

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**SECONDA FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
CON SEDE A CESENA**

**CORSO DI LAUREA  
IN INGEGNERIA MECCANICA  
Classe LM-33  
Sede di Forlì**

**TESI DI LAUREA**  
In Dinamica delle Macchine e dei Sistemi Meccanici LM

**STUDIO E SPERIMENTAZIONE DEL  
COMPORTAMENTO VIBRATORIO DI UNA LAMELLA  
AZIONATA DA UN ATTUATORE PIEZOELETTRICO**

**CANDIDATO**  
Samuele Scardovi

**RELATORE**  
Prof. Ing. Alessandro Rivola

**CORRELATORE**  
Ing. Paolo Testi

Anno Accademico [2011/12]  
III Sessione



# *Indice*

<b>Sommario</b>	9
<b>Introduzione</b>	13
<b>Capitolo 1 Introduzione allo studio</b>	15
<b>1.1 Tecnologia ceramica applicata</b>	
1.1.1 La ceramica	17
1.1.2 Classificazione	20
1.1.3 Il processo produttivo	20
1.1.4 La decorazione digitale a secco	23
<b>1.2 Decoratrice digitale a secco “DDD”</b>	
1.2.1 “DDD”	27
1.2.2 Descrizione della macchina	28
<b>1.3 Materiali piezoelettrici ceramici</b>	
1.3.1 Introduzione	35
1.3.2 Effetto piezoelettrico diretto	37
1.3.3 Effetto piezoelettrico inverso	38
1.3.4 Struttura del dominio ferroelettrico	38
1.3.5 Polarizzazione dei piezoceramici	39
1.3.6 Classificazione	42
1.3.7 Equazioni fondamentali e coefficienti piezoelettrici	43

1.3.8	Assegnazione degli assi	43
1.3.9	Permittività relativa (costante dielettrica) $\epsilon$	44
1.3.10	Permeabilità magnetica $\mu$	45
1.3.11	Coefficiente di accoppiamento elettromeccanico $k$	46
1.3.12	Costante piezoelettrica $d_{ij}$	46
1.3.13	Coefficiente di voltaggio piezoelettrico $g_{ij}$	47
1.3.14	Cedevolezza elastica $s_{ij}$	47
1.3.15	Coefficiente di frequenza $N_i$	49
1.3.16	Fattore di qualità meccanica $Q_m$	49
<b>1.4 Sensori induttivi</b>		
1.4.1	Sensori di prossimità	50
1.4.2	Sensori a principio induttivo	51
<b>Capitolo 2 Sperimentazione</b>		<b>53</b>
<b>2.1 Taratura del sensore induttivo</b>		
2.1.1	Scopo della prova	55
2.1.2	Descrizione della prova	57
2.1.3	Esposizione dei risultati	57
<b>2.2 Caratteristiche del materiale</b>		
2.2.1	Descrizione delle condizioni di prova	59
2.2.2	Modifica geometrica dell'incastro	63
2.2.3	Geometria originale	66
2.2.4	Geometria modificata	67
2.2.5	3 <sup>a</sup> frequenza naturale	68
2.2.6	Deformazione statica	69
2.2.7	Lamelle "STRONG"	71
2.2.8	Lamella "LONG"	73
2.2.9	Transitorio di avviamento	75

---

<b>Capitolo 3 Modellazione</b>	77
<b>3.1 Discretizzazione</b>	
3.1.1 Introduzione	79
3.1.2 Modellazione della geometria	80
3.1.3 Scelta del tipo di elemento	81
3.1.4 Scelta della dimensione dell'elemento	85
<b>3.2 Semplificazione geometrica</b>	
3.2.1 MODELLO A	88
3.2.2 MODELLO B	91
3.2.3 MODELLO C	92
3.2.4 Considerazioni e scelta del modello	94
<b>3.3 Rigidezza del modello</b>	
3.3.1 Introduzione	97
3.3.2 Analisi dinamica con superficie di contatto	98
3.3.3 Incastro cedevole	101
<b>Capitolo 4 Simulazione e validazione</b>	107
<b>4.1 Condizioni al contorno</b>	
4.1.1 Introduzione	109
4.1.2 Condizioni al contorno di spostamento	109
4.1.3 Condizioni al contorno di carico	111
4.1.4 Nodo di riferimento	113
<b>4.2 Analisi statica</b>	
4.2.1 Descrizione e scopo	114
4.2.2 Condizioni al contorno	115
4.2.3 Esposizione dei risultati	115
4.2.4 Confronto e conclusioni	117
<b>4.3 Analisi modale</b>	
4.3.1 Descrizione	118

4.3.2	Condizioni al contorno	120
4.3.3	Esposizione dei risultati	120
4.3.4	Conclusioni	126
<b>4.4</b>	<b>Analisi di risposta armonica</b>	
4.4.1	Descrizione	128
4.4.2	Smorzamento proporzionale	130
4.4.3	Obiettivo dell'analisi	132
4.4.4	Condizioni al contorno	133
4.4.5	Esposizione dei risultati	135
<b>4.5</b>	<b>Analisi dinamica e validazione</b>	
4.5.1	Introduzione	137
4.5.2	Descrizione dell'analisi	138
4.5.3	Passo di integrazione (ITS)	139
4.5.4	Definizione della funzione di carico	141
4.5.5	Condizioni al contorno	144
4.5.6	Transitorio di avviamento	146
4.5.7	Risposta a regime	147
4.5.8	Validazione della funzione di carico	151
<b>Capitolo 5</b>	<b>Applicazione del modello</b>	<b>155</b>
5.1	Introduzione	155
5.2	Approssimazione dell'analisi dinamica	156
5.3	Modalità di applicazione del modello	158
5.4	Lamelle "STRONG"	159
5.5	Lamelle "LONG"	160
5.6	Variazione della tensione di lavoro	162
5.7	Lamelle di alluminio	163
5.8	Lamelle di titanio	165
5.9	Confronto tra i casi di studio	167

<b>Conclusioni</b>	169
<b>Appendice</b>	173
<b>Bibliografia</b>	179



# *Ringraziamenti*

Ringrazio in primo luogo il Prof. Ing. Alessandro Rivola per i preziosi insegnamenti e per avermi assistito nel corso di questi mesi, facendomi comprendere l'importanza del metodo di approccio ai problemi. Ringrazio sentitamente l'Ing. Paolo Testi che mi ha seguito con attenzione e disponibilità, impiegando costantemente le sue competenze per appoggiarmi nella realizzazione del lavoro svolto. Desidero ringraziare SACMI IMOLA che mi ha dato la possibilità di intraprendere un'attività di tesi formativa, sia dal punto di vista tecnico che umano, mettendo a disposizione laboratori, strutture e personale: in particolare esprimo la mia riconoscenza all'Ing. Claudio Ricci e tutti ragazzi del reparto di ricerca ceramica.

Ringrazio enormemente la mia famiglia per il sostegno ed il grande aiuto che mi ha dato in questi anni. Ringrazio infine tutti i miei parenti, vicini e lontani, gli amici, i compagni di studi, di allenamento e di svago e tutte le persone senza le quali non sarei stato in grado di affrontare la carriera universitaria con la serenità, la gioia e la voglia di fare che mi hanno permesso di raggiungere questo importante traguardo.



# *Sommario*

La decoratrice digitale a secco “DDD” è una macchina preposta alla deposizione controllata di polveri su un supporto ceramico, fabbricata da SACMI IMOLA S.C., leader mondiale nel settore delle macchine per la ceramica. La deposizione avviene grazie alla vibrazione di un certo numero di lamelle di acciaio, provocata dall’eccitazione di altrettanti attuatori piezoelettrici. L’azienda richiede una analisi approfondita del fenomeno di vibrazione del sistema di deposizione della polvere e l’identificazione del suo comportamento dinamico.

L’obiettivo del presente elaborato di tesi è la realizzazione di un modello agli elementi finiti, che simuli la vibrazione del sistema di deposizione in assenza di polvere. L’applicazione di tale modello si concretizza nella previsione degli effetti di modifiche strutturali e di carico applicato, sul comportamento dinamico del sistema.

Per conseguire gli obiettivi prefissati si ricorre abitualmente a diversi programmi di calcolo: primo tra tutti il software di analisi agli elementi finiti “ANSYS Multiphysics”, con cui vengono realizzate tutte le simulazioni presentate in questo documento. Inoltre sono impiegati “Matlab” per il calcolo numerico e grafici ed il programma di modellazione solida 3D “SolidWorks”.

Il contenuto sperimentale è incentrato sulla misurazione di ampiezze di oscillazione del sistema in esame, per mezzo di un sensore di prossimità a principio induttivo. La lettura ed il rilievo dei dati sperimentali è effettuata mediante l’utilizzo di un oscilloscopio digitale.

Ai fini dell'identificazione dinamica della struttura, sia dalle prove sperimentali che dalle simulazioni FEM si vogliono ottenere risultati relativi all'ampiezza della risposta, per il transitorio di avviamento e per il funzionamento a regime del sistema studiato.

In questo contesto, al **Capitolo 1** della tesi viene fornito un quadro generale del contesto produttivo e delle tecnologie che stanno alla base del sistema studiato. Vengono descritte le materie prime ed i prodotti ceramici unitamente ai macchinari ed al processo produttivo a cui sono sottoposti, con particolare riferimento alla collocazione della decorazione digitale a secco all'interno del ciclo; si illustra in modo dettagliato la struttura ed il principio di funzionamento della macchina "DDD"; vengono trattate le caratteristiche e le proprietà dei materiali piezoelettrici ceramici, spiegando le relazioni fondamentali ed i parametri che legano le proprietà elettriche con quelle elastiche e meccaniche; infine si trova una breve esposizione del funzionamento dei sensori di prossimità induttivi.

Il **Capitolo 2** riguarda la sperimentazione svolta nel corso della tesi, svolta ai fini di studio del comportamento del sistema e di validazione del modello agli elementi finiti. Vengono dunque chiarite con precisione le condizioni di prova e, per ognuna delle prove sperimentali realizzate, si dà una descrizione e se ne espongono i risultati.

Il **Capitolo 3** è relativo alla modellazione: qui viene trattata la discretizzazione del modello, ovvero il metodo di suddivisione in elementi finiti; in seguito si espone il processo di semplificazione e perfezionamento secondo cui si è pervenuti al modello definitivo, utilizzato per le simulazioni FEM.

Nel **Capitolo 4** vengono descritte tutte le analisi agli elementi finiti eseguite nel periodo di tesi. Inizialmente si chiariscono le condizioni al contorno applicate nel corso delle simulazioni, poi si passa alla descrizione ed esposizione dei risultati delle analisi realizzate, parallelamente al confronto

con gli esiti delle prove sperimentali e, dunque, alla validazione dinamica del modello.

Al **Capitolo 5** si conclude con l'impiego vero e proprio del modello agli elementi finiti conseguito, il quale consiste nella variazione di parametri, proprietà e condizioni al contorno che permettano la simulazione di modifiche al sistema reale.

In **Appendice** si trova una raccolta commentata dei codici utilizzati per la realizzazioni delle simulazioni agli elementi finiti .



# *Introduzione*

Nella progettazione strutturale è frequente l'adozione di modelli matematici, a volte complessi, per la determinazione dello stato di sollecitazione e di deformazione delle strutture; fra questo è ormai solito l'uso degli elementi finiti. I risultati ottenibili attraverso tali simulazioni dipendono dalle ipotesi che sono poste alla base delle stesse. È tuttavia importante, ma non sempre possibile, riscontrare se le ipotesi assunte nel calcolo sono verificate, mediante un confronto degli esiti delle simulazioni con i risultati di prove sperimentali, che certifichi la validità del modello agli elementi finiti.

L'osservazione ed il confronto tra le soluzioni del modello numerico ed i dati sperimentali assume un'importanza ancora più rilevante nel caso di strutture sottoposte a carichi dinamici.

La definizione delle proprietà dinamiche e meccaniche delle strutture ed il loro impiego nella realizzazione di un modello agli elementi finiti, rivestono un'importanza fondamentale nella previsione degli effetti di eventuali modifiche e variazioni del sistema (geometria, materiali, entità del carico applicato, etc.) sul comportamento dinamico del sistema stesso.

Gli evidenti vantaggi conseguibili dall'adozione di tale approccio alla progettazione meccanica si concretizzano in termini economici, tempistici e qualitativi.

Il sistema, oggetto dello studio del presente elaborato di tesi, è costituito da una lamella di acciaio di dimensioni relativamente ridotte, a cui è incollato un attuatore piezoelettrico che ne causa la vibrazione, sfruttando il fenomeno

della risonanza. Tale struttura possiede numerose peculiarità geometriche e di funzionamento che ne determinano il comportamento dinamico.

Gli studi analitici, relativi al comportamento dinamico di travi a sbalzo azionate da attuatori piezoelettrici presenti in letteratura sono numerosi; ad esempio tra i più completi si trova R.G. Ballas, “Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators”, Ed. Springer 2007. Tuttavia le molteplici particolarità del sistema di cui si intende compiere uno studio dinamico, non consentono di ottenere risultati attendibili da una trattazione analitica del problema, la quale risulterebbe troppo generica.

Al contrario le pubblicazioni riguardanti l’approccio mediante analisi agli elementi finiti, a problemi di identificazione dinamica di sistemi con affinità a quello studiato, propongono risultati eccessivamente specifici, non applicabili a strutture con caratteristiche diverse da quelle descritte.

In questa ottica, ci si prefigge l’obiettivo di studiare, con l’ausilio di prove sperimentali, il comportamento vibratorio di una lamella azionata da un attuttore piezoelettrico, al fine di realizzare un modello agli elementi finiti che ne simuli il funzionamento e che sia impiegabile nella previsione degli effetti di modifiche strutturali e dinamiche del sistema.

# *Capitolo 1*

## *Introduzione allo studio*

In questo primo capitolo della tesi si vuole fornire un quadro generale del contesto produttivo e delle tecnologie che stanno alla base della macchina su cui è installato il sistema studiato: la decoratrice digitale a secco “DDD”.

Le operazioni che avvengono all’interno del ciclo produttivo in cui il macchinario è collocato ed il tipo di prodotto che questo è preposto a realizzare sono di importanza significativa per la comprensione delle interazioni e delle problematiche che competono alla macchina e del criterio con cui questa è stata progettata. Sebbene non sia possibile descrivere dettagliatamente tutto l’insieme delle fasi che avvengono all’interno di una azienda di produzione ceramica, dall’arrivo delle materie prime al confezionamento dei prodotti finiti, se ne vuole comunque dare una traccia per chiarire alcuni concetti necessari per la comprensione delle condizioni operative. Per queste ragioni

nella parte relativa alla “Tecnologia ceramica applicata” vengono descritte le materie prime e la classificazione delle ceramiche, se ne illustra il ciclo produttivo e si chiarisce la decorazione digitale a secco si inserisce al suo interno.

È certamente indispensabile una descrizione completa e dettagliata delle caratteristiche e del funzionamento della decoratrice digitale a secco “DDD”. Ci si sofferma in modo particolare sui componenti direttamente coinvolti nella deposizione della polvere, installati in prossimità delle lamelle, tralasciando gli organi accessori; vengono inoltre illustrati i principali parametri di regolazione della macchina.

Il principio di funzionamento della macchina è basato su una vibrazione indotta da attuatori piezoelettrici, dunque dopo avere descritto le proprietà dei materiali piezoelettrici, è doveroso fornire una spiegazione dettagliata delle relazioni fondamentali e dei numerosi coefficienti che definiscono il comportamento, con particolare attenzione al legame tra le proprietà elettriche e meccaniche.

Lo strumento di misura utilizzato per lo svolgimento di tutte le prove sperimentali esposte in questo elaborato di tesi è un sensore di prossimità a principio induttivo. Se ne fornisce dunque una spiegazione riassuntiva dei principi di funzionamento.

## ***1.1 Tecnologia ceramica applicata***

### **1.1.1 La ceramica**

Un materiale ceramico può essere efficacemente descritto come: “qualunque prodotto avente una forma, composto da materie prime inorganiche non metalliche (siano esse minerali od artificiali), che da uno stato incoerente di polvere viene trasformato tramite svariate operazioni in un semilavorato che, per cottura, diviene un oggetto solido avente struttura parzialmente cristallina e parzialmente vetrosa”.

Gli elementi di interesse, correlati ad un corpo ceramico sono Al, Si, Ca, Mg, Fe, Ti, Na e K, quindi è evidente come sia ristretto l'assortimento di elementi necessario per caratterizzare un materiale di CERAMICA TRADIZIONALE.



Fig. 1.1.1 \_ Esempi di piastrelle decorate

Il campo di studio è limitato a prodotti normalmente composti da ossidi naturali, cioè:

- PIASTRELLE
- SANITARI
- STOVIGLIE
- LATERIZI
- ALCUNI TIPI DI REFRATTARI



Per capire meglio la composizione di un ceramico tradizionale è possibile considerare generalizzabile la composizione di un impasto per piastrelle. L'impasto base è composto da:

- **MATERIALI ARGILLOSI**, danno sufficiente plasticità per ottenere una forma definita. Sono costituiti da Al, Si e parte di Ca, Fe, Ti;
- **MATERIALI FONDENTI** come Feldspati, Nefelina etc., producono per cottura fasi vetrose, la quali agiscono come collante fra le particelle e promuovono le reazioni solido-solido. Danno un apporto di Na, K, Al, Si;

- **ALTRI MATERIALI** come Talco, Silice, Pirofilite,  $\text{CaCO}_3$  etc. (detti “INERTI”), servono ad ottenere prestazioni particolari; portano principalmente Ca, Mg, Si;
- **ADDITIVI** utilizzati principalmente per migliorare la reologia delle sospensioni acquose; possono essere inorganici od organici e sono introdotti in impasto in quantità molto piccole ( $< 1\%$ ).

Volendo brevemente riassumere l’effetto principale di ciascun componente chimico presente nell’impasto per la produzione di piastrelle si ha, per quanto riguarda gli ossidi:

- $\text{Al}_2\text{O}_3$**  refrattarietà e plasticità (se associato alla presenza di materiali argillosi);
- $\text{SiO}_2$**  struttura, scheletro anche di fasi di neoformazione;
- $\text{Fe}_2\text{O}_3$  e  $\text{TiO}_2$**  colore e, talvolta, proprietà fondenti;
- $\text{CaO}$  e  $\text{MgO}$**  controllo del ritiro, tramite la formazione di silicati di Calcio;
- $\text{K}_2\text{O}$  e  $\text{Na}_2\text{O}$**  fondenti per la formazione di fasi vetrose;

SACMI		R & D CENTRE		ANALISI AL VIBROSETACCIO		
ANALISI CHIMICA MATERIE PRIME				SETACCIO		
ANALISI CHIMICA				$\mu\text{m}$	maglie/cm <sup>2</sup>	RESIDUO %
P.F.	3.12	$\text{B}_2\text{O}_3$		8000	1.6	
$\text{SiO}_2$	62.10	$(\text{Zr,Hf})\text{O}_2$	4.20	5600	2.7	
$\text{Al}_2\text{O}_3$	21.50	$\text{SnO}_2$		4000	3	
$\text{TiO}_2$	0.50	$\text{P}_2\text{O}_5$		3000	5	
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	0.50	SrO		2000	11	
CaO	1.30	BaO		1000	45	
MgO	0.50	PbO		600	100	43.54
$\text{K}_2\text{O}$	1.70	ZnO		425	196	30.72
$\text{Na}_2\text{O}$	3.20	$\text{Ce}_2\text{O}_3$		350	273	
$\text{Li}_2\text{O}$		$\text{Cr}_2\text{O}_3$		300	400	17.64
MnO		CoO		250	576	3.25
$\text{MoO}_3$		$\text{Sb}_2\text{O}_3$		180	1.050	3.08
NiO		$\text{V}_2\text{O}_5$		125	2.500	0.92
$\text{Pr}_2\text{O}_3$		$\text{WO}_3$		90	4.199	0.40
CdO		$\text{SeO}_2$		75	6.273	0.16
				63	10.000	0.14
				50	15.600	
				40	23.700	
				PASSANTE		0.15
				DISPERSO		0.00
				TOTALE		100.00

Fig. 1.1.2 \_ Analisi chimica e granulometrica di polvere ceramica atomizzata

## 1.1.2 Classificazione

Usualmente le piastrelle sono classificate in base a:

**STANDARD INTERNAZIONALI:** principalmente basati sul tipo di processo produttivo, o sull'assorbimento di acqua del prodotto cotto;

**USANZE COMMERCIALI:** basate su vecchie nomenclature come Gres, Maiolica, Klinker etc. (riferimenti usuali)

L'approccio corretto, ovviamente, prende in considerazione un completo set di **CARATTERISTICHE TECNOLOGICHE** delle piastrelle cotte.

Le principali di queste caratteristiche sono:

- Tipo di utilizzo (pavimento o rivestimento – interno o esterno);
- Assorbimento di acqua e resistenza a cicli di gelo/disgelo;
- Ritiro;
- Resistenza a flessione;
- Resistenza ad abrasione ed a macchia;
- Colore dell'impasto.

La conoscenza di tutti questi parametri, definisce la classe di appartenenza di una piastrella ceramica e ne permette il corretto utilizzo.

## 1.1.3 Il processo produttivo

Comunque sia effettuata la scelta delle materie prime in un impasto, per ottenere la giusta miscela, le fasi produttive saranno invariabilmente le seguenti:

- Selezione, coltivazione e controlli di CAVA;
- PREPARAZIONE delle materie prime alla miscelazione;

- Preparazione **IMPASTO**, tramite opportuna **MACINAZIONE**;
- **FORMATURA** dei semilavorati;
- **ESSICCAZIONE**;
- Operazioni per aggiungere valore **ESTETICO** al prodotto;
- **COTTURA**;
- **SCELTA, CONFEZIONAMENTO e IMMAGAZZINAMENTO**.

Ciascuna di tali fasi deve essere progettata ed eseguita avvalendosi di opportuni controlli. Il seguente schema riporta i più comuni processi produttivi, fase per fase, nella produzione di piastrelle:

**PREPARAZIONE IMPASTO** - A secco - Mulino a martelli  
- Mulino pendolare  
- A umido - Mulino Alsing (a palle)  
- Mulino continuo  
- Scioglitore



Fig. 1.1.3 \_ Mulino continuo modulare

**FORMATURA**

- Pressatura a secco
- Estrusione
- Colaggio
- Eventuali decorazioni con caricamenti multipli, in pressatura

**ESSICCAMENTO**

- A convezione, lento o veloce

**OPERAZIONI ESTETICHE**

- Smaltatura o applicazioni speciali

**COTTURA**

- Tradizionale (lenta) o rapida
- Monocottura (supporto + smalto)
- Bicottura (smalto su supporto già cotto)
- Terza, quarta etc. (cottura dei decori).



Fig. 1.1.4 \_ Forno bicanale a rulli

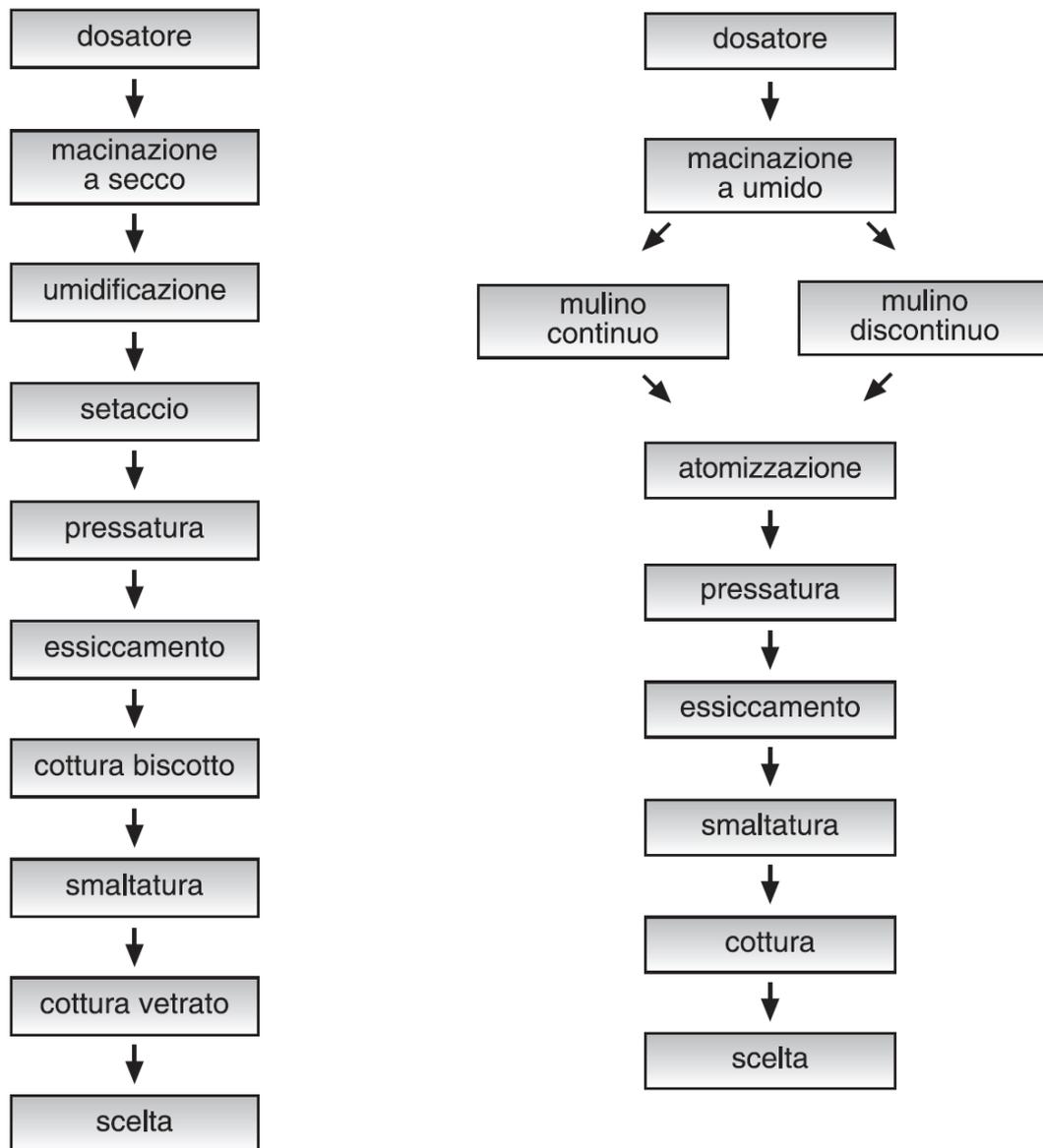


Fig. 1.1.5 \_ Due esempi di processo produttivo ceramico

## 1.1.4 La decorazione digitale a secco

Una delle fasi principali del ciclo produttivo della piastrella, è la pressatura della polvere. In questa fase la polvere con una umidità del 5÷6% circa, necessaria per ottenere dopo pressatura un manufatto con una sufficiente resistenza meccanica, è immessa all'interno dell'alveolo di uno stampo con le

dimensioni della piastrella e viene compattata a  $350 \div 450 \text{ kg/cm}^2$  da una pressa idraulica.

Dopo la pressatura la piastrella viene essiccata e decorata in superficie con smalti liquidi che, durante la successiva cottura, si fissano al supporto. L'applicazione di smalto per via umida, denominata più genericamente "smaltatura", può essere effettuata con diverse modalità applicative e rappresenta il metodo più comune per effettuare la decorazione della piastrella.

Una alternativa alla "smaltatura" ad umido, anche se molto meno diffusa, è rappresentata dalla **decorazione a secco**: è utilizzata per realizzare i cosiddetti prodotti "tecnici" e l'effetto grafico sulla piastrella si ottiene tramite l'applicazione di polveri.

Generalmente per ottenere effetti grafici sulla piastrella le polveri di diverso colore vengono dosate (tramite valvole, nastri pesatori etc.), miscelate opportunamente e caricate in piccole tramogge, dette tramoggini, che le distribuiscono direttamente nell'alveolo della pressa oppure ve le indirizzano tramite nastri o griglie di trasporto. Questo ciclo è denominato "doppio caricamento" in quanto solitamente lo strato di polvere che realizza l'effetto grafico viene caricato sopra un primo strato di polvere cosiddetta "base". Successivamente i due strati di polvere vengono pressati diventando un corpo unico. I sistemi in doppio caricamento delle polveri realizzati alla pressa hanno i seguenti difetti:

- vincoli dimensionali e costruttivi, dovuti alla necessità di essere inseriti in dispositivi mobili che devono entrare all'interno dello stampo della pressa (che ha una apertura limitata);
- generalmente la realizzazione delle grafiche non è predefinita ma è frutto di esperienze e di modalità empiriche;
- differenti grafiche spesso necessitano attrezzature diverse;
- l'applicazione della grafica nell'alveolo della pressa rallenta il ciclo di pressatura, quindi diminuisce la produttività.

Un sistema per superare queste criticità è la “doppia pressatura”, dove si svolge il seguente ciclo:

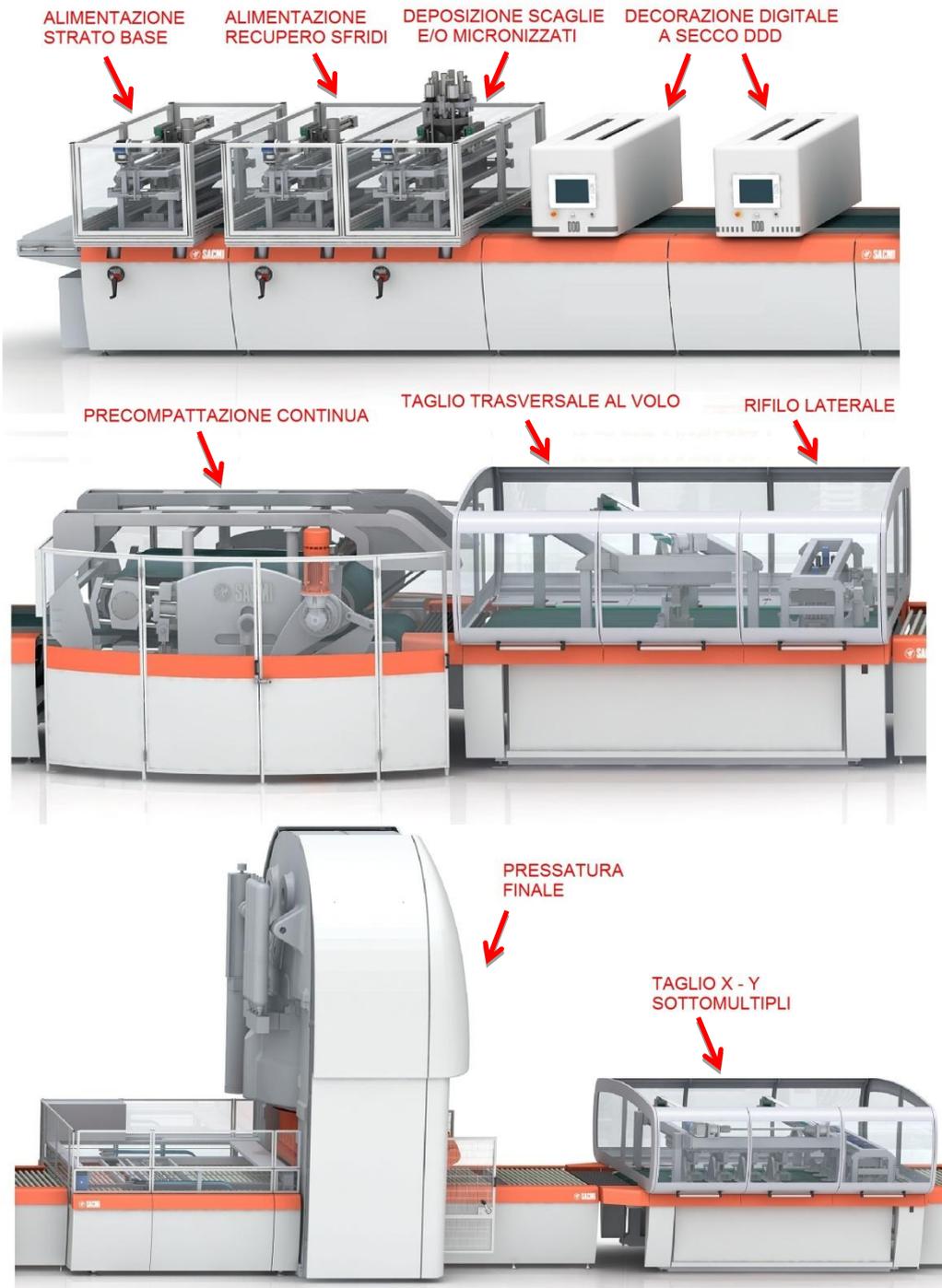
- una prima pressa forma una piastrella precompattando la polvere base a circa 1/5 della pressione definitiva;
- su una successiva linea di trasporto, dove, disponendo di adeguati spazi, vengono disposte opportune attrezzature di decoro, si applicano sulla superficie della piastrella le polveri “nobili” che costituiscono il decoro superficiale;
- una seconda pressa esegue la compattazione definitiva, rendendo lo stato superficiale un corpo unico con la piastrella di “base”, conferendole una adeguata consistenza meccanica.

Un’evoluzione di questo sistema è rappresentato dalla “doppia pressatura” con “precompattazione continua” su nastro, dove si svolge il seguente ciclo:

- con appositi alimentatori si realizza uno strato di polvere “base” perfettamente livellato su un nastro di trasporto in movimento;
- in una postazione successiva, disponendo di adeguati spazi, lungo l’estensione del nastro, opportune attrezzature, tra cui anche le **decoratrici digitali DDD**, applicano sulla superficie della polvere “base” le polveri “nobili” che costituiscono il decoro superficiale;
- un compattatore continuo a nastro esegue una prima compattazione del “letto” di polvere a circa 1/5 della pressione definitiva, in questo modo l’effetto grafico realizzato con le polveri “nobili” si consolida con la base, evitando così successivi movimenti delle polveri;
- con una tagliatrice “al volo” la lastra continua viene ridotta in formati di dimensioni compatibili con la successiva ripressatura;
- sulla superficie della piastrella precompattata possono essere applicati decori a base di pigmenti ceramici con rulli serigrafici o stampanti digitali;

- Il ciclo si conclude con la ripressatura fino a valori di densità e resistenza meccanica standard ( $400 \div 500 \text{ kg/cm}^2$ ), effettuata con una pressa idraulica.

Nel contesto di quest'ultima tecnologia, per l'applicazione delle polveri "nobili", possono essere inserite efficacemente le nuove decoratrici digitali a secco DDD.



## ***1.2 Decoratrice digitale a secco “DDD”***

### **1.2.1 “DDD”**

Il sistema di decorazione digitale DDD (digital dry decoration) è stato sviluppato per l'applicazione controllata di polveri su un supporto ceramico.



Fig. 1.2.1 \_ 3 moduli DDD installati su linea di produzione continua

Le unità di decoro, basate su questa tecnologia, consentono di applicare diverse tipologie di polveri ceramiche, senza particolari limiti di granulometria, umidità e colore.

Alla flessibilità caratteristica dei sistemi digitali si unisce la libertà di utilizzo dei materiali tipici dell'industria ceramica.

Il sistema è costituito da una serie di unità di decoro indipendenti, una per ogni colore, inserite in sequenza su un nastro di trasporto (Fig. 3.1). Utilizzando sulle varie unità, in modo coordinato, i dati provenienti da un programma di gestione grafica, è possibile applicare il decoro voluto sulla superficie di uno strato di polvere base in avanzamento sul nastro.

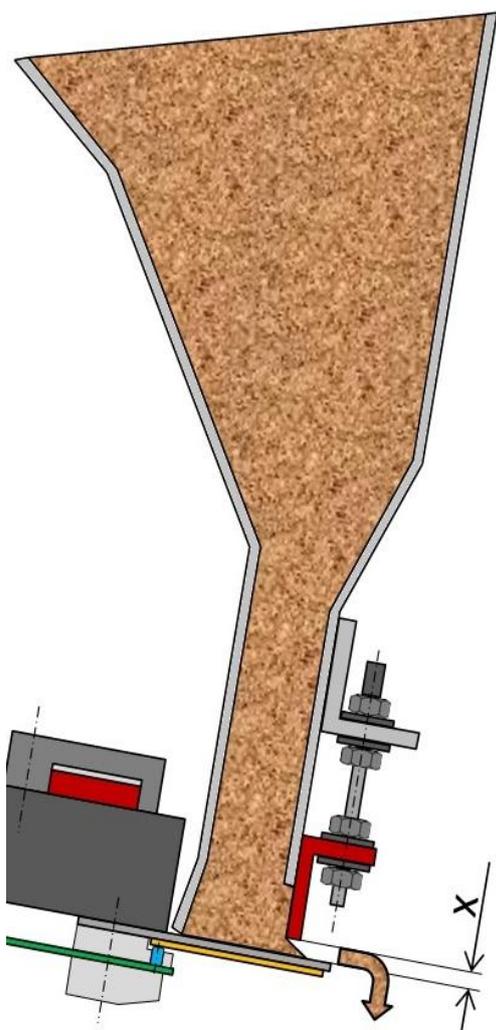


Fig. 1.2.2 \_ Sezione di una barra di scarico

La particolarità del sistema, in cui le polveri selezionate per lo scarico sulla piastrella non vengono forzate al passaggio attraverso piccoli orifizi, garantisce affidabilità e ripetibilità delle prestazioni.

La decoratrice DDD permette di riprodurre gli effetti estetici dei materiali naturali, interpretando le più sofisticate esigenze del settore ceramico industriale.

## 1.2.2 Descrizione della macchina

Il sistema (Fig. 1.2.2) prevede una serie di lamelle in acciaio posizionate sotto l'apertura di una

tramoggia che contiene della polvere ceramica. La parte posteriore delle lamelle viene bloccata sulla struttura, mentre la parte anteriore è libera di vibrare. Sulla faccia inferiore della lamella è incollata una piastrina piezoelettrica che, alimentata da una tensione pulsante, ne provoca la vibrazione. Nella parte terminale della tramoggia (sul lato anteriore) è inserito un pareggiatore, che è posto ad una certa distanza dalla lamella (Fig. 1.2.3) determinando la luce di passaggio della polvere X.

Per favorire la discesa della polvere, ruotando la struttura, è possibile inclinare le lamelle con la parte anteriore verso il basso (Fig. 1.2.4). L'angolo di inclinazione del sistema, influisce in modo rilevante sulla quantità di polvere scaricata.



Fig. 1.2.3 \_ Schema di funzionamento

È presente un sistema di regolazione in altezza dell'intera barra in modo da adattare l'altezza dello scarico rispetto al livello della polvere base. Il sistema viene regolato in modo che la polvere scenda solo se la lamella vibra, quindi facendo vibrare opportunamente una serie di lamelle con una certa modalità (ovvero definendo diversi parametri come l'inclinazione, la luce di passaggio, la tensione, la frequenza di eccitazione, la forma d'onda, etc.) e con una certa sequenza, definita da un file grafico, è possibile depositare la polvere colorata con un disegno preordinato sulla polvere base sottostante.

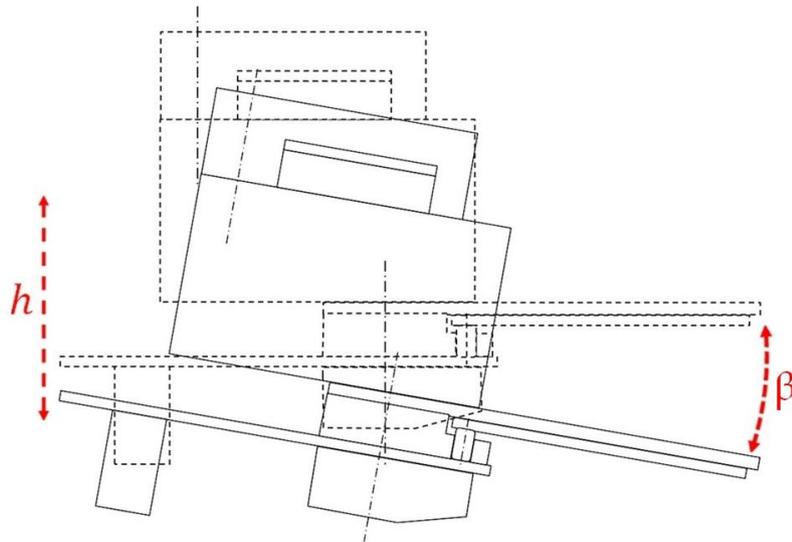


Fig. 1.2.4 \_ Regolazione dell'altezza e dell'inclinazione

Anche nelle condizioni di inclinazione massima della struttura, ovvero  $18^\circ$ , la polvere non cade se le lamelle non vibrano, poiché non viene superato l'angolo di riposo della polvere. L'angolo di riposo  $\alpha$  è l'angolo di inclinazione di un cono formato in seguito alla deposizione di un materiale granulare; questo parametro è spesso utilizzato come indice della fluidità di un materiale granulare.

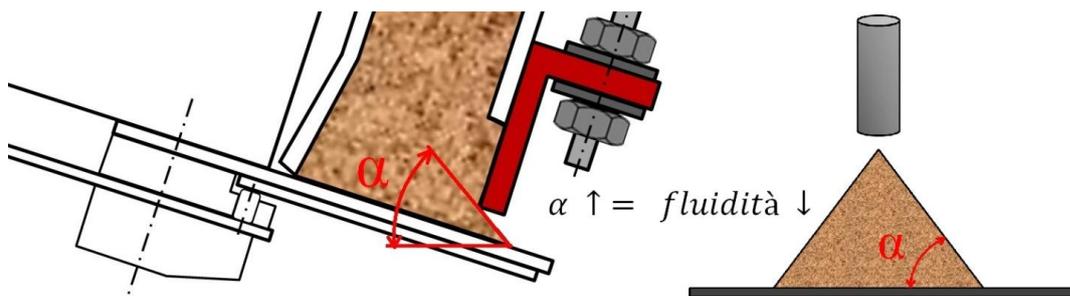


Fig. 1.2.5 \_ Angolo di riposo della polvere

L'apparato descritto (comprensivo di tramoggia, lamelle con piezoelettrici, pareggiatore e telaio), viene definito "barra di scarico" (Fig. 1.2.6).

Il caricamento della polvere nella tramoggia avviene tramite lo scorrimento trasversale di un tubo azionato da una guida lineare motorizzata (Fig. 1.2.7).

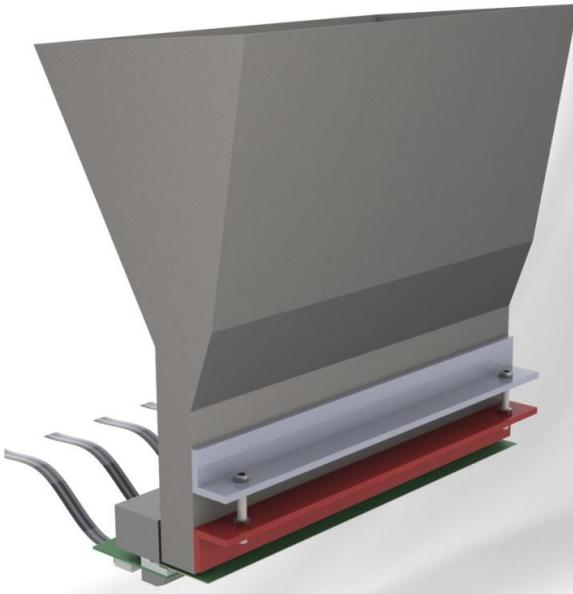


Fig. 1.2.6 \_ Barra di scarico

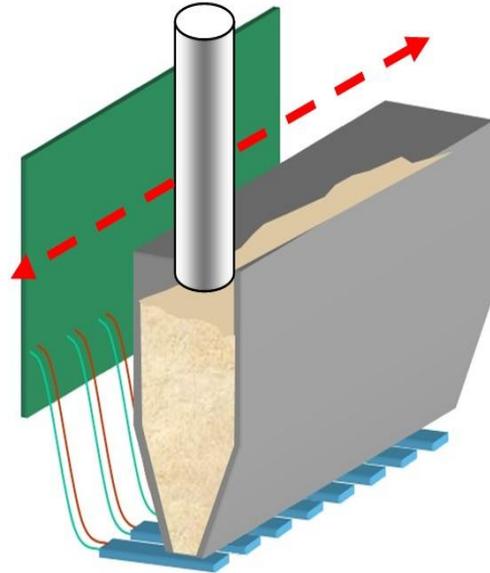


Fig. 1.2.7 \_ Alimentazione tramoggia

Per motivi costruttivi e di montaggio le lamelle vengono realizzate in gruppi da 8 dita, detti “pettini”. In ogni barra di scarico, per realizzare la piena copertura di un colore (ovvero per poter scaricare la polvere contenuta nella tramoggia su tutta la larghezza del nastro sottostante), sono montati 42 pettini (uno adiacente all’altro) per un totale di 336 lamelle (o dita). Ogni lamella ha una larghezza nominale di 5,08 mm (1/5”). Il fronte di decoro è quindi pari a 1706 mm, corrispondente alla larghezza massima della linea.

Affinché la macchina funzioni correttamente è fondamentale una accurata realizzazione della lamella. I pettini subiscono il seguente ciclo produttivo:

- Realizzazione del semilavorato per elettroerosione;
- Applicazione di un rivestimento antiaderente sul lato a contatto con la polvere;
- Incollaggio dei piezoelettrici sulla faccia inferiore.

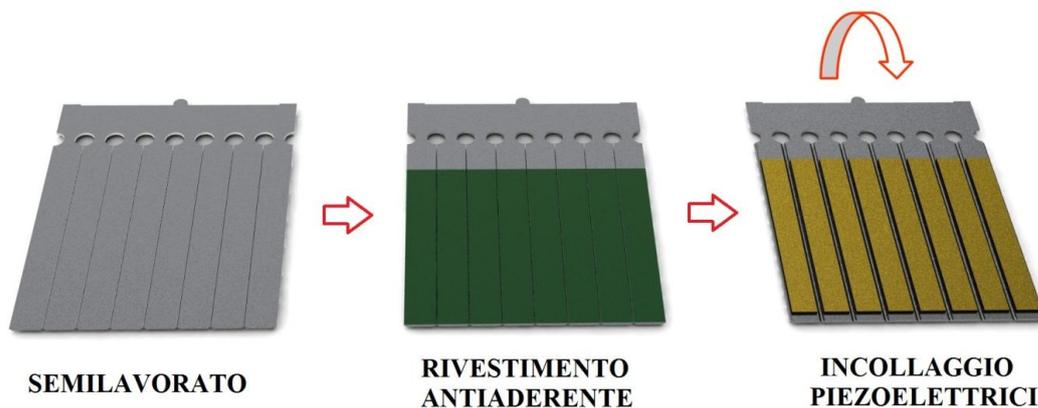


Fig. 1.2.8 \_ Ciclo produttivo dei pettini

Prima del montaggio sulla macchina, sul 100% delle lamelle viene effettuato un controllo dimensionale con un sistema ottico. Si verifica in particolare la posizione dell'estremità, in modo che le lamelle non presentino disallineamenti reciproci in senso verticale.

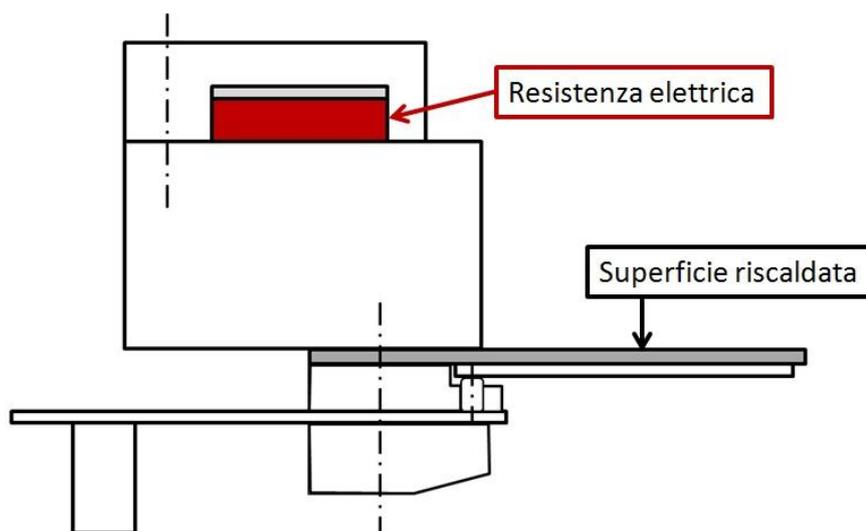


Fig. 1.2.9 \_ Riscaldamento delle lamelle

Durante il funzionamento, per limitare la formazione di condensa, dovuta all'umidità della polvere (2÷5 %), che ne provocherebbe l'adesione alla superficie teflonata, le lamelle vengono riscaldate da una resistenza elettrica (Fig. 1.2.9).

Un alimentatore (non rappresentato nello schema) deposita uno strato continuo di “polvere base” su un nastro in movimento; una o più DDD (contenenti polveri con diverse colorazioni) applicano lo strato di decoro, creando una grafica (un disegno) sul “letto” di polvere base. Per ottenere una perfetta sincronizzazione del deposito, viene impostata la distanza di ogni decoratrice rispetto ad una fotocellula di riferimento, quindi il sistema elettronico sincronizza lo scarico in base al movimento del nastro rilevato da un encoder (Fig. 1.2.10).

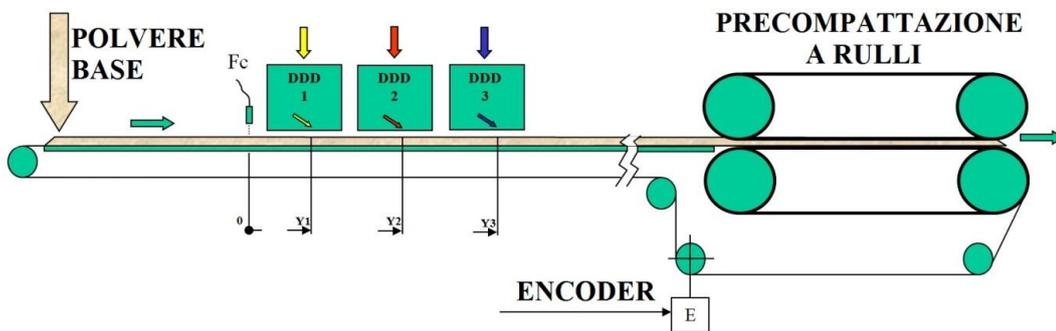


Fig. 1.2.10 \_ Ciclo di funzionamento

Avanzando, le polveri attraversano un sistema a nastro che esegue una prima compattazione a circa 1/5 della pressione definitiva, in questo modo l'effetto grafico realizzato con le polveri “nobili” si consolida con la base, evitando successivi movimenti. In seguito la lastra viene tagliata da una macchina di taglio “al volo” e pressata in modo definitivo per mezzo di una pressa idraulica.

Il materiale maggiormente utilizzato è la polvere atomizzata (umidità 2÷5 % setacciata), ma si possono impiegare anche grani e scaglie. Ogni tipo di polvere, prima dell'utilizzo viene testata presso il laboratorio per controllare l'idoneità e trovare la regolazione ottimale (inclinazione e altezza del pareggiatore). Le schede elettroniche permettono il controllo della tensione e della frequenza di alimentazione dei piezoelettrici.

Utilizzando programmi di grafica, il disegno viene suddiviso in vari “canali”, chiamati “piani colore” nel gergo tecnico della stampa ad umido, i quali corrispondono ai diversi colori utilizzati; i piani colore vengono poi caricati sul software di gestione delle macchine.

## ***1.3 Materiali piezoelettrici ceramici***

### **1.3.1 Introduzione**

I materiali piezoelettrici convertono energia elettrica in energia meccanica e vice versa. L'effetto piezoelettrico è frequentemente utilizzato in prodotti di uso quotidiano quali accendini, altoparlanti e trasduttori di segnale. La tecnologia degli attuatori piezoelettrici è largamente utilizzata nel settore automobilistico per le valvole di iniezione dei motori a combustione, riducendo notevolmente i tempi transitori e migliorando la qualità dei gas di scarico.

La parola “piezo”deriva dal termine greco “piezein” (premere, spingere). Nel 1880 Jacques e Pierre Curie scoprirono che la pressione generava una carica elettrica su di un certo numero di cristalli quali il Quarzo e la Tormalina; chiamarono questo fenomeno “**Effetto Piezoelettrico**”. In seguito notarono che un campo elettrico è in grado di deformare un materiale

piezoelettrico. Chiamarono questo effetto “**Effetto piezoelettrico inverso**”. La diffusione a livello industriale avvenne grazie ai piezoelettrici ceramici, quando si scoprì che il Titanato di Bario assume caratteristiche piezoelettriche importanti, in seguito all’applicazione di un campo elettrico. L’effetto piezoelettrico di un materiale naturale monocristallino come il Quarzo, la Tormalina o il sale di Signette è relativamente piccolo.

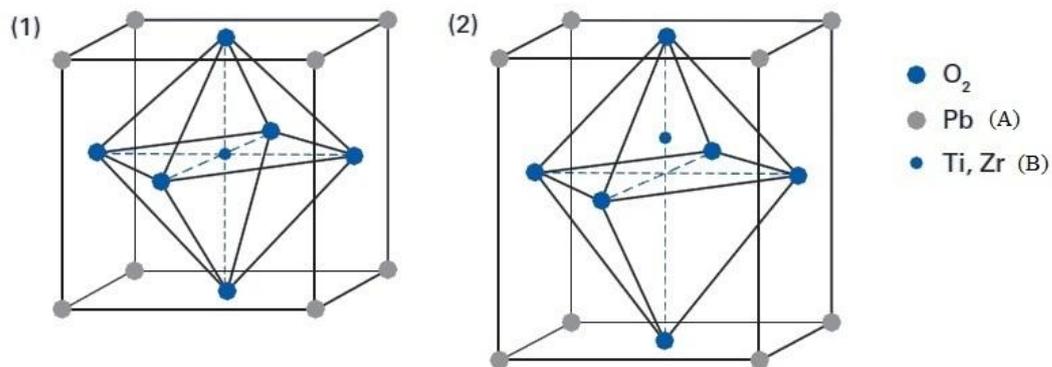


Fig. 1.3.1 (1) Cella unitaria simmetrica con struttura cubica  $T > T_C$   
 (2) Cella unitaria tetragonale distorta  $T < T_C$

I materiali ferroelettrici sono particolari cristalli che hanno un momento di dipolo elettrico per ogni cella del reticolo cristallino e che in particolari condizioni presentano una polarizzazione spontanea, senza applicazione del campo elettrico, dovuta all’allineamento quasi completo dei dipoli elementari. Le ceramiche ferroelettriche policristalline come il Titanato di Bario ( $BaTiO_3$ ) ed il Titanato Zirconato di Piombo (PZT) esibiscono deformazioni maggiori o inducono tensioni elettriche maggiori rispetto ai monocristalli. I materiali piezoceramici PZT sono disponibili in molte versioni e sono i più utilizzati per applicazioni di tipo attuatore o sensore. Hanno una struttura tetragonale romboedrica, molto simile ad una struttura cubica e solitamente la struttura della cella è  $ABO_3$  (Fig. 2.1). Il PZT può essere modellato in qualsiasi forma e dimensione. Oltre ad avere delle caratteristiche piezoelettriche, il PZT ha

buone caratteristiche di durezza e resistenza, è chimicamente inerte e non risente negativamente di ambienti umidi. Drogaggi particolari di materiali piezoceramici PZT con ioni di Nichel (Ni), Bismuto (Bi), Antimonio (Sb), Niobio (Nb), rendono possibile l'ottimizzazione dei parametri piezoelettrici e dielettrici. A temperature inferiori a quella di Curie, sopra il quale il cristallo diventa paraelettrico, il reticolo cristallino del PZT diventa deformato ed asimmetrico. Questo genera la formazione di dipoli e delle fasi cristalline romboedriche e tetraedriche, le quali sono di particolare interesse nelle tecnologia piezoelettrica.

La ceramica esibisce una polarizzazione spontanea (Fig. 1.3.1). Sopra la temperatura di Curie i materiali piezoceramici perdono le loro proprietà piezoelettriche.

### 1.3.2 Effetto piezoelettrico diretto

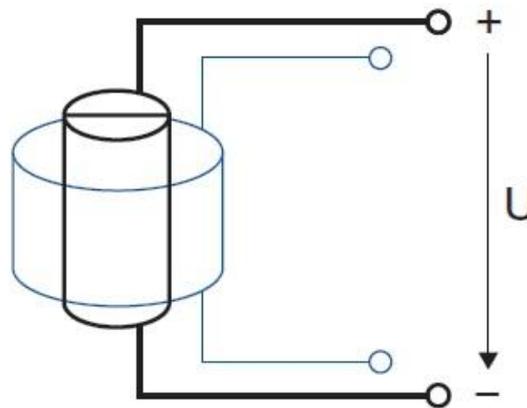


Fig.1.3.2 \_ Effetto piezoelettrico

Applicando una forza esterna ad un corpo piezoelettrico, si ottiene una tensione meccanica che provoca una deformazione del corpo stesso. La sua struttura cristallina (deformata) produce un campo elettrico, il quale genera una

tensione elettrica (voltaggio) proporzionale alla pressione esercitata. Questo effetto piezoelettrico diretto è anche chiamato effetto sensore o generatore.

### 1.3.3 Effetto piezoelettrico inverso

Applicando una tensione elettrica ad un corpo piezoelettrico indeformato, la struttura cristallina muta la sua forma, producendo una deformazione sul materiale. La deformazione ottenuta è funzione della polarità, del voltaggio applicato e della direzione di polarizzazione del componente. Questo effetto è solitamente chiamato effetto attuatore o effetto motore.

### 1.3.4 Struttura del dominio ferroelettrico

Un effetto della polarizzazione spontanea è che il cristallo di PZT diventa piezoelettrico. Gruppi di celle con lo stesso orientamento sono chiamati domini ferroelettrici.

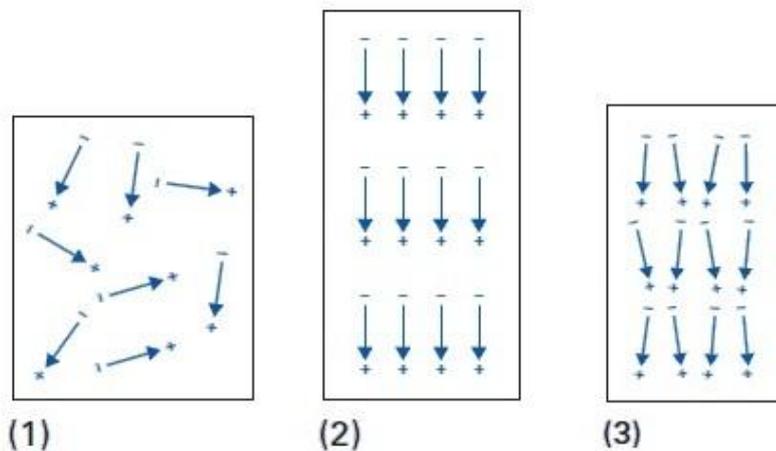


Fig. 1.3.3 \_ Dipoli elettrici all'interno dei domini: (1) ceramica ferroelettrica non polarizzata, (2) durante e (3) dopo la polarizzazione (ceramica polarizzata)

A causa della distribuzione casuale degli orientamenti del dominio nei materiali ceramici, non può essere osservato nessun effetto piezoelettrico macroscopico; grazie alla natura ferroelettrica del materiale è però possibile imporre un allineamento (orientamento) permanente a diversi domini, utilizzando un forte campo elettrico. Questo processo è definito polarizzazione (Fig. 1.3.3).

### **1.3.5 Polarizzazione dei piezoceramici**

Un PZT ceramico può essere considerato come un assieme di piccole cristalliti, casualmente orientate. A seguito di una sinterizzazione il materiale ceramico sarà isotropico e non esibirà effetti piezoelettrici proprio a causa di questo orientamento casuale. La ceramica può essere resa piezoelettrica in una direzione data attraverso un trattamento di polarizzazione che implica una esposizione ad un forte campo elettrico; quando il campo elettrico viene tolto i dipoli rimangono “bloccati” nella posizione allineata conferendo al materiale una polarizzazione residua ed una deformazione permanente e rendendolo permanentemente piezoelettrico.

In un cristallo piezoelettrico, ogni cella del reticolo cristallino si polarizza spontaneamente lungo una serie di direzioni preferenziali. Se il cristallo viene raffreddato passando attraverso il punto di Curie in presenza di un campo elettrico esterno, i dipoli tenderanno ad allinearsi nella direzione preferenziale meglio allineata con il campo. All'interno di un certo range di sollecitazioni dipendente dal cristallo considerato, il cambiamento del momento di dipolo al variare della tensione meccanica è all'incirca lineare e reversibile.

Il processo di polarizzazione di un piezoceramico, conferisce una polarizzazione residua ed una deformazione residua (espansione) nel materiale le quali degradano quando vengono superati i limiti meccanici, termici ed

elettrici del materiale (Fig. 1.3.4). A questo punto la ceramica esibisce proprietà piezoelettriche e si deformerà a seguito dell'applicazione di un voltaggio (e vice versa). Alcune ceramiche PZT necessitano un processo di polarizzazione a temperatura elevata.

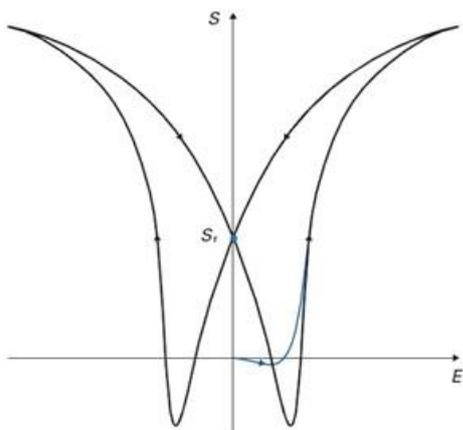


Fig. 1.3.4 \_ La curva a farfalla mostra la deformazione tipica di un materiale piezoceramico "soft" all'applicazione di un voltaggio bipolare. Lo spostamento della ceramica è basato esclusivamente su effetti allo stato solido, quali l'allineamento dei dipoli. Il moto prodotto è quindi senza attrito.

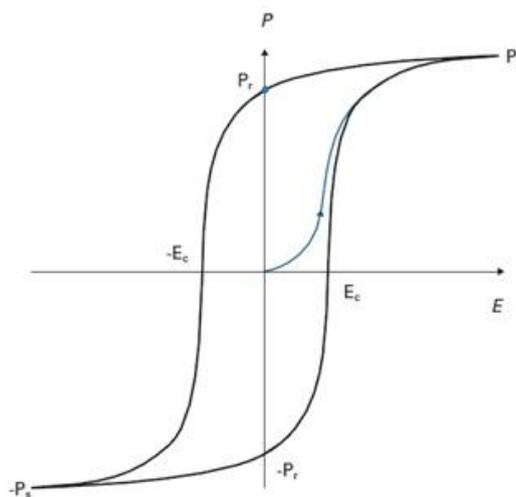


Fig. 1.3.5 \_ Un campo elettrico in opposizione è in grado di depolarizzare il materiale solamente se eccede la forza di coercitività (ovvero l'intensità del campo magnetico inverso che è necessario applicare ad un materiale per annullare la sua magnetizzazione dopo che questa ha raggiunto il suo valore di saturazione). Un ulteriore incremento del campo, produce una polarizzazione nella direzione opposta.

Solitamente un componente PZT viene sottoposto ad un processo di deposizione di un metallo elettrodo sulle sue superfici perpendicolari alla

direzione di polarizzazione. Un ragionevole grado di allineamento è comunque possibile poiché esistono diverse direzioni preferenziali all'interno di ogni cristallo.

Molte proprietà dei piezoelettrici variano nel tempo e la curva di invecchiamento è logaritmica dopo la polarizzazione. L'invecchiamento di numerose proprietà dei materiali piezoelettrici dipende dalla composizione del materiale e dalla geometria. In particolare le proprietà maggiormente soggette a decadimento sono la costante dielettrica e la costante piezoelettrica. L'applicazione al materiale di elevate tensioni meccaniche, forti campi elettrici depolarizzanti o temperature vicine al punto di Curie, possono accelerare il processo di invecchiamento. Le prestazioni di un materiale piezoelettrico diminuiscono al crescere della temperatura, fino al raggiungimento della completa depolarizzazione (punto di Curie). Dopo la polarizzazione il materiale ha una polarizzazione residua ( $P_r$ ) ed una tensione residua ( $S_r$ ).

Un campo elettrico sufficientemente forte, può causare l'inversione della direzione di polarizzazione (Fig. 1.3.5). Il legame tra i parametri meccanici ed elettrici è di fondamentale importanza per l'identificazione del campo tecnico di utilizzo del materiale piezoceramico.

Un piezoelettrico può essere depolarizzato da un forte campo elettrico con polarità opposta alla tensione di polarizzazione originaria, la quale dipende dal tipo di materiale. Le condizioni operative limite sono solitamente entro i 500 V/mm per i soft piezoelectric ed entro i 1000 V/mm per gli hard piezoelectric, per applicazione continua. Anche alte sollecitazioni possono depolarizzare in piezoceramico. Il limite di applicazione della sollecitazione dipende dal materiale e dalla durata di applicazione. Per uno stress dinamico il limite è meno severo.

### 1.3.6 Classificazione

I termini “soft” e “hard” PZT si riferiscono alla mobilità dei dipoli o dei domini ed anche al comportamento di polarizzazione e di depolarizzazione del materiale.

- **Hard PZT**

Resistono ad alti livelli di sollecitazione elettrica e meccanica. Le loro proprietà variano solamente sotto tali condizioni e questo li rende particolarmente adatti ad applicazioni ad alta potenza. Il vantaggio di questi piezoceramici è la permittività moderata, un coefficiente di accoppiamento piezoelettrico elevato, qualità del materiale elevata ed una stabilità molto buona sotto carichi meccanici e campi elevati. Le basse perdite dielettriche ne favoriscono l'utilizzo prolungato in condizioni di risonanza, con un riscaldamento interno del componente contenuto. Sono utilizzati come generatori e trasduttori ad alto voltaggio ed alta potenza, ma anche per lavorazioni ultrasoniche, processori ultrasonici, pulizia ultrasonica in campo medico e nella tecnologia dei sonar.

- **Soft PZT**

Hanno un'elevata mobilità dei domini, la quale risulta in un comportamento ferroelettrico “soft”. Sono facili da polarizzare, hanno una grande costante piezoelettrica, grande sensibilità, buona permittività e coefficienti di accoppiamento elettromeccanici elevati. Sotto condizioni di pilotaggio molto spinte, sono suscettibili di auto surriscaldamento oltre il loro campo operativo di temperature. Sono utilizzati in diversi sensori e trasduttori a bassa potenza, ricevitori e generatori a bassa potenza, applicazioni elettroacustiche, attuatori per il micro-posizionamento ed il nano-posizionamento, sound pickup per strumenti musicali.

### 1.3.7 Equazioni fondamentali e coefficienti piezoelettrici

I materiali piezoelettrici polarizzati sono caratterizzati da un numero elevato di coefficienti e relazioni. In forma semplificata, le relazioni fondamentali che legano le proprietà elettriche con quelle elastiche (per applicazioni statiche o quasi statiche) sono rappresentate da:

$$D = d_{ij} * T + \varepsilon^T * E \quad \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

$$S = s_{ij}^E * T + d_{ij} * E \quad [ / ]$$

Dove:

$$D = \text{densità di carica elettrica} \left[ \frac{C}{m^2} \right];$$

$$d_{ij} = \text{costante piezoelettrica} \left[ \frac{m}{V}, \frac{C}{N} \right];$$

$$T = \text{tensione meccanica} \left[ \frac{N}{m^2} \right];$$

$$\varepsilon^T = \text{permittività elettrica a tensione costante} \left[ \frac{F}{m} \right];$$

$$E = \text{campo elettrico} \left[ \frac{N}{C}, \frac{V}{m} \right];$$

Queste relazioni si possono applicare solamente per piccole ampiezze meccaniche o elettriche, detti valori di basso segnale. All'interno di questo range le relazioni tra le componenti di deformazione elastica (S) o di tensione meccanica (T) e le componenti del campo elettrico (E) o della densità del flusso elettrico (D) sono lineari.

### 1.3.8 Assegnazione degli assi

Le direzioni sono descritte dai numeri 1, 2 e 3 e corrispondono rispettivamente agli assi X, Y, e Z secondo la classica regola della mano

destra. Gli assi di rotazione sono descritti dai numeri 4, 5 e 6 (Fig. 1.3.6). La direzione di polarizzazione P (asse 3) viene stabilita durante il processo di polarizzazione da un forte campo elettrico applicato tra i due elettrodi. Poiché i materiali piezoelettrici sono anisotropi, le quantità fisiche corrispondenti sono descritte da tensori. Di conseguenza i coefficienti piezoelettrici sono indicizzati in base alle direzioni a cui si riferiscono.

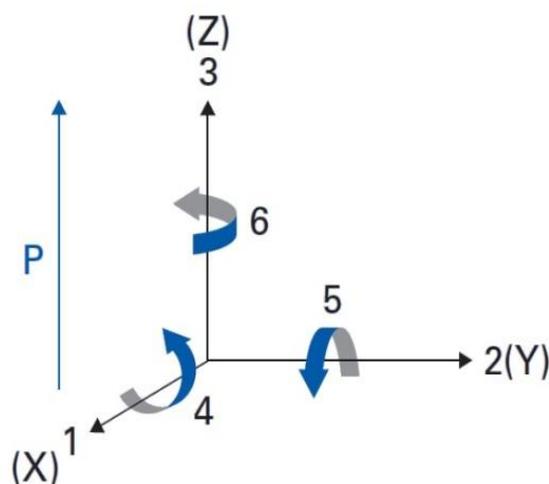


Fig. 1.3.6 \_ Sistema di riferimento

### 1.3.9 Permittività relativa (costante dielettrica) $\epsilon$

È una grandezza che descrive come il campo elettrico influenza ed è influenzato da un mezzo dielettrico; misura, cioè, la predisposizione di un materiale a trasmettere il campo. È il rapporto tra la permittività assoluta del materiale ceramico e la permittività nel vuoto  $\epsilon_0$ . La permittività assoluta è una misura della polarizzabilità del materiale, ovvero della capacità di un materiale di polarizzarsi in presenza del campo e quindi riduce il campo elettrico totale nel materiale.

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 * \mu_0} = 8,85 * 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

Dove:  $c$  è la velocità della luce nel vuoto;  
 $\mu_0$  è la permeabilità magnetica nel vuoto;  
 $\varepsilon_0$  è la permeabilità elettrica nel vuoto.

Esempi:

$\varepsilon_{33}^T$  = valore della permittività nella direzione di polarizzazione, con il campo elettrico applicato parallelamente alla direzione di polarizzazione (direzione 3), sotto condizioni di tensione meccanica costante ( $T = 0$ ).

$\varepsilon_{11}^S$  = valore della permittività con campo elettrico e direzione di deformazione 1, in condizioni di deformazione costante ( $S = 0$ ).

### 1.3.10 Permeabilità magnetica $\mu$

Esprime l'attitudine di una sostanza ad essere magnetizzata.

Si misura in Henry/metro  $\left[\frac{H}{m} = \frac{N}{A^2}\right]$ .

Quasi tutti i mezzi omogenei hanno la permeabilità magnetica costante, ma per alcune sostanze, come ad esempio Fe, Ni, Co, la permeabilità magnetica manifesta un comportamento isteretico più o meno marcato, ovvero ha una dipendenza dalle precedenti magnetizzazioni e smagnetizzazioni.

$$\mu = \mu_0 * \mu_r \left[\frac{H}{m}\right]$$

Dove:  $\mu$  è la permeabilità magnetica;  
 $\mu_0$  è la permeabilità magnetica nel vuoto;  
 $\mu_r$  è la permeabilità magnetica relativa.

### 1.3.11 Coefficiente di accoppiamento elettromeccanico $k$

E' una misura della bontà dell'effetto piezoelettrico (NON esprime un'efficienza). Descrive l'abilità di un materiale piezoelettrico nel convertire l'energia elettrica in energia meccanica e vice versa. Alla risonanza il coefficiente di accoppiamento elettromeccanico  $k$  è funzione della forma dell'oscillazione corrispondente al corpo piezoelettrico.

$$k = \sqrt{\frac{\text{energia meccanica assorbita}}{\text{energia elettrica ceduta}}} = \sqrt{\frac{\text{energia elettrica assorbita}}{\text{energia meccanica ceduta}}}$$

Esempi:

$k_{33}$  = valore del coefficiente di accoppiamento elettromeccanico per le oscillazioni longitudinali.

$k_{31}$  = valore del coefficiente di accoppiamento elettromeccanico per le oscillazioni trasversali.

### 1.3.12 Costante piezoelettrica $d_{ij}$

È il rapporto tra la carica elettrica indotta e la tensione meccanica, oppure tra la deformazione meccanica ottenibile ed il campo elettrico applicato ( $T = \text{cost}$ ).

$$d_{ij} = \frac{\text{carica elettrica indotta}}{\text{tensione meccanica}} = \frac{\text{deformazione meccanica}}{\text{campo elettrico applicato}} \quad \left[ \frac{m}{V}, \frac{C}{N} \right]$$

I pedici  $i$  e  $j$  possono assumere un valore tra 1 e 6 in base alla direzione, relativa alla direzione di polarizzazione  $P$ , alla quale ci si sta riferendo.

Esempio:

$d_{33}$  = deformazione meccanica indotta per unità di campo elettrico applicato in V/m o la densità di carica in C/m<sup>2</sup> per unità di pressione in N/m<sup>2</sup>, entrambi nella direzione di polarizzazione.

### 1.3.13 Coefficiente di voltaggio piezoelettrico $g_{ij}$

È il rapporto tra l'intensità del campo elettrico E e la tensione meccanica effettiva T. Dividendo la rispettiva costante piezoelettrica  $d_{ij}$  per la permittività corrispondente  $\epsilon_{ij}^T$ , si ottiene il coefficiente di voltaggio piezoelettrico  $g_{ij}$ .

$$g_{ij} = \frac{\text{campo di circuito aperto}}{\text{stress applicato}} = \frac{\text{deformazione meccanica}}{\text{densità di carica applicata}} \quad \left[ \frac{V}{N}, \frac{m}{C} \right]$$

Esempio:

$g_{31}$  = descrive il campo elettrico indotto nella direzione 3 per unità di tensione meccanica agente nella direzione 1. (tensione meccanica = forza per unità di superficie, non necessariamente ortogonale ad essa).

### 1.3.14 Cedevolezza elastica $s_{ij}$

La cedevolezza elastica è il rapporto tra la deformazione S e la tensione meccanica T. L'energia meccanica e quella elettrica sono mutualmente dipendenti, quindi devono essere prese in considerazione anche le condizioni al contorno elettriche come la densità di flusso elettrico D ed il campo E.

$$s_{ij} = \frac{\text{deformazione meccanica}}{\text{tensione meccanica}} \quad \left[ \frac{m^2}{N} \right]$$

Applicando uno sforzo (tensione meccanica) ad un materiale, questo risponde variando le proprie dimensioni per effetto delle sue proprietà elastiche. La cedevolezza osservata in un materiale piezoelettrico è fondamentalmente differente: si nota una cedevolezza diversa tra l'asse perpendicolare all'asse di polarizzazione ed i 2 assi paralleli. Per applicazioni di posizionamento lineare gli elementi più importanti del tensore della cedevolezza sono quelli nella direzione di sviluppo del PZT. Solitamente il  $s_{33}^E$  è maggiore del 25% del  $s_{11}^E$ . Ovviamente un soft PZT è più cedevole di un hard PZT.

La deformazione di un componente piezoelettrico è data dalla relazione:

$$S = s_{ij}^E * T + d_{ij} * E \quad [\text{\AA}];$$

Dove:  $T$  è la tensione meccanica in  $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ ;

$E$  è il campo elettrico in  $\left[\frac{V}{m}\right]$ .

L'induzione elettrica, invece, è data dalla relazione:

$$D = d_{ij} * T + \epsilon^T * E \quad \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

Esempi:

$s_{33}^E$  = rapporto tra la deformazione meccanica in direzione 3 e la tensione meccanica in direzione 3, sotto campo elettrico costante.

$s_{55}^D$  = rapporto tra la deformazione tangenziale e la tensione di taglio effettiva, sotto condizioni di spostamento dielettrico costante.

Molto frequentemente si fa ricorso al modulo di Young  $Y_{ij}$ , il quale corrisponde in prima approssimazione al reciproco del valore del coefficiente di elasticità corrispondente.

### 1.3.15 Coefficiente di frequenza $N_i$

Il coefficiente di frequenza  $N$  descrive la relazione tra la dimensione geometrica  $A$  di un corpo e la corrispondente serie di frequenze di risonanza. Il pedice  $i$  indica la direzione in cui avviene l'oscillazione  $N = f_s * A$ .

Esempi:

$N_3$  rappresenta il coefficiente di frequenza per le oscillazioni longitudinali di un'asta sottile, polarizzata in direzione longitudinale.

$N_1$  rappresenta il coefficiente di frequenza per le oscillazioni trasversali di un'asta sottile nella direzione 3.

### 1.3.16 Fattore di qualità meccanica $Q_m$

Il fattore di qualità meccanica caratterizza "nitidezza della risonanza" di un corpo piezoelettrico. Il valore reciproco del fattore di qualità meccanica è il fattore di perdita meccanica, ovvero il rapporto tra resistenza effettiva alla reattanza nel diagramma di circuito equivalente di un risuonatore piezoelettrico alla risonanza.

## **1.4      *Sensori induttivi***

### **1.4.1      Sensori di prossimità**

I sensori di prossimità sono in grado di percepire ed indicare la presenza di un oggetto all'interno di un determinato campo, in prossimità del sensore stesso. Un sensore di prossimità può anche essere predisposto per misurare distanze : il sensore produce un segnale analogico (anziché on/off) proporzionale alla distanza. Mediante più misure lineari a direzioni diverse è possibile determinare agevolmente posizioni ed orientamenti di pezzi semplici e complessi. I sensori di prossimità possono basarsi su numerosi principi fisici: induttivo, capacitivo, magnetico, ultrasonico, fluidico, luminoso ed ultrasonico.

## 1.4.2 Sensori a principio induttivo

I sensori elettronici di prossimità a principio induttivo sfruttano il fenomeno dello smorzamento di un campo elettromagnetico per effetto delle correnti indotte (correnti di Foucault) in materiali conduttori posti nelle loro vicinanze. La bobina di un circuito oscillante genera un campo elettromagnetico ad alta frequenza che induce, in azionatori metallici vicini, correnti parassite. Queste correnti provocano una perdita di energia nell'oscillatore, smorzando l'ampiezza del segnale. La riduzione dell'ampiezza dell'oscillazione è rilevata da un amplificatore di soglia con isteresi che, a sua volta, comanda uno stadio amplificatore finale per l'azionamento di un carico esterno.

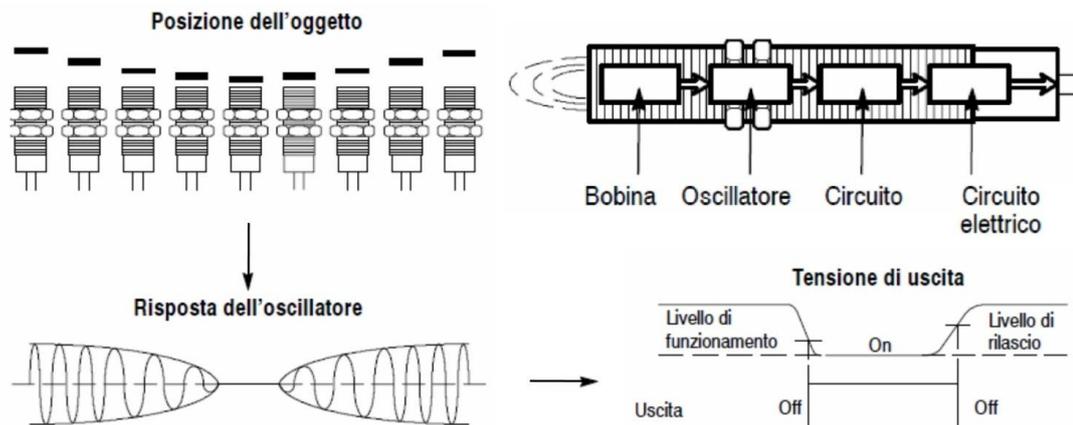


Fig. 1.4.1 \_ Schema di funzionamento di un sensore induttivo

I sensori di prossimità a principio induttivo si suddividono in due categorie: auto-amplificati e non amplificati. I sensori auto-amplificati si dividono a loro volta in sensori a corrente continua e sensori a corrente alternata. I sensori non amplificati sono costituiti da un oscillatore e vengono utilizzati per ottenere segnali a basso livello atti a comandare un amplificatore separato.

L'assenza di contatto meccanico fra azionatore e sensore, unitamente alle caratteristiche precedentemente descritte, consente una durata ed un numero di operazioni decisamente maggiore rispetto ad altri tipi di interruttori di prossimità, riducendo altresì ogni problema di manutenzione.

La distanza di intervento dipende dal tipo di metallo di cui si vuole rilevare lo spostamento:

$$d = d_n * f$$

Dove:

$d$  = distanza effettiva [ mm ]

$d_n$  = distanza di rilevamento nominale [ mm ]

$f$  = fattore di correzione [ / ]

È possibile ricorrere ad una tabella contenente dei fattori di correzione approssimativi:

<b>Materiale</b>	<b>Fattore di correzione approssimativo</b>
Acciaio dolce	1,0
Acciaio inox	0,85
Ottone	0,5
Alluminio	0,45
Rame	0,40

## *Capitolo 2*

# *Sperimentazione*

Al fine di studiare in modo dettagliato il comportamento dinamico del sistema in esame, nel corso della tesi sono state predisposte numerose prove sperimentali.

Vengono innanzitutto descritte le condizioni operative in cui sono state svolte le prove, gli strumenti utilizzati per eseguirle, i motivi per cui sono realizzate ed il tipo di risultati che se ne vuole ottenere. In seguito vengono esposti e commentati i risultati ottenuti dalle varie prove sperimentali.

Tutte le prove sperimentali illustrate in questo capitolo sono state svolte durante il periodo di tesi dal sottoscritto, con la collaborazione del correlatore Ing. Paolo Testi, all'interno dei laboratori e delle strutture dell'ente ospitante "SACMI IMOLA S.C.

Le prove sperimentali realizzate sono:

1. Taratura del sensore induttivo;
2. Geometria originale;
3. Geometria modificata;
4. 3<sup>a</sup> frequenza naturale;
5. Deformazione statica;
6. Lamelle “STRONG”;
7. Lamelle “LONG”;
8. Transitorio di avviamento.

Le prove sperimentali da 2 a 8, riguardano il rilievo dell’ampiezza della risposta della lamella in diverse condizioni operative; tali prove sono state eseguite in condizioni analoghe, dunque verranno illustrate in un unico paragrafo all’interno di questo capitolo; fa eccezione la prova di taratura del sensore induttivo, che verrà descritta separatamente.

I risultati delle prove vengono richiamati ai capitoli 4 e 5 per il confronto con gli esiti delle simulazioni e quindi la validazione sotto diversi aspetti del modello agli elementi finiti.

## 2.1 *Taratura del sensore induttivo*

### 2.1.1 **Scopo della prova**

Si vuole utilizzare il sensore induttivo BAUMER “IWRM 04U9701/S05” per rilevare l’ampiezza di oscillazione in direzione verticale delle lamelle, movimentate da attuatori piezoelettrici.

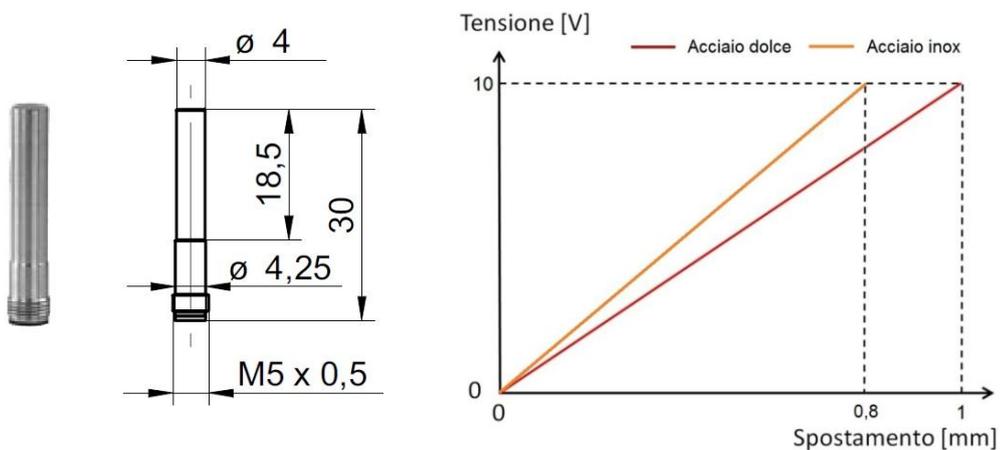


Fig. 2.1.1 \_ Sensore “IWRM 04U9701/S05”: curva di proporzionalità nominale

Questo sensore è auto amplificato a corrente continua ed è stato scelto per il suo diametro di piccole dimensioni (4 mm) inferiore alla larghezza della lamella (circa 5 mm); questa caratteristica permette al sensore di non risentire della presenza delle lamelle a fianco a quella in esame.

Il costruttore del sensore induttivo fornisce una curva di proporzionalità lineare (Fig. 2.1.1) all'interno il campo di acquisizione del sensore (0 ÷ 1) mm, valida per acciaio comune e fornisce un coefficiente correttivo  $f = 0,8$  per acciaio inossidabile. Per evitare eventuali errori dovuti all'inesattezza del fattore correttivo ed all'incertezza sulla proporzionalità tra tensione rilevata dal sensore e spostamento effettivo, si è deciso di eseguire una prova sperimentale di taratura del sensore induttivo al fine di ricavare una curva di taratura del sensore, ovvero determinare la relazione precisa tra tensione rilevata dal sensore induttivo e spostamento effettivo di un oggetto costituito dell'acciaio utilizzato per la realizzazione delle lamelle di cui il sensore dovrà rilevare le oscillazioni.

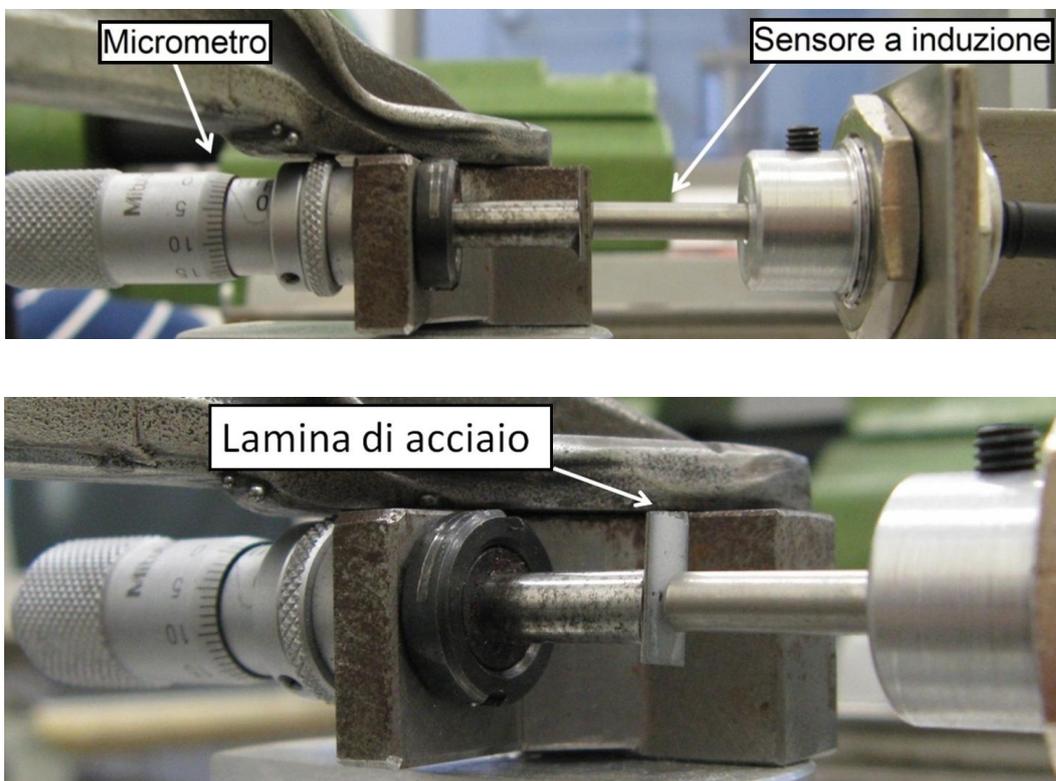


Fig. 2.1.2 \_ Immagini della prova sperimentale di taratura

## 2.1.2 Descrizione della prova

Sulla sommità di un micrometro per esterni “Mitutoyo Serie 101” è stata incollata una lamina dell'acciaio utilizzato per realizzare le lamelle; il micrometro è stato posizionato in modo coassiale al sensore (Fig. 2.1.2); tutti e due sono stati bloccati rigidamente.

Grazie al micrometro è possibile fare compiere alla lamina uno spostamento noto con una precisione di 0,01 mm, quindi misurando la tensione in uscita dal sensore per diverse posizioni della lamina è possibile costruire per punti una curva di proporzionalità sperimentale.

Durante la prova sono state effettuate 25 misurazioni, sempre prestando attenzione a non incorrere in errori dovuti al recupero dei giochi del micrometro. I valori di tensione elettrica in output dal sensore induttivo sono stati rilevati grazie ad un multimetro digitale (tester). Per evitare di portare la lamina di acciaio incollata al micrometro a contatto con la superficie di acquisizione del sensore, si è evitato di scendere al di sotto degli 0,15 mm di distanza. Questa distanza di sicurezza verrà adottata in tutte le prove sperimentali di acquisizione per evitare di compromettere il corretto funzionamento del sensore.

## 2.1.3 Esposizione dei risultati

Dai risultati della prova sperimentale di taratura, mostrati in Fig. 2.1.3, si osserva che utilizzando la curva nominale per convertire il segnale in Volt in uscita dal sensore in uno spostamento in millimetri, si sarebbe commesso un errore sistematico di entità non trascurabile, il quale avrebbe compromesso la veridicità delle misurazioni effettuate durante le prove di acquisizione di ampiezza di oscillazione delle lamelle; dunque per effettuare la conversione dei valori in Volt forniti dal sensore induttivo nel corso di tutte le prove

sperimentali proposte al paragrafo 2.2, in uno spostamento in millimetri, si farà sempre ricorso alla curva sperimentale rilevata durante questa prova di taratura.

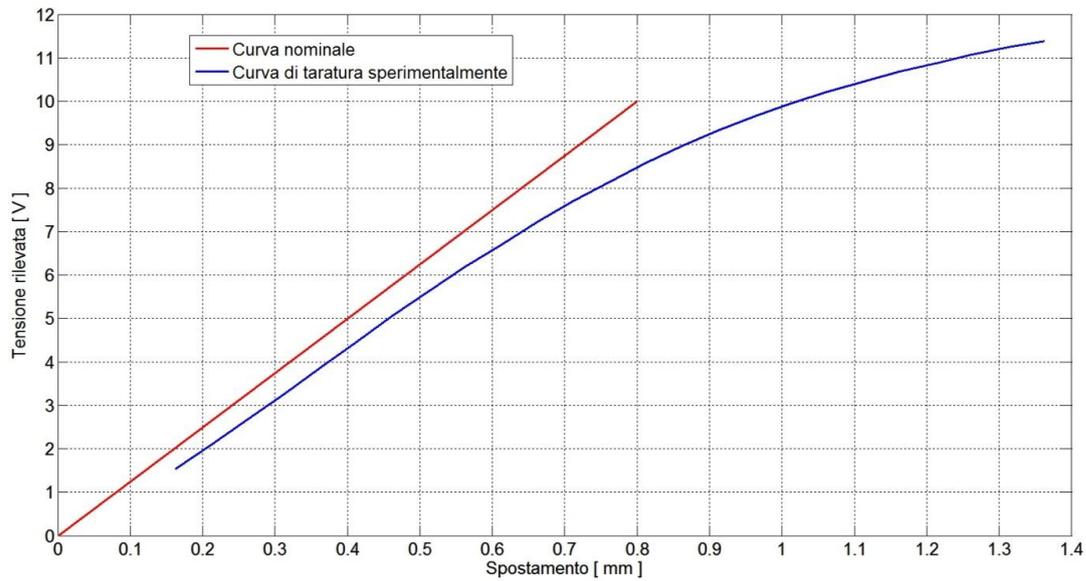


Fig. 2.1.3 \_ Curva di taratura sperimentale

## 2.2 *Prove di acquisizione di ampiezza della risposta*

### 2.2.1 **Descrizione delle condizioni di prova**

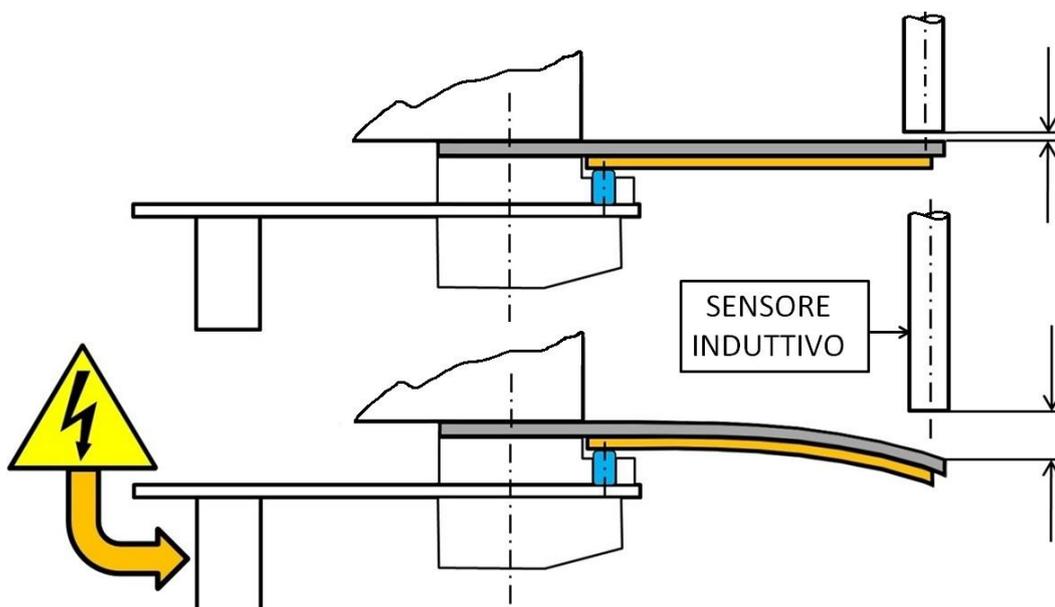


Fig. 2.2.1 \_ Schema della prova sperimentale

Tutte le misurazioni sperimentali di ampiezza della risposta delle lamelle di acciaio, provocata dall'eccitazione degli attuatori piezoelettrici, sono state effettuate utilizzando il sensore di prossimità induttivo BAUMER "IWRM 04U9701/S05", il quale è stato adeguatamente tarato per rilevare lo spostamento dell'acciaio specifico di cui le lamelle sono costituite (vedi paragrafo 2.1).

Il sensore viene posizionato al di sopra dell'estremità libera della lamella ad una distanza compresa tra 0 e 1 mm (Fig. 2.2.2), poiché questo è il range di acquisizione del sensore.

Per traslare da una lamella all'altra viene utilizzata una guida scorrevole dotata di un sistema in grado di effettuare traslazioni laterali discrete di una quantità pari alla larghezza delle lamelle di 5,08mm (Fig. 2.2.3), in modo da non dovere ripetere più volte l'operazione di posizionamento relativo tra la struttura di supporto del sensore, ovvero del sensore stesso, e la lamella in esame.

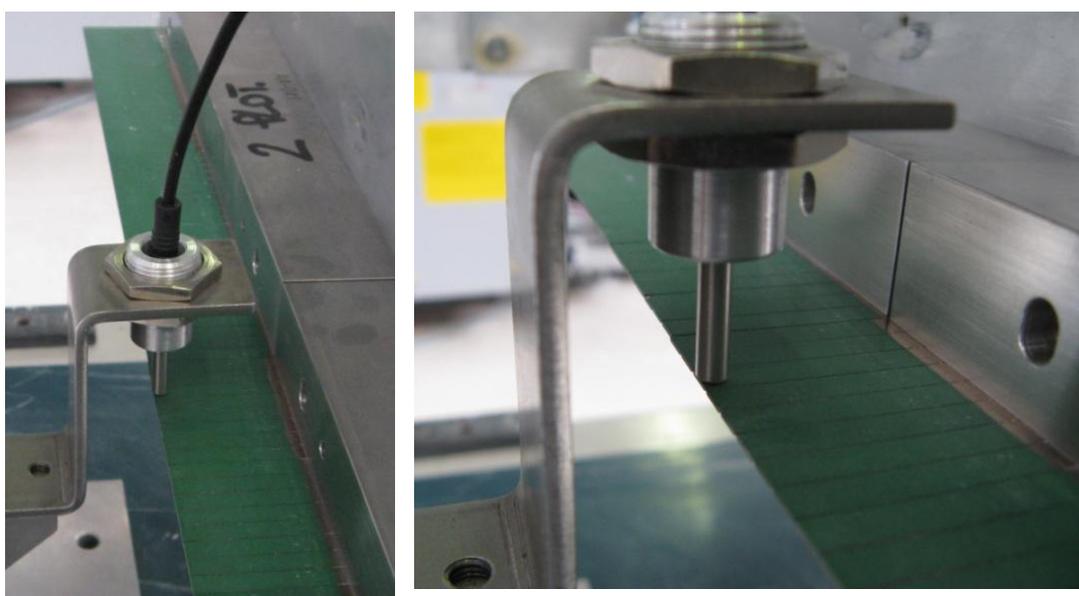


Fig. 2.2.2 \_ Posizionamento del sensore induttivo



Fig. 2.2.3 \_ Guida scorrevole per traslazioni laterali discrete

Per la lettura del segnale in volt fornito dal sensore, è stato utilizzato un oscilloscopio digitale “Tektronix DPO 4054” (Fig. 2.2.4). Al fine di ottenere una misurazione del segnale precisa ed attendibile è necessario modificare la scala di ampiezza dell’oscilloscopio ad ogni misurazione, affinché l’onda visualizzata sia adeguata alle dimensioni dello schermo, ovvero è stata mantenuta l’onda più ampia possibile, senza mai permettere che fuoriuscisse dallo schermo, restituendo un segnale di “clipping”.

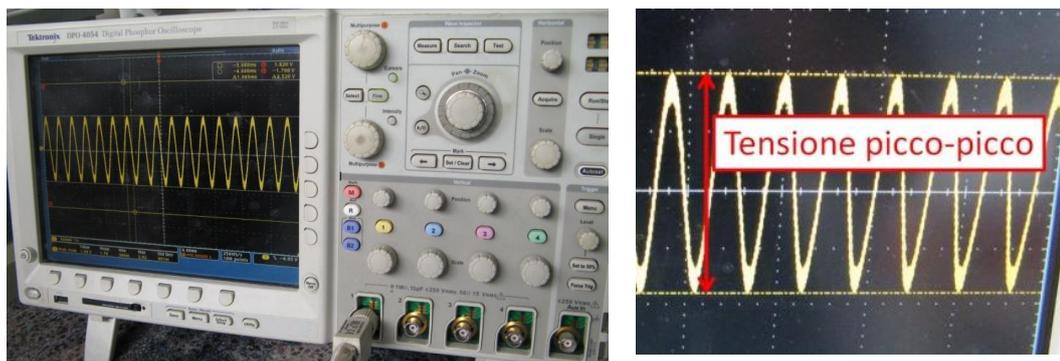


Fig. 2.2.4 \_ Oscilloscopio digitale “Tektronix DPO 4054” e misura di tensione elettrica picco-picco (peak-to-peak)

Il sensore ha un diametro di 4 mm, inferiore alla larghezza della lamella (4,96 mm), perciò non risente della presenza, dello spostamento o della

vibrazione delle lamelle a fianco a quella in esame, infatti azionando una lamella adiacente a quella su cui è posizionato il sensore, sull'oscilloscopio viene visualizzato solo un segnale di rumore molto contenuto.

Dalle prove di acquisizione condotte secondo le modalità appena descritte, ad esempio, è possibile ottenere:

- **valori di tensione elettrica picco-picco**, utili all'identificazione del comportamento dinamico del sistema a regime: con queste misurazioni viene correlata la frequenza di eccitazione dell'attuatore piezoelettrico, il quale provoca la vibrazione della lamella alla quale è incollato, con l'ampiezza della risposta a regime della lamella stessa. La frequenza di eccitazione degli attuatori piezoelettrici viene controllata attraverso schede elettroniche gestibili in modo digitale, le quali permettono di generare un segnale elettrico a frequenza regolabile. È possibile impostare un periodo di eccitazione diverso per ogni lamella. Ad ognuna delle 4 lamelle analizzate viene applicata la tensione di lavoro  $V_l$  ad una frequenza di eccitazione variabile e se ne rileva l'ampiezza della risposta attraverso la lettura sull'oscilloscopio del valore di tensione picco-picco (peak-to-peak). Tali valori sono il risultato di una media delle oscillazioni comprese in un periodo di 40 ms; tutte le misure di tensione elettrica sono convertite in valori di spostamento in mm, grazie ad uno script di "Matlab" appositamente realizzato, il quale sfrutta la curva di taratura del sensore ad induzione (vedi Fig. 2.1.3);
- **valori di tensione continua**, riconducibili alla distanza della superficie di acquisizione del sensore, dall'estremità libera della lamella in condizioni statiche;
- un file di dati, contenente i **valori puntuali di tensione elettrica** rilevati dal sensore in funzione del tempo, utili all'osservazione del transitorio di avviamento del sistema.

## 2.2.2 Modifica geometrica dell'incastro

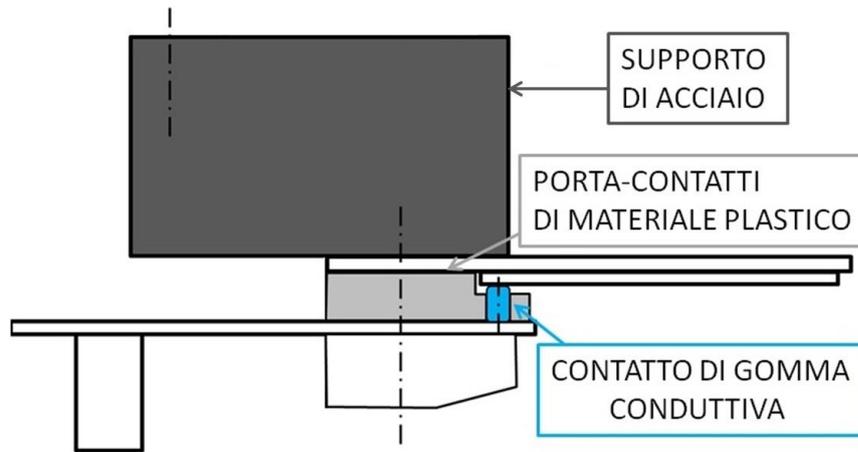


Fig. 2.2.5 \_ Geometria originale: vista in sezione

La geometria originale presente sulla macchina DDD, prevede il bloccaggio delle lamelle tra due superfici: quella superiore appartenente ad un supporto di acciaio e quella inferiore appartenente ad un elemento di materiale plastico (il cui nome commerciale è “Delrin”) detto “porta-contatti”, poiché oltre alla funzione di spessore isolante, ha il compito di posizionare e vincolare i contatti di gomma conduttiva, che trasmettono la tensione elettrica agli attuatori piezoelettrici. Il supporto di acciaio, il pettine comprensivo di 8 lamelle ed il porta-contatti, sono stretti da 4 viti.

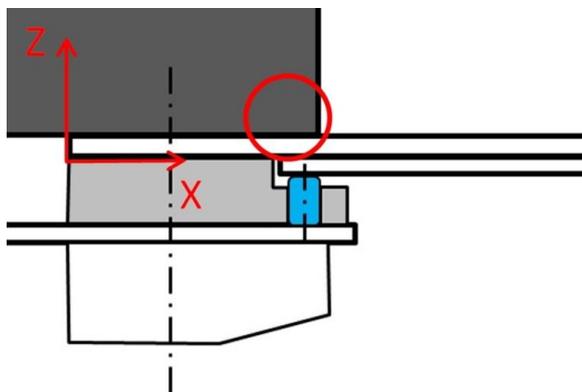


Fig. 2.2.6 \_ Geom. originale: spigolo superiore

Il comportamento di questo sistema e del modello agli elementi finiti che ne risulta è non-lineare. In particolare a determinare la non-linearità del sistema è lo spigolo evidenziato in Fig. 2.2.2, il quale durante la fase di salita della lamella agisce da ostacolo, mentre durante la

discesa non influisce sul moto. Si è quindi deciso di prendere in esame una geometria modificata rispetto all'originale, la quale può essere modellata attraverso un tradizionale incastro, che non comporti non-linearità di alcun genere.

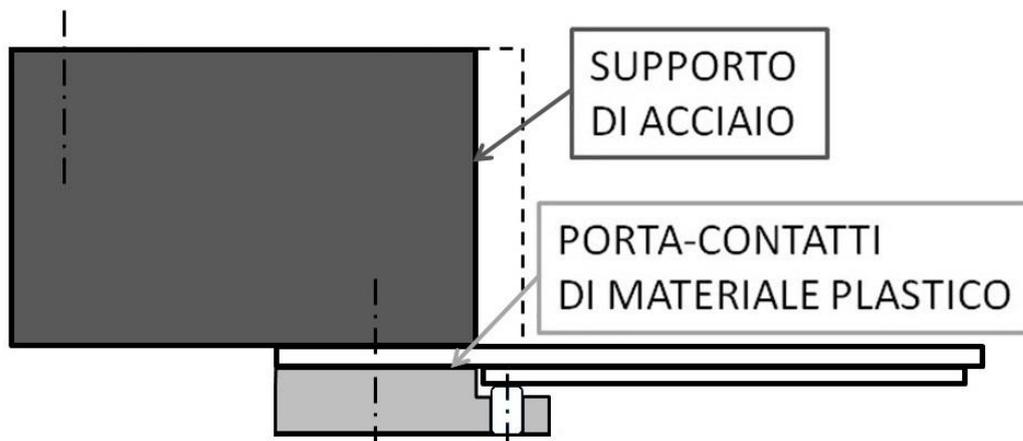


Fig. 2.2.7 \_ Geometria modificata: vista in sezione

È perciò necessario che in direzione X lo spigolo superiore di acciaio dell'incastro coincida con lo spigolo inferiore di materiale plastico.

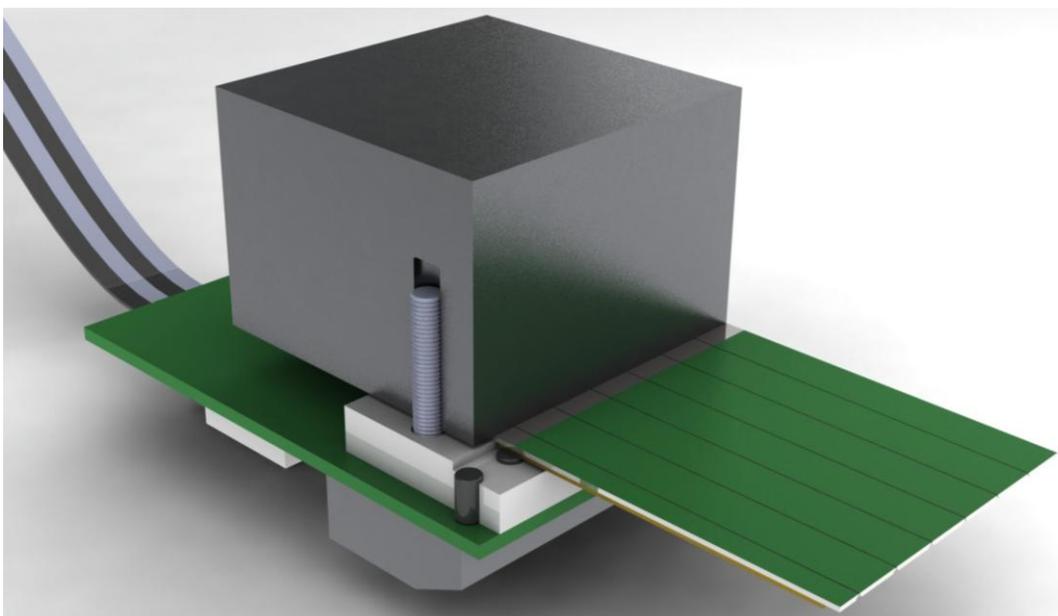


Fig. 2.2.8 \_ Geometria modificata: vista in sezione 3D

Operativamente, per ottenere questo risultato, è stata eseguita una fresatura sul supporto di acciaio. Presumibilmente questa modifica determinerà un comportamento del sistema meno discontinuo ed un abbassamento delle frequenze naturali; inoltre si otterrà una notevole riduzione dei tempi di calcolo delle analisi, poiché l'introduzione in un modello agli elementi finiti di una non-linearità, comporta un processo di soluzione di tipo iterativo e quindi molto più dispendioso, in termini di tempo computazionale.

In aggiunta ai vantaggi relativi al comportamento dinamico del sistema, la modifica della geometria dell'incastro comporta un importante vantaggio dal punto di vista della resistenza strutturale: l'elemento con la minore resistenza meccanica è certamente l'attuatore piezoelettrico, il quale assieme alla lamella di acciaio è soggetto ad un carico ciclico.

Le tensioni di rottura a trazione statica del piezoelettrico e dell'acciaio sono:

- $\sigma_{piezo} = 100 \text{ MPa}$
- $\sigma_{acciaio} = 1800 \text{ MPa}$

Tenendo conto del fenomeno della fatica, considerando una progettazione a vita infinita, in condizioni di lavoro è bene che la tensione meccanica massima sull'attuatore piezoelettrico non superi mai i 20MPa.

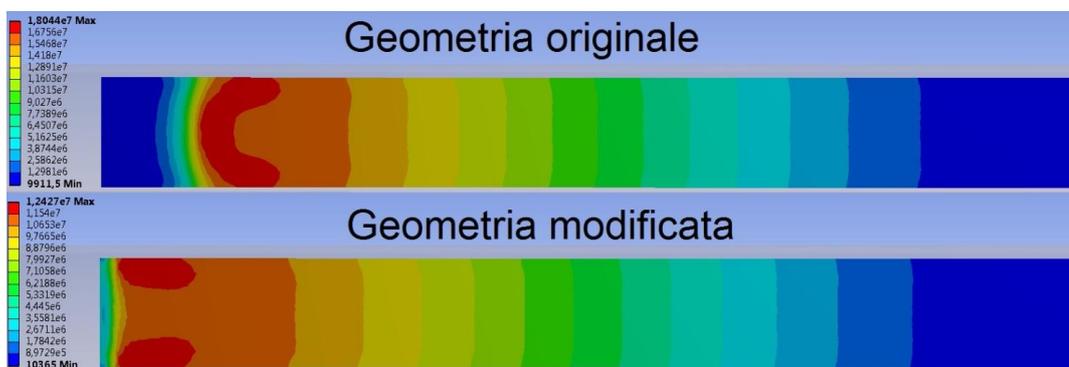


Fig. 2.2.9 \_ Effetto della modifica dell'incastro sullo stress nel piezoelettrico

In Fig. 2.2.9 sono rappresentate le distribuzioni di tensione meccanica (Von Mises) sulla superficie inferiore del piezoelettrico, generate da una flessione della sommità della lamella, superiore a quella massima riscontrata in condizioni operative, nei due casi di geometria originale e geometria modificata dell'incastro.

La modifica della geometria comporta una diminuzione della tensione massima sull'attuatore piezoelettrico del 31% ed un conseguente aumento del suo coefficiente di sicurezza e dell'affidabilità dell'intero sistema.

### 2.2.3 Geometria originale

Si vuole determinare il valore della prima frequenza di risonanza naturale e dell'ampiezza della risposta della lamella per frequenze di eccitazione vicine alla prima frequenza di risonanza naturale. La prova viene effettuata per 4 diverse lamelle (identificate rispettivamente dai numeri 228, 265, 268 e 271) prima della modifica alla geometria dell'incastro.

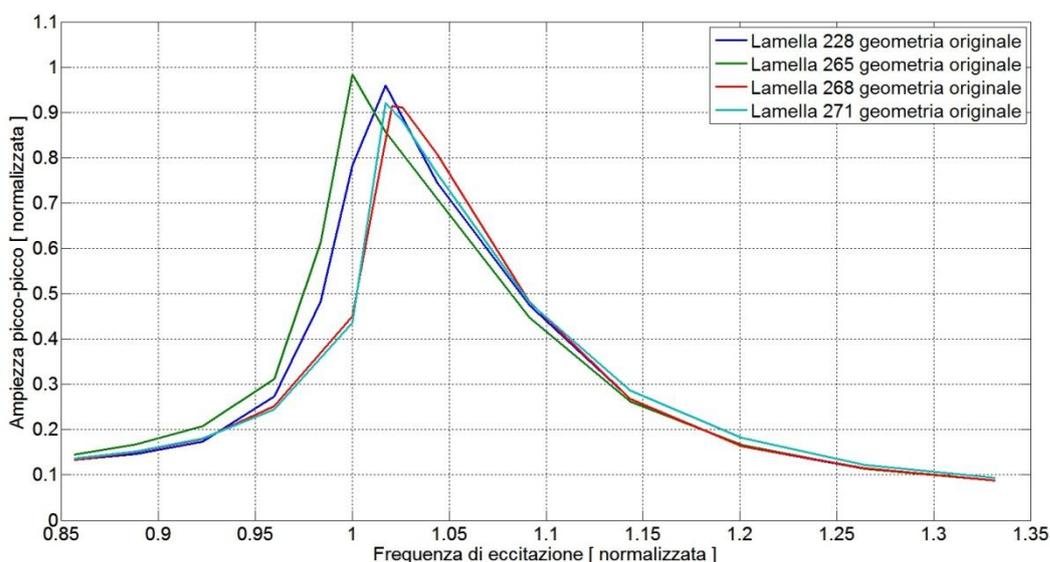


Fig. 2.2.10 \_ Geometria originale: ampiezza picco-picco della risposta in funzione della frequenza di eccitazione

Per ragioni di riservatezza, i dati di frequenza di eccitazione relativi alla geometria originale e tutti i dati di ampiezza esposti nel presente elaborato di tesi sono normalizzati rispetto due valori noti e costanti di frequenza  $f_0$  ed ampiezza  $Amp_0$ , secondo le formule:

- $f_{norm} = f/f_0$
- $Amp_{norm} = Amp/Amp_0$

Poiché la vibrazione indotta sulle lamelle è forzata e periodica, non è necessario l'utilizzo di trigger.

## 2.2.4 Geometria modificata

Si vuole verificare l'effetto della modifica della geometria dell'incastro sul valore della prima frequenza di risonanza naturale e sull'ampiezza dell'oscillazione della lamella per frequenze di eccitazione vicine alla prima frequenza di risonanza naturale.

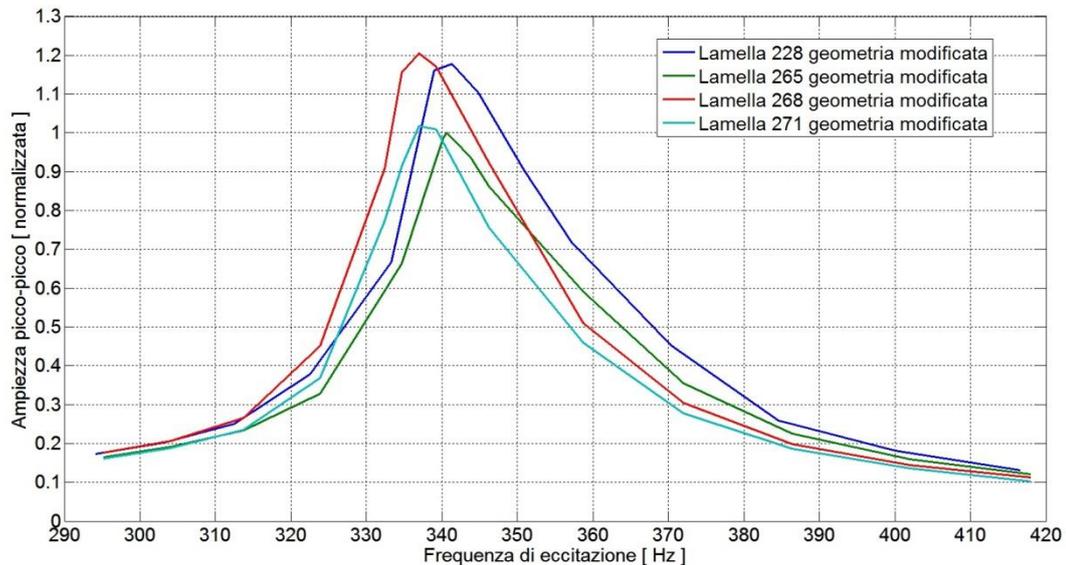


Fig. 2.2.11 \_ Geometria modificata: ampiezza picco-picco della risposta in funzione della frequenza di eccitazione

La prova è stata effettuata per le stesse 4 lamelle esaminate nel corso della prova precedente (identificate rispettivamente dai numeri 228, 265, 268 e 271) in seguito alla modifica della geometria dell'incastro.

Come ipotizzato al paragrafo 2.2.2, dai dati sperimentali si nota che la modifica della geometria dell'incastro determina un calo della prima frequenza di risonanza naturale del sistema, dovuta all'aumento della lunghezza di inflessione libera della lamella. Il valore della prima frequenza naturale rilevato nel corso di questa prova sperimentale, definisce il target del modello agli elementi finiti pari a:

- $f_{TARGET} = 340 \text{ Hz}$

Per quanto riguarda l'ampiezza della risposta relativa al picco di risonanza, si apprezza un aumento medio del 16,5%.

Tutte le prove sperimentali e le analisi agli elementi finiti che seguono, fanno riferimento alla geometria dell'incastro modificata. Le curve di ampiezza della risposta a regime in funzione della frequenza di eccitazione, relative alla geometria modificata, esposti in Fig. 2.2.7 sono da considerarsi un termine di paragone valido per certificare l'esattezza della risposta a regime del modello agli elementi finiti; in altre parole questi dati definiscono i valori obiettivo per la risposta a regime del modello FEM.

### **2.2.5 3<sup>a</sup> frequenza naturale**

Al fine di ottenere una conferma sull'attendibilità dei modi di vibrare successivi al primo, è stata eseguita una prova sperimentale di acquisizione di ampiezza della risposta della lamella per frequenze di eccitazione dell'attuatore piezoelettrico vicine ad un valore presunto per la 3<sup>a</sup> frequenza naturale, il quale secondo analisi preliminari si attesta nell'intorno dei 2kHz.

La prova sperimentale è preposta alla ricerca della 3<sup>a</sup> frequenza naturale del sistema anziché della seconda, poiché il piezoelettrico genera nella lamella una flessione sul piano XZ, la quale non consente l'eccitazione del 2° modo di vibrare, che invece si svolge sul piano XY. La prova è stata effettuata per 2 diverse lamelle (identificate rispettivamente dai numeri 241 e 245); di queste due lamelle verrà ricavata la curva di ampiezza della risposta in funzione della frequenza di eccitazione degli attuatori piezoelettrici.

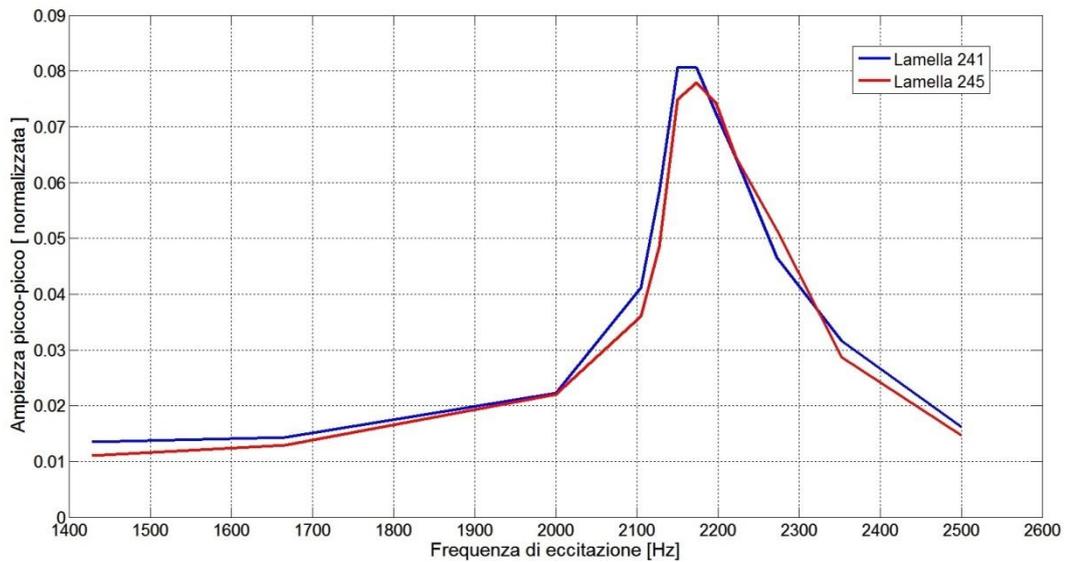


Fig. 2.2.12 \_ 3<sup>a</sup> frequenza naturale: ampiezza picco-picco della risposta in funzione della frequenza di eccitazione

In Fig. 2.2.12 sono esposti i risultati della prova sperimentale; da questi si nota chiaramente l'attraversamento della terza frequenza di risonanza del sistema, la quale si attesta ad un valore di circa 2170 Hz.

## 2.2.6 Deformazione statica

Applicando una tensione elettrica continua all'attuatore piezoelettrico incollato alla lamella, si impone al sistema una deformazione statica proporzionale alla tensione applicata.

Si ricorda la relazione fondamentale di legame tra le proprietà elettriche e quelle meccaniche dei materiali piezoelettrici:

$$D = d_{ij} * T + \varepsilon^T * E \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

Dove:

$D$  = densità di carica elettrica  $\left[ \frac{C}{m^2} \right]$ ;

$d_{ij}$  = costante piezoelettrica  $\left[ \frac{m}{V}, \frac{C}{N} \right]$ ;

$T$  = tensione meccanica  $\left[ \frac{N}{m^2} \right]$ ;

$\varepsilon^T$  = permittività elettrica a tensione costante  $\left[ \frac{F}{m} \right]$ ;

$E$  = campo elettrico  $\left[ \frac{N}{C}, \frac{V}{m} \right]$ ;

Se si rimane in campo elastico e quindi nell'ambito delle piccole deformazioni e delle piccole tensioni elettriche applicate, questa relazione lineare si mantiene valida, dunque è lecito attendersi dalla prova un rapporto perfettamente lineare tra tensione elettrica e deformazione della lamella. La prova sperimentale è stata condotta per una sola lamella, identificata dal numero 238, per 10 valori di tensione continua applicata tra 25 e 250 Volt (con passo 25V).

<b>Tensione elettrica [ V ]</b>	<b>Spostamento [ mm ]</b>
25	0.01
50	0.02
75	0.03
100	0.04
125	0.05
150	0.06
175	0.07
200	0.08
225	0.09
250	0.10

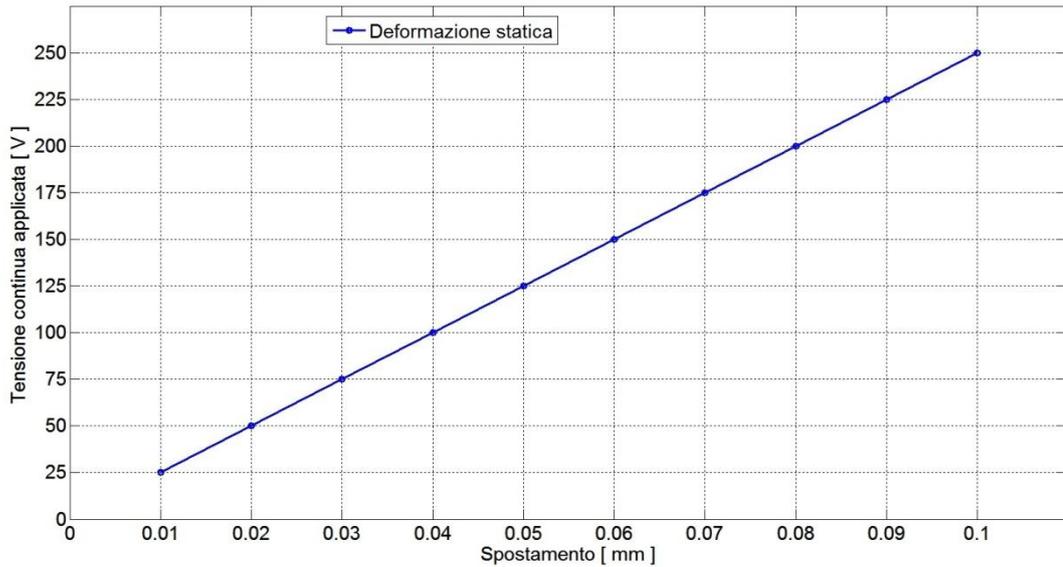


Fig. 2.2.13 \_ Deformazione statica in funzione della tensione elettrica applicata

## 2.2.7 Lamelle “STRONG”

Tra tutti i parametri dei materiali piezoelettrici descritti al paragrafo 1.3, quello che più di ogni altro influisce sulle prestazioni degli attuatori montati sulla decoratrice digitale a secco “DDD” è la costante piezoelettrica  $d_{31}$ . Nel caso di utilizzo del piezoelettrico come attuttore, sfruttando quindi l’effetto piezoelettrico inverso, questa costante rappresenta il rapporto tra la deformazione meccanica conseguibile ed il campo elettrico applicato. Ne consegue che un aumento di tale coefficiente determina un miglioramento delle prestazioni dell’attuttore piezoelettrico.

Gli attuatori piezoelettrici utilizzati nel corso di questa prova sperimentale sono geometricamente identici ai precedenti, come lo sono anche le condizioni di carico applicate; l’unica differenza risiede nel materiale di cui sono costituiti. In particolare, rispetto agli attuatori standard, questi hanno una costante piezoelettrica  $d_{31}$  del 33% superiore. Per facilitare la comprensione i piezoelettrici a prestazioni più elevate e le lamelle su cui sono montati, verranno identificati con il termine “STRONG”.

Anche per questa prova sperimentale è prevista la determinazione delle curve di ampiezza della risposta a regime in funzione della frequenza di eccitazione.

Il sistema vibrante è costituito dalla lamella di acciaio e dall'attuatore piezoelettrico, incollati l'uno con l'altro; il primo di questi due elementi non subisce modifiche, quindi non determina variazioni per quanto riguarda la rigidità del sistema, al contrario il materiale del piezoelettrico è diverso rispetto alle condizioni standard, perciò una variazione delle sue proprietà elastiche può influire sulla rigidità. Pertanto è possibile che le frequenze di risonanza del sistema con lamelle "STRONG" siano differenti da quelle relative il sistema dotato di piezoelettrici ordinari; tuttavia non ci si attendono variazioni importanti della prima frequenza di risonanza naturale, dunque il range di frequenze esaminato è analogo a quello analizzato per le lamelle standard.

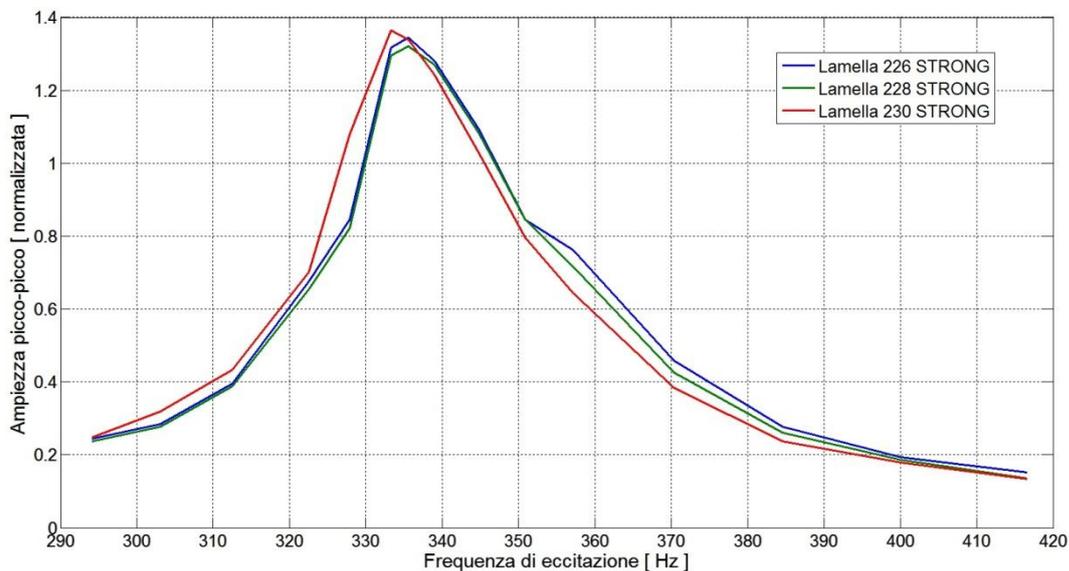


Fig. 2.2.14 \_ Lamelle "STRONG": ampiezza picco-picco della risposta in funzione della frequenza di eccitazione

In Fig. 2.2.14 sono riportati i risultati della prova sperimentale relativa alle lamelle “STRONG”. Rispetto ai valori riscontrati per le lamelle standard si nota diminuzione dell’1,5% della prima frequenza naturale, quindi molto contenuta, mentre l’aumento dell’ampiezza di oscillazione, per quanto riguarda il picco di risonanza è del 25%; considerando invece l’intero range di frequenze, l’aumento medio di ampiezza della risposta è pari al 36%. Questi valori sono fedeli alle aspettative, poiché assolutamente coerenti con l’aumento della costante piezoelettrica  $d_{31}$  del 33%.

## 2.2.8 Lamelle “LONG”

È stato realizzato un pettine, comprensivo di 8 lamelle, la cui lunghezza è superiore rispetto a quella delle lamelle standard. Considerando la lunghezza di flessione libera, ovvero la porzione di lamella di acciaio non compresa all’interno dell’incastro, l’aumento di lunghezza corrisponde al 35%. Per facilitare la comprensione le lamelle a lunghezza maggiorata verranno identificate con il termine “LONG”.

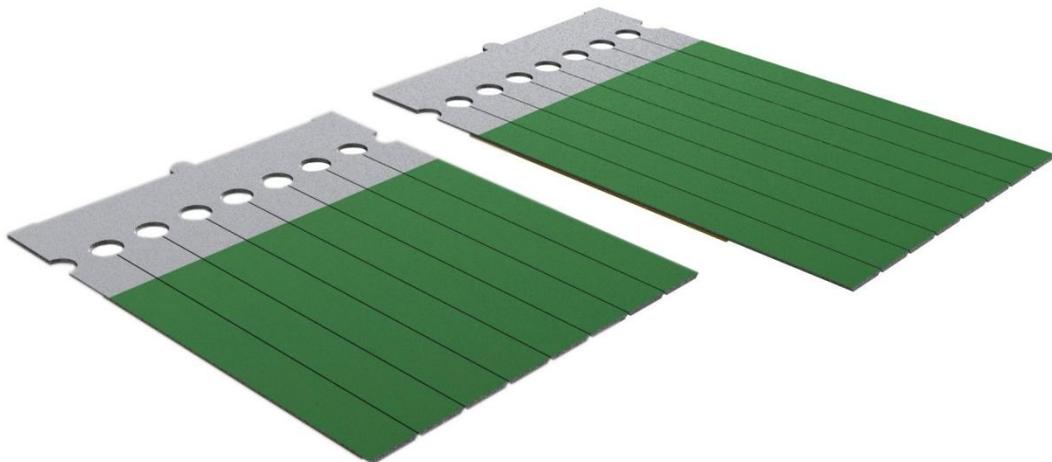


Fig. 2.2.15 \_ Pettini (costituiti da 8 lamelle) STANDARD e “LONG”

La geometria e la posizione degli attuatori piezoelettrici rimane invariata rispetto alla configurazione standard.

Anche per questa prova sperimentale è prevista la determinazione delle curve di ampiezza della risposta a regime in funzione della frequenza di eccitazione degli attuatori piezoelettrici.

Si ricorda l'equazione della rigidezza a flessione di una trave incastrata:

$$k = \frac{3 * E * I}{l^3}$$

L'aumento della lunghezza  $l$  delle lamelle determina una diminuzione della rigidezza del sistema; inoltre la massa della lamella aumenta in modo proporzionale alla sua lunghezza. Questi due fattori contribuiscono alla variazione del comportamento dinamico del sistema; in particolare, considerando l'equazione valida per i sistemi a singolo grado di libertà:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

è lecito attendersi un'importante diminuzione delle frequenze naturali del sistema. Oltre a questo, a seguito della modifica, è certamente prevedibile un significativo aumento dell'ampiezza della risposta

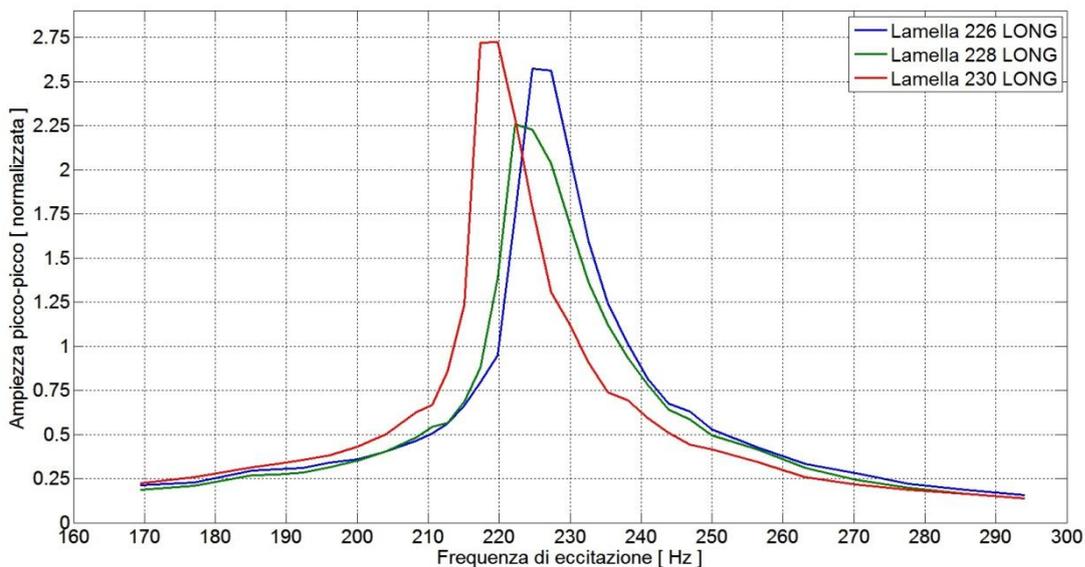


Fig. 2.2.16 \_ Lamelle "LONG": ampiezza picco-picco della risposta in funzione della frequenza di eccitazione

Dopo una ricerca approssimativa della prima frequenza di risonanza del sistema con lamelle “LONG”, è stata ricavata la curva di ampiezza in funzione della frequenza di eccitazione per 3 lamelle differenti, identificate dai numeri 226, 228 e 230. Analogamente alle prove precedenti il range di frequenze analizzato è di circa 120 Hz, centrato rispetto al picco di risonanza.

In Fig. 2.2.16 sono riportati i risultati della prova sperimentale relativa alle lamelle “LONG”. Rispetto ai valori riscontrati per le lamelle standard, coerentemente con le ipotesi formulate in precedenza, si nota un’importante diminuzione (del 34,7%) della prima frequenza naturale, mentre l’aumento dell’ampiezza di risposta, per quanto riguarda il picco di risonanza è del 130% circa; considerando invece l’intero range di frequenze, l’aumento medio di ampiezza della risposta è pari al 125%.

## 2.2.9 Transitorio di avviamento

Per l’osservazione sperimentale delle oscillazioni della lamella immediatamente successive all’avviamento, è stata predisposta una prova di acquisizione del transitorio di avviamento del sistema. Poiché si vuole rilevare l’andamento della vibrazione all’avvio del sistema, a differenza delle prove precedenti è stato impostato sull’oscilloscopio un trigger del segnale ed un pre-trigger:

- Livello di trigger = 50% dell’ampiezza della risposta a regime prevista;
- Pre-trigger =  $3 e^{-2}s$

Per questa prova non sono stati rilevati valori di tensione picco-picco, è stata invece eseguita un’operazione di esportazione dall’oscilloscopio, del file di dati contenente tutti i valori campionati all’interno del periodo di acquisizione.

I parametri di acquisizione adottati nella prova sperimentale sono:

- Tempo totale di acquisizione  $t_{TOT} = 0,08 \text{ s}$
- Frequenza di campionamento  $f_C = 50000 \frac{\text{sample}}{\text{s}}$

Da cui derivano:

- Numero totale di campionamenti  $n = 4000 \text{ sample}$
- Periodo di campionamento  $t_C = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

La sensibilità dei valori di spostamento rilevati è inferiore ai  $4\mu\text{m}$ .

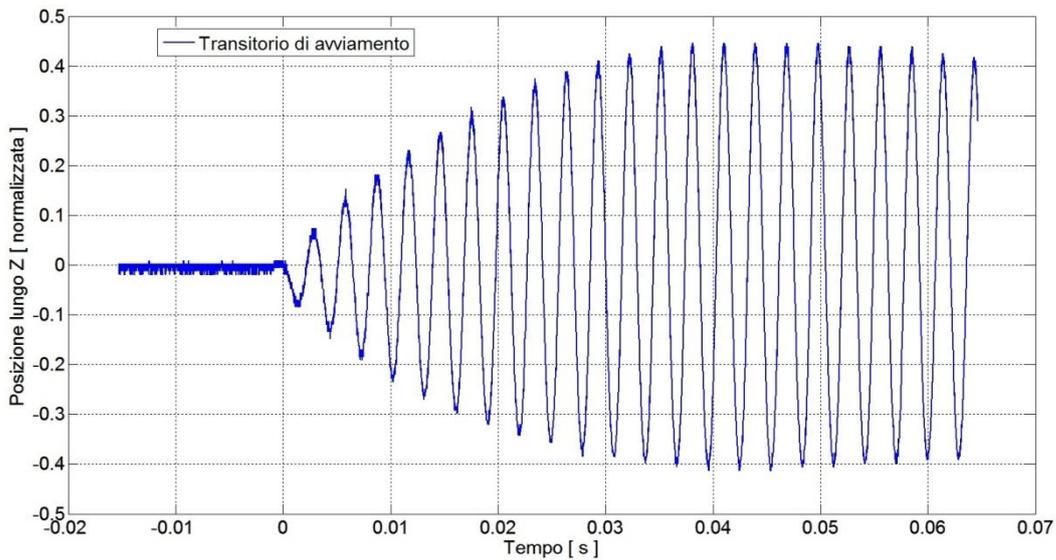


Fig. 2.2.17 \_ Acquisizione sperimentale del transitorio di avviamento del sistema

## ***Capitolo 3*** ***Modellazione***

Nello studio di sistemi continui nella maggior parte dei casi di interesse pratico la forma geometrica e le condizioni al contorno sono troppo complesse per poter applicare procedimenti analitici: per analisi sia statiche sia dinamiche si deve allora fare ricorso ad altri metodi basati sull'uso del calcolatore. Tra tali metodi è ampiamente impiegato quello degli elementi finiti, il quale considera il sistema continuo costituito da elementi “finiti”, cioè di dimensioni finite, anziché di dimensioni infinitesime, come nel caso dei metodi analitici.

L'impiego di un modello agli elementi finiti è particolarmente utile a simulare adeguatamente l'effettivo comportamento dinamico di un sistema meccanico; infatti risulta possibile individuare i parametri costruttivi di

maggior influenza per il comportamento dinamico e verificare gli effetti della modifica di tali parametri a livello di simulazione.

In fase di modellazione è dunque fondamentale la scelta delle caratteristiche da includere nel modello per renderlo sufficientemente preciso ed al tempo stesso rendere possibile e ragionevolmente rapida la soluzione del corrispondente modello matematico, con gli strumenti di calcolo a disposizione.

Alla luce di queste considerazioni si desume che il miglior modello di un sistema meccanico è sempre il più semplice modello che risponde agli scopi ed ai criteri che lo studio si propone.

Ovviamente il passaggio dal sistema reale al modello agli elementi finiti comporta necessariamente delle approssimazioni consapevolmente accettate, che consistono principalmente nel trascurare tutto quanto provoca effetti piccoli sul comportamento del sistema.

## **3.1**     *Discretizzazione*

### **3.1.1**     **Introduzione**

Per discretizzazione si intende la suddivisione in elementi finiti della struttura data. Dopo avere definito la geometria, occorre scegliere il tipo e la distribuzione degli elementi. Queste scelte devono tenere conto sia della geometria della struttura, sia del suo comportamento: una buona discretizzazione richiede perciò molta attenzione ed una buona esperienza. In particolare occorre che la discretizzazione sia eseguita tenendo conto delle discontinuità geometriche e di quelle del materiale, delle condizioni al contorno e delle forze agenti. Per una valutazione ragionevolmente precisa delle frequenze e dei modi propri o per la determinazione della risposta dinamica di una struttura, la distribuzione degli elementi finiti (reticolo o mesh) può anche essere a maglie relativamente grandi. In altri casi, ad esempio quando il FEM viene impiegato per il calcolo delle tensioni, il reticolo deve

invece essere più fine, con un affinamento nelle zone di concentrazione delle tensioni.

### 3.1.2 Modellazione della geometria

Il primo passo da eseguire per la definizione del modello agli elementi finiti è la modellazione 3D della geometria del sistema in esame. Inizialmente si è ritenuto opportuno procedere con la un modello 3D privo di semplificazioni geometriche.

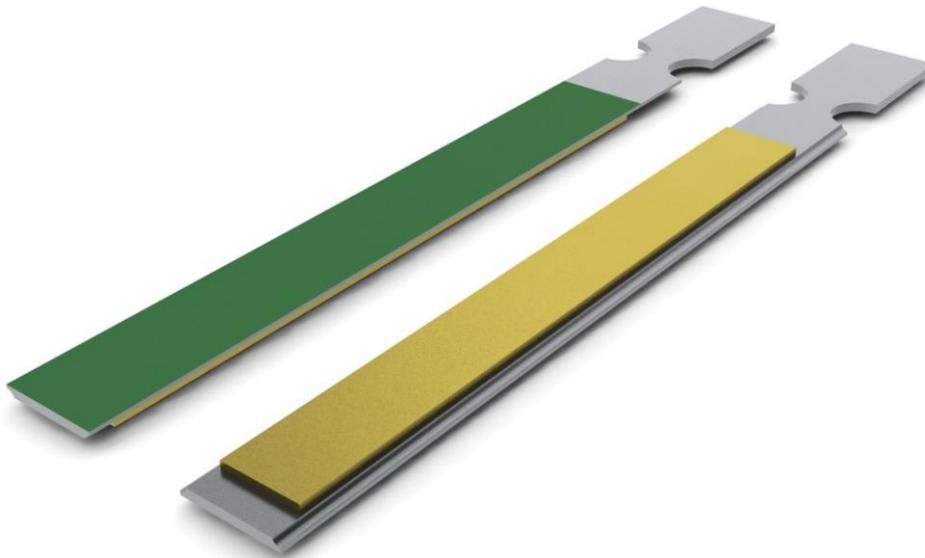


Fig. 3.1.1 \_ Rendering 3D della lamella con attuttore piezoelettrico

Ogni barra di scarico di una macchina decoratrice digitale a secco DDD dispone di 42 pettini per un totale di 336 lamelle. In assenza di polvere è possibile trascurare l'effetto della presenza delle lamelle a fianco di quella in esame, perciò è stata modellata la geometria di un sistema comprensivo di una singola lamella di acciaio e del relativo attuttore di materiale piezoceramico incollato ad essa. La geometria di tale sistema è stata modellata attraverso il software di modellazione solida "Solidworks". Per rendere possibile

l'operazione di "Import" della geometria sul software di analisi agli elementi finiti è stato utilizzato il formato IGES (.IGS).

È fondamentale, in generale ed in modo particolare nel caso di utilizzo di più software per operazioni di calcolo sul medesimo modello, la coerenza delle unità di misura relative al modello stesso; per questo motivo durante tutte le operazioni di modellazione, calcolo ed analisi effettuate, è stato utilizzato il Sistema Internazionale di unità di misura MKSA.

### 3.1.3 Scelta del tipo di elemento

Il software di analisi agli elementi finiti utilizzato per tutte le analisi proposte in questo testo è "Ansys Multiphysics".

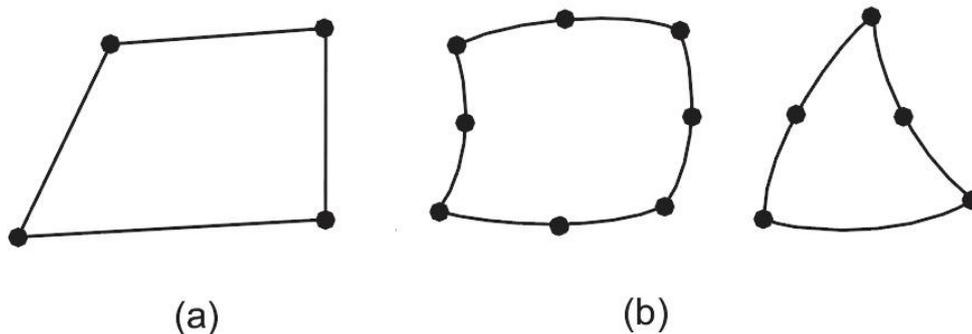


Fig. 3.1.2 \_ Elementi lineari (a) ed Elementi quadratici (b)

Questo software permette un'ampia possibilità di scelta sui metodi di modellazione di una geometria, attraverso numerose combinazioni di diversi tipi di elementi finiti e relative opzioni.

Innanzitutto si è deciso di procedere con la modellazione del sistema attraverso un modello tridimensionale (3-D SOLID), poiché molto spesso le analisi su modelli solidi rendono più semplice la riproduzione delle esatte

condizioni al contorno del sistema reale sul modello, rispetto a un modello 2D. In questo caso le condizioni sono piuttosto particolari a causa del modo in cui viene generata la vibrazione del sistema, ovvero attraverso un attuatore di materiale piezoceramico sul quale agisce un carico elettrico.

Gli elementi finiti di tipo 3-D SOLID, si dividono in due macro-categorie:

- Elementi lineari (senza nodo intermedio);
- Elementi quadratici (con nodo intermedio).

A causa dello spessore della lamella molto ridotto in direzione Z, rispetto allo sviluppo della geometria nelle direzioni X ed Y, è possibile che la mesh del modello sia costituita solamente da 1 o 2 layer (strati) di elementi finiti a seconda dell'analisi che si intende eseguire e dei risultati che si vogliono ottenere.

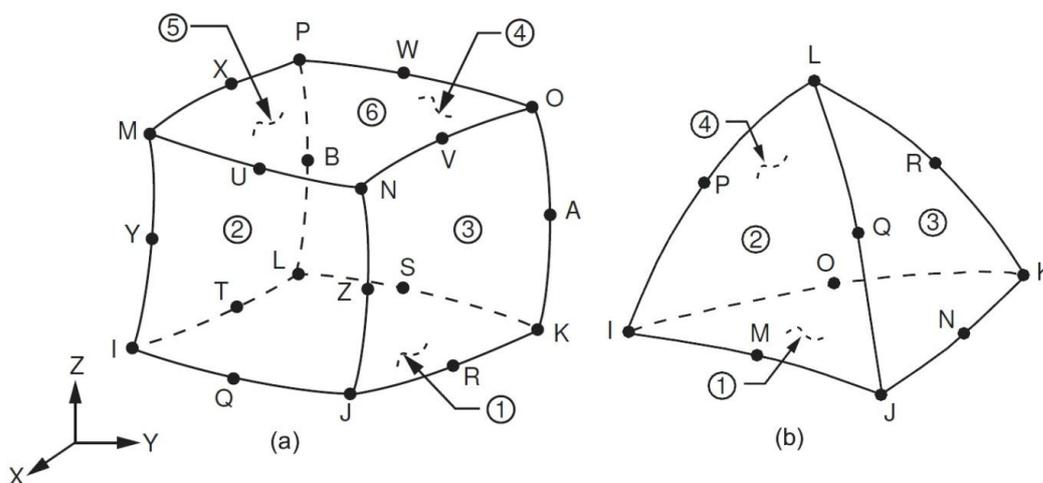


Fig. 3.1.3 \_ Elementi quadratici di tipo BRICK (a) e di tipo TETRAEDRICO (b)

Per garantire una buona accuratezza dei risultati delle analisi è bene prevedere elementi finiti quadratici, provvisti di un nodo intermedio, in modo da avere a parità di numero di elementi, una quantità maggiore di nodi lungo lo spessore della lamella.

Gli elementi di tipo SOLID (sia lineari, che quadratici) si suddividono a loro volta in:

- Elementi di tipo BRICK;
- Elementi di tipo TETRAEDRICO.

La semplice geometria dell'attuatore di materiale piezoelettrico, ne rende possibile la modellazione, sia attraverso elementi di tipo BRICK, sia attraverso elementi di tipo TETRAEDRICO. Al contrario la lamella di acciaio ha una geometria non adatta alla modellazione attraverso elementi di tipo BRICK, in aggiunta, anche se la lamella avesse una geometria più semplice e regolare, nella definizione del modello verrà successivamente effettuata un'operazione di "incollaggio" dei due volumi che rappresentano l'acciaio ed il piezoelettrico detta "VOLUME GLUE" (vedi Appendice), per garantire l'adesione e la coerenza dei nodi della mesh all'interfaccia tra i due volumi; tale operazione impedisce la modellazione della lamella attraverso elementi di tipo BRICK, di conseguenza la modellazione della lamella è eseguita attraverso elementi di tipo TETRAEDRICO a 10 nodi. L'utilizzo contemporaneo di elementi di tipo BRICK e di tipo TETRAEDRICO all'interno dello stesso modello è fortemente sconsigliata; dunque anche l'attuatore piezoelettrico è modellato attraverso elementi di tipo TETRAEDRICO a 10 nodi.

Le prove sperimentali sono svolte senza attivare le resistenze elettriche, in grado di riscaldare le lamelle per favorire lo scorrimento della polvere, quindi le condizioni al contorno adottate in tutte le simulazioni sono state definite considerando una temperatura costante per l'intero sistema; dunque non è necessario che i nodi dispongano del grado di libertà di temperatura (TEMP).

Elenco degli elementi disponibili di tipo TETRAEDRICO a 10 nodi:

- SOLID87 \_ 3D 10 NODE TETREHEDRAL THERMAL
- SOLID92 \_ 3D 10 NODE TETREHEDRAL STRUCTURAL

- SOLID98 \_ TETRAHEDRAL COUPLE FIELD
- SOLID123 \_ 3D 10 NODE TETRAHEDRAL ELECTROSTATIC
- SOLID127 \_ 3D 10 NODE TETRAHEDRAL ELECTROSTATIC  
P-ELEMENT
- SOLID187 \_ 3D 10 NODE TETRAHEDRAL STRUCTURAL
- SOLID227 \_ 3D 10 NODE COUPLED FIELD
- SOLID232 \_ 3D 10 NODE TETRAHEDRAL ELECTRIC
- SOLID237 \_ 3D 10 NODE ELECTROMAGNETIC

Gli elementi SOLID87, SOLID123, SOLID232 e SOLID237, sono elementi di tipo TETRAEDRICO a 10 nodi, rispettivamente adatti ad analisi di tipo termico, elettrostatico, elettrico ed elettromagnetico a causa dei gradi di libertà posseduti da ognuno dei nodi appartenenti all'elemento. Per quanto riguarda gli elementi SOLID92 e SOLID98, nonostante questi elementi siano disponibili ed abbiano dei gradi di libertà adeguati alle analisi che si devono effettuare, "Ansys" ne sconsiglia l'utilizzo, in favore di elementi di tecnologia più recente ed aggiornata.

L'elemento scelto per modellare la lamella di acciaio è il **SOLID187**: è un elemento solido 3-D di tipo TETRAEDRICO di ordine superiore a 10 nodi, adatto ad analisi strutturali. Ha un comportamento di deformazione quadratico. L'elemento è definito da 10 nodi, ognuno dei quali ha 3 gradi di libertà: traslazione lungo X,Y e Z. L'elemento scelto per modellare l'attuatore di materiale piezoelettrico ceramico è il **SOLID227**: è un elemento solido 3-D di tipo TETRAEDRICO di ordine superiore a 10 nodi, adatto ad analisi in cui entrano in gioco più campi della fisica (coupled-field), come ad esempio la piezoelettricità. Ha un comportamento di deformazione quadratico. L'elemento è definito da 10 nodi, ognuno dei quali può avere fino a 5 gradi di libertà, in particolare nella versione dell'elemento relativa al campo fisico piezoelettrico, ogni nodo ha 4 gradi di libertà: traslazione lungo X,Y e Z e potenziale elettrico (VOLT).

### 3.1.4 Scelta della dimensione dell'elemento

Una volta fissato il tipo di elemento più adeguato per la lamella (**SOLID187**) e per il piezoelettrico (**SOLID227**), è necessario eseguire delle analisi comparative allo scopo di definire la dimensione ottimale degli elementi che andranno a comporre la mesh del modello.

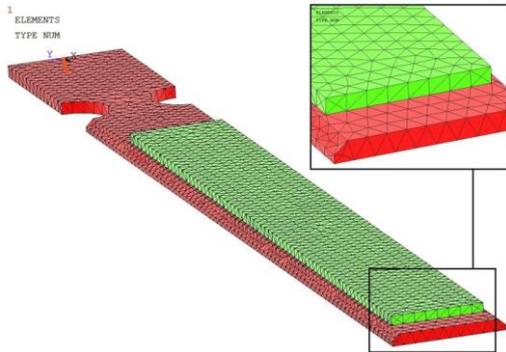


Fig. 3.1.4 \_ Dimensione media dell'elemento pari a 0.5 mm

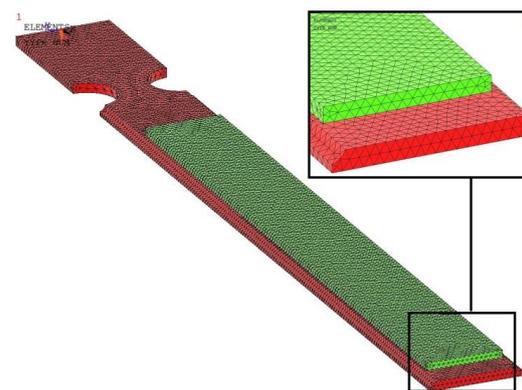


Fig. 3.1.5 \_ Dimensione media dell'elemento pari a 0.25 mm

Un parametro fondamentale, molto utile nella decisione di un valore di partenza per la dimensione degli elementi che andranno a costituire la mesh del modello, è la dimensione macroscopica minore presente nella geometria in esame. In questo caso le dimensioni più piccole del sistema sono quelle in direzione Z: lo spessore dell'attuatore piezoelettrico è di 0,4 mm, mentre lo spessore della lamella di acciaio è di 0,5 mm, la quale, però, presenta una lavorazione sui fianchi che ne riduce la dimensione in questa zona.

Come termine di paragone per i modelli le cui mesh hanno una diversa dimensione dell'elemento, è stato adottato il risultato in output da analisi modali per l'identificazione delle prime 4 frequenze naturali del sistema, partendo da una dimensione degli elementi di 0.5 mm e diminuendo progressivamente questo valore.

Nel grafico in Fig. 3.1.6 sono riportate le variazioni delle prime 4 frequenze naturali del sistema rispetto ai valori riscontrati per la dimensione dell'elemento di partenza, ovvero 0,18 mm.

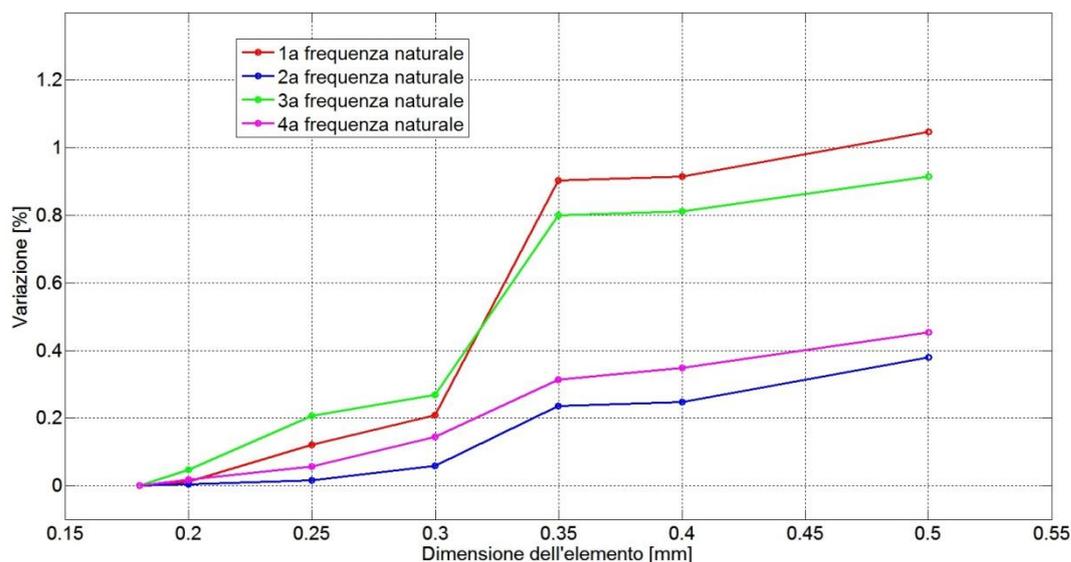


Fig. 3.1.6 \_ Variazione delle frequenze naturali in base alla densità della mesh

Il passaggio da 0.35 mm a 0.3 mm determina il confine tra una mesh rispettivamente con 1 e con 2 layer di elementi sulla lamella di acciaio, per questo motivo si apprezza una variazione abbastanza netta, mentre per una dimensione di 0,25 mm si hanno 2 layer di elementi anche sull'attuatore piezoelettrico. Si osserva che per una dimensione media dell'elemento finito inferiore a 0,3 mm, la variazione della prima frequenza naturale del sistema si discosta dal valore relativo agli 0,18 mm di una quantità inferiore allo 0,2%.

Ovviamente nella scelta della dimensione dell'elemento più adeguata è necessario tenere conto del tempo computazionale impiegato per svolgere queste analisi (Fig. 3.1.7).

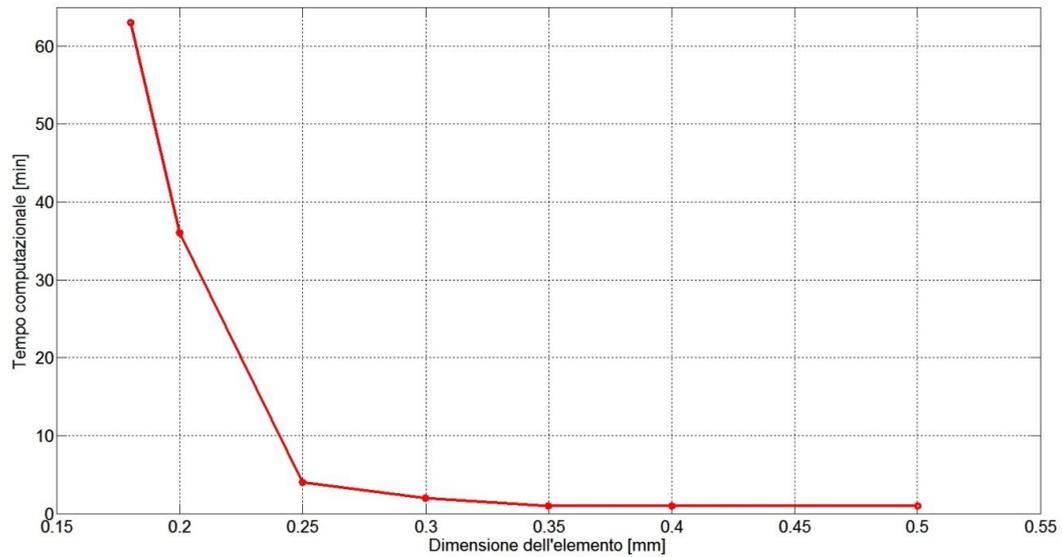


Fig. 3.1.7 \_ Tempo computazionale necessario allo svolgimento di un'analisi modale in base alla dimensione dell'elemento

In previsione del fatto che le successive analisi, con particolare riferimento alle analisi di risposta armonica ed analisi dinamiche, richiederanno tempi di calcolo nettamente maggiori di una semplice analisi modale, si ricorrerà ad un modello con una mesh costituita da elementi di (0,3 ÷ 0,25) mm di dimensione media.

## 3.2 *Semplificazione geometrica*

### 3.2.1 **MODELLO A**

Il sistema di azionamento tramite attuatori piezoelettrici della decoratrice digitale a secco DDD, sfrutta il fenomeno della risonanza per ottenere un'ampiezza di oscillazione delle lamelle di acciaio elevata. Grazie a questa vibrazione amplificata le lamelle producono il movimento una quantità rilevante di polvere e ne consentono la deposizione.

Affinché ciò accada le frequenze di eccitazione di lavoro, ovvero le frequenze della tensione elettrica applicata agli attuatori piezoelettrici durante il funzionamento della macchina, devono essere nell'intorno della prima frequenza di risonanza naturale; è quindi fondamentale che il modello agli elementi finiti replichi fedelmente il comportamento del sistema reale, in questo range di frequenze. Una semplificazione geometrica del modello, al fine di ridurre il costo computazionale delle simulazioni e di semplificare le operazioni di gestione e modifica del modello stesso è lecita se il

comportamento dinamico del sistema si mantiene invariato nel range di frequenze di interesse.

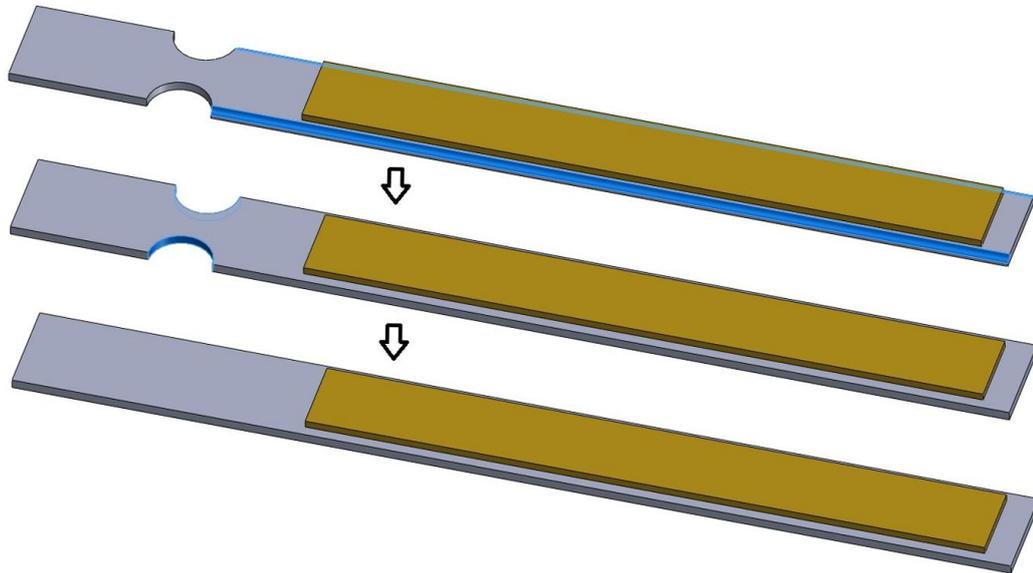


Fig. 3.2.1 \_ Semplificazione della geometria del modello

La semplificazione geometrica in questione (Fig. 3.2.1) riguarda:

- eliminazione delle lavorazioni sul fianco della lamella;
- eliminazione dei fori per l'inserimento delle viti di fissaggio.

A seguito delle modifiche geometriche apportate al modello, si vuole lasciare inalterato il valore della prima frequenza di risonanza naturale. L'attuatore di materiale piezoelettrico, non subisce variazioni di alcun genere. La rimozione delle lavorazioni laterali e dei fori per le viti di fissaggio comporta un aumento di volume e di sezione resistente della lamella di acciaio, di conseguenza aumentano sia la massa che la rigidezza del sistema.

Tenendo presente la relazione valida per i sistemi a singolo grado di libertà o "SDOF" (single degree of freedom):  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ , è ragionevole presumere che l'aumento di massa implicherà una diminuzione delle frequenze

naturali del sistema, in controtendenza con l'aumento di rigidezza, che invece determinerà un aumento delle frequenze di risonanza. Di seguito si riportano i valori di densità  $\rho$ , modulo elastico  $E$ , massa  $m$  e volume  $V$  della lamella di acciaio del modello completo, quindi del sistema reale.

**MODELLO COMPLETO:**

- $\rho_{compl} = 7700 \text{ kg} / \text{m}^3$
- $E_{compl} = 210 \text{ e}^9 \text{ Pa}$
- $m_{compl} = 0,90797 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$
- $V_{compl} = 0,11792 \text{ e}^{-6} \text{ m}^3$

Il modello a geometria semplificata con valori di densità e modulo elastico invariati rispetto al modello completo è definito MODELLO A.

**MODELLO A:**

- $\rho_A = 7700 \text{ kg} / \text{m}^3$
- $E_A = 210 \text{ e}^9 \text{ Pa}$
- $m_A = 0,98249 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$
- $V_A = 0,12760 \text{ e}^{-6} \text{ m}^3$

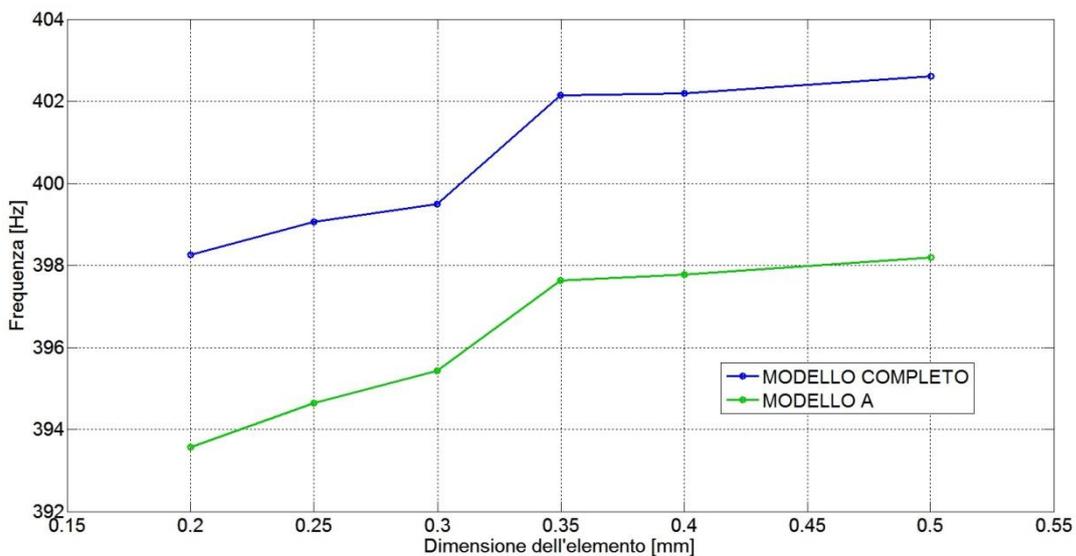


Fig. 3.2.2 \_ Confronto sulla prima frequenza naturale tra MODELLO COMPLETO e MODELLO A in base alla densità della mesh

L'effetto complessivo delle modifiche geometriche è una diminuzione delle frequenze di risonanza del sistema, ciò significa che l'aumento di massa ha un'incidenza maggiore rispetto all'aumento di rigidità sulla prima frequenza naturale.

### 3.2.2 MODELLO B

Ricordando che per i sistemi a singolo grado di libertà, vale il legame tra la pulsazione naturale  $\omega_n$  e la rigidità  $k$ :  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ , per aumentare la prima frequenza naturale del sistema semplificato e riportarla al valore del modello completo, è possibile agire modificando il modulo di elasticità dell'acciaio, aumentandone la rigidità fino al raggiungimento della prima frequenza di risonanza voluta.

La rigidità flessionale di una trave incastrata è direttamente proporzionale al modulo di elasticità  $E$  del materiale di cui è costituita:

$$k = \frac{3 * E * I}{l^3}$$

In questo modo si perviene ad un modello agli elementi finiti semplificato con una massa differente da quella del sistema reale. Tale modello è definito MODELLO B.

#### MODELLO B:

- $\rho_B = 7700 \text{ kg} / \text{m}^3$
- $E_B = 217,5 \text{ e}^9 \text{ Pa}$
- $m_B = 0,98249 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$
- $V_B = 0,12760 \text{ e}^{-6} \text{ m}^3$

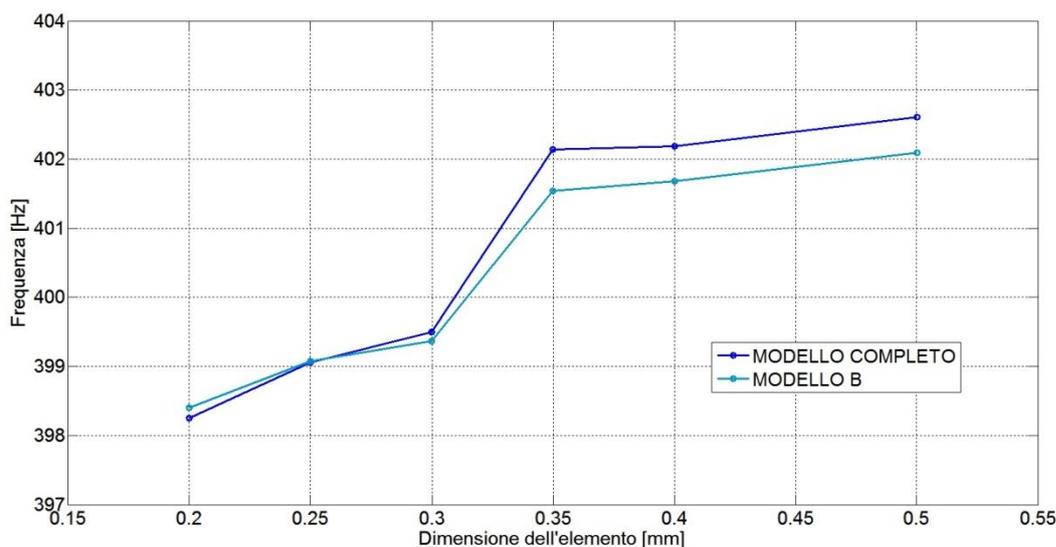


Fig. 3.2.3 \_ Confronto sulla prima frequenza naturale tra MODELLO COMPLETO e MODELLO B in base alla densità della mesh

Come stabilito al paragrafo 3.1.4, le dimensioni più utilizzate per gli elementi che andranno a costituire il modello finale, con il quale verranno svolte tutte le analisi necessarie a definirne il comportamento, saranno comprese tra gli 0,25 e gli 0,3 mm. Dai risultati riportati sul grafico in Fig. 3.2.3 si nota come, proprio per queste dimensioni dell'elemento, il MODELLO B replichi fedelmente la prima frequenza naturale del modello completo.

### 3.2.3 MODELLO C

Come è ormai noto, il sistema che si vuole modellare basa il suo funzionamento su di una vibrazione ad una frequenza dell'ordine delle centinaia di Hertz. Modellare una lamella di acciaio ammettendone una differenza di massa da quella reale, significherebbe implicitamente trascurare una parte delle forze di inerzia in gioco durante la vibrazione del sistema, poiché queste dipendono linearmente dalla massa.

Affinché sia la massa che la prima frequenza di risonanza del modello semplificato coincidano con quelle del modello completo è necessario apportare una modifica alla densità ed al modulo elastico del materiale utilizzato per simulare l'acciaio. In particolare la densità dell'acciaio verrà ridotta, diminuendo di conseguenza la massa del modello, la quale sarà equivalente alla massa della lamella a geometria completa. Viene quindi diminuito il modulo elastico in modo da fare coincidere anche la prima frequenza di risonanza naturale con quella del modello completo. Il modello agli elementi finiti che ne risulta è definito MODELLO C.

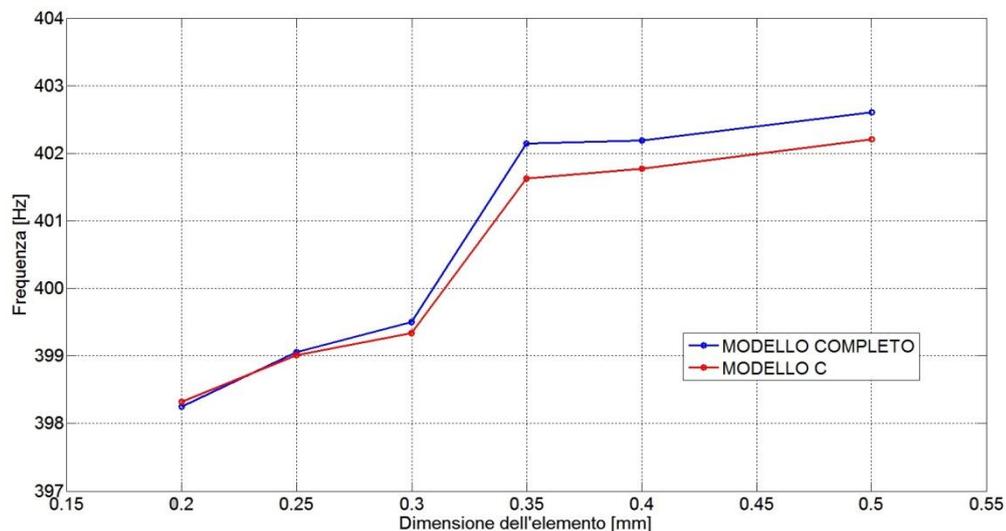


Fig. 3.2.4 \_ Confronto sulla prima frequenza naturale tra MODELLO COMPLETO e MODELLO C in base alla densità della mesh

### MODELLO C:

- $\rho_C = 7116 \text{ kg} / \text{m}^3$
- $E_C = 199 \text{ e}^9 \text{ Pa}$
- $m_C = 0,90797 \text{ e}^{-3} \text{ kg}$
- $V_C = 0,12760 \text{ e}^{-6} \text{ m}^3$

Come accade per il MODELLO B, anche il MODELLO C replica fedelmente la prima frequenza naturale del modello completo per le

dimensioni dell'elemento che si utilizzeranno più frequentemente nelle simulazioni che verranno eseguite.

### 3.2.4 Considerazioni e scelta del modello

MODELLO	Volume [ $m^3$ ]	Massa [ $kg$ ]	Densità [ $kg/m^3$ ]	Modulo elastico [ $Pa$ ]
COMPLETO	$0,11792 e^{-6}$	$0,90797 e^{-3}$	7700	$2,10 e^{11}$
A	$0,12760 e^{-6}$	$0,98249 e^{-3}$	7700	$2,10 e^{11}$
B	$0,12760 e^{-6}$	$0,98249 e^{-3}$	7700	$2,175 e^{11}$
C	$0,12760 e^{-6}$	$0,90797 e^{-3}$	7116	$1,99 e^{11}$

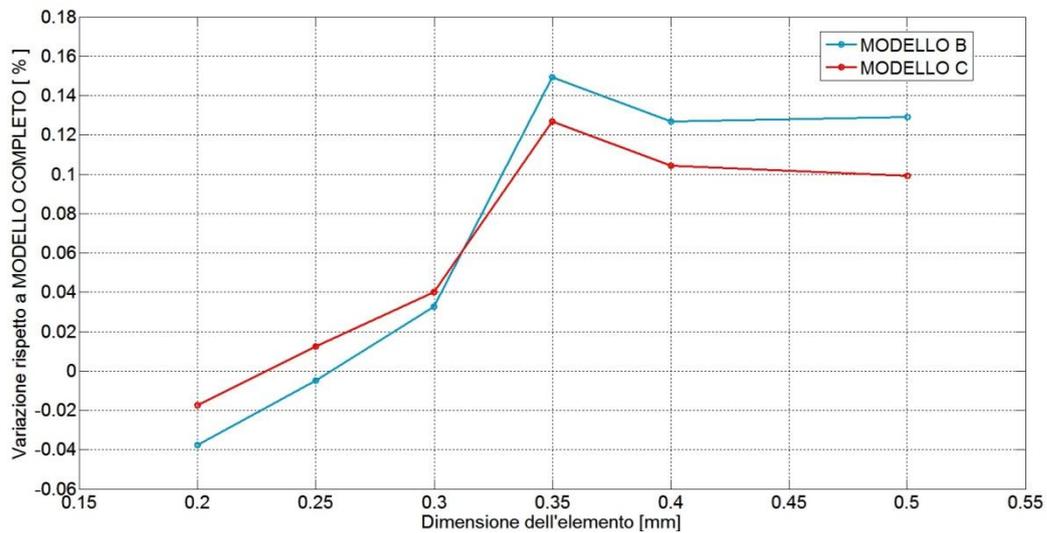


Fig. 3.2.5 \_ Confronto tra MODELLO B e MODELLO C: variazione della *fn1* rispetto al MODELLO COMPLETO in base alla densità della mesh

Considerato il comportamento fortemente dinamico del sistema è bene che la lamella di acciaio mantenga la prima frequenza di risonanza inalterata; non è quindi da prendere in considerazione il MODELLO A.

Dai risultati raccolti nel grafico in Fig. 3.2.5 si nota che entrambi i modelli semplificati B e C replicano con precisione i valori della prima frequenza di risonanza del modello completo.

Mantenere inalterata anche la massa del modello favorisce la precisione con cui si tiene conto delle forze di inerzia nelle analisi di risposta armonica e nelle analisi dinamiche che verranno effettuate. Dunque per ottenere un comportamento dinamico del modello il più fedele possibile a quello del sistema reale si sceglie di ricorrere al **MODELLO C** per lo svolgimento delle simulazioni.

Il grafico in Fig. 3.2.6 riporta il tempo computazionale richiesto per svolgere le analisi modali dei tre modelli (completo, B e C) in base alla dimensione dell'elemento che ne costituisce la mesh.

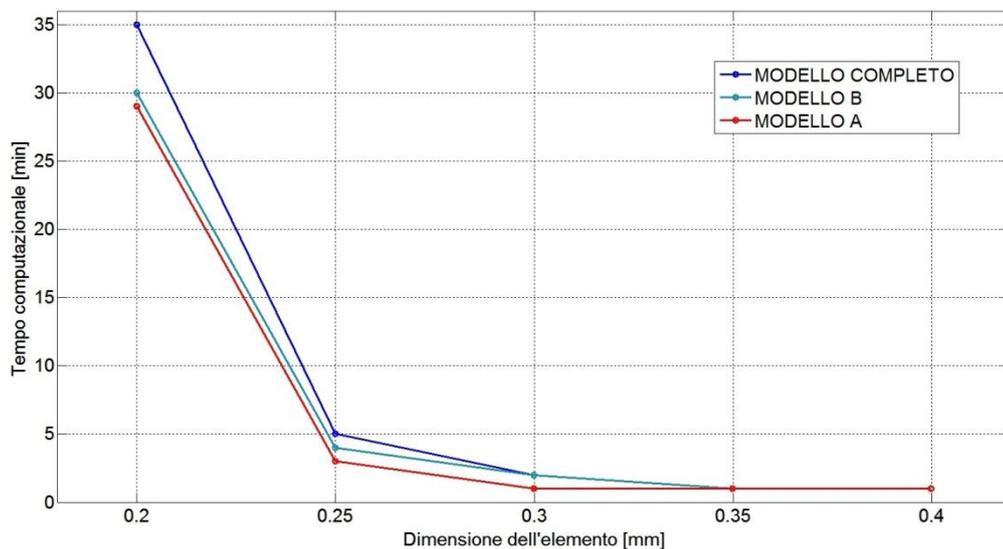


Fig. 3.2.6 \_ Variazione del tempo computazionale in base alla dimensione media dell'elemento

Anche per quanto riguarda il tempo computazionale, l'utilizzo del MODELLO C garantisce una diminuzione dei tempi di calcolo, rispetto al modello completo.

Un ulteriore vantaggio dato dall'utilizzo di un modello a geometria semplificata riguarda il metodo con cui viene definita la geometria: la geometria del modello completo viene realizzata attraverso un software di modellazione solida ("Solidworks") e successivamente importata in formato IGES all'interno del software di analisi agli elementi finiti ("Ansys"). La semplicità geometrica del MODELLO C permette di modellarne con facilità la geometria direttamente all'interno del software FEM. Al contrario, la modellazione all'interno del programma di analisi agli elementi finiti di geometrie più complesse ed articolate, risulta più scomoda e laboriosa.

## **3.3**      ***Rigidezza del modello***

### **3.3.1**      **Introduzione**

Al paragrafo 2.2.4 (vedi Fig. 2.2.11) sono stati definiti i valori obiettivo per la risposta a regime in funzione della frequenza di eccitazione del modello agli elementi finiti. Allo stato attuale il modello ha una frequenza di risonanza del primo modo di vibrare di circa 400 Hz, significativamente più elevata rispetto al target di 340 Hz. Dalla meccanica delle vibrazioni è noto che frequenze di vibrazione libere elevate corrispondono a rigidezze elevate della struttura in esame; dunque si ipotizza che il modello agli elementi finiti sia più rigido del sistema reale.

Si presenta allora la necessità spiegare il motivo fisico che giustifica questa differenza non trascurabile e di implementarne le caratteristiche sul modello.

### 3.3.2 Analisi dinamica con superficie di contatto

E' possibile che la causa della differenza di rigidità tra sistema reale e modello, risieda nell'aver trascurato gli scorrimenti che intercorrono tra l'attuatore di materiale piezoelettrico ceramico e la lamella di acciaio: il legame tra i due elementi è stato modellato attraverso un'unione rigida, ovvero i nodi appartenenti alla superficie di contatto tra la lamella ed il piezoelettrico sono in comune ai due elementi; nel sistema reale degli scorrimenti sono però possibili in quanto la giunzione tra avviene mediante incollaggio.

Si vuole verificare se l'introduzione nel modello di una superficie di contatto tra la lamella di acciaio e l'attuatore piezoelettrico, che preveda la possibilità di scorrimento tra i due, può determinare una diminuzione della rigidità del modello ed un conseguente calo della prima frequenza di risonanza naturale.

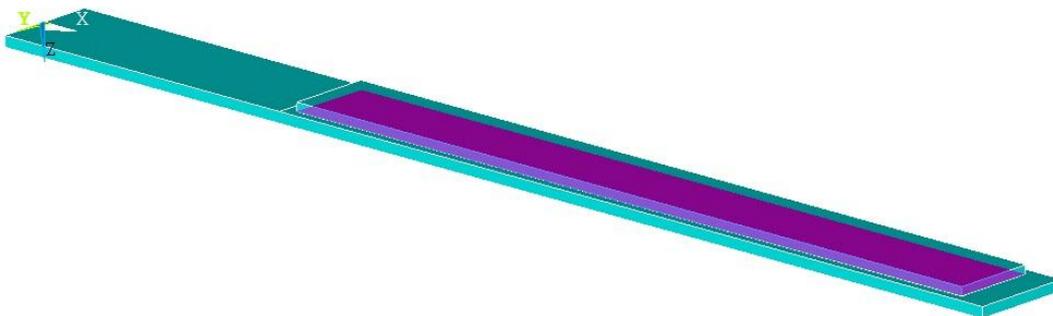


Fig. 3.3.1 \_ Superficie di contatto (in viola) tra lamella di acciaio ed attuatore piezoelettrico

Questa tipologia di superficie è gestita dal software agli elementi finiti “Ansys” come un fenomeno non-lineare, ovvero un fenomeno che varia la sua legge di comportamento a seconda delle condizioni del sistema.

L'impiego di un'analisi modale per l'identificazione del primo modo di vibrare e della prima frequenza di risonanza naturale del modello con superficie di contatto, porterebbe a dei risultati errati in quanto un'analisi

modale trascura i fenomeni non lineari, ovvero considera la legge di comportamento relativa alle condizioni iniziali del sistema per tutta la durata dell'analisi, trascurandone la variazione dipendente dalle condizioni della struttura stessa, che avviene durante il moto.

Per questo motivo è necessario eseguire un'analisi dinamica, la quale è suddivisa in un numero arbitrario di step (passi): ad ogni step dell'analisi dinamica verrà considerata la legge di comportamento relativa alle condizioni del sistema.

Per la ricerca della prima frequenza di risonanza al primo step vengono imposte al sistema delle condizioni iniziali di spostamento e velocità non nulle, tali da eccitare prevalentemente il primo modo di vibrare, poiché si vuole trovare la prima frequenza di risonanza, mentre in tutti gli step successivi il sistema è libero di oscillare. Graficando la posizione di un nodo all'estremità libera della lamella nel tempo, risulta una curva di risposta libera relativa al nodo scelto (Fig. 3.3.2). Misurando i periodi di tempo intercorsi tra le varie oscillazioni, e mediandoli, si ottiene un periodo medio con il quale verrà calcolata la prima frequenza naturale del sistema.

La superficie di contatto utilizzata in questa analisi è di tipo "No separation". Una superficie di tipo "No separation" può essere applicata, in un modello 3-D SOLID, tra due facce adiacenti; come si evince dal nome, il distacco tra le due superfici incollate non è consentito, ma è comunque prevista la possibilità di piccoli scorrimenti tra le due geometrie coinvolte nel contatto.

L'analisi è stata svolta su un totale di 100 step, ognuno equivalente ad un passo di integrazione (ITS, vedi paragrafo 4.5.3) della durata di  $8 * 10^{-5}$  s, quindi il tempo complessivo su cui è stata svolta l'analisi è di  $8 * 10^{-3}$  secondi.

Il modello agli elementi finiti utilizzato in questa analisi è il MODELLO C (vedi paragrafo 3.2.3), con una mesh costituita da elementi di dimensione 0,0003 mm; dal grafico in figura 3.2.4 si nota che il modello

corrispondente, con lamella di acciaio ed attuatore piezoelettrico uniti rigidamente, ha la prima frequenza di risonanza naturale a 399,34 Hz. In questa analisi è stato applicato al sistema un coefficiente di smorzamento proporzionale alla matrice rigidezza  $\beta = 2 * 10^{-5}$  (vedi paragrafo 4.4.2).

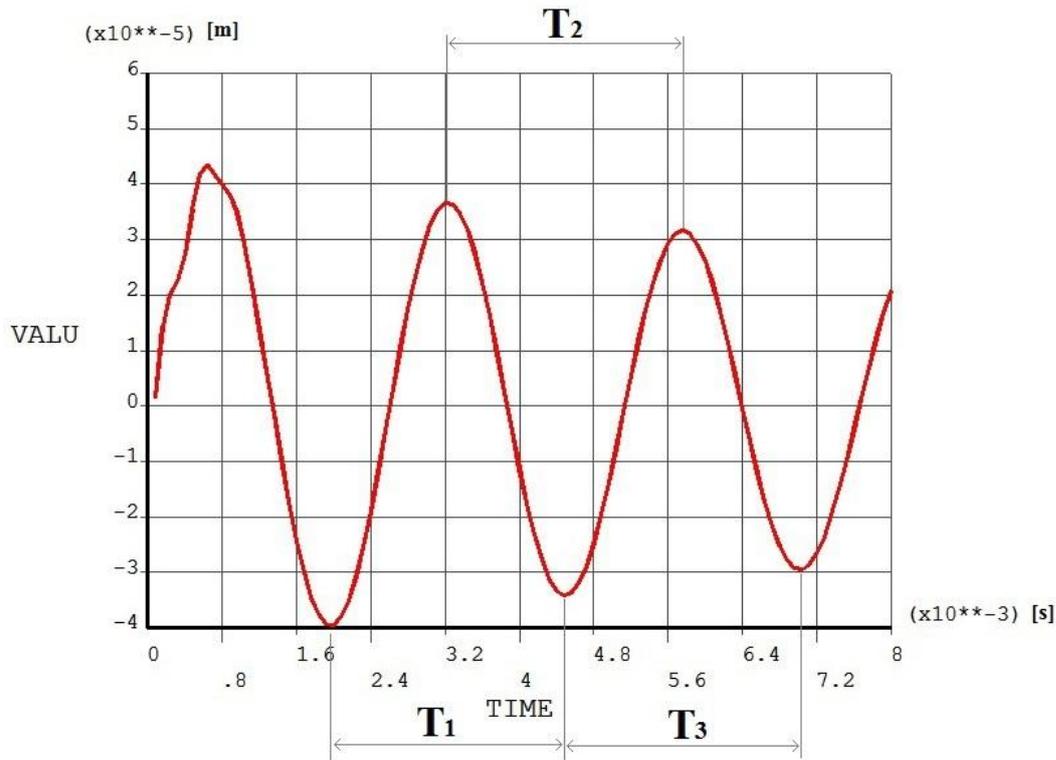


Fig. 3.3.2 \_ Risposta libera del modello con superficie di contatto

Il valore dei 3 periodi di oscillazione mostrati sul grafico in Fig. 3.3.2 è:

- $T_1 = 0,00248 \text{ s}$
- $T_2 = 0,00256 \text{ s}$
- $T_3 = 0,00256 \text{ s}$

Da cui risulta un valore medio pari a:

$$T_m = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} = 0,0025333 \text{ s}$$

Al quale corrisponde una frequenza pari a:

$$f_m = \frac{1}{T_m} = 394,737 \text{ Hz}$$

Come già sottolineato, un'analisi su un modello con comportamento non lineare implica un processo di soluzione di tipo iterativo e quindi molto più dispendioso in termini di tempo computazionale. In particolare l'analisi dinamica per la ricerca della prima frequenza naturale del sistema con regione di contatto di tipo "no separation" descritta in questo paragrafo ha richiesto 215 minuti di tempo, mentre (ricorrendo ad una densità della mesh equivalente) l'analisi modale relativa al modello con lamella e piezoelettrico uniti rigidamente si è conclusa in meno di 2 minuti. Confrontando i risultati di frequenza dei due modelli si nota un calo dell'1,15% sulla prima frequenza di risonanza.

In conclusione si può affermare che la modifica al modello ha comportato una diminuzione della rigidità del sistema molto lieve. Ricordando, però, che il target sul primo modo di vibrare è di 340 Hz, ne risulta che l'introduzione di una superficie di contatto "no separation" al fine di diminuire la rigidità del sistema, non giustifica l'aumento dei tempi di calcolo delle analisi che ne consegue.

### **3.3.3 Incastro cedevole**

Le analisi e le considerazioni esposte al paragrafo precedente, mostrano che gli scorrimenti tra la lamella di acciaio e l'attuatore piezoelettrico hanno un'influenza trascurabile sulla differenza di rigidità tra il sistema reale ed il modello ad elementi finiti.

Fin'ora il sistema è stato vincolato imponendo uno spostamento nullo nelle 3 direzioni X, Y e Z, per le due superfici vincolate (evidenziate in Fig. 3.3.3), in altre parole è stato considerato un incastro perfettamente rigido.

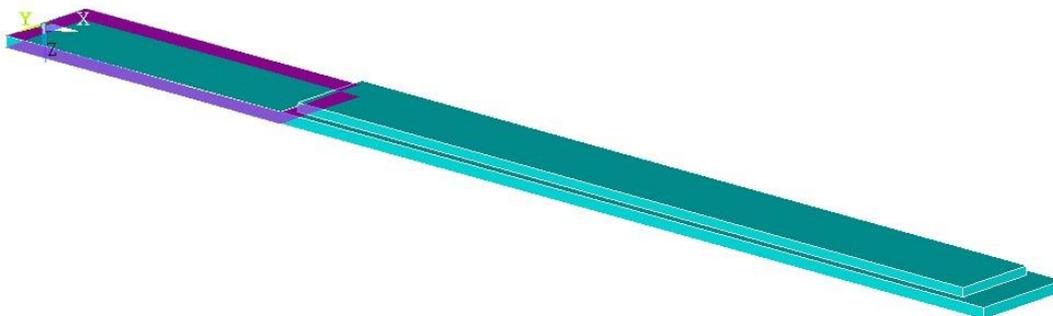


Fig. 3.3.3 \_ MODELLO C: superfici vincolate (in viola)

Al paragrafo 2.2.2 (“Modifica geometrica dell’incastro”) viene mostrato e descritto il modo in cui vengono vincolate le lamelle; i due elementi a contatto le lamelle di acciaio, sono un supporto superiore di acciaio collegato a telaio ed un supporto inferiore detto “porta-contatti” di polioossimetilene (POM), un materiale plastico il cui nome commerciale è Delrin (Fig. 3.3.4). Il porta-contatti ha la funzione di spessore isolante ed ha il compito di posizionare e vincolare i contatti di gomma conduttiva, che trasmettono la tensione elettrica agli attuatori piezoelettrici.



Fig. 3.3.4 \_ Geometria dell’incastro e “porta-contatti”

È dunque ragionevole pensare che la differenza di rigidità tra il sistema modellato e quello reale risieda nei cedimenti elastici dei due elementi che costituiscono l'incastro, i quali sono fin'ora considerati perfettamente rigidi. Si procede allora alla modellazione di un incastro attraverso due volumi di materiale (Fig. 3.3.5) ai quali verranno attribuite delle proprietà fisiche di densità e modulo elastico, che ne determineranno i cedimenti elastici durante il funzionamento del sistema.

Il collegamento e la trasmissione di forze e spostamenti tra l'incastro e la lamella di acciaio avviene per mezzo dei nodi appartenenti alle loro due superfici di confine (evidenziate in Fig. 3.3.3). Tali nodi sono allora in comune agli elementi della lamella e dell'incastro e sono in grado di trasmettere forze elastiche in direzione  $Z$  sia positive che negative. Per questo motivo, diversamente da quanto valido per il sistema reale, è del tutto superfluo definire due materiali diversi per i due volumi che costituiscono l'incastro cedevole (in azzurro in Fig. 3.3.5 e in Fig. 3.3.6).

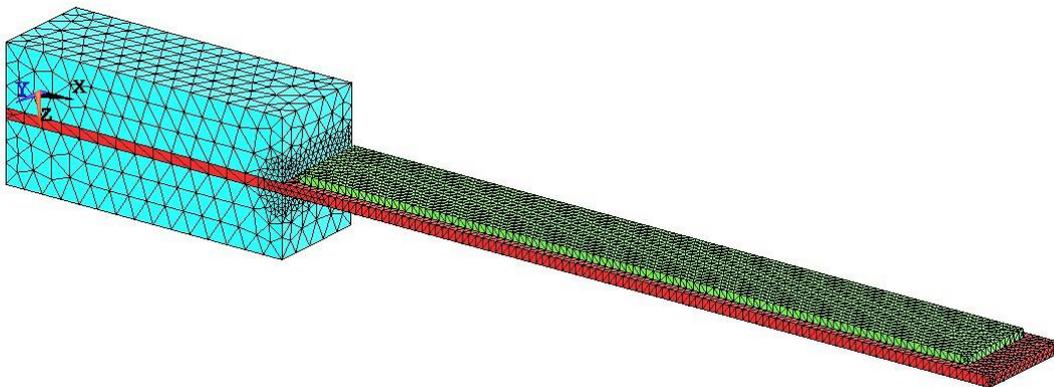


Fig. 3.3.5 \_ Geometria e mesh del modello con incastro cedevole

Il tipo di elemento utilizzato per modellare i volumi di materiale che costituiscono l'incastro cedevole è il SOLID187, poiché questo è l'elemento più adatto alla modellazione di solidi strutturali (vedi paragrafo 3.1.3).

Per quanto riguarda la dimensione degli elementi che costituiscono l'incastro cedevole è stata utilizzata una distribuzione della mesh a maglie relativamente larghe, per non appesantire eccessivamente il modello, poiché la maggior parte dei nodi di questi elementi sono soggetti a spostamenti molto contenuti.

Fanno eccezione i nodi appartenenti agli elementi nella zona più avanzata in direzione X dell'incastro, dove invece è stato eseguito un affinamento della mesh (Fig. 3.3.6); è infatti proprio in questa zona che risiedono le deformazioni, ovvero i cedimenti, di entità maggiore.

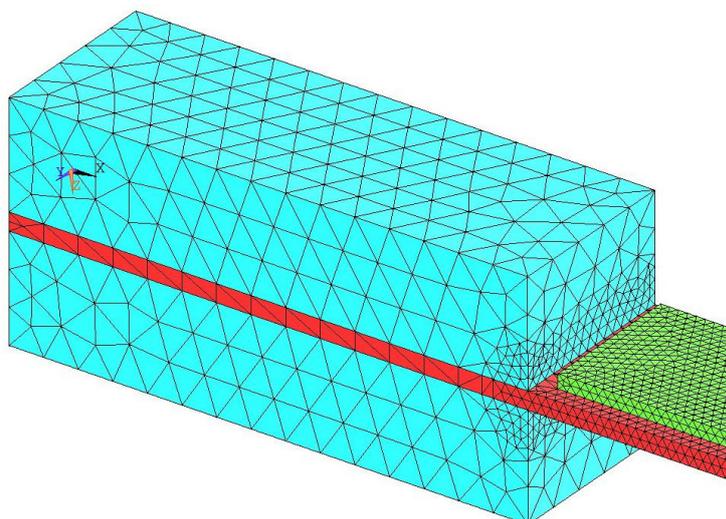


Fig. 3.3.6 \_ Geometria e mesh dell'incastro cedevole

Il modello agli elementi finiti ottenuto presenta un comportamento lineare (non sono presenti non-linearità) e permette una facile gestione delle frequenze proprie, senza ricorrere a modifiche delle proprietà dell'acciaio o del materiale piezoceramico. Le frequenze possono infatti essere modificate ritoccando il valore del modulo elastico del materiale di cui è costituito l'incastro; ovviamente questo dato viene regolato in modo da ottenere un valore per la prima frequenza naturale del modello pari al target di 340Hz.

La geometria del modello con incastro cedevole, analogamente a quanto detto per la geometria del MODELLO C (vedi paragrafo 3.2.4), può comodamente essere modellata in maniera diretta all'interno del software di analisi agli elementi finiti.



## *Capitolo 4*

# *Simulazione e validazione*

Una volta definito in maniera univoca il modello, si procede al suo impiego per l'identificazione del comportamento dinamico del sistema studiato, il quale deve essere validato mediante il confronto con i risultati ottenuti dalle prove sperimentali (esposti al capitolo 2).

In primo luogo si illustrano le condizioni al contorno di spostamento e di carico relative alle simulazioni effettuate, l'accuratezza delle quali è imprescindibile per la buona riuscita delle analisi.

L'analisi statica non è necessaria all'identificazione del comportamento dinamico del sistema, ma è invece utile allo scopo di validare la correttezza delle condizioni di applicazione del carico elettrico.

Con l'analisi modale si procede alla determinazione delle frequenze e dei modi propri del sistema, descritte con illustrazioni e commenti. Oltre a dare un'indicazione preliminare del comportamento vibratorio del sistema, tali risultati sono di aiuto per la definizione dei parametri da impostare nelle simulazioni successive.

Attraverso una analisi di risposta armonica è possibile determinare la risposta a regime del sistema, a seguito di un'eccitazione armonica (sinusoidale). Con questa simulazione è possibile determinare il coefficiente di smorzamento del sistema ed ottenere una stima della risposta all'interno del range di frequenze analizzato.

La validazione del comportamento dinamico del modello è la più importante ai fini del presente elaborato di tesi ed avviene appunto per mezzo delle analisi dinamiche. Grazie a queste analisi è possibile mettere a confronto sistema reale e modello FEM, sia per quanto riguarda la risposta a regime, che per il transitorio di avviamento.

## **4.1**      *Condizioni al contorno*

### **4.1.1**    **Introduzione**

Per una corretta esecuzione di un'analisi agli elementi finiti è di fondamentale importanza una definizione precisa e pertinente delle condizioni al contorno del sistema. Per questo motivo tutte le scelte fatte in proposito vengono argomentate, giustificate e/o messe a confronto con rilievi sperimentali.

Le condizioni al contorno descritte in questo paragrafo sono valide per tutte le simulazioni illustrate ai capitoli 4 e 5.

### **4.1.2**    **Condizioni al contorno di spostamento**

Avendo definito due volumi per modellare un incastro cedevole, le condizioni al contorno, o vincoli di spostamento, verranno imposti proprio

sulle superfici di questi due elementi. In questo modo gli elementi appartenenti alla lamella di acciaio sono liberi di deformarsi, ovvero i suoi nodi sono liberi di compiere traslazioni e rotazioni, mentre ad alcuni nodi degli elementi che costituiscono l'incastro verrà inibita la traslazione lungo certe direzioni, cosicché le condizioni del sistema reale possano essere replicate in maniera fedele.

#### ***VINCOLO DI TRASLAZIONE 1:***

Per simulare il collegamento a telaio (o con altri elementi, che per ipotesi sono considerati infinitamente rigidi) delle superfici superiore ed inferiore dell'incastro, ai nodi appartenenti a queste 2 aree viene inibita la traslazione nelle 3 direzioni X, Y e Z (Fig. 4.1.1);

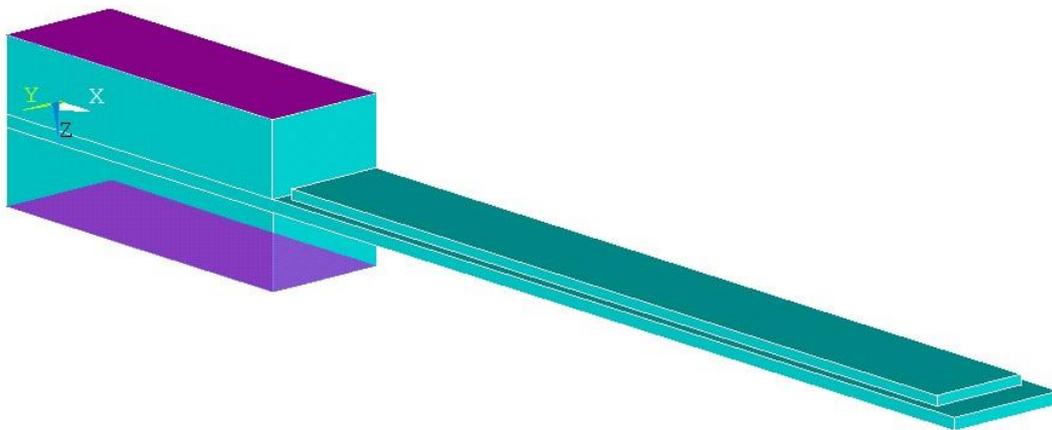


Fig. 4.1.1 \_ Superfici vincolate lungo X, Y e Z (evidenziate in viola)

#### ***VINCOLO DI TRASLAZIONE 2:***

Il sistema che si sta modellando (comprensivo di lamella di acciaio, attuatore piezoelettrico ed incastro) è ripetuto numerose volte in direzione Y, ovvero affiancate alla lamella modellata, nel sistema reale ne sono presenti altre; inoltre a gruppi di 8 le lamelle sono parte di un singolo componente denominato “pettine”. Dunque per simulare questa simmetria del sistema ai

nodi appartenenti alle superfici laterali dell'incastro viene inibita la traslazione solamente in direzione Y (Fig. 4.1.2).

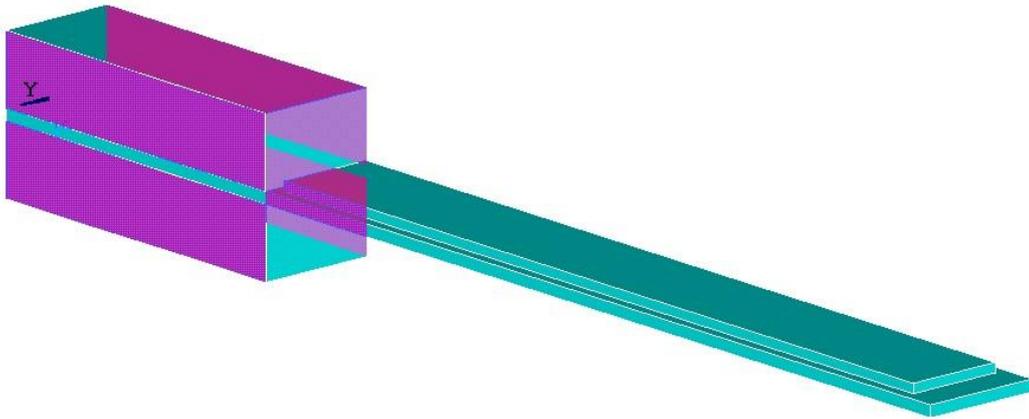


Fig. 4.1.2 \_ Superfici vincolate lungo Y (evidenziate in viola)

### 4.1.3 Condizioni al contorno di carico

#### *CONDIZIONE DI CARICO 1 (superficie di applicazione):*

Nel sistema reale la tensione di lavoro gestita da più schede elettroniche (Fig. 4.1.3) viene trasmessa al piezoelettrico tramite un contatto di gomma conduttiva posto alla base dell'attuatore (Fig. 4.1.4).



Fig. 4.1.3 \_ Schede elettroniche di comando

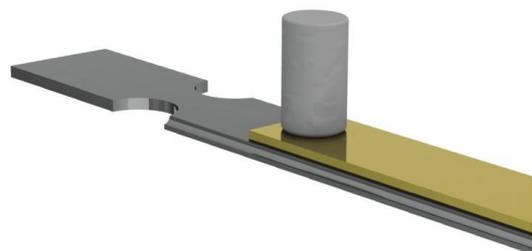


Fig. 4.1.4 \_ Contatto di gomma conduttiva

Poiché l'attuatore piezoelettrico è polarizzato in direzione Z, nonostante la tensione di lavoro venga applicata attraverso la superficie circolare del contatto gommoso, è possibile considerare (con buona approssimazione) la tensione elettrica di ingresso applicata a tutta la superficie superiore del piezoelettrico (Fig. 4.1.5).

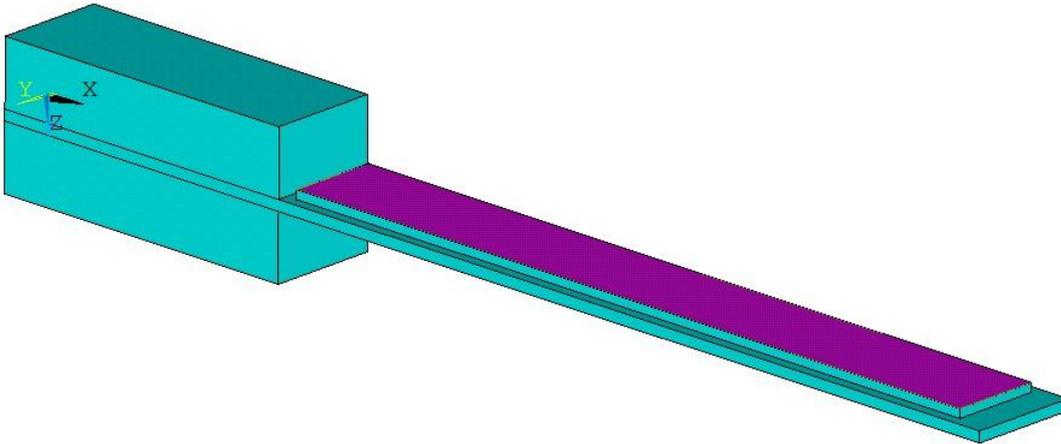


Fig. 4.1.5 \_ Superficie di applicazione del carico elettrico in volt (in viola)

***CONDIZIONE DI CARICO 2 (messa a terra):***

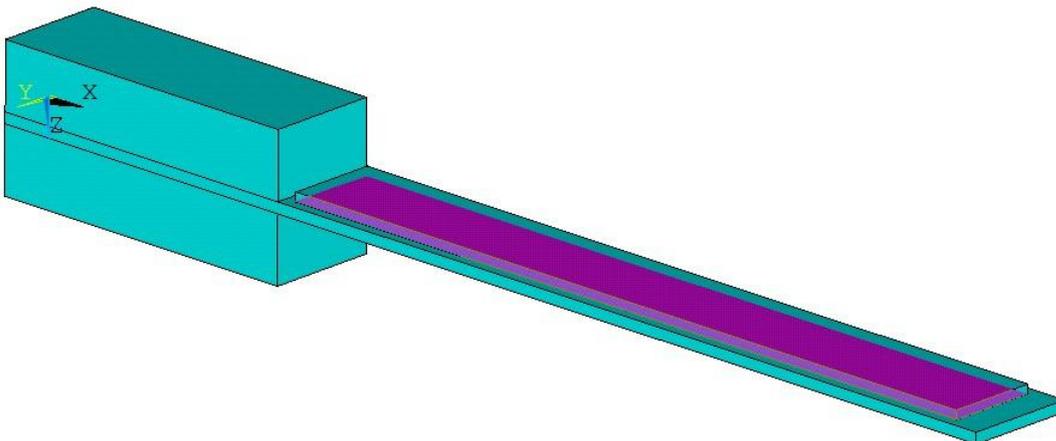


Fig. 4.1.6 \_ Superficie di messa a terra del carico elettrico a 0 V (in viola)

La lamella di acciaio ed il piezoelettrico sono uniti da un sottile strato di colla non conduttiva, che ne consente il contatto reciproco, ma, considerata l'elevata differenza di conduttività elettrica tra l'acciaio ed il materiale piezoelettrico ceramico, per simulare la messa a terra del sistema si è imposto ai nodi appartenenti alla superficie inferiore dell'attuatore piezoelettrico, ovvero quella a contatto con la lamella (Fig. 4.1.6), un valore nullo per il grado di libertà dei VOLT.

#### 4.1.4 Nodo di riferimento

Una parte consistente dei risultati ottenuti dalle analisi presentate ai capitoli 4 e 5, è messa a confronto con dei risultati di ampiezza della risposta determinati sperimentalmente. Tali valori di ampiezza sono stati misurati grazie ad un sensore induttivo posto al di sopra dell'estremità libera della lamella (vedi Fig. 2.2.1 e Fig. 2.2.2). Ovviamente i risultati ottenuti dalle simulazioni FEM devono essere paragonabili con i rilievi sperimentali, quindi, per definire l'ampiezza della risposta del sistema, verrà monitorato lo spostamento in direzione Z di un nodo posizionato sull'estremità libera della lamella di acciaio (Fig. 4.1.7).

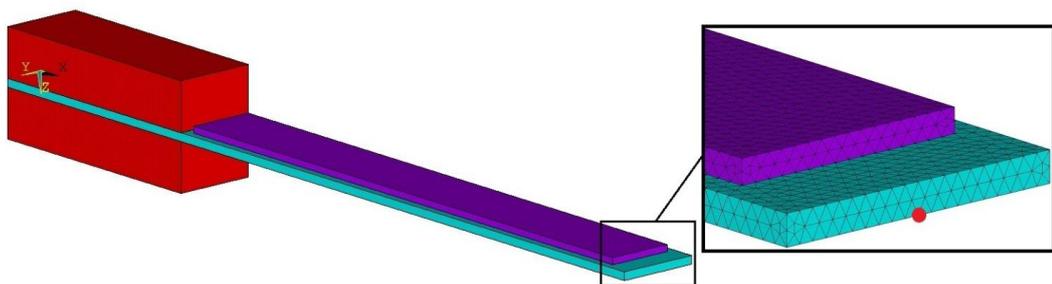


Fig. 4.1.7 \_ Nodo utilizzato per identificare la deformazione della lamella

## **4.2**     *Analisi statica*

### **4.2.1**     **Descrizione e scopo**

Tra le varie tipologie di analisi che possono essere effettuate con un programma di analisi agli elementi finiti, l'analisi statica è la più elementare tra queste. Una analisi statica calcola gli effetti di condizioni di carico statiche su di una struttura in equilibrio, ignorando effetti di inerzia e smorzamento, i quali sono causati da carichi e condizioni tempo-dipendenti. Con questa simulazione si vuole verificare la correttezza delle condizioni di carico elettrico applicate al modello, attraverso il confronto dei risultati dell'analisi statica con quelli provenienti dalla prova sperimentale di deformazione statica (vedi paragrafo 2.2.6).

## 4.2.2 Condizioni al contorno

In questa analisi si vuole simulare l'applicazione di una tensione elettrica continua all'attuatore piezoelettrico, incollato alla lamella di acciaio, e verificarne l'effetto sulla deformazione in direzione Z dell'estremità libera della lamella.

L'analisi è stata eseguita per 10 valori di tensione applicata tra 25 e 250 volt (con passo 25V).

La distribuzione della mesh utilizzata per eseguire le analisi statiche prevede una dimensione media dell'elemento di 0,3 mm per la lamella di acciaio e per l'attuatore piezoelettrico, mentre per l'incastro è stata utilizzata una dimensione media dell'elemento di 1 mm, con un successivo affinamento della mesh nella zona più avanzata dell'incastro (vedi Fig. 3.3.6).

$$D = d_{ij} * T + \epsilon^T * E \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

Se si rimane in campo elastico e quindi nell'ambito delle piccole deformazioni e delle piccole tensioni elettriche applicate, questa relazione lineare (spiegata al paragrafo 1.3.7) si mantiene valida, dunque è lecito attendersi dalla simulazione un rapporto perfettamente lineare tra tensione elettrica e deformazione della lamella.

## 4.2.3 Esposizione dei risultati

Come ipotizzato, i dati raccolti in tabella dimostrano che il rapporto tra tensione elettrica applicata e deformazione della lamella è lineare. In Fig. 4.2.1 si nota la distribuzione del potenziale elettrico, la quale decresce linearmente in direzione Z dalla superficie di applicazione del carico elettrico, alla superficie utilizzata per simulare la messa a terra del sistema: i nodi appartenenti alla prima superficie hanno un potenziale elettrico pari alla tensione applicata, ai nodi appartenenti alla seconda superficie è stato imposto il vincolo di potenziale elettrico nullo.

Tensione elettrica [ V ]	Spostamento Z [ mm ]
25	-0.0101146
50	-0.0202291
75	-0.0303437
100	-0.0404583
125	-0.0505728
150	-0.0606874
175	-0.0708020
200	-0.0809166
225	-0.0910311
250	-0.1011460

L'applicazione del carico elettrico provoca la deformazione dell'attuatore. Il piezoelettrico è però incollato alla lamella di acciaio, alla quale trasmette un momento flettente che determina una flessione in direzione Z del sistema.

La configurazione della deformata statica indotta dal carico elettrico applicato è da confrontare con la 1<sup>a</sup> forma modale individuata nel corso dell'analisi modale (paragrafo 4.3.3).

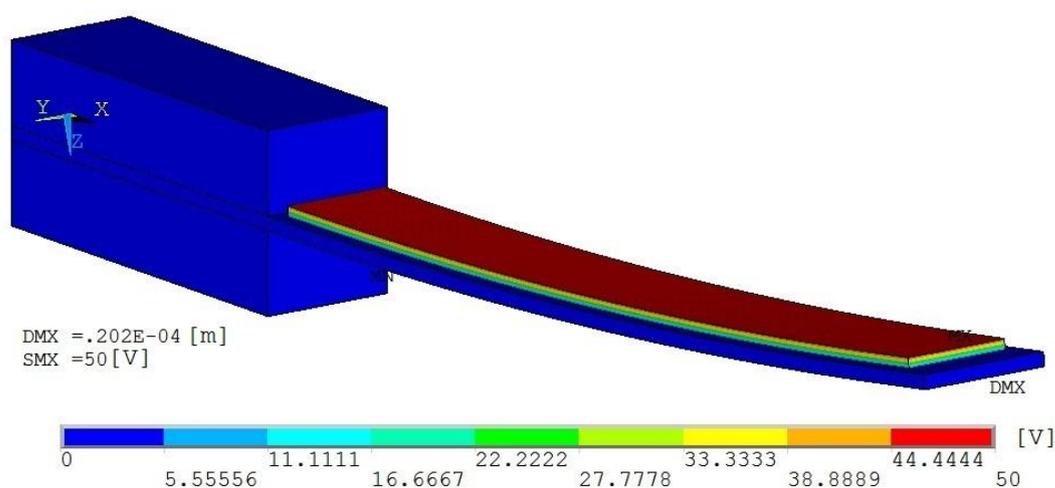


Fig. 4.2.1 \_ Distribuzione del potenziale elettrico per tensione applicata 50V

## 4.2.4 Confronto e conclusioni

Sia nella prova sperimentale che nell'analisi statica, il rapporto tra tensione elettrica e spostamento risulta lineare; ne consegue che la differenza percentuale tra le deformazioni ottenute dalle analisi statiche e gli spostamenti rilevati nella prova sperimentale è costante al variare della tensione ed è pari all' 1,1457%. Tale errore relativo è inferiore all'incertezza delle misurazioni effettuate nel corso della prova sperimentale di deformazione statica; dunque risulta chiaro che le condizioni di carico elettrico imposte al modello agli elementi finiti sono coerenti e validate, quantomeno in ambito statico (Fig. 4.2.2).

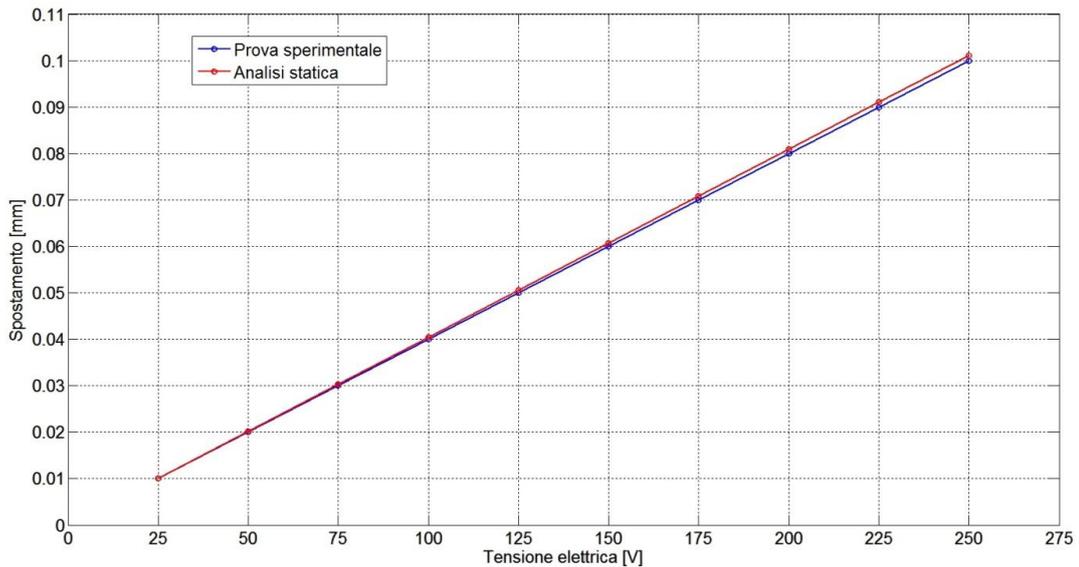


Fig. 4.2.2 \_ Comparazione dei risultati di analisi statica e prova sperimentale

## 4.3 *Analisi modale*

### 4.3.1 **Descrizione**

Una analisi modale viene eseguita per determinare le frequenze naturali ed i modi di vibrare di una struttura, i quali sono fondamentali per definirne il comportamento dinamico. L'equazione del moto per un sistema non smorzato, espressa nella forma matriciale è:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

Dove:

$[M]$  = matrice massa;

$[K]$  = matrice rigidezza;

$\{\ddot{u}\}$  = vettore accelerazioni nodali;

$\{u\}$  = vettore spostamenti nodali.

Per un sistema lineare, come ad esempio il modello agli elementi finiti studiato in questo elaborato di tesi, le vibrazioni libere del sistema saranno armoniche della forma:

$$\{u\} = \{\varphi\}_i \cos \omega_i t$$

Dove:

$\{\varphi\}_i$  = autovettore rappresentativo dell'i-esimo modo di vibrare, ovvero quello relativo all'i-esima frequenza naturale del sistema;

$\omega_i$  = i-esima pulsazione naturale [rad/s]

$t$  = tempo [s]

Quindi considerando questa forma per il vettore spostamento e nell'ipotesi di: struttura lineare ( $[M]$  e  $[K]$  costanti), nessuno smorzamento e vibrazioni libere ( $\{F\} = \{0\}$ ), si perviene all'equazione:

$$(-\omega_i^2[M] + [K])\{\varphi\}_i = \{0\}$$

Le cui soluzioni sono:

- $\{\varphi\}_i = \{0\}$
- $([K] - \omega^2[M]) = 0$

La prima è una soluzione banale del sistema e quindi di scarso interesse; la seconda equazione invece rappresenta un problema agli autovalori, il quale può essere risolto per  $n$  valori di  $\omega^2$  ed  $n$  autovettori  $\{\varphi\}_i$ , dove  $n$  è il numero di gradi di libertà (degrees of freedom, DOFs) del sistema considerato.

Dalle pulsazioni naturali del sistema  $\omega_i$  possono poi essere ottenute le frequenze naturali  $f_i$ , le quali sono di particolare interesse, grazie alla:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

Per quanto riguarda l'esecuzione di una analisi modale all'interno del software di analisi agli elementi finiti, è da ricordare che questo non tiene conto delle non-linearità del sistema: se un modello presenta una non-linearità di qualsiasi tipo, il software considera la legge di comportamento relativa alle condizioni iniziali del sistema per tutta la durata dell'analisi modale. In questo senso il fatto che il modello utilizzato non contenga alcuna non-linearità, rappresenta un importante vantaggio.

Un'altra questione rilevante riguarda i carichi applicati al modello: lo scopo di una analisi modale è l'individuazione delle frequenze naturali e dei modi di vibrare del sistema; queste sono caratteristiche proprie del sistema che si sta studiando e sono indipendenti dalle condizioni di carico. Per questa ragione, se sono stati applicati dei carichi al modello, durante lo svolgimento di una analisi modale, questi vengono ignorati e lo studio viene effettuato sulla struttura scarica.

### **4.3.2 Condizioni al contorno**

Oltre alle condizioni di vincolo citate al paragrafo 4.1, si fa presente che la distribuzione della mesh utilizzata per eseguire l'analisi modale prevede una dimensione media dell'elemento di 0,3 mm per la lamella di acciaio e per l'attuatore piezoelettrico, mentre per l'incastro è stata utilizzata una dimensione media dell'elemento di 1 mm, con un successivo affinamento della mesh nella zona più avanzata dell'incastro (vedi Fig. 3.3.6).

### **4.3.3 Esposizione dei risultati**

Di seguito si riportano le prime 6 frequenze naturali del sistema ed i relativi modi di vibrare. Si ricorda che i modi di vibrare di un sistema in output da una analisi modale sono noti a meno di una costante moltiplicativa, ovvero

di un fattore di scala; per questo motivo alle forme modali che verranno presentate non verrà associata alcuna grandezza o valore assoluto, ma ne verrà appunto mostrata solamente la forma. Le scale cromatiche adottate per le forme modali hanno come unico scopo il miglioramento della comprensione della forma assunta dal sistema.

<i>Modo</i>	<i>Frequenza [ Hz ]</i>	<i>Tipo</i>
1	340,67	Flessionale 1
2	2194,1	Laterale
3	2216,7	Flessionale 2
4	5457,3	Torsionale
5	6318,6	Flessionale 3
6	12447	Flessionale 4

Le frequenze naturali del sistema riportate, sono relative alla dimensione degli elementi utilizzata per l'analisi modale svolta, quindi in analisi successive nelle quali potrebbe essere utilizzata una densità della mesh differente, le frequenze di risonanza potrebbero subire delle variazioni, comunque inferiori allo 0,5%.

### 1° modo di vibrare

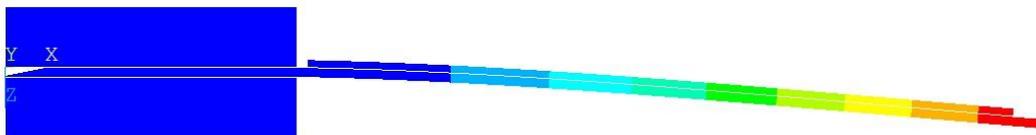


Fig. 4.3.1 \_ 1<sup>a</sup> forma modale 340,67 Hz (vista laterale)

L'amplificazione dell'ampiezza di oscillazione della lamella di acciaio dovuta alla prossimità della frequenza di eccitazione dell'attuatore piezoelettrico con la frequenza naturale del primo modo di vibrare, è il

fenomeno su cui si basa il funzionamento del sistema. Il modello è stato infatti realizzato in modo che la prima frequenza naturale fosse vicina ai 340Hz del picco di risonanza rilevato durante le prove sperimentali (vedi paragrafo 2.2.4).

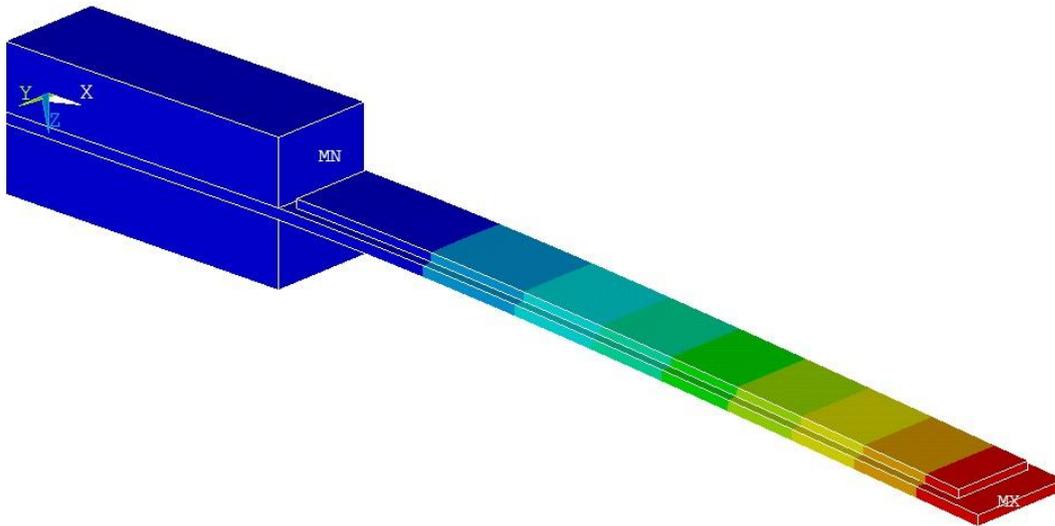
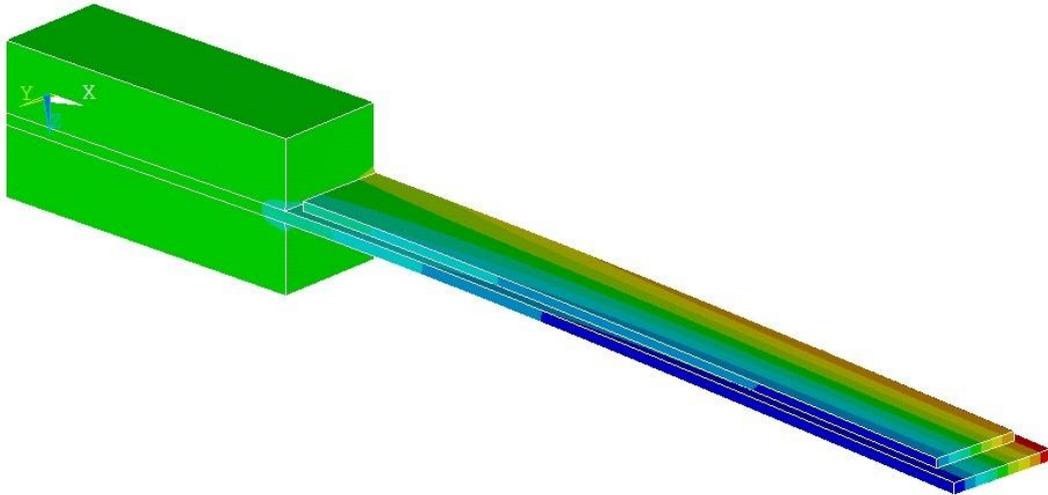


Fig. 4.3.2 \_ 1<sup>a</sup> forma modale 340,67 Hz

Il primo modo di vibrare è flessionale e la sua forma modale è descritta da una deformazione, ovvero una flessione, della lamella sul piano XZ. La forma non presenta linee nodali ed essendo questo il modo di vibrare a frequenza più bassa, è di conseguenza quello le cui ampiezze della risposta saranno maggiori.

### **2° modo di vibrare**

La frequenza di risonanza relativa al secondo modo di vibrare (pari a 2194,1 Hz) è circa 6,5 volte maggiore della prima frequenza naturale. La sua forma modale è descritta da una flessione laterale (sul piano XY) della lamella e non presenta linee nodali. Essendo il piano di deformazione diverso da quello sul la quale agisce l'attuatore che movimentata il sistema, questo modo di vibrare non verrà eccitato durante il normale funzionamento della decoratrice digitale a secco "DDD".

Fig. 4.3.3 \_ 2<sup>a</sup> forma modale 2194,1 Hz

### 3° modo di vibrare

Anche la frequenza di risonanza relativa al terzo modo di vibrare (pari a 2216,7 Hz) è circa 6,5 volte maggiore della prima frequenza naturale. La sua forma modale è descritta da una flessione sul piano XZ della lamella e presenta una linea nodale. Poiché il piano di deformazione della forma modale coincide con quello sul quale l'attuatore piezoelettrico flette la lamella, è possibile che questo modo di vibrare venga eccitato. Considerando che a modi di vibrare più elevati sono associati coefficienti di smorzamento maggiori, si ha che l'influenza del terzo modo di vibrare sulla risposta libera del sistema libera è molto contenuta e si nota solamente nelle primissime oscillazioni del sistema.

Per quanto riguarda la risposta forzata, poiché le frequenze di lavoro sono ben lontane dalla terza frequenza naturale, durante il normale funzionamento del macchinario non si percepisce l'influenza del 3° modo di vibrare nemmeno sulle prime oscillazioni; è però possibile eccitare questo modo comandando tramite schede elettroniche la frequenza di vibrazione dell'attuatore piezoelettrico a valori prossimi a quelli della terza frequenza naturale.

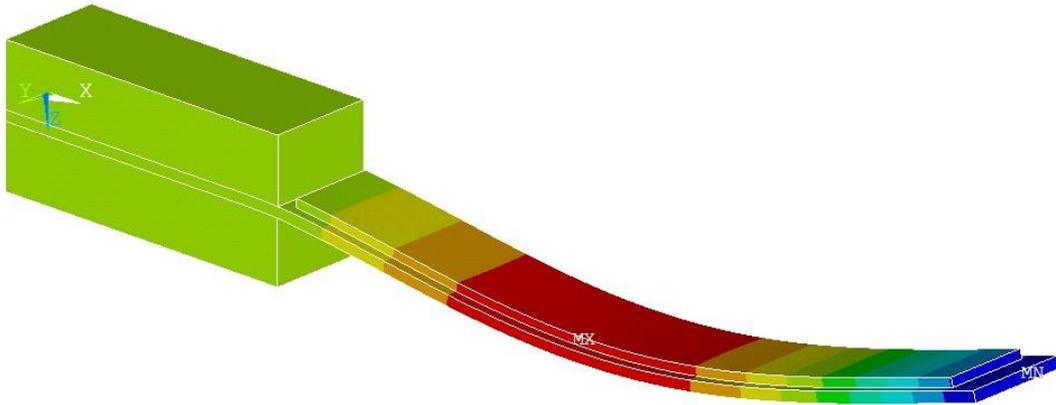


Fig. 4.3.4 \_ 3<sup>a</sup> forma modale 2216,7 Hz

#### **4° modo di vibrare**

La 4<sup>a</sup> forma modale è torsionale, la sua frequenza naturale è di 5457,3 Hz, ed è descritta da una deformazione sul piano YZ, ovvero dalla torsione attorno all'asse X della lamella e presenta una linea nodale proprio in corrispondenza di questo asse. Analogamente a quanto detto per il 2° modo, anche il 4° modo di vibrare non viene eccitato dall'azione dell'attuatore piezoelettrico.

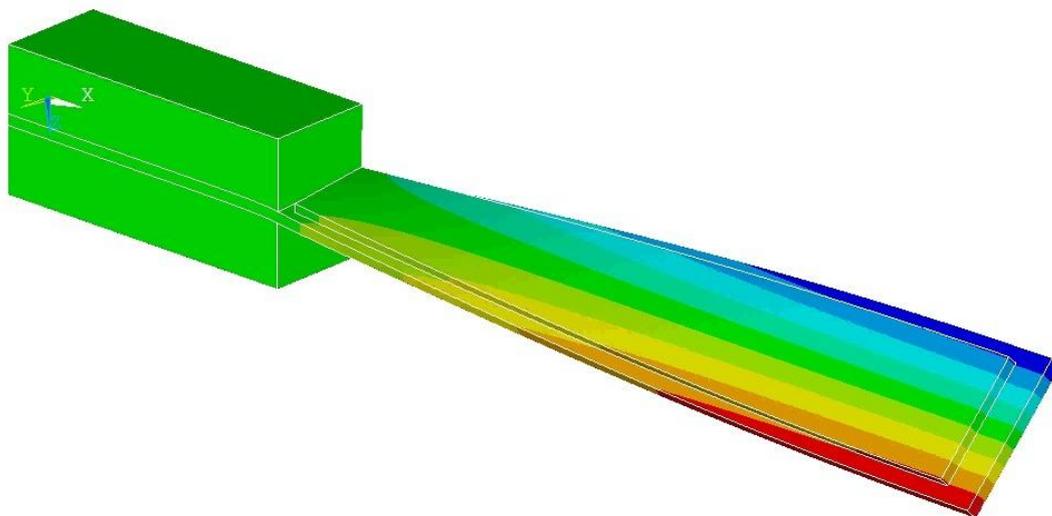


Fig. 4.3.5 \_ 4<sup>a</sup> forma modale 5457,3 Hz

**5° modo di vibrare**

La frequenza di risonanza relativa al quinto modo di vibrare è pari a 6318,6 Hz. La 5<sup>a</sup> forma modale è flessionale; essa è descritta da una deformazione della lamella sul piano XZ e presenta due linee nodali. Alle frequenze di eccitazione di lavoro questo modo non viene eccitato, nonostante la direzione della deformata coincida con la direzione di flessione dell'attuatore piezoelettrico.

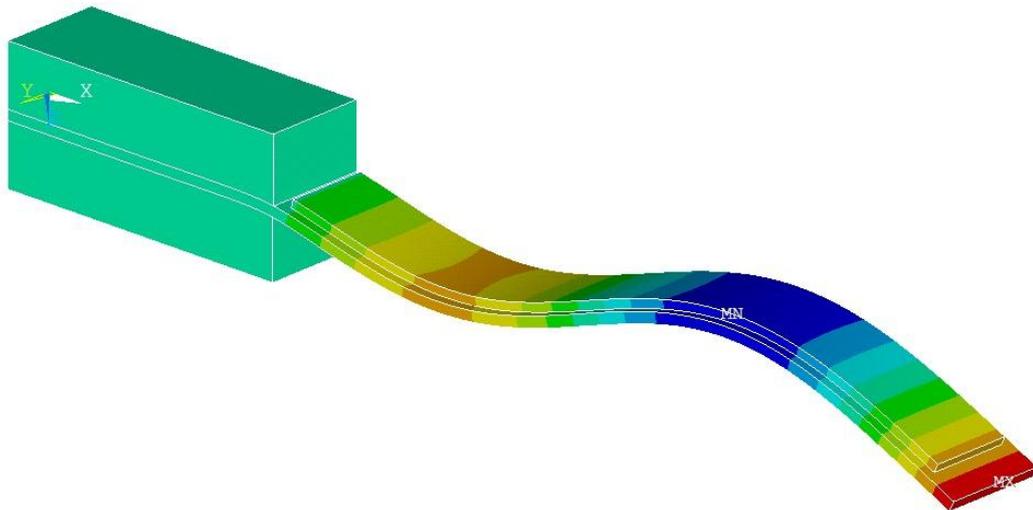


Fig. 4.3.6 \_ 5<sup>a</sup> forma modale 6318,6 Hz

**6° modo di vibrare**

La frequenza di risonanza relativa al sesto modo di vibrare è pari a 12447 Hz. Analogamente a quanto detto per il 5° modo, anche la forma del 6° modo di vibrare è flessionale; è descritta da una deformazione della lamella sul piano XZ, ma presenta tre linee nodali. Alle frequenze di eccitazione di lavoro questo modo non viene eccitato, nonostante la direzione della deformata coincida con la direzione di flessione dell'attuatore piezoelettrico.

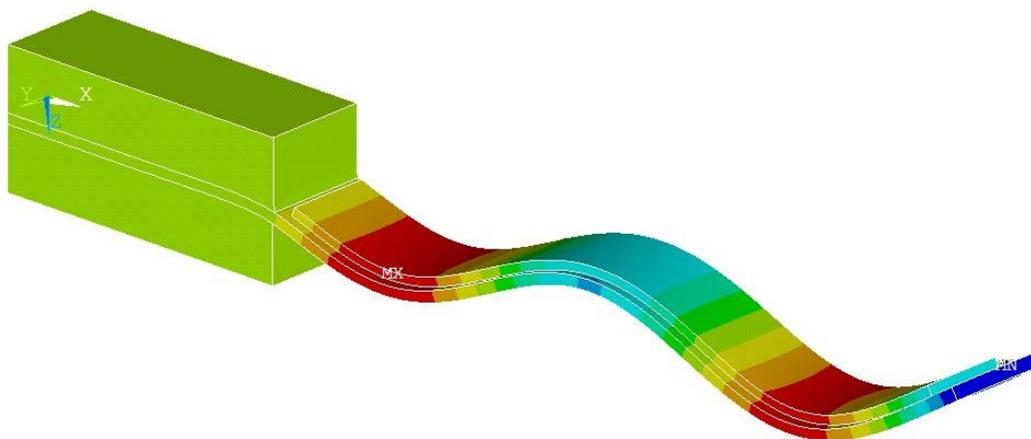


Fig. 4.3.7 \_ 6<sup>a</sup> forma modale 12447 Hz

### 4.3.4 Conclusioni

In Fig. 4.3.8 sono esposti i risultati sperimentali relativi al 3<sup>o</sup> modo di vibrare del sistema, messi a confronto con la 3<sup>a</sup> frequenza naturale ottenuta dall'analisi modale. Il picco di risonanza misurato sperimentalmente si attesta ad un valore di circa 2170 Hz; l'analisi modale ha restituito un valore per la 3<sup>a</sup> frequenza propria di 2216,7 Hz.

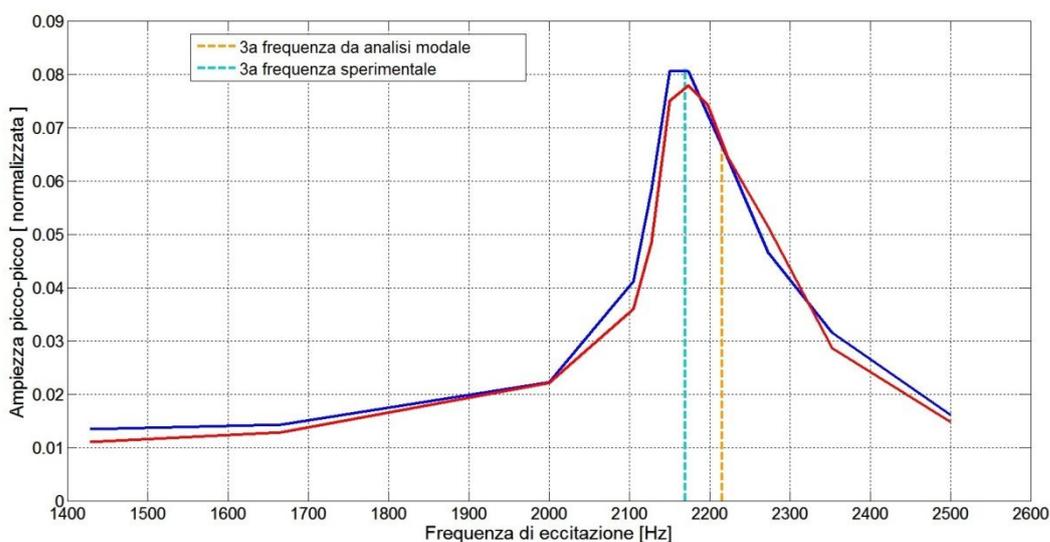


Fig. 4.3.8 \_ 3<sup>a</sup> frequenza naturale: confronto tra prova sperimentale e modello

L'analisi modale sovrastima il rilievo sperimentale del 2,1%; considerando che il modello agli elementi finiti è stato realizzato con l'obiettivo di replicare la prima frequenza naturale ( $f_{TARGET} = 340 \text{ Hz}$ ), la differenza di frequenza sul 3° modo di vibrare è da considerarsi contenuta e assolutamente accettabile.

Per quanto riguarda l'ampiezza di risposta a regime al picco di risonanza, il valore relativo al 3° modo di vibrare è circa uguale all'8% del valore minimo acquisito per il primo modo durante la prova sperimentale illustrata al paragrafo 2.2.4; questa grande differenza non stupisce in quanto, dalla meccanica delle vibrazioni, è noto che a parità di sistema, alle frequenze di risonanza naturali più elevate, sono associate le ampiezze di risposta più ridotte.

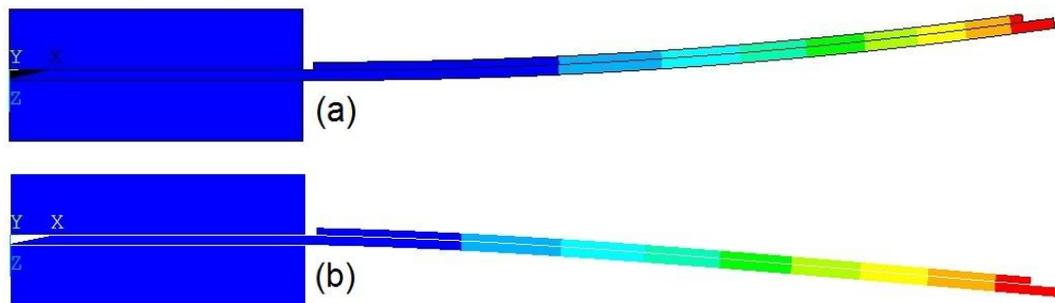


Fig. 4.3.9 \_ Deformata statica (a) e prima forma modale (b) a confronto

È infine da sottolineare il confronto visivo tra la deformata indotta sul sistema da una tensione continua, simulata nel corso dell'analisi statica e la prima forma modale: è evidente la corrispondenza tra le due forme, la quale fa intuire che l'azione del carico elettrico ecciti prevalentemente il primo modo di vibrare del sistema. Considerando poi che in normali condizioni di funzionamento le frequenze di eccitazione della decoratrice digitale a secco "DDD" sono nell'intorno della prima frequenza di risonanza, risulta che nessun modo di vibrare oltre al 1°, può dare contributi rilevanti alla risposta del sistema.

## **4.4**     *Analisi di risposta armonica*

### **4.4.1**     **Descrizione**

Ogni carico ciclico, o forzante armonica, produce una risposta ciclica (armonica) in un sistema strutturale. L'analisi di risposta armonica permette di prevedere il comportamento dinamico forzato della struttura. Permette inoltre di verificare se il sistema resiste a pericolosi e spesso indesiderati fenomeni dovuti alle vibrazioni forzate, come ad esempio risonanza e fatica.

L'analisi di risposta armonica è una tecnica utilizzata per determinare la risposta a regime (steady-state response) di una struttura lineare ad un carico che varia sinusoidalmente nel tempo. L'idea è quella di calcolare la risposta della struttura ad un certo numero (solitamente elevato) di frequenze ed ottenere un grafico di risposta di alcune quantità (solitamente spostamenti) al variare della frequenza. Le risposte di picco sono quindi identificate su un grafico.

Questa tecnica di analisi considera solamente le vibrazioni forzate della struttura a regime. Le vibrazioni di transitorio, che avvengono all'inizio dell'eccitazione non sono tenute in conto in una analisi di risposta armonica.

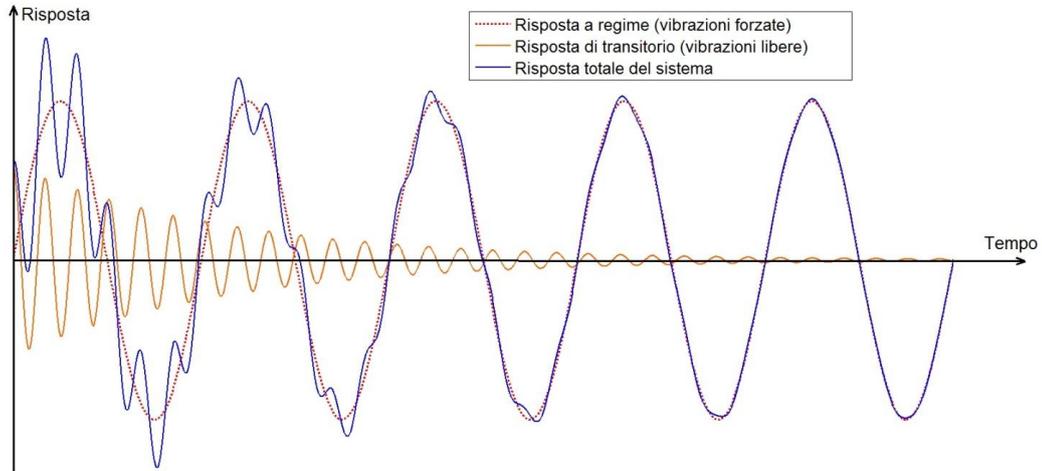


Fig. 4.4.1 \_ Risposta di un sistema strutturale

In una analisi di risposta armonica è valido solo il comportamento lineare. Elementi non lineari, se presenti, verranno trattati come se fossero lineari. Se vengono incluse superfici di contatto, per esempio, la loro rigidità è calcolata basandosi sullo stato iniziale e non viene mai modificata, per tutta la durata dell'analisi.

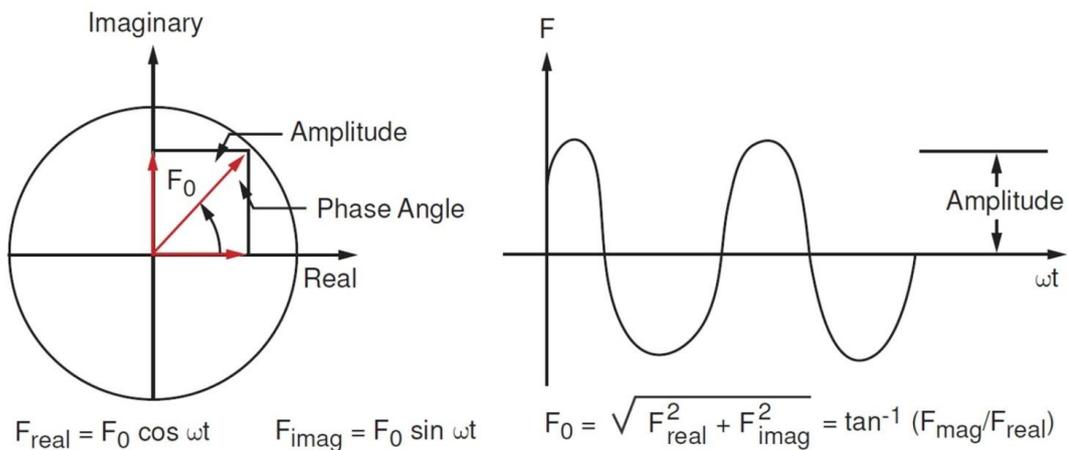


Fig. 4.4.2 \_ Rappresentazione complessa di una forzante armonica

Un'analisi di risposta armonica, per definizione, assume che ogni carico applicato al modello abbia una variazione sinusoidale (armonica) nel tempo. Per definire in modo univoco il carico armonico, sono solitamente richiesti tre dati: l'ampiezza l'angolo di fase ed il range di frequenze della forzante.

L'angolo di fase è indice del tempo di ritardo (o di anticipo) tra il carico ed il frame di riferimento. Sul piano complesso è l'angolo misurato a partire dall'asse reale. L'angolo di fase è richiesto solo se sono presenti più carichi sfasati tra loro e il sistema studiato presenta solamente il carico elettrico imposto dall'attuatore piezoelettrico; di conseguenza per la definizione del carico applicato nelle analisi di risposta armonica, sarà sufficiente precisarne l'ampiezza ed il range di frequenze.

## 4.4.2 Smorzamento proporzionale

Lo smorzamento nelle strutture è dovuto principalmente a fenomeni di isteresi e/o di attrito negli elementi di collegamento. Questi fenomeni sono però difficili da modellare e da inserire nelle equazioni di dinamica strutturale, per cui il fenomeno dello smorzamento è generalmente approssimato dallo smorzamento viscoso, attraverso il rapporto di smorzamento  $\xi$ . Il valore di  $\xi$  dipende dal materiale e dal livello di tensione relativo.

Uno dei modelli di smorzamento viscoso più utilizzati è lo smorzamento proporzionale, o di Rayleigh, secondo il quale la matrice di smorzamento  $[C]$  è una combinazione lineare della matrice rigidezza e della matrice di massa, cioè:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

Dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono le costanti di smorzamento di Rayleigh. La matrice così ottenuta è ortogonale e permette di semplificare notevolmente l'analisi.

La relazione tra  $\alpha$ ,  $\beta$  ed il fattore di smorzamento  $\xi$  è:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right)$$

In Fig. 4.4.3 è illustrato un andamento tipico dello smorzamento proporzionale  $\xi$  in funzione della frequenza. All'atto pratico è stato riscontrato che lo smorzamento M-proporzionale, definito dal coefficiente  $\alpha$ , può rappresentare uno smorzamento dovuto ad attrito, mentre lo smorzamento K-proporzionale, definito dal coefficiente  $\beta$ , può rappresentare lo smorzamento interno del materiale.

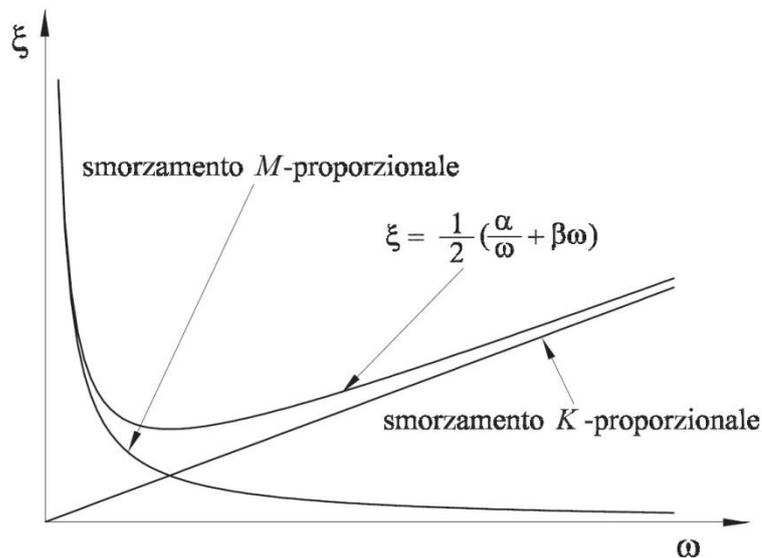


Fig. 4.4.3 \_ Smorzamento proporzionale

Il sistema modellato non presenta organi in movimento o superfici di attrito, quali coppie rotoidali o prismatiche; è pertanto lecito ipotizzare che la maggior parte dello smorzamento del sistema sia di tipo isteretico, ovvero dovuto all'attrito interno del materiale.

Lo smorzamento del sistema verrà modellato attraverso il solo coefficiente  $\beta$ , ottenendo uno smorzamento proporzionale alla matrice rigidezza [K] della struttura.

### 4.4.3 Obiettivo dell'analisi

Il carico elettrico che genera la vibrazione delle lamelle, viene applicato agli attuatori piezoelettrici tramite delle schede elettroniche che gestiscono la forma e la frequenza, attraverso il controllo del periodo, del segnale. In particolare la forma d'onda della tensione elettrica in ingresso agli attuatori è quadra e la sua intensità varia tra 0 e la tensione di lavoro  $V_l$ .

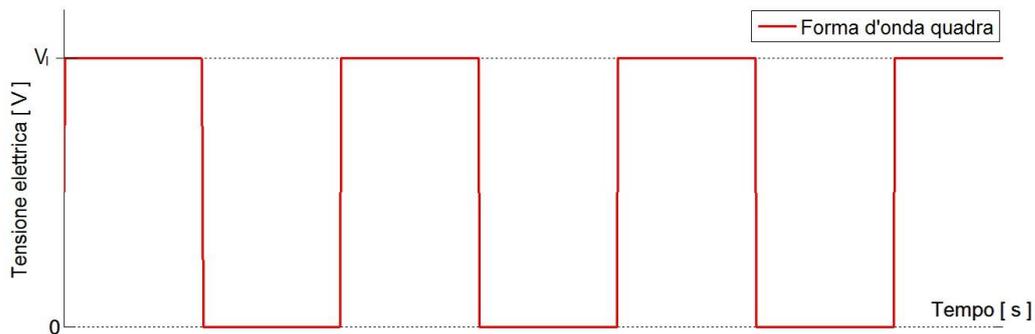


Fig. 4.4.4 \_ Forma d'onda del carico elettrico

Per definizione in un'analisi di risposta armonica, se è presente solo un carico  $F$ , questo varia sinusoidalmente secondo la funzione:

$$F = A * \sin(2\pi\omega * t)$$

Dove:  $A$  = ampiezza del carico

$\omega$  = pulsazione [rad/s]

$t$  = tempo [s]

La forzante armonica oscilla sinusoidalmente tra  $+A$  e  $-A$ , per cui è chiaro che le condizioni di carico in una analisi di risposta armonica non possono replicare con precisione quelle imposte sul sistema reale studiato.

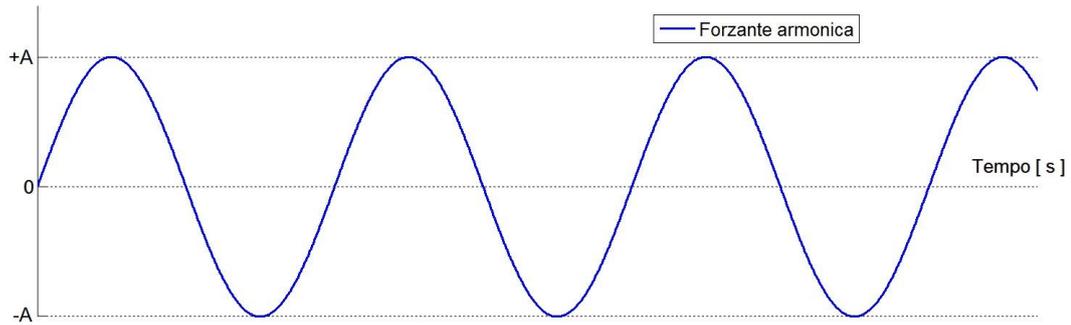


Fig. 4.4.5 \_ Forzante armonica

Per riprodurre in maniera esatta le condizioni reali di carico elettrico è necessario eseguire una analisi dinamica, la quale tiene in conto anche del transitorio di avviamento del sistema e non solo della risposta regime. Relativamente al modello agli elementi finiti studiato, il tempo computazionale richiesto per svolgere un'analisi dinamica è di due ordini di grandezza superiore rispetto a quello richiesto per un'analisi di risposta armonica.

Tuttavia, per una previsione indicativa della risposta del sistema e per la determinazione del coefficiente di smorzamento K-proporzionale  $\beta$ , è lecito fare ricorso ad un'analisi di risposta armonica se nella lettura e nell'interpretazione dei risultati si tiene conto della differenza tra le condizioni in cui si svolge l'analisi e le reali condizioni di carico elettrico.

#### 4.4.4 Condizioni al contorno

Alla luce delle considerazioni esposte al paragrafo precedente, l'ampiezza del carico elettrico armonico è posta uguale alla metà del valore della tensione di lavoro:

- Ampiezza del carico =  $\frac{V_l}{2}$

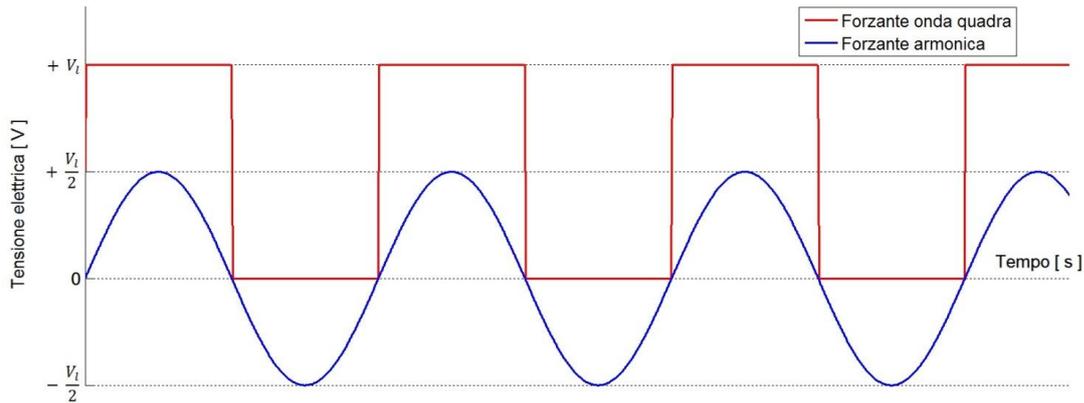


Fig. 4.4.6 \_ Confronto tra forzante armonica e forzante reale (onda quadra)

La scelta del range di frequenze in cui eseguire l'analisi è stata effettuata considerando le frequenze per cui sono disponibili i valori di ampiezza della risposta a regime del sistema (vedi Fig. 2.2.11):

- Range di frequenze = (300 ÷ 400) Hz

L'analisi di risposta armonica viene eseguita per un numero finito di frequenze all'interno del range: lontano dal picco di risonanza il passo di analisi sarà abbastanza elevato (5 Hz), mentre nell'intorno del picco di risonanza (330 ÷ 350) Hz il passo sarà più fine (1 Hz).

La distribuzione della mesh utilizzata per eseguire le analisi di risposta armonica prevede una dimensione media dell'elemento di 0,3 mm per la lamella di acciaio e per l'attuatore piezoelettrico, mentre per l'incastro è stata utilizzata una dimensione media dell'elemento di 1 mm, con un successivo affinamento della mesh nella zona più avanzata dell'incastro (vedi Fig. 3.3.6).

In output dall'analisi di risposta armonica si otterrà l'ampiezza di oscillazione a regime del nodo di riferimento (vedi paragrafo 4.1.7), alle diverse frequenze di eccitazione definite all'interno del range.

L'analisi verrà ripetuta per diversi valori del coefficiente di smorzamento  $\beta$ .

## 4.4.5 Esposizione dei risultati

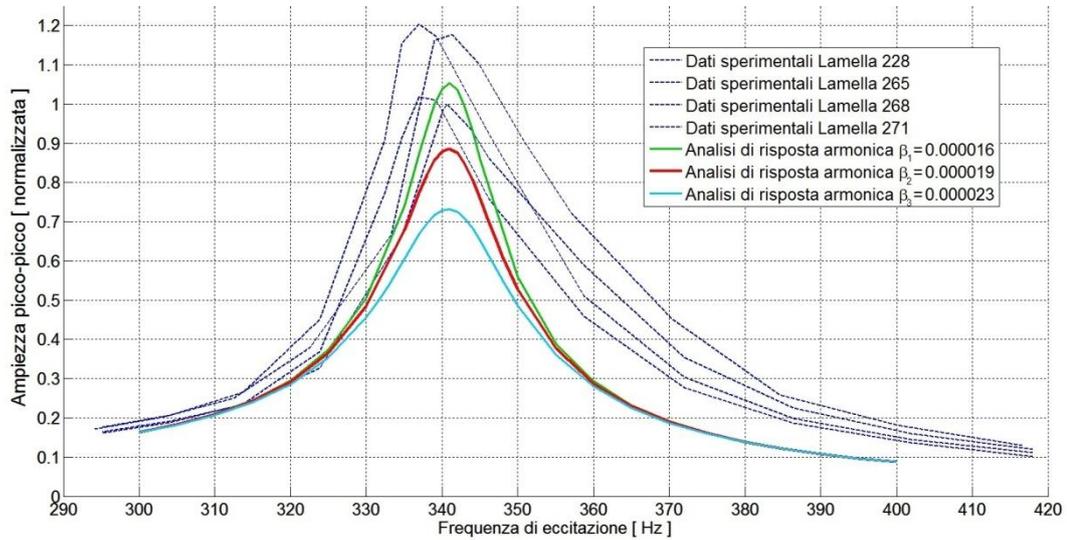


Fig. 4.4.7 \_ Analisi di risposta armonica per 3 diversi valori di  $\beta$ : confronto con i valori obiettivo sperimentali

Come detto, le analisi di risposta armonica proposte sono utili alla previsione indicativa della risposta del sistema e ad una stima del coefficiente  $\beta$ . Con un'applicazione di un carico elettrico con una forma d'onda quadra, ci si attende una risposta del sistema superiore a quella prodotta da un carico armonico, dunque è plausibile il fatto che l'analisi di risposta armonica sottostimi l'ampiezza della risposta a regime misurata sperimentalmente, in particolar modo per frequenze di eccitazione superiori alla frequenza di risonanza naturale.

In Fig. 4.4.7 sono mostrati i risultati relativi a tre diversi coefficienti:

- $\beta_1 = 1,6 e^{-5}$
- $\beta_2 = 1,9 e^{-5}$
- $\beta_3 = 2,3 e^{-5}$

Ovviamente ad uno smorzamento più elevato corrisponde una risposta minore, inoltre si nota come il coefficiente di smorzamento K-proporzionale  $\beta$

abbia un'influenza sulla risposta del sistema molto maggiore alle frequenze di eccitazione vicine al picco di risonanza del sistema; allontanandosi dalla prima frequenza naturale, la risposta del sistema perde la dipendenza dal coefficiente di smorzamento  $\beta$ .

Alla luce di queste considerazioni, si stabilisce che il coefficiente di smorzamento  $\beta$  (in rosso in Fig. 4.4.7) più adatto ad essere impiegato nelle successive analisi dinamiche vale:

$$\beta_2 = 1,9 e^{-5}$$

Utilizzando la distribuzione della mesh definita al paragrafo 4.4.4, il tempo computazionale richiesto per determinazione di uno dei punti delle curve di risposta armonica mostrate è molto contenuto e pari a circa 35s. Ciò significa che per il calcolo di una curva di risposta armonica costituita da 40 punti (corrispondenti a 40 frequenze differenti), come lo sono quelle ottenute in queste analisi, è sufficiente un tempo computazionale inferiore ai 24 minuti.

## **4.5**      *Analisi dinamica e validazione*

### **4.5.1**    **Introduzione**

In base alla grafica che si vuole riprodurre, il funzionamento della decoratrice digitale a secco DDD prevede l'attivazione temporanea dei piezoelettrici, e quindi la vibrazione delle lamelle, ad un ritmo più o meno irregolare; è dunque possibile che una lamella vibri in modo continuo per diversi secondi o che, al contrario, compia solo poche oscillazioni. Per la deposizione di una quantità di polvere equivalente ad un pixel della decorazione che si sta eseguendo, sono infatti sufficienti dalle 2 alle 5 oscillazioni della lamella, in base alla velocità di avanzamento della linea.

Per questi motivi è importante che il modello agli elementi finiti replichi il comportamento vibratorio del sistema reale sia nel transitorio di avviamento, sia nel funzionamento a regime.

In questo capitolo verrà validato il modello agli elementi finiti, sovrapponendo i risultati derivanti dalle analisi dinamiche con i dati sperimentali, sia per quanto riguarda l'ampiezza della risposta a regime in funzione della frequenza di vibrazione, che per il transitorio di avviamento.

## 4.5.2 Descrizione dell'analisi

Una analisi dinamica di transitorio (Transient dynamic analysis) è una tecnica utilizzata per determinare la risposta dinamica di una struttura sotto l'azione di generici carichi tempo-dipendenti. È possibile sfruttare questo tipo di analisi per determinare la variazione nel tempo di spostamenti, tensioni meccaniche, deformazioni e forze in una struttura, in risposta a qualsiasi combinazione di carichi statici, transitori ed armonici. La scala temporale del carico è tale da rendere non trascurabile gli effetti di smorzamento e gli effetti inerziali. L'equazione del moto su cui si basa la risoluzione di una analisi dinamica è:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\}$$

Dove:

$[M]$  = matrice massa;

$[C]$  = matrice smorzamento;

$[K]$  = matrice rigidezza;

$\{\ddot{u}\}$  = vettore accelerazioni nodali;

$\{\dot{u}\}$  = vettore velocità nodali;

$\{u\}$  = vettore spostamenti nodali;

$\{F(t)\}$  = vettore dei carichi.

Per ogni istante di tempo  $t$  queste equazioni possono essere pensate come ad un set di equazioni di equilibrio statico, le quali tengono conto anche delle forze di inerzia ( $[M]\{\ddot{u}\}$ ) e delle forze di smorzamento ( $[C]\{\dot{u}\}$ ).

Il software “Ansys Multiphysics” ricorre al metodo di integrazione del tempo di Newmark.

### 4.5.3 Passo di integrazione (ITS)

Il passo di integrazione utilizzato per la risoluzione delle equazioni del moto è l’incremento di tempo tra un istante di tempo  $t_n$  ed il successivo  $t_{n+1}$ ; viene chiamato “integration time step” (ITS).

La precisione delle soluzioni in output da un’analisi dinamica dipende fortemente dall’“integration time step” scelto. Più l’ITS è piccolo, maggiore è l’accuratezza dell’analisi. Un ITS troppo grande induce errori che influenzano negativamente la veridicità della soluzione in generale, ma soprattutto dei modi, e quindi delle frequenze, più elevati. Per contro un ITS troppo piccolo è causa di un eccessivo dispendio di risorse computazionali; inoltre l’impiego di time step eccessivamente ridotti può causare problemi dal punto di vista numerico: ad esempio in un problema con una scala di tempo totale unitaria, un ITS inferiore a  $10^{-10}$ , può provocare difficoltà numeriche.

Il passo di integrazione deve essere sufficientemente piccolo da poter risolvere adeguatamente le equazioni del moto della struttura. Poiché la risposta dinamica di un sistema strutturale può essere pensata come una combinazione di modi di vibrare, l’ITS deve permettere di risolvere il modo più alto che contribuisce alla risposta del sistema. Per lo schema di integrazione di Newmark, è stato riscontrato che una soluzione ragionevolmente accurata è ottenibile utilizzando approssimativamente 20 punti per ogni ciclo della più alta frequenza di interesse.

Detta  $f$  tale frequenza, il passo di integrazione è dato da:

$$ITS = \frac{1}{20 * f}$$

Se sono richiesti risultati di accelerazione dal modello, potrebbero essere necessari dei passi di integrazione anche inferiori a quelli risultanti da quest'ultima equazione.

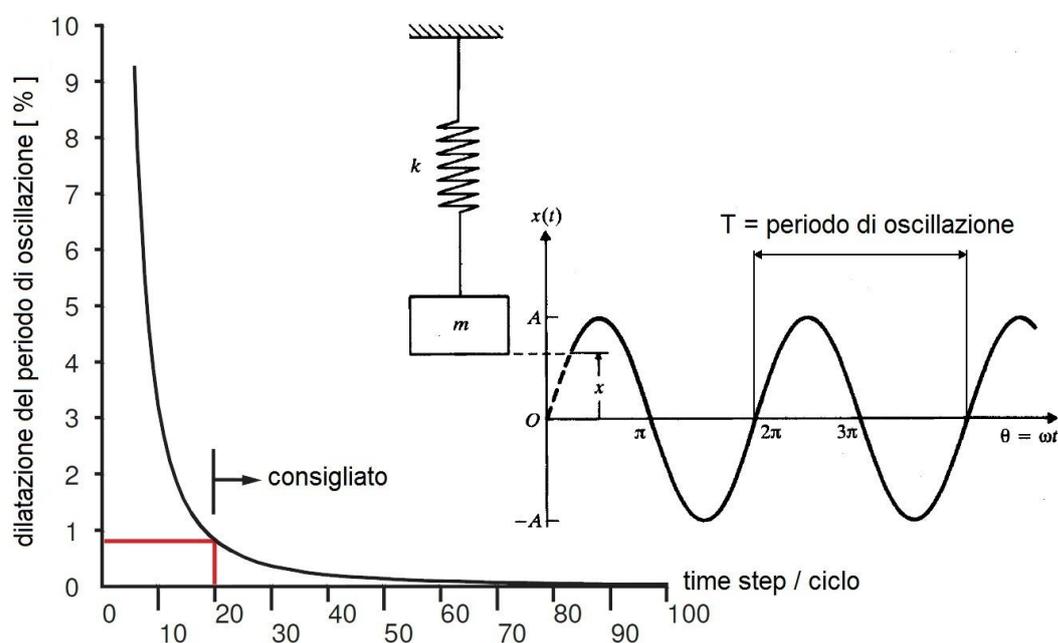


Fig. 4.5.1 \_ Influenza dell'ITS sulla risposta del sistema massa-molla SDOF

In Fig. 4.5.1 viene mostrata l'influenza dell'integration time step sul periodo di oscillazione di un sistema massa-molla a singolo grado di libertà (SDOF spring-mass system). Si nota che l'impiego di 20 o più punti per ciclo, si traduce in un errore sulla misura inferiore all'1%, in particolare l'errore dovuto all'utilizzo di un ITS troppo elevato è traducibile in una dilatazione del periodo di oscillazione; naturalmente si osserva che facendo tendere il numero di time step per ciclo ad un valore molto elevato, l'errore sulla misura tende a

zero, ovvero la soluzione approssimata converge al risultato della soluzione esatta.

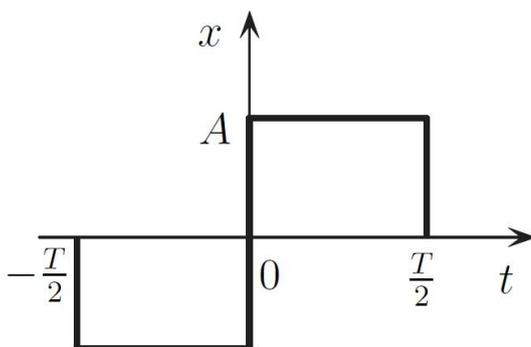
### 4.5.4 Definizione della funzione di carico

L'analisi dinamica si distingue in modo particolare dalle altre simulazioni, poiché offre la possibilità di applicare alla struttura in esame un set di carichi tempo-dipendenti, ognuno variabile secondo una funzione generica.

Come anticipato al paragrafo 4.4.3 il carico elettrico applicato agli attuatori piezoelettrici incollati alle lamelle ha una forma d'onda quadra. Al fine di svincolare il passo di integrazione dalla frequenza dell'onda del carico applicato è necessario esprimere l'eccitazione attraverso una funzione continua del tempo. La funzione onda quadra è una funzione periodica continua a tratti e non una funzione continua; un metodo adeguato per la definizione delle funzioni di questo tipo attraverso una funzione continua è lo sviluppo in serie di Fourier.

Lo sviluppo in serie di Fourier relativo ad segnale ad onda quadra alternato (Fig. 4.5.2) è espresso dall'equazione:

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \sin \Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t + \frac{1}{5} \sin 5\Omega t + \frac{1}{7} \sin 7\Omega t + \dots \right)$$



Dove:

$x(t)$  = intensità del segnale

A = ampiezza

T = periodo

$\Omega$  = pulsazione [rad/s]

t = tempo [s]

Fig. 4.5.2 \_ Segnale onda quadra alternato

La tensione elettrica applicata agli attuatori piezoelettrici ha un'intensità variabile tra 0 e la tensione di lavoro  $V_l$ , per cui l'ampiezza dell'onda sarà pari a:  $A = \frac{V_l}{2}$

Inoltre la funzione deve traslare di un valore pari all'ampiezza  $A$  lungo l'asse delle ordinate, per cui lo sviluppo in serie utilizzato per definire il carico elettrico applicato diviene:

$$V(t) = \frac{V_l}{2} + \frac{2 V_l}{\pi} \left( \sin \Omega t + \frac{1}{3} \sin 3\Omega t + \frac{1}{5} \sin 5\Omega t + \frac{1}{7} \sin 7\Omega t + \dots \right)$$

La funzione ottenuta dallo sviluppo in serie di Fourier è esprimibile attraverso una sommatoria di infiniti termini:

$$V(t) = \frac{V_l}{2} + \frac{2 V_l}{\pi} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)} \sin (2n-1)\Omega t \right)$$

È ovviamente impossibile implementare all'interno del software di analisi agli elementi finiti, una funzione costituita da infiniti termini; dunque, detto  $n$  il numero di termini, è necessario eseguire un troncamento della serie all' $n$ -esimo termine; la funzione risultante sarà di conseguenza un'approssimazione della funzione esatta.

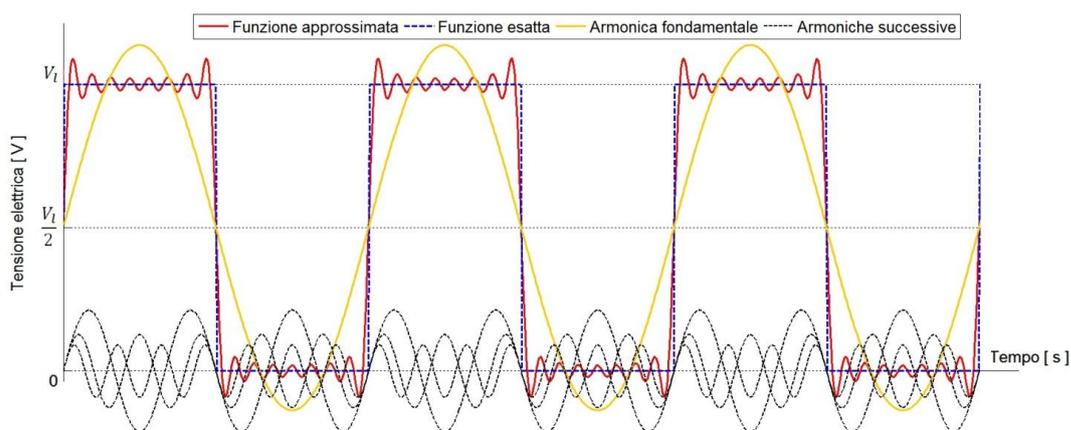


Fig. 4.5.3 \_ Sviluppo in serie di Fourier della funzione onda quadra

Per un numero di termini  $n$  che tende all'infinito, la funzione approssimata attraverso la serie di Fourier, tenderà alla funzione esatta.

A titolo esemplificativo in Fig. 4.5.3 è mostrato uno sviluppo in serie di Fourier della funzione onda quadra con troncamento all'8° termine. La funzione approssimata, ovvero la funzione risultante dallo sviluppo in serie di Fourier è data dalla somma di tutte le funzioni armoniche. La prima armonica, detta armonica fondamentale, è la funzione sinusoidale ad ampiezza di oscillazione più elevata e frequenza più bassa.

L'equazione della prima armonica è  $V1(t) = \frac{2V_l}{\pi} (\sin \Omega t)$ , alla quale è stata aggiunta la quantità  $\frac{V_l}{2}$ , in modo che l'onda quadra possa oscillare tra 0 ed il valore della tensione di lavoro  $V_l$ , ottenendo così:

$$V1_T(t) = \frac{V_l}{2} + \frac{2V_l}{\pi} (\sin \Omega t).$$

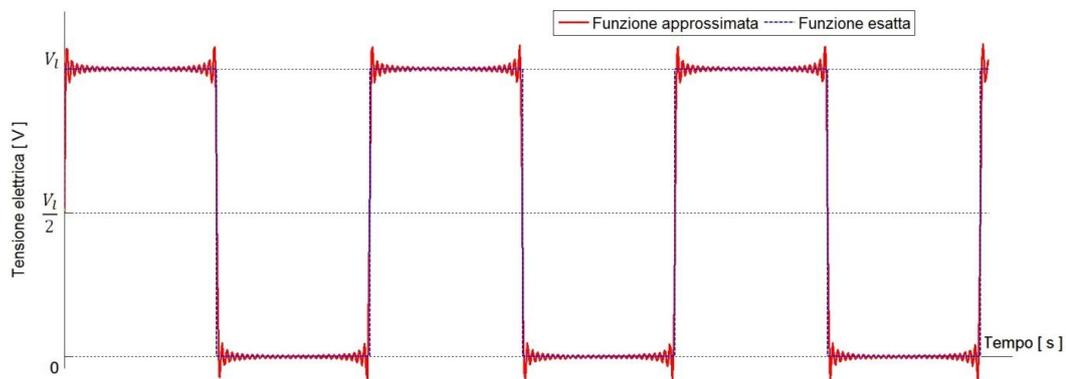


Fig. 4.5.4 \_ Tensione elettrica applicata al modello: sviluppo in serie di Fourier della funzione onda quadra (troncamento al 30° termine)

Il segnale elettrico di input inviato dalle schede elettroniche agli attuatori piezoelettrici, non replica perfettamente l'andamento di una funzione onda quadra, perciò per implementare la funzione di carico elettrico all'interno del software di analisi agli elementi finiti si è ritenuto sufficiente l'utilizzo di uno sviluppo in serie di Fourier della funzione onda quadra con troncamento al

30° termine (Fig. 4.5.4), il quale approssima in maniera più che adeguata la funzione di carico voluta.

In entrambi gli sviluppi in serie è possibile notare una sovra-oscillazione della funzione approssimata in corrispondenza delle discontinuità della funzione esatta, questo evento è noto con il nome di “fenomeno di Gibbs”.

### 4.5.5 Condizioni al contorno

La distribuzione della mesh utilizzata per eseguire le analisi dinamiche prevede una dimensione media dell'elemento di 0,3 mm per la lamella di acciaio e per l'attuatore piezoelettrico, mentre per l'incastro è stata utilizzata una dimensione media dell'elemento di 1 mm, con un successivo affinamento della mesh nella zona più avanzata dell'incastro (vedi Fig. 3.3.6).

Grazie ai risultati delle analisi di risposta armonica ottenuti (vedi paragrafo 4.4.5), è stato possibile stabilire il coefficiente di smorzamento  $K$ -proporzionale  $\beta$ , rappresentativo dello smorzamento dell'intero sistema, più adeguato a modulare l'ampiezza della risposta, generata dall'eccitazione forzata degli attuatori piezoelettrici. Nel corso di tutte le analisi dinamiche esposte ai capitoli 4 e 5) è dunque utilizzato un coefficiente:

$$\beta = 1,9 e^{-5}$$

A causa delle condizioni di funzionamento del sistema studiato si ha che gli effetti inerziali, sia elettrici che meccanico-strutturali, non sono trascurabili; nella compilazione dei file di testo per l'esecuzione delle analisi dinamiche (vedi Appendice) è stato impartito un apposito comando per tenere conto di questi due effetti.

Come affermato al paragrafo 4.5.3, un parametro di importanza fondamentale per l'attendibilità dei risultati di un'analisi dinamica è il passo di integrazione. L'equazione guida per la scelta di tale parametro è la seguente:

$$ITS = \frac{1}{20 * f}$$

A vantaggio di sicurezza si è posto:  $f \cong 2 * f_e$ ,

dove  $f_e$  = frequenza di eccitazione [ Hz ]

Quindi, ad esempio, per una frequenza di eccitazione  $f_e = 340 \text{ Hz}$  si ha un integration time step pari a:  $ITS \cong 7,353 e^{-5} \text{ s}$ .

I risultati di interesse principale, in output dalle analisi dinamiche, sono il transitorio di avviamento del sistema e l'ampiezza di oscillazione a regime. Il tempo necessario al modello per raggiungere l'ampiezza di oscillazione di regime è circa di 0,1 secondi. Per avere la certezza che l'ampiezza di oscillazione della lamella arrivi a regime si prevede un tempo totale di analisi pari a:

$$t_f = 0,15 \text{ s}$$

Dagli ultimi due risultati ottenuti (passo di integrazione e tempo totale dell'analisi dinamica), si può dedurre il numero di "substeps" in cui l'analisi dinamica è suddivisa:

$$n_{SUBSTEPS} = \frac{t_f}{ITS} \cong 2000$$

Il numero massimo di default per i substeps impiegabili in un'analisi dinamica è pari a 1000, perciò nella compilazione dei file di testo per l'esecuzione delle analisi dinamiche (vedi Appendice) è necessario inserire un comando per modificare il numero massimo di substeps.

## 4.5.6 Transitorio di avviamento

È stata eseguita un'analisi dinamica, impostando una frequenza del carico elettrico applicato pari alla frequenze di eccitazione degli attuatori piezoelettrici, impostata sulla macchina, durante la prova sperimentale di acquisizione del transitorio di avviamento descritta al paragrafo 2.2.9.

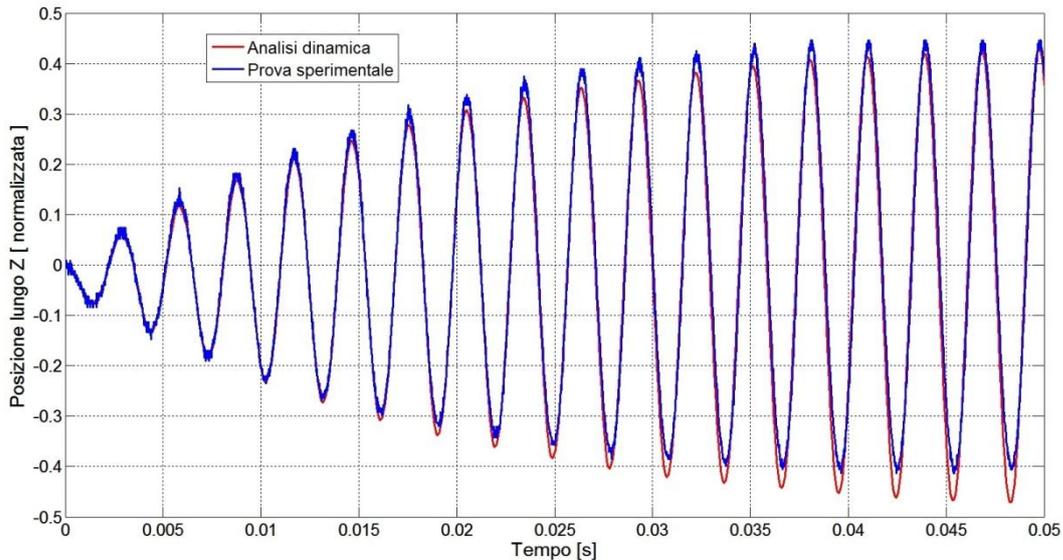


Fig. 4.5.5 \_ Transitorio di avviamento: analisi dinamica e prova sperimentale

Da un raffronto visivo dei risultati esposti in Fig. 4.5.5, è evidente che il comportamento dinamico sul transitorio di avviamento del sistema reale è replicato in maniera egregia dal modello agli elementi finiti. Si osserva che le oscillazioni della curva relativa al sistema reale sono lievemente traslate verso il semipiano positivo, rispetto a quelle relative alla simulazione dinamica. Il motivo di tale discrepanza risiede nel non avere implementato nel modello l'azione del contatto di gomma conduttiva (vedi Fig. 2.2.5), il quale produce forza pressappoco costante (positiva in direzione Z), molto contenuta ma comunque apprezzabile, ritenuta trascurabile per gli scopi dell'applicazione del modello realizzato.

Per attribuire un valore numerico alla differenza tra le due curve, ognuna costituita da una quantità  $n$  di punti  $p_i$  si ritiene valido l'utilizzo del parametro RMS (root mean square), o valore efficace:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i^2}$$

- $RMS_{PROVA\ SPERIMENTALE} = 0,55745$
- $RMS_{ANALISI\ DINAMICA} = 0,55015$

Percentualmente la differenza tra i valori di RMS relativi alla prova sperimentale ed all'analisi dinamica è pari a 4,37%. Tale valore conferma la precisione con cui le due curve si sovrappongono, già notata a livello visivo e determina la validazione del modello, per quanto riguarda il transitorio di avviamento. Per calcolare questi valori di RMS, le due curve sono state traslate lungo l'asse delle ordinate, in modo da porre lo "zero" in corrispondenza del valore di spostamento minore.

## 4.5.7 Risposta a regime

I risultati di ampiezza della risposta a regime rilevati nel corso della prova sperimentale illustrata al paragrafo 2.2.4, sono stati ottenuti attraverso misurazioni della tensione elettrica picco-picco e successivamente convertiti in misure di ampiezza picco-picco (in millimetri) tramite un codice "Matlab" che sfrutta la curva di taratura del sensore induttivo (vedi paragrafo 2.1).

Per ottenere da un'analisi dinamica dei risultati confrontabili con quelli appena descritti si deve adottare un tempo di analisi che permetta al sistema di andare a regime  $t_f = 0,15\ s$  (stabilita al paragrafo 4.5.5) e, una volta ottenuta la soluzione, è necessario:

- a. escludere la porzione della curva di risposta che riguarda il transitorio di avviamento;
- b. con il tratto di curva relativo alla risposta a regime, determinare il valore di un certo numero di picchi superiori della curva (grazie ad uno script “Matlab” appositamente realizzato) ed eseguirne la media matematica;
- c. ripetere la “ fase b” per i picchi inferiori della curva di risposta a regime;
- d. calcolare la differenza tra questi due valori mediati.

Il valore così ottenuto è l’ampiezza picco-picco della risposta a regime relativo alla frequenza di applicazione del carico elettrico impostata nell’analisi dinamica.

A titolo di esempio si riporta di seguito lo svolgimento della procedura appena descritta per un’ analisi dinamica effettuata impostando una funzione di carico elettrico a forma d’onda quadra ad una frequenza di 335 Hz.

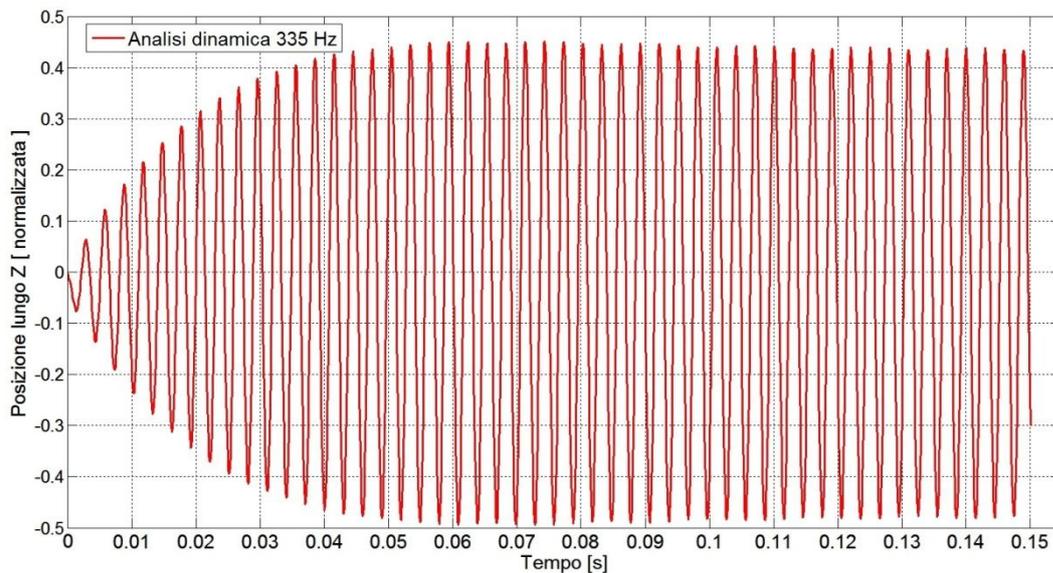


Fig. 4.5.6 \_ Analisi dinamica a 335Hz: risposta del nodo di riferimento

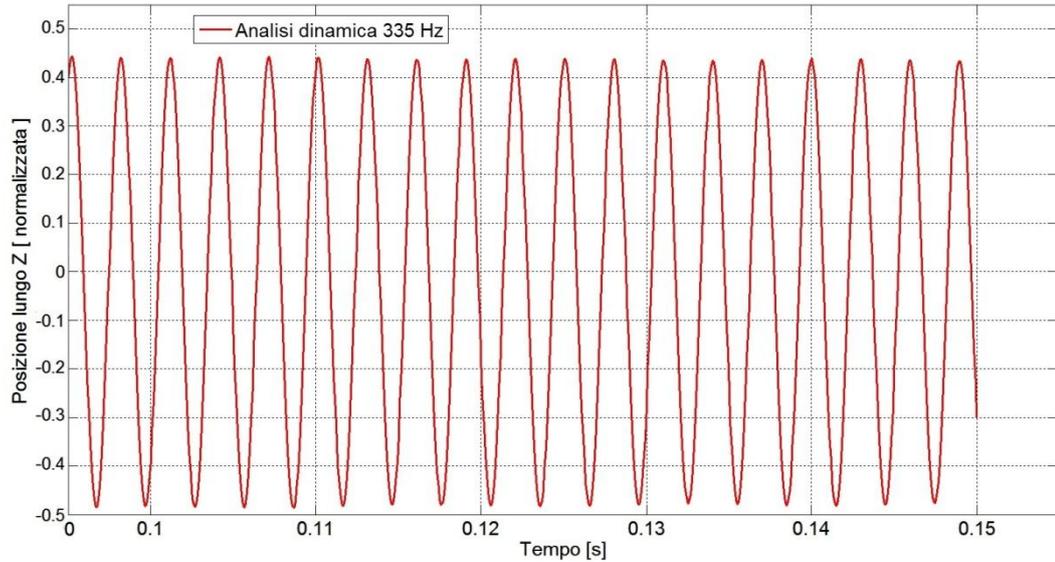


Fig. 4.5.7 \_ Fase a: esclusione della risposta di transitorio di avviamento

“Fase b” e “fase c”: determinazione e media dei picchi superiori  $PK_i^{sup}$  ed inferiori  $PK_i^{inf}$ :

$$Amp_{SUP} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n PK_i^{sup} = +0,43805$$

$$Amp_{INF} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n PK_i^{inf} = -0,48095$$

“Fase d”: calcolo della differenza tra i due valori precedentemente ottenuti:

$$Amp_{PK-PK} = Amp_{SUP} - Amp_{INF} = 0,91900$$

Si ricorda che, per ragioni di riservatezza, i dati di ampiezza esposti nel presente elaborato di tesi sono normalizzati rispetto ad un valori noto e costante  $Amp_0$ , secondo la formula:

- $Amp_{norm} = Amp / Amp_0$

Dunque, con quest’ultimo valore di ampiezza picco-picco (normalizzato), il quale è associato alla frequenza dell’onda quadra del carico

elettrico, è possibile eseguire un confronto con i dati sperimentali di ampiezza della risposta a regime.

L'analisi dinamica e quindi la procedura descritta è stata ripetuta per un numero relativamente contenuto di frequenze di eccitazione del sistema, in quanto il tempo computazionale richiesto per risolvere una delle analisi dinamiche descritte è di 230 minuti circa.

I risultati esposti in Fig. 4.5.8 confermano l'aumento di ampiezza della risposta ad un'eccitazione quadra, rispetto ad una armonica (sinusoidale), che era stato ipotizzato. Si osserva che per frequenze inferiori alla frequenza di risonanza, il modello replica in modo fedele la risposta a regime del sistema reale; al contrario per frequenze superiori alla prima frequenza naturale, il sistema sottostima lievemente la risposta.

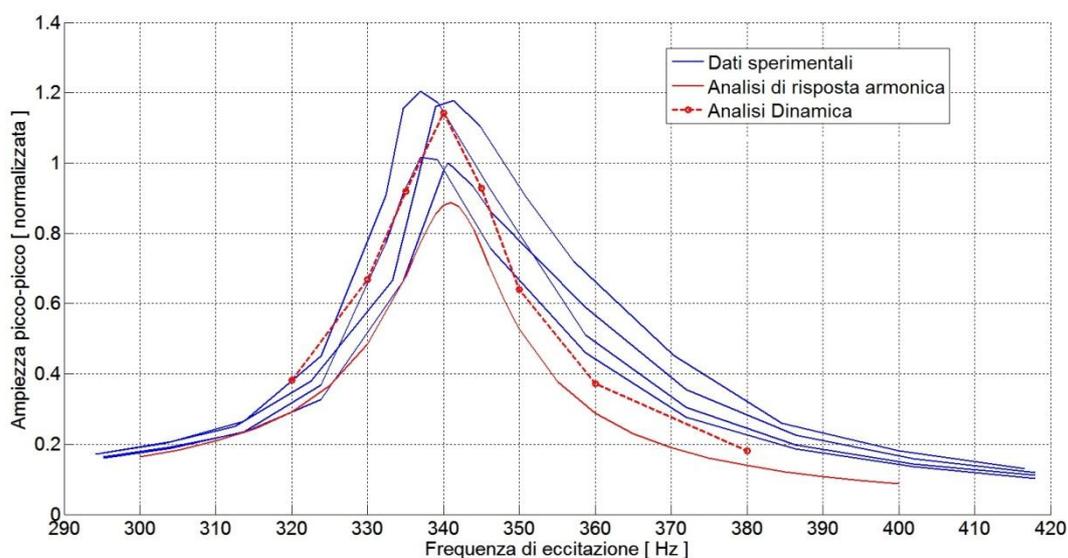


Fig. 4.5.8 \_ Ampiezza picco-picco della risposta a regime: sovrapposizione dei risultati di analisi dinamica e prova sperimentale

Complessivamente, nel range di frequenze analizzato, i valori ottenuti dalle analisi dinamiche hanno uno scostamento medio dai valori obiettivo del 10%. Questo valore è del tutto comparabile con gli errori percentuali generalmente riscontrati nell'utilizzo dell'analisi agli elementi finiti ed è

assolutamente accettabile, se si considera l'utilizzo preposto al modello FEM realizzato.

In aggiunta è da considerare un certo margine di aleatorietà sui fattori costruttivi che influenzano il comportamento vibratorio delle lamelle, come, ad esempio, le tolleranze dimensionali (soprattutto per quanto riguarda gli spessori) e geometriche del semilavorato di acciaio, le proprietà del materiale dell'attuatore piezoelettrico, la quantità di colla depositata tra la lamella ed il piezoelettrico ed altre ancora. La variazione, se pur contenuta, di tutte queste caratteristiche da una lamella all'altra, determina una diversità del comportamento vibratorio tra le varie lamelle, superiore alla differenza percentuale che intercorre tra la risposta a regime del modello agli elementi finiti ed il sistema reale.

Alla luce di queste considerazioni si può affermare che, anche per quanto riguarda l'ampiezza della risposta a regime, il modello è dinamicamente validato.

## **4.5.8 Validazione della funzione di carico**

A conclusione degli aspetti riguardanti la validazione del modello, si vuole verificare che la funzione di carico introdotta per la realizzazione delle analisi dinamiche (vedi paragrafo 4.5.4) sia coerente con la tensione elettrica con forma d'onda quadra che si vuole simulare.

Poiché il carico elettrico è applicato in modo uniforme ai nodi appartenenti alla superficie di applicazione del carico, tenendo monitorato il valore del potenziale elettrico di uno di questi nodi (Fig. 4.5.9) è possibile ottenere la curva di variazione della tensione elettrica applicata al modello in funzione del tempo.

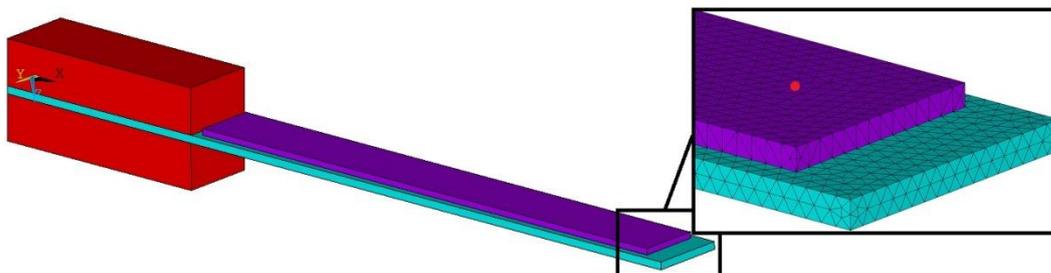


Fig. 4.5.9 \_ Nodo di riferimento per il monitoraggio del potenziale elettrico

Dai risultati esposti in Fig. 4.5.10 si deduce che i valori di tensione imposti al grado di libertà di potenziale elettrico (VOLT) dei nodi appartenenti alla superficie di applicazione del carico, determinano una funzione di carico elettrico coerente con il segnale con forma d'onda quadra che si vuole replicare.

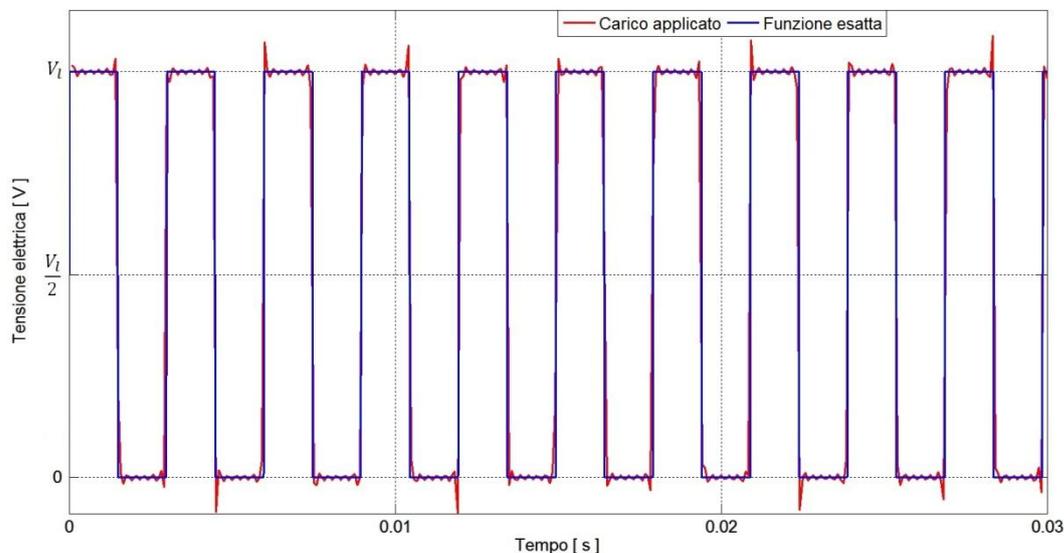


Fig. 4.5.10 \_ Variazione nel tempo del carico elettrico applicato al modello

Anche in questo caso per fornire un parametro quantitativo che esprima la differenza tra le due curve, ovvero la precisione con cui la funzione di carico applicato si sovrappone alla funzione esatta, si ritiene valido l'utilizzo del parametro RMS (root mean square), o valore efficace:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i^2}$$

Dove:

$p_i$  = valore dell' $i$ -esimo punto della curva considerata;

$n$  = numero totale di punti della curva.

I valori di RMS riportati sono normalizzati rispetto alla tensione di lavoro, secondo la formula:

$$RMS_{norm} = \frac{RMS}{V_l}$$

- $RMS_{CARICO\ APPLICATO} = 0,7167$
- $RMS_{FUNZIONE\ ESATTA} = 0,7083$

Risulta una differenza tra i valori efficaci relativi alle due curve dell'1,2%, a dimostrazione della precisione con cui la funzione di carico approssimata si sovrappone a quella esatta.



# *Capitolo 5*

## *Applicazione del modello*

### **5.1 Introduzione**

In questo capitolo si presentano i risultati dell'applicazione vera e propria del modello agli elementi finiti: verranno apportate delle modifiche al modello al fine di simulare delle variazioni sul sistema reale e di prevederne gli effetti sul comportamento dinamico.

Le modifiche che verranno simulate sono:

- Impiego di attuatori piezoelettrici più performanti;
- Aumento della lunghezza delle lamelle di acciaio;
- Aumento della tensione di lavoro del 50%;
- Aumento della tensione di lavoro del 100%;
- Impiego di lamelle in alluminio;
- Impiego di lamelle in titanio.

Per quanto riguarda le prime due variazioni citate, è stato possibile realizzare delle nuove lamelle con caratteristiche specifiche modificate, in modo da poter predisporre delle prove sperimentali, utili alla validazione delle simulazioni.

## 5.2 Approssimazione dell'analisi dinamica

Al capitolo 4 è stata dimostrata la validazione del modello agli elementi finiti sotto diversi aspetti; tra questi, di fondamentale importanza, sono la validazione del transitorio di avviamento e dell'ampiezza di risposta a regime. Inoltre sono stati illustrati i metodi di estrazione di risultati utili dal modello, mediante la simulazione. In particolare per una stima indicativa della risposta del sistema è sufficiente l'esecuzione di un'analisi di risposta armonica, mentre per una previsione più accurata è necessario svolgere una o più analisi dinamiche.

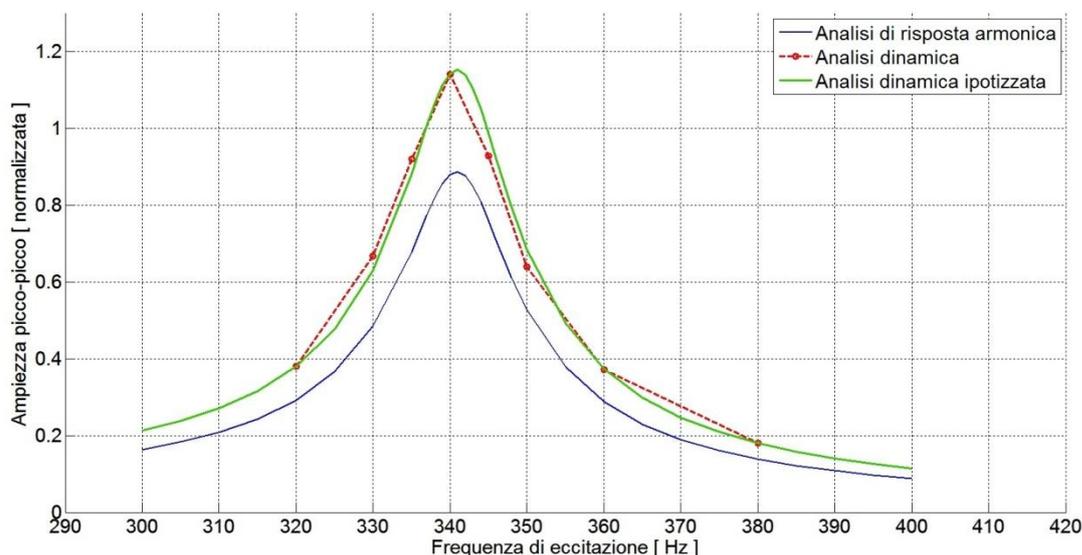


Fig. 5.1 \_ Risposta a regime: analisi dinamica reale ed approssimata

Ipotizzando di non volere ricorrere all'utilizzo di analisi dinamiche, le quali richiedono un dispendio di risorse computazionali notevole, è possibile

applicare alla curva di ampiezza in funzione della frequenza di eccitazione, ottenuta dall'analisi di risposta armonica, un coefficiente correttivo, in modo tale da replicare in modo approssimativo il risultato di un'analisi dinamica.

Relativamente alle simulazioni eseguite, lo scostamento percentuale dei valori di ampiezza picco-picco forniti da un'analisi di risposta armonica, rispetto ai valori in output da un'analisi dinamica è pari al 30%. Dunque per approssimare il risultato di un'analisi dinamica, i valori ottenuti dall'analisi di risposta armonica vengono scalati secondo l'equazione:

$$Amp_{HP} = Amp_{RA} * 1,3 ;$$

Dove:

$Amp_{RA}$  = valore di ampiezza picco-picco in output dall'analisi di risposta armonica;

$Amp_{HP}$  = valore di ampiezza picco-picco ipotizzato per l'analisi dinamica;

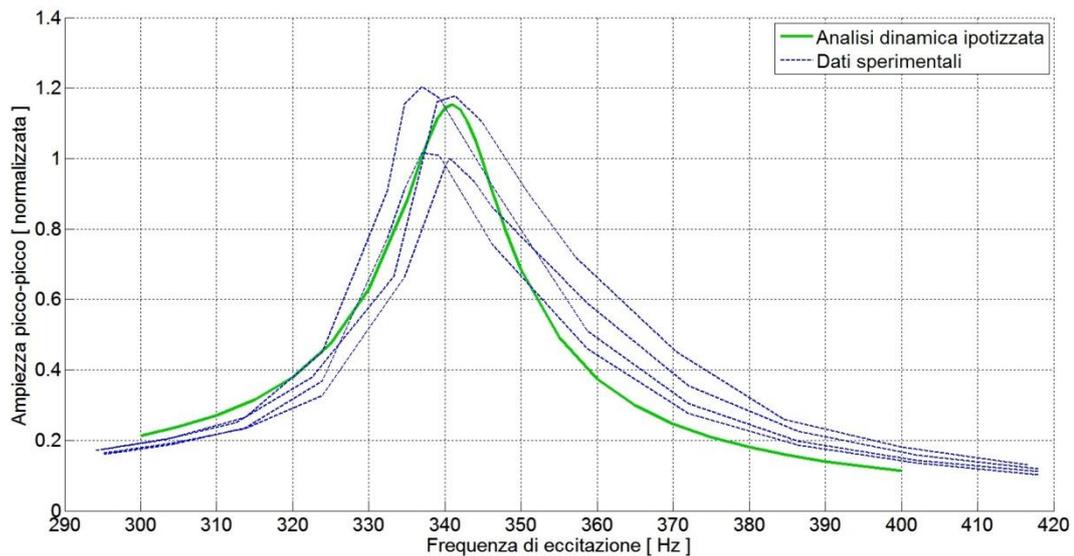


Fig. 5.2 \_ Risposta a regime: analisi dinamica approssimata e dati sperimentali

Dai dati riportati in Fig. 5.1 è chiaro che la curva di approssimazione dell'analisi dinamica si sovrappone fedelmente ai risultati dell'analisi dinamica

effettiva. Lo scostamento medio tra i valori di ampiezza forniti dalle due curve è pari all'1,7%. Di conseguenza, analogamente a quanto detto per i dati ottenuti dall'analisi dinamica, la differenza percentuale media che intercorre tra la curva di approssimazione dell'analisi dinamica ed i dati sperimentali sarà del 10% (Fig. 5.2).

È però evidente il limite determinato dall'utilizzo di tale metodo: poiché un'analisi di risposta armonica, per definizione, individua la risposta a regime di un sistema in cui sono applicati uno o più carichi armonici (sinusoidali) aventi la stessa frequenza di pulsazione, non è possibile, ad esempio, rilevare gli effetti di una variazione della funzione di carico o dell'effetto combinato di un carico ciclico ed uno statico.

Tuttavia per degli obiettivi prestabiliti in questo elaborato di tesi, la previsione dell'effetto di una modifica strutturale sulla risposta a regime del sistema, attraverso l'utilizzo della curva di approssimazione dell'analisi dinamica è da ritenersi valido.

### **5.3 Modalità di applicazione del modello**

Per la previsione degli effetti delle modifiche sul sistema si procede secondo le modalità di analisi elencate di seguito:

- Modifica dei codici di comando (vedi Appendice) utilizzati per eseguire le analisi, con l'inserimento dei dati relativi al sistema modificato.
- Determinazione della prima frequenza naturale del sistema attraverso un'analisi modale;
- Stima approssimativa della risposta a regime del sistema tramite analisi di risposta armonica, eseguita per una range di circa 100 Hz, centrato rispetto alla 1<sup>a</sup> frequenza propria;

- Determinazione della curva di approssimazione dell'analisi dinamica;
- Eventuale conferma dei risultati ottenuti, per mezzo di analisi dinamiche.

Per la previsione delle modifiche determinate dall'allungamento delle lamelle e dall'utilizzo di piezoelettrici più performanti, per cui sono disponibili riscontri sperimentali, verranno effettuate analisi dinamiche, mentre per le rimanenti applicazioni del modello si farà ricorso alla curva di approssimazione dell'analisi dinamica. Tutte le analisi presentate in questo capitolo sono svolte secondo le modalità descritte al capitolo 4.

## 5.4 Lamelle “STRONG”

Si vuole simulare l'effetto dell'utilizzo di attuatori piezoelettrici ad elevate prestazioni sull'ampiezza della risposta a regime del sistema.

Il parametro piezoelettrico con la maggiore influenza sull'ampiezza della risposta del sistema è la costante piezoelettrica  $d_{31}$ , il quale rispetto agli attuatori piezoelettrici standard è soggetto ad un aumento del 33%.

La variazione delle proprietà elastiche del materiale piezoelettrico ceramico, determina un calo della prima frequenza propria del sistema che, dall'analisi modale risulta pari a 335,73 Hz. Dai dati sperimentali si rileva un valore per la prima frequenza di risonanza di 334,83 Hz, dunque il modello compie un errore dello 0,27% su questo dato, da ritenersi assolutamente soddisfacente.

In Fig. 5.3 sono riportati i risultati di ampiezza picco-picco delle simulazioni effettuate. L'ampiezza della risposta a regime è replicata, sia dall'analisi dinamica, sia dalla curva di approssimazione dell'analisi dinamica con un errore medio del 18%.

Ragionando però in termini differenziali, ovvero di variazione rispetto al comportamento del sistema originale, il modello prevede molto bene l'effetto della modifica data dall'utilizzo di piezoelettrici più performanti sull'ampiezza della risposta a regime, in quanto dai dati sperimentali si apprezza un aumento medio dell'ampiezza del 36%, mentre il modello prevede un aumento medio del 37,8%.

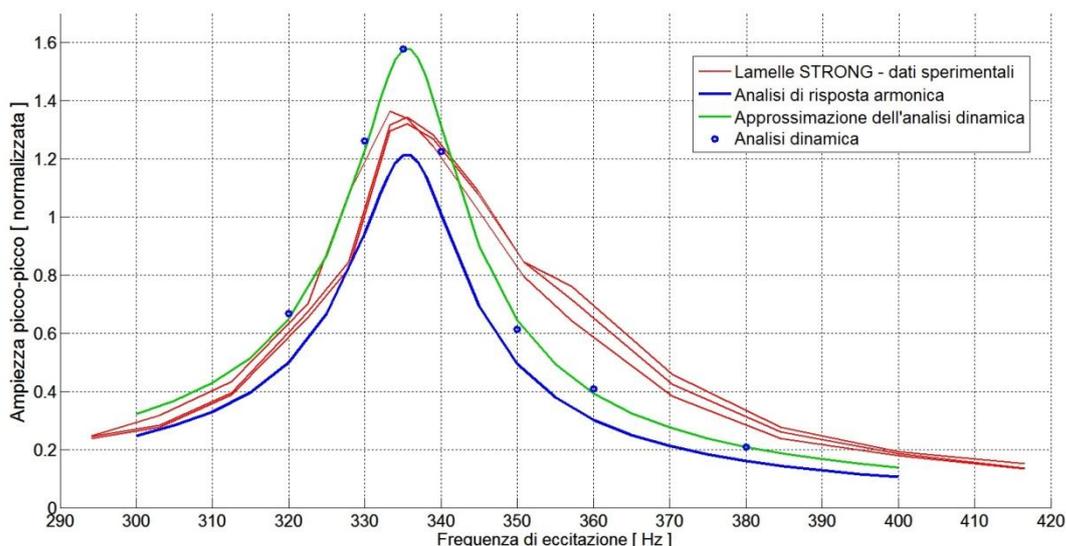


Fig. 5.3 \_ Lamelle “STRONG”: risposta a regime di analisi e dati sperimentali

Dai risultati delle analisi condotte si intuisce che l'adozione di lamelle provviste di piezoelettrici a prestazioni più elevate porta vantaggi tecnici indiscutibili, poiché l'aumento di ampiezza di oscillazione si traduce in una maggiore quantità di polvere depositata e di conseguenza in un miglioramento della decorazione eseguita dalla macchina. Per contro è inevitabile aumento del costo relativo all'acquisto degli attuatori piezoelettrici.

## 5.5 Lamelle “LONG”

Si vuole simulare l'effetto dell'utilizzo di lamella con lunghezza libera di inflessione superiore del 35% rispetto alle lamelle standard, sull'ampiezza della risposta a regime del sistema.

Dai dati sperimentali (vedi paragrafo 2.2.8), si rileva una diminuzione della frequenza di risonanza naturale del 34,7% ed un aumento medio dell'ampiezza della risposta a regime del 125%.

Anche nella simulazione della modifica apportata alla lunghezza delle lamelle il modello fornisce una previsione assolutamente attendibile, poiché la diminuzione della prima frequenza propria del sistema prevista è del 33,5%, mentre l'aumento medio di ampiezza della risposta a regime sul range di frequenze analizzato è del 129%. In Fig. 5.4 si trovano i risultati delle simulazioni sulle lamelle "LONG", comparati con i dati sperimentali.

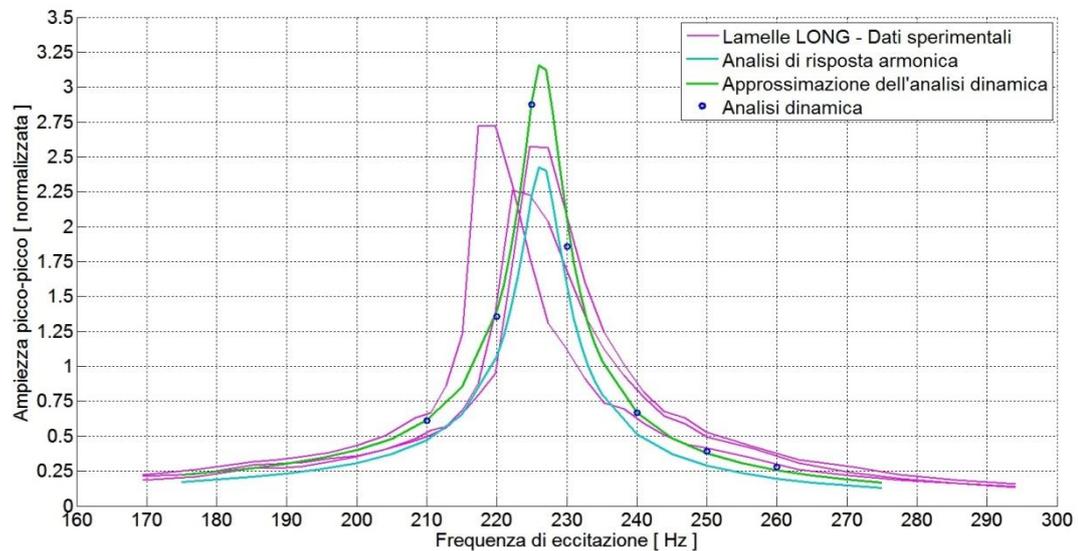


Fig. 5.4 \_ Lamelle "LONG": risposta a regime di analisi e dati sperimentali

Come già detto, nonostante l'aumento dell'ampiezza di oscillazione determini un vantaggio, l'adozione di lamelle a lunghezza maggiorata comporta anche un drastico calo della prima frequenza di risonanza e di conseguenza delle frequenze di lavoro della macchina. Questo evento si traduce in una diminuzione della risoluzione delle grafiche prodotte dalla decoratrice digitale "DDD", poiché la riduzione della frequenza determina una diminuzione delle oscillazioni compiute per la deposizione di una quantità di polvere equivalente ad un "pixel".

## 5.6 Variazione della tensione di lavoro

Si vuole simulare l'effetto dell'applicazione di una tensione elettrica aumentata rispettivamente del 50% e del 100% rispetto alla tensione di lavoro  $V_l$  solitamente applicata.

Si ricorda l'equazione fondamentale di legame tra le proprietà meccaniche ed elettriche dei materiali piezoelettrici:

$$D = d_{ij} * T + \varepsilon^T * E \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$

Secondo questa corrispondenza, valida in ambito statico, se si considera un volume di materiale piezoelettrico, il rapporto tra la tensione elettrica applicata e deformazione ottenuta è lineare. Tuttavia il sistema studiato è geometricamente più complesso di un semplice volume ed è soggetto a carichi dinamici a frequenze dell'ordine delle centinaia di Hertz, le quali innescano il fenomeno della risonanza nel sistema eccitato; dunque non è garantito che l'aumento dell'ampiezza di risposta a regime del sistema sia proporzionale all'aumento della tensione applicata.

Come già chiarito, le frequenze ed i modi propri di un sistema sono indipendenti dalle condizioni di carico, tant'è che l'analisi modale non tiene in conto dei carichi applicati al modello. Per questo motivo ci si attende una variazione nulla della prima frequenza naturale del sistema in seguito alla modifica della tensione elettrica applicata.

In Fig. 5.5 sono esposti i risultati della variazione della tensione di lavoro  $V_l$  sulla risposta a regime del sistema: come ipotizzato la frequenza naturale del sistema è rimasta invariata rispetto alla configurazione originale e le curve di approssimazione dell'analisi dinamica mostrano un aumento dell'ampiezza di risposta a regime esattamente proporzionale all'aumento di tensione elettrica applicata.

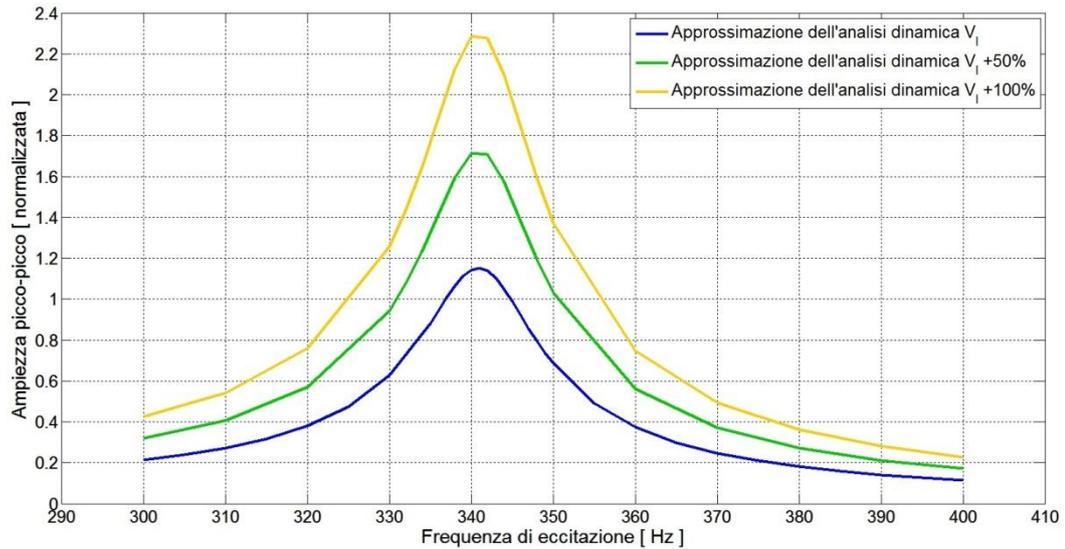


Fig. 5.5 \_ Variazione della tensione di lavoro: +50% e +100%

Sono dunque ovvi i vantaggi conseguibili dall'aumento della tensione di lavoro della macchina, in termini di aumento dell'ampiezza della risposta a regime, che si traduce in un aumento di polvere depositata dal sistema. Allo stato attuale, però, le schede elettroniche di controllo del segnale elettrico non supportano le tensioni simulate in questa analisi, dunque si rende necessaria la predisposizione di un nuovo sistema schede elettroniche. In aggiunta è possibile che lavorando ad ampiezze di oscillazione doppie rispetto a quelle ordinarie i piezoelettrici siano soggetti a rottura, a meno dell'adozione di attuatori piezoelettrici con una resistenza meccanica più elevata.

## 5.7 Lamelle di alluminio

Si vuole simulare l'effetto dell'utilizzo lamelle di alluminio sull'ampiezza della risposta a regime del sistema.

Le due proprietà del materiale più importanti per la definizione del comportamento dinamico di un sistema sono il modulo elastico  $E$  (o modulo di Young) e la densità  $\rho$ .

Per l'alluminio i valori indicativi di tali proprietà sono:

- $E_{Al} = 70 \text{ e}^9 \text{ Pa}$  ;
- $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$ .

Si ricordano le equazioni della rigidezza a flessione di una trave incastrata e della frequenza naturale di un sistema a singolo grado di libertà (SDOF):

$$k = \frac{3 * E * I}{l^3} \quad m = \rho * V \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Il passaggio dall'acciaio all'alluminio determina una diminuzione sia della massa che della rigidezza del sistema, dunque, considerato che la lamella è parte di un sistema più complesso, la variazione della frequenza di risonanza non è facilmente determinabile a priori.

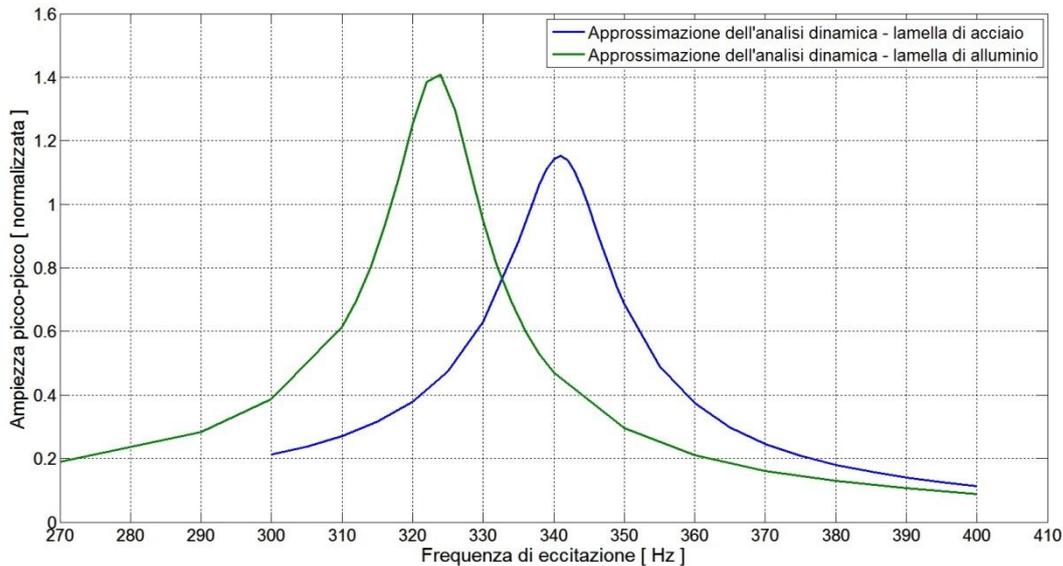


Fig. 5.6 \_ Risposta a regime: lamella di acciaio e di alluminio

Dall'analisi modale svolta sul modello con lamella di alluminio, risulta un valore per la prima frequenza propria di 324 Hz, che corrisponde ad un calo del 5%, rispetto al modello con lamella di acciaio.

Dall'analisi di risposta armonica, poi tradotta in un'approssimazione di una analisi dinamica (Fig. 5.6), considerando il range frequenze analizzato, si osserva un aumento medio dell'ampiezza di risposta a regime del 18%, dovuto sia all'aumento della cedevolezza della lamella, sia al fatto che nella meccanica delle vibrazioni, a parità di condizioni, a frequenze di risonanza inferiori sono associate ampiezze maggiori.

In conclusione l'impiego dell'alluminio per la produzione delle lamelle, a fronte di un piccolo calo delle frequenze di lavoro, trascurabile ai fini della risoluzione delle grafiche realizzate, determina un aumento rilevante dell'ampiezza di oscillazione del sistema.

Per contro l'utilizzo dell'alluminio comporta una problema legato alla resistenza meccanica, in quanto non presentando un limite di fatica, un carico ad elevato numero di cicli previsti, come è quello a cui sono sotto poste le lamelle, fa sì che queste prevedano una progettazione a vita finita, se costruite in alluminio, con geometria invariate rispetto a quella attuale.

## 5.8 Lamelle di titanio

Si vuole simulare l'effetto dell'utilizzo di lamelle in titanio sull'ampiezza della risposta a regime del sistema.

Per il titanio i valori indicativi di modulo elastico e densità sono:

- $E_{Ti} = 196 \text{ e}^9 \text{ Pa} ;$
- $\rho_{Ti} = 4507 \text{ kg/m}^3.$

In seguito alla modifica di materiale è possibile prevedere un aumento della prima frequenza naturale del sistema, in quanto il modulo elastico non si discosta di molto dai valori usuali per l'acciaio, dunque avrà una rigidezza paragonabile o di poco inferiore, a fronte però di una diminuzione di densità e quindi di massa della lamella del 40% circa.

A riprova di queste considerazioni dall'analisi modale relativa al sistema con lamelle di titanio, risulta una frequenza propria di 388 Hz, che corrisponde ad un aumento del 14%, rispetto al modello con lamella di acciaio.

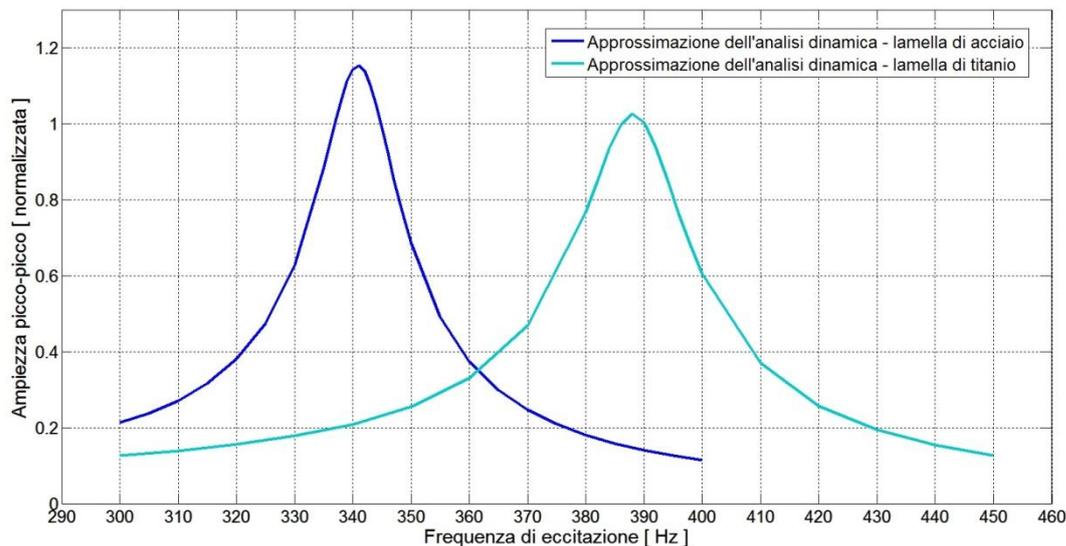


Fig. 5.7 \_ Risposta a regime: lamella di acciaio e di titanio

Dall'analisi di risposta armonica, poi tradotta in un'approssimazione di una analisi dinamica (Fig. 5.7), considerando il picco di risonanza, si osserva una diminuzione dell'ampiezza di risposta dell'11% della simulazione relativa al modello con lamella di titanio.

Tuttavia se si graficano le due curve normalizzando la frequenze di eccitazione rispetto alle prime frequenze proprie corrispondenti ed elevando al quadrato (Fig. 5.8), risulta che ad esclusione delle frequenze di eccitazione immediatamente vicine al picco di risonanza la risposta a regime dei due modelli si può ritenere equivalente.

In definitiva dall'impiego di lamelle di titanio è possibile ottenere un aumento della risoluzione delle grafiche realizzate, senza particolari peggioramenti dal punto di vista della quantità di polvere scaricata.

Per contro l'utilizzo del titanio per la realizzazione delle lamelle comporta sicuramente un aumento del costo di produzione considerevole,

dovuto certamente alla differenza di costo della materia prima, ma anche alle complicazioni che comportano la lavorazione del titanio e delle sue leghe: il semilavorato con cui si ottiene la lamella viene realizzato per elettroerosione, ma il titanio è difficile da lavorare convenzionalmente ed è sensibile a tagli termici come laser o elettroerosione. Dunque per la realizzazione di lamelle di titanio sono più indicati altri tipi di lavorazione meccanica non convenzionali, quali il waterjet di precisione.

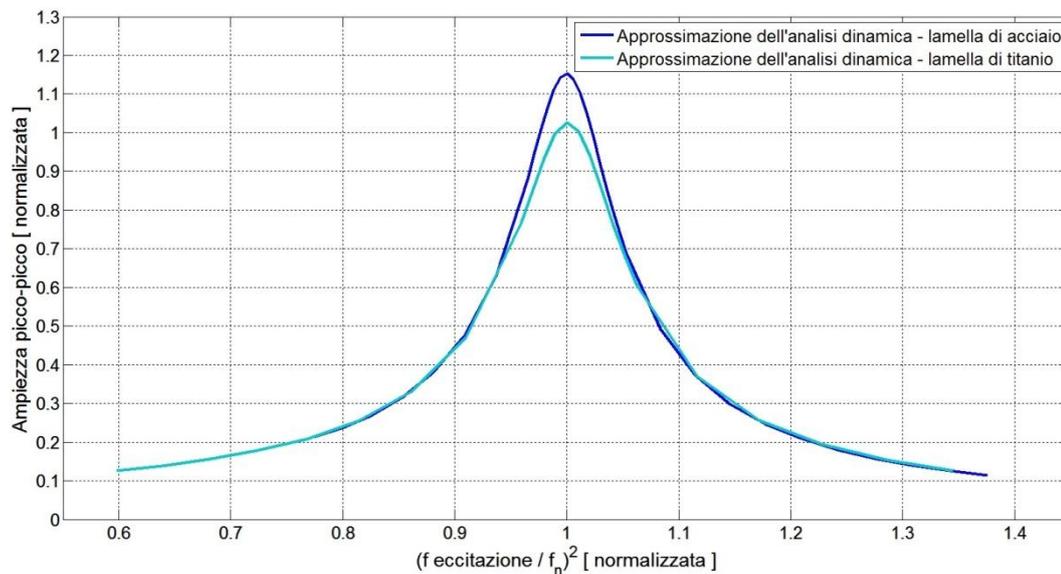


Fig. 5.9 \_ Risposta a regime in funzione della frequenza di eccitazione normalizzata: lamella di acciaio e di titanio

## 5.9 Confronto tra i casi di studio

La capacità del modello agli elementi finiti di replicare l'effetto di una modifica strutturale sulla risposta a regime del sistema è stata validata attraverso il confronto con gli esiti di prove sperimentali. A seguito delle variazioni strutturali e di carico, il modello insegue l'andamento delle curve di risposta del sistema reale con precisione notevole.

Grazie a questa importante caratteristica è possibile fare considerazioni di carattere tecnico sui vantaggi e gli svantaggi derivanti dalla messa in pratica delle modifiche simulate, quindi scartare le opzioni meno opportune, in favore

dello sviluppo di quelle variazioni che portano più benefici al sistema di vibrazione della decoratrice digitale a secco “DDD”. Inoltre, grazie all’impiego della simulazione, è possibile individuare i parametri e le proprietà del sistema che permettono un margine di miglioramento delle prestazioni e quelli che invece risultano già ottimizzati.

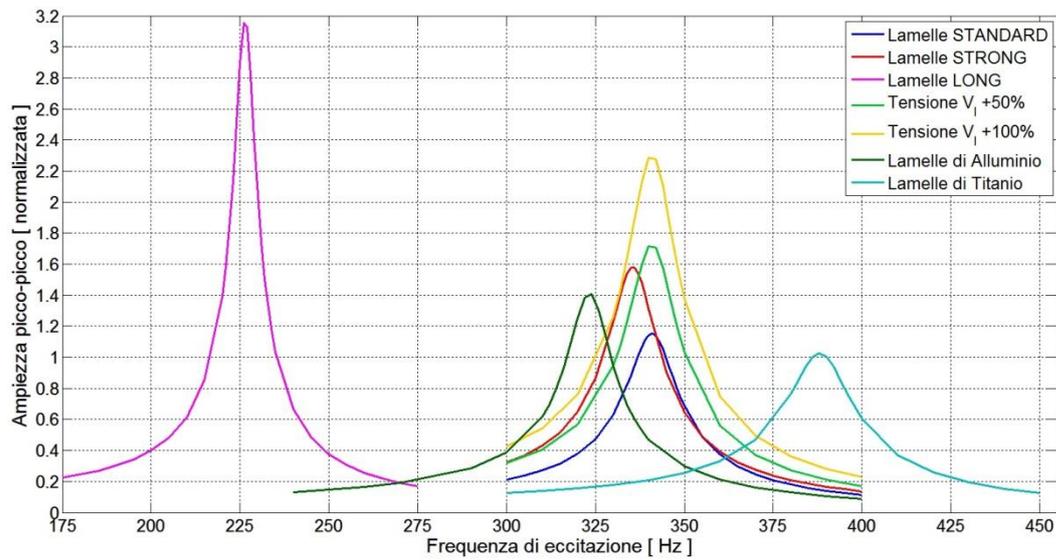


Fig. 5.10 \_ Confronto tra i diversi casi studiati

## *Conclusioni*

SACMI IMOLA S.C., leader mondiale nel settore delle macchine per la produzione ceramica, è il costruttore della decoratrice digitale a secco “DDD”, un macchinario progettato per la deposizione controllata di polveri su un supporto ceramico. È stata richiesta l’identificazione del comportamento dinamico del sistema di vibrazione installato su questa macchina.

All’interno del presente elaborato di tesi è illustrato il processo di realizzazione, validazione ed impiego di un modello agli elementi finiti in grado di simulare la vibrazione del sistema di deposizione in assenza di polvere. L’applicazione di tale modello si concretizza nella previsione degli effetti di modifiche strutturali e di carico applicato, sul comportamento dinamico del sistema.

Per conseguire gli obiettivi prefissati si è fatto ampiamente ricorso a diversi software, senza i quali uno studio di questo tipo non può neppure essere preso in considerazione: primo tra tutti il software di analisi agli elementi finiti “ANSYS Multiphysics”, con cui sono state realizzate tutte le simulazioni presentate in questo documento, “Matlab” per il calcolo numerico e grafici ed il programma di modellazione solida 3D “SolidWorks”.

Dopo un primo periodo di studio preliminare delle tecnologie inerenti alla macchina “DDD”, al processo produttivo in cui essa si colloca ed al sistema di vibrazione che ne caratterizza il funzionamento, si è passati alla realizzazione del modello agli elementi finiti. In questa fase è fondamentale l’individuazione dei parametri e delle caratteristiche più rilevanti ai fini della riproduzione del comportamento dinamico del sistema reale. Il modello è stato

infatti oggetto di graduali modifiche e perfezionamenti che hanno portato al conseguimento della sua versione definitiva.

Affinché il modello FEM realizzato sia effettivamente impiegabile è necessario verificarne la corrispondenza con le specifiche obiettivo, attraverso il confronto delle soluzioni restituite dal modello numerico ed i dati sperimentali. La validazione del modello e la verifica di tutte le condizioni al contorno ad esso applicate, sono state possibili solo grazie alle numerose prove sperimentali realizzate nel corso del periodo di tesi dal sottoscritto, con la collaborazione del correlatore Ing. Paolo Testi, all'interno dei laboratori e delle strutture dell'ente ospitante SACMI IMOLA S.C.

Ai fini dell'identificazione dinamica del sistema, sia dalle prove sperimentali che dalle simulazioni FEM sono state ottenute delle curve di ampiezza della risposta, per il transitorio di avviamento e per il funzionamento a regime. I rilievi sperimentali sono stati effettuati con l'ausilio di un sensore di prossimità a principio induttivo la cui lettura dei dati è stata effettuata mediante l'utilizzo di un oscilloscopio digitale.

Dalla sovrapposizione delle curve reali con quelle simulate è stato possibile quantificare lo scostamento dei risultati forniti dal modello, dai valori relativi al reale funzionamento del sistema studiato. Grazie a questi confronti si è pervenuti alla validazione del modello rispetto al comportamento dinamico del sistema, sia per quanto riguarda il transitorio di avviamento che per la risposta a regime.

Oltre alla validità del modello nella simulazione della vibrazione del sistema di deposito installato sulla macchina, di cui è stata studiata una versione a geometria modificata, è stata certificata, sempre attraverso il confronto con gli esiti di prove sperimentali, l'idoneità del modello agli elementi finiti a replicare l'effetto di una modifica strutturale o dinamica sulla risposta a regime del sistema. A seguito delle variazioni strutturali e di carico,

il modello insegue l'andamento delle curve di risposta del sistema reale con precisione notevole.

Grazie a questa importante caratteristica è possibile fare considerazioni di carattere tecnico sui vantaggi e gli svantaggi derivanti dalla messa in pratica delle modifiche simulate, quindi scartare le opzioni meno opportune, in favore dello sviluppo di quelle variazioni che portano più benefici al sistema di vibrazione della decoratrice digitale a secco "DDD". Inoltre, grazie all'impiego della simulazione, è possibile individuare i parametri e le proprietà del sistema che permettono un margine di miglioramento delle prestazioni e quelli che invece risultano già ottimizzati.

Questo approccio alla progettazione ed allo sviluppo del sistema determina un considerevole risparmio di risorse economiche ed umane, favorendo il miglioramento tecnico della macchina ed i tempi di implementazione delle modifiche al sistema.

Il modello agli elementi finiti realizzato e descritto in questo documento può essere sviluppato ulteriormente, implementando al suo interno tutti i fattori che sono causa di comportamento non-lineare, come ad esempio gli scorrimenti che intercorrono tra la lamella e l'attuatore piezoelettrico, la presenza dello spigolo superiore dell'incastro, relativo alla geometria originale montata sulla "DDD" e l'influenza del contatto di gomma conduttiva.

Il modello, inoltre, si presta ad un futuro utilizzo come punto di partenza per la realizzazione di un modello "multifisico" più complesso, in grado di legare la risposta vibratoria del sistema al comportamento della polvere: anziché rilevare la risposta vibratoria del sistema ad una forzante elettrica, è possibile considerare la funzione di spostamento della lamella, ottenuta da un'analisi dinamica eseguita sul modello qui presentato, come la forzante agente sul sistema comprensivo della polvere all'interno della tramoggia, al fine di valutarne la risposta e quindi determinare la portata di polvere scaricata.



# Appendice

Per rendere possibile un eventuale proseguimento del lavoro svolto nel corso di questa tesi, si riportano di seguito i codici di comando, utilizzati per eseguire le analisi agli elementi finiti per mezzo del software “Ansys Multiphysics”, suddivisi in base alla funzione che svolgono. Tutti i valori numerici sono riportati in forma simbolica, delimitati da due caratteri di percentuale, nella forma %valore\_numerico%.

## DEFINIZIONE DEL MODELLO:

```

/NOPR                                ! Suppress printing of UNDO process
/PMACRO                              ! Echo following commands to log
/CWD,'C:\Users\Directory             ! Cambia directory di lavoro
/PREP7
!*
!*
FINISH
!*
/PREP7                                ! Accesso al Pre-processor
!*
BLOCK,%x1%,%x2%,%y1%,%y2%,%z1%,%z2%, ! Definizione della geometria
BLOCK,%x3%,%x4%,%y3%,%y4%,%z3%,%z4%, ! del modello attraverso
BLOCK,%x5%,%x6%,%y5%,%y6%,%z5%,%z6%, ! le coordinate di 4 volumi
BLOCK,%x7%,%x8%,%y7%,%y8%,%z7%,%z8%, ! (BLOCK)
!*
MPTEMP,,,,,,,,                       !
MPTEMP,1,0                           ! Definizione delle proprietà
MPDATA,DENS,1,,%Densità%             ! dell'acciaio: densità,
MPTEMP,,,,,,,,                       ! modulo elastico e coefficiente
MPTEMP,1,0                           ! di Poisson
MPDATA,EX,1,,%Modulo_elastico%      !
MPDATA,PRXY,1,,%Coeff_Poisson%     !
!*
!*
TB,ANEL,2,1,21,0                     ! Definizione delle proprietà del
TBTEMP,0                             ! materiale piezoelettrico
TBDATA,,%s11%,%s12%,%s13%,0,0,0     ! Definizione della matrice di
TBDATA,,%s22%,%s23%,0,0,0,%s33%    ! elasticità (6x6)
TBDATA,,0,0,0,%s66%,0,0            !
TBDATA,,%s44%,0,%s55%,,,           !
MPTEMP,,,,,,,,                       !
MPTEMP,1,0                           !
MPDATA,DENS,2,,%Densità%            !Densità

```

```

TB,PIEZ,2,,1
TBMODIF,1,1,0
TBMODIF,1,2,0
TBMODIF,1,3,%d13%
TBMODIF,2,1,0
TBMODIF,2,2,0
TBMODIF,2,3,%d23%
TBMODIF,3,1,0
TBMODIF,3,2,0
TBMODIF,3,3,%d33%
TBMODIF,4,1,0
TBMODIF,4,2,0
TBMODIF,4,3,0
TBMODIF,5,1,0
TBMODIF,5,2,%d42%
TBMODIF,5,3,0
TBMODIF,6,1,%d51%
TBMODIF,6,2,0
TBMODIF,6,3,0
TB,DPER,2,,0
TBMODIF,1,1,%eps11%
TBMODIF,1,2,%eps22%
TBMODIF,1,3,%eps33%
TBMODIF,1,4,0
TBMODIF,1,5,0
TBMODIF,1,6,0
!*
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,3,%Modulo_elastico%
MPDATA,PRXY,3,"Coeff_poisson%
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,3,%Densità%
!*
ET,1,SOLID187
!*
!*
ET,2,SOLID227,11
!*
KEYOPT,2,1,1001
KEYOPT,2,2,0
KEYOPT,2,4,0
KEYOPT,2,9,0
KEYOPT,2,10,0
!*
VSEL,ALL
VGLUE,ALL
!*
VSEL,,,,7
VATT,1,,1,0
VSEL,,,,2
VATT,2,,2,0
VSEL,,,,5
VATT,3,,1,0
VSEL,,,,6
VATT,3,,1,0
ALLSEL
!*
ESIZE,%el_dim1%,0,
MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
VSEL,S,,,5,6,1
VMESH,ALL
!*
LSEL,S,,,27,42,15
LREFINE,ALL, , ,%rev_lv1%,1,1,1
ALLSEL
!*

```

```

ALLSEL                                !
ESIZE,%el_dim%,0,                    ! Operazione di meshing della
MSHAPE,1,3D                           ! lamella e del piezoelettrico
MSHKEY,0                               !
VSEL,S,,,2,7,5                         !
VMESH,ALL                              !
ALLSEL                                  !
!*                                     !
FINISH                                  ! Accesso al solutore
/SOL                                    !
!*                                     !
ASEL,S,,,14,19,5                       ! Definizione dei vincoli
DA,ALL,UX,0                             ! di spostamento alle superfici
DA,ALL,UY,0                             ! dell'incastro
DA,ALL,UZ,0                             !
ASEL,S,,,27,28,1                       !
ASEL,A,,,31,32,1                       !
DA,ALL,UY,0                             !
!*                                     !
ASEL,S,,,8,,                           ! Definizione della superficie di
DA,ALL,VOLT,0                           ! "messa a terra"
!*

```

In seguito alla definizione del modello è possibile eseguire una delle seguenti analisi.

### ANALISI STATICA:

```

ASEL,S,,,7,,                           ! Applicazione della tensione di
DA,ALL,VOLT,%V_1%                       ! lavoro alla superficie di
ALLSEL                                   ! applicazione del carico
!*                                     !
ANTYPE,0                                 ! Selezione analisi statica
/STATUS,SOLU                             !
SOLVE                                    ! Esecuzione dell'analisi

```

### ANALISI MODALE:

```

ANTYPE,2                                 ! Selezione analisi modale
!*                                     !
MODOPT,LANB,%n%                         ! ricerca dei primi n modi
EQSLV,SPAR                              ! solutore "sparse"
MXPAND,%m%, , ,0                        ! espandi m modi
LUMPM,0                                  ! no matrici ridotte
PSTRES,0                                 ! no carichi di pre-stress
!*                                     !
MODOPT,LANB,%n%,%fmin%,%fmax%, ,OFF    ! range di ricerca delle
!*                                     ! frequenze naturali (fmin-fmax)
SOLVE                                    ! Esecuzione dell'analisi
FINISH                                  !

```

## ANALISI DI RISPOSTA ARMONICA:

```

DA, ALL, VOLT, 28.2          ! Definizione dell'ampiezza
ALLSEL                      ! del carico armonico
!*
ANTYPE, 3                   ! Selezione analisi di
!*                          ! risposta armonica
HROPT, FULL                 ! tipo FULL
HROUT, OFF                  ! risultati in ampiezza e fase
LUMPM, 0                    ! no riduzione matrici
!*
EQSLV, SPAR, 1e-008,       ! solutore "sparse"
PSTRES, 0                   ! no pre-stress
!*
HARFRQ, %fmin%, %fmax%,    ! range di analisi (fmin-fmax)
NSUBST, %n%,               ! suddiviso in n substep
KBC, 1                      ! tipo di carico stepped
!*
ALPHAD, %alpha%,           ! smorzamento M-proporzionale
BETAD, %beta%,             ! smorzamento K-proporzionale
DMPRAT, %c%,               ! coefficiente di smorzamento
!*
/STATUS, SOLU              !
SOLVE                      ! Esecuzione dell'analisi
!*
FINISH                     ! Accesso al Time-history
/POST26                    ! post-processor
FILE, 'file', 'rst', '.'   ! accedi al file di risultati

:
:
:
:

NSOL, 2, %N%, U, Z, %var1%  ! Definisce la variabile 2 come
!*                          ! lo spostamento lungo Z del
!*                          ! nodo N, tale variabile è
!*                          ! chiamata var1
!*
PLVAR, 2, , , , , , , , ,  ! esegui plot della variabile 2

```

## ANALISI DINAMICA:

```

*DEL, _FNCNAME
*DEL, _FNCMTID
*DEL, _FNC_C1
*DEL, _FNC_C2              ! Definizione della funzione
*DEL, _FNCCSYS            ! di carico onda quadra SW1
*SET, _FNCNAME, 'SW1'     ! alla frequenza freq
*DIM, _FNC_C1, , 1
*DIM, _FNC_C2, , 1
*SET, _FNC_C1(1), 3.14159265358979
*SET, _FNC_C2(1), %freq%
*SET, _FNCCSYS, 0
*DIM, %_FNCNAME%, TABLE, 6, 361, 1, , , , %_FNCCSYS%

*SET, %_FNCNAME%(0,0,1), 0.0, -999
*SET, %_FNCNAME%(2,0,1), 0.0
*SET, %_FNCNAME%(3,0,1), %_FNC_C1(1)%
*SET, %_FNCNAME%(4,0,1), %_FNC_C2(1)%

```





## *Bibliografia*

ANSYS INC, “Element Reference”, aprile 2009;

ANSYS INC, “Modeling and Meshing Guide”, aprile 2009;

ANSYS INC, “Structural Analysis Guide”, aprile 2009;

BORGHESAN G., MARRO G., “La serie di fourier”;

GUGLIOTTA A., “Elementi Finiti”, otto editore, maggio 2002;

MORGAN ELECTROCERAMICS, “Piezoelectric ceramics \_ Electro Ceramic Solutions”, novembre 2007;

PI CERAMICS, “Piezoelectric Ceramic Products \_ Fundamentals, characteristics and applications”, 2011;

RIVOLA A., “Dispense del corso di DINAMICA DELLE MACCHINE E DEI SISTEMI MECCANICI LM”, A.A. 2011-2012;

RUSSO E., “Trasduttori di prossimità”;

SACMI IMOLA, “Tecnologia ceramica applicata Vol. I e II”, edizioni “La Mandragora”, maggio 2001;

VINCENZI L., “Identificazione dinamica delle caratteristiche modali e delle proprietà meccaniche di strutture mediante algoritmi di ottimizzazione”, marzo 2007;

[www.sacmi.com](http://www.sacmi.com);