

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITA' DI BOLOGNA**

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA  
- Sede di Forlì -

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE  
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE  
Classe LM-20

TESI DI LAUREA  
In Strutture E Materiali Aerospaziali LM

**Valutazione analitica delle aree di  
delaminazione in materiali compositi avanzati  
soggetti ad impatti a bassa velocità**

CANDIDATO  
**Matteo Siliotto**

RELATORE  
**Prof. Ing. Enrico Troiani**

Anno Accademico 2012/2013  
Sessione II



*A Iside,  
che trovi sempre le motivazioni giuste  
per non arrendersi mai.*



# Sommario

<i>Sommario</i> .....	<i>i</i>
<i>Indice delle figure</i> .....	<i>iii</i>
<i>Indice delle tabelle</i> .....	<i>vii</i>
<i>Abstract</i> .....	<i>1</i>
<b>Capitolo 1. Introduzione</b> .....	<b>3</b>
<b>Capitolo 2. Comportamento meccanico dei materiali compositi</b> .....	<b>7</b>
<b>2.1 Equazioni costitutive della singola lamina</b> .....	<b>7</b>
<b>2.2 Legame tra sforzi e deformazioni rispetto ad un sistema di riferimento arbitrario</b> .....	<b>11</b>
<b>2.3 Equazioni costitutive del laminato</b> .....	<b>15</b>
<b>Capitolo 3. DT e SHM per materiali compositi soggetti a LVI</b> .....	<b>21</b>
<b>3.1 Tipi di difetti nei materiali compositi</b> .....	<b>21</b>
<b>3.2 Risposta del laminato agli impatti</b> .....	<b>25</b>
3.2.1 Classificazione degli impatti.....	26
3.2.2 Impatti a bassa velocità.....	27
<b>3.3 Requisiti Damage Tolerance</b> .....	<b>30</b>
<b>3.4 Structural Health Monitoring e tecniche di ispezione per laminati in composito</b> .....	<b>34</b>
3.4.1 De-ply method.....	35
3.4.2 Cross-sectional fractography.....	36
3.4.3 Ispezione visiva e con microscopi ottici.....	36
3.4.4 Tap test.....	36
3.4.5 Radiografia ai raggi X.....	37
3.4.6 Tecniche ad ultrasuoni.....	38
3.4.7 Acoustic Emission.....	40
3.4.8 Termografia ed olografia.....	42
3.4.9 Conclusioni.....	43
<b>3.5 Monitoraggio con sensori FBG</b> .....	<b>44</b>
<b>Capitolo 4. Stato dell'arte per stima e predizione dei danni dovuti a LVI</b> .....	<b>47</b>

4.1	Predizione dell'inizio del danno .....	48
4.2	Predizione e stima dell'indentazione.....	49
4.3	Predizione e stima dell'area di delaminazione .....	52
4.4	Un metodo per definire la forza massima di contatto.....	57
<b>Capitolo 5. Stima dell'area di delaminazione di Davies e Zhang (1995) .....</b>		<b>61</b>
<b>Capitolo 6. Metodo analitico di Olsson (2001) e confronto con prove sperimentali.....</b>		<b>65</b>
6.1	Metodo analitico di Olsson.....	65
6.2	Taratura dell'algoritmo .....	72
6.3	Confronto con prove sperimentali .....	80
6.3.1	HTA/6376C: confronto con Davies e Zhang [28] (1995) .....	83
6.3.2	AS4/3501-6: confronto con Mitrovic et al. [33] (1999) .....	87
6.3.3	AS4/3501-6: confronto con Gomez-del Rio et al. [34] (2005).....	89
6.3.4	AS4/3501-6: confronto con Akangah et al. [35] (2013).....	92
6.3.5	T300/914C: confronto con Duarte et al. [37] (1999).....	95
6.3.6	T300/914: confronto con Gao e Kim [16] (2001) .....	98
6.3.7	T300/914: confronto con Vieille et al. [2] (2013) .....	101
6.3.8	HS160/REM: confronto con Aymerich et al. [41] (2007).....	103
6.3.9	T300/epoxy: confronto con Minak e Ghelli [44] (2008) .....	106
6.3.10	T300/epoxy: confronto con Ghelli e Minak [45] (2011).....	109
6.3.11	T800/5052: confronto con Yoshimura et al. [46] (2008) .....	113
6.3.12	T700/HS200: confronto con Isa et al. [47] (2011) .....	116
6.3.13	HTS40/977-2: confronto con Shi et al. [49] (2012) .....	119
6.3.14	AS4D/TC350: confronto con Sebaey et al. [17] (2013).....	122
6.3.15	Interpretazione dei confronti .....	125
<b>Conclusioni e sviluppi futuri.....</b>		<b>135</b>
<b>Appendice A: Algoritmo MatLab per modello analitico di Olsson .....</b>		<b>139</b>
A.1	Esempio di <i>main script</i> per la definizione del problema (Olsson, 2001).....	139
A.2	<i>Function</i> del modello analitico.....	140
<b>Riferimenti.....</b>		<b>145</b>
<b>Ringraziamenti .....</b>		<b>149</b>

# Indice delle figure

Figura 2.1: Confronto tra un materiale anisotropo generico (a) e un materiale ortotropo (b) soggetto a sforzo normale lungo una direzione principale .....	8
Figura 2.2: Sistema di riferimento principale 1-2 e sistema di riferimento del problema arbitrario x-y11	
Figura 2.3: Andamento dei vari parametri al variare dell'angolo $\theta$ per una lamina in fibre di vetro e resina epossidica .....	14
Figura 2.4: Esempio di composizione di un laminato .....	15
Figura 2.5: Deformazione del laminato nel piano x-z .....	16
Figura 2.6: Esempio di distribuzione di deformazione e di tensione lungo lo spessore di un laminato	17
Figura 2.7: Forze e momenti risultanti in un laminato .....	17
Figura 2.8: Definizione delle coordinate z delle singole lamine .....	18
Figura 2.9: Matrice complessiva di rigidezza e relativo comportamento meccanico.....	19
Figura 3.1: Tipi di buckling per laminati compositi.....	23
Figura 3.2: Sorgenti di delaminazioni dovute alla geometria.....	23
Figura 3.3: Andamento della resistenza residua per materiali compositi e per materiali metallici .....	24
Figura 3.4: Gravità dei diversi danni nei materiali compositi .....	25
Figura 3.5: Differenti tipi di risposta del laminato agli impatti.....	27
Figura 3.6: Tipologie di rottura per un laminato a seguito di un impatto.....	28
Figura 3.7: Modi di rottura, o di propagazione di una cricca o delaminazione .....	29
Figura 3.8: Confronto degli andamenti forza-spostamento dei tre laminati a 2J (a), 6J (b), 10.5J (c), 17J (d) e 25J (d) .....	30
Figura 3.9: Piramide delle prove sperimentali .....	32
Figura 3.10: Curve <i>Damage Tolerance</i> .....	33
Figura 3.11: Funzionamento della convenzionale radiografia ai raggi X (a) e della tomografia ai raggi X (b).....	38
Figura 3.12: Metodo <i>pulse-echo</i> (a) e metodo <i>pitch-catch</i> (b).....	39
Figura 3.13: Tipi di rappresentazione per tecnica ultrasuoni: danno effettivo (a), A-scan (b), B-scan (c), C-scan (d) .....	40
Figura 3.14: Principio di funzionamento del metodo AE.....	41
Figura 3.15: Parametri principali di un segnale AE .....	42
Figura 3.16: Funzionamento dell'olografia (a) e della termografia (b).....	43
Figura 3.17: Principio di funzionamento di un sensore FBG.....	45

Figura 4.1: Confronto tra indentazione ed area di delaminazione per laminati di diverso spessore (espresso in millimetri) .....	50
Figura 4.2: Indentazione al variare dell'energia di impatto per i tre tipi di laminati .....	51
Figura 4.3: Dati sperimentali su resina epossidica con fibre in grafite ricavati da Shen et al. (a) e andamento approssimato in cui è visibile il <i>knee point</i> (b) .....	51
Figura 4.4: Confronto tra indentazione numerica e sperimentale al variare dell'energia per laminati T300/5228 e laminati IM7/8552 .....	52
Figura 4.5: Variazione dell'area di delaminazione al variare dell'energia per i tre tipi di laminato di Lopes et al. ....	54
Figura 4.6: Delaminazioni per i laminati <i>BL</i> e <i>NCI</i> a seguito di un impatto con un'energia di 20J.....	55
Figura 4.7: <i>Residual strength</i> (a) e <i>residual strength</i> normalizzata (b) per i diversi laminati al variare dell'energia di impatto .....	55
Figura 4.8: Confronto tra simulazioni numeriche (tratto più scuro) e test sperimentali (tratto più chiaro) .....	56
Figura 4.9: Grafico caratteristico della risposta all'impatto.....	57
Figura 5.1: Andamento della stima dell'area di delaminazione e risultati sperimentali per tre spessori differenti [28] .....	62
Figura 5.2: Riproduzione dell'andamento della stima dell'area di delaminazione per i tre differenti spessori.....	63
Figura 5.3: Confronto della formula di Davies e Zhang con prove sperimentali di Ghelli e Minak [29] .....	64
Figura 5.4: Confronto della formula di Davies e Zhang con prove sperimentali di Vieille et al. [2]....	64
Figura 6.1: Modello per la risposta al <i>large mass impact</i> di Olsson .....	66
Figura 6.2: Delaminazioni reali e delaminazioni circolari equivalenti.....	67
Figura 6.3: Andamento deflessione-forza ricavabile dal modello.....	68
Figura 6.4: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto di Olsson, $h = 2mm$ .....	75
Figura 6.5: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto con algoritmo MatLab $h = 2mm$ .....	75
Figura 6.6: Andamento deflessione vs. energia di impatto di Olsson $h = 2mm$ .....	76
Figura 6.7: Andamento deflessione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab $h = 2mm$ .....	76
Figura 6.8: Andamento delaminazione vs. energia di impatto di Olsson $h = 2mm$ .....	77
Figura 6.9: Andamento delaminazione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab $h = 2mm$ .....	77
Figura 6.10: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto di Olsson, $h = 6mm$ .....	78
Figura 6.11: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto con algoritmo MatLab $h = 6mm$ .....	78
Figura 6.12: Andamento deflessione vs. energia di impatto di Olsson $h = 6mm$ .....	79
Figura 6.13: Andamento deflessione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab $h = 6mm$ .....	79
Figura 6.14: Andamento delaminazione vs. energia di impatto di Olsson $h = 6mm$ .....	80
Figura 6.15: Andamento delaminazione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab $h = 6mm$ .....	80
Figura 6.16: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P1), $100 \times 75 \times 2mm$ , <i>clamped</i> .....	85

Figura 6.17: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P2), $100 \times 75 \times 4\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	85
Figura 6.18: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P3), $100 \times 75 \times 4\text{mm}$ , <i>simply supported</i> .....	86
Figura 6.19: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P4), $200 \times 200 \times 4\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	86
Figura 6.20: AS4/3501-6 confronto con Mitrovic et al. [33], $25.4 \times 25.4 \times 4\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	88
Figura 6.21: AS4/3501-6 confronto con Gomez-del Rio et al. [34], $d = 60\text{mm}$ $h = 1.6\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	91
Figura 6.22: Vincoli dei test sperimentali svolti da Akangah et al. [35].....	92
Figura 6.23: AS4/3501-6 confronto con Akangah et al. [35], $127 \times 76 \times 4.14\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	94
Figura 6.24: T300/914C confronto con Duarte et al. [37], $90 \times 80\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	97
Figura 6.25: T300/914 confronto con Gao e Kim [16], $d = 75\text{mm}$ $h = 2\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	100
Figura 6.26: T300/914 confronto con Vieille et al. [2], $125 \times 75 \times 2.4\text{mm}$ , <i>simply supported</i> .....	102
Figura 6.27: HS160/REM confronto con Aymerich et al. [41], $67.5 \times 45 \times 2\text{mm}$ , <i>simply supported</i> .....	105
Figura 6.28: T300/epoxy confronto con Minak e Ghelli [44], $d = 76\text{mm}$ $h = 2.67\text{mm}$ , <i>clamped</i> ...	108
Figura 6.29: T300/epoxy confronto con Minak e Ghelli [44], $d = 76\text{mm}$ $h = 2.67\text{mm}$ , <i>simply supported</i> .....	108
Figura 6.30: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [45], PS1, $125 \times 75 \times 2.75\text{mm}$ , <i>clamped</i>	111
Figura 6.31: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [45], PS1, $d = 76\text{mm}$ $h = 2.75\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	111
Figura 6.32: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [45], PS2, $125 \times 75 \times 2.75\text{mm}$ , <i>clamped</i>	112
Figura 6.33: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [45], PS2, $d = 76\text{mm}$ $h = 2.75\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	112
Figura 6.34: T800/5052 confronto con Yoshimura et al. [46], $80 \times 60 \times 4.5\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	115
Figura 6.35: T700/HS200 confronto con Isa et al. [47], $115 \times 90 \times 4.27\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	118
Figura 6.36: HTS40/977-2 confronto con Shi et al. [49], $d = 75\text{mm}$ $h = 2\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	121
Figura 6.37: AS4D/TC350 confronto con Sebaey et al. [17], $125 \times 75 \times 4.46\text{mm}$ , <i>clamped</i> .....	124
Figura 6.38: Effetto della variazione delle costanti ingegneristiche sui risultati del modello analitico .....	125
Figura 6.39: Effetto della variazione di <i>GIIc</i> sul modello analitico: (a) caso <i>clamped</i> e (b) caso <i>simply supported</i> .....	126
Figura 6.40: Effetto della variazione del rapporto a/b sul modello analitico: (a) <i>clamped immovable</i> e (b) <i>simply supported immovable</i> .....	126
Figura 6.41: Effetto della variazione dell'area del provino sul modello analitico: (a) <i>clamped immovable</i> e (b) <i>simply supported immovable</i> .....	127
Figura 6.42: Effetto della variazione dello spessore del provino sul modello analitico: (a) <i>clamped immovable</i> e (b) <i>simply supported immovable</i> .....	128



# Indice delle tabelle

Tabella 1.1: Proprietà di alcune fibre e resine .....	4
Tabella 1.2: Proprietà di alcune lamine in relazione al tipo di fibre di rinforzo.....	4
Tabella 3.1: Fonti di danno nei materiali compositi.....	22
Tabella 3.2: Tecniche di ispezione distruttive e non distruttive messe a confronto .....	44
Tabella 6.1: Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C.....	72
Tabella 6.2: Caratteristiche dell'intero laminato (HTA/6376C) .....	73
Tabella 6.3: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	73
Tabella 6.4: Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C).....	73
Tabella 6.5: Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C.....	83
Tabella 6.6: Caratteristiche dell'intero laminato (HTA/6376C) .....	83
Tabella 6.7: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	84
Tabella 6.8: Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C).....	84
Tabella 6.9: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6 .....	87
Tabella 6.10: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6).....	87
Tabella 6.11: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	88
Tabella 6.12: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6) .....	88
Tabella 6.13: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6.....	89
Tabella 6.14: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6).....	89
Tabella 6.15: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	90
Tabella 6.16: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6) .....	90
Tabella 6.17: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6.....	93
Tabella 6.18: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6).....	93
Tabella 6.19: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	93
Tabella 6.20: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6) .....	94
Tabella 6.21: Caratteristiche della singola lamina T300/914C .....	96
Tabella 6.22: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914C).....	96
Tabella 6.23: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	96
Tabella 6.24: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914C).....	96
Tabella 6.25: Caratteristiche della singola lamina T300/914.....	98
Tabella 6.26: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914) .....	99
Tabella 6.27: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	99

Tabella 6.28: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914) .....	99
Tabella 6.29: Caratteristiche della singola lamina T300/914 .....	101
Tabella 6.30: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914) .....	101
Tabella 6.31: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	101
Tabella 6.32: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914) .....	102
Tabella 6.33: Caratteristiche della singola lamina HS160/REM.....	103
Tabella 6.34: Caratteristiche dell'intero laminato (HS160/REM) .....	103
Tabella 6.35: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	104
Tabella 6.36: Costanti ingegneristiche del laminato (HS160/REM) .....	104
Tabella 6.37: Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy.....	106
Tabella 6.38: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/epoxy) .....	106
Tabella 6.39: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	107
Tabella 6.40: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy).....	107
Tabella 6.41: Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy.....	109
Tabella 6.42: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/epoxy) .....	110
Tabella 6.43: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	110
Tabella 6.44: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy).....	110
Tabella 6.45: Caratteristiche della singola lamina T800/5052 .....	113
Tabella 6.46: Caratteristiche dell'intero laminato (T800/5052).....	113
Tabella 6.47: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	114
Tabella 6.48: Costanti ingegneristiche del laminato (T800/5052) .....	114
Tabella 6.49: Caratteristiche della singola lamina T700/HS200 .....	116
Tabella 6.50: Caratteristiche dell'intero laminato (T700/HS200) .....	117
Tabella 6.51: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	117
Tabella 6.52: Costanti ingegneristiche del laminato (T700/HS200) .....	117
Tabella 6.53: Caratteristiche della singola lamina HTS40/977-2.....	119
Tabella 6.54: Caratteristiche dell'intero laminato (HTS40/977-2) .....	119
Tabella 6.55: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	120
Tabella 6.56: Costanti ingegneristiche del laminato (HTS40/977-2).....	120
Tabella 6.57: Caratteristiche della singola lamina AS4D/TC350 .....	122
Tabella 6.58: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4D/TC350).....	122
Tabella 6.59: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali .....	123
Tabella 6.60: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4D/TC350).....	123
Tabella 6.61: Riassunto di tutti i confronti tra prove sperimentali e modello analitico .....	129

## Abstract

In questo lavoro di tesi è stato elaborato un modello analitico al fine di ottenere una stima dell'ampiezza di delaminazione a seguito di impatti a bassa velocità in laminati in composito, in particolare *carbon/epoxy*. Nel Capitolo 2 è descritto il comportamento meccanico di tali laminati (equazioni costitutive della singola lamina, dell'intero laminato e le costanti ingegneristiche dell'intero laminato per qualsiasi sistema di riferimento). Nel Capitolo 3, invece, viene descritta la filosofia di progettazione *damage tolerance* per tali materiali sottoposti a *low-velocity impact* (LVI) e richiamato il concetto di *structural health monitoring*. In particolare vengono descritti i tipi di difetti per un laminato in composito, vengono classificati gli impatti trasversali e si rivolge particolare attenzione agli impatti a bassa velocità. Nel paragrafo 3.4 sono invece elencate diverse tecniche di ispezione, distruttive e non, con particolare attenzione alla loro applicazione ai laminati in composito. Nel Capitolo 4 è riportato lo stato dell'arte per la stima e la predizione dei danni dovuti a LVI nei laminati: vengono mostrate alcune tecniche che permettono di stimare accuratamente l'inizio del danno, la profondità dell'indentazione, la rottura delle fibre di rinforzo e la forza massima di impatto. L'estensione della delaminazione invece, è difficile da stimare a causa dei numerosi fattori che influenzano la risposta agli impatti: spesso vengono utilizzati modelli numerici per tale stima, che sono piuttosto dispendiosi in termini di tempo e di calcolo computazionale. Nel Capitolo 5 viene quindi mostrata una prima formula analitica per il calcolo della delaminazione, risultata però inaffidabile perché tiene conto di un numero decisamente ristretto di fattori che influenzano il comportamento agli LVI. Nel Capitolo 6 è mostrato un secondo metodo analitico in grado di calcolare l'ampiezza di delaminazione mediante un continuo aggiornamento della deflessione del laminato. Dal confronto con numerose prove sperimentali, sembra che il modello fornisca risultati vicini al comportamento reale. Il modello è inoltre fortemente sensibile al valore della  $G_{IIc}$  relativa alla resina, alle dimensioni del laminato e alle condizioni di vincolo. È invece poco sensibile alle variazioni delle costanti ingegneristiche e alla sequenza delle lamine che costituiscono il laminato. La differenza tra i risultati sperimentali e i risultati del modello analitico è influenzata da molteplici fattori, tra cui il più significativo sembra essere il valore della rigidità flessionale, assunto costante dal modello.



# Capitolo 1. Introduzione

L'uso dei materiali compositi avanzati nel campo delle strutture aeronautiche è andato aumentando negli ultimi decenni per la loro elevata rigidità e resistenza specifica, assieme ad un possibile risparmio notevole in termini di peso dell'intera struttura. Il loro impiego è però ancora soggetto a numerose limitazioni a causa della loro elevata vulnerabilità agli impatti e al livello di conoscenza del comportamento di tali materiali in presenza di difetti interni dovuti alla fabbricazione. Il danno che incide in maniera più significativa sulle proprietà meccaniche del materiale in composito è la presenza di delaminazioni interne, nelle interfacce tra le diverse lamine, che sotto l'azione di carichi di compressione sia statici che a fatica, tendono a propagare molto rapidamente a causa di fenomeni di instabilità locale o di *post-bulking*. Per questo motivo, nell'industria aeronautica, la resistenza residua a compressione di una struttura in composito danneggiata da un impatto è diventata il *design-limiting factor*. La risposta ad un impatto di un materiale composito con fibre di rinforzo è di tipo elastico, con danni permanenti interni o in superficie, frammentazioni e penetrazioni. In particolare un impatto in un materiale composito avanzato stimola molteplici meccanismi di rottura che dipendono fortemente dal materiale stesso (fibre e resina).

I moderni compositi polimerici con fibre di rinforzo in vetro, carbonio, aramidiche (kevlar o nylon), ceramica, sono materiali eterogenei e anisotropi. Sono di bassa densità, alta resistenza e rigidità e con eccellenti proprietà specifiche nella direzione delle fibre. Possono essere relativamente facili da conformare in componenti con forme complesse grazie metodi a vuoto o a pressione a temperature non superiori ai  $200^{\circ}\text{C}$  per un'ora o più, anche se in seguito può essere necessario un processo di *hardening*. Tra i materiali compositi più utilizzati si trovano quelli a fibre lunghe per le loro ottime proprietà *in-plane* e nella direzione delle fibre sotto carico di tensione. Sono però scarse le performance trasversali, lungo lo spessore, al taglio e agli impatti. Questo perché le proprietà che dipendono strettamente dalla matrice sono molto più basse di quelle dipendenti dalle fibre. Nonostante ciò, il ruolo della matrice è fondamentale per un materiale composito avanzato, perché ha il compito di proteggere le fibre, trasferire gli sforzi e in alcuni casi alleviare la rottura fragile fornendo un percorso alternativo per l'avanzamento della rottura.

Le fibre di rinforzo presentano un diametro generalmente compreso di  $5 \div 10\mu\text{m}$ , ma possono arrivare anche dell'ordine dei  $100\mu\text{m}$  per alcuni tipi (come boro), un modulo elastico di  $70 \div 800\text{GPa}$  e una resistenza di  $1000 \div 7000\text{MPa}$ . La resina invece, sia termoplastica che termoindurente, ha modulo elastico di  $2 \div 5\text{GPa}$  e una resistenza di  $50 \div 100\text{MPa}$  fortemente

influenzate della temperatura. Il livello di temperatura limite è in genere compreso tra 80°C e 200°C per molte resine. In Tabella 1.1 sono mostrate le proprietà di alcune fibre e resine.

Material	Density (Mgm <sup>-3</sup> )	Tensile modulus (GPa)	Tensile strength (MPa)	Strain to failure (%)
Glass fibre	2.49–2.55	73–86	3400–4500	3.5–5.4
Carbon fibre	1.7–2.0	160–827	1400–7070	0.27–1.9
Aramid fibre	1.39–1.45	73–160	2400–3400	1.4–4.6
Inorganic fibre	2.0–3.97	152–462	1720–3900	
Phenolic resin	1.0–1.35	3.0–4.0	60–80	~1.8
Polyester resin	1.1–1.23	3.1–4.6	50–75	1.0–6.5
Epoxy resin	1.2–1.2	2.6–3.8	60–85	1.5–8.0
Bismaleimide resin	1.2–1.32	3.2–5.0	48–110	1.5–3.3

Tabella 1.1: Proprietà di alcune fibre e resine

Material	$\rho$ (Mgm <sup>-3</sup> )	$E_{lt}$ (GPa)	$E_{tt}$ (GPa)	$\sigma_{lt}$ (GPa)	$\sigma_{tt}$ (MPa)	$\sigma_{lc}$ (GPa)	$\tau$ (MPa)	$G_{1c}$ (Jm <sup>-2</sup> )	$G_{2c}$ (Jm <sup>-2</sup> )
Glass	1.8–2.0	37–53	9.0–13.6	1.2–1.9			53–83	125–3300	600–120
Carbon	1.54–1.66	125–330	5.9–10	1.76–2.9	30–80	0.78–1.6	70–127	60–3300	154–203
Aramid	1.36–1.4	66–107	4.1	1.29–1.5	27	0.19–0.28	38–69	1100	

Tabella 1.2: Proprietà di alcune lamine in relazione al tipo di fibre di rinforzo

In Tabella 1.2 sono mostrate invece le proprietà di alcune lamine in composito, dove  $\rho$  è la densità,  $E_{lt}$  e  $E_{tt}$  sono i moduli di Young longitudinale e trasversale per carico di tensione;  $\sigma_{lt}$ ,  $\sigma_{tt}$ ,  $\sigma_{lc}$  sono la resistenza longitudinale alla tensione, la resistenza trasversale alla tensione e la resistenza longitudinale alla compressione.  $\tau$  è la resistenza al taglio (o *interlaminar shear strength*, ILSS),  $G_{1c}$  e  $G_{2c}$  sono i lavori critici di rottura nel modo I e II. Tali valori sono riferiti a lamine con un volume di fibre pari al 60% del volume totale della lamina avente fibre unidirezionali. Le proprietà, come si può vedere dalla tabella, possono variare a seconda dei test effettuati per misurarle, ma anche a seconda di come viene fabbricato il materiale. La Tabella 1.2 vuole però evidenziare la notevole differenza tra le proprietà longitudinali con quelle trasversali, la scarsa differenza tra resistenza longitudinale alla tensione e quella alla compressione e la differenza di quest'ultime due dalla ILSS. Per tutti i tipi di materiale il modulo di taglio è compreso tra 2.5 ÷ 5GPa.

I laminati sono realizzati sovrapponendo diverse lamine con le fibre orientate in maniera differente nel piano per avere proprietà relative al taglio, agli impatti e trasversali maggiori, ma così facendo presentano proprietà longitudinali più basse rispetto la singola lamina. La *critical strain energy release rate* è un parametro difficile da determinare sperimentalmente e viene comunemente utilizzata come misura della rigidità; diversi studi dimostrano che assume un valore diverso in caso di inizio e in caso di propagazione di energia. Tale valore si riferisce sempre ad un specifico modo di deformazione o rottura con cricca che propaga nella direzione parallela a quella delle fibre di rinforzo. Mentre per i

metalli  $G_c$  è compresa tra  $4 \div 140 \text{kJm}^{-2}$  per i laminati in composito i valori massimi sono sotto i  $10 \text{kJm}^{-2}$ .

I materiali compositi hanno un ulteriore vantaggio, rispetto ai materiali convenzionali, oltre quelli fino ad ora citati: la possibilità da parte del produttore di poter soddisfare più in specifico alcune caratteristiche meccaniche e termiche rispetto ad altre grazie all'ampia scelta di fibre, orientazioni, resine, additivi e processi di lavorazione. È per questo motivo che le proprietà presenti in Tabella 1.2 possono variare in un range piuttosto ampio. Ad esempio è possibile ridurre l'anisotropia *in-plane* creando un materiale composito quasi-isotropo e aumentare le performance trasversali e quelle relative al taglio con un numero adeguato di strati. Oppure, in maniera alternativa, è possibile creare materiali compositi con fibre di rinforzo non unidirezionali, ma ad esempio con fibre intrecciate (spesso con fibre in vetro o aramidiche) con il vantaggio di avere delle elevate proprietà *in-plane* senza la necessità di disporre di più strati di lamine. Lo svantaggio riguarda la riduzione della resistenza e della rigidità a causa di deviazioni *out-of-plane* dovute al percorso delle fibre nell'intreccio e del minor volume relativo occupato dalle fibre.

Volendo confrontare i materiali compositi avanzati con i materiali più utilizzati nelle applicazioni ad alte prestazioni (i metalli), si può dire che quest'ultimi si presentano più densi, rigidi, duri, ottimi conduttori di calore e di elettricità, isotropici e poco costosi. In particolare, i materiali metallici presentano un comportamento plastico prima del cedimento ed è possibile rimuovere danni di deformazione con il riallineamento del materiale o tramite una rilavorazione. Sfortunatamente i materiali compositi non presentano questo comportamento, ma un comportamento elastico (deformazioni elastiche) seguito da danni e rotture irreversibili, permanenti e la loro eterogeneità, nella micro e mesoscala, influenza fortemente la rottura. I compositi presentano un ottimo comportamento in caso di carichi applicati nella direzione delle fibre, ma nelle altre direzioni tendono ad essere molto sensibili soprattutto per quanto riguarda gli impatti. Anche impatti, nella direzione dello spessore, a basse energie possono causare danni non trascurabili a causa dei bassi valori di *strain energy release rate* (SERR) critica. Dopo una deformazione elastica iniziale, il cedimento meccanico può avvenire sotto cinque tipi di rottura: rottura delle fibre; microfratture, grandi fratture e riduzione delle proprietà meccaniche della resina; imbozzamento tra fibre e matrice; delaminazione tra lamine adiacenti; fibre espulse dalla matrice la quale non trasferisce più gli sforzi. Delaminazione e imbozzamento, in alcuni casi, non sono distinguibili. Per quanto riguarda gli impatti, già con un impatto ad energia pari a  $1 \text{J}$ , o meno, ad una velocità di  $2 \text{ms}^{-1}$ , può causare danni irreversibili in un laminato in composito. I motivi dunque per una bassa resistenza agli impatti sono: bassa resistenza al taglio trasversale e interlaminare, presenza di lamine adiacenti con diverso orientamento delle fibre, assenza di deformazioni plastiche.

Il comportamento dei materiali compositi avanzati è fortemente influenzato anche dagli agenti esterni atmosferici: ad esempio le resine polimeriche soffrono di disallineamenti molecolari (da cui dipendono fortemente le caratteristiche meccaniche) a temperature superiori a  $100^\circ\text{C}$ ; le fibre aramidiche si degradano facilmente ad elevate temperature; le fibre in carbonio, se non opportunamente protette dall'aria, si ossidano a  $300 \div 400^\circ\text{C}$ ; le fibre in vetro si indeboliscono a  $500 \div 800^\circ\text{C}$ ; l'acqua causa

la plasticizzazione delle resine termoindurenti, causando microcricche e imbozzamenti ed ha possibili effetti corrosivi su compositi con fibre in vetro sotto l'azione di un carico.

## **Capitolo 2. Comportamento meccanico dei materiali compositi**

L'analisi di un laminato presuppone innanzitutto la conoscenza del comportamento meccanico di ogni singola lamina che lo compone ed in particolare delle sue equazioni costitutive. Vengono in seguito descritte le relazioni tra sforzi e deformazioni, prima della singola lamina e successivamente del laminato complessivo.

### **2.1 Equazioni costitutive della singola lamina**

La lamina è di per sé un elemento eterogeneo anche se macroscopicamente (per una scala molto più grande rispetto la dimensione delle fibre di rinforzo) può essere considerata omogenea. A tale scala inoltre il materiale presenta un comportamento meccanico di tipo anisotropo ed in particolare ortotropo. Un materiale è detto anisotropo se le sue caratteristiche meccaniche variano con la direzione considerata; se ammette tre piani di simmetria mutuamente ortogonali è detto ortotropo (ortogonalmente anisotropo). Per quanto riguarda una lamina in composito, tali piani sono il piano medio della lamina e i piani a questo ortogonali, paralleli uno alla direzione delle fibre e l'altro ortogonalmente ad esse (per rinforzo unidirezionale). Nel materiale ortotropo esistono quindi tre direzioni mutuamente ortogonali e in caso di sforzo normale applicato in tali direzioni ne conseguono, come per un materiale isotropo, deformazioni lineari nelle tre direzioni principali, mentre sono nulle le distorsioni nei piani da queste individuati (Figura 2.1), cioè deformazione uniforme senza scorrimenti.

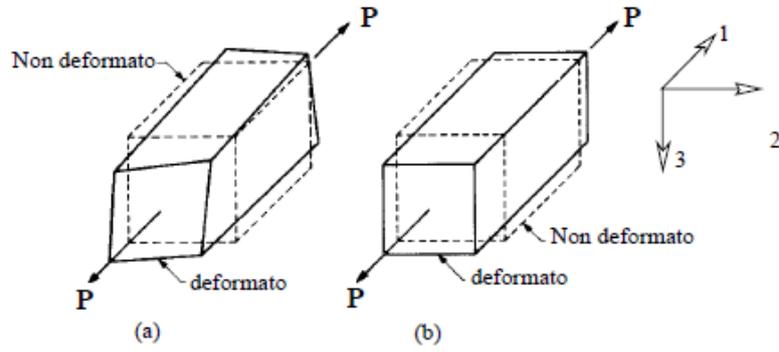


Figura 2.1: Confronto tra un materiale anisotropo generico (a) e un materiale ortotropo (b) soggetto a sforzo normale lungo una direzione principale

Se il carico viene però applicato in una direzione che non è direzione principale, gli scorrimenti saranno presenti anche nel materiale ortotropo.

Si ipotizzano piccole deformazioni e comportamento elastico lineare del materiale. Lo stato di tensione e di deformazione sono descritti da nove componenti rispettivamente  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{kl}$  ( $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ) messe in relazione dalla legge di Hooke generalizzata, mediante il seguente sistema di nove relazioni:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3)$$

dove  $C_{ijkl}$  sono le costanti elastiche del materiale. Per un materiale completamente anisotropo tali costanti sono 81, ma essendo i tensori di sforzo e deformazione simmetrici (solo 6 componenti tra loro indipendenti) si riducono a 36. Considerando anche l'espressione generale dell'energia di deformazione e derivandola prima rispetto alla componente generica  $\varepsilon_{ij}$  e poi rispetto  $\varepsilon_{kl}$  si ottiene

$$U = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial U}{\partial \varepsilon_{ij}} = \sigma_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{ij}} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{kl}} \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} = C_{ijkl}$$

Derivando invece prima rispetto  $\varepsilon_{kl}$  e poi rispetto  $\varepsilon_{ij}$  si ottiene

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ij}} \sum_{k,l} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} = C_{klij}$$

Di conseguenza, essendo la funzione dell'energia delle deformazioni continua rispetto alle deformazioni, l'ordine di derivazione è invertibile, perciò

$$C_{ijkl} = C_{klij}$$

La matrice di rigidità  $[C]$  del materiale anisotropo è quindi simmetrica e le costanti elastiche indipendenti sono 21.

Se ora teniamo conto della caratteristica di ortotropia del materiale, le costanti elastiche si riducono ulteriormente. Infatti, in caso di applicazione di un carico su una delle direzioni principali, non si hanno scorrimenti: un carico  $\sigma_{ii}$  ( $i = 1,2,3$ ) produce solamente deformazioni lineari  $\varepsilon_{jj}$  ( $j = 1,2,3$ ) e non  $\varepsilon_{ij}$  ( $i \neq j$ ) per definizione di materiale ortotropo. Si hanno dunque nulle 18 componenti della matrice di rigidezza tenendo conto anche della simmetria di  $[C]$ .

$$C_{iikl} = 0 \quad (i, k, l = 1,2,3, \quad k \neq l)$$

Considerando ora la simmetria rispetto ai piani 1-2, 1-3 e 2-3, applicando uno sforzo di taglio  $\sigma_{ij}$  ( $i = 1,2,3, \quad i \neq j$ ) si ha distorsione solamente sullo stesso piano ( $\varepsilon_{ij}$ ) e quindi

$$C_{ijkl} = 0 \quad (i, j, k, l = 1,2,3, \quad i \neq j, \quad k \neq l, \quad ij \neq kl)$$

Il numero delle costanti elastiche per un materiale ortotropo si riduce pertanto a 9 e la sua matrice di rigidezza si presenta quindi nella seguente forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

Le costanti elastiche dipendono dalle 9 costanti ingegneristiche del materiale, ma una lamina con rinforzo unidirezionale è ortotropa e anche trasversalmente isotropa, perciò il numero di costanti ingegneristiche indipendenti si riduce a 5, essendo il comportamento nelle due direzioni trasversali 2 e 3 (perpendicolari alla direzione delle fibre 1) uguali:

$$E_2 = E_3, \quad \nu_{12} = \nu_{13}, \quad G_{12} = G_{13}, \quad G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})}$$

$$E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \nu_{23}$$

Dove  $E_i$  è il modulo di Young nella  $i$ -esima direzione,  $G_{ij}$  è il modulo di taglio nel piano  $i$ - $j$  e  $\nu_{ij}$  è il termine di Poisson definito come:

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \quad e \quad \frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (i, j = 1,2,3, \quad i \neq j)$$

Per la matrice di rigidezza  $[C]$

$$C_{1122} = C_{1133}, \quad C_{2222} = C_{3333}, \quad C_{1212} = C_{1313}, \quad C_{2323} = (C_{2222} - C_{2233})/2$$

$$C_{1111}, \quad C_{1122}, \quad C_{2222}, \quad C_{2233}, \quad C_{1212}$$

Per un materiale ortotropo trasversalmente isotropo, la relazione tra sforzi e spostamenti, semplificando la notazione tensoriale, risulta essere la seguente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23}/2 \\ \gamma_{13}/2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}$$

L'inverso di tale relazione è definito dalla matrice  $[S]$  che prende il nome di matrice di cedevolezza della lamina ortotropa.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23}/2 \\ \gamma_{13}/2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Dove

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1} & S_{22} &= \frac{1}{E_2} & S_{33} &= \frac{1}{E_3} \\ S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} & S_{13} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} & S_{23} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2} \\ S_{44} &= \frac{1}{G_{23}} & S_{55} &= \frac{1}{G_{13}} & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned}$$

In presenza di stato piano di tensione (*plane stress*) si hanno le componenti  $\sigma_{i3}$  ( $i = 1,2,3$ ) nulle perciò il sistema *strain-stress* complessivo diventa

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Invertendo la relazione si ottiene il sistema *stress-strain*:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}$$

dove la matrice  $[Q]$  è chiamata matrice di rigidità ridotta per uno stato di *plane stress* nel piano 1-2. Per una lamina ortotropa i termini della matrice  $[Q]$  sono legati alle costanti ingegneristiche nel seguente modo:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{12}$$

## 2.2 Legame tra sforzi e deformazioni rispetto ad un sistema di riferimento arbitrario

Nella sezione precedente è stato descritto il comportamento della singola lamina considerando un sistema di riferimento coincidente con i tre assi principali della lamina stessa (direzioni principali di ortotropia). Spesso, però, nella progettazione tale sistema di riferimento non coincide con quello relativo alla geometria del problema, come ad esempio laminati (differenti lamine con fibre in diverse direzioni), tubi (fibre avvolte con inclinazione di circa  $45^\circ$  rispetto l'asse longitudinale del tubo), serbatoi... ecc. In questi casi è necessario un metodo di trasformazione delle relazioni di *stress-strain* da un sistema di riferimento ad un altro. Se invece gli assi principali della lamina sono allineati con gli assi naturali (o geometrici) del problema, la lamina viene detta *lamina specialmente ortotropa*.

Se consideriamo nuovamente lo stato di *plane stress*, quindi carico sul piano 1-2, con sistema di riferimento del problema definito da  $x$  e  $y$  (Figura 2.2), gli sforzi e le deformazioni relative a quest'ultimo sistema di riferimento sono comunemente rappresentate come:

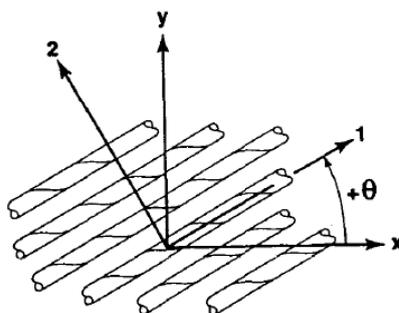


Figura 2.2: Sistema di riferimento principale 1-2 e sistema di riferimento del problema arbitrario x-y

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}$$

Dove

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

La matrice  $[T]$  è detta matrice di trasformazione. Volendo utilizzare le componenti  $\gamma_{12}$  e  $\gamma_{xy}$  invece di  $\gamma_{12}/2$  e  $\gamma_{xy}/2$ , viene introdotta la matrice di Rueter:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{bmatrix}$$

La matrice di rigidezza ridotta  $[Q]$  subirà anch'essa una trasformazione da assi 1-2 ad assi  $x$ - $y$  e generalmente diventa una matrice piena, con nove elementi non nulli. Infatti si ha:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [R] [T] [R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Si può dimostrare che  $[R][T][R]^{-1}$  è pari all'inverso della trasposta di  $[T]$  ( $[T]^{-T}$ ). La matrice di rigidezza ridotta trasformata viene indicata con  $[\bar{Q}]$  ed è quindi pari a:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Le componenti della matrice di rigidezza ridotta trasformata, sono esprimibili mediante le componenti  $Q_{ij}$  e l'angolo  $\theta$  nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned}$$

In generale per le coordinate  $x$  e  $y$  si hanno accoppiamenti tra sforzi di taglio e deformazioni normali e accoppiamenti tra sforzi normali e scorrimenti, perciò la lamina ortotropa, in coordinate  $x$  e  $y$ , diventa

una lamina anisotropa per accoppiamenti scorrimento-estensione esistenti. Se la lamina ha gli assi principali non allineati con gli assi del problema  $x$  e  $y$  viene chiamata *lamina generalmente ortotropa*. Volendo invece esprimere le deformazioni in termini di sforzi negli assi  $x$  e  $y$ , occorre ottenere la trasformata della matrice di cedevolezza  $[S]$ . Considerando  $[T]^T$  pari a  $[R][T]^{-1}[R]^{-1}$ , si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [T]^T [S] [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$

Con

$$\begin{aligned} \bar{S}_{11} &= S_{11} \cos^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{S}_{22} &= S_{11} \sin^4 \theta + (2S_{12} + S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{S}_{16} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{S}_{26} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{S}_{66} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + S_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned}$$

Per la presenza di scorrimenti è possibile calcolare un coefficiente di accoppiamento  $m_x$ , tra scorrimento  $\gamma_{xy}$  e corrispondente tensione normale  $\sigma_x$ , e il coefficiente di accoppiamento  $m_y$ , tra scorrimento  $\gamma_{xy}$  e corrispondente tensione normale  $\sigma_y$ , definiti come:

$$m_x = -\frac{\gamma_{xy}}{\sigma_x} E_1 \quad m_y = -\frac{\gamma_{xy}}{\sigma_y} E_1$$

Inoltre

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} \quad \nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$$

Mentre se gli sforzi sono di taglio puro si hanno

$$m_x = -\frac{\varepsilon_x}{\tau_{xy}} E_1 \quad m_y = -\frac{\varepsilon_x}{\tau_{xy}} E_1 \quad G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}$$

In Figura 2.3 sono mostrati i vari parametri al variare dell'angolo  $\theta$  per una lamina unidirezionale in fibra di vetro e matrice in resina epossidica. Il modulo di Young subisce un rapido abbassamento già a piccoli angoli, mentre i coefficienti di accoppiamento risultano massimi a circa  $35^\circ$  (per  $m_y$ ) e a circa  $55^\circ$  (per  $m_x$ ), annullandosi quando i due sistemi di riferimento coincidono ( $0^\circ$  e  $90^\circ$ ). La massima rigidità a taglio, rappresentata da modulo di elasticità trasversale, assume il suo valore massimo invece a  $45^\circ$ .

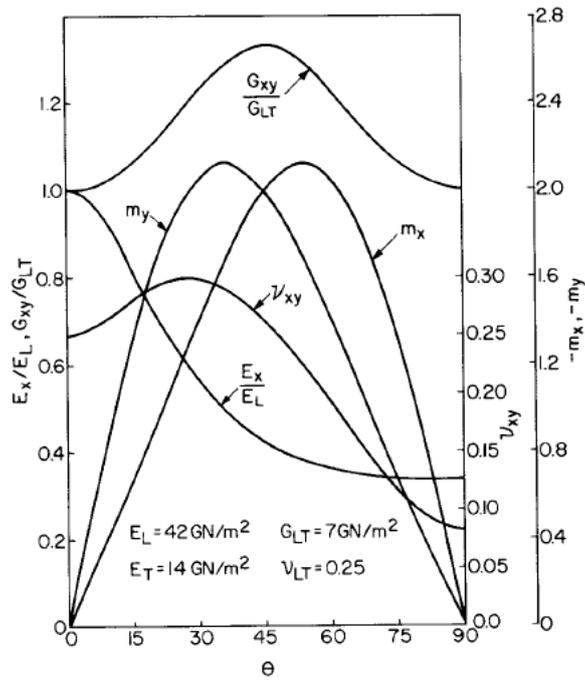


Figura 2.3: Andamento dei vari parametri al variare dell'angolo  $\theta$  per una lamina in fibre di vetro e resina epossidica

Nel caso tridimensionale invece, la matrice di rotazione è pari a:

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

Perciò si ottengono

$$[\bar{C}] = [T]^{-1}[C][T]^{-T} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix}$$

e

$$[\bar{S}] = [T]^T[S][T] = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix}$$

## 2.3 Equazioni costitutive del laminato

La rigidità e la robustezza di un laminato in composito vengono definite a partire dalle proprietà delle singole lamine che lo compongono, che sono posizionate in modo tale da ottenere un laminato con elevata rigidità flessionale (*bending stiffness*).

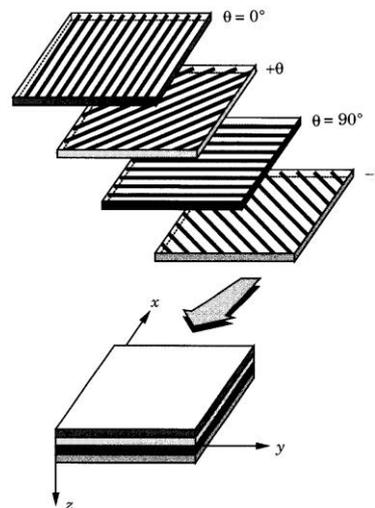


Figura 2.4: Esempio di composizione di un laminato

Il comportamento meccanico del laminato viene in seguito descritto considerando la cosiddetta *teoria classica dei laminati* (CLT, *Classical Lamination Theory*) che permette di ottenere un'accurata semplificazione di tale comportamento, utilizzando un modello bidimensionale invece che un modello tridimensionale (molto più complicato). La CLT si basa sulle ipotesi di Kirchhoff che sono le seguenti:

- il laminato è composto da un numero arbitrario di lamine ortotrope vincolate tra loro perfettamente, quindi con assenza di scorrimenti tra le singole lamine (condizione irrealizzabile fisicamente, ma i laminati vengono costruiti con tale condizione richiesta)
- il laminato è sottile, cioè lo spessore è molto più piccolo delle altre due dimensioni (almeno un ordine di grandezza inferiore)
- gli spostamenti sono molto piccoli se comparati con lo spessore del laminato
- stato di tensione piano (*plane stress*,  $\sigma_z = 0$ )
- le sezioni perpendicolari al piano medio del laminato rimangono perpendicolari, piane ed inalterate anche a seguito di deformazione del laminato dovuta al carico applicato (ciò comporta  $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$  e  $\varepsilon_z = 0$  dove  $z$  è la direzione normale al piano medio)
- gli spostamenti nelle due direzioni  $x$  e  $y$  (perpendicolari all'asse dello spessore  $z$ ) sono funzioni lineari della coordinata  $z$
- il laminato ha spessore costante.

Con riferimento alla Figura 2.5 e tenendo conto delle ipotesi appena citate, lo spostamento  $u$  del punto C è dato da:

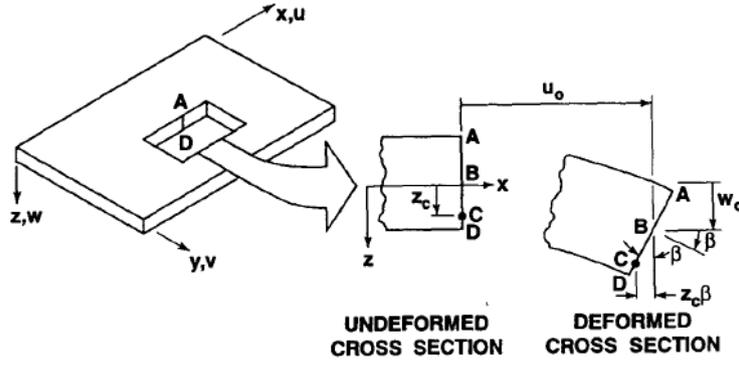


Figura 2.5: Deformazione del laminato nel piano  $x$ - $z$

$$u_c = u_o - z_c \beta \quad \text{con} \quad \beta = \frac{\partial w_o}{\partial x}$$

Dove le deformazioni col pedice “ $o$ ” sono riferite al piano medio del laminato. Gli spostamenti  $u$  e  $v$  di ogni punto lungo l’asse  $z$  (lungo lo spessore del laminato) sono rispettivamente:

$$u = u_o - z \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad v = v_o - z \frac{\partial w_o}{\partial y}$$

In virtù delle ipotesi fatte, le deformazioni si riducono a  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  definite come:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{aligned}$$

Passando alla forma matriciale e separando i termini relativi alle deformazioni del piano medio da quelli relativi alle rotazioni del piano medio, si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_o}{\partial x} \\ \frac{\partial v_o}{\partial y} \\ \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

Dove  $[\kappa]$  è il tensore delle rotazioni del piano medio. Si nota dalle relazioni che le deformazioni totali variano linearmente lungo lo spessore.

Per calcolare le tensioni dell'intero laminato occorre considerare lamina per lamina con le rispettive relazioni *stress-strain*. Tali equazioni, inserendo le espressioni delle deformazioni appena analizzate, per la *k*-esima lamina diventano:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \right]$$

La matrice  $[\bar{Q}]$  varia a seconda dell'orientamento delle fibre di rinforzo della lamina, perciò le tensioni non variano in maniera lineare lungo lo spessore del laminato, ma hanno un andamento che è lineare a tratti (Figura 2.6) con discontinuità nei punti in cui cambia il tipo di lamina.

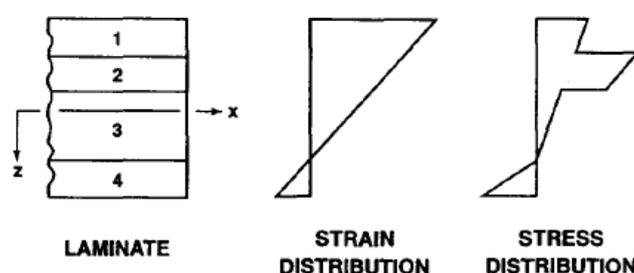


Figura 2.6: Esempio di distribuzione di deformazione e di tensione lungo lo spessore di un laminato

Le forze risultanti e i momenti risultanti che agiscono sul laminato (Figura 2.7), sono ottenuti integrando le tensioni lungo lo spessore di ogni lamina. Tali risultanti, per spessore unitario, sono date rispettivamente da:

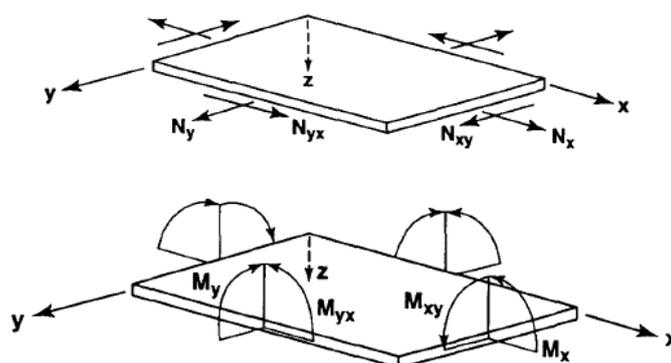


Figura 2.7: Forze e momenti risultanti in un laminato

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz$$

Dove  $N$  è il numero totale di lamine che compongono il laminato, mentre  $z_k$  e  $z_{k-1}$  sono le coordinate della lamina definite come in Figura 2.8.

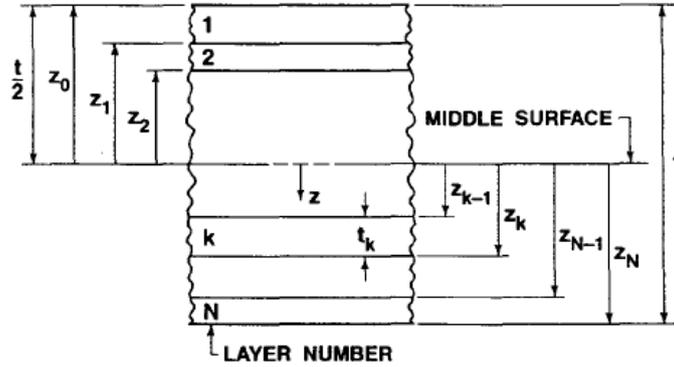


Figura 2.8: Definizione delle coordinate  $z$  delle singole lamine

La matrice di rigidità ridotta di ogni singola lamina è costante lungo lo spessore della stessa lamina (se non sono presenti gradienti di temperatura o di umidità lungo lo spessore) e quindi può essere spostata fuori dall'integrale, ma non fuori dalla sommatoria perché varia se varia il tipo di lamina. Inoltre le deformazioni e le rotazioni presenti nelle relazioni *stress-strain* sono riferite al piano medio del laminato, perciò non sono funzioni della coordinata  $z$  e possono essere spostate fuori dall'integrale e dalla sommatoria.

Si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^o \\ \kappa \end{bmatrix}$$

Dove  $A_{ij}$  sono i termini relativi alla rigidità a trazione,  $B_{ij}$  sono i termini relativi alla rigidità ad accoppiamento trazione-flessione ed infine  $D_{ij}$  sono i termini relativi alla rigidità a flessione. Se i termini di accoppiamento non sono nulli, il risultato di un carico a trazione è non solo un'estensione, ma anche una flessione e/o torsione del materiale. Viceversa se il materiale è soggetto ad un momento, saranno presenti anche delle estensioni del piano medio. I termini di rigidità descritti sono definiti rispettivamente

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)$$

In Figura 2.9 sono mostrate le diverse deformazioni a cui sono riferite le componenti delle matrici di rigidità; in tale figura la terna d'assi del sistema di riferimento è capovolta rispetto alle analisi fatte in precedenza, con la coordinata  $z$  verso l'alto.

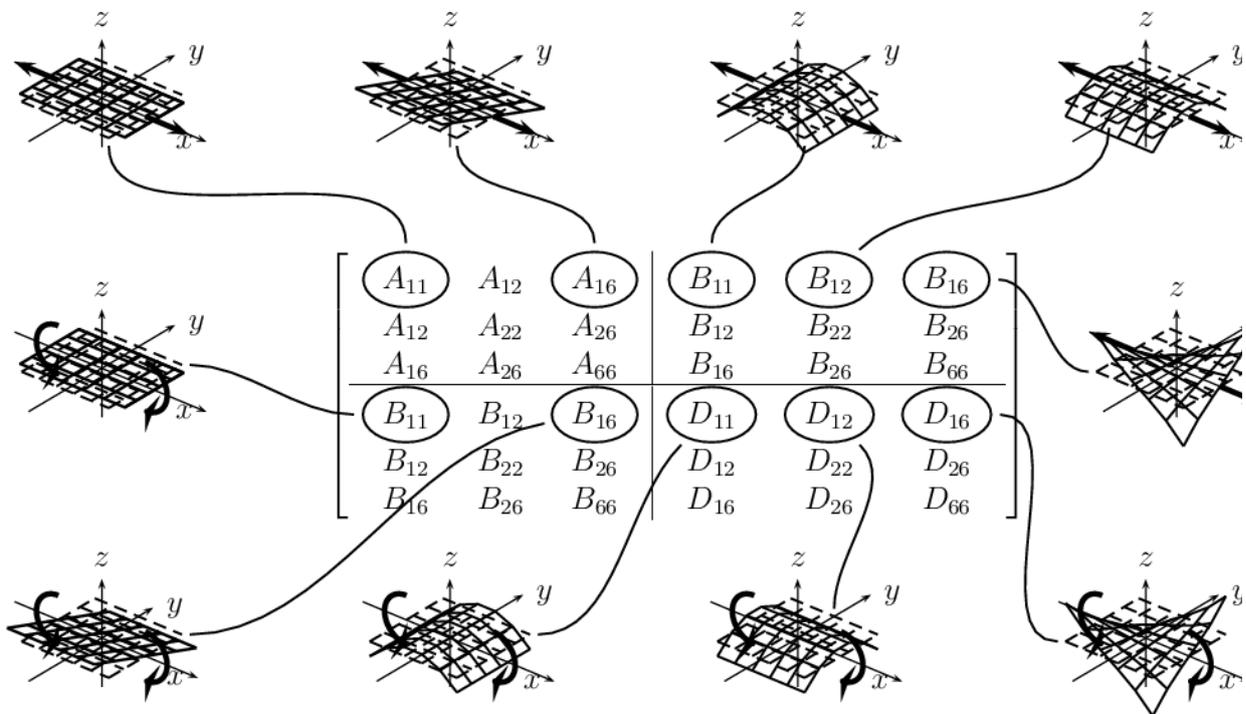


Figura 2.9: Matrice complessiva di rigidità e relativo comportamento meccanico

Nel caso in cui il laminato sia composto da *lamine generalmente ortotropiche* disposte in maniera simmetrica rispetto al piano medio del laminato stesso, i termini d'accoppiamento  $B_{ij}$  risultano essere nulli. La simmetria è riferita sia alla geometria (direzione delle fibre e distanza delle due facce della lamina dal piano medio del laminato) che alle proprietà fisiche (caratteristiche meccaniche della lamina e quindi simmetria in termini di  $\bar{Q}_{ij}$ ). Di conseguenza il sistema complessivo per questo tipo di laminato diventa:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix}$$

Allo stesso modo è possibile calcolare le componenti di rigidezza per lo stato di tensione tridimensionale, considerando le stesse equazioni per  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  e  $D_{ij}$  scritte in precedenza, dove invece di  $\bar{Q}_{ij}$  vengono considerate le componenti  $\bar{C}_{ij}$ . Inoltre dalle componenti  $A_{ij}$  è possibile ricavare le costanti ingegneristiche dell'intero laminato. Infatti si ha che

$$\frac{A_{ij}}{h} = \bar{C}_{ij,l} \quad \rightarrow \quad [\bar{S}]_l = [\bar{C}]_l^{-1}$$

Dove  $h$  è lo spessore del laminato e il pedice  $l$  si riferisce all'intero laminato. Dalla matrice di rigidezza del laminato  $[\bar{S}]_l$  si possono calcolare le costanti ingegneristiche:

$$\begin{aligned} E_{1,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{11,l}} & E_{2,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{22,l}} & E_{3,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{33,l}} \\ G_{23,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{44,l}} & G_{13,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{55,l}} & G_{12,l} &= \frac{1}{\bar{S}_{66,l}} \\ \nu_{12,l} &= -\frac{\bar{S}_{21,l}}{\bar{S}_{11,l}} & \nu_{13,l} &= -\frac{\bar{S}_{31,l}}{\bar{S}_{11,l}} & \nu_{23,l} &= -\frac{\bar{S}_{32,l}}{\bar{S}_{22,l}} \end{aligned}$$

## Capitolo 3. DT e SHM per materiali compositi soggetti a LVI

Nel corso degli anni, l'utilizzo di materiali compositi avanzati per componenti strutturali primari nel campo aeronautico è stato sempre più frequente, grazie alla loro elevata rigidità e il notevole risparmio in termini di peso. La scarsa conoscenza dei fenomeni e della meccanica relativi alla propagazione dei danni interni di tali materiali, però, ne limitano notevolmente il largo utilizzo, con necessità di aumentare lo spessore delle strutture per garantire un opportuno livello di sicurezza strutturale, influenzando così in uno degli aspetti principali dell'industria aeronautica: il peso (e quindi i costi). La progettazione di materiali compositi avanzati è quindi in stretta relazione con il concetto di *Damage Tolerance* e di *Durability* della struttura.

Affinché vengano soddisfatte le condizioni di *Damage Tolerance* occorrono numerose prove sperimentali per comprendere al meglio il comportamento del materiale e delle opportune tecniche di ispezione o di valutazione dello stato di salute della struttura durante la vita operativa della stessa. Lo *Structural Health Monitoring* gioca quindi un ruolo fondamentale, sia che venga effettuato durante la missione del velivolo che ad intervalli di ispezione definiti a priori, perché permette di seguire l'evoluzione del danno durante la vita operativa della struttura e sostituire il componente se necessario. Questo, per i materiali compositi, risulta essere molto più critico che per materiali metallici, i quali presentano un degrado delle caratteristiche meccaniche più graduale.

### 3.1 Tipi di difetti nei materiali compositi

I danni in materiali metallici si presentano a causa di difetti di produzione o vuoti nella struttura, oppure a causa di ammaccature o graffi superficiali durante la vita operativa. Per laminati compositi invece, le fonti di danno sono molteplici e possono essere attribuite a delaminazioni, rottura delle fibre, vuoti tra gli strati o nella resina di uno strato, ondulazioni delle fibre, contaminazioni, sequenza di impilamento inappropriata, graffi. A causa della grande varietà di meccanismi di formazione di danno, risulta essere complicata la rivelazione del danno stesso e la definizione di un *Damage Tolerance Design* opportuno. In Tabella 3.1 è mostrato un elenco dei possibili danni nei materiali compositi.

<i>Fabrication/processing manufacturing damage</i>	
Abrasions, scratches, dents, punctures	Inclusions, bugs, foreign contamination
Cut fibers	Tool installation/removal during processing
Knots, kinks	Mandrel removal problems
Improper slicing	Machining problems
Voids	Shipping to propellant processing
Resin rich, resin lean areas	Impact damage
Subquality materials	Proof testing
Cure problems	<i>Typical composite defects/ assembly damage</i>
<i>In-service damage</i>	
Vibration	Debonds
Shock	Delaminations
Lightning damage	Inclusions
Environment cycling	Voids, blisters
Flight loads	Fiber misalignment
Improper repair	Cut or broken fibers
In-storage creep or handling loads	Abrasions, scratches
Impact	Wrinkles
Scratches, dents, punctures	Resin cracks, crazing
Corrosion	Density variations
Erosion, dust, sand	Improper cure
Bacterial degradation	Machining problems

Tabella 3.1: Fonti di danno nei materiali compositi

I principali difetti nei materiali compositi nascono in fase di produzione o assemblaggio di un componente e a causa di impatti durante la vita operativa. Nella fase di produzione, durante il ciclo di polimerizzazione è possibile la presenza di vuoti o cavità per pressione in autoclave troppo bassa, oppure possono essere presenti dei corpi estranei all'interno della matrice, fattori che favoriscono la formazione di delaminazioni. Se il ciclo di polimerizzazione è troppo breve si ha il problema di *debonding*, con la resina che non aderisce perfettamente alle fibre e quindi gli sforzi non vengono ben trasferiti nella matrice. La resina, inoltre, può subire un processo di infragilimento se il periodo del ciclo di polimerizzazione è troppo lungo, con conseguente sgretolamento della matrice. Se, invece, nella fase di cura del materiale la pressione risulta essere troppo elevata, si crea una riduzione di adesione tra le fibre essendo ridotta la frazione di resina tra le fibre. Anche un'errata sequenza di impilamento o una non corretta disposizione delle fibre, possono essere fonti di danno o di ingobbamento del materiale. Gli imbozzamenti e le delaminazioni possono quindi presentarsi in diversi tipi, come mostrato in Figura 3.1. Le delaminazioni possono nascere anche in punti critici geometrici di dettaglio, per la presenza di forti tensioni interlaminari, anche sotto l'azione di un carico *in-plane*, come nei casi in Figura 3.2. Il comportamento della delaminazione dipende innanzitutto dall'orientamento delle lamine e dallo spessore delle singole lamine e spesso sono accompagnate da rotture nella matrice, con cricche intralaminari che interagiscono con quelle interlaminari durante il processo di propagazione.

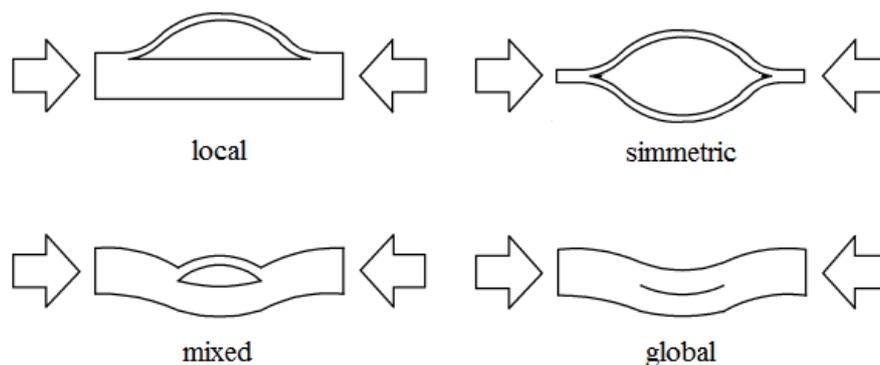


Figura 3.1: Tipi di buckling per laminati compositi

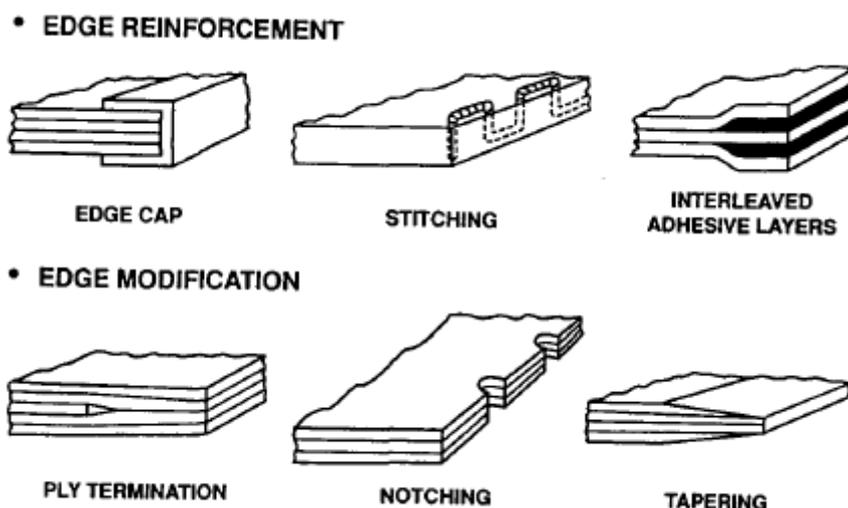


Figura 3.2: Sorgenti di delaminazioni dovute alla geometria

Tra le varie sorgenti di danneggiamento però, l'impatto accidentale tende ad essere quello più critico perché è quello che riduce maggiormente la capacità di resistenza del componente, per le scarse proprietà trasversali del composito. Generalmente gli impatti sono classificati in tre principali categorie: a bassa, media ed alta energia. Quelli ad alta energia provocano soprattutto perforazioni e microdelaminazioni sul bordo del foro; quelli a media energia soprattutto rottura di fibre nella parte opposta del laminato e delaminazioni nella zona sottostante il punto di impatto. Quelli a bassa energia sono i più critici a causa della bassissima visibilità superficiale del danno ma con ampie delaminazioni con propagazione a cono al di sotto del punto di impatto. Tale danno è rivelabile solamente mediante un'ispezione programmata con opportuna strumentazione di controllo non distruttivo (NDI).

Dopo la generazione di una piccola area di delaminazione, questa tende a propagarsi rapidamente a causa della diversa orientazione delle fibre delle due lamine adiacenti all'interfaccia delaminata, andando ad influire sulle proprietà meccaniche del materiale. Nei materiali metallici la propagazione del danno è causata da carichi a fatica di trazione e si presenta molto graduale per la formazione di ampie zone plastiche all'apice della cricca. Nei materiali compositi, invece, non sono presenti fenomeni plastici per le caratteristiche di tenacità della matrice, che non permette di avere una

ridistribuzione delle tensioni all'apice della fessura e la propagazione è dovuta a fenomeni di instabilità locale nella zona delaminata sotto sollecitazioni a compressione. In Figura 3.3 sono mostrati i decadimenti nel tempo di componenti aeronautici in composito e metallici; l'andamento graduale dei materiali metallici permette l'individuazione del danno durante le ispezioni programmate e la sostituzione o manutenzione del componente prima che la resistenza residua della struttura scenda al di sotto del carico limite. Nei compositi la presenza di un difetto non individuato tempestivamente, può comportare un lungo periodo in cui la resistenza residua è inferiore al carico ultimo. È quindi importante conoscere bene il fenomeno di propagazione della delaminazione per definire opportunamente il piano di ispezione.

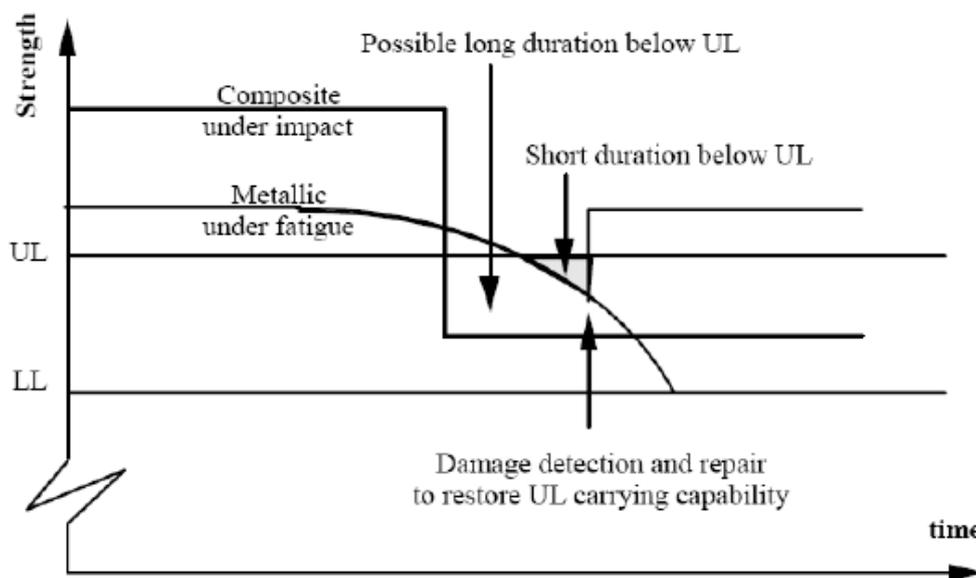


Figura 3.3: Andamento della resistenza residua per materiali compositi e per materiali metallici

In Figura 3.4 viene invece mostrata la gravità per diversi tipi di danno in materiali compositi, in cui si nota il maggior decadimento meccanico associato ai danni dovuti ad impatti (impatti a bassa velocità di impattatori aventi piccolo diametro). A causa di un impatto la *residual compressive strength* può scendere anche sotto il 50% del valore nominale quando il danno è di tipo BVID e sotto il 75% quando il danno è visibile superficialmente.

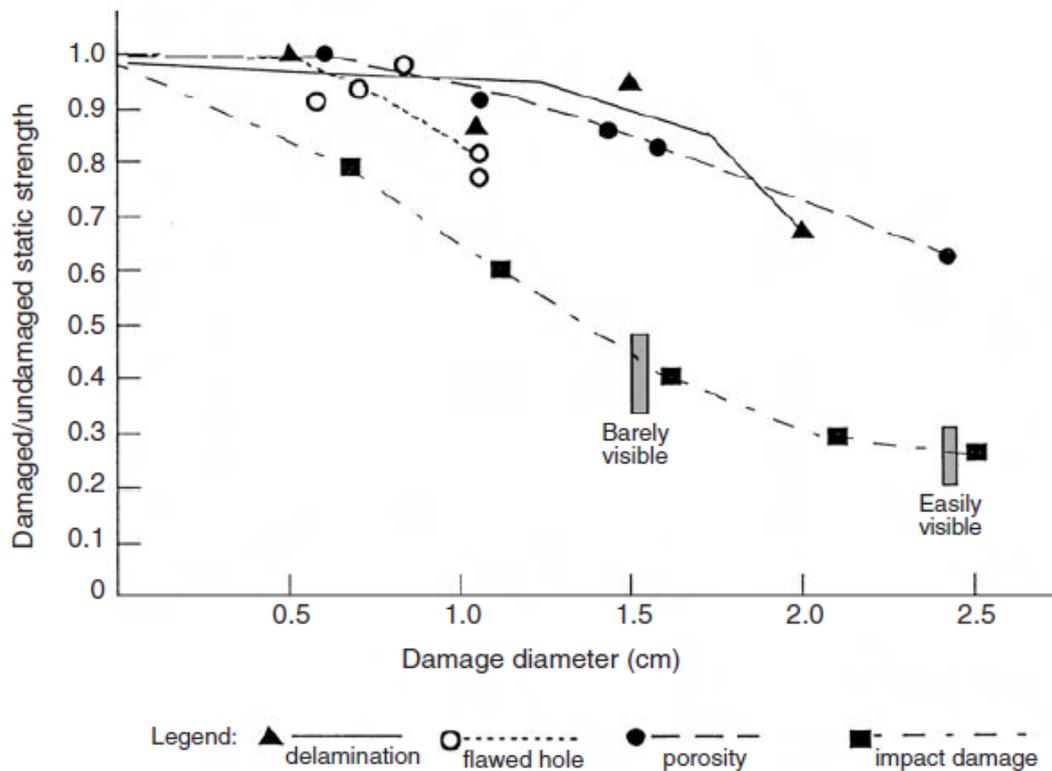


Figura 3.4: Gravità dei diversi danni nei materiali compositi

Il parametro fondamentale che si è mostrato in grado di descrivere i fenomeni relativi alla propagazione è la *strain energy release rate* (SERR,  $G$ ), associata a diversi modi di propagazione: Modo I, Modo II, Modo III e loro combinazioni. In genere la prima fase di propagazione del difetto viene associata maggiormente al modo I, dopodiché risulta predominante il modo II; la terza componente invece risulta essere notevolmente minore rispetto alle altre due e quindi trascurabile. La sollecitazione mista è invece dipendente dai vincoli esterni. Dopo una breve fase di propagazione della delaminazione, il difetto tende a stabilizzarsi assumendo una forma di equilibrio stabile.

## 3.2 Risposta del laminato agli impatti

Molti materiali compositi hanno lo svantaggio di essere fragili e quindi possono solamente assorbire energia con deformazioni elastiche e attraverso meccanismi di danneggiamento, non per via di deformazioni plastiche come nel caso dei metalli. I laminati in composito subiscono impatti generalmente nella direzione trasversale (nella direzione dello spessore), quella meno resistente a causa della mancanza di un rinforzo trasversale. Sforzi interlaminari, come sforzi di taglio e tensioni, sono spesso le principali cause della prima rottura, a causa della bassa resistenza interlaminare caratteristica del laminato.

L'impatto genera una propagazione di onde elastiche che partono dal punto di impatto e si propagano lungo tutta la struttura e tali onde possono essere più o meno trascurate a seconda della velocità o del tipo di impatto.

I danni che seguono un impatto possono essere di diverso tipo: rottura della matrice, delaminazione, indentazione, rottura di fibre e penetrazione (laminato forato).

### **3.2.1 Classificazione degli impatti**

Gli impatti nei laminati compositi possono essere classificati in quattro categorie principali: impatti a bassa velocità (LVI, *Low Velocity Impact*), a velocità intermedia, ad alta velocità e ad ipervelocità. Impatti ad ipervelocità sono generalmente associati a proiettili che impattano con velocità maggiori a 2 km/s, con il materiale in composito che si comporta come un fluido. Quelli invece ad alta velocità (o *small mass impact*) sono compresi tra 50 m/s e 1000 m/s e si verificano in caso di impatto di proiettile o detriti a seguito di un esplosione. Quest'ultimo caso (Figura 3.5a) presenta una risposta della struttura dominata dalle onde di pressione che si propagano lungo la direzione del laminato stesso, essendo la durata di contatto (tempo in cui laminato ed impattatore rimangono in contatto) paragonabile al tempo necessario a tali onde per attraversare l'intero spessore del laminato. Se invece il tempo di contatto è maggiore del tempo di propagazione delle onde di pressione, ma non abbastanza perché le onde di flessione e di taglio raggiungano i bordi del laminato, si ha il caso di impatto a velocità intermedia. La risposta è in questo caso dominata dalle onde di flessione e di taglio appunto (Figura 3.5b) e generalmente è associata ad impatti con velocità comprese tra 10 m/s e 50 m/s. Sono i casi di detriti da tornado e temporali, oggetti sollevati dalla pista e detriti secondari da esplosioni. Gli impatti a bassa velocità si hanno invece quando l'oggetto che impatta sul laminato è di massa notevolmente maggiore rispetto al laminato stesso (*large mass impact*) e la durata di contatto è abbastanza lunga da permettere alle onde di flessione e di taglio di riflettere più volte dal punto di impatto ai bordi e viceversa. Di conseguenza la risposta può essere studiata come nel caso di carico statico, prendendo il nome di caso "quasi statico", perché le deflessioni e il carico sono relazionati come nel caso statico (Figura 3.5c). Generalmente gli impatti a bassa velocità si verificano per caduta di strumenti di lavoro durante la fase di manutenzione e sono caratterizzati da una velocità minore di 10 m/s.

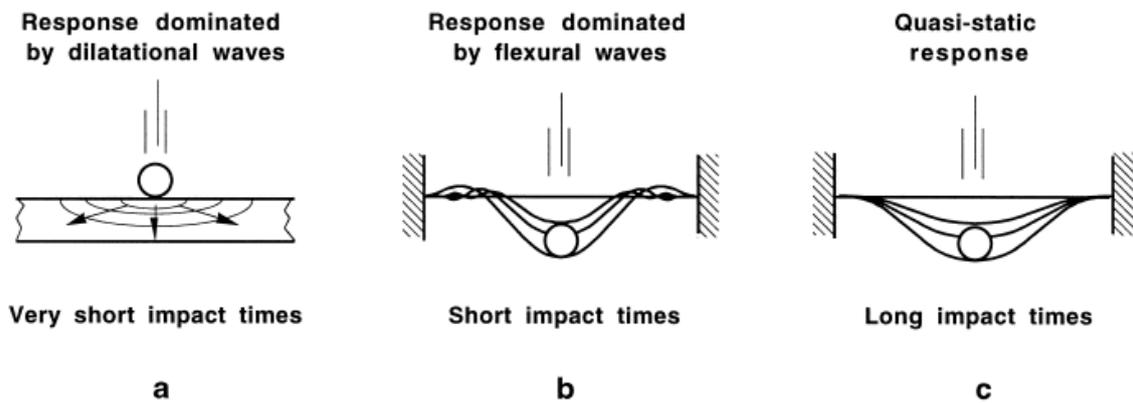


Figura 3.5: Differenti tipi di risposta del laminato agli impatti

Olsson [1] fornisce delle condizioni sufficienti per classificare gli impatti come segue

$$\textit{small mass impact: } \begin{cases} M_i/M_p \leq 0.29 & \textit{circular plate} \\ M_i/M_p \leq 0.23 & \textit{square plate} \end{cases}$$

$$\textit{intermediate mass impact: } 0.2 < M_i/M_p < 2$$

$$\textit{large mass impact: } M_i/M_p \geq 2$$

Per quanto riguarda i danni che seguono ogni tipo di impatto, quelli ad alta velocità sono caratterizzati da danni molto visibili superficialmente come perforazione del laminato o indentazioni molto profonde con un numero elevato di fibre rotte e strati danneggiati; i danni che seguono impatti a bassa velocità, invece, sono spesso non facilmente visibili in superficie ad occhio umano (BVID, *Barely Visible Impact Damage*) e presentano danni interni al laminato come delaminazioni e rotture della matrice delle lamine interne.

### 3.2.2 Impatti a bassa velocità

Un impatto a bassa velocità dipende in secondo luogo da massa e proprietà del laminato e dell'impattatore e se la velocità è al di sotto di 5 m/s la risposta è relazionata al rapporto delle due masse più che alla velocità dell'impatto, come mostra Olsson [1]. La durata di contatto è sufficientemente lunga perché la risposta sia quella dell'intera struttura, con conseguente elevato assorbimento di energia elastica. Il laminato ha un comportamento elastico fino ad un certo livello di energia, detta anche energia limite, oltre la quale cominciano a verificarsi fratture nella matrice delle lamine o nell'interfaccia fibra-matrice. Queste fratture si presentano per lamine interne inclinate circa a 45° rispetto la direzione dello spessore (fratture trasversali) e derivanti da sforzi di taglio. Sono invece orientate nella direzione dello spessore (fratture normali) per lamine che si trovano lontane dal punto di impatto, come per la lamina della faccia del laminato opposta a quella dell'impatto, a causa

degli elevati sforzi flessionali a cui viene sottoposta, e derivano appunto da sforzi normali legati al momento flettente.

Rotture delle lamine che si trovano nel retro del laminato si manifestano principalmente per laminati sottili per le elevate tensioni flessionali presenti, mentre per laminati spessi si manifestano principalmente rotture trasversali vicino al punto di contatto dovute agli sforzi di taglio.

Generalmente tali rotture della matrice attraversano tutto lo spessore della lamina, bloccandosi all'interfaccia con una lamina con orientazione delle fibre differente, dopodiché tendono a propagarsi sottoforma di delaminazione tra le due lamine adiacenti, prendendo una forma "ad arachide" con asse maggiore parallelo alla direzione delle fibre della lamina sottostante l'interfaccia (Figura 3.6). Le delaminazioni formate da rotture trasversali aumentano di dimensioni muovendosi lungo lo spessore e allontanandosi dal punto di impatto, descrivendo un percorso tronco-conico; un percorso inverso è invece preso dalle delaminazioni dovute alle rotture normali, anche se presenti in minor numero. Il numero di delaminazioni e l'estensione della loro area dipendono soprattutto dalla forza di contatto e dall'area di contatto.

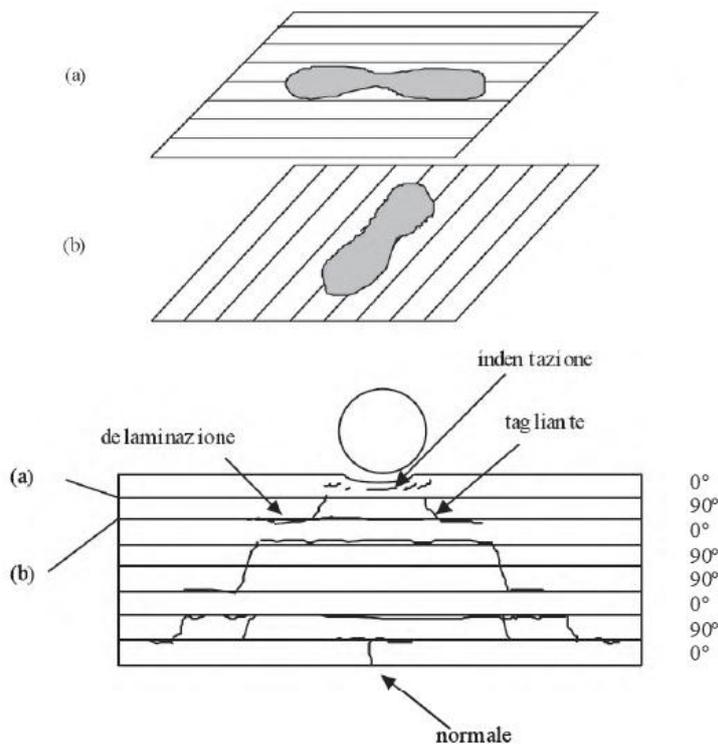


Figura 3.6: Tipologie di rottura per un laminato a seguito di un impatto

La delaminazione è causata anche dalla differenza tra le matrici di rigidità flessionale delle due lamine adiacenti ed i modi di propagazione principali di una delaminazione sono tre (Figura 3.7): modo di apertura (I), modo di scorrimento o taglio (II) e modo di lacerazione o strappo (III).

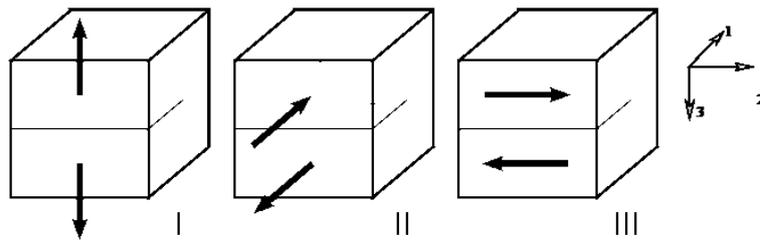


Figura 3.7: Modi di rottura, o di propagazione di una cricca o delaminazione

L'inizio della delaminazione è associata principalmente al modo I e si verificano, come detto, a seguito di rottura della matrice in maniera trasversale o normale. La rottura trasversale della matrice tende ad indurre una delaminazione instabile, mentre la delaminazione indotta dalle cricche normali tende ad essere stabile e proporzionale al carico applicato (relazione lineare). La propagazione dell'area di delaminazione viene invece associata maggiormente al modo II di rottura.

Oltre ai fenomeni di rottura appena spiegati, si possono manifestare anche cedimenti nel materiale immediatamente al di sotto del punto di impatto, per elevato carico localizzato, con la formazione della cosiddetta indentazione (impronta), che è tanto più profonda tanto più è elevata l'energia di impatto o la forza massima di contatto. Tale impronta è l'unico elemento che permette di segnalare l'avvenuto impatto ad una ispezione visiva svolta ad occhio umano ed è dalla sua profondità che deriva la definizione di danno difficilmente visibile (BVID, *Barely Visible Impact Damage*): la visibilità del danno è praticamente legata alla profondità dell'indentazione.

L'indentazione può presentare delle rotture delle fibre, come conseguenza degli elevati sforzi di taglio nella zona sottostante l'impatto, e solitamente si manifestano successivamente alla rottura delle matrici e alle delaminazioni. Con l'aumentare dell'energia di impatto cresce il numero di fibre che raggiungono la rottura, fino ad ottenere la penetrazione dell'oggetto impattante nel laminato.

I danni dipendono sia dalle proprietà fisiche e meccaniche del laminato, che da quelle dell'impattatore. Ad esempio se l'impattatore concentra l'energia dell'impatto su di un'area di impatto minore, si hanno maggiori sforzi di taglio ed è necessaria una minore energia per poter penetrare nel materiale; mentre se l'area di impatto è maggiore si noteranno di più fenomeni di delaminazione per maggiori sforzi flessionali. Per quanto riguarda il tipo di laminato composito, uno studio effettuato da Vieille et al. [2] mette a confronto il comportamento agli impatti di tre diversi tipi di laminato, tutti e tre con fibre in carbonio. In particolare vengono effettuate prove sperimentali su di un laminato con resina termoindurente epossidica (C/epoxy) e su due laminati con resina termoplastica: uno con resina in polifenilensolfuro (C/PPS) e uno con resina in poliestere etere ketone (C/PEEK). A seguito dell'impatto a bassa velocità il laminato in resina epossidica presenta maggiori e più vaste delaminazioni rispetto agli altri due, in cui però sono presenti maggiori punti di plasticizzazione della matrice. Il laminato C/PEEK risulta essere meno soggetto a rottura delle matrici in maniera trasversale, mentre il laminato C/PPS presenta molti imbozzamenti interni delle lamine a causa del debole legame tra fibre e resina. L'indentazione invece risulta essere più profonda e quindi più visibile

nel laminato con resina epossidica. In Figura 3.8 sono mostrati gli andamenti forza-spostamento per i tre laminati riferiti a cinque livelli di energia di impatto differenti. Si nota che per impatti ad energia minore di 10J le tre indentazioni rimangono al di sotto della soglia BVID, mentre viene superata da tutti e tre i laminati per un impatto pari a 17J. Per un'energia di 25J l'impattatore causa una perforazione nel laminato C/epoxy. Si nota anche che l'andamento è inizialmente abbastanza lineare fino a raggiungere un livello di forza dove si cominciano a notare forti oscillazioni dovute alla rottura progressiva di fibre di rinforzo. Come già scritto in precedenza, all'aumentare dell'energia di impatto, l'impronta lasciata dall'impattatore risulta essere maggiore per il laminato C/epoxy. L'area racchiusa da ogni andamento è invece l'energia che viene assorbita dalla lamina durante l'impatto.

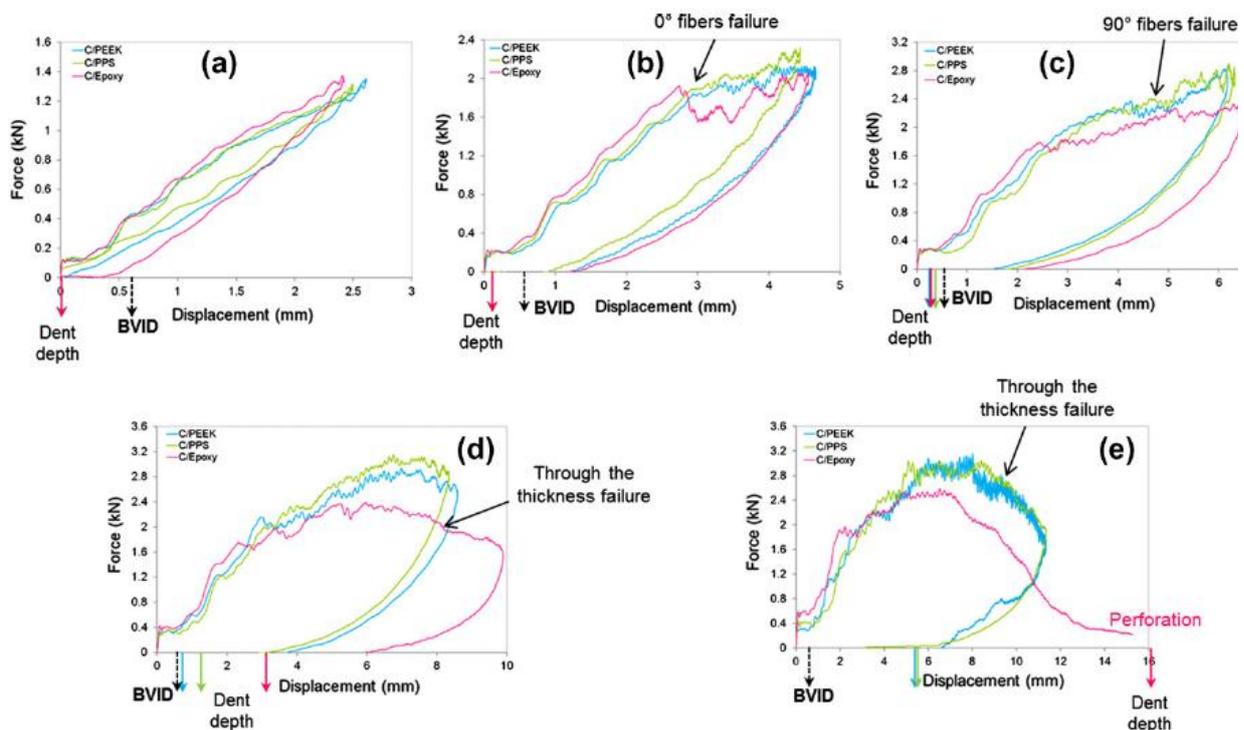


Figura 3.8: Confronto degli andamenti forza-spostamento dei tre laminati a 2J (a), 6J (b), 10.5J (c), 17J (d) e 25J (e)

Altri studi hanno mostrato che i laminati in vetroresina rispondono diversamente dai laminati in carboresina, a causa della natura viscoelastica dei primi; i laminati in carboresina inoltre sembrano essere meno sensibili alle variazioni di velocità di applicazione del carico.

### 3.3 Requisiti Damage Tolerance

Il concetto di *Damage Tolerance* (DT) è conosciuto fin dal quindicesimo secolo con Leonardo Da Vinci che sosteneva la necessità, in caso di progettazione di un'ala, di due corde che la sostenessero

per ridondanza, una in tensione e una leggermente allentata. Agli albori dell'era industriale l'integrità strutturale è stata in genere garantita da un progetto basato sulla resistenza dei materiali ai carichi puramente statici, non conoscendo ancora il fenomeno di fatica. Il primo approccio progettuale che tenne conto dei carichi ciclici e quindi della fatica fu quello di *safe-life* in cui vengono utilizzati fattori di sicurezza notevolmente elevati, con la struttura in grado di rimanere integra per la vita prevista in fase di progetto. A fine vita operativa il componente viene sostituito anche se non presenta danni visibili. Di conseguenza occorrono elevati spessori dei materiali con conseguente elevato peso, bassi valori di sollecitazione rispetto ai valori ultimi ed assenza di danneggiamento. Tale criterio, per quanto sicuro in linea teorica, può essere vanificato dall'insorgere di difetti accidentali, probabili sia durante la vita operativa che in fase di produzione, e non fornisce alcun piano di manutenzione strutturale. Per far fronte al problema dei danni accidentali è entrato successivamente in vigore il concetto di *fail-safe* con strutture aggiuntive che forniscono percorsi alternativi ai carichi in caso di cedimento dell'elemento critico. Cioè il componente deve possedere una resistenza residua anche in caso di un cedimento parziale, al fine di garantire il successo della missione e l'atterraggio, con conseguente sostituzione del componente danneggiato. Si hanno così ridondanza di elementi strutturali oppure capacità di arresto di cricche. I coefficienti di sicurezza sono inferiori rispetto al caso *safe-life* e viene definito un piano di ispezione periodica.

Con il consolidamento delle tecniche di analisi della propagazione delle cricche, agli inizi degli anni settanta si è introdotto nel progetto strutturale il concetto di *damage tolerance* il quale accetta la nascita di un danno, ma si richiede che la resistenza residua sia sufficiente da permettere la rivelazione del danno all'ispezione più vicina, con possibilità di sostituire il componente o di attuare le opportune azioni di manutenzione. I coefficienti di sicurezza sono dunque ancora più bassi e gli effetti della fatica e della corrosione sono tenuti sotto controllo mediante un opportuno piano di ispezione.

Gli approcci progettuali appena discussi sono sotto giurisdizione EASA in ambito civile europeo (CS 25.571), FAA in ambito civile americano (FAR 25.571) e USAF in ambito militare (MIL-STD 1530).

Per quanto riguarda i materiali compositi avanzati, gli enti certificanti aeronautici hanno emesso vari documenti (*Advisory Circulars*) relativi ai requisiti da soddisfare nel processo di certificazione delle strutture realizzate in composito, fin dagli anni settanta, focalizzando fin da subito l'attenzione sugli effetti delle escursioni termiche, umidità e delaminazione sulla resistenza. Con gli anni ottanta maggior interesse venne dato al danneggiamento da impatto a bassa energia e per rispondere ai requisiti di DT venne proposto il concetto di *no-growth* da una circolare della FAA nell'83. Oggi, le strutture primarie dei velivoli progettate in materiale composito devono essere conformi ai requisiti regolamentari riguardanti l'integrità strutturale definite da FAR (25.571, AC 20-107A) in USA e da EASA (CS 25.603) in Europa, dove si assume che nella struttura sia presente un difetto di fabbricazione o un danno dovuto ad un impatto a bassa energia al di sotto della soglia di visibilità dell'occhio nudo, richiedendo perciò un maggior controllo di qualità nella fabbricazione e la scelta di adeguati intervalli di ispezione per individuare quei danni che possono ridurre la resistenza del

materiale al di sotto del carico ultimo. In caso di danno visibile il componente danneggiato viene riparato, mentre se il danno è difficilmente visibile si effettuano prove di non crescita.

In particolare il concetto di *no-growth* implica: la dimostrazione che il BVID (*Barely Visible Impact Damage*) non propaga per almeno una vita del velivolo nel test a fatica, essendo in grado di sopportare anche i carichi statici ultimi, e la dimostrazione che il VID (*Visible Impact Damage*) non propaghi in maniera critica per tre intervalli di ispezione.

Per rispondere al requisito di non crescita risultano necessarie un gran numero di prove a partire da provini, da cui si ricavano le tensioni ammissibili, fino ad arrivare al *full scale test* secondo lo schema a piramide in Figura 3.9.

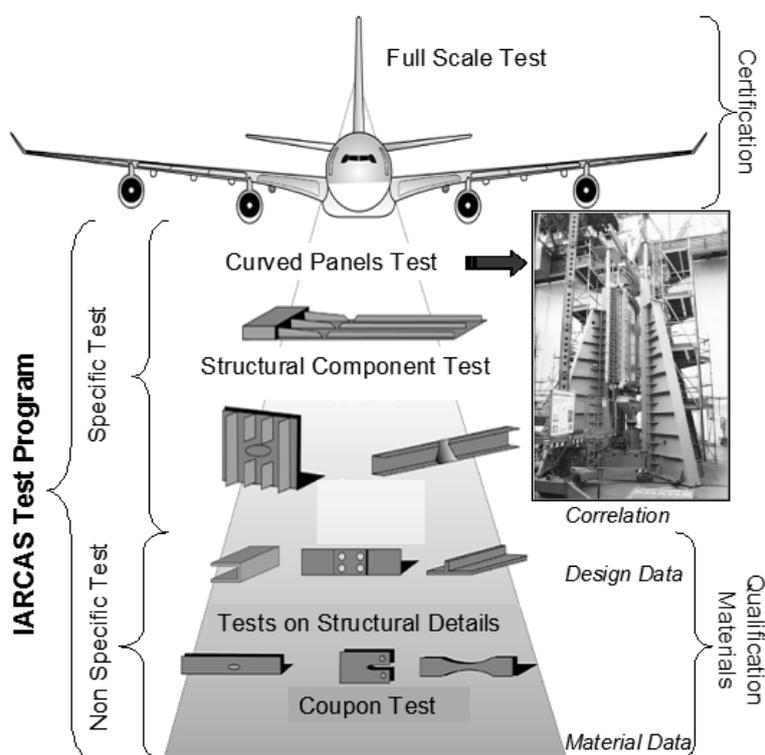


Figura 3.9: Piramide delle prove sperimentali

La maggior parte dei test viene effettuata su provini semplici e con l'aumentare della complessità del componente, il numero di prove si riduce grazie alla maggior conoscenza acquisita con elementi più semplici. Tale approccio sperimentale diventa oneroso in termini di tempo e di denaro se si vuole applicarlo a tutte le parti strutturali sollecitate in modo critico ed è per questo che si stanno sempre più studiando metodi analitici in grado di descrivere i fenomeni di propagazione del danno nei materiali compositi.

Come già detto, gli impatti a bassa velocità sono il tipo di danno che può ridurre significativamente la resistenza della struttura ed in particolare la resistenza a carichi di compressione (CSAI, *Compression Strength After Impact*). A causa della mancanza di modelli analitici affidabili capaci di predire l'evoluzione del danno, il DT richiede che le strutture aeronautiche realizzate in composito siano

esenti da propagazione di un difetto sotto i carichi e le condizioni ambientali previste nella vita operativa, per un periodo pari almeno ad un intervallo di ispezione. La complicazione nel definire una metodologia di calcolo e predizione del comportamento del danno, sta nella molteplicità dei modi di rottura, l'alta sensibilità ai carichi fuori dal piano delle fibre e agli effetti ambientali. Il metodo deve inoltre saper predire la resistenza residua, l'avanzamento, la forma e la propagazione del difetto, tenendo conto di numerosi parametri e aspetti (come natura e posizione del danno, tipo di laminato, geometria e ciclo di produzione).

Sia che si utilizzi un modello analitico, o numerico, che delle prove sperimentali, ciò che si vuole ricavare sono curve simili a quelle in Figura 3.10, dove la *Residual Strength* è messa in relazione con la dimensione dell'area di delaminazione e quindi col tempo, informazioni utili per definire gli intervalli di ispezione.

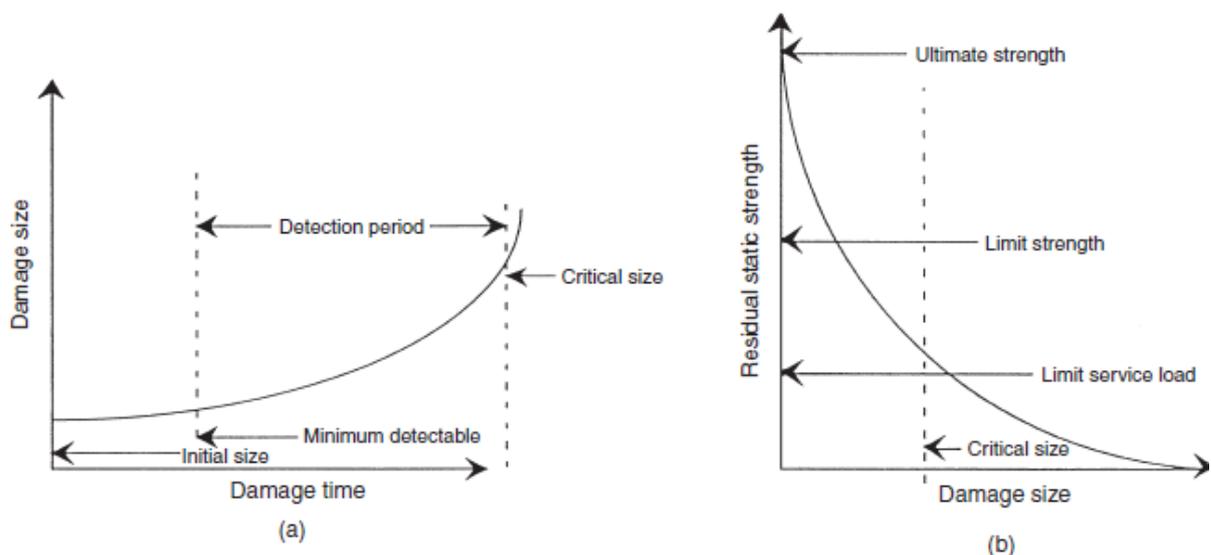


Figura 3.10: Curve *Damage Tolerance*

Il cammino verso la certificazione di un materiale composito è quindi diverso da quello di un materiale metallico a causa della differenza del fenomeno fisico di propagazione del danno e quindi a causa della non applicabilità dei risultati della Meccanica della Frattura relativi ai metalli.

In genere la metodologia di analisi di propagazione è basata sull'applicazione di una procedura step-by-step;

- Definizione dei profili di missione
- Selezione dei carichi di fatica dimensionanti del componente
- Valutazione dello *Stress Intensity Factor* del componente
- Scelta dei parametri ammissibili del componente (fattori di sicurezza)
- Costruzione della curva di propagazione
- Valutazione del piano di ispezione e manutenzione.

A tale procedura occorre associare dei requisiti fondamentali per garantire una più alta affidabilità e sicurezza possibile:

- Conoscenza dei fenomeni associati alla micromeccanica del danno
- Conoscenza della mesomeccanica per la relazione tra i diversi elementi del materiale composito avanzato
- Comprendere a pieno come la tolleranza al danno è influenzata dai diversi valori critici di SERR
- Sviluppare opportune tecniche predittive per stabilire i carichi statici di rottura in presenza di danno dovuto all'impatto
- Sviluppare opportune tecniche per la predizione delle dimensioni critiche dei danni dovuti agli impatti
- Disporre di procedure standardizzate per effettuare test sperimentali indipendenti dalla geometria

Per quanto riguarda le dimensioni dei provini nei test sperimentali e i tipi di vincoli ed impattatore, esistono già delle procedure standardizzate come ad esempio AITM1-0010 per i test sulla resistenza residua *post-impact* e ASTM-D7136/D7136M per quanto riguarda test sperimentali su impatti mediante *drop tower*.

### **3.4 Structural Health Monitoring e tecniche di ispezione per laminati in composito**

Il monitoraggio dei danni in un aeromobile può essere fatto principalmente in due modi. Il primo, quello più applicato al giorno d'oggi, utilizza un monitoraggio della sequenza di carico a cui è sottoposto il velivolo, da cui viene stimata la fatica accumulata attraverso una procedura analitica (*Operational Loads Monitoring*, OLM). L'altro metodo utilizza invece sistemi integrati (sensori puri o sensori-attuatori) negli elementi strutturali per determinare direttamente la presenza, la gravità ed eventualmente anche la posizione del danno. La rilevazione del danno può essere in generale effettuata in due diversi metodi, globale o locale. La tecnica di ispezione globale viene utilizzata per ispezionare aree relativamente vaste e viene associata ad una tecnica più dettagliata utilizzata ad intervalli più ampi. A questa tecnica sono interessati i seguenti danni:

- cricche dovute a fatica, in particolare nelle zone di collegamento con fori
- corrosioni, in particolare all'interno delle giunzioni e in zone chiuse
- scollegamenti, dovute a corrosioni nelle giunzioni
- danni dovuti ad impatti in materiali compositi
- imperfezioni dovute alla fabbricazione in materiali compositi
- scollegamento tra i pannelli in composito.

Naturalmente la precisione degli strumenti e la loro sensibilità influenza anche i costi. Inoltre se il sistema di monitoraggio è di tipo continuo, i requisiti di sensibilità possono essere meno restringenti.

Una tecnica di ispezione locale è invece mirata a specifici danni e a specifiche parti strutturali:

- cricche in alloggiamenti e supporti dei carrelli d'atterraggio
- cricche, perdita di bulloni e corrosione di giunzioni in zone difficilmente accessibili
- palette del compressore e della turbina del motore
- paratie e frames
- alloggiamenti e supporti in generale
- aree con maggiore concentrazione di stress, come notch in materiali metallici o fori e lavorazioni in materiali compositi
- zone con maggior possibilità di impatti in materiali compositi
- strutture in composito con elevata probabilità di delaminazione per stress.

Quello che più conta è l'affidabilità nella rilevazione del danno, più che la sensibilità.

Entrambi i metodi visti possono utilizzare una tecnica dinamica o non. Una tecnica dinamica permette ovviamente di mantenere aggiornata l'evoluzione del danno in ogni istante ottimizzando gli interventi di manutenzione.

In seguito vengono descritte le tecniche di ispezione distruttive e non distruttive più utilizzate per l'analisi dei danni in materiali compositi. Le tecniche distruttive più comuni sono il *de-ply method* e la *cross-sectional fractography* utili soprattutto per danni interni al laminato. I metodi non distruttivi si basano invece su microscopici ottici, raggi X, tecniche ad ultrasuoni, ad emissione acustica, a laser, interferometria (o *shearography*), ecc.

### **3.4.1 De-ply method**

La tecnica di tipo *de-ply* è una tecnica distruttiva che prevede l'inzeppamento del componente in una soluzione di oro coluro per permetterne la penetrazione all'interno delle cricche presenti nella matrice. La soluzione in eccesso viene in seguito rimossa dalla superficie e il laminato viene esposto ad una temperatura di circa 150°C per una o due ore per far evaporare completamente il solvente. Durante questo processo di asciugatura, la soluzione cristallizza e si deposita nelle fratture interne. Dopodiché il laminato viene cotto ad una temperatura di 400°C per un'ora per ottenere una pirolizzazione parziale della matrice polimerica (separazione di parte dei legami chimici). Le singole lamine sono poi separate (*de-plied*) con un'apposita lama ed esaminate con un microscopio ottico. A questo punto le delaminazioni e le cricche sono facilmente visibili grazie l'aiuto di una fonte luminosa, mentre la rottura delle fibre è rilevabile direttamente. Per separare facilmente i diversi strati del laminato, un opportuno film detto "*non-sticking Kapton film*" viene inserito ai bordi tra le diverse lamine che compongono il laminato. Tale tecnica è piuttosto affidabile ed accurata per la misurazione della dimensione e della forma di delaminazioni nelle interfacce tra le lamine e permette di trarre una mappa 3D dei danni interni. Grazie alla sua accuratezza ed affidabilità, tale tecnica viene spesso utilizzata per

calibrare la sensibilità di altre tecniche, in particolare non distruttive. Gli svantaggi ad essa legati riguardano il tempo necessario per svolgere tutte le operazioni e naturalmente la distruzione necessaria del componente. Inoltre non può essere utilizzata con compositi aventi matrici termoplastiche per la difficoltà di rendere tali matrici parzialmente pirolizzate.

### **3.4.2 Cross-sectional fractography**

Anche la frattografia lungo la sezione trasversale è una tecnica distruttiva e si basa sul sezionamento in un opportuno numero di sottili strisce di materiale in differenti posizioni ed orientazioni su tutta l'area del danno. Una serie di microscopi ottici o elettronici permettono poi di costruire una mappa 3D da una serie di immagini frattografiche 2D, in cui viene illustrata la distribuzione spaziale della delaminazione e delle cricche trasversali presenti nella resina. Tale metodo distruttivo risulta essere di certo molto più accurato di qualsiasi tecnica di tipo non distruttivo, ma presenta diverse limitazioni: alcune cricche possono seguire un percorso parallelo a quello preso nell'operazione di taglio del laminato e quindi tali cricche non risultano rilevabili; è necessario un costo in termini di tempo e complessità per la preparazione del componente; occorre fare molta attenzione durante il taglio del provino a non introdurre ulteriori cricche o danni.

### **3.4.3 Ispezione visiva e con microscopi ottici**

Tra le tecniche non distruttive l'ispezione di tipo visivo è quella più utilizzata e include vari livelli di complessità che va dalla più semplice ispezione ad occhio nudo ad un'ispezione con un microscopio elettronico. L'occhio umano può rilevare pochi dettagli sulla gravità e i meccanismi del danno e se la struttura è in composito non rileva i danni che si trovano al di sotto della superficie, tra i vari strati. Un microscopio può invece fornire informazioni dettagliate sulla natura del danno come microcricche e cricche iniziali, per materiali metallici, oppure zone di delaminazione per materiali compositi, ma può essere utilizzato solamente in ambiente di laboratorio una volta che la parte da analizzare è stata prelevata dalla struttura dell'aeromobile. Tra i recenti sviluppi si trovano varie tecniche di illuminazione che permettono di migliorare le tecniche di ispezione, come l'uso di schermi riflettenti posti dietro la superficie da ispezionare e la dispersione della luce dovuta alla deformazione della struttura, oppure introducendo nel laminato degli opportuni impregnanti.

### **3.4.4 Tap test**

Un altro metodo NDT consiste nel picchiare sulla superficie del componente mediante una moneta o un opportuno martelletto. Questa tecnica è comunemente usata per ispezioni *in-service* essendo poco sofisticata ed economica. In base alla differente risonanza acustica durante l'operazione rispetto a quella nominale del materiale è possibile rilevare danni come delaminazioni ed imbozzamenti. Tale

metodo è però di difficile calibrazione e i segnali sono difficili da interpretare, fino ad essere inadeguati per laminati spessi in cui è più difficile riconoscere la posizione e la profondità del danno.

### **3.4.5 Radiografia ai raggi X**

La tecnica NDT ai raggi X è una delle più utilizzate perché permette di analizzare anche strutture molto complicate geometricamente. Tale metodo si basa sul coefficiente di assorbimento dei raggi X, dipendente dalla densità del materiale, e quindi dal numero di fotoni che attraversa il materiale stesso. In Figura 3.11 è mostrato il principio di funzionamento di due diversi metodi basati sui raggi X. Nella prima (metodo convenzionale) non si ottengono informazioni riguardanti la profondità del danno. A causa dell'attenuazione dei raggi X lungo lo spessore del laminato, tale metodo è più efficiente in laminati con piccoli spessori e basse densità. È possibile inoltre utilizzarlo per individuare infiltrazioni di acqua all'interno di materiali di tipo *honeycomb*. La delaminazione tende a far variare di poco lo spessore di laminati polimerici, perciò è di difficile individuazione con tale tecnica; inoltre c'è solo una piccola differenza tra il coefficiente di assorbimento della matrice polimerica, delle fibre e dei buchi d'aria. Per questi motivi, in caso di laminati polimerici, è necessario utilizzare un liquido avente un elevato coefficiente di assorbimento di raggi X che penetri all'interno delle aree danneggiate e permetta la loro individuazione. Il penetrante, però, non sempre riesce a raggiungere piccole aree danneggiate, soprattutto per quelle tra loro isolate. Da ciò si deduce che non è un metodo molto affidabile per materiali compositi avanzati con matrice polimerica.

Recenti sviluppi hanno permesso di sostituire la pellicola del metodo convenzionale con un opportuno rivelatore, con una misurazione ai raggi X che avviene solamente su una sezione sottile del materiale. I dati sono elaborati da un computer che fornisce poi un'immagine ad alta risoluzione e accuratezza. Tale metodo è detto *computed tomography* (CT).

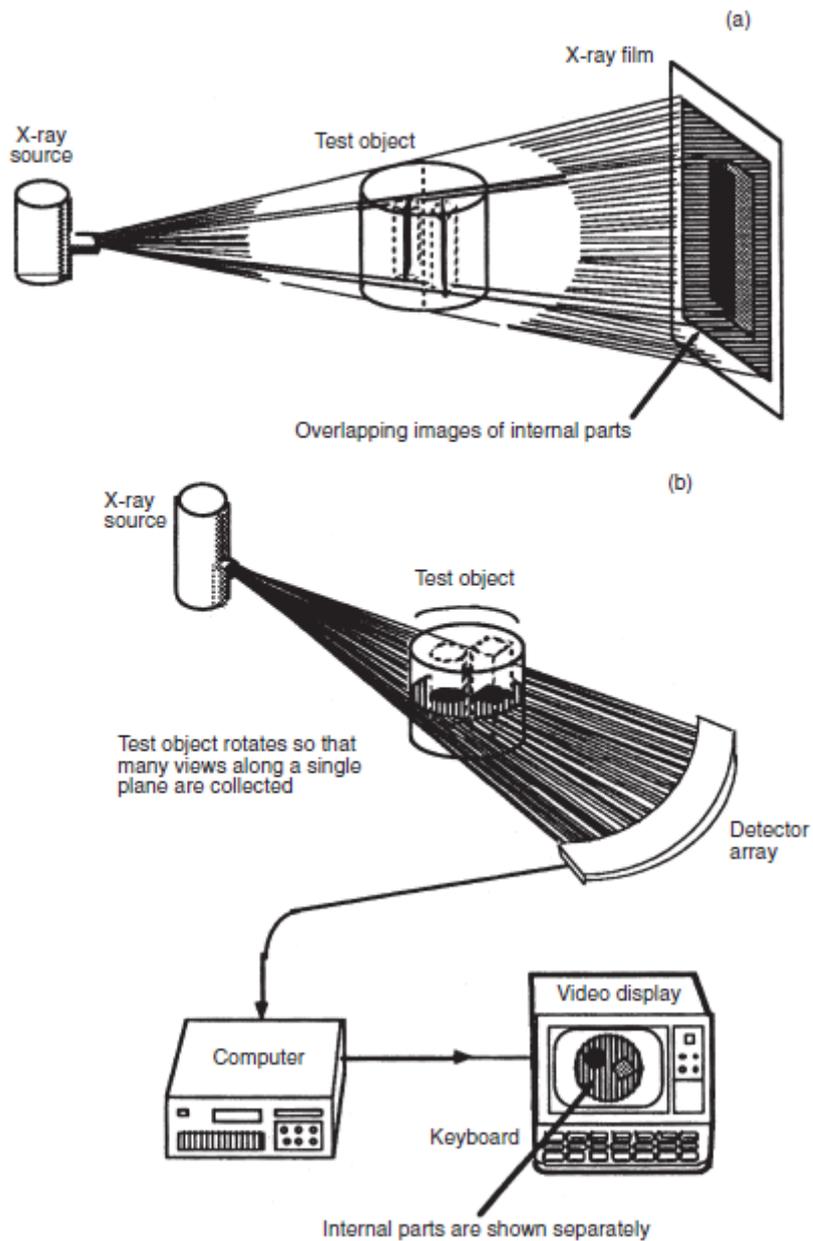


Figura 3.11: Funzionamento della convenzionale radiografia ai raggi X (a) e della tomografia ai raggi X (b)

### 3.4.6 Tecniche ad ultrasuoni

Le onde ultrasoniche vengono prodotte e fatte propagare attraverso lo spessore del materiale, in direzione normale. Se viene applicato il metodo *pulse-echo* l'onda viene generata da una trasmittente e catturata da una ricevente e quindi sono necessari due trasduttori. Se invece viene applicato il metodo *pitch-catch* occorre solo un trasduttore che funge da generatore di onde che si propagano nel materiale, vengono riflesse dai limiti e poi catturate dallo stesso trasduttore. Il metodo a fascio angolato introduce invece delle onde trasversali rifratte per l'analisi del materiale.

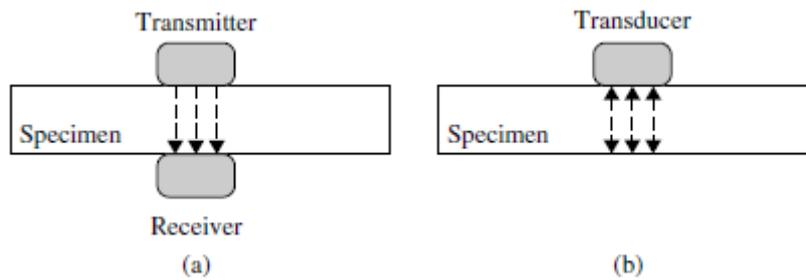


Figura 3.12: Metodo *pulse-echo* (a) e metodo *pitch-catch* (b)

I trasduttori utilizzati sono generalmente piezoelettrici in ceramica, che convertono l'energia elettrica in energia meccanica e viceversa e possono essere di tipo a contatto o no. I trasduttori a contatto richiedono un fluido (gel o acqua) per poter trasferire l'energia degli ultrasuoni al materiale, mentre i trasduttori non a contatto non richiedono accoppiamento ma presentano una significativa attenuazione alle alte frequenze. La banda di frequenza influisce sulla penetrazione delle onde nel materiale e sulla sensibilità ai danni: basse frequenze ( $< 2\text{MHz}$ ) offrono una migliore penetrazione mentre alte frequenze ( $> 15\text{MHz}$ ) offrono una migliore sensibilità ai piccoli difetti. In genere frequenze di  $10\text{MHz}$  o più sono utilizzate per laminati sottili, mentre per laminati spessi vengono usate frequenze minori di  $2\text{MHz}$ . Le onde ultrasoniche propagano attraverso il materiale e vengono attenuate ed interrotte dalla presenza di disomogeneità nel materiale, che possono essere dovute a danni interni. Alcune onde riescono ad attraversare completamente il materiale, mentre altre vengono riflesse all'indietro verso la superficie. I parametri utilizzati nell'analisi sono l'ampiezza, la frequenza e il tempo di arrivo delle onde. La scansione può essere fatta in diversi modi, per ottenere diverse rappresentazioni (Figura 3.13): ampiezza del segnale in funzione del tempo di propagazione nel materiale (A), tempo di propagazione dell'onda in riferimento alla posizione del trasduttore (B), risposta del segnale visualizzata come posizione del difetto (C), tipo C ma con l'aggiunta del tempo di volo (D).

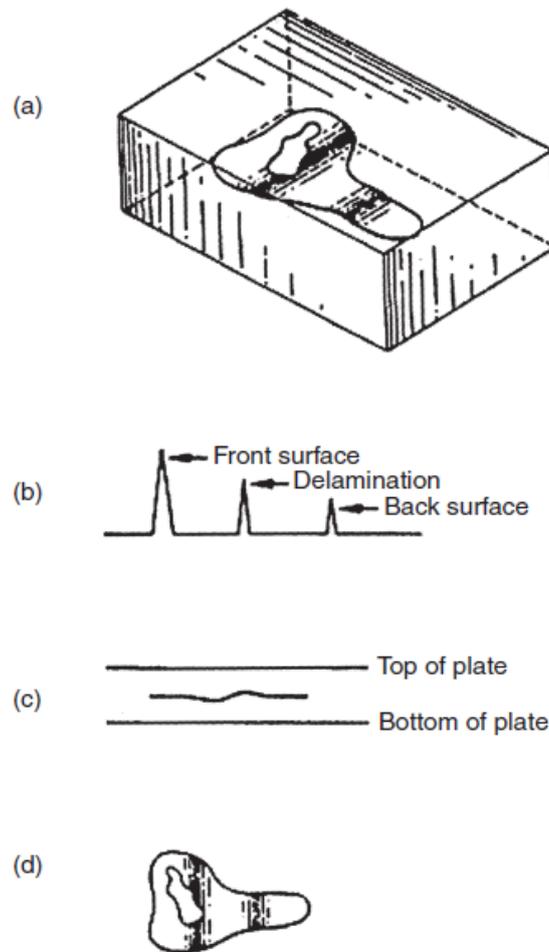


Figura 3.13: Tipi di rappresentazione per tecnica ultrasuoni: danno effettivo (a), A-scan (b), B-scan (c), C-scan (d)

Gli svantaggi della tecnica ad ultrasuoni sono legati all'accessibilità delle strutture da ispezionare e le scansioni di tipo C e D richiedono tempo per essere eseguite. La sensibilità ai piccoli danni è però piuttosto elevata. Per quanto riguarda i materiali compositi CFRP, tale metodo non è molto efficiente a causa della rapida attenuazione delle onde ultrasoniche da parte della matrice polimerica.

### 3.4.7 Acoustic Emission

L'*acoustic emission technique* è un'altra tecnica non distruttiva utilizzata per l'ispezione e si basa sull'energia elastica rapidamente rilasciata in caso di frattura del materiale, che avviene quando l'energia del carico applicato è maggiore dell'energia elasto-plastica del materiale. Tale energia rilasciata è conosciuta come *acoustic emission* (AE) e si ha a seguito di spostamenti di dislocazioni, deformazioni microscopiche, nucleazione e propagazione di una cricca, rottura di fibre, cricche per rottura e corrosione in metalli o matrici, delaminazione in compositi. L'energia emessa può essere registrata sottoforma di segnale continuo oppure discreto, dove le proprietà utili sono la durata del segnale, ampiezza massima, valore di picco, energia, con una frequenza compresa tra 10 kHz e 1

MHz. La registrazione viene fatta attraverso diversi sensori come accelerometri, microfoni o sensori piezoelettrici e utilizzando una matrice di sensori è possibile rilevare danno e posizione dello stesso grazie al tempo di risposta. Sviluppi recenti utilizzano dispositivi MEMS come sensori essendo estremamente piccoli, accurati, poco costosi e possono essere inglobati nella struttura.

La tecnica considera le onde del suono che si propagano attraverso il materiale da analizzare, che generalmente sono degli impulsi portatori di un'energia significativa (100-1000 kHz) e si propagano in ogni direzione. Per questo motivo metodi AE possono coprire vaste aree di monitoraggio, anche in zone inaccessibili. L'area coperta dalla propagazione delle onde dipende dalle proprietà del materiale, dalla geometria, dalla frequenza e dall'ambiente.

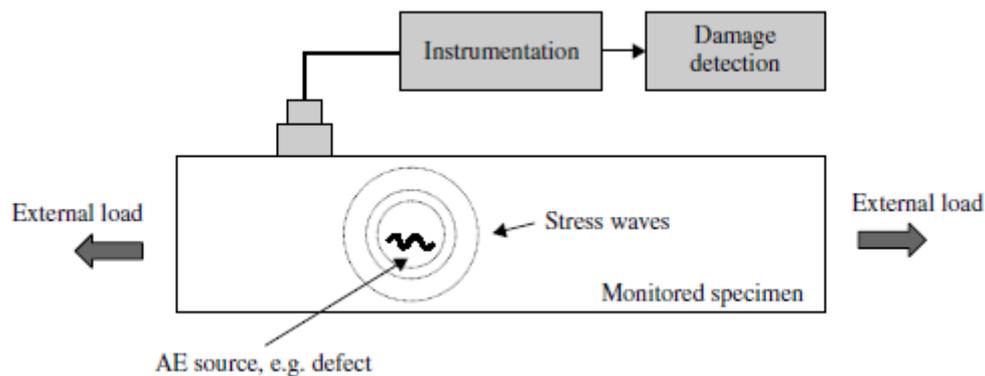


Figura 3.14: Principio di funzionamento del metodo AE

Per monitorare vaste aree è sufficiente un numero relativamente basso di sensori, o meglio trasduttori. I trasduttori convertono l'energia meccanica in un segnale elettrico e la loro sensibilità è determinata dalla banda con cui operano e dalla loro frequenza di risonanza. In genere tale sensibilità è definita in dB. Il segnale in uscita viene poi amplificato prima di poter essere elaborato. Il segnale AE può essere di due tipi: impulsivo o continuo. Per il segnale impulsivo è possibile identificare un istante che rappresenta il verificarsi del segnale e un istante che rappresenta la fine del segnale; in genere è causato dalla generazione di un difetto locale. Il segnale continuo invece non può essere separato nel tempo e viene rilasciato da deformazioni plastiche o attrito. Solitamente viene fissato un livello soglia di segnale, oltre la quale è necessario eseguire un'analisi del materiale. Per l'identificazione di un difetto vengono usati diversi parametri come la massima ampiezza del segnale (*peak amplitude*), l'istante di primo superamento della soglia (*arrival time*), l'intervallo temporale tra il primo e l'ultimo superamento della soglia (*duration time*), l'intervallo temporale tra il primo superamento della soglia e il raggiungimento della massima ampiezza (*rise time*), numero di superamenti della soglia (*ring down count*).

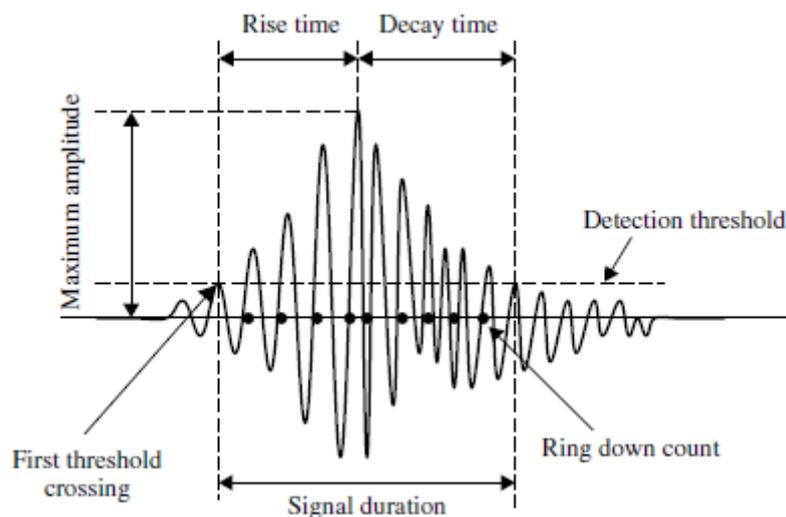


Figura 3.15: Parametri principali di un segnale AE

Il segnale può comprendere disturbi di natura meccanica ed elettrica e il livello di tali disturbi viene stimato calcolando il *Root Mean Square* (RMS), cioè il valore efficace del segnale, prima dell'*arrival time*. Le informazioni ottenute vengono poi visualizzate utilizzando diagrammi numerici (che forniscono il numero totale di eventi, l'energia totale o la pressione) e diagrammi grafici (che forniscono la posizione della sorgente del segnale). La posizione del danno può essere infatti stimata usando procedure di triangolazione classiche (metodi di esportazione di dati), una volta note la velocità del suono nel materiale e l'*arrival time* di ogni sensore considerato.

La tecnica AE comprende dunque tre fasi fondamentali: rilevazione del segnale AE (rilevazione del danno), stima dell'energia del segnale AE (gravità del danno) e stima della posizione della fonte AE (stima della posizione del danno). È spesso importante disporre di un monitoraggio continuo del materiale, perché l'energia elastica viene rilasciata una sola volta in caso di generazione di un difetto, il segnale si disperde e non è più possibile riprodurlo. Occorre individuarlo subito se si vuole rilevare il danno. Occorre tener presente anche che difetti come cricche e delaminazioni non rilasciano energia se non nella sola fase di propagazione, perciò se le loro dimensioni sono stabili non viene rilevato nessun tipo di danno. Le informazioni ricavate dai sensori sono potenzialmente utili ma di difficile interpretazione e permettono di rilevare in vaste aree discontinuità nel materiale, danni dovuti a fatica, imperfezioni e cricche dovute a saldatura o corrosione.

### 3.4.8 Termografia ed olografia

Altre tecniche NDT forniscono immagini che sono concettualmente più semplici da interpretare, come la termografia e l'olografia. La tecnica basata sull'olografia (Figura 3.16a) utilizza una fonte laser per rilevare piccole deformazioni superficiali dovute ad imperfezioni nel substrato, creando un'immagine dalla differenza tra la superficie caricata e superficie non caricata. Per un'immagine olografica tridimensionale vengono utilizzate due fonti laser, una riflessa dal materiale e una mandata

direttamente al rilevatore, da cui è possibile rilevare dislocazioni superficiali dalla risposta di due differenti livelli di stress. La termografia (Figura 3.16b), invece, sfrutta la conducibilità e l'emissione termica dei difetti nel materiale; l'energia irradiata dal materiale viene trasformata in un'immagine termica attraverso una videocamera ad infrarossi che monitora la temperatura superficiale della struttura e le anomalie nella distribuzione di temperatura rivelano la presenza di difetti. Tale tecnica viene utilizzata con molte strutture in composito e la sua capacità di rilevare danni di tipo BVID è comparabile con quella della tecnica C-scan, ma con ulteriori vantaggi: non è richiesto il contatto delle apparecchiature con il componente da analizzare, l'operazione può essere fatta avendo a disposizione solamente una faccia libera del componente, le ispezioni sono rapide anche per vaste aree. Maggiori problemi si possono invece trovare in caso di laminati spessi a causa dell'efficienza della tecnica legata alla diffusione termica laterale.

Le due tecniche appena descritte sono quindi molto veloci e possono ispezionare rapidamente anche vaste aree, ma hanno lo svantaggio di essere molto costose e causa delle strumentazioni necessarie e ciò ne limita fortemente l'uso in campo aeronautico.

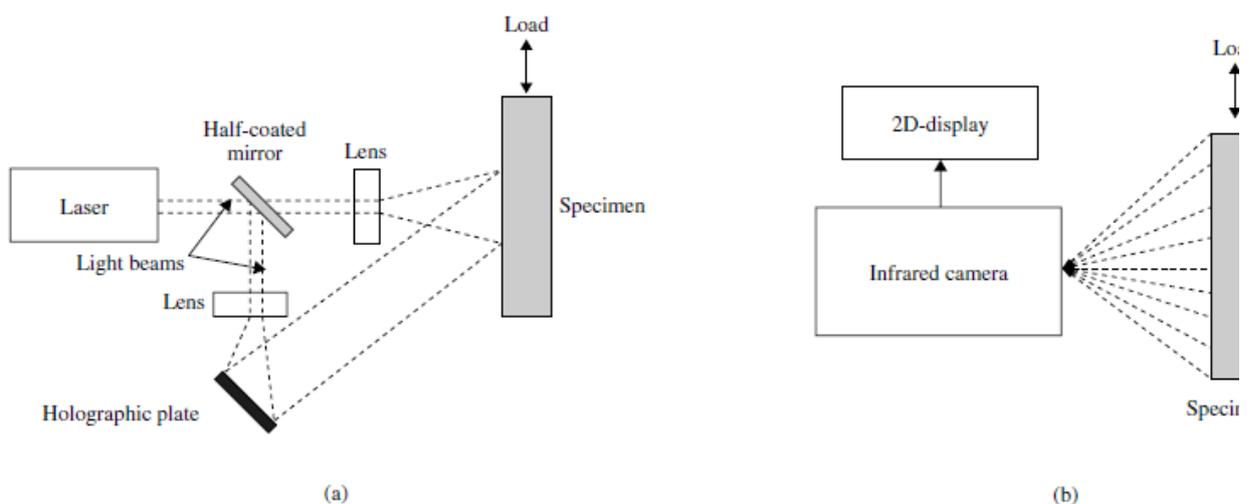


Figura 3.16: Funzionamento dell'olografia (a) e della termografia (b)

### 3.4.9 Conclusioni

Queste sono dunque le tecniche più utilizzate al giorno d'oggi in aeronautica per l'ispezione di materiali compositi e le caratteristiche a cui si fa maggior riferimento sono: avanzamento tecnologico, costi, applicabilità in volo del monitoraggio e tipi di danni che si possono monitorare. Generalmente l'ispezione viene svolta manualmente ma si stanno studiando sempre più sistemi automatici che utilizzano robot. In Tabella 3.2 vengono messe a confronto le tecniche appena descritte, distruttive e non.

Factor or consideration	De-ply technique	Fractography	Visual inspection	Scanning acoustic microscopy	X-ray tomographic microscopy	Thermal imaging	Acoustic emission	Laser hologr
Damage type sensitivity								
Delaminations	Good	Very good	Good	Good	Fair	Fair	Poor	Fair
Fibre breakage	Fair	Good	Fair	Very poor	Good	Poor	Poor	Poor
Matrix cracks	Fair	Fair	Fair	Very poor	Good	Poor	Poor	Poor
Surface defects	Good	Good	Very good	Poor	None	Poor	Very poor	Poor
Damage size sensitivity	Good	Good	Fair	Good	Good	Fair	Very poor	Poor
Damage location sensitivity								
Distance from surface	Good	Very good	Fair	Good	Good	Poor	Very poor	Very p

Tabella 3.2: Tecniche di ispezione distruttive e non distruttive messe a confronto

### 3.5 Monitoraggio con sensori FBG

Le fibre ottiche possono facilmente essere integrate nelle strutture da monitorare, grazie alla loro irrilevante massa, dimensione e per la loro immunità alle interferenze elettromagnetiche, perciò sono considerate in diverse applicazioni innovative in campo aeronautico come in sistemi di *Operational Load Monitoring* (OLM) e sistemi di rilevazione di danni dovuti ad impatti. I sensori a fibra ottica possono essere usati per misure di temperatura, per monitorare lo stato di materiali compositi, per ricavare informazioni sullo stato chimico delle strutture, per acquisire *acousto-ultrasonic signals* e per misurare altri parametri come pressione, rotazioni, curvature e altro. Essendo di dimensioni notevolmente ridotte possono monitorare strutture difficilmente accessibili. Le fibre ottiche si basano sul principio della riflessione totale interna della luce immessa al loro interno e che viene propagata lungo tutta la fibra, grazie ad un indice di rifrazione del nucleo (vetro o silicio fuso) molto più grande dell'indice di rifrazione del *cladding* (materiale che riveste il nucleo). Questi due strati sono ulteriormente ricoperti da un altro strato più esterno chiamato *coating*, con la funzione di proteggere la fibra dall'ambiente esterno. I sensori in fibra ottica più comuni sono basati sul cosiddetto reticolo di Bragg (*Fiber Bragg Gratings*, FBG), dove il sensore è una zona di fibra con indice di rifrazione del nucleo modificato opportunamente tramite raggi ultravioletti, in maniera tale da fungere da filtro per una determinata lunghezza d'onda detta lunghezza d'onda di Bragg ( $\lambda_B$ ). La modifica dell'indice di rifrazione viene fatta su tratti di fibra intervallati tra di loro in maniera opportuna e l'insieme di tali tratti rientra tra i 2 e i 3 mm di lunghezza e costituiscono un unico sensore. La lunghezza d'onda di Bragg è dunque la lunghezza d'onda che non riesce a propagarsi lungo tutta la fibra, ma che viene riflessa nel senso opposto, ed è esprimibile in funzione di due parametri

$$\lambda_B = 2n\Lambda$$

Dove  $n$  è l'indice di rifrazione medio del sensore e  $\Lambda$  è il passo tra i vari tratti di nucleo con indice di rifrazione modificato. Una variazione di lunghezza della fibra, che può essere causata da un carico o anche da una variazione di temperatura, causa una variazione di passo  $\Lambda$  e quindi una variazione della

lunghezza d'onda di Bragg. Analizzando perciò la lunghezza d'onda riflessa dal sensore oppure lo spettro che è riuscito a propagarsi attraverso il sensore, è possibile ricavare l'allungamento della fibra. In Figura 3.17 viene mostrato il sensore nella fibra ottica e gli effetti di una variazione di lunghezza della fibra sullo spettro propagato nella fibra.

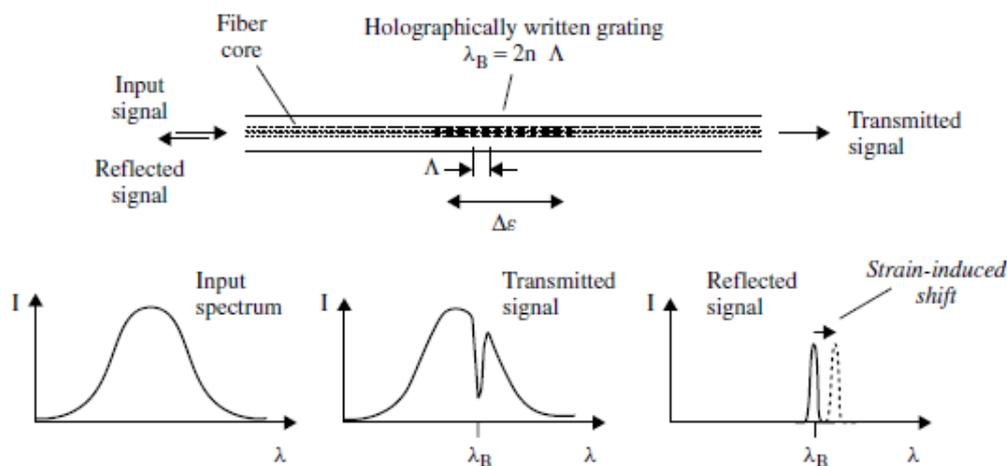


Figura 3.17: Principio di funzionamento di un sensore FBG

Le informazioni con il sensore possono essere scambiate molto velocemente perciò è possibile utilizzare più sensori su un'unica fibra ottica e interrogarli in maniera simultanea, dove ogni sensore è riferito ad una certa banda di luce immessa e presenta una sua lunghezza d'onda di Bragg. I sensori FBG sono dunque adatti per sistemi di multiplexing che hanno il vantaggio di ridurre la strumentazione necessaria e la complessità. Le informazioni ricevute dai sensori sono poi elaborate da moduli ottico-elettronici che convertono la variazione della lunghezza d'onda di Bragg in un segnale elettrico.

Per quanto riguarda i materiali compositi, i sensori a fibra ottica inglobati nella resina con le fibre di rinforzo e opportunamente posizionati, potrebbero fornire un ottimo monitoraggio dell'avanzamento di delaminazioni interne non visibili superficialmente (come quelle causate da LVI). Infatti, durante la vita operativa in caso aeronautico, il laminato è soggetto per lunghi periodi a carichi di compressione e queste causano un imbozzamento nelle zone in cui è presente la delaminazione. L'imbozzamento provoca una deformazione nelle singole lamine, deformazione a cui è sensibile anche il sensore a fibra ottica. Il segnale fornito dal sensore FBG dipenderà dunque dall'intensità di tale imbozzamento, che a sua volta dipende sia dal carico applicato (generalmente noto) che dall'ampiezza dell'area di delaminazione. I sensori FBG potrebbero rilevare anche il manifestarsi di un impatto, andando a rilevare la deformazione flessionale che l'evento provoca. Sempre a causa di un impatto o non, un sensore FBG può rilevare la presenza di rottura di fibre di rinforzo se il sensore stesso si trova nella zona in cui le fibre hanno subito la rottura: generalmente una fibra ottica presenta caratteristiche meccaniche inferiori a una fibra di rinforzo di un laminato, perciò, in caso di rottura delle fibre circostanti il sensore, anche la fibra ottica cedrebbe.

Gli svantaggi legati all'utilizzo di sistemi a fibra ottica sono soprattutto legati ai costi, che potrebbero però essere compensati dall'efficienza di tali sistemi. Infatti si potrebbe pensare di effettuare un monitoraggio in volo dello stato di salute strutturale, andando a ridurre notevolmente i costi relativi all'ispezione e permettendo di intervenire con la manutenzione solamente nel caso in cui venga rilevata una possibilità di danno strutturale. Altri svantaggi riguardano la loro dimensione rispetto le fibre di rinforzo (soprattutto per fibre in carbonio) di un laminato in composito: avendo un diametro maggiore, possono causare una distorsione locale della resina, con conseguenti disallineamenti. Gli effetti in termini di proprietà meccaniche sembrano poter essere in gran parte trascurati, ma non per quanto riguarda la resistenza a compressione. Comunque, all'aggiunta di fibre ottiche nella struttura in composito non viene associato, per ora, nessun significativo meccanismo di danneggiamento in caso di *low velocity impact*.

## Capitolo 4. Stato dell'arte per stima e predizione dei danni dovuti a LVI

Gli impatti a bassa velocità (*low velocity impact*) sui laminati compositi sono considerati potenzialmente critici perché sono la causa principale dei danni difficilmente visibili (BVID, *Barely Visible Impact Damage*), specialmente in caso di bassa energia di impatto. A questi impatti possono seguire diverse tipologie di danno come rottura della matrice e delaminazione (anche se superficialmente al laminato non è visibile alcun tipo di danno), rottura delle fibre di rinforzo oltre una certa soglia di energia di impatto e indentazione, con conseguente riduzione delle proprietà meccaniche del materiale. Mentre esistono formule semiempiriche o empiriche per la previsione della forza di prima rottura e dell'indentazione, per quanto riguarda la delaminazione le conoscenze sono ancora piuttosto ridotte e i modelli fino ad ora realizzati forniscono principalmente delle stime qualitative.

Nonostante la quantità di dati sperimentali e di modelli di tipo teorico, empirico o numerico nel campo dei danni dovuti ad impatti in materiali compositi, il problema della previsione della geometria del danno è tutt'altro che risolto. Per predire i danni dovuti agli impatti possono essere utilizzati sostanzialmente due metodi. Il primo consiste nel predire l'ampiezza del danno, in particolare l'area di delaminazione, il cui incremento è favorito dagli elevati sforzi di taglio trasversali nelle vicinanze del punto di contatto dell'impattatore con il laminato. In particolare si cerca di determinare la distribuzione delle forze di taglio trasversali nell'intorno di tale punto e associare ad essa un appropriato criterio di danneggiamento per stimare l'area del danno. Un secondo approccio invece utilizza dei valori di soglia (forza critica o energia critica) oltre i quali si verificano danni a seguito dell'impatto e in alcuni casi viene tenuta in considerazione anche l'intera storia di carico durante l'impatto (la durata del contatto tra laminato ed impattatore viene tenuta in considerazione).

Gli studi sperimentali dei laminati sottoposti ad impatti a bassa velocità sono svolti utilizzando macchine a caduta libera di grave (*drop tower*) dove un laminato viene vincolato opportunamente lungo i bordi e colpito da un impattatore di geometria e massa definite, che cade da una determinata altezza. L'energia dell'impatto dipende dunque dalla massa dell'impattatore e dalla sua altezza di partenza. Generalmente viene rilevata la storia dell'urto misurando la forza nel tempo tramite gli spostamenti del laminato. Successivamente vengono effettuate ispezioni distruttive o non distruttive per verificare l'entità dei danni. Come descritto nei precedenti capitoli, i danni dipendono da molteplici fattori che possono essere scelti arbitrariamente durante una prova sperimentale: come le

condizioni di vincolo, geometria impattatore, massa, altezza, numero di strati del laminato, geometria del laminato, ecc. A causa di tutti questi fattori che influenzano la risposta agli impatti, risulta difficile sia il confronto diretto di risultati sperimentali provenienti da fonti diverse, sia il trasferimento di esperienze acquisite in laboratorio.

## 4.1 Predizione dell'inizio del danno

Come descritto in precedenza, in un laminato sottoposto ad impatto a bassa velocità i primi danni a verificarsi riguardano rotture di tipo intralaminare e quindi rotture della matrice, soprattutto in caso di laminati sottili in cui prevalgono le sollecitazioni flessionali. La rottura della matrice di una lamina provoca delaminazione sull'interfaccia con entrambe le lamine vicine, ma mentre è possibile prevedere facilmente l'inizio di questo tipo di danno, una dettagliata previsione del danno finale è tutt'altro che semplice. Diversi studi hanno portato a legare la prima rottura del laminato con la forza di contatto, più che con l'energia dell'impatto: esiste una forza critica, più che un'energia critica. Ad esempio Sjöblom [3] ha formulato un semplice modello per il calcolo di tale forza critica, considerando le sollecitazioni di taglio uniformemente distribuite su una superficie cilindrica di altezza pari allo spessore del laminato  $t$  e raggio  $r$  pari a quello della superficie di contatto tra laminato e impattatore:

$$F_{cr} = \frac{(2\pi \cdot t \cdot \tau_{cr})^{1.5} D_t^{0.75}}{k_c^{0.5}}$$

Dove  $\tau_{cr}$  è il valore critico della sollecitazione di taglio lungo lo spessore (caratteristico del materiale),  $D_t$  è il diametro dell'impattatore e  $k_c$  è la rigidità locale nel punto di contatto, funzione anch'essa del diametro dell'impattatore.

Un'altra equazione per la forza critica è stata invece proposta da Davies et al. [4]

$$F_{cr}^2 = \frac{8\pi^2 \cdot E \cdot t^3 \cdot G_{IIcr}}{9(1 - \nu^2)}$$

Dove  $E$  e  $\nu$  sono il modulo di Young e il termine di Poisson *in-plane* del laminato quasi-isotropo e  $G_{IIcr}$  è il *critical strain energy release rate* relativo al secondo modo di rottura.

In entrambe le formule la forza critica di prima rottura è strettamente legata allo spessore del laminato ed in particolare con un fattore potenza di 3/2. Questo è stato dimostrato anche da numerosi altri studi [5] da cui si è anche ricavato che tale valore di soglia è poco influenzato dalla sequenza delle lamine che compongono il laminato.

Olsson [6] fornisce, invece, una forza critica per la nascita di una prima delaminazione, data da

$$F_{cr} = \pi\sqrt{32D*G_{IIcr}/3}$$

A cui associa un'energia critica data da

$$W_{cr} \approx \frac{0.5F_{cr}^2}{k_b}$$

Dove  $k_b$  è la rigidezza flessionale del laminato; il contributo flessionale viene considerato il più importante per la nascita della delaminazione.

## 4.2 Predizione e stima dell'indentazione

La visibilità del danno a seguito di un impatto è legata alla profondità dell'indentazione e da un punto di vista progettuale si vuole che la struttura aeronautica resista ai carichi applicati anche in caso di danni BVID. Occorre dunque trovare una relazione tra indentazione ed energia dell'impatto e quindi una legge che permetta di definire l'energia che induce un danno di tipo BVID. Caprino et al. [7] forniscono una legge ricavata da prove sperimentali in cui l'indentazione viene legata al rapporto tra l'energia dell'impatto  $U$  e l'energia di impatto massima necessaria per la perforazione del laminato  $U_P$ :

$$I = k(10^{\gamma \frac{U}{U_P}} - 1)$$

Dove  $k$  e  $\gamma$  sono costanti che si ricavano dalle prove sperimentali e che sembrano indipendenti dalla disposizione delle singole lamine e dal tipo di matrice (purché il laminato non sia fortemente anisotropo) e poco sensibili alla velocità di impatto e alle condizioni di vincolo. L'energia di penetrazione viene calcolata con buona approssimazione nel seguente modo, Caprino et al. [8]:

$$U_P = K(t \cdot V_f \cdot D_t)^\alpha$$

Dove  $K$  e  $\alpha$  sono costanti che dipendono dal tipo di fibra di rinforzo e  $V_f$  è il volume relativo delle fibre nel laminato. Dalle prove di Caprino et al. [7] emerge anche che laminati sottili presentano contemporaneamente indentazioni notevoli e aree di delaminazione relativamente ridotte, mentre per laminati più spessi le indentazioni sono piuttosto ridotte e notevoli aree di delaminazione (Figura 4.1). In caso di laminati spessi l'ispezione visiva è quindi molto più critica, perché danni notevoli alla struttura possono non essere identificati a causa di difetti impercettibili in superficie.

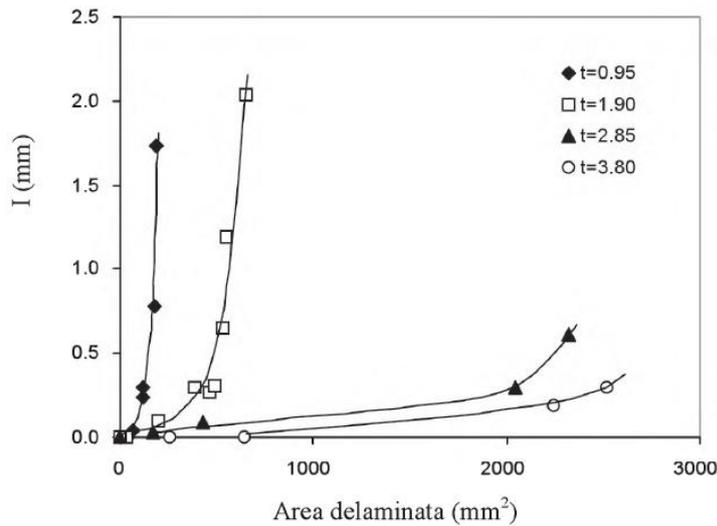


Figura 4.1: Confronto tra indentazione ed area di delaminazione per laminati di diverso spessore (espresso in millimetri)

Lopes et al. [9] hanno eseguito invece prove sperimentali con laminati composti da 24 lamine e confrontando il comportamento di un laminato convenzionale (*baseline, B*) con due laminati non convenzionali (*alternative, A1 e A2*):

$$B: [\pm 45/90/0/45/0_4 / -45/0_2]_s$$

$$A1: [\pm 45/0/70/-70/0/15/10/-10/-15/15/-15]_s$$

$$A2: [\pm 45/80/5/20/-20/10/-80/-10/-5/15/-15]_s$$

Gli esperimenti sono stati svolti a diverse energie di impatto e misurando l'indentazione subito dopo aver effettuato il test, ricavando il grafico in Figura 4.2. A parità di energia d'impatto, i laminati non convenzionali presentano un'indentazione leggermente più profonda rispetto al laminato convenzionale. Questo indica una maggior concentrazione di punti in cui si hanno rottura di fibre e rottura della matrice nell'intorno della zona di impatto dei laminati non convenzionali. Per questo tipo di laminati è possibile perciò definire, tramite il grafico, l'energia di impatto limite per ottenere un danno di tipo BVID.

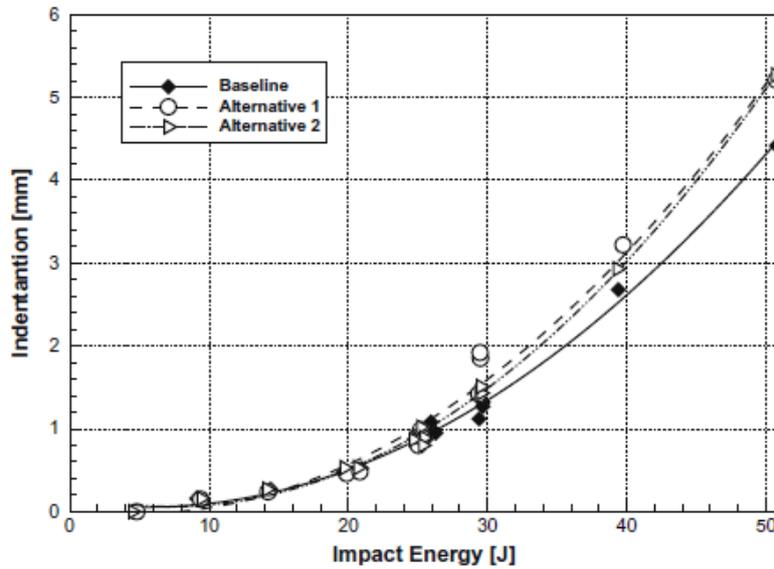


Figura 4.2: Indentazione al variare dell'energia di impatto per i tre tipi di laminati

Negli studi svolti da Wei et al. [10] si è cercato di stimare la dimensione dell'indentazione utilizzando un modello numerico e confrontando poi i risultati con quelli sperimentali ricavati da Shen et al. [11]. Dai loro dati sperimentali è stato dedotto che esiste un livello di energia di impatto in cui si passa dalla rottura di poche fibre in alcuni strati del laminato alla rottura di numerose fibre in ogni strato. Questa soglia è individuata in un grafico dal cosiddetto *knee point*, che in quel caso vale 20J (Figura 4.3). Il modello numerico invece utilizza una teoria elasto-plastica per materiali anisotropi e dalle simulazioni fatte sono state ottenuti risultati in accordo con quelli sperimentali come mostra il grafico in Figura 4.4.

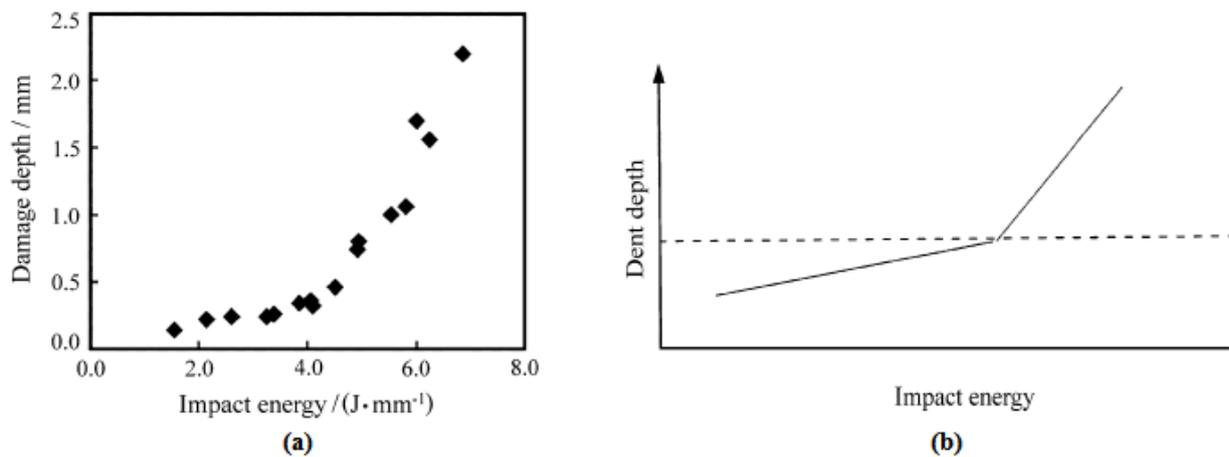


Figura 4.3: Dati sperimentali su resina epossidica con fibre in grafite ricavati da Shen et al. (a) e andamento approssimato in cui è visibile il *knee point* (b)

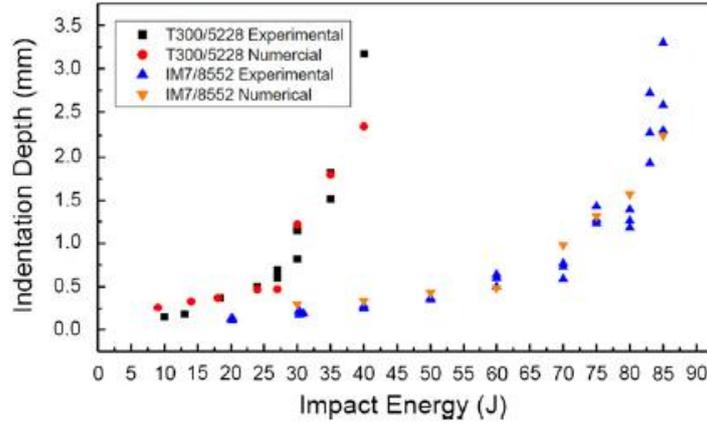


Figura 4.4: Confronto tra indentazione numerica e sperimentale al variare dell'energia per laminati T300/5228 e laminati IM7/8552

### 4.3 Predizione e stima dell'area di delaminazione

Per quanto riguarda la delaminazione, la sua estensione è il fattore principale su cui fa riferimento l'analisi di resistenza al danno. Liu [12] è stato uno dei primi ricercatori che ha associato il fenomeno della delaminazione alla diversa orientazione delle fibre di rinforzo di due lamine adiacenti. Infatti le lamina ortotrope tendono a curvarsi in maniera differente l'una dall'altra quando il carico applicato è un carico trasversale. I vincoli che legano tra loro le lamine cercano di mantenere una deformata comune e si vengono a creare dunque delle sollecitazioni normali e taglianti nell'interfaccia tra due lamine, portando alla rottura del vincolo. Liu ha formulato un parametro detto *mismatch parameter* proporzionale, in un certo senso, all'intensità di queste sollecitazioni e governato dalla differenza fra le rigidità flessionali di due lamine adiacenti. In genere viene considerata solamente la componente della rigidità flessionale  $D_{11}$ :

$$M_L = \frac{D_{11}(\theta_b) - D_{11}(\theta_t)}{D_{11}(0^\circ) - D_{11}(90^\circ)}$$

Dove  $D_{11}(\theta_b)$  è la componente relativa alla lamina sottostante l'interfaccia, mentre  $D_{11}(\theta_t)$  quella relativa alla lamina sopra l'interfaccia.

Tale parametro è però valido per un laminato composto solamente da due lamine e quindi valido solamente per avere un'idea su una singola delaminazione. Per risolvere questa limitazione Morita et al. [13] forniscono invece un parametro che vale per laminati con un numero generico di lamine.

$$M_M = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\Delta Q_{11}(\theta)z_i]_{max}}{D_{11}(\theta)} d\theta$$

Dove  $\Delta Q_{11}(\theta)$  è la differenza dei termini di rigidezza  $Q_{11}$  tra le lamine adiacenti nella direzione  $\theta$ ,  $z_i$  è la distanza dell'interfaccia considerata dal piano medio del laminato ed infine  $D_{11}(\theta)$  è la componente di rigidezza flessionale dell'intero laminato in direzione  $\theta$ . Maggiore è il parametro e maggiore sarà l'area di delaminazione.

Il laminato è perciò tanto più resistente quanto minore è la differenza tra l'orientazione delle fibre di due lamine adiacenti.

Prevedere l'area di delaminazione a partire dai parametri iniziali di energia, forza e geometria del problema, è un problema che ha trovato soluzioni piuttosto approssimative fino ad ora. I metodi per affrontare questo tipo problema possono essere sperimentali, numerici, analitici o loro combinazioni.

Jackson e Poe [14] hanno svolto studi sperimentali ricavando una formula che lega il diametro dell'area di delaminazione con la forza massima applicata al laminato

$$d_d = \frac{F}{V^* \pi}$$

Dove  $V^*$  è la *transverse shear strength* associata ai bordi della delaminazione, calcolata però in maniera sperimentale.

Da studi sperimentali svolti da Delfosse e Poursartip [15] e da Gao e Kim [16] sembra che il legame tra forza massima di contatto  $F_{max}$  e area di delaminazione  $A$  segua perfettamente una curva con legge:

$$A = \eta F_{max}^\beta$$

Dove  $\eta$  e  $\beta$  sono due costanti ricavate dai dati delle prove mediante metodo dei minimi quadrati e che sembrano dipendere dal tipo di laminato, ma indipendenti dal diametro dell'impattatore e dallo spessore del laminato.

Lopes et al. [9] hanno ricavato, dagli stessi studi sperimentali descritti per l'indentazione, un grafico che mette in relazione l'energia di impatto con l'area di delaminazione utilizzando una scansione ad ultrasuoni del laminato (Figura 4.5). Nel grafico, l'area di delaminazione è una stima approssimativa che considera l'unione di più delaminazioni sovrapposte (area proiettata). L'interpolazione dei punti fornisce una legge di tipo esponenziale e si nota che nel laminato di tipo  $A1$ , a parità di energia di impatto, si genera una maggior area di delaminazione rispetto al laminato di tipo  $B$  (maggiore del 30% circa), mentre l'area di delaminazione per il tipo  $A2$  tende ad essere minore, dell'8% circa, rispetto a quella del tipo  $B$ . Da tale lavoro si deduce perciò che esistono configurazioni non convenzionali di laminati che presentano una risposta migliore agli impatti rispetto ai laminati convenzionali.

Nelle prove sperimentali non vengono rilevate aree di delaminazione al di sotto di un'energia di impatto di 5J e questo è motivato dal fatto che la scansione ad ultrasuoni di tipo C-scan non rileva

danni troppo piccoli dovuti ad un impatto al di sotto di una certa soglia di energia, che solitamente è tra 5J e 10J.

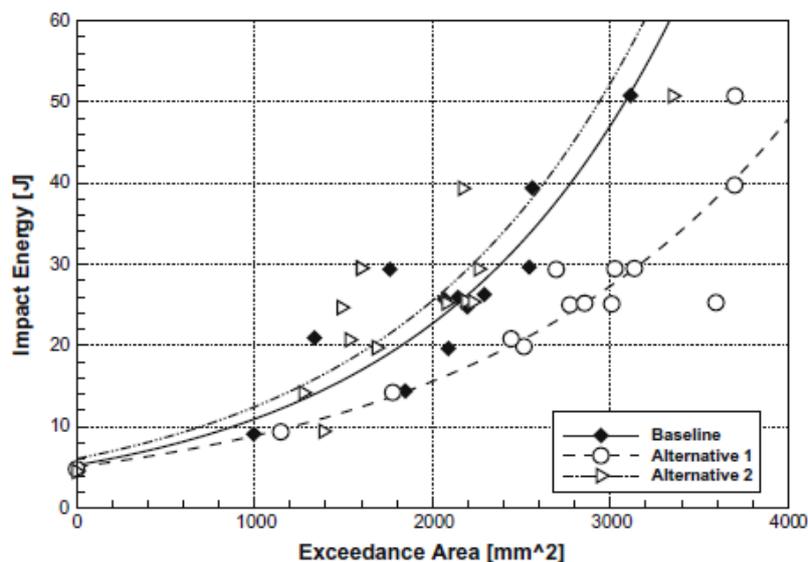


Figura 4.5: Variazione dell'area di delaminazione al variare dell'energia per i tre tipi di laminato di Lopes et al.

Sebaey et al. [17] hanno invece studiato gli effetti dell'angolo di *mismatch* sui laminati andando ad effettuare test sperimentali su tre diversi tipi di laminato: uno convenzionale (*BL*, con angoli di *mismatch* fissati a  $45^\circ$ ) e due non convenzionali (*NC1* e *NC2*, uno con angoli di *mismatch* tra i  $10^\circ$  e  $30^\circ$  e l'altro con angoli di *mismatch* tra  $55^\circ$  e  $80^\circ$ ). I laminati sono tutti di tipo CFRP aventi lo stesso valore di *bending stiffness*, simmetrici e composti da 24 strati. Nelle prove sperimentali su ogni laminato, al variare dell'energia di impatto, è stata calcolata come prima cosa l'area di delaminazione "proiettata" che è definita come quell'area il cui contorno racchiude tutte le delaminazioni presenti nel laminato. Si è notato che il laminato *NC1* presenta un'area di delaminazione proiettata maggiore rispetto agli altri due laminati, che hanno un'area simile tra loro. In realtà questo parametro non basta per commentare la risposta all'impatto perché se si vanno a vedere il numero di delaminazioni presenti nel laminato, ci si accorge che per i tipi *BL* e *NC2* le interfacce in cui è presente la delaminazione sono molto più numerose rispetto al tipo *NC1* (Figura 4.6) e questo comportamento è dovuto ai diversi modi di assorbimento dell'energia di impatto da parte dei laminati.

In seguito, per verificare quale tipo di laminato ha effettivamente subito danni maggiori, sono state effettuate delle prove di tipo CAI (*Compression After Impact*) da cui è stato ricavato che la *residual strength* relativa al laminato *NC1* (realizzato con angoli di *mismatch* minori) è decisamente maggiore rispetto a quella degli altri due laminati, come mostrato in Figura 4.7.

Dalle prove sperimentali si nota inoltre che il laminato *NC1* presenta un'area di delaminazione proiettata maggiore, ma una profondità di indentazione minore rispetto agli altri due laminati, che presentano un'area proiettata minore ma maggiore profondità di indentazione. Infatti il laminato *NC1* tende ad assorbire l'energia di impatto soprattutto con le matrici interne, mentre *BL* e *NC2* sono più

sogetti a rottura della matrice e delle fibre nella zona circostante il punto d'impatto. Il laminato *NCI* presenta quindi una minore indentazione permanente, un minor numero di interfacce delaminate, una maggiore resistenza residua a compressione e una minore energia assorbita.

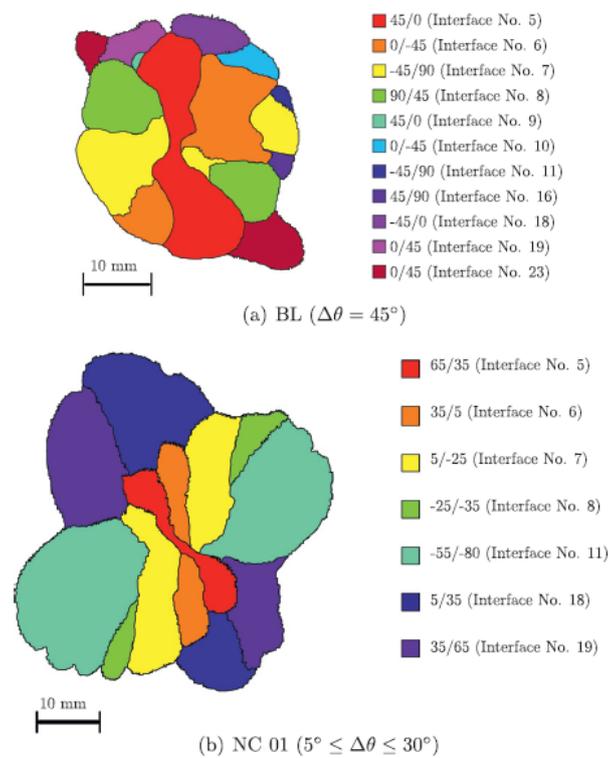


Figura 4.6: Delaminazioni per i laminati *BL* e *NCI* a seguito di un impatto con un'energia di 20J

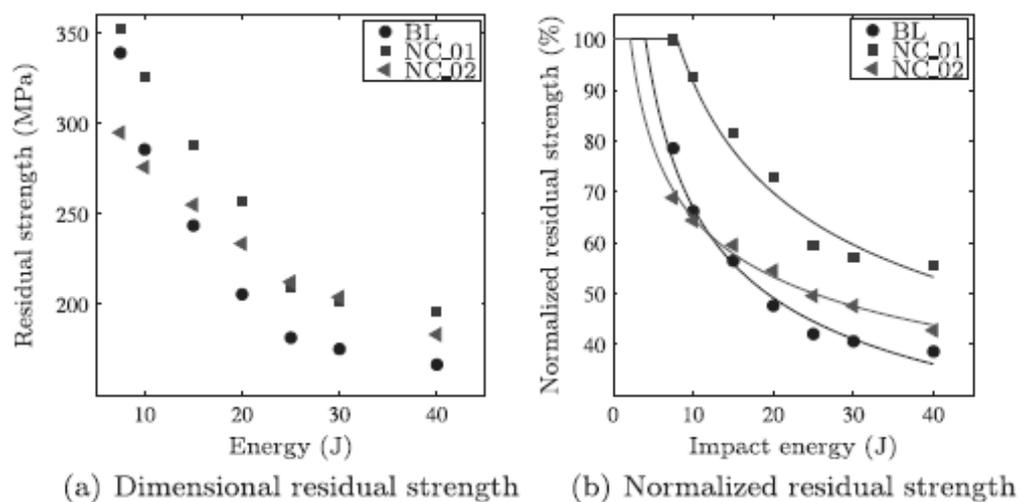


Figura 4.7: *Residual strength* (a) e *residual strength* normalizzata (b) per i diversi laminati al variare dell'energia di impatto

Numerosi studi sono stati fatti per realizzare un modello numerico in grado di simulare la risposta ad impatto di un laminato, come ad esempio Lopes et al. [9] e [18], Hou et al. [19] e Boni [20]. Lopes et

al. utilizzano un modello ad elementi finiti per i laminati descritti in precedenza utilizzando il software ABAQUS, considerando il modello di lamina ortotropa plastica ideale di Tsai [21] e con criteri di rottura di Hashin relativi alla lamina unidirezionale e che tengono conto della rottura delle fibre e della rottura della matrice. Il progressivo danneggiamento del laminato tradotto in un progressivo aumento dell'area di delaminazione, è affidato al modellamento dell'interfaccia tra due lamine adiacenti, mediante il metodo ad elementi coesivi proposto da Turon et al. [22]. I risultati del modello numerico sono stati poi confrontati con quelli di test sperimentali.

In Figura 4.8 sono messe a confronto le aree di delaminazione più rilevanti tratte dai risultati numerici con quelli ricavati da una scansione ad ultrasuoni di tipo C-scan sui provini sottoposti ai test sperimentali. Essendo un metodo approssimato si hanno notevoli differenze in alcune interfacce con i dati ricavati dalla scansione, ma si può dire che il metodo è abbastanza accurato per fornire un prima stima di ciò che avviene.

I metodi numerici richiedono però una notevole spesa computazionale a causa dell'elevato numero di elementi in cui è suddiviso il problema. Inoltre si è notato che i dati delle simulazione sono tanto più discordanti con la realtà tanto più è elevata l'energia dell'impatto, cioè il modello diventa inaccurato ad elevate energie.

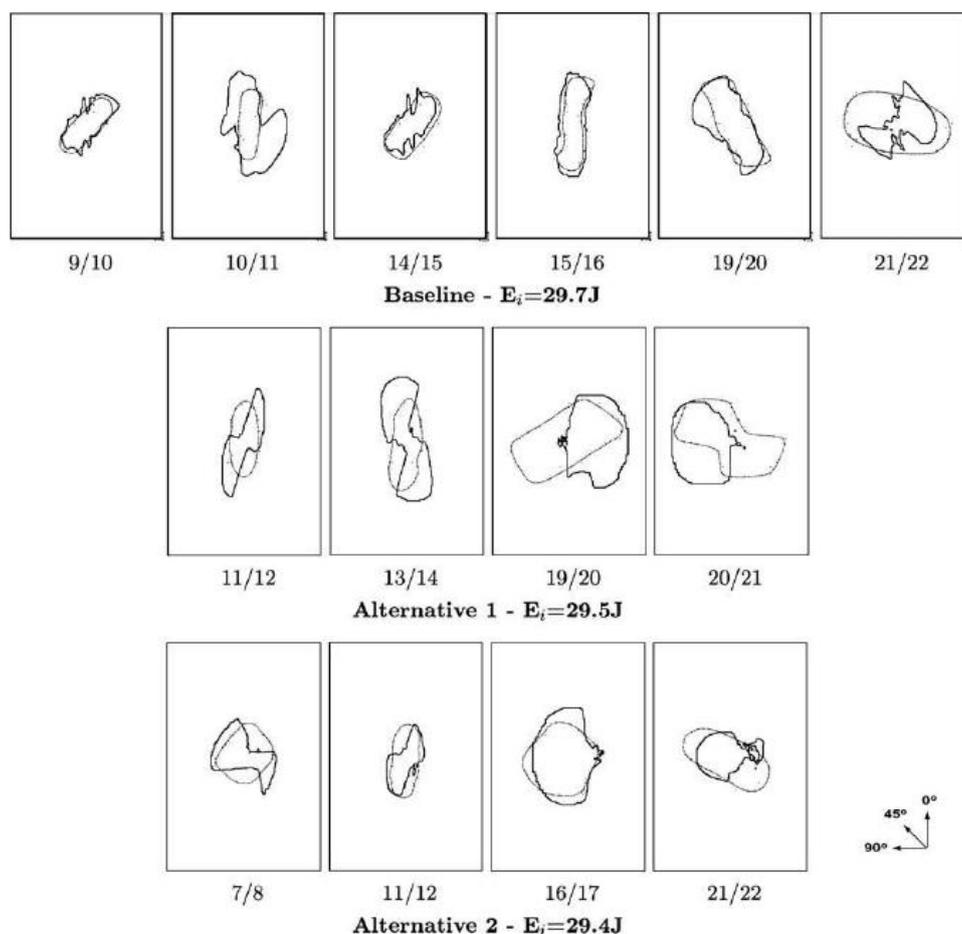


Figura 4.8: Confronto tra simulazioni numeriche (tratto più scuro) e test sperimentali (tratto più chiaro)

## 4.4 Un metodo per definire la forza massima di contatto

Alcuni ricercatori considerano la forza massima di contatto il parametro principale a cui far riferimento per la stima dei danni a seguito di un impatto a bassa velocità. In questo paragrafo viene descritto un metodo per la stima della forza massima di contatto tra laminato ed impattatore, forza massima comunque ricavata dall'energia dell'impatto. Tale metodo è stato poi sfruttato per la prova di un primo metodo analitico per la stima dell'ampiezza di delaminazione a seguito di impatti a bassa velocità, discusso nel Capitolo 5.

Innanzitutto occorre verificare che l'impatto sia di tipo *large mass impact* affinché si possa studiare la risposta del laminato come una risposta quasi-statica. Tale condizione si ha se è vera la seguente relazione [1]:

$$M_i \geq 2M_p$$

Dove  $M_i$  è la massa dell'impattatore, mentre  $M_p$  è la massa del laminato.

Yigit et al. [23] forniscono un grafico che mette in relazione la forza massima di contatto adimensionalizzata  $\bar{F}_{max}$  con due parametri adimensionali ( $\zeta$  e  $\lambda$ ), e in cui vengono visualizzate tre regioni relative ai diversi casi di risposta del laminato (Figura 4.9): *small mass impact*, *intermediate* (o di transizione) e *large mass impact* (risposta quasi statica).

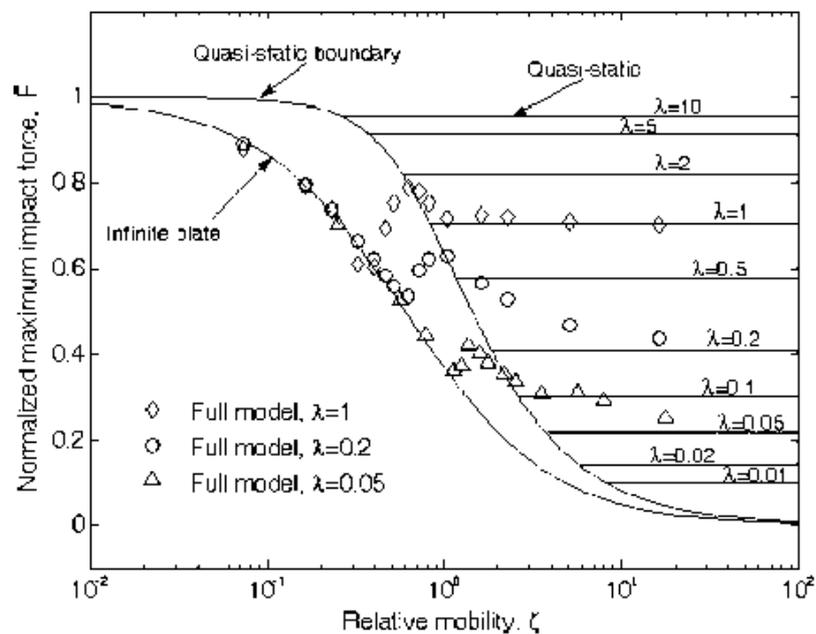


Figura 4.9: Grafico caratteristico della risposta all'impatto

La curva relativa alla soglia tra risposta quasi statica e quella di transizione, è descritta dalla formula

$$\bar{F}_{max} = \sqrt{\frac{0.68}{0.68 + \zeta^2}}$$

$\zeta$  è il termine di smorzamento dell'equazione del moto normalizzata del sistema massa-molla-smorzatore a cui fa riferimento il problema dell'impatto. In particolare tale sistema è il modello di Shivakumar (1985) e si può differenziare nei tre casi:

$$\begin{aligned} \text{infinite plate region (local):} & \quad \bar{F} = f(\zeta, \tau) \\ \text{transition region:} & \quad \bar{F} = f(\zeta, \lambda, \tau) \\ \text{quasi - static region (global):} & \quad \bar{F} = f(\lambda, \tau) \end{aligned}$$

In cui  $\lambda$  è detta rigidità relativa e  $\tau$  è la costante di tempo, entrambi adimensionali.

$\zeta$  è anche detto fattore di perdita, parametro di anelasticità del materiale o mobilità relativa del materiale e dipende dalla sua rigidità flessionale. In particolare è dato da [24]

$$\zeta = \frac{1}{16} \sqrt{\frac{K_y M_i}{\rho_p h D^*}}$$

$\zeta$  indica quanta energia viene trasferita al laminato durante l'impatto, energia che viene trasferita sottoforma di vibrazioni strutturali, e maggiore è il suo valore, maggiore sarà l'energia ceduta alla lamina.

I termini presenti nella relazione sono rispettivamente la rigidità di contatto  $K_y$  espressa in N/mm come [25]

$$K_y = 5.2 R_i Y^C$$

dove  $R_i$  è il raggio dell'impattatore e  $Y^C$  è la resistenza a compressione nella direzione normale alla direzione delle fibre di rinforzo;  $\rho_p$  è la densità del laminato ed  $h$  la sua altezza. Infine  $D^*$  è l'effettiva rigidità a flessione del laminato ortotropo, la cui funzione sarebbe di tipo ellittico, ma una buona approssimazione è data da

$$D^* = \sqrt{\frac{A+1}{2} D_{11} D_{22}} \quad \text{con} \quad A = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{\sqrt{D_{11} D_{22}}}$$

Tale approssimazione si scosta dal valore reale con un errore minore del 2% se  $0 \leq A \leq 10$  [1].

Un'altra buona approssimazione di  $D^*$  è la seguente [24]

$$D^* = 0.5(D_{12} + 2D_{66} + \sqrt{D_{11} D_{22}})$$

In Figura 4.9 è presente un secondo parametro adimensionale,  $\lambda$ , detto rigidità relativa e definito come il rapporto tra la rigidità taglio-flessionale  $K_{bs}$  (*bending-shear stiffness* o *static stiffness*) e la rigidità di contatto  $K_y$ :

$$\lambda = \frac{K_{bs}}{K_y}$$

Dove la rigidità taglio-flessionale  $K_{bs}$  in N/mm è data da [23]

$$K_{bs} = \frac{D^*}{0.0116a^2}$$

Nella regione quasi statica, la forza adimensionalizzata dipende solamente dai parametri  $\lambda$  e  $\tau$ , seguendo la legge [26]

$$\bar{F}(\lambda, \tau) = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}} \sin\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}} \tau\right)$$

La costante adimensionale  $\tau$  è definita come

$$\tau = \omega t = \sqrt{\frac{K_y}{M_i}} t$$

$\omega$  è detta frequenza lineare di contatto,  $t$  invece è il tempo. Volendo ricavare la forza massima di contatto adimensionalizzata, occorre derivare tale funzione per il parametro  $\tau$  (con  $\tau > 0$ ) da cui si ottiene:

$$\frac{\partial \bar{F}(\lambda, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{\lambda + 1} \cos\left(\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}} \tau\right) = 0$$

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}} \tau \Big|_{\bar{F}_{max}} = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad \tau|_{\bar{F}_{max}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\lambda + 1}{\lambda}}$$

Perciò  $\bar{F}_{max}$  è pari a

$$\bar{F}_{max}(\lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}}$$

Considerando anche l'equazione di  $\bar{F}_{max}$  relativa alla soglia tra regione di transizione e regione quasi statica, la condizione che deve verificarsi per poter considerare la risposta come quasi statica è

$$\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + 1}} \geq \sqrt{\frac{0.68}{0.68 + \zeta^2}} \quad \rightarrow \quad \zeta \geq \sqrt{\frac{0.68}{\lambda}}$$

La forza massima di contatto adimensionalizzata, permette di calcolare la forza massima di contatto dimensionale, utilizzando la seguente formula [27]:

$$F_{max} = \bar{F}_{max} V_0 \sqrt{M_i K_y}$$

Dove  $V_0$  è la velocità definita dall'energia di impatto  $E_i$ :

$$V_0 = \sqrt{2 \frac{E_i}{M_i}}$$

## Capitolo 5. Stima dell'area di delaminazione di Davies e Zhang (1995)

Nell'articolo [28], Davies e Zhang descrivono un metodo per predire l'estensione dei danni interni di laminati in composito con fibre di rinforzo in carbonio, soggetti ad un impatto a bassa velocità. La predizione, fatta mediante modello numerico ad elementi finiti, è stata poi confrontata con numerosi dati sperimentali su diversi provini. La stima della forza di inizio del danno di delaminazione proposta nel documento, fornisce valori vicini a quelli reali. Per l'ampiezza di delaminazione è mostrato invece che il modello numerico necessita di tener conto del comportamento non lineare associato alle elevate deformazioni e al degrado delle caratteristiche *in-plane* del materiale.

Una prima stima dell'area di delaminazione dovuta agli impatti è stata fatta utilizzando la formula di Davies e Zhang [28], formula descritta come utile solamente per stimare l'area di delaminazione per un breve intervallo di energia successivo all'insorgere della delaminazione stessa. Tale formula è riferita a laminati isotropi o quasi-isotropi.

La formula considerata per la stima della delaminazione è la seguente:

$$A_d = \frac{9}{16\pi h^2} \left( \frac{F_{max}}{ILSS} \right)^2$$

dove  $ILSS$  è la *interlaminar shear strength* ( $S_{13}$  o  $S_{23}$ ),  $h$  è lo spessore del laminato e  $F_{max}$  è la forza massima di impatto a cui è sottoposto il laminato. Tale formula viene ricavata in [28] ipotizzando che la delaminazione sia all'inizio guidata principalmente dagli sforzi  $\sigma_{zr}$ , cioè dagli sforzi di taglio, presenti in una zona circolare al di sotto del punto di impatto nel piano medio del laminato (a metà dello spessore). Con questa ipotesi Davies e Zhang approssimano la sforzo di taglio medio mediante una formula ricavata statisticamente in termini di forza di impatto:

$$\bar{\sigma}_{zr} = \frac{F_{max}}{2\pi r t}$$

Dove  $r$  è il raggio della zona di inizio delaminazione al centro del laminato. Tale sforzo di taglio ha un valore massimo pari a:

$$\sigma_{zr} = \frac{3F_{max}}{4\pi r t}$$

Da quest'ultima formula viene ricavata l'area di delaminazione al variare della forza di impatto, portando al primo membro il raggio e al secondo membro  $\sigma_{zr}$ , quest'ultima sostituita con la *interlaminar shear strength (ILSS)*, cioè lo sforzo di taglio ammissibile dai vincoli interlaminari.

In questo lavoro di tesi si è voluto verificare i risultati ottenuti da questa formula, perciò si sono riprodotte inizialmente le curve di Davies e Zhang relative alla stima della delaminazione, Figura 5.1 e Figura 5.2. Il valore di *ILSS* scelto da Davies e Zhang per la stima, non è quello relativo alle caratteristiche elastiche elencate nei primi paragrafi di [28]. Infatti, invece di un valore compreso tra  $85\text{ MPa}$  e  $105\text{ MPa}$ , è stato scelto un valore pari a  $50\text{ MPa}$ . Tale scelta non è ben motivata e spiegata in [28], anche se in realtà il valore della *ILSS* diminuisce una volta sorta la delaminazione. Inoltre i confronti svolti con i punti sperimentali non sembrano dare una stima affidabile, essendo l'intervallo di energia, in cui i risultati della formula e i risultati sperimentali coincidono, piuttosto limitato e sembra più un'incidenza tra due andamenti diversi tra loro.

Nonostante questa analisi, si è comunque provato a verificare tale formula con altre prove sperimentali. Per tali confronti si è tenuto in considerazione i dati relativi alla *ILSS* presenti in Tabella 1.2, in cui a seguito di una ricerca bibliografica, si è notato che il valore della *ILSS* associato a laminati in composito è sempre compreso tra  $70\text{ MPa}$  e  $127\text{ MPa}$ . Si vanno ora a mostrare due confronti con prove sperimentali.

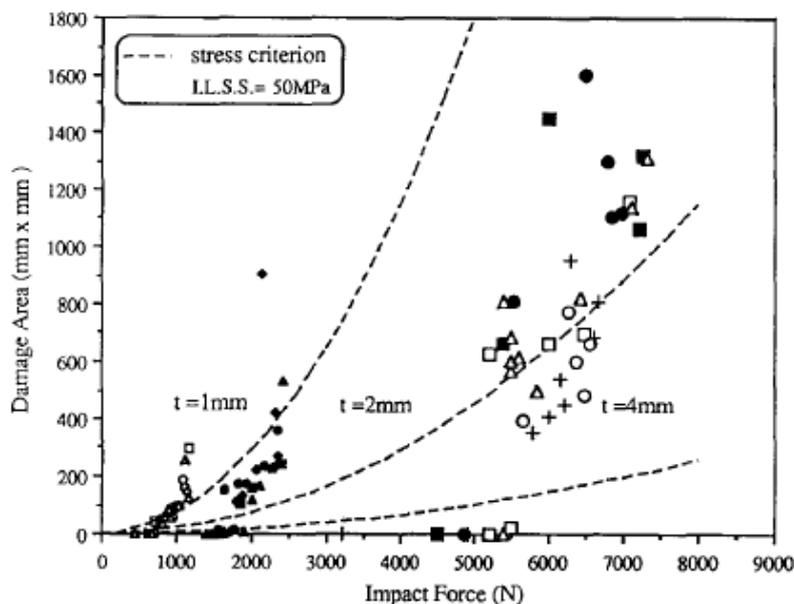


Figura 5.1: Andamento della stima dell'area di delaminazione e risultati sperimentali per tre spessori differenti

[28]

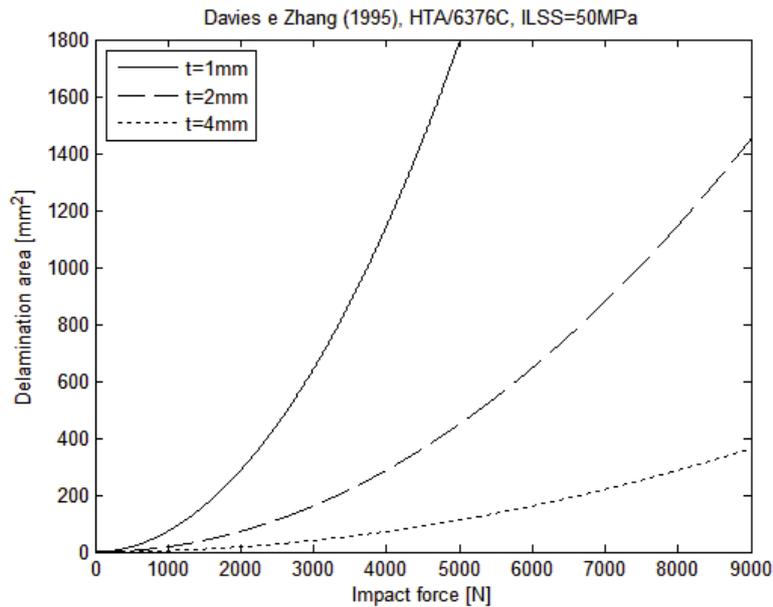


Figura 5.2: Riproduzione dell'andamento della stima dell'area di delaminazione per i tre differenti spessori

In Figura 5.3 è mostrato il confronto con le prove sperimentali di Ghelli e Minak [29] (si rimanda la descrizione del loro lavoro al paragrafo 6.3.10), dove lo spessore del laminato sottoposto ai test è pari a  $2.75\text{mm}$ , con disposizione delle lamine del tipo  $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$ . Le prove sperimentali sono state eseguite bloccando il laminato in un supporto avente apertura rettangolare di dimensioni  $125 \times 75\text{mm}$ . Non essendo specificata la *ILSS*, in Figura 5.3 è mostrata la stima al variare del valore della *ILSS*. Si nota che per nessun valore della *ILSS* imposto, si ha un andamento della curva di stima coerente con punti sperimentali.

Un secondo confronto è stato fatto con i dati sperimentali di Vieille et al. [2] (lavoro già descritto nel paragrafo 3.2.26.3.3) in cui è presente l'andamento della delaminazione al variare dell'energia di impatto. Per poter eseguire tale confronto, è necessario calcolare la forza massima di impatto mediante la procedura del paragrafo 4.4. Il laminato considerato nel confronto è costituito da lamine T300/914, con disposizione  $[0|90| \pm 45| \pm 45|0|90|0|90| \pm 45| \pm 45|0|90]$ . Lo spessore è pari a  $2.4\text{mm}$ , mentre le proprietà elastiche sono  $E_1 = 129\text{ GPa}$ ,  $E_2 = 8.4\text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 4.2\text{ GPa}$ ,  $\nu_{12} = 0.31$ . La *transverse compression strength* ( $Y^c$ ) è pari a  $220\text{MPa}$ . Il laminato è stato fissato ai supporti della *drop tower* aventi apertura di lati  $125 \times 75\text{mm}$ , con un impattatore di raggio  $10\text{mm}$  e massa  $2\text{kg}$ . Mediante la procedura di paragrafo 4.4 viene quindi calcolata la forza massima di impatto, riferita alla condizione di carico quasi-statico. Anche in questo caso, il valore della *ILSS* viene fatto variare e in Figura 5.4 si nota che servirebbe un valore della stessa molto basso per avere coerenza coi dati sperimentali.

Si è visto che la formula fornita in [28] non permette di ottenere una buona stima della delaminazione e occorre tenere presente che la sua affidabilità non dipende dal solo valore della *ILSS*, anche se quest'ultima diminuisce una volta che inizia il danno. Occorrerebbe tenere conto di altri aspetti e principalmente della *fracture toughness* relativa al modo II di rottura della matrice, delle condizioni di

vincolo dei provini nei test sperimentali e della geometria del provino stesso. L'importanza di tali fattori sull'ampiezza della delaminazione al variare dell'energia di impatto verrà mostrata meglio nel capitolo seguente (Capitolo 6).

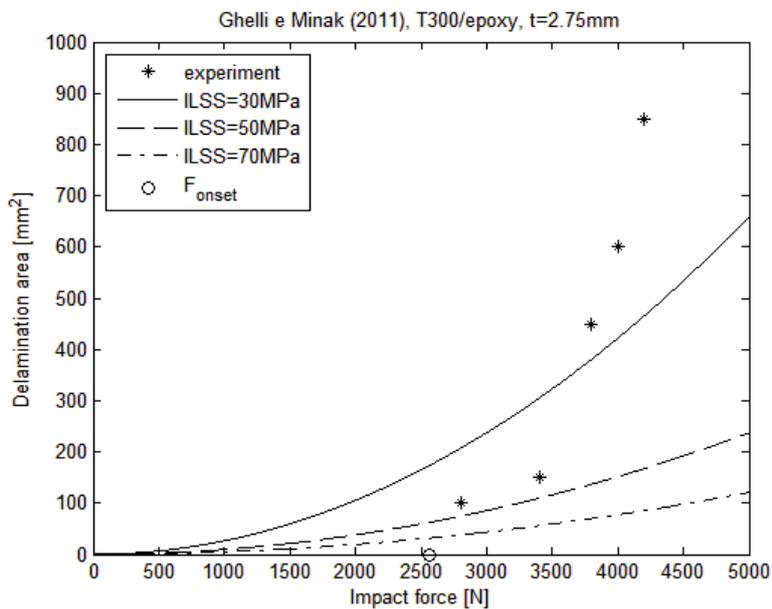


Figura 5.3: Confronto della formula di Davies e Zhang con prove sperimentali di Ghelli e Minak [29]

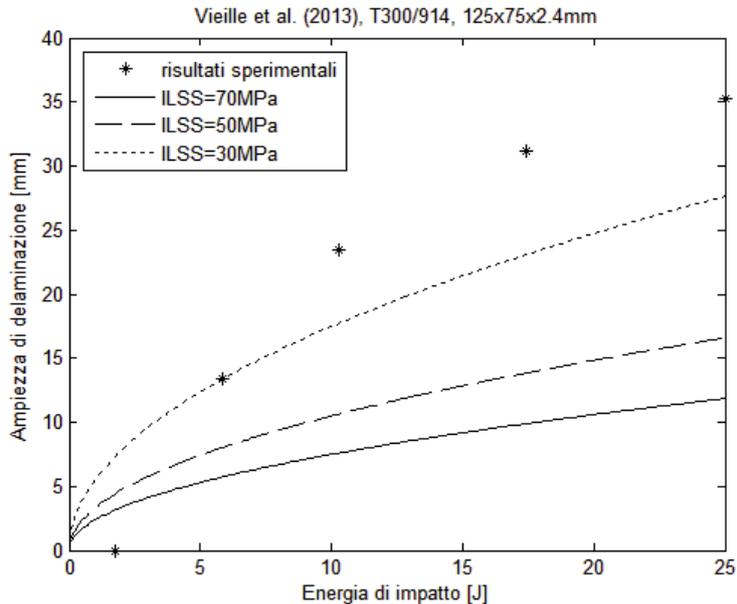


Figura 5.4: Confronto della formula di Davies e Zhang con prove sperimentali di Vieille et al. [2]

## Capitolo 6. Metodo analitico di Olsson (2001) e confronto con prove sperimentali

In questo capitolo viene descritto un secondo metodo utilizzato per la stima dell'ampiezza della delaminazione a seguito di un impatto a bassa velocità. Tale ampiezza viene calcolata a partire dalla deflessione del laminato nella direzione di applicazione del carico (direzione dello spessore,  $z$ ). In particolare, viene continuamente incrementata tale deflessione e ad ogni suo incremento vengono associati i diversi contributi di energia e lavoro, da cui viene ricavata l'ampiezza di delaminazione (rappresentativa di ogni livello di deflessione). Tale modello fornisce dunque sia una stima dell'andamento deflessione-forza che una stima dell'andamento energia impatto-ampiezza delaminazione.

Il modello viene in seguito applicato per diversi materiali su cui sono state effettuate prove sperimentali, quest'ultime poi confrontate con i dati ricavati dal modello.

### 6.1 Metodo analitico di Olsson

Durante un fenomeno di impatto a bassa velocità (o *large mass impact*) il laminato si deforma essenzialmente come se fosse sottoposto ad un carico statico. Un modello assialsimmetrico per tale tipo di risposta è proposto da Shivakumar et al. (1985), mentre in questo lavoro viene considerata una sua versione modificata proposta da Olsson [6] (Figura 6.1), dove si assume che il laminato non possa sopportare un carico di taglio superiore al carico critico  $F_{cr}$  dato dalla seguente formula:

$$F_{cr} = \pi \sqrt{32D^*G_{IIc}/(n+2)}$$

Dove  $n$  è il numero di interfacce delaminate,  $G_{IIc}$  è il valore critico della *fracture toughness* relativa al modo II di rottura interlaminare e  $D^*$  è l'effettiva rigidità del laminato N·m, che può essere approssimata con la formula

$$D^* \approx \sqrt{D_{11}D_{22}(A+1)/2} \quad \text{con} \quad A = (D_{12} + 2D_{66})/\sqrt{D_{11}D_{22}}$$

Dove, se  $0 \leq A \leq 10$ , si hanno errori minori del 2% rispetto al valore effettivo di rigidezza. Diversi studi sperimentali hanno permesso di dimostrare che tale formula di forza critica è valida per diversi lay-up e condizioni al contorno.

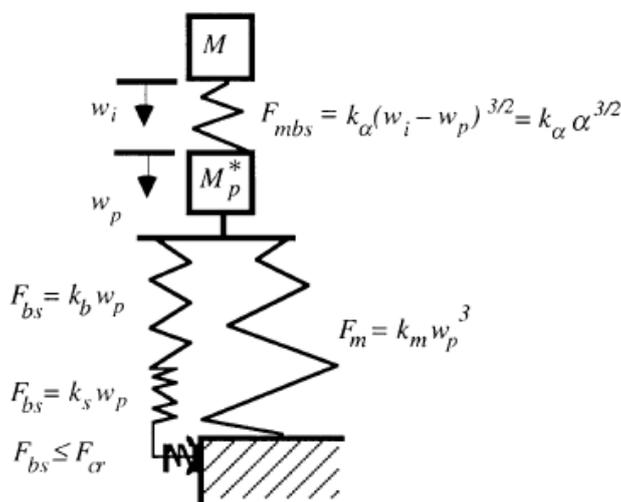


Figura 6.1: Modello per la risposta al *large mass impact* di Olsson

In Figura 6.1  $w_i$  e  $M$  sono lo spostamento e la massa dell'impattatore,  $w_p$  e  $M_p^*$  sono la deflessione e la massa del laminato compreso dai vincoli (quella che risponde effettivamente all'impatto);  $k_b$ ,  $k_s$ ,  $k_m$  sono la rigidezza flessionale, al taglio e quella membranale del laminato,  $k_\alpha$  è la rigidezza di contatto associata all'indentazione  $\alpha$ . La massa del laminato è trascurabile quando la massa dell'impattatore è due volte più grande [1].

Sotto condizioni elastiche, la storia di carico si presenta a forma di campana con picco di carico che si trova circa a metà della durata dell'impatto. Quando la massa del laminato è paragonabile a quella dell'impattatore, vengono aggiunte alla storia di carico anche delle vibrazioni di contatto.

Il carico totale che agisce sul laminato è dato da  $F_{mbs}$ , in cui sono presenti i contributi di flessione e taglio  $F_{bs}$  e quello membranale  $F_m$ , dati da

$$F_{mbs} = F_{bs} + F_m$$

Con

$$F_m = k_m w_p^3 \quad F_{bs} = k_{bs} w_p \leq F_{cr} \quad \frac{1}{k_{bs}} = \frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_s}$$

Con  $F_{bs}$  che non può quindi superare il valore di forza critica, come assunto in precedenza. Le delaminazioni che sorgono nelle interfacce delle lamine, a causa dell'impatto, presentano una forma allungata, ma per semplicità, in questo lavoro, tali delaminazioni sono rappresentate da  $n$  delaminazioni circolari equivalenti, aventi la stessa area totale (Figura 6.2). Si assume perciò che le delaminazioni nascano progressivamente, partendo dal sorgere di una singola delaminazione ( $n = 1$ )

fino ad arrivare ad un numero massimo di delaminazioni ( $n_{max}$ ). Studi effettuati da Olsson mostrano che il numero massimo di delaminazioni circolari equivalenti è circa il 30% del numero totale delle interfacce, cioè del numero massimo di delaminazioni reali.

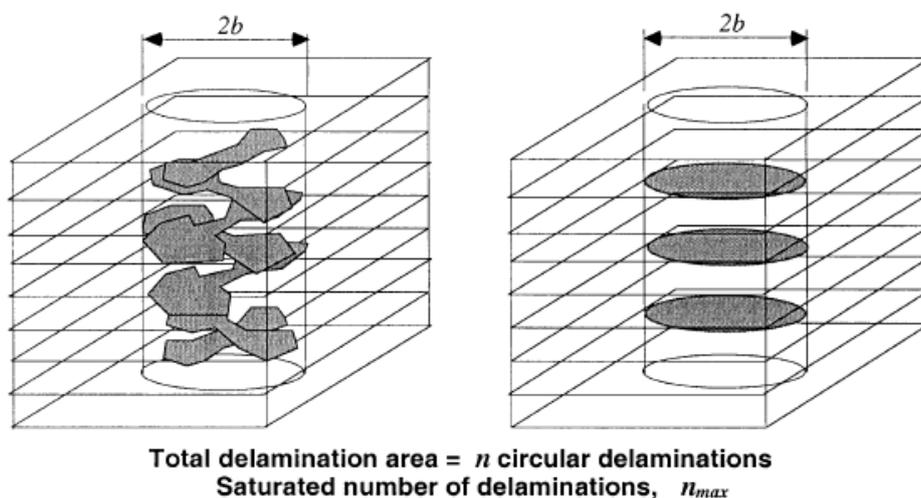


Figura 6.2: Delaminazioni reali e delaminazioni circolari equivalenti

Di conseguenza, la forza critica di taglio decresce dal valore iniziale  $F_{in}$  ( $F_{cr}(n = 1)$ ) fino al valore minimo relativo alla propagazione della delaminazione  $F_{gr}$  ( $F_{cr}(n = n_{max})$ ), con presenza di delaminazione in tutte le interfacce. La stima del valore di deflessione relativo all'inizio della delaminazione,  $w_{in}$ , viene continuamente aggiornato con l'avanzare della deflessione  $w_p$ , essendo anche  $k_{bs}$  aggiornato ad ogni suo incremento. Quando  $w_p$  ha raggiunto  $w_{in}$ , quest'ultimo parametro non viene più modificato.  $w_{in}$  è calcolato nel seguente modo

$$w_{in} = \frac{F_{in}}{k_{bs}}$$

L'andamento scelto tra i due valori soglia di forza critica è un decremento ad energia costante, energia taglio-flessionale ( $W_{bs}$ ) costante, perciò un andamento lineare con l'avanzare della deflessione. Facendo questa assunzione è possibile ricavare la deflessione relativa all'avanzamento delle delaminazioni  $w_{gr}$ :

$$W_{bs} = F_{bs}w_p = \text{costante} \quad \rightarrow \quad F_{in}w_{in} = F_{cr}w_p \quad \rightarrow \quad F_{cr} = F_{in} \frac{w_{in}}{w_p}$$

L'andamento della forza critica sarà dunque

$$\begin{aligned} F_{cr} &= F_{in} && \text{per } w_p < w_{in} \\ F_{cr} &= F_{in} \frac{w_{in}}{w_p} && \text{per } w_{in} \leq w_p < w_{gr} \\ F_{cr} &= F_{gr} && \text{per } w_p \geq w_{gr} \end{aligned}$$

L'andamento deflessione-forza ricavato dovrà assomigliare a quello in Figura 6.3, sia per  $F_{bs}$  (curva senza contributo membranale) che per  $F_{mbs}$  (curva con contributo membranale).

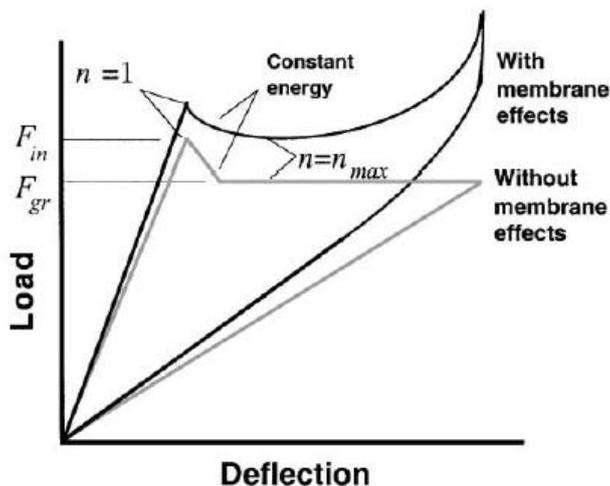


Figura 6.3: Andamento deflessione-forza ricavabile dal modello

Per quanto riguarda i valori delle diverse rigidzze vengono considerate alcune formule relative ai laminati di forma circolare, formule ricavate da Shivakumar et al. (1985), riferite inoltre ad un materiale quasi-isotropo (isotropo in stato di tensione *in-plane*) e in caso di laminato rettangolare viene considerato un raggio equivalente. Per la rigidzza di contatto associata all'indentazione la formula è [6]

$$k_{\alpha} = \frac{4}{3} Q_{\alpha} \sqrt{R_i}$$

Dove  $R_i$  è il raggio dell'impiantatore (con ipotesi di impiantatore semisferico), mentre  $Q_{\alpha}$  è l'effettiva rigidzza *out-of-plane* data dalla relazione

$$\frac{1}{Q_{\alpha}} = \frac{1}{Q_{zi}} + \frac{1}{Q_{zp}} \quad \text{con} \quad Q_z = \frac{E_z}{1 - \nu_{zr}\nu_{rz}}$$

Dove i pedici  $i$  e  $p$  si riferiscono rispettivamente all'impiantatore e al laminato,  $E_z$  è il modulo di Young nella direzione  $z$ ,  $\nu_{zr}$  e  $\nu_{rz}$  sono invece i coefficienti di Poisson tra la direzione radiale e la direzione dello spessore. Tale formula di  $Q_z$ , per un materiale quasi-isotropo, è un'approssimazione del valore effettivo che viene sottostimato con un errore compreso tra il 10 e il 20% [30]. La formula esatta per il calcolo di  $Q_z$  è fornita da Greszczuk (1982). Nel presente lavoro viene utilizzata la formula esatta che si presenta come

$$Q_z = \frac{2 \sqrt{\frac{G_{rz}}{C_r}} (C_r C_z - C_{rz}^2)}{\sqrt{(\sqrt{C_r C_z} + G_{rz})^2 - (C_{rz} + G_{rz})^2}}$$

Dove  $G_{rz}$  è il modulo di taglio  $r - z$  del laminato quasi-isotropo, mentre le costanti  $C_{ij}$  sono le componenti della matrice di rigidezza sforzo-deformazione del laminato, matrice ricavata nel paragrafo 2.3:

$$C_r = \bar{C}_{11,l} = \bar{C}_{22,l} \quad C_z = \bar{C}_{33,l} \quad C_{rz} = \bar{C}_{13,l} = \bar{C}_{23,l}$$

Per  $Q_\alpha$  viene fatta l'ipotesi di impattatore con rigidezza molto più grande rispetto a quella del laminato, perciò

$$Q_\alpha \approx Q_{zp}$$

La rigidezza flessionale, prima dell'insorgere delle delaminazioni, viene ricavata dalla formula di Olsson [31]

$$k_b = \frac{\bar{k}_b D^*}{(2b)^2}$$

Dove  $2b$  è la lunghezza del lato più corto della piastra,  $D^*$  è la rigidezza e  $\bar{k}_b$  è il coefficiente adimensionale di rigidezza flessionale che, per carico applicato al centro geometrico della piastra, varia tra 179 e 138 per piastra rettangolare fissata e tra 86.3 e 59 per piastra rettangolare semplicemente appoggiata (valore massimo riferito a piastra quadrata, valore minimo riferito a piastra infinitamente lunga); mentre vale 201 per piastra circolare fissata e 79 per piastra circolare semplicemente appoggiata. Nell'algoritmo, il valore di  $\bar{k}_b$  per una piastra rettangolare, viene fatto variare lungo una retta compresa tra i due valori soglia, a seconda del rapporto  $b/a$ :

$$\bar{k}_{b1} = 41 \frac{b}{a} + 138 \quad \text{piastra rettangolare fissata}$$

$$\bar{k}_{b2} = 27.3 \frac{b}{a} + 59 \quad \text{piastra rettangolare appoggiata}$$

La rigidezza membranale è invece data dalla formula generale relativa alla piastra circolare quasi-isotropa

$$k_m = \frac{\bar{k}_m \pi E_r h}{r^{*2}}$$

Dove  $E_r$  è il modulo di Young nella direzione radiale,  $h$  è lo spessore della piastra,  $r^*$  è il raggio della piastra circolare, o raggio equivalente per piastra rettangolare, e  $\bar{k}_m$  è il coefficiente adimensionale di rigidezza membranale che dipende dalle condizioni di vincolo della piastra nel seguente modo [32]:

$$CM: \bar{k}_{m1} = \frac{191}{648}$$

$$CI: \quad \bar{k}_{m2} = \frac{353 - 191\nu_r}{648(1 - \nu_r)}$$

$$SM: \quad \bar{k}_{m3} = \frac{\left[ \frac{191}{648}(1 + \nu_r)^4 + \frac{41}{27}(1 + \nu_r)^3 + \frac{32}{9}(1 + \nu_r)^2 + \frac{40}{9}(1 + \nu_r) + \frac{8}{3} \right]}{(3 + \nu_r)^4}$$

$$SI: \quad \bar{k}_{m4} = \bar{k}_{m3} + \frac{2 \left[ \frac{1}{8}(1 + \nu_r)^4 + (1 + \nu_r)^3 + 4(1 + \nu_r)^2 + 8(1 + \nu_r) + 8 \right]}{[(1 - \nu_r)(3 + \nu_r)^4]}$$

Dove  $C=clamped$ ,  $S=simply supported$ ,  $M=movable$  e  $I=immovable$ .  $\nu_r$  è invece il coefficiente di Poisson *in-plane* del laminato.

In caso di lamina rettangolare di dimensioni  $2a \times 2b$  si considera il raggio del laminato circolare equivalente con egual area, dato da:

$$r^* = 2\sqrt{ab/\pi}$$

Il modello semplificato utilizzato nel presente lavoro assume che l'insorgere di delaminazioni influenzino solamente la rigidità flessionale. La rigidità al taglio  $k_s$  è una funzione non lineare del raggio di contatto, che a sua volta dipende dalla profondità dell'indentazione:

$$\alpha = w_i - w_p = \left( \frac{F_{mbs}}{k_\alpha} \right)^{\frac{2}{3}} \quad c = \sqrt{2R_i\alpha}$$

Dove  $F_{mbs}$  è la forza totale a cui è soggetto il laminato,  $c$  è il raggio di contatto. Quest'ultima formula è valida soprattutto per piccole deflessioni trasversali. In questo modello analitico la rigidità al taglio e la forza totale vengono calcolate in due step per ogni incremento di deflessione  $w_p$  come descritto nel procedimento iterativo mostrato in seguito ( $j = 0,1$ ):

$$\alpha_j = \left( \frac{F_{mbsj}}{k_\alpha} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$c_j = \sqrt{2R_i\alpha_j}$$

$$k_{sj} = \frac{\pi G_{rz} h}{\left[ \left( 1 - \frac{\nu_{rz} G_{rz}}{E_r} \right) \left( 1 + \frac{3}{4} \ln \left( \frac{r^*}{c_j} \right) \right) \right]}$$

$$k_{bsj} = \frac{1}{\frac{1}{k_b} + \frac{1}{k_{sj}}}$$

$$F_{bsj+1} = k_{bsj} w_p \leq F_{cr}$$

$$F_{mbsj+1} = F_{bsj+1} + F_m$$

Dove la forza totale iniziale è data da

$$F_{mbs0} = F_b + F_m \quad F_m = k_m w_p^3$$

Il modello analitico ha quindi come ingresso la deflessione e i valori critici delle delaminazioni. Ad ogni avanzamento di deflessione viene calcolata la nuova rigidità al taglio, la forza totale agente sul laminato e la forza critica di avanzamento della delaminazione. Per poter calcolare l'ampiezza delle delaminazioni equivalenti circolari, occorre calcolare ad ogni passo di deflessione anche il lavoro compiuto dalla forza ( $W$ ) e l'energia di deformazione ( $U$ , *strain energy*). Il lavoro della forza totale presenta un contributo dovuto alla flessione ed un contributo dovuto all'indentazione

$$W = W_{mbs} + W_\alpha = \int F_{mbs} dw + \int F_{mbs} d\alpha = \sum_{l=2}^L F_{mbsl} (w_{pl} - w_{pl-1}) + \sum_{l=2}^L F_{mbsl} (\alpha_l - \alpha_{l-1})$$

Dove  $L$  è il numero di punti che discretizzano l'andamento della deflessione  $w_p$  nell'algoritmo.

L'energia di deformazione, invece, può essere separata nei diversi contributi di flessione ( $U_b$ ), taglio ( $U_s$ ), membranale ( $U_m$ ) e dell'indentazione ( $U_\alpha$ ) calcolati come

$$U_b = \frac{0.5 F_{bs} w_p}{1 + \frac{k_b}{k_s}} \quad U_m = 0.25 F_m w_p$$

$$U_s = \frac{0.5 F_{bs} w_p}{1 + \frac{k_s}{k_b}} \quad U_\alpha = 0.4 F_{mbs} \alpha = W_\alpha$$

L'energia associata all'avanzamento della delaminazione è così ricavata dalla differenza tra il lavoro e l'energia di deformazione utilizzando la seguente formula proposta di Olsson [6]

$$d = 2 \sqrt{\frac{W - U}{\pi n_{max} G_{IIc}}}$$

Il maggior contributo per l'insorgere della delaminazione è dato dalla flessione, perciò è possibile ricavare una formula approssimata per il calcolo dell'energia di inizio delaminazione:

$$W_{in} \approx W_{bin} = \frac{0.5 F_{in}^2}{k_b}$$

## 6.2 Taratura dell'algoritmo

L'algoritmo che descrive l'intero procedimento illustrato per ricavare l'ampiezza della delaminazione è riportato in Appendice A: ed è stato scritto utilizzando MatLab. L'algoritmo si presenta in due parti: il *main* (in cui vengono inseriti i parametri che definiscono il problema utili al modello analitico e i dati relativi alla prova sperimentale con la quale lo si vuole confrontare) e la *function* "Olsson2001" (in cui è presente il modello). Nella prima parte della *function* vengono eseguiti i calcoli per ricavare le matrici di rigidezza (sforzo-deformazione e deformazione-sforzo) e le costanti ingegneristiche dell'intero laminato seguendo quanto detto nel Capitolo 2. Una volta risolte le equazioni costitutive del laminato vengono svolti i passi del modello analitico.

Prima di poterlo applicare a diversi tipi di materiale composito è stato controllato il corretto funzionamento dell'algoritmo, andando a ricavare le stesse curve ricavate da Olsson in [6]. Considerando quindi un laminato del tipo *carbon/epoxy HTA/6376C* con sequenza di lamine  $[(0|\pm 45|90)_s|(90|\mp 45|0)_s]_n$  ( $n = 1,3$ ) con caratteristiche della singola lamina mostrate in Tabella 6.1. Nelle prove sperimentali, il laminato composto da 48 strati ( $n = 3$ ) è stato vincolato come fissato immobile (*clamped immovable*) alla *drop tower* avente apertura di  $127 \times 127 \text{ mm}^2$ , mentre il laminato sottile con 16 strati è stato vincolato come semplicemente appoggiato mobile (*simply supported movable*) ad un'apertura di  $85 \times 85 \text{ mm}^2$ . I test sono stati eseguiti con un impattatore semisferico con raggio pari a  $7.5 \text{ mm}$  fatto cadere con una velocità di  $3 \text{ m/s}$  e con peso variabile tra  $0.5 \div 5.8 \text{ kg}$ . Il valore critico della *fracture toughness* relativa al modo II di rottura interlaminare è  $600 \text{ J/m}^2$ , valore ricavato da studi effettuati da Olsson [33].

Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C [6]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 140$	$E_2 = 10$	$E_3 = 10$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.2$	$G_{13} = 5.2$	$G_{23} = 3.9$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.3$	$\nu_{13} = 0.3$	$\nu_{23} = 0.5$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.13$		

Tabella 6.1: Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C

<b>Caratteristiche del laminato (HTA/6376C) [6]</b>		
Sequenza di lamine [deg]	$[(0 \pm 45 90)_s (90 \mp 45 0)_s]_1$ $[(0 \pm 45 90)_s (90 \mp 45 0)_s]_3$	
Dimensioni [mm]	$(a \times b)_{n=1} = 85 \times 85$ $(a \times b)_{n=3} = 127 \times 127$	$h_{n=1} = 2$ $h_{n=3} = 6$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc} = 600$	

Tabella 6.2: Caratteristiche dell'intero laminato (HTA/6376C)

<b>Impattatore e vincoli [6]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 7.5$
Vincoli del provino	$(n = 1)$ : <i>simply supported movable</i> $(n = 3)$ : <i>clamped immovable</i>

Tabella 6.3: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche dei due tipi di laminato mostrate in Tabella 6.4 (stessi valori per il laminato da  $2\text{mm}$  e per quello da  $6\text{mm}$  di spessore), da cui si può dedurre che i laminati sono quasi-isotropi (isotropi nel piano 1 – 2).

<b>Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 54.25$	$E_{2_l} = 54.25$	$E_{3_l} = 12.59$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 20.72$	$G_{13_l} = 4.55$	$G_{23_l} = 4.55$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.31$	$\nu_{13_l} = 0.33$	$\nu_{23_l} = 0.33$

Tabella 6.4: Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C)

Le curve che vengono messe a confronto sono: deflessione e forza totale ( $w_p - F_{mbs}$ ), deflessione ed energia totale ( $w_p - W$ ), energia totale e delaminazione ( $W - d$ ). Si nota che le curve ricavate dall'algoritmo non seguono perfettamente quelle ricavate da Olsson; questo potrebbe essere dovuto alle approssimazioni e ai possibili diversi software utilizzati per eseguire il metodo analitico. Le differenze si notano già dai grafici di deflessione e forza totale (Figura 6.3 e Figura 6.4) dove le curve dell'algoritmo presentano valori più elevati di forza totale, dopo l'inizio della delaminazione, rispetto alle curve di Olsson. L'inizio della delaminazioni risulta invece essere lo stesso ad una deflessione pari a  $3.28\text{mm}$ ; le differenze si incontrano dunque solamente dopo l'inizio della delaminazione. Tale

grafico è influenzato solamente dalla prima parte dell'algoritmo che arriva fino alle iterazioni utili per il calcolo della rigidezza di taglio ( $k_s$ ) ed avendo utilizzato le stesse formule riportate da Olsson [6], le differenze potrebbero essere dovute ad alcune modifiche riportate da Olsson nel calcolo dei coefficienti di rigidezza rispetto alle formule riportate nel paragrafo precedente. In particolare la formula della rigidezza flessionale  $k_b$  descritta in precedenza è valida soprattutto prima della delaminazione e con l'aumentare dell'area delaminata  $k_b$  tenderà a diminuire; di conseguenza, con la presenza di delaminazioni e aggiornando  $k_b$ , occorre una minor forza totale  $F_{mbs}$  (rispetto al caso con  $k_b$  costante) per lo stesso livello di deflessione  $w_p$  del laminato. Questo si pensa sia il motivo principale per la differenza tra i due grafici. Essendo differenti i valori di forza totale, sono differenti anche i valori relativi all'energia totale e all'ampiezza di delaminazione.

Il grafico che interessa maggiormente il lavoro di questa tesi rimane comunque quello relativo all'ampiezza di delaminazione. Confrontando quindi il grafico di Figura 6.8 con quello di Figura 6.9, notiamo la notevole differenza tra le curve relative ad una singola delaminazione equivalente. Una singola delaminazione però non rappresenta l'ampiezza reale di delaminazione, perciò occorre considerare quattro delaminazioni equivalenti (circa il 30% di quelle possibili) dove si nota che la differenza tra i valori ricavati dall'algoritmo e quelli ricavati da Olsson è notevolmente ridotta, quasi trascurabile. Si è deciso dunque di accettare tale differenza ed eseguire il confronto con altre prove sperimentali con l'algoritmo così realizzato. Sviluppi futuri andranno a modificare anche il termine relativo alla rigidezza flessionale.

Stesse considerazioni possono essere fatte per il laminato di spessore pari a  $6mm$ , in cui il confronto dell'andamento della forza (Figura 6.10 e Figura 6.11) e il confronto dell'energia totale (Figura 6.12 e Figura 6.13) mostrano differenze trascurabili tra l'algoritmo e i risultati di Olsson, mentre le differenze si notano nel confronto dell'ampiezza di delaminazione (Figura 6.14 e Figura 6.15). Infatti, la curva relativa ad una sola delaminazione equivalente dell'algoritmo in MatLab, presenta valori più bassi rispetto a quelli della curva di Olsson. L'andamento relativo a quattordici delaminazioni equivalenti (30% delle totali possibili), invece, non presenta notevoli differenze.

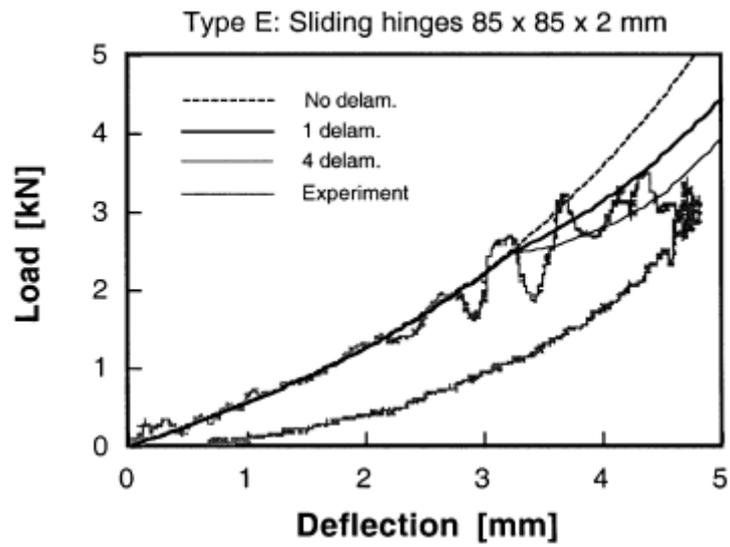


Figura 6.4: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto di Olsson,  $h = 2\text{mm}$

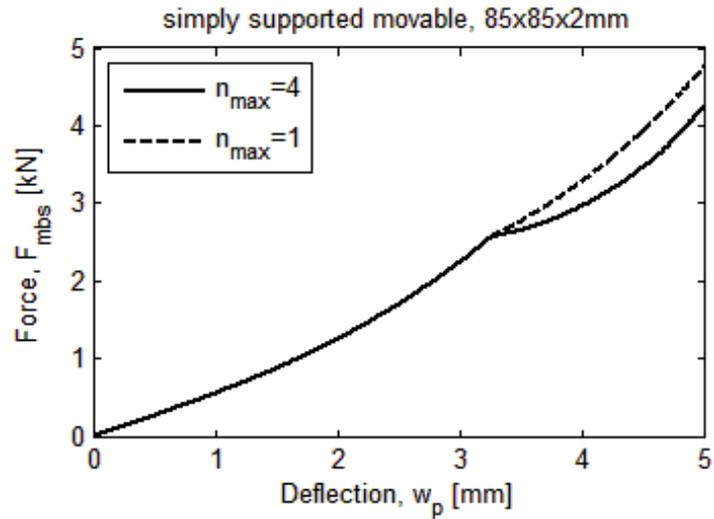


Figura 6.5: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto con algoritmo MatLab  $h = 2\text{mm}$

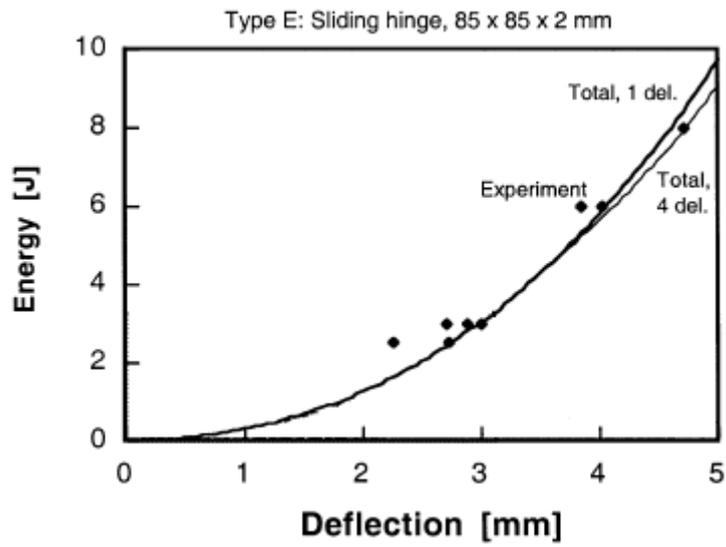


Figura 6.6: Andamento deflessione vs. energia di impatto di Olsson  $h = 2mm$

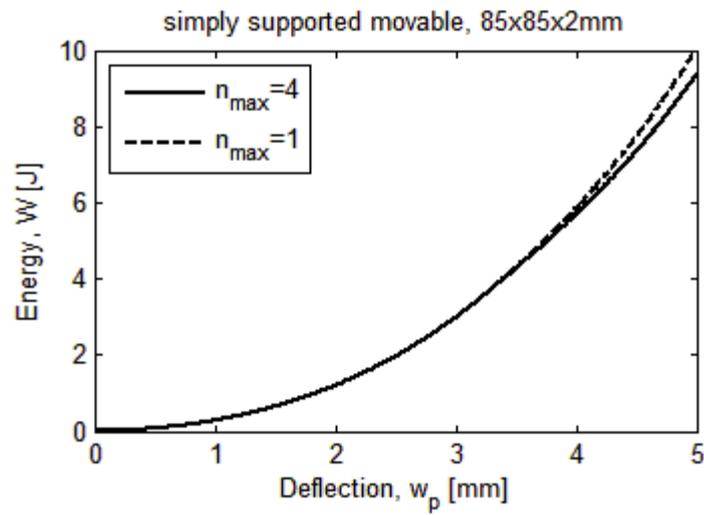


Figura 6.7: Andamento deflessione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab  $h = 2mm$

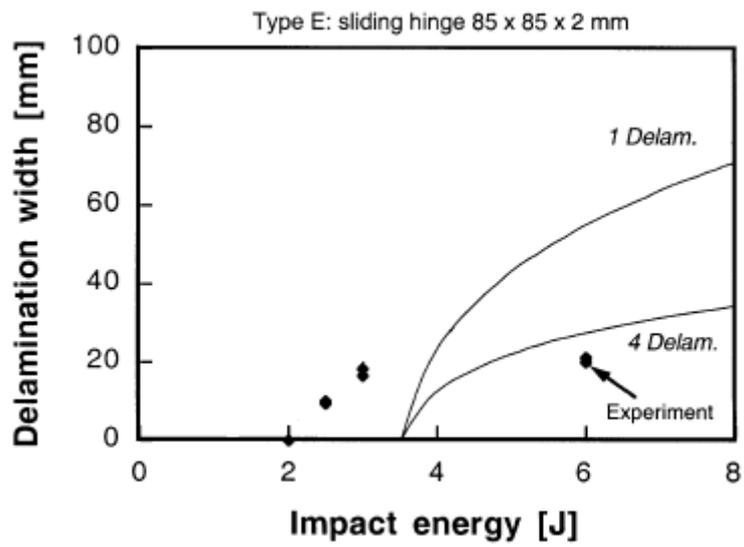


Figura 6.8: Andamento delaminazione vs. energia di impatto di Olsson  $h = 2mm$

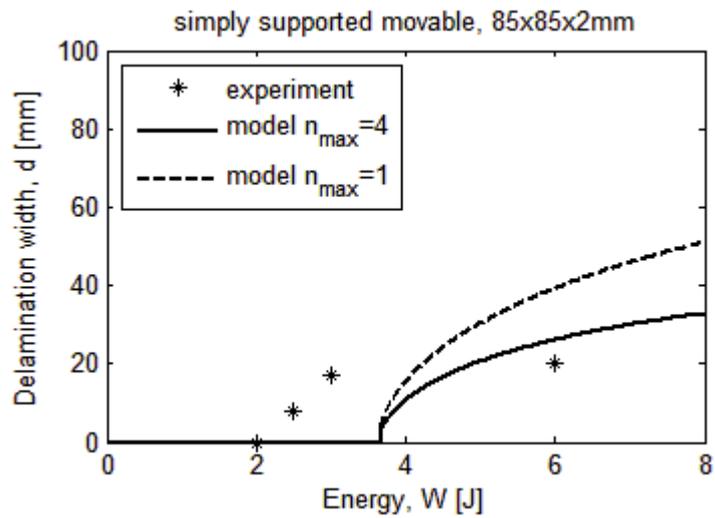


Figura 6.9: Andamento delaminazione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab  $h = 2mm$

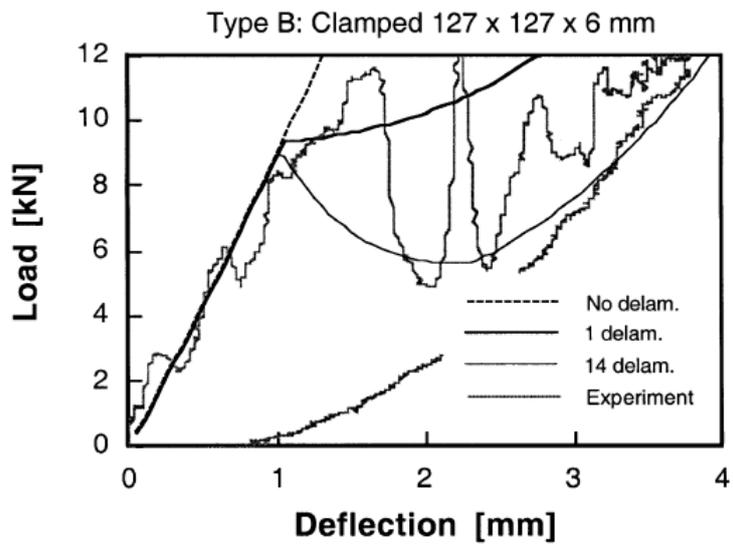


Figura 6.10: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto di Olsson,  $h = 6mm$

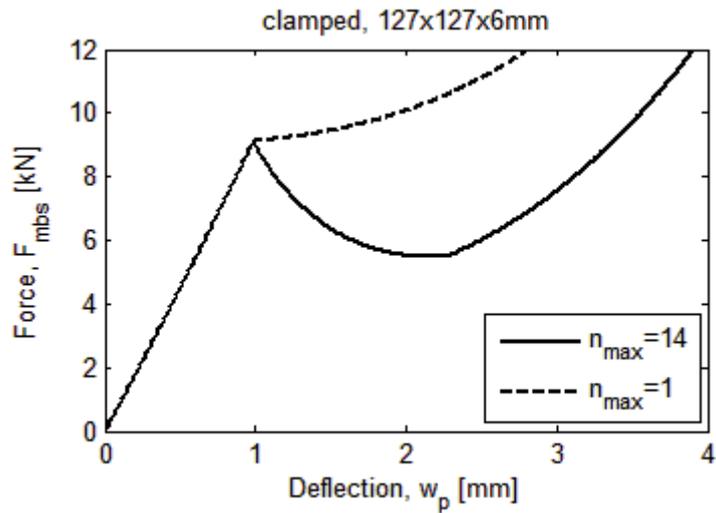


Figura 6.11: Andamento deflessione vs. forza dell'impatto con algoritmo MatLab  $h = 6mm$

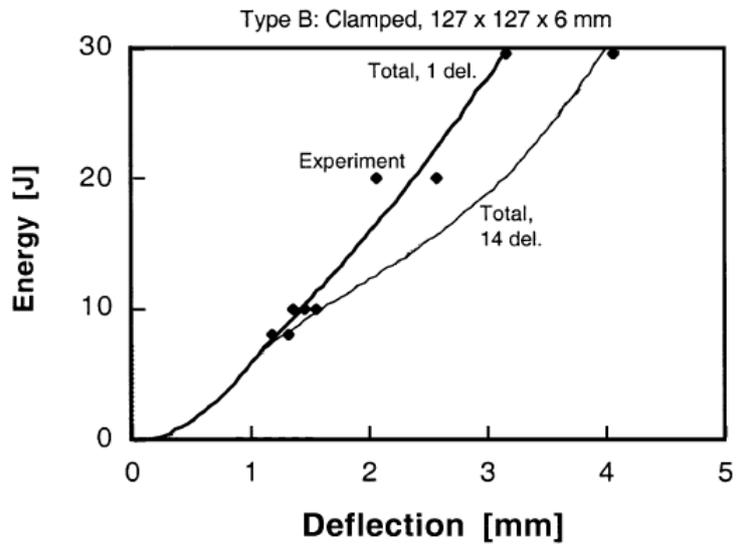


Figura 6.12: Andamento deflessione vs. energia di impatto di Olsson  $h = 6mm$

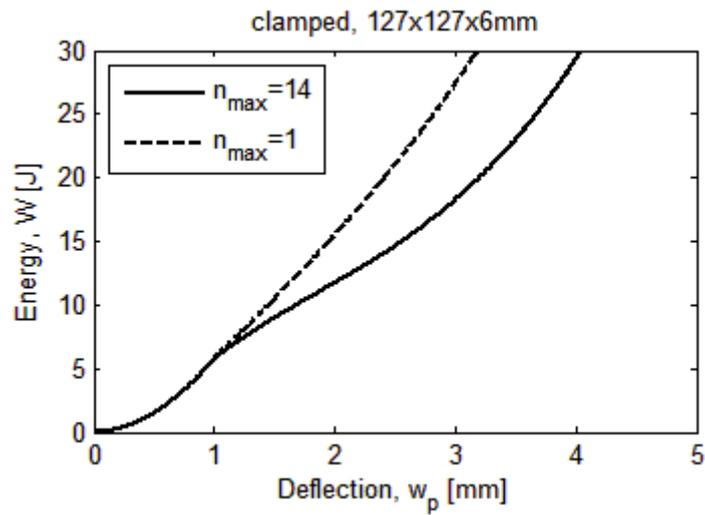


Figura 6.13: Andamento deflessione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab  $h = 6mm$

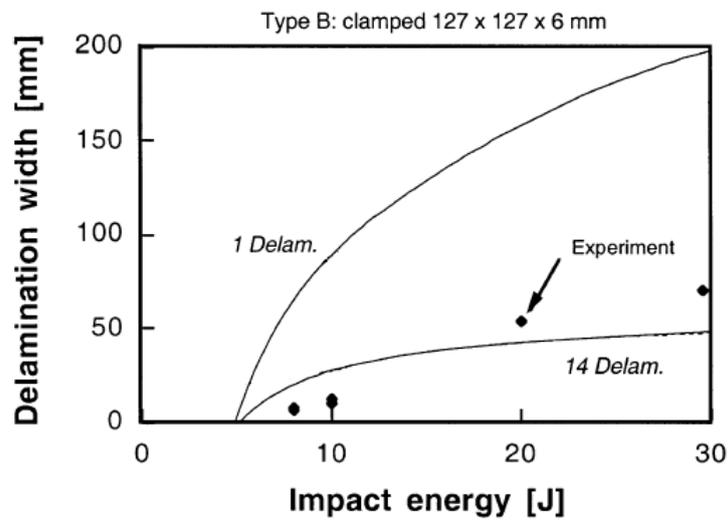


Figura 6.14: Andamento delaminazione vs. energia di impatto di Olsson  $h = 6mm$

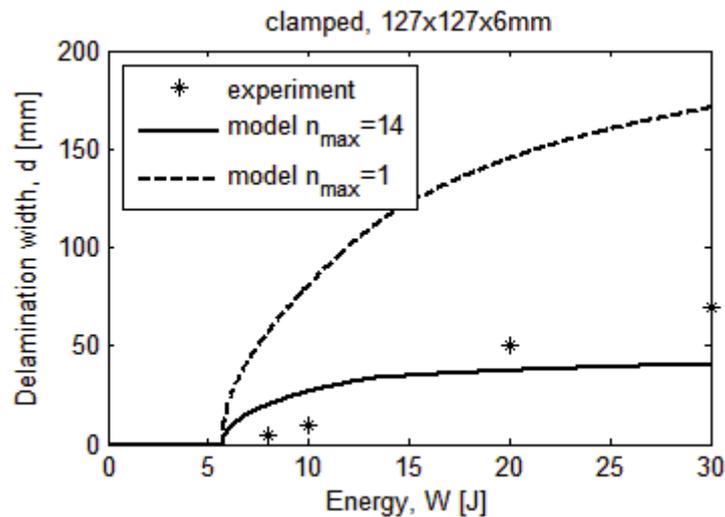


Figura 6.15: Andamento delaminazione vs. energia di impatto con algoritmo MatLab  $h = 6mm$

### 6.3 Confronto con prove sperimentali

Una volta realizzato e tarato l'algoritmo che descrive il metodo di Olsson, sono stati presi in considerazione diversi studi sperimentali riguardanti gli impatti su laminati in composito. Le caratteristiche del sistema di ogni prova sperimentale sono state inserite come dati di ingresso dell'algoritmo, con cui poi si è ricavato l'andamento dell'ampiezza di delaminazione al variare dell'energia di impatto e confrontato con i risultati ottenuti dalla prova sperimentale considerata. I

materiali in composito esaminati sono principalmente laminati con fibre in carbonio e aventi una configurazione degli strati tale da rendere il laminato intero del tipo quasi-isotropo.

Una prima osservazione che occorre fare riguarda la forma del laminato che si vuol esaminare: il modello analitico è costituito da formule originariamente ricavate da prove sperimentali su provini circolari e quindi sono formule relative a provini circolari. In caso di provini rettangolari sono riadattate attraverso il raggio equivalente, ma questo comporta comunque a delle approssimazioni che renderanno i risultati meno fedeli alla realtà. Per la rigidità flessionale ( $k_b$ ) si considera un valore costante anche dopo l'inizio della delaminazione e quindi sottostima sempre più l'ampiezza di delaminazione con l'incremento della superficie delaminata. La forma del laminato influisce ulteriormente su  $k_b$ , in particolare sul coefficiente di rigidità flessionale  $\bar{k}_b$  che dipende dal rapporto tra  $a$  e  $b$ . Tale relazione è stata considerata lineare (una retta) nell'algoritmo, non avendo trovato ulteriori informazioni a riguardo, ma potrebbe avere un andamento diverso, ad esempio parabolico, con valori effettivi minori rispetto a quelli stimati nell'algoritmo. Se così fosse, oltre a sovrastimare  $k_b$  mantenendolo costante anche dopo l'inizio della delaminazione,  $k_b$  verrebbe ulteriormente sovrastimato a causa della relazione lineare tra  $\bar{k}_b$  e le due dimensioni; di conseguenza, tale sovrastima, tende a fornire valori più bassi di ampiezza di delaminazione. Altro parametro a cui è piuttosto sensibile l'algoritmo è lo spessore del laminato: quello riportato nei documenti delle prove sperimentali potrebbe essere un valore approssimativo e potrebbe dunque comportare una differenza tra i risultati dell'algoritmo e quelli sperimentali. Infatti l'andamento dell'ampiezza di delaminazione varia in maniera piuttosto visibile già con variazioni inferiori al 10% dello spessore del laminato.

Per quanto riguarda l'indentazione  $\alpha$ , viene utilizzata una formula che è valida soprattutto per piccoli spostamenti trasversali lungo lo spessore, cioè piccole deflessioni, con possibile perdita di validità per energia di impatto troppo elevata; questo è motivato dalla presenza di altre forme di rottura (oltre alla delaminazione) internamente e superficialmente al laminato, come ad esempio rottura delle fibre di rinforzo.

Negli articoli delle prove sperimentali considerate, non sono inoltre sempre presenti tutte le proprietà elastiche della singola lamina unidirezionale che compone il materiale esaminato, perciò si sono dovute considerare proprietà elastiche ricavate da altre fonti. Occorre dunque tener presente che tali dati potrebbero non essere completamente fedeli con il materiale effettivamente esaminato nelle prove sperimentali. Inoltre, in alcuni casi, lo stesso tipo di laminato è stato preso in esame in più di uno studio sperimentale (come il T300/914 studiato in [16] e in [2], o il AS4/3501-6 studiato in [34], [35] e [36]) e non è detto che le proprietà elastiche siano le stesse pur avendo lo stesso tipo di materiale, perché sono fortemente influenzate dal volume relativo di fibre di rinforzo e da ogni singolo passaggio del processo di produzione; infatti, nel corso degli anni, le tecniche di produzione dei materiali compositi subiscono dei miglioramenti o delle variazioni, perciò lo stesso tipo di materiale può avere caratteristiche elastiche diverse. Si è notato però che alcune proprietà elastiche, se variate di poco (anche di oltre il 10%), non causano variazioni visibili sui risultati dell'algoritmo; tali proprietà sono il modulo di Young, il modulo di taglio e il coefficiente di Poisson. L'algoritmo è però piuttosto

sensibile alle variazioni della SERR relativa al modo II di rottura ( $G_{IIc}$ ) della resina. Tale parametro è uno dei problemi principali del metodo analitico a causa dei diversi valori che può assumere. A differenza della  $G_{Ic}$  che è di facile misurazione, la misurazione della  $G_{IIc}$  relativa alla resina prevede procedure piuttosto complesse, dipende dalla qualità della resina e dalla differenza di orientazione delle due lamine adiacenti. Da diversi studi sperimentali, si è notato comunque che la  $G_{IIc}$  rimane all'incirca costante con l'avanzare della delaminazione, ma stabilirne il valore è comunque complicato.

Altro aspetto importante delle prove sperimentali, riguarda le condizioni di vincolo che non sempre possono essere classificate come solamente *clamped* o solamente *simply supported*, come l'algoritmo richiede. Si sono trovate delle condizioni di vincolo miste, cioè casi in cui, in base all'energia dell'impatto e agli spostamenti trasversali, vale una o l'altra condizione di vincolo. Inoltre, all'aumentare della superficie delaminata, gli effetti di bordo contribuiscono sempre più al comportamento del materiale e alcune formule potrebbero perdere la loro validità.

Per quanto riguarda la misura delle delaminazioni nelle prove sperimentali, vengono utilizzate strumentazioni che ovviamente possiedono dei limiti in termini di precisione e affidabilità: strumenti utilizzati quasi venti anni fa, potrebbero dare informazioni piuttosto differenti da strumenti più moderni. Inoltre i risultati dei test sperimentali dipendono da diversi fattori, come precisione della macchina e qualità del provino, perciò ogni livello di energia di impatto su di un tipo di provino, dovrebbe essere associato ad un range di valori di delaminazione possibili e non ad un unico valore di delaminazione. Se i grafici sperimentali sono realizzati associando un unico valore per livello di energia di impatto, tale punto potrebbe trovarsi in un estremo del range di delaminazione associato a quel livello di energia; di conseguenza il valore di ampiezza di delaminazione ricavato dall'algoritmo potrebbe, in apparenza, rispecchiare meno il danno effettivo di quanto lo rispecchia in realtà, oppure viceversa. È quindi necessario tenere presente che i grafici delle prove sperimentali possono non essere completamente fedeli al comportamento reale del laminato.

Tutti gli aspetti appena descritti contribuiscono in modo più o meno significativo a far nascere differenze tra i risultati dell'algoritmo e quelli ricavati dalle prove sperimentali, perciò devono essere tenute in considerazione per una corretta interpretazione dei confronti che verranno effettuati. Si ricorda anche che si vogliono analizzare i risultati ottenuti dall'algoritmo relativi ad impatti a bassa energia e quindi i valori di ampiezza di delaminazione corrispondenti a valori di energia inferiori a  $20 J$ , oltre la quale si hanno impatti a media e alta energia.

### 6.3.1 HTA/6376C: confronto con Davies e Zhang [28] (1995)

Il lavoro svolto da Davies e Zhang in [28], è già stato descritto in precedenza nel Capitolo 5. In tale studio sono stati eseguiti dei test mediante *drop tower*, a cui è seguita un'ispezione mediante ultrasuoni di tipo C-scan e mediante radiografia ai raggi X per la misurazione dei danni.

Si vanno a confrontare i dati sperimentali ricavati da Davies e Zhang con quelli ricavati dall'algoritmo "Olsson2001". I provini in composito utilizzati nelle prove sperimentali sono laminati costituiti da lamine del tipo HTA/6376C. Non essendo presenti in [28] tutte le caratteristiche elastiche della lamina unidirezionale sono state considerate alcune caratteristiche presenti in [6] (quelle relative alla direzione dello spessore), in cui sono state effettuate prove sperimentali con laminati costituiti dallo stesso tipo di lamine unidirezionali. Le prove sperimentali in [28] considerate, sono quelle effettuate su provini di due spessori differenti e con due supporti con aperture differenti e con due diverse condizioni di vincolo (Tabella 6.6 e Tabella 6.7). Nel confronto sono stati quindi considerati quattro tipi di provini aventi le seguenti configurazioni:

- P1.  $([45|-45|90|0]_{2s}, 100 \times 75 \text{ mm}, \textit{clamped immovable})$
- P2.  $([45|-45|90|0]_{4s}, 100 \times 75 \text{ mm}, \textit{clamped immovable})$
- P3.  $([45|-45|90|0]_{4s}, 100 \times 75 \text{ mm}, \textit{simply supported immovable})$
- P4.  $([45|-45|90|0]_{4s}, 200 \times 200 \text{ mm}, \textit{clamped immovable})$

I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono riportati in Tabella 6.5 (singola lamina), Tabella 6.6 (laminato) e Tabella 6.7 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C [28]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 140$	$E_2 = 9.5$	$E_3 = 9.5$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.8$	$G_{13} = 5.8$	$G_{23} = 3.9$ [6]
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.30$	$\nu_{13} = 0.30$	$\nu_{23} = 0.50$ [6]
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.125$		

Tabella 6.5: Caratteristiche della singola lamina HTA/6376C

Caratteristiche del laminato (HTA/6376C) [28]		
Sequenza di lamine [deg]	S1: $[45 -45 90 0]_{2s}$ S2: $[45 -45 90 0]_{4s}$	
Dimensioni [mm]	$(a \times b)_1 = 100 \times 75$ $(a \times b)_2 = 200 \times 200$	$h_{S1} = 2$ $h_{S2} = 4$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc} = 800$	

Tabella 6.6: Caratteristiche dell'intero laminato (HTA/6376C)

<b>Impattatore e vincoli [28]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6.35$
Vincoli del provino	$V1: \textit{clamped immovable}$ $V2: \textit{simply supported immovable}$

Tabella 6.7: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo in MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche dei diversi provini, costanti che risultano le stesse per ogni tipo di provino e mostrate in Tabella 6.8 da cui si può dedurre che i laminati sono componenti quasi-isotropi.

<b>Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 54.6$	$E_{2_l} = 54.6$	$E_{3_l} = 12$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 21$	$G_{13_l} = 4.9$	$G_{23_l} = 4.9$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.30$	$\nu_{13_l} = 0.34$	$\nu_{23_l} = 0.34$

Tabella 6.8: Costanti ingegneristiche dei laminati (HTA/6376C)

In seguito vengono mostrati i confronti tra le prove sperimentali e gli andamenti dell'ampiezza di delaminazione al variare dell'energia ricavati dall'algoritmo. Tenendo conto di tutti i fattori descritti all'inizio del paragrafo 6.3 che influiscono sulla differenza tra risultati sperimentali e risultati dell'algoritmo, gli andamenti dei provini risultano seguire sufficientemente bene i dati sperimentali relativi alle basse energie. Per i provini P2 e P3 all'aumentare dell'energia si nota una divergenza dai punti sperimentali a partire da un'energia di circa 15 J, probabilmente per inizio di altre forme di rottura e perdita di validità della formula dell'indentazione e per le ipotesi fatte su  $k_b$ , dal suo valore costante alla relazione con la geometria del provino, come descritto all'inizio del paragrafo 6.3.

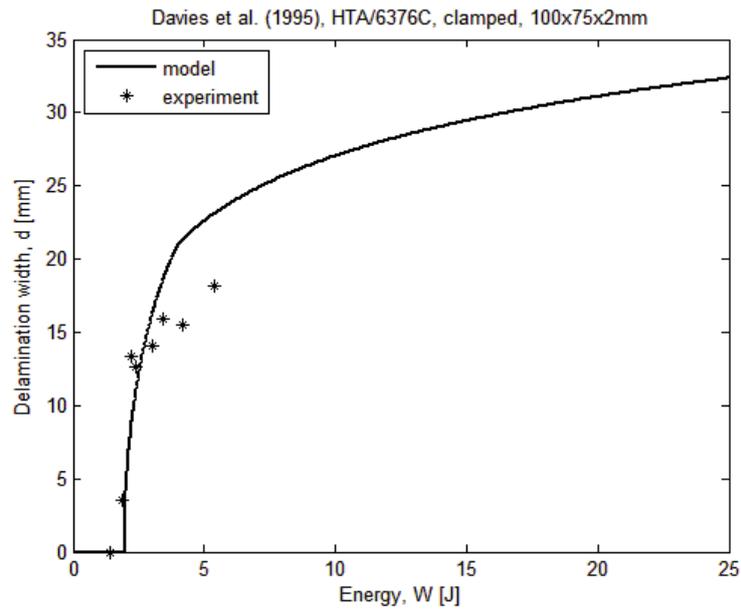


Figura 6.16: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P1),  $100 \times 75 \times 2\text{mm}$ , *clamped*

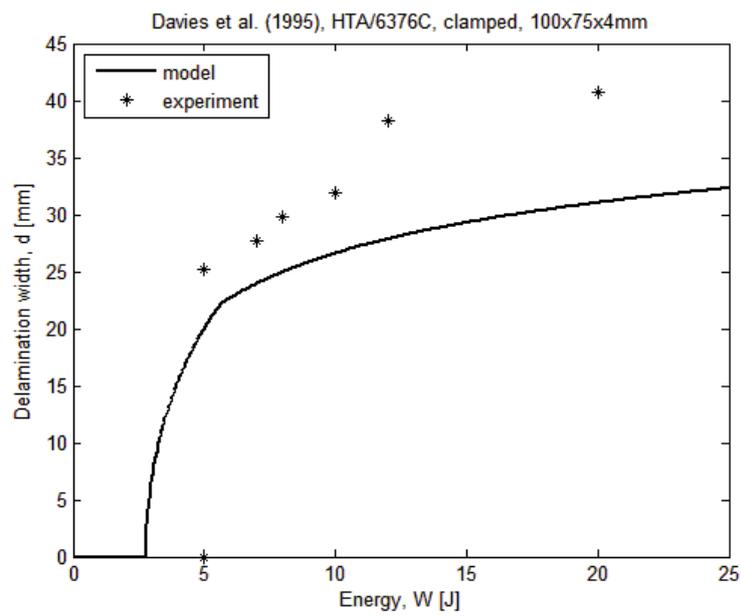


Figura 6.17: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P2),  $100 \times 75 \times 4\text{mm}$ , *clamped*

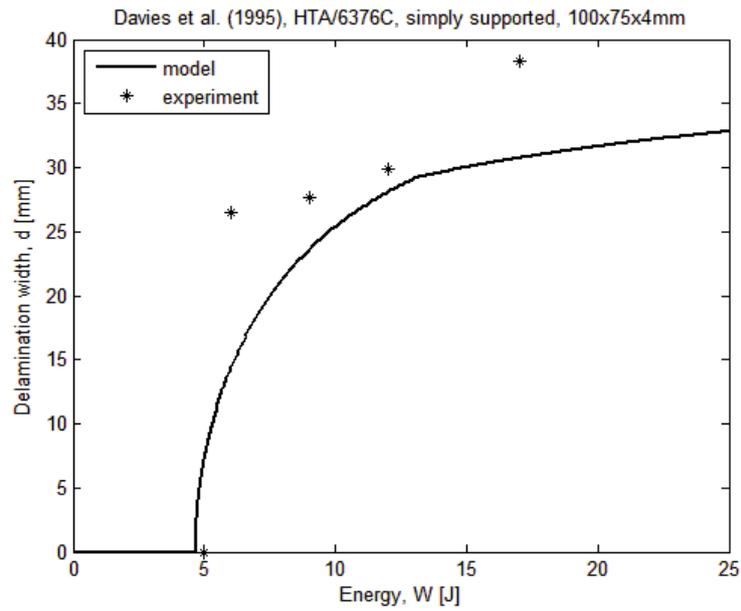


Figura 6.18: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P3),  $100 \times 75 \times 4\text{mm}$ , *simply supported*

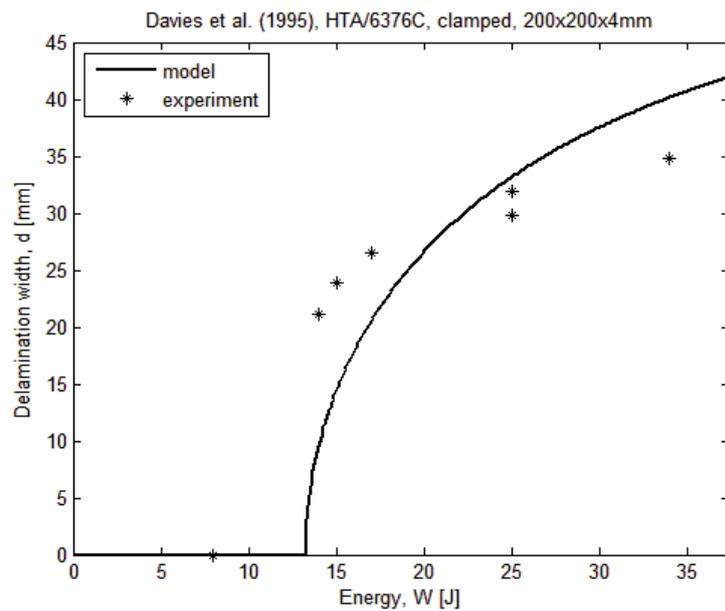


Figura 6.19: HTA/6376C confronto con Davies e Zhang [28] (P4),  $200 \times 200 \times 4\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.2 AS4/3501-6: confronto con Mitrovic et al. [34] (1999)

In questo documento vengono eseguite delle prove sperimentali su di un materiale composito quasi-isotropo costituito dalle lamine unidirezionali del tipo AS4/3501 – 6, al fine di determinare l'avanzamento della delaminazione per carichi a fatica di compressione, a seguito di un danno dovuto ad un impatto trasversale. Dallo studio è emerso che per il tipo di laminato e configurazione considerati, la *fatigue limit* è il 60% della CSAI (*compression strength after impact*) per un carico di fatica ad ampiezza costante, mentre è il 65% della CSAI per un carico a fatica del tipo *spectrum loading*. A seguito dei test eseguiti con la *drop tower*, i danni sui provini sono stati rilevati mediante un'ispezione ai raggi X.

Si vanno ora a confrontare i dati sperimentali ricavati da Mitrovic et al. con quelli ricavati dall'algoritmo. Lo spessore dell'intero laminato è di circa  $4\text{mm}$ , a cui corrisponde uno spessore per strato laminare di circa  $0.125\text{mm}$  con sequenza delle lamine del tipo  $[0|\pm 45|90]_{s4}$ . Le costanti ingegneristiche della lamina unidirezionale presenti in [34] sono solamente quelle associate allo stato di tensione *in-plane*, perciò sono state completate con quelle presenti in [37]. Per quanto riguarda la  $G_{IIc}$  della resina, sono stati utilizzati due diversi valori indicati in [34]. I test di impatto sono stati effettuati con impattatore avente punta semisferica con raggio pari a  $6.35\text{mm}$ , mentre i provini sono stati fissati (*clamped immovable*) ad un supporto avente apertura quadrata di lato  $25.4\text{mm}$ . I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono riportati in Tabella 6.9 (singola lamina), Tabella 6.10 (laminato) e Tabella 6.11 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6 [34] [37]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 139.1$	$E_2 = 9.2$	$E_3 = 9.2$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.3$	$G_{13} = 5.3$	$G_{23} = 3.7$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.28$	$\nu_{13} = 0.28$	$\nu_{23} = 0.5$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.125$		

Tabella 6.9: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6

Caratteristiche del laminato (AS4/3501-6) [34]			
Sequenza di lamine [deg]	$[0 \pm 45 90]_{s4}$		
Dimensioni [mm]	$a = 25.4$	$b = 25.4$	$h = 4$
Fracture toughness II [ $\text{J}/\text{m}^2$ ]	$G_{IIc1} = 460$	$G_{IIc2} = 605$	

Tabella 6.10: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6)

Impattore e vincoli [34]	
Raggio impattore [mm]	$R_i = 6.35$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.11: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.12 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 53.8$	$E_{2_l} = 53.8$	$E_{3_l} = 11.6$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 20.6$	$G_{13_l} = 4.5$	$G_{23_l} = 4.5$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.30$	$\nu_{13_l} = 0.32$	$\nu_{23_l} = 0.32$

Tabella 6.12: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)

Il confronto con le prove sperimentali è mostrato in Figura 6.20. Si può dire che il modello segue in maniera sufficientemente accurata i valori di delaminazione ricavati dalle prove sperimentali; fornisce una buona stima per il tipo di problema di impatto esaminato. Si nota inoltre che al diminuire della  $G_{IIc}$ , la curva tende ad assumere valori più alti di delaminazione a parità di energia di impatto.

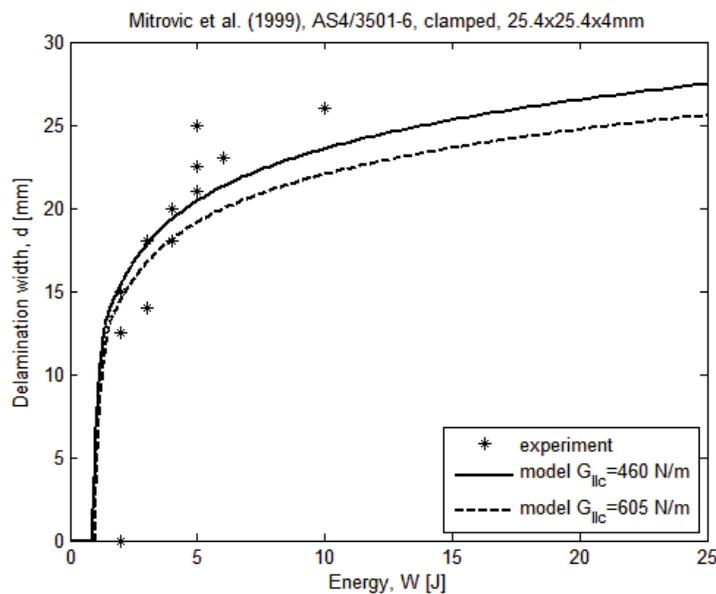


Figura 6.20: AS4/3501-6 confronto con Mitrovic et al. [34],  $25.4 \times 25.4 \times 4\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.3 AS4/3501-6: confronto con Gomez-del Rio et al. [35] (2005)

In [35] viene descritto il lavoro svolto da Gomez-del Rio et al. al fine di studiare la risposta di laminati del tipo *carbon/epoxy* (CFRP) agli impatti a bassa velocità in condizione di bassa temperatura. Le prove sperimentali vengono svolte su diversi tipi di laminati (unidirezionale, *cross-ply*, quasi-isotropo e *woven*) mediante *drop tower*, in un range di temperatura compreso tra  $20^{\circ}\text{C}$  e  $-150^{\circ}\text{C}$ . A seguito di tali test, l'estensione della delaminazione è stata misurata mediante ispezione ad ultrasuoni C-scan, con ulteriore studio dei danni mediante microscopio elettronico. Dallo studio è emerso che il laminato che ha subito un raffreddamento prima dell'impatto, presenta danni maggiori rispetto a quelli presenti nel materiale non raffreddato. In particolare, il laminato raffreddato presenta cricche matriciali e delaminazioni più estese, maggiore indentazione e un numero più elevato di fibre rotte nella superficie del laminato opposta a quella dell'impatto.

Si vanno ora a confrontare i risultati dei test sperimentali con quelli dell'algoritmo. I dati sperimentali che si considerano nel confronto, riguardano il laminato di tipo AS4/3501 – 6 quasi-isotropo, sottoposto ad impatto ad una temperatura di  $20^{\circ}\text{C}$ . Lo spessore dell'intero laminato è di circa  $1.6\text{mm}$ , a cui corrisponde uno spessore per strato laminare di circa  $0.2\text{mm}$  con sequenza delle lamine del tipo  $[+45|-45|0|90]_s$ . Essendo presenti in [35] solamente alcune costanti ingegneristiche delle lamine unidirezionali che compongono il materiale, sono state considerate anche le caratteristiche presenti in [37]. Il valore di  $G_{IIc}$  è pari a  $500\text{ J/m}^2$ . Le prove di impatto sono state eseguite con un impattatore avente punta semisferica di raggio  $10\text{mm}$ ; il provino è invece stato fissato al supporto (*clamped immovable*) avente apertura circolare di diametro pari a  $60\text{mm}$ . I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono riportati in Tabella 6.13 (singola lamina), Tabella 6.14 (laminato) e Tabella 6.15 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6 [35] [37]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 131$	$E_2 = 9$	$E_3 = 9$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 7.2$	$G_{13} = 7.2$	$G_{23} = 3.7$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.28$	$\nu_{13} = 0.28$	$\nu_{23} = 0.5$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.2$		

Tabella 6.13: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6

Caratteristiche del laminato (AS4/3501-6) [35]		
Sequenza di lamine [deg]	$[+45 -45 0 90]_s$	
Dimensioni [mm]	$d = 60$	$h = 1.6$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc} = 500$	

Tabella 6.14: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6)

<b>Impattatore e vincoli [35]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 10$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.15: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.59 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 52.6$	$E_{2_l} = 52.6$	$E_{3_l} = 11.4$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 20.6$	$G_{13_l} = 5.5$	$G_{23_l} = 5.5$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.28$	$\nu_{13_l} = 0.34$	$\nu_{23_l} = 0.34$

Tabella 6.16: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)

Il confronto tra risultati sperimentali e risultati dell'algoritmo è mostrato in Figura 6.21 dove si nota che l'andamento del modello è piuttosto vicino ai dati sperimentali. Per le differenze che si notano occorre tener presente di quanto detto all'inizio del paragrafo 6.3, inoltre si possiedono solo quattro punti sperimentali da cui è difficile prevedere l'effettivo andamento della delaminazione al variare dell'energia.

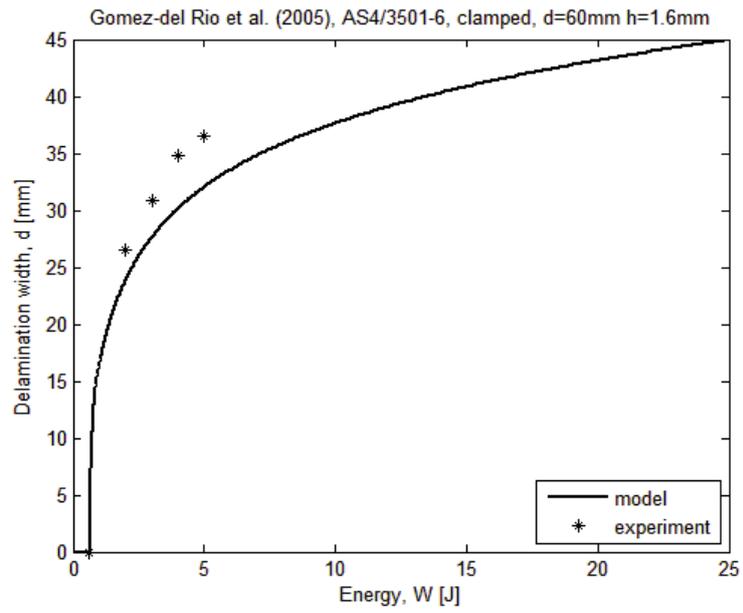


Figura 6.21: AS4/3501-6 confronto con Gomez-del Rio et al. [35],  $d = 60\text{mm}$   $h = 1.6\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.4 AS4/3501-6: confronto con Akangah et al. [36] (2013)

In questo documento Akangah et al. descrivono uno studio svolto per confrontare la resistenza e la tolleranza agli impatti a bassa velocità di un materiale composito standard con lamine di tipo AS4/3501 – 6 (*no interleaved*) con quelle di un laminato dello stesso materiale, ma con dei film di nanofibre polimeriche in Nylon-66 posizionati nelle interfacce tra le lamine (*interleaved*). Tale film ha una bassissima densità ( $0.7 \text{ g/m}^2$ ) rispetto alla densità del laminato standard ( $260 \text{ g/m}^2$ ). I provini sottoposti ad impatto sono poi stati ispezionati mediante scansione di tipo C-scan. In seguito ai test di impatto, sono state svolte delle prove a compressione per esaminare la tolleranza al danno dei due laminati. Dallo studio è emerso che il laminato *interleaved* presenta una forza critica di inizio delaminazione più alta rispetto a quella del laminato standard (+12%), come pure la resistenza a compressione (+10%).

Per mettere a confronto il modello analitico con i dati sperimentali ricavati dai test con la *drop tower* si sono considerate le costanti ingegneristiche e la  $G_{IIC}$  della lamina unidirezionale AS4/3501 – 6 riportate in [37], non essendo riportate nel documento di Akangah et al. La sequenza della lamine è del tipo  $[-45|90|45|0]_{3S}$ , con spessore del laminato di circa  $4.14 \text{ mm}$ , a cui corrisponde uno spessore per ogni strato di circa  $0.173 \text{ mm}$ . I test di impatto sono stati svolti con impattatore semisferico di raggio pari a  $12.7 \text{ mm}$ , con supporti dotati d'apertura rettangolare di lati  $127 \text{ mm}$  e  $76 \text{ mm}$ . Per quanto riguarda le condizioni di vincolo, i provini sono stati posizionati come in Figura 6.22, dove il fissaggio del provino viene realizzato mediante bloccaggio dei suoi quattro angoli. Tale condizione di vincolo non rappresenta pienamente la condizione *clamped* essendo parte del bordo del provino libera di muoversi. A basse energie però si hanno delle piccole deflessioni, perciò il provino può essere considerato come *clamped*, mentre all'aumentare dell'energia la condizione di vincolo tende ad essere sempre più vicina al tipo *simply supported*. Nelle prove sperimentali di Akangah et al., il massimo valore di energia di impatto è inferiore ai  $15 \text{ J}$ , perciò la condizione di vincolo considerata è solamente quella di tipo *clamped*.

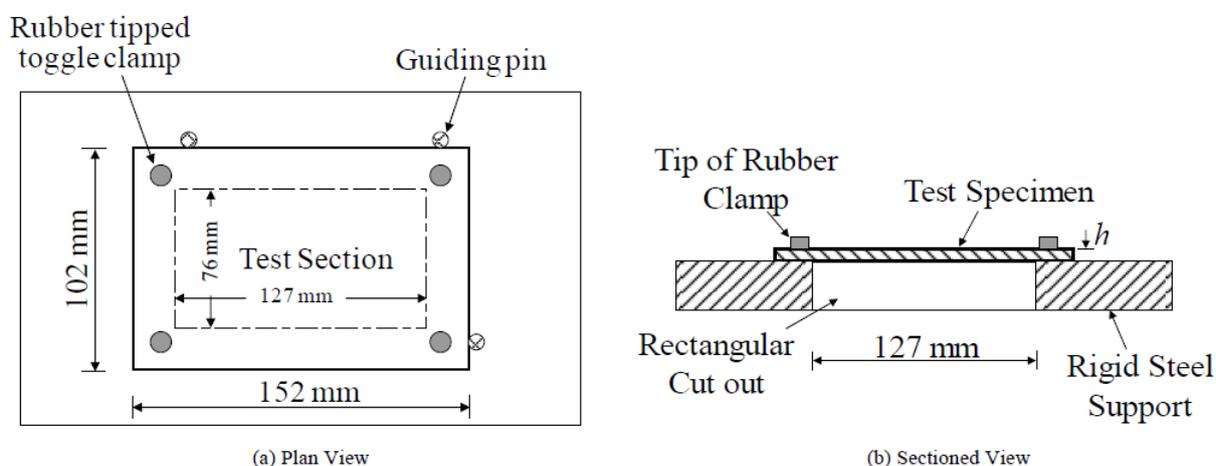


Figura 6.22: Vincoli dei test sperimentali svolti da Akangah et al. [36]

I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono dunque riportati in Tabella 6.17 (singola lamina), Tabella 6.18 (laminato) e Tabella 6.19 (impattatore e vincoli).

<b>Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6 [37]</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 132$	$E_2 = 9.7$	$E_3 = 9.7$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.9$	$G_{13} = 5.9$	$G_{23} = 3.7$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.30$	$\nu_{13} = 0.30$	$\nu_{23} = 0.50$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.1725$ [36]		

Tabella 6.17: Caratteristiche della singola lamina AS4/3501-6

<b>Caratteristiche del laminato (AS4/3501-6) [36]</b>			
Sequenza di lamine [deg]	$[-45 90 45 0]_{3s}$		
Dimensioni [mm]	$a = 127$	$b = 76$	$h = 4.14$
Fracture toughness II [ $J/m^2$ ]	$G_{IIc} = 600$ [37]		

Tabella 6.18: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4/3501-6)

<b>Impattatore e vincoli [36]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 12.7$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.19: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.20 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 52.1$	$E_{2_l} = 52.1$	$E_{3_l} = 12.2$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 20.1$	$G_{13_l} = 4.8$	$G_{23_l} = 4.8$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.30$	$\nu_{13_l} = 0.34$	$\nu_{23_l} = 0.34$

Tabella 6.20: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4/3501-6)

In Figura 6.23 è mostrato il confronto tra metodo analitico e prove sperimentali, dove la curva ricavata dall'algoritmo segue abbastanza bene i punti dei test, sovrastimandoli di poco. Tale sovrastima può essere dovuta alla differenza del valore di  $G_{IIc}$  assunto rispetto a quello reale (probabilmente minore di quello reale). Altro motivo può essere la tecnica di ispezione dei provini una volta eseguito il test con la *drop tower*, dove l'attrezzatura potrebbe non aver rilevato correttamente l'intera estensione della delaminazione. Questi fattori e tutti quelli citati in precedenza, all'inizio del paragrafo 6.3, possono contribuire sulla differenza tra l'andamento del metodo analitico e i dati sperimentali. Si nota comunque che il risultato dell'algoritmo fornisce una discreta stima dell'ampiezza di delaminazione per il problema di impatto analizzato.

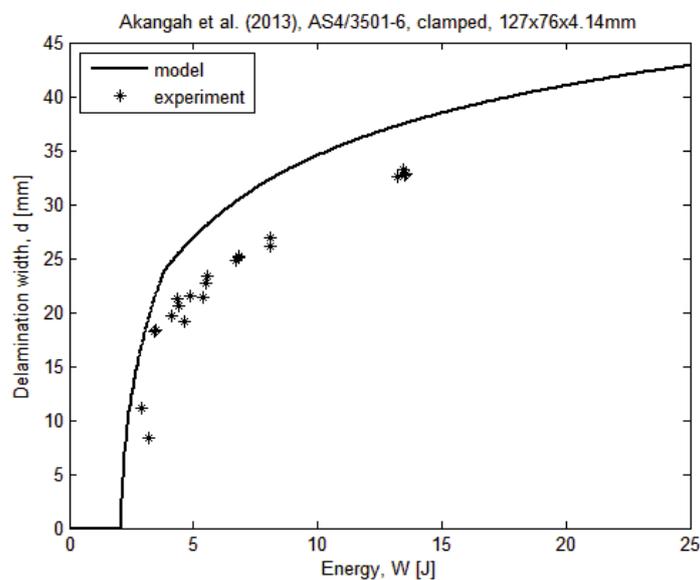


Figura 6.23: AS4/3501-6 confronto con Akangah et al. [36],  $127 \times 76 \times 4.14\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.5 T300/914C: confronto con Duarte et al. [38] (1999)

In [38], Duarte et al. hanno studiato il comportamento agli impatti a bassa velocità e ai test CAI (*compression after impact*), di due diversi tipi di laminati (*interleaved* e *non-interleaved*) costituiti entrambi da lamina unidirezionali del tipo *T300/914C carbon/epoxy*. La superficie delaminata nei laminati a seguito dell'impatto è stata misurata mediante una ispezione C-scan. Il laminato *interleaved* presenta nelle interfacce un film di materiale polimerico e dai test sperimentali risulta avere delle aree di delaminazione, a seguito di un impatto, minori rispetto al laminato *non-interleaved* a causa della diversa distribuzione degli sforzi. Nei test CAI invece, i laminati *interleaved* presentano una minore resistenza alla compressione e quindi occorre utilizzare film con un elevato modulo di taglio per migliorare la CSAI (*compression strength after impact*).

Le prove sperimentali che vengono messe a confronto col modello analitico riguardano il materiale *non-interleaved* costituito da lamine unidirezionali di tipo *T300/914C*. Lo spessore dell'intero laminato è di circa  $2mm$ , a cui corrisponde uno spessore per strato laminare di  $0.125mm$ , con sequenza di lamine del tipo  $[+45|0 - 45|90]_{2S}$ . Non essendo presente alcuna informazione sulle sue proprietà elastiche, sono state considerate le costanti ingegneristiche presenti in [39] con  $G_{23}$  calcolato con la formula approssimata

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})}$$

Mentre per il valore di  $G_{IIc}$ , non essendo state trovate informazioni a riguardo, è stato ricavato da [40] in cui è presente il valore di  $G_{IIc}$  per un laminato di tipo *T300/914*. Tenendo presente che in [39] al laminato *T300/914C* è associato un  $G_{Ic} = 220 J/m^2$ , mentre in [40] al laminato *T300/914* è associato un  $G_{Ic} = 185 J/m^2$  e un  $G_{IIc} = 600 J/m^2$ , si è scelto un valore per il laminato *T300/914C* di  $G_{IIc} = 700 J/m^2$ . I test sperimentali sono stati svolti con impattatore a punta semisferica di raggio  $6.25mm$  e i provini sono stati fissati a supporti con apertura rettangolare di lati  $90mm$  e  $80mm$ . Per quanto riguarda le condizioni di vincolo dei provini, si ha un caso simile a quello di Akangah et al. [36], i cui all'aumentare dell'energia di impatto le condizioni di vincolo possono cambiare. Anche in questo caso però, l'energia massima di impatto è inferiore ai  $15 J$  e quindi le condizioni di vincolo sono state considerate del tipo *clamped immovable*. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono riportati in Tabella 6.21 (singola lamina), Tabella 6.22 (laminato) e Tabella 6.23 (impattatore e vincoli).

<b>Caratteristiche della singola lamina T300/914C [39]</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 138$	$E_2 = 11$	$E_3 = 11$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.5$	$G_{13} = 5.5$	$G_{23} = 3.9$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.28$	$\nu_{13} = 0.28$	$\nu_{23} = 0.40$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.125$		

Tabella 6.21: Caratteristiche della singola lamina T300/914C

<b>Caratteristiche del laminato (T300/914C) [38]</b>			
Sequenza di lamine [deg]	$[+45 0 -45 90]_{2s}$		
Dimensioni [mm]	$a = 90$	$b = 80$	$h = 2$
Fracture toughness II [ $J/m^2$ ]	$G_{IIc} = 700$		

Tabella 6.22: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914C)

<b>Impattore e vincoli [38]</b>	
Raggio impattore [mm]	$R_i = 6.25$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.23: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.24 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914C)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1,l} = 54.1$	$E_{2,l} = 54.1$	$E_{3,l} = 12.6$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12,l} = 20.7$	$G_{13,l} = 4.7$	$G_{23,l} = 4.7$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12,l} = 0.31$	$\nu_{13,l} = 0.28$	$\nu_{23,l} = 0.28$

Tabella 6.24: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914C)

In Figura 6.24 è riportato il confronto tra prove sperimentali e modello analitico, dove si nota che l'andamento ricavato dall'algoritmo presenta valori di poco superiori a quelli sperimentali. Occorre

tener conto di quanto detto all'inizio del paragrafo 6.3 per le possibili fonti di differenza dai dati sperimentali; in particolare si dispongono di pochi punti ricavati dalla prova sperimentale per capire meglio il comportamento del materiale e il valore assunto di  $G_{IIc}$  potrebbe non essere vicino a quello del laminato sottoposto ai test. Inoltre l'algoritmo è piuttosto sensibile anche allo spessore del laminato come detto nel paragrafo 6.3 e in questo caso lo sono anche i dati sperimentali, essendo in [38] riportate le misure di delaminazione in funzione dell'energia di impatto su unità di spessore ( $J/mm$ ). Infatti, se riduciamo lo spessore delle singole lamine da  $0.125\text{ mm}$  a  $0.115\text{ mm}$ , per uno spessore totale del laminato di  $1.840\text{ mm}$  invece di  $2\text{ mm}$ , si hanno delle visibili variazioni in entrambi i risultati, come si può notare in Figura 6.24. Nonostante ciò, il modello analitico sembra fornire una buona stima dell'ampiezza di delaminazione per il problema di impatto esaminato.

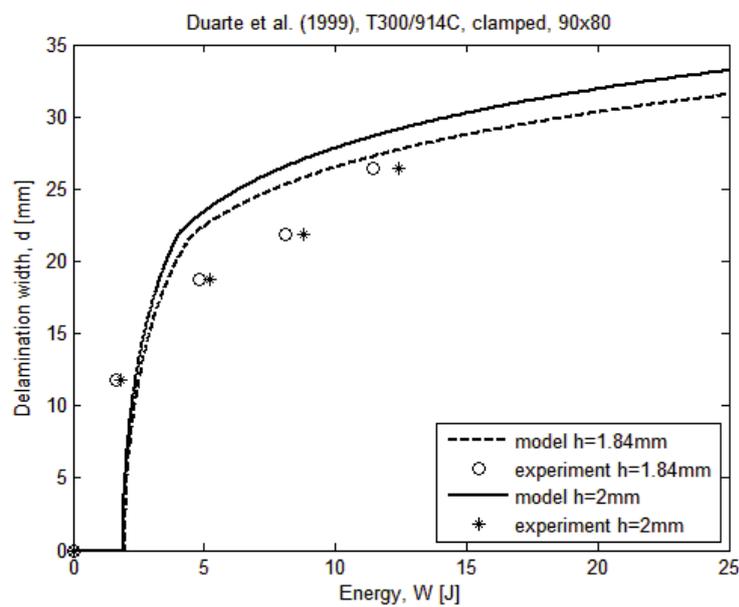


Figura 6.24: T300/914C confronto con Duarte et al. [38],  $90 \times 80\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.6 T300/914: confronto con Gao e Kim [16] (2001)

Nel lavoro svolto da Gao e Kim [16] è stato studiato l'effetto del *cooling rate* sul comportamento di un laminato in composito, costituito da lamine del tipo *carbon/PEEK*, mediante *drop tower* e prove di tipo CAI. A seguito delle prove di impatto, i provini sono stati sottoposti ad un'ispezione del tipo SAM (*scanning acoustic microscopy*) per valutarne i danni. In particolare si sono messi a confronto il comportamento di un laminato costituito da lamine del tipo *carbon/epoxy* con due laminati del tipo *carbon/PEEK* (uno *fast-cooled* ed un altro *slow-cooled*). I risultati mostrano che il laminato del tipo *carbon/epoxy* è il meno resistente agli impatti per quanto riguarda la delaminazione, mentre il laminato *fast-cooled* presenta le minori estensioni di delaminazione a parità di energia di impatto. Dalle prove CAI risulta inoltre che il laminato del tipo *fast-cooled* presenta una minor riduzione della resistenza residua a compressione all'aumentare dell'energia di impatto. Ne segue che un materiale del tipo *carbon/PEEK* può essere migliorato modificando il processo di raffreddamento in fase di produzione.

Il materiale considerato per il confronto con il modello analitico è il laminato del tipo *carbon/epoxy* che presenta lamine T300/914 le cui caratteristiche elastiche non sono presenti in [16] e quindi le costanti ingegneristiche sono state ricavate da [41], mentre il valore della SERR relativo al modo II di rottura è stata ricavata da [40]. Il laminato presenta uno spessore di 2mm circa, con spessore per strato laminare di 0.125mm. La sequenza delle lamine è del tipo  $[+45|0|-45|90]_{2s}$ . Le prove sperimentali sono state eseguite con un impattatore di punta semisferica avente raggio di 12.7mm. I provini sono stati fissati (*clamped immovable*) tra due supporti anulari con apertura circolare di diametro pari a 75mm. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono riportati in Tabella 6.25 (singola lamina), Tabella 6.26 (laminato) e Tabella 6.27 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T300/914 [41]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 129$	$E_2 = 8.4$	$E_3 = 8.4$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.2$	$G_{13} = 4.2$	$G_{23} = 3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.31$	$\nu_{13} = 0.31$	$\nu_{23} = 0.4$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.125$ [16]		

Tabella 6.25: Caratteristiche della singola lamina T300/914

<b>Caratteristiche del laminato (T300/914) [16]</b>		
Sequenza di lamine [deg]	[+45 0 -45 90] <sub>2s</sub>	
Dimensioni [mm]	$d = 75$	$h = 2$
Fracture toughness II [J/m <sup>2</sup> ]	$G_{IIc} = 600$ [40]	

Tabella 6.26: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914)

<b>Impattatore e vincoli [16]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 12.7$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.27: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.28 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 49.2$	$E_{2_l} = 49.2$	$E_{3_l} = 9.7$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 18.7$	$G_{13_l} = 3.6$	$G_{23_l} = 3.6$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.31$	$\nu_{13_l} = 0.29$	$\nu_{23_l} = 0.29$

Tabella 6.28: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914)

In Figura 6.25 è visualizzato il confronto tra dati sperimentali e modello analitico dove si nota che la curva dell'algoritmo fornisce valori di ampiezza di delaminazione minori dei valori sperimentali. La differenza è conseguenza di tutte le imprecisioni descritte all'inizio del paragrafo 6.3 e in particolare si pensa sia dovuta principalmente all'ipotesi di  $k_b$  costante e alla perdita di validità delle formule per il calcolo dell'indentazione; inoltre, a valori di energia di impatto superiori ai 20 J iniziano ad essere più consistenti anche altri fenomeni di rottura che possono alterare l'avanzamento della delaminazione. Si nota comunque, che per valori di bassa energia il modello analitico segue discretamente i dati sperimentali per il tipo di problema di impatto esaminato.

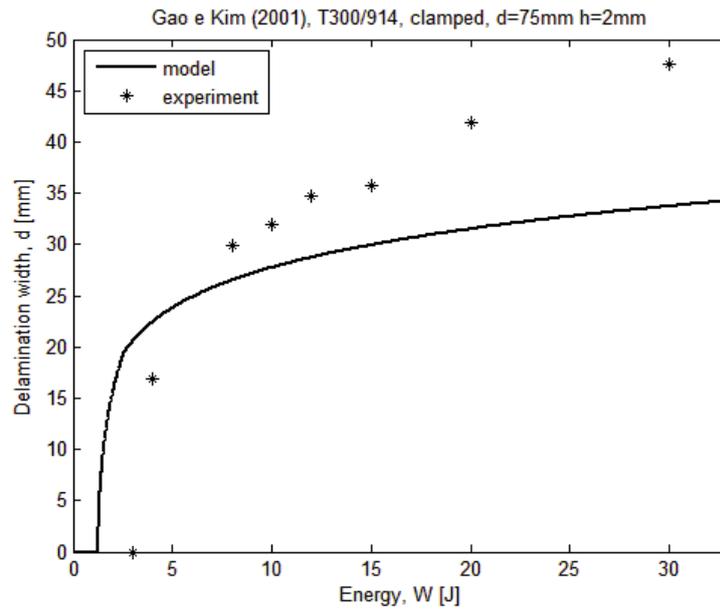


Figura 6.25: T300/914 confronto con Gao e Kim [16],  $d = 75\text{mm}$   $h = 2\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.7 T300/914: confronto con Vieille et al. [2] (2013)

Il lavoro svolto da Vieille et al. in [2] riguarda il confronto del comportamento di tre tipi di laminati sottoposti ad impatto trasversale ed è già stato descritto nel paragrafo 3.2.2. Il materiale considerato per il confronto con il modello analitico è il laminato costituito da lamine del tipo T300/914 le cui caratteristiche elastiche non sono presenti in [2] e quindi le costanti ingegneristiche sono state ricavate da [41], mentre il valore della SERR relativo al modo II di rottura è stata ricavata da [40]. La sequenza delle lamine è del tipo  $[0|90| \pm 45|\pm 45|0|90|0|90| \pm 45| \pm 45|0|90]$ , con spessore del laminato di circa  $2.4\text{mm}$ , a cui corrisponde uno spessore di ogni strato pari a  $0.15\text{mm}$ . Le prove sperimentali sono state svolte con impattatore a punta semisferica di raggio  $10\text{mm}$  e i provini sono stati appoggiati su di un supporto con apertura rettangolare di lati  $125\text{mm}$  e  $75\text{mm}$ . I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono dunque riportati in Tabella 6.29 (singola lamina), Tabella 6.30 (laminato) e Tabella 6.31 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T300/914 [41]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 129$	$E_2 = 8.4$	$E_3 = 8.4$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.2$	$G_{13} = 4.2$	$G_{23} = 3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.31$	$\nu_{13} = 0.31$	$\nu_{23} = 0.4$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.15$ [2]		

Tabella 6.29: Caratteristiche della singola lamina T300/914

Caratteristiche del laminato (T300/914) [2]			
Sequenza di lamine [deg]	$[0 90  \pm 45 \pm 45 0 90 0 90  \pm 45  \pm 45 0 90]$		
Dimensioni [mm]	$a = 125$	$b = 75$	$h = 2.4$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc} = 600$ [40]		

Tabella 6.30: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/914)

Impattatore e vincoli [2]	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 10$
Vincoli del provino	<i>Simply supported immovable</i>

Tabella 6.31: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.4 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914)			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 49.2$	$E_{2_l} = 49.2$	$E_{3_l} = 9.7$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 18.7$	$G_{13_l} = 3.6$	$G_{23_l} = 3.6$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.31$	$\nu_{13_l} = 0.29$	$\nu_{23_l} = 0.29$

Tabella 6.32: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/914)

Il confronto tra prove sperimentali e modello analitico è mostrato in Figura 6.26 e si nota che il modello segue abbastanza bene i punti sperimentali. Per poter essere certi sull'affidabilità dell'algoritmo occorrerebbe in questo caso disporre di un numero più elevato di punti da prove sperimentali, soprattutto più prove per stesso livello di energia di impatto.

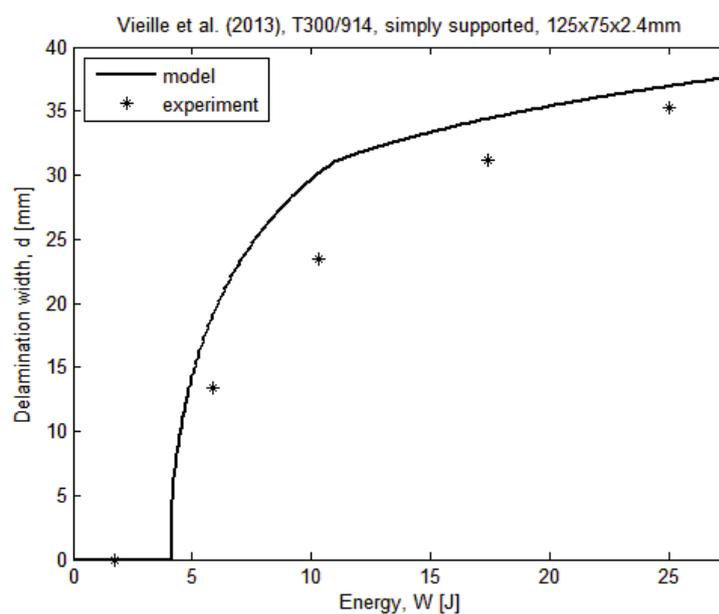


Figura 6.26: T300/914 confronto con Vieille et al. [2],  $125 \times 75 \times 2.4 \text{ mm}$ , simply supported

### 6.3.8 HS160/REM: confronto con Aymerich et al. [42] (2007)

In [42] Aymerich et al. riportano uno studio sulla resistenza alla delaminazione di un laminato in composito irrigidito trasversalmente lungo la direzione dello spessore (*stitched*). Il materiale irrigidito è messo a confronto con un materiale non irrigidito, costituiti entrambi da lamine unidirezionali di tipo HS160/REM. Dallo studio è emerso che con l'irrigidimento effettuato e per basse energie di impatto i due laminati presentano una risposta simile in termini di spostamenti, assorbimento di energia e di indentazione permanente. L'ampiezza di delaminazione al variare dell'energia di impatto invece, risulta essere leggermente inferiore quella relativa al laminato *stitched*.

Il confronto col modello analitico è stato svolto con il materiale HS160/REM *unstitched*, ma non essendo presenti in [42] le caratteristiche elastiche del materiale sono state considerate le costanti ingegneristiche utilizzate in [43], mentre il valore di  $G_{IIc}$  è stato ricavato da [44]. La sequenza di lamine è del tipo  $[0_3|90_3]_s$  e l'intero laminato presenta uno spessore di circa 2mm, a cui corrisponde uno spessore per ogni strato di 0.166mm. I test sperimentali sono stati svolti con un impattatore a punta semisferica avente raggio pari a 6.25mm. I provini sono stati fissati ad un supporto con apertura rettangolare di lati 67.5mm e 45mm, tale da realizzare la condizione di vincolo di *simply supported immovable*. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono dunque riportati in Tabella 6.33 (singola lamina), Tabella 6.34 (laminato) e Tabella 6.35 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina HS160/REM [43]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 144$	$E_2 = 12.1$	$E_3 = 12.1$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.5$	$G_{13} = 4.5$	$G_{23} = 3.2$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.20$	$\nu_{13} = 0.20$	$\nu_{23} = 0.46$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.166$ [42]		

Tabella 6.33: Caratteristiche della singola lamina HS160/REM

Caratteristiche del laminato (HS160/REM) [42]			
Sequenza di lamine [deg]	$[0_3 90_3]_s$		
Dimensioni [mm]	$a = 67.5$	$b = 45$	$h = 2$
Fracture toughness II [ $J/m^2$ ]	$G_{IIc} = 800$ [44]		

Tabella 6.34: Caratteristiche dell'intero laminato (HS160/REM)

<b>Impattatore e vincoli [42]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6.25$
Vincoli del provino	<i>Simply supported immovable</i>

Tabella 6.35: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.36 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (HS160/REM)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 78.4$	$E_{2_l} = 78.4$	$E_{3_l} = 14.7$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 4.5$	$G_{13_l} = 3.8$	$G_{23_l} = 3.8$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.03$	$\nu_{13_l} = 0.37$	$\nu_{23_l} = 0.37$

Tabella 6.36: Costanti ingegneristiche del laminato (HS160/REM)

Il confronto dei risultati del modello analitico con quelli sperimentali è visualizzato in Figura 6.27 dove si nota che il modello analitico segue bene l'andamento dei risultati sperimentali. Superata una certa energia di impatto, circa  $10 J$ , si ha un brusco aumento dell'ampiezza di delaminazione nei risultati sperimentali. Questo comportamento è probabilmente legato alle dimensioni piuttosto ridotte dei provini di laminato e in particolare agli effetti di bordo diventano importanti all'aumentare della superficie delaminata. Il modello analitico sembra dunque fornire una buona stima dell'ampiezza di delaminazione, in caso di bassa energia di impatto, per il problema di impatto esaminato.

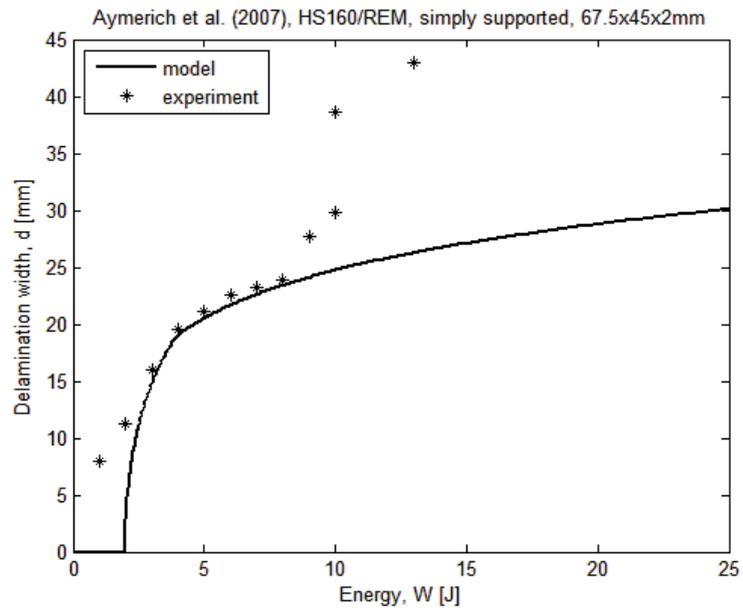


Figura 6.27: HS160/REM confronto con Aymerich et al. [42],  $67.5 \times 45 \times 2 \text{ mm}$ , *simply supported*

### 6.3.9 T300/epoxy: confronto con Minak e Ghelli [45] (2008)

In [45] Minak e Ghelli hanno studiato il comportamento di laminati circolari sottoposti ad impatti a bassa velocità per verificare gli effetti legati alle dimensioni dei provini e alle condizioni di vincolo. I test sono stati effettuati utilizzando due dimensioni diverse di provini (di diametro  $76\text{ mm}$  e  $200\text{ mm}$ ) e due condizioni di vincolo differenti (*clamped* e *simply supported*). Una volta effettuati i test di impatto, la superficie delaminata è stata misurata mediante microscopio ottico. I risultati sperimentali sono poi stati confrontati con i risultati ottenuti mediante una simulazione numerica ad elementi finiti. Dallo studio è emerso che sia le dimensioni, che le condizioni di vincolo, influenzano la risposta agli impatti. Per quanto riguarda la simulazione numerica, il confronto ha mostrato risultati differenti sulla misura della delaminazione, mentre sono simili le storie di carico a cui sono stati sottoposti i provini. Il confronto col metodo analitico di questo lavoro di tesi, viene svolto considerando il laminato circolare di diametro pari a  $76\text{ mm}$ , costituito da lamine unidirezionali del tipo T300/epoxy, con sequenza di lamine del tipo  $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$ . Lo spessore del laminato è di  $2.67\text{ mm}$  che corrisponde ad uno spessore per strato di  $0.168\text{ mm}$ . Non essendo presente in [45], non è stato possibile trovare un valore per  $G_{IIc}$  non essendo specificato il tipo di resina epossidica utilizzato. Si sono dunque confrontati due valori di  $G_{IIc}$  considerati nella media tra le resine epossidiche ( $700\text{ J/m}^2$  e  $800\text{ J/m}^2$ ). I test sperimentali sono stati svolti con impattatore semisferico di raggio  $6.35\text{ mm}$ . I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono visualizzati in Tabella 6.37 (singola lamina), Tabella 6.38 (laminato) e Tabella 6.39 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy [45]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 93$	$E_2 = 10.5$	$E_3 = 10.5$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.2$	$G_{13} = 4.2$	$G_{23} = 4.2$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.28$	$\nu_{13} = 0.28$	$\nu_{23} = 0.30$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.168$		

Tabella 6.37: Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy

Caratteristiche del laminato (T300/epoxy) [45]		
Sequenza di lamine [deg]	$[0 0 90 90 45 -45 45 -45]_s$	
Dimensioni [mm]	$d = 76$	$h = 2.67$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc1} = 700$	$G_{IIc2} = 800$

Tabella 6.38: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/epoxy)

<b>Impattatore e vincoli [45]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6.35$
Vincoli del provino	$V1: \textit{clamped immovable}$ $V2: \textit{simply supported immovable}$

Tabella 6.39: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.40 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1,l} = 37.9$	$E_{2,l} = 37.9$	$E_{3,l} = 11.2$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12,l} = 14.4$	$G_{13,l} = 4.2$	$G_{23,l} = 4.2$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12,l} = 0.31$	$\nu_{13,l} = 0.23$	$\nu_{23,l} = 0.23$

Tabella 6.40: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy)

In Figura 6.28 e Figura 6.29 sono mostrati i confronti dei risultati dei dati sperimentali con quelli del modello analitico. Non disponendo di un valore per  $G_{IIc}$ , sono riportati nei grafici i risultati del modello analitico con valori di  $G_{IIc} = 700 \text{ J/m}^2$  e  $G_{IIc} = 800 \text{ J/m}^2$ . Si nota che tale parametro influenza maggiormente l'andamento del caso con condizione di vincolo del tipo *simply supported*. I due valori sono stati scelti come valori medi di  $G_{IIc}$  relativi alle resine epossidiche in lamine con fibre di rinforzo in carbonio. In entrambi i casi, l'andamento segue bene i dati sperimentali e la differenza da questi ultimi è senza dubbio influenzata anche da quanto descritto all'inizio del paragrafo 6.3.

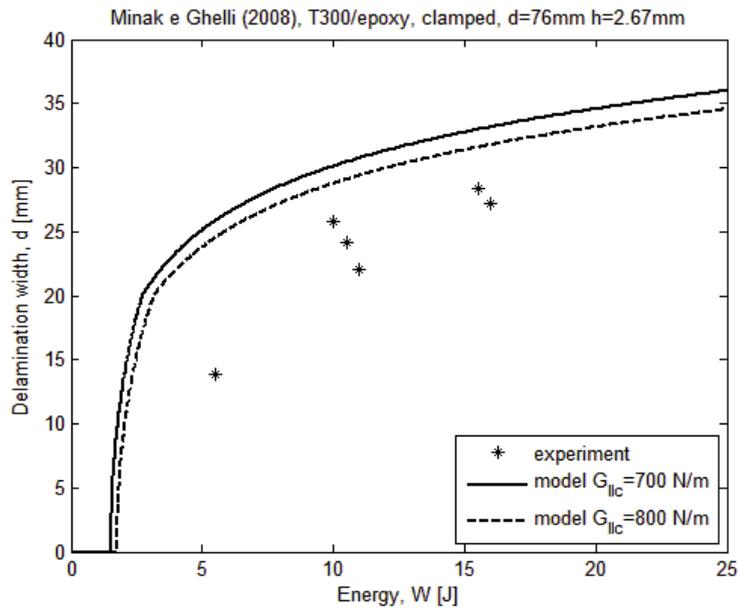


Figura 6.28: T300/epoxy confronto con Minak e Ghelli [45],  $d = 76\text{mm}$   $h = 2.67\text{mm}$ , *clamped*

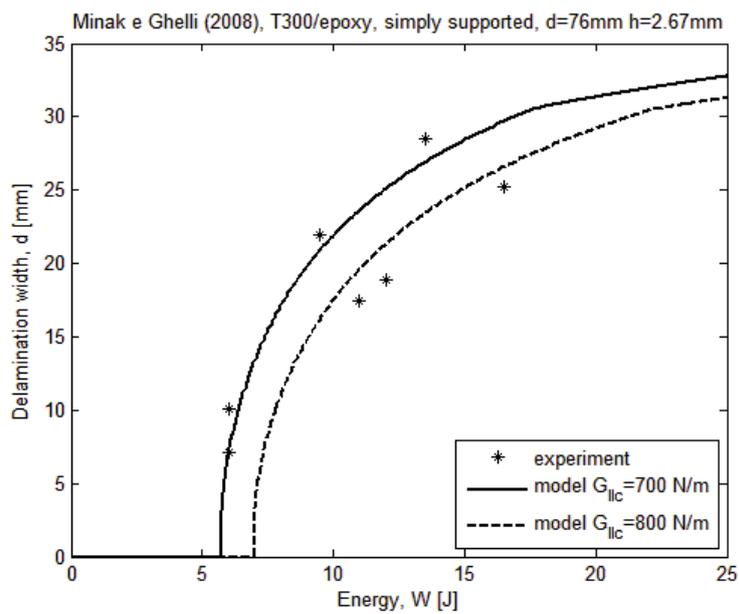


Figura 6.29: T300/epoxy confronto con Minak e Ghelli [45],  $d = 76\text{mm}$   $h = 2.67\text{mm}$ , *simply supported*

### 6.3.10 T300/epoxy: confronto con Ghelli e Minak [29] (2011)

In [29] Ghelli e Minak hanno studiato il comportamento di un laminato in composito, costituito da lamine unidirezionali del tipo *T300/epoxy*, sottoposto a test mediante *drop tower* e test di tipo CAI. Le prove sono state effettuate su provini fissati a supporti con due aperture differenti (rettangolare  $125 \times 75 \text{ mm}$  e circolare  $d = 76 \text{ mm}$ ) e due sequenze di lamine diverse, in accordo con due standard ASTM:

$$\text{PS1. } [0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$$

$$\text{PS2. } [90|90|0|0|-45|45|-45|45]_s$$

Tutti i tipi di provini sono stati ricavati dallo stesso laminato. Dallo studio è emerso che le due diverse geometrie presentano differenze nel comportamento dinamico, nell'assorbimento di energia e nei danni; la sequenza delle lamine influisce invece solamente nel laminato rettangolare. Nei test CAI inoltre, il comportamento è sempre caratterizzato da instabilità di imbozzamento globale a causa del piccolo spessore dei provini. Le forme dell'imbozzamento sono risultate differenti sia per geometrie che per sequenza di lamine diverse, mentre l'impatto ha influito sul carico critico di compressione, ma non sull'instabilità di imbozzamento che dipende principalmente dall'estensione della delaminazione.

Tutti e quattro i tipi di provini sono stati confrontati con il modello analitico. Tra le caratteristiche elastiche del laminato, in [29] non è presente il valore di  $G_{IIc}$  e non essendo specificato il tipo di resina epossidica utilizzato, non è stato possibile trovare un suo valore. Si sono dunque confrontati due valori di  $G_{IIc}$  considerati nella media tra le resine epossidiche ( $700 \text{ J/m}^2$  e  $800 \text{ J/m}^2$ ). Lo spessore del laminato è di  $2.75 \text{ mm}$ , a cui corrisponde uno spessore per strato di  $0.172 \text{ mm}$ . I test sono stati eseguiti con un impattatore semisferico di raggio  $6.35 \text{ mm}$ . I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono visualizzati in Tabella 6.41 (singola lamina), Tabella 6.42 (laminato) e Tabella 6.43 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy [29]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 100$	$E_2 = 11$	$E_3 = 11$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.2$	$G_{13} = 4.2$	$G_{23} = 4.2$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.28$	$\nu_{13} = 0.28$	$\nu_{23} = 0.30$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.172$		

Tabella 6.41: Caratteristiche della singola lamina T300/epoxy

<b>Caratteristiche del laminato (T300/epoxy) [29]</b>		
Sequenza di lamine [deg]	S1: [0 0 90 90 45 -45 45 -45] <sub>s</sub> S2: [90 90 0 0 -45 45 -45 45] <sub>s</sub>	
Dimensioni [mm]	<i>circolare</i> $d = 76$ <i>rettangolare</i> $a = 125$ $b = 75$	$h = 2.75$
Fracture toughness II [J/m <sup>2</sup> ]	$G_{IIc1} = 700$ $G_{IIc2} = 800$	

Tabella 6.42: Caratteristiche dell'intero laminato (T300/epoxy)

<b>Impattatore e vincoli [29]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6.35$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.43: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche uguali per tutti i provini di geometria e sequenza di lamine differenti e mostrate in Tabella 6.44 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1,l} = 40.4$	$E_{2,l} = 40.4$	$E_{3,l} = 11.7$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12,l} = 15.3$	$G_{13,l} = 4.2$	$G_{23,l} = 4.2$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12,l} = 0.32$	$\nu_{13,l} = 0.23$	$\nu_{23,l} = 0.23$

Tabella 6.44: Costanti ingegneristiche del laminato (T300/epoxy)

Di seguito vengono mostrati i confronti dei risultati sperimentali con quelli del modello analitico. Non disponendo di un valore per  $G_{IIc}$ , sono riportati nei grafici i risultati del modello analitico con valori di  $G_{IIc} = 700 \text{ J/m}^2$  e  $G_{IIc} = 800 \text{ J/m}^2$ . Per la mancanza di informazioni su quest'ultimo parametro è difficile trarre conclusioni su quali altri parametri possano influenzare maggiormente i risultati del modello analitico. Si nota comunque che variando  $G_{IIc}$ , l'andamento è leggermente diverso con valori minori di ampiezza di delaminazione per valori maggiori di  $G_{IIc}$ . I risultati dell'algoritmo sembrano inoltre seguire meglio i risultati sperimentali dei provini circolari (Figura 6.31 e Figura 6.33), rispetto a quelli dei provini rettangolari (Figura 6.30 e Figura 6.32); quest'ultimi infatti, sembrano

maggiormente sovrastimati. Questo può essere dovuto all'algoritmo stesso, che come detto nel paragrafo 6.3, è stato realizzato con formule originariamente utilizzate per laminati circolari.

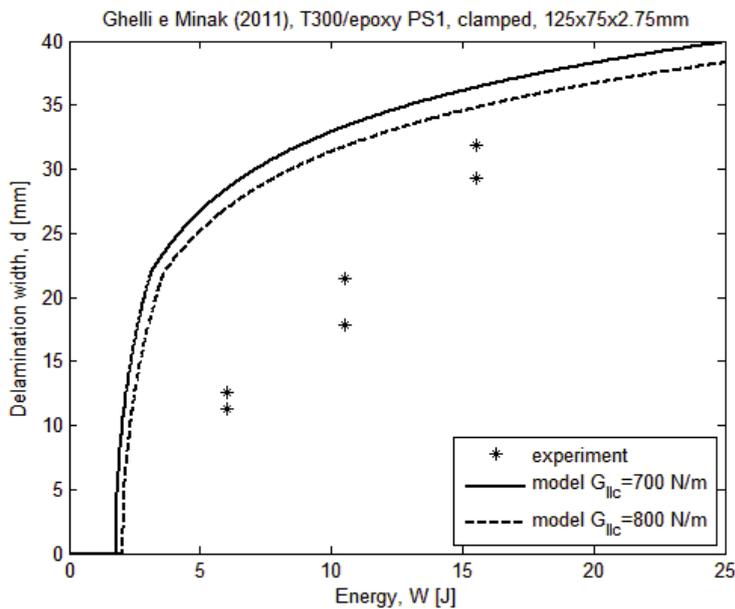


Figura 6.30: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [29], PS1,  $125 \times 75 \times 2.75$  mm, *clamped*

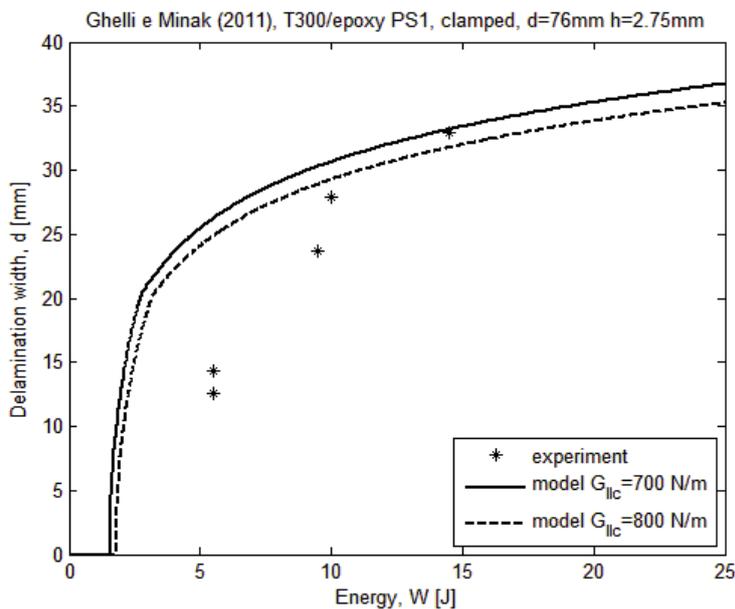


Figura 6.31: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [29], PS1,  $d = 76$ mm  $h = 2.75$ mm, *clamped*

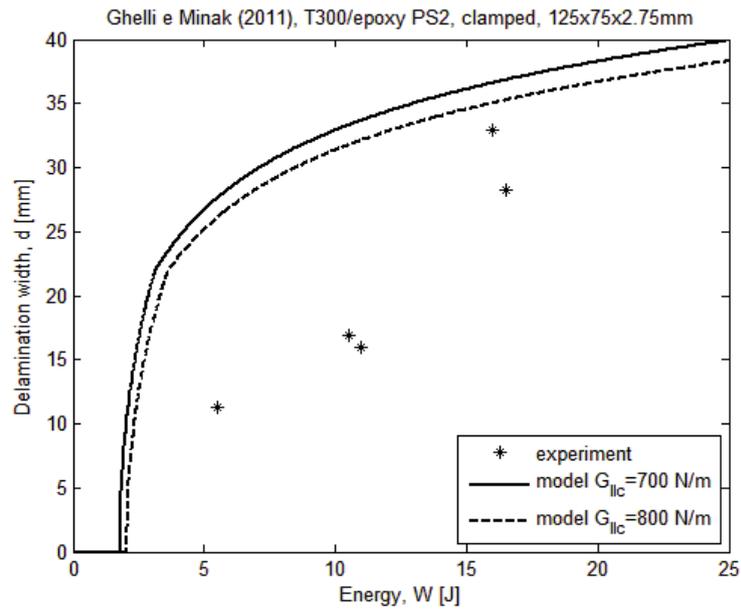


Figura 6.32: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [29], PS2, 125 × 75 × 2.75 mm, *clamped*

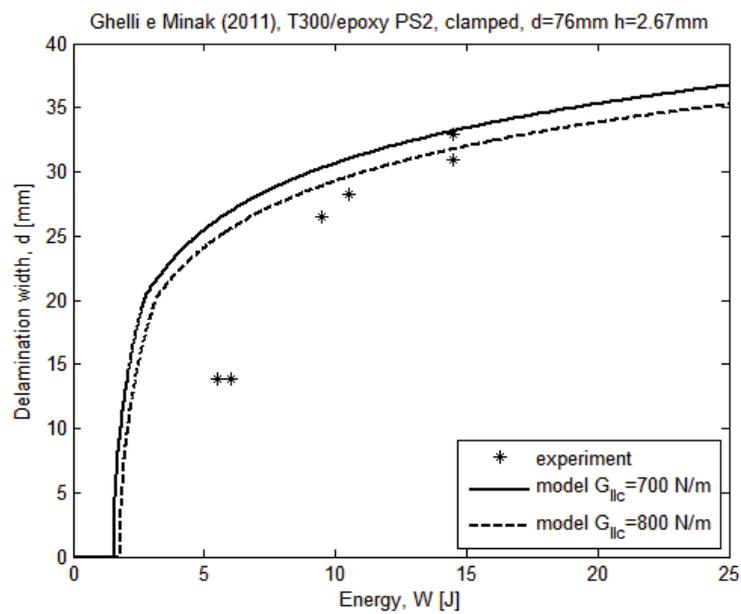


Figura 6.33: T300/epoxy confronto con Ghelli e Minak [29], PS2,  $d = 76\text{mm}$   $h = 2.75\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.11 T800/5052: confronto con Yoshimura et al. [46] (2008)

Yoshimura et al. in [46] presentano uno studio sperimentale e numerico in cui si è voluto analizzare la resistenza al danno per impatto di un laminato irrigidito trasversalmente lungo lo spessore (*stitched*) e confrontarlo con un il comportamento del laminato standard. Innanzitutto il laminato è stato sottoposto a test mediante *drop tower* a cui sono seguite due tipi di ispezione NDI ai raggi X: radiografia, per analizzare la distribuzione *in-plane* dei danni, e tomografia computerizzata (CT), per analizzare la distribuzione dei danni lungo lo spessore. Successivamente è stata svolta una simulazione numerica ad elementi coesivi per studiare l'avanzamento dei danni di delaminazione e rottura della matrice. Il confronto tra *stitched* e *unstitched* mostra che il primo laminato presenta una maggior resistenza alla delaminazione e questo effetto diventa più importante all'aumentare del numero di irrigidimenti trasversali.

Per il confronto con il metodo analitico "Olsson2001" si è considerato il laminato *unstitched* che presenta lamine del tipo T800/5052 e sono state prese in considerazione le costanti ingegneristiche presenti nello stesso documento ed utilizzate per la simulazione numerica, come pure per il *Critical energy release rate* relativo al modo II di rottura. La sequenza delle lamine è del tipo  $[-45|0|45|90]_{3s}$ , con uno spessore del laminato di  $4.5\text{mm}$ , a cui corrisponde uno spessore per strato di  $0.188\text{mm}$ . I test sperimentali sono stati eseguiti con un impattatore semisferico di raggio  $6.35\text{mm}$ . I provini sono stati racchiusi tra due supporti con apertura rettangolare di dimensioni  $80\text{mm}$  e  $60\text{mm}$ , realizzando la condizione di vincolo *clamped immovable*. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono dunque mostrati in Tabella 6.45 (singola lamina), Tabella 6.46 (laminato) e Tabella 6.47 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T800/5052 [46]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 120.8$	$E_2 = 9.6$	$E_3 = 9.6$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 4.5$	$G_{13} = 4.5$	$G_{23} = 3.5$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.36$	$\nu_{13} = 0.36$	$\nu_{23} = 0.49$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.1875$		

Tabella 6.45: Caratteristiche della singola lamina T800/5052

Caratteristiche del laminato (T800/5052) [46]			
Sequenza di lamine [deg]	$[-45 0 45 90]_{3s}$		
Dimensioni [mm]	$a = 80$	$b = 60$	$h = 4.5$
Fracture toughness II [ $\text{J/m}^2$ ]	$G_{IIc} = 1000$		

Tabella 6.46: Caratteristiche dell'intero laminato (T800/5052)

<b>Impattatore e vincoli [46]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6.35$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.47: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.48 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T800/5052)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 47.1$	$E_{2_l} = 47.1$	$E_{3_l} = 11.8$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 17.9$	$G_{13_l} = 4$	$G_{23_l} = 4$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.32$	$\nu_{13_l} = 0.35$	$\nu_{23_l} = 0.35$

Tabella 6.48: Costanti ingegneristiche del laminato (T800/5052)

In Figura 6.34 è mostrato il confronto tra i risultati sperimentali e quelli del metodo analitico. I punti sperimentali sono purtroppo scarsi per poter fare un buon confronto, ma da quanto si dispone sembra che il modello analitico fornisca una buona stima dell'ampiezza di delaminazione per bassi livelli di energia di impatto. All'aumentare di quest'ultima si nota un aumento della differenza dai dati sperimentali che potrebbe essere causato principalmente dall'ipotesi di  $k_b$  costante, dalla sua relazione con le dimensioni assunta e dalla perdita di validità delle formule per il calcolo dell'indentazione. Occorrerebbe un numero maggiore di punti sperimentali per avere maggiori conferme sull'affidabilità del modello analitico per il problema di impatto esaminato.

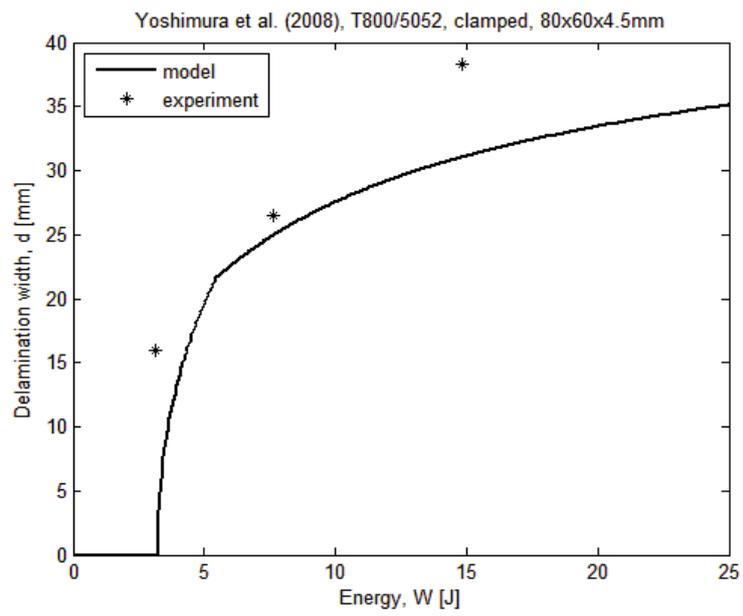


Figura 6.34: T800/5052 confronto con Yoshimura et al. [46],  $80 \times 60 \times 4.5$  mm, *clamped*

### 6.3.12 T700/HS200: confronto con Isa et al. [47] (2011)

In [47] Isa et al. descrivono uno studio svolto al fine di verificare l'aumento della resistenza ai carichi a fatica di compressione in laminati *carbon/epoxy* quasi-isotropi con irrigidimenti trasversali lungo lo spessore (*z-pinned*), a seguito di un danneggiamento subito per impatto. In particolare viene studiato l'effetto del volume degli irrigidimenti, sul comportamento agli impatti, sulla resistenza a fatica di compressione dopo l'impatto e sui danni per carichi a fatica del materiale. Il laminato *z-pinned* presenta una differente risposta ai carichi a fatica di compressione, rispetto al laminato *unpinned*, sia a basse che ad alte energie di impatto. La resistenza ai carichi a fatica è invece simile per basse energie di impatto, mentre è migliorata nei laminati *z-pinned* ad elevate energie. È stato anche dimostrato che gli irrigidimenti non portano cambiamenti sui meccanismi di propagazione della delaminazione e dei danni. Il laminato analizzato è del tipo *T700/HS200* e a seguito delle prove di impatto, i provini sono stati ispezionati mediante trasduttori ad ultrasuoni, fornendo una scansione di tipo C per la misura delle aree delaminate.

Il confronto col metodo analitico è stato fatto considerando il materiale *T700/HS200 unpinned*, ma non essendo presenti in [47] le caratteristiche elastiche, sono state utilizzate quelle presenti in [48], sia le costanti ingegneristiche che il valore di  $G_{IIC}$ . Lo spessore del laminato è pari a  $4.27mm$ , a cui corrisponde uno spessore di ogni strato di circa  $0.214mm$  e la sequenza delle lamine è del tipo  $[0 \pm 45|90]_5$ . I test sperimentali sono stati eseguiti utilizzando un impattatore semisferico di raggio  $6mm$  e i provini sono stati fissati su di un supporto con apertura rettangolare di lati  $115mm$  e  $90mm$ , realizzando la condizione di vincolo *clamped immovable*. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono dunque riportati in Tabella 6.49 (singola lamina), Tabella 6.50 (laminato) e Tabella 6.51 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina T700/HS200 [48]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 120$	$E_2 = 7.5$	$E_3 = 7.5$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 3$	$G_{13} = 3$	$G_{23} = 3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.32$	$\nu_{13} = 0.32$	$\nu_{23} = 0.32$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.2135$ [47]		

Tabella 6.49: Caratteristiche della singola lamina T700/HS200

<b>Caratteristiche del laminato (T700/HS200) [47]</b>			
Sequenza di lamine [deg]	[0  ± 45 90] <sub>5</sub>		
Dimensioni [mm]	$a = 115$	$b = 90$	$h = 4.27$
Fracture toughness II [J/m <sup>2</sup> ]	$G_{IIc} = 1200$ [48]		

Tabella 6.50: Caratteristiche dell'intero laminato (T700/HS200)

<b>Impattore e vincoli [47]</b>	
Raggio impattore [mm]	$R_i = 6$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.51: Impattore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.52 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (T700/HS200)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 44.9$	$E_{2_l} = 44.9$	$E_{3_l} = 8.2$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 16.9$	$G_{13_l} = 3$	$G_{23_l} = 3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.36$	$\nu_{13_l} = 0.25$	$\nu_{23_l} = 0.25$

Tabella 6.52: Costanti ingegneristiche del laminato (T700/HS200)

In Figura 6.35 è riportato il confronto tra i risultati del metodo analitico e quelli delle prove sperimentali, dove sembra che l'algoritmo fornisca una sovrastima dell'ampiezza di delaminazione. Tale sovrastima si verifica anche ad elevate energie e se i punti sperimentali sono corretti, il laminato potrebbe avere un valore di  $G_{IIc}$  maggiore di quello utilizzato. Nonostante ciò l'andamento del modello analitico sembra accettabile.

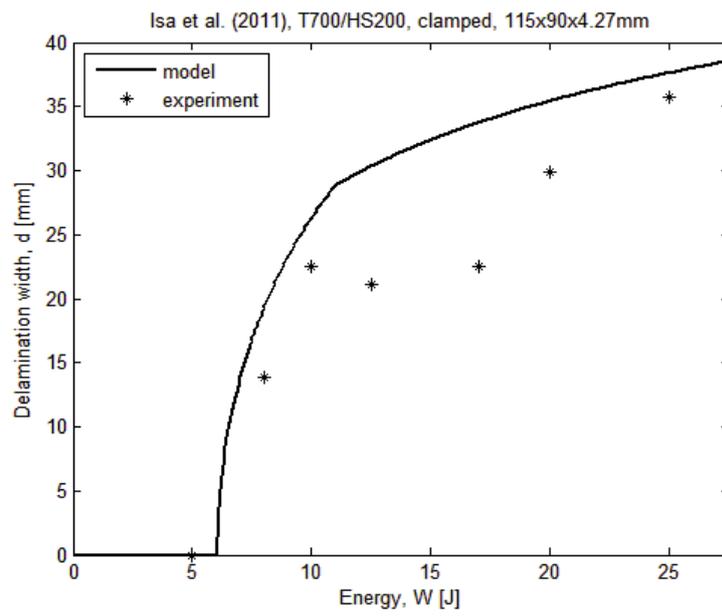


Figura 6.35: T700/HS200 confronto con Isa et al. [47],  $115 \times 90 \times 4.27 \text{ mm}$ , *clamped*

### 6.3.13 HTS40/977-2: confronto con Shi et al. [49] (2012)

In [49] Shi et al. descrivono un metodo ed elementi finiti utilizzato per simulare la rottura intra e inter-laminare in materiali compositi, metodo che utilizza lo *stress-based criteria* per l'inizio dei danni e le *fracture mechanics techniques* per simulare le evoluzioni dei danni. La simulazione è stata svolta per gli impatti a bassa velocità, mediante elementi coesivi tra gli strati laminari e i risultati si sono mostrati coerenti con quelli ricavati dalle prove sperimentali. Le delaminazioni presenti nei provini sottoposti ai test sperimentali, sono state misurate mediante ispezione non distruttiva, in particolare mediante radiografia ai raggi X.

Il laminato sottoposto ai test e considerato nel confronto col metodo analitico di questo lavoro di tesi, è del tipo HTS40/977 – 2, considerando le costanti ingegneristiche e il valore di  $G_{IIc}$  presenti in [49]. Lo spessore del laminato è di circa  $2mm$ , a cui corrisponde uno spessore di ogni strato di circa  $0.25mm$ . La sequenza delle lamine che costituiscono il laminato è del tipo  $[0|90]_{2s}$ . I test sperimentali sono stati eseguiti utilizzando un impattatore semisferico con raggio  $7.5mm$ . I provini sono stati fissati tra due supporti circolari con apertura di diametro pari a  $75mm$ , realizzando la condizione di vincolo *clamped immovable*. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono visualizzati in Tabella 6.53 (singola lamina), Tabella 6.54 (laminato) e Tabella 6.55 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina HTS40/977-2 [49]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 153$	$E_2 = 10.3$	$E_3 = 10.3$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 6$	$G_{13} = 6$	$G_{23} = 3.7$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.3$	$\nu_{13} = 0.3$	$\nu_{23} = 0.4$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.25$		

Tabella 6.53: Caratteristiche della singola lamina HTS40/977-2

Caratteristiche del laminato (HTS40/977-2) [49]		
Sequenza di lamine [deg]	$[0 90]_{2s}$	
Dimensioni [mm]	$d = 75$	$h = 2$
Fracture toughness II [ $J/m^2$ ]	$G_{IIc} = 790$	

Tabella 6.54: Caratteristiche dell'intero laminato (HTS40/977-2)

<b>Impattatore e vincoli [49]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 7.5$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.55: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.56 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (HTS40/977-2)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 82$	$E_{2_l} = 82$	$E_{3_l} = 11.8$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 6$	$G_{13_l} = 4.9$	$G_{23_l} = 4.9$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.04$	$\nu_{13_l} = 0.40$	$\nu_{23_l} = 0.40$

Tabella 6.56: Costanti ingegneristiche del laminato (HTS40/977-2)

In Figura 6.36 è mostrato il confronto del modello analitico con i risultati sperimentali. In un primo momento si è utilizzato nell'algoritmo il valore di  $G_{IIc}$  fornito da Shi et al. [49], ma come si nota dal confronto, con tale valore l'ampiezza di delaminazione è ampiamente sovrastimata rispetto ai punti sperimentali. Si è dunque svolto una ricerca e si è introdotto nell'algoritmo il valore di  $G_{IIc} = 1450 \text{ J/m}^2$  utilizzato in [50], dove considerano il valore di  $G_{IIc}$  del materiale del tipo HTS40/977 – 2 uguale a quello del materiale del tipo T300/977 – 2. Inoltre in [50], le costanti ingegneristiche del materiale esaminato sono circa le stesse di quelle presenti in [49]. Si nota come l'andamento ricavato dal modello analitico si avvicina molto di più ai punti sperimentali, ma rimane ancora piuttosto lontano. Si pensa però che i punti sperimentali siano affetti da errore, essendo piuttosto bassi; errore di misurazione o altro. Inoltre occorrerebbero maggiori prove sperimentali per ottenere un buon confronto.

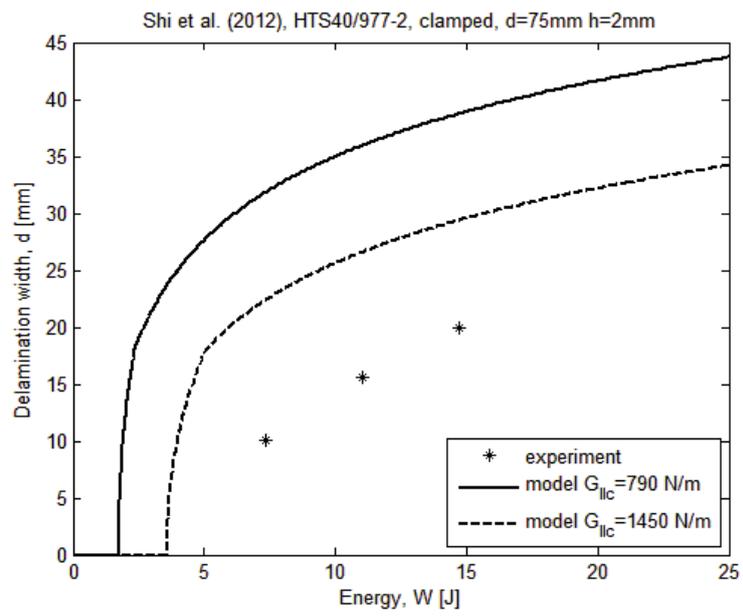


Figura 6.36: HTS40/977-2 confronto con Shi et al. [49],  $d = 75\text{mm}$   $h = 2\text{mm}$ , *clamped*

### 6.3.14 AS4D/TC350: confronto con Sebaey et al. [17] (2013)

In [17], di Sebaey et al., viene svolto uno studio sugli effetti dell'angolo di *mismatch*, tra la lamina che compongono un laminato in composito del tipo *carbon/epoxy*, sulla resistenza al danno e la tolleranza al danno dello stesso. In particolare vengono sottoposti a test sperimentali tre tipi di laminato: standard (con angolo di *mismatch* di 45°), *dispersed* con bassi angoli di *mismatch* (tra 10° e 30°) e *dispersed* con grandi angoli di *mismatch* (tra 55° e 80°). Lo studio svolto è stato descritto in precedenza nel paragrafo 4.3.

Il confronto con il modello analitico è stato effettuato considerando il laminato standard costituito da lamina unidirezionali del tipo AS4D/TC350. In [17] sono presenti solamente le costanti ingegneristiche *in-plane* della lamina unidirezionale. Non riuscendo a trovare le restanti proprietà e tenendo conto della bassa sensibilità dell'algoritmo alle costanti ingegneristiche, le restanti si sono considerate come segue:

$$G_{23} = G_{12} \quad \nu_{23} = \nu_{12}$$

Per  $G_{IIc}$  è stato utilizzato lo stesso valore presente nel lavoro di Sebaey et al.. La sequenza di lamina è dunque del tipo  $[45|0| - 45|90]_{3s}$ , con uno spessore dell'intero laminato di circa 4.46mm, a cui corrisponde uno spessore per strato di 0.186mm. I test sperimentali sono stati svolti utilizzando un impattatore di forma semisferica di raggio 6mm e i provini sono stati vincolati ad un supporto con apertura rettangolare di lati 125mm e 75mm, mediante bloccaggio dei suoi quattro angoli. I dati di ingresso che definiscono il problema di impatto in esame, utili al modello analitico e relativi alle prove sperimentali sono quindi riportati in Tabella 6.57 (singola lamina), Tabella 6.58 (laminato) e Tabella 6.59 (impattatore e vincoli).

Caratteristiche della singola lamina AS4D/TC350 [17]			
Modulo di Young [GPa]	$E_1 = 135$	$E_2 = 9.3$	$E_3 = 9.3$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12} = 5.3$	$G_{13} = 5.3$	$G_{23} = 5.3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12} = 0.32$	$\nu_{13} = 0.32$	$\nu_{23} = 0.32$
Spessore [mm]	$h_{ply} = 0.186$		

Tabella 6.57: Caratteristiche della singola lamina AS4D/TC350

Caratteristiche del laminato (AS4D/TC350) [17]			
Sequenza di lamina [deg]	$[45 0  - 45 90]_{3s}$		
Dimensioni [mm]	$a = 125$	$b = 75$	$h = 4.46$
Fracture toughness II [ $J/m^2$ ]	$G_{IIc} = 1174$		

Tabella 6.58: Caratteristiche dell'intero laminato (AS4D/TC350)

<b>Impattatore e vincoli [17]</b>	
Raggio impattatore [mm]	$R_i = 6$
Vincoli del provino	<i>Clamped immovable</i>

Tabella 6.59: Impattatore e vincoli caratteristici delle prove sperimentali

Attraverso l'algoritmo scritto con MatLab è possibile innanzitutto verificare se l'intero laminato si presenta o meno come un materiale quasi-isotropo. Dalla prima parte dell'algoritmo si ricavano dunque le costanti ingegneristiche del laminato mostrate in Tabella 6.60 da cui si può dedurre che il laminato è quasi-isotropo.

<b>Costanti ingegneristiche del laminato (AS4D/TC350)</b>			
Modulo di Young [GPa]	$E_{1_l} = 52.6$	$E_{2_l} = 52.6$	$E_{3_l} = 10.1$
Modulo di taglio [GPa]	$G_{12_l} = 20.1$	$G_{13_l} = 5.3$	$G_{23_l} = 5.3$
Coefficiente di Poisson	$\nu_{12_l} = 0.31$	$\nu_{13_l} = 0.26$	$\nu_{23_l} = 0.26$

Tabella 6.60: Costanti ingegneristiche del laminato (AS4D/TC350)

In Figura 6.37 è mostrato il confronto tra risultati sperimentali e risultati dell'algoritmo in cui l'andamento del modello analitico sembra seguire sufficientemente bene i valori sperimentali per basse energie di impatto. Superato il valore d'energia di 20 J cominciano a notarsi delle differenze importanti e questo si pensa sia dovuto principalmente all'ipotesi di  $k_b$  costante, alla sua relazione con le dimensioni del provino e alla perdita di validità delle formule per il calcolo dell'indentazione. Inoltre ad elevate energie cominciano ad essere più influenti gli effetti di bordo, con la possibile perdita di validità di altre formule utilizzate nell'algoritmo. Per impatti a bassa velocità, il modello sembra fornire una buona stima dell'ampiezza di delaminazione per il problema di impatto esaminato.

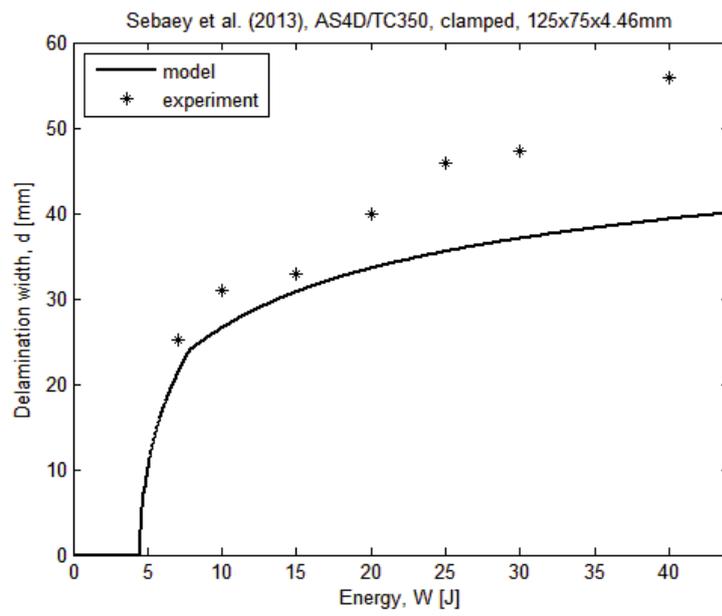


Figura 6.37: AS4D/TC350 confronto con Sebaey et al. [17],  $125 \times 75 \times 4.46 \text{ mm}$ , *clamped*

### 6.3.15 Interpretazione dei confronti

Nei paragrafi precedenti è stato messo a confronto il modello analitico “Olsson2001” con numerosi risultati sperimentali, effettuati su diversi tipi di materiale, diverse geometrie e spessore e diverse condizioni di vincolo. Andiamo ora ad analizzare l’influenza sui risultati dell’algoritmo dei diversi parametri relativi al problema di impatto. Per tali analisi si prende in considerazione il problema di impatto relativo ad Akangah et al. [36], con i dati descritti nel paragrafo 6.3.4.

Il tipo di laminato influisce più o meno significativamente sul modello analitico con le sue caratteristiche elastiche. In particolare, il modello analitico è poco sensibile alle variazioni delle costanti ingegneristiche (modulo di Young, modulo di taglio e coefficiente di Poisson), anche se si hanno variazioni del 20%. Un esempio è mostrato in Figura 6.38 dove le costanti ingegneristiche presenti nel paragrafo 6.3.4 sono state incrementate del 20% ed i risultati sono stati confrontati con quelli relativi alle costanti ingegneristiche non incrementate. Si nota che la differenza tra le due curve è minima, anche in caso di energia maggiore di quella relativa ai BVID (circa 20 J).

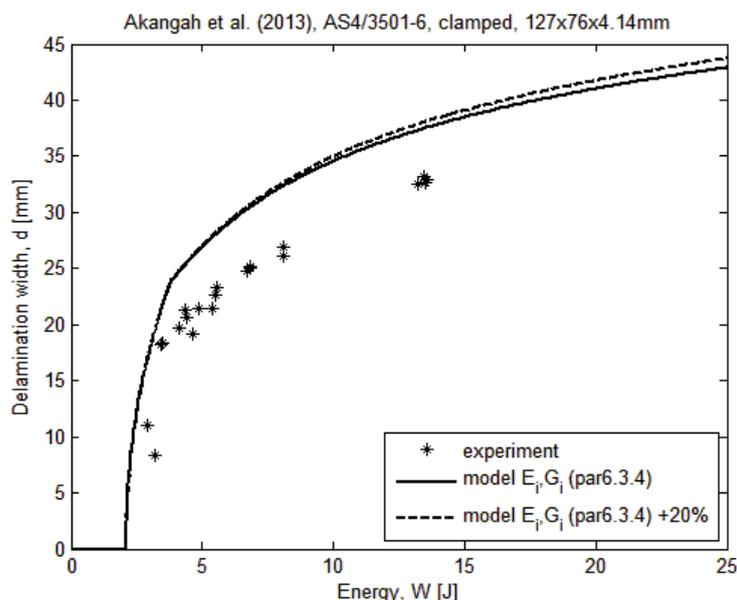


Figura 6.38: Effetto della variazione delle costanti ingegneristiche sui risultati del modello analitico

Il modello è però piuttosto sensibile alle variazioni del valore di  $G_{IIc}$ , come mostrato in Figura 6.39, dove già variazioni da  $600 J/m^2$  a  $800 J/m^2$ , forniscono risultati piuttosto differenti. Si nota che la variazione di  $G_{IIc}$  modifica in maniera più significativa i risultati in caso di stato di vincolo del tipo *simply supported immovable*, rispetto al caso *clamped immovable*, soprattutto per quanto riguarda l’inizio della delaminazione.

La sequenza delle lamine invece, a parità di numero di strati, non influisce sull’algoritmo e lo si può notare anche dai confronti con Ghelli e Minak [29] descritti nel paragrafo 6.3.10, o riportati nella tabella riassuntiva a fine di questo paragrafo (Tabella 6.61: C16 e C18 per provini rettangolari, C17 e C19 per provini circolari). Da questi grafici si nota che variando solamente l’orientazione delle lamine,

cambiano i risultati sperimentali, ma non i risultati del modello analitico. Sempre dagli stessi grafici è possibile notare che la forma dei provini influisce, anche se di poco, sui risultati del modello analitico.

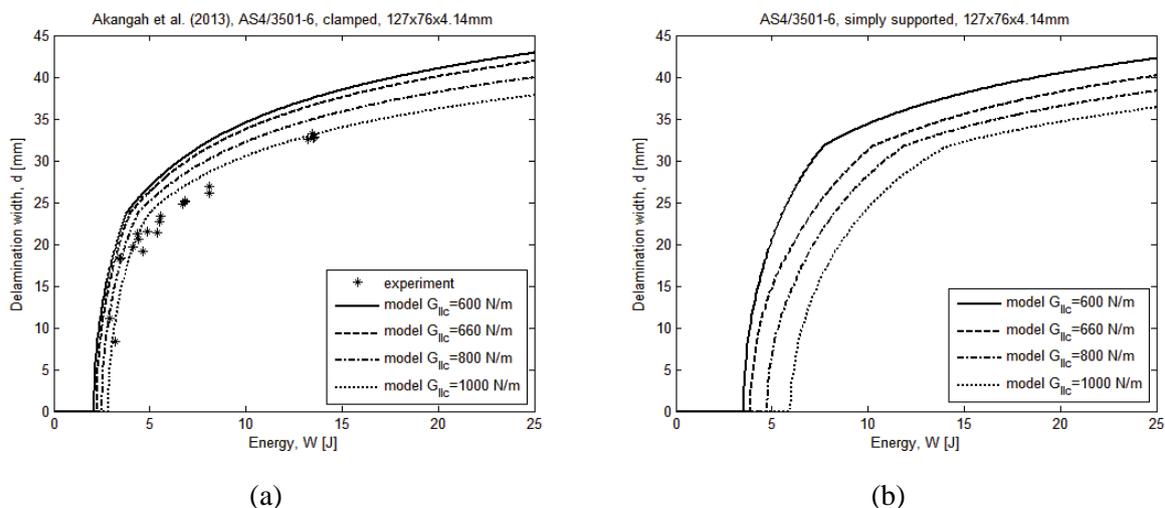


Figura 6.39: Effetto della variazione di  $G_{IIc}$  sul modello analitico: (a) caso *clamped* e (b) caso *simply supported*

Andiamo ora ad esaminare la variazione delle dimensioni del laminato. In Figura 6.40 sono mostrati i risultati del modello analitico relativi al problema di Akangah et al. descritto nel paragrafo 6.3.4, variando il rapporto  $a/b$ , ma mantenendo costante il valore del lato corto  $b$ . Si è esaminato sia il caso di vincolo *clamped immovable*, che il caso *simply supported immovable*. All'aumentare del rapporto  $a/b$  si nota, in entrambi i casi, un aumento dei valori di ampiezza di delaminazione all'aumentare dell'energia di impatto (Figura 6.40). La differenza tra le curve al variare del rapporto, è circa la stessa per entrambi le condizioni di vincolo, soprattutto una volta superato l'intervallo di instabilità di inizio delaminazione.

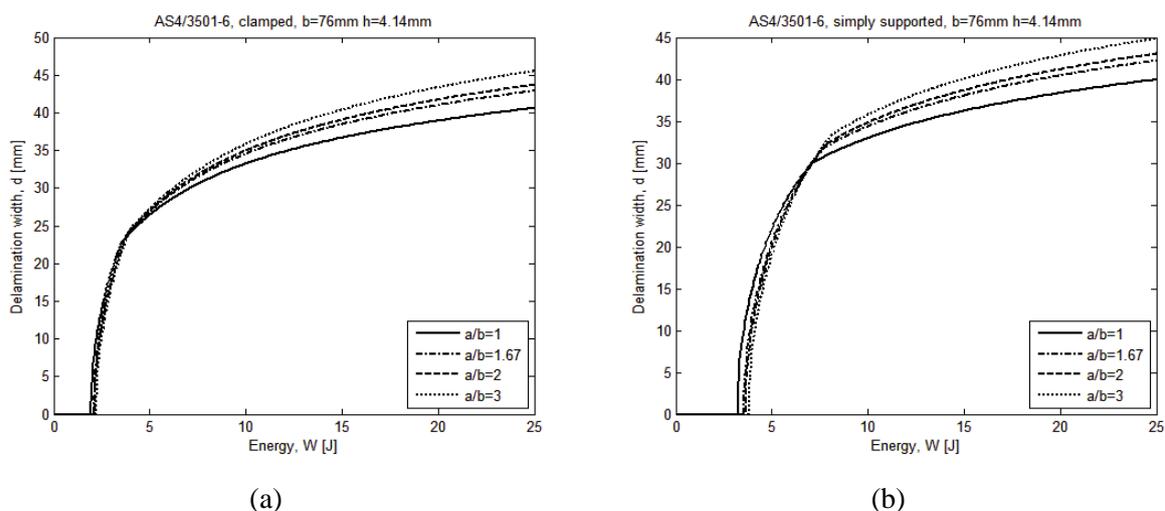


Figura 6.40: Effetto della variazione del rapporto  $a/b$  sul modello analitico: (a) *clamped immovable* e (b) *simply supported immovable*

In Figura 6.41 sono invece mostrati gli effetti della variazione dell'area del provino, mantenendo il rapporto  $a/b$  costante, sul modello analitico. Con riferimento al problema in paragrafo 6.3.4, sono riportati gli andamenti di ampiezza di delaminazione per tre aree differenti del laminato, sia per condizioni di vincolo *clamped immovable* che per *simply supported immovable*. Osservando il grafico Figura 6.41(a) relativo al vincolo CI, all'aumentare dell'area, l'inizio della delaminazione si presenta ad un'energia di impatto maggiore, ma l'intervallo di energia associato all'instabilità di inizio delaminazione diventa più ampio, perciò una volta cominciata la propagazione delle aree delaminate, i valori di ampiezza di delaminazione rimangono maggiori per il laminato con maggiore area. Gli effetti descritti risultano essere più accentuati nel caso di vincolo SSI, rispetto al caso di vincolo CI, come si può notare in Figura 6.41(b).

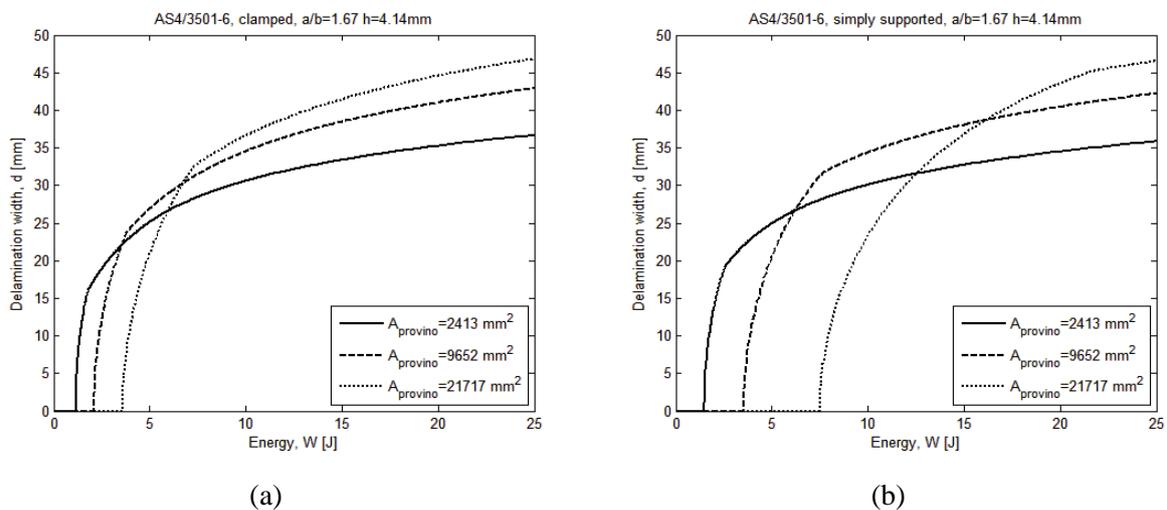


Figura 6.41: Effetto della variazione dell'area del provino sul modello analitico: (a) *clamped immovable* e (b) *simply supported immovable*

Volendo esaminare l'effetto della variazione di spessore del provino sui risultati del modello analitico, si considera di nuovo il problema del paragrafo 6.3.4. Lo spessore viene fatto variare imponendo  $[-45|90|45|0]_{n_s}$  con  $n = (1, 2, 3 \text{ e } 4)$ . In Figura 6.42 viene mostrato l'effetto sul provino vincolato come *clamped immovable* e sul provino vincolato come *simply supported immovable*. L'effetto della variazione di spessore sull'inizio della delaminazione è uguale per entrambe le condizioni di vincolo, mentre durante la propagazione è meno significativo per il caso di vincolo del tipo SSI.

Quanto detto per i laminati rettangolari, vale anche per laminati circolari: cioè, gli effetti sono gli stessi se si variano il diametro e lo spessore del laminato.

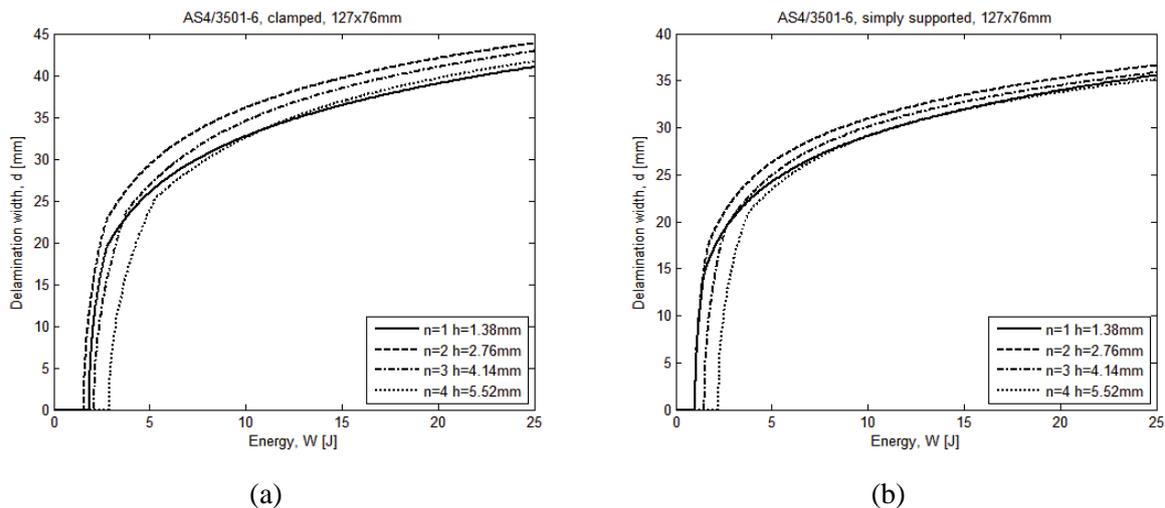


Figura 6.42: Effetto della variazione dello spessore del provino sul modello analitico: (a) *clamped immovable* e (b) *simply supported immovable*

Concludendo occorre far notare che i parametri a cui il modello analitico è maggiormente sensibile sono:

- Condizioni di vincolo
- $G_{IIc}$
- Dimensioni del laminato

Il modello è invece poco sensibile a:

- Variazioni delle costanti ingegneristiche
- Sequenza delle lamine

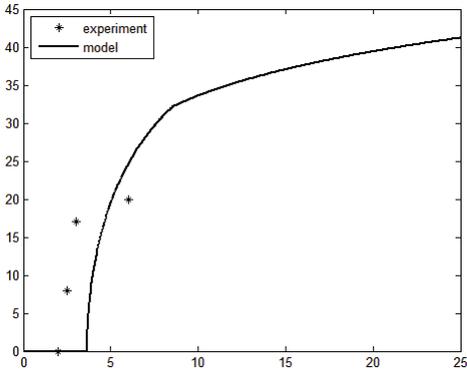
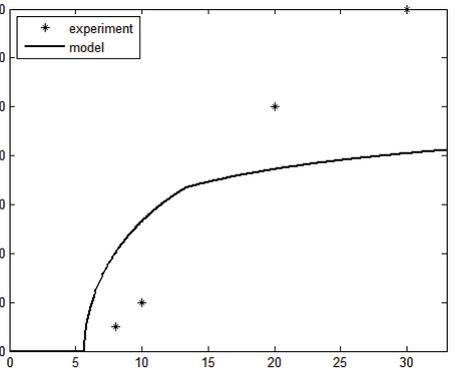
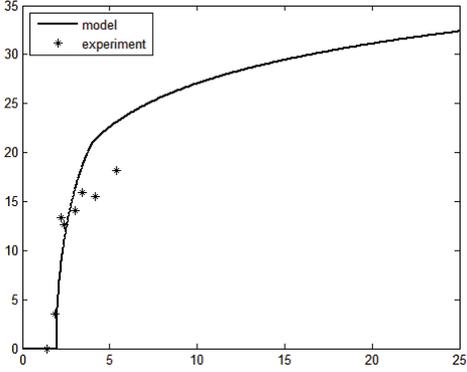
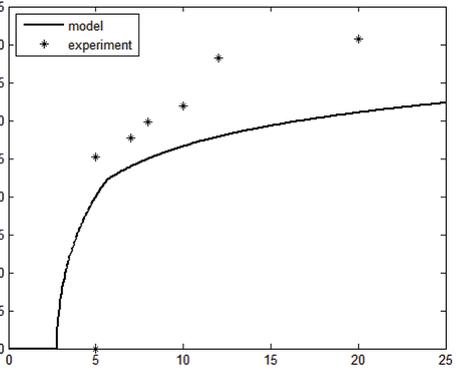
Per quanto riguarda i confronti con le prove sperimentali, occorre invece tener conto di:

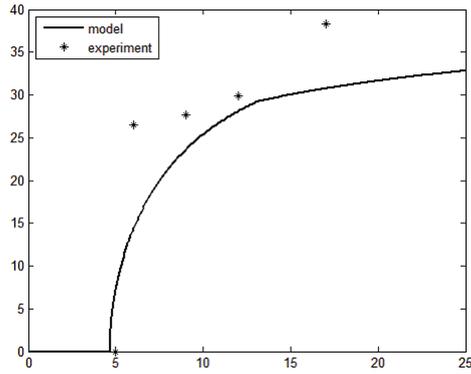
- Valore effettivo di  $G_{IIc}$  di difficile determinazione
- Valore effettivo delle costanti ingegneristiche (anche se il modello ne è poco sensibile)
- Possibili approssimazioni riportate sul valore dello spessore del laminato sottoposto ai test sperimentali
- $k_b$  viene ritenuto costante, condizione non valida dopo l'inizio della delaminazione perché sovrastimato
- Per laminati rettangolari,  $k_b$  è relazionato alle dimensioni  $a$  e  $b$  mediante una formula approssimata, che tende a sovrastimare  $\bar{k}_b$  e quindi anche  $k_b$
- Le formule relative al calcolo dell'indentazione sono valide per piccoli valori di deflessione
- Le effettive condizioni di vincolo dei provini non sempre ben classificabili
- Gli effetti di bordo possono diventare piuttosto significativi ad elevate energie di impatto e non sono tenuti conto dal modello analitico
- La misura delle delaminazioni svolta nei lavori sperimentali considerati potrebbe essere affetta da errori

- I punti sperimentali dovrebbero essere di numero sufficiente per comprendere meglio il comportamento del laminato
- Le prove sperimentali dovrebbero fornire più punti di estensione di delaminazione per lo stesso livello di energia di impatto, in modo da definire un range di possibili valori di estensione di delaminazione per quel livello di energia di impatto

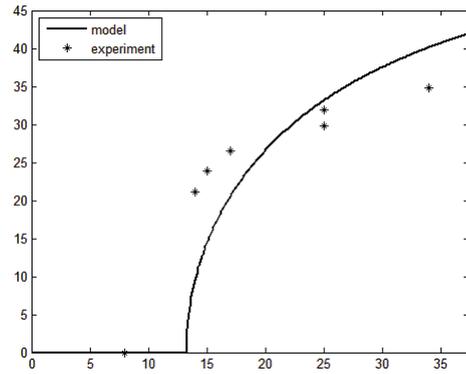
Tutti questi punti analizzati sono fondamentali per una corretta interpretazione dei confronti effettuati. In seguito, in Tabella 6.61, vengono riassunti tutti i confronti descritti nei paragrafi precedenti.

Tabella 6.61: Riassunto di tutti i confronti tra prove sperimentali e modello analitico

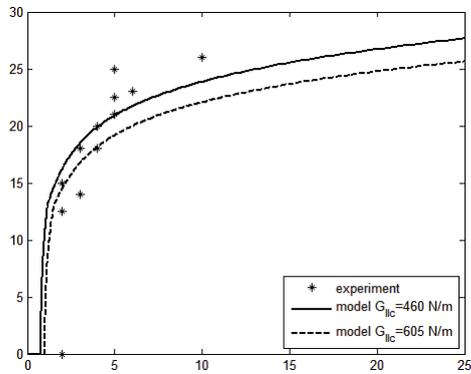
 <p>C1: [6] HTA/6376C paragrafo 6.2  <math>[(0 \pm 45 90)_s (90 \mp 45 0)_s]_1</math> SSM  <math>87 \times 87 \times 2\text{mm}</math> <math>G_{IIC} = 600 \text{ J/m}^2</math></p>	 <p>C2: [6] HTA/6376C paragrafo 6.2  <math>[(0 \pm 45 90)_s (90 \mp 45 0)_s]_3</math> CI  <math>127 \times 127 \times 6\text{mm}</math> <math>G_{IIC} = 600 \text{ J/m}^2</math></p>
 <p>C3: [28] HTA/6376C paragrafo 6.3.1  <math>[45 -45 90 0]_{2s}</math> CI  <math>100 \times 75 \times 2\text{mm}</math> <math>G_{IIC} = 800 \text{ J/m}^2</math></p>	 <p>C4: [28] HTA/6376C paragrafo 6.3.1  <math>[45 -45 90 0]_{4s}</math> CI  <math>100 \times 75 \times 4\text{mm}</math> <math>G_{IIC} = 800 \text{ J/m}^2</math></p>



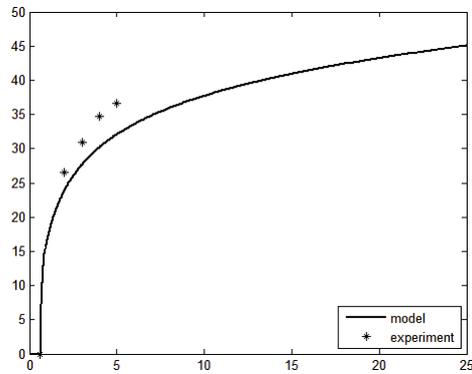
C5: [28] HTA/6376C paragrafo 6.3.1  
 $[45|-45|90|0]_{4s}$  SSF  
 $100 \times 75 \times 4mm$   $G_{IIc} = 800 J/m^2$



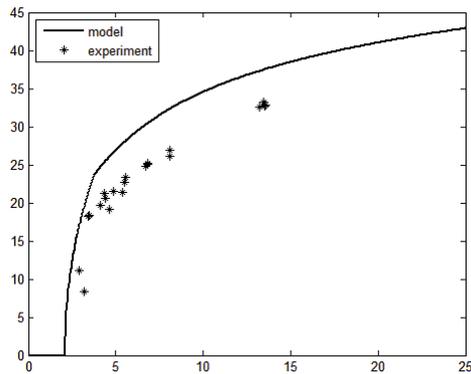
C6: [28] HTA/6376C paragrafo 6.3.1  
 $[45|-45|90|0]_{4s}$  CI  
 $200 \times 200 \times 4mm$   $G_{IIc} = 800 J/m^2$



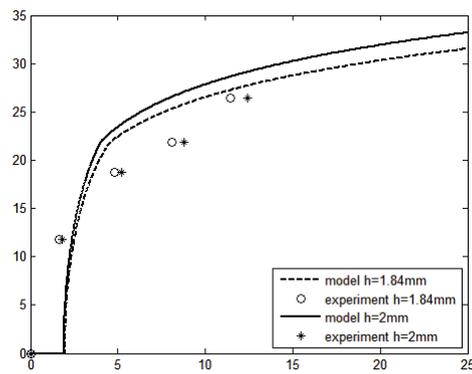
C7: [34] AS4/3501 - 6 paragrafo 6.3.2  
 $[0|\pm 45|90]_{s4}$  CI  
 $25.4 \times 25.4 \times 4mm$   $G_{IIc} = (460 \text{ e } 605) J/m^2$



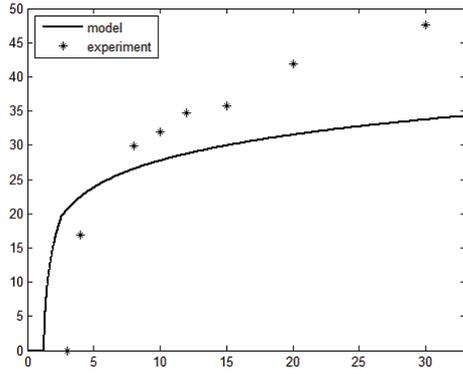
C8: [35] AS4/3501 - 6 paragrafo 6.3.3  
 $[+45|-45|0|90]_s$  CI  
 $d = 60mm$   $h = 1.6mm$   $G_{IIc} = 500 J/m^2$



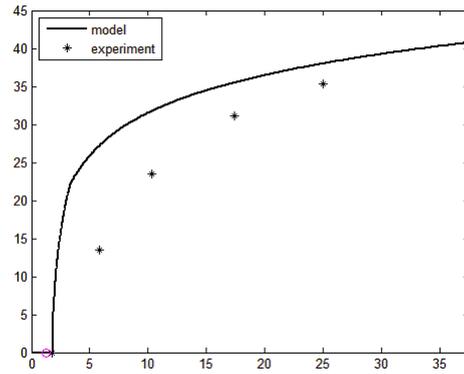
C9: [36] AS4/3501 - 6 paragrafo 6.3.4  
 $[-45|90|45|0]_{3s}$  CI  
 $127 \times 76 \times 4.14mm$   $G_{IIc} = 600 J/m^2$



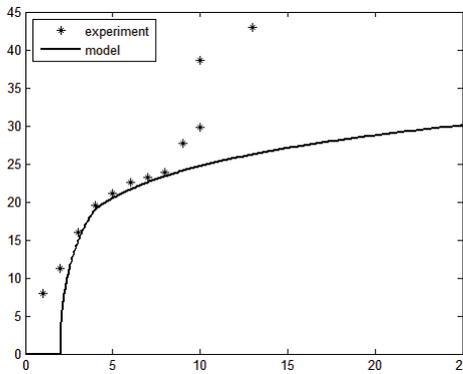
C10: [38] T300/914C paragrafo 6.3.5  
 $[+45|0|-45|90]_{2s}$  CI  
 $90 \times 80mm$   $h = (1.84 \text{ e } 2)mm$   $G_{IIc} = 700 J/m^2$



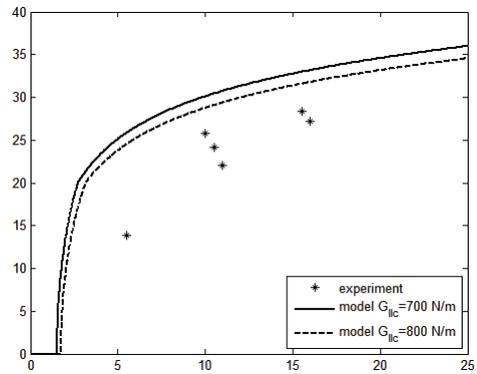
C11: [16] T300/914 paragrafo 6.3.6  
 $[+45|0|-45|90]_{2s}$  CI  
 $d = 75\text{mm}$   $h = 2\text{mm}$   $G_{IIc} = 600\text{ J/m}^2$



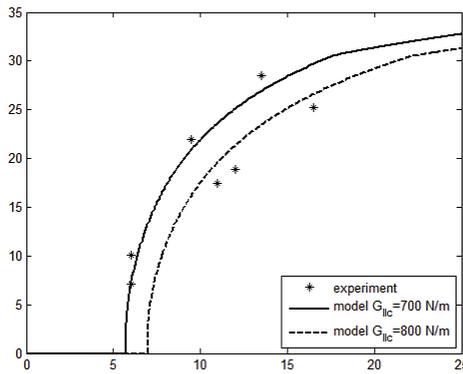
C12: [2] T300/914 paragrafo 6.3.7  
 $[0|90|\pm 45|\pm 45|0|90]_2$  SSI  
 $125 \times 75 \times 2.4\text{mm}$   $G_{IIc} = 600\text{ J/m}^2$



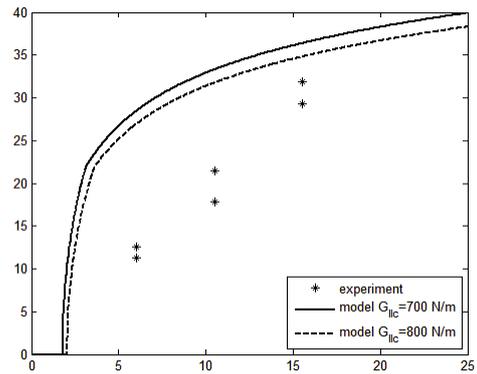
C13: [42] HS160/REM paragrafo 6.3.8  
 $[0_3|90_3]_s$  SSI  
 $67.5 \times 45 \times 2.4\text{mm}$   $G_{IIc} = 800\text{ J/m}^2$



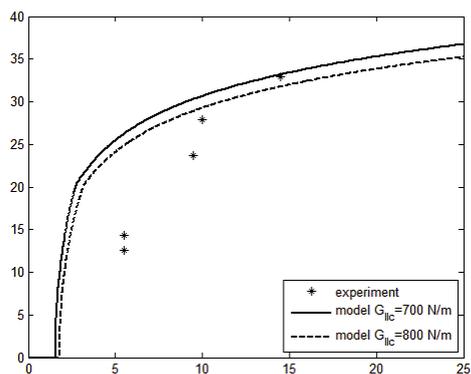
C14: [45] T300/epoxy paragrafo 6.3.9  
 $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$  CI  
 $d = 76\text{mm}$   $h = 2.67\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{ J/m}^2$



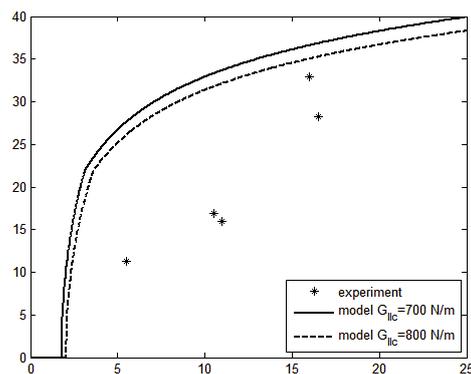
C15: [45] T300/epoxy paragrafo 6.3.9  
 $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$  SSI  
 $d = 76\text{mm}$   $h = 2.67\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{ J/m}^2$



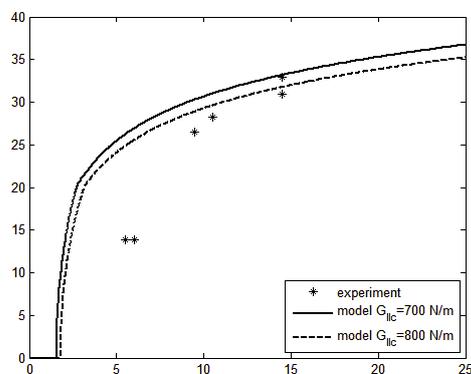
C16: [29] T300/epoxy paragrafo 6.3.10  
 $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_s$  CI  
 $125 \times 75 \times 2.75\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{ J/m}^2$



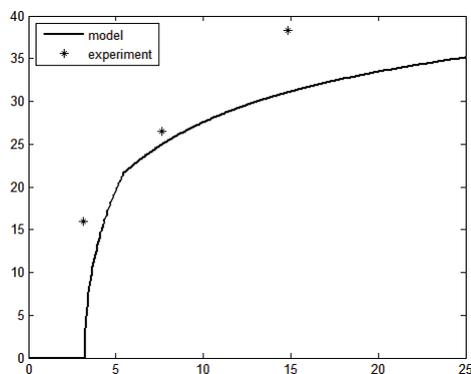
C17: [29] T300/epoxy paragrafo 6.3.10  
 $[0|0|90|90|45|-45|45|-45]_S$  CI  
 $d = 76\text{mm}$   $h = 2.75\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{J}/\text{m}^2$



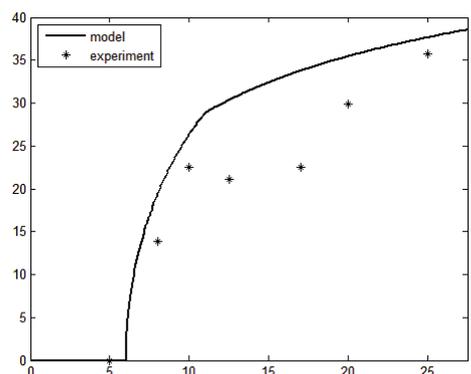
C18: [29] T300/epoxy paragrafo 6.3.10  
 $[90|90|0|0|-45|45|-45|45]_S$  CI  
 $125 \times 75 \times 2.75\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{J}/\text{m}^2$



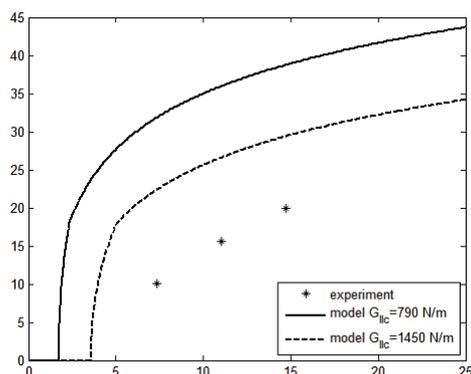
C19: [29] T300/epoxy paragrafo 6.3.10  
 $[90|90|0|0|-45|45|-45|45]_S$  CI  
 $d = 76\text{mm}$   $h = 2.75\text{mm}$   $G_{IIc} = (700 \text{ e } 800)\text{J}/\text{m}^2$



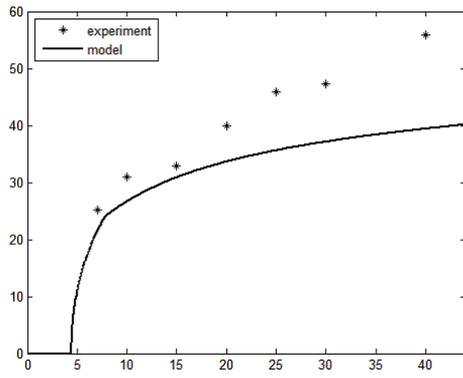
C20: [46] T800/5052 paragrafo 6.3.11  
 $[-45|0|45|90]_{3S}$  CI  
 $80 \times 60 \times 4.5\text{mm}$   $G_{IIc} = 1000 \text{ J}/\text{m}^2$



C21: [47] T700/HS200 paragrafo 6.3.12  
 $[0|\pm 45|90]_S$  CI  
 $115 \times 90 \times 4.27\text{mm}$   $G_{IIc} = 1200 \text{ J}/\text{m}^2$



C22: [49] HTS40/977-2 paragrafo 6.3.13  
 $[-45|0|45|90]_{3S}$  CI  
 $d = 75\text{mm}$   $h = 2\text{mm}$   $G_{IIc} = (790 \text{ e } 1450)\text{J}/\text{m}^2$



C23: [17] AS4D/TC350 paragrafo 6.3.14

[45|0| - 45|90]<sub>3s</sub> CI

125 × 75 × 4.46mm  $G_{IIc} = 1174 \text{ J/m}^2$



## Conclusioni e sviluppi futuri

In questo lavoro di tesi si è voluto elaborare un modello analitico affidabile per la valutazione delle aree di delaminazione in laminati compositi, a seguito di impatti a bassa velocità. Tale tipo di danno è particolarmente critico per i laminati in composito, poiché a seguito di un impatto a bassa velocità possono presentarsi delle aree di delaminazione relativamente vaste, con un danno superficiale poco o per nulla visibile durante un'ispezione visiva ad occhio umano o attraverso strumentazioni poco accurate. Il danno di delaminazione non è tanto problematico nel momento in cui si manifesta, ma lo può diventare col tempo se il materiale danneggiato è sottoposto a carichi a fatica di compressione, in quanto le superfici delaminate tendono a propagarsi per imbozzamento del laminato, riducendo rapidamente la resistenza a compressione dello stesso (CSAI). Se il danno non è visibile superficialmente, tale propagazione non è osservabile durante le ispezioni programmate, se si utilizzano tecniche di ispezione poco sofisticate. Risulta utile perciò la conoscenza del comportamento del laminato agli impatti a bassa velocità e a tal fine sono stati realizzati, in diversi studi, metodi numerici ad elementi finiti, che sono però piuttosto dispendiosi in termini di tempo e di capacità di calcolo computazionale. In questa tesi viene dunque proposto un metodo analitico in grado di fornire risultati di facile interpretazione in un tempo decisamente ridotto. È stato a tale scopo implementato il modello analitico di Olsson (2001) relativo al caso di *large mass impact* e confrontato poi con numerose prove sperimentali. Si è visto che esistono dei buoni metodi per poter predire l'inizio della delaminazione, l'inizio della rottura delle fibre di rinforzo, l'indentazione permanente e la forza massima di impatto a seguito di un impatto a bassa velocità; più complicata invece, è la stima dell'ampiezza della delaminazione, poiché dipende da molti parametri quali la geometria, la sequenza delle lamine, le condizioni di vincolo, il tipo di materiale, la forma e la massa dell'impattatore. Ciò che si è notato sperimentalmente è che le delaminazioni sono più accentuate alle interfacce delle lamine adiacenti con maggior differenza di orientazione. Inoltre, all'aumentare dell'energia, le aree delaminate tendono ad assumere una forma "ad arachide", con asse maggiore parallelo alla direzione delle fibre della lamina sottostante l'interfaccia. Si è inoltre notato che, se l'impattatore è di massa molto maggiore rispetto a quella del laminato, lo stato di carico può essere considerato quasi-statico, con notevole semplificazione delle leggi che governano il moto della lamina, potendo trascurare i termini relativi alle oscillazioni. È quindi possibile calcolare, in maniera piuttosto accurata, la forza massima di contatto durante l'impatto: tale parametro è stato utilizzato nella formula della stima dell'area di delaminazione di Davies e Zhang. Tuttavia tale stima non risulta coerente con i dati sperimentali e non considera molti aspetti importanti nel fenomeno di impatto, quali le condizioni di

vincolo, la geometria del laminato e la  $G_{IIc}$  della resina. La formula di Davies e Zhang risulta perciò inaffidabile.

L'algorithmo relativo al modello analitico di Olsson realizzato in MatLab, prevede una prima parte utile a calcolare le costanti ingegneristiche del laminato e la sua rigidezza flessionale  $D$ . Successivamente viene elaborato il modello analitico che fornisce una stima dell'ampiezza di delaminazione, calcolata aggiornando continuamente il livello di deflessione del laminato e considerando i contributi di taglio, flessione, membrana e avanzamento dell'indentazione. Dopo aver tarato opportunamente il modello analitico, la risposta dello stesso è stata confrontata con i risultati ricavati da diversi studi sperimentali. Dai confronti svolti, il modello analitico sembra abbastanza affidabile per bassi livelli di energia di impatto (fino a circa  $20 J$ ). Le differenze tra i risultati sperimentali e quelli del modello analitico, possono essere dovute alla somma di diversi fattori che contribuiscono in modo più o meno significativo sui risultati dell'algorithmo stesso. Tra questi si hanno: la differenza tra l'effettivo valore di  $G_{IIc}$  e quello utilizzato; la differenza nelle costanti ingegneristiche; l'effettivo valore dello spessore del laminato; la sovrastima di  $k_b$  sia dopo l'inizio della delaminazione, sia con i laminati rettangolari; la validità delle formule relative al calcolo dell'indentazione solo per piccole deflessioni; il contributo significativo degli effetti di bordo ad elevate estensioni di delaminazione; le effettive condizioni di vincolo; i possibili errori nelle misurazioni delle aree di delaminazione a seguito dei test sperimentali; la mancanza spesso di un numero sufficiente di risultati sperimentali e soprattutto di un numero sufficiente di risultati sperimentali relativi allo stesso livello di energia di impatto. Il modello analitico è inoltre piuttosto sensibile alle dimensioni del laminato, alle condizioni di vincolo e al valore di  $G_{IIc}$ , mentre è poco sensibile a variazione delle costanti ingegneristiche e alla sequenza di lamine che costituiscono il laminato.

Dai confronti eseguiti emerge che il modello analitico di Olsson sembra fornire una buona stima dell'ampiezza di delaminazione a seguito di un impatto a bassa velocità, ma rimangono diversi dubbi riguardo la sua affidabilità, essendo il numero di fattori che influenzano tale risposta piuttosto ampio. Sviluppi futuri, perciò, riguarderanno soprattutto la conferma dell'affidabilità di tale metodo analitico, andando ad eliminare più dubbi possibili. Questo potrà essere fatto attraverso un'approfondita campagna di prove sperimentali, che partiranno dalla definizione più precisa possibile delle caratteristiche elastiche del materiale, cioè le costanti ingegneristiche e soprattutto la *fracture toughness* relativa al modo II di rottura della resina, a cui il modello è molto sensibile. Occorrerà inoltre eseguire delle prove sperimentali mediante *drop tower* con tali laminati, misurando in maniera accurata lo spessore e le dimensioni dei provini e sarà necessario definire una condizione di vincolo puramente *clamped* o puramente *simply supported*. I test sperimentali dovranno essere di numero sufficiente ed eseguiti più volte per lo stesso livello di energia, in maniera da poter fornire un range di ampiezza di delaminazione possibile ad ogni livello di energia di impatto. Inoltre, la misurazione delle aree di delaminazione dovrà essere svolta e documentata nella maniera più accurata possibile, tenendo conto della precisione della strumentazione di scansione utilizzata: ogni valore di estensione di

delaminazione, diventerà dunque un intervallo di estensione di delaminazione la cui ampiezza dipenderà dalla sensibilità della strumentazione di scansione.

Per quanto riguarda il modello analitico, occorrerà soprattutto considerare il decremento della rigidità flessionale  $k_b$  a seguito della nascita della delaminazione e considerare la sua corretta relazione con le dimensioni del laminato. Tale parametro, è probabilmente quello a cui si dovrà rivolgere maggiore attenzione durante un'eventuale modifica di miglioramento del modello analitico. Le formule relative al calcolo dell'indentazione possono invece essere considerate valide se si analizzano solamente casi di impatto a bassa velocità, ma un loro miglioramento non nuocerà di certo. Tutti i miglioramenti proposti sono utili ad eliminare, o perlomeno ridurre notevolmente, i numerosi dubbi presenti sull'affidabilità di tale modello analitico e permetteranno di ottenere dei confronti più fedeli sulla sua validità.



# Appendice A: Algoritmo MatLab per modello analitico di Olsson

## A.1 Esempio di *main script* per la definizione del problema (Olsson, 2001)

```
%% Metodo analitico di Olsson (LMI) e confronto con suoi dati (2001)

clear all
close all
clc

% Caratteristiche singola lamina (HTA/6376C carbon/epoxy) da Olsson
E1=140; E2=10; %(GPa) modulo di Young
ni12=0.3; ni23=0.5; %coefficiente di Poisson
G12=5.2; G23=3.9; %(GPa) modulo di taglio
NPT=0.13; %(mm) spessore nominale della singola lamina

% Caratteristiche laminato
theta=[0 45 -45 90 90 -45 45 0 90 -45 45 0 0 45 -45 90]; %(gradi) sequenza
NP=size(theta,2); %numero di strati
a=85; b=85; %(mm) dimensioni laminato b=lato corto
diam=0; %(mm) diametro laminato, se circolare
G_IIc=600; %(J/m^2) valore critico dello strain energy release rate modo II

% Caratteristiche impattatore
R_i=7.5; %(mm) raggio impattatore

% Condizioni al contorno
n_max=(NP-1)*0.3; %delaminazioni circolari equivalenti (30% del tot) (>=1)
w_p_max=5; %(mm) deflessione massima
km_index=3; %scegliere: 1=fissata mobile,2=fissata immobile,
                %3=appoggiata mobile, 4=appoggiata immobile
kb_index=2; %scegliere: 1=rett fissata,2=rett appoggiata,
                %3=circol fissata, 4=circol appoggiata
circolare=0; %scegliere 0=laminato rett, 1=laminato circol

%% Richiama funzione per calcolo delaminazione
[W,W_in,d,F_mbs,F_bs,F_cr,F_in,w_p,w_in,w_gr]= ...
    Olsson2001(E1,E2,G12,G23,ni12,ni23,NPT,theta,a,b,diam, ...
        G_IIc,R_i,n_max,w_p_max,km_index,kb_index,circolare);

%% Risultati sperimentali e confronto

% Dati sperimentali
pnt_en=[2 2.5 3 6]; %(J) valori di energia
pnt_de=[0 8 17 20]; %(mm) valori di delaminazione

% Impostazioni grafici
```

```

titolo='Olsson et al. (2001), HTA/6376C, simply supported movable,
85x85x2mm';
titolofile='(2001) Olsson et al HTA-6376C simply supported movable
85x85x2mm';
x_max=max(25,max(pnt_en)*1.1);

% Confronto ampiezza delaminazione
figure()
plot(pnt_en,pnt_de,'k*')
hold on; plot(W,d,'k','linewidth',2)
xlim([0 x_max])
xlabel('Energy, W [J]'); ylabel('Delamination width, d [mm]')
title(titolo)
legend('experiment','model','location','northwest')
box on
saveas(figure(1),titolofile,'bmp')

% Curva deflessione-forza (F_mbs e F_bs)
figure()
plot(w_p,F_mbs,'k','linewidth',2)
hold on; plot(w_p,F_bs,'k--','linewidth',2)
xlabel('Deflection, w_p [mm]'); ylabel('Force [kN]')
title(titolo)
legend('F_m_b_s','F_b_s','location','northwest')
box on

% Curva deflessione-energia (W)
figure()
plot(w_p,W,'k','linewidth',2)
xlabel('Deflection, w_p [mm]'); ylabel('Energy, W [J]')
title(titolo)
box on

```

## A.2 *Function del modello analitico*

```

function [W,W_in,d,F_mbs,F_bs,F_cr,F_in,w_p,w_in,w_gr]= ...
    Olsson2001(E1,E2,G12,G23,ni12,ni23,NPT,theta,a,b,diam,G_IIC, ...
        R_i,n_max,w_p_max,km_index,kb_index,circolare)

%% Calcolo delle costanti ingegneristiche del laminato

% Altre costanti ingegneristiche
E3=E2; G13=G12; %(GPa) modulo di Young e modulo di taglio
ni13=ni12; %termine di Poisson

% Altre caratteristiche laminato
NP=size(theta,2); %numero di strati
h=NP*NPT; %(mm) spessore laminato
z=linspace(-h/2,h/2,NP+1); %(mm) coordinate z degli strati

% Componenti di rigidezza sdr singola lamina e=Ss s=Ce
S11=1/E1; S12=-ni12/E1; S13=-ni13/E1;
S22=1/E2; S23=-ni23/E2; S33=1/E3;
S44=1/G23; S55=1/G13; S66=1/G12;
S=[S11 S12 S13 0 0 0;...
    S12 S22 S23 0 0 0;...
    S13 S23 S33 0 0 0;...
    0 0 0 S44 0 0;...

```

```

    0 0 0 0 S55 0;...
    0 0 0 0 0 S66]; %(GPa^-1)
C=inv(S); %(GPa)

% Calcolo delle componenti rigidezza sdr generico intero laminato
A_l=zeros(6); D_l=A_l; %inizializzazione delle matrici
for k=1:NP
    % Componenti rigidezza sdr generico singola lamina s=Ce
    th=theta(k)*pi/180; %(rad)
    sin1=sin(th); cos1=cos(th);
    sin2=(sin(th))^2; cos2=(cos(th))^2;
    T=[cos2 sin2 0 0 0 -sin(2*th);...
        sin2 cos2 0 0 0 sin(2*th);...
        0 0 1 0 0 0;...
        0 0 0 cos1 sin1 0;...
        0 0 0 -sin1 cos1 0;...
        sin1*cos1 -sin1*cos1 0 0 0 cos2-sin2]; %matrice di rotazione
    C_C=T*C*T'; %(GPa) S_S=inv(C_C);

    % Aggiunta contributi delle singole lamine
    A_l=A_l+C_C*(z(k+1)-z(k)); %(GPa*mm)
    D_l=D_l+(1/3)*C_C*((z(k+1)^3)-(z(k)^3)); %(GPa*mm^3)=(N*m)
end
C_l=A_l/h; %(GPa) matrice di rigidezza s=Ce del laminato
S_l=inv(C_l); %(GPa^-1) matrice di rigidezza e=Ss del laminato

% Costanti ingegneristiche del laminato
E1_l=1/S_l(1,1); E2_l=1/S_l(2,2); E3_l=1/S_l(3,3); %(GPa)
G12_l=1/S_l(6,6); G13_l=1/S_l(5,5); G23_l=1/S_l(4,4); %(GPa)
ni12_l=-S_l(2,1)/S_l(1,1); ni13_l=-S_l(3,1)/S_l(1,1);
ni23_l=-S_l(3,2)/S_l(2,2);

%% Calcolo della curva delaminazione-energia, metodo analitico

% Costanti ingegneristiche quasi-isotropico
Er=E1_l; Ez=E3_l; %(GPa)
nir=ni12_l; nirz=ni13_l; nizr=nirz*Ez/Er;
Grz=G13_l; %(GPa)

% Rigidezza flessionale approssimata del laminato (N*m)
A=(D_l(1,2)+2*D_l(6,6))/sqrt(D_l(1,1)*D_l(2,2));
D_app=sqrt(0.5*(A+1)*D_l(1,1)*D_l(2,2)); %(N*m) rigidezza flessionale

%Raggio piastra circolare equivalente
if circolare==0
    r_eq=sqrt(a*b/pi); %(mm)
else
    r_eq=diam/2; %(mm)
end

% Rigidezza membranale
nir_p=1+nir;
k_m1=191/648; %lamina fissata mobile
k_m2=(353-191*nir)/(648*(1-nir)); %lamina fissata immobile
k_m3=((191*nir_p^4)/648+(41*nir_p^3)/27+(32*nir_p^2)/9+40*nir_p/9+8/3)...
    /((3+nir)^4); %lamina semplicemente appoggiata mobile
k_m4=k_m3+2*(0.125*nir_p^4+nir_p^3+4*nir_p^2+8*nir_p+8)...
    /((1-nir)*(3+nir)^4); %lamina semplicemente appoggiata immobile
k_m=[k_m1 k_m2 k_m3 k_m4];
km=k_m(km_index)*pi*Er*h/((r_eq)^2); %(GPa/mm) rigidezza membranale

```

```

% Rigidezza associata all'indentazione
Qalfa=2*sqrt(Grz/C_1(1,1))*(C_1(1,1)*C_1(3,3)-C_1(1,3)^2)/ ...
    sqrt(((sqrt(C_1(1,1)*C_1(3,3))+Grz)^2) ...
    -((C_1(1,3)-Grz)^2)); % (GPa) rigidezza out-of-plane di Greszczuk
% Qalfa=Ez/(1-nirz*nizr); % (GPa) rigidezza out-of-plane approssimata
kalfa=4*Qalfa*sqrt(R_i)/3; % (GPa*mm^0.5) rigidezza all'impatto

% Rigidezza flessionale (su unità di superficie)
k_b1=41*(b/a)+138; % lamina rettangolare fissata, andamento lineare
k_b2=27.3*(b/a)+59; % lamina rettangolare appoggiata, andamento lineare
k_b3=201; % lamina circolare fissata
k_b4=79; % lamina circolare appoggiata
k_b=[k_b1 k_b2 k_b3 k_b4];
if circolare==0
    kb=k_b(kb_index)*D_app/(b^2); % (GPa*mm)=(N*m/mm^2)
else
    kb=k_b(kb_index)*D_app/(diam^2); % (GPa*mm)=(N*m/mm^2)
end

% Valori di inizio delaminazioni
F_in=pi*sqrt(32*D_app*G_IIC/3)/1000; % (kN) forza inizio delaminazione
W_in=0.5*(F_in^2)/kb; % (J) energia approssimata inizio delaminazione
F_gr=pi*sqrt(32*D_app*G_IIC/(n_max+2))/1000; % (kN) forza inizio propagazione

% Parametri di inizializzazione
w_p=[0:0.01:w_p_max]; % (mm) passi per spostamento lungo z del laminato
F_m=zeros(1,length(w_p)); F_mbs=F_m; alfa=F_m; F_bs=F_m; F_cr=F_m; ks=F_m;
w_in=F_in/kb; w_gr=F_gr/kb; % (mm)
kbs=kb;
W=F_m; U=F_m; U_del=F_m; W_alfa=0; W_mbs=0;
inizio=1; avanzamento=0;
d=0; A_del=0;

for i=1:length(w_p)

    % Aggiornamento valore critico di forza
    if w_p(i)<w_in(i)
        F_cr(i)=F_in; % (kN)
    elseif w_p(i)>w_in(i) && avanzamento==0
        F_cr(i)=F_in*w_in(i)/w_p(i);
        if F_cr(i)<=F_gr
            if avanzamento==0
                w_gr=w_p(i);
            end
            F_cr(i)=F_gr; % (kN)
            avanzamento=1;
        end
        if inizio==1
            inizio=i;
        end
    elseif avanzamento==1
        F_cr(i)=F_gr; % (kN)
    end

    F_m(i)=km*w_p(i)^3; % (kN) contributo forza membranale
    F_mbs(i)=F_m(i)+kb*w_p(i); % (kN) inizializzazione forza totale

    % Calcolo della rigidezza al taglio e della forza totale
    j=0;
    while j<2
        alfa(i)=(F_mbs(i)/kalfa)^(2/3); % (mm) indentazione (F_mbs in kN)
        c=sqrt(2*R_i*alfa(i)); % (mm) raggio di contatto
    end
end

```

```

ks(i)=pi*Grz*h/((1-(nirz*Grz/Er))*(1+0.75*log(r_eq/c))); % (GPa*mm)
kbs(i)=1/(1/kb+1/ks(i)); % (GPa*mm) rigidezza a flessione-taglio
F_bs(i)=min(F_cr(i),kbs(i)*w_p(i)); % (kN) forza di flessione-taglio
F_mbs(i)=F_bs(i)+F_m(i); % (kN) forza totale
j=j+1;
end

% Aggiornamento valore di inizio delaminazione
if inizio==1
    w_in(i+1)=F_in/kbs(i); % (mm)
else
    w_in(i+1)=w_in(i); % (mm)
end

% Calcolo dell'ampiezza di delaminazione
if i>1
    % Lavoro
    W_mbs=W_mbs+F_mbs(i)*(w_p(i)-w_p(i-1)); % (kN*mm)=(N*m)=(J)
    W_alfa=W_alfa+F_mbs(i)*(alfa(i)-alfa(i-1)); % (kN*mm)=(N*m)=(J)
    W(i)=W_mbs+W_alfa; % (kN*mm)=(N*m)=(J) lavoro totale

    % Strain energy
    U_b=0.5*F_bs(i)*w_p(i)/(1+kb/ks(i)); % (kN*mm)=(N*m)=(J) flessione
    U_m=0.25*F_m(i)*w_p(i); % (kN*mm)=(N*m)=(J) membranale
    U_s=0.5*F_bs(i)*w_p(i)/(1+ks(i)/kb); % (kN*mm)=(N*m)=(J) taglio
    U_alfa=0.4*F_mbs(i)*alfa(i); % (kN*mm)=(N*m)=(J) indentazione
    U(i)=U_b+U_m+U_s+U_alfa; % (kN*mm)=(N*m)=(J) totale

    % Energia assorbita dall'avanzamento delaminazione
    U_del(i)=max(0,W(i)-U(i)); % (J)

    %Ampiezza delaminazione
    if inizio>1
        d(i)=2000*sqrt(U_del(i)/(pi*n_max*G_IIC)); % (mm) ampiezza
    elseif inizio==1
        d(i)=0;
    end
end
end
end

```



# Riferimenti

- [1] R. Olsson, "Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates," *Composites: Part A*, vol. 31, pp. 879-887, 2000.
- [2] B. Vieille, V. M. Casado and C. Bouvet, "About the impact behaviour of woven-ply carbon fiber-reinforced thermoplastic- and thermosetting-composites: a comparative study," *Composite Structures*, vol. 101, pp. 9-21, 2013.
- [3] P. Sjöblom, "Simple design approach against low velocity impact damage," Anaheim, 1987.
- [4] G. A. O. Davies, X. Zhang, G. Zhou and e. al., "Numerical modeling of impact damage," *Composites*, vol. 25, pp. 342-350, 1994.
- [5] G. A. Schoeppner and S. Abrate, "Delamination threshold loads for low velocity impact on composite laminates," *Composites: Part A*, vol. 31, pp. 903-915, 2000.
- [6] R. Olsson, "Analytical prediction of large mass impact damage in composite laminates," *Composites: Part A*, vol. 32, pp. 1207-2015, 2001.
- [7] G. Caprino, A. Langella and V. Lopresto, "Indentation and penetration of carbon fibre reinforced plastic laminates," *Composites: Part B*, vol. 34, pp. 319-325, 2003.
- [8] G. Caprino and V. Lopresto, "On the penetration energy for fiber-reinforced plastics under low-velocity impact conditions," *Composites Science and Technology*, vol. 61, pp. 65-73, 2001.
- [9] C. S. Lopes, O. Seresta, Y. Coquet, Z. Gürdal, P. P. Camanho and B. Thuis, "Low-velocity impact damage on dispersed stacking sequence laminates. Part I: Experiments," *Composites Science and Technology*, vol. 69, pp. 926-936, 2009.
- [10] H. Wei, G. Zhidong, L. Xing and L. Debo, "Prediction of permanent indentation due to impact on laminated composites based on an elasto-plastic model incorporating fiber failure," *Composite Structures*, vol. 96, pp. 232-242, 2013.
- [11] Z. Shen, S. C. Yang and P. H. Chen, "Experimental study on the behavior and characterization methods of composite laminates to withstand impact," *Acta Mater Compos Sinica*, vol. 25, pp. 125-133, 2008.
- [12] D. Liu, "Impact-induced delamination - A view of bending stiffness mismatching," *J. of Composite Materials*, vol. 22, pp. 674-692, 1988.
- [13] H. Morita, T. Adachi, Y. Tateishi and H. Matsumot, "Characterization of impact damage resistance of CF/PEEK and CF/toughened epoxy laminates under low and high velocity impact tests," *J. of Reinforced Plastic Composites*, vol. 16, pp. 131-143, 1997.
- [14] W. C. Jackson and C. C. Poe, "Use of impact force as a scale parameter for the impact response of composites laminates," *Composites Technology and Research*, vol. 15, pp. 282-289, 1993.
- [15] D. Delfosse and A. Poursartip, "Energy-based approach to impact damage in CFRP laminates," *Composites: Part A*, vol. 28, pp. 647-655, 1997.
- [16] S. L. Gao and J. K. Kim, "Cooling rate influences in carbon fibre/PEEK composites. Part III: impact damage response," *Composites: Part A*, vol. 32, pp. 775-785, 2001.
- [17] T. A. Sebaey, E. V. Gonzalez, C. S. Lopes, N. Blanco, P. Miami and J. Costa, "Damage resistance and damage tolerance of dispersed CFRP laminates: Effect of the mismatch angle between plies," *Composite Structures*, vol. 101, pp. 255-264, 2013.
- [18] C. S. Lopes, P. P. Camanho, Z. Gürdal, P. Maimi and E. V. Gonzalez, "Low-velocity impact damage on dispersed stacking sequence laminates. Part II: Numerical simulations," *Composites*

- Science and Technology*, vol. 69, pp. 937-947, 2009.
- [19] J. P. Hou, N. Petrinic, C. Ruiz and S. R. Hallett, "Prediction of impact damage in composite plates," *Composites Science and Technology*, vol. 60, pp. 273-281, 2000.
- [20] L. Boni, *Modello numerico per la valutazione del comportamento di pannelli irrigiditi in materiali compositi soggetti ad impatto*, Forlì: Alma Mater Studiorum - Università degli Studi di Bologna, 2010.
- [21] S. W. Tsai, *Strength Characteristics of Composite Materials*, Newport Beach, California: Philco Corporation, NASA, 1965.
- [22] A. Turon, P. P. Camanho, J. Costa and C. G. Davila, "A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading," *Mechanics of Materials*, vol. 38, pp. 1072-1089, 2006.
- [23] A. S. Yigit and A. P. Christoforou, "Limits of asymptotic solutions in low-velocity impact of composite plates," *Composite Structures*, vol. 81, pp. 568-574, 2007.
- [24] A. P. Christoforou and A. S. Yigit, "Characterization of impact in composite plates," *Composite Structures*, vol. 43, pp. 15-24, 1998.
- [25] E. V. Gonzalez, P. Miami, P. P. Camanho, C. S. Lopes and N. Blanco, "Effects of ply clustering in laminated composite plates under low-velocity impact loading," *Composites Science and Technology*, vol. 71, pp. 805-817, 2011.
- [26] A. P. Christoforou, "Impact dynamics and damage in composite structures," *Composite Structures*, vol. 52, pp. 181-188, 2001.
- [27] A. S. Yigit and A. P. Christoforou, "Impact dynamics of composite beams," *Composite Structures*, vol. 32, pp. 187-195, 1995.
- [28] G. A. O. Davies and X. Zhang, "Impact damage prediction in carbon composite structures," *Int. J. Impact Eng*, vol. 16, pp. 149-170, 1995.
- [29] D. Ghelli and G. Minak, "Low velocity impact and compression after impact tests on thin carbon/epoxy laminates," *Composites: Part B*, vol. 42, pp. 2067-2079, 2011.
- [30] R. Olsson, M. V. Donadon and B. G. Falzon, "Delamination threshold load for dynamic impact on plates," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 3124-3141, 2006.
- [31] R. Olsson, *Impact response of composite laminates - a guide to closed form solution*, Bromma: The Aeronautical Research Institute of Sweden, 1993.
- [32] K. N. Shivakumar, W. Elber e W. Ilg, «Prediction of impact force and duration due to low velocity impact on circular composite laminates,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 52, pp. 674-680, 1985.
- [33] R. Olsson, J. C. Thesken, F. Brandt, N. Jonsson and S. Nilsson, "Investigations of delamination criticality and the transferability of growth criteria," *Composite Structures*, vol. 36, pp. 221-247, 1996.
- [34] M. Mitrovic, H. T. Hahn, G. P. Carman and P. Shyprykevich, "Effect of loading parameters on the fatigue behavior of impact damaged composite laminates," *Composites Science and Technology*, vol. 59, pp. 2059-2078, 1999.
- [35] T. Gomez-del Rio, R. Zaera, E. Barbero and C. Navarro, "Damage in CFRPs due to low velocity impact at low temperature," *Composites: Part B*, vol. 36, pp. 41-50, 2005.
- [36] P. Akangah and K. Shivakumar, "Assessment of Impact Damage Resistance and Tolerance of Polymer Nanofiber Interleaved Composite Laminates," *Journal of Chemical Science and Technology*, vol. 2, pp. 39-52, 2013.
- [37] R. Olsson, "Closed form prediction of peak load and delamination onset under small mass impact," *Composite Structures*, vol. 59, pp. 341-349, 2003.
- [38] A. Duarte, I. Herszberg and R. Paton, "Impact resistance and tolerance of interleaved tape laminates," *Composite Structures*, vol. 47, pp. 753-758, 1999.
- [39] P. D. Soden, M. J. Hinton and A. S. Kaddour, "Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates," *Composites Science and Technology*, vol. 58, pp. 1011-1022, 1998.
- [40] R. B. Bucinell, *Composite Materials - Fatigue and Fracture*, Philadelphia: American Society for

- Testing and Materials, 1998.
- [41] J. Dogra, J. M. Hodgkinson, P. Robinson and S. T. Pinho, "Development of a compression test for thick composite laminates: finite element analysis," in *16th International Conference on Composite Materials*, Kyoto, 2007.
- [42] F. Aymerich, C. Pani and P. Priolo, "Effect of stitching on the low-velocity impact response of [0<sub>3</sub>/90<sub>3</sub>]<sub>s</sub> graphite/epoxy laminates," *Composites: Part A*, vol. 38, pp. 1174-1182, 2007.
- [43] R. Ghayour, M. Ghayour and S. Ziaei-Rad, "Vibration analysis of tapered rotating composite beams using the hierarchical finite element," *Applied and Computational Mechanics*, vol. 4, pp. 157-170, 2012.
- [44] A. B. de Morais, A. B. Pereira, M. F. de Moura and A. G. Magalhaes, "Mode III interlaminar fracture of carbon/epoxy laminates using the edge crack torsion (ECT) test," *Composites Science and Technology*, vol. 69, pp. 670-676, 2009.
- [45] G. Minak and D. Ghelli, "Influence of diameter and boundary conditions on low velocity impact response of CFRP circular laminated plates," *Composites: Part B*, vol. 39, pp. 962-972, 2008.
- [46] A. Yoshimura, T. Nakao, S. Yashiro and N. Takeda, "Improvement on out-of-plane impact resistance of CFRP laminates due to through-the-thickness stitching," *Composites: Part A*, vol. 39, pp. 1370-1379, 2008.
- [47] M. D. Isa, S. Feih and A. P. Mouritz, "Compression fatigue properties of z-pinned quasi-isotropic carbon/epoxy laminate with barely visible impact damage," *Composite Structures*, vol. 93, pp. 2269-2276, 2011.
- [48] T. M. Koh, *Improving the mechanical properties of aerospace carbon fibre-epoxy joints by z-pinning*, RMIT University, 2012.
- [49] Y. Shi, S. T. and C. Soutis, "Modelling damage evolution in composite laminates subjected to low velocity impact," *Composite Structures*, vol. 94, pp. 2902-2913, 2012.
- [50] A. Atas, F. Balikoglu, N. Arslan e C. Soutis, «KOMPOZİT PLAKALARIN CIVATA BAĞLANTILARI İÇİN KRİTİK-ALTI HASAR MODELLEMESİNE DAYALI MUKAVEMET KESTİRİM YÖNTEMİ,» in *Ulusal Tasarım İmalat ve Analiz Kongresi*, Balıkesir, 2012.
- [51] G. Belingardi and R. Vadori, "Low velocity impact tests of laminate glass-fibre-epoxy matrix composite material plates," *Int. J. Impact Eng*, vol. 27, pp. 213-229, 2002.
- [52] S. Abrate, *Impact Engineering of Composite Structures*, Udine: CISM, 2011.
- [53] C. Decolon, *Analysis of Composite Structures*, London: Hermes Penton Ltd, 2002.
- [54] R. M. Jones, *Mechanics of Composite Materials - 2nd ed.*, Philadelphia: Taylor & Francis, 1999.
- [55] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis - 2nd ed.*, Boca Raton: CRC Press LLC, 2000.
- [56] B. Zuccarello, *Progettazione Meccanica di Materiali Compositi*, Università degli Studi di Palermo.
- [57] Z. Hashin, "Failure criteria for unidirectional fibre composites," *J. Appl Mech*, vol. 47, pp. 234-329, 1980.
- [58] R. Olsson, "Impact response of orthotropic composite laminates predicted from a one-parameter differential equation," *AIAA Journal*, vol. 30, pp. 1587-1596, 1992.
- [59] S. R. Reid and G. Zhou, *Impact behaviour of fibre-reinforced composite materials and structures*, Cambridge: Woodhead Publishing Ltd, 2000.
- [60] E. Troiani, *Un criterio energetico per lo studio dell'arresto di delaminazioni in un composito*, Pisa: Politecnico di Milano - Università degli studi di Pisa, 1999.
- [61] A. Minuto, "Fatigue Design," in *Workshop Aerostrutture*, Taranto, 2012.
- [62] W. J. Staszewski, C. Boller and G. R. Tomlinson, *Health Monitoring of Aerospace Structures - Smart Sensor Technologies and Signal Processing*, Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [63] M. S. Sohn, X. Z. Hu, J. K. Kim and L. Walker, "Impact damage characterisation of carbon fibre/epoxy composite with multi-layer reinforcement," *Composites: Part B*, vol. 31, pp. 681-691, 2000.
- [64] M. J. Hinton, A. S. Kaddour and P. D. Soden, *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer*

Composites: The World-Wide Failure Exercise, ELSEVIER, 2004.

## **Ringraziamenti**

Ringrazio innanzitutto la mia fidanzata Mariachiara che crede sempre nelle mie capacità e mi dice che mi sottovaluto di continuo. Ringrazio il mio Relatore, Ingegnere Enrico Troiani, che mi ha permesso di lavorare su questo interessante argomento e che mi ha aiutato a seguire i percorsi giusti per portare a termine questa tesi.

Ringrazio anche la mia famiglia che in questi anni di università ha sopportato i miei continui sbalzi d'umore e mi ha sempre incoraggiato a continuare nel percorso scelto. Ringrazio tutti gli amici di Verona per essere rimasti a me legati anche con i cambiamenti avvenuti in questi sei anni, vissuti principalmente a Forlì, e tutti gli amici di Forlì, in particolare Simone, Guglielmo, Daniel e Loredana, che mi hanno permesso di maturare e di vivere momenti che mai dimenticherò.