

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITA' DI BOLOGNA
CAMPUS DI CESENA
SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA BIOMEDICA

SVILUPPO E VALIDAZIONE DI UN ALGORITMO PER LA
CLASSIFICAZIONE VEGLIA-SONNO

Tesi di laurea in:

ELABORAZIONE DATI E SEGNALI BIOMEDICI LM

Relatore:
Prof. Mauro Ursino

Candidato:
Giuseppe Fruci

Correlatore:
Ing. Filippo Cona

III Sessione di Laurea
ANNO ACCADEMICO 2012/2013

Indice

Introduzione	I
1 Concetti preliminari	1
1.1 L'addormentamento	1
1.2 EOG ed EEG	2
1.3 SEM in relazione all'addormentamento	4
2 Materiali e Metodi	7
2.1 Classificazione del sonno dall'EEG	7
2.1.1 Cosa significa classificare	8
2.1.2 Support Vector Machines	9
2.1.3 Support Vector Machines lineari	9
2.1.4 Support Vector Machines non lineari	15
2.1.5 Support Vector Machine in MATLAB	17
2.1.6 Acquisizione dati	20
2.1.7 Estrazione delle features	20
2.1.8 Ricerca Classificatore	22
2.1.9 Prestazioni Classificatore	23
2.1.10 Classificatore finale	25
2.1.11 Classificazione soggetti conducenti	25
2.2 Identificazione dei SEM	26
2.2.1 Metodo di identificazione	27
2.2.2 Conteggio SEMs	28

3	Risultati	31
3.1	Prestazioni dei classificatori SVM	31
3.2	Classificatore definitivo	33
3.3	SEM in relazione all'addormentamento	36
4	Discussione e Conclusioni	41
4.1	Sviluppi futuri	44
A	Moltiplicatori di Lagrange	45
A.1	Formulazione lagrangiana caso dati linearmente separabili	45
A.2	Formulazione lagrangiana caso dati non linearmente separabili .	47
	Bibliografia	48

Introduzione

La sonnolenza durante la guida è un problema di notevole entità e rappresenta la causa di numerosi incidenti stradali. Rilevare i segnali che precedono la sonnolenza è molto importante in quanto, è possibile mettere in guardia i conducenti dei mezzi adottando misure correttive e prevenendo gli incidenti. Attualmente non esiste una metodica efficace in grado di misurare la sonnolenza in maniera affidabile, e che risulti di facile applicazione. La si potrebbe riconoscere da mutazioni di tipo comportamentale del soggetto come: presenza di sbadigli, chiusura degli occhi o movimenti di caduta della testa. I soggetti in stato di sonnolenza presentano dei deficit nelle loro capacità cognitive e psicomotorie. Lo stesso vale per i conducenti i quali, quando sono mentalmente affaticati non sono in grado di mantenere un elevato livello di attenzione. I tempi di reazione si allungano e la capacità decisionale si riduce. Ciò è associato a cambiamenti delle attività delta, theta e alfa di un tracciato EEG. Tramite lo studio dei segnali EEG è possibile ricavare informazioni utili sullo stato di veglia e sull'insorgenza del sonno.

Come strumento di classificazione per elaborare e interpretare tali segnali, in questo studio di tesi sono state utilizzate le support vector machines (SVM). Le SVM rappresentano un insieme di metodi di apprendimento che permettono la classificazione di determinati pattern. Necessitano di un set di dati di *training* per creare un modello che viene testato su un diverso insieme di dati per valutarne le prestazioni. L'obiettivo è quello di classificare in modo corretto i dati di input. Una caratteristica delle SVM è una buona capacità di generalizzare indipendentemente dalla dimensione dello spazio di input. Questo le rende particolarmente adatte per l'analisi di dati biomedici come le registrazioni EEG multicanale caratterizzate da una certa ridondanza

intrinseca dei dati.

Nonostante sia abbastanza semplice distinguere lo stato di veglia dallo stato di sonno, i criteri per valutarne la transizione non sono ancora stati standardizzati. Sicuramente l'attività elettro-oculografica (EOG) riesce a dare informazioni utili riguardo l'insorgenza del sonno, in quanto essa è caratterizzata dalla presenza di movimenti oculari lenti rotatori (Slow Eye Movements, SEM) tipici della transizione dalla veglia al sonno. L'attività SEM inizia prima dello stadio 1 del sonno, continua lungo tutta la durata dello stesso stadio 1, declinando progressivamente nei primi minuti dello stadio 2 del sonno fino a completa cessazione [1]. Quindi i SEM possono essere considerati come veri e propri marcatori dell'addormentamento e potrebbero essere utilizzati anche in ambito clinico, per lo studio della sonnolenza.

In questo studio, per analizzare l'insorgere della sonnolenza nei conducenti di mezzi, sono state utilizzate registrazioni provenienti da un solo canale EEG e da due canali EOG. Utilizzare un solo canale EEG impedisce una definizione affidabile dell'ipnogramma da parte dei clinici. Quindi l'obiettivo che ci si propone, in primo luogo, è quello di realizzare un classificatore del sonno abbastanza affidabile, a partire da un solo canale EEG, al fine di verificare come si dispongono i SEM a cavallo dell'addormentamento. Quello che ci si aspetta è che effettivamente l'insorgere della sonnolenza sia caratterizzata da una massiccia presenza di SEM. La tesi è stata strutturata nel seguente modo: Nel primo capitolo si introduce il concetto di sonnolenza basata sull'analisi dei SEM presentando gli strumenti in grado di rilevarla (EEG, EOG).

Nel secondo capitolo sono descritte le basi teoriche sulle quali si sviluppa la tesi. Si parte dalla definizione del problema della classificazione analizzando le tecniche per lo sviluppo di classificatori SVM. Si effettua un confronto tra i vari classificatori scegliendo quello che garantisce le prestazioni migliori. Inoltre viene descritta la procedura di identificazione dei SEM al fine di confermare che effettivamente possano essere considerati come marker affidabili dell'addormentamento.

Il terzo capitolo è destinato alla presentazione dei risultati. La prima parte è dedicata all'analisi delle prestazioni dei classificatori testati con annessa valutazione dei pregi e dei difetti. La seconda parte è centrata sui SEM e in modo particolare su come essi si dispongono a cavallo dell'addormentamento.

Nel quarto capitolo sono riassunti i risultati ottenuti, presentati i limiti delle tecniche utilizzate e proposti eventuali sviluppi futuri.

Capitolo 1

Concetti preliminari

1.1 L'addormentamento

L'addormentamento è la fase di transizione tra veglia e sonno. Dunque rappresenta l'intervallo di tempo tra il momento in cui un soggetto è propenso a dormire e il momento in cui realmente dorme. Tuttavia se l'identificazione dello stato di veglia o sonno è relativamente semplice, definire l'addormentamento è più complicato perchè non esiste un momento in cui si verifica l'addormentamento ma si tratta di un periodo in cui si alternano continuamente fasi di veglia e sonno fino alla prevalenza di quest'ultima [2]. Le complicazioni nel definire la transizione veglia-sonno derivano anche dall'adozione, nello studio dell'addormentamento, del Sistema Standard di Classificazione delle fasi di sonno di Rechtschaffen e Kales [3], che utilizza gli stessi parametri (epoche di 30 secondi) per analizzare periodi differenti (l'addormentamento che dura pochi minuti, e il sonno che dura diverse ore).

Da un punto di vista neurofisiologico, il sonno e la veglia si possono considerare come due stati differenti ma correlati da complessi sistemi che agiscono nell'interno dell'encefalo. Questi sistemi, che svolgono una funzione regolatoria del ciclo sonno-veglia, possono essere individuati in due fondamentali processi: il processo C che controlla il ritmo circadiano e il processo S che regola le varie fasi del sonno.

Il processo C è legato alla regolazione circadiana del ciclo sonno-veglia. Ta-

le ciclo è gestito dall'ipotalamo il quale è sensibile a fattori interni, come la temperatura corporea, a fattori genetici e a segnali esterni quali alternanza di luce e buio.

Il processo S è un processo omeostatico che induce al sonno e dipende da molte variabili: temperatura dell'ambiente, umore, stanchezza. Queste variabili fanno sì che il bisogno di sonno aumenti esponenzialmente durante la veglia per diminuire, secondo una funzione esponenziale inversa, durante la notte.

Attualmente l'identificazione dell'addormentamento si basa sull'analisi del tracciato EEG, (riduzione dell'attività alfa e presenza di attività theta) ma nel corso degli anni sono stati analizzati altri fattori che si modificano insieme all'EEG durante l'addormentamento. Diversi studi hanno dimostrato che l'addormentamento è accompagnato da abbassamento della temperatura corporea [4], riduzione dell'attività elettromiografica [5], nonché abbassamento della risposta a stimoli esterni [6, 7, 8]. Inoltre la transizione veglia-sonno è accompagnata dalla comparsa di movimenti oculari lenti (SEM) identificabili tramite l'analisi del segnale elettro-oculografico (EOG).

1.2 EOG ed EEG

L'elettrooculogramma (EOG) e l'elettroencefalogramma (EEG) rappresentano dei validi strumenti utilizzati per lo studio del sonno e l'identificazione dell'addormentamento.

L'EOG viene registrato per individuare i movimenti degli occhi utili nella stadiazione del sonno. La registrazione è effettuata mediante elettrodi e si basa sulla differenza di potenziale esistente tra cornea (positiva) e retina (negativa). Gli elettrodi sono posizionati rispettivamente 1 cm sopra il canto esterno dell'occhio destro e 1 cm sotto il canto esterno dell'occhio sinistro. Ciascun elettrodo è riferito alla mastoide controlaterale. Le mastoidi, secondo il criterio internazionale 10-20, vengono etichettate come punto A1 ed A2. L'analisi del segnale EOG non solo aiuta a determinare l'insorgenza del sonno REM, caratterizzato dalla presenza di movimenti oculari rapidi, ma è anche adatta per riconoscere la sonnolenza mediante lo studio dei movimenti oculari lenti. Il segnale EEG è la misura dell'attività elettrica totale di milioni di neuroni

situati nel volume di corteccia sottostante l'elettrodo. I potenziali di superficie captati dagli elettrodi sono generati principalmente dall'attività elettrica dei neuroni piramidali che hanno la peculiarità di avere assoni molto lunghi, penetranti nelle zone sotto-corticali e in grado di trasmettere l'informazione a distanza. Se l'attivazione dei neuroni corticali è simultanea si generano campi elettrici aperti che, se sincroni, si sommano dando vita ad un segnale più intenso e rilevabile dagli elettrodi posti sulla superficie dello scalpo. Tutti i tracciati EEG registrati sono caratterizzati da onde che differiscono in ampiezza e in frequenza e sono associate all'attività mentale del soggetto durante l'acquisizione. In base alla frequenza di oscillazione vengono individuati diversi ritmi:

- ritmo *delta*: caratterizzato da frequenze fino a 4 Hz, si presenta soprattutto nel sonno profondo o anche in condizioni patologiche come il coma.
- ritmo *theta*: presenta oscillazioni con frequenze tra i 4 e i 7 Hz ed è accompagnato da movimenti oculari lenti. Spesso indica l'inizio della fase 1 del sonno.
- ritmo *alpha*: caratterizzato da frequenze che vanno dagli 8 ai 13 Hz ed è associato ad uno stato di veglia rilassata. Questo ritmo è tipico della transizione veglia-sonno.
- ritmo *beta*: è un ritmo molto veloce con frequenze che oscillano tra i 14 e i 30 Hz ed è dominante nelle fasi in cui il soggetto è sveglio e concentrato.
- ritmo *gamma*: definito nella banda di frequenze tra i 30 e i 125 Hz, è correlato all'attenzione, alla concentrazione e stati di elaborazione attiva da parte della corteccia.

Da questa classificazione ne consegue che i ritmi che si registrano durante la veglia sono quelli alpha, beta e gamma mentre per il sonno è necessario fare ulteriori riflessioni. Di solito il sonno viene distinto in due fasi: il sonno REM con movimenti oculari rapidi (Rapid Eye Movements) spesso associato ad intensa attività cerebrale, ed il sonno senza movimenti oculari rapidi (No

Rapid Eye Movements, NREM) con una ridotta attività neuronale. In base alle caratteristiche del segnale EEG il sonno NREM è suddiviso in quattro stadi [3]:

- stadio I: costituisce la transizione tra la veglia e il sonno (addormentamento). In questo stadio il ritmo alfa tende a diffondere anteriormente e il segnale risulta dominato da un'attività theta di bassa ampiezza.
- stadio II: rappresenta la fase di sonno leggero. Il segnale è caratterizzato da componenti lente in banda delta e theta con un incremento anche in ampiezza rispetto al caso precedente.
- stadi III e IV: caratterizzati dalla presenza di componenti lente in banda delta che nello stadio IV risultano ancora più predominanti. Rappresentano gli stadi più profondi del sonno.

Il segnale EEG nel sonno REM risulta caratterizzato da un'attività cerebrale simile alla veglia, in quanto il cervello è molto attivo. Infatti le persone che si svegliano in fase REM riferiscono che stavano sognando a differenza di quelle che si svegliano da una fase NREM.

Dall'analisi macrostrutturale del segnale EEG è possibile ottenere un diagramma del sonno che viene definito ipnogramma, il quale fornisce informazioni relative alla cosiddetta architettura del sonno, ossia alla composizione, rappresentazione e successione delle varie fasi del sonno.

1.3 SEM in relazione all'addormentamento

La transizione veglia-sonno è accompagnata da importanti modificazioni dell'attività oculomotoria. Si assiste ad una accentuata riduzione dei blink palpebrali e dei movimenti saccadici, con conseguente comparsa di movimenti oculari lenti (SEM). I SEM sono movimenti oculari lenti che non compaiono durante il sonno stabile o la veglia ma si presentano solo durante l'addormentamento. In base alla classificazione del sonno universalmente utilizzata [3], i SEM si collocano nella fase 1 di sonno.

In particolare si evidenzia presenza di SEM prima dell'interruzione del ritmo alfa [9] aumentando la loro percentuale in modo progressivo nei 5 minuti precedenti il sonno. Infine, alla comparsa dei fusi del sonno si riducono drasticamente [10].

Allo scopo di verificarne l'utilità come marcatore dell'addormentamento, i SEM sono stati studiati in relazione ad altre variabili legate all'addormentamento come le modificazioni del segnale elettroencefalografico. Diversi studi hanno ipotizzato una certa correlazione tra SEM e modificazioni del segnale EEG. Dal lavoro Torsvall e Akerstedt [11] è emerso che la sonnolenza è accompagnata da un aumento dell'attività alfa che raggiunge il massimo sul tracciato EEG, dalla comparsa dei SEM e anche da un incremento della potenza in banda theta. Torsvall e Akerstedt, effettuando questo studio sui macchinisti dei treni durante un turno di notte e uno di giorno, hanno dimostrato come modificazioni delle attività EEG e EOG, possano preannunciare la sonnolenza e dunque eventuali errori nell'esecuzione di un compito.

Dal momento che i SEM rappresentano un marcatore dell'addormentamento essi potrebbero essere utilizzati nello studio e nella ricerca sulla sonnolenza. Spesso il concetto di sonnolenza viene tradotto come necessità di dormire. Praticamente però può essere inteso come la velocità con cui un individuo si addormenta, cioè passa dall'attività EEG alfa, tipica della veglia rilassata, all'attività theta che caratterizza la fase 1 del sonno [12]. Le caratteristiche EEG ed EOG tipiche del sonno iniziano a comparire durante la veglia accentuandosi durante la transizione veglia-sonno. Si assiste a una continua oscillazione tra veglia e sonno che provoca un deficit delle funzioni cognitive e motorie con conseguente aumento dei tempi di reazione e diminuzione dell'attenzione.

I SEM possono essere definiti come marker affidabili della sonnolenza e dell'addormentamento però la loro interpretazione nell'ambito della polisonnografia richiede notevole dispendio di tempo e un'attenta analisi in quanto le loro caratteristiche sono estremamente variabili.

Capitolo 2

Materiali e Metodi

2.1 Classificazione del sonno dall'EEG

Determinare che un soggetto sia in uno stato di sonno o di veglia è di notevole importanza per valutare quantità e qualità del sonno. Un'attenta analisi e classificazione del sonno può aiutare anche a individuare i momenti di sonnolenza durante l'esecuzione di una qualsiasi attività in modo tale da predire incidenti sul lavoro o al volante. Lo studio della veglia e del sonno si basa principalmente sull'analisi dei segnali derivanti dall'elettro-encefalogramma (EEG), dall'elettro-oculogramma (EOG) e dall'elettro-miogramma (EMG). Il segnale EEG è considerato il più complesso del corpo umano e al fine di identificare che un soggetto sia in uno stato di veglia o sonno è necessario effettuare delle registrazioni. Le registrazioni hanno una durata variabile, ma l'analisi del tracciato EEG solitamente si effettua su epoche di 30 secondi e ogni epoca è assegnata alla veglia o ad uno stadio del sonno secondo le direttive di Rechtschaffen e Kales [3]. Lo *scoring* del sonno è effettuato da personale medico qualificato però, tale procedura, non è semplice da effettuare e richiede molto tempo. Quindi automatizzare il processo sarebbe di grande interesse. Le SVM rappresentano uno strumento automatico valido in grado di classificare un'epoca come sonno o veglia. La classificazione automatica avviene analizzando la composizione spettrale del segnale EEG che varia in relazione allo stato cerebrale nel quale il soggetto si trova. In base all'analisi spettra-

le effettuata, è possibile estrarre delle *features* (caratteristiche) che saranno utilizzate nella fase di addestramento del classificatore SVM. Saranno testati diversi classificatori SVM e quello che fornirà le migliori prestazioni in termini di sensibilità, specificità e accuratezza sarà utilizzato per la classificazione di nuovi tracciati EEG con lo scopo di identificare il diagramma veglia-sonno e il punto di addormentamento.

2.1.1 Cosa significa classificare

Con la parola classificazione si intende l'operazione di assegnazione di oggetto o pattern ad una determinata classe già nota a priori. Solitamente l'input per un problema di classificazione è rappresentato da un insieme di dati chiamato *training set* mentre l'obiettivo è quello di trovare un metodo che sia capace di generalizzare, cioè che sia in grado di classificare dati nuovi, non presenti nella fase di addestramento. Un classificatore riesce a risolvere tale problema utilizzando un algoritmo che permetta di determinare il modello che meglio approssima la relazione esistente tra gli attributi dei dati e le varie classi. Realizzato il modello, si procede alla sua *validazione* nella quale si valutano qualità e prestazioni. La fase di validazione viene effettuata su un insieme di dati chiamato *test set*, diverso da quello utilizzato per l'addestramento. Questa fase prevede un confronto tra le classi dei dati predette dal modello con quelle effettive, quindi tali classi devono essere note a priori.

Tuttavia durante lo sviluppo del modello si può andare incontro a due problemi ben noti: *underfitting* e *overfitting*. Il primo si verifica quando il modello creato è troppo semplice e non riesce a classificare bene il training set e di conseguenza neppure il test set. Il concetto di *overfitting* è molto importante soprattutto per le tecniche di apprendimento supervisionato (SVM): esso si presenta quando la complessità del modello è molto alta adattandosi in maniera ottimale al training set. Ciò conduce ad avere un errore di training estremamente basso, però il classificatore non riesce a generalizzare, cioè a classificare bene i dati che appartengono al test set. Il problema dell'*overfitting* si può verificare nei casi in cui il training set è limitato oppure quando l'addestramento è stato effettuato per troppo tempo.

2.1.2 Support Vector Machines

Le Support Vector Machine (SVM) sviluppate da Vapnik e dai suoi collaboratori durante gli anni 90 [13], sono un insieme di metodi di apprendimento supervisionato che permettono la classificazione di determinati pattern.

L'apprendimento supervisionato si ha quando l'utente fornisce un insieme di dati etichettati con la classe di appartenenza. Dunque ogni algoritmo di apprendimento necessita di un set di dati di training (addestramento) S , che consiste di N dati appartenenti a C (insieme di classi possibili).

$$S = \{x_n; y_n\} \quad |n = 1, \dots, N; \quad x_n \in R^D \quad y_n \in C \quad (2.1)$$

con x_n che è un vettore d -dimensionale, y_n indica la classe di appartenenza del dato. La funzione di mappatura $y_n = f(x)$, che associa ad ogni dato la sua classe di appartenenza non è nota, dunque lo scopo di un algoritmo di apprendimento supervisionato è proprio quello di trovare questa funzione. Ogni processo di apprendimento è suddiviso in due fasi:

- fase di *training* (addestramento) nella quale l'algoritmo analizza un di dati di training estratto dall'intero set di dati disponibili, per costruire un modello che approssima la funzione di mappatura.
- fase di *testing*, dove il modello creato, viene testato su un diverso set di dati per valutarne le prestazioni.

2.1.3 Support Vector Machines lineari

L'utilizzo di algoritmi di apprendimento automatico prevede in un primo momento di trovare il miglior criterio per separare le classi (addestramento) e successivamente, trovato il separatore ottimo, si potrà effettuare la fase di test nel quale ad ogni campione verrà assegnata una classe. Le SVM sono dei classificatori binari, quindi ci troveremo dinanzi a due sole classi e il training set sarà espresso come:

$$S = \{x_n; y_n\} \quad \text{con} \quad n = 1, \dots, N; \quad x_n \in R^D \quad y_n \in [-1, 1] \quad (2.2)$$

dove gli x_n rappresentano i campioni e gli y_n le *etichette* della corrispondente classe di appartenenza. A questo punto la distribuzione dei dati nel piano può essere differente. Potremmo trovarci di fronte a dati *linearmente separabili* e dati *linearmente non separabili*. Nel primo caso può essere tracciata una linea, se $D = 2$, oppure un iperpiano, se $D > 2$ che separa i dati appartenenti ad una classe dai dati appartenenti all'altra.

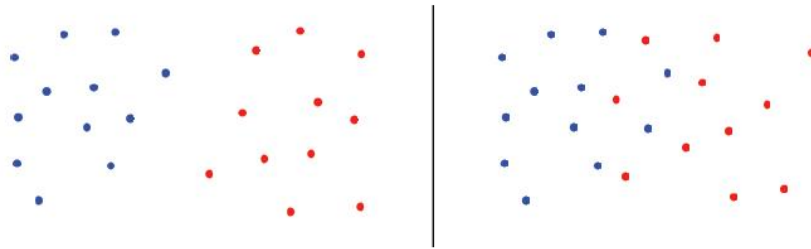


Figura 2.1: *dati linearmente separabili (sinistra), non linearmente separabili (destra).*

Dati linearmente separabili

Supponiamo che questi dati siano linearmente separabili. Per poter risolvere il problema di classificazione occorre trovare un *iperpiano* che separi il semispazio positivo da quello negativo.

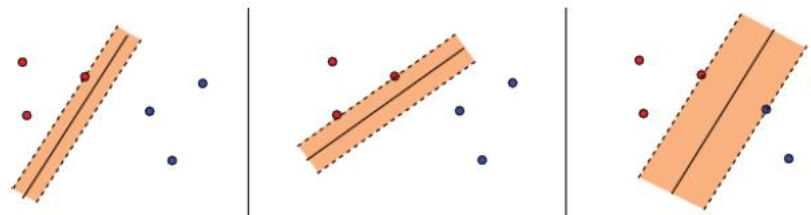


Figura 2.2: *iperpiani separatori. Nella figura a destra l'iperpiano è ottimo (margine maggiore).*

Si può notare (fig.2.2) come gli iperpiani che dividono le classi siano potenzialmente infiniti. Sembrerebbe che tutte e tre le soluzioni siano buone ma,

emerge che mantenendo il margine tra le due classi più ampio possibile il rischio di overfitting sarà minore con conseguente riduzione delle classificazioni errate sui dati che non fanno parte del training set. Dunque l'obiettivo è quello di trovare l'iperpiano ottimo che sarà quello in grado di ridurre le classificazioni errate. I punti che appartengono all'iperpiano devono soddisfare l'equazione $\vec{w}\vec{x} + b = 0$, dove \vec{w} è il vettore normale all'iperpiano e $\frac{b}{\|\vec{w}\|}$ è l'intercetta all'origine. Possiamo indicare con d_+ la distanza del punto positivo più vicino dall'iperpiano separatore, e con d_- la distanza del punto negativo più vicino dallo stesso iperpiano. Il margine sarà dato da $d_+ + d_-$. Si supponga che tutti i dati utilizzati nella fase di training soddisfino i seguenti vincoli:

$$\vec{x}_n \vec{w} + b \geq +1 \quad \text{se } y_n = +1 \quad (2.3)$$

$$\vec{x}_n \vec{w} + b \leq -1 \quad \text{se } y_n = -1 \quad (2.4)$$

Essendo nel caso binario, le due espressioni possono essere compattate nel modo seguente:

$$y_n(\vec{x}_n \vec{w} + b) - 1 \geq 0 \quad \forall n \quad (2.5)$$

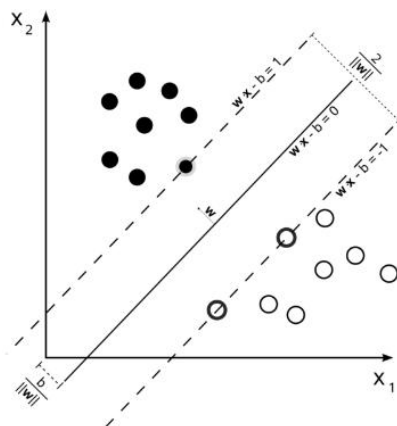


Figura 2.3: classificazione lineare nel caso di dati linearmente separabili con relativi iperpiani.

In riferimento a quanto detto in precedenza consideriamo i punti che soddisfano l'Eq.(2.3): essi giacciono sull'iperpiano $H_1 : \vec{x}_n \vec{w} + b = +1$. Analogamente, i punti che soddisfano l'Eq.(2.4) giacciono sull'iperpiano $H_2 : \vec{x}_n \vec{w} + b = -1$. Nessun punto si troverà nello spazio delimitato dai due iperpiani paralleli H_1 e H_2 . La larghezza di tale spazio, detta *margin*, è uguale a $\frac{2}{\|\vec{w}\|}$. Essa è data dalla somma della distanza tra H_1 e l'iperpiano separatore e, della distanza tra H_2 e lo stesso iperpiano separatore.

L'iperpiano ottimo sarà quello in grado di separare i vettori del training set nelle due differenti classi $y_n \in [-1, 1]$ con margine massimo. L'obiettivo dell'algoritmo utilizzato dalle SVM nella ricerca dell'iperpiano ottimale è proprio quello di massimizzare il margine [14], in modo tale che la separazione tra le due classi risulti più netta possibile. Questo equivale a minimizzare $\|\vec{w}\|^2$. Il problema di minimo vincolato diventa un problema di programmazione quadratica e può essere formulato come segue:

$$\min \frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2 \quad \text{dove} \quad y_n(\vec{x}_n \vec{w} + b) - 1 \geq 0 \quad n = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

Il termine $\frac{1}{2}$ è stato aggiunto per semplificare i calcoli. I punti che soddisfano i vincoli 2.5 sono chiamati *support vectors* (vettori di supporto) e la loro rimozione cambierebbe la soluzione trovata. Per generalizzare tutto ciò che è stato detto ed estenderlo anche al caso non lineare, il problema può essere riformulato utilizzando i *moltiplicatori di Lagrange* (appendice A1).

Dati non linearmente separabili

Nella sezione precedente si è considerato il caso di dati di training linearmente separabili. Tuttavia se nel training set ci sono campioni che si trovano nel semipiano sbagliato oppure all'interno del margine ma classificati correttamente, si parla di dati non linearmente separabili. In questi casi non viene rispettata la condizione $y_n(\vec{x}_n \vec{w} + b) - 1 \geq 0$ (fig.2.4).

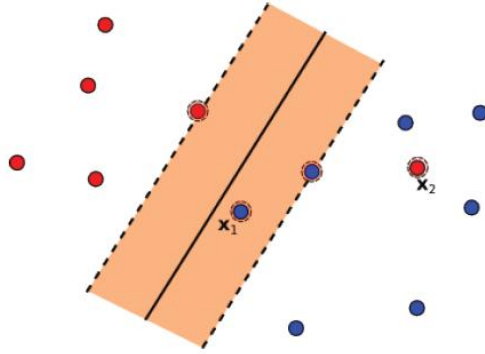


Figura 2.4: il dato x_1 risulta classificato in modo errato mentre il dato x_2 è classificato correttamente ma si trova all'interno del margine.

Per risolvere il problema è necessario rendere i vincoli più flessibili definendo delle *variabili di slack* positive $\xi_n \geq 0$ con $n = 1, \dots, N$. Pertanto i vincoli vengono ridefiniti come segue:

$$\vec{x}_n \vec{w} + b \geq +1 - \xi_n \quad \text{se } y_n = +1 \quad (2.7)$$

$$\vec{x}_n \vec{w} + b \leq -1 + \xi_n \quad \text{se } y_n = -1 \quad (2.8)$$

che possono essere compattati nella forma:

$$y_n(\vec{x}_n \vec{w} + b) \geq 1 - \xi \quad \forall n \quad (2.9)$$

Affinchè un dato sia classificato in modo errato è necessario che la variabile di slack sia maggiore dell'unità ($\xi_n > 1$). Quindi possiamo considerare la violazione totale come: $F(\xi) = \sum_{n=1}^N \xi_n$, perciò il numero totale di errori sul training set risulterà limitato superiormente.

Nella figura 2.5 si nota come l'iperpiano separatore, determinato tramite i support vectors (punti cerchiati), sia distante dall'origine $\frac{b}{\|\vec{w}\|}$. Invece, ogni punto che risulta classificato in maniera errata dista dalla sua classe di appartenenza $\frac{-\xi}{\|\vec{w}\|}$.

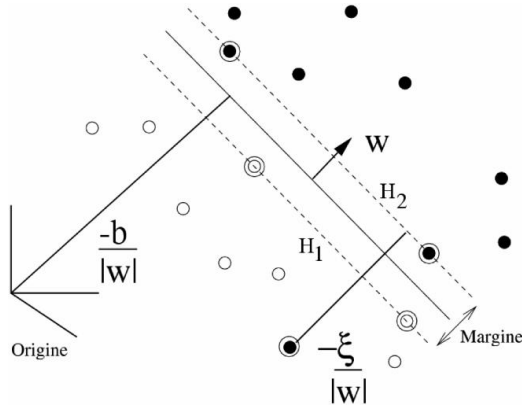


Figura 2.5: *classificazione lineare per dati non linearmente separabili.*

Risulta necessario dare un costo aggiuntivo agli errori commessi dall'iperpiano di separazione e la funzione costo assume la forma:

$$\min \frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2 + C \left(\sum_{n=1}^N \xi_n \right)^k \quad (2.10)$$

con k e C parametri scelti dall'utente a priori. Il parametro C è un peso degli errori commesso durante la fase di training. Se $C = 0$ gli errori sul training set non vengono penalizzati; se C è elevato il termine legato al margine è minoritario e gli errori sul training set vengono penalizzati molto. Questo potrebbe favorire il fenomeno dell'*overfitting* oltre ad aumentare il tempo di convergenza dell'algoritmo.

Il parametro k rappresenta un intero positivo e se $k = 1$ oppure $k = 2$ il problema sarà di programmazione quadratica e potrà essere risolto, come nel caso di dati linearmente separabili, tramite i moltiplicatori di Lagrange (appendice A1). Inoltre, ponendo $k = 1$ si ha un ulteriore vantaggio, dato dal fatto che le variabili ξ_n non compariranno nell'espressione duale del problema.

Fase di test

Dopo la fase di addestramento, in cui viene ottenuto l'iperpiano ottimale, si procede alla classificazione di dati nuovi che non facevano parte del training set. In questa fase (fase di test) si utilizza la funzione decisionale:

$$f(x) = \text{sign}\left(\sum_{n=1}^N \alpha_n y_n (\vec{x}_n \vec{x}) + b\right) \quad (2.11)$$

dove x_n rappresentano i support vectors, α_n i moltiplicatori di Lagrange e b la soglia. Essendo nell'ambito della classificazione binaria, dato un pattern in ingresso \vec{x} , questa funzione restituisce $+1$ o -1 a seconda della classe al quale appartenga il vettore x .

2.1.4 Support Vector Machines non lineari

Molti problemi di ottimizzazione non sono risolvibili utilizzando una funzione decisionale lineare. Questo si verifica quando i dati di training non sono separabili nello spazio di input R^n . Per risolvere tale problema si può utilizzare una funzione di mapping ϕ che riesca a mappare i dati in uno spazio di dimensioni maggiori rispetto a quello di input:

$$\phi : R^n \rightarrow R^m \quad \text{con } m > n \quad (2.12)$$

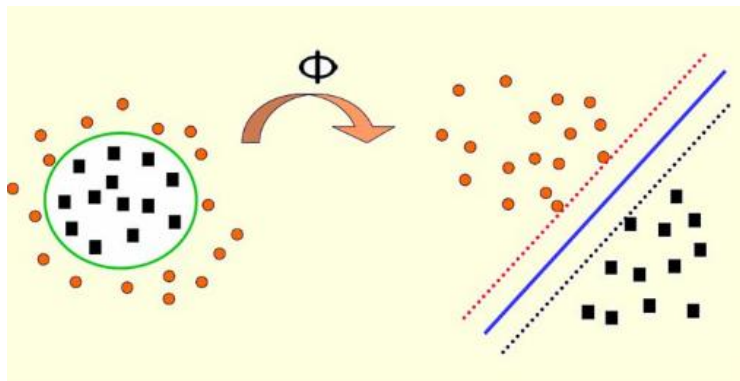


Figura 2.6: mappatura tramite la funzione ϕ dei dati non linearmente separabili in uno spazio dove risultano separabili.

In questo modo i dati risulteranno separabili linearmente nel nuovo spazio. Il procedimento da seguire sarà identico a quello utilizzato per i dati linearmente separabili utilizzando la formulazione lagrangiana L_d del problema duale,

nella quale i dati di training appaiono sotto forma di prodotto scalare $\vec{x}_n \vec{x}_i$. Nel nuovo spazio possiamo sempre costruire un classificatore lineare ottimale sostituendo il prodotto scalare $\vec{x}_n \vec{x}_i$ con un il prodotto scalare $\phi(\vec{x}_n) \phi(\vec{x}_i)$. Dunque la dimensione dello spazio delle *features* è aumentata, però, ciò provoca dei problemi di calcolo, perchè durante la fase di training l'algoritmo deve lavorare con vettori di grandi dimensioni. Per superare tale inconveniente si può introdurre una *funzione kernel* [15] che restituisca il prodotto delle immagini senza mai eseguire in forma esplicita il prodotto tra i vettori:

$$K(\vec{x}_n, \vec{x}_i) = \phi(\vec{x}_n) \phi(\vec{x}_i) \quad (2.13)$$

Sostituendo i prodotti scalare dell' Eq.(2.11) con la funzione kernel si ottiene la nuova funzione di decisione:

$$f(x) = \text{sign}\left(\sum_{n=1}^N \alpha_n y_n K(\vec{x}_n, \vec{x}_i) + b\right) \quad (2.14)$$

Di seguito sono riportati alcuni esempi di kernel che è possibile implementare nelle SVM non lineari:

- Lineare:

$$K(\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x} \cdot \vec{y})$$

- Polinomiale di grado p :

$$K(\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x} \cdot \vec{y} + 1)^p$$

- Radial Basis Function (RBF) :

$$K(\vec{x}, \vec{y}) = \exp(-\gamma \|\vec{x} - \vec{y}\|^2)$$

- Gaussian Radial Basis Function :

$$K(\vec{x}, \vec{y}) = \exp(-(\vec{x} - \vec{y})^2 / 2\sigma^2)$$

- Multi-Layer Perceptron :

$$K(\vec{x}, \vec{y}) = \tanh(b(\vec{x} \cdot \vec{y})) - c$$

La funzione kernel va scelta in maniera molto accurata per il tipo di problema da risolvere. Risulta sempre possibile trasformare lo spazio di input in uno a dimensione maggiore ma bisogna stare attenti a non cadere in problemi di overfitting perchè il classificatore potrebbe generalizzare malissimo su dati mai visti. Comunque, non esistono criteri teorici per la scelta di un tipo di funzione kernel e dei suoi parametri piuttosto che un altro; di solito occorre una verifica su un insieme di validazione.

2.1.5 Support Vector Machine in MATLAB

In questa sezione si cercherà di rendere più pratico quanto ampiamente discusso nei paragrafi precedenti riguardo l'utilizzo dei vari tipi di SVM per la classificazione dei dati. Addestrare una SVM a livello pratico significa risolvere un problema di programmazione quadratica soggetto a vincoli lineari, in un numero di variabili determinate dal numero di dati in ingresso. Tuttavia un generico metodo di ottimizzazione è insoddisfacente a causa del tempo e dello spazio richiesti per la memorizzazione. Per semplificare lo sviluppo delle SVM e integrare la possibilità di utilizzo di svariati kernel, MATLAB mette a disposizione dell'utente due oggetti:

- *svmtrain*: consente di addestrare una SVM.
- *svmclassify*: consente di utilizzare la SVM per la classificazione.

Prima di utilizzare una SVM occorre definire una struttura: *SVMSTRUCT = svmtrain(Training, Group)*; Mediante questa istruzione si addestra una SVM con dati derivanti da due gruppi. Quindi la funzione *svmtrain* ritorna una struttura contenente informazioni utili sulla SVM. Le variabili di input sono:

- *Training*: matrice numerica dei dati di training dove le righe corrispondono alle osservazioni mentre le colonne corrispondono alle variabili che caratterizzano ogni dato usato per l'addestramento.
- *Group*: vettore delle classi. L'elemento *i*-esimo di questo vettore indica la classe di appartenenza del dato riportato nella riga *i*-esima della matrice di training.

Ovviamente sia la matrice di training che il vettore delle classi devono avere lo stesso numero di righe. Esistono vari parametri che possono essere impostati nella funzione `svmtrain` dei quali ne passiamo in rassegna alcuni:

- *kernel function*: consente di scegliere la funzione kernel che la funzione `svmtrain` dovrà utilizzare per effettuare l'addestramento. La scelta ricade su uno dei seguenti kernel:
 - **lineare**: corrisponde alla funzione kernel implementata di default.
 - **quadratico**.
 - **polinomiale**: di default viene utilizzato un kernel polinomiale di ordine 3 però è possibile cambiare l'ordine del kernel utilizzando il parametro *polyorder*
 - **rbf**: Gaussian Radial Basic Function. Di default questo kernel gaussiano viene utilizzato con un fattore di scala $\sigma=1$, tuttavia è possibile cambiare il fattore di scala mediante l'utilizzo del parametro *rbf sigma*. Tale valore è un indice della complessità della funzione kernel e definisce quindi la capacità di trasformare l'input in uno spazio di features sempre più alto per poter separare le due classi linearmente. Ovviamente utilizzando funzioni sempre più complesse otterremo modelli complessi e composti da molti vettori di supporto, necessari per la corretta predizione.
 - **mlp**: Multi-Layer Perceptron Kernel. Questo kernel richiede due parametri, $[P1 P2]$ con $P1 > 0$ e $P2 < 0$. Essi rappresentano rispettivamente, il peso e l'intercetta dell'iperpiano che separa le due classi. Di default $P1$ è impostato a 1 mentre $P2$ a -1. Risulta possibile cambiare il valore dei parametri utilizzando la funzione *mlp params*.
- *method*: permette di impostare il metodo per la ricerca dell'iperpiano separatore ottimo. Le opzioni disponibili sono:
 - **SMO**: Sequential Minimal Optimization.
 - **QP**: Programmazione quadratica.

– **LS**: Minimi quadrati.

In questo studio verrà utilizzato il metodo SMO. Questo algoritmo risolve il più piccolo dei sotto-problemi risolvibili e risulta molto vantaggioso quando le risorse a disposizione, in termini di memoria e potenza di calcolo, sono limitate.

- *kernelcachelimit*: valore che specifica la grandezza del kernel della matrice in cache per il metodo di addestramento SMO. Quando si utilizza il metodo SMO l'utilizzo della memoria è controllato da questo parametro. L'algoritmo SMO prende solo una sotto-matrice di dimensione *kernelcachelimit* \times *kernelcachelimit*. Se il numero di punti utilizzati per l'addestramento supera il valore di *kernelcachelimit* l'algoritmo rallenta in quanto deve ricalcolare gli elementi della matrice del kernel. Dunque, quando si usa un set di dati molto grande è consigliabile impostare il parametro in esame grande quanto è permesso dalla macchina su cui si esegue l'algoritmo. Di default tale valore è impostato a 5000.
- *kktviolationlevel*: valore che specifica la frazione di variabili che può non rispettare i vincoli al quale sono sottoposti tutti i dati nella fase di training per il metodo SMO. Assegnare un valore positivo a questo parametro aiuta l'algoritmo a convergere in maniera più rapida. Di default il valore di *kktviolationlevel* è 0.
- *tolkkt*: valore positivo che indica la tolleranza con il quale l'algoritmo SMO converge. Il valore di default è 1e-003.

Attraverso l'utilizzo della funzione *svmtrain* è stata creata una struttura (*SVM-Struct* che contiene informazioni riguardanti i dati utilizzati nella fase di training. Creata e addestrata la SVM è possibile utilizzarla per la classificazione di un insieme di dati. Per effettuare questa operazione è necessario introdurre la funzione *svmclassify*: *group = svmclassify (svmstruct, test)*.

La funzione *svmclassify* classifica ogni dato contenuto in ogni riga della matrice *test* usando l'oggetto *svmstruct* creato in precedenza. Ogni riga della matrice *test* corrisponde ad un'osservazione mentre ogni colonna corrisponde ad una caratteristica del dato stesso, in accordo con ciò che si è detto per la

matrice training. Di conseguenza, entrambe le matrici devono avere lo stesso numero di colonne, dal momento che il numero di colonne definisce il numero di attributi (features) del dato. Il vettore colonna group indica la classe che viene assegnata ad ogni riga della matrice test.

2.1.6 Acquisizione dati

I segnali analizzati in questo lavoro di tesi sono stati acquisiti su 18 soggetti volontariamente sottoposti allo studio e divisi in due gruppi:

- Gruppo A : comprende 13 soggetti dei quali si aveva a disposizione un'intera registrazione polisinnografica (3 canali EEG, 2 canali EOG e svariate altre derivazioni come ECG e EMG) che ha permesso ai clinici di definire l'ipnogramma.
- Gruppo B : comprende 5 soggetti tutti conducenti di mezzi. Dei soggetti appartenenti a questo gruppo si aveva a disposizione solo un canale EEG centrale e due canali EOG. La mancanza di ulteriori canali EEG e di altre derivazioni ha impedito di eseguire una definizione accurata dell'ipnogramma. Questo è il motivo per il quale si cerca di realizzare un classificatore del sonno.

Le registrazioni poligrafiche avevano una durata di circa 30 ore quindi il segnale comprendeva sia il tracciato di veglia che di sonno. In questo periodo i soggetti sottoposti allo studio erano liberi di svolgere tutte le loro attività. Dal momento che il gruppo B aveva un solo canale EEG, per l'addestramento del classificatore, si è preferito utilizzare il segnale derivante da un solo canale del gruppo A, ossia il canale in comune con il gruppo B. Tutti e 13 i segnali registrati sono stati filtrati mediante un filtro passa-alto di 0.1 Hz, un filtro passa-basso di 30 Hz e successivamente campionati con una frequenza di 64 Hz.

2.1.7 Estrazione delle features

Nei sistemi di apprendimento automatico, nella maggioranza dei casi, dal set di dati originale è necessario estrarre delle *features* (caratteristiche). Nel

presente studio le features da estrarre sono quelle che caratterizzano, in modo ottimale, gli stadi del sonno e la veglia, al fine di utilizzarle nella successiva fase di addestramento del classificatore. La selezione delle features è molto importante per sistemi di selezione e classificazione dal momento che, uno spazio di features di elevata dimensione potrebbe peggiorare le prestazioni del classificatore, aumentando i tempi di calcolo e perdendo in precisione. Tuttavia un numero ridotto di features potrebbe ridurre l'accuratezza della classificazione. Il calcolo delle features è stato effettuato sui segnali EEG a disposizione suddividendoli in epoche di 30 secondi in base a bande di frequenza che correlano a determinati stati dell'attività cerebrale:

- veglia: caratterizzata dalla presenza di onde beta e gamma con frequenze > 13 Hz.
- veglia rilassata: presenta onde alfa in un range di frequenze comprese tra 8 e 12 Hz.
- stadio 1 del sonno: sono presenti onde theta con frequenza tra i 4 e gli 7 Hz.
- stadio 2 e 3 del sonno: caratterizzati dalla presenza di onde delta con frequenze < 4 Hz. Rappresentano gli stadi più profondi del sonno.

Quindi per ogni epoca sono state estratte 4 features, una per ogni banda di frequenza considerata.

Come detto in precedenza, dei 13 soggetti appartenenti al gruppo A si aveva a disposizione anche l'ipnogramma anch'esso diviso in epoche di 30 secondi: ogni epoca è stata etichettata come veglia (WAKE), REM o non-REM (stadi 1, 2, 3) sulla base di un'analisi visiva da parte di personale medico qualificato. In questo lavoro la fase REM e gli stadi 1, 2, 3 sono stati incorporati in un'unica fase. Quindi l'ipnogramma di ogni singolo soggetto è stato ricodificato come segue:

- 1: rappresenta lo stato di veglia
- 2: rappresenta lo stato di sonno

A questo punto le features estratte e gli ipnogrammi ricodificati e opportunamente memorizzati, potranno essere richiamati nella successiva fase di addestramento (training) di un classificatore mediante l'utilizzo delle Support Vector Machine.

2.1.8 Ricerca Classificatore

In questa fase le features generate in precedenza devono essere riconosciute e utilizzate dal classificatore. Il processo di classificazione consiste nell'uso di questi dati per il calcolo della funzione che sia in grado di predire la classe di appartenenza di un determinato dato sulla base dei valori osservati nei campioni precedenti, ed è suddiviso in tre fasi:

- Scelta del classificatore: consiste nella scelta del classificatore da utilizzare e dei suoi parametri.
- Addestramento classificatore: calcolo della funzione di classificazione da parte del classificatore scelto, a partire dalla matrice delle features e dal vettore delle classi.
- Validazione classificatore: consiste nella verifica della bontà della funzione di classificazione confrontando le classi predette con quelle corrette contenute nel vettore delle classi. Però se la fase di addestramento e la fase di valutazione del classificatore sono eseguite sullo stesso set di dati si rischia di incorrere in problemi di overfitting. Per ovviare a tale problema è stata utilizzata la tecnica *bootstrap*. Tale tecnica consiste nell'estrazione con ripetizione dal set di training originale di un sottoinsieme N di n campioni per un totale di i iterazioni. Ad ogni iterazione la fase di training è eseguita utilizzando il sottoinsieme N , mentre la rimanente parte del data set originale viene utilizzata per estrarre un'altro set di dati (di testing) sul quale effettuare la validazione. Le prestazioni finali del classificatore sono date dalla media delle prestazioni calcolate ad ogni iterazione.

Nella fattispecie la matrice di input contenente gli ipnogrammi ricodificati di tutti i 13 soggetti era composta da 39883 epoche. Ad ogni iterazione dal-

la matrice di input vengono estratti, in maniera casuale 1/13 di epoche che rappresenta il set di dati da utilizzare nella fase di training, e 1/13 che rappresenta quello da utilizzare nella fase di testing. I due set di dati sono di uguali dimensioni (3068 epoche ciascuno) e non presentano intersezione, ossia epoche in comune. L'estrazione casuale, effettuata mediante la funzione *randperm* di MATLAB, ha permesso che ogni set contenesse sia epoche di sonno che di veglia di tutti i soggetti. Tuttavia se i set di dati non sono composti per almeno 1/5 da epoche di sonno e per 1/5 delle epoche di veglia vengono riestratti. A differenza della tecnica bootstrap standard in questo caso non è stato necessario utilizzare il reinserimento (ricampionamento) dal momento che il numero di epoche a disposizione era molto elevato. Per rendere il risultato meno dipendente dalla partizione scelta ed avere stime più attendibili, sono state valutate le prestazioni medie del classificatore su più partizioni (20) estratte tutte casualmente.

2.1.9 Prestazioni Classificatore

Al termine della classificazione il risultato ottenuto è stato valutato dall'analisi della matrice di confusione che permette di confrontare l'output della classificazione con la vera classe di appartenenza del dato.

In un problema di classificazione binaria il set di dati da classificare viene suddiviso in due classi separate che convenzionalmente sono etichettate con P (positivi) e N(negativi). Invece gli esiti predetti dal classificatore binario saranno indicati rispettivamente con p (positivi) e n(negativi). Sono possibili 4 risultati:

- il classificatore, partendo da un dato che appartiene alla classe P, produce un valore p. In questo caso si dice che il classificatore ha prodotto un vero positivo (TP);
- il classificatore, partendo da un dato che appartiene alla classe N, produce un valore p. Il classificatore ha prodotto un falso positivo (FP);
- il classificatore, partendo da un dato che appartiene alla classe N, produce un valore n. Il classificatore ha prodotto un vero negativo (TN);

- il classificatore, partendo da un dato appartenente a P, produce un valore n. Il classificatore in quest'ultimo caso ha prodotto un falso negativo (FN).

I valori sopra specificati possono essere rappresentati in una tabella che conta il numero di unità classificate correttamente o meno per ciascuna delle due classi possibili. Tale tabella è appunto detta matrice di confusione.

	n	p
N	Veri Negativi (TN)	Falsi Positivi (FP)
P	Falsi Negativi (FN)	Veri Positivi (TP)

Tabella 2.1: *Matrice di Confusione: i valori n e p rappresentano i valori predetti dal classificatore mentre i valori N e P sono quelli effettivi.*

I numeri situati lungo la diagonale della matrice di confusione rappresentano i dati correttamente classificati mentre fuori diagonale si trova il numero di dati mal classificati. La somma degli elementi della matrice di confusione coincide con il numero totale di dati utilizzati nella fase di test. Analizzando tale matrice è possibile estrarre tre indici che esprimono la qualità della classificazione: sensibilità, specificità, accuratezza. La sensibilità esprime la proporzione di dati classificati come veri positivi rispetto al numero totale di positivi effettivi. Essa è condizionata in maniera marcata dalla quantità di falsi negativi, dunque un test molto sensibile dovrà avere una quantità di falsi negativi molto bassa. La sensibilità è definita come:

$$Se = \frac{TP}{TP + FN} \quad (2.15)$$

La specificità rappresenta invece la proporzione di veri negativi rispetto al numero totale di negativi effettivi ed è condizionata dalla quantità di falsi positivi. Un test molto specifico dovrà avere una quantità di falsi positivi molto bassa. La specificità è data dalla relazione:

$$Sp = \frac{TN}{FP + TN} \quad (2.16)$$

L'accuratezza rappresenta la percentuale di dati classificati correttamente rispetto al numero totale di dati che compone il data set ed è espressa dalla relazione:

$$Acc = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (2.17)$$

Si può affermare che un buon classificatore risulta tale se minimizza i falsi negativi e i falsi positivi.

2.1.10 Classificatore finale

Identificato il classificatore ottimale, si è reso necessario testarlo nuovamente per poter confermarne la reale accuratezza. Questa volta i dati a disposizione sono stati utilizzati tutti di cui metà per effettuare la fase di training e metà per effettuare la fase di testing. L'estrazione di entrambi i set di dati è avvenuta anche in questo caso in maniera casuale assicurandosi che ogni set contenesse 1/5 di epoche di sonno e 1/5 di epoche di veglia.

2.1.11 Classificazione soggetti conducenti

Identificato il classificatore ottimale attraverso la valutazione delle sue prestazioni, in seguito a variazione di diversi parametri, occorre passare alla classificazione con un set di dati nuovo, mai visto in precedenza le cui classi non sono note. In questo studio il set di dati nuovo è rappresentato dai conducenti di cui si è in possesso del tracciato EEG ma non dell'ipnogramma. L'obiettivo è quello di trovare un diagramma veglia-sonno per ciascuno dei 5 soggetti appartenenti al gruppo B. Anche in questo caso, come per i soggetti appartenenti al gruppo A si è proceduto all'estrazione delle features.

Il calcolo delle features è stato effettuato su epoche di 30 secondi suddivise in bande di frequenza che correlano a determinati stati dell'attività cerebrale. I 5 soggetti sono stati classificati uno alla volta utilizzando la funzione *svmclassify* di MATLAB che classifica ogni dato contenuto in ogni riga della matrice di features test usando l'oggetto SVMSTRUCT creato in precedenza. A questo punto per ciascun soggetto è stato salvato il diagramma veglia-sonno trovato. Per smorzare le fluttuazioni, al fine di ottenere un andamento più regolare e interpretabile del segnale, i diagrammi ottenuti sono stati sottoposti a filtraggio

mediante un filtro a media mobile. Infine, analizzando i segnali filtrati, per ogni soggetto, sono state identificate le epoche corrispondenti all'addormentamento e al risveglio.

2.2 Identificazione dei SEM

L'attività elettro-oculografica durante la transizione veglia-sonno è caratterizzata dalla presenza di movimenti oculari rotatori lenti (SEM). Essi compaiono poco prima l'inizio della fase 1 del sonno, continuano durante tutta la fase 1, declinando progressivamente nei primi minuti della fase 2 del sonno fino ad esaurimento quando compaiono i complessi K [1].

L'identificazione delle forme d'onda SEM dall'analisi del segnale EOG ha diverse implicazioni cliniche: in primo luogo la comparsa dei SEM è considerato un segno affidabile dell'insorgenza del sonno [16] ; l'attività SEM, riscontrata tramite l'analisi dell'EOG, se correlata al segnale EEG corrispondente e alla misura di altre variabili, fornisce informazioni utili sui meccanismi che regolano l'addormentamento [10, 11]; infine la differente distribuzione e durata dei SEM in varie condizioni patologiche può indicare un'alterazione dei meccanismi di sonno-veglia [17]. Per questi motivi è importante non solo riconoscere i SEM ma anche identificare l'inizio e la loro durata.

I segnali EOG nella pratica clinica sono regolarmente soggetti ad ispezione visiva da parte di personale medico qualificato. Tuttavia, l'ispezione visiva comporta diversi svantaggi: l'esperto che esegue l'ispezione può trarre conclusioni differenti osservando la stessa registrazione in momenti diversi; l'ispezione visiva è un processo lungo e laborioso e richiede personale altamente competente; l'identificazione dei SEM mediante ispezione visiva è soggetta a interpretazioni individuali di chi la esegue e di conseguenza pecca in affidabilità.

Dunque una procedura informatizzata per la rilevazione automatica delle forme d'onda SEM nell'EOG può superare gli inconvenienti dati dall'ispezione visiva, offrendo un'identificazione più obiettiva e tempestiva dei SEM.

2.2.1 Metodo di identificazione

Per la rilevazione dei SEM sono stati selezionati 5 soggetti conducenti di mezzi appartenenti al gruppo B (par2.1.6) e volontariamente sottoposti a registrazione polisonnografica. La registrazione è stata effettuata presso il laboratorio di polisonnografia sito nel Dipartimento di Scienze Neurologiche di Bologna. I segnali sono stati prelevati da due canali EOG (E1-A1 e E2-A1) posizionando gli elettrodi secondo le direttive del manuale di Rechtschaffen e Kales [3]. Anche in questo caso è stato utilizzato un filtro passa-alto di 0.1 Hz e un filtro passa-basso di 30 Hz. I segnali EOG sono stati campionati con una frequenza di campionamento di 64 Hz.

L'analisi automatica per la rilevazione dei SEM è stata effettuata mediante un software basato sulla *scomposizione wavelet* del segnale EOG [1]. L'obiettivo dell'algoritmo è quello di identificare inizio e durata di ogni evento SEM nei tracciati EOG. Ogni evento SEM è definito come l'intervallo di tempo contenente uno o un treno di forme d'onda SEM. L'algoritmo elabora i dati provenienti dai due canali EOG (E1-A1 e E2-A1). La procedura di rilevamento dei SEM passa attraverso la decomposizione wavelet del segnale EOG, ottenendo coefficienti a diverse scale di dettaglio in base al contenuto in frequenza. A grandi scale corrisponde un contenuto a basse frequenze quindi il livello di dettaglio del segnale che sarà rappresentato dalla wavelet sarà minore. A piccole scale corrisponde un contenuto ad alte frequenze, dunque la wavelet risulterà più compressa, e il livello di dettaglio rappresentato sarà maggiore.

Nella seconda fase i coefficienti wavelet sono stati utilizzati per il calcolo dall'energia associata ad ogni livello di dettaglio cercando di ottenere una distribuzione di energia uniforme nel tempo per ogni livello di decomposizione.

Infine è stata elaborata una funzione discriminante basata sull'analisi della distribuzione di energia relativa ad ogni dettaglio, nell'ipotesi che durante un'attività SEM si modifichi la distribuzione di energia. L'algoritmo valuta la funzione discriminante e la confronta con una soglia fissa. Se questa funzione rimane per un certo periodo sopra la soglia viene segnalata la presenza di un evento SEM altrimenti non viene riconosciuto alcun SEM [1].

2.2.2 Conteggio SEMs

Una svolta stabilite le epoche corrispondenti all'addormentamento e al risveglio sono stati definiti 12 intervalli di tempo nei quali contare il numero il SEM. Per il conteggio è stato necessario adeguare la lunghezza dei tracciati SEM alla lunghezza dei diagrammi veglia-sonno in modo tale da rapportare la lettura dei SEM ai singoli diagrammi veglia-sonno. Per ogni soggetto gli intervalli presi in considerazione e espressi in minuti sono stati:

- (-2h;-1h) identifica un periodo compreso tra 2 ore e un'ora prima dell'addormentamento;
- (-1h;-30min) identifica un periodo compreso tra un'ora e 30 minuti prima dell'addormentamento;
- (-30min;-10min) identifica un periodo compreso tra 30 minuti e 10 minuti prima dell'addormentamento;
- (-10min;-5min) identifica un periodo compreso tra 10 minuti e 5 minuti prima dell'addormentamento;
- (-5min;-1min) identifica un periodo compreso tra 5 minuti e 1 minuto prima dell'addormentamento;
- (-1min;0min) corrisponde ad un periodo compreso tra 1 minuto prima dell'addormentamento e il momento stesso dell'addormentamento;
- (0min;1min) corrisponde ad un periodo compreso tra il momento dell'addormentamento e un minuto dopo l'addormentamento;
- (1min;5min) identifica un periodo compreso tra 1 minuto e 5 minuti dopo l'addormentamento;
- (5min;-10min) identifica un periodo compreso tra 5 minuti e 10 minuti dopo l'addormentamento;
- (10min;30min) identifica un periodo compreso tra 10 minuti e 30 minuti dopo l'addormentamento;

- (30min;1h) identifica un periodo compreso tra 30 minuti e un'ora dopo l'addormentamento;
- (1h;2h) identifica un periodo compreso tra un'ora e due ore dopo l'addormentamento;

Naturalmente ciò che ci si auspica di ottenere e che verrà ampiamente discusso nel capitolo successivo, è una maggiore concentrazione dei SEM in corrispondenza dell'addormentamento. Questo confermerebbe l'utilità dei SEM come marker della sonnolenza.

Capitolo 3

Risultati

3.1 Prestazioni dei classificatori SVM

In questo paragrafo sono messi a confronto tutti i classificatori SVM testati variando i kernel messi a disposizione dalla funzione *svmtrain* di MATLAB e i relativi parametri. Per variare i parametri è stata scelta una scala logaritmica. Attraverso l'analisi della matrice di confusione e dei parametri sensibilità (Se), specificità (Sp) e accuratezza (Acc) è stato possibile valutare le prestazioni dei vari classificatori in modo tale da scegliere quello che offre la migliore performance. Come si può osservare dalla tabella 3.1 i kernel lineare e quadratico non hanno parametri da poter variare nelle prove, mentre il kernel polinomiale è stato testato variando il grado (p) della funzione polinomiale. Dal confronto tra i classificatori con kernel polinomiale non emerge alcun miglioramento della performance aumentando il grado del polinomio da 3 a 4, per cui non sono state eseguite prove con polinomi di grado superiore al 4. Con il kernel RBF sono state eseguite tre prove variando il parametro *sigma* che influenza fortemente la capacità di generalizzare del classificatore SVM. Infatti se si utilizza un parametro sigma che tende allo zero avremo che tutti i punti del training set saranno considerati come vettori di supporto e possono essere separati correttamente. Tuttavia il classificatore incorre in problemi di overfitting quando deve classificare esempi non visti in precedenza. Invece, quando il valore di sigma è molto elevato tutti i punti di training vengono considerati come un'unico

punto quindi il classificatore non riesce a riconoscere e classificare un nuovo punto. Entrambe queste estreme situazioni dovrebbero essere evitate ed ecco che il classificatore più equilibrato e che presenta le caratteristiche migliori è quello con $\sigma=1$. Per quanto riguarda la funzione kernel MLP sono stati effettuati 9 test variando i parametri P1 e P2 secondo una scala logaritmica. Dai risultati è emerso che questo tipo di classificatore risulta molto sensibile a falsi negativi e falsi positivi, basti guardare la sensibilità (Se) e la Specificità (Sp) esposti nella tabella 3.1.

kernel	parametri	Se(%)		Sp(%)		Acc(%)		t(s)
		mean	std	mean	std	mean	std	
lineare	-	89.36	1.05	86.46	0.87	87.22	0.61	41
quadratico	-	90.30	1.76	89.06	0.84	89.40	0.61	193
polinomiale	p=3	90.29	1.22	90.26	0.77	90.27	0.41	1382
polinomiale	p=4	89.40	1.25	90.15	0.61	90.14	0.45	6059
RBF	sigma= 0.1	7.10	0.75	99.40	0.19	75.30	0.79	82
RBF	sigma= 1.0	90.87	1.15	90.09	0.59	90.29	0.51	34
RBF	sigma= 10	90.93	1.04	83.90	1.22	85.74	0.79	32
MLP	P1= 0.1 P2= -0.1	72.28	2.9	71.97	1.24	72.06	1.10	27
MLP	P1= 0.1 P2= -1	61.01	4.21	64.06	4.94	63.26	2.71	33
MLP	P1= 0.1 P2= -10	82.54	14.32	36.13	8.50	48.30	2.82	40
MLP	P1= 1 P2= -0.1	60.56	4.61	63.39	4.59	62.63	2.37	35
MLP	P1= 1 P2= -1	61.95	2.50	62.88	2.30	62.64	1.46	38
MLP	P1= 1 P2= -10	84.35	16.31	33.17	10.17	46.63	3.41	42
MLP	P1= 10 P2= -0.1	54.18	17.08	68.14	12.30	64.30	4.79	27
MLP	P1= 10 P2= -1	47.28	23.20	61.24	16.28	64.80	6.08	25
MLP	P1= 10 P2= -10	59.67	6.53	63.56	5.19	62.53	2.35	27

Tabella 3.1: prestazioni classificatori SVM variando la funzione kernel e relativi parametri .

Facendo un paragone tra le prestazioni fornite dai vari classificatori i migliori classificatori risultano quello polinomiale e quello RBF ($\sigma=1$) con valori di sensibilità, specificità e accuratezza che si assestano intorno al 90%. Nonostante ciò la scelta è caduta sul classificatore RBF perchè, oltre ad essere equilibrato, il tempo impiegato in fase di training e testing è molto inferiore rispetto a quello impiegato da un classificatore con kernel polinomiale.

3.2 Classificatore definitivo

Una volta individuato il classificatore che offre la migliore performance si è reso necessario applicarlo ai soggetti conducenti con l'obiettivo di determinare i diagrammi veglia-sonno. Nella figura 3.1 sono rappresentati i diagrammi veglia-sonno dei 5 soggetti. Come si può notare i segnali grezzi appaiono di difficile interpretazione, in quanto il classificatore per ogni epoca produce come output un 1 o un 2 in base al fatto che il soggetto sia stato classificato rispettivamente in fase di veglia o sonno.

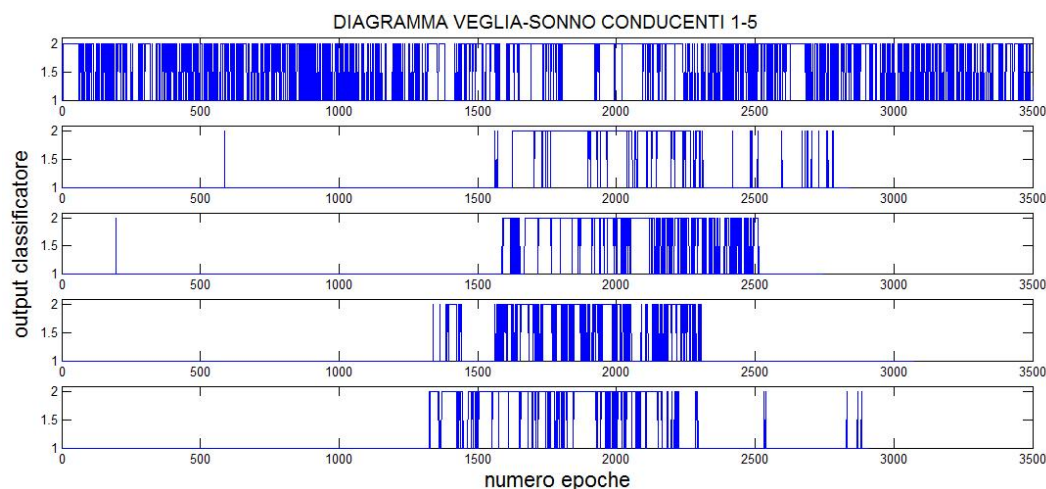


Figura 3.1: *diagramma veglia-sonno dei 5 soggetti conducenti di mezza giornata.*

Al fine di smorzare queste fluttuazioni e rendere questi segnali più regolari è stato effettuato un filtraggio a media mobile. Per determinare la finestra di campioni con il quale filtrare i segnali sono stati effettuati vari tentativi. Nella figura 3.2 è rappresentato il diagramma veglia-sonno del soggetto conducente 5 a vari livelli di filtraggio. Il riquadro in alto rappresenta il segnale grezzo (non filtrato) mentre scendendo verso il basso sono rappresentati i segnali filtrati rispettivamente con una finestra di 10, 100, 150, 500 campioni.

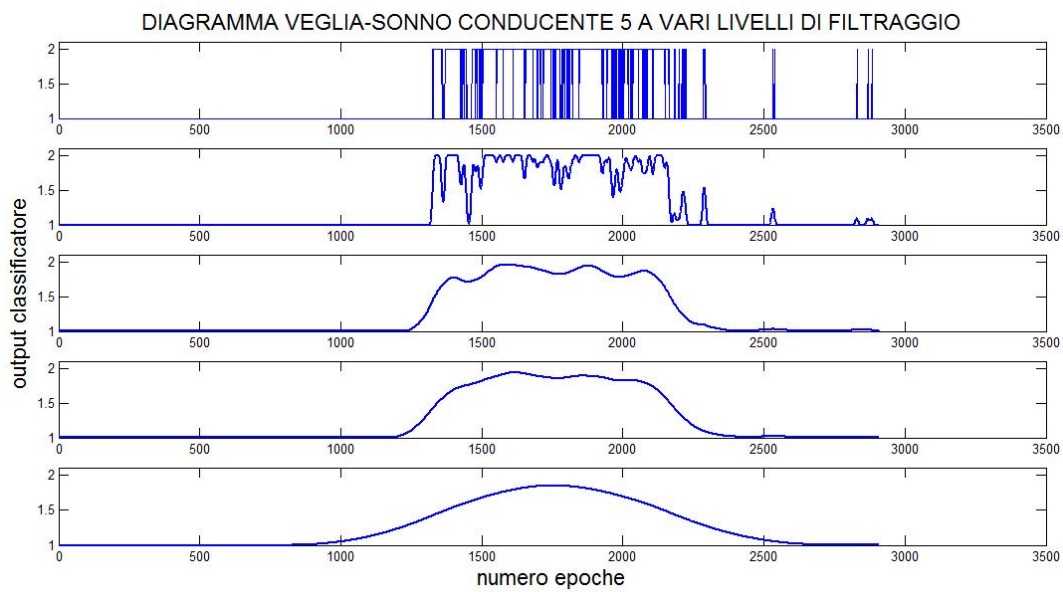


Figura 3.2: esempio di diagramma veglia-sonno a vari livelli di filtraggio.

Per il filtraggio definitivo di tutti i segnali è stata scelta la finestra di 150 campioni perchè rappresenta il giusto compromesso tra un eccessivo appiattimento del segnale e lo smorzamento delle fluttuazioni. In questo modo è possibile individuare con più precisione le epoche di sonno da prendere in considerazione per l'individuazione del punto di addormentamento in modo tale da rapportare la lettura SEM ai singoli diagrammi veglia-sonno.

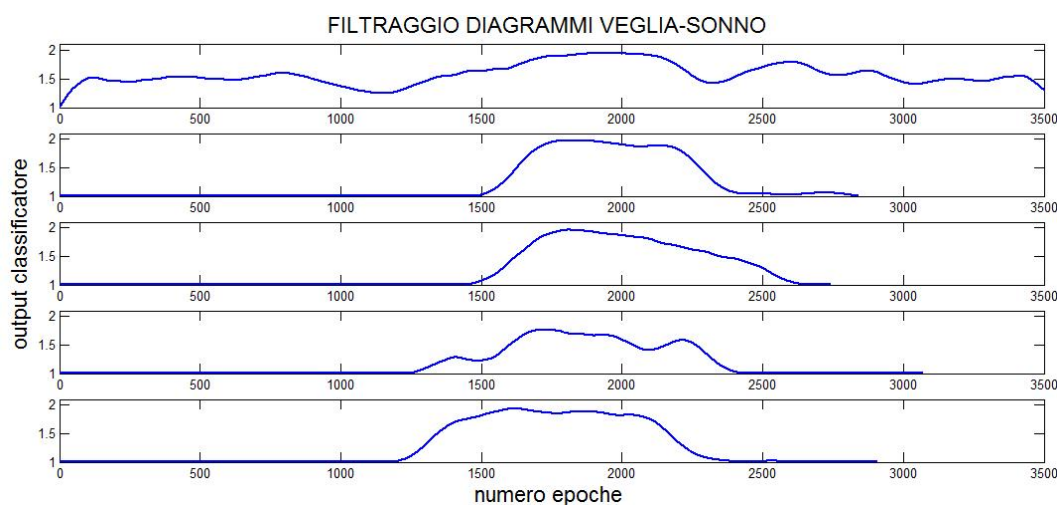


Figura 3.3: *diagrammi veglia-sonno filtrati mediante un filtro a media mobile con una finestra di 150 campioni .*

Il punto di addormentamento, per ogni soggetto, è stato individuato sovrapponendo in uno stesso grafico il diagramma veglia-sonno filtrato e il segnale grezzo. Nella figura 3.4 il segnale filtrato è rappresentato in rosso mentre il segnale grezzo è rappresentato in blu. Il diagramma veglia-sonno preso in considerazione in figura è riferito al conducente numero 4. Dall'intersezione delle due curve è possibile determinare le epoche corrispondenti all'addormentamento. Il criterio di determinazione del punto di addormentamento è del tutto arbitrario ed è stato scelto perchè sembra un buon compromesso tra la risoluzione temporale del segnale grezzo e la riduzione del rumore di classificazione del segnale filtrato. In linea teorica il segnale grezzo dovrebbe fare un salto dallo stato 1 (veglia) allo stato 2 (sonno) in corrispondenza dell'addormentamento. Tuttavia sono presenti delle oscillazioni anche molto prima

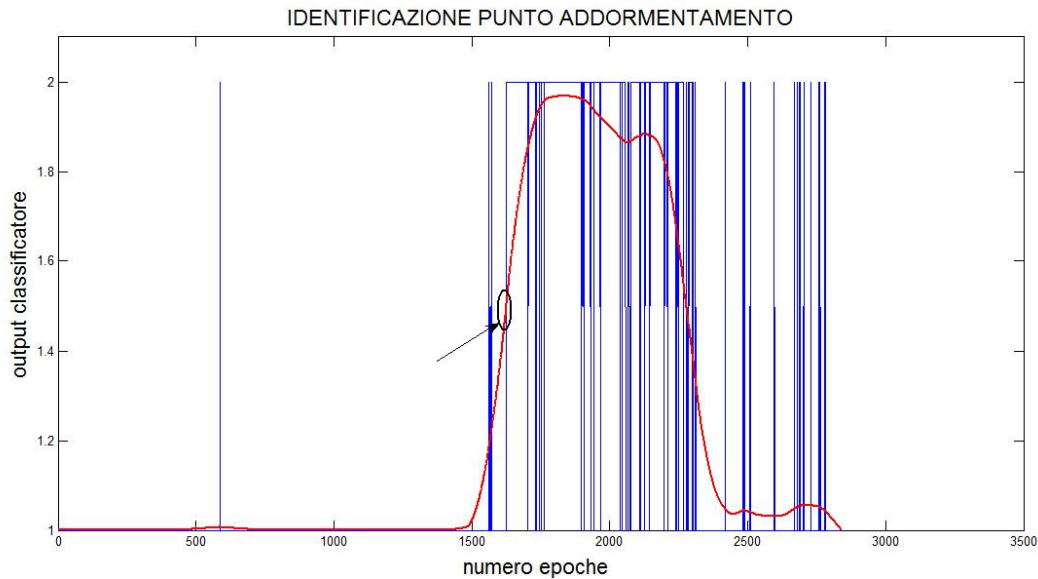


Figura 3.4: *identificazione punto addormentamento mediante sovrapposizione del segnale grezzo e del segnale filtrato.*

dell'addormentamento e ciò potrebbe essere dovuto a rumore oppure a errori del classificatore.

3.3 SEM in relazione all'addormentamento

La figura 3.5 sottostante rappresenta il numero di SEM al minuto in relazione ai 12 intervalli di tempo nei quali contare i SEM. La schermata in alto è riferita al primo soggetto e così via fino alla schermata più in basso riferita al quinto soggetto. Ogni barra verticale indica il numero di SEM riscontrati per ogni intervallo. Quello che ci si aspetta di trovare è una concentrazione molto bassa di SEM da due a un'ora prima dell'addormentamento (intervallo 1) che aumenta sempre di più fino a raggiungere il massimo in prossimità dell'addormentamento (0 min). Dopodichè, quando il soggetto dorme la concentrazione di SEM dovrebbe decadere fino a cessare completamente nelle fasi di sonno stabile (da 1 a 2 ore dopo l'addormentamento).

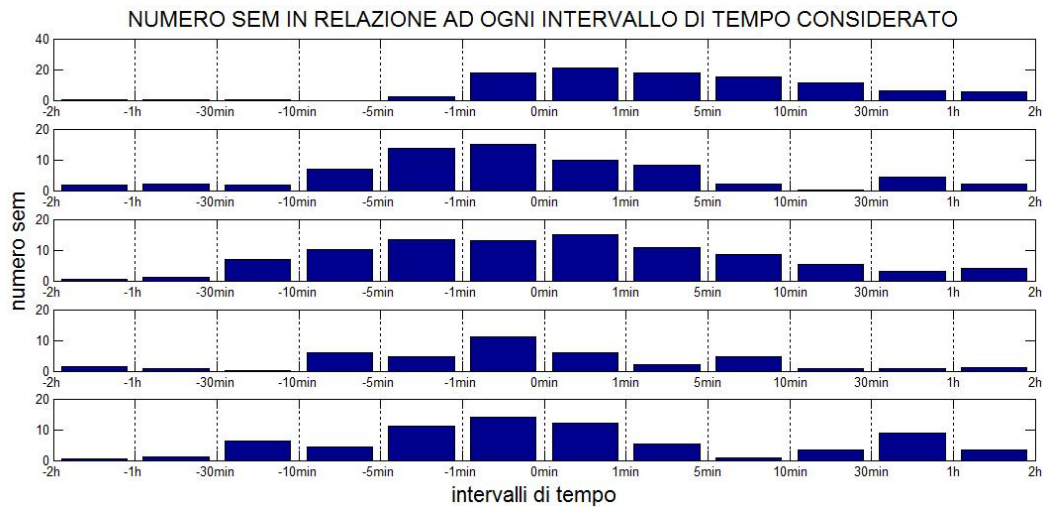


Figura 3.5: *numero di SEM al minuto calcolati per ognuno dei 12 intervalli di tempo considerati.*

Ci sono dei soggetti (ad esempio il soggetto 2) che presentano molti SEM da 5 a un minuto prima dell'addormentamento mentre il soggetto 1 ne presenta pochissimi. Tuttavia per tutti i soggetti si riscontra una densità di SEM abbastanza elevata in corrispondenza dell'addormentamento in accordo con quello che ci si aspettava.

Questo lo si può notare analizzando il numero di SEM al minuto, per ogni intervallo, mediato sui 5 soggetti conducenti (figura 3.6). Mediamente si ha dunque quello che ci si aspettava ovvero un'impennata della concentrazione dei SEM a cavallo dell'addormentamento. Nel grafico si riscontrano delle barre di errore abbastanza evidenti che testimoniano la presenza di una forte variabilità tra soggetto e soggetto. Tali errori potrebbero essere dovuti ad errori del classificatore che individua un'epoca di sonno come una di veglia e viceversa, e di conseguenza si traducono in un'identificazione errata del punto di inizio del sonno. Inoltre bisogna considerare anche la possibilità di errori commessi dall'algoritmo di identificazione dei SEM che potrebbe aver segnalato la presenza di un evento SEM quando non c'era e viceversa.

Al fine di stabilire se le medie del numero di SEM registrati nei vari intervalli siano significativamente diverse è stato effettuato un t-test per dati appaiati

a due a due con correzione dell'errore, tramite l'utilizzo del metodo Bonferroni. Sono stati eseguiti confronti tra l'intervallo compreso tra 1 minuto e il punto di addormentamento e gli altri intervalli di tempo, per un totale di 11 confronti. Per ogni confronto è stato calcolato il p-value corretto con il metodo Bonferroni e rapportato ad un p-value di riferimento ($p=0.05$). Per quanto riguarda la fase che precede l'addormentamento vi è una differenza significativa del numero di SEM tra l'intervallo compreso tra 1 minuto prima e l'addormentamento e gli intervalli compresi, tra 2 ore e un'ora prima dell'addormentamento ($0.0057 < 0.05$), e un'ora e 30 minuti prima dell'addormentamento ($0.0053 < 0.05$). Nella fase post-addormentamento si è constatata una differenza significativa del numero di SEM tra l'intervallo compreso tra 1 minuto prima e l'addormentamento (e gli intervalli compresi, tra 10 minuti e 30 minuti dopo l'addormentamento ($0.0233 < 0.05$), tra 30 minuti e un'ora dopo l'addormentamento ($0.0144 < 0.05$) e tra e un'ora un'ora e 2 ore dopo dell'addormentamento ($0.0015 < 0.05$). Si può concludere affermando che vi è una differenza significativa tra il numero di SEM registrato a cavallo dell'addormentamento e il numero di SEM registrato sia in veglia stabile (mezz'ora prima dell'addormentamento), sia nella fase di sonno stabile (10 minuti dopo l'addormentamento).

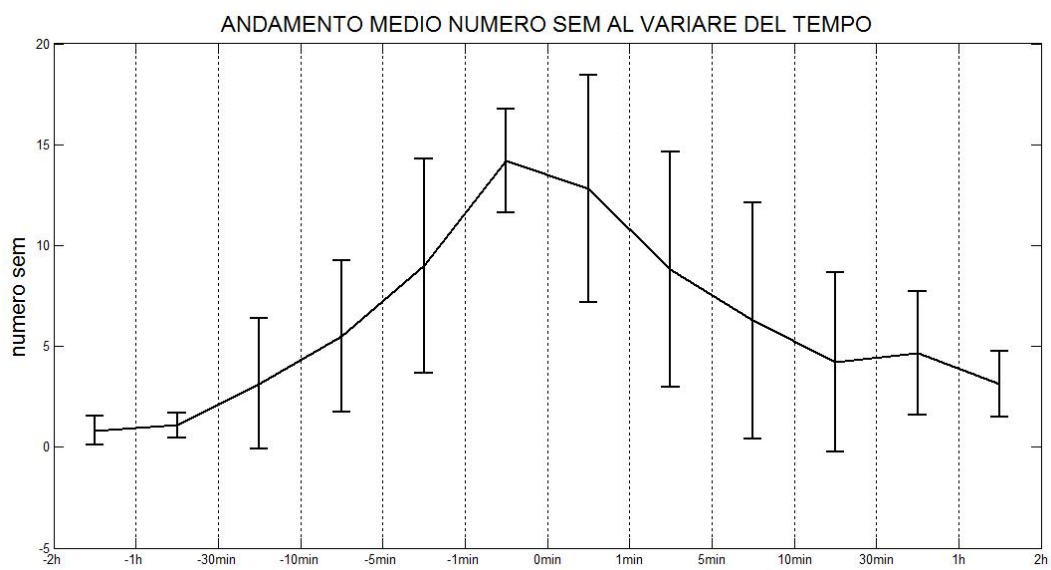


Figura 3.6: *andamento del numero di SEM medio in relazione agli intervalli di tempo considerati.*

Capitolo 4

Discussione e Conclusioni

La sonnolenza durante la guida rappresenta la causa di numerosi incidenti stradali. Rilevare i segnali che precedono la sonnolenza può rivelarsi utile al fine di adottare misure correttive che prevengano tali incidenti.

Dunque si ha la necessità di trovare un marcatore valido in grado di identificare la sonnolenza, sia notturna che diurna, prima che manifesti i suoi effetti. In particolare negli ultimi anni la sonnolenza diurna ha suscitato un forte interesse a livello sociale, sia per una maggiore attenzione nei confronti dei disturbi del sonno, sia perchè la sonnolenza diurna può tradursi in riduzione delle performance cognitive con rischio di incidenti stradali e sul lavoro. Nella realtà odierna l'identificazione della sonnolenza è effettuata da personale qualificato e in ambienti specialistici, attraverso il monitoraggio di più parametri contemporaneamente. Ancora non è stato distinto un marcatore unico e affidabile di sonnolenza, ma i SEM sono considerati un valido indice di sonnolenza, infatti compaiono tra i parametri utilizzati per l'identificazione della fase 1 del sonno. Tuttavia si conosce molto poco sui SEM anche per le difficoltà riscontrate nel loro riconoscimento e nella loro analisi. Una conoscenza più accurata sui SEM potrebbe affiancare l'analisi dei segnali EEG, fornendo ulteriori contributi sui processi che regolano il sonno. In questo studio, per analizzare la sonnolenza dei soggetti considerati, è stato realizzato un classificatore veglia-sonno a partire dalla registrazione di un solo canale EEG.

Lo strumento utilizzato per la classificazione di un soggetto come sveglio o dormiente è basato sulle support vector machines (SVM). Le SVM rappresen-

tano un insieme di metodi di apprendimento supervisionato molto semplice da utilizzare: con pochi passaggi è stato possibile effettuare la fase di training ed ottenere i parametri necessari per la successiva fase di classificazione dei dati appartenenti a una delle due classi (veglia o sonno). Le SVM si dimostrano molto efficienti da applicare anche con dati non linearmente separabili, grazie all'utilizzo di specifiche funzioni kernel, rispetto alle reti neurali che, in questi casi, risultano molto complicate da addestrare. Inoltre presentano ottima capacità di generalizzazione e, grazie all'introduzione delle variabili di slack, funzionano bene anche in caso di dati anomali sul training set. In questo lavoro sono stati trattati solo problemi di classificazione binaria, ma potrebbe capitare che le classi di appartenenza siano più di due e le SVM si prestano ad essere estese anche a casi di classificazione multi-classe. Per contro si presentano di difficile implementazione ed applicabili a data set limitati, in quanto la loro complessità aumenta all'aumentare del numero dei dati di input. L'utilizzo delle SVM in questo studio ha previsto un confronto tra i vari kernel messi a disposizione dall'algoritmo delle SVM. Analizzando le prestazioni dei singoli classificatori, variando di volta in volta funzione kernel e relativi parametri, è emerso che il classificatore che offre la migliore performance è quello con una funzione kernel RBF. Tale classificatore è in grado di predire la classe di appartenenza di un dato con un'accuratezza del 91%. Questo presuppone che la SVM addestrata potrebbe essere considerata come uno strumento utile ed efficace da utilizzare come metodo di distinzione automatica tra veglia e sonno. Sebbene questo studio abbia prodotto buoni risultati riguardo la classificazione binaria veglia-sonno, le prestazioni del classificatore potrebbero essere migliorate utilizzando registrazioni provenienti da più canali EEG.

Nel lavoro in esame i SEM rilevati automaticamente sono stati valutati in specifici intervalli e rapportati al diagramma veglia-sonno. Nei singoli casi si è riscontrata una forte variabilità tra soggetto e soggetto, mentre a livello medio si è ottenuto ciò che si era ipotizzato, ossia un'impennata del numero di SEM prossimità dell'addormentamento. Analizzando i risultati del t-test è emerso che vi è una differenza significativa tra il numero di SEM registrato a cavallo dell'addormentamento e il numero di SEM registrato sia in veglia stabile (da 2 ore fino a 30 min prima dell'addormentamento) sia nella fase di sonno stabile (da 10 minuti fino a 2 ore dopo l'addormentamento). Per quanto riguarda

gli altri confronti non è emersa alcuna differenza significativa e ciò può anche essere dovuto alle dimensioni del campione in esame che comprendeva solo 5 soggetti. L'ipotesi di riscontrare eventi SEM sempre in prossimità dell'addormentamento non è stata del tutto verificata anche perchè i SEM possono precedere le modificazioni EEG del sonno. Inoltre l'identificazione del punto di addormentamento è avvenuta tramite l'analisi del diagramma veglia-sonno derivante dal segnale EEG, mediante un criterio che, seppur ragionevole, resta un pò arbitrario e andrebbe validato. Concludendo si può affermare che i risultati evidenziano una tendenza media dei SEM a predire l'addormentamento ma con un' elevata variabilità inter-soggettiva. Tale variabilità sottolinea che l'obiettivo della realizzazione di un dispositivo automatico, in grado di lanciare un segnale di allerta in caso di sonnolenza durante la guida, richiede ulteriori studi e analisi.

4.1 Sviluppi futuri

Sono necessarie ulteriori ricerche per produrre un dispositivo di rilevamento sonnolenza/alerta robusto e affidabile in tempo reale. Data la limitatezza del campione utilizzato in questo studio, si potrebbe effettuare un'analisi su un numero sufficientemente elevato di soggetti magari utilizzando un simulatore di guida in stato di privazione di sonno. Utilizzare un simulatore di guida può arrecare un duplice vantaggio: è possibile osservare il comportamento dei guidatori in condizioni sperimentali comuni riducendo la variabilità tra soggetto e soggetto; si può controllare l'influenza di fattori esterni che non interessano le misurazioni in esame. L'algoritmo di classificazione veglia-sonno può essere migliorato utilizzando e validando altri classificatori (reti neurali o classificatori bayesiani) che siano più facilmente implementabili e che richiedano minori risorse in termini di memoria e tempo di calcolo in caso di grandi quantità di dati di input. Inoltre si può pensare di estrarre features basate, non solo sul segnale EEG, ma anche sul monitoraggio di altri parametri (battito cardiaco, attività muscolare).

Per quanto riguarda l'analisi dei SEM si possono utilizzare misure più sofisticate del loro numero per minuto per trovare predittori del sonno con un'accuratezza migliore.

Appendice A

Moltiplicatori di Lagrange

A.1 Formulazione lagrangiana caso dati linearmente separabili

Il problema di programmazione quadratica 2.6 può essere riformulato utilizzando i moltiplicatori di Lagrange. Questa riformulazione offre principalmente due vantaggi nella ricerca dei support vectors che identificano l'iperpiano ottimo:

- i vincoli dell'eq.(2.5) verranno sostituiti da moltiplicatori di Lagrange, più facili da gestire;
- i dati di training saranno espressi tramite prodotto scalare tra vettori. Questo permette la generalizzazione della procedura anche al caso di dati non linearmente separabili.

Indicando con $\alpha_n \geq 0$ i moltiplicatori di Lagrange (uno per ogni condizione) la nuova formulazione del problema sarà:

$$L_p(\vec{w}, b, \alpha) = \frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2 - \sum_{n=1}^N \alpha_n (y_n(\vec{w}\vec{x}_n + b) - 1) \quad (\text{A.1})$$

A questo punto bisogna minimizzare L_p rispetto a \vec{w} e b verificando, che le derivate di L_p rispetto a tutti gli α_n siano uguali a zero, con $\alpha_n > 0$.

Siamo di fronte ad un problema di programmazione quadratica convessa, dal momento che risulta convessa la funzione lagrangiana che vogliamo minimizzare. Dunque è possibile ricorrere all'espressione duale del problema: massimizzare L_p imponendo che le derivate parziali di L_p rispetto a \vec{w} e b siano nulle, sotto il vincolo che $\alpha_n > 0 \quad \forall n$. La formulazione duale del problema permette di ottenere lo stesso risultato ma in maniera più efficiente a livello computazionale. Ponendo le derivate parziali uguali a zero si ottiene:

$$\frac{\partial L_p}{\partial b} = - \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial L_p}{\partial \vec{w}} = \vec{w} - \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n \vec{x}_n = 0 \quad (\text{A.3})$$

Sostituendole nell'espressione del problema primale, Eq.(A.1), si ricava la seguente formulazione duale:

$$L_d(\alpha) = \sum_{n=1}^N \alpha_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N y_n y_i \alpha_n \alpha_i \vec{x}_n \vec{x}_i \quad (\text{A.4})$$

Si può notare come nella formulazione duale i vettori di training si presentano attraverso prodotti scalari tra i vettori stessi e ciò garantisce di estendere la procedura al caso di insiemi che non sono linearmente separabili.

Per trovare la soluzione si deve massimizzare L_d rispetto a $\vec{\alpha}$ rispettando le condizioni $\sum_{n=1}^N \alpha_n = 0$ e $\alpha_n \geq 0$. Risolvendo il problema di programmazione quadratica otteniamo come risultato il vettore dei moltiplicatori di Lagrange $\vec{\alpha}$ che sostituito nell'Eq.(A.3) permette di calcolare \vec{w} :

$$\vec{w} = \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n \vec{x}_n \quad \text{con} \quad \alpha_n \geq 0 \quad (\text{A.5})$$

Per ogni dato utilizzato nella fase di training esiste un moltiplicatore di Lagrange ma solo i *support vectors* (vettori di supporto) possono avere coefficienti lagrangiani non nulli, quindi la sommatoria può essere riscritta nella forma seguente:

$$\vec{w} = \sum_{SV} \alpha_n y_n \vec{x}_n \quad \text{con} \quad \alpha_n > 0 \quad (\text{A.6})$$

Gli x_n per cui $\alpha_n > 0$ sono appunto i support vectors, ossia quei valori per cui è limitata la sommatoria. Essi giacciono su uno dei due iperpiani di margine, H_1 o H_2 e svolgono un ruolo fondamentale nella soluzione del problema di training, in quanto la determinazione degli iperpiani dipende esclusivamente da essi. Infatti gli altri punti hanno il corrispondente $\alpha_n = 0$ quindi non influenzano la soluzione perchè, anche se venissero eliminati o spostati senza oltrepassare la soglia, si otterrebbe lo stesso iperpiano.

A.2 Formulazione lagrangiana caso dati non linearmente separabili

Anche in questo caso come per i dati linearmente separabili è utile servirsi dei moltiplicatori di Lagrange. In questo modo il problema di minimizzazione (2.10) cambia espressione:

$$\max \quad L_p = \frac{1}{2} \|\vec{w}\|^2 + C \left(\sum_{n=1}^N \xi_n \right) - \sum_{n=1}^N \alpha_n [y_n (\vec{w} \vec{x}_n + b) - 1 + \xi_n] - \sum_{n=1}^N \gamma_n \xi_n \quad (\text{A.7})$$

I coefficienti α_n e γ_n sono i moltiplicatori di Lagrange. Differenziando questa funzione rispetto a \vec{w} , b , ξ_n e annullando le derivate si ottiene la formulazione duale del problema per il caso di dati linearmente non separabili:

$$L_d(\alpha) = \sum_{n=1}^N \alpha_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^N y_n y_i \alpha_n \alpha_i \vec{x}_n \vec{x}_i \quad (\text{A.8})$$

Questa equazione è soggetta ai vincoli:

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0$$

$$0 \leq \alpha_n \leq C$$

con la differenza, rispetto al caso linearmente separabile, che i coefficienti di Lagrange α_n oltre ad essere limitati inferiormente sono anche limitati

superiormente da C . L'iperpiano ottimo è definito da:

$$\vec{w} = \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n \vec{x}_n \quad (\text{A.9})$$

Tale sommatoria come nel caso separabile può essere ristretta solo ai vettori di supporto:

$$\vec{w} = \sum_{SV} \alpha_n y_n \vec{x}_n \quad (\text{A.10})$$

Bibliografia

- [1] Magosso, E., Provini, F., Montagna, P., Ursino, M. (2006). *A wavelet based method for automatic detection of slow eye movements: A pilot study*. Medical engineering and physics, 28(9), 860-875.
- [2] Ogilvie, R. D. (2001). *The process of falling asleep*. Sleep Medicine Reviews, 5(3), 247-270.
- [3] Rechtschaffen, A., Kales, A. (1968). *A manual of standardized terminology, techniques and scoring system for sleep stages of human subjects*.
- [4] Van Den Heuvel, C. J., Noone, J. T., Lushington, K., Dawson, D. (1998). *Changes in sleepiness and body temperature precede nocturnal sleep onset: evidence from a polysomnographic study in young men*. Journal of sleep research, 7(3), 159-166.
- [5] Hauri, P., Good, R. (1975). *Frontalis muscle tension and sleep onset*. Sleep Res, 4, 222
- [6] Casagrande, M., De Gennaro, L., Violani, C., Braibanti, P., Bertini, M. (1997). *A finger-tapping task and a reaction time task as behavioral measures of the transition from wakefulness to sleep: Which task interferes less with the sleep onset process?*. Sleep, 20, 301-312.
- [7] Casagrande, M., Violani, C., De Gennaro, L., Braibanti, P., Bertini, M. (1995). *Which hemisphere falls asleep first?*. Neuropsychologia, 33(7), 815-822.

- [8] Staley, B., Metzger, L. J., Gupta, K. B., Schwab, R. J. (1994). *A novel technique utilizing a tactile stimulus to determine sleep and wakefulness*. Sleep Res, 23, 468.
- [9] Porte, H. S. (2004). *Slow horizontal eye movement at human sleep onset*. Journal of sleep research, 13(3), 239-249.
- [10] De Gennaro, L., Ferrara, M., Ferlazzo, F., Bertini, M. (2000). *Slow eye movements and EEG power spectra during wake-sleep transition*. Clinical neurophysiology, 111(12), 2107-2115.
- [11] Torsvall, L., Åkerstedt, T. (1987). *Sleepiness on the job: continuously measured EEG changes in train drivers*. Electroencephalography and clinical Neurophysiology, 66(6), 502-511.
- [12] Carskadon, M. A., Dement, W. C., Mitler, M. M., Roth, T., Westbrook, P. R., Keenan, S. (1986). *Guidelines for the multiple sleep latency test (MSLT): a standard measure of sleepiness*. Sleep, 9(4), 519-524.
- [13] Vapnik, V. (1995). *The nature of statistical learning theory*.
- [14] Boser, B. E., Guyon, I. M., Vapnik, V. N. (1992). *A training algorithm for optimal margin classifiers*. In Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory (pp. 144-152). ACM.
- [15] Cortes, C., Vapnik, V. (1995). *Support-vector networks*. Machine learning, 20(3), 273-297.
- [16] Ogilvie, R. D., Mcdonagh, D. M., Stone, S. N., Wilkinson, R. T. (1988). *Eye movements and the detection of sleep onset*. Psychophysiology, 25(1), 81-91.
- [17] Ogilvie, R. D. (2001). *The process of falling asleep*. Sleep Medicine Reviews, 5(3), 247-270.
- [18] Burges C.J.C., *A tutorial on support vector machines*

Ringraziamenti

Giunto alla fine dei miei studi universitari, desidero ringraziare il Prof. Mauro Ursino per i preziosi insegnamenti durante la mia carriera universitaria e per la serietà con cui svolge il proprio lavoro. Inoltre, ringrazio sentitamente l'Ing. Filippo Cona che mi ha seguito passo passo nella stesura della tesi con grande disponibilità. Ringrazio con affetto la mia famiglia che con tanto amore e sacrificio mi ha permesso di raggiungere questo traguardo. Infine, vorrei esprimere la mia sincera gratitudine a tutti i miei amici (vicini e lontani) perchè se questo giorno è arrivato, è anche merito vostro.