ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA SEDE DI CESENA SECONDA FACOLTA' DI INGEGNERIA CON SEDE A CESENA CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA ELETTRONICA E DELLE TELECOMUNICAZIONI

TITOLO DELL'ELABORATO

Circuiti per la conversione di micro potenze da gradienti termici ambientali

Elaborato in

Elettronica dei Sistemi Digitali

Relatore Prof. Aldo Romani Presentata da Paolo Alberti

Sessione Terza Anno Accademico 2010/2011

Sommario

1. Intro	oduzi	one	1			
1.1.	Energy Harvesting					
1.2.	Effe	tti termoelettrici e Termocoppie	1			
1.3.	Principali Generatori Termoelettrici in Commercio					
2. Cor	nverti	tori DC-DC	7			
2.1.	Introduzione					
2.2.	Tipi	di Convertitori	9			
2.2.	.1.	Convertitore Buck	9			
2.2.	.2.	Convertitore Boost	10			
2.2.	.3.	Convertitore Invertente	12			
2.2.	.4.	Convertitore Flyback	15			
2.3.	Osc	illatore di Armstrong	16			
2.4.	Tras	formatore Reale ed Ideale	17			
3. Analisi di un Oscillatore Step-Up						
3.1.	Intro	oduzione	22			
3.2. Criterio di Barkhausen						
3.3.	Ana	lisi ai Grandi Segnali	24			
3.4.	Ana	lisi ai Piccoli Segnali	26			
3.5.	Rice	erca delle condizioni di oscillazione	32			
3.6.	Valu	Itazione delle condizioni di oscillazione	35			
3.7.	Ana	lisi dei dati rilevati	47			
3.8.	Sim	ulazioni con i dati ottenuti	53			
4. Conclusioni						
Indice delle figure6						
Indice delle tabelle						
Bibliografia69						
Ringraziamenti						

1. Introduzione

1.1. Energy Harvesting

L'*energy harvesting* è il processo per cui l'energia derivante da sorgenti naturalmente disponibili nell'ambiente, viene raccolta e immagazzinata in energia elettrica, per poi essere utilizzata in ambito di bassa potenza. [1]

Le sorgenti ambientali più comuni possono essere: luce solare, movimenti di masse d'acqua o aria, differenze di temperatura o ancora vibrazioni.

Esempi noti nella vita moderna sono stati sviluppati sia in ambito commerciale che militare, come ad esempio sensori per il monitoraggio oceanografico tramite il movimento del mare o come l'alimentazione di sensori con le vibrazioni di un'automobile. [1]

L'interesse maggiore per questo tipo di tecnologia è insito proprio nell'autonomia, cioè l'indipendenza stessa da dispositivi di alimentazione tradizionali, che apre le porte a infinite applicazioni in numerosi ambiti.

In questo testo si farà maggior riferimento alla raccolta di energia da gradienti termici, anche per applicazioni indossabili, con la successiva simulazione di alcuni circuiti autoalimentati, nell'ambito delle micropotenze, ovvero potenze tipicamente comprese tra qualche μ W e qualche decina di μ W.

1.2. Effetti termoelettrici e Termocoppie

La termocoppia è il sensore di temperatura più diffuso e conosciuto, e deve il suo nome al suo principio di funzionamento, che prevede una coppia di conduttori diversi connessi in due punti a due temperature diverse. [2]

Infatti, quando tra le due giunzioni viene instaurato un gradiente di temperatura, i due conduttori sono sede di alcuni fenomeni elettrici. [4]



Fig. 1 Esempio circuitale di una termocoppia, formata da due materiali (A e B), in cui si sviluppa una differenza di potenziale ai capi di [+ e -] a causa del gradiente di temperatura ∆T.

Effetto Seebeck;

L'effetto Seebeck coinvolge due conduttori metallici, o semiconduttori differentemente drogati che, costituendo un circuito, vengono sottoposti ad una differenza di temperatura, generando così elettricità.

Alla base di questa scoperta c'è il principio per cui ai capi di una sbarra metallica sottoposta ad un gradiente di temperatura si formerà una differenza di potenziale elettrico. [3]

Effetto Peltier;

Questo effetto è opposto a quello precedente in quanto prevede che, quando viene fatta scorrere una corrente in un circuito composto da due conduttori differenti, tra le due giunzioni dei materiali viene a formarsi una differenza di temperatura e quindi un flusso di calore tra le due giunzioni.

• Effetto Thomson;

L'effetto Thomson si verifica in conduttori singoli, e più precisamente quando uno di essi è percorso da corrente, e contemporaneamente è sottoposto ad un gradiente di temperatura, cede o acquista, in base al verso della corrente, calore dall'ambiente. Si differenzia dall'effetto Peltier perché quest'ultimo agisce solamente nelle giunzioni ed ha ovviamente un valore maggiore.

Effetto Joule;

Anch'esso è genericamente relativo ad ogni materiale e si verifica ogniqualvolta un conduttore è percorso da corrente, per la quale viene infatti dissipata potenza elettrica in modo irreversibile in energia termica verso l'ambiente.

• Effetto Fourier;

Questo effetto avviene ogni volta che due punti di un conduttore sono a temperature diverse. Esso genera un flusso di calore tra i due punti dipendente dal gradiente termico stesso e dalla natura del conduttore.

Se, come in Fig. 1, apriamo il circuito in un punto e misuriamo la differenza di potenziale otteniamo una caduta pari a

$$\Delta V = (\alpha_A - \alpha_B)(T_c - T_f)$$

Dove α_A e α_B sono i coefficienti di Seebeck e T_c e T_f sono, rispettivamente, la temperatura assoluta della giunzione calda e fredda.

1.3. Principali Generatori Termoelettrici in Commercio

Esistono numerosi produttori di termocoppie e, di conseguenza, queste saranno disponibili in numerosi modelli e dimensioni. Si vuole, per questo, passare a descriverne le principali proprietà.

I produttori più famosi in questo campo sono principalmente: Micropelt, Laird Technology, Tellurex, Nextreme, Marlow Industries e Hi-Z Technology.

Micropelt propone solo due modelli di generatore termoelettrico, realizzati mediante tecniche di fabbricazione simili, ma con dimensioni diverse. Tra questi possiamo citare il MPG-D651, più piccolo, e il MPG-D751, che presenta molte più termocoppie al suo interno. [5]



Fig. 2 TEG Micropelt MPG-D651 (sopra) e MPG-D751 (sotto)

Le dimensioni sono molto ridotte, essendo comprese tra i 2.5x2.5 mm² per il lato freddo più piccolo e circa i 4.3x3.4 mm² per il lato caldo più grande (Fig. 2). L'elevato numero di termocoppie e la loro ridotta sezione ha come svantaggio quello di aumentare sensibilmente la resistenza elettrica che può valere fino a 300Ω per il D751. La tensione generata, invece, è relativamente alta, generando da 75 fino a 140 mV per grado di differenza. Infatti, essendo essi adatti anche ad applicazioni indossabili, adeguando bene il carico, si può ottenere fino ad 1V di tensione generata con una differenza di temperatura di solo 10° K.

Utilizzando il comodissimo tool creato da Micropelt e disponibile sul sito web del produttore, si può graficare l'andamento di vari parametri, tra cui la massima potenza erogata rispetto alla resistenza di carico e, come si può notare dalla Fig. 3, il massimo trasferimento di energia si ha con un carico che impone circa 800mV di tensione di uscita.



Fig. 3 Grafico creato grazie al tool Micropelt che mostra l'andamento della potenza generata in funzione del carico

Thermo-Life produce un modello molto particolare di generatore, specifico per applicazioni indossabili, avendo forma molto ridotta e circolare misura ancora meno di una moneta, cioè meno di 19mm (Fig. 4).



Fig. 4 Esempio di generatore termoelettrico di Thermo-Life

Tale struttura conferisce al prodotto di avere un'elevata funzionalità nella generazione di micropotenze. [6] Infatti con solo 10K di differenza di temperatura si possono raggiungere addirittura 11V di tensione a vuoto, che naturalmente decadono fino a 5.5V con carico adattato. Elevate tensioni però non sempre sono sinonimo di efficienza, considerando che genera 135 μ W di potenza mentre il modulo Micropelt genera fino ad 1mW nelle stesse condizioni. Rimane comunque un buon componente da tenere in considerazione nel campo dell'*energy harvesting*.

Un'altra soluzione è presentata da Nextreme con un generatore dalle dimensioni ridotte, di meno di 2 mm di larghezza, con prestazioni piuttosto elevate. (Fig. 5)



Fig. 5 Generatore termoelettrico di Nextreme

Esso presenta infatti, con 50K di differenza di temperatura, 300mV di tensione generata, e una potenza abbastanza sostanziosa di quasi 9mW. [7]

La Nextreme fornisce inoltre anche altri generatori, più grandi in dimensioni, fino ad un massimo di 3.1x3.3mm², ma sempre con valori generati significativi.



Fig. 6 Raffigurazione di un TEG Nextreme HV56

L'eTEG HV56 mostrato in Fig. 6, ad esempio, già con una differenza di temperatura di 10K, produce 250mV e 1.5mW, valori assolutamente competitivi rispetto alla concorrenza. [8]

I prodotti di Hi-Z technology, a differenza di quelli mostrati in precedenza, sono molto più ingombranti, ma comunque degni di nota. Il loro generatore più piccolo, l'HZ-2, è di forma quadrata di quasi 3 cm di lato, non comparabile quindi con i microcomponenti visti finora, ma, dai dati dichiarati dal produttore, ha la capacità di fornire 3.3V a carico adattato, generando fino a 2.5W con un gradiente termico di 200K. [9]



Fig. 7 TEG HZ-2 della Hi-Z Technology

Purtroppo questi valori sono validi solamente per temperature molto elevate, rispetto al campo degli indossabili. Infatti gli stessi produttori forniscono un calcolatore di performance relativo ai propri prodotti, che, selezionando il modello e le temperature delle zone calda e fredda, restituisce i valori attesi generati dal componente.

Module Properties	•				Module					
					Voc =	0,28	Volts	open circuit		
Module	HZ-2				V =	0,14	volts	at matched load		
					Ri =	1,91	ohms	internal resistance		
Hot Side Temperature	35	°C			pwr =	0,01	Watts	at matched load		
					Q =	3	Watts			
Cold Side Temperature	25	°C			efficiency =	0,33	%	at matched load		
Instructions										
1) Select the module you want t	o evaluate	A drop do	own menu a	ppears wh	nen you click o	on cell B-3.				
2) Enter the expected hot side t	emperature	e of the mo	odule in cell	B-5.						
3) Enter the expected cold side	temperatur	e of the m	odule in cel	I B-7.						
4) The module properties as a fe	unction of t	he temper	ature can b	e found or	n other worksh	eets identi	fied on t	he tabs at the botton	n of this work	sheet.
note: The hot and cold side tem	perature ar	e measure	ed on the su	irface of t	he module.					
Depending on the design,	the module	temperat	ures can be	very diffe	erent than the	temperatur	e of the	heat sinks.		
These properties are for referen	nce only an	d may var	y from mod	ule to mod	lule.					

Fig. 8 Tabella di simulazione dati fornita da Hi-Z Tech

Come possiamo notare dalla Fig. 8, se immettiamo la solita differenza di temperatura di 10K, in condizioni di indossabili, i valori sono leggermente più bassi ma comunque con una buona efficienza: 140mV di tensione generata a 10mW di potenza trasferita a carico adattato, il tutto a discapito di una resistenza serie relativamente elevata, quasi 2Ω .

Il resto dei produttori, non elencati in questo testo, producono componenti simili, con piccole differenze per quanto riguarda le prestazioni, senza differenziarsi significativamente gli uni dagli altri. Prendiamo come esempio la Marlow Industries.



Fig. 9 TEG 12-8 della Marlow Industries

Quello mostrato in Fig. 9 è un classico esempio di TEG della Marlow, tra i più efficienti del produttore, che può fornire con 60K di differenza di temperatura alti valori in uscita: quasi 2V di tensione e più di 1W di potenza ottimale con una resistenza serie di circa 1.5Ω .

In conclusione si può appurare che mediamente i TEG, delle più svariate dimensioni, modelli e prestazioni, lavorano fornendo dai 20mV ai 150-200mV di tensione e le resistenze in serie variano da 0.5Ω ai $3-5\Omega$, valori a cui faremo riferimento nelle future analisi.

2. Convertitori DC-DC

2.1. Introduzione

I convertitori DC-DC (DC è l'acronimo inglese di corrente continua) sono circuiti che, come dice già il nome, lavorano con correnti continue, convertendo una tensione costante in un'altra. Una presentazione sintetica è riportata in [16] e di seguito riassunta.

Vengono impiegati in numerosi ambiti, come ad esempio in dispositivi portatili come telefoni cellulari e computer laptop. Sono utili quando si vogliono ottenere più valori di tensione da una singola sorgente o quando la sorgente non è costante, come una batteria, e si necessita di uno specifico valore di tensione in uscita. [16]

Naturalmente il metodo più semplice per ottenere una conversione avviene attraverso il cosiddetto partitore di tensione [16], formato da due o più semplici resistori posti in serie tra loro, ma che hanno numerosi problemi per quanto riguarda applicazioni più precise. I resistori infatti hanno scarsa efficienza dal punto di vista della dissipazione del calore, non hanno una buona precisione nel convertire la tensione e non possono generare una tensione superiore a quella di ingresso.

Con il metodo di conversione a switch si possono ottenere numerosi benefici in termini di progettazione ed efficienza [16]. Normalmente questi circuiti hanno come principio di funzionamento l'applicazione di una tensione continua su un induttore, e dopo un certo periodo di tempo, quando sufficiente energia magnetica è stata immagazzinata, tramite un interruttore, o switch, viene disconnesso dall'alimentazione e l'energia viene così deviata verso l'uscita. Controllando il rapporto dei tempi di accensione/spegnimento dell'interruttore, cioè agendo sul duty cycle di controllo, si può ottenere una tensione di uscita stabile al variare della corrente di carico. Di frequente gli interruttori di questi circuiti sono creati con transistori comandati da segnali ad onda quadra permettendo un controllo diretto dell'accensione e dello spegnimento del circuito stesso.

Altre tipologie di convertitori prevedono l'utilizzo di un trasformatore, che isola l'ingresso dall'uscita ottenendo un'uscita controllata disaccoppiata dall'ingresso. Alcuni sono progettati senza interruttore fisico, in modo da evitare di alimentare un transistore durante il ciclo di carica e scarica. Introducendo infatti un trasformatore e un transistore con basse tensioni di soglia, il circuito, una volta innescato, oscilla autonomamente amplificando la tensione di uscita e trasferendo potenza in uscita senza più bisogno di condizioni esterne che determinino le fasi della conversione se non, ovviamente, la sorgente stessa da cui si vuole trasferire potenza.

Questi ultimi circuiti, chiamati anche Oscillatori DC-DC sono molto utili per l'uso con generatori termoelettrici, in quanto, avendo questi tensioni di ingresso molto ridotte, non consentono di alimentare circuiti di generazione di onde quadre per il controllo.

Le topologie più importanti di convertitori DC-DC sono:

- Step-Down (Buck),
- Step-Up (Boost),
- Invertente (Buck-Boost),
- Cuk,
- Flyback.

2.2. Tipi di Convertitori

2.2.1. Convertitore Buck

Il convertitore Buck ha un circuito molto semplice, composto solamente da un transistor mosfet funzionante da interruttore, un diodo posto in parallelo ed un induttore, cuore del funzionamento, e un carico resistivo e capacitivo (Fig. 10). Una buona analisi è riportata in [18] e di seguito riassunta.



Fig. 10 Schematico di un Convertitore Buck

Il funzionamento è in funzione dell'energia immagazzinata sull'induttore e viene scandito dall'apertura e chiusura dell'interruttore.

Quando il transistor è chiuso, scorre corrente attraverso di esso ed all'interno del carico e dell'induttore. Così facendo in quest'ultimo si immagazzina dell'energia magnetica, che verrà rilasciata una volta aperto il circuito. Il diodo infatti, in questa seconda fase, obbliga la corrente a circolare nel verso che aveva precedentemente nella maglia a cui appartiene. Così facendo l'energia viene trasferita al carico e l'induttore torna alle condizioni iniziali.

Controllando i tempi di apertura e chiusura dell'interruttore, cioè il cosiddetto duty-cycle, definito da $D = \frac{\tau}{T}$, dove τ è la porzione di tempo a livello alto e T il periodo totale, si può scandire il funzionamento del circuito e agire sulla tensione di uscita.

In fase di accensione del transistor, la tensione ai capi dell'induttore è pari a $V_L = V_i - V_o$ e la corrente che scorre su di essa può essere descritta da:

$$V_L = L \frac{dI_L}{dt}$$

Quindi:

$$\Delta I_{L_{On}} \int_{0}^{DT} \frac{V_L}{L} dt = \frac{(V_i - V_o)}{L} DT$$

Mentre, nella fase di spegnimento, l'energia immagazzinata precedentemente nell'induttore si trasferisce al carico, e la corrente che lo attraversa può essere calcolata allo stesso modo:

$$\Delta I_{L_{off}} \int_{\tau}^{T} \frac{V_L}{L} dt = \frac{-V_o}{L} (1-D)T$$

Se a questo punto consideriamo che il convertitore lavori in regime stazionario possiamo dedurre che l'energia immagazzinata in ogni componente è identica all'inizio e alla fine del ciclo, cioè sia a t=0 che t=T. Per questo possiamo scrivere:

$$\frac{(V_i - V_o)}{L}DT - \frac{V_o}{L}(1 - D)T = 0 \Rightarrow V_o - DV_i = 0 \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = D$$

Dall'ultima equazione ricavata possiamo dedurre facilmente che la funzione di trasferimento è direttamente proporzionale al duty-cycle del sistema. Dato che quest'ultimo è, come detto precedentemente, il rapporto tra il tempo di accensione sul tempo totale del ciclo D non sarà mai superiore ad 1; questo tipo di convertitore viene denominato anche step-down proprio perché la tensione di uscita non sarà mai superiore a quella di ingresso.

Nel caso il duty-cycle superi determinati valori, la corrente che fluisce nell'induttore potrebbe scendere fino a valore nullo; in questi casi il funzionamento del circuito si definisce discontinuo. In questo caso, omettendo la dimostrazione per semplicità, ma procedendo con lo stesso criterio precedente, la funzione di trasferimento non sarà più funzione della sola D, ma anche della tensione di ingresso, del valore di induttanza, della frequenza di switching e della corrente di uscita:

$$V_o = V_i \frac{1}{\frac{2LI_o}{D^2 V_i T} + 1}$$

2.2.2. Convertitore Boost

Il convertitore Boost prevede la presenza di un solo induttore un interruttore in parallelo e di una maglia contenente un diodo e di un carico composto da una capacità e una resistenza (Fig. 11). Una buona analisi è riportata in [19] e viene di seguito riassunta.



Fig. 11 Schematico di un Convertitore Boost

Il principio di funzionamento del circuito mostrato sopra è scandito dallo stato del transistor MOSFET che funziona da interruttore. Quando esso è chiuso, avviene la fase di carica, chiudendosi la maglia con il segnale di ingresso, l'induttore e il transistor mentre l'energia magnetica viene immagazzinata nell'induttanza.

Nella fase successiva, all'apertura dell'interruttore, la maglia viene interrotta bruscamente, e la corrente viene di conseguenza convogliata nella seconda maglia, trasferendo energia sulla capacità.

Il processo si può controllare agendo sul duty-cycle: durante lo stato con interruttore chiuso la tensione di ingresso si pone ai capi dell'induttore, provocando una variazione di corrente su di esso per il tempo di chiusura del circuito:

$$\frac{\Delta I_L}{\Delta t} = \frac{V_i}{L}$$

Quindi

$$\Delta I_{L_{On}} = \int_0^{DT} \frac{V_i}{L} dt = \frac{V_i \cdot D \cdot T}{L}$$

Nella seconda fase del processo, aprendosi l'interruttore, la corrente fluisce sul carico, e senza considerare la caduta di tensione sul diodo, sarà definita da:

$$V_i - V_o = L \frac{dI_L}{dt}$$

Girando la formula:

$$\Delta I_{Loff} = \int_0^{(1-D)T} \frac{(V_i - V_o)dt}{L} = \frac{(V_i - V_o)(1-D)T}{L}$$

Ora, considerando il principio della conservazione dell'energia, possiamo imporre che l'energia immagazzinata nell'induttore prima del ciclo dovrà essere identica alla fine del ciclo. Con altre parole le due variazioni di corrente dovranno essere uguali:

$$\Delta I_{Lon} + \Delta I_{Loff} = 0 \Rightarrow \frac{V_i \cdot D \cdot T}{L} + \frac{(V_i - V_o)(1 - D)T}{L} = 0$$

Quindi fatte alcune semplificazioni si otterrà la funzione di trasferimento:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 - D}$$

Dall'analisi dell'ultima espressione ottenuta si può notare che la tensione di uscita sarà sempre maggiore di quella di ingresso, ma solo in linea teorica potrebbe raggiungere anche un valore infinito nel caso di duty-cycle unitario. Questo circuito viene chiamato anche step-up converter proprio per la sua capacità di innalzare il valore della tensione.

Nel caso in cui una delle due fasi del processo sia troppo lunga rispetto all'altra, il circuito lavora in modo discontinuo, che implica che la corrente arrivi ad un valore nullo durante questa fase. In queste condizioni la funzione di trasferimento sarà più complessa e non dipenderà più solamente dal duty-cycle, ma da altri fattori come il valore dell'induttore, la tensione di ingresso, la frequenza di switching e la corrente di uscita. Procedendo come prima e riportando direttamente le conclusioni, la nuova espressione della funzione di trasferimento sarà:

$$\frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{V_i D^2 T}{2LI_o}$$

2.2.3. Convertitore Invertente

Il convertitore Invertente è anche detto Buck-Boost perché riferito a due tipologie di convertitore, una, leggermente più complessa, che prevede l'unione dei due circuiti visti in precedenza, utilizzando un solo induttore in comune con due interruttori e due diodi, mentre la seconda, quella che analizzeremo in questo paragrafo, può essere vista come modifica di uno dei due. Una buona analisi è riportata in [20] e viene di seguito riassunta.

In questo tipo di circuito compaiono due maglie distinte, una che include l'interruttore posto in serie e l'induttore in parallelo, e la seconda creata solo dal carico resistivo e capacitivo.

Il diodo è posto in serie, ma in polarità opposta alle precedenti configurazioni e costituisce un collegamento tra le due maglie, come si può meglio notare dalla Fig. 12.



Fig. 12 Schematico di un Convertitore Invertente (Buck-Boost)

Anche questo circuito opera con due stati di funzionamento, ovviamente scanditi dall'interruttore. Alle condizioni iniziali ovviamente tutti i componenti passivi saranno scarichi e privi di energia immagazzinata, ma all'accensione del transistor la corrente viene obbligata dal diodo a scorrere sull'induttore, che immagazzina energia magnetica.

Quando l'interruttore si apre l'induttore ancora carico forza la corrente sulla seconda maglia, andando a caricare il condensatore e alimentando il carico. Così, ritornando all'interruttore nuovamente chiuso, l'induttore si caricherà di nuovo, mentre il condensatore fornirà ancora energia in uscita, avendo ancora energia elettrica immagazzinata.

Naturalmente con questo ciclo di funzionamento la corrente di uscita e quindi la polarità della tensione sarà opposta a quella di ingresso; da qui la denominazione di invertente.

Procedendo come per i circuiti precedenti, possiamo suddividere queste due fasi anche in modo matematico, considerando la variazione di corrente sull'induttore come:

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_i}{L}$$

Infatti, durante il ciclo con interruttore chiuso la differenza di corrente si calcola come:

$$\Delta I_{L_{On}} = \int_0^{DT} dI_L = \int_0^{DT} \frac{V_i}{L} dt = \frac{V_i DT}{L}$$

Dove D è, come in precedenza, il duty-cycle del segnale che comanda l'interruttore.

Considerando ideale il diodo e quindi nulla la sua caduta di tensione, nella fase di spegnimento del transistor la corrente assumerà questa espressione:

$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_o}{L}$$

La differenza di corrente si misura quindi allo stesso modo, impostando i nuovi estremi dell'integrale:

$$\Delta I_{Loff} = \int_{0}^{(1-D)T} \frac{V_{o}}{L} dt = \frac{V_{o}(1-D)T}{L}$$

Ripetendo il procedimento già eseguito nei precedenti capitoli per il principio della conservazione dell'energia avremo:

$$\Delta I_{L_{on}} + \Delta I_{L_{off}} = 0$$

Perciò:

$$\Delta I_{L_{on}} + \Delta I_{L_{off}} = \frac{V_i DT}{L} + \frac{V_o (1 - D)T}{L} = 0$$

Che equivale a scrivere:

$$rac{V_o}{V_i} = \left(rac{-D}{1-D}
ight)$$
, oppure $D = rac{V_o}{V_o - V_i}$

Come si può appurare dal risultato appena ottenuto, considerando che D può variare da 0 a 1, la funzione di trasferimento risulterà sempre negativa e quindi invertente come già spiegato.

In particolare, se D è prossimo a 1, l'uscita tende a meno infinito e se è molto piccolo, anche il guadagno si comporterà di conseguenza. Quindi, non tenendo in considerazione la polarità, la funzione di trasferimento apparterrà in modulo ad un range tra 0 e infinito, come se comprendesse sia quella di un buck che di un boost, da cui si può ricondurre il circuito e da cui deriva il nome.

Nel caso di funzionamento discontinuo, ossia nel caso in cui la corrente sull'induttore raggiunga valore nullo, la forma della funzione di trasferimento diventa più complessa e in funzione di altri parametri oltre il duty-cycle, come il valore di induttanza, la tensione di ingresso e la corrente di uscita. Omettendo la dimostrazione:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{V_i D^2 T}{2LI_o}.$$

2.2.4. Convertitore Flyback

Questo circuito di conversione utilizza un trasformatore al posto degli induttori visti in precedenza, e in specifico si presenta come un'evoluzione del convertitore buck-boost.

Il trasformatore offre, inoltre, un'importante proprietà al circuito, ossia l'isolamento elettrico tra uscita e ingresso, evitando così trasferimenti diretti di correnti al carico, oltre che rendere il convertitore adatto anche ad impieghi con segnali alternati. Anche in questo caso una buona analisi è riportata in [21] e di seguito riassunta:

Il convertitore Flyback è rappresentato nella figura sottostante. (Fig. 13)



Fig. 13 Schematico di un Convertitore Flyback. È' possibile notare i due induttori accoppiati secondo la direttiva soprastante e la notazione col punto derivata dal trasformatore.

Il principio di funzionamento di questo circuito deriva direttamente dall'invertitore discusso nel paragrafo precedente, avendo sempre due fasi distinte scandite dall'interruttore a mosfet. In questo caso l'energia scambiata non è più quella immagazzinata in un singolo induttore, ma quella all'interno del nucleo stesso e scambiata tra le due induttanze.

Nella prima fase l'interruttore è chiuso, e il primario, essendo connesso direttamente alla tensione di ingresso, viene attraversato da una corrente che gli permette di immagazzinare flusso magnetico. Non appena il MOSFET si spegne, il trasformatore risponde alla brusca variazione avvenuta sul primario trasferendo l'energia sul secondario, che va a caricare, in modo invertente, il condensatore.

Accendendo nuovamente il transistor ritornerà a scorrere corrente al primario, il trasformatore indurrà quindi il flusso sul secondario su cui però non scorrerà corrente, in quanto il diodo è polarizzato inversamente, dato che la capacità è già stata caricata nel passo precedente. Il condensatore continuerà in ogni caso a trasferire potenza al carico.

Come è facile intuire questo principio di funzionamento è esattamente il medesimo del circuito invertente già studiato.

Il circuito in esame ci dà la possibilità di ottenere diverse uscite attraverso un unico trasformatore avvolto da più induttori: difatti gestendo il rapporto spire tra il primario in comune e i vari secondari ottenuti, avremo un valore differente di tensione per ogni singolo induttore. Siamo così giunti a tanti convertitori Flyback ottenuti da una sola sorgente. [22]

2.3. Oscillatore di Armstrong

L'oscillatore di Armstrong, detto anche di Meissner, è un oscillatore inizialmente creato per un funzionamento con le valvole. Successivamente aggiornato al funzionamento con i transistor FET presenta un circuito risonante posto all'ingresso del transistor. Questo tipo di oscillatori può essere rappresentato in molteplici modi, qui di seguito riportiamo il maggiormente diffuso. [23]



Fig. 14 Circuito semplificato di un oscillatore di Meissner

Lo schematico di Fig. 14 raffigura un oscillatore di Meissner semplificato, a titolo esemplificativo. Nel disegno le due induttanze sono accoppiate, e di solito la L₂ viene chiamata *tickler coil* perché riporta un piccolo feedback all'altra parte del circuito. Assumendo che l'accoppiamento sia, anche se debole, sufficiente a mantenere l'oscillazione, la frequenza a cui lavorerà questo circuito sarà dato dalla parte risonante:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C}}$$

In realtà il valore esatto della frequenza si discosterà leggermente da quello teorico, a causa di effetti dissipativi insiti nei componenti, come capacità e induttanze parassite, perdite interne dovute alle resistenze intrinseche e al carico a cui è collegato il circuito.

Questo tipo di oscillatore è utilizzato soprattutto nel campo dei radiocollegamenti, perché modificando la distanza tra gli induttori si modifica l'accoppiamento e il feedback riportato, controllando così la frequenza di oscillazione.

Esiste una leggera differenza tra il circuito di Meissner e quello di Armstrong, ma entrambi mantengono lo stesso funzionamento. Quello appena visto, di Meissner, presenta il risonatore al gate del transistor, accoppiato a volte come un trasformatore all'altro induttore. Mentre quello di Armstrong ha il circuito risonante posto sul drain e accoppiato con l'altro induttore sul gate. [24] Vediamo una versione di quest'ultimo semplificata e aggiornata con un MOSFET in Fig. 15.



Fig. 15 Schematico semplificato di un oscillatore di Armstrong

Il principio di funzionamento dell'oscillatore di Armstrong è semplice. Il segnale in ingresso entra al gate, facendo scorrere della corrente all'interno dell'induttore L₂. L'accoppiamento degli induttori causa variazioni della corrente in L₁. La tensione di gate va a controllare la corrente sul drain, che scorre attraverso L₁ e C₁. Essendo L₁ accoppiato con l'induttore L₂, si genera una retroazione sul gate del MOSFET innescando quindi un'oscillazione. Dimensionando i componenti del circuito risonante si può controllare la frequenza di oscillazione dell'intero sistema. A causa del rapporto spire del trasformatore la tensione ai capi di L₁ sarà più elevata di quella ai capi di L₂.

2.4. Trasformatore Reale ed Ideale

Nel presente paragrafo si vuole discutere in merito all'analisi del trasformatore ideale, spiegata in modo più approfondito in [10], mentre in seguito sarà riassunto.

Il trasformatore è una macchina elettrica, statica, costituita da due avvolgimenti di conduttori creati su un nucleo di materiale ferromagnetico, detti primario e secondario. Le spire così formate avranno un certo numero di avvolgimenti, e il

rapporto tra questi valori è il cosiddetto rapporto spire $K=N_1/N_2$. Imprimendo una corrente su un avvolgimento si formerà un campo magnetico all'interno dello stesso, e verrà condotto dal nucleo ferroso attraverso l'altro induttore. Nel secondario si genera così una corrente indotta dal flusso magnetico, che avrà valore proporzionale al rapporto K.

Il trasformatore, quindi, è descritto semplicemente come due induttori avvolti attorno allo stesso nucleo di ferro, con differente numero di avvolgimenti, come mostra il simbolo circuitale di Fig. 16.



Fig. 16 Simbolo circuitale del trasformatore ideale

Usualmente come notazione si utilizza segnare il verso in cui gli avvolgimenti vengono utilizzati all'esterno con dei pallini da un lato degli induttori, specificando il verso della corrente di ingresso nel primario e di uscita dal secondario.

Purtroppo questo tipo di rappresentazione non tiene conto della non idealità del componente, che invece presenta alcune perdite intrinseche. [11]

Infatti, come ovvio, non tutto il campo magnetico generato dal primario verrà trasportato e trasformato dal secondario, a causa della non idealità del componente, che genererà anche flussi di dispersione, come si può notare dalla Fig. 17.



Fig. 17 Rappresentazione schematica ti un trasformatore. Notare i flussi colorati di verde e blu che non si concatenano con l'altro avvolgimento.

Possiamo verificare queste perdite descrivendo il valore di tensione che si forma ai capi dell'induttore.

$$v_1(t) = R_1 i_1(t) + \frac{d\Phi_{c1}}{dt}$$

Dove R₁ è la resistenza intrinseca del conduttore del primario. Infatti, essendo gli avvolgimenti formati da lunghi conduttori, questi soffriranno effetti dissipativi per effetto Joule, una volta percorsi da corrente. Possiamo approssimare questo effetto come una resistenza posta in serie all'induttanza del trasformatore, una al primario e una al secondario.

Il flusso Φ può essere visto come una parte generata dalla corrente impressa, ed una parte dal flusso concatenato, in formule:

$$v_1(t) = R_1 i_1(t) + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

In modo speculare la tensione al secondario sarà:

$$v_2(t) = -R_2 i_2(t) - \frac{d\Phi_{c2}}{dt} = -R_2 i_2(t) - L_{d2} \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Combinando le descrizioni della corrente e del flusso avremo:

$$N_1i_1 - N_2i_2 = \mathcal{R}\Phi$$

Dove \mathcal{R} è la riluttanza del nucleo.

Gli avvolgimenti formati sul nucleo, come già asserito, non sono mai perfetti, non concatenandosi completamente il flusso magnetico tra di essi; si può rappresentare questo effetto come due induttori posti in serie al trasformatore, ed uno in parallelo. I due, rappresentanti il flusso perso nella non idealità degli avvolgimenti, possono essere descritti come:

$$L_a = L_1 \mp M$$
$$L_b = L_2 \mp M$$

Mentre l'effettiva induttanza del trasformatore, e più precisamente la mutua induttanza M reale che si forma con l'accoppiamento del flusso magnetico tra i due avvolgimenti, si può descrivere mediante $L_m = \pm M$ posta in parallelo.

Si può così definire la matrice induttanza, derivata dalle espressioni della tensione e della corrente:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Dove L_{12} è la mutua induttanza formata tra i due avvolgimenti, valutata come:

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = \frac{N_2}{N_1} L_m$$

Mentre L_{11} e L_{22} sono le auto-induttanze rispettivamente del primario e del secondario, definite da:

$$\begin{cases} L_{11} = L_a + \frac{N_1}{N_2} L_{12} \\ L_{22} = L_b + \frac{N_2}{N_1} L_{12} \end{cases}$$

In presenza di perdite si può definire anche il rapporto spire effettivo, cioè quello che viene concretamente utilizzato dal trasformatore:

$$N_{eff} = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}}$$

E quindi anche il coefficiente di accoppiamento, che determina la qualità del trasformatore:

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

Il coefficiente avrà valore compreso tra 0 e 1, e se si trascurano le perdite L_a ed L_b k avrà valore massimo, e N_{eff} sarà approssimabile al rapporto spire fisico:

se
$$L_a, L_b \rightarrow 0$$
 allora $N_{eff} = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}}$

Quindi il valore di L_m può essere così ricavato:

$$L_{12} = \frac{N_2}{N_1} L_m = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}} L_m$$

Ricavando L₁₂ dal coefficiente k:

$$k\sqrt{L_{11}L_{22}} = L_{12}$$

Si avrà:

$$k\sqrt{L_{11}L_{22}} = \sqrt{\frac{L_{22}}{L_{11}}}L_m$$

Risolvendo per L_m:

$$L_m = kL_{11}$$

Oltre agli effetti dissipativi sopra esposti, esistono anche alcune perdite nel ferro, cioè dovute dalle correnti parassite che si formano nel nucleo, dette anche correnti di Foucault. Esse infatti esistono ogniqualvolta il flusso di induzione magnetica vari nel tempo, come abbiamo notato essere nel nostro caso. Inoltre il nucleo, come frutto della conducibilità stessa del materiale, soffrirà di dissipazione per effetto Joule e di perdite per isteresi dovute alla variazione dell'induzione magnetica. [12] Anche se le moderne tecnologie hanno abbattuto questi valori sensibilmente, creando ad esempio nuclei di ferro formati da lamine per evitare correnti di Foucault, in certi casi potrebbero non essere trascurabili in certi ambiti di funzionamento. Si possono quindi rappresentare come una resistenza posta in parallelo al nucleo, che dissipa potenza in modo proporzionale alle perdite rilevate.

I conduttori stessi saranno anche sede di una certa capacità parassita che si formerà tra i cavi stessi e con il piano di massa.

Possiamo, a questo punto, definire un trasformatore ideale, cioè un componente che non soffrirà di tutte le non idealità descritte finora e che sarà caratterizzato da resistenze dei conduttori nulle, assenza di flussi dispersi, permeabilità infinita del nucleo (μ =∞ quindi \mathcal{R} =0) e nessun effetto dissipativo nel nucleo. In questo modo possiamo descrivere le tensioni e le correnti presenti sugli avvolgimenti in modo nettamente più semplice:

$$V_1 = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad e \quad I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2$$

dove si è fatto uso delle trasformate di Steinmetz.

Queste equazioni descrivono il comportamento di un trasformatore ideale, che adesso può essere visto come un generatore di tensione al primario comandato dalla tensione al secondario, e al secondario un generatore di corrente dipendente dalla corrente che scorre sul primario.

Il simbolo circuitale del trasformatore ideale è mostrato in Fig. 18



Fig. 18 Simbolo circuitale del trasformatore ideale privo di perdite.

Un'importante proprietà che il trasformatore ideale dona al circuito, è che i componenti passivi posti in serie o in parallelo possono, moltiplicando per il quadrato del rapporto spire, essere portati da una parte all'altra del trasformatore semplificando così la trattazione.

Nel modello completo del trasformatore reale, mostrato in figura sottostante (Fig. 19), si può notare la disposizione dei componenti derivante dai parametri finora discussi, con al centro disposto il componente ideale privo di perdite. [13]





3. Analisi di un Oscillatore Step-Up

3.1. Introduzione

Con l'intento di progettare un circuito di *energy harvesting* di micropotenze, si prenderà in analisi un circuito oscillante con convertitore a step-up, utilizzato anche da Linear per la costruzione del convertitore e power manager LTC3108 [15].

In particolare si partirà da alcuni componenti prefissati, si analizzeranno le condizioni di innesco e di oscillazione del circuito, e si dimensioneranno i rimanenti componenti per determinare quali parametri potranno essere gestiti e controllati con diverse tecnologie costruttive.

Per ottenere questo risultato, si analizzerà il circuito come costituito da due parti distinte: una di amplificazione, composta da solo elementi attivi, in questo caso solo il transistor, ed una parte, composta solo da componenti passivi, che funzionerà da retroazione al primo blocco. In questo modo i due microsistemi, in determinate condizioni, oscilleranno attorno ad una certa pulsazione senza l'apporto di segnali di ingresso.

Si vuole, per questo motivo, specificare prima il tipo di condizioni e di analisi necessarie al proseguimento.

3.2. Criterio di Barkhausen

Gli oscillatori sono dispositivi in grado di generare un'uscita non nulla senza che in ingresso sia applicato un segnale, se non per le condizioni di innesco. Vengono realizzati mediante amplificatori, posti in retroazione positiva, configurati in modo che risultino instabili. Vediamo tramite questo criterio come ricavare le condizioni necessarie ad ottenere l'innesco e quindi l'oscillazione stessa.

Abbiamo a disposizione due blocchi, in retroazione positiva, con funzione di trasferimento pari a, rispettivamente, A e β . (Fig. 20)



Fig. 20 Schema a blocchi di un sistema con retroazione positiva.

Il valore dell'uscita è semplicemente la funzione di trasferimento A moltiplicata per il segnale che lo attraversa, che in questo caso sarà dato dal valore di ingresso sommato a quello di retroazione.

$$V_O = (V_i + V_f)A$$

Dove V_f sarà ovviamente il segnale di uscita riportato all'ingresso e moltiplicato per β .

$$V_0 = (V_i + V_0\beta)A$$

Le condizioni di oscillazione prevedono quindi che il circuito mantenga un'uscita non nulla senza segnale di ingresso, perciò:

$$V_0 = (0 + V_0\beta)A \Rightarrow V_0 = V_0\beta A \Rightarrow V_0(1 - A\beta) = 0$$

La soluzione ovvia ($V_0=0$) in questo caso non ha alcun senso, perché, da come già detto si vuole un'uscita non nulla a fronte di un ingresso nullo, perciò l'unica soluzione può essere:

$$1 - A\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad A\beta = 1$$

L'ultima equazione ricavata descrive le cosiddette condizioni di Barkhausen, che determinano l'oscillazione. La condizione sopracitata si riconduce, per funzioni di trasferimento in campo complesso, a

 $|A\beta| = 1$

е

 $|A\beta = 0$

Possiamo in questo modo analizzare il circuito di nostro interesse e cercare per quali parametri e condizioni le equazioni di cui sopra saranno verificate.

Un'ultima nota alle condizioni consiste nel considerare che per ottenere un innesco efficacie conviene avere il modulo della funzione di trasferimento anche maggiore di uno.

$$|A\beta| > 1$$

3.3. Analisi ai Grandi Segnali

Innanzitutto procediamo con una prima analisi ai grandi segnali del circuito in esame. Il circuito è quello mostrato in Fig. 21.



Fig. 21 Circuito oscillatore step-up

Come si può notare dall'immagine in Fig. 21 il circuito è alimentato da un TEG che qui viene approssimato senza particolari limitazioni come un generatore di tensione continua, a basso voltaggio con un resistore in serie. La capacità d'ingresso C, ai fini della trattazione, si può trascurare avendo solo funzione di mantenere costante il segnale, senza incidere sulle condizioni di oscillazione.

Successivamente vediamo il trasformatore, cuore del circuito e dell'oscillazione, che è composto da due avvolgimenti su un'anima di ferro. In specifico, il modello che andremo ad utilizzare, l'LPR6235 della Coilcraft, avrà un rapporto spire pari a 1:100, e un coefficiente di accoppiamento molto buono, sull'ordine dello 0.95 [14]. Il trasformatore è qui interpretato da due induttori accoppiati, con la direttiva imposta poco sopra agli stessi, questo perché LTspice non fornisce questo tipo di componente da applicare se non come sopra. Successivamente si utilizzerà questa soluzione per le simulazioni, mentre nei prossimi schematici riportati sarà sostituito con l'immagine di un trasformatore ideale. Il transistor in questo caso è posto nella configurazione di amplificazione a source comune, con retroazione creata proprio dal trasformatore connesso dal drain al gate. Il resistore sul nodo del gate ha la funzione di drenare la carica lentamente verso massa, per evitare tensioni troppo elevate sul nodo stesso, ma, avendo valore di resistenza molto elevato, possiamo approssimarla ad un circuito aperto per semplificare lo studio. Purtroppo dobbiamo aggiungere al circuito la capacità gate-source in guanto, essendo in questo caso non trascurabile, potrebbe avere effetti sulle condizioni di innesco. Essa non solo si forma tra il metallo del gate e il semiconduttore di tipo N di cui è formato il source, ma anche con le cariche accumulate al disotto del dielettrico, il cosiddetto canale di conduzione. Quest'ultima, infatti, ha un'entità molto maggiore delle sole capacità di overlap e di fringing field, che riguardano quanto gate si sovrappone al semiconduttore e il campo elettrico che si forma dagli spigoli del metallo, rispettivamente. Per questo motivo, la capacità tra gate e drain, che fungerebbe da bypass del segnale, viene trascurata in quanto la sua entità è dovuta solo a questi due piccoli effetti parassiti, formando una capacità molto minore in confronto agli altri componenti. A destra del nodo V_o, compare un circuito per la rettificazione del segnale, che può essere visto come una tensione molto alta, stabile e costante, poiché C₄ avrà tipicamente valori molto elevati, e quindi non utile all'analisi.

Inoltre il trasformatore, ai fini di una trattazione più completa, ed una analisi semplificata può essere sostituito con il circuito equivalente di un trasformatore ideale, approssimando alcuni parametri parassiti che affliggono il componente. Ad esempio, le perdite nel nucleo descritte con R_M, e le capacità intrinseche dei conduttori, nei componenti fisici che andremo a studiare saranno trascurabili rispetto agli altri componenti e per questo irrilevanti ai fini della trattazione. Inoltre anche le induttanze di perdita in serie, in confronto alla mutua induttanza relativamente alta ed all'ottimo coefficiente di accoppiamento, saranno trascurabili, come descrive anche lo stesso produttore.

3.4. Analisi ai Piccoli Segnali

A questo punto, considerando come costante la tensione generata dal TEG, fissata ad un valore arbitrario di 100mV, possiamo valutare il circuito alle piccole variazioni o piccoli segnali.

In questo tipo di analisi si approssimano tutte le tensioni costanti a massa, e si utilizzano i modelli dei componenti attivi funzionanti alle piccole variazioni; in questo caso l'unico componente attivo è il transistor, e il suo modello, omettendo la dimostrazione, è mostrato in Fig. 22.



Fig. 22 Modello ai piccoli segnali di un transistor MOSFET a canale N, in configurazione Common Source.

Come si può notare dalla figura appena mostrata, fatte le dovute approssimazioni, il transistor in configurazione a Source comune presenta solo due parametri: un generatore dipendente di corrente comandato in tensione, che descrive il guadagno in corrente del componente, ed una resistenza differenziale d'uscita correlata al componente. Notare inoltre che il gate è isolato dal resto del transistor, eccetto alcune capacità parassite qui non specificate. Tuttavia il suo contributo determina la corrente tra drain e source.

Il circuito equivalente ai piccoli segnali del convertitore in esame, comprensivo di perdite e non idealità è quindi mostrato in Fig. 23.



Fig. 23 Oscillatore Step-Up valutato ai piccoli segnali con perdite.

Analizzando il circuito si possono notare numerosi elementi passivi che introdurrebbero molteplici problemi nella trattazione a seguire ma, eseguendo le approssimazioni già discusse, il circuito si semplifica notevolmente e può essere ridisegnato senza ulteriori indugi. Per i motivi già esposti L_a, C_a, R_m, C_b ed L_b possono essere trascurati, e per rendere più semplice la visualizzazione dell'insieme si può ridisporre il primario del trasformatore invertendolo, rispettando le polarità delle tensioni e correnti ai suoi capi. Il circuito semplificato può quindi essere ridisegnato come in Fig. 24.



Fig. 24 Oscillatore step-up valutato ai piccoli segnali. Osservare la ridisposizione delle capacità C1 e C2, la retroazione di Cgs al transistor, e soprattutto il primario che è stato invertito.

Nel precedente capitolo si è accennato al fatto che i componenti passivi possono essere spostati da una parte all'altra del trasformatore, moltiplicati per un fattore; constatiamo immediatamente che l'induttanza L_m è posta in parallelo al primario e per questo principio la riscriviamo ai capi del secondario moltiplicata per il quadrato del rapporto spire. La nuova induttanza varrà quindi L'_m=L_m*N², dove N è, come già asserito, il rapporto N₂/N₁.

A questo punto notiamo immediatamente che il ramo comprendente le resistenze R_a ed R_{teg} è posto in serie rispetto al primario e, calcolando la resistenza equivalente, si può trasferire anch'essa al secondario con metodo analogo al precedente.

$$R_{eq} = R_a + R_{teg} \Rightarrow R'_{eq} = R_{eq} \cdot N^2$$

Una volta spostata la R_{eq} , un nodo del primario è direttamente connesso a massa, stesso potenziale del source del transistor, per questo anche r_{ds} , avendo

come altro nodo in comune la tensione di drain, è ora posta in parallelo al trasformatore, e procedendo come prima, può essere trasportata al secondario.

Ora abbiamo due blocchi ben distinti, separati e retroazionati: parte amplificativa e non lineare del transistor e parte passiva di impedenze al secondario. Ridisegniamo quindi il circuito.



Fig. 25 Circuito ridisegnato. Notare a sinistra del trasformatore il solo componente non lineare e a destra solo componenti passivi.

Per proseguire con l'analisi, già impostata all'inizio del capitolo, si devono ricavare le funzioni di trasferimento dei due blocchi, per poi verificare le condizioni di innesco.

Il trasformatore ideale, in base alle nozioni apprese in precedenza, può essere visto come due generatori dipendenti, uno di tensione ed uno di corrente. Dato che la corrente sul secondario dipende da quella sul primario, notiamo che la corrente che scorre su quest'ultimo è nota ed è l'unica che scorre in quella maglia. Possiamo quindi scrivere il valore della corrente uscente dal secondario come:

$$I_s = \frac{I_p}{N}$$

Essendo la I_p nota:

$$I_s = \frac{g_m V_{gs}}{N}$$

Si può considerare quindi il guadagno del primo blocco dipendente direttamente dalla transconduttanza, la quale specifica la variazione di una corrente d'uscita rispetto ad una variazione della tensione di ingresso, moltiplicata per impedenza che vede come suo carico. Come si vede dalla precedente espressione la transconduttanza a cui dovremo fare riferimento sarà quella vista dal secondario, cioè scalata per un fattore N:

$$\frac{I_s}{V_{gs}} = \frac{g_m}{N}$$

Quindi il guadagno del sistema in retroazione sarà un'equazione del tipo:

$$\frac{g_m}{N} \cdot Z_R = A\beta$$

Procedendo in tale maniera, la prima maglia può essere eliminata. (Fig. 26)



Fig. 26 Parte passiva del circuito in analisi. Il ramo di sinistra, fittizio, determina la corrente sul secondario.

A questo punto non rimane altro che determinare l'impedenza vista dal blocco amplificativo, che naturalmente sarà esattamente quella equivalente vista al secondario.

Si può notare da Fig. 26 che tutti i componenti finora trattati sono posti in configurazione a stella, perciò il calcolo dell'impedenza equivalente risulterebbe complicato da effettuare. Si decide quindi di utilizzare la regola del partitore di corrente, definita come:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{tot}$$

dove i pedici sono ovviamente riferiti ai rispettivi rami mentre I_{tot} corrisponde alla corrente totale che scorre su entrambi i rami.

Il guadagno del blocco passivo, osservando la figura, è composto dalla tensione di uscita V_{gs} in rapporto alla variazione della corrente di ingresso I_s . Esso definisce esplicitamente una impedenza, ovviamente definita in tal modo.

$$\beta = \frac{V_{gs}}{I_s} = Z_R$$

Ora, grazie alla legge di Ohm, possiamo riscrivere la tensione tra gate e source come una corrente moltiplicata per l'impedenza in cui scorre, per riscrivere così l'equazione del guadagno.

$$Z_R = \frac{I_c Z_{gs}}{I_s}$$

dove I_c è la corrente che fluisce sulle capacità C_2 e C_{gs} , mentre Z_{gs} è ovviamente l'impedenza data dalla capacità C_{gs} perciò:

$$Z_{gs} = \frac{1}{sC_{gs}}$$

dove si è fatto uso della trasformata di Laplace.

Notiamo subito che l'equazione è diventata un rapporto tra correnti, quindi un numero puro, moltiplicato per un'impedenza.

Proseguendo con metodo iterativo si può riscrivere la corrente a numeratore come un partitore, fino ad arrivare ad avere un rapporto delle stesse correnti ed un'espressione dell'impedenza esplicitata. Vediamo come procedere.

Possiamo vedere come la corrente che scorre sulla resistenza R_b , che qui denominiamo come I_b , sia quella che scorre sul parallelo formato dalle tre capacità, mentre la I_c di cui prima è quella di un ramo dei due. A tal proposito utilizziamo il partitore di corrente.

$$Z_{R} = \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{Z_{1}}{Z_{1} + Z_{gs2}} Z_{gs}$$

dove Z_1 è l'impedenza associata alla capacità C_1 , mentre Z_{gs2} è l'impedenza equivalente del secondo ramo, che comprende la serie tra le due capacità. Esplicitiamo le varie parti per rendere più facile la trattazione:

$$Z_{R} = \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{\frac{1}{sC_{1}}}{\frac{1}{sC_{1}} + (\frac{1}{sC_{2}} + \frac{1}{sC_{as}})} \frac{1}{sC_{gs}}$$

La parte tra parentesi è ovviamente la serie tra le due capacità che si esprime come somma degli inversi.

Ora con alcuni semplici passaggi matematici si cercherà di semplificare l'espressione, partendo moltiplicando l'espressione per sC_1/sC_1 .

$$Z_{R} = \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{\frac{1}{sC_{1}}}{\frac{1}{sC_{1}} + \left(\frac{1}{sC_{2}} + \frac{1}{sC_{gs}}\right)} \frac{sC_{1}}{sC_{1}} \frac{1}{sC_{gs}} \implies \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{1}{1 + \frac{C_{1}}{C_{2}} + \frac{C_{1}}{C_{gs}}} \frac{1}{sC_{gs}}$$

Eliminiamo ora le frazioni a denominatore:

$$Z_{R} = \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{1}{1 + \frac{C_{1}}{C_{2}} + \frac{C_{1}}{C_{gs}}} \frac{C_{2}C_{gs}}{C_{2}C_{gs}} \frac{1}{sC_{gs}} \Rightarrow \frac{1}{I_{s}} I_{b} \frac{C_{2}C_{gs}}{C_{2}C_{gs} + C_{1}C_{gs} + C_{1}C_{2}} \frac{1}{sC_{gs}}$$

Essendo un valore d'ora in poi costante possiamo considerare il rapporto tra capacità come un valore K, ricordandoci che a numeratore abbiamo solo C_2 , mentre a numeratore la somma di capacità al quadrato. Quindi come unità di misura risulterà [1/F].

Riscriviamo l'equazione finora ottenuta.

$$Z_R = K \frac{I_b}{I_s} \frac{1}{s}$$

Come già accennato si prosegue in modo iterativo specificando la I_b in partitore alla corrente I_{eq} , quella che scorre sulla R'_{eq}, considerando come primo ramo l'induttanza L'_m e come secondo ramo la serie tra la resistenza R_b e il parallelo delle capacità già discusse. Per questo motivo specifichiamo la capacità equivalente che poi ci tornerà utile anche in seguito. Essa sarà la serie tra C₂ e C_{gs} in parallelo alla C₁.

$$C = C_1 + \frac{C_{gs} \cdot C_2}{C_{gs} + C_2}$$

Ora possiamo proseguire:

$$Z_R = K \frac{1}{I_s} \frac{1}{s} I_{eq} \frac{sL'_m}{sL'_m + \left(R_b + \frac{1}{sC}\right)}$$

Eliminiamo le frazioni al denominatore come in precedenza.

$$Z_R = K \frac{1}{I_s} \frac{1}{s} I_{eq} \frac{sL'_m}{sL'_m + \left(R_b + \frac{1}{sC}\right)} \frac{sC}{sC} \implies K \frac{1}{I_s} I_{eq} \frac{1}{s} \frac{s^2 CL'_m}{s^2 CL'_m + sCR_b + 1}$$

Si procede all'ultimo passaggio notando che la corrente di ingresso è quella che scorre sul partitore tra il ramo di r'_{ds} e il ramo con l'impedenza equivalente. Quest'ultima sarà valutata come la serie tra R'_{eq} e il parallelo tra L'_m e l'impedenza calcolata al passaggio precedente.

$$Z_{R} = K \frac{I_{s}}{I_{s}} \frac{r'_{ds}}{r'_{ds} + \left[R'_{eq} + \left(\frac{sL'_{m} \cdot \left(R_{b} + \frac{1}{sC} \right)}{sL'_{m} + \left(R_{b} + \frac{1}{sC} \right)} \right) \right]} \frac{sCL'_{m}}{s^{2}CL'_{m} + sCR_{b} + 1}$$

Vediamo di eliminare nuovamente le frazioni:

$$Z_{R} = K \frac{I_{s}}{I_{s}} \frac{r'_{ds}}{r'_{ds} + R'_{eq} + \frac{sL'_{m} \cdot (sCR_{b} + 1)}{s^{2}CL'_{m} + sCR_{b} + 1}} \frac{sCL'_{m}}{s^{2}CL'_{m} + sCR_{b} + 1}$$

E ancora:

$$=K\frac{(s^{2}CL'_{m}+sCR_{b}+1)r'_{ds}}{(s^{2}CL'_{m}+sCR_{b}+1)r'_{ds}+(s^{2}CL'_{m}+sCR_{b}+1)R'_{eq}+sL'_{m}(sCR_{b}+1)}\frac{sCL'_{m}}{s^{2}CL'_{m}+sCR_{b}+1}$$

che si semplifica in:

$$Z_{R} = K \frac{sCL'_{m}r'_{ds}}{(s^{2}CL'_{m} + sCR_{b} + 1)r'_{ds} + (s^{2}CL'_{m} + sCR_{b} + 1)R'_{eq} + sL'_{m} \cdot (sCR_{b} + 1)}$$

3.5. Ricerca delle condizioni di oscillazione

Abbiamo ottenuto finalmente l'espressione del "guadagno" del blocco passivo, e giunti a questo punto dobbiamo calcolare per quali valori le condizioni sopracitate sono valide. Notiamo che la parte non lineare è un numero sempre reale, mentre l'impedenza appena trovata presenta anche una parte immaginaria. Cerchiamo quindi di dividere il numero complesso, in modo da verificare per quali valori la parte immaginaria si annulla e quindi per cui si verificano le condizioni di Barkhausen.

Esplicitiamo i prodotti:

$$Z_{R} = K \frac{sCL'_{m}r'_{ds}}{s^{2}CL'_{m}r'_{ds} + sCR_{b}r'_{ds} + r'_{ds} + s^{2}CL'_{m}R'_{eq} + sCR_{b}R'_{eq} + R'_{eq} + s^{2}L'_{m}CR_{b} + sL'_{m}R'_{eq}}$$

Procediamo esprimendo s come jω:

$$=K\frac{j\omega CL'_m r'_{ds}}{-\omega^2 CL'_m r'_{ds} + j\omega CR_b r'_{ds} + r'_{ds} - \omega^2 CL'_m R'_{eq} + j\omega CR_b R'_{eq} + R'_{eq} - \omega^2 L'_m CR_b + j\omega L'_m}$$

E quindi raggruppando parte reale ed immaginaria a denominatore:

$$Z_{R} = K \frac{j\omega CL'_{m}r'_{ds}}{-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) + r'_{eq} + R'_{eq} + j\omega(CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})}$$

Ora si elimina la parte immaginaria dal denominatore effettuando una razionalizzazione, che implica moltiplicare e dividere per il coniugato del numero complesso. A denominatore risulterà la parte reale al quadrato sommata al quadrato della parte immaginaria.
$$=K\frac{j\omega CL'_{m}r'_{ds}[-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds}+R'_{eq}+R_{b})+r'_{eq}+R'_{eq}-j\omega (CR_{b}R'_{eq}+L'_{m}+CR_{b}r'_{ds})]}{(-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds}+R'_{eq}+R_{b})+r'_{eq}+R'_{eq})^{2}+\omega^{2}(CR_{b}R'_{eq}+L'_{m}+CR_{b}r'_{ds})^{2}}$$

Dividiamo nuovamente parte reale ed immaginaria, tralasciando momentaneamente il denominatore per semplicità.

$$\begin{cases} \Re = K\omega^{2}CL'_{m}r'_{ds}(CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds}) \\ \Im = +j\omega CL'_{m}r'_{ds}[-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) + r'_{eq} + R'_{eq}] \end{cases}$$

Ora possiamo determinare per quale ω la parte immaginaria si azzera, determinando così la pulsazione di risonanza del circuito. L'equazione risolutiva diventa:

$$\Im = +j\omega CL'_{m}r'_{ds}[-\omega^{2}CL'_{m}(r''_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) + r'_{eq} + R'_{eq}] = 0$$

Naturalmente la soluzione ovvia non ha alcun senso (ω =0), siccome naturalmente in condizioni di stazionarietà non si avrà alcuna oscillazione, per cui l'unica soluzione possibile si ricava da:

$$-\omega^2 C L'_m (r'_{ds} + R'_{eq} + R_b) + r'_{eq} + R'_{eq} = 0$$

Che diventa:

$$-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) = -r'_{eq} - R'_{eq} \Rightarrow -\omega^{2} = -\frac{(r'_{eq} + R'_{eq})}{CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})}$$
$$\omega^{2} = \frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})}$$

L'ultima equazione ottenuta esprime la pulsazione di oscillazione del circuito, e a una prima valutazione si può notare che, essendo R_b dell'ordine di circa qualche centinaio di Ω , mentre le altre due resistenze superiori ai M Ω , il rapporto tra resistenze può essere trascurato. Infatti:

se
$$r'_{eq} + R'_{eq} \gg R_b$$
 allora: $\frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{r'_{eq} + R'_{eq} + R_b} \approx 1$

In definitiva la pulsazione di risonanza vale:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L'_m C}}$$

che in effetti rispecchia la generica espressione della pulsazione di risonanza dei circuiti oscillanti. È da notare che la capacità espressa nella formula è la capacità equivalente calcolata in precedenza, che esprime quella "vista" dal trasformatore al suo secondario.

Altro aspetto importante è che l'espressione ottenuta rispecchia esattamente quella dichiarata dal costruttore Linear per il *power manager* LTC3108 di cui stiamo analizzando una parte. Questo implica che i modelli utilizzati e le approssimazioni eseguite sono corrette. Per effettuare un'ultima verifica si calcola la frequenza con i parametri di questo testo confrontandoli con quelli del data-sheet del componente:

$$\begin{cases} L'_{m} = kL_{1} \cdot N^{2} = 0.95 \cdot 7,5 \cdot 10^{-6} \cdot 100^{2} \ [H] = 71.25 \ [mH] \\ C = C_{1} + \frac{C_{gs} \cdot C_{2}}{C_{gs} + C_{2}} \cong C_{1} = 1 [nF] \\ \omega_{0} = \frac{1}{\sqrt{71.25 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-9}}} \cong 118469 \left[\frac{rad}{s}\right] \\ f_{0} = \frac{\omega_{0}}{2\pi} \cong 18,855 [kHz] \end{cases}$$

Una volta ottenuta la pulsazione per cui si verificherà l'oscillazione si può procedere sostituendo tale valore nella funzione di trasferimento completa, per ottenere l'equazione da risolvere per ottenere le condizioni di innesco.

$$Z_R(\omega_o) = Z_R\left(\sqrt{\frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{CL'_m(r'_{ds} + R'_{eq} + R_b)}}\right)$$

Per semplicità di rappresentazione scriviamo separatamente parte reale e immaginaria del numeratore e il denominatore, considerando tutto come una frazione:

$$Z_{R}(\omega) = \begin{cases} \Re = K\omega^{2}CL'_{m}r'_{ds}(CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds}) \\ \Im = +j\omega CL'_{m}r'_{ds}[-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) + r'_{eq} + R'_{eq}] \\ D = (-\omega^{2}CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b}) + r'_{eq} + R'_{eq})^{2} + \omega^{2}(CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})^{2} \end{cases}$$

Sostituiamo il valore di ω_0 :

$$Z_{R}(\omega_{0}) = \begin{cases} \Re = K \frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{GL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} \frac{GL'_{m}}{r'_{ds}(CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})} \\ \Im = +j\omega\alpha[-\frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{GL'_{m}(r''_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} \frac{GL'_{m}(r''_{ds} + R'_{eq} + R_{b})}{GL'_{m}(r''_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} + r'_{eq} + R'_{eq}] = 0 \\ D = (0)^{2} + \frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{GL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} (CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})^{2} \end{cases}$$

Dove α è un valore costante pari a $CL'_m r'_{ds}$ utilizzato per semplificare la visualizzazione.

Come era ovvio la parte immaginaria, e più precisamente la parte tra parentesi quadre si annulla, e il denominatore si semplifica, avendo una parte coincidente con quella appena valutata. Effettuiamo le dovute semplificazioni:

$$Z_{R}(\omega_{0}) = K \frac{\frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} \cdot r'_{ds} (CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})}{\frac{r'_{eq} + R'_{eq}}{CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} (CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds})^{2}}$$

$$Z_{R}(\omega_{0}) = K \frac{(r'_{eq} + R'_{eq})r'_{ds}}{(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})} \cdot \frac{CL'_{m}(r'_{ds} + R'_{eq} + R_{b})}{(r'_{eq} + R'_{eq} + R_{b})}$$

$$Z_{R}(\omega_{0}) = K \frac{Cr'_{ds}L'_{m}}{CR_{b}R'_{eq} + L'_{m} + CR_{b}r'_{ds}}$$

L'ultima equazione ottenuta esprime esattamente l'impedenza vista dal primo blocco amplificativo. Come già asserito le condizioni per l'oscillazione implicano che il modulo della funzione di trasferimento sia uguale a uno, quindi:

$$A\beta = 1 \Rightarrow \frac{g_m}{N} Z_R(\omega_0) = 1$$

Nella pratica queste condizioni sono valide, ma si otterrà l'innesco più facilmente tanto più il valore sarà maggiore di uno, naturalmente rimanendo nell'intorno. Le nuove condizioni sono pertanto:

$$\frac{g_m}{N}Z_R(\omega_0) \ge 1$$

Dove il segno di uguale implica il valore minimo per l'oscillazione.

3.6. Valutazione delle condizioni di oscillazione

Giunti a questo punto, trovata la condizione per il funzionamento del circuito, si valuterà per quali parametri questa equazione risulti verificata.

Nello specifico si fisseranno alcuni valori, derivati da determinati componenti, e si cercheranno i valori minimi per gli altri componenti, per il corretto andamento da oscillatore.

L'analisi condotta fino a questo momento, è stata sviluppata senza considerare la regione di funzionamento del transistor. Tuttavia essendo stato utilizzato un modello a svuotamento, si possono effettuare ulteriori considerazioni sulle condizioni di funzionamento. Infatti questo tipo di MOSFET presenta una tensione di soglia negativa, che permette di ipotizzare la zona di lavoro del

transistor [25]. Vediamo allora come si dispongono le regioni di funzionamento di un depletion in Fig. 27



Fig. 27 Grafico raffigurante le regioni di lavoro di un transistor MOSFET Depletion

Il transistor a svuotamento è fabbricato allo stesso modo di un MOSFET ad arricchimento, ma con l'unica differenza che il primo ha un canale N precostruito sotto il gate, tra il drain e il source, anche in presenza di polarizzazione nulla. In questo modo anche senza tensione al gate il transistor fa passare corrente e se si aumenta la tensione V_{gs} diventa ancora più conduttivo e trasferisce più cariche elettriche. Fornendo una tensione negativa le cariche vengono invece respinte e il canale strozzato, ostacolando il passaggio di corrente. Diminuendo questa tensione fin sotto la tensione di soglia, in questo caso quindi negativa, il transistore è interdetto impedendo la corrente. Ora sappiamo che per avere una corrente attraverso il componente dovremmo avere:

$$V_{gs} > V_t$$
 quindi $V_{gs} - V_t > 0$

La regione di saturazione sarà determinata da:

$$V_{ds} \ge V_{gs} - V_t$$
 scritto anche $V_{ds} \ge V_{gs} + |V_t|$

Valutando le condizioni del circuito in esame possiamo appurare che la tensione V_{ds} avrà valori in modulo sempre molto ridotti; questo perché il nodo del drain è connesso direttamente al trasformatore e in serie a quest'ultimo appaiono solamente la resistenza e la tensione di ingresso. Quest'ultima sappiamo che avrà valori approssimativamente sempre inferiori ai 500mV e, togliendo la caduta di tensione sulla resistenza e sull'induttore, nulla sul trasformatore nel caso di stazionarietà, sarà sempre inferiore alla tensione di gate sommato al modulo della tensione di soglia:

$$V_{ds} \ll V_{gs} + |V_t|$$

che implica quindi che il transistor sarà sempre in regione di lavoro lineare o di triodo.

In questo modo il modello ai piccoli segnali mostrato in precedenza, non sarà più valido come nel caso generale. Nella regione di triodo infatti non lavorerà come amplificatore, ma come interruttore, ciò a cui serve in questo circuito, sostituendo così gli switch degli altri convertitori.

Vediamo inoltre come valutare la resistenza di uscita del MOSFET. Essa è definita come l'inverso della conduttanza di uscita, descritta dalla formula:

$$\frac{1}{r_{ds}} = g_{ds} = \frac{dI_d}{dV_{ds}}$$

Considerando quindi la corrente tra drain e source nella regione lineare avremo:

$$g_{ds} = \frac{d}{dV_{ds}} \left[\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left((V_{gs} - V_t) V_{ds} - \frac{V_{ds}^2}{2} \right) \right] = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{gs} - V_t - V_{ds})$$

Assumendo valori tipici del transistor e della zona di lavoro possiamo stimare la grandezza di g_{ds} , prendiamo come esempio per ricavare i dati costruttivi il transistor depletion della Infineon BSS159N, che useremo poi anche nelle future simulazioni.

Calcolando con il simulatore LTspice, in un punto di lavoro ben definito del transistor, la corrente in saturazione, invertendo la formula si ricavano alcuni valori. Infatti la corrente in saturazione sarà definita da:

$$I_D = \frac{\beta}{2} (V_{gs} - V_t)^2$$

dove:

$$\beta = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$$

Siccome la tensione di soglia dei depletion è sempre negativa:

$$V_t = -2[V]$$

Impostando V_{gs} relativamente bassa ed una V_{ds} che sia maggiore di V_{gs} - V_t si ottiene dal simulatore una certa corrente:

$$I_D = 402 m[A]$$

e invertendo la formula si raggiunge:

$$\beta = \frac{I_D}{(V_{gs} - V_t)^2} \cdot 2 = \frac{402m}{\left(0.5 - (-2)\right)^2} = 128.64 \ m[\frac{A}{V^2}]$$

Come già asserito, in regione di triodo la tensione di drain applicata non sarà maggiore di quella fornita in ingresso, perciò tipicamente:

$$V_{ds} = 0.1 \left[V \right]$$

Mentre la tensione di gate, a causa della resistenza sul suo nodo, sarà mediamente nulla, in definitiva:

$$g_{ds} = \beta (V_{gs} - V_t - V_{ds}) = 128m(0 - (-2) - 0.1) = 243.2 m \left[\frac{A}{V} = \frac{1}{\Omega}\right]$$

Quindi:

$$r_{ds} = \frac{1}{g_{ds}} = \frac{1}{243.2m} = 4.1[\Omega]$$

Ma posta al secondario del trasformatore avrà valore:

$$r'_{ds} = r_{ds} \cdot N^2 = 4.1 \cdot 100^2 = 41 \, k[\Omega]$$

Le altre impedenze di norma varranno, alla frequenza di lavoro prevista:

$$X_L = \omega_0 L_m = 118469 \cdot 71.25 \ m = 8440 \ [\Omega]$$
$$X_{RC} = R_B + \frac{1}{\omega C} = 316 + \frac{1}{1n \cdot 118469} = 8757 \ [\Omega]$$

Svolgendo i partitori di corrente nel circuito completo, come fatto in precedenza per trovare l'impedenza equivalente, noteremo che r_{ds} assorbe meno corrente del resto del circuito a causa del suo elevato valore. Pertanto ogniqualvolta sarà notevolmente più grande possiamo trascurarla per effettuare calcoli molto più veloci e semplificati, ridisegnando il circuito come in Fig. 28.



Fig. 28 Redisposizione del circuito senza r_{ds}

Rieseguendo i calcoli fatti finora, seguendo lo stesso procedimento, calcolando i partitori di corrente, ma stavolta trascurando il parametro r_{ds} e omettendo la dimostrazione, si giunge alla seguente funzione di trasferimento, del circuito di Fig. 28:

$$Z_R = K \frac{sCL'_m}{s^2 CL'_m + sCR_b + 1}$$

Questa funzione risulta estremamente meno complessa trascurando il parametro differenziale. Vediamo se restituisce gli stessi valori proseguendo con i calcoli:

$$Z_R(j\omega) = K \frac{j\omega CL'_m}{-\omega^2 CL'_m + j\omega CR_b + 1}$$

Razionalizziamo:

$$Z_R(j\omega) = K \frac{j\omega CL'_m}{-\omega^2 CL'_m + j\omega CR_b + 1} \cdot \frac{1 - \omega^2 CL'_m - j\omega CR_b}{1 - \omega^2 CL'_m - j\omega CR_b}$$
$$Z_R(j\omega) = K \frac{\omega^2 C^2 R_b L'_m + j\omega CL'_m (1 - \omega^2 CL'_m)}{(1 - \omega^2 CL'_m)^2 + (\omega CR_b)^2}$$

Estraiamo la parte immaginaria e valutiamo per quale valore si annulla:

$$j\omega CL'_m (1 - \omega^2 CL'_m) = 0$$

L'ovvia soluzione, ω =0, non ha significato, in quanto vogliamo una pulsazione diversa da 0, rimane da valutare quindi:

$$1-\omega^2 C L'_m = 0$$

Che diventa:

$$\omega^2 C L'_m = 1$$
$$\omega^2 = \frac{1}{C L'_m}$$
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C L'_m}}$$

Che è esattamente la formula della pulsazione di oscillazione ricavata in precedenza, effettuando alcune piccole approssimazioni che possiamo ritenere valide.

L'impedenza equivalente viene poi calcolata alla pulsazione appena ricavata, ottenendo:

$$Z_R(\omega_0) = K \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{CL'_m}}\right)^2 C^2 R_b L'_m + j \omega CL'_m(0)}{(0)^2 + \left(\frac{CR_b}{\sqrt{CL'_m}}\right)^2}$$
$$Z_R(\omega_0) = K \frac{\frac{1}{CL'_m} C^2 R_b L'_m}{\frac{C^2 R_b^2}{CL'_m}}$$

Che si riscrive come:

$$Z_R(\omega_0) = K \frac{CR_{\sharp}}{1} \frac{L'_m}{CR_b^2} = \frac{KL'_m}{R_b}$$

Anche questa equazione risulta molto semplificata rispetto alla precedente.

Ricordando le condizioni di oscillazione ricavate in precedenza:

$$\frac{g_m}{N}Z_R(\omega_0) = 1$$

Otteniamo un valore minimo di g_m per ottenere l'innesco:

$$g_m[S] = \frac{N}{Z_R(\omega_0)} \left[\frac{1}{\Omega} = S\right]$$

Una volta fissata la componentistica passiva, prendendo come riferimento il circuito implementato da Linear nell'LTC3108, si nota che scegliendo di volta in volta un trasformatore differente si ottengono dei valori minimi prefissati, su cui possiamo basare il resto dell'analisi. Infatti il valore K, definito in precedenza, vale:

$$K = \frac{C_2}{C_2 C_{gs} + C_1 C_{gs} + C_1 C_2} =$$
$$= \frac{330p}{330p \cdot 35p + 1n \cdot 35p + 1n \cdot 330p} = 876.3776391 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{F}\right]$$

Linear utilizza nel suo circuito un trasformatore Coilcraft LPR6235, e più precisamente un trasformatore con rapporto spire 1:100, induttanza sul primario 7,5 μ H, e resistenze serie 85m Ω e 316 Ω rispettivamente sul primario e secondario, con coefficiente di accoppiamento k=0,95.

Grazie a questi valori otteniamo:

$$g_{m_{1:100}} = \frac{N}{\frac{KL'_m}{R_b}} = \frac{100}{\frac{K \cdot 71.25m}{316}} = \frac{100}{197.6k} = 506\mu[S]$$

Come ulteriore esempio aggiungiamo un altro trasformatore dello stesso modello del precedente ma con caratteristiche diverse: rapporto spire 1:20, induttanza sul primario 25μ H, resistenze in serie 0.2 e 72 Ω rispettivamente. Valutiamo l'altro valore minimo:

$$g_{m_{1:20}} = \frac{N}{\frac{KL'_m}{R_h}} = \frac{20}{\frac{K \cdot 25\mu \cdot 0.95 \cdot 20^2}{72}} = \frac{20}{1156.3k} = 17.3\mu[S]$$

Avendo calcolato i valori minimi per confermare le condizioni, si cercherà di valutare sotto quali parametri dipende la transconduttanza del transistor e quindi in quali casi si verificherà l'oscillazione.

Abbiamo appurato in precedenza che il transistor depletion lavora in regione lineare, la cui corrente è definita da:

$$I_d = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(\left(V_{gs} - V_t \right) V_{ds} - \frac{V_{ds}^2}{2} \right)$$

Dove μ_n è la mobilità degli elettroni, C_{ox} è la capacità dell'ossido di gate e W/L è il parametro di dimensionamento del canale, larghezza su lunghezza.

La transconduttanza per definizione è la variazione di corrente in uscita a seguito di una variazione di tensione di ingresso:

$$\frac{dI_d}{dV_{gs}} = \frac{1}{dV_{gs}} d\left[\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(\left(V_{gs} - V_t \right) V_{ds} - \frac{V_{ds}^2}{2} \right) \right]$$

Calcolando quindi la derivata si otterrà la g_m calcolata per la regione di triodo:

$$g_m = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{ds}$$

Dall'equazione appena ricavata si nota subito la dipendenza dai parametri intrinseci come la mobilità degli elettroni e la capacità di ossido, dal dimensionamento del transistor e dalla tensione tra drain e source. Notiamo ancora una volta che una volta fissato il transistor per i parametri costruttivi la transconduttanza avrà dipendenza diretta dalla tensione che la comanda.

Si prenderanno ora dei modelli di transistor e si valuterà per quali determinati valori il circuito completo avrà un corretto funzionamento.

Per procedere in questo senso si valuterà uno stralcio di circuito per determinare a quali parametri è sottoposto il transistor nel suo punto di lavoro.

Come già asserito in precedenza, il transistor è collegato al drain al trasformatore e quindi alla tensione di ingresso, mentre sul gate, siccome esso non assorbirà corrente, si può valutare come una tensione, che possiamo variare per valutare le informazioni.



Fig. 29 Modello per la simulazione del transistor

Come si può notare da Fig. 29 il drain è connesso a R_{teg} , L_m , e al trasformatore. Al secondario sono stati omessi i componenti che in questa simulazione. Ovviamente si stanno per effettuare misurazioni in DC, quindi, ricordando che in regime stazionario ogni induttanza è un corto-circuito ed ogni capacità un circuito aperto, ogni contributo apportato da gli induttori sarà nullo.

Per il corretto funzionamento del simulatore si decide perciò di omettere anche questi componenti, e si imporranno le direttive per effettuare un'analisi in DC facendo variare alcuni valori.



Fig. 30 Schematico per simulazione delle proprietà del Mosfet con direttive

In Fig. 30 è quindi mostrato il metodo per il calcolo della transconduttanza su LTSpice, dove è stato utilizzato il comando .dc per fare in modo che il simulatore analizzi il circuito di volta in volta con tensioni diverse. Si è imposto infatti che la tensione di gate vari tra un minimo di -200mV, incrementando di volta in volta 1mV fino ad un massimo di 200mV, mentre la tensione di ingresso, perciò, a meno di una caduta sulla resistenza, quella sul drain, assuma di volta in volta un valore differente imposto dalla lista imputata nel comando (1, 5, 10, 20, 50, 100, 200 mV), che corrispondono all'incirca alle tensioni possibili generate dai vari TEG che possono essere collegati. Si è inoltre impostato che ognuna di queste simulazioni siano fatte ogni volta con un valore di resistenza diverso (1, 2, 5, 10 Ω), anche qui per esaminare le diverse situazioni.

Notare che ora si può analizzare un determinato transistor solo inserendo il suo modello nel circuito, e la simulazione darà come risultato ogni possibile caso. Vediamo ora di analizzare i valori che il software ci fornirà. Si prenda come esempio un mosfet depletion della Infineon, e più precisamente il BSS159N [26]. Il produttore infatti fornisce, sul proprio sito, i modelli Spice dei componenti che produce, in modo che possano essere simulati dai consumatori prima di essere acquistati ed implementati nel circuito desiderato se superano le specifiche imposte.



Fig. 31 Rappresentazione della corrente ld del transistor, al variare della tensione di gate (asse x) e della tensione e resistenza di ingresso

In Fig. 31 viene mostrato l'andamento della corrente di drain, rispetto alla tensione di gate riportata sull'asse x. Ogni riga colorata rappresenta una configurazione con una determinata tensione d'ingresso ed una resistenza serie. La tensione di gate qui viene fatta variare da -2V a 5V, per ottenere un'immagine più comprensibile, notando che per tutte le configurazioni quando ci si avvicina al minimo valore impostato la corrente si annulla, determinando così la tensione di soglia per cui il transistor è spento. Questo grafico non è da confondersi con le normali curve indicanti le zone di lavoro di un mosfet, dato che queste sono riferite alla variazione della corrente rispetto alla tensione drain-source.

Grazie a questa rappresentazione possiamo immediatamente ricavare il valore della transconduttanza, semplicemente derivando, come fatto matematicamente, il valore della corrente rispetto alla tensione di gate. A questo scopo ci viene incontro LTspice, che può effettuare calcoli matematici immediati sui grafici restituiti. Ci basta infatti impostare che la curva da disegnare sia la derivata di ciò che è stato imposto sull'asse x.



Fig. 32 Rappresentazione di gm, calcolata come derivata della corrente di drain

Notiamo subito, dalla Fig. 32, che le curve questa volta seguono un andamento decrescente, siccome all'aumentare della tensione di gate la corrente si stabilizza e la sua derivata tende a zero. Sull'asse y possiamo vedere la scala graduata in automatico impostata a Ω^{-1} , cioè Siemens, l'unità di misura della transconduttanza.

Ora si può proseguire estraendo i dati forniti dalla simulazione, e creare una tabella per organizzare i valori raccolti in base a transistor, tensione del TEG e resistenza serie. Siccome sul nodo del gate è presente una resistenza che cercherà, nel limite del possibile, di mantenerlo a massa, il valore di transconduttanza da estrapolare da questi grafici sarà da prendere nell'intorno di 0V.

R _{teg} [Ω]	1	2	5	10
V _{teg} [mV]				
1	45,5	30,6	12,98	5,28
5	228	154,5	66	26,5
10	456,8	309,5	132	53
20	916,4	621,2	264,9	106,2
50	2300	1500	667,7	267,3
100	4700	3180	1350	539,7
200	9600	6500	2700	1100
		g _m [μS]		

 Tabella 1. La tabella restituisce i valori di transconduttanza relativi al transistor BSS159N misurati con il simulatore variando tensione e resistenza d'ingresso

Osservando la Tabella 1 si possono notare i valori per cui le condizioni di innesco di cui prima sono verificate. Esse possono anche essere mostrate in un grafico riportante le curve generate da questi valori raccolti, per ottenere un riscontro visivo immediato delle condizioni necessarie per il corretto funzionamento del circuito.



Fig. 33 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per il transistor BSS159N. Le linee piatte determinano la g_m minima per l'oscillazione

Il grafico di Fig. 33 rappresenta i valori ottenuti grazie alla simulazione, in confronto ai valori minimi necessari, riportati dalle righe orizzontali rossa e gialla. Ogni riga rappresenta una diversa resistenza serie del valore mostrato in legenda; sull'asse x è posta la tensione di ingresso fornita dal TEG, misurata in mV; nell'asse y ci sono i valori della transconduttanza, valutati in μ S, posti in scala logaritmica per rendere più chiara la visualizzazione, data l'enorme differenza tra i valori minimi, di circa una decina di μ S, ai massimi, che possono oltrepassare i 10 mS.

Nelle specifiche del suo componente Linear specifica che il valore minimo di tensione di ingresso per un corretto funzionamento, con i componenti da loro dichiarati, è 20mV. Dal grafico appena riportato si può osservare come questa analisi porti allo stesso risultato; si nota infatti che per tale tensione impostando una resistenza molto piccola si riesce a superare il limite imposto dal trasformatore 1:100 raffigurato con la linea rossa.

Risulta più facile invece superare il limite inferiore imposto dal trasformatore più piccolo, che impone un vincolo molto più ridotto. Questo è dato dal fatto che il trasformatore presenta una induttanza minore e un rapporto spire molto più piccolo. Naturalmente questo si traduce in una frequenza di lavoro decisamente più alta.

$$\omega_{0_{1:20}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-6} \cdot 0.95 \cdot 20^2 \cdot 1 \cdot 10^{-9}}} \cong 324442 \left[\frac{rad}{s}\right]$$
$$f_{0_{1:20}} = \frac{\omega_{0_{1:20}}}{2\pi} \cong 51[kHz]$$

3.7. Analisi dei dati rilevati

Le simulazioni per il calcolo della transconduttanza, sono state effettuate sia al variare della tensione di ingresso, sia al variare della resistenza serie, ma naturalmente anche al variare dei possibili transistor, in altre parole cambiando i parametri intrinseci che incidono sulla g_m.

È infatti possibile, come noto, porre più transistor in parallelo, per ottenere una maggiore corrente in uscita e potenza generata, così facendo però, non è detto che si aumenti la transconduttanza, utile all'analisi finora eseguita. Vediamo come mettere due transistor in parallelo incide sui dati rilevati.

Rteg [Ω]	1	2	5	10
Vteg [mV]				
1	61,7	33,6	10,5	3,5
5	309	168,6	53	17,6
10	619	337,8	106	35,2
20	1240	678	212,5	70,8
50	3100	1700	534	177,8
100	6360	3460	1080	357
200	13113	7100	2200	722,7
		g _m [μS]		

Tabella 2. Valori di transconduttanza rilevata con due Mosfet BSS159N posti in parallelo tra loro (sovrapposti) in funzione della tensione e resistenza d'ingresso



Fig. 34 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per due transistor BSS159N posti in parallelo tra loro. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione

Confrontando le tabelle (Tabella 1 e Tabella 2) e naturalmente i grafici derivati, si nota subito un innalzamento dei valori massimi di transconduttanza per bassi valori di resistenza. In genere, con tensioni d'ingresso ridotte, i valori si discostano di poco, ma si può notare una notevole diminuzione dei valori rilevati per resistenze alte. Pertanto non è sempre la scelta migliore porre i transistor in parallelo, perché si aumenta la resistenza tra drain e source totale, disaccoppiandosi con quella d'ingresso, diminuendo così la transconduttanza, oltre che generare effetti parassiti come capacità di gate maggiorate.

Vediamo ora di utilizzare un ulteriore modello di transistor, sempre della Infineon, e più precisamente il BSP149 [27], per confrontare se e come i parametri costruttivi incidono nell'analisi.

Rteg [Ω]	1	2	5	10
Vteg [mV]				
1	118	63,6	19,4	6,4
5	595	318,5	97,6	32,1
10	1190	638	195,4	64,2
20	2400	1280	392	128,6
50	6090	3244	987	323,6
100	12490	6627	2000	651,9
200	26337	13840	4100	1320
		g _m [μS]		

Tabella 3 Valori di transconduttanza rilevati sul transistor BSP149 in funzione della tensione e resistenza d'ingresso



Fig. 35 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per il transistor BSP149. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione

Constatiamo senza indugio che tutti i dati rilevati con questo secondo transistor sono notevolmente incrementati, rendendo più facile ottenere le condizioni di oscillazione, per entrambi i trasformatori presi in esame.

È giusto provare anche con questo modello a porre due transistor in parallelo, per verificare l'aumento della transconduttanza. I dati rilevati sono mostrati in seguito.

Rteg [Ω]	1	2	5	10
Vteg [mV]				
1	126,6	53,8	12,8	3,73
5	637	269,5	64,2	18,6
10	1276	540	128,4	37,37
20	2563	1082	257,2	74,9
50	6489	2732	647,2	187,6
100	13254	5546	1303	377,1
200	27678	11436	2648	759,9
		g _m [μS]		

 Tabella 4 Tabella riferita alla transconduttanza calcolata per due BSP149 in parallelo tra loro (sovrapposti) in funzione della tensione e resistenza d'ingresso



Fig. 36 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per due transistor BSP149 in parallelo tra loro. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione

Anche in questo caso notiamo con disappunto che le transconduttanze riferite alle resistenze di valore 5 e 10 Ohm sono diminuite, mentre per grandezze minori aumentano vistosamente, sempre per il principio discusso in precedenza.

Finora si è preso in considerazione solamente mosfet di tipo depletion, ma esistono anche un'altra categoria di transistor ad effetto di campo con tensione di soglia negativa, i JFET. Essi hanno all'incirca le stesse proprietà, ma quest'ultimi lavorano agendo sulla cosiddetta regione svuotata del semiconduttore, che viene ampliata fino a chiudere il passaggio di corrente tra drain e source, diminuendo la tensione di gate che dovrà sempre essere negativa. Si decide pertanto di effettuare alcune simulazioni anche con questo tipo di componente perché esso ha costi minori di produzione e risulta quindi più facile crearne ad hoc per l'applicazione desiderata. In seguito si farà uso di due modelli di JFET confrontando i valori ottenuti con quello dei MOSFET.

Vediamo ora i dati ottenuti utilizzando come modello Spice un JFET J108 di Philips.

Rteg [Ω]	1	2	5	10
Vteg [mV]				
1	6,3	5,57	3,98	2,52
5	31,5	27,8	19,9	12,6
10	63,21	55,7	39,9	25,2
20	126,5	111,64	79,7	50,5
50	316,65	279,6	200	126,4
100	635,6	560,6	400,9	253,7
200	1280	1127	806,5	510
		g _m [μS]		

Tabella 5 La tabella mostra la transconduttanza rilevata dalle simulazioni dal JFET J108 in funzione della tensione e resistenza d'ingresso



Fig. 37 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per un JFET J108. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione

Vediamo da Fig. 37 che questo di modello di transistor non si presta in modo eccellente a rispettare le specifiche del trasformatore 1:100, ma che comunque non soffre della variazione della resistenza di ingresso, come si può constatare dalla vicinanza delle varie linee rispetto ai casi precedenti.

Come ultimo caso si prende come modello un altro JFET, il J309LT1 della ON Semi.

Rteg [Ω]	1	2	5	10
Vteg [mV]				
1	10,6	10,25	9,22	7,8
5	53	51,25	46,1	39,1
10	106,3	102,56	92,27	78,26
20	212,8	205,2	184,7	156,7
50	532,6	513,8	462,9	393,3
100	1067	1030	929,9	791,8
200	2142	2071	1876	1604
		g _m [μS]		

Tabella 6 Transconduttanza misurata sul JFET J309LT1 in funzione della tensione e resistenza d'ingresso



Fig. 38 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una resistenza d'ingresso (le diverse linee), per un JFET J309LT1. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione

Scorgiamo in Fig. 38 le linee poco scostate tra loro, che implica ovviamente la poca dipendenza di questo transistor dalla resistenza serie. Oltre a questo punto di forza si nota che il rovescio della medaglia sta nel fatto di non avere la possibilità, come per l'altro JFET, di poter lavorare con tensioni d'ingresso minori di 50-100 mV.

Si decide deliberatamente di non mostrare i valori ottenuti ponendo in parallelo due JFET, in quanto non si discostano di valori apprezzabili rispetto al grafico già mostrato, ma possiamo sicuramente tenere nota che in questo caso non diminuirebbero, come successo per i MOSFET, per resistenze più elevate.

3.8. Simulazioni con i dati ottenuti

Con i dati ottenuti dalle simulazioni del paragrafo precedente, si può procedere a implementarli nel circuito completo, per verificare che l'analisi fatta fino a questo punto sia corretta.

Si prende innanzitutto lo schematico integrale, e si fanno i primi test con il circuito a vuoto, dove sicuramente si avranno le forme d'onda massime, non essendoci un carico su cui dissipare energia.



Fig. 39 Schematico dello Step-Up Oscillator per la simulazione a vuoto

Si decide di simulare il circuito ai limiti del funzionamento, imponendo una tensione di ingresso ridotta con una resistenza molto piccola. Come si può notare osservando Fig. 39 il segnale di ingresso viene generato come una sinusoide, con un *offset* equivalente alla componente continua e una piccola variazione in alternata di 1 mV, ad una frequenza ridotta di 10Hz. Questo per imitare un segnale a tensione costante a cui viene sovrapposto del rumore di fondo; difatti quando si lavora con piccole tensioni il rumore termico e le interferenze esterne possono incidere sul funzionamento del circuito. In questo caso queste piccole variazioni vanno a creare le condizioni d'innesco nella situazione reale.

È stato poi connesso C₁ a massa, poiché è una capacità importante per l'oscillazione, mentre la capacità insita nel rettificatore funge da carico per il circuito e comunque manterrebbe il nodo a tensione costante. Non potendo lasciare, per ovvie ragioni, il nodo V_o flottante, quella di Fig. 39 è la soluzione adottata.

La resistenza R_{teg} che vediamo nel circuito di Fig. 39 in realtà è solamente una parte della resistenza d'ingresso che abbiamo calcolato nel paragrafo precedente. Quella precedente, infatti, si riferisce all'intera resistenza serie d'ingresso, che corrisponde alla somma tra la R_{teg} vera e propria del generatore e le resistenze interne del modello del transistor usato. Il produttore infatti dichiara due valori:

 $R_S = 0.074 [\Omega]$ $R_D = 1.08 [\Omega]$

Perciò la resistenza totale in serie, sarà la somma della R_{teg} che impostiamo nel simulatore più i precedenti valori noti. In questo caso, come possiamo notare da Fig. 39, impostiamo la R_{teg} a 0.1 Ω per ottenere una resistenza di ingresso pari a:

$$R_{in} = 0.074 + 1.08 + 0.1 = 1.254 \left[\Omega\right]$$

un valore molto prossimo al minimo rappresentato nelle tabelle del paragrafo precedente.

Vediamo a titolo di esempio alcune forme d'onda restituite dal simulatore.



Fig. 40 Grafico dell'andamento della tensione di uscita a vuoto dell'oscillatore step-up

In Fig. 40 è raffigurato l'andamento nel tempo della tensione di uscita a vuoto, e più precisamente quella ai capi del secondario del trasformatore, o sulla capacità C_1 . Si può constatare che il segnale d'ingresso inizia ad oscillare gradualmente all'interno dei componenti aumentando sempre più la sua energia e il suo valore, di volta in volta amplificato dal transistor e dal trasformatore, fino a tensioni molto elevate. Simulando il circuito per tempi molto più lunghi di quello rappresentato percepiamo che anche a regime la tensione non smette di aumentare progressivamente, in quanto in teoria la tensione generata tenderebbe all'infinito. Non è così in realtà, dove il limite fisico dei componenti indurrebbe alla rottura di uno di essi o tensioni limitate ad un certo valore.

Da notare che il grafico di Fig. 40 è stato ottenuto ponendo in ingresso un segnale costante, senza simulazione di ulteriori rumori aggiunti, per l'esattezza 50mV di tensione e 0.1Ω di resistenza serie, questo per far notare che il segnale in uscita è ondulatorio ma non dovuto alla tensione alternata in ingresso, ma solo alle oscillazioni interne al convertitore.

Vediamo ora come si comporta il circuito quando gli si applica un carico di tipo resistivo.



Fig. 41 Schematico oscillatore step-up completo di carico

In Fig. 41 è mostrato il circuito completo dell'oscillatore e il rettificatore, con una resistenza R_L di carico. L'andamento della tensione all'uscita dell'oscillatore è riportata in seguito.



Fig. 42 Andamento della tensione al secondario del trasformatore dell'oscillatore step-up con il carico applicato

A parte un picco iniziale, probabilmente dovuto alle capacità inizialmente scariche, la tensione di Fig. 42 va a regime dopo un piccolo lasso di tempo, dove oscilla in modo costante, in modo molto simile al caso precedente.



Fig. 43 Andamento della tensione d'uscita Vo (in rosso) e tensione rettificata (in blu) dell'oscillatore step-up

Si desidera ora mostrare l'andamento della tensione d'uscita in funzione del tempo. Osservando in Fig. 43 notiamo, in rosso, lo stesso andamento della tensione ai capi del trasformatore anche nel nodo V_o , ma in questo caso rettificato in sola parte positiva, azione svolta dalla prima parte del rettificatore. Difatti la tensione dell'ultimo nodo, V_{rect} , la possiamo osservare nel grafico, riportata col colore blu, mentre descrive la carica del condensatore in uscita fino a stabilizzarsi a circa 1V a cui rimane per il resto della simulazione.

Queste forme d'onda descrivono il corretto funzionamento del convertitore analizzato, a cui viene fornito una tensione bassa e restituisce una tensione innalzata di quasi dieci volte.

Vediamo di valutare l'efficienza del circuito, valutando la potenza fornita in ingresso e quella riportata all'uscita.

Come già appurato in precedenza LTspice può fare operazioni matematiche immediate direttamente sui grafici generati. Per questo possiamo semplicemente chiedere all'elaboratore di graficare l'andamento della tensione di ingresso moltiplicata alla corrente generata, così da disegnare la potenza istantanea in funzione del tempo. Stesso discorso per la potenza d'uscita, dove qui imposteremo la tensione sul nodo V_{rect} e la corrente che viene ripartita tra la capacità C₂ e la resistenza di carico.

Per fare questo sostituiamo alla capacità C_3 e alla resistenza di carico un generatore di tensione, così da creare punti di lavoro ben definiti per l'oscillatore. Impostando di volta in volta un nuovo valore di tensione andremo a valutare la potenza nei vari punti del circuito.

Vediamo un esempio: impostiamo la tensione al carico a 1V e vediamo l'andamento delle potenze in questo caso.



Fig. 44 Schematico dell'oscillatore step-up per la simulazione delle potenze

In Fig. 44 è rappresentato il circuito utilizzato per le simulazioni. Mantenendo la tensione d'ingresso sempre allo stesso valore vediamo come variano le potenze in gioco impostando alcuni punti di lavoro con la tensione di carico. Per la configurazione appena descritta le forme d'onda risultanti vengono rappresentate in seguito.



Fig. 45 Andamento delle potenze di ingresso e di uscita dell'oscillatore step-up con carico forzato ad 1V

Com'era ovvio prevedere, anche le forme d'onda delle potenze avranno un andamento ondulatorio. In Fig. 45 sono rappresentate tre potenze importanti. La prima, P_{teg}, indicata in verde, è la potenza fornita dal TEG, viene calcolata come la tensione che genera per la corrente del suo ramo. La seconda, P_{in}, di colore blu, visivamente differisce di poco dalla prima, ma ha un significato diverso. Essa infatti rappresenta la potenza fornita all'oscillatore, quindi la potenza apportata dal TEG ma senza la potenza dissipata sulla sua resistenza serie. È qui calcolata come la tensione al nodo V_{in} per la corrente entrante nel trasformatore, la stessa del precedente punto. L'ultima potenza, P_{out}, è quella disponibile in uscita nel punto di lavoro impostato. Viene calcolata come il prodotto dela tensione di carico, ovviamente fissata di volta in volta, e della corrente che scorre sul generatore appena impostato.

Ora, utilizzando un'altra funzione di LTspice, possiamo ingrandire la sola parte di onda che descrive un andamento stabile, a regime, e chiedere al simulatore di calcolare il valore medio del parametro graficato.

Prendendo di volta in volta il valore di potenza media restituito dal simulatore creiamo una tabella di valori per osservare i vari punti di lavoro.

V _{load} [V]	P _{teg} [µW]	P _{in} [μW]	P _{out} [µW]
1	1403	1372	10
2	808	791	86
3	721	717	121
4	682	668	144
5	634	622	162
6	587	577	176
7	543	534	185
8	500	492	191

Tabella 7 Tabella riportante valori di potenza media calcolata al variare della tensione di carico

L'efficienza di un circuito è definita come rapporto tra potenza d'uscita rispetto a quella di ingresso, cioè il lavoro che il sistema riesce a eseguire tenendo conto dell'energia persa durante la trasformazione.

In questo caso, avendo calcolato due tipi di potenza in ingresso, definiremo due tipi di efficienza. La prima è relativa alla potenza fornita dal TEG, mentre la seconda definisce l'efficienza del solo oscillatore.

Facciamo qualche esempio:

$$\eta_{TEG} = \frac{P_{out}}{P_{TEG}} = \frac{191\mu}{500\mu} = 0.382 = 38\%$$
$$\eta_{in} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{10\mu}{1372\mu} = 0.0072 = 7.2\%$$

E creiamo una tabella comparativa basandoci sui valori di Tabella 7:

V _{load} [V]	η_{teg}	η _{in}	η_{teg} %	η _{in} %
1	0,0071	0,0072	0,7%	0,7%
2	0,106	0,108	10,6%	10,8%
3	0,167	0,168	16,7%	16,8%
4	0,211	0,215	21,1%	21,5%
5	0,255	0,26	25,5%	26,0%
6	0,299	0,305	29,9%	30,5%
7	0,34	0,346	34,0%	34,6%
8	0,382	0,388	38,2%	38,8%

Tabella 8 Tabella riportante i valori di efficienza divisi per tensione di carico, in numero puro e percentuale

I dati possono essere comparati visivamente tramite un grafico a dispersione.







Fig. 47 Grafico comparativo delle efficienze calcolate per l'oscillatore step-up

Valutando i dati e i grafici possiamo notare che le due potenze di ingresso calcolate hanno valori molto simili tra loro, ma questo era prevedibile dal fatto che l'unica differenza fisica tra le due è nella dissipazione in effetto joule della resistenza serie del TEG. Avendo imposto una resistenza relativamente piccola lo scarto di potenza è esiguo. Dimensionandola correttamente si possono ottenere risultati ancora migliori.

4. Conclusioni

Si è giunti al termine dello studio dell'oscillatore step-up, analizzando ogni aspetto del circuito, a partire dalle condizioni d'innesco, passando per il dimensionamento dei componenti, fino ad arrivare a calcolarne l'efficienza.

Analizzando ai piccoli segnali i vari componenti si è potuto valutare quali di questi incidessero maggiormente al corretto funzionamento del convertitore.

Innanzitutto il trasformatore, nucleo centrale dell'oscillazione, va scelto rispettando numerosi parametri, come minori perdite del nucleo e degli avvolgimenti, rapporto spire, induttanza del primario. Questo, come abbiamo visto dalla formula ricavata, incide sulla frequenza di oscillazione dell'intero circuito. Diminuendo ad esempio il rapporto spire si rileva una diminuzione delle condizioni minime necessarie per l'innesco, a discapito di un aumento di frequenza dovuto alla diminuzione dell'induttanza del primario. Naturalmente frequenze più alte sono, a volte, sinonimo di maggior rumore, errori e perdite dovute alla non idealità dei componenti.

Inoltre, il transistor, essendo di fondamentale importanza perché sostituisce l'interruttore controllato con un segnale PWM, va dimensionato in modo corretto per permettere l'innesco del circuito. Questo deve infatti avere parametri differenziali il più grande possibile, come si è visto dall'analisi effettuata. Sia la transconduttanza, che è obbligata ad essere maggiore del valore fissato dal trasformatore, che la resistenza di uscita, che deve essere sempre il più grande possibile per poter fare le approssimazioni viste al circuito, semplificando parecchio la trattazione. È sempre complicato trovare un transistor che rispecchi alla perfezione le condizioni necessarie, si è notato, per esempio, che i modelli utilizzati per le simulazioni integrassero delle resistenze in serie al transistor che incidono parecchio sulle condizioni di innesco. Dopo aver osservato i grafici realizzati, si imponeva che la resistenza del generatore di ingresso fosse il minore possibile, ma questa deve essere sommata alla resistenza interna dei contatti del MOSFET, determinando una resistenza totale di ingresso al sistema molto alta. Sarebbero da utilizzare, guindi, transistor con la minor resistenza serie possibile.

Si è poi confrontato il transistor MOSFET con il JFET, simili come prestazioni, ma con modalità costruttive diverse. Si è infatti riscontrato che anche con i JFET è possibile ottenere l'oscillazione dimensionando correttamente i componenti, e al fronte di minor costi produttivi in certi casi è completamente sostituibile al primo. È interessante notare che approfondendo e ampliando l'analisi effettuata in questo testo è possibile creare un intero convertitore step-up completamente integrato in un unico chip, comprensivo di trasformatore, con l'utilizzo di un JFET.

Altro fattore importante rilevato nell'analisi è stata proprio la resistenza di ingresso del sistema, che va ad incidere sulle prestazioni e sull'efficienza dell'intera trasformazione. Abbiamo visto, in ultima analisi, che la resistenza serie del generatore dissipa una buona parte di potenza fornita al circuito dal TEG e per questo motivo quest'ultimo deve essere scelto rispettando questa condizione. Utilizzando ad esempio un generatore termoelettrico con una elevata resistenza serie buona parte della, già esigua, potenza generata sarebbe dissipata al di fuori del convertitore, agendo quindi sull'efficienza del sistema stesso.

Indice delle figure

Fig.	1 Esempio circuitale di una termocoppia, formata da due materiali (A e B), in cui si
	sviluppa una differenza di potenziale ai capi di [+ e -] a causa del gradiente di
	temperatura $\Delta T.$
Fig.	2 TEG Micropelt MPG-D651 (sopra) e MPG-D751 (sotto)3
Fig.	3 Grafico creato grazie al tool Micropelt che mostra l'andamento della potenza
	generata in funzione del carico 4
Fig.	4 Esempio di generatore termoelettrico di Thermo-Life4
Fig.	5 Generatore termoelettrico di Nextreme5
Fig.	6 Raffigurazione di un TEG Nextreme HV565
Fig.	7 TEG HZ-2 della Hi-Z Technology
Fig.	8 Tabella di simulazione dati fornita da Hi-Z Tech6
Fig.	9 TEG 12-8 della Marlow Industries7
Fig.	10 Schematico di un Convertitore Buck9
Fig.	11 Schematico di un Convertitore Boost11
Fig.	12 Schematico di un Convertitore Invertente (Buck-Boost)
Fig.	13 Schematico di un Convertitore Flyback. È' possibile notare i due induttori
	accoppiati secondo la direttiva soprastante e la notazione col punto derivata dal
	trasformatore
Fig.	14 Circuito semplificato di un oscillatore di Meissner16
Fig.	15 Schematico semplificato di un oscillatore di Armstrong
Fig.	16 Simbolo circuitale del trasformatore ideale18
Fig.	17 Rappresentazione schematica ti un trasformatore. Notare i flussi colorati di verde e
	blu che non si concatenano con l'altro avvolgimento
Fig.	18 Simbolo circuitale del trasformatore ideale privo di perdite
Fig.	19 Modello completo del trasformatore reale
Fig.	20 Schema a blocchi di un sistema con retroazione positiva
Fig.	21 Circuito oscillatore step-up
Fig.	22 Modello ai piccoli segnali di un transistor MOSFET a canale N, in configurazione
	Common Source
Fig.	23 Oscillatore Step-Up valutato ai piccoli segnali con perdite
Fig.	24 Oscillatore step-up valutato ai piccoli segnali. Osservare la ridisposizione delle
	capacità C1 e C2, la retroazione di Cgs al transistor, e soprattutto il primario che è
	stato invertito
Fig.	25 Circuito ridisegnato. Notare a sinistra del trasformatore il solo componente non
-	lineare e a destra solo componenti passivi
Fig.	26 Parte passiva del circuito in analisi. Il ramo di sinistra, fittizio, determina la corrente
-	sul secondario
Fig.	27 Grafico raffigurante le regioni di lavoro di un transistor MOSFET Depletion

Fig. 28 Redisposizione del circuito senza r _{ds}	38
Fig. 29 Modello per la simulazione del transistor	42
Fig. 30 Schematico per simulazione delle proprietà del Mosfet con direttive	42
Fig. 31 Rappresentazione della corrente Id del transistor, al variare della tensione di gat	e
(asse x) e della tensione e resistenza di ingresso	43
Fig. 32 Rappresentazione di gm, calcolata come derivata della corrente di drain	44
Fig. 33 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per il transistor BSS159N. Le linee piatte	
determinano la g _m minima per l'oscillazione	46
Fig. 34 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per due transistor BSS159N posti in paralle	lo
tra loro. Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione	48
Fig. 35 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per il transistor BSP149. Le linee costanti	
determinano la g_m minima per l'oscillazione	49
Fig. 36 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per due transistor BSP149 in parallelo tra le	oro.
Le linee costanti determinano la g_m minima per l'oscillazione	50
Fig. 37 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per un JFET J108. Le linee costanti	
determinano la g_m minima per l'oscillazione	52
Fig. 38 Grafico rappresentante la transconduttanza rilevata dalle simulazioni (asse	
verticale), in funzione della tensione di ingresso (asse orizzontale) e fissata una	
resistenza d'ingresso (le diverse linee), per un JFET J309LT1. Le linee costanti	
determinano la g _m minima per l'oscillazione	53
Fig. 39 Schematico dello Step-Up Oscillator per la simulazione a vuoto	54
Fig. 40 Grafico dell'andamento della tensione di uscita a vuoto dell'oscillatore step-up	55
Fig. 41 Schematico oscillatore step-up completo di carico	56
Fig. 42 Andamento della tensione al secondario del trasformatore dell'oscillatore step-u	р
con il carico applicato	57
Fig. 43 Andamento della tensione d'uscita Vo (in rosso) e tensione rettificata (in blu)	
dell'oscillatore step-up	58
Fig. 44 Schematico dell'oscillatore step-up per la simulazione delle potenze	59
Fig. 45 Andamento delle potenze di ingresso e di uscita dell'oscillatore step-up con cari	ico
forzato ad 1V	60

Fig. 46 Grafico comparativo delle potenze di ingresso e d'uscita simulate per l'oscillat	ore
step-up	62
Fig. 47 Grafico comparativo delle efficienze calcolate per l'oscillatore step-up	63

Indice delle tabelle

Tabella 1 La tabella restituisce i valori di transconduttanza relativi al transistor BSS159N
misurati con il simulatore variando tensione e resistenza d'ingresso
Tabella 2 Valori di transconduttanza rilevata con due Mosfet BSS159N posti in parallelo tra
loro (sovrapposti) in funzione della tensione e resistenza d'ingresso
Tabella 3 Valori di transconduttanza rilevati sul transistor BSP149 in funzione della
tensione e resistenza d'ingresso 49
Tabella 4 Tabella riferita alla transconduttanza calcolata per due BSP149 in parallelo tra
loro (sovrapposti) in funzione della tensione e resistenza d'ingresso
Tabella 5 La tabella mostra la transconduttanza rilevata dalle simulazioni dal JFET J108 in
funzione della tensione e resistenza d'ingresso51
Tabella 6 Transconduttanza misurata sul JFET J309LT1 in funzione della tensione e
resistenza d'ingresso
Tabella 7 Tabella riportante valori di potenza media calcolata al variare della tensione di
carico61
Tabella 8 Tabella riportante i valori di efficienza divisi per tensione di carico, in numero
puro e percentuale62
Bibliografia

- [1] <u>http://it.wikipedia.org/wiki/Energy_harvesting</u>
- [2] <u>http://it.wikipedia.org/wiki/Termocoppia</u>
- [3] <u>http://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Seebeck</u>
- [4] Molari Nicola, Dispositivi termoelettrici per la generazione di micro-potenze, Tesi di laurea, Università di Bologna, 2009.
- [5] <u>http://www.micropelt.com/down/datasheet_mpg_d651_d751.pdf</u>
- [6] <u>http://www.poweredbythermolife.com/pdf/Thermo_LifeTM_Information.pdf</u>
- [7] <u>http://www.nextreme.com/media/pdf/techspecs/Nextreme_eTEG_HV14_Data_</u> Brief.pdf
- [8] <u>http://www.nextreme.com/media/pdf/techspecs/Nextreme_eTEG_HV56_Data_</u> <u>Sheet.pdf</u>
- [9] <u>http://www.hi-z.com/hz2.php</u>
- [10] <u>http://it.wikipedia.org/wiki/Trasformatore#Dal_trasformatore_ideale_al_reale</u>
- [11] <u>http://www.galileimirandola.it/elettro/TERZA/EMAGNE/EMAGNE06.HTM</u>
- [12] <u>http://www.die.ing.unibo.it/pers/mastri/didattica/diafo12/13-trasformatore.pdf</u>
- [13] <u>http://www.seas.upenn.edu/~ese206/labs/Transformer/TransformerLab05.pdf</u>
- [14] http://www.coilcraft.com/lpr6235.cfm
- [15] http://cds.linear.com/docs/Datasheet/3108fa.pdf
- [16] <u>http://it.wikipedia.org/wiki/Convertitore_DC-DC</u>
- [17] <u>http://en.wikipedia.org/wiki/DC-DC_converter</u>
- [18] <u>http://en.wikipedia.org/wiki/Buck_converter</u>
- [19] <u>http://en.wikipedia.org/wiki/Boost_converter</u>
- [20] http://en.wikipedia.org/wiki/Buck-boost_converter
- [21] http://en.wikipedia.org/wiki/Flyback_converter
- [22] http://schmidt-walter.eit.h-da.de/snt/snt_eng/snteng3b.pdf
- [23] http://en.wikipedia.org/wiki/Armstrong_oscillator
- [24] Andrei Grebennikov, RF and microwave transistor oscillator design, Wiley, 2007
- [25] <u>http://educypedia.karadimov.info/library/section_4_11_The_Depletion_Type_M</u> OSFET_package.pdf
- [26] <u>http://www.infineon.com/dgdl/BSS159N_Rev1.5_.pdf?folderId=db3a3043156fd</u> 573011622e10b5c1f67&fileId=db3a304330f68606013108d8b2230036

[27] <u>http://www.infineon.com/dgdl/BSP149_Rev1.3.pdf?folderId=db3a30441</u> 2b407950112b408e8c90004&fileId=db3a304412b407950112b42ef8fa4 <u>acf</u>

Ringraziamenti

Migliaia e migliaia di parole, di pagine, di libri, non basterebbero per ringraziare ogni singola persona che mi ha permesso di raggiungere questo importantissimo obiettivo. Vedrò di riassumere per il bene di tutti.

Innanzitutto vorrei ringraziare la persona più importante della mia vita, conosciuta proprio in questa nuova esperienza, la più fondamentale sotto ogni aspetto. È sempre stata una compagna perfetta, in ogni momento. Ogni volta che uno di noi due aveva un problema, un momento di dolore, un po' di indecisione, qualsiasi cosa, ci siamo sempre sostenuti a vicenda, fino alla fine, senza ripensamenti, senza secondi fini. Sembrano parole ovvie, ma penso che le cose belle nella vita siano queste: trovare qualcuno che ti sia vicino. Sempre. Non solo una fidanzata, con cui condividere il letto, ma un'amica, una persona su cui puoi contare e fare affidamento in ogni momento della giornata. Più di un'amica. Qualcuno con cui puoi parlare di tutto, senza vergogna, scherzare, piangere, ridere.. Ogni cosa. I momenti più belli della mia vita li ho passati con te, e queste parole non rendono merito a tutto ciò che tu sei stata, sei e sarai sempre per me, Claudia.

Appunto, gli amici. Gli amici sono le nostre fondamenta, non saremmo noi stessi se non fosse per loro. Gli amici si cambiano, si cambia noi stessi, si fanno nuove esperienze, si incontrano persone nuove, ma i VERI Amici rimangono. Quelli che non ti abbandonano quando hai bisogno, a cui pensi quando hai bisogno, e che ti pensano quando hanno bisogno. Ti tirano su quando sei triste e ti tirano giù quando sei troppo euforico (mi sembra giusto!). Gli Amici sono quelli per cui valga la pena arrabbiarsi. Grazie di tutto ragazzi.

Come non ringraziare Meris e Lele, sempre vicini, affettuosi, tutto ciò che si possa volere dai genitori. Mi hanno sempre sostenuto in ogni cosa abbia mai fatto. Anche quando ho intrapreso questa avventura al di fuori delle aspettative di chiunque. Vi voglio bene. Grazie.

Grazie ai miei nonni con cui sono stato tanto bene quando ero piccolo, che mi hanno insegnato tante cose. E continuano tuttora.

Alcune persone che ho conosciuto in questi anni sono di fondamentale importanza, per la mia crescita interiore (esternamente mi sono già fermato da un pezzo..), per i cambiamenti che ho subito (spero in meglio..), e per tutti i nomi che mi sono stati affibbiati. Mi sembra ingiusto creare una classifica di chi viene prima e chi dopo, di chi è stato scritto il nome e chi no. Perciò i pochi nomi scritti sono quelli ovvi. Mentre chi si deve sentire chiamato in causa per aver reso possibile tutto questo lo saprà da solo. Grazie a tutti!

Infine ringrazio caldamente di cuore tutti quelli che non hanno MAI creduto in me prima e durante tutto gli anni di università.

No, davvero.. Grazie! Senza di loro non avrei mai potuto affrontare tutto ciò..

Per dimostrare che si sbagliavano!

Ciao Marco. A te.