

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA  
SEDE DI CESENA  
SECONDA FACOLTÀ DI INGEGNERIA CON SEDE A CESENA  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA BIOMEDICA

**“CARATTERIZZAZIONE DEI METODI DI CALIBRAZIONE DI SISTEMI  
DI FLUOROSCOPIA 3D”**

Elaborato in  
**BIOMECCANICA**

Relatore  
SILVIA FANTOZZI

Presentata da  
GIORGIA D'ANGELI

Sessione III  
Anno Accademico 2010/2011

<b>CAPITOLO INTRODUTTIVO</b>	<b>1</b>
<b>CAPITOLO 1</b>	<b>5</b>
1.1 LA FLUOROSCOPIA 3D	5
1.2 STRUMENTAZIONE	8
1.3 LE IMMAGINI FLUOROSCOPICHE	10
1.4 LE DISTORSIONI GEOMETRICHE	11
1.4.1 TECNICHE GLOBALI	13
1.4.2 TECNICHE LOCALI	14
1.5 CALIBRAZIONE	16
1.5.1 CALIBRAZIONE: ESPERIENZA DI BANKS	19
1.5.2 CALIBRAZIONE: ESPERIENZA DI VALSTAR ET AL.	28
1.6 STIMA DELLA POSA	33
1.6.1 ALGORITMO DI LAVALLEE E SZELISKI	34
1.7 ALGORITMI DI MINIMIZZAZIONE	39
1.7.1 ALGORITMO DI LEVENBERG-MARQUARD	40
1.7.2 ALGORITMO DI NELDER-MEADE	42
1.7.3 ALGORITMO GENETICO	45
1.8 DOMINIO DI CONVERGENZA	47
1.9 FINALITA' DELLA TESI	49
<b>CAPITOLO 2 MATERIALI E METODI</b>	<b>50</b>
2.1 IL SOFTWARE	53
2.1.1 GRIGLIA DI CALIBRAZIONE	53
2.1.2 IL CAGE	54
2.1.3 CARICAMENTO IMMAGINI ED ELABORAZIONE	55
2.1.4 ALLINEAMENTO E MINIMIZZAZIONE	56
2.1.5 DOMINIO DI CONVERGENZA	56
2.2 LA RAPPRESENTAZIONE DEI DATI	57
2.2.1 BOX AND WHISKER PLOT	57
2.2.2 ERRORBAR PLOT	58
2.2.3 COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE	59
<b>CAPITOLO 3 RISULTATI</b>	<b>60</b>
3.1 INTRODUZIONE	60
3.2 IMPLEMENTAZIONE CON MATLAB	61
<b>CAPITOLO 4 DISCUSSIONE</b>	<b>69</b>
<b>CAPITOLO 5 CONCLUSIONI</b>	<b>72</b>

# CAPITOLO INTRODUTTIVO

Una conoscenza esatta del movimento articolare nell'uomo, in condizioni fisiologiche, è fondamentale per svariate applicazioni cliniche, come:

- La progettazione di protesi per ottenere una migliore replicazione delle funzioni articolari dal punto di vista biomeccanico.
- Lo sviluppo di numerosi modelli per la diagnostica per la scoperta di alterazioni patologiche nel movimento.
- Il risultato degli interventi ortopedici che può essere quantificato per trovare una correlazione con il recupero di attività motorie.

Inoltre analizzare in maniera precisa e attendibile determinati task motori, come possono essere la flessione-estensione delle articolazioni o la semplice deambulazione, è un fattore importante per migliorare la qualità della vita del paziente, fornendo una valida prevenzione per i soggetti a rischio o valutando l'efficacia di una terapia riabilitativa.

Metodi accurati in grado di stimare gli errori dovuti a tecniche non invasive per l'analisi del movimento (ad esempio basate su sensori inerziali o stereofotogrammetria) sono fondamentali per i relativi studi di validazione. Infatti tali metodi, pur offrendo numerosi vantaggi (es. libertà di movimento, portabilità, non invasività, ecc.), non sono sufficientemente accurati per l'indagine articolare a causa degli artefatti da tessuto molle che impediscono una chiara valutazione dei movimenti relativi di segmenti ossei o protesici. L'errore deriva dall'assunzione che i marcatori, attaccati alla superficie cutanea, siano rigidamente connessi alle ossa.

Per la prima volta, Stagni et al.<sup>1</sup>, acquisendo simultaneamente i dati per fluoroscopia e per stereofotogrammetria, sono riusciti a quantificare l'incidenza degli artefatti da tessuto molle su coscia e

tibia senza limitazioni nel movimento della pelle valutando l'errore commesso per la cinematica del ginocchio.

A partire dagli anni novanta l'attenzione degli studiosi si è spostata verso nuove tecniche per lo studio della cinematica tridimensionale articolare basate sull'utilizzo del fluoroscopio.

In particolare, nel 1996 Banks e Hodge<sup>2</sup> analizzarono i metodi fino ad allora usati scoprendo la loro inadeguatezza per investigare la cinematica tridimensionale del ginocchio durante attività dinamiche.

Infatti:

- L'uso di marcatori montati esternamente sulla gamba, come ad esempio i cluster della stereofotogrammetria, per quanto diano una misura accurata del movimento degli stessi non possono però eliminare gli errori causati dai movimenti relativi di questi e dell'osso ed inoltre riferisce a dei tessuti molli la rappresentazione di un movimento di ossa.
- L'uso di marcatori fissati alle ossa, come ad esempio i pin intracorticali, presentano un'accuratezza maggiore ma sono invasivi e ad alto rischio di infezione.
- L'uso di TC e di RMN non permette di ottenere una scansione 3D di un'intera articolazione con velocità adeguata all'attività dinamica e inoltre ha effetti indesiderati per indagini di pazienti aventi parti metalliche.

Secondo Banks et al. la fluoroscopia 3D provvede al superamento di queste limitazioni, permettendo di raggiungere un livello di accuratezza del millimetro/grado, con performance dinamiche relativamente alte e adatte all'analisi del movimento di semplici attività della vita quotidiana. Con la fluoroscopia 3D possono essere analizzati movimenti specifici che vengono eseguiti all'interno del volume di acquisizione del fluoroscopio, come ad esempio lo squat, la salita e la discesa di gradini o passaggi posturali.

Da una ventina di anni la tecnica della fluoroscopia 3D viene sviluppata sia per quanto riguarda la ricerca di metodi di stima della posa e di algoritmi di allineamento e minimizzazione, sia per quanto riguarda lo sviluppo di tecniche per la compensazione di distorsioni geometriche create dal fluoroscopio. Tali problematiche trovano ampio riscontro in letteratura.

La fluoroscopia è una tecnica che permette di ottenere una sequenza di immagini radiologiche in tempo reale di strutture biologiche radiopache. E' l'unica tecnica in grado di consentire cinematiche con un'accuratezza dell'ordine del grado e del millimetro senza essere invasiva.

Per ogni sessione di fluoroscopia, è usata una gabbia in Plexiglass, il cage, ed una griglia di calibrazione in modo da calcolare rispettivamente la posizione del fuoco e dei parametri necessari per la correzione della distorsione dell'immagine causate dal magnificatore di brillantezza o XRII.

Il seguente elaborato si concentrerà sullo studio della calibrazione del fluoroscopio 3D partendo dal problema della compensazione della distorsione geometrica e dall'uso della gabbia in plexiglass, il cage, la cui realizzazione risulta costosa (circa 3000 euro) nell'indagine fluoroscopica, ma che permette una stima accurata della posizione della sorgente dei raggi X.

Lo scopo è di calcolare l'errore commesso nella stima della posa variando le coordinate di fuoco e spacing con la prospettiva di eliminare dall'analisi fluoroscopica 3D l'ausilio del cage e, di conseguenza, i costi dovuti alla sua fabbricazione.

Per fare ciò si crea un ambiente virtuale per la generazione di immagini fluoroscopiche di modelli 3D in posa nota, nel quale le coordinate del *fuoco* del fluoroscopio e dello *spacing* sono imposte in posizioni di riferimento.

Successivamente, variando la posizione di questi due parametri, si valuterà la sensibilità della stima della posa studiando la variazione della posa finale rispetto a quella iniziale di riferimento e ottenendo pertanto l'errore commesso.

I modelli analizzati nella tesi sono relativi all'articolazione di gomito ed in particolare alle ossa di omero, radio e ulna.

Nel capitolo 1 si descriveranno il funzionamento del fluoroscopio 3D e le distorsioni geometriche che subiscono le immagini fluoroscopiche. In seguito si affronteranno i metodi su cui si basa la stima della posa e gli algoritmi di minimizzazione.

Nel capitolo 2 si descriveranno le tecniche di miglioramento delle distorsioni geometriche e di calibrazione basate sull'acquisizione di

oggetti a geometria nota (griglia e cage). Verrà descritto l'ambiente virtuale sviluppato per permettere di simulare variazioni di posizione delle coordinate del fuoco e dello spacing, e di quantificare l'errore introdotto nella stima della posa.

Nel capitolo 3 si valuteranno i risultati ottenuti dalla variazione dei parametri rispetto alle coordinate di riferimento. Le informazioni ottenute saranno presentate attraverso grafici e tabelle.

Nei capitoli 4 e 5 si discuteranno i risultati ottenuti e si trarranno le dovute conclusioni.

La tesi si avvarrà del software "FluoroTrack" per l'analisi cinematica. Il programma è stato sviluppato presso il DEIS (Dipartimento di Elettronica, Informatica e Sistemistica) dell'Università di Bologna ed è sistema validato per l'analisi fluoroscopica 3D per la stima cinematica dei segmenti ossei e protesici.

# CAPITOLO 1

## 1.1 LA FLUOROSCOPIA 3D

La fluoroscopia è una tecnica radiologica per ottenere immagini in tempo reale non solo dell'anatomia interna di un paziente ma anche del suo movimento attraverso l'uso di un fluoroscopio. Nella sua forma più semplice, un fluoroscopio è composto da una sorgente di raggi X ed uno schermo fluorescente, tra i quali è posizionato il paziente. I fluoroscopi moderni accoppiano lo schermo ad un intensificatore di immagine ed una videocamera digitale, permettendo di registrare e riprodurre su un monitor le immagini ottenute. Per la creazione dell'immagine a raggi X, ancora più recenti sono i dispositivi a stato solido chiamati flat-panel che usano sensori d'immagine simili come principio a quelli della fotografia digitale ma di dimensioni molto maggiori in modo da riuscire a focalizzare il raggio X.

Il precursore della fluoroscopia fu nel 1895 Wilhelm Röntgen con la scoperta dei raggi X e, in contemporanea, la nascita della radiografia.

La progettazione e la produzione del primo fluoroscopio commerciale sono accreditate a Thomas Edison.

Inizialmente si pensava che le immagini in tempo reale della fluoroscopia avrebbero completamente prevalso sulle tecniche radiografiche, cosa che non si verificò a causa della superiore qualità, quindi maggior valenza diagnostica, dei radiogrammi prodotti da quest'ultime. Gli effetti dannosi dei raggi X non erano ancora noti e di conseguenza non venivano prese adeguate misure di sicurezza come quelle utilizzate oggi, pertanto scienziati e medici spesso subivano danni somatici o ustioni da radiazione per esposizioni dirette e prolungate al fascio di raggi X. Per la sua disposizione dietro lo schermo, il radiologo era soggetto ad alti e pericolosi livelli di dose assorbita.

Negli anni cinquanta, lo sviluppo degli intensificatori di immagine a raggi X e della telecamera rivoluzionarono la fluoroscopia. Se prima gli esami radiologici si svolgevano in stanze oscurate per la debole luce prodotta dagli schermi fluorescenti, l'intensificatore permetteva invece di amplificare la luce prodotta dallo schermo fluorescente lavorando in una stanza illuminata.

L'aggiunta della telecamera rese poi possibile la visualizzazione delle immagini su un monitor, permettendo al radiologo di osservarle in una stanza separata e riducendo i rischi di esposizione alle radiazioni.

In epoca recente, l'uso di videocamera digitale a CCD permise l'archiviazione elettronica delle immagini.

I recenti intensificatori di immagine non usano più uno schermo fluorescente separato, ma un tubo intensificatore sul fotocatodo del quale è direttamente depositato in fosforo di ioduro di cesio. In un sistema generico, l'immagine di uscita è approssimativamente  $10^5$  volte più luminosa di quella in ingresso. Un guadagno così elevato rende però il rumore quantistico un fattore rilevante che può pregiudicare la qualità delle immagini.

Moderni miglioramenti negli schermi a fluorescenza, negli intensificatori di immagine e nei rivelatori a pannello piatto hanno permesso di incrementare la qualità dell'immagine, minimizzando al contempo la dose di radiazioni assorbita dal paziente.

La visualizzazione qualitativa ottenuta mediante il fluoroscopio non è sufficiente però per l'indagine quantitativa del movimento. Unendo conoscenze di biomeccanica, di scienze mediche e matematiche e di competenze informatiche si è passato da un'immagine qualitativa 2D ad un metodo quantitativo 3D.

Dagli anni novanta è stata sviluppata una nuova tecnica chiamata video-fluoroscopia 3D che, dalla conoscenza della forma di un oggetto non simmetrico e di una o due proiezioni radiografiche, stima la posizione e l'orientazione dell'oggetto nello spazio ricostruendo la sua cinematica.

La fluoroscopia può seguire due metodi:

- Monoplanare, studia grandi volumi con una bassa dose di raggi X.
- Biplanare, più accurato e veloce ma anche invasivo e costoso.

Mentre la fluoroscopia è applicata per analisi all'apparato digerente, per chirurgia ortopedica, per angiografia di gamba, cuore e vasi cerebrali, per chirurgia urologica e per il controllo del ritmo cardiaco (es. pacemaker), la fluoroscopia 3D è usata principalmente in biomeccanica ed eventualmente per il tracking intraoperatorio.

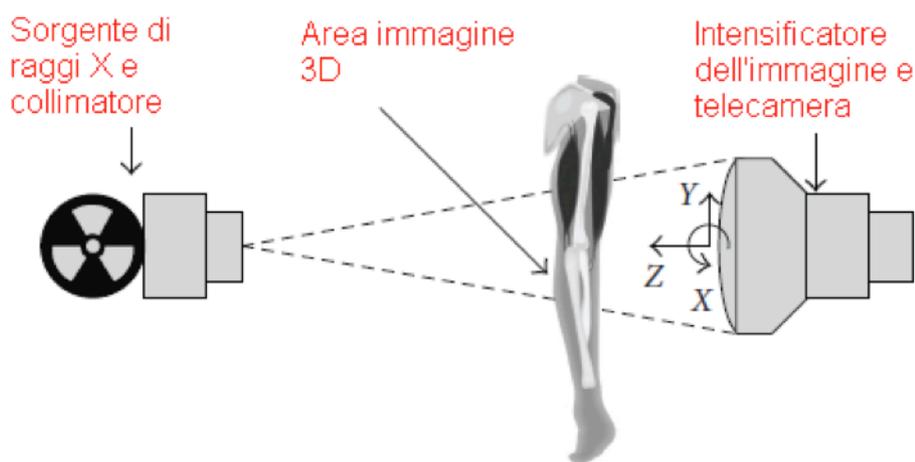


Figura 1-1: Schema del fluoroscopio monoplanare

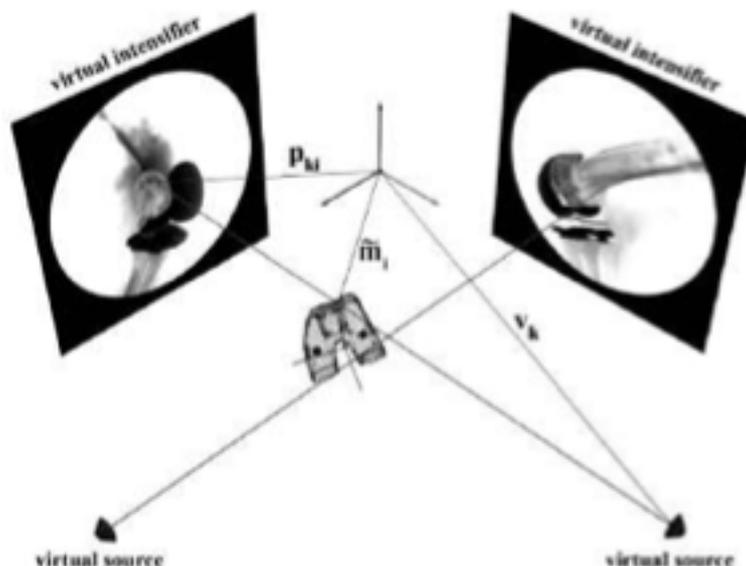


Figura 1-2: Schema del fluoroscopio biplanare

## 1.2 STRUMENTAZIONE

In un moderno sistema per la fluoroscopia, l'XRII si trova di fronte al tubo raggi X in un contenitore cilindrico protettivo essendo un dispositivo molto delicato sotto vuoto e da maneggiare con cura.

I fotoni di raggi X penetrano la finestra di ingresso del contenitore sottovuoto. Il lato di ingresso dell'XRII ha generalmente una forma convessa per minimizzare la distanza del paziente e per fornire la migliore resistenza meccanica sotto la pressione atmosferica. La finestra d'ingresso è costituita di solito da alluminio, il materiale scelto è un buon compromesso tra diversi fattori quali l'assorbimento e la dispersione dei raggi X, i costi di fabbricazione e la resistenza meccanica dei materiali.

Successivamente i fotoni di raggi X vengono assorbiti dal fosforo d'ingresso e convertiti in fotoni ottici (luminescenza), a loro volta poi saranno convertiti in fotoelettroni dal fotocatodo.

Lo schermo di ingresso è un substrato di alluminio ricoperto da uno strato di fosforo, uno strato accoppiato intermedio e infine uno strato del fotocatodo. Lo spessore del fosforo d'ingresso è un compromesso tra la risoluzione spaziale e l'efficienza dell'assorbimento dei raggi X, infatti uno strato più spesso mostra un'efficienza di assorbimento più alta di raggi X (i fotoni di raggi X possono essere assorbiti e convertiti in fotoni di luce nello strato di fosforo) ed esige meno fotoni di raggi X per generare la stessa quantità di fotoni di luce alla finestra d'uscita dell'XRII riducendo così la dose somministrata al paziente. Tale spessore però riduce la risoluzione spaziale perché disperde lateralmente all'interno dello strato di fosforo un numero più alto di fotoni di luce.

Lo spessore dello strato d'ingresso è compreso tra 300 e 450  $\mu\text{m}$  in base al tipo di XRII e alla tecnologia utilizzata.

Il fosforo iniziale utilizzato è ioduro di cesio (CsI:Na) perché si accoppia meglio con lo spettro di raggi X della radiazione trasmessa dal paziente incrementando l'assorbimento dei fotoni di raggi X trasmessi e diminuendo la dose somministrata al paziente, inoltre, avendo un alto numero atomico, comporta un più alto assorbimento dei raggi X.

Lo strato di fotocatodo è fatto di antimonio-cesio ( $SbCs_3$ ) per massimizzare l'efficienza della conversione da fotoni di luce a fotoelettroni e può evaporare sul substrato in forma di aghi di cristalli. Questi ultimi si comportano come tubi luminosi in modo simile a quanto avviene per la propagazione della luce nelle fibre ottiche e riducono la dispersione obliqua all'interno dello schermo del fosforo producendo una miglior risoluzione spaziale.

I fotoelettroni sono accelerati dal campo elettrico prodotto dalla differenza di potenziale elettrico dell'XRII e sono raccolti dal fosforo all'uscita. I fotoelettroni non aumentano di numero all'interno dell'XRII ma solo di velocità e sono focalizzati attraverso una serie di elettrodi di focalizzazione elettrostatica.

Gli elettrodi focalizzati sono molto sensibili al campo elettrico esterno e al campo magnetico, effetti che devono essere monitorati come anche l'alto voltaggio degli elettrodi che deve essere mantenuto stabile per garantire la qualità dell'immagine.

Il fosforo d'uscita è chiamato P20 ed è un composto fluorescente costituito da solfuro di zinco-cadmio ad argento-attivato ( $ZnCdS:Ag$ ). Lo strato di P20 è molto sottile ed è depositato sul vetro della finestra d'uscita.

Il ritardo di luminescenza sul fosforo di uscita determina la risoluzione temporale dell'XRII.

### 1.3 LE IMMAGINI FLUOROSCOPICHE

Le immagini fluoroscopiche sono immagini radiopache prodotte da una sequenza di acquisizioni del campo di vista della strumentazione. Le principali differenze rispetto alle immagini radiologiche risiedono nella risoluzione e nella registrazione di più immagini in un periodo di tempo, infatti si hanno intensità per singolo frame molto modeste così da consentire un'estensione temporale idonea all'analisi.

La risoluzione tipicamente può spingersi fino a 1024 x 1024 su un campo visivo di circa 40 cm ed il numero di immagini al secondo determina il frame rate.

Sono registrate in formato DICOM<sup>3</sup> (Digital Imaging and Communications in Medicine) in scala di grigi potendo usufruire da 8 bit (256 livelli) in su per codifica. Nel nostro caso si trattano immagini a 16 bit ma con 1024 livelli di grigio.

Il formato DICOM è usato nell'ambito biomedico dal 1993 ed essendo pubblico la sua diffusione è vantaggiosa consentendo uno scambio fra apparecchiature di produttori diversi. Ciò consente la comunicazione, la visualizzazione, l'archiviazione e la stampa di informazioni quali ad esempio immagini radiologiche, TAC, MRI.

Ogni singolo file DICOM contiene sia l'intestazione (header) che i veri e propri dati immagine quindi sia informazioni personali del paziente sia informazioni sulla struttura dei dati registrati e sul dispositivo che li ha prodotti.

## 1.4 LE DISTORSIONI GEOMETRICHE

Le distorsioni geometriche sono una particolare forma di errore sistematico che altera l'immagine fluoroscopica.

Le immagini ottenute con il fluoroscopio sono geometricamente distorte e non adatte per un'analisi quantitativa. Con le ordinarie dimensioni dell'XRII, le immagini sono affette da una distorsione geometrica che causa una variazione nell'ingrandimento del 5-10% circa.

I tre motivi che contribuiscono alle distorsioni geometriche dell'immagine dell'XRII sono:

- La distorsione “a puntaspilli”, dovuta alla geometria e non omogeneità del campo elettrico e alla trascuratezza in fase di montaggio.
- La distorsione sigmoidale (S-distortion), dovuta all'interazione tra il campo magnetico della terra e il fascio interno di elettroni dell'XRII. La distorsione sigmoidale si presenta nel caso l'orientamento dell'XRII sia parallelo ad un campo magnetico esterno. L'effetto della distorsione è particolarmente rilevante vicino al centro dell'immagine ed in particolare il campo magnetico terrestre causa distorsioni dipendenti dall'orientazione della sorgente a raggi X.<sup>4</sup>
- Le distorsioni locali, generate quando la griglia emettitrice dell'XRII non aderisce completamente con la superficie d'ingresso o quando ci sono interazioni con un dispositivo magnetico esterno. Gli effetti corrispondenti, generalmente ristretti in piccole parti dell'immagine, sono molto più piccoli delle distorsioni a puntaspilli e sigmoidali ed inoltre non possono essere trascurate quando è richiesta un'alta accuratezza.

Le distorsioni si combinano insieme per determinare un'unica distorsione che non è caratteristica del sistema ma varia da sessione a sessione.

Per stimare la funzione di correzione della distorsione si usa un'immagine campione che è tipicamente una griglia regolare di marcatori (fili rettilinei o marcatori sferici) radio-opachi regolarmente spaziatati che, posta sullo schermo d'ingresso dell'XRII, ricopre l'intera immagine.

La stima della distorsione è eseguita collegando i centri misurati dei marcatori (i punti di intersezione o i centri di gravità per cella) dell'immagine distorta con i punti corrispondenti (control points) della griglia non distorta.

Sono utilizzate funzioni analitiche per mappare le posizioni distorte e quelle non distorte, sia attraverso tecniche locali per ogni porzione quadrilatera o triangolare definita da quattro o tre punti della griglia sia attraverso tecniche globali.



Figura 1-3: Distorsione geometrica radiale e distorsione geometrica sigmoideale

### 1.4.1 TECNICHE GLOBALI

Le tecniche globali <sup>5</sup> studiano tutti i punti della griglia attraverso polinomi ad alto ordine e sono ampiamente usate per correggere le distorsioni delle immagini generate dall' XRII di piccole dimensioni, sebbene possano essere applicate anche a XRII più grandi con risultati accettabili.

Il maggior problema della tecnica globale è la determinazione del maggior grado polinomiale, infatti, aumentando il grado si riescono a definire meglio le distorsioni ma la funzione non filtra il rumore e pertanto riduce l'accuratezza nella correzione.

Il metodo globale non è capace di far fronte alle deformazioni salvo che non siano piccole e localizzate in regioni dell'immagine ridotte.

Una soluzione alternativa consiste nell'applicare funzioni locali in regioni più piccole dell'immagine ma rimangono situazioni critiche per la discontinuità della funzione di correzione ai bordi delle aree locali e la ridotta accuratezza misurata nei punti intermedi piuttosto che nei punti di controllo.

Sebbene l'accuratezza delle tecniche globali sia elevata è però dimostrato come non siano in grado di correggere le distorsioni geometricamente localizzate, ciò è risolto dalle tecniche locali.

Una nuova tecnica è stata sviluppata da Fantozzi et al. <sup>6</sup> attraverso un TPS (Thin-Plate Splines) che è applicata recentemente in alcuni campi come la fusione automatica di immagini, la ricostruzione del movimento ventricolare sinistro, le deformazioni tissutali ecc. La tecnica approssima la griglia con un thin-plate minimizzando la somma pesata dell'energia di piegamento e il massimo quadrato degli errori residui.

Mentre la tecnica polinomiale globale è sensibile solo alla distorsione sigmoidale, la tecnica a piatto sottile lo è solo della distorsione radiale.

Quando la distorsione è principalmente radiale o è richiesta un'alta efficienza si preferisce la tecnica polinomiale. Quando la distorsione ha una natura locale o è predominante la distorsione sigmoidale si sceglie la tecnica TPS.

## 1.4.2 TECNICHE LOCALI

Sono rappresentate da funzioni polinomiali con grado basso. Per ridurre i problemi dati dalla discontinuità ai bordi e la ridotta accuratezza sono state studiate due tecniche:

- LUP ( Local un-warping polynomials), basato su applicazioni di un polinomio bi-cubico. I parametri di distorsione per ogni cella quadrilatera sono stati definiti usando 16 punti: quattro vertici (punti neri) e 12 punti adiacenti (punti grigi). Questa tecnica evita la discontinuità della funzione di distorsione attraverso aree adiacenti e l'effetto del rumore sui punti di controllo è ridotto.
- HRBF (Hierarchical Radial Basis Functions), studiato da Park and Sandberg <sup>7</sup> e da Girosi et al <sup>8</sup> è una tecnica basata su una rete artificiale neurologica con funzioni radiali. Le reti sono capaci di approssimare diverse tipologie di funzioni continue in un ampio range di problematiche.

Le tecniche locali producono discontinuità da una porzione all'altra, le tecniche globali basate su polinomi evitano le discontinuità e sono molto più accurate delle locali.<sup>9</sup>

La tecnica locale usa posizioni centrali della griglia per stimare l'orientazione e lo spacing della griglia ideale non distorta.

Questo rende il modello più soggetto all'errore di digitalizzazione del modello globale dove l'errore è piacevolmente rimosso dall'uso del minimo quadrato.

Inoltre il metodo locale assume il centro dell'immagine in distortion-free, ciò non può essere vero quando il campo magnetico è esterno causando distorsioni vicino al centro.

Il metodo locale risulta più lento del metodo globale nel correggere una posizione ed è sensibile sia alla distorsione radiale sia alla sigmoidale.

Uno dei maggiori svantaggi della tecnica globale è l'incapacità di giustificare le distorsioni locali quando ci sono inomogeneità spaziali come ad esempio accade nei CCD arrays usati nelle videocamere.

Lo spacing dei pixel è determinato attraverso le tecniche di calibrazione precedentemente descritte (locali e globali).

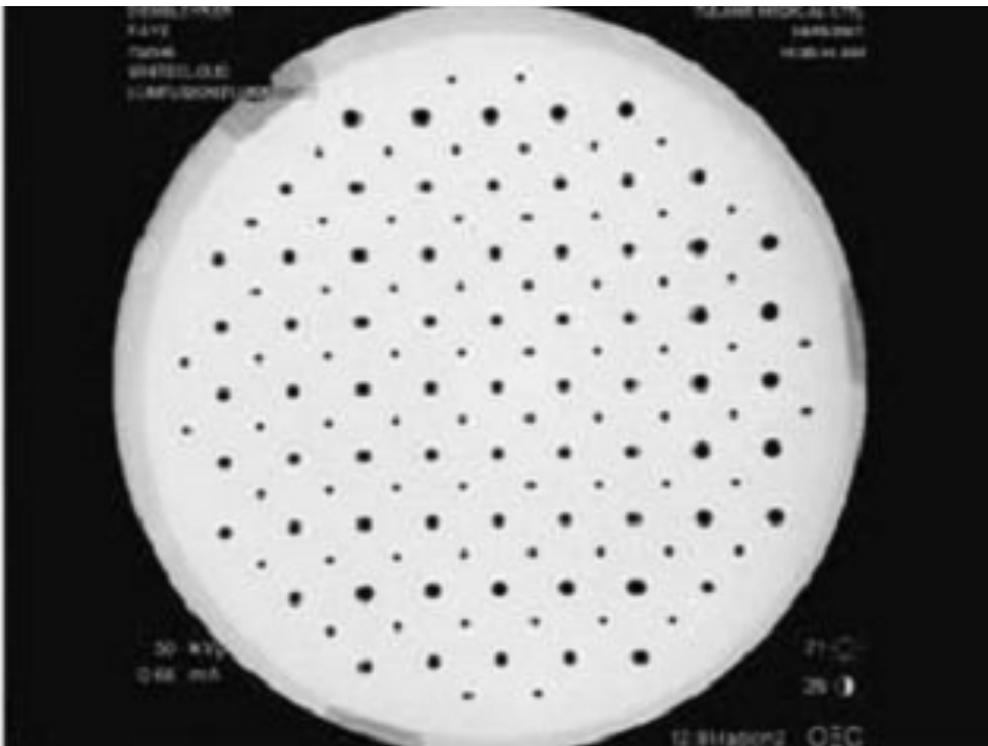


Figura 1-4: Griglia di calibrazione

## 1.5 CALIBRAZIONE

Nel 1898 Davidson, un radiologo di Londra, per la focalizzazione di un oggetto nello spazio attraverso il fascio di luce, fissò un tubo a raggi X in una barra orizzontale e studiò una pellicola da due posizioni definite e diverse del tubo (metodo stereo). Posizionò sulla pellicola due fili perpendicolari come sistema di coordinate. Il suo intento era quello di ottenere la pellicola sviluppata, esattamente con la stessa orientazione che aveva sul tavolo, in un sistema chiamato "localizer". Nel Localizer fissò, al posto dei due tubi a raggi X, due bobine nella stessa identica posizione del fuoco e ricostruì la posizione dell'oggetto srotolando il filo di ogni bobina dal fuoco di sorgente dei raggi X all'immagine sviluppata su pellicola. I punti nello spazio, dove i fili si incrociano, determinano l'esatta posizione dell'oggetto investigato a raggi X.

Gli stessi principi di base sono stati applicati nelle tecniche moderne ma, al posto del localizer dove le posizioni del fuoco e della pellicola sono note, viene creata una gabbia "cage" con marcatori detti di riferimento ("fiducial") o di controllo ("control") per il calcolo delle coordinate di sistema 3D e del fuoco.

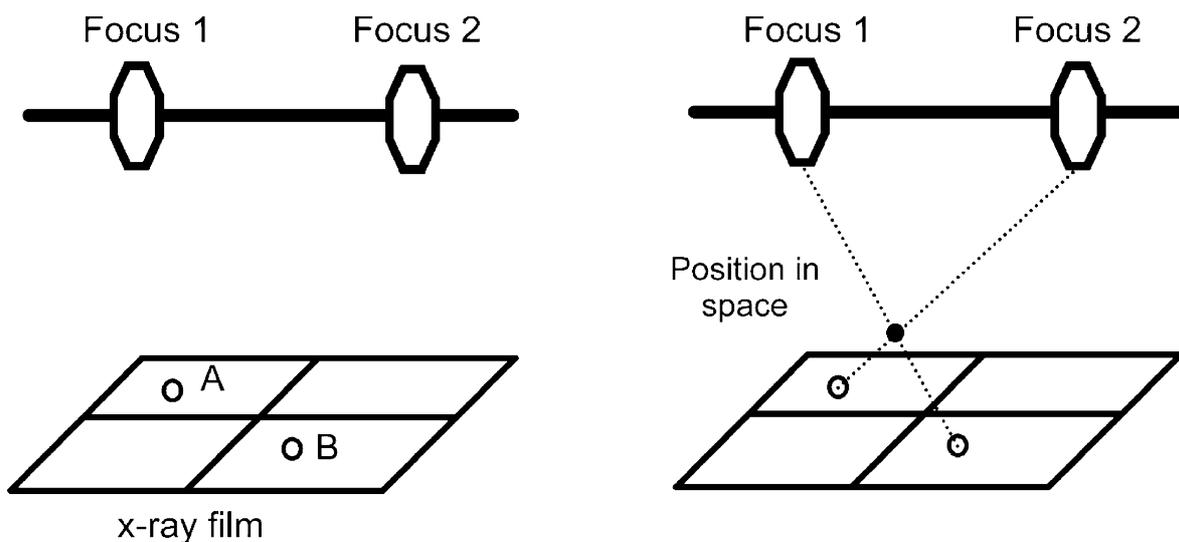


Figura 1-5: la calibrazione secondo il metodo di Davidson mediante la creazione di un ambiente chiamato "Localizer".

Il cage è tipicamente una gabbia 3D in plexiglass con pallini di tantalio in posizioni note, la posizione della sorgente a raggi X e l'eventuale posizione relativa di un secondo fluoroscopio potrebbero essere stimate minimizzando la distanza Euclidea tra la proiezione di un modello del cage e le posizioni dei marcatori al centro dall'immagine fluoroscopica corretta dalla distorsione.

Il cage serve per definire il sistema tridimensionale di coordinate del laboratorio e le coordinate del fuoco (sorgente dei raggi X).

Conoscendo la posizione nello spazio del cage e dei marker (ottenuti allo stesso modo della griglia di calibrazione), e la posizione nel piano dell'immagine dei centri rilevati dalla proiezione è possibile risalire alle coordinate del fuoco.

In seguito si calcolano i raggi di proiezione congiungenti il fuoco e i punti del cage, ottenendo, infine, la distanza tra i punti d'intersezione del raggio con il piano dell'immagine e la proiezione relativa in precedenza identificata.

Recentemente la calibrazione della fluoroscopia 3D è stata studiata da Tersì et al.<sup>10</sup>. Come già illustrato nel capitolo precedente, le immagini ottenute mediante fluoroscopia 3D sono affette da distorsioni sigmoidali e a "puntaspidali". Inoltre l'accuratezza con cui la posizione del fuoco dei raggi X è manualmente impostata è affetta da una deformazione fisica del C-arm (NOLTE) e dipende dal setup della specifica acquisizione.

Per passare da un'analisi qualitativa ad una quantitativa sono applicati algoritmi per dimensionare in modo appropriato il modello virtuale del fluoroscopio 3D in modo da correggere la distorsione geometrica dell'immagine e calibrare la posizione del fuoco dei raggi X. La calibrazione è sviluppata attraverso l'acquisizione di un dispositivo di geometria conosciuta (come lo è la griglia di calibrazione 2D) ovvero la gabbia di calibrazione 3D.

Una volta che la calibrazione è stata eseguita, per ogni frame di acquisizione, sarà possibile ottenere le pose dei segmenti ossei nelle tre traslazioni e tre rotazioni.

La fluoroscopia 3D permette teoricamente di rimanere in un livello di accuratezza del mm/grado nell'analisi del movimento articolare, diverse fonti d'errore determinano tale accuratezza e sono

caratterizzate da: non accuratezza della segmentazione, simmetrie dei modelli, massimi locali nei valori, distorsioni geometriche.

Al contrario la misura di quanto la calibrazione del fuoco dei raggi X incida sulla precisione delle misure non è ancora stato chiarito. Alcuni autori proposero di assumere il fuoco dei raggi X centrato nel piano dell'immagine <sup>11</sup>. Ciò può essere comodo per semplificare il setup del fluoroscopio 3D e l'analisi, specialmente in applicazioni cliniche. E' da escludere che la calibrazione possa condurre ad una perdita progressiva nell'accuratezza della misura.

In modo da quantificare la sensibilità dei 6 GdL rispetto alla variazione di coordinate del fuoco, è stato creato un set di dati di riferimento dell'immagine con modelli 3D e il fuoco in posizioni conosciute. Le differenze tra le pose conosciute e stimate sono state quantificate e riferite all'errore di calibrazione imposto.

Diversi studi sono stati fatti riguardo alla correzione della distorsione geometrica e della correzione della calibrazione.

Nell'elaborato sarà illustrato: 1) lo studio eseguito da Banks per l'analisi dell'articolazione di ginocchio attraverso fluoroscopia; 2) lo studio eseguito da Valstar et al. per l'analisi degli impianti ortopedici attraverso il metodo RSA.

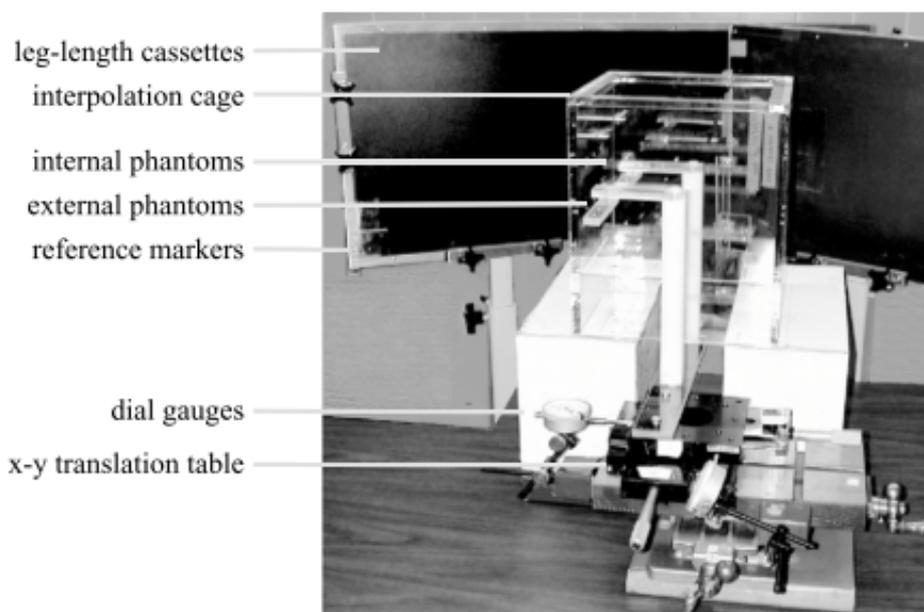


Figura 1-6: Il cage nella fluoroscopia 3D

### 1.5.1 CALIBRAZIONE: ESPERIENZA DI BANKS

Nel 1992 Banks <sup>12</sup>sviluppò una nuova tecnica per la misura del movimento 3D partendo da proiezioni prospettiche 2D di oggetti ottenute mediante fluoroscopia 3D. Banks affrontò il problema sia della correzione della distorsione geometrica e sia della calibrazione nel seguente modo:

- Geometria della prospettiva: le immagini ottenute dal fluoroscopio sono proiezioni in un piano immagine a due dimensioni di oggetti a tre dimensioni in prospettiva (o centrali). Ogni punto dell'immagine in una proiezione prospettica 2D è soggetto ad attenuazioni dell'intensità originaria dei raggi X lungo una linea retta che parte dal fuoco (assunto puntiforme) fino al piano dell'immagine. La radiazione generata dalla sorgente a raggi X è uniforme in tutte le direzioni (sebbene i raggi siano collimati così che passano solo nella direzione dell'intensificatore d'immagine). L'origine del sistema di riferimento nel presente studio è assunta sul piano dell'immagine con l'asse x coincidente con l'asse orizzontale dell'immagine (positiva a destra), l'asse y coincidente con l'asse dell'immagine positiva verso l'alto, e l'asse z è normale al piano dell'immagine e positivo rispetto all'osservatore.

I parametri di orientazione interna definiscono unicamente la geometria prospettica e consistono nella distanza principale ( $C_{pd}$ ) e nei punti principali ( $k_x, k_y$ ), che, nel piano dell'immagine, si trovano perpendicolari dal piano dell'immagine al centro della prospettiva.

Si definisce come distanza principale la lunghezza della perpendicolare che parte dal piano dell'immagine fino al centro di prospettiva. L'asse principale, invece, è la linea parallela all'asse delle z e collineare con il segmento che collega il fuoco e i punti principali.

Assumendo che il punto principale sia coincidente con l'origine delle coordinate, la relazione tra un punto nello spazio  $(X,Y,Z)$  e le sue proiezioni nel piano dell'immagine sono:

$$X' = (X \cdot C)/Z \text{ e } Y' = (Y \cdot C)/Z$$

con:

$C_{pd}$  = distanza principale;

$(X', Y')$  = le coordinate del punto dell'immagine;

$(X, Y, Z)$  = le coordinate del punto dello spazio.

La sorgente non può essere realizzata fisicamente come puntiforme ma la sua dimensione (0,3 mm) è abbastanza piccola perché possa essere considerata un punto di sorgente definito matematicamente.

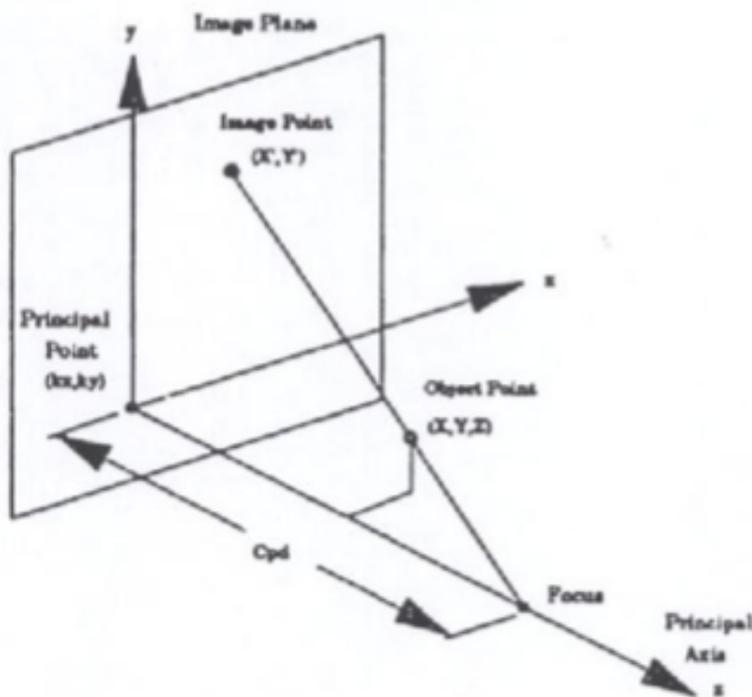


Figura 1-7: Geometria della proiezione prospettiva

- Misura dell'orientamento interno: la misura cinematica proposta nel lavoro di Banks è basata sulla sovrapposizione dei contorni di oggetti misurati con contorni di modelli 3D computati precedentemente. E' possibile avere una misura accurata dei parametri dell'orientamento interno confrontando le posizioni dei marcatori misurati nell'immagine con le loro posizioni note.

Si ottiene:

$$\frac{a_u + a_v}{a'_u + a'_v} = \frac{(C_{pd} - b)}{C_{pd}}$$

Risolta sarà:

$$C_{pd} = \frac{b \cdot (a'_u + a'_v)}{(a'_u + a'_v) \cdot (a_u + a_v)}$$

I punti principali sono stimati per confronto nella stessa maniera:

$$\frac{C_{pd} - b}{C_{pd}} = \frac{a_v + k}{a'_u + k} = \frac{a_y - k}{a'_v - k}$$

Con:

$C_{pd}$  = la distanza principale;

$k$  = l'offset del punto principale dall'origine delle coordinate  $k_x$  o  $k_y$ ;

$(a'_u, a'_v)$  = coordinate dei marcatori del piano dell'immagine;

$(a_u, a_v)$  = le coordinate dei marcatori della griglia di calibrazione.

E' necessaria una calibrazione definita da un ampio numero di marcatori per ricercare una maggior accuratezza nella stima dei parametri.

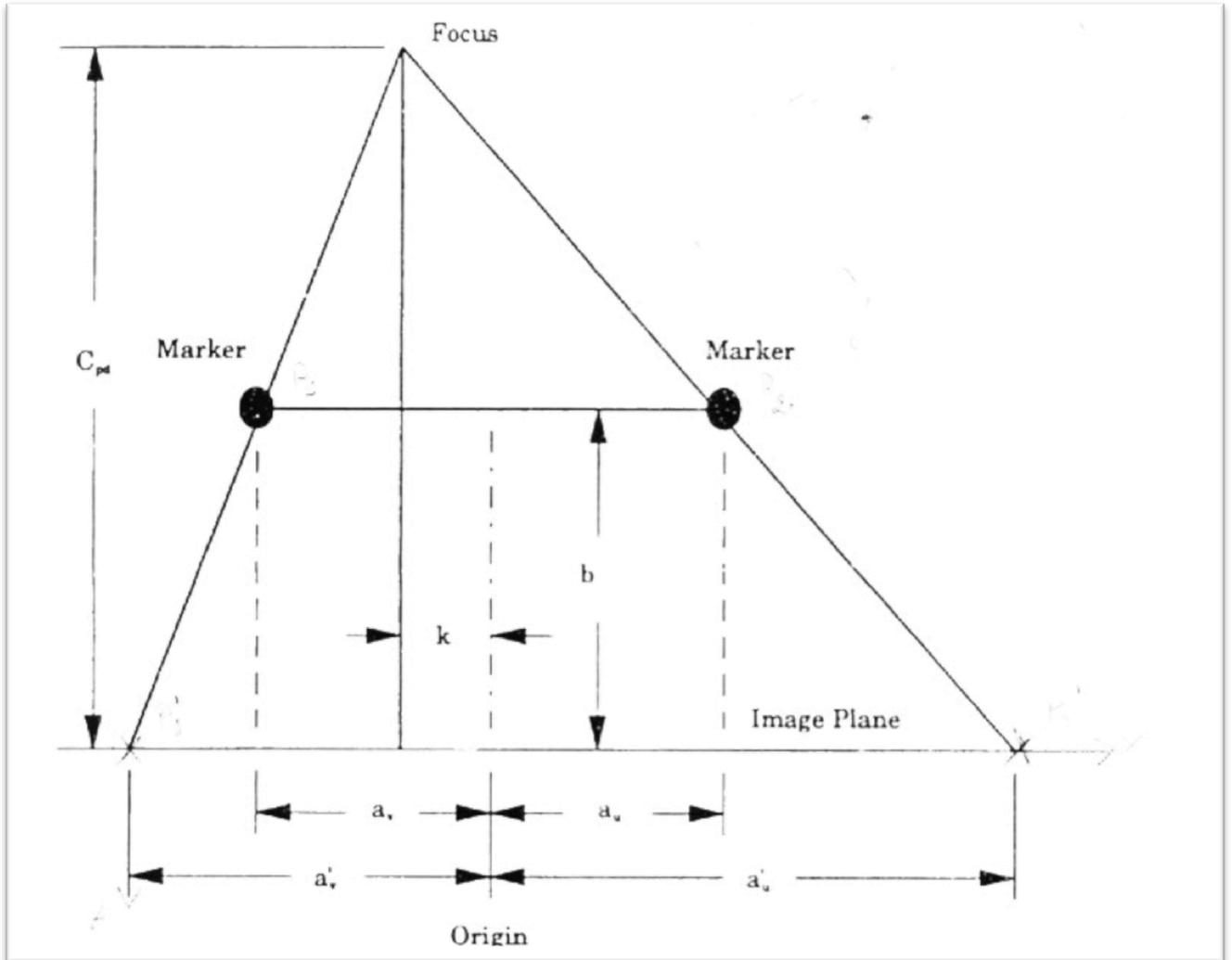


Figura 1-8: Calibrazione per un solo paio di marcatori

- Correzione della distorsione geometrica: il principio della stima della posa è il confronto del modello osseo 3D con quello misurato sperimentalmente che può essere fatto solo se non ci sono distorsioni geometriche sistematiche nelle immagini sperimentalmente misurate. Le immagini fluoroscopiche hanno di solito rilevanti distorsioni geometriche che possono essere eliminate determinando una trasformazione tra le coordinate note e quelle misurate dei punti di controllo e applicando la trasformazione all'intera regione delimitata dai punti di controllo. Le distorsioni sono statiche ossia occorre che vengano misurate una sola volta e la stessa correzione può essere applicata per tutte le immagini sotto-sequenziali. E' utilizzata una griglia rettangolare (griglia di calibrazione) con marcatori in posizioni. Il metodo computazionale usato per la correzione della distorsione è l'interpolazione bilineare secondo il quale l'immagine è tagliata in regioni quadrilatere adiacenti, ognuna limitata da quattro punti di controllo. I coefficienti di correzione sono determinati e applicati per ogni sotto-regione ricostruendo l'immagine quadrato per quadrato. L'intensità dell'immagine nella posizione  $(x', y')$  è situata nuovamente nella posizione  $(x, y)$  :

$$dC_{pd} = \frac{a'_u + a'_v}{\frac{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]}{2b(a_u + a_v)}} db + \frac{2b(a'_u + a'_v)}{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]^2} dp$$

con:

$C_{pd}$  = stima della distanza principale;

$dC_{pd}$  = stima dell'errore nella distanza principale;

$b$  = distanza del piatto di marcatori in Plexiglass dall'intensificatore d'immagine;

$db$  = errore della distanza  $b$ ;

$a_u, a_v$  = distanza del marcatore dall'origine sul piatto in Plexiglass;

$da_u, da_v$  = errori nella misura della posizione del marcatore sul piatto in Plexiglass;

$a'_u, a'_v$  = distanza del marcatore dall'origine nel piano dell'immagine;

$da'_u, da'_v$  = errori nella misura delle posizioni del marcatore nell'immagine;

Assumendo che gli errori delle misure siano isotropici, sono possibili le sostituzioni:

$$dp = da_u = da_v \text{ e } di = da'_u = da'_v$$

in modo da semplificare la notazione.

Pertanto, differenziando l'equazione si avrà:

$$dk = [(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)](a_v da'_u + a'_u da_v - a_u da'_v - a'_v da_u) - (a'_u a_v - a'_v a_u)(da'_u + da'_v - da_u - da_v) / [(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]^2$$

che dopo passaggi algebrici diventa:

$$dk = \frac{(a'_u - a'_v) - (a_u - a_v)}{[(a'_u - a'_v) - (a_u + a_v)]^2} [(a_u + a_v)di - (a'_u - a'_v)dp]$$

Se gli errori  $db$ ,  $di$  e  $dp$  sono mutuamente indipendenti e stimati come errori standard, un applicazione della legge speciale dell'errore di propagazione può trovare riscontro nelle seguenti equazioni:

$$S_c = \sqrt{\left[ \frac{a'_u + a'_v}{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]} \right]^2 S_b^2 + \left[ \frac{2b(a'_u + a'_v)}{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]^2} \right]^2 S_p^2 + \left[ \frac{2b(a_u + a_v)}{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]^2} \right]^2 S_i^2}$$

e

$$S_k = \sqrt{\left[ \frac{(a'_v - a'_u) - (a_v - a_u)}{[(a'_u + a'_v) - (a_u + a_v)]^2} \right]^2 [(a_u + a_v)^2 S_i^2 + (a'_u + a'_v)^2 S_p^2]}$$

dove:

$S_c$  = Standard error nella stima della distanza principale;

$S_k$  = Standard error nella stima del punto principale;

$S_b$  = Standard error nella distanza misurata tra il piatto di calibrazione e il piano dell'immagine;

$S_p$  = Standard error nella posizione misurata del marcatore sul piatto di calibrazione;

$S_i$  = Standard error nella posizione misurata del marcatore nell'immagine fluoroscopica;

Le equazioni possono essere usate per determinare le dimensioni appropriate dei dispositivi di calibrazione includendo anche lo spacing dei marcatori ( $a_u, a_v$ ) e la distanza alla quale il piatto di marcatori dovrebbe essere posizionato dall'intensificatore di immagine fluoroscopica.

Lo scopo per i dispositivi di calibrazione è di minimizzare l'errore nella stima della distanza principale ( $C_{pd}$ ) e dei punti principali ( $k_x, k_y$ ). Si manifestano tre diversi trends :

1. Aumentando lo spacing dei marker diminuisce lo standard error delle stime
2. Aumentando il marcatore piatto all'immagine della distanza dell'intensificatore diminuisce lo standard error delle stime
3. Diminuendo l'attuale valore dell'offset tra le coordinate d'origine dell'immagine e i punti principali ( $k_x, k_y$ ) diminuisce lo standard error stimato di  $k$ .

Per ovviare i precedenti problemi si crea un piatto di marcatori più largo possibile, posto il più lontano possibile dall'intensificatore d'immagine e allineato esattamente all'asse principale. Nel primo caso le dimensioni più usate attualmente per il piatto di marcatori sono dettate da  $C_{pd}$  e  $b$ . Il valore di  $b$  è limitato da  $C_{pd}$ , ma anche dalla necessità di progettare un dispositivo pratico. Il dispositivo di calibrazione è stato unito all'intensificatore d'immagine così che maggiore è il valore di  $b$  e maggiormente il dispositivo è usato per evitare le deformazioni e le tensioni come leva a sbalzo dall'intensificatore d'immagine che risulta più robusto e meno costoso. Il dispositivo può essere disegnato per essere coincidente e centrato all'asse principale, ma cambiando i tubi dei raggi X o i servizi del dispositivo si potrebbe alterare l'asse principale senza indicazioni apparenti del cattivo funzionamento.

La considerazione finale per l'implementazione della calibrazione geometrica è che il piatto retato (per la correzione geometrica) non è coincidente con lo schermo dell'intensificatore d'immagine. Questo significa che c'è un piccolo ingrandimento della rete.

Le dimensioni dalle immagini geometriche corrette sono basate su dimensioni conosciute dei marcatori nello schermo retato, così che il piccolo ingrandimento dovrebbe essere risolto dal processo di calibrazione (altrimenti la distanza principale e il punto principale dovrebbero essere sovrastimate). Il metodo di correzione per la distanza tra lo schermo in fosforo e i marcatori retati deve essere individuato. Il problema non è riconducibile ad una soluzione a forma chiusa dal fatto che il calcolo della distanza principale si basa sulle coordinate dei marcatori di calibrazione nell'immagine geometricamente corretta e robusta e il fattore di robustezza che risulta dall'offset tra il piatto retato e lo schermo in fosforo è una funzione della distanza principale.

Se  $\delta$  rappresenta una distanza arbitraria sul piatto retato,  $\delta_{mag}$  è la stessa distanza misurata sullo schema di fosforo e  $d$  la distanza tra il piatto retato e lo schermo in fosforo, così:

$$\delta_{mag} = \delta \left[ \frac{C_{pd}}{C_{pd} - \delta} \right] = \delta \left[ \frac{1}{1 - \frac{d}{C_{pd}}} \right] \cong \delta \left( 1 + \frac{d}{C_{pd}} \right)$$

dove  $\frac{d}{C_{pd}} < 0.05$

Questa relazione consente di ottenere una semplice procedura di iterazione per determinare la distanza principale (e i punti principali) nel caso i marcatori di calibrazione fossero ingranditi. Un giusto valore iniziale di  $\delta_{mag}$  è usato per mettere in scala le dimensioni dei marcatori di calibrazione e successivamente viene calcolato  $C_{pd}$ . Il valore di  $C_{pd}$  è poi usato per ricalcolare  $\delta_{mag}$  (usando  $d=4.76$  cm, basato su misure fisiche e disegni meccanici dell'intensificatore d'immagine). Il processo è ripetuto fino a che non si arriva alla convergenza della stima di  $C_{pd}$ , generalmente dopo cinque iterazioni.

## 1.5.2 CALIBRAZIONE: ESPERIENZA DI VALSTAR ET AL.

Nel 2002 Valstar <sup>13</sup> studiò la stereofotogrammetria di Roentgen come la tecnica più accurata per l'assestamento tridimensionale dei micromovimenti degli impianti ortopedici. Per l'alta accuratezza dell'RSA, piccoli gruppi di pazienti sono generalmente sufficienti per studiare gli effetti del fissaggio della protesi dovuti al cambio della firma impiantata, nuovi materiali (cementi) e rivestimenti. L'RSA prevede una durata degli impianti maggiore, all'incirca di 10 anni. Le caratteristiche principali dell'RSA sono:

1. **MARCATORI OSSEI E PROTESICI:** Nella tecnica RSA i marcatori ossei non sono sufficientemente significativi. Per ottenere punti misurati ben definiti sono fissati nell'osso dei punti di tantallio con uno strumento speciale di inserimento in modo da avere maggior accuratezza. Questi marcatori hanno un diametro di 0.5, 0.8 o 1 mm. Per le loro piccole dimensioni e per la forma sferica, la loro proiezione non sarà influenzata dalle variazioni di posizione del paziente o dalla posizione del fuoco. Inoltre senza l'uso dei marcatori esterni le misure possono essere ripetute.
2. **ROENTGEN SET-UP:** sono usati due tubi di Roentgen sincronizzati per ottenere due proiezioni dell'area d'interesse del paziente. Usando l'informazione di queste due proiezioni è possibile ricostruire la posizione tridimensionale dei marcatori in quell'area. I due tubi di Roentgen sono posizionati all'incirca a 1.60 m dalla cassetta di Roentgen a 20° dalla verticale. Una scatola di calibrazione è usata per calibrare il Roentgen set-up, è formata da due piani con marcatori di tantallio dei quali è accuratamente conosciuta la posizione tridimensionale. I marcatori nel piano chiuso della pellicola radiografica sono chiamati fiducial markers, i marcatori nel piatto distante dalla pellicola radiografica sono detti control markers. I primi

definiscono un sistema tridimensionale di riferimento mentre i secondi sono usati per calcolare le coordinate del fuoco.

3. MISURA DELLE PROIEZIONI BIDIMENSIONALI DEI MARCATORI: è stato sviluppato un software che automatizzi queste misurazioni riducendo il tempo di analisi.

#### 4. CALIBRAZIONE.

1) *Trasformazione da coordinate radiografiche a coordinate di riferimento*: in modo da calcolare le posizioni tridimensionali dei marcatori e i marcatori esterni sull'impianto, le coordinate misurate devono essere trasformate nel piano inferiore della gabbia di calibrazione. Questo avviene mediante due equazioni:

$$x_{fid,i} = (l_1 x_{rad,i} + l_2 y_{rad,i} + l_3) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)$$

$$y_{fid,i} = (l_4 x_{rad,i} + l_5 y_{rad,i} + l_6) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)$$

con:

$i = 1, \dots, n$ ;

$(x_{fid,i}, y_{fid,i})$  = coordinate bidimensionali di riferimento di un punto;

$(x_{rad,i}, y_{rad,i})$  = coordinate radiografiche bidimensionali di un punto;  $n$  = numero di punti.

Gli  $l$  – parametri sono calcolati usando posizioni conosciute dei marcatori di riferimento sul box di calibrazione e le proiezioni misurate sull'immagine radiografica. Alla fine sono necessari quattro marcatori di riferimento non- lineari e le loro proiezioni per calcolare gli  $l$  – parametri.

I parametri sono inizialmente stimati in maniera lineare. Pertanto le equazioni sono riscritte così da avere parametri lineari:

$$x_{fid,i} = l_1 x_{rad,i} + l_2 y_{rad,i} + l_3 - l_7 x_{rad,i} - l_8 y_{rad,i}$$

$$y_{fid,i} = l_4 x_{rad,i} + l_5 y_{rad,i} + l_6 - l_7 x_{rad,i} - l_8 y_{rad,i}$$

La soluzione del problema potrebbe essere trovata grazie all'uso della decomposizione QR.

Questa stima lineare è il punto d'inizio per l'algoritmo non lineare di Newton-Gauss. La funzione costo utilizzata è:

$$J = \mathbf{e}^t \mathbf{e}$$

dove  $\mathbf{e}$  è un vettore errore che può essere scritto come:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} [(l_1 x_{rad,i} + l_2 y_{rad,i} + l_3) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - x_{fid,1} \\ [(l_1 x_{rad,i} + l_2 y_{rad,i} + l_3) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - x_{fid,2} \\ \vdots \\ [(l_1 x_{rad,i} + l_2 y_{rad,i} + l_3) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - x_{fid,n} \\ [(l_4 x_{rad,i} + l_5 y_{rad,i} + l_6) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - y_{fid,1} \\ [(l_4 x_{rad,i} + l_5 y_{rad,i} + l_6) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - y_{fid,2} \\ \vdots \\ [(l_4 x_{rad,i} + l_5 y_{rad,i} + l_6) / (l_7 x_{rad,i} + l_8 y_{rad,i} + 1)] - y_{fid,n} \end{bmatrix}$$

Il vettore  $\mathbf{e}$  e la funzione costo  $J$  sono funzione degli  $l$ -parametri. Per determinare la direzione di ricerca per l'ottimizzazione, è stato determinato il Jacobiano come:

$$Jac = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{l}} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{l}}$$

L'espressione per l'ottimizzazione di Newton-Gauss è:

$$\mathbf{l}_{new} = \mathbf{l}_{old} - (Jac^t Jac)^{-1} (Jac^t \mathbf{e})$$

dove  $\mathbf{l}_{new}$  definisce gli  $l$ -parametri che sono i risultati dell'ottimizzazione corrente mentre  $\mathbf{l}_{old}$  è il risultato dell'ottimizzazione precedente. Dopo che gli  $l$ -parametri sono stati definiti, i punti misurati nella radiografia sono trasformati in un sistema di coordinate di riferimento. La qualità di questa trasformazione è espressa come la distanza tra i marcatori di riferimento e le loro proiezioni trasformate.

2) *Calcolo delle posizioni del fuoco:* Per questo calcolo vengono usati i marcatori nel piano superiore del box di calibrazione, i marcatori di controllo. Attraverso questi marcatori  $\mathbb{C}_i$  e le loro proiezioni trasformate  $\mathbb{C}'_i$  sono determinate le linee di proiezione:

$$r_i(\alpha_i) = \mathbb{C}_i + \alpha_i(\mathbb{C}_i - \mathbb{C}'_i)$$

con  $-\infty < \alpha_i < \infty$  e  $i=1, \dots, n$ .

In questa situazione ideale le linee di proiezione intersecheranno in un punto. In ogni caso occorre determinare gli errori di misura e la posizione del fuoco  $f$  per risolvere il problema:

$$\min_{f, x_i} \left\| \begin{bmatrix} \mathbb{C}'_1 - \mathbb{C}_1 & 0 & \dots & 0 & I_3 \\ 0 & \mathbb{C}'_2 - \mathbb{C}_2 & & \vdots & I_3 \\ \vdots & & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \mathbb{C}'_n - \mathbb{C}_n & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbb{C}_1 \\ \mathbb{C}_2 \\ \vdots \\ \mathbb{C}_n \end{bmatrix} \right\|$$

che è risolta dalla decomposizione QR.

3) *Calcolo delle posizioni dei marcatori tridimensionali:* la determinazione della posizione tridimensionale dei marcatori di tantallio è simile a quella della posizione del fuoco. Le proiezioni del marcatore nelle due immagini è definita da  $\mathbb{t}_1$  e  $\mathbb{t}_2$ . La posizione dei due fuochi è definita da  $f_1$  ed  $f_2$ .

Le equazioni delle linee di proiezione che collegano le proiezioni trasformate e i corrispondenti fuochi sono:

$$l_1(\alpha) = f_1 + \alpha(f_1 - \mathbb{t}_1)$$

$$l_2(\beta) = f_2 + \beta(f_2 - \mathbb{t}_2)$$

con  $-\infty < \alpha < \infty$  e  $-\infty < \beta < \infty$

La posizione tridimensionale del marcatore è la posizione dove queste due linee si intersecano. Per gli errori di misura, le linee non si intersecheranno ma si incroceranno per una piccola distanza. La posizione tridimensionale del marcatore  $\mathbb{p}$  si assume che sia in mezzo alla linea più corta che collega le due linee di proiezione.

La lunghezza di questa linea più corta è denotata dall'errore lineare di incrocio. La posizione tridimensionale di  $\mathbb{p}$  è la soluzione di questo problema:

$$\min_{p, \alpha, \beta} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1 - \mathbf{f}_1 & 0 & I_3 \\ 0 & \mathbf{t}_2 - \mathbf{f}_2 & I_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \mathbb{p} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \right\|$$

che è risolta dalla decomposizione QR.

## 5. MOVIMENTO DEI CORPI RIGIDI: può essere calcolato il movimento relativo delle protesi rispetto a quello dell'osso.

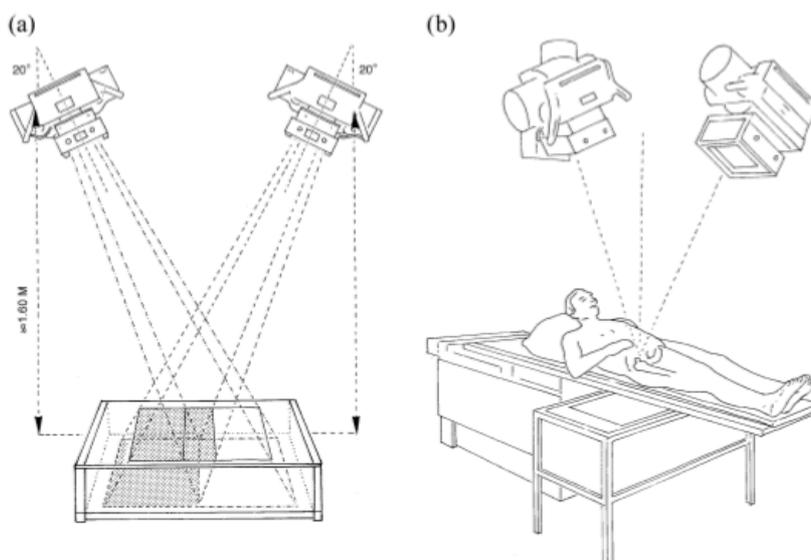


Figura 1-9: a) RSA set-up. Due tubi sincronizzati sono posizionati sopra al box di calibrazione. b) Il punto di interesse è posizionato all'intersezione di entrambi i fasci di Roentgen.

## 1.6 STIMA DELLA POSA

Nella cinematica articolare con fluoroscopia 3D, è necessaria la conoscenza puntuale della geometria dell'osso o dei segmenti protesici insieme con la proiezione sul piano dell'immagine. Quando un oggetto non simmetrico è proiettato da una videocamera non ortogonale, viene prodotta un'unica proiezione per ogni posa 3D dell'oggetto.

La stima della posa dell'osso da un singolo punto di vista può essere ottenuta allineando il modello 3D dell'oggetto in modo da ottenere una proiezione corrispondente come osservato nell'immagine a raggi X. Un modello di proiezione prospettiva può rappresentare il fluoroscopio.

I raggi X sono considerati come linee emesse da una sorgente di radiazioni uniformi in tutte le direzioni e passano attraverso l'oggetto smorzando la loro intensità in accordo con la legge di Lambert-Beer. Questo processo può essere virtualmente semplificato e replicato in modo da stimare la posa che genera la reale immagine fluoroscopica.

Grazie all'algoritmo elaborato da Lavallée e Szeliski <sup>14</sup> si può ricavare la posa di un segmento osseo rappresentato nell'immagine dalla sua proiezione, facendo coincidere la proiezione creata artificialmente da un modello dello stesso segmento simulando la proiezione del fascio di raggi dalla posizione ricoperta precedentemente dal fuoco del fluoroscopio.

Sebbene la fluoroscopia biplanare sia più robusta e accurata, la presente tesi si focalizzerà sulla fluoroscopia monoplanare perché in grado di studiare grandi volumi somministrando al paziente piccole dosi di raggi X, inoltre la fluoroscopia monoplanare rappresenta lo scenario peggiore evidenziando ed identificando le carenze del metodo e ottimizzando la stima della posa in termini di accuratezza e precisione.

### 1.6.1 ALGORITMO DI LAVALLEE E SZELISKI

La stima della posa, locazione e orientamento, dell'oggetto 3D con rispetto alla scena descritta dai dati ottenuti (immagini 2D o dati 3D) è il classico problema nella visione del modello base.

Formalmente, si definisce l'oggetto in un sistema di coordinate  $Ref_{3D}$  e i dati del sensore come contorni di immagine 2D in un sistema di coordinate  $Ref_{sensor}$ , si stimano le sei componenti del vettore  $p$  che definisce la trasformazione  $T(p)$  del corpo rigido tra  $Ref_{3D}$  e  $Ref_{sensor}$ . Quando si usano contorni 2D, sebbene questo problema possa in teoria essere risolto per una proiezione singola, in pratica due o più proiezioni sono necessarie per ottenere una stima sufficientemente accurata.

Questo metodo è stato pensato per essere utilizzato in operazioni chirurgiche come procedura di simulazione dell'intervento e perciò sono stati curati in particolare gli aspetti di velocità di calcolo, accuratezza e arbitrarietà della forma dell'oggetto.

Quest'algoritmo si basa sulla condizione di tangenza tra la superficie del modello 3D e i raggi di proiezione che generano i contorni esterni dell'oggetto nell'immagine. La tecnica può lavorare anche con contorni incompleti.

Il problema è di stimare la trasformazione  $T$  tra  $Ref_{sensor}$  e  $Ref_{3D}$ ,  $T$  è chiamata posa finale dell'oggetto e può essere definita da un vettore di traslazione e da una matrice di rotazione 3 x 3.

In breve il fluoroscopio è virtualmente modellato con un modello di proiezione prospettiva e la stima della posa 3D è ottenuta con una procedura iterativa che trova il miglior allineamento tra la superficie del modello osseo e le sue proiezioni fluoroscopiche 2D (generalmente immagini DICOM 1024 x 1024).

La qualità dell'allineamento è rappresentato dalla funzione costo definita come :

$$RMSD(p) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [d(s_m(p), l_i)]^2}{n}}$$

RMSD è il valore efficace della distanza tra la superficie  $S_m(p)$  del modello  $m$  posizionato nella posa  $p=(T_x, T_y, T_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$  e  $n$  proiezioni delle linee  $l$ . La proiezione delle linee  $l$  rappresenta i raggi X generati dai punti del bordo del segmento osseo estratto dal filtro di Canny nell'immagine fluoroscopica.

Per quantificare l'RMSD vengono campionate le linee  $l_i$  e, per ogni punto di campionatura, si stima la distanza da  $S_m(p)$ .

La distanza della linea di proiezione dalla superficie è definita come la minima distanza tra  $S_m(p)$  e i punti campionati:

$$d(S_m(p), l_i) = \min_k [d(S_m(p), P_k^i)]$$

Il miglior allineamento è infine identificato trovando i valori della posa  $p$  che minimizzano l'RMSD con un algoritmo di ottimizzazione:

$$RMSD_{min} = \min_p [RMSD(p)]$$

Per velocizzare il processo, si pre-computa una mappa di distanza 3D. Per migliorare lo spazio di memoria, l'accuratezza, la velocità computazionale e quella di costruzione, è stata sviluppata una mappa di distanza chiamata "octree spline" come DMR (Distance Map Resolution). L'idea è quella di ottenere maggior dettagli e pertanto maggior accuratezza vicino alla superficie piuttosto che lontano da questa.

Si possono usare diverse rappresentazioni della superficie ossea (nuvole di punti, triangoli ecc), in questa implementazione è stata utilizzata una rappresentazione a triangoli o mesh.

In breve:

1. Si costruisce l'octree associato con una serie di punti  $s_i$ . Partendo dal cubo iniziale  $V$ , ogni nodo che contiene punti (nodi grigi) è ricorsivamente suddiviso in otto sottocubi fino a che non contengono punti (nodi bianchi) o che si ha la massima suddivisione (nodi neri). Per ogni applicazione, l'octree tipicamente ha dai sei ai nove livelli corrispondenti ad una risoluzione dai 64 ai 512 cubi su lato.
2. L'octree precedentemente costruito potrebbe avere nodi vuoti vicino alla superficie perché non sono state introdotte regole circa la suddivisione vicino ad essa. Perciò si crea un'ulteriore suddivisione dell'octree per garantire che due nodi vicini lungo una faccia, contorno o angolo differiscano in dimensione da un fattore  $k_s=2$ .

La procedura di generazione impone una struttura gerarchica in quanto ogni cubo di un dato livello, eccetto il cubo capostipite, deriva dalla suddivisione di un cubo del livello immediatamente superiore. Si utilizza perciò una rappresentazione ad albero in cui i cubi Grigi costituiscono i nodi mentre quelli Bianchi o Neri le foglie.

In questa rappresentazione, il volume esterno ed interno della superficie dell'oggetto non è uniformemente discretizzato. La mappa assegna ad ogni punto di discretizzazione la corrispondente distanza dalla superficie del modello che avrà segno positivo se fuori da essa o segno negativo se all'interno.

La distanza con segno ( $d$ ) tra un generico raggio e  $S$  può essere calcolata velocemente utilizzando la mappa di distanza. Si discretizza pertanto il raggio in un insieme finito di punti scelti cercando le intersezioni tra il raggio ed i cubi del reticolo e si sfrutta la gerarchia della struttura ad albero, tenendo conto che se il raggio non interseca un determinato cubo allora non interseca nemmeno quelli interni ad esso. Si valutano perciò solo i rami della mappa che rappresentano volumi attraversati dal raggio.

La distanza è rappresentata come la minima distanza tra il punto di discretizzazione e la superficie del modello osseo.

La mappa di distanza considerata è una mappa di distanza adattativa ossia costituita da un reticolo a passo variabile, minimo a

ridosso della superficie e crescente con la distanza assoluta, diradandosi sia all'interno che all'esterno dell'oggetto.

Si costruisce un reticolo di punti a passo variabile in modo da avere informazioni sempre più dettagliate via via che ci si avvicina alla superficie S.

Se  $s_k^i$  è il lato dell'octant più piccolo contenente il punto campionato  $P_k^i$  il prossimo punto per la stima della distanza sarà:

$$P_{k+1}^i = l_i(\lambda_{k+1}); \quad \lambda_{k+1} = \lambda_k + s_k^i/2$$

Tale procedura permette di passare attraverso tutti i cubi intersecati, visto che due cubi hanno solo un livello di discontinuità per costruzione.

Infine  $l_i$  è ricalcolato nei punti più vicini alla superficie con un passo uniforme di lunghezza più piccola di dieci volte rispetto alla precedente.

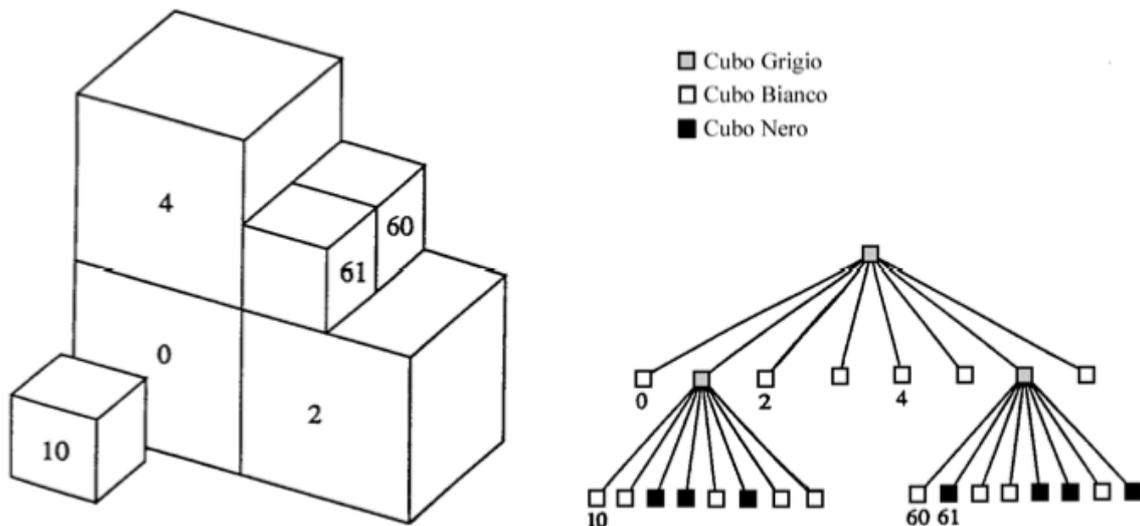


Figura 1-10: Esempio della struttura di dati che rappresenta la mappa di distanza adattativa

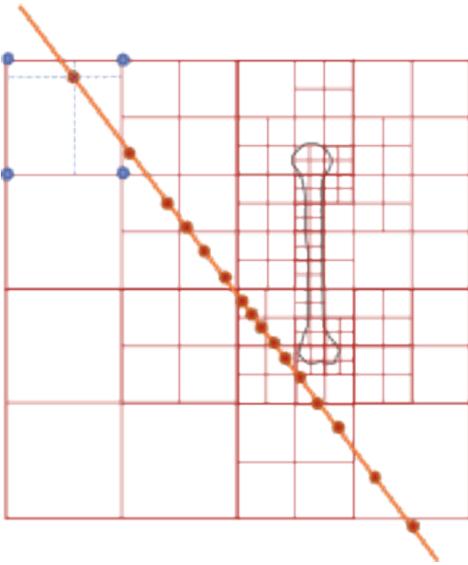


Figura 1-11: Schema della proiezione dei raggi nella procedura di campionatura. L'octree è suddiviso per iterazione solo se contenente un punto della superficie del modello.

## 1.7 ALGORITMI DI MINIMIZZAZIONE

Esistono molti algoritmi di minimizzazione, ognuno dei quali possiede caratteristiche ben distinte.

In particolare si studieranno:

- L'algoritmo di Levenberg-Marquard <sup>15</sup>
- L'algoritmo di Nelder-Mead <sup>16</sup>
- L'algoritmo genetico <sup>17</sup>

Nel nostro caso in fase di minimizzazione useremo l'algoritmo genetico.

L'algoritmo genetico appartiene alla categoria degli algoritmi di ottimizzazione globale in quanto mirano a ritrovare la soluzione ottima di un dato problema ossia la soluzione migliore in assoluto nello spazio dei parametri a disposizione. Per il carattere metaeuristico non si ha la certezza assoluta sul fatto che sia la soluzione ottima ma che sia la più vicina possibile. Quindi la soluzione individuata è da considerarsi l'ottimo a meno di un errore trascurabile. Non si può neppure stabilire a priori il momento di convergenza e la presenza di più minimi ma solo un generico istante di tempo in cui si verificherà la convergenza ed inoltre massimi rende la convergenza difficoltosa, ma nell'algoritmo genetico sono presenti strategie per superare questi problemi.

## 1.7.1 ALGORITMO DI LEVENBERG-MARQUARD

Il metodo di Levenberg-Marquard (LM) si sviluppa osservando che è possibile stimare la matrice Hessiana della funzione d'errore usando solo il valore delle derivate prime dei dati in uscita e ottenere valori migliori.

L'algoritmo LM combina il gradiente lineare e discendente con una matrice Hessiana inversa, l'unione di queste due strategie è controllata automaticamente attraverso l'errore sistematico e pertanto l'ottimizzazione LM non ha parametri liberi.

Questo modello di parametrizzazione può essere usato sia per la stima di oggetti rigidi sia per quella di modelli articolati ai quali può servire un'approssimazione degli oggetti deformabili.

L'algoritmo fornisce una soluzione nello spazio dei parametri di funzione generalmente non lineare coniugando l'algoritmo di Gauss-Newton (per la risoluzione di problemi ai minimi quadrati) che fornisce un'approssimazione della soluzione con il metodo della discesa del gradiente che corregge l'andamento indirizzando la ricerca verso il gradiente (negativo). E' necessario differenziare la funzione per conoscere la derivata e quindi il gradiente.

In breve l'algoritmo di Levenberg-Marquard considera una singola distanza associata ad un raggio  $d(p)$  e la linearizza nell'intorno della posa attuale  $p_k$ , approssimando le distanze nella funzione costo con le rispettive linearizzazioni si ottiene:

$$E(p) \simeq E_k(p) = E(p_k) + \Delta p_k^t \cdot G + \frac{1}{2} \Delta p_k^t \cdot A \cdot \Delta p_k$$

Dove  $\Delta p_k$  è il vettore  $(p-p_k)$  da stimare ovvero la variazione della posa, se  $E_k(p)$  risulta una buona approssimazione di  $E(p)$  è possibile stimare la variazione della posa che minimizza  $E$  risolvendo il sistema lineare:

$$A \cdot \Delta p_k + G = 0$$

Dove  $G$  è il gradiente di  $E(p)$  calcolato in  $p_k$  ed  $A$  è un'approssimazione della matrice Hessiana di  $E(p)$  in cui sono stati trascurati a priori i termini con derivata seconda.

Il metodo LM considera come direzione di ricerca del minimo di  $E$  il vettore  $\Delta p_k$  soluzione del sistema lineare:

$$(A + \lambda_k I) \cdot \Delta p_k + G = 0$$

con:

$$\lambda_k \geq 0;$$

$I$  = matrice identità.

Per elevati  $\lambda_k$ ,  $\Delta p_k$  rappresenta la direzione opposta al gradiente  $E(p)$  e quindi un opportuno valore di  $\lambda_k$  porta ad una riduzione di  $E(p)$ .

Ad ogni iterazione l'algoritmo modifica la posa se il  $\Delta p_k$  stimato porta ad un'effettiva minimizzazione, varia  $\lambda_k$  in caso contrario. Il processo ha termine quando raggiunge il numero massimo di iterazioni stabilito, o se  $E(p)$  non varia più significativamente.

Stimata la posa  $p$  e nota la matrice Hessiana dell'ultima iterazione, è possibile ottenere la radice quadrata della distanza quadratica media rmsd dei raggi da  $S$ .

Uno dei problemi più significativi dell'algoritmo è però il tempo e la memoria occupata per farlo lavorare.

## 1.7.2 ALGORITMO DI NELDER-MEADE

L'algoritmo NM è un potente algoritmo dei locali discendenti che lavora grazie alla creazione di un semplice "simplex".

Il semplice è una figura geometrica che consiste, in n dimensione, in (n+1) punti  $s_0, \dots, s_n$ . Se qualche punto del simplex è preso come origine, gli altri n punti definiscono le direzioni del vettore che si espande nello spazio n-dimensionale.

Il semplice si muove per trovare la soluzione ottima, per due dimensioni si ha un triangolo, per tre un tetraedro e così via.

Si disegna in modo casuale il punto iniziale di partenza  $s_0$  e si generano gli altri n punti  $s_i$  in accordo con la relazione  $s_i = s_0 + \lambda e_j$  dove  $e_j$  sono le n unità dei vettori e  $\lambda$  è una costante che è generalmente uguale ad uno (ma può essere adattata alle caratteristiche del problema).

La figura esplora lo spazio compiendo un percorso identificato variando le sue caratteristiche attraverso delle trasformazioni, infatti ad ogni passo il vertice peggiore (rappresentato da un valore alto della funzione) viene sostituito da un altro valore per comparazione, così che il semplice possa cambiare la sua posizione.

Attraverso una sequenza di trasformazioni elementari geometriche (riflessione, contrazione, espansione e multi-contrazione), il semplice iniziale si muove, si espande e si contrae. Per selezionare la trasformazione appropriata, l'algoritmo usa solo i valori della funzione da ottimizzare ai vertici del semplice considerato. Dopo ogni trasformazione, il vertice peggiore è sostituito da uno migliore. I movimenti sono generati in accordo con le seguenti operazioni di base:

- Riflessione:  $s_r = (1 + \alpha)s' - \alpha s_{n+1}$
- Espansione:  $s_c = \gamma s_r + (1 - \gamma)s'$
- Contrazione:  $s_c = \beta s_{n+1} + (1 - \beta)s'$

Con  $s' = (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i)$  e  $\alpha, \beta, \gamma$  costanti.

All'inizio dell'algoritmo, uno muove solo il punto del sempliceo quando la funzione è peggiore (questo punto è chiamato "alto") e uno genera un altro punto dell'immagine del punto peggiore. Questa operazione è la riflessione. Se il punto riflesso è migliore degli altri punti, il metodo espande il sempliceo in questa direzione se invece è alla fine migliore del peggiore, l'algoritmo esegue ancora la riflessione con un nuovo punto minimo. Il passo della contrazione è eseguito quando il punto peggiore è alla fine buono come il punto riflesso, in questo caso il sempliceo si adatta alla funzione inscenata e circonda il punto migliore. Se il punto peggiore è migliore del punto contratto allora si esegue la multi-contrazione. Ad ogni livello si verifica che il punto generato non sia fuori dallo spazio di soluzione.

Il processo termina quando il sempliceo è diventato sufficientemente piccolo o quando i vertici sono in un certo senso vicini, infatti si può definire un numero massimo di iterazioni da compiere oppure si possono definire le tolleranze fra i singoli valori dei vertici o dei valori nella valutazione della funzione.

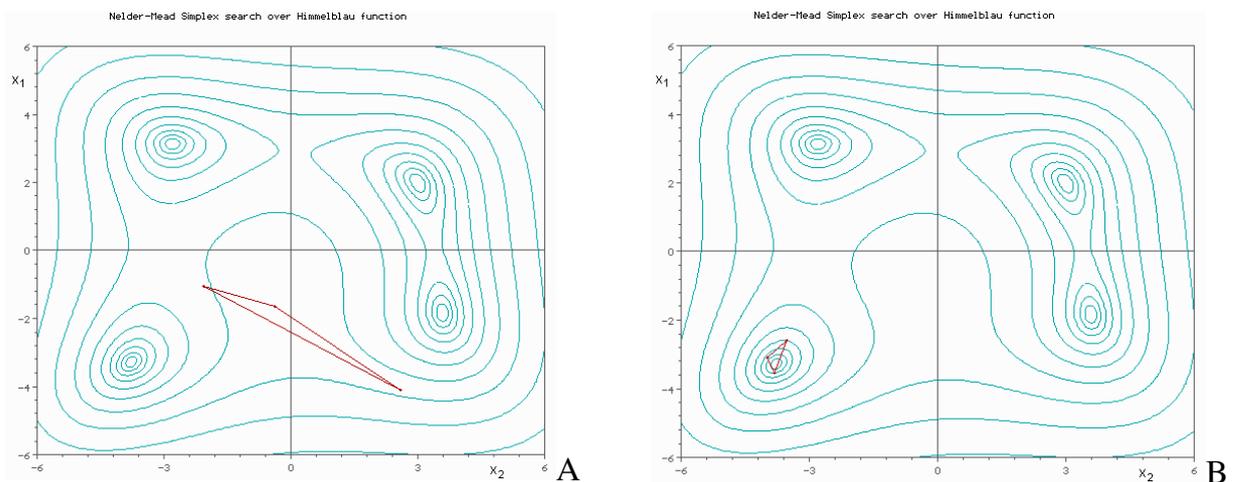


Figura 1-12: A)Simplesso iniziale; B)Simplesso trasformato che si avvicina ad un minimo

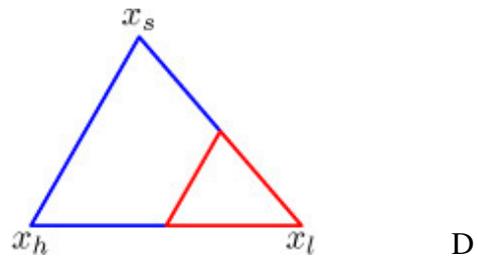
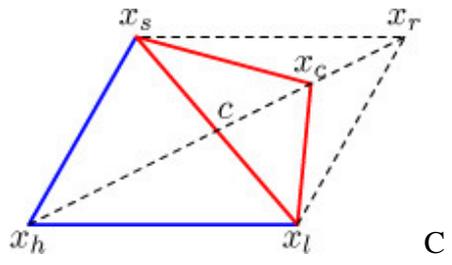
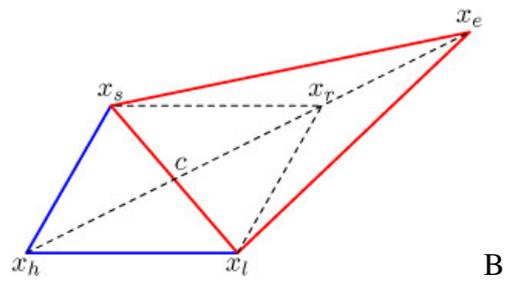
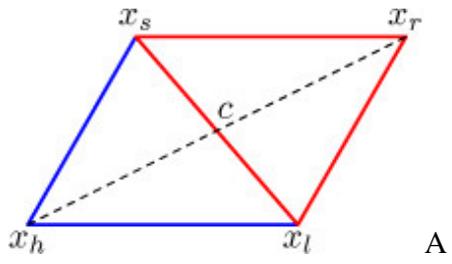


Figura 1-13: A) Riflessione; B) Espansione; C) Contrazione; D) Riduzione

### 1.7.3 ALGORITMO GENETICO

L'algoritmo genetico (GA) è una ricerca casuale e una tecnica di ottimizzazione guidata dai principi evolutivi e genetici naturali.

I parametri dello spazio di ricerca sono codificati sotto forma di stringhe chiamate "cromosomi" e la collezione di queste è detta "popolazione".

Il cromosoma può essere codificato in maniera diversa, dipendente dalla necessità di descrivere nel miglior modo possibile il problema affrontato in merito all'idoneità, capacità o qualificazione dell'individuo.

Questa è la valutazione a cui si affida l'algoritmo per prendere le decisioni sulla direzione dello sviluppo ed è chiamato fitness. Tale definizione è d'obbligo nel caso di elementi che non possono essere comparati direttamente ma che devono comunque essere qualificati per mappare lo spazio oggetto. Nel nostro caso il valore del fitness è fornito dall'RMSD, poiché lo studio consiste nel problema ai minimi quadrati. Dell'RMSD si considera il reciproco per mantenere la convenzione dell'individuo migliore e quindi con valore più grande. In questo modo si esaltano ulteriormente i valori molto piccoli dell'RMSD, prossimi allo zero.

Si possono riassumere i principi base della natura, essendo anche le linee guida del GA, come segue:

- Gli individui migliori in una popolazione sono in grado di riprodursi più facilmente al contrario dei peggiori.
- Nella riproduzione due individui non devono essere uguali.
- La variazione fra individui modifica il valore di fitness quindi l'abilità nella sopravvivenza.
- Una buona frazione di queste variazioni sono ereditabili.
- Gli individui che sopravvivono e si riproducono passano i loro tratti alla prole.

Inizialmente si genera una popolazione casuale che rappresenta diversi punti nello spazio di ricerca. Una funzione sull'andamento è

associata ad ogni stringa e rappresenta il suo grado di bontà. In base al principio della sopravvivenza della popolazione, un piccolo numero di stringhe sono selezionate e per ognuna è assegnato un numero di copie che vanno nella vasca d'accoppiamento. Si applicano a queste stringhe operazioni ispirate biologicamente come il crossing-over (scambio di materiale genetico tra cromosomi) e la mutazione in modo da creare una nuova generazione di stringhe. Questi due processi di selezione continuano per un numero fissato di generazioni o fino a che le condizioni finali non sono state soddisfatte.

Nell'ambito del riconoscimento del campione ci sono molte funzioni che si sviluppano nel processo di analisi e identificazione del modello che necessita di una selezione di appropriati parametri e di una efficiente ricerca in spazi complessi in modo da ottenere le migliori soluzioni. Pertanto l'applicazione del GA per risolvere certi problemi di riconoscimento del modello sembra essere appropriato per le sue caratteristiche di ottimizzazione e di soluzioni robuste, veloce e strettamente approssimate.

## 1.8 DOMINIO DI CONVERGENZA

Per analizzare il corretto funzionamento degli algoritmi di minimizzazione è necessario compiere uno studio del dominio di convergenza. Sono stati utilizzati modelli di superficie ad alta risoluzione di omero, ulna e radio scaricati dal sito ufficiale del progetto europeo VAKHUM (contratto #IST-1999-10954, <http://www.ulb.ac.be/project/vakhum/index.html>), per ognuno dei quali è stato definito un srd anatomico secondo le indicazioni ISB (International Society of Biomechanics) ed è stata calcolata una mappa di distanza con risoluzione di 1 mm.<sup>18</sup>

Il modello da analizzare viene posizionato in una particolare posa di riferimento in modo tale che sia parallelo al piano xy e distante di 200 mm ( $T_x = T_y = 0, T_z = 200 \text{ mm}, O_x = O_y = O_z = 0 \text{ gradi}$ ). Questa posa rappresenta un tipico fotogramma fluoroscopico. Viene quindi creata una proiezione da cui si ricava il contorno da utilizzare come allineamento.

E' stata analizzata la sensibilità (S) della funzione costo per ogni GdL della posa ed è stata valutata da funzione RMSD prendendo 5 GdL costanti e variando ogni volta un singolo GdL con un passo di 0.1 mm/grado attorno alla posa di riferimento, da -30 a +30 mm/grado rispettivamente per le traslazioni e le rotazioni. La stessa analisi è stata ripetuta per omero, ulna e radio. Ciò ha permesso di valutare come la forma e la simmetria di differenti modelli ossei influenzino la minimizzazione. L'RMSD, con rispetto ad ogni GdL analizzato, può essere rappresentato come una cuspide. La sensibilità S di RMSD è stata definita come la pendenza media tra le tangenti di sinistra e destra attorno al minimo:

$$S_p = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{RMSD(p_m) - RMSD(p_m + \Delta p)}{\Delta p} \right| + \left| \frac{RMSD(p_m) - RMSD(p_m - \Delta p)}{\Delta p} \right| \right)$$

Dove  $p_m$  è il valore di una posa generica p corrispondente al minimo di RMSD.

Da quest'analisi si perviene alla conclusione che gli andamenti sono simili per tutti e tre i segmenti ossei presi in considerazione, inoltre vengono individuati diversi gradi di sensibilità più alti per i Gdl del piano  $T_x, T_y, O_z$  dove  $O_z$  è la più grande, più contenuti quelli fuori dal piano con  $T_z$  rappresentata da minore sensibilità. Tutte queste caratteristiche si ripercuotono sui risultati finali, portando evidenti diversità nelle variabili.

I risultati sopra riportati però non prendono in considerazione gli errori di calibrazione, nel capitolo successivo questo fattore mancante verrà completato.

## 1.9 FINALITA' DELLA TESI

Un problema mai affrontato in letteratura è quello di valutare l'errore commesso nella stima della posa dell'analisi fluoroscopica 3D senza l'utilizzo del cage riducendone di conseguenza i costi.

Nella tesi si valuterà l'errore commesso dal fluoroscopio nella stima della posa variando le coordinate del fuoco e dello spacing.

In breve, per ottenere l'errore si procederà nel seguente modo:

- Si crea un ambiente virtuale con fuoco e spacing impostati per certe coordinate di riferimento  $FocusDist_{ref}, PPX_{ref}, PPY_{ref}, sp_{ref}$ .
- Si stima la posa dell'oggetto di riferimento rispetto alle coordinate di riferimento di fuoco e spacing. Si otterranno i valori di riferimento  $Tx_{ref}, Ty_{ref}, Tz_{ref}; Ox_{ref}, Oy_{ref}, Oz_{ref}$ .
- Si variano le coordinate di riferimento di fuoco e spacing indicate con  $FocusDist, PPX, PPY, sp$ .
- Si stima la posa dell'oggetto di riferimento rispetto alle nuove coordinate di fuoco e spacing. Si otterranno nuovi valori di posizione e orientamento indicati con  $tx_{fin}, ty_{fin}, tz_{fin}, ox_{fin}, oy_{fin}, oz_{fin}$ .

Calcolando la variazione tra le posizioni di riferimento e le posizioni stimate finali si otterrà l'errore commesso con il cambiamento delle coordinate di fuoco e spacing.

Come oggetto di riferimento è stata presa l'articolazione del gomito ed in particolare i modelli ossei di omero, radio ed ulna poiché infatti la seconda facoltà di ingegneria dell'università di Bologna, con sede a Cesena, si occupa proprio dell'analisi in vivo della cinematica del gomito tramite fluoroscopia 3D.

## CAPITOLO 2 MATERIALI E METODI

Nel capitolo precedente sono stati elencati gli errori di calibrazione per distorsione geometrica e l'uso della griglia di calibrazione per risolvere tale problema sistematico. La griglia (struttura bidimensionale di marcatori) consente anche di stimare lo spacing ossia il fattore di conversione pixel/mm. E' stato anche introdotto l'uso del cage come artificio in grado di stimare la posizione del fuoco detta calibrazione.

Il cage è uno strumento di calibrazione usato per definire il sistema di coordinate tridimensionale del laboratorio. La sua fabbricazione, necessaria per l'eliminazione delle distorsioni, comporta ulteriori costi nell'analisi fluoroscopica 3D.

Un problema mai affrontato in letteratura è di valutare l'errore commesso nella stima della posa dell'analisi fluoroscopica 3D senza l'utilizzo del cage riducendone di conseguenza i costi.

In modo da quantificare la sensibilità dei 6 GdL per l'errore di calibrazione del fuoco, è stato creato un set di dati di riferimento dell'immagine con modelli 3D e il fuoco in posizioni conosciute. Le differenze tra le pose conosciute e stimate sono state quantificate e riferite all'errore di calibrazione imposto.

Il sistema di acquisizione è stato delineato definendo un frame di riferimento globale con x e y assi paralleli e z l'asse perpendicolare al piano dell'immagine e con l'origine nel centro del piano dell'immagine.

La sorgente a raggi X è stata virtualmente posizionata in:

$$F_{ref} = (PPX_{ref}, PPY_{ref}, FocusDist_{ref}) = (0,0,1000)mm$$

che rappresenta una distanza tipica del fluoroscopio standard, e una spaziatura dei pixel (spacing) fissata a  $Sp_{ref} = 0,3$  mm, tipica per un FOV di 315x315 mm per immagini di 1024x1024 pixel. Non sono state considerate le distorsioni geometriche.

Sono stati scaricati dal sito ufficiale del progetto Europeo VAKHUM modelli ad alta risoluzione di omero, radio e ulna, utilizzati per generare un set di immagini fluoroscopiche controllate (modelli posizionati in pose di riferimento note).

Un frame anatomico di riferimento è stato associato per ogni modello osseo in accordo con i dettami dell'ISB e la convenzione zxy di Eulero è stata adoperata per le rotazioni. Ogni modello è stato posizionato in 4 pose casuali di riferimento:

$$P_{ref} = [Tx_{ref}, Ty_{ref}, Tz_{ref}, Ox_{ref}, Oy_{ref}, Oz_{ref}]$$

e sono state generate proiezioni binarie dei modelli (nero all'interno del modello e bianco all'esterno).

Per ogni modello 3D sono stati eseguiti 2500 allineamenti di stima della posa:

$$P_{fin} = [Tx_{fin}, Ty_{fin}, Tz_{fin}, Ox_{fin}, Oy_{fin}, Oz_{fin}]$$

considerando la posizione del fuoco e dello spacing perturbati nelle variazioni:

$$F = F_{ref} + \Delta F$$

$$Sp = Sp_{ref} + \Delta Sp$$

con:

$$\Delta F_x = [-5, -1, 0, 1, 5]mm$$

$$\Delta F_y = [-5, -1, 0, 1, 5]mm$$

$$\Delta F_z = [-10, -2, 0, 2, 10]mm$$

$$\Delta Sp = [-0.01, -0.001, 0, 0.001, 0.01]mm$$

ed usando i contorni estratti dalle immagini di riferimento ad ombreggiatura piatta.

La deviazione tra la posa stimata e di riferimento è stata quantificata come:

$$\Delta P = P_{ref} - P_{fin}$$

Per quantificare l'entità dell'effetto è stata determinata la sensibilità della stima di ogni GdL come la caduta ( $S = \Delta GdL / \Delta F$ ) della regressione lineare dei dati. E' stato riportato anche il coefficiente di determinazione  $R^2$ .

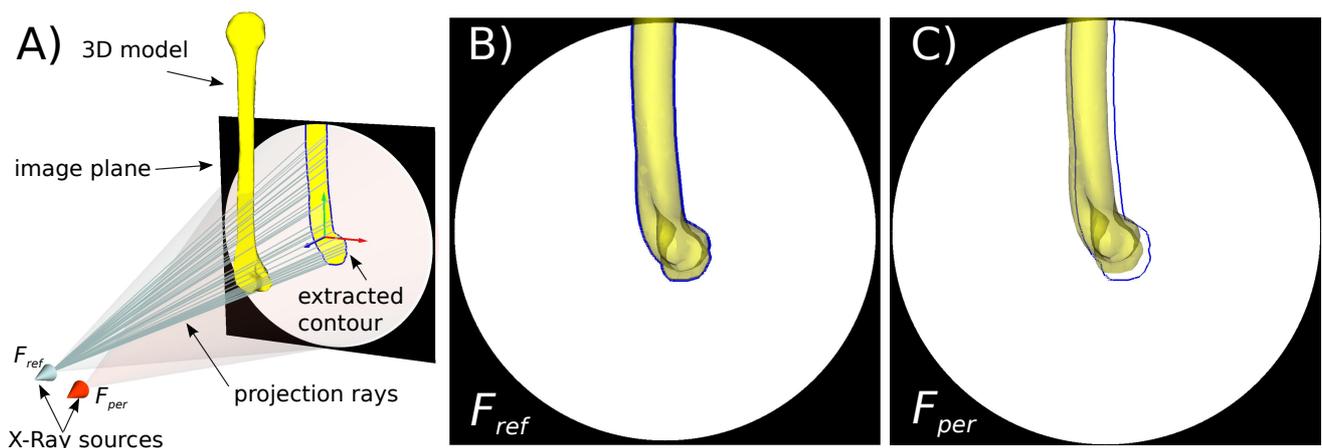


Figura 2-1: Visualizzazione della posizione dei contorni osseo secondo A) la posizione iniziale di riferimento B) la posizione finale dopo la variazione dei parametri di fuoco e spacing

## 2.1 IL SOFTWARE

Nella tesi ci si è avvalsi del software FluoroTrack, sviluppato per fornire un framework comprensivo per l'analisi fluoroscopica 3D della stima cinematica delle articolazioni ossee e protesiche

Il software, implementato nel linguaggio C++, può essere usato sia per l'analisi fluoroscopica di dati reali sia per generare *in-silico* dei dati usati per testare algoritmi sviluppati in precedenza o nuovi.

FluoroTrack può essere usato sia per un'analisi reale dei dati fluoroscopici sia, come nel nostro caso, per generare una serie di dati in-silico in modo da testare algoritmi già sviluppati o nuovi.

### 2.1.1 GRIGLIA DI CALIBRAZIONE

E' stata costruita una griglia rettangolare di dimensione 40x50 cm su cui sono stati fissati dei pallini di tantalio (diametro pari a 2 mm a distanza di 5 mm uno dall'altro).

Si carica l'immagine DICOM della griglia soggetta a distorsione e se necessario si procede con un filtraggio gaussiano dell'immagine per ridurre l'eventuale rumore mantenendo le informazioni concernenti i contorni.

È applicata una sogliatura variabile (pari al tono di grigio all'interno di una finestra di lato variabile) e si procede all'identificazione degli elementi connessi ossia si esegue un controllo sul numero di pixel di ogni area connessa che permette di individuare ed etichettare ("labelling") i marker. Di questi sono poi calcolati i centri se contenuti all'interno di un raggio settato dall'utente (FOV).

Nel caso siano stati anche individuati dei pallini spuri, non appartenenti alla griglia, è necessario tornare alla fase precedente e ridurre il raggio del cerchio comprendente la griglia o modificare i controlli sulle dimensioni dei marker.

Si procede poi con l'assegnazione delle coordinate corrispondenti alla posizione dei pallini centrali nella griglia ideale. Questo

passaggio è fatto attraverso un polinomio di grado assegnato (nel nostro caso il nono) che mappa le coordinate dell'immagine distorta nella posizione corretta permettendo in tal modo la compensazione delle distorsioni geometriche. In questa operazione il polinomio è anche in grado di stimare lo spacing dei pixel.

Nel nostro caso si partirà da un valore  $sp_{ref} = 0.3$  che varierà nel corso dell'esperimento.

### 2.1.2 IL CAGE

E' una struttura di plexiglass a forma di parallelogramma sulle cui superfici di base vi sono dei pallini di tantalio.

Il cage è appoggiato davanti al fluoroscopio dove incidono i raggi e ha la funzione di stabilire la profondità dell'immagine (si parte da dati 2D e si vogliono ottenere dati 3D) e la distanza tra fuoco e piano immagine.

Le misure del cage sono di 165 mm per la lunghezza, di 249 mm per l'altezza e di 125 mm per la profondità.

I pallini di tantalio hanno un diametro pari a 0,8 mm e sono disposti ordinatamente sulle due superfici di base con l'accorgimento che i pallini centrali delle due basi siano allineati. In particolare sulla superficie di base superiore sono disposti nove pallini per tre file distanziati di 80 mm lungo la riga e di 60 mm lungo la colonna. Sulla superficie inferiore invece sono disposti nove pallini come per la base superiore più un pallino aggiuntivo posto in corrispondenza del primo in alto a sinistra che serve per identificare meglio le due superfici una volta che si esegue la proiezione. In questo caso sono distanziati di 60 mm lungo le righe e di 45 mm lungo le colonne.

Il cage serve per individuare le coordinate del fuoco  $F(x, y, z)$ .

Per prima cosa si individuano i centri sull'immagine e si applica la procedura manuale di identificazione, a partire poi dalla proiezione del cage sul piano immagine si procede con la stima dell'angolo di

rotazione e della posizione. La coordinata del centro del cage rappresenta la traslazione e poiché è appoggiato sul piano immagine si avrà  $z=0$ .

La stima dell'angolo di rotazione avviene dal calcolo dei coefficienti angolari delle tre rette tra loro parallele che uniscono i punti del cage. Conoscendo la posizione nello spazio del cage e dei marker (ottenuti come per la griglia) e la posizione nel piano dell'immagine dei centri rilevati nella proiezione è possibile risalire alle coordinate del fuoco.

In seguito si calcolano i raggi di proiezione congiungenti il fuoco e i punti del cage, si trova poi la distanza tra i punti d'intersezione del raggio con il piano dell'immagine e la proiezione relativa in precedenza identificata.

Nel nostro caso le coordinate del fuoco sono rappresentate dai parametri  $PPX_{ref} = 0, PPY_{ref} = 0, FocusDist = 1000$ , per poi variare nel corso dell'esperimento.

Ripetuta tale operazione tra tutti i punti appartenenti al cage si passa alla minimizzazione della somma delle distanze in funzione delle coordinate del fuoco.

### 2.1.3 CARICAMENTO IMMAGINI ED ELABORAZIONE

Dopo aver caricato i parametri di calibrazione, si carica il modello 3D dell'osso interessato, disponendolo nello spazio cercando manualmente una prima approssimazione di posa e si crea il contorno di proiezione.

A questo punto è necessario estrarre nel migliore dei modi i profili ossei ricorrendo all'uso del filtro di Canny e del filtro Sigmoidale.

In particolare nell'esperimento sono stati usati i seguenti valori per il filtro di Canny:  $MaximumError = 0.5$ ,  $Variance = 2$ ,  $ExpandProjection = 10$  e  $Threshold = 0.02$ .

Quando il profilo sarà completato si passerà al frame successivo.

## 2.1.4 ALLINEAMENTO E MINIMIZZAZIONE

Ci sono due tipi di allineamento implementati ossia l’RSA (Roentgen Stereo-photogrammetric) e l’ADM (Adaptive Distance Map). Nella tesi sarà utilizzato il secondo algoritmo.

Si passa poi alla minimizzazione, scegliendo tra i tre algoritmi in precedenza descritti Nelder-Mead (NM), Levenberg-Marquardt (LM) o Genetic Algorithms (GA). Nella tesi sarà usato il terzo algoritmo.

E’ possibile variare numerosi parametri dell’algoritmo genetico ma nostro caso si limiteranno i valori di dominio usando valori di traslazione pari a  $T = (20, 20, 50)$  e di rotazione pari a  $O = (20, 20, 20)$ , ciò significa ad esempio che si valuterà un range pari a  $\pm 20$  dalla posa iniziale.

## 2.1.5 DOMINIO DI CONVERGENZA

Il file `reference_pose_calibration.txt` rappresenta la variazione della posa di riferimento, la variabile  $z$  è fissata mentre  $x$  e  $y$  variano nel seguente modo:

1.  $x=0, y=0, z=200$  la posa è centrata
2.  $x=0, y=30, z=200$  la posa è spostata in alto
3.  $x=0, y=-30, z=200$  la posa è spostata in basso
4.  $x=30, y=0, z=200$  la posa è spostata verso destra

Non si considera il caso in cui la posa è spostata verso sinistra perché per la forma delle ossa non ci sono variazioni rilevanti rispetto al caso della posa spostata verso destra.

Lo studio del dominio di convergenza fornirà un file.txt con le 2500 pose create rispetto alle pose di riferimento.

## 2.2 LA RAPPRESENTAZIONE DEI DATI

E' stato utilizzato il software Matlab® (Matrix Laboratory) 7.1 di MathWorks per le elaborazioni statistiche e per provare talvolta le caratteristiche di alcune funzioni. Come indica il nome, è un ambiente di sviluppo pensato per il calcolo numerico, che permette di gestire facilmente matrici, implementare algoritmi e visualizzare funzioni e dati.

Le rappresentazioni grafiche utilizzate saranno il “Box and Whisker Plot” e l’ “Errorbar Plot”.

### 2.2.1 BOX AND WHISKER PLOT

In statistica il boxplot, detto anche box and whiskers plot (diagramma a scatola e baffi), è una rappresentazione grafica utilizzata per descrivere la distribuzione di un campione tramite semplici indici di dispersione e di posizione.

È rappresentato orizzontalmente o verticalmente tramite un rettangolo diviso in due parti, da cui escono due segmenti. Il rettangolo (la “scatola”) è delimitato dal primo e dal terzo quartile,  $q_{1/4}$  e  $q_{3/4}$  e diviso al suo interno dalla mediana,  $q_{1/2}$ . I segmenti (“baffi”) sono delimitati dal minimo e dal massimo dei valori.

Il basso quartile  $q_{1/4}$  rappresenta il 25% della distribuzione, l’alto quartile  $q_{3/4}$  il 75%, la mediana  $q_{1/2}$  il 50%.

I valori fuori dai limiti dei whiskers vengono raccolti sopra o sotto al grafico.

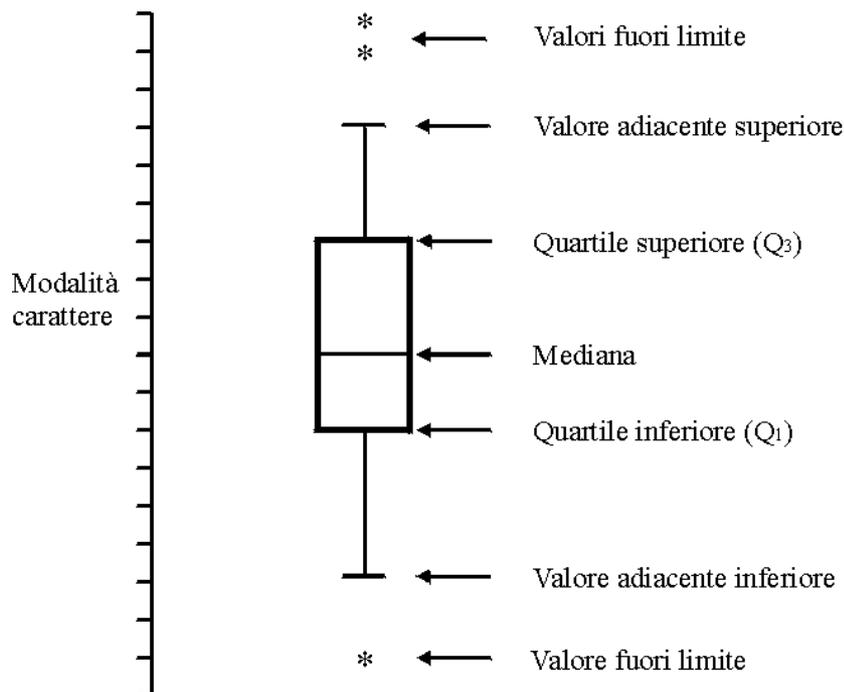


Figura 2-2: Rappresentazione del boxplot

## 2.2.2 ERRORBAR PLOT

L'Errorbar rappresenta graficamente la variabilità dei dati e sono usati grafici che indicano l'errore. Attraverso l'Errorbar viene data un'idea generale di quanto è accurata la misura o di quanto si allontana dal valore vero (error free) che dovrebbe essere. È indicata la deviazione standard dell'incertezza ma anche l'errore standard, queste quantità non sono le stesse e così la misura selezionata dovrebbe essere chiarita nel grafico.

L'Errorbar può essere usata per comparare due quantità visivamente nel caso variassero le condizioni, queste differenze sono di solito statisticamente rilevanti. L'Errorbar può anche mostrare quanto è buono l'andamento statistico che hanno i dati per una certa funzione.

Con il comando di Matlab generico Errorbar (X, Y, L, U) è possibile creare una rappresentazione grafica con Errorbar di un vettore X rispetto ad Y con la linea d'errore di lunghezza specificata da L (errore minore) e U (errore maggiore).

Infine attraverso il comando Polyfit, Matlab implementerà una retta di sensibilità indicata con "S" e il coefficiente di determinazione " $R^2$ ".

### 2.2.3 COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE

In statistica il coefficiente di determinazione è la proporzione tra la variabilità dei dati e la correttezza del modello statistico utilizzato. Nelle regressioni lineari è semplicemente il quadrato del coefficiente di correlazione ed è utilizzato come principale indice di bontà della retta di regressione. Per l'analisi di regressione lineare semplice, esso serve a misurare la frazione di devianza spiegata cioè la proporzione di variabilità di Y dipendente spiegata dalla variabile esplicativa X indipendente.

# CAPITOLO 3 RISULTATI

## 3.1 INTRODUZIONE

Nel capitolo 2 è stato illustrato il software FluoroTrack dalla prima fase dell'estrazione dei contorni ossei fino alla fase finale di minimizzazione e dominio di convergenza.

Sono stati creati i file di testo che si riferiscono all'articolazione di gomito in particolare riguardanti i dati di omero, radio e ulna dalla posa 1 alla posa 2500. Un estratto dei seguenti file è riportato nelle tabelle:

ID	tx_ref	ty_ref	tz_ref	ox_ref	oy_ref	oz_ref	dtx	dty	dtz	dox	doy	doz	FocusDist_ref	PPX_ref	PPY_ref	sp_ref	FocusDist	PPX	PPY	sp	n_Pt	n_iter	rms_start	rms_final	tx_fin	ty_fin	tz_fin	ox_fin	oy_fin	oz_fin
1	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	990	-5	-5	0,29	1442	7554	0,1705	0,0962	-0,9371	-1,0871	194,6799	0,3581	-0,1645	0,0462
2	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	998	-5	-5	0,29	1442	8331	0,1453	0,0962	-0,9353	-1,0896	196,0881	0,2702	-0,1903	0,0499
3	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1000	-5	-5	0,29	1442	8133	0,1396	0,0962	-0,9347	-1,0925	196,4897	0,294	-0,1733	0,0503
4	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1002	-5	-5	0,29	1442	6039	0,1342	0,0962	-0,9393	-1,0831	196,9874	0,3308	-0,179	0,0456
5	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1010	-5	-5	0,29	1442	5419	0,1203	0,0968	-0,9341	-1,0863	198,6291	0,2891	-0,1932	0,0452
6	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	990	-5	-1	0,29	1442	8514	0,1487	0,0949	-0,9274	-0,321	194,3291	0,0996	-0,1614	0,0547
7	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	998	-5	-1	0,29	1442	6015	0,1253	0,0956	-0,9302	-0,3139	195,8758	0,0008	-0,1669	0,0535
8	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1000	-5	-1	0,29	1442	7385	0,1192	0,0955	-0,9364	-0,305	196,7312	0,0673	-0,1874	0,0483
9	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1002	-5	-1	0,29	1442	8595	0,1156	0,096	-0,9544	-0,2781	197,8419	0,1477	-0,1165	0,0332
10	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0,3	1010	-5	-1	0,29	1442	4703	0,1041	0,0962	-0,9519	-0,2756	199,2141	0,1686	-0,1313	0,0366

Figura 3-1: Raccolta dei dati dalla posa 1 alla 10 dell'omero dopo l'analisi del dominio di convergenza.

## 3.2 IMPLEMENTAZIONE CON MATLAB

Dopo aver creato i vettori contenenti le variabili mostrate in Figura 3-1 per omero, radio e ulna si otterranno i valori degli errori di posizione e di orientamento definiti come la variazione tra la posa finale e quella di riferimento ossia  $tx\_err$ ,  $ty\_err$ ,  $tz\_err$ ,  $ox\_err$ ,  $oy\_err$ ,  $oz\_err$  (ad esempio  $tx\_err = tx\_fin - tx\_ref$ ).

Per l'uniformità dei dati d'errore di omero, radio e ulna si rappresenteranno solo i valori ottenuti per l'omero.

Il grafico rappresenta la distribuzione dell'errore rispetto alle tre traslazioni e tre rotazioni della posa finale.

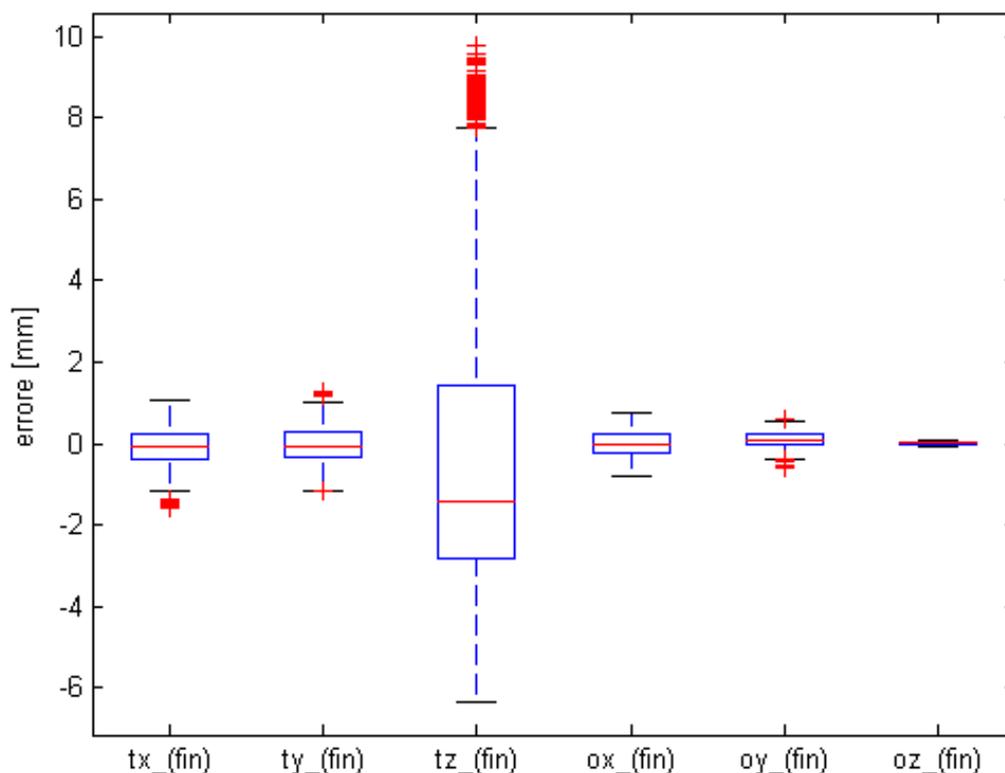


Figura 3-2: Distribuzione dell'errore in funzione della posa finale dell'omero

Sovrapponendo i grafici Errorbar prima descritti e la retta generata con Polyfit, si genereranno i seguenti grafici che rappresentano la distribuzione degli errori tx\_err, ty\_err, tz\_err, ox\_err, oy\_err, oz\_err rispetto alle variabili d'uscita PPX, PPY, Focus\_Dist, Sp e p\_ref.

Dalla Figura 3-4 si nota un andamento lineare dell'errore tx\_err rispetto alla variazione del parametro PPX, i valori inoltre intersecano la retta di regressione. La retta di regressione è positiva.

L'errore tx\_err rimane, invece, costante variando i parametri PPY, FocusDist e Sp ed intersecando la retta di regressione.

Per quanto riguarda la distribuzione dell'errore rispetto alla posa di riferimento p\_ref, si osservano risultati simili nelle pose di riferimento indicate come "b", "c", "d". La prima posa di riferimento, indicata con "a", rappresenta la posa con traslazione in x ( $T_x = 30; T_y = 0; T_z = 0$ ) e si discosta dalle pose seguenti

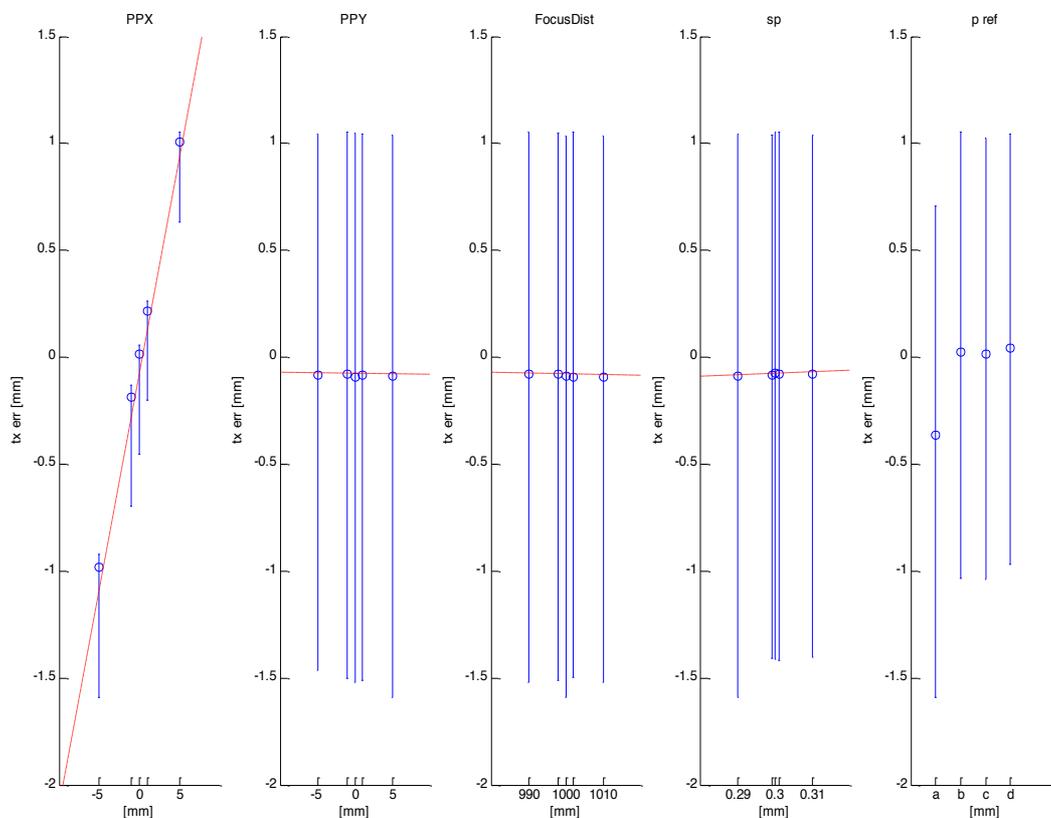


Figura 3-4: Distribuzione di tx\_err rispetto alle variabili d'uscita

Dalla Figura 3-5 si osserva che l'andamento di  $ty\_err$  è analogo a quello di  $tx\_err$  riferito però alla traslazione lungo l'asse  $y$ .

Quindi si verifica un andamento lineare dell'errore  $ty\_err$  rispetto alla variazione del parametro  $PPY$  e risultati costanti nella variazione di  $PPX$ ,  $FocusDist$  e  $Sp$ . La distribuzione dell'errore  $ty\_err$  rispetto alla posa di riferimento  $p\_ref$  è analoga alla distribuzione dell'errore  $tx\_err$ .

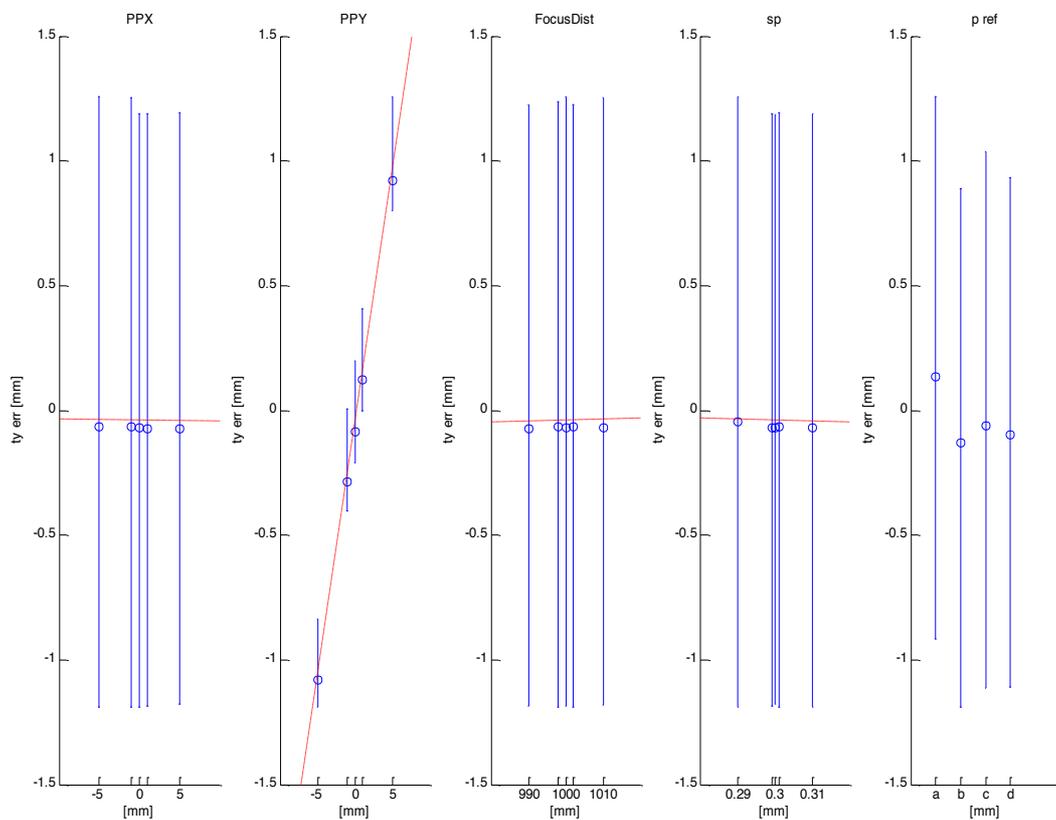


Figura 3-3: Distribuzione di  $ty\_err$  rispetto alle variabili d'uscita

Dalla Figura 3-6 si osserva un andamento lineare dell'errore  $tz\_err$  rispetto alla variazione del parametro FocusDist. La distribuzione rispetto agli altri parametri, invece, risulta costante.

La distribuzione dell'errore  $tz\_err$  rispetto alla posa di riferimento  $p\_ref$  è analoga alla distribuzione dell'errore  $tx\_err$  e  $ty\_err$  ma in questo caso la posa "a" ha un valore ancora più piccolo che nelle altre pose.

La retta di regressione anche in questo caso è crescente ma non è intersecata da nessun valore, questa osservazione sarà supportata dai valori di  $S$  e  $R^2$  che si discosteranno dai valori ottenuti per  $tx\_err$  e  $ty\_err$ .

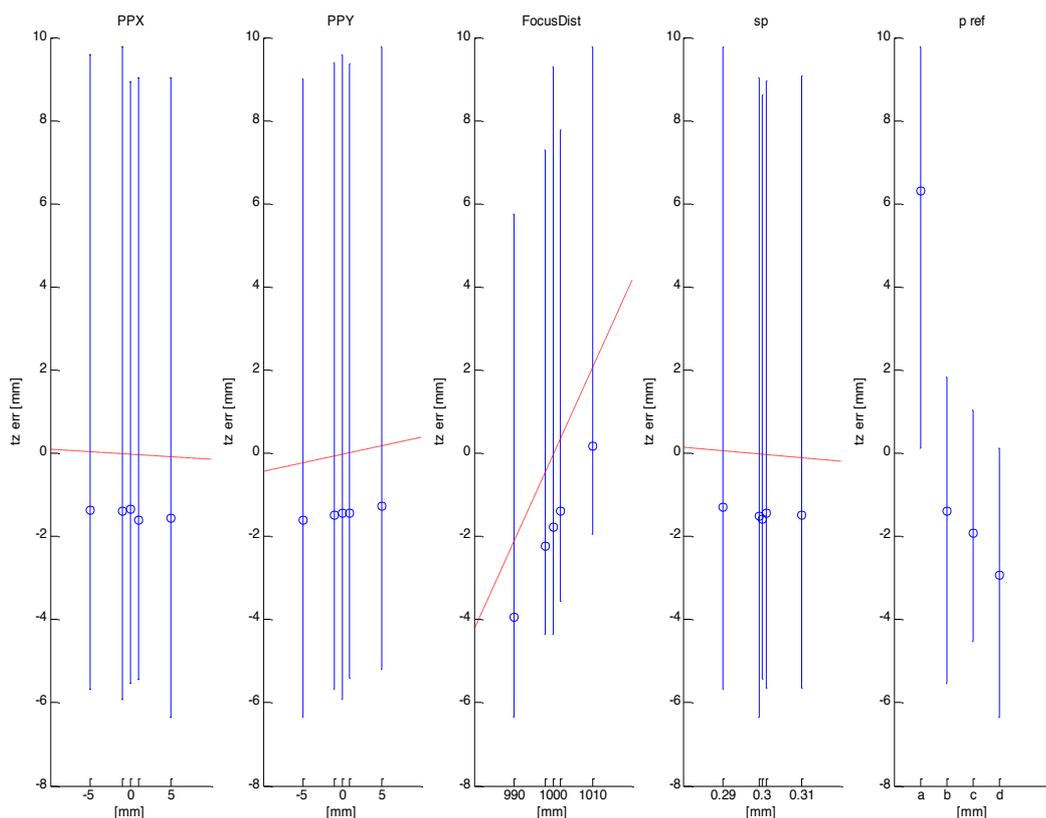


Figura 3-4: Distribuzione di  $tz\_err$  rispetto alle variabili d'uscita

Dalla Figura 3-7 si osserva un andamento lineare dell'errore ox\_err rispetto alla variazione del parametro PPY.

La retta di regressione in questo caso è negativa ed è intersecata dai valori ottenuti. L'errore ox\_err rimane costante variando gli altri parametri ed intersecando sempre la retta di regressione.

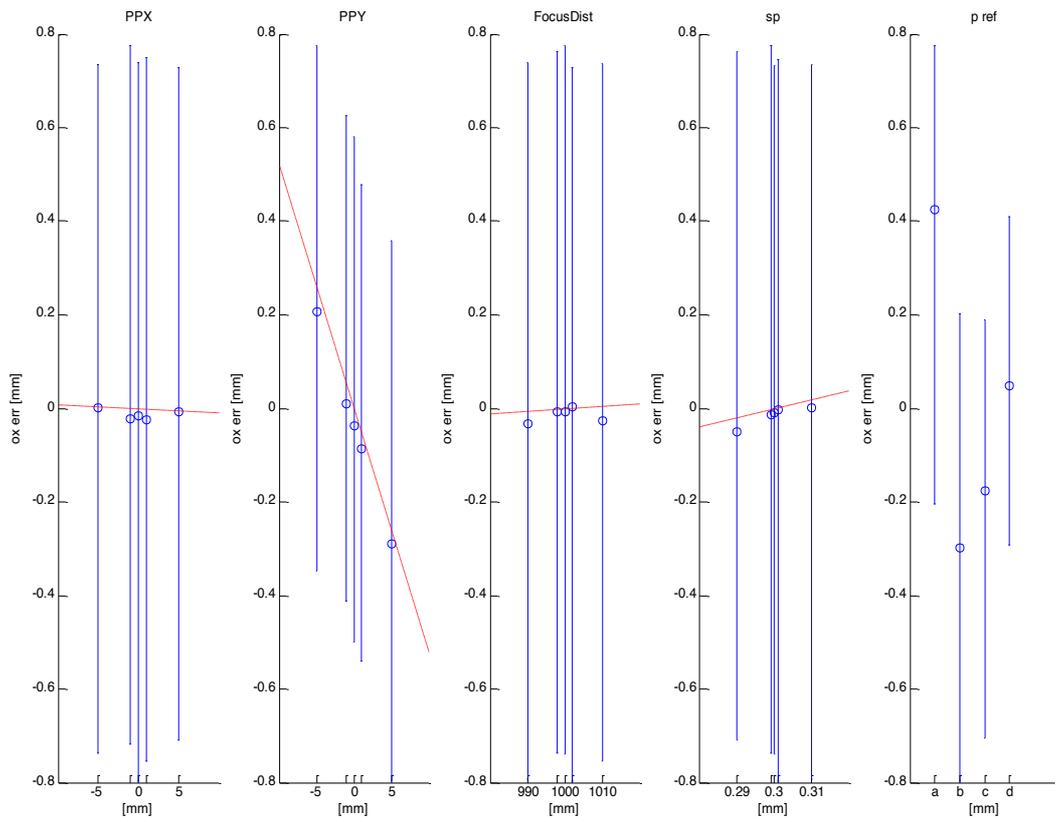


Figura 3-5: Distribuzione di ox\_err rispetto alle variabili d'uscita

Analoghe conclusioni si ricavano dalla Figura 3-8 dove l'andamento lineare dell'errore  $oy\_err$  è visibile per la variazione del parametro PPX mentre per gli altri parametri la distribuzione è costante.

La retta di regressione in questo caso è positiva ed è intersecata da tutti i valori.

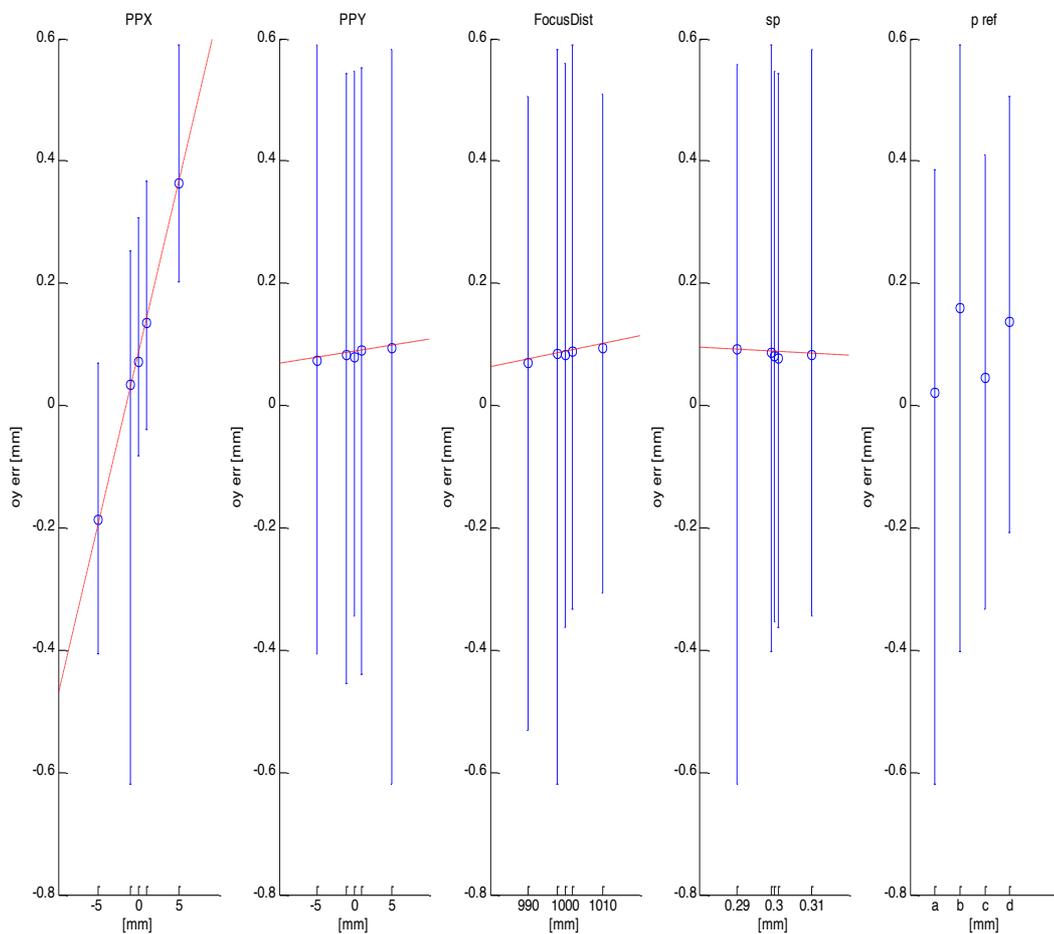


Figura 3-8: Distribuzione di  $oy\_err$  rispetto alle variabili d'uscita

Dalla Figura 3-9 si osserva che l'andamento dell'errore  $oz\_err$  è minimo e approssimativamente costante variando tutti i parametri.

Il parametro della posa di riferimento  $p\_ref$  risulta per  $ox\_err$ ,  $oy\_err$ ,  $oz\_err$  soggetto a variazioni non riconducibili a distribuzioni note (lineari o costanti).

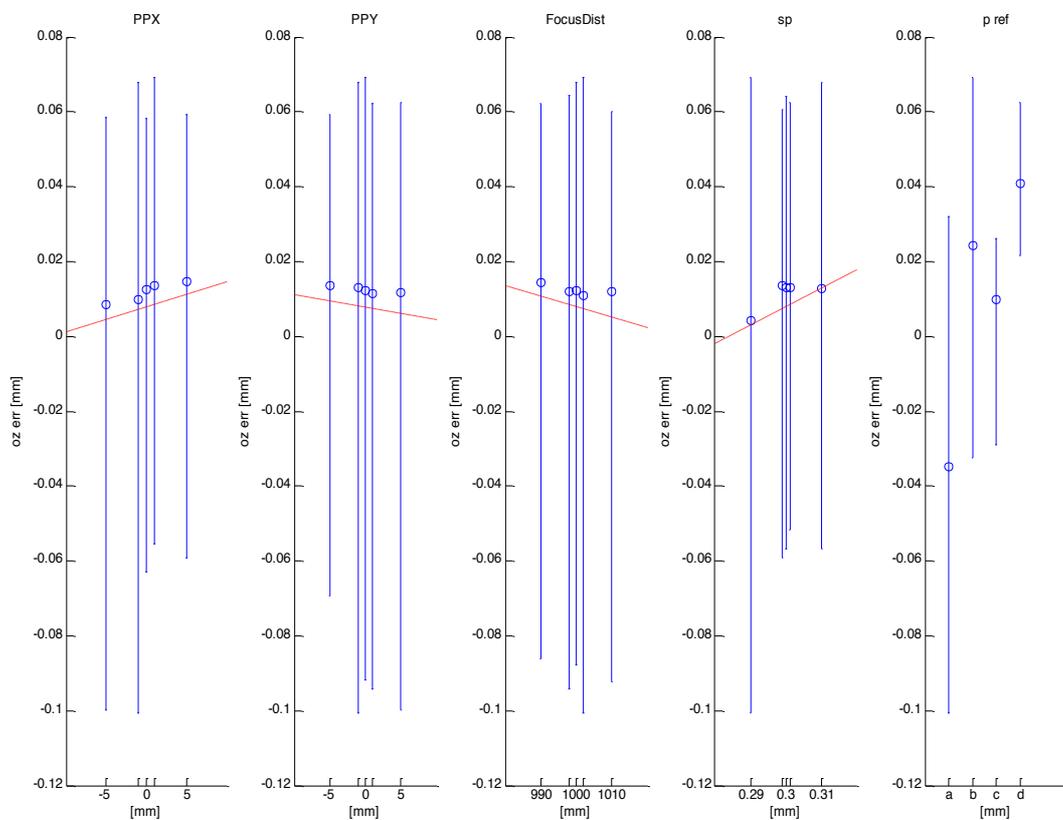


Figura 3-6: Distribuzione di  $oz\_err$  rispetto alle variabili d'uscita

In tabella sono riportati i valori di sensibilità e del coefficiente di determinazione.

Dalla Figura 3-10 si osserva un errore del 20% tra tx\_err e PPX e del 75% tra tx\_err e Sp. Per ty\_err e tz\_err si osservano errori analoghi ossia di circa 20% rispettivamente per PPY e FocusDist ed errori elevati per lo spacing.

Per quanto riguarda le rotazioni ox\_err, oy\_err e oz\_err non vi sono errori significativi.

	Tx_err	Ty_err	Tz_err	Ox_err	Oy_err	Oz_err
PPX	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
PPY	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0
FocusDist	0,0	0,0	0,2	0,0	0,0	0,0
Sp	0,7	0,3	-8,0	1,9	-0,3	0,5

Figura 3-10: Tabella dei valori di sensibilità [mm]

Il valore del coefficiente di determinazione risulta in alcuni casi unitario mentre lo spacing assume valori molto piccoli.

	Tx_err	Ty_err	Tz_err	Ox_err	Oy_err	Oz_err
PPX	0,9	4,2e-006	8,8e-005	8,0e-005	0,8	0,0
PPY	4,3e-006	0,9	0,0	0,2	0,0	0,0
FocusDist	1,6e-005	1,4e-005	0,1	0,0	0,0	0,0
Sp	5,1e-005	1,4e-005	0,0	0,0	0,0	0,0

Figura 3-14: Tabella dei valori del coefficiente di determinazione R2. [mm]

## CAPITOLO 4 DISCUSSIONE

Dalle osservazioni dei grafici degli errori di traslazione si deduce che:

- **DISTRIBUZIONE DI tx\_err:** l'andamento lineare di tx\_err rispetto a PPX rispecchia una variazione della posizione del fuoco lungo l'asse x (PPX) introducendo un errore lineare crescente nella stima della posa per la traslazione lungo x. L'andamento costante di tx\_err rispetto agli altri parametri, invece, mostra come variare la coordinata del fuoco lungo l'asse y (PPY), la distanza dell'oggetto dal fuoco (FocusDist) e lo spacing (Sp) da regime non introduca errori di traslazione tx\_err nella stima della posa. Il valore inferiore della posa "a", distaccandosi dalle altre pose di riferimento, indica che la posa "a" è visibilmente affetta da errore, quindi l'errore commesso dipende dalla posa di riferimento.
- **DISTRIBUZIONE DI ty\_err:** l'andamento lineare di ty\_err rispetto a PPY rispecchia una variazione della posizione del fuoco lungo l'asse y (PPY) introducendo un errore lineare crescente nella stima della posa per la traslazione lungo y. L'andamento costante rispetto agli altri parametri, invece, mostra come la variazione delle coordinate del fuoco lungo l'asse x (PPX), la distanza dell'oggetto dal fuoco (FocusDist) e lo spacing (Sp) da regime non introducano errori di traslazione ty\_err nella stima della posa.
- **DISTRIBUZIONE DI tz\_err:** l'andamento lineare di tz\_err rispetto a FocusDist mostra che la variazione della distanza del fuoco introduce un errore lineare crescente nella stima della posa. L'errore tz\_err risulta costante variando i parametri PPX, PPY, Sp. Il valore della posa "a" è ancora più basso che

in  $tx\_err$  e  $ty\_err$ . In questo caso l'errore commesso è ancor più dipendente dalla posa di riferimento rispetto ai casi precedenti.

Dalle osservazioni dei grafici degli errori di rotazione si deduce che:

- **DISTRIBUZIONE DI  $ox\_err$ :** l'andamento lineare di  $ox\_err$  rispetto alla variazione di PPY determina che una variazione delle coordinate del fuoco lungo l'asse y (PPY) introduce un errore lineare decrescente nella stima della posa per la rotazione attorno ad x.
- **DISTRIBUZIONE DI  $oy\_err$ :** dall'andamento lineare di  $oy\_err$  rispetto al parametro PPX si ricava che una variazione delle coordinate del fuoco lungo l'asse x (PPX) introduce un errore lineare crescente nella stima della posa per la rotazione attorno ad y, che non c'è negli altri casi dove la distribuzione è costante. I diversi valori ottenuti variando  $p\_ref$  consentono di affermare che gli errori commessi  $ox\_err$  e  $oy\_err$  dipendono dalla posa di riferimento.
- **DISTRIBUZIONE DI  $oz\_err$ :** la distribuzione dell'errore  $oz\_err$  rispetto a tutte le variabili è approssimativamente costante. Pertanto variare i parametri di fuoco e spacing non comporta errori rilevanti di rotazione attorno all'asse z nella stima della posa. La variazione della posa di riferimento  $p\_ref$  non assume andamenti particolari (lineari o costanti) in nessuno degli errori di rotazione  $ox\_err$ ,  $oy\_err$ ,  $oz\_err$ , deducendo che gli errori commessi dipendano fortemente dalle pose di riferimento "a", "b", "c", "d".

Nella sensibilità “S” si osservano valori non nulli (0,2 mm) proprio in corrispondenza degli andamenti lineari precedentemente descritti.

I valori di sensibilità risultano diversi da 0 anche nello spacing, l'errore oscilla in valore assoluto tra 0,3mm e 2mm fino a raggiungere un massimo di 8mm nella traslazione lungo l'asse z. L'errore commesso nello spacing è corretto perché un errore di 1mm che potrebbe sembrare piccolo in realtà è elevato per Sp. Si nota, però, che il valore Sp rimane basso nel coefficiente di determinazione confermando perciò le considerazioni precedenti sullo spacing.

Per quanto riguarda il coefficiente di determinazione “ $R^2$ ”, i dati riportati nella tabella 3-14 coincidono con le osservazioni già fatte rispetto alle distribuzioni degli errori assumendo valori all'incirca unitari in corrispondenza con gli andamenti lineari prima esposti. Ciò significa che c'è una buona correlazione tra l'errore introdotto sulla stima delle coordinate focali e l'errore risultante sulla stima della posa.

Inoltre si notano valori all'incirca unitari sulle rotazioni Oy e Oz. Pertanto si può concludere che l'errore su tx\_err cerca di compensare l'errore di traslazione su x con una rotazione attorno ad y.

Inoltre l'accoppiamento tra  $\Delta F_z$  e  $O_{z_{err}}$  è probabilmente causato dal fatto che la figura lungo l'asse z è più piccola e viene ruotata attorno ad Oz per far combaciare maggiormente i profili. Il contorno della posa con la minor porzione dell'osso visibile nel FOV produce errori maggiori come si evince dall'effetto sistematico che la posa di riferimento “a” introduce sulla stima di tutti i gdl.

## CAPITOLO 5 CONCLUSIONI

Nella tesi sono stati analizzati metodi di calibrazione di sistemi per la quantificazione della cinematica articolare con fluoroscopia 3D. Generalmente la calibrazione, ossia la determinazione delle coordinate del fuoco (sorgente dei raggi X) viene effettuata mediante una procedura basata sull'acquisizione di una struttura 3D in plexiglass a geometria nota, chiamata tipicamente cage.

Nell'elaborato viene considerata la possibilità di eliminare tale procedura valutando gli errori commessi nella stima della posa senza l'ausilio di questa struttura, riducendo così i costi (circa 3000 euro <sup>19</sup>) dell'indagine fluoroscopica 3D dovuti alla fabbricazione del cage.

L'errore commesso è stimato valutando la differenza tra le coordinate della posa del modello imposta durante la generazione dell'immagine fluoroscopica di riferimento, e quella stimata in seguito alla variazione dei parametri di spacing e di coordinate del fuoco.

Sono stati ottenuti sei errori ossia tre relativi alla traslazione della posa lungo gli assi x, y, z ( $T_x\_err$ ,  $T_y\_err$ ,  $T_z\_err$ ) e tre relativi alle rotazioni attorno agli assi ( $O_x\_err$ ,  $O_y\_err$ ,  $O_z\_err$ ).

Dai risultati si nota che, in alcuni casi ( $T_x\_err$  rispetto a PPX,  $T_y\_err$  rispetto a PPY,  $T_z\_err$  rispetto a FocusDist), sia le variazioni dei parametri di fuoco e spacing, che le pose di riferimento hanno un effetto sugli errori di stima commessi. La relazione tra variazione dei parametri di fuoco e spacing e l'errore commesso è di tipo lineare, per cui è stato possibile calcolare la sensibilità della stima a variazioni dei parametri di calibrazione di circa 0,2mm. In altri casi ( $O_x\_err$ ,  $O_y\_err$ ,  $O_z\_err$  rispetto a tutti i parametri d'ingresso) la variazione dei parametri d'ingresso non ha comportato errori significativi.

Infine si notano accoppiamenti tra errori di traslazione ed errori di rotazione. Probabilmente ciò accade perchè la procedura automatica di ottimizzazione cerca di garantire la corrispondenza tra la posa del modello osseo 3D e l'immagine radiografica 2D, compensando errori relativi a gdl difficili da stimare (es.  $T_z$ ) con variazioni di  $O_z$  o  $O_y$ .

Per la modesta entità degli errori commessi di circa 1mm in corrispondenza di errori di calibrazione tipici pari a circa 5mm e tenendo conto di quanto detto si può concludere che è possibile evitare la calibrazione per applicazioni che non necessitano di livelli di accuratezza sub-millimetrici.

# APPENDICE

## A.1 IL SOFTWARE

FluoroTrack si basa su algoritmi e tools provenienti da librerie quali:

- Fast Light Toolkit – FLTK, per lo sviluppo dell'interfaccia grafica con l'utente.<sup>20</sup>
- Insight Segmentation and Registration Toolkit – ITK, per il processo d'immagine 2D e 3D.<sup>21</sup>
- Visualization Toolkit – VTK, per i grafici 3D, i processi d'immagine e la visualizzazione.<sup>22</sup>

Il software è codificato nel linguaggio C++ e si avvale di algoritmi e tools di aperte librerie quali FLTK, ITK, VTK utili per lo sviluppo grafico e per il processo di visualizzazione dell'immagine 2D e 3D.

FluoroTrack fornisce una scena virtuale nella quale è possibile interagire manualmente o automaticamente con i fluoroscopi (piani dell'immagine e sorgenti a raggi X) e con i modelli 3D che rappresentano i segmenti da allineare. In questo ambiente è possibile individuare i profili delle ossa direttamente sul frame (immagini in toni grigi) e procedere alla stima della posa dei modelli 3D nello spazio.

Prima di mostrare i procedimenti che portano alla stima della posa dei modelli 3D e alla minimizzazione è necessario chiarire le fasi di pre-elaborazione ossia di creazione della griglia di calibrazione e del cage. Si svilupperanno i settaggi che permettono di correggere le distorsioni dell'immagine.

## A.2 PRE-ELABORAZIONE

La fase di pre-elaborazione consiste nell'eliminazione della distorsione geometrica attraverso la griglia di calibrazione e nell'apertura del cage per definire le coordinate del fuoco.

Nel software la finestra di calibrazione può essere trovata nel menu in *Pre-Elaboration* → *Calibration*, con il comando *Open Light* si aprirà l'immagine del campo di vista vuoto (FOV) mentre con il comando *Open Grid* si acquisirà l'immagine della griglia di calibrazione.

Il cage può essere automaticamente caricato attraverso i comando *Foci Calibration* che si troverà sempre nel menu in *Pre-Elaboration*→*Calibration*.

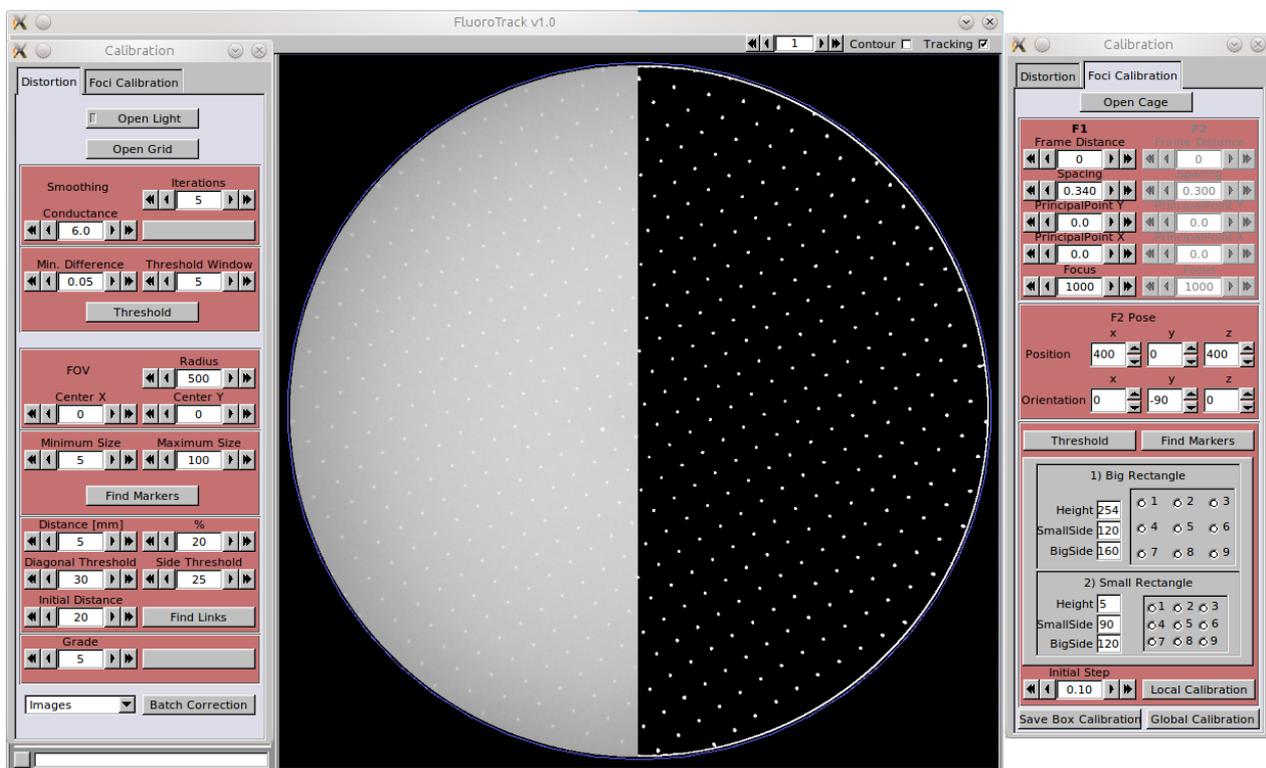


Figura 0-1: Correzione della distorsione geometrica attraverso griglia di calibrazione mediante l'utilizzo del software FluoroTrack

### A.3 ESTRAZIONE DEI CONTORNI

Si clicca su *Open Image* e si seleziona la cartella nella quale sono contenuti i frame da analizzare.

Si clicca su *Import Mesh File* e si seleziona il modello 3D dell'osso (mesh) che si vuole individuare (Omero, Radio, Ulna).

Apparirà sullo schermo il modello osseo in 3D, selezionandolo con il tasto "p" (picking) si interverrà su di esso muovendolo nello spazio sfruttando i 6GdL nei seguenti modi:

- Tasto destro del mouse, regola le traslazioni lungo x e y
- Ctrl+tasto destro del mouse, regola le traslazioni lungo z
- Tasto sinistro del mouse, regola le rotazioni attorno a x e y
- Ctrl+tasto sinistro del mouse, regola le rotazioni attorno a z.

Si orienta il modello in modo da far coincidere in modo abbastanza preciso la futura proiezione sul piano immagine con il profilo osseo da individuare.

Premendo il tasto *Create* si generano le proiezioni tracciando un contorno blu, le coordinate dell'oggetto saranno raccolte in un file di testo. Per velocizzare il posizionamento della mesh è stato creato il tasto *CopyPose* usato per copiare la posa dal frame precedente o da quello successivo. Attraverso i comandi *Load* e *Save* è possibile salvare o caricare la posa per ogni mesh sul file.pose.

Il filtro di Canny smussa ed estrare i contorni attraverso il calcolo di derivate ed è il risultato ottimale per risolvere il compromesso tra la localizzazione accurata dei bordi e l'influenza dal rumore. Valori ottimali per le specifiche del filtro di Canny sono *MaximumError* = 0.5, *Variance* = 2, *ExpandProjection* = 10 e *Threshold* = 0.02.

In particolare *ExpandProjection* rappresenta la dimensione della banda, lungo la proiezione della mesh, nella quale è applicato il filtro.

E' utile anche l'uso del filtro Sigmoidale per giocare sul contrasto o luminosità dell'immagine del frame.

Attraverso l'uso della funzione *Rubber* l'operatore può intervenire manualmente perfezionando i profili ottenuti, dovrà cancellare tutte

le zone create dal filtro di Canny che non derivano da un effettivo profilo osseo.

Per aver maggiore precisione conviene zoomare l'immagine mediante le funzioni della sezione *Camera*. A lavoro terminato basterà cliccare su *ResetCamera* per ripristinare le impostazioni iniziali.

Nella sezione *Snapshot* è possibile variare il colore del frame, del cono di luce dei raggi X e delle linee di proiezione.

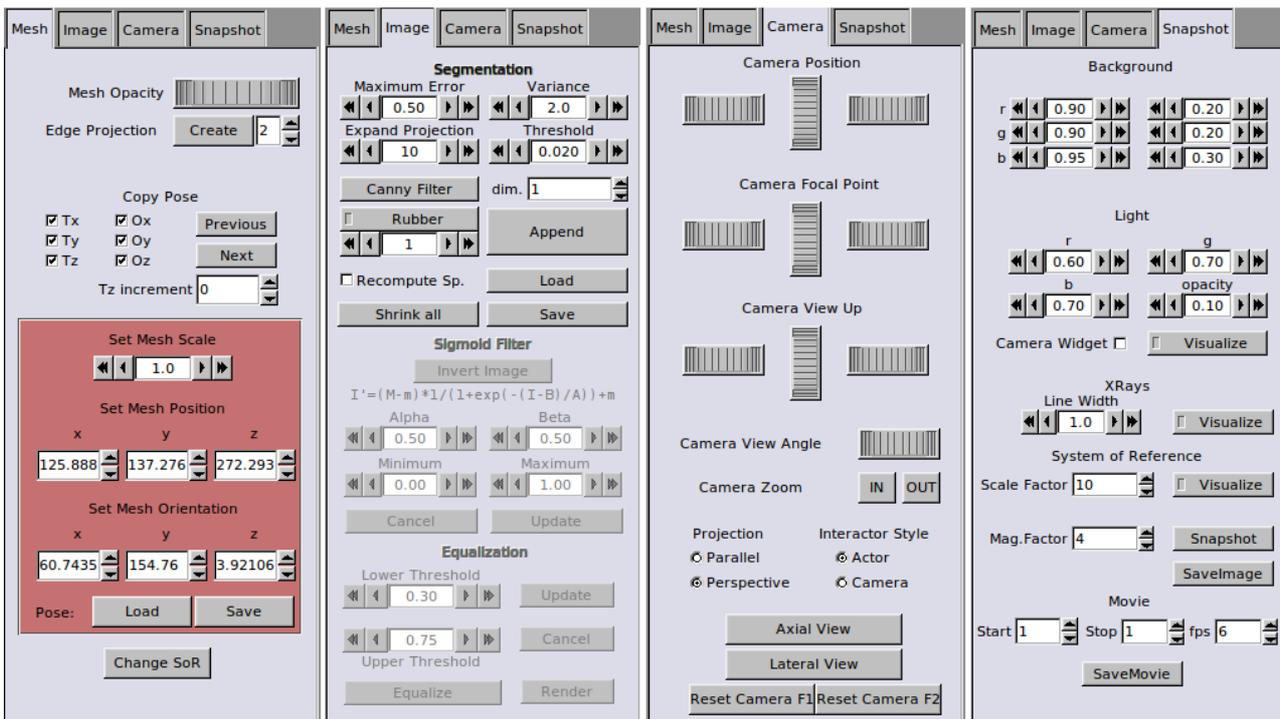


Figura 0-2: Utilizzo del software per caricamento dell'immagine ed estrazione ed elaborazione dei contorni ossei.

## A.4 ALLINEAMENTO E MINIMIZZAZIONE

Si esegue l'allineamento attraverso i comandi del menu *Alignment* → *Alignment Window*.

Sono implementati dal software due diversi algoritmi per l'allineamento ossia l'RSA (Roentgen Stereo-photogrammetric) e l'ADM (Adaptive Distance Map).

Cliccando su *Load* si caricherà la mappa di distanza. La risoluzione della mappa è specificata in *MinSide [mm]* mentre *K Factor* definisce quanto deve essere grande il primo octant rispetto alla dimensione massima della mesh selezionata.

Si passa infine alla minimizzazione dove il software permette di scegliere tra tre algoritmi diversi ossia Nelder-Mead (NM), Levenberg-Marquardt (LM) o Genetic Algorithms (GA).

E' possibile variare i numerosi parametri dell'Algoritmo Genetico tra cui la codifica (binaria o reale), il range nell'intorno della posa iniziale su cui agire, il range per le pose casuali di inizializzazione e il numero di pose. Bisogna inoltre impostare il numero di soluzioni calcolate in ogni iterazione e il numero massimo d'iterazioni, infine il peso della mutazione da applicare e i parametri per il criterio di stop.

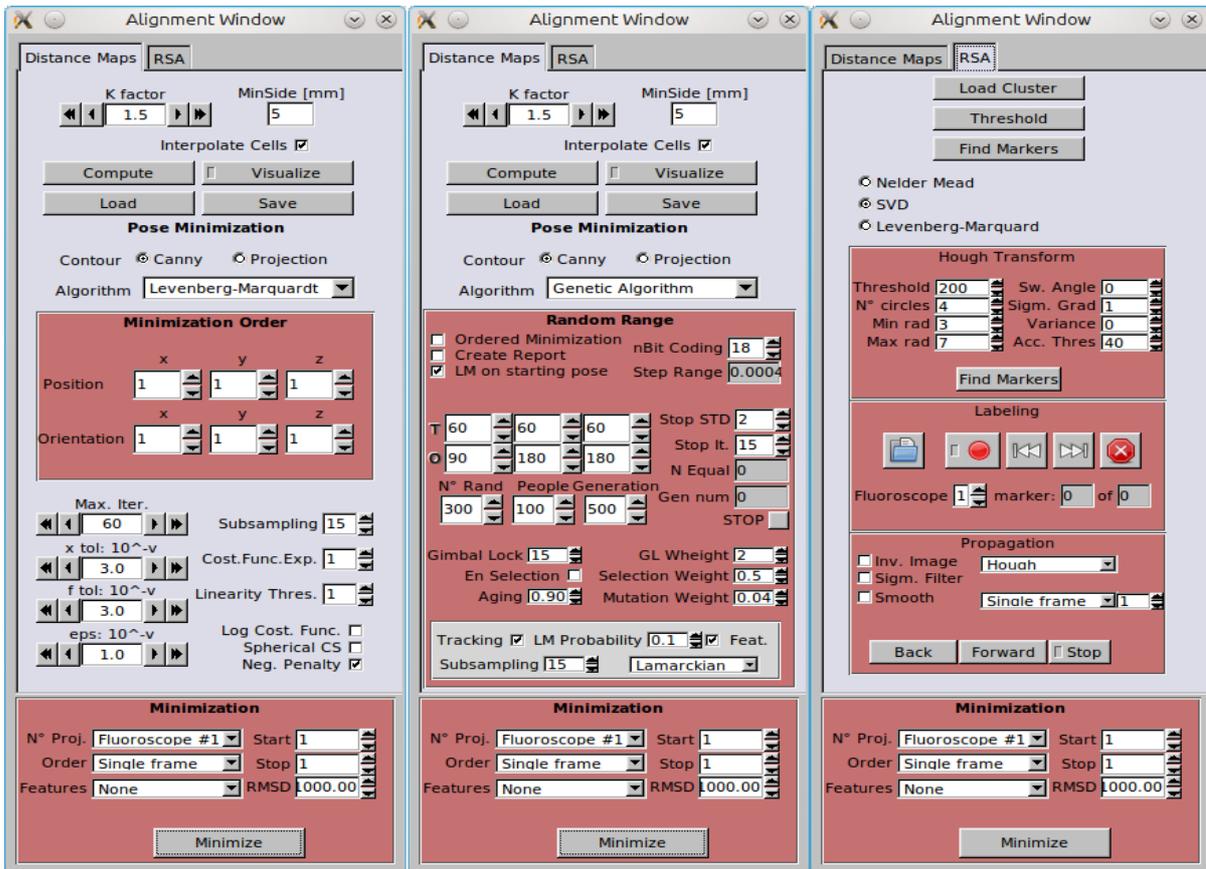


Figura 0-3: Utilizzo del software per l'allineamento e la minimizzazione della posa

## A.5 DOMINIO DI CONVERGENZA

E' possibile calcolare il dominio di convergenza cliccando *PreElaboration* → *Convergence Domain*.

Dopo aver aperto il campo vuoto FOV (*Load FOV*), si dovranno caricare i file che si riferiscono alla posa di riferimento (*Load Kinematics File*) e alla variazione dei parametri (*Load Delta*).

Con il tasto *Start* si darà inizio all'analisi del dominio di convergenza ottenendo per ogni posa un file.txt, attraverso il comando *Compact Database* sarà possibile compattare tutti i singoli file in un unico file tmp.txt.

- 
- 1 Stagni, R., Fantozzi, S., Cappello, A., & Leardini, A. (2003). Validation of the Interval Deformation Technique for Compensating Soft Tissue Artefact in Human Motion Analysis, 293-301.
- 2 Banks, S. A., & Hodge, W. A. (1996). Accurate measurement of three-dimensional knee replacement kinematics using single-plane fluoroscopy. {IEEE} Transactions on {Bio-Medical} Engineering, 43(6), 638-649. doi:10.1109/10.49528
- 3 Mildenerger, P., Eichelberg, M., & Martin, E. (2002). Introduction to the DICOM standard. European radiology, 12(4), 920-7. doi:10.1007/s003300101100
- 4 Effect of Spatial Orientation on the Image-Intensifier Distortion in Quantitative Coronary Angiography. (1993).Methods, 595-598.
- 5 Cerveri, P., Forlani, C., Pedotti, A., & Ferrigno, G. (1997). f Hierarchical radial basis function networks and local polynomial un-warping for X-ray image intensifier distortion correction: a comparison with global techniques. Medical & Biological Engineering.
- 6 Fantozzi, S., Cappello, A., & Leardini, A. (2003). A global method based on thin-plate splines for correction of geometric distortion: An application to fluoroscopic images. Medical Physics, 30(2), 124-131. doi:10.1118/1.1538228
- 7 Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks  
J. Park and I. W. Sandberg  
Neural Computation, Summer 1991, Vol. 3, No. 2 , Pages 246-257  
(doi: 10.1162/neco.1991.3.2.246)
- 8 Regularization Theory and Neural Networks Architectures  
Federico Girosi, Michael Jones, and Tomaso Poggio  
Neural Computation, March 1995, Vol. 7, No. 2 , Pages 219-269  
(doi: 10.1162/neco.1995.7.2.219)
- 9 Gronenschild, E. (1997). The accuracy and reproducibility of a global method to correct for geometric image distortion in the x-ray imaging chain. Medical Physics, 24(12), 1875-1888. doi:10.1118/1.598101
- 10 Tersì L., Fantozzi S. Stagni R. Characterization of 3D Fluoroscopy calibration Joint kinematics quantification sensitivity to calibration errors
- 11 Zihlmann, M. S., Gerber, H., Stacoff, A., Burckhardt, K., Székely, G., & Stüssi, E. (2006). Three-dimensional kinematics and kinetics of total knee arthroplasty during level walking using single plane video-fluoroscopy and force plates: a pilot study. Gait & posture, 24(4), 475-81. doi:10.1016/j.gaitpost.2005.12.012
- 12 Banks S.A. (1992). Model based 3D kinematic estimation from 2D perspective silhouettes: application with total knee prostheses.
- 13 Valstar, E. R., Nelissen, R. G. H. H., Reiber, J. H. C., & Rozing, P. M. (2002). The use of Roentgen stereophotogrammetry to study micromotion of orthopaedic implants. {ISPRS} Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 56(5-6), 376-389. doi:16/S0924-2716(02)00064-3
- 14 Lavallée, S., & Szeliski, R. (1995). Recovering the Position and Orientation of Free-Form Objects from Image Contours Using 3D Distance Maps. Analysis, 17(4), 378-390.
- 15 Lera, G., & Pinzolas, M. (2002). Neighborhood based Levenberg-Marquardt algorithm for neural network training. IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council, 13(5), 1200-3. doi:10.1109/TNN.2002.1031951
- 16 Chelouah, R. (2003). Genetic and Nelder-Mead algorithms hybridized for a more accurate global optimization of continuous multim minima functions. European Journal of Operational Research, 148(2), 335-348. doi:10.1016/S0377-2217(02)00401-0
- 17 Maulik, U., & Bandyopadhyay, S. (2000). Genetic algorithm-based clustering technique. Population (English Edition), 33.
- 18 Wu, G., van der Helm, F. C. T., (DirkJan) Veeger, H. E. J., Makhsous, M., Van Roy, P., Anglin, C., Nagels, J., et al. (2005). {ISB} recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint {motion--Part} {II:} shoulder, elbow, wrist and hand. Journal of Biomechanics, 38(5), 981-992. doi:10.1016/j.jbiomech.2004.05.042

---

19 <http://www.tmed.se/Products/TantalumBeadsandotherRSAProducts/tabid/58/Default.aspx>

20 "Fast light toolkit (FLTK)." <http://www.fltk.org/>

21 "ITK - segmentation & registration toolkit." <http://www.itk.org/>

22 "VTK - the visualization toolkit." <http://www.vtk.org/>