americano, Robert H. Goddard (Worcester, 5 ottobre 1882 – Baltimora, 10 agosto 1945) pubblicò un opuscolo nel 1919 nel quale analizzava dal punto di vista matematico quelli che sono ora conosciuti come razzi sonda, i quali dovevano essere in grado, secondo lui, di raggiungere altezze più elevate dei palloni aerostatici. I primi esperimenti che eseguì, furono con razzi a propellente solido. Nel 1915, dopo vari tentativi, si convinse, però, che i razzi potevano essere meglio propulsi da combustibile liquido. Dopo innumerevoli sforzi, dovuti anche alla complessità della realizzazione di un razzo a liquido, il 16 Marzo 1926 riuscì per la prima volta a farne volare uno. Propulso da ossigeno liquido e gasolio, il razzo volò per circa due secondi e mezzo, per poi atterrare a una distanza di 56 metri dal punto di partenza; certamente per i nostri standard non fu nulla di eccezionale, ma per allora rappresentava un passo in avanti enorme.



Fig.1.8: Robert H. Goddard

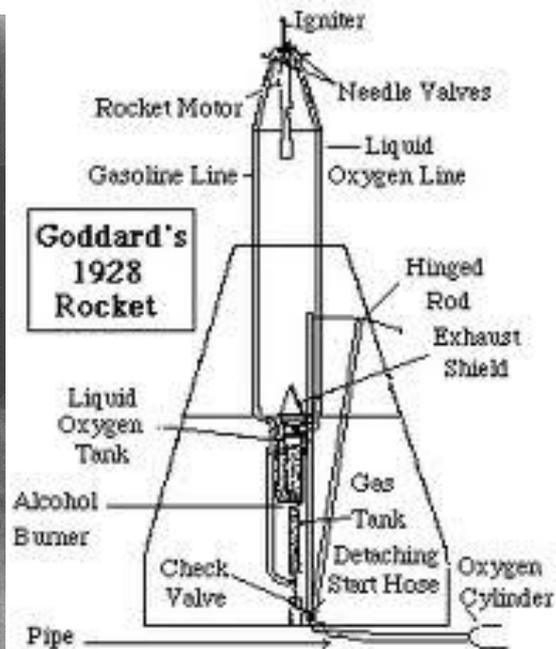


Fig.1.9: schema del razzo a propellente liquido progettato da Goddard

I suoi esperimenti continuarono per diversi anni, aumentando di volta in volta la durata del volo e le dimensioni del razzo stesso; inventò inoltre un sistema con giroscopio per il controllo dell'assetto durante il volo e uno scomparto apposito per trasportare strumenti scientifici. Infine dotò il razzo di paracadute per recuperare quest'ultimo e gli strumenti in sicurezza. Un terzo grande pioniere, Herman Oberth (Sibiu, Romania, 25 Giugno 1894- Norimberga, Germania, 28 Dicembre 1989) pubblicò un libro nel 1923 sul volo dei razzi nello spazio.



Fig.1.10: Herman Oberth

Grazie alle sue pubblicazioni, molte piccole società di produzione di razzi si diffusero in tutto il mondo; in particolare in Germania nacque la Verein für Raumshiffahrt (o società per viaggi nello spazio), che portò, nel 1937, alla creazione del V-2 (o A-4 come era chiamato in Germania) a Peenemunde sulla costa del mar Baltico, sotto la direzione di Wernher Von Braun (Wirnitz, 23 Marzo 1912 – Alexandria, 16 Giugno 1977); il V-2 era il razzo più avanzato del tempo, tecnologicamente parlando, poiché otteneva una spinta molto elevata bruciando un mix di ossigeno liquido e alcool ad un ritmo di 143 Kg/s; date le sue enormi potenzialità distruttive venne usato

dai tedeschi per bombardare Londra durante la Seconda Guerra Mondiale. Per fortuna degli alleati, il V-2 fece la sua comparsa nella guerra troppo tardi per poterne cambiare le sorti.



Fig.1.11: missile V-2 usato durante la seconda guerra mondiale dai tedeschi

Con la caduta della Germania, molti missili V-2 non ancor utilizzati vennero presi dagli alleati e molti scienziati tedeschi, tra cui lo stesso Von Braun decisero di trasferirsi negli Stati Uniti, rimanendo meravigliati dai progressi che Goddard aveva ottenuto. Sia la Russia che gli Stati Uniti capirono immediatamente le enormi potenzialità dei razzi come armi e cominciarono a investire grandi quantità di capitali per il loro studio. Gli Stati Uniti si concentrarono inizialmente su un programma di razzi sonda ad alte quote, come da Goddard suggerito, per poi cominciare a sviluppare dei missili balistici a medio e lungo raggio. Questo sarebbe diventato successivamente

il punto di partenza per il programma spaziale americano, poiché, secondo il loro progetto, missili come il Redstone, Atlas e Titan avrebbero eventualmente inviato l'uomo nello spazio. Il 4 Ottobre del 1957, il mondo rimase meravigliato dal lancio del satellite Sputnik I da parte dell'URSS; i sovietici circa un mese dopo inviarono anche un altro satellite con un cane di nome Laika a bordo, il quale sopravvisse per circa sette giorni prima di morire per la fine delle riserve di ossigeno. A qualche mese dal lancio di Sputnik, gli USA lanciarono in orbita Explorer I, più precisamente il 31 gennaio 1958. Nell'ottobre dello stesso anno crearono la NASA (National Aeronautics and Space Administration), che diventò quindi un'agenzia civile con lo scopo dell'esplorazione pacifica dello spazio per il bene dell'umanità. Molto presto, cominciarono a essere mandati nello spazio sia uomini sia macchine e il 20 luglio 1969, Neil Armstrong e Buzz Aldrin nel corso della missione Apollo 11, riuscirono a sbarcare sul suolo lunare. I satelliti permisero agli scienziati di studiare meglio il nostro pianeta e quello che aveva attorno, inoltre resero possibile la comunicazione istantanea attorno alla terra. Per questi motivi la costruzione di razzi sempre più grandi ed efficienti cominciò ad aumentare, permettendo al genere umano di scoprire orizzonti che fino ad allora sembravano fuori dalla nostra portata[1].

1.2 Principi fondamentali della propulsione a razzo

Un motore a razzo (detto anche endoreattore) si differenzia dagli altri tipi di propulsori, come quelli ad elica o a getto, per il fatto che tutta la massa utilizzata per il flusso propulsivo viene immagazzinata a bordo del razzo, e nulla viene prelevato dall'ambiente durante il volo. Mentre, ad esempio, una macchina ha bisogno del terreno, l'aereo dell'aria, le barche dell'acqua per generare la loro spinta, i razzi non sono dipendenti dall'ambiente circostante per l'utilizzo del loro combustibile, quindi l'endoreattore rimane l'unico propulsore a getto utilizzabile nel volo extra-atmosferico. Ci sono tre categorie principali di motori per razzi che si distinguono per come le molecole di gas vengono spinte ad alta velocità:

- a propulsione di gas freddo: i sistemi a propulsione di gas freddo consistono semplicemente di una sorgente di gas pressurizzato ed un ugello. E' il più semplice motore a razzo; si usa in tutti quei casi in cui la semplicità è più importante delle prestazioni ed è usato, fra l'altro, dagli astronauti per l'attività extraveicolare;
- a reazioni chimiche, di cui parleremo più avanti;
- ad accelerazione di ioni o elettroni: in questo tipo di sistema il gas, che può essere un plasma ionizzato, deve essere accelerato da una sorgente esterna per produrre la spinta voluta. Per questo tipo di motori non si usa un sistema ad ugello. Le particelle cariche sono accelerate direttamente ed emesse ad alta velocità[5].

La maggior parte dei razzi attualmente in funzione usano motori a reazione chimiche, ed è di questi che andremo a trattare. Un razzo a reazione chimica è un motore a combustione interna che brucia combustibile e ossidante in una camera di combustione, al fine di produrre dei gas ad elevata temperatura e pressione, che verranno poi successivamente accelerati attraverso un ugello. Alla base del funzionamento di una tale motorizzazione, come abbiamo già accennato, ci sono le leggi formulate da Sir Isaac Newton:

2° legge di Newton

Quando una forza è applicata a un oggetto, esso accelera.

L'accelerazione \mathbf{a} è nella direzione della forza ed è proporzionale alla sua grandezza, ed è inversamente proporzionale alla massa dell'oggetto.

$$\mathbf{F} = m * \mathbf{a} \quad (1.1)$$

3° legge di Newton

Per ogni azione esiste una reazione che è uguale in modulo ma di direzione opposta all'azione stessa.

Per quanto riguarda la seconda legge, dobbiamo considerare la somma di tutte le forze agenti sul corpo; la forza che agisce sul veicolo è data dalla differenza della spinta con la forza peso. Mentre il razzo è in funzione, le forze che agiscono su di esso cambiano continuamente. La forza peso decresce con il decrescere della massa del veicolo, e anche con l'aumento di altitudine. La resistenza invece, aumenta con l'aumentare della velocità e decresce con l'incremento di quota (ρ diminuisce all'aumentare di h). Fino a quando la spinta resta costante, il profilo dell'accelerazione cambia al cambiare delle forze agenti sul razzo. L'effetto predominante è l'aumento dell'accelerazione, proporzionalmente alla diminuzione di massa del razzo. Per quanto riguarda la terza legge, essa può essere relazionata a ciò che avviene all'interno del motore a razzo. Tutti i razzi, espellendo particelle (o per meglio dire massa) a grande velocità dall'ugello, riescono ad ottenere spinta tramite lo scambio di quantità di moto. Per avere la propulsione due cose sono necessarie: materia ed energia. La materia è la massa di reazione, nel senso che mentre il razzo espelle tale massa, il razzo stesso riceve un aumento di quantità di moto nella direzione opposta.

L'espressione generale dell'equazione del razzo è derivata dalla quantità di moto del sistema:

$$\frac{d(M*v)}{dt} = M * \frac{dv}{dt} + v_{e*} \frac{dM}{dt} \quad (1.2)$$

Con M che rappresenta la massa del razzo, v la sua velocità, $\frac{dM}{dt}$ la massa espulsa al secondo, v_e la velocità con cui è emesso il gas combusto. Trascurando gli effetti della forza di gravità e dell'attrito dell'aria, la legge di azione e reazione di Newton dà

$$M * \frac{dv}{dt} = -v_e * \frac{dM}{dt} \quad (1.3)$$

La massa totale M (data da razzo, combustibile, satellite e strumentazione), varia nel tempo. Indichiamo con M_b la massa totale a combustibile esaurito e con v_b la velocità del razzo a combustibile esaurito, integrando la (1.3) otteniamo

$$v_b = v_e * \ln \left(\frac{M}{M_b} \right) \quad (1.3)$$

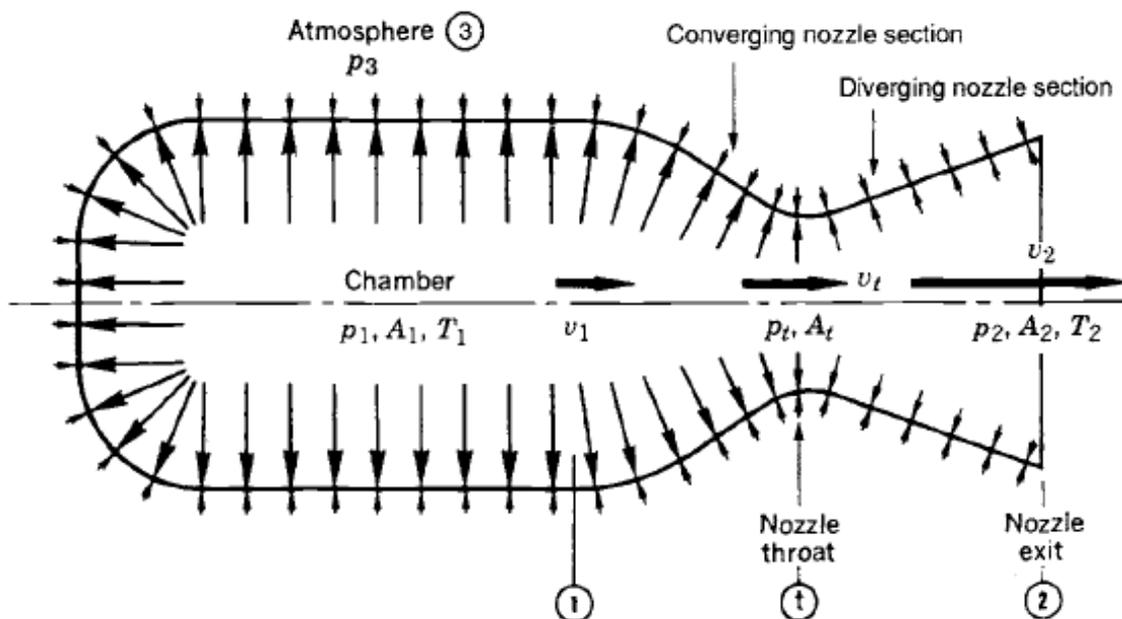


Fig.1.12: bilanciamento delle forze di pressione all'interno di una tipica motorizzazione a razzo composta da ugello e camera di combustione [6]

Il termine $\frac{M}{M_b}$, viene chiamato rapporto di massa M_r . Tale termine lega la massa del propellente con la massa dell'intero veicolo. Dato che la motorizzazione a razzo consuma continuamente propellente, la massa del razzo è in continua diminuzione. Se la Spinta rimane costante, il veicolo raggiunge la sua massima accelerazione pochi istanti prima del "tail-off" del motore, poiché ciò vuol dire che la massa di propellente si è consumata del tutto e quindi il peso del razzo è al suo minimo. L'accelerazione di un razzo, com'è possibile dimostrare è dipendente dall'impulso specifico e dal rapporto di massa; in particolare più propellente il veicolo è in grado di trasportare, tenendo in considerazione il suo peso "a secco", e più veloce sarà in grado di andare. Introduciamo ora un concetto fondamentale, quello di spinta; questa è la forza che si viene a produrre sulle pareti della camera di combustione, permettendo alla motorizzazione di muoversi. Come si può osservare dalla Fig.1.12 la camera di combustione (combustion chamber) presenta un'apertura, l'ugello (nozzle), attraverso il quale il gas può uscire. Nella propulsione dei razzi sono coinvolte relativamente piccole masse (rispetto alla massa totale) che sono trasportate assieme al razzo e che vengono espulse ad alte velocità per ottenere spinte elevate. Se ci troviamo in condizioni di spinta e portata massica costante e la velocità di uscita dei gas è uniforme e assiale, allora

$$F = v_e * \frac{dM}{dt} \quad (1.4)$$

La (1.4) rappresenta la forza totale di propulsione quando la pressione di uscita dall'ugello eguaglia la pressione ambiente. Nella Fig.1.12 possiamo vedere come sulla nostra motorizzazione agiscono sia la pressione interna che quella ambiente agente uniformemente sulla superficie esterna. La dimensione delle frecce nella FIG.1.12 indica la relativa intensità delle forze di pressione. A causa della geometria dell'ugello e delle variazioni della pressione esterna dovute alle variazioni di quota, ci può essere uno squilibrio tra la pressione esterna p_3 e quella all'interno della camera di

combustione (che nella FIG.1.12 risulta essere maggiore). Per questo motivo possiamo riscrivere la Spinta come

$$F = v_e * \frac{dM}{dt} + (p_2 - p_3) * A_2 \quad (1.5)$$

Il primo termine rappresenta il contributo alla spinta dovuto allo scarico dei gas caldi (FIG.1.13), mentre il secondo è relativo alla differenza di pressione tra i gas di scarico e la pressione del fluido ambiente, agente sulla sezione A_2 dell'ugello. Poiché solitamente il contributo dovuto alla differenza di pressione è nel verso opposto a quello necessario alla propulsione, gli ugelli dei razzi sono progettati in modo che la pressione di uscita sia uguale o al massimo, maggiore di quella esterna. Quando la pressione ambiente è uguale alla pressione di uscita dell'ugello, allora la spinta coincide con (1.4). Mentre nello spazio p_3 è uguale a zero, quindi avremo che

$$F = v_e * \frac{dM}{dt} + p_2 * A_2 \quad (1.6)$$

Per avere velocità dei gas di scarico elevata, e di conseguenza una spinta maggiore, bisogna avere delle alte temperature e pressioni; queste ultime è possibile ottenerle usando un combustibile molto energetico e cercando di avere il peso molecolare dei gas di uscita il più basso possibile. Una grandezza collegata con v_e è l'impulso specifico I_s . Quest'ultimo è una misura dell' efficienza del propellente, numericamente è dato dall'integrale della spinta diviso il peso della massa di propellente bruciato al secondo. I_s è un' altra misura della velocità dei gas di scarico, e rappresenta un indice di riferimento per stabilire le performance del propellente e del sistema di propulsione. In caso di spinta costante può essere espresso come:

$$I_s = \frac{F}{g_0 * \dot{m}_f} \quad (1.7)$$

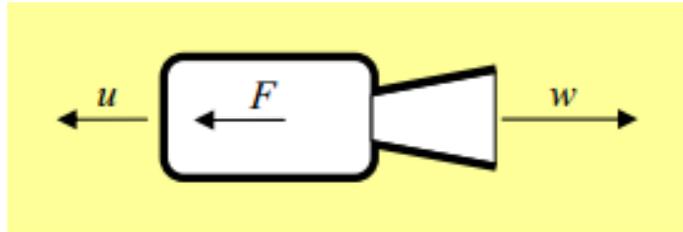


Fig.1.13: schema generazione spinta in una motorizzazione a razzo.

L' impulso totale è dato dalla Spinta F (la quale varia nel tempo) integrata nel tempo di combustione t .

$$I_t = \int_0^t F dt \quad (1.8)$$

Se indichiamo, per comodità, $\frac{dM}{dt} = \dot{m}_f$, e con t_b il tempo di burnout, ossia il tempo necessario affinché tutto il propellente venga bruciato, e con M_p la massa del propellente, avremo:

$$I_t = \int_0^{t_b} \dot{m}_f * v_e dt = v_e * \int_0^{t_b} \dot{m}_f dt = M_p * v_e \quad (1.9)$$

Quando la Spinta è costante si riduce a

$$I_t = F * \Delta t \quad (1.10)$$

con I_t che è proporzionale all'energia totale rilasciata da tutto il propellente in un sistema di propulsione. Se indichiamo con \dot{m} la portata totale di massa

e con g_0 l'accelerazione di gravità al livello del mare, allora possiamo riscrivere l'impulso specifico come

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 \int \dot{m}_f dt} \quad (1.11)$$

tale espressione fornisce una media nel tempo dell' impulso specifico per ogni sistema di propulsione a razzo. Nel caso invece di condizioni di transizione, come per esempio nel cambio del livello di spinta, il valore di I_s può essere ricavato per integrazione oppure andando a considerare valori medi di F e \dot{m}_f per intervalli brevi. Per una Spinta e un flusso di propellente costante, tale equazione può essere semplificata. Indicando con M_p la massa totale effettiva di propellente.

$$I_s = \frac{I_t}{M_p g_0} \quad (1.12)$$

Il prodotto $m_p g_0$ viene indicato come P e rappresenta il peso effettivo del propellente, mentre \dot{P} indica la portata in termini di peso. Valori tipici dell'impulso specifico sono:

Tipo di combustibile	Impulso specifico (s)	v_e (m/s)
Liquido	250 ÷ 300	≈ 3000
Solido	400 ÷ 450	≈ 4500
Ibrido	250 ÷ 350	≈ 3000

Tab.1.1: Differenze tra razzi a propellente solido e liquido in termini di impulso specifico e velocità di uscita dall'ugello

Osservando i valori della Tab.1, viene da chiedersi come mai vengano utilizzati anche i razzi a solido insieme a quelli a liquido per la propulsione dei veicoli spaziali, visto che a parità di massa , i razzi a propellente liquido sono molto più efficienti dal punto di vista dell' impulso specifico; il motivo principale , risiede nel fatto che un razzo a solido riesce a contenere una massa di propellente che è più di due volte maggiore rispetto a quella di uno a liquido. Infatti, generalmente, un razzo a solido contiene una massa di propellente di 800000 Kg, mentre un razzo a liquido "solo" di 300000 Kg. Durante le fasi del decollo, inoltre, un razzo a solido espelle una portata di 6000 Kg/s, mentre un razzo a liquido ne scarica 1000 Kg/s.



Fig.1.14: momento in cui i due booster laterali (a propellente solido) si staccano dal corpo principale dopo la fase di spinta iniziale

1.3 Tipologie di propellente per motorizzazioni a razzo

Le motorizzazioni a razzo sono di tre tipi: liquidi, solidi e ibridi.

1.3.1 propellente liquido

I motori a propellente liquido, si possono dividere come monopropellenti o bipropellenti. Un monopropellente è un singolo liquido che possiede entrambe le qualità di un combustibile e di un ossidante. Può essere un singolo composto, come il nitrometano, o una miscela di diversi componenti chimici, come perossido di idrogeno e alcool.

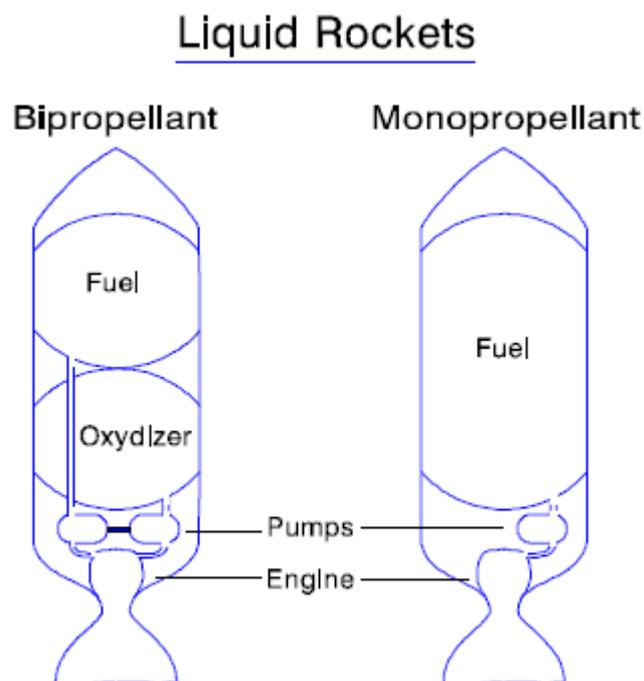


Fig.1.15: schema di una motorizzazione a solido bipropellente e monopropellente

Come possiamo vedere anche dalla Fig.1.14 i razzi a monopropellente sono semplici, dato che necessitano solo del serbatoio per il combustibile e del relativo equipaggiamento. Attualmente si usa quasi esclusivamente idrazina (N_2H_4), mentre in passato era molto diffuso il perossido d'azoto (H_2O_2). L'idrazina è usata particolarmente nei motori che controllano il sistema d'assetto e la velocità dei satelliti. Ha eccellenti caratteristiche di stabilità e i

prodotti di decomposizione non sono particolarmente inquinanti. La maggior parte dei razzi usa sistemi di propulsione bipropellenti; si usano due liquidi, il combustibile e l'ossidante, contenuti in due diversi serbatoi per poi venire mescolati nella camera di combustione. Fino a che si riescono a tenere delle temperature non troppo elevate, vengono utilizzati l'ossigeno liquido come ossidante e l'idrogeno liquido (che deve essere stivato a delle temperature molto basse) come combustibile ; mentre quando questa condizione non è più verificata, si cerca di cambiare la coppia ossidante/combustibile. In particolare l'ossidante usato è il tetrossido di azoto (N_2O_4), mentre la monometilidrazina è il combustibile. Oltre a questi due elementi, si possono aggiungere anche un catalizzatore per incrementare la velocità della reazione, oppure altri additivi per migliorare le proprietà fisiche o di rifornimento.

I propellenti liquidi possono anche essere classificati come "cryogenic" o "storable"; i primi sono dei propellente che hanno una temperatura di ebollizione molto bassa (l'ossigeno liquido ha il punto di ebollizione a $-183^\circ C$). Il personale addetto carica tali propellenti il più possibile a ridosso del lancio per ridurre le perdite dovute alla vaporizzazione e per minimizzare i problemi dovuti alle loro basse temperature. Uno "storage propellant"(come ad esempio il Aerozine 50 o la monometilidrazina), invece è liquido alle normali temperature e può essere lasciato all'interno del razzo per lunghi periodi. Una volta che la combustione inizia e la camera di combustione è stata pressurizzata, viene però richiesto un sistema per portare il propellente dal serbatoio alla camera di combustione. Un primo metodo consiste nel generare una pressione, solitamente tramite elio, per far uscire il propellente dal serbatoio, attraverso una valvola di distribuzione nella camera di combustione. Ovviamente, tale metodo ha bisogno di serbatoi resistenti, quindi con pareti più spesse, con conseguente abbassamento del rapporto di massa. Un secondo metodo, invece, si avvale dell'utilizzo di pompe, solitamente centrifughe, per portare i propellenti dai serbatoi alla camera di combustione. Le pompe sono messe in funzione da turbine che , a loro volta, sono attivate o da un gas generator (vapore ottenuto da perossido di

idrogeno solitamente), oppure dai due propellenti del razzo stesso, che vengono fatti bruciare in una camera di combustione ausiliaria. Un altro metodo, consiste nel far ricircolare alcuni dei prodotti della combustione, ancora ad elevate temperature, nella turbina. Per concludere possiamo affermare che le motorizzazioni a propellente liquido sono estremamente versatili, producono un impulso specifico alto, permettono di cambiare la spinta durante la fase operativa e possono essere, in parte, riutilizzati (le pompe molto spesso risultano inutilizzabili a causa del fenomeno della cavitazione) ; sono , però , più complessi e quindi meno affidabili rispetto ad una motorizzazione a solido.

1.3.2 propellente solido

I motori a combustibile solido sono molto più semplici di quelli a combustibile liquido in quanto non richiedono sistemi complessi di trasporto del propellente nella camera di combustione. Il propellente è già contenuto nella camera di combustione e le sole altre componenti del motore a razzo sono l'ignitore e l'ugello. I razzi a combustibile solido hanno anche altri vantaggi oltre la semplicità del motore: facile trasportabilità (con il rischio, però di una autoaccensione in seguito ad un urto, che può risultare catastrofica) e rapidità d'uso. Il propellente per i razzi a solido (detto anche "grain") può essere diviso in due categorie:

1. **double-base** : le molecole del combustibile e dell'ossidante si miscelano , inoltre questi tipi di propellenti contengono una polvere da sparo di tipo nitrocelluloso dissolto all'interno di nitroglicerina insieme ad altri additivi minori. Entrambi questi ingredienti primari sono esplosivi contenendo combustibile e ossidante (ossigeno) all'interno delle loro strutture molecolari. I double-base sono stati usati maggiormente in applicazioni militari, specialmente all'interno di missili balistici, ma stanno diventando sempre meno comuni, visto che si ha sempre più una maggiore richiesta di sicurezza per quanto riguarda le munizioni.
2. **Composite**: sono chiamati così per sottolineare il fatto che sono delle miscele eterogenee di combustibile , ossidante e legante (Fig.1.17).

- **Fuel** = solitamente viene utilizzato l'alluminio, macinato molto finemente ($\approx 50 \mu\text{m}$) e con una percentuale che può variare dal 2 al 21 % del totale. Recentemente viene usato anche il magnesio per avere delle reazioni più "pulite" con riduzione di emissioni di scarico. Mentre il berillio è quello che permette di ricavare la massima energia, ma l'ossido di berillio produce degli scarti della reazione che sono altamente tossici. Per questo motivo i combustibili realizzati con berillio sono presi in considerazione solo per applicazioni di tipo spaziale, come per esempio armi di intercettazione spaziale.
- **Oxidizers** = il più comune è il perclorato di ammonio (AP), grazie ai suoi costi moderati, alle sue moderate performance e alla sua buona lavorabilità. L'unico inconveniente è la possibile formazione di piogge acide nei dintorni della stazione di lancio (sono in fase di sviluppo delle nuove formule di propellenti che contengono meno del 1 % di HCl nei gas di scarico). Un altro tipo di ossidante abbastanza utilizzato è il nitrato di ammonio (AN), il quale pur non essendo energetico come l'AP è meno costoso e produce un gas di scarico meno inquinante. Nel corso dello studio che si andrà ad effettuare si prenderanno in considerazione due tipi di perclorato di ammonio che si differenziano l'un altro semplicemente per le dimensioni dei loro rispettivi raggi; si avrà quindi un perclorato di ammonio "grosso" ($\approx 400 \mu\text{m}$), con raggio maggiore, e uno "fine" ($\approx 200 \mu\text{m}$), con raggio più piccolo.
- **Binders**: serve per tenere unito il propellente e per permettergli di sopportare elevate variazioni di temperatura, così come di sopportare le pressioni e i carichi di accelerazione durante il volo. Le caratteristiche che deve avere sono una bassa densità e energia di combustione. I più utilizzati sono, PBAN, CTPB e in particolare HTPB (o hydroxyl-terminated polybutadiene).

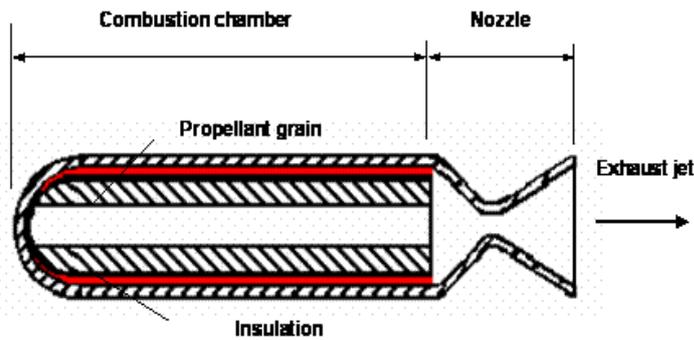


Fig.1.16: schema di un razzo a propellente solido

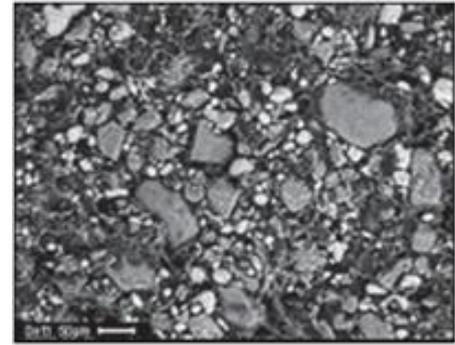


Fig.1.17: analisi al microscopio elettronico a scansione del "grain"[11]

Una motorizzazione a solido combina al suo interno la camera di combustione e i serbatoi del propellente all'interno di un'unica unità(Fig.1.15). Il "grain" viene acceso e brucia finchè non è del tutto finito, cambiando la sua forma e dimensione nel processo. Come vale in generale, anche per i razzi a combustibile solido la spinta dipende dalla velocità di combustione del propellente. Dato il propellente, la velocità di combustione dipende dalla pressione presente in camera di combustione, come possiamo vedere dalla legge di Vieille:

$$v_b = a * P^n \quad (1.13)$$

dove a è un coefficiente funzione della temperatura di pre-combustione del propellente, P è e la pressione e n è il cosiddetto esponente balistico, che fornisce indicazione di quanto una variazione di pressione si ripercuota in variazioni di velocità di combustione. La spinta, inoltre, varia al variare dell'area durante la combustione. In generale, la forma iniziale del grain viene scelta in base al profilo di spinta richiesto. Questo può essere fondamentalmente di 3 tipi:

- 1) Progressivo;
 - 2) Regressivo;
 - 3) Neutro.
- (FIG.115).

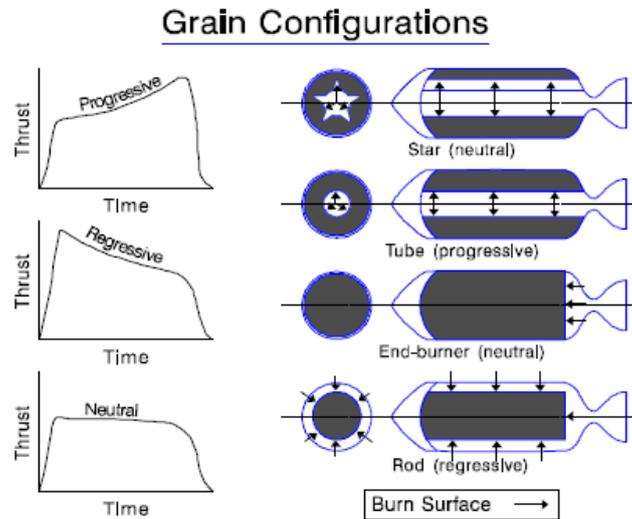


FIG.1.18: diversi tipi di configurazione del "grain" con relativi profili di spinta

1.3.2 propellente ibrido

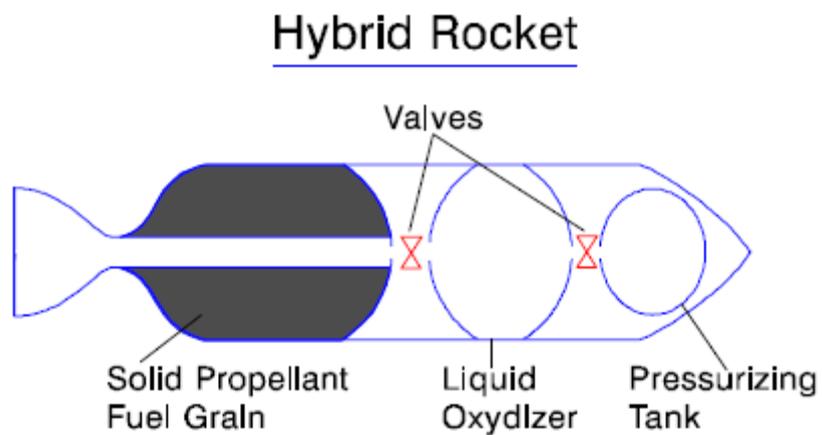


FIG.1.19: schema di un razzo ibrido

Le motorizzazioni ibride sono una combinazione dei motori a propellente liquido e solido; esistono due grandi categorie in cui è possibile dividerli:

- Ibridi classici: combustibile solido e ossidante liquido/gassoso (es HTPB/GOX);
- Ibridi inversi: combustibile gassoso/liquido e ossidante solido (es. petrolio/perclorato di potassio).

In FIG.1.17 possiamo vedere una struttura semplificata di un sistema ibrido, in cui abbiamo il combustibile in forma solida dentro la camera di combustione con l'ossidante in una forma liquida che viene iniettato nella camera di combustione [4].

Vantaggi	Svantaggi
Maggiore sicurezza	Bassa velocità di combustione
Massima flessibilità permette la modulazione della spinta e la riaccensione	Valore dell'impulso specifico in funzione del tempo
Bassa probabilità di guasti	Bassa efficienza di combustione
Ampia scelta di combustibile/ossidante	
Motore a "basso costo"	

Tab.1.2: Vantaggi e svantaggi delle motorizzazioni a ibrido

Sphere packing e introduzione al codice

2.1 Sphere packing

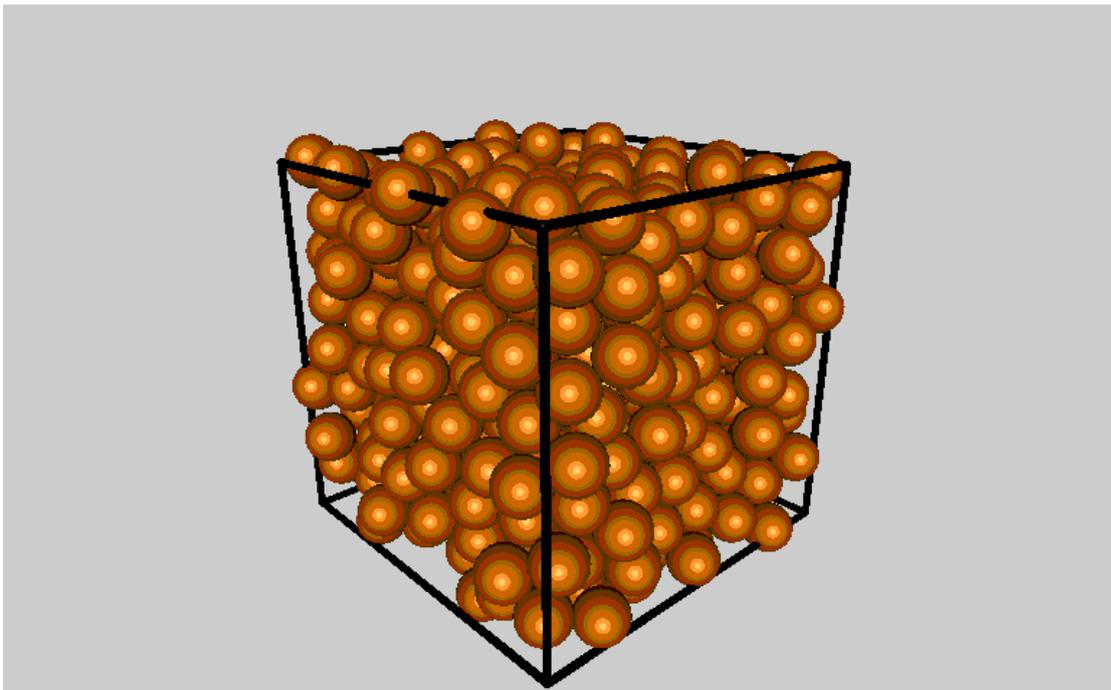


Fig.2.1: esempio di sphere packing tridimensionale

Lo sphere packing (fig.2.1), ossia l'impacchettamento di sfere all'interno di un determinato dominio, ricopre una notevole importanza nei giorni nostri in molti settori industriali. Di solito, lo spazio coinvolto è uno spazio euclideo tri-dimensionale. Tuttavia, i problemi legati all'impacchettamento di sfere possono essere generalizzati anche per spazi bidimensionali (dove le "sfere" sono cerchi). Lo scopo di tale studio è di trovare la partizione delle sfere che permette di ottenere la massimizzazione della densità all'interno

del dominio. La densità dipende principalmente dalla distribuzione delle dimensioni delle varie particelle e dalla loro diffusione nel dominio da riempire. Carl Friedrich Gauss studiando l'impacchettamento bidimensionale, per primo riuscì a dimostrare che la migliore disposizione di circonferenze, con la quale è ottenibile la più alta densità, è l'impacchettamento esagonale, nel quale i centri delle circonferenze sono disposti in reticoli esagonali, e ogni circonferenza è contornata da altre sei circonferenze. La densità di un tale tipo di disposizione è ≈ 0.9069 .

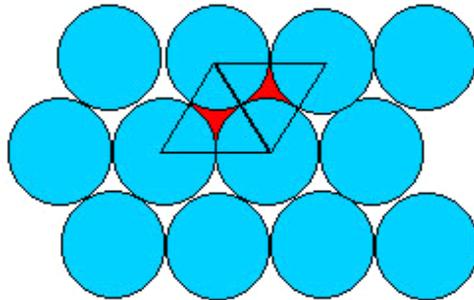


Fig.2.2: esempio di impacchettamento 2d

Mentre per quanto riguarda lo spazio tridimensionale euclideo, Keplero riuscì a dimostrare nel 1611, che la massima densità che si possa ottenere sia con una disposizione regolare che irregolare, è quella del "cubic closepacking" (FIG. 2.3); con una densità di ≈ 0.74048 .

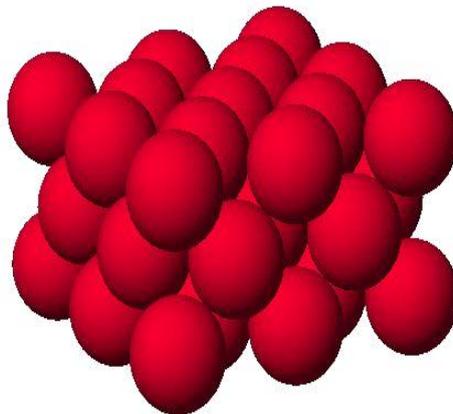


Fig.2.3: esempio di impacchettamento 3d

Generalmente si possono dividere i metodi per lo Sphere Packing, in due principali categorie:

1. Random close sphere packing (RCP): in questo tipo di metodo , si ha il riempimento randomico di un contenitore con delle sfere/particelle; successivamente questo contenitore viene rimescolato fino a quando le sfere/particelle non possono essere compattate ulteriormente. Quando si è raggiunto tale stato, si è in presenza di un impacchettamento di tipo RCP;
2. Random loose sphere packing (RLP): si distingue dal RCP, principalmente per l' assenza del rimescolamento, nel senso che una sfera che è già caduta, non viene influenzata dalle sfere che andranno a cadere successivamente ad essa.

Si analizzeranno alcune delle tecniche più utilizzate nel random sphere packing sia in due che in tre dimensioni. Tali tecniche possono dividersi in due grandi famiglie:

- Dynamic techniques
- Constructive techniques

Dynamic techniques

Come lo stesso nome suggerisce questo tipo di metodo si basa sul movimento e sul ridimensionamento delle particelle (calcolati sia con modelli puramente geometrici che con metodi dinamici) . Solitamente questi tipi di metodi sono molto dispendiosi dal punto di vista computazionale, perché la posizione e/o le dimensioni di ogni particella sono modificate durante l' intero processo di riempimento. Le tecniche che si possono utilizzare sono le seguenti:

- **Isotropic compression**= consiste nel creare un dominio virtuale, inizialmente molto più grande di quello che si desidera avere realmente, dove sono inserite le particelle. Successivamente le pareti del dominio convergono verso il centro isotropicamente , e intanto viene controllato come vengono ad interagire tra di loro le varie particelle.

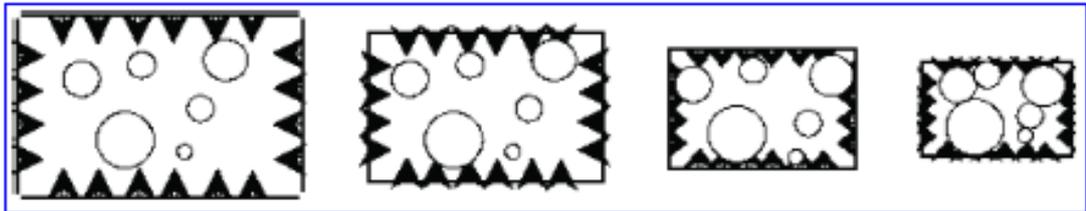


Fig.2.4: illustrazione 2d di un metodo ad "isotropic compression"

Gli svantaggi principali di questo metodo sono che, oltre a richiedere un tempo molto elevato dal punto di vista computazionale, non permette inoltre di ottenere delle elevate densità, dato la disposizione casuale delle particelle all'interno del dominio.

- **Particle expansion** = concettualmente simile al precedente, in questo caso però vengono modificate le dimensioni delle particelle e non quelle del dominio. Inizialmente le sfere sono disposte casualmente con dei raggi più piccoli di quelli che dovrebbero avere realmente, per poi venire ingrandite, mentre ovviamente vengono tenute sotto controllo le varie interazioni. Lo svantaggio principale è sempre quello di non riuscire a raggiungere elevate densità.

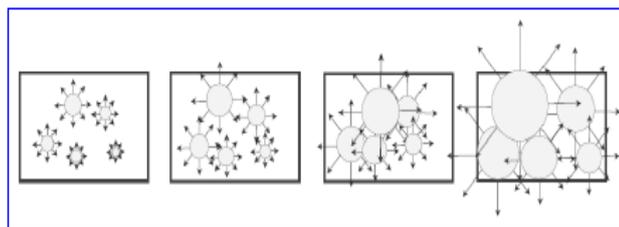


Fig.2.5: illustrazione 2d di un metodo a "particle expansion"

- **Collective rearrangement** =In questo caso le particelle vengono generate casualmente all' interno del dominio , per poi venire mosse e ridimensionate, per evitare anche eventuali intersezioni che si erano venute a creare.

Tale tipo di metodo richiede un tempo di calcolo molto elevato, visto che le dimensioni delle particelle sono modificate attraverso il processo.

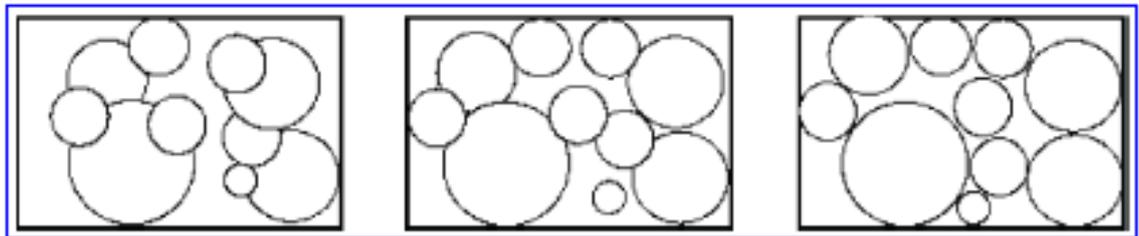


Fig.2.6: illustrazione 2d di un metodo a "collective rearrangement"

Constructive techniques

In questo tipo di metodo i calcoli sono di tipo puramente geometrico. Inoltre rispetto a quello dinamico abbiamo dei tempi di calcolo relativamente veloci e si tende a rispettare le leggi di distribuzione delle dimensioni. Le tecniche che si possono utilizzare sono:

- **Sequential inhibition:** i raggi delle particelle sono scelti in base ad una certa legge di distribuzione, mentre la posizione iniziale viene scelta randomicamente. Quando una particella ne interseca un'altra, la sua posizione viene rigettata e una nuova viene proposta con lo stesso raggio. Ne risulta quindi un metodo facile

da implementare ma , ma il suo procedimento “ trial and error” lo rende inutilizzabile per ottenere alte densità di impacchettamento.

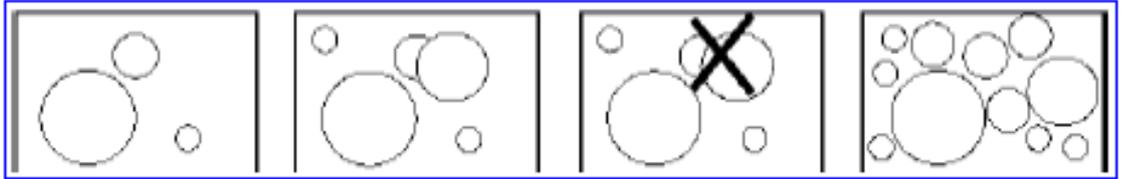


Fig.2.7: illustrazione 2d del metodo a “sequential inhibition”

- Una seconda tecnica si basa invece su approccio di triangolazione (triangulation method). Per prima cosa, viene costruita una triangolazione basata sulle qualità dell' elemento. Poi, vengono ricavati i cerchi inscritti (o le sfere inscritte nel caso 3D) all'interno dei triangoli . Infine, per aumentare la densità vengono aggiunte delle ulteriori circonferenze(sfere) con centro negli spigoli dei triangoli. Questo metodo richiede una pre-costruzione, genera basse densità e non permette di seguire distribuzioni troppo complesse delle dimensioni.

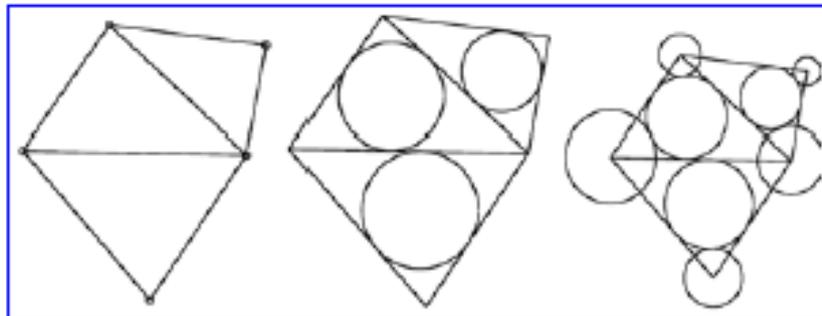


Fig.2.8: illustrazione del “triangulation method”

- Una terza tecnica, detta metodo dell'accrescimento, prevede di generare randomicamente un numero desiderato di particelle (inizialmente con un raggio pari a zero) e successivamente viene calcolata la dimensione di ogni particella o come la metà della

distanza del centro di quest' ultima dal centro di quella più vicina o progressivamente aumentando le dimensioni di ognuna finché non vengono a contatto l' un l' altra. Questo metodo è di facile implementazione, ma non permette di seguire leggi di distribuzione né di ottenere alte densità di impacchettamento.

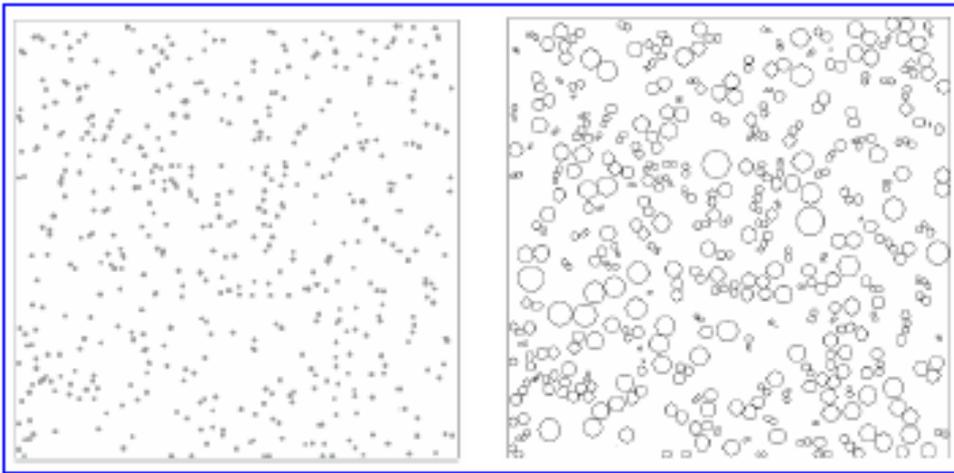


Fig.2.9: illustrazione del metodo dell'acrescimento

- **Dropping and rolling**= questo tipo di tecnica prevede che ogni particella venga lasciata cadere da una determinata altezza e che si fermi o quando incontra un'altra particella o quando raggiunge il fondo del dominio. Poi essa viene fatta rotolare, fino ad incontrare una terza particella. Il processo di rotolamento è ricorsivo finché uno stato di equilibrio non viene raggiunto. Questo tipo di metodo richiede un grande consumo di tempo (e noi ne sappiamo qualcosa) ma ha la capacità di rispettare leggi di distribuzione complesse e può raggiungere elevate densità.

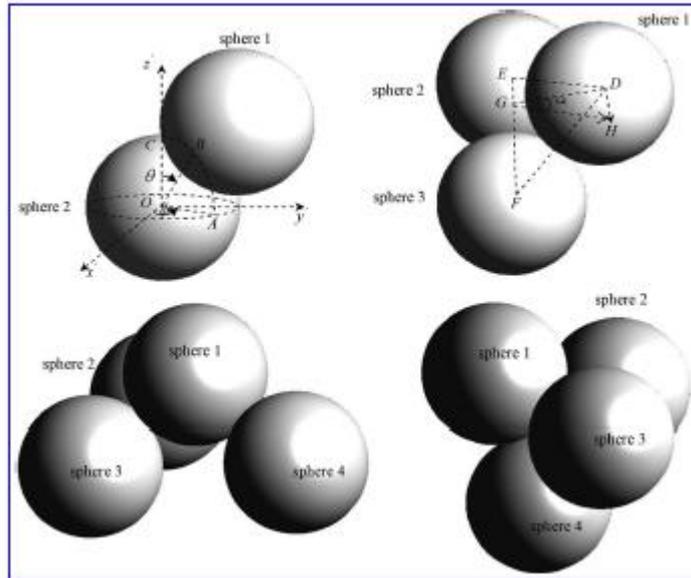


Fig.2.10: illustrazione del metodo di “dropping and rolling”

Oltre a questi due tipi di tecniche c'è un altro tipo di metodo che rispetto ai precedenti presenta una difficoltà di attuazione maggiore, l'“**Inwards Packing Method**”(IPM). Esso consiste nel costruire un primo strato tangente ai bordi del dominio che viene poi successivamente espanso verso il centro del dominio mediante riempimento. Questo metodo è relativamente veloce e facile da implementare e genera alte densità specialmente in 2D, mentre in 3D è limitato a moderate densità (circa 0.5) quando si tratta di generare sfere polidisperse[8].

2.2 Principali caratteristiche del codice usato per effettuare le simulazioni

L'obiettivo di questo lavoro era quello di studiare e implementare un codice per lo impacchettamento del propellente di un razzo a solido; per fare ciò è stato usato un programma realizzato all'interno del laboratorio di propulsione e macchine in ambiente matlab; tale programma permette di simulare il riempimento di un determinato dominio, che è lo stesso utente a decidere, con sfere aventi differenti valori di raggio e in diverse concentrazioni. Per riuscire a spiegare meglio come funziona il codice, è opportuno introdurre alcuni concetti fondamentali che verranno ripresi anche successivamente:

- *Volume di controllo (V_c):* rappresenta il volume del parallelepipedo all'interno di cui sono contenute le sfere (Fig.2.11); viene deciso dall'utente stesso che deve darne in input la lunghezza del lato di base (L) e dell'altezza (L_z);

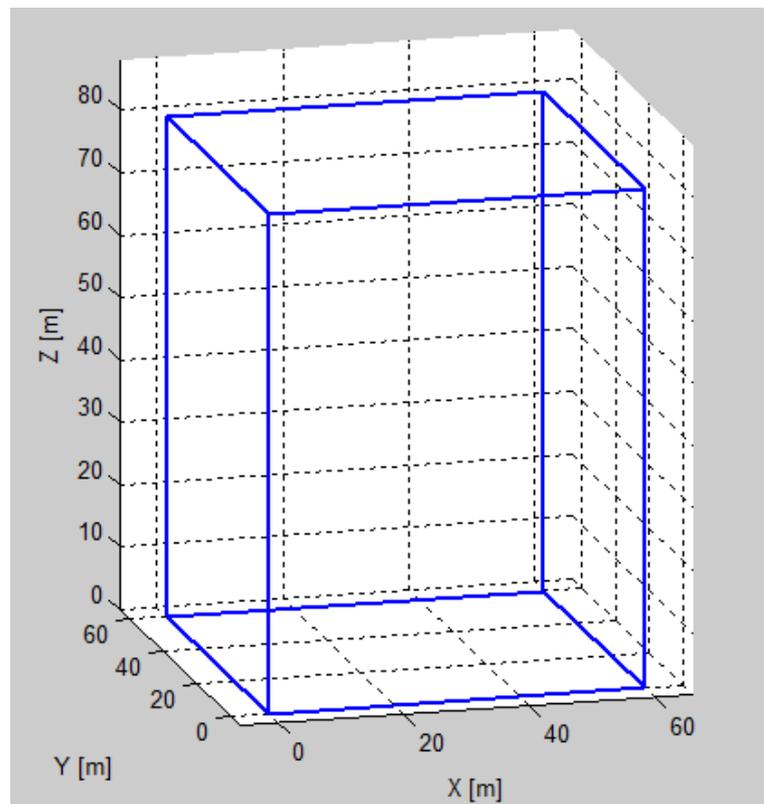


Fig.2.11: volume di controllo creato dal codice

- *Frazione volumetrica (φ)*: se indichiamo con V_s il volume occupato dalle sfere, allora la frazione volumetrica è definita come: $\varphi = V_s/V_c$;
- *Monomodale*: con questo termine indichiamo l'utilizzo di sfere che possiedono tutte lo stesso valore di raggio;
- *Bimodale*: vengono utilizzate due tipi di sfere, definite in base al rapporto del valore del raggio di una rispetto all'altra (Fig.2.12); quindi si avranno delle sfere "grandi" e delle sfere "piccole", che avranno un rapporto fisso tra i loro valori dei raggi;
- *Trimodale*: concettualmente identico al bimodale, con l'unica differenza che abbiamo tre valori differenti di raggio;
- *Percentuale volumetrica (p_1, p_2 e p_3)*: se si ha a che fare con un bimodale o un trimodale, il passo successivo consiste nel decidere la quantità dei vari tipi di sfere che andranno a riempire il dominio; indichiamo con V_{big} il volume occupato dalle sfere con il raggio di dimensioni più grandi (che chiameremo R_1) e con V_{small} quello delle sfere di raggio più piccolo (R_2), mettendoci così idealmente in un caso bimodale. Allora, la percentuale volumetrica di sfere grandi è definita come $V_{big}/(V_{big} + V_{small})$, mentre quella delle piccole è $V_{small}/(V_{big} + V_{small})$.

Questo vuol dire, che quando si parlerà ad esempio di un bimodale, con 30% di sfere grandi e 70% di sfere piccole, non si farà riferimento alla numerosità, ma al fatto che il 30% del volume occupato da tutte le sfere, sarà dato dal volume delle sfere di raggio R_1 e il 70% da quelle di raggio R_2 . Anche la percentuale volumetrica è decisa in input dall'utente, andando a indicare nel codice i valori di p_1 e p_2 (eventualmente p_3 per un trimodale).

Nel caso di un bimodale con le particelle di raggio R_1 si indica la polvere di alluminio, e con R_2 le particelle di perclorato di alluminio "grosse", mentre nel trimodale a questi due elementi si andrà anche ad aggiungere le particelle di perclorato di alluminio "fine".

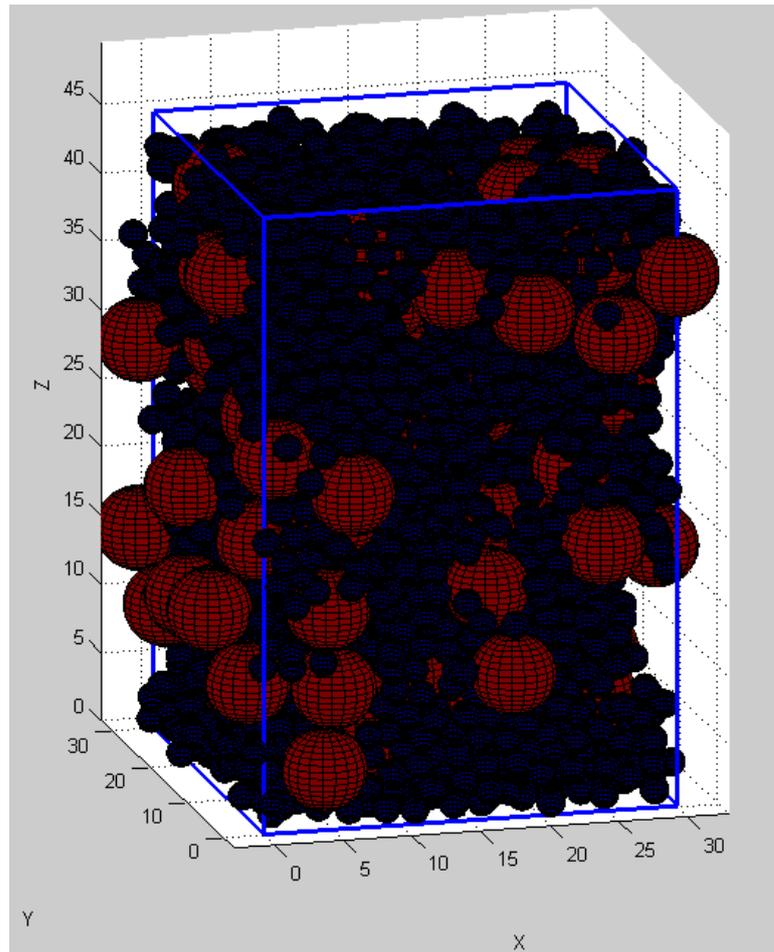


Fig.2.12: esempio di una simulazione con un bimodale;

- *Distribuzione dei raggi*: il codice permette di scegliere se adottare una particolare distribuzione dei raggi, ma si è deciso di non usare nessuna distribuzione particolare, quindi tutte le sfere possiedono un raggio che è esattamente il valore indicato e non un valore compreso all'interno di un certo intervallo;
- L e L_z : lato e altezza, rispettivamente, del volume di controllo;
- n_1 e n_2 : numerosità di sfere grandi e piccole, rispettivamente;

- *Posizione stabile*: una sfera viene considerata in una posizione stabile quando si verificano contemporaneamente due condizioni:
 1. La sfera appoggiasu tre punti;
 2. Il centro della sfera è contenuto all'interno del triangolo formato dall'unione dei tre punti di appoggio.

A seguito della generazione delle sfere, il loro ordine di caduta viene generato randomicamente (secondo una distribuzione uniforme), così da evitare nei casi bimodale e trimodale che cadano prima tutte le sfere con un determinato raggio e poi le altre. Le sfere vengono dotate di coordinate spaziali, generate randomicamente (all'interno dei confini del dominio), con una sola coordinata fissata uguale per tutte, che ne definisce l'altezza da cui verranno fatte cadere. Nel processo di caduta interagiscono soltanto con il fondo del dominio virtuale (Fig.2.11), nel senso che possono attraversare le pareti laterali senza interagire con esse; Il volume di controllo presenta di fianco a ciascuna faccia, dei volumi virtuali (fig.2.13), delle sue stesse dimensioni.

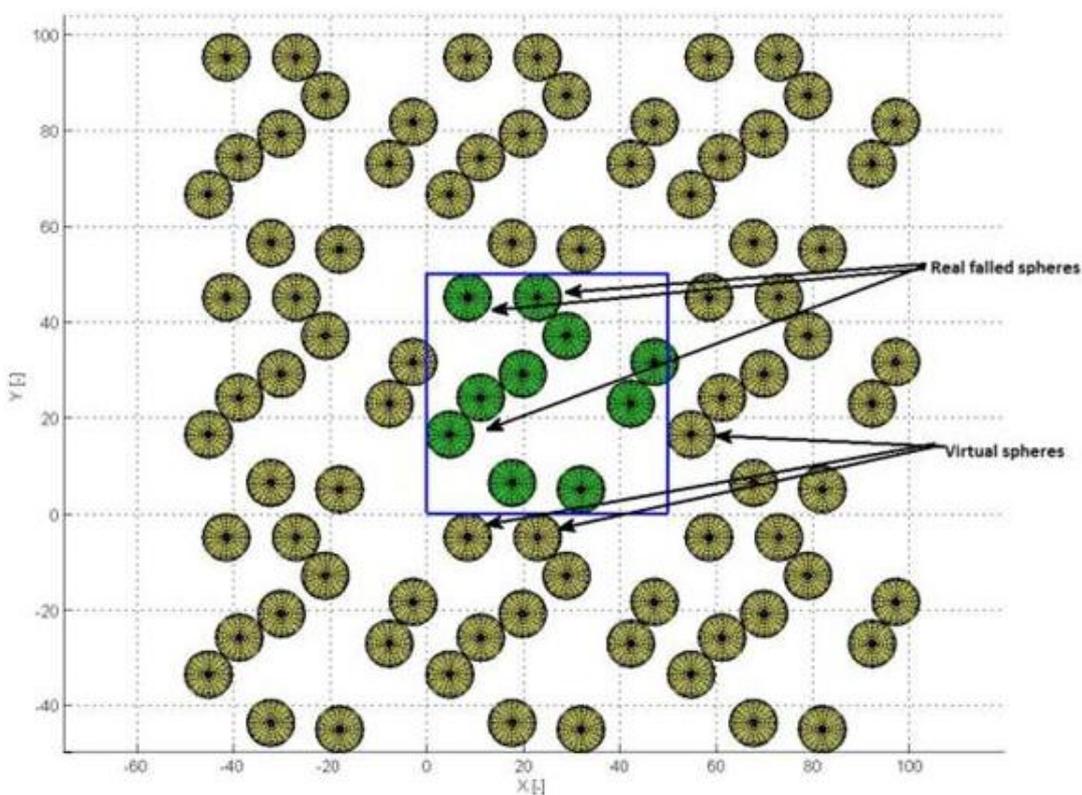


Fig.2.13: Vista dall'alto del volume di controllo (al centro) e dei volumi virtuali

Questo è stato fatto nel caso una sfera dovesse parzialmente finire fuori dai confini del mio volume di controllo nel suo processo di caduta; infatti se ciò dovesse accadere, avrei che nel lato diametralmente opposto a quest'ultimo verrebbe a cadere la porzione di sfera mancante, visto che in ogni volumetto di controllo le sfere cadono nello stesso modo. Il programma fa quindi cadere le sfere una alla volta e dopo che una delle sfere ha raggiunto una posizione stabile, non viene in alcun modo influenzata dalla caduta delle sfere successive, andando a realizzare un Random Loose Packing , che abbiamo già definito precedentemente. Quello appena descritto non è però l'unico modo in cui poter sfruttare il codice; c'è, per esempio, la possibilità di effettuare delle simulazioni che vadano a rispecchiare, per quanto possibile, anche un Random close packing; ciò viene fatto, facendo cadere invece che una sola sfera all volta, più sfere contemporaneamente (senza che si influenzino l'un l'altra), e andando a selezionare solo quella con la coordinata lungo l'asse delle z , più bassa. Ciò permette di compattare meglio le sfere e di aumentare di conseguenza la frazione volumetrica ottenuta; il codice è stato realizzato in questo modo, poiché andare a simulare un rimescolamento vero e proprio, oltre a non essere di facile implementazione, allungherebbe anche i tempi di calcolo, risultando così vantaggioso per certi versi, ma svantaggioso per altri.

Basi logiche e matematiche del codice

In questa sezione verranno riportate brevemente le logiche utilizzate dal codice utilizzato e le equazioni matematiche implementate. Nella Fig.2.11 viene riportato lo schema logico di base da cui si è partiti per realizzare il codice; esso fa vedere come dopo aver generato le coordinate delle sfere queste vengono fatte cadere e il ciclo si conclude solo quando la sfera tocca per terra oppure trova una posizione stabile, dalla quale poi non si muove più per le ipotesi del RLP. Questo metodo di caduta delle sfere, viene chiamato "Dropping and rolling" (capitolo 2.1);

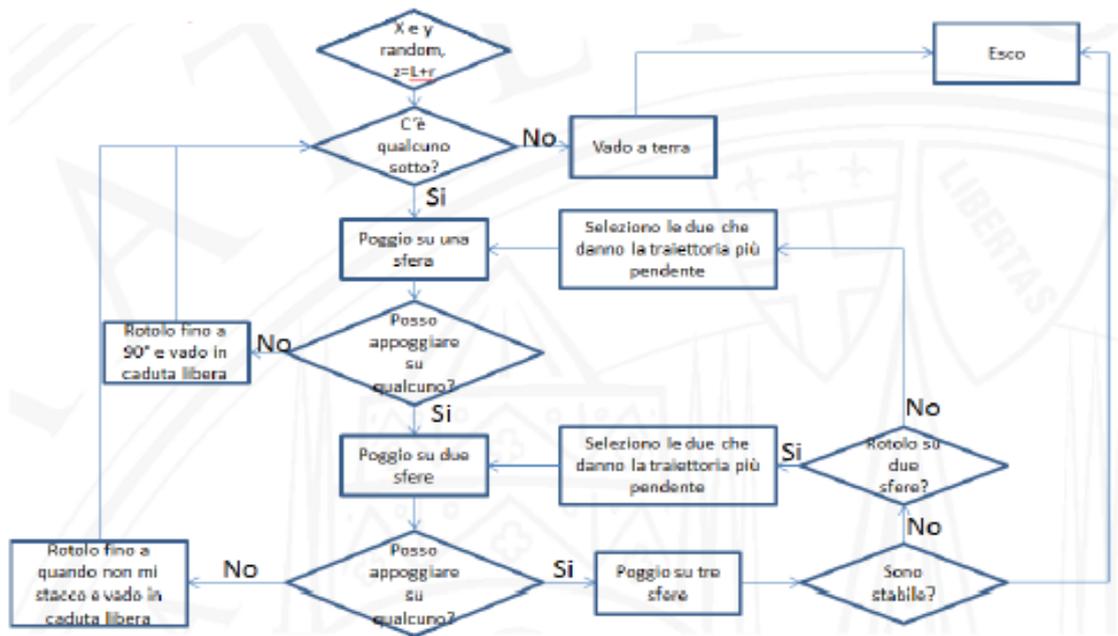


Fig. 2.14 : Schema logico su cui si basa il programma realizzato in ambiente matlab

Riporto inoltre anche le principali equazioni matematiche alla base del programma.

2.2.1 Non tocco nessuna sfera

Inizialmente si prende in considerazione il caso in cui una sfera in caduta (quindi non tocca nessun'altra sfera momentaneamente), e si vuole andare a trovare il punto di contatto con una sfera sottostante. Indichiamo con:

\mathbf{Q} = centro della sfera che cade;

\mathbf{R} = raggio della sfera;

\mathbf{xyz}_{part} = centro delle sfere con cui si interagisce;

\mathbf{R}_{part} = raggio delle sfere con cui si interagisce;

$\mathbf{l} = [0 \ 0 \ -1]$ versore che indica la direzione di caduta;

Introduciamo inoltre un concetto che risulterà fondamentale nel prosieguo , quello di “sfere aumentate”. Tale termine si usa quando abbiamo a che fare con due sfere che sono tangenti l’una con l’altra; il concetto di base è che invece di prendere in considerazione entrambe le sfere, si considera come se ce ne fosse solo una con il raggio dato dalla somma dei due raggi iniziali. Questo permette di semplificare alcuni calcoli.

Quello che si vuole fare è calcolare l'intersezione tra la retta

$$P = Q + lt \quad (2.1)$$

e le “ sfere aumentate”

$$x^2 + y^2 + z^2 + a * x + b * y + c * z - d = 0 \quad (2.2)$$

Si trova che la distanza t per la quale si ha l'intersezione della retta con la sfera aumentata è soluzione dell'equazione

$$A * d^2 + B * d + C = 0 \quad (2.3)$$

Questa, in generale, per ogni sfera esaminata, può presentare:

- **0** soluzioni = non tocco nessun’ altra sfera, di conseguenza vado a toccare il fondo del volume di controllo;
- **1** soluzione = la sfera che sta cadendo è perfettamente tangente alla sfera sottostante;
- **2** soluzioni = la traiettoria di caduta interseca in due punti la sfera sottostante, si sceglie la soluzione $d_m = \min \{d1; d2\}$

La posizione finale sarà quindi data da

$$P = Q + l * d_m \quad (2.4)$$

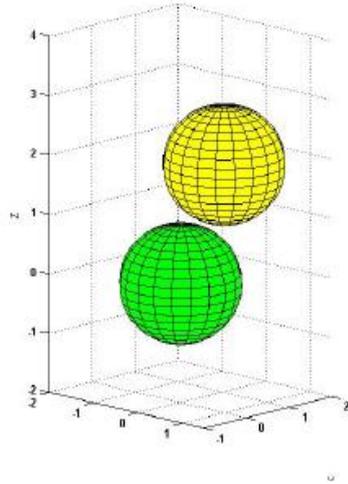


Figura 2.15: illustrazione del caso generico in cui non si tocca nessuna sfera

❖ Appoggio su una sfera

In questa sezione si andranno ad analizzare come interagisce una sfera di centro in Q e raggio r , che poggia su di un'altra sfera di centro in Q_1 e raggio r_1 , con le altre sfere aventi centro in Q_2 e raggio r_1 .

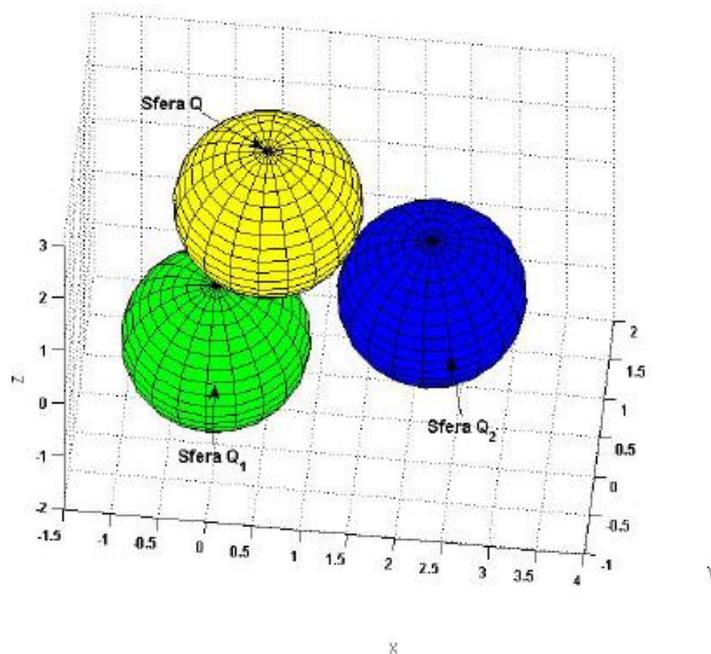


Fig.2.16: illustrazione della condizione di rotolamento fino ad incontrare un'altra sfera

Equazione della sfera analizzata:

$$x^2 + y^2 + z^2 + a * x + b * y + c * z - d = 0 \quad (2.5)$$

Equazione della sfera sulla quale appoggio:

$$x^2 + y^2 + z^2 + a_1 * x + b_1 * y + c_1 * z - d_1 = 0 \quad (2.6)$$

Equazione della sfera con la quale cerco il contatto:

$$x^2 + y^2 + z^2 + a_2 * x + b_2 * y + c_2 * z - d_2 = 0 \quad (2.7)$$

Il piano di rotolamento è noto in quanto si conoscono 3 punti appartenenti al piano stesso:

1. Il centro della sfera d'appoggio Q_1
2. Il centro della sfera che sta rotolando Q
3. La proiezione, sul piano xy, del centro della sfera che sta rotolando $p_3 = [Q(1); Q(2); 0]$

Il piano che ne risulta ha equazione:

$$a_p * x + b_p * y + c_p * z = d_p \quad (2.8)$$

L'eventuale punto di contatto dovrà inoltre appartenere al piano generato dall'intersezione della sfera 1 e dalla sfera 2 (fig.2.14), che ha equazione

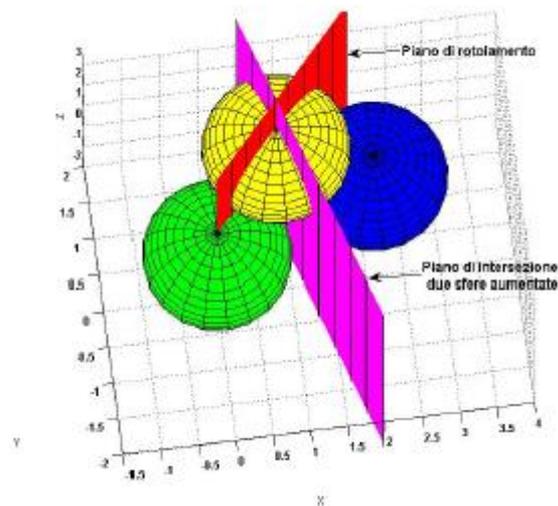


Fig.2.17: illustrazione del piano di rotolamento e di intersezione

$$Ax + By + Cz = D \quad (2.9)$$

Risolvendo il sistema dato dalle equazioni (2.8) e (2.9) otteniamo:

$$z_{sol}^2 * Z_a + z_{sol} * Z_b + Z_c = 0 \quad (2.10)$$

Quest' ultima equazione può avere

- **0** soluzioni = rotolo fino ad essere parallelo o finché non poggia per terra
- **1** o **2** soluzioni = prendo la soluzione che rispetta il verso di rotolamento. Tale verso di rotolamento deve però essere controllato, come vedremo nella sezione 2.2.5.

Se almeno uno dei due piani (di rotolamento e di intersezione) è parallelo all' asse x o all' asse y, per non incorrere nel rischio di dividere per zero, si introducono dei nuovi coefficienti. Il procedimento risulta essere lo stesso di prima, con qualche leggera semplificazione .

Se mi trovo nel caso in cui non ho nessuna intersezione con la terza sfera conviene passare da un sistema di riferimento cartesiano, ad un sistema di riferimento sferico. Quello che si ottiene è

$$\begin{cases} \cos \theta_{ini} = \frac{x-x_{app}}{d} \\ \sin \theta_{ini} = \frac{y-y_{app}}{d} \end{cases} \quad (2.11)$$

Con x_{app} e y_{app} si indicano le coordinate della sfera sulla quale appoggio e con d invece

$$d = \sqrt{(x - x_{app})^2 + (y - y_{app})^2} \quad (2.12)$$

Si distinguono due casi diversi:

1. $z_{app} \geq r$. In questo caso, la quota finale del centro della sfera che sta rotolando sarà esattamente pari a quella della sfera su cui poggia per cui avremo che

$$\theta_{end} = \frac{\pi}{2}$$

2. $z_{app} \leq r$. In questo caso invece, la sfera che sta rotolando, tocca terra prima di raggiungere una posizione parallela alla sfera d'appoggio (Fig. per cui l'angolo finale θ_{end} può essere calcolato come

$$\theta_{end} = \arcsin \left\{ \frac{r-r_{app}}{R_{app}} \right\} \quad (2.13)$$

Grazie ai valori di $\cos \theta_{ini}$ e $\sin \theta_{ini}$ ed a quello di θ_{end} , otteniamo la posizione finale, in un sistema di riferimento cartesiano, del centro della sfera che rotola in caso di nessun contatto con altre sfere.

Quando si hanno due possibili valori di θ il codice di calcolo procede nel seguente modo:

1. Sceglie la z finale che è più vicina alla z iniziale
2. Calcola x ed y finali
3. Controlla, confrontando il valore finale di θ con il valore di θ_{ini} , la coerenza del rotolamento

Se questa soluzione va bene si prosegue nel calcolo, altrimenti si ritorna al punto 1, si sceglie il valore dell'altra soluzione e si ricomincia.

❖ Appoggio su due altre sfere

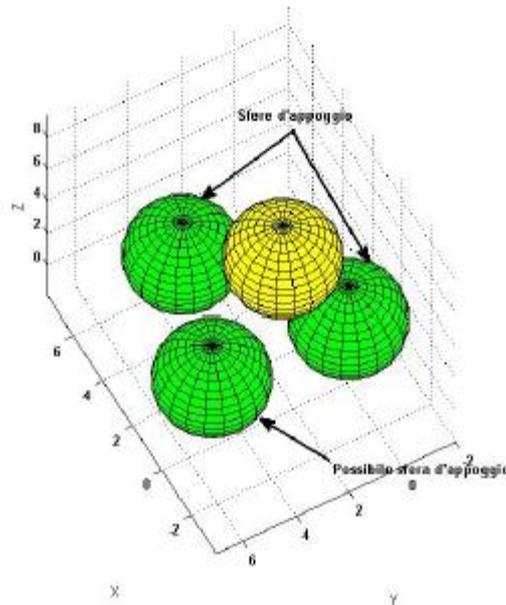


Fig.2.18 : Poggio su due sfere: condizione iniziale

In questo caso il tipo di ragionamento è molto simile ai precedenti, e dopo aver risolto il sistema si possono avere tre tipi diversi di soluzione:

1. Due soluzioni = Si cerca la soluzione più fisica:
 - La soluzione deve avere una $z_{sol} \leq$ della z iniziale;
 - $z_{sol} \geq R$;

- Il segno della soluzione $\mathbf{Q}' = [x \ y \ z_{sol}]$ deve essere uguale al segno della soluzione iniziale;
2. Una soluzione = La retta su cui giace il punto di contatto è tangente alla sfera d'appoggio, se la soluzione rispetta le condizioni di cui sopra si prende questa soluzione, altrimenti si calcola la traiettoria di caduta della sfera e la posizione finale è proprio l'ultimo punto appartenente alla traiettoria calcolata.
 3. Zero soluzioni = se non ci sono possibili soluzioni, si fa rotolare la sfera e poi si va in caduta libera. Il problema si pone nel cercare di capire fino a che punto far rotolare la sfera prima di farla cadere. In questo senso una possibile soluzione sta nel calcolare la traiettoria (una circonferenza inclinata di un certo angolo), nel calcolare la derivata rispetto a z (la pendenza), e nel far staccare la sfera nel punto dove la pendenza della traiettoria è massima[10].

Sa almeno uno dei due piani è parallelo all'asse z oppure all'asse y , come nella sezione 2.2.1 si introducono dei nuovi coefficienti e si risolve il problema come descritto in questa sezione.

3.1 Simulazioni con il bimodale

Come prima cosa, si è deciso di effettuare delle simulazioni con un bimodale, prendendo in considerazione come rapporto R_1/R_2 , dei valori che vanno da due a sei. Per ogni singolo rapporto dei raggi, si è poi preso in considerazione una percentuale volumetrica di sfere grandi che varia dal 10% al 90% con intervalli del 10%. Come primo tentativo per ottenere tali percentuali, si è fatto calcolare al codice stesso, prima dell'inizio della caduta delle sfere, quante di esse numericamente, dovevano essere grandi e quante piccole sul totale, per avere la percentuale volumetrica desiderata. Si è anche deciso di non prendere in considerazione nell'analisi la porzione di volume di controllo più vicina al fondo e anche quella più vicina alla sommità; ciò è stato fatto per eliminare gli effetti di bordo, dovuti al fatto che in queste due porzioni di volume si andavano ad ammassare una grande quantità di sfere piccole (Fig.3.1).

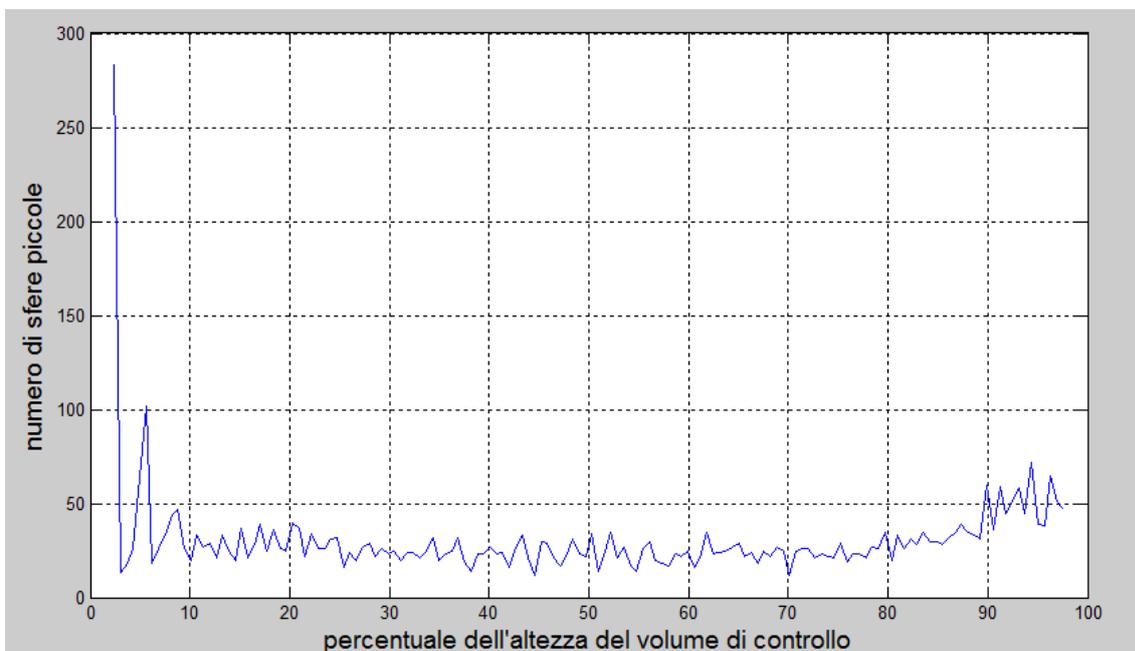


Fig.3.1:grafico in cui possiamo notare la presenza degli effetti di bordo

Dopo aver eseguito tutte le simulazioni, si è notato che le percentuali volumetriche ottenute si discostavano da quelle ci si sarebbe aspettati di trovare (p_1 e p_2); in particolare lo scostamento era più grande all'aumentare del rapporto dei raggi e della percentuale volumetrica dati in input. Questo era dovuto a diversi motivi, tra cui il fatto che alcune delle sfere, nel processo di caduta, andavano a finire all'esterno del volume di controllo e non potevano quindi essere conteggiate nel computo finale.

Da qui è nata l'esigenza di effettuare un controllo interno al codice stesso diviso in due parti:

1. Si è pensato di dividere l'array contenente i raggi di tutte le sfere, in sottoinsiemi più piccoli; Il codice inizialmente calcola le percentuali di sfere grandi e piccole che sono necessarie per avere p_1 e p_2 inseriti in input. Così, qualunque sia il numero totale di sfere che si vogliono usare nella simulazione, il codice è sempre in grado di calcolare quante di queste sfere totali devono essere grandi e quante piccole, semplicemente andando a moltiplicare il numero totale di sfere, n , con tali percentuali. Questo stesso ragionamento può essere adoperato anche per dei sottoinsiemi delle sfere totali, così invece di dividere in sfere grandi e piccole sulle n sfere totali, le si divide di volta in volta ogni $n/10$ sfere, ad esempio. Questo tipo di stratagemma, però, essendo precedente alla caduta delle sfere, non riesce a prevenire altre problematiche successive;
2. Si è quindi inserito nel codice un ulteriore controllo, che ogni n (da non confondere con n =numero tot di sfere) sfere cadute, verifica la percentuale volumetrica, e se questa differisce da quella inserita in input, aggiunge a quelle che devono ancora cadere, delle nuove sfere che possono essere grandi o piccole a seconda del caso in cui ci si trova.

Mentre il primo punto risulta di più facile realizzazione, il secondo è di natura più complessa; si esporranno di seguito i punti fondamentali della programmazione in matlab che sono serviti a realizzarlo:

- a) In seguito alla caduta di ogni sfera, viene controllato se la coordinata lungo l'asse z del suo centro si trova sopra una certa altezza, che sarà poi l'altezza a cui si andrà a tagliare alla fine per eliminare gli effetti di bordo; tale altezza, che è solitamente la stessa sia dall'alto che dal basso del volume di controllo, è compresa tra il 10% e 20% di L_z e tra il 90% e l'80%. Se la sfera si trova sotto tale livello, allora non viene conteggiata, se si trova sopra, allora si aumenta di uno un contatore definito in precedenza;
- b) Quando si è raggiunto il valore del contatore prefissato, quest'ultimo viene riassetato, e si controllano tutte le sfere che sono al disopra del livello prefissato andando a vedere quale è la percentuale volumetrica di sfere grandi (e di conseguenza delle piccole);
- c) Se tale percentuale non corrisponde con quella che è stata richiesta dall'utente, allora il programma calcola quante sfere grandi o piccole deve aggiungere affinché il valore richiesto in input sia anche quello finale;

Si definiscono:

n_1 = numerosità di sfere grandi che sono cadute;

n_2 = numerosità di sfere piccole che sono cadute;

Δn_1 = numerosità di sfere grandi che si devono aggiungere;

Δn_2 = numerosità di sfere piccole che si devono aggiungere;

V_{big} = volume di una sfere grandi ;

V_{small} = volume di una sfere piccoli ;

V_{tot2} = volume dato dalla somma dei volumi delle sfere già cadute più il volume delle sfere piccole che devono essere aggiunte;

Si riportano di seguito i calcoli che effettua il codice:

$$p_2 * V_{tot2} = n_2 * V_{small} + \Delta n_2 * V_{small} \quad (3.1)$$

$$p_2 * V_{big} * n_1 + p_2 * V_{small} * (n_2 + \Delta n_2) = n_2 * V_{small} + \Delta n_2 * V_{small} \quad (3.2)$$

$$p_2 * V_{big} * n_1 + p_2 * V_{small} * n_2 + p_2 * V_{small} * \Delta n_2 = n_2 * V_{small} + \Delta n_2 * V_{small} \quad (3.3)$$

$$p_1 + p_2 = 1 \quad (3.4)$$

$$p_2 * V_{big} * n_1 = p_1 * V_{small} * n_2 + p_1 * V_{small} * \Delta n_2 \quad (3.5)$$

$$\Delta n_2 = \frac{p_2 * V_{big} * n_1}{V_{small} * p_1} - n_2 \quad (3.6)$$

A seconda del valore di Δn_2 si possono avere due casi:

- Se $\Delta n_2 \geq 0$ allora vengono aggiunte Δn_2 sfere piccole;
- Se $\Delta n_2 < 0$ allora si calcola il valore di Δn_1 come segue:

$$\Delta n_1 = \frac{(|\Delta n_2| + n_2) * p_1 * R_2^3}{R_1^3 * p_2} - n_1 \quad (3.7)$$

d) Il numero di sfere che devono essere aggiunte non viene sempre un numero intero, ma come spesso accade presenta delle cifre decimali; siccome non è possibile aggiungere delle “porzioni” di sfera, si è deciso di sommare tali cifre decimali di volta in volta e quando il loro valore dovesse eguagliare o eccedere l’unità, si

aggiunge una sfera ulteriore a quelle che dovrebbero già essere aggiunte;

Attraverso questi due algoritmi si è potuto notare che la precisione delle simulazioni, per quanto riguarda la percentuale volumetrica, era aumentata notevolmente; nella Fig 3.2 abbiamo degli esempi di simulazioni.

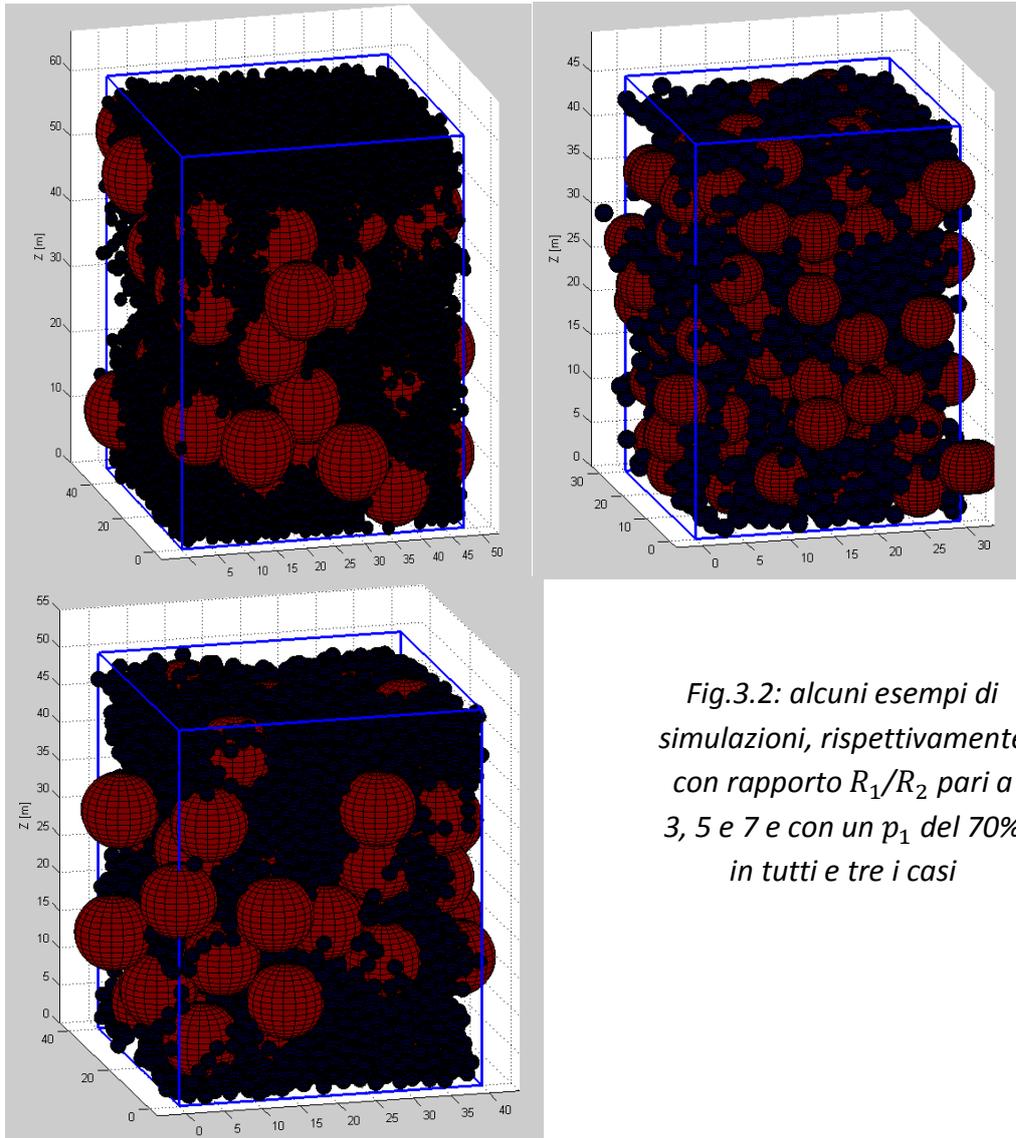


Fig.3.2: alcuni esempi di simulazioni, rispettivamente con rapporto R_1/R_2 pari a 3, 5 e 7 e con un p_1 del 70% in tutti e tre i casi

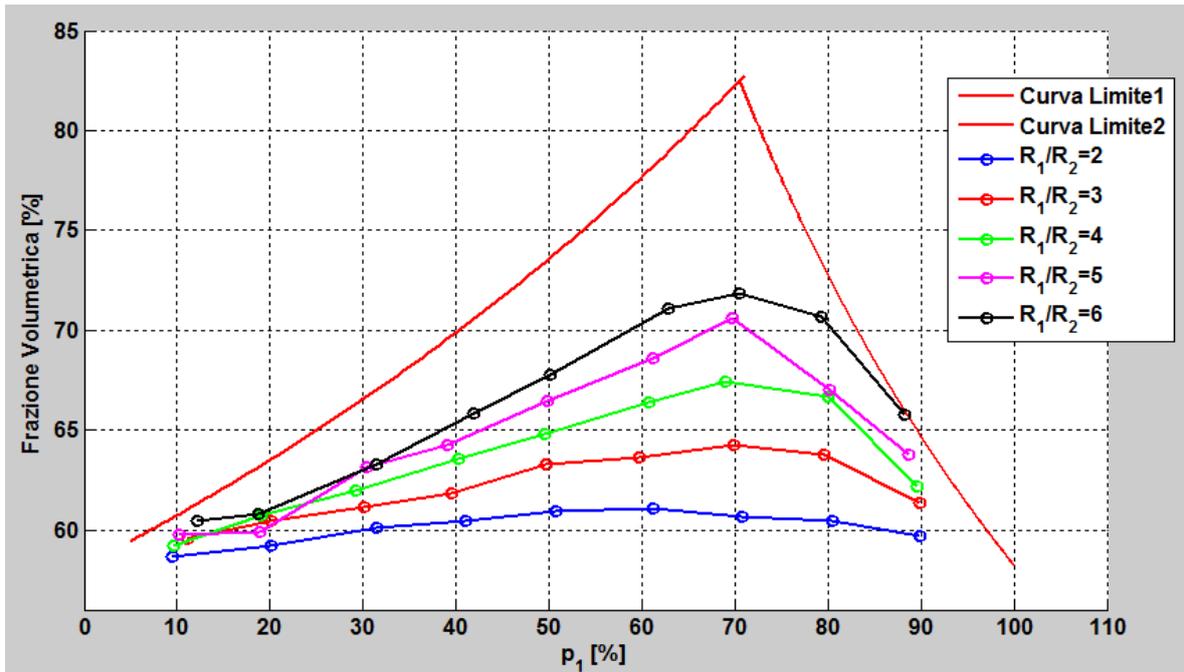


Fig.3.3: Grafico delle frazioni volumetriche in funzione di p_1 per i vari rapporti dei raggi , con le curve limite

Nella Fig.3.3 vediamo un grafico con le curve dei vari rapporti dei raggi, con $\%p_1$ sull'asse delle ascisse e la frazione volumetrica sull'asse delle ordinate; si possono fare le seguenti considerazioni:

- Grazie ai due metodi di controllo si può vedere come come le percentuali volumetriche ottenute (nel grafico sono i tondi che intramezzano le curve dei vari rapporti di raggio) non si discostano di molto dal relativo valore di p_1 ;
- All'aumentare del rapporto dei raggi , tende ad aumentare anche la frazione volumetrica. Altrettanto non si può dire per valori bassi di p_1 . Ciò può essere dovuto ad errori nelle simulazioni; ma essendo tali zone di interesse minore ai fini del nostro studio, non si è andati a indagare ulteriormente;

- Il valore della frazione volumetrica, tende ad aumentare anche all'aumentare di p_1 , per poi decrescere dopo aver superato il valore massimo circa al 70%;
- Le due curve limite che sono state disegnate in rosso hanno un significato molto importante. In particolare si deve andare a vedere se le curve dei vari rapporti dei raggi toccano le curve limite. Se si analizza la Fig.3.3, si può vedere come questo accade solo per un rapporto di raggi pari a sei e con $p_1=90\%$. Per questo particolare valore, si può considerare le sfere piccole come totalmente disperse tra quelle grandi e in questo modo, la frazione volumetrica sarebbe data dalla frazione volumetrica di un monomodale (nota) più la frazione volumetrica data dalle sfere piccole, corrispondente al 10%(p_2) di quella del monomodale stesso. In questo modo invece di andare a considerare nelle simulazioni un bimonodale, si potrebbe analizzare un monomodale in cui è già noto il contributo in termini di frazione volumetrica dato dalla presenza delle sfere piccole. Questo aspetto risulta essere molto importante per quanto riguarda il successivo lavoro con un trimodale. Infatti, teoricamente, se nel trimodale si dovesse prendere un rapporto dei raggi tra le sfere grandi e quelle piccole che è superiore o uguale a sei, per determinati valori di p_1 le sfere piccole dovrebbero essere totalmente disperse. Le due curve limite si possono ricavare analiticamente:

Curva limite 1:

$$V = \frac{\%mono}{\%p_1} * 100;$$

Curva limite 2:

$$V = 100 * (\%mono + (1 - p_1) \frac{\%mono}{1 - (1 - \%mono) * p_1})$$

Dove con %mono si è indicato la frazione volumetrica di un monomodale e con V la frazione volumetrica.

Nella Fig.3.4 invece possiamo vedere un grafico con il numero di contatto sulle ascisse e la frequenza associata sulle ordinate; per numero di contatto di una sfera x , si intende il numero di altre sfere che toccano la stessa sfera x . Nel grafico possiamo vedere come all'aumentare del rapporto dei raggi:

- aumenti il numero di contatto;
- la curva tende ad avere un solo picco, mentre per valori più bassi del rapporto dei raggi ha più di un picco;

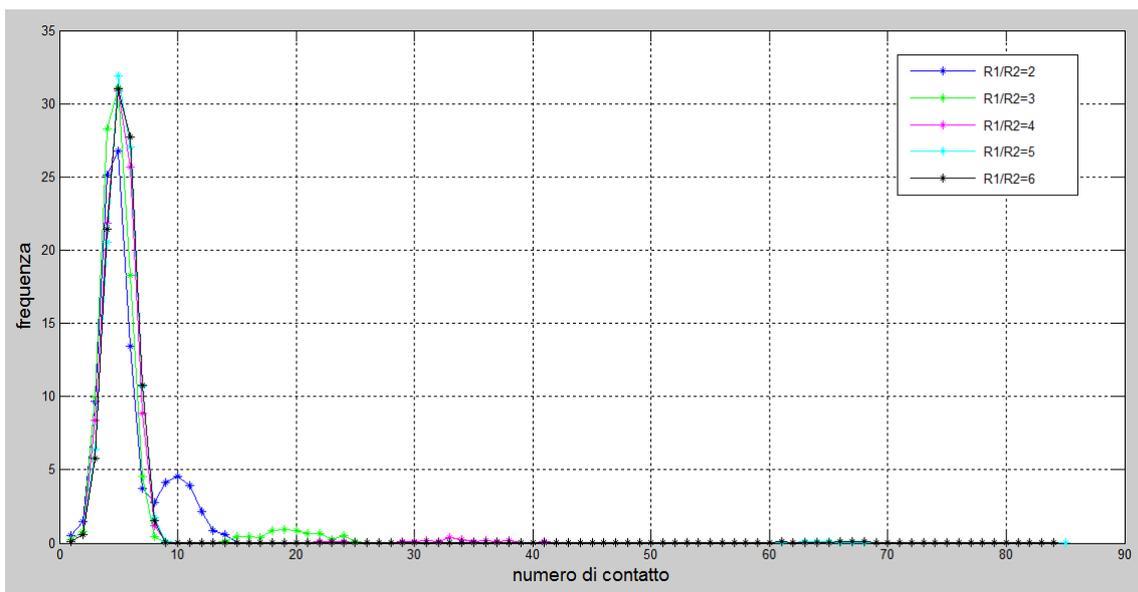


Fig.3.4: grafico del numero di contatto in funzione della frequenza per i vari rapporti dei raggi

In seguito si è studiato il mean coordination number (mcm), andando a fare una media dei vari numeri di contatto in base alle loro frequenze; quello che si voleva andare a verificare era come tale mcm variava all'aumentare del rapporto dei raggi. Durante tale studio, ci si è accorti di come il mcm aumenti, a parità di rapporto dei raggi e di p_1 , all'aumentare del volume di controllo, più precisamente all'aumentare dell'altezza L_z ; tutto ciò è riportato nella Fig.3.4 dove si vedono tre curve di colori diversi che si distinguono per la dimensione della base del dominio virtuale(L) e delle quali viene

analizzato il mcm per diversi valori di L_z . Le simulazioni sono di un bimodale con rapporto dei raggi pari a due. Si può vedere come il valore di mcm aumenti di volta in volta con L_z fino a che il suo valore non si assesta.

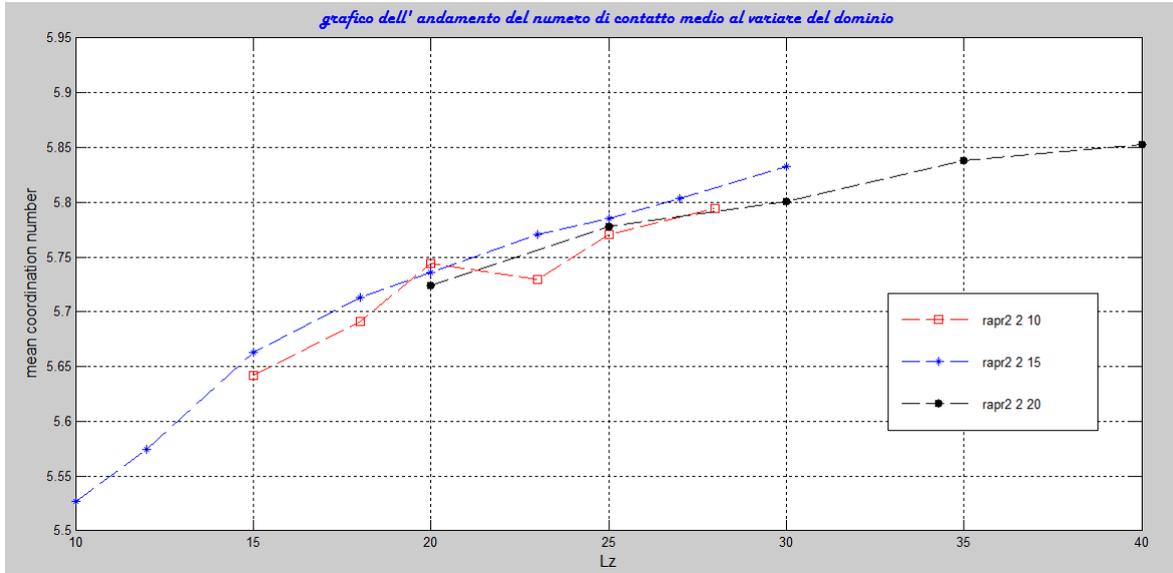


Fig.3.5: variazione del mean coordination number in funzione di L_z per diversi valori di L

Mentre nella Fig.3.5 è riportato la variazione del mcm a parità di p_1 ma all'aumentare del rapporto dei raggi.

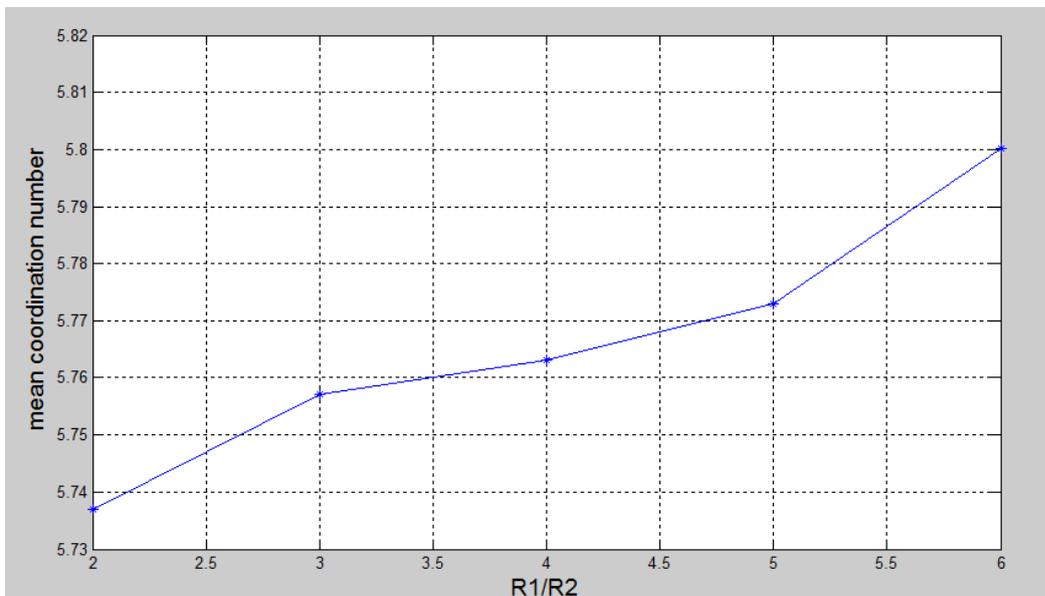


Fig.3.6: grafico del mcm in funzione del rapporto dei raggi

Il grafico bidimensionale in Fig3.3 è stato successivamente trasformato in tridimensionale grazie ad una funzione di matlab e si è così potuto ottenere la mappa 3d di Fig.3.7:

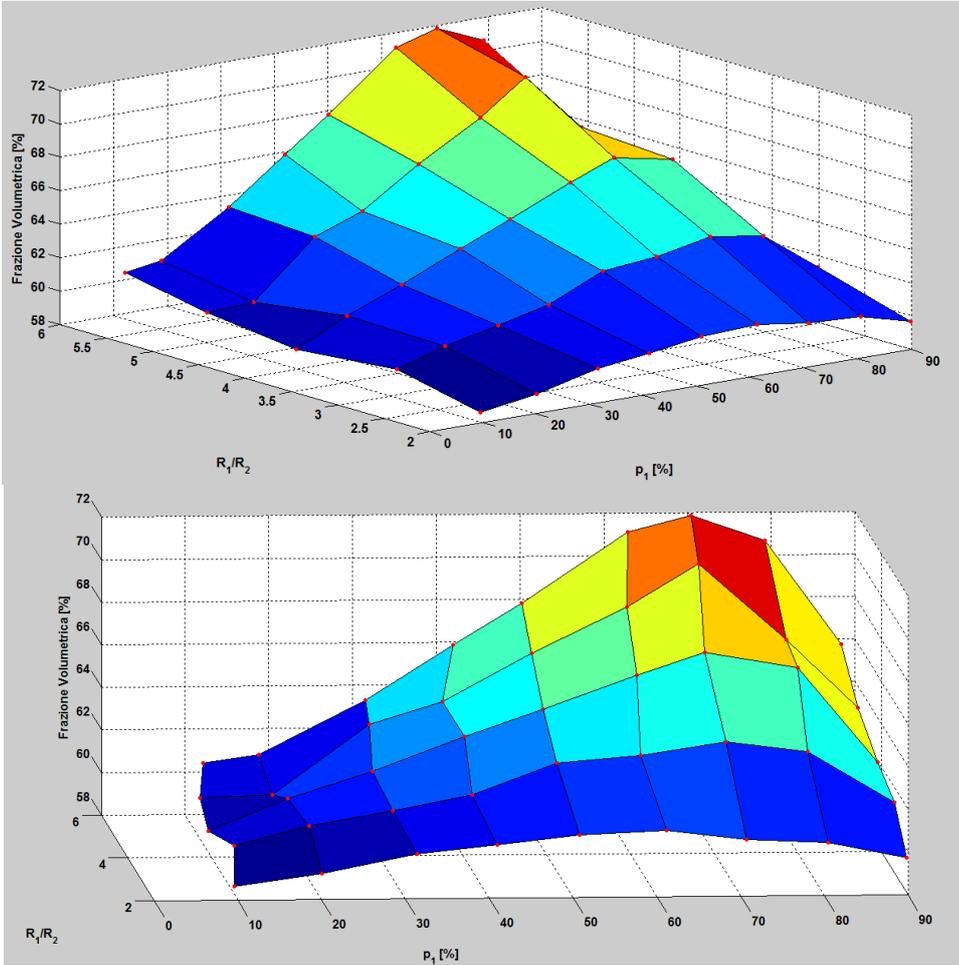


Fig.3.7: grafico 3d delle frazioni volumetriche da due diverse angolazioni

3.2 Simulazioni con il trimodale

Dopodiché si è passato a prendere in considerazione delle simulazioni con un trimodale, con $R_1/R_2 = 2$ e $R_2/R_3 = 4,44$. Per non incorrere negli stessi problemi delle simulazioni fatte con il bimodale, si è deciso anche in questo caso di effettuare un controllo interno al codice per fare sì che le percentuali volumetriche dei singoli componenti non fossero troppo distante da quella inserita in input. Quello che si è ottenuto è mostrato nella Fig.3.8. In tale grafico, si hanno nei tre lati del triangolo le percentuali volumetriche di sfere grandi, medie e piccole, mentre la scala di colori indica il valore della frazione volumetrica.

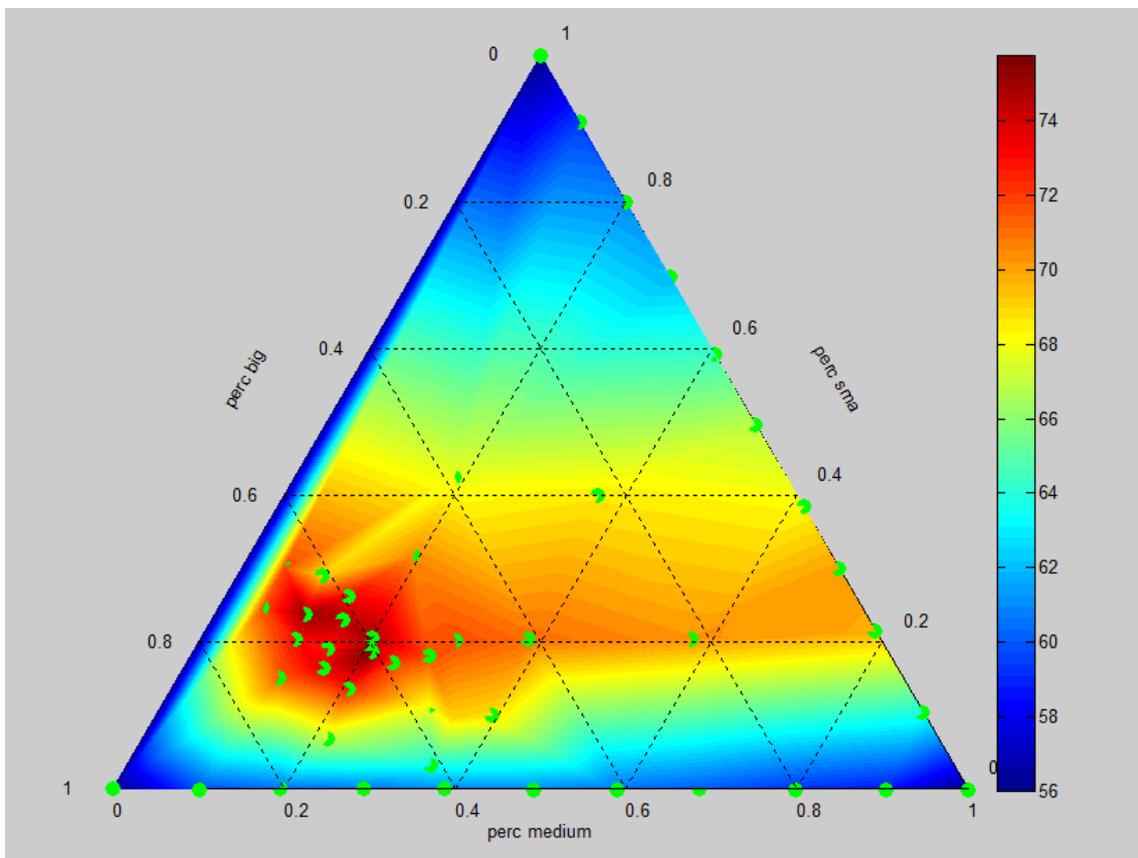


Fig.3.8: grafico 4d con la frazione volumetrica per un trimodale

I punti verdi invece indicano le percentuali volumetriche ottenute dalle singole simulazioni; come si può notare dalla figura, l'attenzione è stata concentrata nella zona con percentuale volumetrica di sfere grandi tra il 60% e l'80%, poiché in quella zona ci si aspettava di avere la frazione volumetrica più elevata. Un tale tipo di indicazione era anche conseguenza dell'analisi del bimodale, dove si era visto come la frazione volumetrica per quasi tutti i rapporti dei raggi raggiungeva il suo picco nella zona attorno al 70% di p_1 .

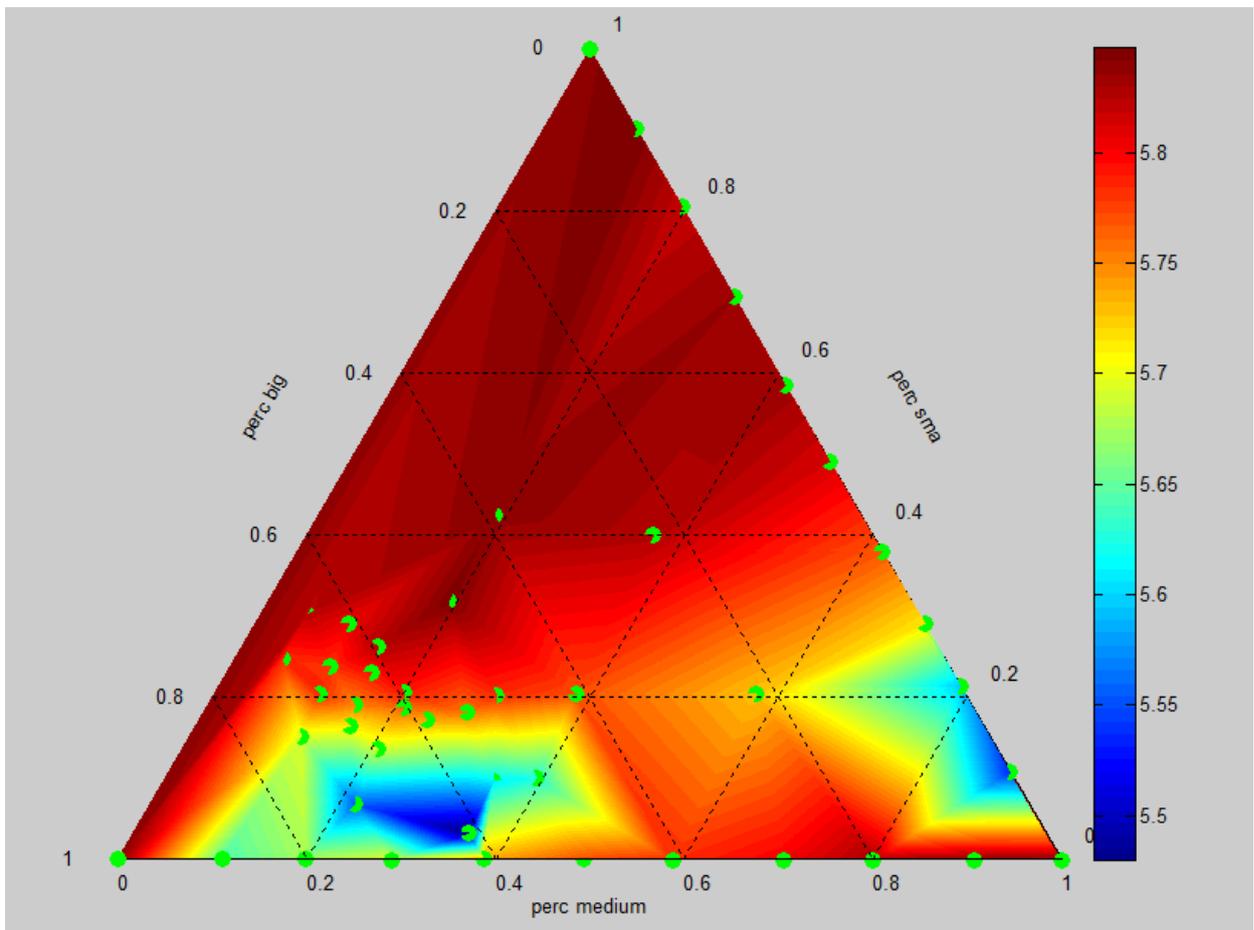


Fig.3.9: grafico 4d del mean coordination number per un trimodale

Nella Fig.3.9 invece si può vedere un altro grafico 4d sempre con i lati che indicano le percentuali volumetriche, mentre in questo caso la scala di colori si riferisce al mean coordination number. Infine, nella Fig.3.10 viene riportato un altro grafico con ai lati del triangolo sempre le percentuali volumetriche, mentre con la scala di colori il massimo coordination number. In questo ultimo grafico, si può notare come il massimo coordination number cresce al crescere di p_3 , ossia le particelle di perclorato “fine”; ciò è dovuto al fatto che le particelle di raggio R_1 e R_2 , a mano a mano che il numero di quelle con raggio R_3 aumenta, si trovano ad essere in contatto con un numero sempre più elevato di queste ultime.

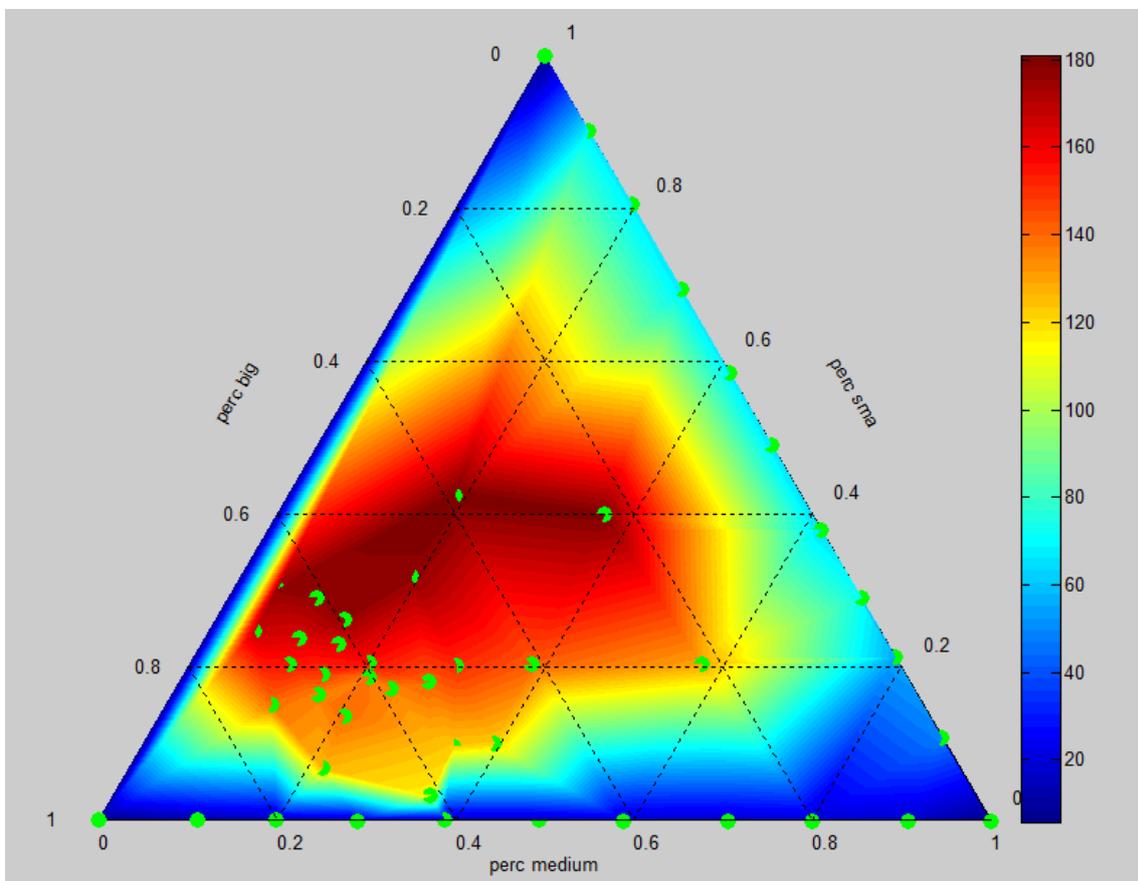


Fig.3.10: grafico 4d del max coordination number per un trimodale

Conclusione e sviluppi futuri

Con il presente lavoro è stato realizzato uno studio sull'impacchettamento del propellente di un razzo a solido. L'obiettivo primario era quello di trovare la granulometria delle particelle di perclorato di ammonio e polvere di alluminio tali da minimizzare gli spazi vuoti presenti all'interno del propellente, e che vengono successivamente riempiti con l'HTPB. Lo studio è stato eseguito inizialmente su di un propellente bimodale, non considerando le particelle di perclorato di ammonio fine, ma soltanto quelle di perclorato grosso e la polvere di alluminio. Quello che si è potuto dedurre è che la frazione volumetrica aumenta all'aumentare del rapporto dei raggi e raggiunge il suo picco per dei valori della percentuale volumetrica di sfere grandi attorno al 70%, in un bimodale. Un altro aspetto fondamentale che si è potuto constatare, è che per determinati rapporti dei raggi e valori di p_1 , le sfere piccole possono essere considerate completamente disperse tra quelle grandi; questo risultato in particolare, permetterebbe di non considerare la presenza delle sfere piccole all'interno di un bimodale, ma di rapportarsi direttamente ad un monomodale al quale viene aggiunto in seguito la frazione volumetrica delle sfere piccole, già nota in partenza. Questo aspetto risulta fondamentale anche per un trimodale, dove si possono considerare le particelle di perclorato "fine" come disperse tra quelle della polvere di alluminio e del perclorato di ammonio "grosso", e ridurre lo studio da un trimodale ad un bimodale, semplificando il tutto sia in termini di complessità che di tempo. Un aspetto fondamentale che va sottolineato maggiormente è che le simulazioni sono state effettuate senza una particolare distribuzione della lunghezza dei raggi, mentre in realtà si ha che tali raggi non sono quasi mai uguali ad un solo valore, ma variano

all'interno di un certo range. Quindi, un possibile sviluppo futuro del codice, potrebbe essere appunto quello di inserire una certa distribuzione nella lunghezza dei raggi e andare a vedere se i risultati ottenibili in tali condizioni differiscono di molto da quelli ottenuti fino ad ora.

Bibliografia

- [1] http://www.grc.nasa.gov/WWW/k12/TRC/Rockets/history_of_rockets.html
- [2] <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/132656/Congreve-rocket>
- [3] <http://www.nasa.gov/audience/foreducators/rocketry/home/konstantin-tsiolkovsky.html>
- [4] *AU Space Reference Guide*, Appendix E ,ROCKET THEORY
- [5] http://wwwusers.ts.infn.it/~gregorio/lessons/cap_v.pdf
- [6] *Rocket Prolulsion Elements*, George P.Sutton, Oscar Biblarz
- [7] *Study of theWall Effect on Particle Packing Structure Using X-ray Micro Computed Tomography*, M. Suzuki, T. Shinmura , K. Iimura e and M. Hirota
- [8] M. Karim HITTl, *Direct numerical simulation of complex Representative Volume Elements (RVEs): Generation, Resolution and Homogenization*
- [9] Shuji Yamada, Jinko Kanno, Miki Miyauchi, *Multi-Sized Sphere Packing*
- [10] Domenico Fedele, *Formule ed equazioni per calcolare in modo analitico la posizione di una sfera rispetto ad altre sfere*
- [11] Central European Journal of Energetic Materials, 2009, *Ageing Behaviour of HTPB Based Rocket Propellant Formulations*