### Alma Mater Studiorum Università degli Studi di Bologna

Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in INGEGNERIA CIVILE Tesi di Laurea in CALCOLO AUTOMATICO DI STRUTTURE LS

# Modellazione ed analisi di sistemi di copertura di edifici industriali

Candidato: Antonio Pasqua Relatore: Prof.Ing.Francesco Ubertini

Correlatori: Dott.Ing.Antonio Ruggerini Dott.Ing.Stefano de Miranda

Anno Accademico 2008/2009 - Sessione II



Tesi di laurea svolta presso il DISTART - Scienza delle Costruzioni,

Laboratorio di Meccanica Computazionale (LAMC),

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

A "Umby" capace in ogni situazione di darmi sempre il consiglio "giusto." Grazie papà

## Indice

In	dice			<b>7</b>		
	1	Introd	luzione	9		
1	I sis	stemi o	li copertura formati a freddo	11		
	1	Cold I	Formed $\ldots$	12		
		1.1	Cenni storici e normativi	15		
		1.2	Tecniche di cold-forming $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	15		
		1.3	Vantaggi e limitazioni	17		
		1.4	Effetti della sagomatura a freddo	19		
		1.5	Comportamento CF $\ldots$	21		
	2 Roof System			24		
		2.1	Arcareccio	24		
		2.2	Sistemi di stabilizzazione	25		
		2.3	Lamiera	28		
		2.4	Connessioni	28		
		2.5	Tipologie di tetto	30		
<b>2</b>	Approcci alla progettazione di coperture in acciaio con elementi cold-					
	form	ned		33		
	1	Coper	ture di tipo 1-2-3-4	33		
2 Approccio AISI alla progettazione		occio AISI alla progettazione	35			
		2.1	Arcareccio a "Z"	35		
		2.2	Arcareccio a "C"	42		
	3	Appro	occio EC	43		
	4	occio 'RM' alla progettazione	50			
		4.1	Paramtro R e sua valutazione per $RM$ , EC e AISI	50		
		4.2	Parametro r e sua valutazione in $RM$ e EC	53		

3	Un modello in ANSYS per lo studio dei sistemi di copertura formati						
	a freddo						
	1	Analisi non lineare: Metodi iterativi ed incrementali per il tracciamento					
		del percorso di equilibrio	57				
		1.1 Il metodo Arc- Length in ANSYS:	64				
	2	Roof Type 1	66				
		2.1 Un modello per l'arcareccio	66				
		2.2 Un modello per il pannello	71				
		2.3 Un modello per il conatto	73				
	3	Roof Type 4	73				
	4	Postprocessing Analisi	75				
4	ROOF TYPE 1 e 4: Risultati della campagna di sperimentazione nu-						
	merica						
	1	RT1-s-7200	77				
	2	RT1-s-9000	92				
	3	RT1-s-10800	106				
	4	RT1-s-confronto	120				
	5	RT1-d-7200	126				
	6	RT4-s-7200	140				
	7	RT4-s-9000	154				
	8	RT4-s-10800	168				
	9	RT4-s-confronto	182				
	10	RT4-d-7200	186				
	11	RT4-d-9000	200				
	12	RT4-d-10800	214				
	13	RT4-d-confronto	228				
	14	RT4-s-7200-sensitività alla posizione dei ritegni	232				
	15	Considerazioni generali sul'effetto stabilizzante della copertura	242				
5	Conclusioni e futuri sviluppi 2						
	1	Ringraziamenti	252				

### 1 Introduzione

Nella costruzione di edifici industriali, si utilizzano molto spesso, sia per l'economicità che per la semplicità di montaggio, coperture leggere realizzate con profili sagomati a freddo e pannelli in lamiera grecata.

La copertura così realizzata è veramente un "unico" strutturale: l'arcareccio porta i carichi forniti dal pannello, il quale a sua volta impedisce lo spostamento laterale dell'arcareccio e la sua rotazione. L'arcareccio senza il pannello, non sarebbe in grado di resistere a carichi esterni.

Talvolta, però, per eliminare il ponte termico che si crea al contatto tra arcareccio e pannello, si interpongono fra questi, appositi dispositivi distanziatori. In un sistema costruttivo così realizzato, diventa necessario valutare attentamente la rigidezza del sistema di copertura per verificare la sua capacità di fornire un ritegno stabilizzante all'arcareccio. Questo problema è affrontato in normative europee (1), in istruzioni americane (2), ma sempre nell'ipotesi che il pannello, o più in generale il sistema di copertura, sia un ritegno molto rigido o tale comunque da non doverne valutare quantitativamente la cedevolezza. In letteratura vengono proposti, per il calcolo di tali sistemi, modelli strutturali basati su una teoria di trave alla quale vengono aggiunti opportuni ritegni elastici continui, la cui rigidezza è tarata sperimentalmente o numericamente per rappresentare sinteticamente il pannello ed il suo sistema di fissaggio all'arcareccio. La idea di rappresentare complessivamente il sistema di copertura tramite "continuous elastic restraints" è da tempo proposta in letteratura (vedi a titolo di esempio (3) o più recentemente (4)), ma è tuttavia più recente (vedi (5; 6)) la proposta di utilizzare i risultati di un modello così costruito non solo per la stabilità globale dell'arcareccio, ma anche per la analisi di dettaglio della sua interazione con il pannello.

La tesi tratta alcuni aspetti relativi alla modellazione e analisi di sistemi di copertura di tipo "Cold-Formed". In particolare viene indagato il campo di applicabilità della ipotesi di continuous elastic restraint proposta nella letteratura scientifica per la modellazione numerica di tali sistemi, ed il campo di valori in cui i ritegni si possono definire o meno 'rigidi'. Viene inoltre proposta una definizione alternativa della equivalenza dei ritegni elastici, complementare a quella proposta dalla normativa.

L'esposizione si articola in cinque parti.

Nella prima parte, introduttiva, sono descritti gli elementi formati a freddo, le modalità

di produzione, il loro impiego, nonchè le coperture di tipo cold-formed ed i vari elementi che le compongono.

Nella seconda parte sono illustrati alcuni approcci progettuali attualmente disponibili sia in letteratura, sia nelle normative vigenti per calcolare gli arcarecci come travi stabilizzate da ritegni elastici distribuiti.

Nella terza parte è sviluppato un modello agli elementi finiti idoneo a modellare il comportamento del sistema di copertura, sotto diverse condizioni di carico. Tale modello viene sviluppato in due varianti specifiche per due sistemi costruttivi: uno normato e un altro che non rientra nelle tipologie trattate dalle normative vigenti.

La quarta parte, dedicata alla sperimentazione numerica, confronta i risultati di modelli numerici ad elementi finiti tridimensionali, con non linearità geomatrica e non linearità di contatto arcareccio-pannello, comparandoli con quelli di modelli basati su teorie di trave di ordine superiore, e esponendo alcune considerazioni di carattere generale.

Nella ultima parte vengono infine esposte alcune considerazioni finali, e vengono delineate le possibili strade per ulteriori sviluppi.

## Capitolo 1

# I sistemi di copertura formati a freddo

In questo capitolo si introdurranno gli elementi formati a freddo -in lett. *cold formed* -, suddivisi per tipologie e modalità di impiego. Si faranno quindi, dei brevi cenni storici riguardo al loro impiego e alle prescrizioni che li rigurdano.

Si considereranno peculiarità e svantaggi che caratterizzano tali prodotti, soffermando l'attenzione sul fenomeno dell'instabilità.

La seconda parte del capitolo descriverà invece il loro impiego nelle coperture, specificando i singoli elementi che le compongono. Si mostreranno nel dettaglio quali sono le varie connessioni tra arcareccio e pannello e quali sono le difficoltà nel considerare, in alcune situazioni, il contributo del pannello alla stabilizzazione laterale e torsionale dell'arcareccio.

### 1 Cold Formed

I prodotti cold formed possono essere classificati in tre principali tipologie:

- barre;
- lastre;
- pannelli sandwich.



Figura 1.1: Sezioni tipiche, singole e accoppiate di barre cold-formed

Le barre - fig. 1.1 - sono principalmente usate, con la funzione di:

- arcarecci di copertura, -di solito sezioni a C o a Z nei casi in cui carichi relativamente bassi agiscono su piccole luci;
- travi principali, di solito sezioni a C accoppiate ;
- colonne, sezioni scatolari ;
- aste di travature reticolari -in particolare per luci non molto elevate, fino a 15 m -.

Il range di spessore di impiego va dai 1 mm agli 8 mm.

Volendo confrontare tali prodotti con elementi classici hot-rolled, giocano a favore dei primi le caratteristiche di:

- costanza dello spessore;
- rapporto peso-spessore;



Figura 1.2: Sezioni tipiche lastre

• varietà di scelta della sezione trasversale.

Le lastre - fig. 1.2 - sono invece elementi piani di esiguo spessore che assorbono il carico applicato sotto forma di sollecitazioni membranali. Lo spessore di tali elementi va dai 0.5 mm ai 2 mm.

Generalmente sono usate con funzione di rivestimento e di orizzontamento, nel caso di coperture leggere oppure negli ultimi anni con funzione collaborante, per realizzare solai praticabili - con soletta in calcestruzzo, eventualmente armata con una rete -.

Di questi elementi è possibile farne una ulteriore distinzione:



Figura 1.3: Sezioni caratteristiche delle diverse generazioni di lastre

- una prima generazione, è rappresentata da pannelli con profilo trapezoidale senza irrigidimenti, che permette di superare luci non superiori ai 3 m;
- una seconda tipologia, conserva la sezione a trapezio, ma dotata di piegature nella direzione longitudinale possiede una più elevata rigidezza, che ne consente l'impiego per luci fino ai 6-7 m;
- la terza generazione di prodotto, ha sezione costituita da un unico grande trapezio, risultando molto rigida sia in direzione trasversale che longitudinale, è impiegata per luci libere superiori ai 12 m.

Infine i pannelli sandwich sono invece particolarmente impiegati nella realizzazione di coperture, per la loro capacità di isolamento termico e contemporanea funzione di protezione dagli agenti atmosferici. Questi prodotti costituiti da una strato interno di schiuma rigida poliuretanica, su entrambi i lati protetto da fogli di lamiera, - fig. 1.4-sono caratterizzati da una rapida messa in opera, che ottimizza i tempi di costruzione dell'edificio .



Figura 1.4: Esempio di pannello sandwich

La produzione standardizzata di tali elementi, ha portato nell'ambito delle costruzioni metalliche i seguenti vantaggi:

- migliore estetica;
- velocità nel costruire;
- ridotta manutenzione;

- facilità di ampliamenti;
- riduzione dei costi di esercizio.

#### 1.1 Cenni storici e normativi

I primi utilizzi degli acciai sagomati a freddo nelle costruzioni risalgono al 1850, negli Stati Uniti e in Gran Bretagna, anche se la loro diffusione rimase molto limitata fino al 1940.

Nel 1939, infatti l'AISI - American Iron Steel Institute - sponsorizzò la ricerca in tale settore presso la Cornell University sotto la direzione di George Winter, il quale portò alla pubblicazione, nel 1946, della prima edizione delle "Specifications for the Design of Cold- Formed Steel Structural Members" e al successivo sviluppo dei sagomati a freddo. Sul versante europeo, agli inizi degli anni 80, l' European Convention for Constructural Steelwork, pubblicò: "Good practice in steel cladding and roofing", nel quale erano invece contenute le prescrizioni comunitarie per l'impiego di pannelli di copertura e di rivestimento in acciaio.

Da allora, i progressi conoscitivi derivanti dalla esponenziale diffusione delle applicazioni di profili sottili, accompagnata dall'intensa attività della ricerca scientifica, hanno portato e contribuiscono tuttora ad un continuo aggiornamento della normativa del settore. In quest'ottica, si colloca la recente proposta di normativa europea -Eurocodice 3, parte 1.3- che tenta di riunire, sotto un approccio unificato, la vasta problematica dei profili in parete sottile sagomati a freddo. Parallelamente negli USA, l'AISI ha pubblicato un nuovo documento: "Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification" in cui viene descritto lo stato dell'arte e di conoscenza di tali strutture.

Nonostante ciò, tali prescrizioni insieme alla letteratura disponibile sull'argomento, non risultano essere completamente soddisfacenti in termini di dettaglio, di specificazione di casi particolari e di economicità, nei rigurdi dei tanti interrogativi che le diverse direzioni di ricerca negli ultimissimi anni hanno aperto.

Di recente pubblicazione, per esempio è infatti il report: "Estimation of restraint forces for Z-purlin Roofs under gravity loads", risultato di ricerca da parte dell'AISI, che, evidenziando disposizioni incorrette e effetti trascurati dalle normative americane, ne suggerisce una sua nuova valutazione.

#### 1.2 Tecniche di cold-forming

Le diverse sezioni degli elementi cold formed possono essere ottenute sostanzialmete attraverso due diverse filosofie produttive:



Figura 1.5: Principio di funzionamento di una macchina cold-rolling

• una di produzione continua: detta *cold rolling* - rullatura a freddo -, la quale è generalmente usata per la produzione di barre e lastre corrugate. La sezione finale del prodotto è ottenuta attraverso un'operazione di piegatura continua esercitata da coppie di rulli posti in successione.

Di solito a una delle estremità è posta una macchina tagliatrice che "taglia" l'elemento alla lunghezza richiesta, in modo da non arrestare la produzione. Tale metodologia consente:

- notevole precisione dimensionale;
- possibilità di sagomare lamiere verniciate o rivestite.
- altre di produzione discontinua: definite press braking pressatura fig. 1.6 o folding piegatura fig. 1.7 -. Le macchine pressatrici sono composte da una parte mobile e da una fissa sulla quale si possono applicare stampi della forma desiderata.

Questa tecnica è preferita alla precedente, in quanto più conveniente, nei casi di:

- piccole serie di sezioni con lunghezze inferiori ai 6 m;
- sezioni aventi semplice configurazione.

La scelta della metodologia produttiva, è legata alla convenienza economica, i cui fattori condizionanti per tale settore sono:

• la complessità del profilo;



Figura 1.6: Fasi per press-braking



Figura 1.7: Fasi costruttive per folding

• la quantità da produrre.

### 1.3 Vantaggi e limitazioni

Il crescente utilizzo di prodotti in acciaio formati a freddo, trova le sue ragioni sia nelle caratteristiche peculiari dei sistemi costruttivi adottati, che consentono di raggiungere un elevato rapporto benefici/costi rendendoli molto competitivi rispetto ai sistemi più tradizionali, sia nell'elevata competitività derivante dall'impiego di profili formati a freddo. Questi ultimi, infatti, si caratterizzano per:

• Leggerezza: gli elementi formati a freddo riducono sensibilmente il peso totale dell'edificio che può arrivare a pesare anche 10 volte di meno rispetto ad un edificio con un sistema costruttivo tradizionale. La conseguenza più importante in zona sismica è senza dubbio la notevole riduzione delle azioni sismiche agenti sulla struttura. Inoltre, tale peculiarità facilita la movimentazione degli elementi costruttivi in cantiere ed il loro trasporto, contribuendo sensibilmente alla riduzione dei costi di costruzione.

- Rendimento strutturale: i profili a freddo consentono di ottenere, nell'ambito dei materiali utilizzati correntemente nella realizzazione di edifici, uno dei più elevati rapporti resistenza / peso.
- Qualità: la produzione industriale dei profili consente di ottenere una qualità più elevata ed uniforme rispetto agli elementi strutturali tradizionali in legno, muratura e calcestruzzo armato gettato in opera.
- Flessibilità: la formatura a freddo offre un'ampia possibilità di scelta in termini di forma e dimensioni della sezione trasversale che, quando necessario, può essere definita dal progettista sulla base delle esigenze progettuali.
- Costruzione a secco: ad eccezione delle fondazioni, la realizzazione di edifici con strutture basate sull'utilizzo di membrature formate a freddo avviene a secco. Ciò permette di superare le limitazioni associate all'utilizzo di malte e conglomerati gettati in opera - tempi di maturazione dei getti, dipendenza dalle condizioni ambientali - diminuendo i tempi di costruzione.
- Semplificazione nell'installazione degli impianti: i profili formati a freddo possono essere facilmente perforati per facilitare la realizzazione degli impianti che vengono installati all'interno delle intercapedini che si creano tra strutture metalliche e rivestimenti.
- Riciclabilità: le membrature formate a freddo sono facilmente riciclabili. A titolo di esempio, l'acciaio necessario per costruire un'abitazione avente una superficie di circa 200  $m^2$ , può essere ottenuto partendo dai rottami di circa sei automobili.
- Durabilità: i profili sono generalmente formati a freddo a partire da lamiere in acciaio zincate a caldo consentendo di ottenere la necessaria protezione contro la corrosione. Ciò, insieme alla stabilità dimensionale di tali elementi ed alla loro resistenza agli attacchi da parte di organismi biologici, quali funghi, insetti e termiti consente un'elevata durabilità. In particolare, quest'ultimo aspetto spiega in parte l'incremento della diffusione di abitazioni aventi ossatura portante in acciaio come valida alternativa alle più tradizionali costruzioni in legno nei paesi come le Hawaii e l'Australia, in cui è maggiormente sentito il problema della protezione contro l'attacco delle termiti.

Ai numerosi vantaggi connessi con l'utilizzo dei sistemi formati a freddo si accompagnano però anche alcune limitazioni:

• la principale è sicuramente l'elevata conducibilità termica dell'acciaio che, nel caso in cui si utilizzino comuni profili formati a freddo, produce un modesto isolamento. Di conseguenza, per contenere le dispersioni termiche è necessario utilizzare materiali termicamente isolanti. Quando però i materiali isolanti vengono opportunamente utilizzati, si può giungere a costruzioni "stratificate" che presentano elevate prestazioni in termini di isolamento termico ed acustico con spessori che possono risultare molto contenuti. A titolo di esempio, una parete perimetrale stratificata può raggiungere un altissimo livello di isolamento termoacustico con uno spessore complessivo di soli 10/15 cm.

• comportamento al fuoco: se per le strutture in acciaio laminato a caldo la temperatura critica varia tra 450° e 700°C (in dipendenza della tipologia strutturale e del livello dei carichi agenti), per i sistemi formati a freddo spesso si adotta una temperatura critica pari a 350°C. Va però evidenziato che nelle costruzioni con laminati a caldo la necessaria resistenza al fuoco viene raggiunta attraverso sistemi di protezione quali rivestimenti spruzzati, rivestimenti con elementi protettivi prefabbricati o vernici intumescenti, che vengono solitamente posti in opera esclusivamente per assolvere a questa funzione e rappresentano quindi un costo aggiuntivo.

### 1.4 Effetti della sagomatura a freddo

I principali effetti derivanti da un processo di sagomatura a freddo sono di seguito descritti.



Figura 1.8: Distribuzione tensioni residue

• L'effetto definito tensioni residue - in lett. *Residual stresses* - è rappresentato da tensioni residue, che variano lungo lo spessore dell'elemento stesso e permangono dopo il processo di produzione.

La distribuzione di tali tensioni, che risultano essere di compressione in prossimità della superficie e di trazione internamente allo spessore, è tale per cui questa abbia risultante nulla - fig. 1.8 -. Per questo, in molti casi tale effetto può essere trascurato nello studio del comportamento globale dell'elemento, al contrario invece può essere valutato nell'analisi di fenomeni di instabilità di tipo locale.



Figura 1.9: Limite elastico, in funzione di  $\frac{r}{t}$ 



Figura 1.10: Limite elastico, in funzione di  $\frac{r}{t}$ 

- Un altro effetto è definito incrudimento in lett. Strain-Hardening per il quale si verifica un aumento del limite elastico  $f_y$  -fino al 50 per cento in più- e in certi casi anche della tensione di rottura  $f_u$  - fig. 1.10-, il quale risulta essere proporzionale all'entità della piegatura, espressa, come rapporto tra raggio di piega r e lo spessore dell'elemento t. Alcuni risultati sperimentali hanno mostrato, come tale incremento, sia caratterizzato da un' elevata variabilità nel piano della sezione. In particolare si è osservato come la tensione ultima sia caratterizzata dall'assumere valori di picco in corrispondenza delle pieghe e valori minimi nei punti medi tra due pieghe successive.
- Un ultimo effetto, rappresentato dalla riduzione dello spessore in lett. Necking è dovuto al fatto che i ridotti raggi di curvatura, che caratterizzano gli angoli di piega, possono generare una riduzione dello spessore della sezione, in corrispondenza degli angoli stessi, incidendo quindi sulle proprietà della sezione.



Figura 1.11: Espressione approssimato per valutare effetto necking, in cui  $t_r$  è lo spessore ridotto

Molto spesso tale effetto è molto modesto, rispetto alle altre quantità in gioco, e per questo trascurabile. In ogni caso sono state formulate delle espressioni approssimate che consentono di valutare tale effetto - fig. 1.11 -.

### 1.5 Comportamento CF

Problemi particolarmente rilevanti per le sezioni sottili formate a freddo, sono rappresentati:

- dalla bassa rigidezza torsionale, in funzione del fatto che questa è proporzionale al cubo dello spessore e che in molti casi, peggiori a causa della scelta di sezioni aperte e prive di assi di simmetria;
- dalla ridotta resistenza al rifollamento nei collegamenti bullonati, che portando problemi alla progettazione dei giunti, può risultare condizionante nel dimensionamento delle membrature;
- dalla corrosione, pericolo però facilmente superabile con opportuni trattamenti della superficie es. zincatura, ecc.-;
- dal fenomeno di instabilità, che risulta essere, senza dubbio, l'aspetto più delicato del problema.

Nello specifico, allo scopo di risultare sintetici e diretti, possiamo classificare il fenomeno instabilità in:

- locale ;
- globale;
- distorsional

Considerando pertanto a titolo di esempio un elemento cold-formed con sezione a C, che si suppone composto da un insieme di lastre piane - in lett. *plate* - mutuamente collegate lungo bordi comuni definiti *fold line* - fig. 1.12, si parlerà di:



Figura 1.12: Definizione per profilo a "C" di fold line e plate

• instabilità locale, quando gli elementi plate si deformano a flessione senza però che si verifichino deformazioni delle line - fig. 1.13 -;



Figura 1.13: Local Buckling

• instabilità globale, nel caso in cui l' elemento si deformi senza che si verifichi deformabilità della sezione trasversale;

in modo particolare si distingue in tale ambito:

- un modo flessionale, in cui si verifica un traslazione della sezione, per cui l'asse dell'asta sbanda trasversalmente nel piano di minor rigidezza flessionale - fig. 1.14.a -;
- un modo torsionale, tale per cui si ha pura rotazione della sezione e l'asse dell'elemento si mantiene rettilineo - fig. 1.14.b -;
- $-\,$ un modo torso-flessionale, in cui si verifica una roto-traslazione della sezione,



cioè l'asta si torce, ma simultaneamente il suo asse s<br/>banda trasversalmente, senza però ulteriori deformazioni per la sezione trasversale - fig. 1.14.<br/>c $\operatorname{-}$ ;

Figura 1.14: Global Buckling

• instabilità distorsional, in cui si ha deformazione sia delle line che degli elementi plate - fig. 1.15 -.



Figura 1.15: Distorsional Buckling

### 2 Roof System

In generale un sistema tetto - in lett. *roof system* - può essere pensato quale che sia la sua tipologia e le sue caratteristiche strutturali, come un sistema principale, costituito da tre componenti base:



Figura 1.16: Struttura primaria, secondaria e elementi di copertura di un edificio

- una struttura primaria, rappresentata da un sistema di travi principali, collegate direttamente a pilastri o colonne, in modo da scaricare i carichi verticali, in fondazione ;
- una struttura secondaria, costituita dagli arcarecci, i quali sono solidarizzati alla struttura principale;
- elementi di copertura, per i quali sono molto spesso utilizzati pannelli, tra i quali si distinguono lastre e pannelli di tipo sandwich, come in precedenza descritto.

In particolare quindi verranno di seguito descritti quelli che sono gli elementi strutturali e i particolari costruttivi, che hanno rilevanza nella progettazione di coperture leggere realizzate con elementi cold formed, soffermando l'attenzione sugli elementi di copertura e sulla sottostruttura a cui questi sono collegati.

### 2.1 Arcareccio

L'arcareccio è l'elemento sul quale è appoggiato il pannello di lamiera, quindi il suo ruolo strutturale è quello di trasferire alla struttura primaria, i carichi tipo vento e neve che

la copertura gli trasmette.

I profili maggiormente utilizzati per la realizzazione di arcarecci sono quelli a "Z" e a "C". Tali tipologie di sezione, caratterizzate dall'esiguo spessore presentano una ridotta rigidezza torsionale. Quindi nel caso di un profilo a "C", che presenta in centro di taglio non coincidente con il baricentro geometrico, o di un profilo a "Z", per il quale gli assi principali di inerzia risultano essere ruotati rispetto all'asse dell'anima del profilo - fig. 1.17 -, soggetti a un carico verticale, si genereranno non solo deformazioni flessionali, ma queste risulteranno accoppiate a deformazioni di tipo torsionale.



Figura 1.17: Profilo a "C" e "Z" per arcareccio

Tutto ciò, quindi comporta la possibilità che il comportamento di tali profili, sia caraterizzato da fenomeni di instabilità - globale, locale e distorsional -.

Da un punto di vista progettuale quindi verranno dimensionati e predisposti dei dispositivi, che nel loro complesso costituiscono un sistema di stabilizzazione, con l'obiettivo di limitare al minimo tali fenomeni. Questi sistemi verranno di segutio descritti, per tipologia e campo di applicazione nelle diverse tipologie di tetto.

Per quanto concerne le tecniche di connessione, necessarie a garantire continuità all'arcareccio, ne esistono di diverse. Una di queste molto usata è definita *overlapping system* - fig. 1.18 -, e consiste come dice la parola stessa, nella sovrapposizione dei due elementi, tenuti insieme mediante bullonature poste nelle anime.

Una seconda tipologia chiamata *sleeve system* - fig. 1.19 - è realizzata solidarizzando due piastre di acciaio poste su entrambe le facce dell'anima.

Da prove sperimentali si è osservato che in corrispondenza delle stesse forze applicate, le connessioni del primo tipo subiscono spostamenti inferiori, rispetto alle seconde, risultando quindi più rigide e efficaci.

#### 2.2 Sistemi di stabilizzazione

Di sistemi stabilizzanti ne esistono diverse tipologie. Una di queste è un sistema definito sag-channel - fig. 1.20 - costituito da un elemento con profilo a "U" molto largo, che



Figura 1.18: Overlapping system



Figura 1.19: Sleeve system

viene installato a distanza regolare tra gli arcarecci. Tale elemento è continuo, lungo tutta la lunghezza della copertura e può anche collegare le falde nel colmo del tetto.

Generalmente è usato per la tipologia di tetto Floating Roof - tipo 2- e Single Skin Bridge - tipo 4 -, mentre in casi particolari per le altre tipologie di tetto.

Il sistema chiamato *distance holder* - fig. 1.21 -, rappresentato invece da un elemento con sezione a Z con anima alta e ali molto corte, è usato per connettere coppie di arcarecci, ed è quindi un sistema non continuo.

Il fissaggio avviene mediante bulloni nelle ali della sezione a Z.

La connessione a 2 a 2 tra gli arcarecci permette una stabilizzazione mutua degli arcarecci stessi, nei confronti della rotazione. Per le tipologie di tetto, Screwed Down Roof - tipo 1 - e Double Skin Roof - tipo 3 -,una variante a questi sistemi è rappresentata da un sistema stabilizzante con sospensioni, costituito da piccole barre, dette sag-bar



Figura 1.20: Disposizione sag-channel



Figura 1.21: Distance holder, singolo elemento e principio di funzionamento

che vengono installate diagonalmente dall'ala superiore di un arcareccio all'ala inferiore del'arcareccio vicino - fig. 1.22 -.

Il fissaggio è realizzato mediante la penetrazione della sag bar nell'anima dell'arcareccio stesso.

La distribuzione di sag channels, distance holders o sag bar in campata è governata da uno schema che dipende dall'interasse dei telai.

Un altro dispositivo, che consente di stabilizzare gli arcarecci è definito cleat di cui ne è rappresentato un esempio in fig. 1.23. Tale dispositivo, consente una connessione puntuale tra la struttura primaria e il sistema di arcarecci.

In corrispondenza di tali dispositivi, si possono realizzare delle bullonature tra l'ala inferiore dell'arcareccio e la trave principale, in modo da realizzare un ritegno torsionale alla svergolamento, maggiormente rigido.



Figura 1.22: Sag-bar system



Figura 1.23: Dispositivo cleat

#### 2.3 Lamiera

La lamiera grecata è l'elemento su cui sono applicati i carichi. In virtù della forma della sua sezione, che presenta numerose piegature, ha una buona capacità portante nonostante l'esiguo spessore. Ne esistono dei più diversificati profili, e la scelta progettuale è funzione della luce che queste ricoprono.

#### 2.4 Connessioni

Le connessioni in strutture di questo tipo e non solo, influenzando in modo significativo le performance strutturali e funzionali della struttura, giocano un ruolo chiave in fase di progettazione dell'edificio.

Considerando le metodologie classiche per la realizzazione della connessioni, vale a dire

bullonatura e saldatura , in strutture realizzate con elementi cold formed, solo la prima consente di ottenere risultati qualitativamente accettabili. La temperatura di saldatura infatti, al contrario di quanto avviene nel caso di elementi strutturali hot-rolled, non può essere adeguatamente tarata, in modo da fondere in modo ottimale elementi con spessori molto diversi tra loro, risultando quindi o troppo bassa per fondere l'elemento di spessore maggiore o troppo alta e quindi dannosa per l'elemento sottile.

La bullonatura è stata ed è la metodologia più impiegata, affiancata in questi ultimi anni da un sistema relativamente nuovo, chiamato clinching, in cui non vengono usati dispositivi di fissaggio esterni, ma uno strumento apposito, che deforma localmente i due elementi in modo che questi si sostengano vicendevolmente.

Per quanto riguarda le tipologie di viti e bulloni, ne esistono una diversificata gamma, classificate anche in relazione alle diverse superfici e dai diversi elementi da solidarizzare - fig. 1.24 - .



Figura 1.24: Tipologie dispositivi di connessione e loro applicazioni

### 2.5 Tipologie di tetto

Nella tecnica progettuale corrente, in relazione al tipo di fissaggio e alla concezione strutturale, i sistemi tetto - in lett. roof system - possono essere classificati principalmete in quattro tipologie:

• TIPO 1: Screwed Down Roof, in cui il pannello di copertura è direttamente collegato con la sottostruttura.



Figura 1.25: Srewed down roof

• TIPO 2: Floating Roof, sistema in cui vengono aggiunti degli elementi chiamati in letteratura clips, i quali rendendo possibile il "galleggiamento" del pannello tetto, rispetto alla sottostruttura che lo sostiene, consenteno dilatazioni termiche, senza generare incrementi di tensioni. Molto spesso nell'intercapedine tra pannello e arcareccio viene predispoto un sitema di isolamento termico.



Figura 1.26: Dettagli Floating Roof

• TIPO 3: *Double Skin Roof*, questo tipo di copertura consiste nella sovrapposizione di due lamiere trapezoidali.

La lamiera inferiore è collegata direttamente all'arcareccio come nel roof type 1, la lamiera superiore invece può prevedere un sistema che permetta lo scorrimento, tipo flotting roof. Tra le due lamiere viene installato un elemento costituito da una graffa ad omega, la quale si aggrappa su una barra con sezione a C. Tra gli strati quindi può essere inserito un sistema di isolamento, che migliora le performance termiche della struttura.



Figura 1.27: Double Skin Roof

• TIPO 4: Single Skin Bridge Roof. Questo tipologia di tetto realizza un maggiore spazio tra pannello di copertura e sottostruttura,rispetto ai sistemi precedenti, consentendo l'installazione di diversi strati isolanti.

Per realizzare l'intercapedine, allontanando il pannello dall'arcareccio, viene impiegata una barra, che agganciata da particolari supporti, realizza un *bridge system*, cioè un sistema ponte. L'asta, definita *bridge bar*, e il supporto, *bridge bracket*, non vengono uniti attraverso bullonatura. Il pannello può essere collegato alla bridge bar, come avviene nelle tipolgie 1 e 2 viste precedentamente.



Figura 1.28: Single Skin Bridge Roof

## Capitolo 2

# Approcci alla progettazione di coperture in acciaio con elementi cold-formed

### 1 Coperture di tipo 1-2-3-4

Si vanno ad elencare nuovamente i sistemi di copertura disponibili:

- Screwed Down;
- Floating Roof;
- Double Skin Roof;
- Single Skin Bridge Roof.

Di questi quattro sistemi di copertura, il più normato, sicuramente è lo Screwed Down anche perchè risulta ormai una pratica costruttiva entrata nella consuetudine e codifica delle norme.

Il RT2 può anch'esso essere calcolato come il RT1, purchè si dimostri che sotto l'azione dei carichi esterni le connessioni scorrevoli arcareccio-pannello si blocchino per attrito e siano in grado di fornire al pannello il ritegno richiesto.

Il RT3 come il RT2, si può calcolare come un RT1, purchè si trascuri totalmente il ritegno fornito dalla lamiera più esterna.

Per il RT4, infine, diventa necessario un calcolo più sofisticato, in quanto tale sistema non rientra esplicitamente tra quelli descritti e considerati dalle normative vigenti.

Nelle sezioni seguenti si descriveranno gli approcci progettuali disponibili in istruzioni di affermata autorevolezza:

- norme AISI (vedi (2));
- Eurocodici (vedi (1; 7)).

 $\mathbf{34}$ 

A questi due approcci se ne aggiungerà un altro denominato RM - Roof Model - che si prefigge lo scopo di calcolare la copertura in acciaio tramite un modello strutturale semplificato, ma sufficiente per progettare sia l'arcareccio, sia le connessioni con il "sistema tetto".

Si parla di "sistema tetto" per ricordare che oramai non è più il semplice pannello a stabilizzare l'arcareccio, ma una catena più lunga e delicata di vari disposivi e dettagli costruttivi.

E' interessante ricordare che, se gli approcci progettuali correntemente affermati si basano sulla ipotesi di "tetto rigido nel proprio piano", l'approccio RM si basa sulla ipotesi più generale di "rigidezza elastica equivalente" di un sistema di copertura. Insomma non è più necessario che il tetto sia "rigido", ma solo "di rigidezza nota".

Nella presente tesi, viene utilizzato per applicare l'approccio RM ai vari test di seguito esposti, il software  $CAPS^1$  basato su un modello di trave alla Vlasov (vedi (8)) con calcolo non lineare del secondo ordine.

Per chiarire meglio, tali aspetti progettuali, si considera il sistema portante di una copertura in acciao e si fa osservare come l'arcareccio debba assolvere alla funzione di sostenere i carichi tipo vento e neve, trasmessi dal pannello di copertura, mentre la lamiera debba essere capace di trasferire tali carichi all'arcareccio e contemporaneamente costituire nei confronti di quest'ultimo un vincolo allo spostamento laterale. Da tale funzionamento si spiega, la diffusione di alcune forze nel piano del pannello del tetto e la generazione di sforzi di trazione e taglio negli elementi connettori l'arcareccio al pannello.

Quindi al fine che il confronto risulti sintetico, ma al contempo esauriente a comprendere le analogie e le discrepanze dei diversi approcci progettuali, verranno introdotti due parametri: "r" e "R", i quali non risultano essere espressi in forma esplicita, ma che comunque per ciascun approccio sono facilmente determinabili.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>CAPS rel.1.5, è sviluppato per fini di ricerca all'interno del laboratorio di meccanica computazionale LAMC, presso il dipartimento DISTART dell'università degli studio di Bologna. www.lamc.ing.unibo.it

### 2 Approccio AISI alla progettazione

Sotto la sezione 10.4 - "System anchorage requirements" - sono riportate le prescrizioni, redatte dall' American Iron Steel Institute - AISI - riferite ai particolari costruttivi dei sistema tetto realizzati con elementi cold-formed, le quali prestano particolare attenzione al dimensionamento dei dispositivi di ritegno degli arcarecci.

Più nello specifico, distinguono a priori i casi in cui l'arcareccio abbia sezione a "Z", rispetto al caso in cui questa risulti a "C", trattando in modo disgiunto la progettazione in ciascun caso.

#### 2.1 Arcareccio a "Z"

Per arcareccio con sezione a "Z", partendo da quelle che sono le caratteristiche geometriche del profilo, viene messo in rilievo come gli assi principali di inerzia siano ruotati rispetto all'asse dell'anima di un angolo  $\theta_P$ , variabile tra i 20° e i 30° - fig. 2.1.a - per i profili comunamenti usati negli Stati Uniti.

E' conseguente perciò, che per un arcareccio non vincolato, la componente del carico, agente nella direzione parallela all'anima, tramesso dalla lamiera sovrastante, produca un'inflessione sia verticale - nella direzione asse z - che orizzontale - nella direzione asse y, fig. 2.1.c -.

Nel concreto però, le connessioni, solidarizzando l'ala superiore dell'arcareccio al pannello, consentono che questa possa essere considerata, come vincolata in modo continuo, al contrario di quella inferiore che risulta invece connessa ai telai principali solo puntualmente, nelle aree di "appoggio" degli arcarecci. Data tale condizione di vincolo, nei tratti in cui l'ala inferiore risulta libera, il comportamento rappresentativo dell'arcareccio sarà del tipo mostrato in fig. 2.1.d . Al fine di minimizzare tali spostamenti, nella pratica tecnica, vengono predisposti dei dispositivi detti "cleat" oppure inseriti degli "intermediate lateral braces", cioè degli elementi di connessione laterale tra gli arcarecci,- come mostrato nel capitolo precedente -.

La forza indotta in tali dispositivi è tutt'altro che trascurabile e per questo deve essere accuratamente valutata e considerata in fase progettuale.

Definita tale sollecitazione come  $P_L$  - fig. 2.2 -, tali prescrizioni forniscono una sua valutazione, nel caso di un unico arcareccio a sezione Z, sollecitato da un carico uniformemente distribuito W, agente nella direzione parallela all'anima, nella forma:

$$P_L = 0.5 \left[ \frac{I_{xy}}{I_x} \right] W \tag{2.1}$$

dove:



Figura 2.1: a) assi principali di inerzia per arcareccio Z; b)movimento nel caso di arcareccio non vincolato; c) componeti di spostamento nel caso di vincolamento d) arcareccio vincolato dal pannello

- $I_{xy}$  è il momento centrifugo;
- $I_x$  è il momento di inerzia rispetto all'asse ortogonale alla direzione del carico.

Tale forza di ancoraggio è considerata direttamente proporzionale per un sistema ad arcarecci multipli al numero degli arcarecci stessi  $n_P$ . Alcuni studi compiuti da Elhoaur e Murray, riportati sulle stesse AISI mostrano però, come tale forza dipenda oltre un certo numero di arcarecci, - fig. 2.3 - da alcuni effetti, definiti system effect, cioè effetti di sistema.

Per tenere in considerazione tali effetti, è fornita quindi una successiva espressione per valutare la forza  $P_L$ , valida nel caso di "single system span", cioè di arcareccio a una sola campata, vincolato solo agli appoggi:

$$P_L = 0.5\beta W \tag{2.2}$$

dove:

• 
$$\beta = \frac{0.22b^{1.5}}{n_P^{0.72}d^{0.90}t^{0.60}}$$
;


Figura 2.2: Sistema di più arcarecci a una singola campata



Figura 2.3: Forza di ancoraggio  $P_L$  vs numero di arcarecci  $n_P$ 

- W è il carico applicato nella direzione parallela all'anima;
- b è la lunghezza dell'ala;
- *d* e t sono ripsettivamente altezza e spessore del profilo;
- $n_P$  è il numero di arcarecci.

Nel grafico 2.3 si può osservare che oltre un certo numero di arcarecci, le discrepanze tra i risultati ottenuti utilizzando le due diverse formulazioni, aumentino al crescere del numero di arcarecci. Tale comportamento può trovare spiegazione nel grado di vincolamento intrinseco del sistema, dovuto alla rigidezza flessionale delle anime degli arcarecci, e alla cosiddetta *Vierendeel truss action* dovuta all'ala superiore e all'interazione dell'arcareccio con il pannello di copertura. Per questo effetto, quindi, l'incremento relativo della forza di ancoraggio all'aumentare del numero di arcarecci è sempre meno significativo.

Nel caso di copertura inclinata, la formula fornita per il calcolo della forza di ancoraggio risulta formalmente diversa, ma valida per le analoghe ipotesi della precedente, cioè per sistemi ad una sola campata in cui gli arcarecci sono vincolati solo agli appoggi:

$$P_L = 0.5 \left(\beta \cos\theta - \sin\theta\right) W \tag{2.3}$$

in cui l'angolo  $\theta$  è misurato rispetto all'orizzontale. E' immediato rilevare che le quantità  $Wsen\theta$  e  $Wcos\theta$ , sono rispettivamente la componente parallela e perpendicolare all'anima del carico verticale. Questa ultima formulazione, come fatto rilevare da una recente pubblicazione di Neubert e Murray, "Estimation of restraint forces for Z-purlin Roofs under gravity loads",non risulta completamente esaustiva, poichè non tiene conto di due importanti aspetti. Il primo consiste nel fatto che l'effetto del sistema interno  $\beta$ va applicato ad entrambe le componenti del carico, mentre il secondo non considera che lo stesso effetto, si inverta quando l'inclinazione della falda è pari ad un certo angolo.

In particolare nell'articolo viene proposta una nuova valutazione della forza di ancoraggio per il sistema, tale per cui questa risulta essere uguale al prodotto tra la forza di ancoraggio richiesta da un solo arcareccio  $P_0$ , e il numero di arcarecci del sistema  $n_p$ , corretta da diversi fattori. In particolare comparirà nella nuova formulazione un coefficiente  $\alpha$  che tiene conto dell'effetto del sistema, un parametro  $\gamma$  che modifica tale coefficente in funzione della rigidezza del pannello di lamiera, e infine un parametro  $C_1$ che tiene conto della posizione dei sostegni è fornito in forma tabellare.

$$P_L = P_0 C_1 \left( n \ast_P \alpha + n_P \gamma \right) \tag{2.4}$$

Per determinare la forza di ancoraggio richiesta ad un singolo arcareccio si studia l'equilibrio per l'aracareccio stesso, sia in caso di falda piana che inclinata - 2.4 -.Il carico gravitazionale totale agente su ogni singolo arcareccio risulta in entrambi i casi:

$$W_P = wL \tag{2.5}$$

dove:

- w è il carcio uniformemente distribuito su ogni singolo arcareccio [forza/lunghezza]
- L è la lunghezza dell'arcareccio considerato

Quindi nel caso di falda inclinata di un angolo  $\theta$  - da cui possiamo ricavare il caso di falda piana ponendo  $\theta=0$  -, risulta:

•  $W_P sen \theta$  la componente del carico parallela all'ala dell'arcarecco;



Figura 2.4: Forze a cui è soggetto un arcareccio

- $W_P cos\theta(I_{xy} + I_x)$  la componente della forza laterale fittizia parallela all'arcareccio;
- $W_P cos\theta(\delta b)$  è la torsione indotta dal carico eccentrico applicato sull'ala superiore.

La forza  $P_0$ , risulta quindi:

$$P_0 = \left[ \left( \frac{I_{xy}}{2I_x} + \frac{\Delta b}{d} \right) \cos\theta - \sin\theta \right] W_P \tag{2.6}$$

Per falde poco inclinate  $P_0$  è positivo, cioè la sezione tende a ruotare in senso orario, al contrario invece per falde molto inclinate  $P_0$  è negativo in quanto la sezione tende a ruotare in senso antiorario. Il valore dell'angolo che segna il passaggio di tale forza da positiva a negativa, è l'angolo per cui  $P_0$  risulta pari nulla è vale:

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{I_{xy}}{2I_x} + \frac{\delta b}{d} \right) \tag{2.7}$$

Per quanto riguarda gli altri parametri che compaiono nella relazione 2.4,  $\alpha$  che tiene conto dell'effetto del sistema è un fattore adimensionale e viene ricavato mediante la relazione:

$$\alpha = 1 - C_2 \left(\frac{t}{d}\right) \left(n_P^* - 1\right) \tag{2.8}$$

in cui  $C_2$  è un fattore tabellato che dipende come mostrato in fig. 2.7 dallo schema statico con cui si è modellato l'arcareccio.

Nel considerare il numero di arcarecci, è utile far rilevare come il valore di  $P_L$  cresca all'aumentare di  $n_P$  raggiungendo il valore massimo per un determinato valore di  $n_p$  indicato con  $n_{P,max}$ , oltre il quale come mostrato in fig. 2.5 decresce.

Tale valore può essere determinato per via analitica come:

$$n_{P,max} = 0,5 + \frac{d}{2C_2 t} \tag{2.9}$$



Figura 2.5: Influenza di  $n_P$  su  $P_L$ 

Il valore della quantità  $n_P^*$ , presente nelle relazioni precedenti è il valore minimo tra i valori  $n_P e n_{P,max}$ . In altre parole la forza di ancoraggio  $P_L$  rimane invarita se il numero di arcarecci è maggiore di  $n_{P,max}$ . Considerando l'eq. 2.4, resta infine da definire la quantità  $\gamma$ , che può essere valutata attraverso la relazione:

$$\gamma = C_3 log \left(\frac{G'}{2500(lb/in)}\right) \tag{2.10}$$

in cui:

- G' è la rigidezza a taglio del pannello;
- $C_3$  è un parametro tabellato.



Figura 2.6: Confronto della forza di ancoraggio ottenuta con 2.3 e 2.4

Può essere utile riportare un grafico in fig. 2.6, in cui si plottano i risultati ottenuti con l'approccio precedente - curva 1 - , e qulli invece ottenuti con la formulazione più recente proposta da Neubert e Murray - curva 2 -, per la valutazione della forza di ancoraggio  $P_L$  in funzione con del numero di arcarecci  $n_P$ .

Infine in fig. 2.7 è riportato la tabella, che fornisce in funzione dei supporti i valori dei coefficienti  $C_i$ .

Bracing configuration	$C_1$	$C_2$	$C_3$
Support anchorages only			
Single span	0.50	5.9	0.35
Multispan, exterior supports	0.50	5.9	0.35
Multispan, interior supports	1.00	9.2	0.45
Third-point anchorages			
Single span	0.50	4.2	0.25
Multispan, exterior spans	0.50	4.2	0.25
Multispan, interior spans	0.45	4.2	0.35
Midspan anchorages			
Single span	0.85	5.6	0.35
Multispan, exterior spans	0.80	5.6	0.35
Multispan, interior spans	0.75	5.6	0.45
Quarter-point anchorages			
Single span, outside $\frac{1}{4}$ points	0.25	5.0	0.35
Single span, midspan location	0.45	3.6	0.15
Multispan, exterior span $\frac{1}{4}$ points	0.25	5.0	0.40
Multispan, interior span $\frac{1}{4}$ points	0.22	5.0	0.40
Multispan, midspan locations	0.45	3.6	0.25
Third-point plus support anchorages			
Single span, at supports	0.17	3.5	0.35
Single span, interior locations	0.35	3.0	0.05
Multispan, exterior support	0.17	3.5	0.35
Multispan, interior support	0.30	5.0	0.45
Multispan, third-point locations	0.35	3.0	0.10

Figura 2.7: Valori dei Parametri C<sub>i</sub>

## 2.2 Arcareccio a "C"

La progettazione dei dispositivi di ancoraggio nel caso di arcarecci con sezione trasversale a "C" è molto meno complesso rispetto al caso di sezione a "Z" in quanto sotto un carico verticale l'inflessione si verifica rispetto a un solo asse che è principale d'inerzia. L'eccentricità dovuta a un carico non applicato nel centro di taglio, richiede una forza resistente pari a circa il 5 per cento della componente del carico, parallela all'anima della sezione.

Per questo in tali casi si valuta la forza  $P_L$  come:

$$P_L = 0.5 \left( 0.05\alpha \cos\theta - \sin\theta \right) W \tag{2.11}$$

# 3 Approccio EC

La normativa comunitaria invece, tratta la progettazione di elementi cold-formed vincolati da pannelli di copertura, nella parte 1-3 dell'Eurocodice 3, più in particolare nella sezione 10.

Tale approccio considera di modellare un arcareccio, collegato ad un pannello di copertura, come riportato nella schema riassuntivo di fig. 2.8, in cui si assume che il collegamento dell'arcareccio alla lamiera, vincolando parzialmente l'arcareccio alla rotazione torsionale, possa essere rappresentato da una molla rotazionale di rigidezza  $C_D$ . Tale vincolo può essere sostituito con un vincolo elastico lineare equivalente di rigidezza K.



Figura 2.8: Modellazione di arcarecci vincolati da lamiere, agli spostamenti laterali e alla rotazione torionale

Le prescrizioni forniscono una descrizione dettagliata per la determinazione della rigidezza K del vincolo elastico equivalente, tenendo in conto anche della distorsione della sezione trasversale. Da ciò ne risulta che l'ala libera può essere considerata come una membratura compressa soggetta a una forza assiale non uniforme, con vincolo elastico di rigidezza K continuo nei confronti degli spostamenti laterali.

L'Eurocodice fornisce la valutazione di K per unità di lunghezza attraverso la relazione:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_C}$$
(2.12)

in cui:

- $K_A$  è la rigidezza laterale corrispondente alla rigidezza rotazionale del collegamento tra lamiera e arcareccio;
- $K_B$  è la rigidezza laterale dovuta alla distorsione della sezione trasversale dell'arcareccio;
- $K_C$  è la rigidezza laterale dovuta alla rigidezza flessionale della lamiera.

A favore di sicurezza si trascura il termine  $\frac{1}{K_C}$  poiché il termine  $K_C$  è maggiore rispetto agli altri. Il valore di K si ottiene quindi dalla relazione:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{K_B} + \frac{1}{K_C}}$$
(2.13)

Tale valore può essere determinato sia per via analitica che sperimentalmente. Nel primo caso, la relazione che consente di determinarlo è la seguente:

$$\frac{1}{K} = \frac{4(1-\nu^2)h^2(h_d+b_{mod})}{Et^3} + \frac{h^2}{C_D}$$
(2.14)

con  $b_{mod}$  che viene determinata nel modo seguente:

- $b_{mod} = a$  nei casi in cui l'arcareccio è in contatto con la lamiera in corrispondenza della propria anima;
- $b_{mod} = 2a + b$  nei casi in cui l'arcareccio è in contatto con la lamiera in corrispondenza della sua ala superiore;

Le quantità presenti nell'eq. 2.14 e riportate in fig. 2.9 sono:

- *a* è la distanza tra il dispositivo di collegamento tra lamiera ed arcareccio e l'anima dell'arcareccio;
- *b* è la larghezza dell'ala dell'arcareccio collegata alla lamiera;
- $C_D$  è la rigidezza rotazionale elastica;
- *h* è l'altezza totale dell'arcareccio;
- $h_d$  è l'altezza sviluppata dell'arcareccio.

Di tali contributi risulta però incognita la rigidezza torsionale  $C_D$  che la norma però suggerisce di valutare attraverso la relazione:

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{C_{D,A}} + \frac{1}{C_{D,C}}}$$
(2.15)

dove:



Figura 2.9: Definizione delle grandezze prenseti nell'eq. 2.14

- $C_{D,A}$  è la rigidezza rotazionale del collegamento tra la lamiera e l'arcareccio;
- $C_{D,C}$  è la rigidezza rotazionale corrispondente alla rigidezza flessionale della lamiera.

Tali quantità vengono a loro volta valutate attraverso le espressioni:

$$C_{D,A} = 130p[Nm/m/rad]$$
 (2.16)

$$C_{D,C} = \frac{kEI_{eff}}{s} \tag{2.17}$$

in cui:

- *p* è il numero di dispositivi di collegamento tra lamiere ed arcareccio per metro di lunghezza di arcareccio;
- k è un coefficiente numerico che per lamiere su una sola campata assume un valore paria 2, per lamiere continue su due o più campate assume un valore pari a 4;
- *s* è l'interasse tra gli arcarecci;
- $I_{eff}$  è il momento d'inerzia efficace per unità di larghezza di lamiera.

Quest'ultima formula è utilizzabile a patto che vengano soddisfatte tre condizioni:

- la larghezza dell'ala *b* della lamiera attraverso cui essa è collegata non superi i 120 mm;
- lo spessore nominale interno della lamiera sia almeno 0,66 mm;
- la distanza "a" o "b a" tra l'asse dellunione ed il centro di rotazione dell'arcareccio, sia almeno 25 mm.

In alternativa i valori di  $C_{D,A}$  possono essere determinati mediante prove sperimentali. Per quanto riguarda, invece, la determinazione sperimentale del valore della rigidezza K, nell'appendice A dell'Eurocodice 3, viene definita la modalità di prova che consente la determinazione dell'effettivo grado di vincolo fornito all'arcareccio, da una lamiera



Figura 2.10: Apparecchiatura di prova

adeguatamente collegata.

In particolare il sistema di prova è quello riportato in figura 2.10 in cui si è indicato con:

- a) il pannello di copertura;
- b) il dispositivo di unione;
- c) il profilo;
- d) il carico;
- e) la morsa di appoggio.

L'azione quindi del vincolo per unità di lunghezza può quindi determinarsi come:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_B} = \frac{\delta}{F}$$
(2.18)

Descritto quindi il modello impiegato tale approccio valuta le forze che il pannello di copertura trasmette all'arcareccio nell'ambito delle sollecitazioni, rispetto alle quali devono essere verificate le unioni. In particolare tali connessioni devono essere verificate per una combinazione di forze le cui componenti sono rappresentate da - fig. 2.11-:

- forze di taglio per unità di lunghezza  $q_s$ , moltiplicate per l'interasse tra le connessioni e;
- forze di trazione per unità di lunghezza  $q_t$ , moltiplicate per l'interasse tra le connessioni e;
- forze di taglio  $R_1$  e  $R_2$  che agiscono parallelamente alle ali dell'arcareccio.

Tali componenti sono calcolabili con l'ausilio delle tabelle riportate in fig. 2.12.a e fig. 2.12.b, fornite dalla normativa stessa, conoscendo il valore dei parametri che sono così definiti:

• L la lunghezza della campata;



Figura 2.11: Forze di reazione su un appoggio

- $q_{,Ed}$  il carico uniformemente distribuito, agente nella direzione dell'anima;
- $k_h$  è un fattore proprio della sezione e dipende quindi dalla sua forma e dal modo in cui è caricata. In particolare i suoi valori sono riportati in tab. 2.13;
- $\varsigma$  è ottenuto come  $\varsigma = 1 \sqrt[3]{k_R^2}$ , in cui il parametro  $k_R$  è un parametro correttivo che tiene conto dell'effetivo vincolo elastico ed è ricavato in tab. 2.14 ;
- $\xi$  è ottenuto come  $\xi = 0, 5\varsigma$ .

Beam and loading	Shear force per unite length $q_s$	Tensile force per unit length $q_t$
Z-beam, gravity loading	$(1+\xi)k_hq_{Ed}$ , may be taken as $0$	0
Z-beam, uplift loading	$(1+\xi)(k_h - a/h)q_{Ed}$	$ \xi k_h q_{Ed} h/a  + q_{Ed} \qquad (a \cong b/2)$
C-beam, gravity loading	$(1-\xi)k_hq_{Ed}$	$\xi k_h q_{Ed} h / a$
C-beam, uplift loading	$(1-\xi)(k_h-a/h)q_{Ed}$	$\xi k_h q_{Ed} h / (b-a) + q_{Ed}$

a)

Beam and loading	Reaction force on bottom flange $R_1$	Reaction force on top flange $R_2$
Z-beam, gravity loading	$(1-\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$	$(1+\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$
Z-beam, uplift loading	$-(1-\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$	$-(1+\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$
C-beam, gravity loading	$-(1-\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$	$(1-\varsigma) k_h q_{Ed} L/2$
C-beam, uplift loading	$(1-\varsigma)k_hq_{Ed}L/2$	$-(1-\varsigma)k_kq_{Ed}L/2$

b)

Figura 2.12: a)Forze di taglio e di trazione per unità di lunghezza  $q_s$  e  $q_s$ , b)Reazioni all'appoggio per un arcareccio semplicemente appoggiato

Il parametro R, proprio del vincolo elastico, che compare in tab. 2.14, può essere espresso nella forma:

$$R = \frac{KL_a^4}{\pi^4 E I_{fz}} \tag{2.19}$$

in cui:

- K è la rigidezza del vincolo elastico per unità di lunghezza;
- $L_a$  è la luce dell'arcareccio;
- $I_{fz}$  è il momento d'inerzia della sezione trasversale lorda dell'ala libera più  $\frac{1}{6}$  dell'altezza dell'anima rispetto all'asse z-z.



Figura 2.13: Conversione della torsione e della flessione laterale in un carico laterale equivalente  $k_h q_{E,d}$ 

System	Location	M0,fz,Ed	ÅR.
$\begin{array}{c c} & & & & \\ & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & &$	m	$\frac{1}{8}q_{\rm b, Ed} L_{\rm a}^{-2}$	$\kappa_{\rm R} = \frac{1 - 0.0225R}{1 + 1.013R}$
↓ × m e → 3/8L, → 5/8L, → f anti-sag bar or support	m	$\frac{9}{128}q_{h,Ed}L_{a}^{2}$	$\kappa_{\rm R} = \frac{1 - 0.0141R}{1 + 0.416R}$
	e	$-\frac{1}{8}q_{h,\mathrm{Ed}}{L_{s}}^{2}$	$\kappa_{\rm R} = \frac{1 + 0.0314R}{1 + 0.396R}$
$\begin{array}{c} & & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ &$	m	$\frac{1}{24}q_{\rm h,Ed}{L_a}^2$	$\kappa_{\rm R} = \frac{1 - 0.0125R}{1 + 0.198R}$
	e	$-\frac{1}{12}q_{\mathbf{h},\mathbf{E}\delta}L_{\mathbf{a}}^{2}$	$\kappa_{\rm R} = \frac{1 + 0.0178R}{1 + 0.191R}$

Figura 2.14: Parametro  $\varsigma$ 

# 4 Approccio 'RM' alla progettazione

Come già precedentemente anticipato, al fine di svolgere un confronto critico, fra i diversi approcci progettuali, forniti da Normative comunitarie e anglossasoni, e da un modello agli elementi finiti definito RM - sta per Roof Model -, si è ritenuto opportuno, in accordo con quanto riportato in (5), introdurre due parametri di progetto, i quali non introducendo, ulteriori variabili, consentono un rapido confronto fra gli approcci proposti e una valutazione immediata delle forze di progetto.

Tali parametri "R" e "r", sono un modo del tutto generico di definire le azioni di progetto. In particolare consentono di determinare la forza di ancoraggio globale richiesta per stabilizzare i pannelli di copertura e di valutare l'interazione locale tra arcareccio e coperture come forze di taglio e di trazione agenti sugli elementi di connessione.

#### 4.1 Paramtro R e sua valutazione per RM, EC e AISI

Definita la forza necessaria a stabilizzare lateralmente il pannello, come "forza di ancoraggio globale" e indicato con  $R_D$ - fig. 2.15 - si definisce R, il rapporto tra la suddetta forza e il carico esterno P applicato - ottenuto come somma vettoriale di tutti i carichi applicati in qualsiasi direzione - :

$$R = \frac{R_D}{P} \tag{2.20}$$

Per la determinazione della forza di ancoraggio  $R_D$  viene studiato l'equilibrio in direzione y e quindi le quantità considerate sono riportate in fig.2.16, in cui risulta:

- $P_y$  la componente in direzione y del carico esterno P;
- $R_y$  la reazione totale dello shear restraint
- $S_y$  la reazione totale nella direzione y agli appoggi ottenuta come sommatoria delle reazioni vincolari di tutti gli appoggi -;
- $C_x$  la reazione totale torcente agli appoggi ottenuta come sommatoria delle reazioni vincolari di tutti gli appoggi -.

La forza  $R_y$  è ottenuta integrando  $r_y$  - che a breve andremo a definire - e sommando le forze concentrate nei punti in cui non ho lo shear restraint, come ad esempio nelle estremità degli arcarecci.

Quindi la reazione totale all'appoggio sull'ala superiore è data da:

$$F_{top} = \frac{1}{2}S_y + T_t + T_w$$
(2.21)

dove:



Figura 2.15: Definizione del fattore R

- $T_t$  è il contributo della torsione sull'ala superiore;
- $T_w$  è la risultante degli sforzi secondari sull'ala superiore e sul lip, proiettata in direzione y.

Per valutare direttamente la somma di questi due contributi, si usa una semplice formula:

$$T_t + T_w = \frac{C_x}{h} \tag{2.22}$$

dove si è indicato con h l'altezza del profilo. A fronte di ciò, la forza di ancoraggio totale  $R_D$  può essere quindi valutata come:

$$R_D = -R_y - F_{top} \tag{2.23}$$

e quindi andando a sostiutire l'eq. 2.21:

$$R_D = -R_y - \frac{1}{2}S_y - T_t - T_w \tag{2.24}$$

Tale parametro così come è stato definito nell'approccio RM, non compare in forma esplicita nè nell'Eurocodice nè nelle AISI, ma poichè entrambe le prescrizioni come precedente visto, forniscono una loro formulazione della forza di ancoraggio, la valutazione di R risulta del tutto banale.

Può quindi essere utile osservare quali variabili, influenzano la determinazione della forza di ancoraggio e quindi di conseguenza di tale parametro.

In particolare si osserva che l'EC, per la sua valutazione, considera:



Figura 2.16: Forze, coppie e reazioni, agenti sull'arcareccio in direzione y, e loro decomposizione in vari contributi

- la sezione trasversale dell'arcareccio;
- il vincolo rotazionale dato dalla lamiera;
- il numero di appoggi dell'arcareccio;
- la distanza tra i supporti laterali;
- la direzione del carico (gravità o sollevamento);
- la posizione dei dispositivi di ancoraggio.

Nelle AISI invece:

- sezione trasversale dell'arcareccio;
- numero di arcarecci.

Allo scopo di sintetizzare se e come, i diversi parametri influenzano il fattore R, valutato secondo i diversi approcci, questi sono stati riportati nella tabella 2.17, in cui in particolare si è indicato, con il simbolo "x" la capacità del metodo di considerare quel determinato aspetto, mentre con "o" il caso in cui quell'aspetto può essere analogamente significativo, ma a segutio di ipotesi fatte a priori.

Uno spazio vuoto, lascia al contrario intendere, che quella variabile non influenza la definizione del parametro di progetto R.

	EC	AISI	RM
Numero appoggi singolo arcareccio	х		х
Distanza tra i supporti laterali	х		х
Numero di arcarecci		х	
Profilo della sezione	х	х	Х
Direzione del carico	x	0	х
Posizione del carico	х		Х
Livello di carico			х
valore SR	0	0	х
Valore RR	x	0	x

Figura 2.17: Dipendenza di R dai parametri presenti in EC, AISI e RM

### 4.2 Parametro r e sua valutazione in RM e EC.

Analogamente alla forza di ancoraggio del tetto, l'applicazione di un carico esterno distribuito, produce una forza di taglio  $r_s$ , e uno sforzo normale nelle viti di connessione. Si può quindi definire il fattore r, come il rapporto tra  $r_s$  e il carico esterno applicato p - fig. 2.18- come:

$$r = \frac{r_s}{p} \tag{2.25}$$

Allo scopo quindi di valutare tali forze, definite, "roof forces", ovvero forze di tetto e la loro distribuzione tra i supporti e i restraint, è stato proposto un modello strutturale, basato sulla Teoria di Vlasov.

Tale modellazione, prevede di considerare gli arcarecci come elementi beam che si estendono da telaio a telaio e gli appoggi invece vincoli di tipo "fork restraint", cioè capaci di impedire spostamenti in direzione y e z e rotazioni torsionali attorno all'asse x nei nodi in cui sono applicati.

Per simulare, l'azione del pannello di copertura, solidarizzato all'arcareccio, vengono quindi introdotti due vincoli elastici continui, lo shear restraint  $S_R$ , modellato come una molla rotazionale che vincola la rotazione dell'ala superiore attorno all'asse z, e il rotational restraint  $R_R$  una molla rotazionale, che si oppone alla rotazione attorno all'asse x - fig. 2.19. -

Poichè infatti la Teoria di Vlasov fà l'ipotesi di non considerare la section distorsion, non è necessario definire un punto di applicazione per il rotational restraint, al contraio di quanto accade per il vincolo shear.

In fig. 2.20 si sono definite le reazioni del k-esimo appoggio come  $S_y^k \in S_z^k$  rispettivamente



Figura 2.18: Definizione di r fattore per valutare roof forces

in direzione y e z, e la reazione torsionale  $C_x^k$ . I rotational e shear restraints producono, rispettivamente, le reazioni torsionali  $c_x$  e  $c_z$ .

Nella figura 2.20.b invece, la reazione  $c_z$  è stata trasformata in una reazione laterale equivalente secondo la seguente relazione:

$$r_y = -\frac{d}{dx}c_z \tag{2.26}$$

Tale reazione laterale equivalente, non è completamente descritta da  $r_y$ , in quanto la teoria di Vlasov, non considera la deformabilità tagliante e quindi necessario, nei punti in cui si ha una interruzione dello shear restraint - es. in corrispondenza degli appoggi -, considerare un ulteriore forza concentrata, similmente a quanto avviene secondo la teoria delle piastre alla Kirchoff, in corrispondenza degli spigoli.

La rigidezza dei vincoli elastici  $S_R$  e  $R_R$  viene ottenuta sperimentalmente e risente fortemente da come sono realizzati i particolari costruttivi.

Secondo l'approccio progettuale RM, quindi note le forze dovute allo shear restraint  $r_y$ , le forze nelle viti di connessione possono essere definite nel modo seguente:

$$r_s(x) = p_y(x) + r_y(x)$$
(2.27)

in cui  $p_y$  è la componente del carico esterno applicato in direzione y. La sollecitazione, nella singola vite può essere calcolata per integrazione della precedente espressione.

Analogamente a quanto fatto per il fattore della forza di ancoraggio, si è compiuto un confronto tra tale approccio e quelli forniti da EC e AISI. In particolare si è osservato che le AISI non fornendo alcuna prescrizione in merito alla valutazione delle forze di



Figura 2.19: Definizione dei restraint elastici dell'arcareccio

taglio e di trazione nelle viti non consentono di determinare il fattore r, al contrario dell'EC.



Figura 2.20: a) Modello strutturale del tetto, b) trasformazione di  $c_z$  in una reazione equivalente  $r_y$ 

Si è ritenuto quindi opportuno anche in questo caso, riportare in tab. 2.21, quelli che sono i fattori che ne determinano, una sua valutazione.

Analogamente a quanto fatto per le prescrizioni AISI, una "x" considera che il parametro è tenuto in conto in quell'apporccio, un "o" che ciò rimane vero, ma con delle ipotesi

	EC	RM
Numero appoggi singolo arcareccio	х	x
Distanza tra i supporti laterali	x	x
Profilo della sezione	x	х
Direzione del carico	o	х
Posizione delle viti	х	x
Posizione del carico	x	x
Livello di carico		x
valore SR	0	х
Valore RR	х	x

a priori, mentre lo spazio vuoto, lascia intendere he per quell'approccio la variabile corripondente non è considerata nella determinazione del parametro r.

Figura 2.21: Dipendenza di r dai parametri che compaiono in EC e RM

Ai fini di validare le considerazioni prima fatte sui modelli semplificati capaci di riprodurre il comportamento dell'insieme arcareccio-pannello, tramite elastic restraint, si è deciso di realizzare un modello 3D complesso il più vicino possibile alla struttura reale. Si andranno quindi a confrontare i risultati ottenuti in campo non lineare in termini di spostamento, rotazione, parametro "R" e "r", e soprattutto in termini di Mz che come si vedrà risulterà essere il parametro più importante per la validazione del modello semplificato.

I modelli di tetto che si andranno ad analizzare saranno il Roof Type 1 - Screw Down - e il Roof Type 4 -Single skin Bridge System - che indicano le tipologie estreme di copertura realizzabili, l'una perchè è la più semplice, prevede semplicemente l'arcareccio collegato al pannello tramite viti di collegamento, l'altra perchè è quella più complessa, poichè prevede l'inserimento di particolari elementi - che si andranno a descrivere successivamente - tra pannello e arcareccio per realizzare l'isolamento termico.

Proprio per la particolare complessità di questi nuovi elementi, dei quali tra l'altro non si hanno ancora dati sperimentali attendibili, si considererà come modello "principale" o di riferimento per il confronto suddetto, il Roof Type 1 che, proprio per la sua semplicità e quindi per la limitata presenza di variabili in gioco, risulterà essere meno affetto da possibili errori.

# Capitolo 3

# Un modello in ANSYS per lo studio dei sistemi di copertura formati a freddo

Si andranno adesso a studiare due sistemi di copertura, lo Screw Down system e il Single Skin Bridge System.

La differenza principale tra queste due coperture sta nel sistema di interazione tra pannello e arcareccio. Verranno quindi creati due modelli, ognuno dei quali rappresentante uno dei due Roof System in modo da valutare la diversa entità delle forze che dal pannello si trasmettono all'arcareccio.

# 1 Analisi non lineare: Metodi iterativi ed incrementali per il tracciamento del percorso di equilibrio

Si possono distinguere due tipi di non linearità:

- Non linearità del materiale (meccanica):
  La legge tensione- deformazione è di tipo non lineare, ma gli spostamenti e le deformazioni sono piccoli;
- Non linearità geometrica: La relazione deformazione- spostamento non è lineare.

In questo caso si hanno problemi con piccole deformazioni e grandi spostamenti e problemi con grandi deformazioni e spostamenti.

Nel primo caso il materiale può avere un comportamento elastico oppure non, mentre nel secondo caso anche il comportamento del materiale è generalmente non lineare. L'equazione di equilibrio per un sistema non lineare è espressa da un'equazione nella geometria deformata del tipo:

$$f(u,\lambda) \equiv s[u] - \lambda \hat{p} = 0 \tag{3.1}$$

Con  $\lambda \hat{p}$  vettore delle forze esterne generalizzate

 $\boldsymbol{u}$ vettore degli spostamenti generalizzati

s[u] vettore delle della risposta strutturale

La 3.1 è un sistema di n equazioni algebriche non lineari nelle n + 1 incognite  $(u, \lambda)$ che definisce, in forma implicita, una curva nello spazio detta percorso di equilibrio. La ricostruzione della curva di equilibrio permette di ottenere tutte le informazioni necessarie per una corretta valutazione della capacità portante delle strutture snelle. Particolare attenzione sarà riservata alla topologia ed alla ricostruzione numerica della curva di equilibrio.

Per un dato valore del parametro di carico  $\lambda$ , la (1.1) può ammettere più di una soluzione: dunque il percorso di equilibrio è, in generale, composto da più *rami*. Lo studio del comportamento non lineare della struttura prevede almeno la determinazione del ramo che corrisponde ad una deformazione continua del corpo a partire dallo stato indeformato: il cosiddetto percorso fondamentale. Una conoscenza più approfondita della risposta strutturale richiede lo studio dei punti critici lungo il percorso di equilibrio. Questi, generalmente classificati in punti limite e punti di biforcazione, corrispondono, per definizione, ad una condizione di singolarità dell'operatore  $\ddot{\Phi}[u]$  che definisce la tangente al percorso. Al fine di approfondire il concetto di punto critico è utile introdurre un parametro  $\xi$  che consenta, per la curva di equilibrio, una rappresentazione del tipo

$$\{ u = u[\xi], \lambda = \lambda[\xi]$$
(3.2)

La 3.1 diventa così:

$$f(\xi) \equiv s[u(\xi)] - \lambda(\xi)\hat{p} = 0 \tag{3.3}$$

mentre per la tangente al percorso di equilibrio, che si ottiene derivando la (1.3) rispetto al parametro  $\xi$ , siha :

$$K\dot{u} - \dot{\lambda}\hat{p} = 0 \tag{3.4}$$

dove si è posto K = ds/du $\dot{u} = du/d\xi$ 

$$\dot{\lambda} = d\lambda/d\xi$$

In un generico metodo iterativo l'elemento  $u_{j+1}$  della successione viene in genere determinato da quello precedente  $u_j$  sulla base di una relazione del tipo:

$$u_{j+1} = \gamma[u_j] \tag{3.5}$$

dove la funzione  $\gamma[u]$  qualifica il metodo utilizzato. In particolare il classico metodo di Newton-Raphson si basa sulla seguente assunzione

$$\gamma[u_j] = u_j - \left[\frac{dr}{du}\right]_{u=u_j}^{-1} r_j = u_j - K^{-1}r_j$$
(3.6)

La 3.6 si ottiene imponendo l'annullarsi dell'approssimazione al primo ordine del residuo alla j - esima iterazione. Infatti si ha

$$r_{j+1} = r_j + \left[\frac{dr}{du}\right]_{u=u_j}^{-1} (u_{j+1} - u_j) = 0$$
(3.7)

L'andamento delle iterazioni nel metodo di Newton-Raphson 'e schematicamente illustrato in figura3.1

Quanto ai criteri di convergenza si possono distinguere:

$$\|r_i\| \le \epsilon \|r_1\| \tag{3.8}$$

$$\left\| \left[ du_i \right]^T r_i \right\| \le \epsilon \left\| \left[ du_1 \right]^T r_1 \right\|$$
(3.9)

Il metodo di Newton-Raphson risulta computazionalmente molto oneroso a causa della necessità, ad ogni ciclo iterativo, di assemblaggio e decomposizione della matrice di rigidezza K e della soluzione di un sistema lineare.

Tali considerazioni suggeriscono di abbattere i tempi di calcolo eseguendo le iterazioni nella forma:

$$\gamma[u_j] = u_j - \left[\frac{dr}{du}\right]_{u=u^k}^{-1} r_j = u_j - \tilde{K}^{-1} r_j$$
(3.10)



Figura 3.1: Andamento delle iterazioni nel metodo di Newton-Raphson (a) e Newton-Raphson modificato (b)

ossia utilizzando una matrice  $\tilde{K}$  costante (ad esempio assemblata in corrispondenza dell'ultimo punto di equilibrio determinato). Il metodo, detto di Newton-Raphson modificato, richiede più iterazioni a parità di tolleranza sull'errore (si dimostra in particolare che la convergenza è in tal caso lineare): la convenienza sussiste quando l'aggiornamento continuo comporterebbe una riduzione del numero di iterazioni superiore a circa m/4.

Altre strategie tese alla minimizzazione dell'impegno computazionale complessivo possono essere implementate:

- l'ampiezza del passo di carico può essere determinata in funzione della non linearità del percorso;
- l'aggiornamento della matrice di iterazione può essere ritardata, continuando ad usare la matrice del passo precedente, sin quando la velocità di convergenza (misurata in termini di numero di iterazioni) tende ad aumentare eccessivamente;

Tutti i metodi incrementali illustrati sono basati su un controllo del processo in termini del parametro di carico  $\lambda$ . Come conseguenza essi non sono in grado di gestire la ricostruzione del percorso di equilibrio nelle zone *piatte*, vicine ai punti limite, dove non esiste più corrispondenza biunivoca tra parametro di carico e spostamento. La soluzione più comune è quella di procedere, in tali zone del percorso, per incrementi di una prefissata componente di spostamento, come illustrato in figura3.2, determinando, nel corso del procedimento iterativo alla Newton, il relativo parametro di carico e le restanti componenti di spostamento.



Figura 3.2: spostamenti-deformazioni

La possibile presenza di punti di stazionarietà della componente di spostamento utilizzata per controllare il processo, spinge poi ad implementare tecniche più articolate in cui si passa automaticamente dal controllo tramite  $\lambda$  al controllo tramite u e viceversa. Occorre osservare che tale tecnica, inizialmente proposta da Argyris, richiede una buona conoscenza a priori del comportamento della struttura per conseguire la scelta ottimale della componente di spostamento con la quale controllare il processo.

La parametrizzazione, introdotta per evidenziare alcune caratteristiche della curva di equilibrio, è alla base del metodo dell'arco di curva che, superando gli inconvenienti dei metodi tradizionali, costituisce attualmente il più utilizzato strumento di analisi path - following delle strutture a comportamento non lineare. L'idea è quella di utilizzare come parametro di controllo del processo incrementale una grandezza che conservi sempre l'unicità della definizione.

La scelta di tale parametro equivale a completare l'equazione 3.3 con la definizione di  $\xi$  che, genericamente, può essere rappresentata dalla relazione

$$q\left[u,\lambda,\xi\right] = 0\tag{3.11}$$

In tal modo le 3.3 e le 3.11 costituiscono un sistema di n + 1 equazioni nelle n + 1incognite  $(u, \lambda)$ . Da un punto di vista geometrico la 3.11 definisce una superficie, detta superficie di vincolo, come mostrato in figura 3.3, la cui intersezione con la curva data dalla 3.3 fornisce il punto di equilibrio. In altre parole al variare del parametro  $\xi$  la superficie varia nello spazio e le intersezioni con la curva di equazione 3.3 definiscono una sequenza di punti lungo il percorso di equilibrio.



Figura 3.3: Significato geometrico della superficie di vincolo

Ovviamente la superficie di vincolo deve godere della proprietà fondamentale di intersecare il percorso di equilibrio. Come mostrato da Riks, la qualità dell'intersezione tra le 3.3 e 3.11 è direttamente legata alla relativa orientazione tra curva e superficie. In particolare una superficie di vincolo rappresenta una parametrizzazione efficace se, nel punto di intersezione, l'angolo  $\theta$  tra il vettore normale  $\bar{n} = (n, \nu)$  alla superficie (1.11) ed il vettore tangente  $\dot{x} = (\dot{u}, \dot{\lambda})$  alla curva di equilibrio, è inferiore a  $\pi/2$ .



Figura 3.4: Intersezione regolare (1) ed intersezione degenere (2)

Quando  $\bar{n}$  e  $\dot{x}$  diventano ortogonali, si è in presenza di un punto di gomito e l'intersezione degenera. Ai fini del metodo dell'arco di curva, ogni superficie di equazione 3.11 che soddisfa questa condizione fornisce una corretta parametrizzazione della curva di equilibrio. Una prima conseguenza di ciò è che la parametrizzazione, e quindi la 3.11, dovrà essere variabile lungo la curva (parametrizzazione adattiva). Al fine di formulare l'algoritmo di soluzione è utile riferirsi al generico punto di equilibrio  $x[\xi]$  espresso in funzione del parametro  $\xi$ .

$$x[\xi] = \{u = u[\xi], \lambda = \lambda[\xi]\}$$

$$(3.12)$$

In questo metodo essenzialmente non si da un incremento di carico ne di spostamento ma si cerca una configurazione corrispondente al punto in cui il cerchio interseca il percorso di equilibrio. Quello che l'utente da non è l'incremento di carico bensì il raggio del circolo (o della sfera). Con questo parametro controlliamo quanto ci allontaniamo dal punto di partenza ma non decidiamo noi l'incremento di carico.

Con questo algoritmo riusciamo a cogliere le zone piatte ed i percorsi di scarico.

L'unico difetto è che l'arco interseca il percorso in almeno due punti. Quindi bisogna fare attenzione al fatto che l'algoritmo non vada indietro invece che andare in avanti, poiché una volta scelto il raggio, il percorso viene deciso dal calcolatore.

### 1.1 Il metodo Arc- Length in ANSYS:

Nel metodo Arc- Length la non linearità è associata al fattore di carico  $\lambda$ :

$$\begin{bmatrix} K_i^T \end{bmatrix} \{ \Delta u_i \} = \lambda \left\{ F^T \right\} \{ F_i^{nr} \}$$
(3.13)

Scrivendo il fattore di carico  $\lambda$  in una forma incrementale proporzionale al substep n e all'iterazione i otteniamo:

$$\left[K_i^T\right]\left\{\Delta u_i\right\} - \Delta\lambda\left\{F^a\right\} = \left(\lambda_n + \lambda_i\right)\left\{F^a\right\} - \left\{F_i^{nr}\right\} = -\left\{R_i\right\}$$
(3.14)

Dove  $\Delta \lambda$  è l'incremento del fattore di carico.



Figura 3.5: Il metodo Arc-Length in ANSYS

L'incremento di spostamento può essere scomposto nelle due parti seguenti:

$$\{\Delta u_i\} = \Delta \lambda \left\{ \Delta u_i^{|} \right\} + \left\{ \Delta u_i^{||} \right\}$$
(3.15)

Dove:  $\left\{\Delta u_i^{\mid}\right\}$  è lo spostamento dovuto al solo fattore di carico;  $\left\{\Delta u_i^{\mid}\right\}$  è l'incremento di spostamento derivante dal metodo di Newton- Raphson.

Questi sono definiti come:

$$\left\{\Delta u_i^{\mathsf{I}}\right\} = \left[K_i^T\right]^{-1} \left\{F^a\right\} \tag{3.16}$$

$$\left\{\Delta u_i^{\dagger}\right\} = -\left[K_i^T\right]^{-1}\left\{R_i\right\}$$
(3.17)

In ogni iterazione è necessario utilizzare le due equazioni precedenti per risolvere  $\left\{\Delta u_i^{\mid}\right\}$ e  $\left\{\Delta u_i^{\mid}\right\}$ .

L'incremento del fattore di carico  $\Delta \lambda$  è determinato tramite l'equazione della lunghezza dell'arco, che può essere scritta, per ogni istante, all'iterazione i - esima come:

$$l_i^2 = \lambda_i^2 + \beta^2 \left\{ \Delta u_n \right\}^T \left\{ \Delta u_n \right\}$$
(3.18)

Dove:

 $\beta$ è un fattore di scala per l'unità di misura degli spostamenti;

 $\{\Delta u_n\}$  è la somma di tutti gli incrementi  $\Delta u_i$  dell'iterazione.

Il raggio dell'Arc-Length  $l_i$  è costante durante l'iterazione ed è uguale a quello della prima iterazione  $l_1$ :

$$l_i = l_{i-1} = \dots = l_1 \tag{3.19}$$

La lunghezza del raggio  $l_1$  della prima iterazione è definita dall'utente.

L'insieme delle due equazioni 3.15 e 3.18 forniscono la soluzione del vettore  $[\Delta u_i, \Delta \lambda]^T$ . Infine il vettore soluzione è determinato in accordo alla figura Arc-Length:

$$\{u_{i+1}\} = \{u_n\} + \{\Delta u_n\} + \{\Delta u_i\}$$
(3.20)

$$\lambda_{i+1} = \lambda_n + \lambda_i + \Delta\lambda \tag{3.21}$$

# 2 Roof Type 1

Per studiare il comportamento di un sistema Screw Down si è utilizzato un modello agli elementi finiti realizzato con l'ausilio del software di calcolo ANSYS, per indagare nel dettaglio l'interazione arcareccio-pannello e considerare le forze che tali parti strumentali si scambiano mutuamente.

### 2.1 Un modello per l'arcareccio

Il sistema considerato si compone di un arcareccio su due appoggi su quale grava un pannello di lamiera, che trasmette all'arcareccio i carichi che agiscono su di essa. Gli appoggi di questo sistema - "Fork Restraint" - prevedono il vincolo allo spostamento nel piano della sezione trasversale, mentre per il pannello è stata applicata la simmetria andando ad inserire dei vincoli alla rotazione attorno all'asse longitudinale dell'arcareccio nei nodi posti alla base delle due sezioni trasversali d'estremità del pannello stesso



Figura 3.6: Schema strutturale arcareccio

Ai fini di modellare il più realisticamente possibile l'arcareccio, sono stati realizzati cinque modelli che si differenziano oltre che per il tipo di elementi utilizzati per la mesh, anche dal numero degli stessi all'interno della sezione trasversale così come mostrato nelle figure 3.93.103.11.



Figura 3.7: Sezione arcareccio vincolato



Figura 3.8: Fork Restraint

- Modello BRICK 1: 5 elementi sul *lip*, 8 elementi sull'ala, 15 elementi lungo l'altezza;
- Modello BRICK 2: 3 elementi sul *lip*, 6 elementi sull'ala, 10 elementi lungo l'altezza;
- Modello BRICK 3: 1 elementi sul lip, 3 elementi sull'ala, 7 elementi lungo l'altezza.
- Modello SHELL 1:1 elementi sul lip, 3 elementi sull'ala, 7 elementi lungo l'altezza;
- Modello SHELL 2:1 elementi sul lip, 2 elementi sull'ala, 5 elementi lungo l'altezza;



Figura 3.11: Modello SHELL in STRAUS

E' stato inoltre realizzato un modello con un'altro software commerciale "STRAUS" che ha permesso di verificare la bontà del software utilizzato.

Per la sezione longitudinale si è deciso di mantenere invece, la stessa mesh cioè, con elementi avente lunghezza pari a 50mm.

Questi modelli sono stati realizzati per capire quale delle mesh utilizzate fosse in grado, a parità di risultati, di offrire il minor costo dal punto di vista dell'onere computazionale. Sono state a tal fine realizzate analisi statiche non lineari di tutti i modelli con metodo incrementale alla Newton-Raphson, ottenendo in termini di risultati, le rotazioni dei punti "principali" della sezione di mezzeria. Si fa presente inoltre, che le caratteristiche meccaniche considerate per l'arcareccio sono:



Figura 3.12: Cartteristiche meccaniche dell'arcareccio

- modulo di Young = 200 GPa;
- modulo di Poisson = 0.3.

Il suo comportamento è elastoplastico con un contributo di incrudimento, con snervamento a 428 MPa.

Ovviamente per i modelli BRICK non è stato possibile leggere direttamente tali risultati ma, ciò è stato fatto inserendo degli elementi BEAM proprio tra i nodi interessati.



Figura 3.13: RotX punto 1 della sezione trasversale di mezzeria







Figura 3.15: RotX punto 3 della sezione trasversale di mezzeria

Volendo discutere i risultati ottenuti, appare chiaro che i modelli reagiscono al carico quasi tutti allo stesso modo, e soprattutto per carichi inferiori a 2 N/mm il comportamento è in pratica uguale, la differenza si può trovare nel carico massimo sopportato da ciascun arcareccio. Poichè nelle analisi che si andranno ad analiizare difficilmente si arriverà a carichi maggiori di 2 N/mm si è andato a scegliere la mesh migliore, considerando solo l'onere computazionale. Per questo motivo il modello di riferimento per l'arcareccio sarà il "Modello SHELL 1".

## 2.2 Un modello per il pannello

Scelto il modello di riferimento per l'arcareccio, si è scelto quello per il pannello di copertura.

In questo caso si è deciso a priori sia il tipo di elementi - SHELL -, che il numero, infatti è stato realizzato un modello avente la stessa geometria del pannello reale per cui si è assegnato ad ogni tratto della sezione trasversale un elemento mentre, per la sezione longitudinale, agli elementi è stata assegnata una lunghezza di 75mm come indicato in figura3.16.



Figura 3.16: Modello pannello

Anche sul pannello però sono state effettuate prove di carico, una delle quali ha visto l'applicazioni di vincoli in tutte le direzioni su una delle sezioni d'estremità e l'applicazione, come carico, del peso proprio. Vedendo la risposta positiva della struttura come



Figura 3.17: Spostamenti pannello sottoposto a peso proprio



Figura 3.18: stato tensionale pannello sottoposto a peso proprio
mostrato nelle figure 3.173.18 al carico si è deciso di mantenere come modello per il pannello quello appena descritto.

#### 2.3 Un modello per il conatto

Realizzati i due elementi principali del nostro sistema strutturale, è rimasto da modellare solamente il contatto tra i due elementi.

Per fare ciò sono stati presi in considerazioni degli elementi paricolari interposti sull'interfaccia tra parte inferiore del pannello e parte superiore dell'ala dell'arcareccio. Questi elementi denominati "elementi CONTA" ed "elementi TARGE" vanno a sviluppare un contatto di tipo superficie-superficie proprio nelle zone laddove sono inseriti. Sono degli elementi QUAD8 capaci di sviluppare contatto in diverso modo infatti, una delle opzioni più interessanti da settare è proprio il comportamento del contatto, che può essere suddiviso in 4 categorie:

- STANDARD: contatto unilaterale, la pressione normale è uguale a zero se non cè contatto;
- ROUGH: il contatto è garantito dove non cè slittamento, questo corrisponde ad avere un coefficiente di frizione che va allinfinito, si ignora quindi quello che viene assegnato nelle propriètà;
- NO SEPARATION: non cè separazione del contatto, in questo caso gli elementi CONTA e TARGE sono legati per tutto il resto dellanalisi;
- BONDED: il contatto è vincolato, gli elementi CONTA e TARGE sono vincolati in tutte le direzioni per il resto dellanalisi.

Per le analisi si è convenuto scegliere un comportamento di tipo STANDARD poichè questo avviene solo quando si manifesta un differenza di pressione - carico -, che è proprio quello che interessa, visto che inizialmente il pannello e l'arcareccio sono divisi da elementi BEAM che vanno a modellare quelle che sono le viti di collegamento, e solo dopo l'applicazione del carico si ha il contatto che quindi è dovuto ad una differenza di pressione.

#### 3 Roof Type 4

Per quanto concerne il Roof Type 4, questo presenta - come già anticipato - più variabili rispetto al RT1. Le nuove variabili sono rappresentate dagli elementi, che per esigenze di tipo termico, sono inseriti tra pannello e arcareccio.

Gli elementi "nuovi" si distinguono in:

- Bridge Brackets: elementi di lunghezza pari a 1.2m, modellati con elementi BEAM aventi sezione in mmq pari a quella degli elementi reali, disposti ogni 90cm lungo tutta la trave. Questi elementi fungono da collegamento tra larcareccio ed un nuovo elemento, la Bridge Bar;
- Bridge Bar: elemento in spessore sottile avente sezione a C, creato con elementi SHELL a 8 nodi con spessore pari a 2m, disposto tra il pannello e i Brackets.







Figura 3.20: Bridge Bracket

Questo tipo di copertura si sarebbe dovuta analizzare su due livelli:

• Determinazione della rigidezza dei nuovi elementi inseriti;

• Inserimento di questi dati tramite un modello equivalente.

Il primo passaggio non è stato possibile realizzarlo poichè non esistono dati sperimentali su questi elementi per cui questo primo livello è stato solo supposto, almeno inizialmente, dopodichè, visti i risultati, si è cercato di trovare la rigidezza - e quindi la forma migliore per la modellazione - equivalente tramite un'analisi a ritroso, che ha visto la realizzazione di diversi modelli con differenti tipi di Brackets disposti anche in diversi posizioni.

In questa copertura il contatto non avviene più tra pannello e arcareccio ma, tra pannello e Bridge Bar, collegati mediante semplici viti mentre, i Brackets sono semplicemente collegati sia alla Bridge Bar che all'arcareccio tramite i nodi quindi il loro vincolamento segue quello dei due elementi suddetti.

#### 4 Postprocessing Analisi

Realizzati i modelli RT1 e RT4 in tre dimensioni, si è realizzato un programmino in MATLAB capace di leggere i risultati ottenuti dalle analisi in modo da poterli poi confrontare con quelli ottenuti invece, dai modelli realizzati con gli equivalent restraint.



Figura 3.21: Interfaccia grafica di CAPS

Il listato dei risultati, in termini di tensioni, fornito da ANSYS prevede per ogni elemento 8 stati tensionali in particolare, prevede per i punti d'angolo dell'elemento lo stato tensionale sulla faccia inferiore e sulla faccia superiore per cui è stato preso come stato tensionale di riferimento quello del piano medio della sezione andando ad ipotizzare un andamento tra faccia superiore ed inferiore di tipo lineare.

▲ PRESOL	L Comm	and				<b></b>
File						
PRINT S ELEMENT SOLUTION PER ELEMENT						
****** POST1 ELEMENT NODAL STRESS LISTING ******						
LOAD STEP= 2 SUBSTEP= 7 TIME= 1.2333 LOAD CASE= 0 SHELL RESULTS FOR TOP/BOTTOM ALSO HID WHERE APPROPRIATE						
THE FOLLOHING X,Y,Z VALUES ARE IN ROTATED GLOBAL COORDINATES, HHICH INCLUDE RIGID BODY ROTATION EFFECTS						
ELEHENT= NODE 46992 9 48616 4 48614 4 46992 9 46992 9 46992 9 46994 9 48616 4 48614 4	15574 SX 9.9417 51.162 419.45 400.18 120.74 52.768 445.90 430.09	SHELL9 SY -68.331 -28.658 -8.9167 4.1786 65.491 38.653 23.053 9.9325	3 52 -64.958 -18.281 -7.1915 5.8684 29.300 29.157 15.397 9.9235	SXV -33.580 2.2996 13.071 -55.159 -8.4641 -14.191 -15.638 33.647	SVZ 67.377 22.917 8.0263 -5.2503 -44.935 -33.591 -18.846 -10.081	SXZ 22.961 0.40495 -14.012 49.852 1.9117 14.228 10.681 -24.625

Figura 3.22: Listato risultati ANSYS

Il modello semplificato preso come riferimento per il confronto si basa su una teoria di trave monodimensionale alla Vlasov che quindi non prevede nè la deformabilità a taglio nè tantomeno la section distorsion.

E' proprio su questi due aspetti che bisogna concentrare l'attenzione poiche, come si vedrà in seguito, il postprocessing mostrerà come - ad esempio in termini di Mz - il modello semplificato riescirà a seguire l'andamento dello stesso ottenuto nel modello semplificato, ma andando a guardare i valori dei restraint equivalenti si noterà come questi risultino essere molto più bassi di quelli descritti in letteratura.

## Capitolo 4

# ROOF TYPE 1 e 4: Risultati della campagna di sperimentazione numerica

#### 1 RT1-s-7200

In questa sezione si illustreranno i risultati ootenuti per il Roof Type 1 ad una e a due campate di lunghezze pari a 7.2m, 9m e 10.8m

Si illustrano i risultati in termini di spostamento nelle due direzioni y e z, rotazione attorno all'asse x, tagli in direzione y e z, momenti attorno agli assi y e z e parametri "R" e "r".

Particolare attenzione, non solo per questo esempio, sarà posta nei riguardi del momento attorno all'asse z che, come si vedrà in seguito risultà il parametro più significativo per il confronto dei modelli 3D con quelli semplificati.

In particolare si noterà come questo parametro sia fortemente influenzato dalla non linearità e darà conferma, almeno in termini di forma, della bontà dei sistemi equivalenti. Ciò invece, non si potrà dire per i valori numerici degli equivalent restraint poichè questi risulteranno essere molto più bassi di quelli esposti in letteratura.

Una possibile causa di questa discrepanza numerica importante, la si potrà cercare nella mancata presenza della section distorsion nei sistemi semplificati.

Verranno inoltre plottate immagini riguardanti il sistema di collasso della struttura sia da un punto di vista sezionale che da un punto di vista 3D. Tutti questi risultati, per ogni esempio, verranno illustrati sia per carichi downwards (o di gravità) sia per carichi upwards (o di sollevamento), mostrando differenze non poco trascurabili.

Infine verrà fatto un confronto in termini assoluti per tutti i casi suddetti, in termini di momento attorno all'asse z, taglio in direzione y e parametro "r".



Figura 4.1: Schema strutturale

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT1-s-7200	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 1.80$	$p_z = -1.49$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -395.00$	$\sigma_x = -392.00$
Mz [Nmm]	1500000	$-680000 \div -453000$
R	-0.147	0.076
$\operatorname{Sr}$	37500	44000
Rr	210	330
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	1	1
Rail	nessuno	nessuno
Brackets	nessuno	nessuno



Figura 4.2: RT1-s-7200

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:



-0,20

-0,25



x (mm)

 $Carico\ upwards$ 

Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 3 della sezione:





Ċ

x (mm)

Carico upwards

Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 3 della sezione:



-50,00 -60,00 -70,00 -80,00



x (mm)

#### Carico upwards Spostamento punto 1 della sezione:

85











Andamento parametro R sezione longitudinale:



#### CT 7 2009 15:31:33 ANS DEAL SOLUTIO NODAL SOLUTION NOLAL SOLUTION SIEP=1 SUB =11 TIME=.366667 SX (AVG) RSYS=0 DMX =19.746 SMN =-67.672 SMX =65.504 CT 7 2009 15:25:49 STEP=1 SUB =22 TIME=.7333333 SX (AVG) RSYS=0 DMX =42.26 SMN =-145.667 SMX =130.451 21.112 35.91 -8.482 -52.875 -23.28 6.315 65.504 7.732 -114.987 -53.628 69.092 130.451 ANS ANS NODAL SOLUTION NODAL SOLUTION NODAL SOLUTION SIEP=2 SUB =3 TIME=1.1 SX (AVG) RSYS=0 DMX =72.01 SMN =-249.318 SMX =198.956 NODAL SOLUTIO STEP=2 SUB =13 TIME=1.433 SX (AVG RSYS=0 DMX =116.956 SNN =-395.348 SMX =270.061 OCT 7 2009 15:33:37 OCT 7 2009 15:36:55 -25.676 48.258 49.531 -247.479 -99.611 -199.51 -149.702 -99.893 -321.413 122.192 99.34 198.956 270.061

#### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:





#### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



### 2 RT1-s-9000

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT1-s-9000	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	9000	9000
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 1.00$	$p_z = -0.93$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -402.00$	$\sigma_x = -404.00$
Mz [Nmm]	1190000	$-654000 \div - 376000$
R	-0.123	0.087
Sr	20000	22000
Rr	370	390
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	1	1
Rail	nessuno	nessuno
Brackets	nessuno	nessuno



Figura 4.3: Schema strutturale



Figura 4.4: RT1-s-9000

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:





Rotazione punto 3 della sezione:



-0,20

-0,25



x (mm)

#### Carico upwards Rotazione punto 1 della sezione

Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale: Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:



96



#### Carico upwards Spostamento munto 1 della sezione:

Spostamento punto 3 della sezione:



Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:



Spostamento punto 3 della sezione:





#### 99











Andamento parametro R sezione longitudinale:





#### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



.655 -307.641 -117.626 72.389 262.403 -402.648 -212.633 -22.619 167.396

357.411

-285.056 -233.126 -181.196 -129.266 -77.336 -25.406 78.455 130.383 182.313



#### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



#### 3 RT1-s-10800

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT1-s-10800	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	10800	10800
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 0.67$	$p_z = -0.68$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -406.00$	$\sigma_x = -392.00$
Mz [Nmm]	1000000	$-782000 \div -374000$
R	-0.116	0.09
$\operatorname{Sr}$	16000	16000
Rr	300	400
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	1	1
Rail	nessuno	nessuno
Brackets	nessuno	nessuno



Figura 4.5: Schema strutturale



Figura 4.6: RT1-s-10800

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:




Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 2 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:









Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale: Carico Downwards

Spostamento punto 1 della sezione: Ansys 1/4 step - Ansys 2/4 step - Ansys 3/4 step --Ansys Last step 160,00 140,00 120,00 100,00 Uz (mm) 80,00 60,00 40,00 20,00 0,00 2000 4000 6000 8000 10000 12000 -20,00 x (mm)

Spostamento punto 2 della sezione: Ansys 1/4 step Ansys 2/4 step Ansys 3/4 step 160,00 Ansys Last step caps 140,00 120,00 100,00 Uz (mm) 80,00 60,00 40,00 20,00 0,00 4000 6000 2000 8000 10000 12000 -20,00 x (mm)

Spostamento punto 3 della sezione:





Carico upwards









Andamento parametro R sezione longitudinale:





Andamento parametro R sezione longitudinale:





## Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:





### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



# 4 RT1-s-confronto







In merito ai risultati illustrati, partendo dalla rotazione si può immediatamente notare la differenza di comportamento, per tutti i modelli, fra quelli con carico downwards, che presentano il più delle volte un andamento più liscio lungo tutta la sezione longitudinale, e quelli con carico upwards che invece, presentano un andamento più ruvido soprattutto nella mezzeria dell'arcareccio stesso. Per il modello equivalente invece, le rotazioni risultano maggiori nel punto centrale della sezione trasversale per i carichi upwards mentre, per quelli downwards si ha un andamento più simile o minore. Questo caso non è rispettato per il modello con luce pari a 10.8m e per il modello a 2 campate dove invece, in entrambe le condizioni di carico le rotazioni risultano maggiori di quelle ottenute nel modello 3D.

Gli spostamenti, sia in direzione y che z invece, risultano essere abbastanza uniformi per le diverse condizioni di carico mentre, il modello semplificato in tutti i casi tende a restituire un valore più elevato sempre rispetto al modello 3D.

Altro parametro importante è il taglio in direzione y che in tutti i modelli tende a seguire lo stesso andamento che però non è seguito dal modello semplificato. Questo probabilmente è dovuto al tipo di restraint impostato (Shear) nel suddetto modello mentre, come si puo notare dal modello 3D il vincolo fornito dal pannello non è puramente uno Shear ma è una condizione intermedia tra un Lateral restraint e lo Shear stesso.

Il parametro "R" mostra invece l'influenza che su di esso ha la non linearità poiche in un sistema lineare questo parametro non avrebbe dovuto presentare variazioni ai vari livelli di carico mentre, nei casi esposti presenta notevoli variazioni tranne che per il modello avente luce pari a 10.8m dove l'andamento dei punti è molto più costante.

Il parametro "r" mostra invece, come questo, al contrario di ciò che è riportato in normativa, vari al variare del livello di carico e questo è possibile notarlo soprattutto per l'ultimo livello di carico nel caso di luce pari a 10.8m

L'ultimo parametro da valutare è il momento attorno all'asse z che innanzitutto è influenzato dalle condizioni di carico poichè, per i carichi di gravità si ha un andamento più lineare con leggera tendenza ad appiatirsi in corrispondenza della mezzeria mentre, per i carichi di sollevamento questo tende addirittura ad invertire, sempre nella mezzeria, il suo andamento. Differenza questa che si accentua con l'aumentare della luce giungendo nel caso di luce pari a 10.8m a valori, per l'ultimo livello di carico, inferiori agli stessi per il primo livello di carico.

Questo andamento mostra anche la notevole influenza che ha su questo parametro la non linearità poiche confrontando i risultati ottenuti con un'analisi lineare, si nota come l'andamento sia totalmente diverso così come mostrato in figura4.7.



Figura 4.7: Influenza della non linearità sul parametro Mz

Anche per questo paramentro il modello semplificato compie un ottimo lavoro, seguendo quasi in tutti i casi l'andamento ottenuto del modello 3D.

Questa osservazione è vera per la "forma", ma non per i valori numerici che invece, sembrano molto diversi da quelli presenti nella letteratura scientifica.

Andando ad osservare il confronto in termini assoluti dei momenti attorno all'asse z, dei tagli in direzione y e del parametro "r" si nota che per carichi downwards il valore di Mz per luce pari a 7.2m è il più alto, seguito dal 9m e infine dal 10.8m. Per carichi upwards è invece il valore del 10.8m ad essere più elevato - in termini assoluti - seguito dal 7.2m e dal 9m. Stesso discorso ma inverso in termini di carico va fatto per il parametro "r" che in questo caso vede il 10.8m downwards maggiore, anche se di poco, del 7.2m downwards.

Discorso non valido per Ty che invece rispetta le attese e mostra un andamento dei picchi lineare con la lunghezza per entrambe le condizioni di carico.

# 5 RT1-d-7200

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT1-d-7200	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 2.56$	$p_z = -2.55$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -380.00$	$\sigma_x = -390.00$
Mz [Nmm]	$-2284000 \div 1476000$	$1500000 \div - 500000$
R	-0.107	-0.061
Sr	90000	90000
Rr	5000	80
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	1	1
Rail	nessuno	nessuno
Brackets	nessuno	nessuno



Figura 4.8: Schema strutturale



Figura 4.9: RT1-d-7200

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:



-0,20



x (mm)

### Carico upwards Rotazione punto 1 della sezione:

Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 3 della sezione:





# Carico upwards



Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 2 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:



x (mm)

-50,00

-60,00



x (mm)

#### Carico upwards Spostamento nunto 1 della sezione:







 $\label{eq:Andamento parametro R sezione longitudinale:$ 





Andamento parametro R sezione longitudinale:





## Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:





### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



### 6 RT4-s-7200

Verrano di seguito riportati i risultai per i modelli Roof Type 4 con carichi di gravità e di sollevamento, ad una e a due campate, per luci di 7.2m, 9m e 10.8m.

Va detto subito che per questi modelli ci sarebbe stato bisogno di svolgere un'analisi sviluppata su due livelli; il primo doveva fornire la rigidezza degli elementi interposti tra pannello e arcareccio in modo da inserirli, tramite modello equivalente, nel secondo livello di analisi per renderlo cosi più simile al modello reale.

Tutto ciò non è stato possibile per via della mancanza di dati sperimentali sui nuovi elementi per cui si è passati direttamente al secondo livello di analisi che comunque a posteriori ha permesso di ricavare ottime considerazioni in merito agli elementi stessi.

Anche in questo caso i parametri valutati sono gli spostamenti nel piano della sezione trasversale, le rotazioni attorno all'asse longitudinale, i parametri "R" e "r" ed infine i tagli e i momenti.

Verrà inoltre illustrato il confronto in termini assoluti dei momenti attorno all'asse z, dei tagli in direzione y e del parametro "r".

Infine verranno mostrati i risultati per modelli aventi luce pari a 7.2m con diversa modellazione dei bracket e diversa posizione degli stessi. Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-s-7200	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 1.64$	$p_z = -1.41$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -399.00$	$\sigma_x = -371.00$
Mz [Nmm]	1167000	$-600000 \div -184000$
R	-0.152	0.042
Sr	40500	54000
Rr	115	205
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	C	C
Brackets	9	9



Figura 4.10: RT4-s-7200

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:



RotX (rad)

-0,15

-0,20

-0,25





x (mm)

Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 2 della sezione:

Spostamento punto 3 della sezione:


0,00

-20,00







Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 3 della sezione:





### Carico upwards Spostamento punto 1 della sezione:









Andamento parametro R sezione longitudinale:





 $\label{eq:andamento} Andamento\ parametro\ R\ sezione\ longitudinale:$ 



#### ΛNS ANSY NODAL SOLUTIO NODAL SOLUTION NODAL SOLUTIC STEP=1 SUB =10 TIME=.333333 SX (AVG RSYS=0 EMX =16.394 SMN =-126.854 SMX =57.68 CT 7 2009 18:07:49 NODAL SOLUTIO STEP=1 SUB =20 TIME=.666667 SX (AVG RSYS=0 DMX =34.59 SMN =-279.728 SMN =-279.728 OCT 7 2009 18:09:28 x -44.839 -57.26 -12.766 -65.343 -24.335 16.673 -146.247 -106.35 -235.234 31.727 57.68 120.715 CT 7 2009 18:11:37 ANSY NODAL SOLUTION NODAL SOLUTION NODAL S STEP=1 SUB =30 TIME=1 SX RSYS=0 DMX =59 SMN =-3 SMX =21 NODAL SOLUTION STEP=2 SUB =9 TIME=1.3 SX (AVG ESYS=0 DMX =100.101 SNM =-464.018 SNM =272.619 OCT 7 2009 18:12:53 -28.826 33.155 -152.787 -90.8 -147.735 20.406 -231.806 -63.664 104.477 188.548 272.619 -276.748 95.135 219.096 -399.947

## Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:





## Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



# 7 RT4-s-9000

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-s-9000	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	9000	9000
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 0.97$	$p_z = -0.90$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -396.00$	$\sigma_x = -382.00$
Mz [Nmm]	1276000	$-600000 \div - 195000$
R	-0.136	0.059
$\operatorname{Sr}$	24800	28000
Rr	230	240
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	С	С
Brackets	11	11



Figura 4.11: Schema strutturale



Figura 4.12: RT4-s-9000

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:







Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:











### Carico upwards Spostamento punto 1 della sezione:

Spostamento punto 3 della sezione:



Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:



Spostamento punto 3 della sezione:



-140,00



x (mm)

### 161









 $\label{eq:anderson} Andamento\ parametro\ R\ sezione\ longitudinale:$ 



Andamento parametro R sezione longitudinale:



#### ۸NS 1 NODAL SOLUTION STEP=1 SUB =15 TIME=.5 SX (AVG) PSY5=0 EDX =46.778 SNN =-315.127 SNX =177.179 ANSY NODAL SOLUTION NUAL SUB0110 STEP=1 SUB =7 TIME=.233333 SX (AVG) RSTS=0 DMX =20.682 SMN =-121.859 SMX =50.174 CT 7 2009 OCT 7 2009 18:27:47 x x. 9 -102.744 -83.629 -64.514 -45.399 -26.285 -205.726 -151.025 96.325 -41.624 11.945 -260.427 67.778 78 177.17 50.174 ٨N 1 NODAL SOLUTION STEE=1 SUB =30 THME=1 SX (AVG) RSYS=0 DMX =137.326 SNM =-475.439 SNM =261.972 ANS NODAL SOLUTION NODAL SOLUTIO STEP=1 SUB =23 TIME=.766667 SX (AVG RSYS=0 IDMX =0.772 SNN =-393.904 SNX =232.62 OCT 7 2009 18:30:22 OCT 7 2009 18:30:55 -254.676 -185.063 -115.449 -45.835 23.779 -324.29 93.392 -229.635 -65.766 16.168 98.103 232.62 -393.505 261.972

### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:





### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



# 8 RT4-s-10800

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-s-10800	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	10800	10800
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 0.70$	$p_z = -0.57$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -393.00$	$\sigma_x = -263.00$
Mz [Nmm]	$965000 \div 571000$	$-638000 \div -352000$
R	-0.159	0.065
$\operatorname{Sr}$	18000	16000
Rr	130	290
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	С	C
Brackets	13	13



Figura 4.13: Schema strutturale



Figura 4.14: RT4-s-10800

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:





 $Carico\ upwards$ 



Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 3 della sezione:



0,00 -20,00

¢.

2000

4000

6000

x (mm)

8000

10000

12000





Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione: Ansys 1/4 step - Ansys 2/4 step - Ansys 3/4 step --Ansys Last step 230,00 180,00 Uz (mm) 130,00 80,00 30,00 -20,00 2000 4000 6000 8000 10000 12000 x (mm) Spostamento punto 2 della sezione: Ansys 1/4 step Ansys 2/4 step Ansys 3/4 step 230,00 Ansys Last step caps 180,00 Uz (mm) 130,00

Spostamento punto 3 della sezione:

6000

x (mm)

8000

10000

12000



80,00

30,00

-20,00

d

2000

4000

-140,00



x (mm)











Andamento parametro R sezione longitudinale:





## Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



108.776

157.749

-234.344

6787

-69.59

177.542 95.164

259.919

-399.099

-283.014 -185.067 -87.119 10.828 -234.04 -136.093 -38.146 59.802


#### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



# 9 RT4-s-confronto







# 10 RT4-d-7200

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-d-7200	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 2.73$	$p_z = -2.47$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -383.00$	$\sigma_x = -382.00$
Mz [Nmm]	$-2700000 \div 1250000$	$1500000 \div - 500000$
R	-0.162	0.035
$\operatorname{Sr}$	80000	23000
Rr	5000	1000
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	С	С
Brackets	9	9



Figura 4.15: Schema strutturale



Figura 4.16: RT4-d-7200

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:





#### Carico upwards Rotazione punto 1 della sezione:



Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





Spostamento punto 2 della sezione:

Spostamento punto 3 della sezione:









Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:  $Carico\ Downwards$ 

Spostamento punto 1 della sezione: - Ansys 2/4 step - Ansys 3/4 step -Ansys 1/4 step - Ansys Last step 55,00 45,00 35,00 Uz (mm) 25,00 15,00 5,00 -5,00 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 x (mm)

Spostamento punto 2 della sezione: Ansys 1/4 step — Ansys 2/4 step — Ansys



Spostamento punto 3 della sezione:



#### Carico upwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 2 della sezione:













Andamento parametro R sezione longitudinale:





Andamento parametro R sezione longitudinale:



### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:



Contour  $\sigma_x$  3D:





#### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:





# 11 RT4-d-9000

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-d-9000	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	9000	9000
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 2.18$	$p_z = -1.85$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -390.00$	$\sigma_x = -385.00$
Mz [Nmm]	$-2500000 \div 1200000$	$1300000 \div - 500000$
R	-0.189	0.06
Sr	38000	20000
Rr	400	800
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	С	С
Brackets	11	11



Figura 4.17: Schema strutturale



Figura 4.18: RT4-d-9000

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:



Rotazione punto 2 della sezione:



Rotazione punto 3 della sezione:









Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:





x (mm)

Spostamento punto 3 della sezione:









Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:



 $\mathbf{206}$ 















#### Andamento parametro R sezione longitudinale:



### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:



Contour  $\sigma_x$  3D:





### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



# 12 RT4-d-10800

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-d-10800	Carico Downwards	Carico Upwards
Lenght [mm]	10800	10800
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = 1.76$	$p_z = -1.49$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -383.00$	$\sigma_x = -383.00$
Mz [Nmm]	$-2000000 \div 1000000$	$1400000 \div - 500000$
R	-0.2	0.09
$\operatorname{Sr}$	27000	10000
Rr	200	2000
Panel	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4
Rail	С	С
Brackets	13	13



Figura 4.19: Schema strutturale



Figura 4.20: RT4-d-10800

Rotazione dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Rotazione punto 1 della sezione:





Rotazione punto 3 della sezione:








Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

Carico Downwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento punto 2 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:





Carico upwards Spostamento punto 1 della sezione:



Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:  $Carico \ Downwards$ 

Spostamento punto 1 della sezione: Ansys 1/4 step - Ansys 2/4 step - Ansys 3/4 step --Ansys Last step 120,00 100,00 80,00 Uz (mm) 60,00 40,00 20,00 0,00 2000 4000 6000 8000 10000 12000 -20,00 x (mm)

Spostamento punto 2 della sezione:



Spostamento punto 3 della sezione:



Uz (mm)



# Carico upwards



Spostamento punto 2 della sezione:





#### Spostamento punto 3 della sezione:













Andamento parametro R sezione longitudinale:



#### Carico Downwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:



Contour  $\sigma_x$  3D:



#### ANSY 1 NODAL SOLUTION STE=1 SUB =18 TIME=.6 SX (AVG) PSYS=0 DMX =57.699 SNM =-89.375 SNX =112.379 ANSY 1 NODAL SOLUTION STEP=1 SUB =9 TIME=.3 SX (AVG) RSYS=0 IMX =26.385 SNN =-42.999 SNX =65.195 CT 8 2009 OCT 8 2009 -18.956 -6.934 29.13 17.109 -30.977 5.087 89.375 -44.541 -22.124 293543 -66.958 -22.124 22.711 45.128 41.152 67.545 65.19 112.37 CT 8 2009 09:58:40 ANS NODAL SOLUTION MX NODAL SOLUTION NODAL SOLUTION STEP=1 SUB =27 TIME=.9 SX (AVG) RSYS=0 DMX =95.73 SMN =-140.473 SMN =168.731 NODAL SOLUTIO STEP=2 SUB =999999 TIME=2 SX (AVG RSYS=0 DMX =143.333 SMN =-197.4 SNX =258.288 OCT 8 2009 09:59:09 (AVG) x 65.663 31.307 -3.049 -106.117 71.761 100.019 -45.504 \$5.76 157.024 -146.768 168.731 258.288

#### Carico upwards Contour $\sigma_x$ sezione trasversale:

Contour  $\sigma_x$  3D:



### 13 RT4-d-confronto







### 14 RT4-s-7200-sensitività alla posizione dei ritegni

In questa sezione si argomenterà il confronto fra un modello tipo Roof Type 4 di lunghezza pari a 7.2m avente bracket in posizioni e con caratteristiche diverse.

Il primo modello sarà quello standard, costituito da 9 brackets di tipo 1 con la prima e l'ultima posizionate sulle due sezioni estreme dell'arcareccio. Il secondo modello avrà invece, questi due brackets spostati di 50mm verso l'interno, mentre il terzo modello sarà composto da 8 brackets posizionati a partire da una distanza di 45cm dalla sezione d'estremità e disposte con un passo di 90cm.

I restanti quattro modelli avranno invece i brackets posizionati come nel terzo caso ma si differenzieranno da quest'ultimo per via della forma e delle caratteristiche di rigidezza dei brackets, questa volta di tipo 2.

In particolare in questi ultimi modelli si cercherà di ricreare quella discontinuità di rigidezza tipica di questi elementi, e lo si farà tramite elementi meno rigidi posizionati nella parte centrale dei brackets.

Il modello RT4-s-7200-16 ad esempio, presenterà questo elemento intermedio dei brackets con un sezione trasversale pari a 16mmq. Stesso discorso vale per il modello RT4-s-7200-25 che evidentemente sarà composto dal medesimo elemento intermedio dei brackets con una sezione questa volta pari a 25mmq e così via per gli altri due modelli.



Figura 4.21: Clips rigide tipo n.1



Figura 4.22: Clips meno rigide tipo n.2

Descrizione tabellare del sistema:

Example RT4-s-7200	RT4-s-7200	RT4-s-7200-50mm	RT4-s-7200-450mm
Lenght [mm]	7200	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = -1.49$	$p_z = -1.49$	$p_z = -1.49$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -392.00$	$\sigma_x = -392.00$	$\sigma_x = -392.00$
Mz [Nmm]	1500000	1500000	1500000
R	-0.147	-0.147	-0.147
Panel	Panel n.1	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4	4
Rail	Rail n.1	Rail n.1	Rail n.1
Brackets	Brackets n.1	Brackets n.1	Brackets n.1

	RT4-s-7200-16	RT4-s-7200-25	RT4-s-7200-64	RT4-s-7200-100
Lenght [mm]	7200	7200	7200	7200
Purlin	Z254x1.7	Z254x1.7	Z254x1.7	Z254x1.7
Carico ultimo [N/mm]	$p_z = -1.49$	$p_z = -1.49$	$p_z = -1.49$	$p_z = -1.49$
Tensione Max [MPa]	$\sigma_x = -392.00$	$\sigma_x = -392.00$	$\sigma_x = -392.00$	$\sigma_x = -392.00$
Mz [Nmm]	1500000	1500000	1500000	1500000
R	-0.147	-0.147	-0.147	
Panel	Panel n.1	Panel n.1	Panel n.1	Panel n.1
Roof Type	4	4	4	4
Rail Rail n.1	Rail n.1	Rail n.1	Rail n.1	
Brackets	Brackets n.2	Brackets n.3	Brackets n.4	Brackets n.5





 $\mathbf{234}$ 



Rotazione dei punti della sezione trasversale:



x (mm)

Spostamento in direzione y dei punti della sezione trasversale:

236

-15,00

-20,00

-25,00



Spostamento in direzione z dei punti della sezione trasversale:





#### $\mathbf{239}$

In questi esempi si nota come l'andamento delle rotazioni sia, contrariamente ai RT1, più uniforme per i carichi di sollevamento e più ruvido per quelli di gravità, non considerando l'influenza dei brackets che soprattutto per i punti sulla sommità della sezione trasversale risulta essere importante mostrando dei picchi significativi. Il modello semplificato, per i carichi downwards segue quasi perfettamente l'andamento del modello 3D mentre, per i carichi upwards mostra valori pù elevati.

Gli spostamenti nel piano della sezione trasversale risultano essere seguiti in modo diverso dal modello semplificato, infatti gli spostamenti in direzione y sono maggiori mentre, quelli in direzione z sono minori sempre in relazioni ai risultati ottenuti dal modello 3D. Per il Ty vale lo stesso discorso fatto per i RT1, anche questi esempi dicono infatti, che il pannello fornisce un vincolo intermedio tra uno Shear e un Lateral restraint.

Il parametro "r" mostra ancora una volta e in modo più marcato la sua dipendenza dal livello di carico e spesso i valori ottenuti dal modello 3D non sono esattamente simili a quelli ottenuti dal modello semplificato.

Il parametro "R" invece, presenta comunque gli effetti della non linearità che però si smorzano tendendo ad annullarsi già per luci pari a 9m con carichi di sollevamento e confermano questa regola per luci di 10.8m.

L'Mz, come per i RT1, per carichi di gravità tende ad un andamento lineare mentre per carichi di sollevamento tende ad invertire il suo percorso. Questo non vale esattamente per il 9m downwards dove la mezzeria risulta essere completamente piatta con picchi dovuti ai bracket, e ancor di più per il 10.8 downwards dove, come per i carichi upwards, si nota un'inversione del percorso seguito però, situazione valida anche per gli altri modelli, alla perfezione dal modello semplificato che quindi, conferma anche per questi modelli la sua bontà.

Il confronto in termini assoluti mostra invece come sia il Ty che l'Mz abbiano unandamento dei picchi lineare con il livello di carico, cioè il valore dei modelli con luce 7.2m è sempre il più grande seguito dal 9m e dal 10.8m. Per il parametro "r" questa condizione è rispettata per i carichi di sollevamento ma è completamente opposta per quelli di gravità.

I modelli a doppia campata diversamente dai precedenti mostrano più alterazione da tutti i punti di vista dei valori plotti. Si nota ad esempio come le rotazioni siano più ruvide per entramble le condizioni di carico, così come gli spostamenti. Il parametro "r" mostra ancora una volta differenze ai vari livelli di carico e il parametro "R" risente in tutti i casi della non linearità anzi, per luci pari a 10.8m questa differenza tende ad aumentare invece di annullarsi come visto in precedenza.

Il confronto fatto per i modelli double mostra un andamento pressochè identico dell'Mz per le varie luci, discrepanze importanti invece si notano per Ty e "r" che presentano dei picchi diversi in posizioni diverse.

Valutando i risultati ottenuti dai modelli di luce 7.2m caratterizzati da diversi brackets si nota come gia cambiando la posizione di questi elementi e cioè partendo da una sezione posta a 45cm dal'estremità invece che dal'estremità stessa, i modelli tendano ad essere meno rigidi e conseguentemente ad avere risultati, in termini di restraint equivalenti molto più bassi. Differenza questa, che aumenta, ovviamente, definendo una rigidezza minore per gli elementi stessi.

## 15 Considerazioni generali sul'effetto stabilizzante della copertura

Si sono considerate nelle pagine precedenti un buon numero di analisi, effettuate sia mediante modelli agli elementi finiti di tipo shell(ANSYS), sia mediante l'approccio RM (CAPS, basato sulla teoria di trave alla Vlasov). Si possono trarre alcune considerazioni generali sulla qualità della soluzione, con particolare riguardo alla forma del diagramma del momento  $M_z$ . Nelle figure 4.23 e 4.24 si mostra per il RT1, nella lunghezza di 10.8m, rispettivamente per carichi diretti verso l'alto e verso il basso, il valore del carico critico euleriano  $q_{z,cr,E}$  al variare del valore dello shear restraint e del rotational retraint. Limitatamente al caso del carico diretto verso il basso, si indaga nelle figure successive la forma del momento  $M_z$ .

- La forma del diagramma  $M_z$  è fortemente dipendente dalla nonlinearità geometrica. Come risulta da figura 4.25. Nel caso di calcolo elastico lineare, indipendentemente dal valore dei continuous elastic restraint, il diagramma del momento  $M_z$ ha forma di U, con la concavità rivolta verso il basso.
- Si possono generalmente distinguere tre modalità di interazione arcareccio-pannello.
  - 1. In una prima modalità, che si riscontra nei casi in cui il *rotational restraint* è sufficientemente alto da attivare lo shear restraint disponibile, il diagramma del momento nel caso di calcolo del secondo ordine mantiene lo stesso andamento (Shape 1, vedi figura 4.25) a forma di U del calcolo elastico lineare, con un valore assoluto del punto di minimo che cresce con il crescere dello shear restraint.
  - 2. In una seconda modalità, che si riscontra nei casi in cui il rotational restraint è non più sufficientemente alto da attivare tutto lo shear restraint disponibile, il diagramma del momento nel caso di calcolo del secondo ordine assume una forma a W (Shape 2, vedi figura 4.25 e 4.26). In tali sistemi l'instabilità dell'arcareccio avviene per rotazione intorno al punto in cui è applicato lo shear restraint. Il momento  $M_z$  rimane molto basso anche al crescere dello shear restraint, rivelando così un comportamento disaccoppiato: indipendentemente da geometria dell'arcareccio, il diagramma del momento  $M_z$  è pressochè nullo così come vuole il semplice equilibrio con il solo carico esterno  $q_z$ .
  - 3. In una terza, che si riscontra nei casi in cui sia lo shear restraint sia il rotational restraint è molto basso, il diagramma del momento nel caso di calcolo del secondo ordine assume una forma a U rovesciata (Shape 3, vedi figura 4.25). In tali sistemi l'instabilità dell'arcareccio avviene con inversione della deformata rispetto al ramo fondamentale. Tali sistemi (che non consiglieremmo



Figura 4.23: RT1-s-10800, downwards load: diagram of the critical elastic buckling load  $q_{z,cr,E}[N/mm]$  for various values of  $S_R$  and  $R_R$ 

progettualmente, e che riportiamo al solo scopo di esemplificazione accademica di caso limite) il comportamento è ancora fortemente disaccoppiato: il diagramma del momento  $M_z$  è pressochè nullo così come vuole il semplice equilibrio con il solo carico esterno  $q_z$ .



Figura 4.24: RT1-s-10800, upwards load: diagram of the critical elastic buckling load  $q_{z,cr,E}[N/mm]$  for various values of  $S_R$  and  $R_R$ 



Figura 4.25: RT1-s-10800, downwards load: diagrams of the bending moments  $M_z$  for various values of  $S_R$  and  $R_R$ . The diagram at the top of the page is obtained by non linear calculation, the diagram at the bottom by linear elastic calculation. In each case the load applied has been  $0.8q_{z,cr,E}$ .



Figura 4.26: RT1-s-10800, downwards load: diagram of the bending moments  $M_z/max(ass(M_z))$  for various values of  $S_R$  and  $R_R$ . The diagram is obtained by non linear calculation, the load applied has been in each case  $0.8q_{z,cr,E}$ .



Figura 4.27: RT1-s-10800, downwards load: diagram of the bending moments in the four benchmark example with very high or very low  $S_R$  and  $R_R$ . In the diagram at the bottom of thepage each diagram has been normalized by its absolute maximum value, thus revealing the 3 noticeable shapes of the  $M_z$  diagram

# Capitolo 5

# Conclusioni e futuri sviluppi

Modelli	q (N/mm)	Sr	Rr
RT1-s-7200-downwards	1.8	37500	210
RT1-s-9000-downwards	1	20000	370
RT1-s-10800-downwards	0.67	16000	300
RT1-s-7200-upwards	-1.49	44000	330
RT1-s-9000-upwards	-0.93	22000	390
RT1-s-10800-upwards	-0.68	16000	400
RT1-d-7200-downwards	2.56	90000	5000
RT1-d-7200-upwards	-2.55	90000	80
RT4-s-7200-downwards	1.64	40500	115
RT4-s-9000-downwards	0.97	24800	230
RT4-s-10800-downwards	0.7	18000	130
RT4-s-7200-upwards	-1.41	54000	205
RT4-s-9000-upwards	-0.9	28000	240
RT4-s-10800-upwards	-0.57	16000	290
RT4-d-7200-downwards	2.73	80000	5000
RT4-d-9000-downwards	2.18	38000	400
RT4-d-10800-downwards	1.76	27000	200
RT4-d-7200-upwards	-2.47	23000	1000
RT4-d-9000-upwards	-1.85	20000	800
RT4-d-10800-upwards	-1.49	10000	2000
RT4-s-7200-downwards-bis(50mm)	0	33700	200
RT4-s-7200-downwards-tris(450mm)	1.16	31000	200
RT4-s-7200-downwards-25(450mm)	0.64	18000	400

Benchè siano strutture utilizzate da lungo tempo, principalmente grazie alla loro economia e facilità di esecuzione, le coperture formate da arcareccio e pannello sono tutt'ora oggetto di studio e di ricerca da parte di molti autori. Molte delle problematiche inerenti il calcolo di questi sistemi non sono ancora completamente risolte: la resistenza e la deformabilità di travi continue per mezzo di 'overlapping system' per esempio, ma anche la stabilità flesso-torsionale e la stabilità complessiva del pacchetto di copertura nel suo complesso, sono argomenti non ancora esaustivamente studiati.

La necessità attuale di rendere le coperture orizzontali sempre più capaci di grande isolamento termico, sta inoltre spingendo molti progettisti verso soluzioni non più normate da documenti autorevoli, nè da proceure consolidate.

In questa tesi si è voluto considerare un approccio alla progettazione, recentemente proposto in letteratura, basato sulla ipotesi di *equivalent continuous restraint*: è possibile studiare il comportamento dell'arcareccio, sia per quanto riguarda la sua stabilità complessiva, sia per quanto riguarda la sua interazione locale con il sistema di copertura, attraverso un opportuno modello di trave (detto *RM*, Roof Model) cui sono applicati vincoli elastici distribuiti considerati *equivalenti* al pacchetto di copertura sovrastante l'arcareccio.

Questa ipotesi è più generale di quella che viene generalmente fatta dalle normative attualmente vigenti, per esempio (EC), e permette lo studio di sistemi nei quali la copertura è non più 'di sufficiente rigidezza', ma solo di 'rigidezza nota'. A fronte di queto vantaggio, l'approccio RM chiede però una costosa ed elaborata taratura dei parametri di rigidezza equivalente basata su prove sperimentali eseguite nuovamente per ciascun sistema particolare di cui occorre effettuare la progettazione. Le normative stesse propongono per la determinazione dei parametri di rigidezza del sistema una taratura basata su un approccio 'dettaglio-complessivo': l'esecuzione di prove sperimentali su alcuni elementi costruttivi (una porzione di pannello soggetta a taglio nel proprio piano, oppure un concio di arcareccio sottoposto a torsione e vincolato dal pannello) permette di determinare il comportamento *locale* del pacchetto di copertura e da questo desumere il valore degli equivalent elastic restraint.

In questa tesi si è indagato tramite sperimentazione numerica un approccio di tipo 'complessivo-dettaglio' pensato come approccio complementare al precedente: la determinazione di alcuni parametri globali del sistema di copertura (sono stati scelti in particolare il momento flettente  $M_z$  ed il parametro di stabilità globale R) può anch'essa permettere il *fitting* dei continuous elastic restraints del modello, una volta noto il comportamento reale della struttura.

Tale procedura di identificazione dei parametri 'complessivo-dettaglio' è stata condotta tramite sperimentazione numerica su due set di test differenti, che rappresentano rispettivamente un sistema noto e normato (RT1), ed uno invece innovativo e meno conosciuto (RT4). Le due strategie di identificazione hanno fornito risultati molto differenti, sia nel caso di RT1, sia nel caso di RT4, fornendo generalmente rigidezze dei parametri equivalenti molto minori nell'approccio 'complessivo-dettaglio' rispetto a quelle previste dalla più convenzionale procedura 'dettaglio-complessivo'. Tuttavia, le analisi condotte hanno permesso di **dimostrare come l'andamento del momento**  $M_z$  **sia in questi sistemi un ottimo qualificatore della interazione arcareccio-pannello**, e permetta di determinare quantitativamente se la coppia di ritegni  $S_R - R_R$ , offerti da un certo sistema costruttivo, sia tale da poter considerare 'rigido' il sistema di copertura. Inoltre, resta tutt'ora da verificare che la procedura di identificazione 'complessivo-dettaglio' sia sensibile alla capacità del modello di trave di compiere atti cinematici distorsivi. L'utilizzo di un modello RM basato su una teoria più sofisticata di quella di Vlasov ( come ad esempio quella proposta in (9; 10; 11) oppure in (12)), costituisce sicuramente un naturale sviluppo del lavoro condotto in questa tesi, nella quale si è ancora una volta dimostrato che i modelli di trave senza distorsione di sezione sono molto limitati nella capacità di riprodurre correttamente molti fenomeni tipici dei profili formati a freddo.

### 1 Ringraziamenti

Innanzitutto sento la necessità di ringraziare il mio relatore Prof. Ing. Francesco Ubertini che, con questo lavoro di tesi mi ha dato la possibilità di crescere ulteriormente dal punto di vista professionale fornendomi le 'linee' guida per terminare il mio percorso universitario.

Stesso ringraziamento va al correlatore Ing. Stefano de Miranda sempre disponibile a fornire consigli e comprensione, e ancora un ringraziamento particolare va all'Ing. Antonio Ruggerini, non solo correlatore ma, soprattutto amico dalla disponibilità illimitata e dai modi sempre gentili.

Alla mia famiglia, che in tutti questi anni di studi, e non solo, ha sopportato tutte le mie ansie pre-esame, i miei timori e il mio pessimismo, condividendo però, anche tutte le gioie che derivano da questo percorso. Per tutti i sacrifici fatti senza mai farmi pesare nulla e per la pazienza illimitata nel chiedermi ogni giorno, attraverso innumerevoli telefonate [vedi (mamma)], come stai??? pur sapendo già in partenza la risposta... In particore dedico questa tesi a mio padre capace di rendermi forte in qualsiasi occasione mediante semplici consigli mai banali. In grado di essere padre ma soprattutto

A Valentino... migliore amico??, fratello???, non sono capace di dare una risposta visto il forte sentimento che mi lega a lui e che sicuramente va oltre l'amico, con il quale ho condiviso tantissimo, dalle gioie per un esame ormai passato alle ansie per un altro che già stava per cominciare, le giornate intere di studio ma anche le cene, i divertimenti, la juventus e le belle serate che caratterizzano Bologna...

migliore amico, disponibile in ogni momento ad ascoltare i miei problemi.

A Silvia, Raffa e Lucia, capaci di sopportarmi nel periodo più stressante di questo mio percorso..l'ultimo mese.., durante il quale mi hanno fatto ridere, sfogare e sgombrare la mente da ogni pensiero ma soprattutto, perchè mi hanno fatto trovare un piatto pronto a cena, un dolce la domenica e l'immancabile caffè al mattino.

In ultimo, ma solo perchè più importante, un 'GRAZIE' a Francesca, fidanzata storica della quale non dirò nulla poichè non basterebbe una 'tesi' per elencare tutto quello che ha fatto per me....

Antonio
## Bibliografia

- EN 1993-1-3:2004(E) Part 1-3 Supplementary rules for cold formed members and sheeting., CEN.
- [2] M. T. Hancock G.J., E. D.S., Cold formed steel structures to the AISI specifications, Marcel Dekker, New York, 2001.
- [3] A.-B. F. Lucas R.M., K. S., Modelling of cold-formed purlin-sheeting systems part 1: Full model, Thin-Walled Structures 27(3) (1997) 223-243.
- [4] T.Vrany, Effect of loading on the rotational restraint of cold-formed purlins, Thin-Walled Structures 44 (2006) 1287–1292.
- [5] F. M.Braham, A.Ruggerini, A numerical model for roof detailing of cold-formed purlin-sheeting systems, Stahlbau 4 (2008) 238–246.
- [6] F. M.Braham, A.Ruggerini, Computation of roof-in-plane forces in cold-formed steel purlin-sheeting systems, Vol. 1, University of Liege, Vincent de Ville de Goyet, Jean-Pierre Jaspart and Jaques Rondal., 2007.
- [7] N1600e-v4 corrigenda for all parts of en 1993.
- [8] V. Z. Vlasov, Thin walled elastic bars, Gosstroiizdat, Moscow, 1940.
- [9] R. P. Schardt, Verallgemeinerte Technische Biegetheorie, Metrum-verlag, Darmstad, 2007 (I don't know which edition).
- [10] M.Capurso, Sul calcolo delle travi in parete sottile in presenza di forze e distorsioni, La ricerca scientifica 6 (1964) 241–286.
- [11] J. Davies, P.Leach, First order generalized beam theory, J. Construct. Steel Research 31 (1994) 187–220.
- [12] D. N.Silvestre, Nonlinear generalized beam theory for cold-formed steel members, International Journal of Structural Stability and Dynamics 3 (2003) 461–490.