

**ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

---

**FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE**

*D.I.C.A.M.*

TESI DI LAUREA

in

PROGETTO IN ZONA SISMICA

**COMPORTAMENTO SISMICO DI UN EDIFICIO A 3  
PIANI IN SCALA REALE COSTITUITO DA PARETI  
SANDWICH IN C.C.A. TESTATO SU TAVOLA  
VIBRANTE**

CANDIDATO:  
**BOCCALON CRISTINA**

RELATORE:  
Chiar.mo Prof. Ing. TOMASO TROMBETTI

CORRELATORI:  
Dot. Ing. STEFANO SILVESTRI  
Dot. Ing. ILARIA RICCI

Anno Accademico 2010-2011

Sessione III



*A mio padre*



# INDICE

1 INTRODUZIONE .....	9
1.1 BACKGROUND .....	9
1.2 OBIETTIVO DELLA TESI.....	18
1.3 ORGANIZZAZIONE DEL TESTO .....	19
2 IL SISTEMA COSTRUTTIVO .....	21
2.1 PANNELLO SINGOLO PORTANTE NIDYON .....	21
2.2 IL SISTEMA COSTRUTTIVO.....	30
3 METODOLOGIE DI ANALISI DEI SISTEMI A PARETE.....	33
3.1 PREMESSA.....	33
3.2 MODELLI BASATI SULL' ANALISI DEL SINGOLO PIANO .....	35
3.2.1 METODO POR.....	36
3.3 METODO A MACROELEMENTI.....	43
3.3.1 METODO PEFV .....	44
3.3.2 CONFRONTO TRA RISPOSTA FORNITA DALLA MODELLAZIONE PEFV E QUELLA FORNITA DAL METODO POR .....	52
3.3.3 METODO A TELAIO EQUIVALENTE (METODO SAM).....	53
3.3.4 METODO 3 MURI .....	62
4 IL CASO STUDIO .....	67
4.1 DESCRIZIONE GEOMETRICA DELL'EDIFICIO .....	67
4.2 DESCRIZIONE MECCANICA DEI MATERIALI .....	76
4.3 PROVA PRESSO L'EUCENTRE DI PAVIA .....	77
5 APPLICAZIONE DEL METODO DEL TELAIO EQUIVALENTE AL CASO STUDIO .....	89
5.1 CALIBRAZIONE DELLA GEOMETRIA .....	89
5.1.1 METODO DOLCE .....	91
5.1.2 METODO SEMPLIFICATO .....	97
5.1.3 METODO CON CORDOLI RIGIDI.....	100
5.2 CARATTERISTICHE MECCANICHE.....	105
5.3 DIAGRAMMI RAPPRESENTANTI LE CERNIERE PLASTICHE	125
5.4 ANALISI PUSHOVER CON SAP 2000 SUI DUE TELAI PIANI..	156
5.4.1 COS'E' L'ANALISI PUSH OVER.....	156

5.4.2 IMPOSTAZIONI DELL' ANALISI PUSHOVER.....	158
5.4.3 RISULTATI DELL' ANALISI PUSHOVER .....	163
5.5 ANALISI PUSHOVER SULLA STRUTTURA 3D .....	166
6 INTERPRETAZIONE DELLA PROVA .....	181
6.1 INPUT SISMICO .....	183
6.2 PROGRAMMA DI PROVA E STRUMENTAZIONE.....	184
6.3 ELABORAZIONE DEI DATI .....	188
6.4 RISULTATI: SPOSTAMENTI DI INTERPIANO.....	195
6.5 ANALISI TIME HISTORY SUL TELAIO EQUIVALENTE .....	216
6.6 CONFRONTO DEI RISULTATI.....	217
7 SVILUPPI FUTURI .....	221
APPENDICE A CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI ULTIME E DEI LEGAMI COSTITUTIVI PER LA CARATTERIZZAZIONE DELLE CERNIERE PLASTICHE.....	223
A.1 DETERMINAZIONE DEGLI ASSI NEUTRI.....	225
A.1.1 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL' ASSE NEUTRO $y_{y1}$ IN CONDIZIONI DI PRIMO SNERVAMENTO.....	225
A.1.2 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL' ASSE NEUTRO $y_{yS}$ IN CONDIZIONI DI "SNERVAMENTO SOSTANZIALE" .....	229
A.1.3 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL' ASSE NEUTRO $y_{U,SB}$ IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO.....	235
A.2 DETERMINAZIONE DELLE CURVATURE.....	239
A.2.1 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\Phi_{Y1}$ IN CONDIZIONI DI "PRIMO SNERVAMENTO" .....	240
A.2.2 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\Phi_{YS}$ IN CONDIZIONI DI "SNERVAMENTO SOSTANZIALE" .....	241
A.2.3 OSSERVAZIONI SULLE ESPRESSIONI PER LA DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\Phi_U$ IN CONDIZIONI ULTIME.....	242
A.2.4 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\Phi_{U,SB}$ IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO .....	244
A.3 DETERMINAZIONE DEI MOMENTI FLETTENTI.....	248

A.3.1 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MY1 IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO” .....	249
A.3.2 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MYS IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE” .....	250
A.3.3 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MU,SB IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO .....	253
A.4 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO.....	254
A.4.1 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO” .....	255
A.4.2 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE” .....	255
A.5 DETERMINAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI .....	256
A.5.1 DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO” $\delta Y1$ .....	257
A.5.2 DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE” $\delta YS$ .....	257
A.6 CALCOLO DELLA LUNGHEZZA DELLE CERNIERE PLASTICHE.....	258
APPENDICE B CALCOLO DELLE CERNIERE ASSIALI.....	259
BIBLIOGRAFIA.....	263



# Capitolo 1

## INTRODUZIONE

### 1.1 BACKGROUND

Appaiono essere estremamente promettenti quei sistemi strutturali costituiti da pareti tozze in c.a. gettate in opera, che utilizzano un materiale leggero, per esempio il polistirene, come cassero (si veda il caso delle Insulated Concrete Forms, ICFs) o come supporto (si veda il caso del Shotcrete, i.e. pannelli modulari di supporto in polistirene, prefabbricati e pre-armati) per il tradizionale calcestruzzo; infatti questi sistemi:

- consentono di ottenere elevati livelli di efficienza strutturale, termica e acustica, dal momento che il calcestruzzo tradizionale garantisce la capacità portante, mentre il materiale leggero viene lasciato in opera anche dopo che la costruzione è completata per assicurare l'isolamento termico ed acustico;
- hanno il vantaggio delle strutture gettate in opera, infatti per merito del loro comportamento monolitico sono caratterizzate da una solidità generalmente superiore a quella delle strutture realizzate con i tradizionali elementi prefabbricati
- godono delle proprietà tipiche dei sistemi prefabbricati ossia del fatto che i pannelli di supporto modulari vengono realizzati in stabilimento garantendo così elevata precisione e ridotti costi di messa in opera.

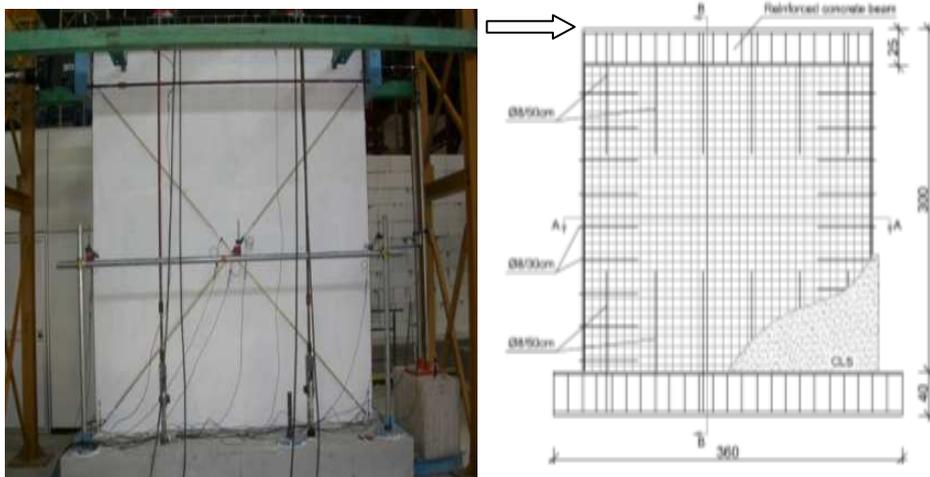
Nell'ambito di questo inquadramento, questa tesi si occupa del comportamento di sistemi strutturali costituiti da pareti tozze in c.a. gettate in opera, nei quali il polistirene è utilizzato come materiale di supporto.

Nel corso degli anni sono state condotte diverse campagne di prove sperimentali condotte nell'ambito del progetto **SERIES (Seismic Engineering Reserch Infrastructures For European Synergies)** in collaborazione con l'Università di Bologna presso il Laboratorio del Centro Sismico Europeo EUCENTRE di Pavia con l'obiettivo di verificare il comportamento statico e pseudo-statico sotto azioni verticali ed orizzontali cicliche di una singola parete sandwich per ottenere informazioni relative al comportamento sismico delle strutture cellulari costituite da pareti sandwich.

### **Caratteristiche degli elementi provati**

Le prove sperimentali sono state condotte sulle seguenti tipologie di elementi:

- pareti quadrate di lato pari a 3 m prive di aperture;



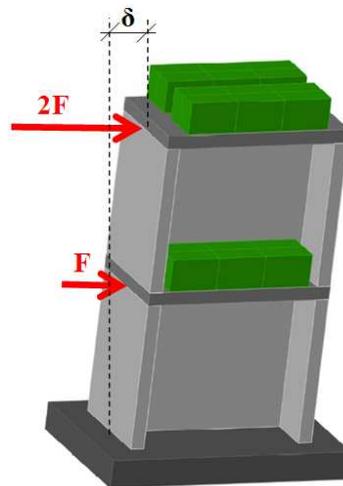
*Figura 1.1: parete quadrata di prova prive di aperture*

- pareti quadrate di lato pari a 3 m con apertura centrale di lato pari ad 1 m;



*Figura 1.1: parete quadrata di prova con aperture*

- struttura ad H, ovvero un insieme di pannelli singoli assemblati in modo da formare una struttura con pianta ad H, rappresentante una porzione di edificio a due piani.



*Figura 1.3: struttura ad H*

### **Risultati delle prove sperimentali di carico ciclico su singola parete senza aperture**

- Assenza di un vero e proprio collasso (“collasso virtuale”);
- Alti valori delle forze orizzontali applicate (circa 300 kN);
- Quadro fessurativo che indica un meccanismo di crisi flessionale;

- Ripetibilità dei cicli;
- Comportamento duttile;
- Comportamento delle pareti con apertura analogo a quello delle pareti senza aperture.

### **Formulazioni analitiche**

Di seguito vengono riportate delle considerazioni sulla rigidezza alla traslazione orizzontale dei pannelli a partite dalle quali vengono individuate le formule analitiche di calcolo. Per quanto riguarda l'acciaio si fa riferimento ad un comportamento ancora elastico lineare, mentre il calcestruzzo viene considerato in diverse condizioni di fessurazione.

Prima dello snervamento dell'acciaio delle barre di armatura, cioè in campo elastico-lineare, il pannello in c.c.a. (di altezza  $\ell$  e di sezione rettangolare  $b \times h$ , soggetto ad una forza concentrata orizzontale  $F$  in corrispondenza della sommità) può trovarsi nelle seguenti tre condizioni:

1. **condizione non fessurata:** l'elemento non presenta fessure lungo tutta la sua altezza;
2. **condizione parzialmente fessurata:** l'elemento presenta delle fessure solo in corrispondenza del tratto inferiore della sua altezza, mentre nel restante tratto l'elemento si trova in condizioni non fessurate;
3. **condizione totalmente fessurata:** l'elemento presenta fessure lungo tutta la sua altezza.

Come è noto, la rigidezza rappresenta la tangente al diagramma forze spostamenti. In particolare si avrà quindi che:

1. la rigidezza in condizioni non fessurate rappresenta la tangente nell'origine del diagramma forze-spostamenti;
2. la rigidezza in condizioni di parziale fessurazione rappresenta la rigidezza tangente al tratto elastico lineare;
3. la rigidezza in condizioni totalmente fessurate rappresenta la retta secante passante per l'origine e per il punto di snervamento.

## Considerazioni sulla deformabilità dei pannelli debolmente armati

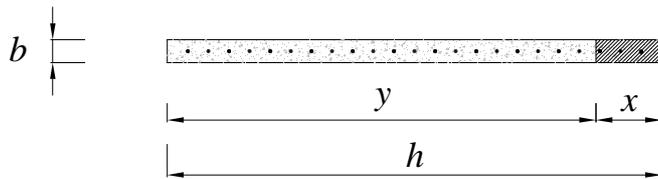


Figura 1.4: Sezione rettangolare in c.c.a. con armatura diffusa in condizioni fessurate

Con riferimento alla sezione rettangolare in c.c.a. con armatura verticale diffusa, il momento di inerzia della sezione in condizioni fessurate (trascurando il contributo dell'acciaio compresso) è dato da:

$$J = \int_0^y z^2 dA_{sv} + \frac{bx^3}{3} = \int_0^y z^2 (b\rho dz) + \frac{b(h-y)^3}{3} = b\rho \frac{y^3}{3} + \frac{b(h-y)^3}{3}$$

Considerando che:

$$y \cong 0.8 \div 0.9h$$

(approssimazione desunta da esempi numerici sviluppati) e che quindi:

$$(h-y) \ll y$$

Dunque il secondo termine al secondo membro può essere trascurato, cosicché:

$$J = b\rho \frac{y^3}{3}$$

Nella formula del momento d'inerzia di una sezione rettangolare in c.c.a. con armatura diffusa, intervengono la base  $b$ , l'altezza  $h$  e la percentuale geometrica  $\rho$  di armatura.

Pertanto, per dimensioni geometriche fissate ( $b$  ed  $h$ ), il momento di inerzia rimane funzione della sola percentuale geometrica di armatura. Fissate  $b$  ed  $h$ , il rapporto  $J_a/J_b$  tra i momenti d'inerzia ( $J_a$  e  $J_b$ ) in condizioni fessurate di due pannelli in conglomerato cementizio diversamente armati (rispettivamente

caratterizzati da percentuali geometriche di armatura  $\rho_a$  e  $\rho_b$ ) è uguale al rapporto  $\rho_a/\rho_b$  tra le percentuali geometriche di armatura:

$$\frac{J_a}{J_b} = \frac{\rho_a}{\rho_b}$$

Se si considera un pannello in conglomerato cementizio normalmente armato caratterizzato da  $\rho_a = 1\%$  ed un pannello B in conglomerato cementizio debolmente armato caratterizzato da  $\rho_b = 0.1\%$  (i pannelli provati sono caratterizzati da tale valore di  $\rho$ ), si trova che tra i due momenti di inerzia  $J_a$  e  $J_b$  c'è differenza:

$$\frac{J_a}{J_b} = 10$$

E di conseguenza, se è lecito fare, per i pannelli normalmente armati, la comune approssimazione che il momento di inerzia in condizioni fessurate coincida con il momento di inerzia dell'intera sezione completamente reagente di calcestruzzo senza tenere conto delle armature:

$$J_a \cong \frac{bh^3}{12}$$

altrettanto non si può fare per i pannelli debolmente armati:

$$J_b \ll \frac{bh^3}{12}$$

Ne segue che i pannelli debolmente armati, in condizioni fessurate, sono caratterizzati da una deformabilità maggiore (una rigidità minore) rispetto a quelli normalmente armati, per il fatto che essi presentano una percentuale di armatura minore. Per questo motivo se si vuole valutare l'effettiva rigidità del pannello non si può considerare il momento d'inerzia della sezione interamente reagente, ma il momento d'inerzia della sezione parzializzata.

### Confronto tra rigidezze sperimentali e rigidezze valutate analiticamente

In questo paragrafo si confrontano le deformabilità ottenute dalle prove sperimentali effettuate sui pannelli realizzati con il metodo costruttivo NIDYON e sulla struttura ad H , con la corrispondente previsione teorica ottenuta per una parete estesa debolmente armata caratterizzata ad un'armatura diffusa e da una sezione rettangolare di dimensioni  $b \times h$  e per la struttura ad H costituita da 3 pannelli con caratteristiche identiche a quelli provati.

In particolare si mettono a confronto i risultati ricavati analiticamente con quelli ricavati sperimentalmente per ogni prova effettuata.

- La rigidezza sperimentale in condizioni di parziale fessurazione è stata valutata come rapporto tra il valore medio fra le forze massime misurate (con attuatore in trazione ed in compressione) durante i tre cicli di carico imposti ad un ID di 0.1% .

$$k_{\text{parziale fessurazione}} = \frac{F(0,1\%)}{\delta(0,1\%)}$$

- La rigidezza sperimentale in condizioni totalmente fessurate è stata valutata come rapporto tra il valore medio fra le forze massime misurate (con attuatore in trazione ed in compressione) durante i tre cicli di carico imposti ad un ID di 0.2% .

$$k_{\text{totale fessurazione}} = \frac{F(0,2\%)}{\delta(0,2\%)}$$

Dai risultati ottenuti si può concludere che per le pareti tozze debolmente armate la rigidezza sperimentale coincide con la rigidezza teorica valutata in condizioni di totale fessurazione. In più la rigidezza non fessurata risulta essere un ordine di grandezza più grande rispetto alla rigidezza effettiva, che coincide con quella del pannello totalmente fessurato.

### Stima di un modulo elastico equivalente

Per valutare il periodo fondamentale della struttura è necessaria una stima accurata della rigidezza. Come già visto sopra nel caso di pareti debolmente armate non si può considerare la rigidezza della struttura in condizioni non fessurate in quanto questa è molto più grande della rigidezza effettiva. Per tale motivo si utilizzeranno i risultati ottenuti dal confronto analitico-sperimentale delle rigidezze dei pannelli e della struttura ad H per valutare un modulo elastico equivalente. Questo sarà attribuito al materiale nel modello della struttura da provare su tavola vibrante realizzata con gli elementi finiti, in modo da ottenere un periodo della struttura realistico, nella cui stima si tenga conto della rigidezza in condizioni di totale fessurazione.

In particolare si può porre la seguente uguaglianza:

$$k_{\text{totalmente fessurata}} = k_{\text{sperimentale}}$$

Però :

$$k_{\text{FEM}} = k_{\text{interamente fessurata}} \propto E \cdot J_{\text{interamente reagente}}$$

Allora per modificare la rigidezza così come è calcolata dal programma agli elementi finiti è necessario cambiare il modulo elastico in modo che:

$$k_{\text{FEM}} = k_{\text{interamente fessurata}} = \alpha \cdot k_{\text{interamente reagente}} \propto \alpha \cdot E \cdot J_{\text{interamente reagente}}$$

Dalla seguente uguaglianza è possibile valutare il coefficiente  $\alpha$ , che andrà a ridurre il modulo elastico del calcestruzzo.

Per i pannelli si impone la seguente uguaglianza:

$$k_{\text{sperimentale}} = k_{\text{int fess}} = \alpha \cdot E \cdot \left( \frac{3 \cdot A \cdot J_{\text{non fess}}}{A \cdot l^3 + 3 \cdot J_{\text{non fess}} \cdot \chi \cdot l \cdot 2 \cdot (1 + \nu)} \right)$$

Per la struttura ad H si impone:

$$k_{\text{sperimentale}} = k_{\text{int fess}} = \alpha \cdot E \cdot \left( \frac{144 \cdot A \cdot J_{\text{non fess}}}{37 \cdot A \cdot l^3 + 240 \cdot J_{\text{non fess}} \cdot \chi \cdot l \cdot (1 + \nu)} \right)$$

Il valore di  $\alpha$  viene ottenuto come media dei risultati per ogni prova ed è pari a :

$$\alpha = 0.1 \rightarrow E_{\text{FEM}} = 0.1 \cdot 300000 \approx 30000 \text{ kg/cm}^2$$

Facciamo ora analoghe considerazioni per il momento d'inerzia della sezione fessurata:

$$k_{\text{int fess}} = \frac{3 \cdot E \cdot J_{\text{int fess}}}{l^3}$$

$$k_{\text{int reagente}} = \frac{3 \cdot E \cdot J_{\text{int reagente}}}{l^3}$$

Dal confronto tra le rigidzze ricavate analiticamente in condizione non fessurate e quelle sperimentali si nota che tra queste c'è un ordine di grandezza di differenza.

Dunque, facendo una media dei valori ottenuti per ogni test si ottiene:

$$\frac{k_{\text{int fess}}}{k_{\text{int reagente}}} \cong \frac{1}{10} \rightarrow J_{\text{int fess}} \cong \frac{1}{10} \cdot J_{\text{int reagente}} \cong \frac{1}{10} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Considero allora il seguente schema per valutare l'inerzia della sezione interamente reagente:

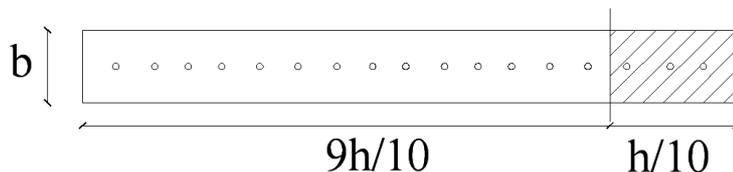


Figura 1.5: sezione interamente reagente

$$J_{\text{int fess}} = \frac{b}{3} \cdot \left(\frac{h}{10}\right)^3 + n \cdot \rho \cdot \frac{b}{3} \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot h\right)^3 = 0.1 \text{ cm}^4$$

## **1.2 OBIETTIVO DELLA TESI**

Lo scopo di questa tesi è focalizzato su tre temi principali; il primo è quello di riuscire ad interpretare una struttura costituita da pareti sandwich come una struttura a telaio equivalente, il secondo è quello di sottoporre il modello ad un'analisi non lineare tipo pushover, infine il terzo consiste nello studio dei risultati ottenuti dalla prova dinamica con particolare attenzione all'analisi degli spostamenti di interpiano.

La volontà di studiare il comportamento delle pareti sandwich, che sono una modalità costruttiva e strutturale completamente nuova e che sarà dettagliatamente descritta in seguito, è un primo ostacolo all'analisi del comportamento degli edifici. Non essendo infatti presenti in letteratura trattati sull'argomento mancano le basi di partenza per un'accurata analisi del problema.

Un primo passo per ovviare a tale disagio è quello di evidenziare le caratteristiche affini tra parete sandwich e parete in muratura associando una tipologia costruttiva all'altra.

Si ritiene infatti opportuno iniziare con uno studio del telaio equivalente su pareti in muratura per poi trasporre gli stessi concetti sulle strutture realizzate con pareti sandwich.

La realizzazione di una prova dinamica ha permesso di focalizzare l'attenzione sulle principali differenze, prepotentemente visibili, tra una struttura provata con carichi orizzontali ciclici (quindi una prova pseudo-statica) ed una provata con carichi orizzontali dinamici (input sismico).

Si è potuto, dunque, lavorare su più fronti: uno è stato quello "teorico" attraverso l'analisi con metodo a telaio equivalente, l'altro "pratico" attraverso le innumerevoli prove svolte in laboratorio. La parte di maggiore interesse è stata quella di confronto tra le due modalità operative, sottolineando similitudini e differenze.

### **1.3 ORGANIZZAZIONE DEL TESTO**

Il presente lavoro si tesi è suddiviso in 3 parti:

Una prima parte di background illustra quanto pervenuto dallo studio su pareti sandwich dalle analisi fatte negli anni. Il progetto SERIES infatti lavora assiduamente da molto tempo per realizzare prove sperimentali che determinino chiaramente le caratteristiche di questa nuova modalità costruttiva. Sono state testate pareti singole e ad H con prove statiche e pseudo-statiche di cui sono stati riportati i principali risultati. Il capitolo 2 è interamente dedicato alla descrizione del sistema costruttivo a pannelli sandwich.

Il capitolo 3 introdurrà direttamente il lettore nella prima parte che riguarda lo studio bibliografico sui metodi di analisi dei sistemi a parete per capire come sia possibile arrivare ad un'eventuale modellazione a telaio equivalente. Da qui poi, si giungerà al capitolo 4 che descrive le caratteristiche della casetta provata a Pavia nel dicembre del 2011 e prosegue poi al capitolo 5 che invece applica l'analisi suddetta al caso di studio, fino all'ottenimento che diagramma di pushover per i modelli.

La terza ed ultima parte del lavoro è stata realizzata dopo avere raccolto i dati recuperati durante lo svolgimento della prova dinamica. Il capitolo 6 si occuperà dell'interpretazione della prova con particolare attenzione all'analisi degli spostamenti di interpiano con l'ausilio dell'analisi time history.



## Capitolo 2

# IL SISTEMA COSTRUTTIVO

### 2.1 PANNELLO SINGOLO PORTANTE NIDYON

#### INTRODUZIONE

Il sistema costruttivo a pareti sandwich in c.c.a. realizzate mediante il pannello “NTSP” (Nidyon Pannello Singolo Portante) viene utilizzato per la realizzazione di edifici, anche in zone ad elevata sismicità, fino a 3 piani fuori terra.

Il sistema “NYSP” è basato sulla produzione e assemblaggio in opera di pannelli in EPS-RF (polistirene espanso sintetizzato autoestinguente) con armatura strutturale costituita da reti disposte su entrambe le facce.

Questi pannelli modulari sono composti da un singolo strato EPS, di spessore variabile tra 60 e 160 mm ( in funzione delle differenti esigenze di isolamento), il quale è inserito fra 2 reti elettrosaldate di acciaio. Le reti sono costituite da fili di acciaio zincato di diametro 2,5 mm e passo 5x5 cm, collegate fra loro utilizzando 47 connettori metallici per metro quadro con diametro 3,0 mm, anch’essi zincati.

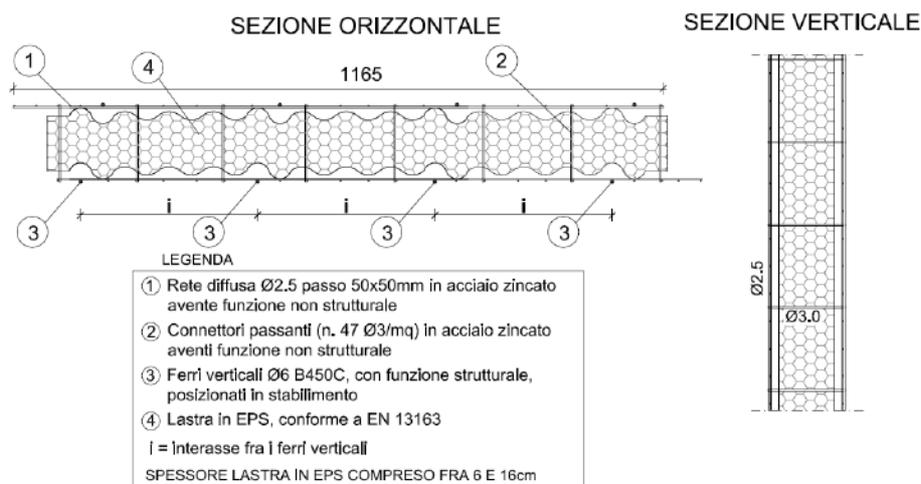


Figura 2.1: Pannello singolo portante

In opera i pannelli vengono posizionati l'uno adiacente all'altro, in accordo con il progetto, ottenendo così il supporto per la successiva realizzazione della parete sandwich.

Opportune armature aggiuntive vengono posizionate, parte in stabilimento e parte in opera, così come previsto dai particolari esecutivi e da eventuali esigenze derivanti dal calcolo strutturale.

Mediante l'applicazione di calcestruzzo a "spritzz beton", vengono realizzate due lastre di calcestruzzo su entrambi i lati dei pannelli, consentendo di ottenere pareti classificabili come "strutture a bassa percentuale di armatura" (ai sensi di DM 14/01/2008 ed Eurocodici).

L'oggetto così ottenuto è una parete sandwich costituita da due lastre in c.c.a. collegate da connettori metallici, con interposto materiale isolante.

## PARTICOLARI COSTRUTTIVI

Vengono di seguito illustrati i principali particolari costruttivi che si presentano comunemente nella realizzazione di edifici progettati mediante in sistema costruttivo "NYSP".

Tali particolari rappresentano essenzialmente i collegamenti che avvengono nelle intersezioni fra pareti (nodi a due, tre e quattro vie) e le connessioni fra pareti verticali e orizzontamenti.

I collegamenti sopra citati sono stati messi a punto in seguito ad appositi studi scientifici, validati da estese sperimentazioni, con l'obiettivo di ottenere un comportamento strutturale monolitico di tipo scatolare, particolarmente sotto l'effetto di azioni orizzontali di tipo sismico.

Come verrà esaurientemente descritto nelle sezioni successive, i collegamenti vengono realizzati mediante l'introduzione in opera di armature integrative. Pur risultando sufficiente a risolvere la maggioranza dei casi di normale impiego delle pareti, l'entità di tali armature dipende dalle luci e dalle sollecitazioni che interessano l'opera. Pertanto resta una prerogativa esclusiva del progettista strutturale quella di verificarne la congruità ed eventualmente di incrementarle se ritenuto necessario.

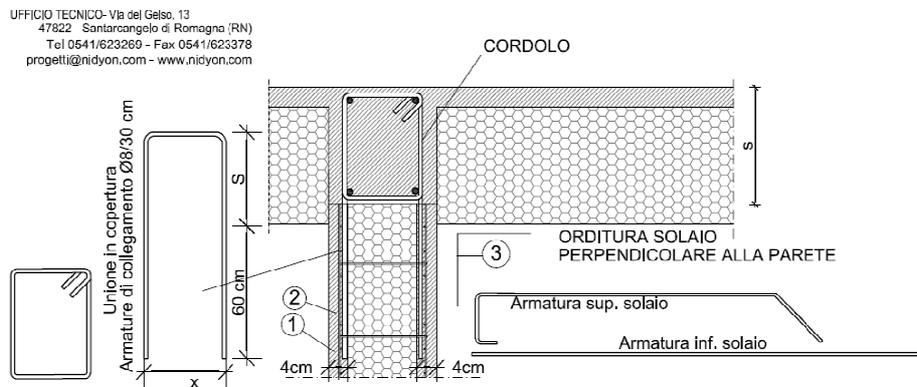


Figura 2.2: Giunto di collegamento tra una parete verticale ed un solaio di copertura

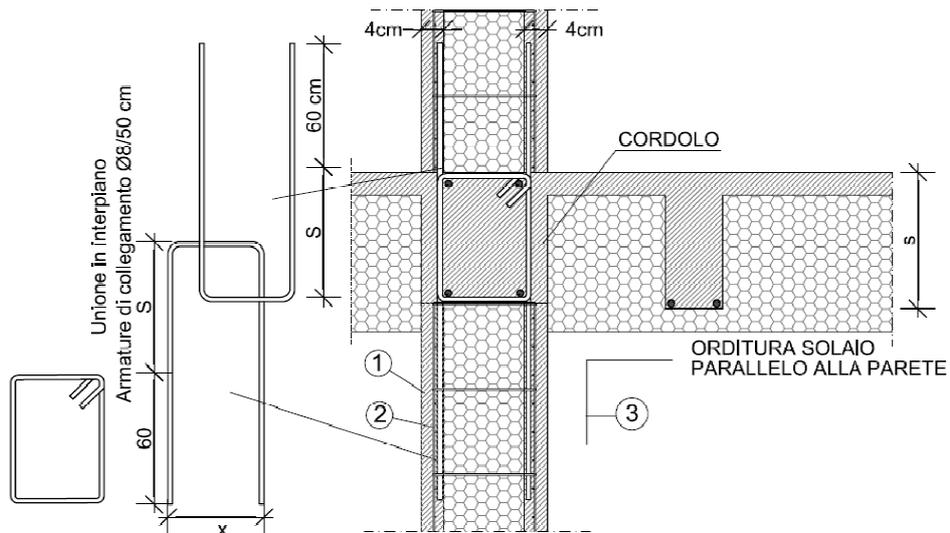


Figura 2.3: Giunto di collegamento tra una parete verticale ed un solaio di piano

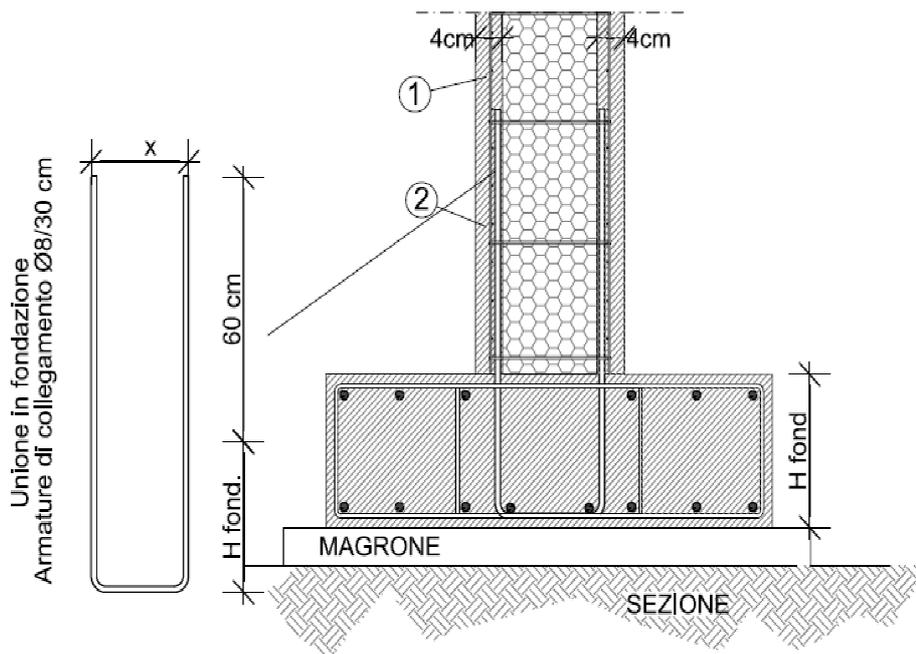


Figura 2.4: Giunto di collegamento tra una parete verticale e la fondazione

#### LEGENDA:

- |   |  |
|---|--|
| ① | CALCESTRUZZO (spessore medio 4 cm)   |
| ② | ARMATURE DI COLLEGAMENTO   |
| ③ | "Retina portaintonaco" (da applicare nella fase di finitura)                 |
| x | LARGHEZZA ESTERNA ARMATURA DI COLLEGAM.<br>(x= spessore lastra in EPS + 2cm) |
| s | SPESSORE SOLAIO AL GREZZO  |

## LA RICERCA SCIENTIFICA

Nidyon Costruzioni, sin dalle sue origini, investe costantemente in ricerca avvalendosi della consulenza di diverse università ed enti di ricerca sia italiani che stranieri.

Le prime attività di ricerca finanziate da Nidyon Costruzioni (condotte fra la fine degli anni '90 ed i primi anni del 2000) hanno avuto come oggetto lo studio delle caratteristiche "statiche" della tecnologia "NYSP" e hanno comportato, oltre allo studio teorico del comportamento di tale sistema, lo sviluppo di una numerosa serie di prove realizzate presso il Dipartimento DISTART dell'Università di Bologna.

A partire dall'anno 2004 (a seguito della pubblicazione dell'Ordinanza PCM 3274) è stata poi intrapresa un'ampia campagna di studio teorico (attraverso specifica convenzione con il Dipartimento DISTART dell'Università di Bologna) e sperimentale (attraverso specifiche convenzioni con l'Eucentre di Pavia) atta a studiare le proprietà del sistema "NYSP" nei confronti di azioni di tipo "sismico" (ciclico-dinamico). Tale campagna di studio si è svolta in un arco temporale di ben 4 anni (dal 2004 al 2008) e ha fornito risultati di assoluta rilevanza (il sistema mostra di avere elevatissime capacità sia in termini di resistenza che di duttilità).

## PRESTAZIONI STRUTTURALI

Le Norme Tecniche per le Costruzioni (DM 14/01/2008) prevedono i seguenti livelli prestazionali:

Classificazione degli eventi sismici	Probabilità di occorrenza
Frequente	81% in $V_R$
Occasionale	63% in $V_R$
Raro	10% in $V_R$
Rarissimo	5% in $V_R$

Figura 2.5: Livelli prestazionali previsti dalla normativa

Per quanto riguarda le prestazioni nei confronti delle azioni sismiche, è importante osservare che, date le peculiarità del Sistema Costruttivo NIDYON, gli edifici da noi usualmente realizzati risultano immediatamente utilizzabili anche dopo il verificarsi di un evento sismico definito “raro”, in quanto progettati per non subire nessun danno strutturale (stato limite SLO definito ai sensi del DM 14/01/2008). Tale concetto viene evidenziato nella figura 2.6:

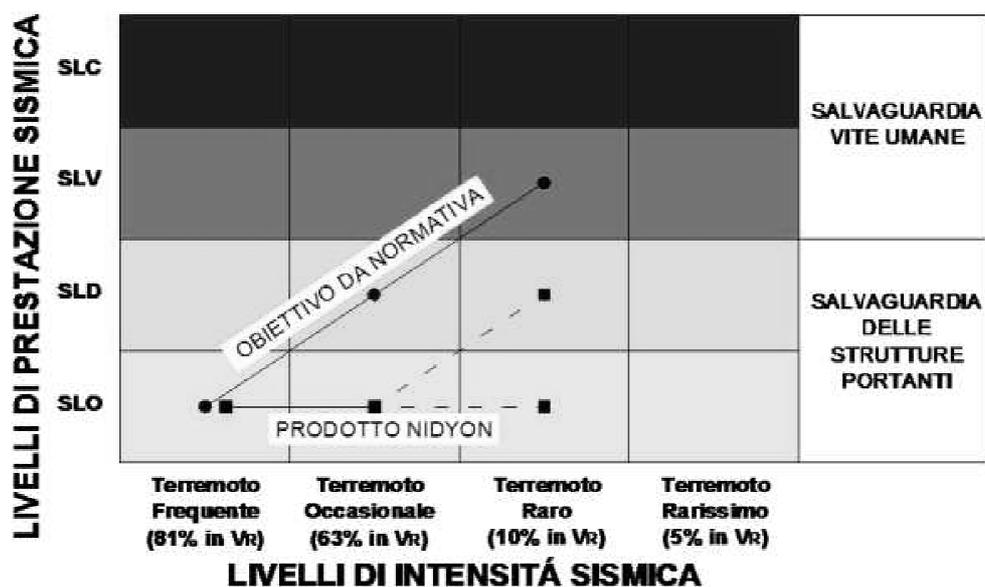


Figura 2.6: Livelli prestazionali nei confronti dell'attività sismica

Rileviamo che ancora oggi per le moderne abitazioni la progettazione si limita a garantire il livello prestazionale definito in figura come “Obiettivo da Normativa”, che prevede la salvaguardia delle vite umane dopo il verificarsi di un evento sismico definito “raro”, permettendo però danni anche strutturali agli edifici, i quali dovranno essere riparati per essere resi nuovamente abitabili (stato limite SLV definito ai sensi del DM 14/01/2008).

I recenti eventi sismici accaduti all’Aquila hanno messo in evidenza come la società attuale si attenda dalle costruzioni prestazioni molto elevate (“livelli prestazionali” compresi tra il Fully Operational e l’Operational) anche a seguito di eventi sismici di estrema violenza. Appare quindi piuttosto chiaro come i pur elevatissimi standard di sicurezza richiesti dalle norme internazionali (su cui anche l’Italia è andata ad allinearsi con l’entrata in vigore del D.M. 14/01/2008) non riescano a soddisfare appieno le aspettative dell’uomo comune.

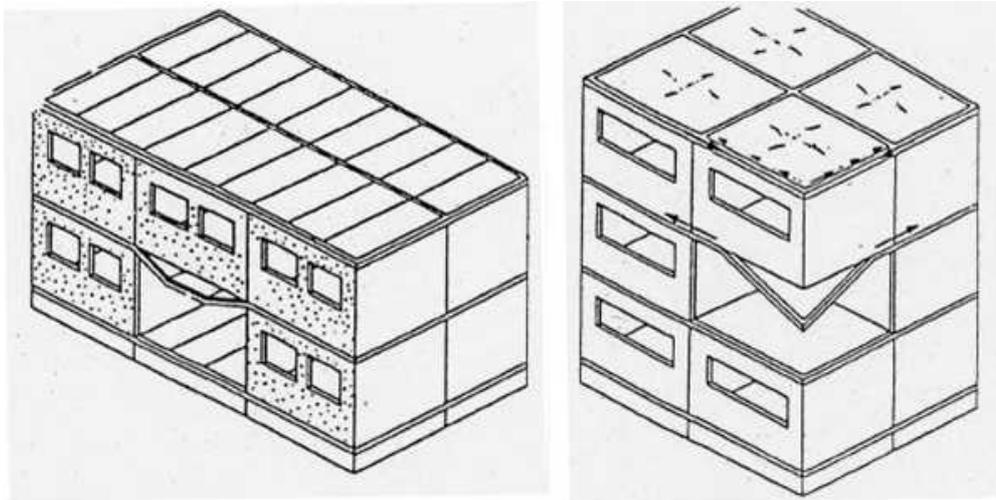
Il Sistema Costruttivo NIDYON consente di realizzare strutture a comportamento scatolare che garantiscono un’ottimale resistenza nei confronti delle azioni orizzontali.

Il Sistema Costruttivo NIDYON (per sua intrinseca natura) consente di ottenere **prestazioni sismiche ben superiori ai requisiti prestazionali minimi prescritti dalle principali normative internazionali e consente dunque di riuscire a soddisfare, a costi contenuti, le prestazioni attese dalla società.**

## PRESTAZIONI NEI CONFRONTI DI AZIONI ECCEZIONALI

Le strutture Nidyon sono studiate per far fronte senza crolli anche ad eventi eccezionali quali esplosioni dovute a fughe di gas o simili calamità (di cui al DM 2008, § 3.6.2). Le strutture sono dotate di una sufficiente “robustezza”

per mantenere le capacità di resistenza ai carichi verticali anche in assenza di uno o più pareti portanti, così come illustrato nella figura 2.7:



*Figura 2.7: Comportamento strutturale in assenza di una parete*

### ***Prestazioni termo-igrometriche***

Studi analitici e sperimentali sono stati effettuati per valutare le proprietà isolanti delle pareti coibentate realizzate con il Pannello Nidyon Singolo Portante, permettendo di ottenere specifiche certificazioni rilasciate dall'Università di Bologna riguardanti:

- le trasmittanze termiche,
- l'assenza di problemi di condensa superficiale,
- l'assenza di problemi di condensa interstiziale.

### ***Prestazioni acustiche***

L'isolamento acustico di facciata, misurato in opera su pareti Nidyon NYSP14 è pari a 41 dB.

E' possibile intervenire con idonei contro placcaggi, se è necessario migliorare le prescrizioni acustiche della parete.

Cliente: NIDYON COSTRUZIONI S.R.L.

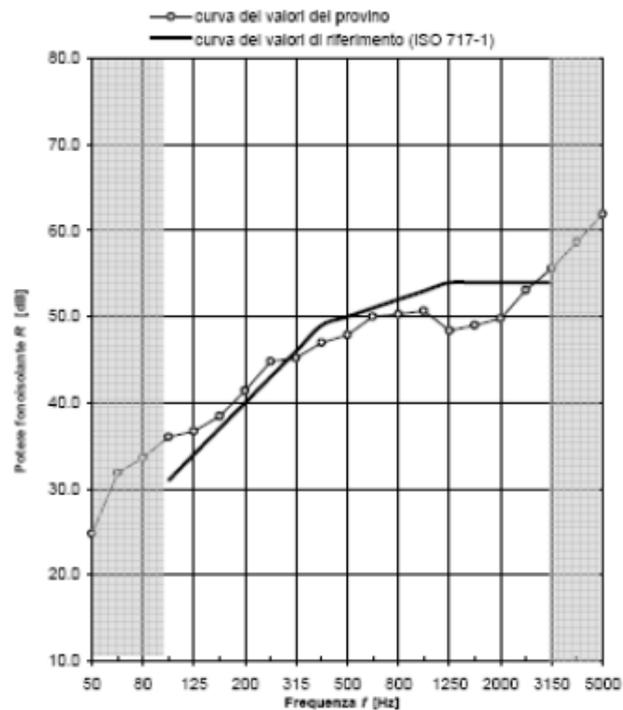
Data della prova: 25/07/2007

Identificazione dell'ambiente di prova:

Partizione di separazione verticale realizzata con pannelli tipo NYP510, con controplaccaggio sul lato sorgente e ricevente in pannelli tipo "GesLegno"

Area S della partizione in prova:	10.8 m <sup>2</sup>
Volume dell'ambiente emittente:	56.0 m <sup>3</sup>
Volume dell'ambiente ricevente:	62.7 m <sup>3</sup>

Frequenza <i>f</i> [Hz]	<i>R</i> [dB] 1/3 ottava
50	24.8
63	31.8
80	33.6
100	38.0
125	38.7
160	38.4
200	41.4
250	44.8
315	45.2
400	47.0
500	47.9
630	50.0
800	50.3
1000	50.7
1250	48.4
1600	49.0
2000	49.8
2500	53.1
3150	55.6
4000	58.7
5000	61.9



Valutazione secondo la UNI EN ISO 717-1:

$R_w(C_1; C_2) = 50 \quad ( -1 \quad ; \quad -3 \quad ) \quad \text{dB}$

Figura 2.8: prestazioni acustiche

## Materiali

Il polistirene espanso (EPS) utilizzato come materiale isolante è del tipo “autoestinguente”, dotato di marcatura CE in conformità alla EN 13163. Il polistirene espanso (EPS) utilizzato come materiale isolante è dotato di “Certificato di eco-compatibilità e di lunga durata”, ottenuto sulla base di studi effettuati da Organi accreditati a livello nazionale.

### ***Pannello singolo portante NYSP16 Clima 29***

Per la realizzazione di setti portanti in c.c. debolmente armato da completare in opera con cm 4 di betoncino (C 25/30,  $\Phi$  max 4-5 mm) per parte costituiti da:

- una lastra di EPS-RF (polistirene espanso autoestinguento) dens. 15Kg/m<sup>3</sup> sagomata con profilo "onda alta" a passo 40mm, spessore medio 160 mm;
- due reti elettrosaldate zincate esterne con diametro del tondino 2,5 mm e passo 50x50 mm comprendente l'aletta di sormonto laterale;
- N° 8 connettori distanziatori per ogni passo orizzontale di 150mm dello stesso filo zincato da 3 mm; con spessore finito max. cm 24.

### ***Posa in opera di pannello Nidyon tipo NYSP16 Clima 29***

Assemblaggio in opera di pannelli per pareti portanti perimetrali con spessore strutturale finito di cm 24, comprensivo di allineamento, messa a piombo, delle opere necessarie per la continuità dei nodi e riquadratura delle aperture, puntellature, disarmo e qualsiasi altro onere per dare l'opera al finito. (tempistica di riferimento 30min/mq)

## **2.2 IL SISTEMA COSTRUTTIVO**

Il sistema costruttivo in esame si basa sulla produzione e l'impiego di *pannelli modulari in polistirene, prefabbricati e pre-armati*, nel seguito indicati semplicemente come pannelli modulari, che fungono da supporto per il successivo getto di calcestruzzo strutturale.

Questi *pannelli modulari* hanno una larghezza di 1120 mm e un'altezza variabile uguale all'altezza di interpiano. Essi sono costituiti da un singolo

strato di polistirene espanso sinterizzato (EPS), sagomato con un profilo ad onda nella direzione orizzontale, di spessore variabile tra i 60÷160 mm che è inserito tra due reti elettrosaldate. Le reti elettrosaldate sono ottenute a partire da fili lisci, tipicamente realizzati utilizzando acciaio zincato con basso contenuto di carbonio e tensione di rottura di  $f_{tk}=700$  MPa, classificato come “C7D”, caratterizzati da un diametro di 2.5 mm e una maglia di 5x5 cm. Le due reti elettrosaldate sono collegate con connettori metallici di diametro pari a 3 mm disposti in quantità di 47 al m<sup>2</sup> che vengono inseriti all’interno dello strato in polistirene e adeguatamente saldati alle reti in fase di produzione.

In cantiere i pannelli modulari sono posizionati uno affianco all’altro in accordo con il progetto architettonico, in modo da ottenere la cosiddetta parete di supporto delle dimensioni desiderate che costituirà, appunto, il supporto per la realizzazione della parete in c.a..

I pannelli modulari sono caratterizzati da un particolare design, le reti infatti si sovrappongono per circa 100 mm alle estremità al fine di garantire, ad assemblaggio terminato, la continuità delle armature orizzontali.

Un adeguato numero di armature integrative (tipicamente 1+1 $\Phi$ 12 e barre ad U  $\Phi$ 8/50 realizzate con acciaio di tipo B450C) viene previsto per fornire una maggiore resistenza, specie nelle zone in cui l’azione sismica provoca alti livelli di sollecitazioni.

Una volta che le pareti di supporto sono state completate, due strati di calcestruzzo, ciascuno di spessore mediamente pari a circa 40 mm, vengono proiettati su ciascun lato in modo da ottenere la parete tozza in c.a. gettata in opera realizzata con la tecnologia del pannello di supporto in polistirene (nel seguito indicata semplicemente come parete sandwich o parete).

Gli strati di calcestruzzo vengono applicati in due fasi distinte: su ogni lato della parete di supporto, viene proiettato un primo strato di spessore pari a circa 20 mm, fino al raggiungimento di un parziale ricoprimento delle reti elettrosaldate e, una volta raggiunto il primo indurimento dello strato precedentemente applicato, un ulteriore strato fino al raggiungimento dello spessore complessivo desiderato.

Infine, le pareti vengono completate con apposita rasatura e la (eventuale) tinteggiatura.

Il calcestruzzo tipicamente impiegato è caratterizzato da una resistenza a compressione (resistenza cubica,  $R_{ck}$ , in accordo con le prescrizioni previste dagli Eurocodici) pari ad almeno 30MPa (frattile 5%), da uno slump di categoria S5, da inerti di diametro massimo pari a circa 3 mm.

La quantità di armatura fornita dalle reti elettrosaldate  $\Phi 2.5/5$  cm x 5 cm, assieme allo spessore complessivo dei due strati di calcestruzzo che costituiscono la parete finale in c.a. (4+4 cm), conducono ad una percentuale di armatura pari a 0.00245% (senza considerare le barre aggiuntive).

I due strati in c.a. sono connessi tra loro attraverso connettori di diametro pari a 3 mm saldati alle reti elettrosaldate, in stabilimento, in fase di produzione di ciascun pannello modulare. Ciò consente di considerare collaboranti i due strati in c.a. e quindi di considerare la parete sandwich monolitica.

Questo tipo di struttura viene denominata *parete tozza in cemento armato gettata in opera realizzate con la tecnologia del pannello di supporto in polistirene* ma sarà da qui in poi sinteticamente indicata come *parete sandwich* o semplicemente come *parete*.

## Capitolo 3

# METODOLOGIE DI ANALISI DEI SISTEMI A PARETE

### 3.1 PREMESSA

Come già accennato nell'introduzione, si vuole presentare una carrellata di quello che è stato lo sviluppo nell'analisi del telaio equivalente dagli albori della sua elaborazione fino ai metodi più moderni.

Nel seguente capitolo verranno analizzati gli aspetti e le caratteristiche principali dei metodi di analisi delle strutture in muratura.

Inizialmente ci si concentrerà su quella che è la base di riferimento di tutti i metodi di analisi che successivamente si sono sviluppati, cioè il metodo **POR**, che, con i suoi pregi e benché le numerose critiche ricevute, rimane il primo modello di riferimento.

Successivamente si andranno ad analizzare nel dettaglio i cosiddetti **modelli a macroelementi**, che hanno il grande pregio di consentire analisi dinamiche con un onere computazionale relativamente ridotto. Di fatto, le grandezze cinematiche e statiche utilizzate per la formulazione dell'elemento consistono in spostamenti e rotazioni nodali e in azioni risultanti  $M$ ,  $T$ ,  $N$ , che quindi richiamano i modelli monodimensionali. Tuttavia, l'introduzione di gradi di libertà interni all'elemento e di opportune considerazioni sui cinematismi di ribaltamento o "rocking" e di taglio-scorrimento conferiscono un carattere di

“bidimensionalità” all’elemento, che sembra quindi riprodurre in modo efficace e sintetico le caratteristiche più importanti della risposta non lineare dei pannelli murari. Attualmente il limite del metodo consiste nella necessità di una calibrazione a posteriori dei parametri del legame costitutivo per ottenere risultati confrontabili con la sperimentazione o con metodi di analisi più raffinati. Ciononostante, la capacità di riprodurre la risposta ciclica (e quindi i fenomeni di dissipazione per isteresi dell’energia ad essa associati) rende il metodo uno strumento utile e versatile sia nella ricerca che nelle applicazioni pratiche.

Partendo dal metodo PEFV (Parete ad Elementi Finiti a geometria Variabile), incentrato su un approccio agli elementi finiti all’interno dei macroelementi stessi, si continuerà con il metodo SAM (Simplified Analysis Method) un approccio che mira a contenere il numero dei gradi di libertà del problema e a semplificare il processo di preparazione dei dati di ingresso e di lettura ed interpretazione dei risultati, in modo da consentire l’analisi di interi edifici.

Nello sviluppo del metodo sono stati presi in considerazione alcuni requisiti ritenuti irrinunciabili per un modello di calcolo non lineare, ancorché semplificato, a fronte delle ricerche sperimentali e numeriche finora svolte. Tali requisiti vengono qui elencati:

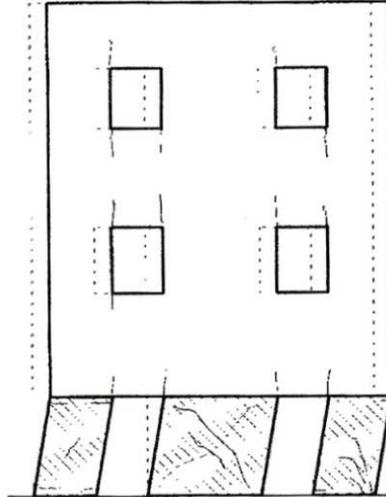
- Il modello deve prevedere tutti i principali meccanismi di rottura degli elementi strutturali, sia in muratura che di altra natura (es. cordoli in c.a.). Ad ogni meccanismo di rottura deve essere associato un opportuno criterio di resistenza sufficientemente approssimato.
- Gli equilibri locali e globali devono essere rispettati. Questo requisito, assieme al precedente, ha lo scopo di ridurre al minimo la possibilità di ottenere soluzioni grossolanamente errate in termini di resistenza ultima della struttura.
- Deve essere raggiunto un giusto compromesso fra il livello di dettaglio e la semplicità d’uso e di lettura ed interpretazione ingegneristica dei risultati.
- Deve esserci la possibilità di definire in modo abbastanza agevole delle soglie significative di danneggiamento degli elementi (basate ad esempio su misure di deformazione). Questo requisito prevede l’applicazione del metodo nell’ambito dei più moderni approcci di verifica basati sugli stati limite prestazionali (performance-based assessment).

Si proseguirà con il metodo 3MURI, che insieme al metodo SAM si avvale della modellazione a telaio equivalente.

### **3.2 MODELLI BASATI SULL'ANALISI DEL SINGOLO PIANO**

In una parete in muratura, nell'ipotesi che le fasce di piano siano più rigide e resistenti dei maschi sottostanti, i maschi murari tendono ad assumere un comportamento shear-type piano per piano; nel caso opposto di fasce più deboli, invece, i maschi tendono a comportarsi come una serie di mensole estese sull'intera altezza della parete, con modesto vincolo flessionale da parte delle fasce.

È evidente quindi che la resistenza delle pareti alle forze orizzontali, a parità di dimensioni, carichi verticali e caratteristiche dei maschi, è assai più elevata nel primo tipo di comportamento che nel secondo. Di conseguenza, in numerosi metodi di calcolo, primo fra cui il POR, l'edificio è modellato come un insieme di pareti collegate fra loro da un solaio infinitamente rigido e con fasce di piano infinitamente rigide e resistenti che delimitano i maschi murari. Questi metodi di calcolo sono quelli basati sul concetto di meccanismo di piano, che partono dal presupposto che per una parete in muratura il meccanismo di collasso più probabile sia quello di rottura per taglio dei maschi di un certo piano, detto piano critico (un esempio in Figura 3.1). Pertanto, si esegue un'analisi non lineare taglio-spostamento separatamente per ogni piano individuando quello più debole. Questa ipotesi, pur escludendo a priori altri meccanismi di rottura globali, può essere giudicata attendibile per una certa classe di edifici e ha comunque il grande pregio di rendere minimo l'onere computazionale del metodo.



*Figura 3.1: Esempio di meccanismo di piano debole:  
maschi del primo piano che collassano per taglio*

L'ipotesi di solaio infinitamente rigido e fasce di piano infinitamente rigide e resistenti permette il disaccoppiamento dei piani, per cui è possibile fare l'analisi piano per piano assegnando le forze sismiche (intese come statiche) alle pareti in base alla loro rigidezza e alla posizione del centro di massa.

A questa classe di metodi di calcolo appartiene il POR, che costituisce il modello di riferimento per l'analisi delle murature nel nostro paese.

Si propone quindi la trattazione di tale metodo come rappresentativo di tutti i modelli semplificati con analisi piano per piano.

### **3.2.1 METODO POR**

Il metodo POR, già dalla fine degli anni Settanta, è stato considerato dalle normative italiane come possibile approccio allo studio delle costruzioni in muratura. Ideato ed elaborato dal ricercatore sloveno Tomazevic [1] nel 1978, la sua implementazione risulta di facile applicabilità anche in campo pratico, il che gli ha conferito la popolarità di cui tuttora gode tra i progettisti del settore.

Questo metodo, tuttavia, dalla data della sua ideazione è stato oggetto di continue migliorie, sia da parte dell'autore stesso che di altri ricercatori.

E' appena il caso di ricordare, a titolo esemplificativo i limiti principali, nella sua versione originale che consistevano:

a) nel considerare i maschi murari come unica sede di deformazioni e di rotture, senza valutare l'eventualità della rottura di altri elementi quali le fasce;

b) nell'ipotizzare un solo possibile meccanismo di rottura dei maschi murari (rottura per taglio con fessurazione diagonale), trascurando le rotture per ribaltamento o per scorrimento.

Successive proposte di miglioramento del metodo (Dolce, 1989 [2], Tomaževic e Weiss, 1990[3]) hanno ovviato all'inconveniente b) in maniera piuttosto agevole introducendo opportuni criteri di rottura aggiuntivi. Tuttavia non è stato possibile ovviare in modo soddisfacente al limite a), come conseguenza di un altro fondamentale limite del metodo, relativo al modello strutturale d'insieme.

Detto ciò, si passerà alla descrizione vera e propria del metodo.

Nel POR, una parete sottoposta ad un'azione orizzontale è vista composta da maschi reagenti in parallelo (vedi Figura); questi sono ipotizzati come travi con vincolo incastro-incastro scorrevole, con rigidità di tipo trave deformabile a flessione e a taglio.

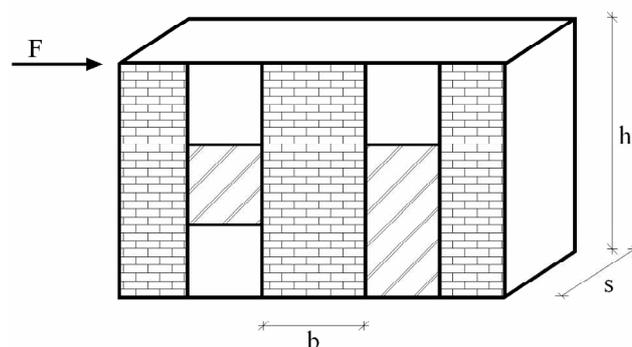


Figura 3.2: Parete sottoposta ad azione orizzontale

Si determina lo spostamento in sommità componendo la deformazione flessionale e tagliante; esso è dato da:

$$d = d_M + d_T = \frac{V h^3}{n E J} + \frac{\chi V h}{G A} \quad \chi = 1,2 \quad 3 \leq n \leq 12$$

dove:

$d_M$ : spostamento dovuto alla flessione,

$d_T$ : spostamento dovuto al taglio,

$\chi$ : fattore di taglio.

Ponendo  $d = 1$  si ottiene il valore della rigidezza alla traslazione:

$$k = \frac{1}{\frac{h^3}{n E J} + \frac{1,2 h}{G A}}$$

La rigidezza elastica alla traslazione è uno dei parametri necessari per la definizione del comportamento strutturale del maschio murario. Si assume, infatti una legge costitutiva elastica perfettamente plastica, che è rappresentata dal diagramma Forza-Spostamento rappresentato in figura 3.3, per la definizione del quale occorrono i seguenti tre parametri:

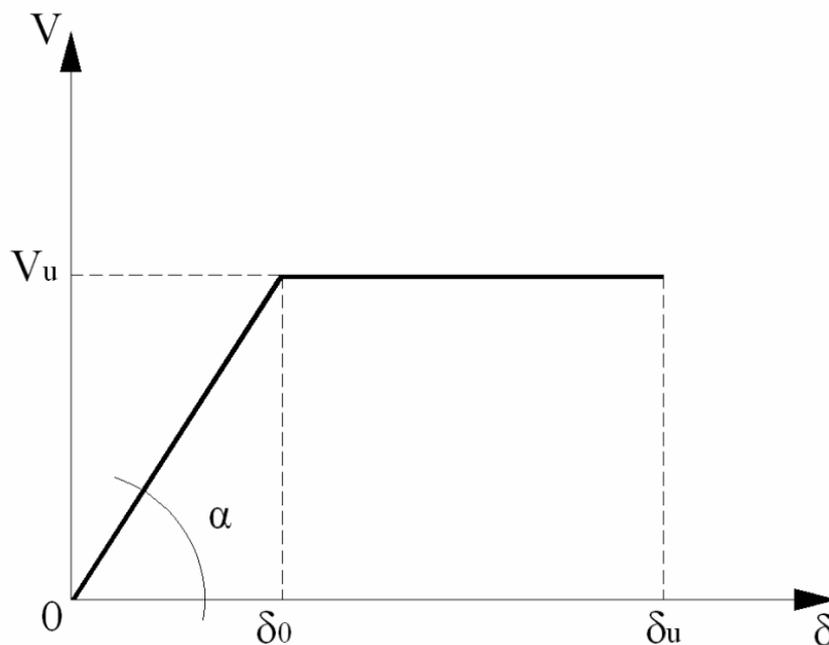


Figura 3.3: legge costitutiva elastica perfettamente plastica

- la rigidezza elastica  $k$ , che fornisce la pendenza del tratto inclinato del diagramma (campo elastico);
- la forza ultima  $V_u$ , che rappresenta la resistenza a taglio del maschio espressa in funzione della tensione tangenziale caratteristica della muratura e della tensione normale (cioè del carico verticale applicato);
- la duttilità  $\mu$ , pari al rapporto tra lo spostamento ultimo e lo spostamento al limite elastico.

Noti quindi la geometria del maschio murario, la tipologia della muratura e il carico verticale, il diagramma Forza-Spostamento risulta completamente definito.

Il comportamento strutturale di una parete, costituita da più maschi in parallelo, viene definito a partire da quello dei singoli maschi.

Sotto l'azione di una forza orizzontale agente globalmente, la parete presenta uno spostamento comune a tutti i maschi; ognuno reagisce con una forza dipendente dalla propria rigidezza alla traslazione. Pertanto il diagramma Forza-Spostamento della parete si ottiene sommando i contributi resistenti di ciascun maschio (Figura 3.4).

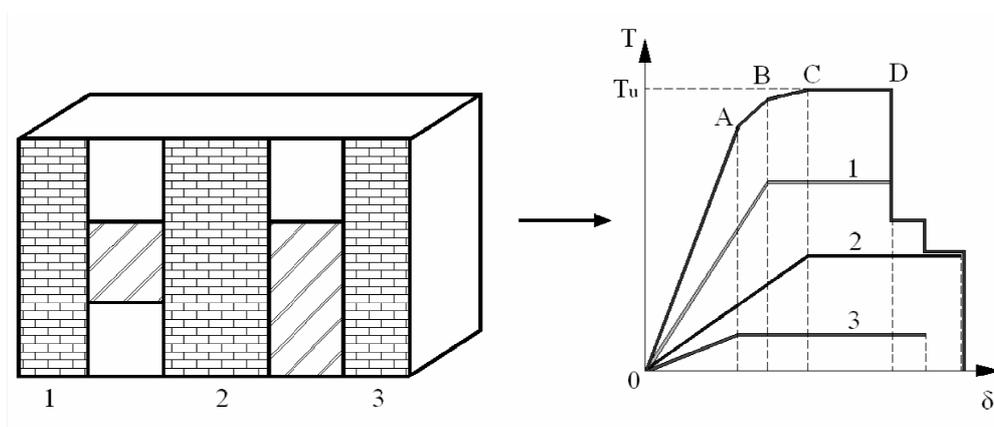


Figura 3.4: diagramma Forza-Spostamento della parete

Per il primo tratto, corrispondente alla retta AO, la rigidezza del sistema è la somma delle rigidezze di ciascun maschio (1, 2, 3). Successivamente il maschio 3 presenta rigidezza nulla e quindi per il tratto AB la rigidezza del sistema è pari alla somma delle rigidezze dei maschi 1 e 2. Nel tratto BC si annulla anche la rigidezza del maschio 1 e in CD il diagramma assume un

andamento costante, fino al punto in cui la resistenza complessiva registra un brusco crollo. Quest'ultimo, causato dalla definitiva rottura del primo maschio, sarà seguito da altri due crolli (corrispondenti alla rottura degli altri due maschi) e in seguito dalla totale caduta di resistenza.

Grazie al diagramma globale Forza-Spostamento è possibile, noto il valore della forza orizzontale, ricavare il corrispondente spostamento della parete, mentre i vari contributi resistenti dei maschi murari vengono letti sui rispettivi diagrammi.

Il diagramma OABCD descrive completamente il comportamento non lineare della parete muraria e risulta evidente come, soltanto considerando per ogni maschio murario la fase plastica, è possibile stimare correttamente forze e spostamenti sotto azioni orizzontali.

La curva potrebbe essere agevolmente costruita considerando non solo una parete, ma tutte le pareti che costituiscono l'organismo murario resistente del piano considerato.

Semplicemente sommando i contributi di tutti maschi murari di tutte le pareti, si giunge immediatamente alla curva di capacità complessiva.

Questa procedura però è lecita solo se il centro delle rigidezze coincide con il baricentro (centro delle masse): infatti, viene considerata una traslazione orizzontale di tutti i maschi murari senza effetti torsionali.

D'altra parte la sollecitazione, per sua natura, è applicata nel centro delle masse e produce non solo una traslazione ma anche una rotazione intorno al centro delle rigidezze.

Nei passi che si susseguono durante il procedimento, finché gli spostamenti di ognuna delle pareti resistenti si trovano in campo elastico, il diagramma complessivo è costituito da una retta che parte dall'origine ed ha pendenza pari alla rigidezza complessiva. Successivamente, via via che alcune pareti escono dalla fase elastica ed entrano in quella plastica, il diagramma complessivo si appiattisce, fino a mostrare cadute in corrispondenza della crisi finale di alcune pareti.

Non sempre la crisi di alcune pareti segna la fine del procedimento; in altri termini non è detto che lo Stato Limite Ultimo si verifichi in corrispondenza del primo collasso. Infatti può darsi che, incrementando ancora gli spostamenti di piano, pur essendo venuto a mancare il contributo di resistenza

da parte dei maschi collassati, globalmente la forza reattiva continui a crescere.

Ad un certo passo, tuttavia, si giungerà sicuramente al termine del procedimento: la forza reattiva cade bruscamente in corrispondenza del collasso dei principali maschi, magari dopo un tratto di stazionarietà (corrispondente ad esempio a tutti i maschi in fase plastica).

Si comprende come il diagramma H-d (taglio-spostamento) così determinato caratterizzi il comportamento del piano dell'edificio nella direzione di verifica esaminata. Esso può essere visto come la somma dei contributi dei diagrammi H-d delle singole pareti.

Nella Figura 3.5 vengono riportate le caratteristiche descritte nel diagramma H-d.

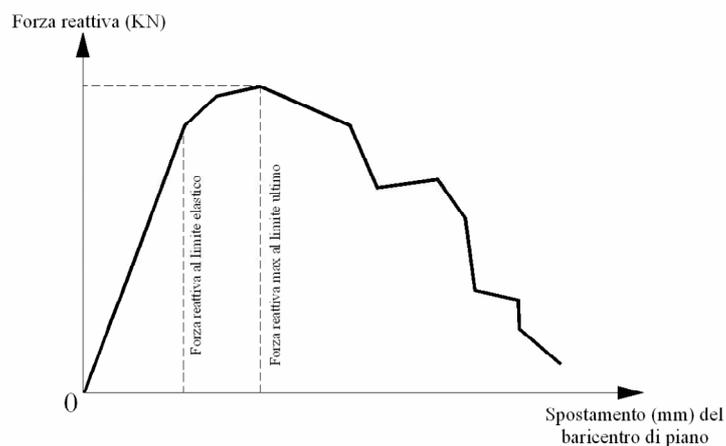


Figura 3.5: Diagramma H-d (taglio-spostamento)

In conclusione, il POR è basato sulla definizione di un legame costitutivo taglio-spostamento del singolo maschio murario, con un ramo elastico definito da una rigidezza in cui si tiene conto sia della componente flessionale che tagliante. Si considera, inoltre, un ramo plastico limitato, con una duttilità che varia da 1,5 a 2 a seconda della tipologia strutturale. La resistenza invece è misurata sulla base del meccanismo di rottura a taglio diagonale.

Questo metodo consente inizialmente (campo elastico) una ripartizione dell'azione tagliante tra elementi di diversa rigidezza; il comportamento

plastico consente successivamente di definire rigidzze apparenti (secanti), dipendenti dallo spostamento inelastico raggiunto. La ripartizione è quindi possibile anche in campo plastico e la verifica viene eseguita per mezzo di un metodo al passo che si arresta quando si raggiunge la deformazione ultima dell'elemento meno deformabile.

Tutto ciò è valido sia nel piano che nello spazio.

Tuttavia il metodo POR ha un campo di applicazione limitato, al di fuori del quale risulta poco sicuro; infatti si ottiene, specialmente per edifici con tre o più piani, una sovrastima della resistenza, essenzialmente per il fatto che non si tiene conto della snellezza che determina meccanismi di collasso differenti dalla rottura per taglio diagonale.

Questo metodo, d'altronde, è stato, e tutt'ora è, sottoposto a notevoli critiche per le assunzioni troppo semplicistiche sia rispetto al modello sia rispetto al criterio di resistenza.

In parte queste critiche sono già state riferite quando si è parlato del criterio di resistenza di Turnsek e Cacovic, il quale non tiene sufficientemente conto dei fenomeni complessi che avvengono in un pannello murario inserito in un edificio. Altre critiche riguardano l'ipotesi di infinita resistenza delle fasce di piano che potrebbe condurre ad una sovrastima della resistenza ultima dell'intera struttura.

Anche l'ipotesi di infinita rigidzza del solaio va considerata con attenzione; non è infrequente trovare, negli edifici antichi, murature di notevole spessore che possano sviluppare una rigidzza superiore a quella del solaio, rendendo quindi poco plausibili una delle assunzioni fondamentali della procedura.

Una ulteriore critica che si deve fare riguarda l'ipotesi che la rottura nei maschi murari avvenga solo per taglio trascurando il fatto che questa possa avvenire anche per pressoflessione. Si aggiunge a questo che fondamentale per l'uso del criterio è la conoscenza della tensione caratteristica di taglio; nel caso delle murature antiche è praticamente impossibile determinarlo.

La procedura di calcolo del metodo POR, tuttavia, nonostante le critiche, possiede una sua validità storica (essendo il primo metodo di calcolo semplice che tiene conto della fase post-elastica) e pratica. Alcune sue assunzioni, come la plasticità delle murature e il metodo per tenerne conto sono

sicuramente interessanti e valide e possono dare informazioni riguardo ai meccanismi locali o zone deboli della struttura.

Perché ciò avvenga, il metodo deve essere usato con estrema correttezza, verificando che ci si avvicini il più possibile alle ipotesi di calcolo (soffitto infinitamente rigido, fasce di piano infinitamente rigide e resistenti).

### **3.3 METODO A MACROELEMENTI**

Quando l'ipotesi che le fasce di piano siano molto più rigide e resistenti dei maschi non risulta giustificata, un'alternativa all'analisi separata piano per piano è rappresentata dai modelli a macroelementi, nei quali le pareti vengono modellate mediante Elementi Finiti bidimensionali o assimilate a telai equivalenti in cui elementi deformabili (maschi murari e fasce di piano) collegano tra loro i nodi (porzioni di muratura in cui non si riscontra generalmente danneggiamento), generalmente considerati rigidi. Questi macroelementi sintetizzano danneggiamenti, rottura, scorrimenti e rotazioni in zone precostituite sulla base di assunzioni meccaniche ed implementazione di legami non lineari più o meno sofisticati.

Nei riguardi delle azioni orizzontali, la modellazione a telaio equivalente trascura il contributo resistente delle pareti in direzione ortogonale al proprio piano, ipotesi largamente accettata data la notevole flessibilità dei maschi murari in questo piano e la natura locale del meccanismo di collasso. Generalmente questi modelli consentono analisi non lineari incrementali a collasso di singole pareti ed ultimamente, anche di interi edifici tridimensionali con orizzontamenti rigidi.

In questo paragrafo verranno trattati in dettaglio i modelli ideati da: D'Asdia e Viskovic (1994); Gambarotta e Lagomarsino (1996); Magenes e Della Fontana (1998).

### **3.3.1 METODO PEFV**

Il modello di tipo bidimensionale qui di seguito proposto (D'Asdia e Viskovic, 1994) utilizza tecniche che modificano la geometria degli elementi, al fine di eliminare le zone in trazione.

Il seguente approccio, basato sull'uso di elementi finiti di forma variabile (all'interno dei macroelementi stessi), essendo finalizzato specificamente all'analisi delle pareti multipiano, consente notevoli riduzioni di sforzo di calcolo e di tempo necessario alla preparazione dei dati e all'interpretazione dei risultati, mentre conserva il vantaggio, tipico dei metodi di calcolo agli elementi finiti, di non introdurre alcuna ipotesi circa le rigidità relative e le resistenze degli elementi costituenti la parete: pannelli verticali (maschi) e pannelli orizzontali (di fascia).

Sulla base di tale modello è stato realizzato un programma di calcolo automatico denominato PEFV (Parete ad Elementi Finiti a geometria Variabile). La procedura di quest'ultimo è non lineare e segue, all'incrementarsi del carico, l'evoluzione della forma della parete resistente della muratura.

La discretizzazione dei pannelli murari avviene attraverso un numero limitato di semplici elementi finiti triangolari a deformazione costante come mostrato in Figura 3.7 per un pannello, in Figura 3.8 per un elemento di nodo fra i pannelli verticali e di fascia e in Figura 3.9 per una intera parete.

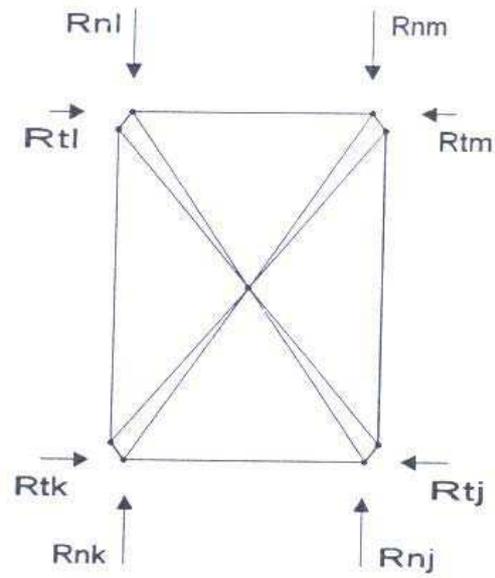


Figura 3.7: Discretizzazione di un pannello murario (maschio o fascia)

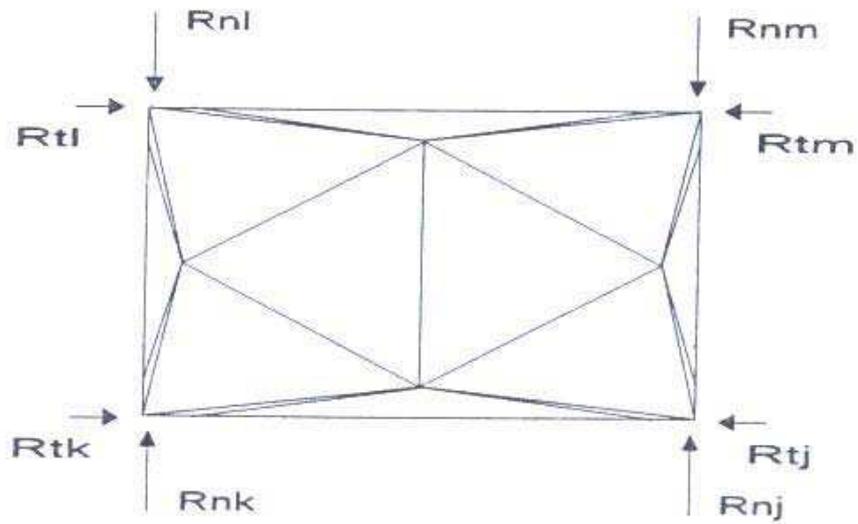
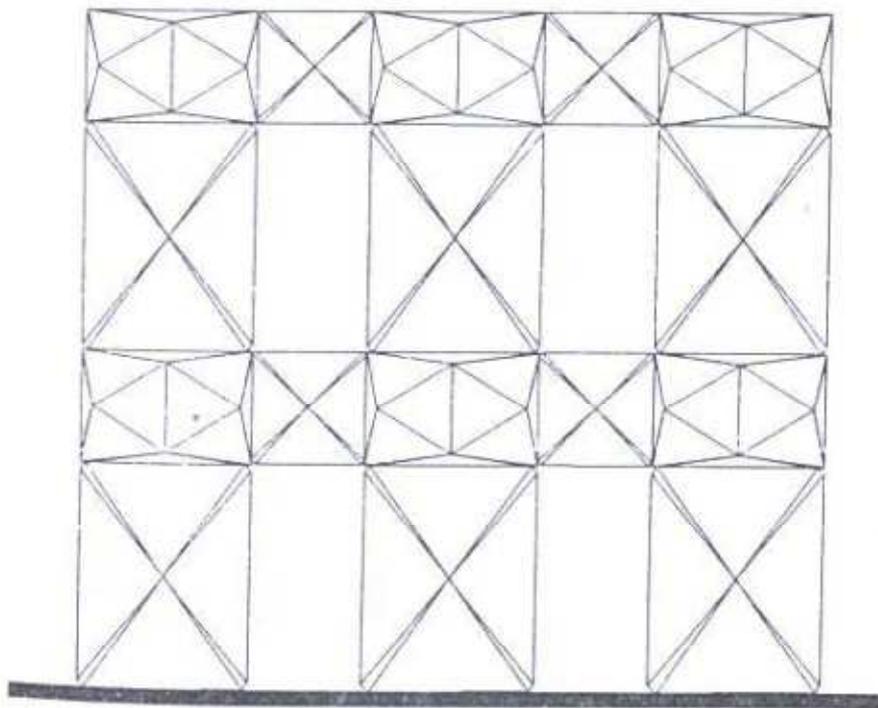


Figura 3.8: Discretizzazione di un elemento di nodo fra i pannelli verticali e di fascia



*Figura 3.9: Discretizzazione di una parete*

Tali elementi finiti sono disposti in modo tale da poter modificare ad ogni passo la forma della parte reagente dei pannelli, escludendo le zone ove la trazione, nella direzione dell'asse del pannello, ha superato il valore limite prefissato.

Infatti, al termine di ogni passo di carico, vengono determinate le reazioni nodali in corrispondenza delle sezioni di estremità di ciascun pannello, con le quali si calcola l'equivalente stato di sollecitazione in termini di sforzo normale, taglio e momento flettente delle stesse sezioni, nonché la risultante dei carichi agenti sul pannello. Quindi sulla base della posizione di quest'ultima nell'attraversare le sezioni trasversali viene aggiornata la geometria della parte resistente del pannello spostando opportunamente alcuni dei nodi del suo contorno: in particolare, mentre vengono lasciati al loro posto i quattro nodi prossimi alla diagonale compressa, gli altri quattro vengono traslati ciascuno lungo il proprio lato fino al limite della zona ancora assialmente compressa (ovvero sull'asse neutro delle sezioni di estremità) se

la resistenza a trazione è supposta nulla (Figura 3.10), oppure al limite di una zona assialmente tesa ma con valori rientranti nella resistenza ipotizzata ammissibile a trazione (figura 3.11). Si ottiene in tal modo la mesh di elementi finiti da utilizzare nel passo successivo, Figura 3.12.

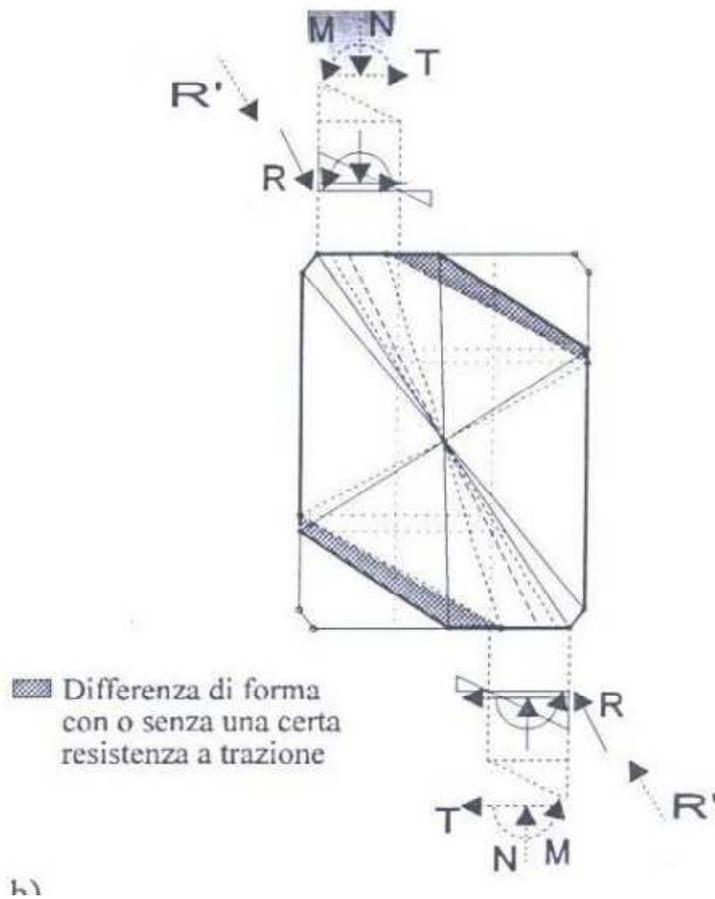


Figura 3.10 – Evoluzione della forma del pannello

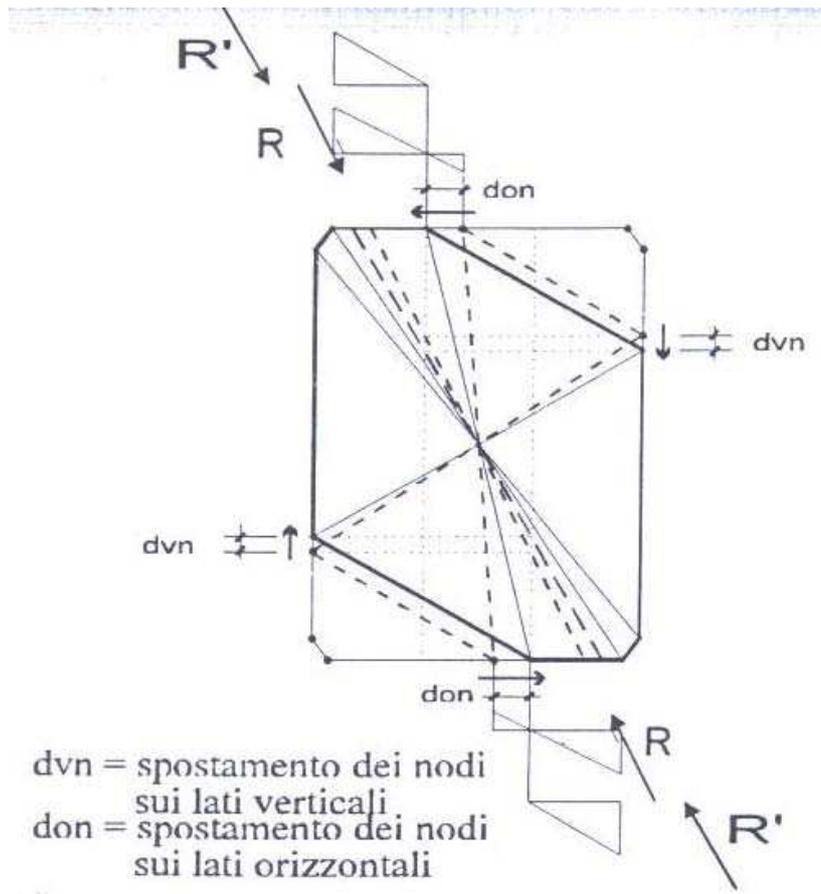


Figura 3.11: Evoluzione della forma del pannello

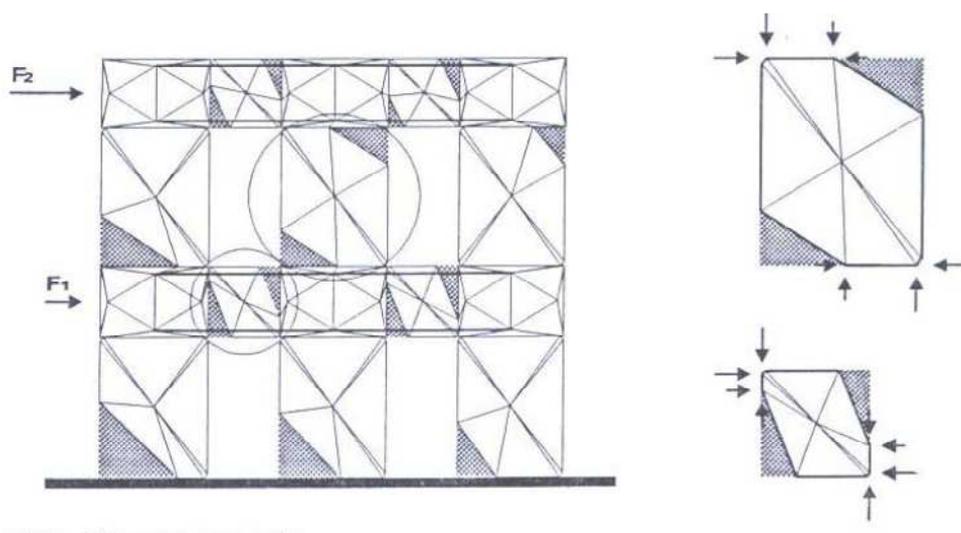


Figura 3.12: Configurazione tipica della parete sotto carico

Si noti in particolare che l'operazione descritta, pur comportando variazioni dello stato tensionale e delle forze nodali, non modifica la risultante all'interfaccia tra pannelli verticali o orizzontali e gli elementi di nodo; pertanto non ne modifica le condizioni di equilibrio.

I calcoli richiesti dalle valutazioni sopra descritte sono resi banali dall'uso di elementi finiti triangolari a deformazione costante che forniscono spostamenti e reazioni dei soli nodi di vertice, mentre, malgrado l'apparente crudezza della modellazione, i risultati in termini di risultante degli sforzi si sono rivelati comparabili con quelli ottenibili con elementi finiti più complessi.

Si può notare che la struttura così modellata, all'incrementarsi delle forze orizzontali, vede ridursi la propria rigidezza flessionale e di taglio mentre oppone ai carichi una crescente rigidezza assiale, all'interno dei singoli pannelli, manifestando meccanismi resistenti prevalentemente a compressione. Questo è in accordo con il reale comportamento delle strutture murarie, concepite in modo da creare nel loro ambito situazioni di equilibrio con il solo, o prevalente, apporto delle tensioni di compressione.

L'uso invece dello stesso tipo di modellazione sia per i maschi murari che per i pannelli delle fasce di piano, consente di tener conto anche della deformabilità e del comportamento non lineare di queste ultime, con valutazione automatica di tutti i tipi di comportamento della parete, dal quasi shear-type a quello di mensola indipendenti.

In Figura 3.12 è visibile la schematizzazione della parete di due piani e tre maschi murari per piano con la mesh nella configurazione assunta in prossimità del carico ultimo.

In Figura 3.13 sono rappresentate la geometria in prossimità del collasso e i diagrammi di carico di una parete, ed è possibile notare la formazione di bielle orizzontali nelle fasce di piano che determinano un comportamento a mensola indipendenti degli allineamenti verticali.

Nelle Figure 3.14 e 3.15 sono riportati due casi di pareti rinforzate attraverso, rispettivamente, l'inserimento di barre orizzontali pretese solo al centro delle fasce di piano o all'intradosso e all'estradosso delle stesse (la quantità totale di acciaio e di pretensione è identica nei due casi).

Nella Figura 3.16, infine, è presentato il caso di fasce assunte infinitamente rigide e resistenti.

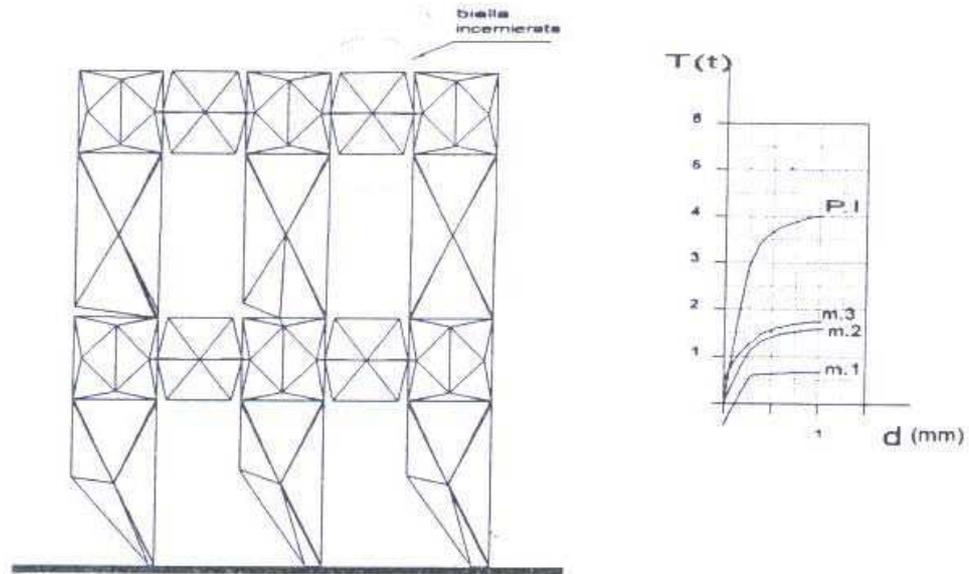


Figura 3.13: Geometria al collasso e diagrammi di carico di una parete

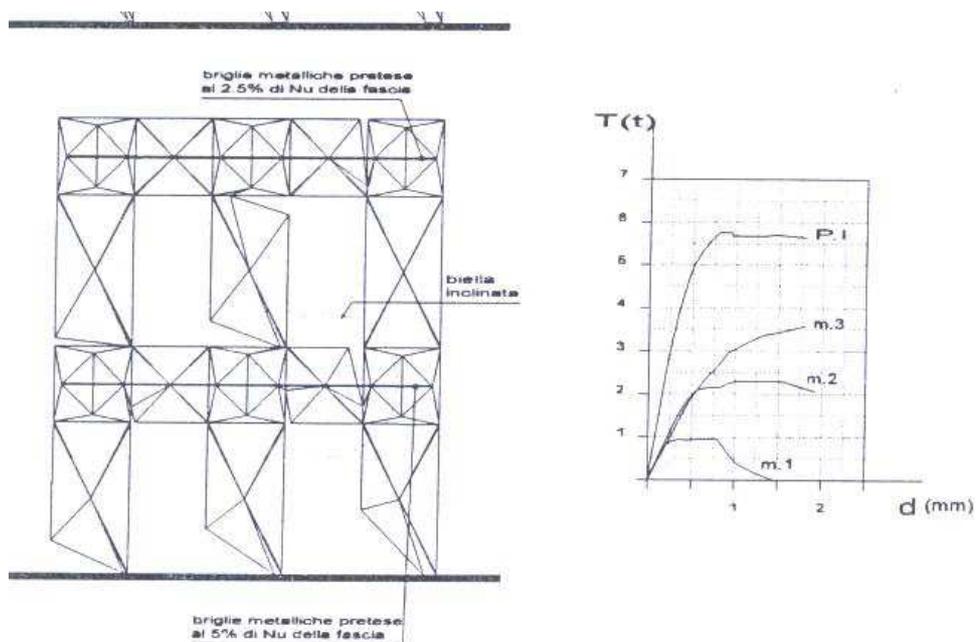
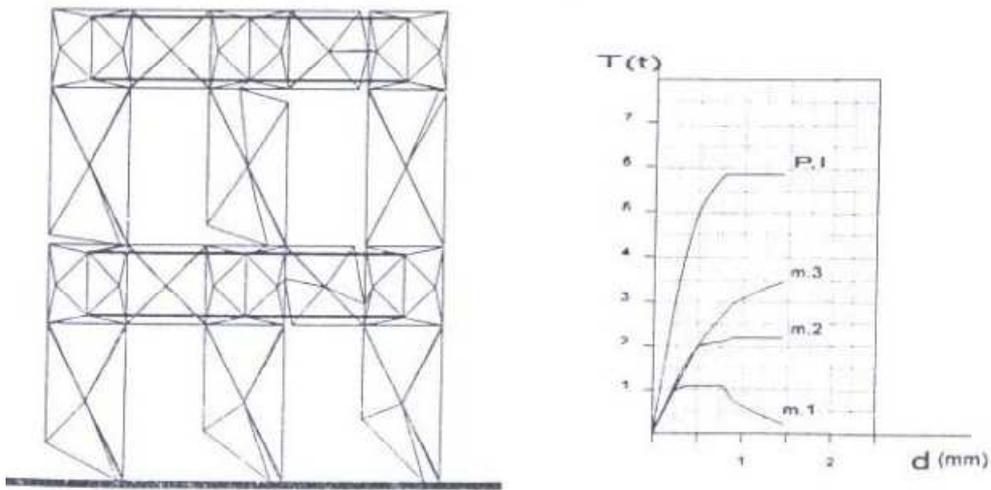
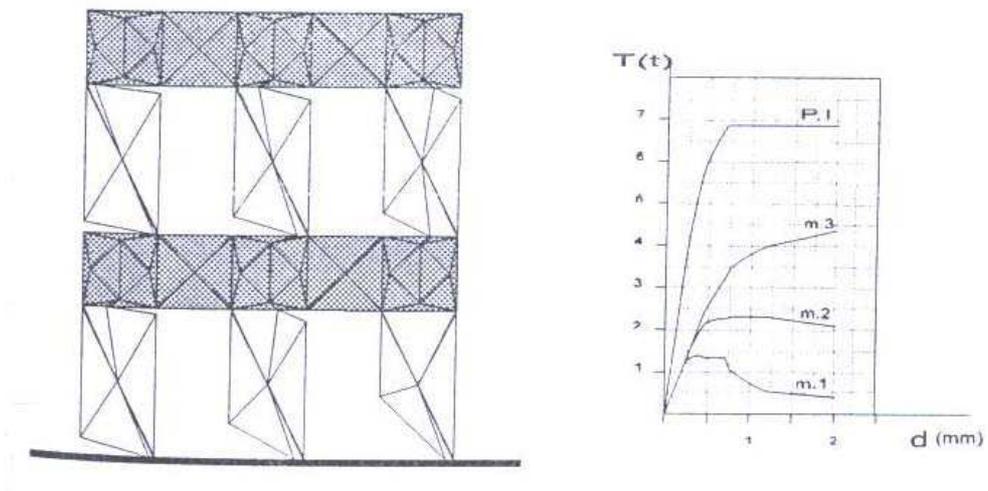


Figura 3.14: Geometria al collasso e diagrammi di carico della parete armata con briglie a centro fascia



*Figura 3.15: Geometria al collasso e diagrammi di carico della parete con armatura di fascia superiore ed inferiore*



*Figura 3.16: Geometria al collasso e diagrammi di carico della parete con fasce infinitamente rigide e resistenti*

Dalle figure precedentemente citate trova conferma un notevole incremento delle forze orizzontali ultime al crescere della resistenza delle fasce e quindi al passaggio dei maschi dal comportamento a mensole indipendenti a quello più vicino ad un telaio shear-type.

### 3.3.2 CONFRONTO TRA RISPOSTA FORNITA DALLA MODELLAZIONE PEFV E QUELLA FORNITA DAL METODO POR

Confrontando i diagrammi forza-spostamento ottenuti per il piano terra di una parete tipo analizzata sia con il metodo POR che con il metodo PEFV, si nota una sensibile variabilità dei risultati.

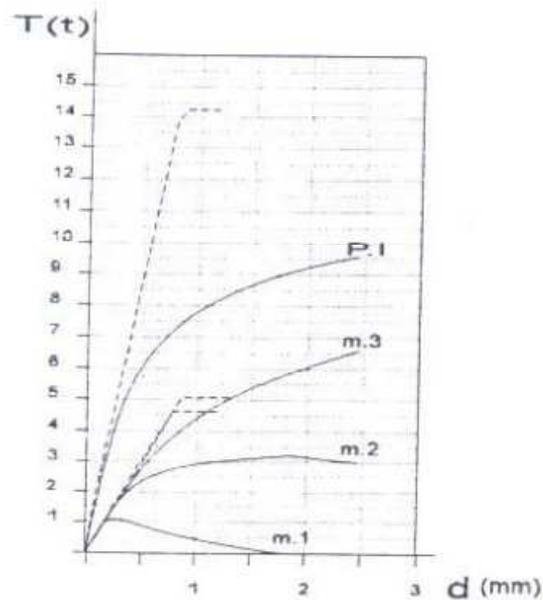


Figura 3.17: Diagrammi F-d dell'intero piano terra e dei singoli maschi

In primo luogo è evidente l'ottimismo del metodo POR così come è proposto nell'attuale normativa. Si può notare infatti come tale metodo, verificando ciascun maschio murario nella sua configurazione integra e con il suo carico verticale iniziale, da una parte non tiene conto del comportamento non lineare degli stessi singoli maschi murari dovuto alla loro parzializzazione, dall'altra non tiene conto dell'effetto del momento ribaltante di piano che, tendendo a scaricare i maschi sopravento, riduce notevolmente la partecipazione di questi alla portanza del piano nel suo insieme rispetto ai carichi orizzontali.

Appare evidente dalla configurazione assunta in prossimità del collasso nella Figura 3.13 come in tale caso le fasce di piano non abbiano avuto un comportamento sufficientemente rigido ma abbiano permesso la parziale rotazione dei pannelli di nodo, provocando una forte parzializzazione asimmetrica dei maschi murari.

Col metodo PEFV quindi si rileva come le fasce di piano siano lontane dal comportamento a corpo infinitamente rigido ipotizzato nel metodo POR, ed è questa la principale causa delle differenze riscontrate nei risultati forniti dai due metodi.

### **3.3.3 METODO A TELAIO EQUIVALENTE (METODO SAM)**

Il metodo è stato sviluppato dapprima per pareti multipiano caricate nel proprio piano, e successivamente è stato esteso a problemi tridimensionali. Il metodo utilizza diverse ipotesi formulate in un metodo proposto da Magenes e Calvi nel 1996 (di cui si è mantenuto l'acronimo SAM). Tale metodo era stato pensato per l'analisi di pareti piane e proponeva un algoritmo implementabile anche in un foglio elettronico. Tuttavia, i limiti riscontrati nei tentativi di applicazione di tale approccio all'analisi di strutture di una certa dimensione e complessità hanno portato alla ricerca di una implementazione diversa, più efficiente dal punto di vista computazionale. Le idee che stavano alla base del modello sono state quindi riformulate ed implementate come subroutines di un programma di calcolo strutturale non lineare (Magenes e Della Fontana, 1998).

Per l'illustrazione del modello si faccia riferimento in prima istanza al problema di una parete multipiano in muratura con aperture, caricata nel piano, soggetta a carichi verticali costanti e a forze orizzontali crescenti applicate al livello dei solai, secondo una distribuzione assegnata. Se la geometria della parete e delle aperture è sufficientemente regolare, è possibile idealizzare una parete muraria mediante un telaio equivalente costituito da elementi maschio (ad asse verticale), elementi fascia (ad asse orizzontale), elementi nodo (Fig. 3.18). Gli elementi maschio e gli elementi fascia vengono modellati come elementi di telaio ("beam-column") deformabili assialmente e a taglio. Se si suppone che gli elementi nodo siano infinitamente rigidi e resistenti, è possibile modellarli numericamente introducendo opportuni bracci rigidi (offsets) alle estremità degli elementi maschio e fascia.

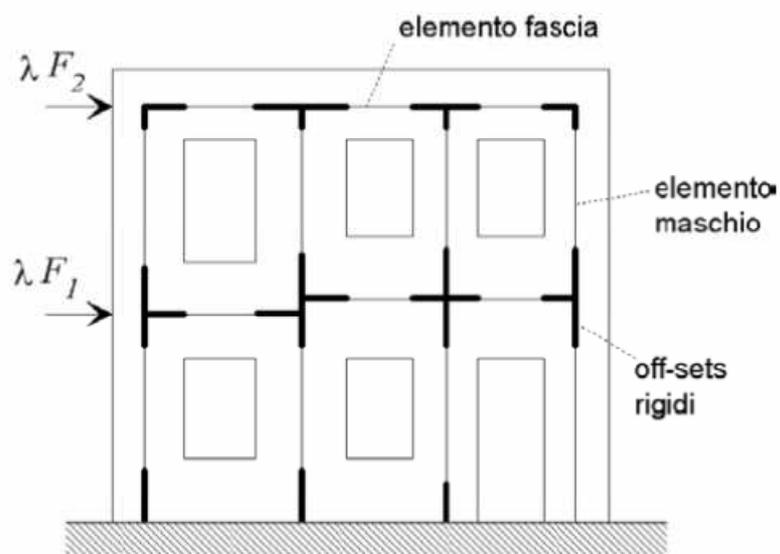


Figura 3.18: Schematizzazione a telaio equivalente di una parete caricata nel piano

### 3.3.3.1 L'ELEMENTO MASCHIO MURARIO

Si suppone che un elemento maschio sia costituito da una parte deformabile con resistenza finita, e di due parti infinitamente rigide e resistenti alle estremità dell'elemento (Fig. 3.19).

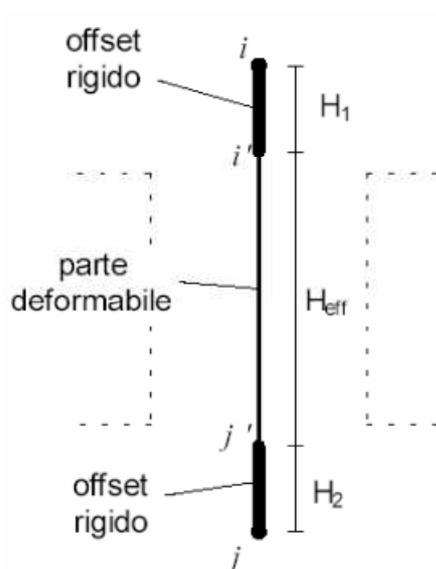


Figura 3.19: L'elemento maschio murario

L'altezza della parte deformabile o «altezza efficace» del maschio viene definita secondo quanto proposto da Dolce (1989), per tenere conto in modo approssimato della deformabilità della muratura nelle zone di nodo. L'altezza efficace è esprimibile, con riferimento alla Figura 3.20, dalla seguente formula:

$$H_{eff} = h' + \frac{1}{3} D \frac{\bar{H} - h'}{h'}$$

Dove  $\bar{H}$  è l'altezza di interpiano e D la larghezza del maschio murario.

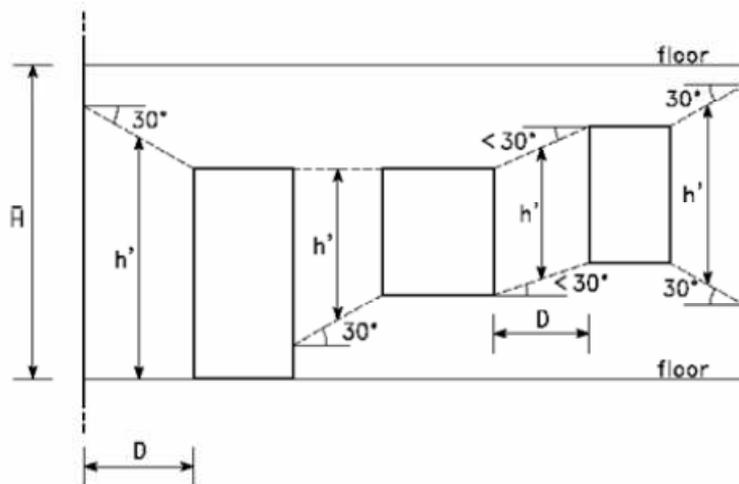


Figura 3.20: Definizione dell'altezza efficace dei maschi murari (Dolce, 1989)

Fuori dal piano, ove l'elemento in genere presenta una deformabilità maggiore, si è ritenuto opportuno porre:  $H_{eff} = \bar{H}$

Il comportamento dell'elemento maschio viene supposto elasto-plastico con limite in deformazione.

Si suppone cioè che il maschio abbia comportamento lineare elastico finché non viene verificato uno dei possibili criteri di rottura. La matrice di rigidezza in fase elastica assume la forma consueta per elementi di telaio con deformazione taglio, e risulta determinata una volta definiti il modulo di Young E, il modulo G, e la geometria della sezione.

I meccanismi di rottura previsti per i maschi murari sono i seguenti:

**Rottura per pressoflessione o ribaltamento.**

Avviene quando il momento flettente  $M$  in una delle sezioni estreme della parte deformabile del maschio  $i-j$  raggiunge il valore ultimo, corrispondente allo schiacciamento della zona compressa della sezione in cui si è posto. Nella sezione in cui viene raggiunto il momento ultimo viene introdotta una cerniera plastica (con ipotesi di comportamento perfettamente plastico).

**Rottura per taglio con fessurazione diagonale.**

Avviene quando il taglio  $V$  nel maschio raggiunge il valore ultimo  $V_u$ . Nella seguente implementazione del metodo si utilizzano i criteri di rottura proposti da Magenes e Calvi (1997) per la muratura di mattoni. Il taglio ultimo è inteso quindi come il minore fra due valori associati rispettivamente alla fessurazione diagonale per cedimento dei giunti di malta, e alla fessurazione diagonale per rottura dei conci. Si è posto  $V_u = 0,9 V_{max}$ . Nel caso di muratura di altra natura  $V_u$  può essere valutato con altri criteri di resistenza opportuni (ad esempio il criterio di Turnšek e Sheppard, 1980).

Nel caso di rottura per taglio, si suppone che nell'elemento abbiano luogo deformazioni taglianti plastiche come illustrato in Figura 3.21, in cui viene posto un limite alla deformazione angolare  $\theta = \varphi + g$  (chord rotation), oltre il quale la resistenza si annulla. La deformazione angolare  $\theta$  è espressa come somma della deformazione flessionale  $\varphi$  e di quella a taglio  $g$  (Figura 3.22).

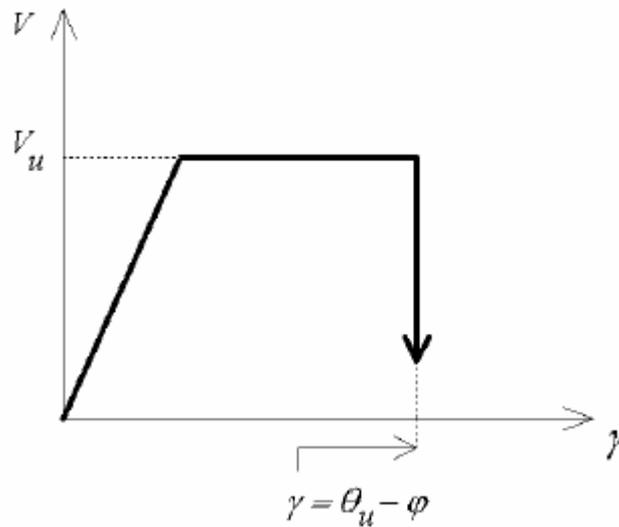
Come si può notare, il modello di comportamento elasto-plastico con limite in deformazione praticamente coincide con le ipotesi adottate nei metodi di tipo POR.

In questi metodi il modello bilineare adottato tende a riprodurre in modo approssimato l'involuppo che si ottiene da prove sperimentali cicliche (Figura 3.23), e lo spostamento ultimo viene associato al raggiungimento di un opportuno degrado della resistenza. Tale limite è comunemente espresso in termini di duttilità ultima.

L'introduzione di un limite di deformazione angolare  $\theta_u$  in sostituzione di un limite in duttilità trae le sue origini dal lavoro già citato di Magenes e Calvi in

cui si è notato che pannelli murari con diversi rapporti di forma portati a rottura per taglio tendono a presentare una dispersione molto contenuta della deformazione angolare ultima, ed una dispersione molto maggiore della duttilità ultima in spostamento. Per tali muri, provati mantenendo il parallelismo fra la base superiore ed inferiore, la deformazione angolare sopra riportata coincide con il “drift” ovvero con il rapporto fra lo spostamento d orizzontale e l’altezza del muro  $H$ (si confrontino la Fig. 3.22 e la Fig. 3.24). Si assume inoltre che il limite  $\theta_u$  sia pari allo 0.5% .

**Rottura per taglio-scorrimento.** Si assume che la rottura del maschio per scorrimento avvenga lungo un letto di malta in corrispondenza di una delle sezioni estreme o della parte deformabile.



*Figura 3.21: Comportamento anelastico dell'elemento maschio nel caso di rottura per taglio*

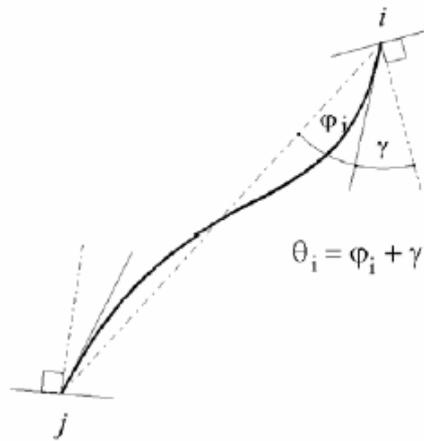


Figura 3.22: Deformazioni angolari pertinenti all'estremo i di un elemento «beam-column»

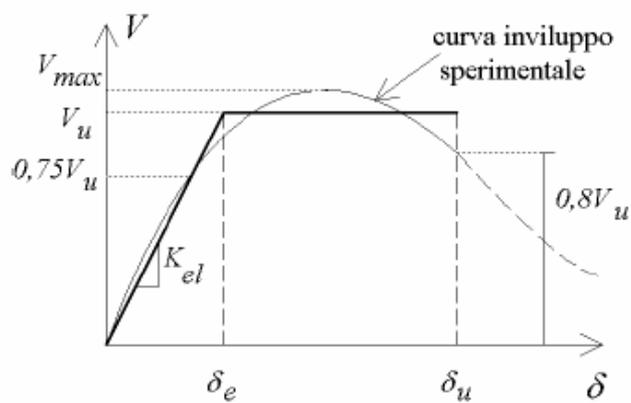


Figura 3.23: Interpolazione dell'involuppo sperimentale taglio-spostamento di un pannello murario mediante una bilatera

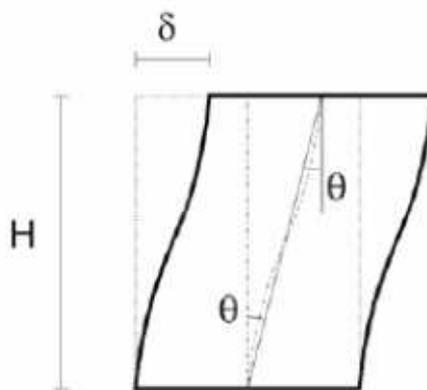


Figura 3.24: In una prova a taglio su pannello murario in cui si mantiene il parallelismo delle basi si ha che:  $\theta_i = \theta_j = \theta = \delta / H$

La deformazione anelastica associata alla rottura per scorrimento viene modellata in maniera analoga alla rottura per fessurazione diagonale, con una deformazione a taglio plastica che si sviluppa come riportato in Fig. 3.21.

I criteri di rottura sono formulati in modo tale per cui all'annullarsi della compressione verticale si annulla sia la resistenza a flessione che la resistenza allo scorrimento. In aggiunta a ciò, si suppone anche che la rigidezza assiale del maschio si annulli in caso di deformazione di trazione, per cui l'azione assiale può assumere solo valori positivi (se di compressione) o nulli. Il maschio con azione assiale nulla risulterà quindi completamente scarico da ogni tipo di sollecitazione.

### **3.3.3.2 L'ELEMENTO FASCIA MURARIA**

L'elemento fascia è formulato in maniera analoga all'elemento maschio, ma con alcune differenze.

Vengono mantenuti gli offset rigidi, individuando quindi una lunghezza efficace dell'elemento. Nel caso di aperture allineate verticalmente (Fig. 3.25a) le analisi comparative finora svolte indicano che si ottengono buoni risultati assegnando una lunghezza efficace pari alla luce libera delle aperture. Non si sono ancora svolte al momento analisi con aperture non allineate verticalmente, per le quali si può pensare, in fase preliminare, di assumere una lunghezza efficace come indicato in Fig. 3.25b. Per l'elemento fascia si distinguono due possibili meccanismi di rottura: per presso-flessione e per taglio.

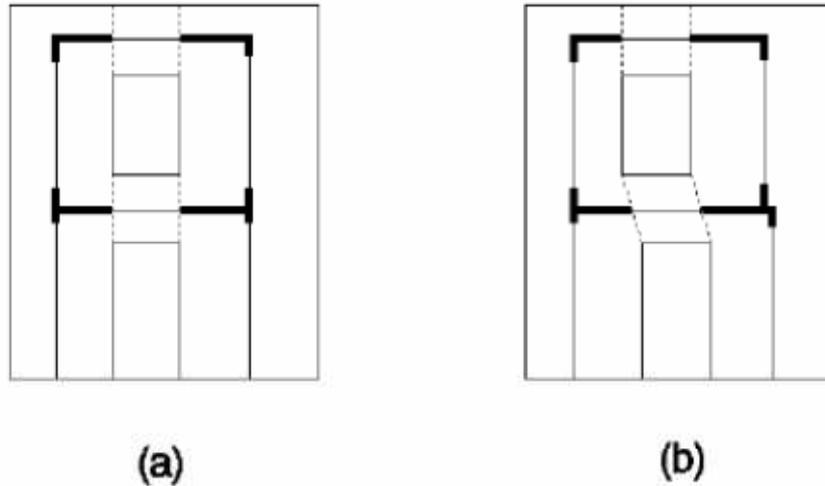


Figura 3.25: Definizione della lunghezza efficace delle fasce

I meccanismi di rottura previsti per i maschi murari sono i seguenti:

**Rottura per pressoflessione.** Il momento limite è espresso come nell'elemento maschio. Nella sezione in cui viene raggiunto il momento ultimo viene introdotta una cerniera plastica (con ipotesi di comportamento perfettamente plastico).

**Rottura per taglio.** La resistenza a taglio della fascia viene espressa con criteri simili a quelli utilizzati per l'elemento maschio, tenendo conto però della diversa giacitura dei letti di malta rispetto alla linea d'asse dell'elemento e considerando che la compressione normale ai letti di malta al di sotto delle aperture è praticamente nulla. Nell'implementazione corrente la resistenza a taglio è definita da  $V_u = Dt \cdot c$  ovvero dal prodotto della coesione per l'area della sezione della fascia, in cui si è indicata con  $D$  l'altezza della fascia e  $t$  lo spessore. Al fine di tener conto della possibilità di un comportamento maggiormente fragile delle fasce, la deformazione anelastica associata alla rottura per taglio prevede una deformazione plastica a taglio costante a cui segue un degrado di resistenza ad un valore  $\alpha V_u$ , una volta superato un valore limite di deformazione angolare  $g_1$  (Fig. 3.26). A tale degrado segue poi l'annullamento del taglio resistente per deformazioni angolari superiori al limite  $g_2$ .

La possibilità di assegnare in ingresso i valori dei parametri  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  consente di riprodurre comportamenti marcatamente fragili, ottenibili ad esempio facendo coincidere con il limite elastico (Fig. 3.27), oppure più duttili e simili quindi al comportamento dei maschi, ponendo  $a=1$ .

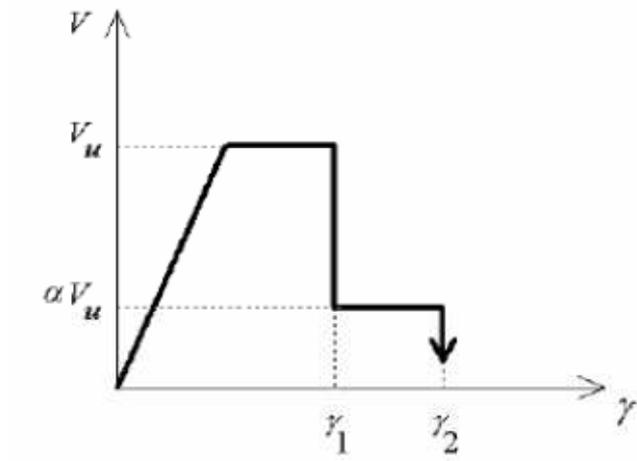


Figura 3.26 Comportamento elasto-plastico fragile di un elemento fascia.

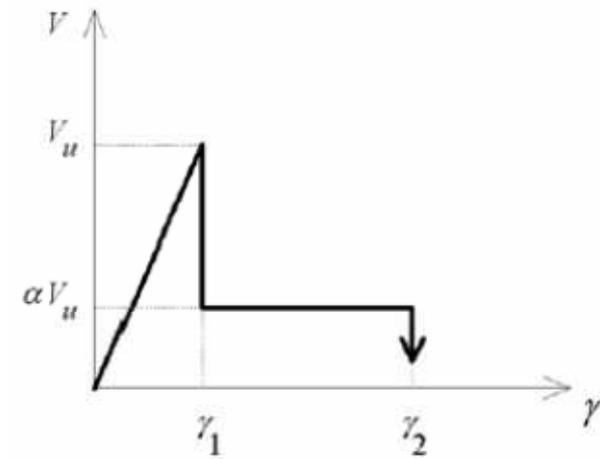


Figura 3.27: Comportamento elasto-fragile di un elemento fascia.

### **3.3.4 METODO 3 MURI**

Tra i modelli a macroelementi più recentemente ideati per affrontare un'analisi globale dell'edificio in muratura, è da annoverare la proposta di Gambarotta e Lagomarsino, che rappresenta la modellazione costitutiva alla base del codice di calcolo 3MURI (Galasco et al., 2002). Questa modellazione utilizza spostamenti e rotazioni nodali come grandezze cinematiche ed azioni risultanti (sforzo assiale, taglio e momento flettente) come grandezze statiche. Questo sembrerebbe associare il modello alla classe dei modelli monodimensionali; tuttavia, vengono introdotti gradi di libertà all'interno dell'elemento e vengono fatte particolari considerazioni su possibili cinematismi di ribaltamento e di scorrimento come nella modellazione bidimensionale. Il grande vantaggio di questo metodo consiste nella possibilità di riprodurre efficacemente le caratteristiche più importanti della non linearità del comportamento dei pannelli murari.

Per quanto riguarda l'onere computazionale, non si presenta eccessivo, in quanto si tratta comunque di una macromodellazione; tuttavia, il metodo presenta una complessità maggiore rispetto alle modellazioni già viste.

La costruzione di un macroelemento, rappresentativo di un intero pannello murario, deve permettere la formulazione di equazioni d'equilibrio che coinvolgano un numero limitato d'incognite e deve poter rappresentare un modello cinematico capace di cogliere i meccanismi elementari di deformazione, danneggiamento e dissipazione delle strutture murarie.

#### **3.3.4.1 ELEMENTO TRAVE NON LINEARE IN MURATURA**

Il codice di calcolo strutturale 3MURI consente anche di utilizzare un elemento trave non lineare a sei gradi di libertà con resistenza limitata e degrado della rigidezza in fase non lineare.

La trave è un elemento alternativo al macroelemento per simulare il comportamento dei pannelli murari (maschi e fasce) nell'ambito

dell'approccio della modellazione delle pareti a telaio equivalente (Figura 3.28).

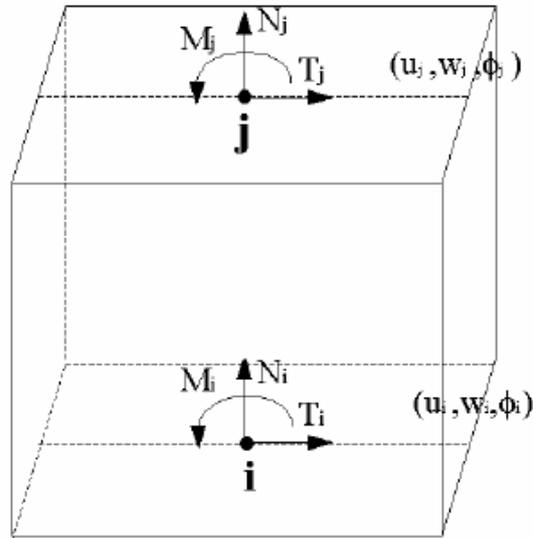


Figura 3.28: Variabili cinematiche e convenzione dei segni per le caratteristiche di sollecitazione dell'elemento trave non lineare in muratura.

I limiti elastici in termini di resistenza, relativi ai meccanismi di rottura considerati, coincidono con il valore ultimo, poiché vige l'ipotesi di assenza di incrudimento. I meccanismi di rottura sono quello di presso flessione, taglio con fessurazione diagonale e taglio-scorrimento.

Si sottolinea che, a differenza del macroelemento descritto nei paragrafi precedenti, l'elemento trave non lineare non dispone di alcun grado di libertà interno che consenta di separare il contributo al drift associato ai meccanismi di taglio e presso flessione. Pertanto il drift è fornito da:

$$d = \frac{u_i - u_j}{h} + \frac{\varphi_i + \varphi_j}{2}$$

La semplicità della formulazione di tale elemento garantisce un processo di convergenza snello ed efficace in termini di oneri computazionali ai fini di analisi statiche non lineari monotone (pushover). Tuttavia l'elemento trave non consente di cogliere in dettaglio alcuni aspetti del reale comportamento dei pannelli murari.

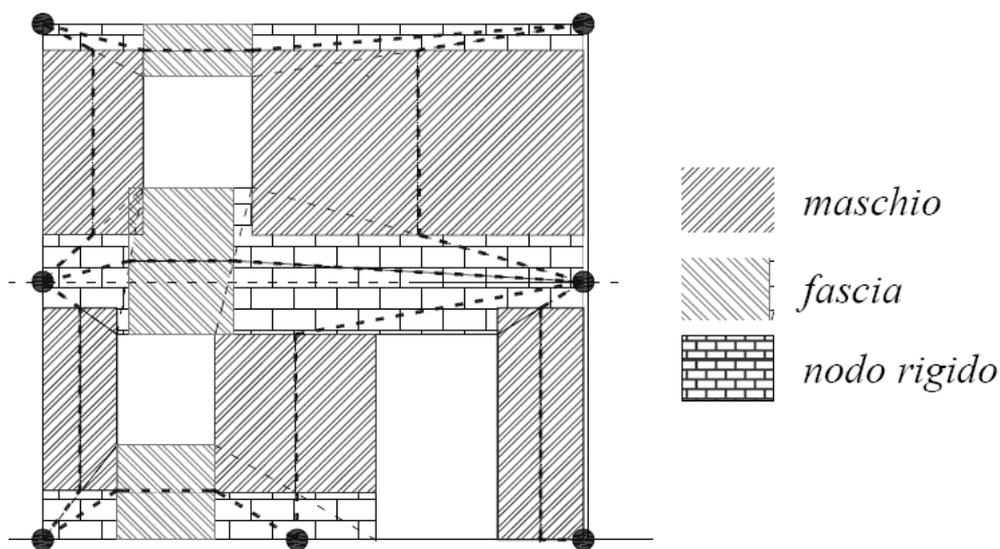
### 3.3.4.2 MODELLAZIONE DELLA PARETE

Divisa la parete in tratti verticali corrispondenti ai vari piani e nota l'ubicazione delle aperture, vengono determinate le porzioni di muratura, maschi murari e fasce di piano, in cui si concentrano deformabilità e danneggiamento (come è verificabile dalle osservazioni dei danni di sismi reali, da simulazioni sperimentali e numeriche) e che vengono modellate con i macroelementi finiti bidimensionali, rappresentativi di pannelli murari, a due nodi con tre gradi di libertà per nodo ( $u_x$ ,  $u_z$ ,  $rot_y$ ) e due gradi di libertà aggiuntivi interni.

Le restanti porzioni di parete vengono dunque considerate come nodi rigidi bidimensionali di dimensioni finite, alla quale sono connessi i macroelementi; questi ultimi trasmettono, ad ognuno dei nodi incidenti, le azioni lungo i tre gradi di libertà del piano.

Nella descrizione di una singola parete i nodi sono individuati da una coppia di coordinate ( $x$ ,  $z$ ) nel piano della parete e dalla quota  $z$  corrispondente a quelle degli orizzontamenti; i gradi di libertà di cui disporranno saranno unicamente  $u_x$ ,  $u_z$ ,  $rot_y$  (nodi bidimensionali).

Grazie a questa suddivisione in nodi ed elementi, il modello della parete diviene quindi del tutto assimilabile a quello di un telaio piano (Figura 3.29).



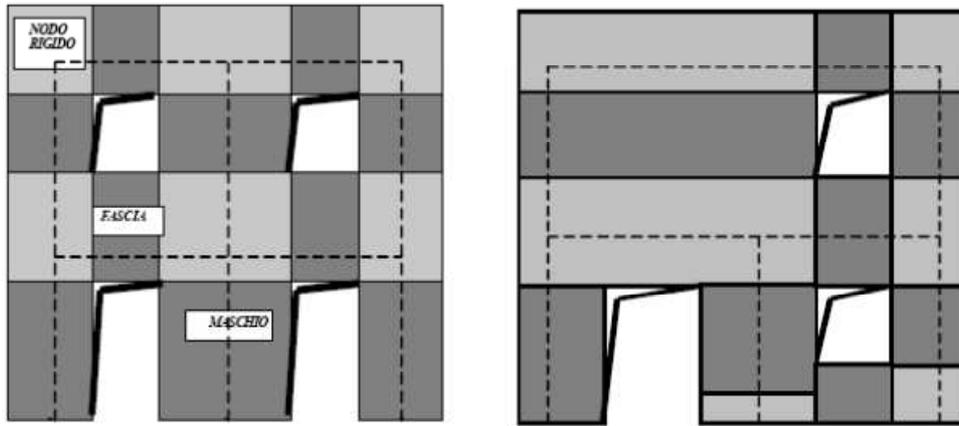


Figura 3.29: Schematizzazioni a telaio equivalente

Durante l'assemblaggio della parete si considereranno le eventuali eccentricità fra i nodi del modello e gli estremi dei macroelementi: considerati gli assi baricentrici degli elementi, questi potrebbero non coincidere con il nodo; nei blocchi rigidi si potrà quindi verificare un'eccentricità tra nodo del modello e quello dell'elemento deformabile.

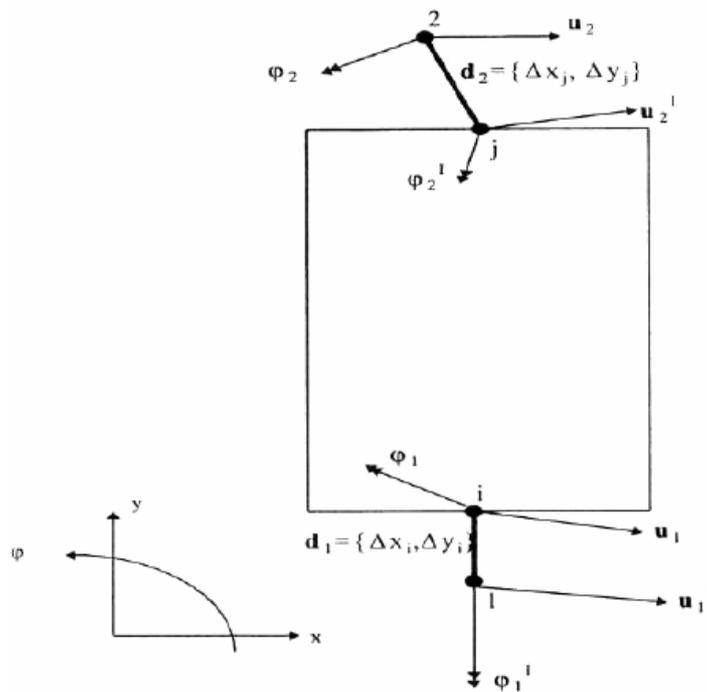


Figura 3.30: Estremi rigidi del macroelemento ed eventuale loro eccentricità

La modellazione strutturale richiede inoltre la possibilità di inserire travi a sezione costante, individuate nel piano dalla posizione di due nodi di estremità.

Noti la lunghezza, l'area, il momento d'inerzia e il modulo elastico è possibile ricostruire la matrice di rigidezza e si applicano le consuete formulazioni di legame elastico.

Oltre alla presenza di vere e proprie travi, il modello prevede la presenza di dispositivi a catena: queste strutture metalliche sono provviste di rigidezza flessionale e perdono ogni efficacia nel caso divengano compresse. Questa loro peculiarità comporta un ulteriore elemento di non linearità nel modello: la rigidezza complessiva del sistema deve diminuire qualora una catena divenisse compressa e deve aumentare nel caso contrario.

## Capitolo 4

# IL CASO STUDIO

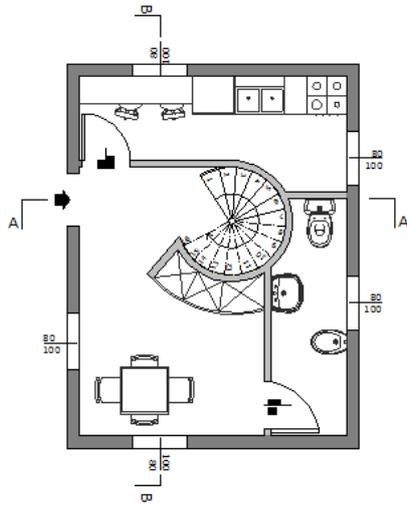
Dopo avere dedicato un intero capitolo alla descrizione del panorama, passato e presente, sui telai equivalenti e dopo avere capito pro e contro di ogni metodo, ci si vuole soffermare ora sullo studio di uno di questi applicandolo ad una struttura ben precisa.

La struttura in questione verrà descritta sotto l'aspetto geometrico e meccanico nei seguenti due paragrafi.

### **4.1 DESCRIZIONE GEOMETRICA DELL'EDIFICIO**

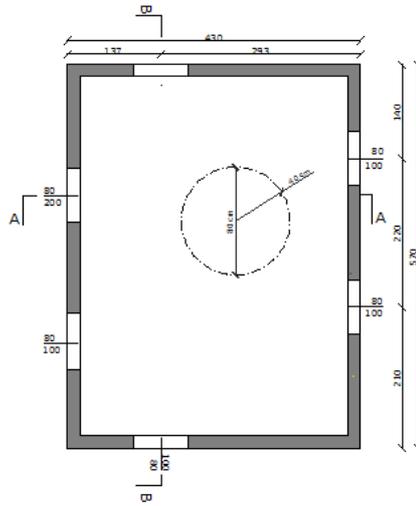
Nel seguente paragrafo vengono riportati i disegni raffiguranti lo schema architettonico e strutturale adottati per la realizzazione della struttura da provare su tavola vibrante. In particolare si precisa che le dimensioni di lato sono state dettate e condizionate dai limiti dimensionali e di resistenza della tavola medesima.

### ARCHITETTONICO

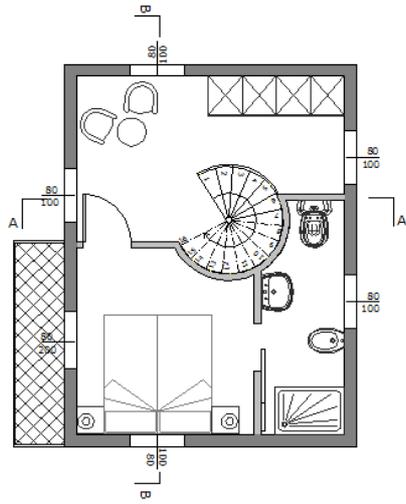


PIANO TERRA

### STRUTTURALE

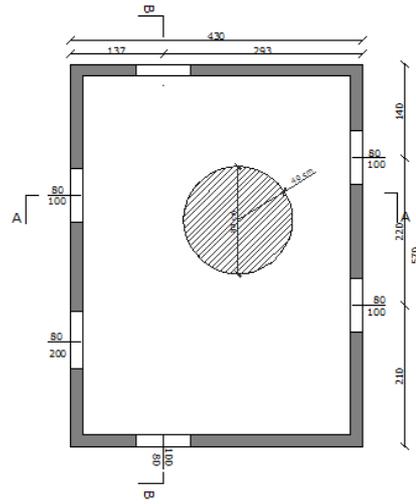


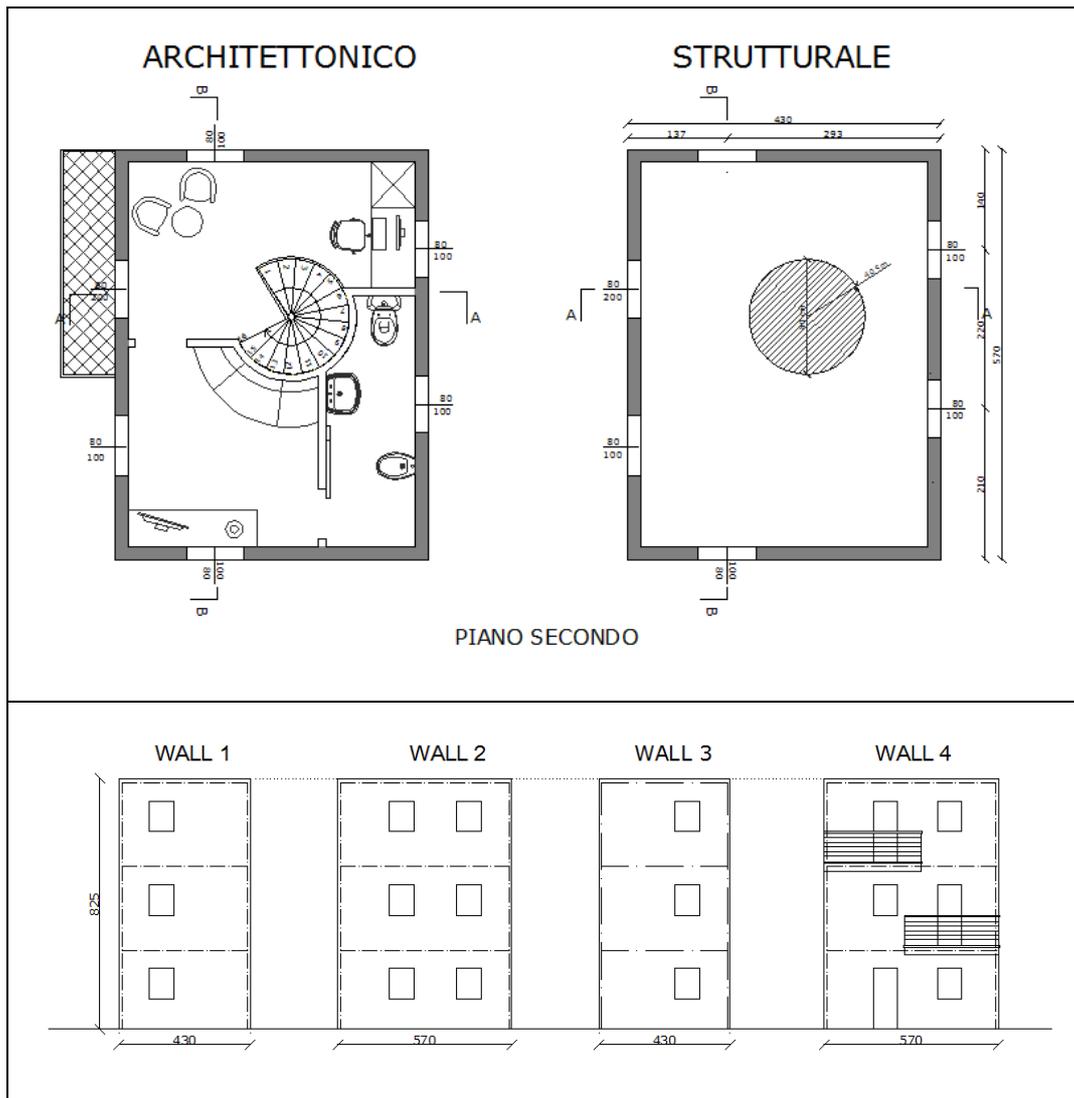
### ARCHITETTONICO



PIANO PRIMO

### STRUTTURALE





*Figura 4.1: Prospetti e piante (disegno architettonico e strutturale) dell'edificio oggetto di studio.*

Per quanto riguarda gli architettonici si vuole aggiungere che si tratta di schemi distributivi semplicemente indicativi, ovvero le tramezzature interne non verranno realizzate ai fini della prova. Si tratta infatti di un esempio distributivo e di arredabilità per dimostrare la flessibilità e l'adattabilità di tale sistema costruttivo a qualsiasi esigenza compositiva e distributiva.

**Abaco delle sezioni e delle armature**

	<b>ELEMENTO STRUTTURALE</b>	<b>SEZIONE</b>	<b>ARMATURE</b>
<b>SOLAI</b>	SOLAIO DI COPERTURA	20cm=16cm (EPS)+ 4cm (C.C.A)	Rete elettrosadata $\phi$ 6 mm 15 cm x 15 cm
	SOLAIO DI PIANO TIPO	20cm (EPS)+ 5cm (C.C.A)	Rete elettrosadata $\phi$ 6 mm 15 cm x 15 cm
<b>CORDOLI</b>	CORDOLO DI COPERTURA	H=20cm, L=18 cm	2+2 $\phi$ 12 mm Staffe $\phi$ 8mm / 20''
	CORDOLO DI PIANO TIPO	H=25cm, L=18 cm	2+2 $\phi$ 12 mm Staffe $\phi$ 8mm / 20''
	CORDOLO BALCONI	H=25cm, L=10 cm	2+2 $\phi$ 8 mm Staffe $\phi$ 8mm / 20''
<b>PARETI</b>	PARETI	s=18 cm= 4+4cm (CCA)+ 10cm(EPS)	$\phi$ 2,5mm 10 cm x 10 cm
<b>ELEMENTI AGGIUNTIVI</b>	CORNICI FINESTRE C.C.A	L= 4 cm, s= 18 cm	2+2 $\phi$ 12 mm, verticali 2 $\phi$ 12 mm, orizzontali
	FASCE PIENE ANGOLI C.C.A	L=9 cm, s=16 cm	– Armature di collegamento orizzontale ad U $\phi$ 8mm/30'' – 1 $\phi$ 16 mm – Rete angolare metallica $\phi$ 2.5

*Figura 4.2: Abaco delle sezioni e delle armature*

## FASI ESECUTIVE



*Figura 4.3: Esempio di struttura costruita con pannelli Nidyon*

Senza prescindere dal rispetto dei particolari costruttivi precedentemente illustrati, l'utilizzo pratico dei pannelli Nidyon può essere ottimizzato da ogni esecutore. Tuttavia, l'esperienza maturata nel corso degli anni consiglia di rispettare alcune istruzioni elementari, che favoriscono la buona riuscita dei lavori.

### ***Unione alla fondazione***

Qualunque sia il tipo di fondazione adottato, la cui scelta può variare in funzione dell'intensità dei carichi e delle caratteristiche del terreno, l'estradosso del sistema fondale deve essere costituito da una struttura continua in calcestruzzo armato, dalla quale emergerà una serie di ferri verticali di ripresa destinati al collegamento con la rete di armatura dei pannelli portanti.

I ferri di ripresa devono essere **saldamente ancorati in fondazione**. Tale risultato può essere raggiunto inserendo le riprese in fase d'armo della fondazione oppure, a getto effettuato e maturato, mediante foratura e fissaggio con resine epossidiche.

E' importante che i ferri di ripresa siano collocati nella giusta posizione **predisponendo con attenzione i fili delle pareti** e tenendo conto dello spessore medio delle due lastre in calcestruzzo (4 cm su ogni lato del pannello).

I pannelli di parete (identificati come tipo e posizione mediante apposita marcatura) vengono posti in opera partendo da un angolo della struttura e seguendo, previo tracciamento a terra, l'ordine di montaggio indicato nell'apposito abaco di produzione.

Nelle zone di sovrapposizione **le reti dei pannelli devono essere legate fra loro con cura**, preferibilmente usando clips metalliche applicate con una pistola graffettatrice pneumatica.



*Figura 4.4: Reti per la fondazione*



*Figura 4.5: Fase di montaggio dei pannelli in polistirene*

### ***Operazioni preliminari e d'armo***

La posa in opera dei pannelli deve essere effettuata con una buona precisione, poiché eventuali disallineamenti o fuori piombo comportano un incremento dello spessore di calcestruzzo da applicare. A tal fine si consiglia di procedere disponendo una tavola di registro nella parte superiore del pannello, in corrispondenza del filo architettonico della parete (tracciato tenendo conto dello spessore medio di calcestruzzo pari a 4 cm). **Per la messa a piombo è sufficiente un sistema di puntelli** in legno o metallo, vincolati alla base e alla tavola di registro.

Alla base e sulla sommità dei pannelli, in corrispondenza delle intersezioni fra pareti verticali e in prossimità delle aperture devono essere collocate (prima dell'applicazione del calcestruzzo) le **armature integrative**, così come riportato nei particolari costruttivi della tecnologia, avendo cura di legare anch'esse alla rete dei pannelli laddove si realizzano le sovrapposizioni.

### ***Realizzazione delle tracce e posa delle canalizzazioni per gli impianti***

La posa delle canalizzazioni e degli accessori per gli impianti elettrici e idro-termo-sanitari viene eseguita dopo il completo montaggio dei pannelli e prima del getto di calcestruzzo.

Le tracce possono essere ricavate nell'EPS mediante una pistola ad aria calda (tipo sverniciatore).

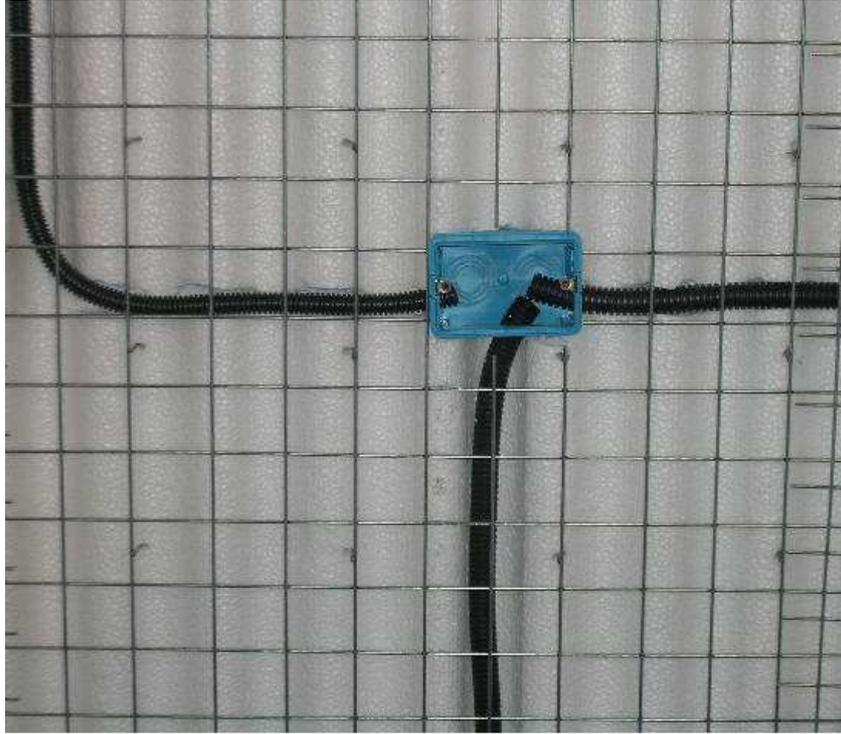
Nel caso di tubi rigidi può essere richiesto un parziale taglio della rete. Tali zone dovranno essere successivamente ripristinate mediante la sovrapposizione e fissaggio di una rete di rinforzo.

### ***Posizionamento dei controtelai degli infissi***

È possibile posizionare i controtelai dei serramenti prima dell'applicazione del calcestruzzo, conglobando nel getto anche le relative staffe di ancoraggio. Tale soluzione permette di ottenere un aggancio più "pulito", evitando lavorazioni successive e agevolando le fasi di applicazione del calcestruzzo grazie alla presenza di un ulteriore filo "a piombo" di riferimento.



*Figura 4.6: Posizionamento dei controtelai degli infissi*



*Figura 4.7: Particolare della rete elettrosaldata  $\Phi 2.5$*

### ***Applicazione del calcestruzzo***

L'applicazione del calcestruzzo sulle superfici verticali viene effettuata a "spritz beton", utilizzando una lancia alimentata da una turbopompa ad aria compressa fino ad ottenere uno spessore complessivo (medio) pari ad almeno 4 cm.

È possibile impiegare calcestruzzi di tipo ordinario, sia preconfezionati che realizzati in opera, a norma di legge. Tuttavia, è **necessario utilizzare una miscela di aggregati caratterizzata da una granulometria selezionata, costituita da inerti di diametro massimo non superiore a 5 mm**. Per una corretta applicazione (particolarmente per evitare possibili problematiche di ritiro), è necessario osservare scrupolosamente le indicazioni esecutive riportate sulla scheda tecnica rilasciata dal fornitore del materiale. **La fase di finitura** va eseguita dopo adeguata stagionatura del calcestruzzo (terminata la fase di ritiro plastico). **Negli angoli (intersezioni fra pareti ortogonali e fra pareti ed intradosso solai) è necessario disporre**

preventivamente apposite retine o garze porta-intonaco. Ciò al fine di controllare eventuali fenomeni fessurativi che potrebbero manifestarsi dove la rete strutturale risulta discontinua.

Allo stesso modo, in presenza delle aperture (porte e finestre) è **necessario disporre** retine o garze porta-intonaco a C, allo scopo di fasciare la zona dove l'intonaco di finitura è a diretto contatto con il polistirene.



*Figura 4.8: Applicazione del calcestruzzo a spritz betton*

Nel caso di edifici multipiano la sequenza delle fasi sopra descritte va ripetuta ad ogni piano, controllando che il caricamento di pareti e solai sottostanti avvenga dopo una adeguata maturazione del calcestruzzo strutturale.

## **4.2 DESCRIZIONE MECCANICA DEI MATERIALI**

I materiali impiegati per la realizzazione della struttura da provare su tavola vibrante sono gli stessi che vengono tipicamente impiegati per la

realizzazione delle strutture a pareti sandwich in c.a. gettato in opera. In particolare si prescrive l'impiego di:

- calcestruzzo di tipo ordinario di classe C25/30 applicato in opera con modalità a “spritz beton” per le pareti;
- calcestruzzo di tipo ordinario di classe C25/30 applicato mediante getto tradizionale per i solai e i cordoli;
- acciaio B450C per tutte le armature integrative inserite in cantiere (tra cui anche quelle per realizzare le connessioni di base, le connessioni tra pareti, le connessioni tra pareti e solai, i cordoli ed i solai di piano);
- acciaio zincato avente le stesse caratteristiche di un acciaio per cemento armato tipo B450C (come riportato nel paragrafo 11.3.2.1 del DM 2008) per le reti elettrosaldate e i connettori dei pannelli modulari.

Nell'ambito della progettazione della struttura da provare su tavola vibrante si considerano i seguenti valori medi delle resistenze dei materiali:

- resistenza a compressione media del calcestruzzo:

$$f_{cm} = 300 \frac{kg}{cm^2};$$

- resistenza di snervamento media dell'acciaio nervato:

$$f_{ym} = 5000 \frac{kg}{cm^2};$$

- resistenza di snervamento media dell'acciaio zincato:

$$f_{ym} = 5000 \frac{kg}{cm^2};$$

–

### **4.3 PROVA PRESSO L'EUCENTRE DI PAVIA**

La **Fondazione EUCENTRE** svolge le sue attività con il fine di promuovere, sostenere e curare la formazione e la ricerca della riduzione del rischio sismico, facendo il ponte tra il mondo accademico e della ricerca e quello

della professione, le istituzioni e l'industria. EUCENTRE s'impegna nell'implementazione delle seguenti azioni:

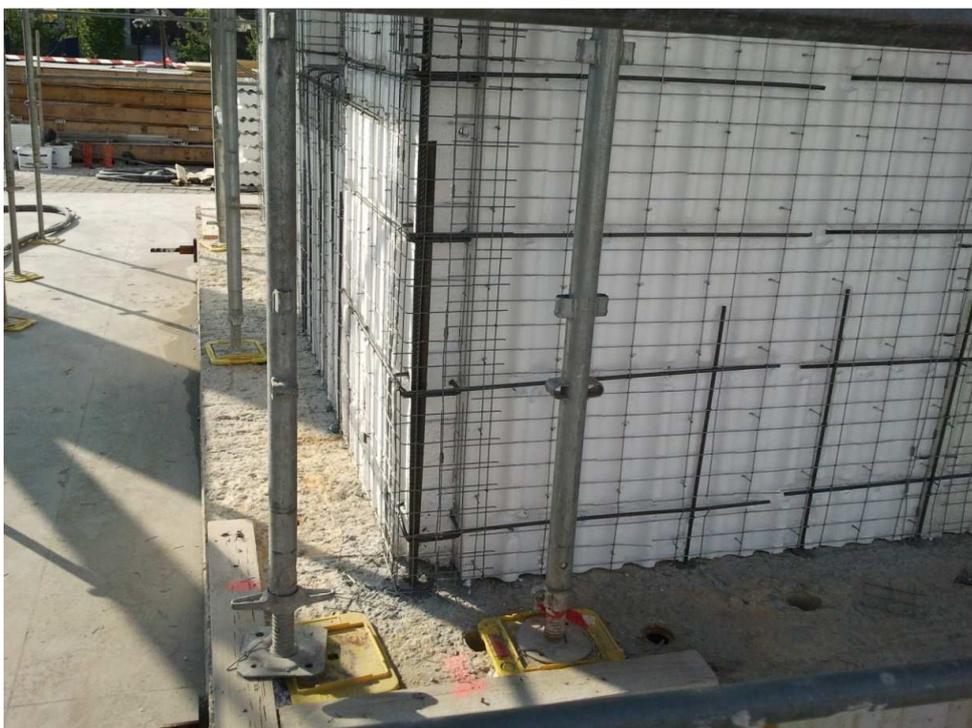
- sviluppo della ricerca applicata nel settore dell'ingegneria sismica, orientata a conseguire concreti obiettivi in ordine alla valutazione ed alla riduzione della vulnerabilità e del rischio;
- sviluppo di attività utili alla definizione di specifiche linee di azione pubblica, di atti di indirizzo, di linee guida nonché di documenti a carattere normativo, anche in riferimento allo stato dell'arte internazionale;
- formazione di operatori aventi spiccate capacità scientifiche e professionali nel settore dell'ingegneria sismica, con particolare riferimento alla sismologia, geologia, geotecnica, comportamento di materiali e strutture, analisi strutturale, progetto di nuove strutture, valutazione ed adeguamento di strutture esistenti anche in situazioni di emergenza;
- svolgimento di attività di consulenza scientifica e tecnologica, a livello nazionale ed internazionale, nel settore dell'Ingegneria sismica.

In data mercoledì 7 dicembre si è svolta presso il laboratorio di EUCENTRE l'atteso test sismico sulla struttura Nidyon di 3 piani realizzata nell'ambito del progetto di ricerca "SERIES" utilizzando il Pannello Singolo Portante (NYSP). Sono state applicate diverse scosse di intensità crescente. Alle ore 14.15 è stata impresso un terremoto di elevatissima intensità, con accelerazione orizzontale massima superiore a 1 g. In altre parole si è applicata un'azione sismica pari a circa 2 volte quella massima registrata nel terremoto de L'Aquila del 2009, 4 volte la massima accelerazione ag prevista delle Norme Tecniche per le Costruzioni (DM 14/01/2008) nelle zone più sismiche d'Italia. A fronte di tale elevatissima scossa sismica l'edificio non ha subito alcun danno.

Si riporta di seguito una carrellata d'immagini relative all'edificio in questione:



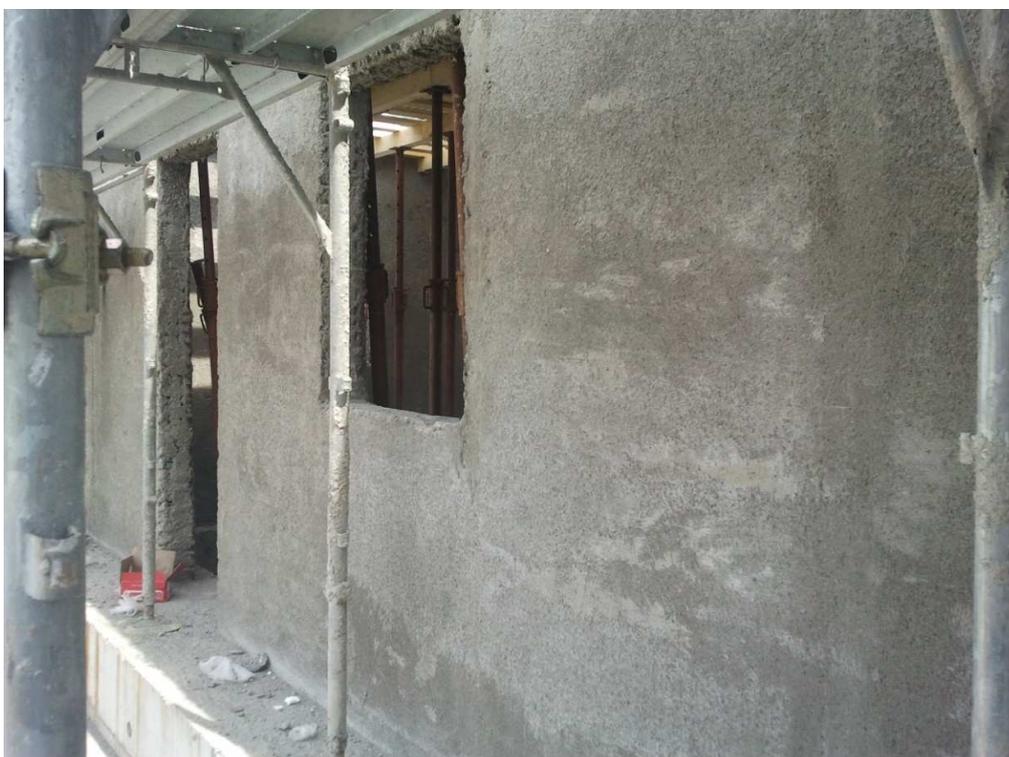
*Figura 4.9: Posizionamento dei pannelli in polistirene*



*Figura 4.10: Particolare d'angolo con ferri di ripresa*



*Figura 4.11: Applicazione del calcestruzzo a spritz beton*



*Figura 4.12: risultato della facciata dopo la rasatura*



*Figura 4.13: Posizionamento dei pannelli sul solaio*



*Figura 4.14: Getto del solaio di interpiano*



*Figura 4.15: Posizionamento dei pannelli del piano 2*



*Figura 4.16: Realizzazione del secondo piano*



*Figura 4.17: Posizionamento dei pannelli al 3° piano*



*Figura 4.18: Particolare della conformazione dei pannelli*



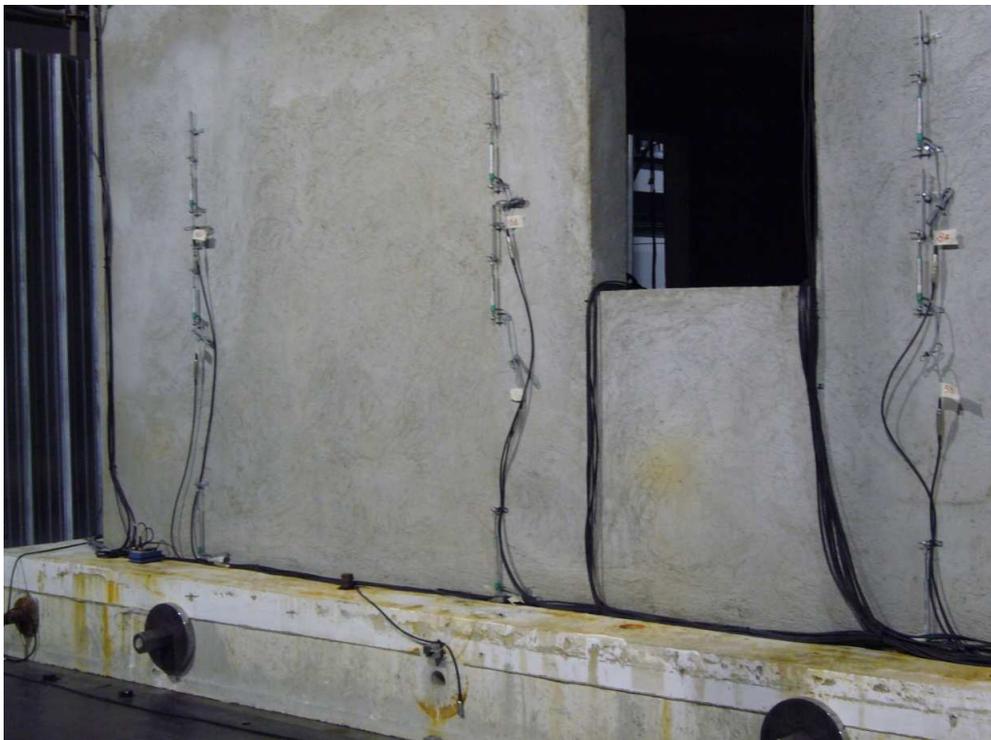
*Figura 4.19: Parete dopo il getto spritz betton*



*Figura 4.20: Visuale della casetta dopo la realizzazione di tutti i piani*



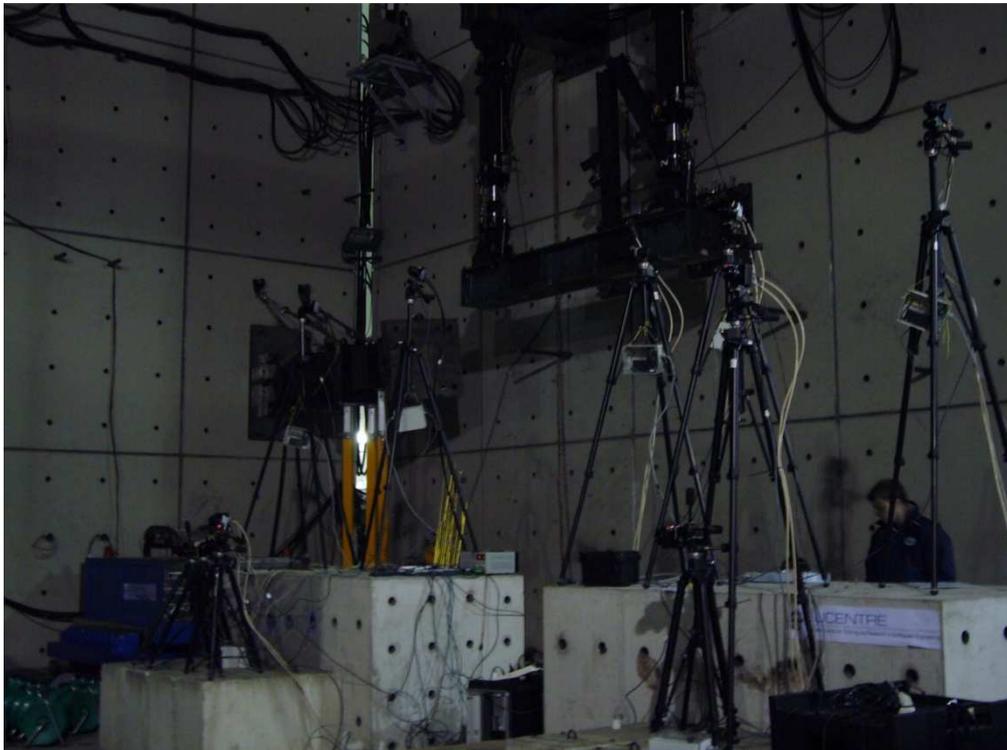
*Figura 4.21: Casetta completa dopo il trasporto in capannone e il suo posizionamento sulla tavola vibrante*



*Figura 4.22: Accelerometri esterni*



*Figura 4.23: Accelerometri interni*



*Figura 4.24: Telecamere per misurare gli spostamenti*

Nel prossimo capitolo verrà applicato al nostro caso di studio il metodo SAM.



## Capitolo 5

# APPLICAZIONE DEL METODO DEL TELAIO EQUIVALENTE AL CASO STUDIO

### 5.1 CALIBRAZIONE DELLA GEOMETRIA

In letteratura vengono dati pochi accenni sulla “fase pratica” del metodo; è quindi difficilmente reperire un formulario che dia regole applicative per la costruzione del telaio.

Si è ritenuto quindi opportuno applicare 3 diverse metodologie di calcolo del telaio equivalente.

Nel primo caso si sceglie di usare il metodo proposto da Dolce nel 1989 e già citato nel capitolo precedente.

Nel secondo caso si applicherà il così detto metodo semplificato che prevede di calcolare l’altezza efficace degli elementi, siano essi maschi murari o fasce di piano, allo stesso modo, senza distinzione, come succedeva invece nel metodo previsto da Dolce.

Un terzo metodo infine qui denominato “metodo con cordoli rigidi” prevede una trattazione con un irrigidimento a livello dei solai.

Si riporta di seguito una traccia del telaio nel quale verranno di seguito analizzate le lunghezze della parte deformabile e degli offset rigidi.

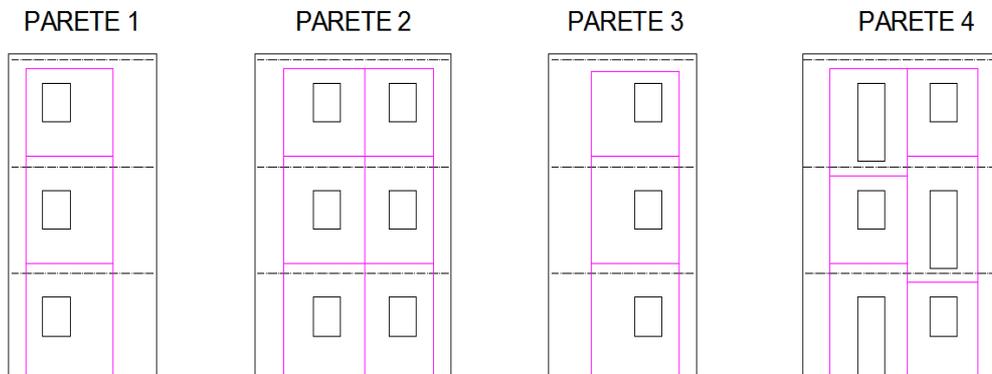


Figura 5.1: Traccia del telaio equivalente

Si adotta la seguente nomenclatura per i maschi murari:

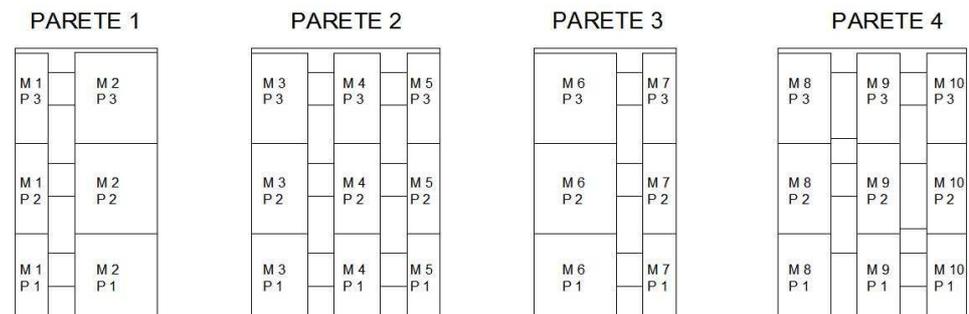


Figura 5.2: nomenclatura dei maschi murari

Si adotta la seguente nomenclatura per le fasce di piano:

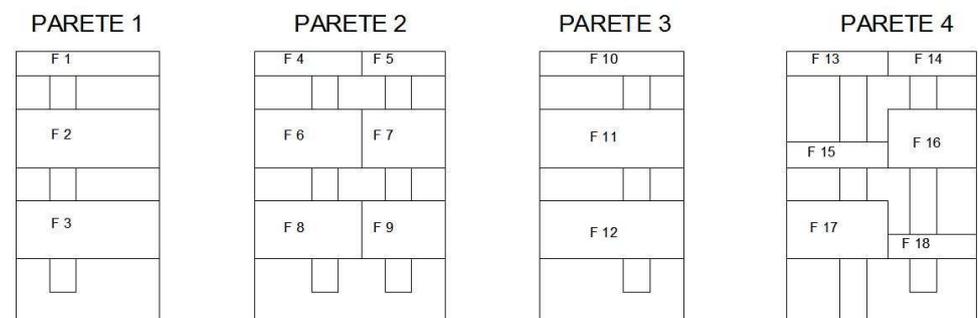


Figura 5.3: nomenclatura delle fasce di piano

### 5.1.1 METODO DOLCE

Il metodo studiato da Dolce prevede di applicare la seguente formulazione per il calcolo dell'altezza effettiva dei maschi murari:

$$H_{eff} = h' + \frac{1}{3} D \frac{\bar{H} - h'}{h'}$$

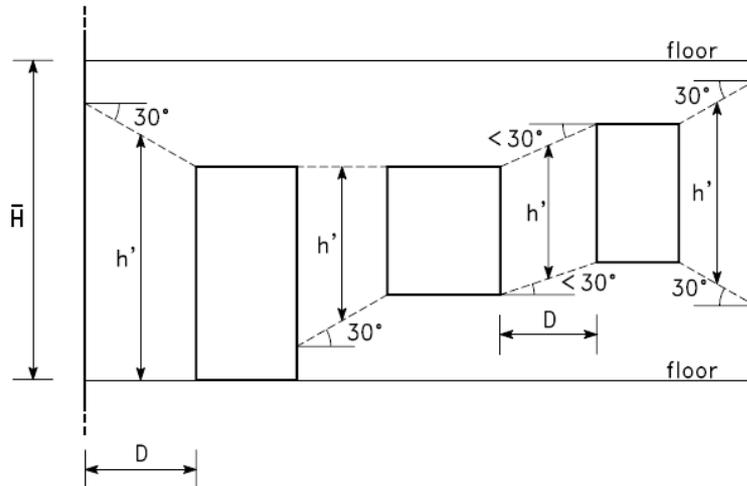


Figura 5.4: schema grafico per il calcolo dell'altezza effettiva

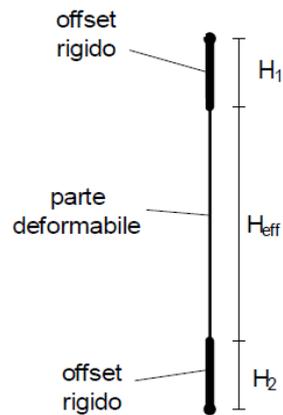


Figura 5.5: modello tipo dell'elemento di telaio

Si riporta di seguito una tabella riassuntiva dei calcoli fatti sui maschi murari per le 4 pareti.

		H (cm)	h' (cm)	D (cm)	H telaio (cm)	H eff (cm)	H1 (cm)	H2 (cm)
PARETE 1	MASCHIO 1 PIANO 1	260	158	100	286	<b>179,5</b>	<b>53,2</b>	<b>53,2</b>
	MASCHIO 1 PIANO 2	275	158	100	276	<b>182,7</b>	<b>46,7</b>	<b>46,7</b>
	MASCHIO 1 PIANO 3	275	158	100	225,5	<b>182,7</b>	<b>21,4</b>	<b>21,4</b>
	MASCHIO 2 PIANO 1	260	244	250	286	<b>249,5</b>	<b>18,3</b>	<b>18,3</b>
	MASCHIO 2 PIANO 2	275	244	250	276	<b>254,6</b>	<b>10,7</b>	<b>10,7</b>
	MASCHIO 2 PIANO 3	275	244	250	225,5	<b>254,6</b>	<b>-14,5</b>	<b>-14,5</b>
PARETE 2	MASCHIO 3 PIANO 1	260	198	170	286	<b>215,7</b>	<b>35,1</b>	<b>35,1</b>
	MASCHIO 3 PIANO 2	275	198	170	276	<b>220,0</b>	<b>28,0</b>	<b>28,0</b>
	MASCHIO 3 PIANO 3	275	198	170	225,5	<b>220,0</b>	<b>2,7</b>	<b>2,7</b>
	MASCHIO 4 PIANO 1	260	100	140	286	<b>100,0</b>	<b>86,0</b>	<b>100,0</b>
	MASCHIO 4 PIANO 2	275	100	140	276	<b>100,0</b>	<b>88,0</b>	<b>88,0</b>
	MASCHIO 4 PIANO 3	275	100	140	225,5	<b>100,0</b>	<b>37,5</b>	<b>88,0</b>
	MASCHIO 5 PIANO 1	260	158	100	286	<b>179,5</b>	<b>53,2</b>	<b>53,2</b>
	MASCHIO 5 PIANO 2	275	158	100	276	<b>182,7</b>	<b>46,7</b>	<b>46,7</b>
	MASCHIO 5 PIANO 3	275	158	100	225,5	<b>182,7</b>	<b>21,4</b>	<b>21,4</b>

PARETE 3	MASCHIO 6 PIANO 1	260	244	250	286	<b>249,5</b>	<b>18,3</b>	<b>18,3</b>
	MASCHIO 6 PIANO 2	275	244	250	276	<b>254,6</b>	<b>10,7</b>	<b>10,7</b>
	MASCHIO 6 PIANO 3	275	244	250	225,5	<b>254,6</b>	<b>-14,5</b>	<b>-14,5</b>
	MASCHIO 7 PIANO 1	260	158	100	286	<b>179,5</b>	<b>53,2</b>	<b>53,2</b>
	MASCHIO 7 PIANO 2	275	158	100	276	<b>182,7</b>	<b>46,7</b>	<b>46,7</b>
	MASCHIO 7 PIANO 3	275	158	100	225,5	<b>182,7</b>	<b>21,4</b>	<b>21,4</b>
PARETE 4	MASCHIO 8 PIANO 1	260	246	160	286	<b>249,0</b>	<b>37,0</b>	<b>0,0</b>
	MASCHIO 8 PIANO 2	275	192	160	225	<b>215,1</b>	<b>5,0</b>	<b>5,0</b>
	MASCHIO 8 PIANO 3	275	246	160	275,5	<b>252,3</b>	<b>23,2</b>	<b>0,0</b>
	MASCHIO 9 PIANO 1	260	137	130	237	<b>175,9</b>	<b>30,5</b>	<b>30,5</b>
	MASCHIO 9 PIANO 2	275	137	130	225	<b>180,6</b>	<b>22,2</b>	<b>22,2</b>
	MASCHIO 9 PIANO 3	275	137	130	225,5	<b>180,6</b>	<b>22,4</b>	<b>22,4</b>
	MASCHIO 10 PIANO 1	260	169	120	237	<b>190,5</b>	<b>23,2</b>	<b>23,2</b>
	MASCHIO 10 PIANO 2	275	235	120	325	<b>241,8</b>	<b>83,2</b>	<b>0,0</b>
	MASCHIO 10 PIANO 3	275	169	120	225,5	<b>194,1</b>	<b>15,7</b>	<b>15,7</b>

Figura 5.6: Tabella riassuntiva per il calcolo dei maschi murari secondo il metodo proposto da Dolce

I numeri scritti in azzurro non rispettano la formula fornita da Dolce ma seguono una soluzione pensata dallo stesso autore. Si prenda in considerazione il maschio murario 4 al piano 1: esso si trova “incastrato” tra 2 finestre uguali posizionate alla stessa quota, una alla sua destra, l’altra alla sua sinistra; secondo la procedura Dolce l’altezza effettiva di questo maschio è da considerarsi pari all’altezza dell’elemento finestra. Lo stesso ragionamento può essere trasposto per il maschio murario 4 ai piani 2 e 3.

I numeri evidenziati in verde rappresentano un caso anomalo in cui l’altezza efficace è superiore all’altezza del telaio.

Il professor Dolce non ha lasciato alcuna indicazione sul comportamento da tenere in questo caso per cui si decide di mantenere un offset rigido pari a quello calcolato nello stesso maschio murario al piano sottostante e di calcolare l’altezza effettiva per differenza.

Per quanto detto i maschi 2 e 6 al piano 3 avranno altezza efficace pari a 204,1 cm e offset rigidi alti 10,7 cm.

In rosso sono evidenziati casi in cui la presenza di porte comporta un’altezza efficace calcolata come da formulazione fornita dall’autore mentre il tratto rigido diventa solamente uno, ed in particolare lo si vede posizionato nella parte alta del piano. Questo accade perché l’apertura fino al solaio non garantisce rigidità anche nella parte sottostante come succedeva altresì con aperture di tipo finestra.

Per le fasce di piano Dolce non ha previsto che se si ricade, come in questo caso, in una situazione di aperture allineate verticalmente si ottengono buoni risultati assegnando una lunghezza efficace pari alla luce libera delle aperture.

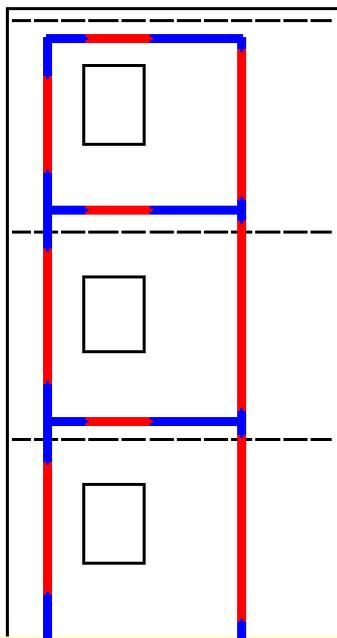
Si passa quindi ad una tabella riassuntiva delle lunghezze effettive e degli offset rigidi delle fasce di piano:

		<b>H sinistra</b>	<b>H eff</b>	<b>H destra</b>
PARETE 1	FASCIA 1	50	80	125
	FASCIA 2	50	80	125
	FASCIA 3	50	80	125
PARETE 2	FASCIA 4	85	80	70
	FASCIA 5	70	80	50
	FASCIA 6	85	80	70
	FASCIA 7	70	80	50
	FASCIA 8	85	80	70
	FASCIA 9	70	80	50
PARETE 3	FASCIA 10	125	80	50,5
	FASCIA 11	125	80	50,5
	FASCIA 12	125	80	50,5
PARETE 4	FASCIA 13	80	80	65
	FASCIA 14	65	80	60
	FASCIA 15	80	80	65
	FASCIA 16	65	80	60
	FASCIA 17	80	80	65
	FASCIA 18	65	80	60

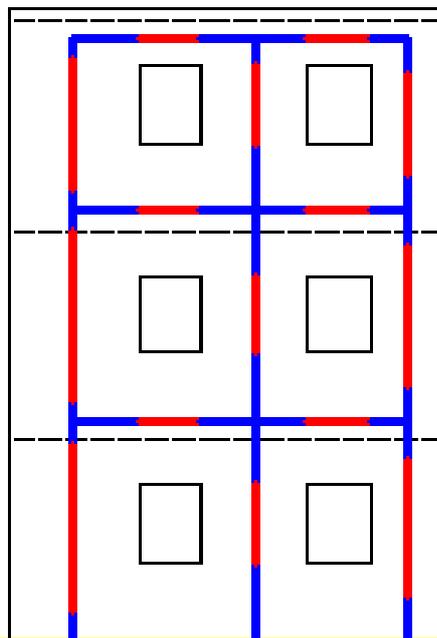
*Figura 5.7: Tabella riassuntiva per il calcolo delle fasce di piano secondo il metodo proposto da Dolce*

Di seguito un'immagine evidenzia graficamente ciò che è stato calcolato con questo metodo.

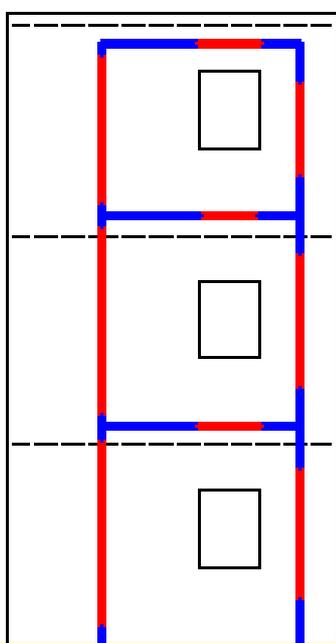
PARETE 1



PARETE 2



PARETE 3



PARETE 4

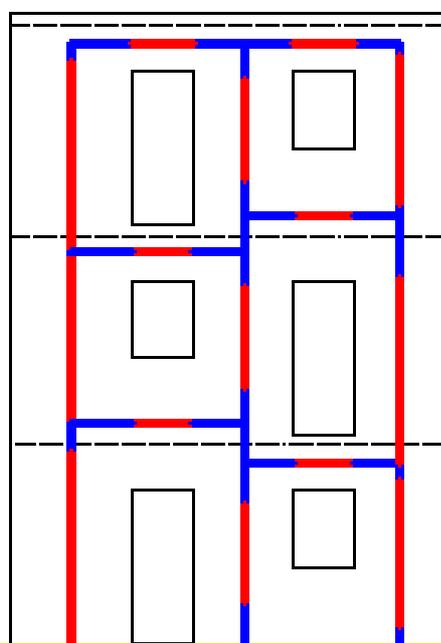


Figura 5.7: Telaio equivalente secondo il metodo proposto da Dolce

## 5.1.2 METODO SEMPLIFICATO

Con il metodo qui denominato semplificato si prevede di creare un telaio equivalente calcolato come per le fasce di piano nel metodo proposto da Dolce ovvero si attribuisce a maschi e fasce murari un'altezza /lunghezza efficace pari alla luce libera delle aperture.

Di seguito una tabella riassume i valori delle altezze efficaci e degli offset rigidi di maschi e fasce murarie:

		<b>H telaio (cm)</b>	<b>H eff (cm)</b>	<b>H1 (cm)</b>	<b>H2 (cm)</b>
PARETE 1	MASCHIO 1 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 1 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 1 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
	MASCHIO 2 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 2 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 2 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
PARETE 2	MASCHIO 3 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 3 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 3 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
	MASCHIO 4 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 4 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 4 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
	MASCHIO 5 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 5 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 5 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
PARETE 3	MASCHIO 6 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 6 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 6 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
	MASCHIO 7 PIANO 1	286	100	88	100
	MASCHIO 7 PIANO 2	276	100	88	88
	MASCHIO 7 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
INTE	MASCHIO 8 PIANO 1	286	200	88	0

	MASCHIO 8 PIANO 2	225	100	38	88
	MASCHIO 8 PIANO 3	275,5	238	37,5	0
	MASCHIO 9 PIANO 1	237	100	37,5	100
	MASCHIO 9 PIANO 2	225	100	38	88
	MASCHIO 9 PIANO 3	225,5	100	37,5	88
	MASCHIO 10 PIANO 1	237	100	38	100
	MASCHIO 10 PIANO 2	325	238	88	0
	MASCHIO 10 PIANO 3	225,5	100	37,5	88

Figura 5.8: Tabella riassuntiva per il calcolo dei maschi murari secondo il metodo semplificato

		H sinistra	H eff	H destra
PARETE 1	FASCIA 1	50	80	125
	FASCIA 2	50	80	125
	FASCIA 3	50	80	125
PARETE 2	FASCIA 4	85	80	70
	FASCIA 5	70	80	50
	FASCIA 6	85	80	70
	FASCIA 7	70	80	50
	FASCIA 8	85	80	70
	FASCIA 9	70	80	50
PARETE 3	FASCIA 10	125	80	50,5
	FASCIA 11	125	80	50,5
	FASCIA 12	125	80	50,5
PARETE 4	FASCIA 13	80	80	65
	FASCIA 14	65	80	60
	FASCIA 15	80	80	65
	FASCIA 16	65	80	60
	FASCIA 17	80	80	65
	FASCIA 18	65	80	60

Figura 5.9: Tabella riassuntiva per il calcolo delle fasce di piano secondo il metodo semplificato

Di seguito un'immagine evidenzia graficamente ciò che è stato calcolato con questo metodo.

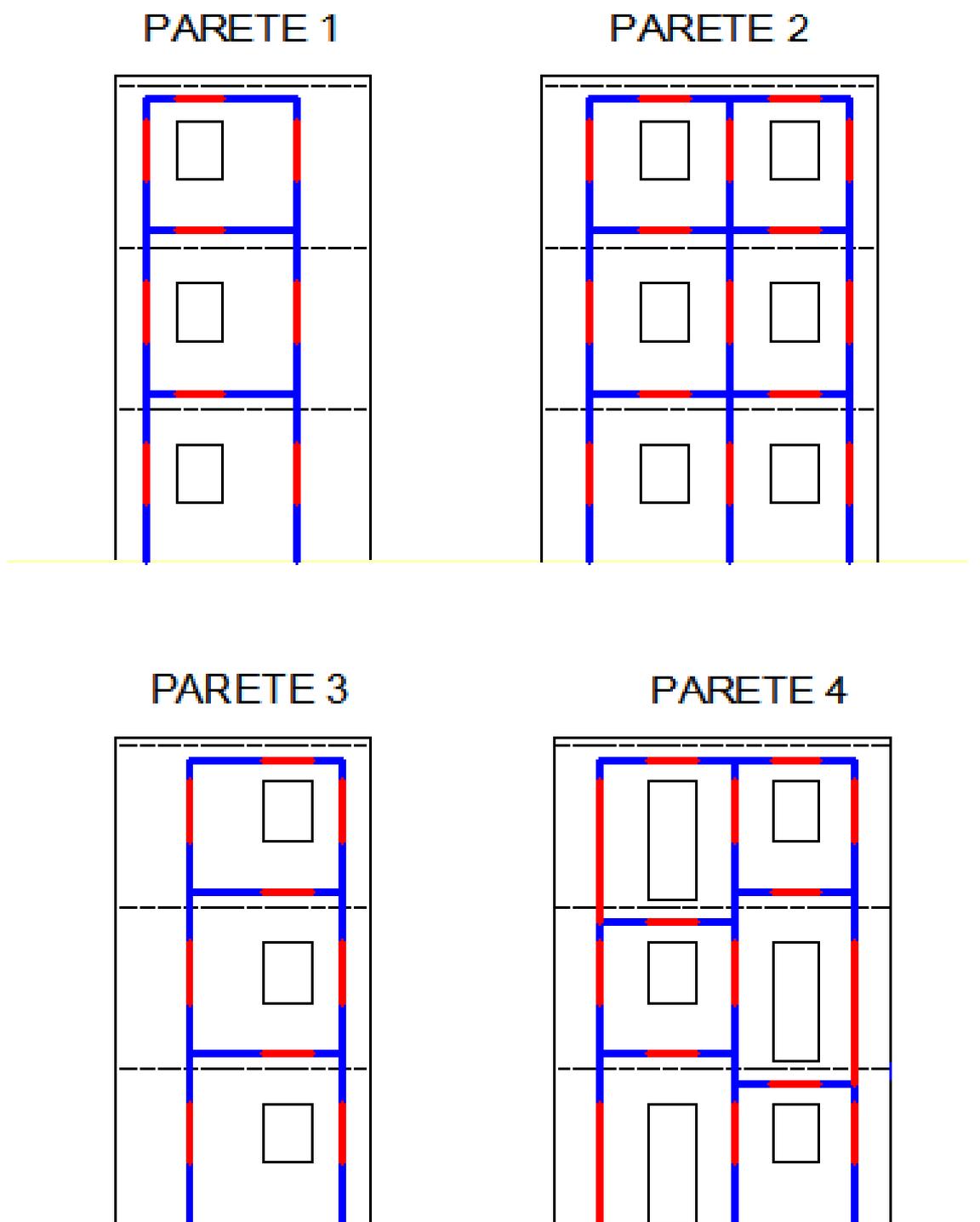


Figura 5.10: telaio equivalente secondo il metodo semplificato

### 5.1.3 METODO CON CORDOLI RIGIDI

Nella trattazione proposta da Guido Magenes e Claudio Braggio nell'ambito del "Progetto Catania" denominata *Applicazione del metodo SAM al caso dell'edificio sito in via martoglio a Catania* viene proposta una soluzione alternativa per la costruzione del telaio equivalente.

Prendendo quindi spunto dalla struttura catanese si vuole provare una terza ed ultima soluzione per la determinazione del telaio equivalente.

Questo caso prevede un irrigidimento a livello dei solai. La scelta è dettata dal fatto che le pareti sono connesse ai solai attraverso speciali cordoli in c.a. disposti sulla sommità delle pareti stesse.

L'articolo sopracitato non contempla però un metodo di calcolo delle altezze efficaci e degli offset rigidi quindi si sceglie di calcolare questi valori applicando la formula proposta da Dolce:

$$H_{eff} = h' + \frac{1}{3} D \frac{\bar{H} - h'}{h'}$$

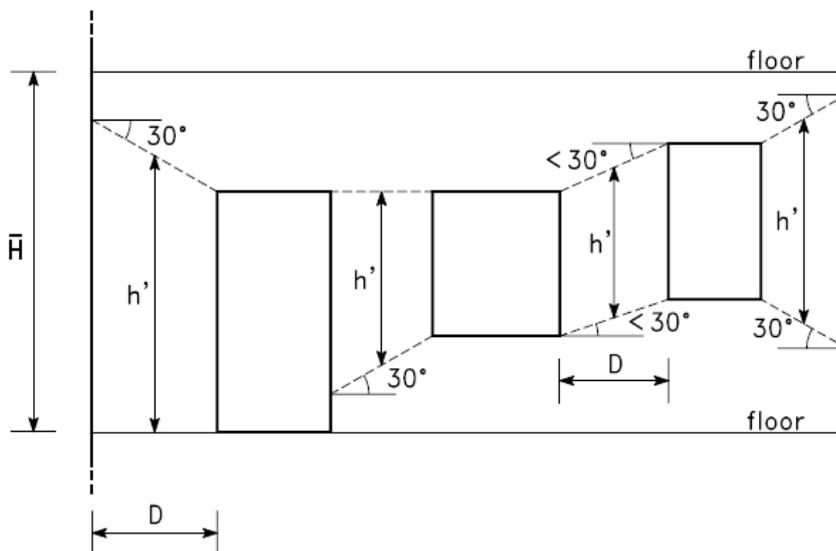


Figura 5.11: Schema grafico per il calcolo dell'altezza effettiva

I risultati ottenuti per il calcolo dell'altezza efficace e dei link rigidi sono schematicamente riportati nella tabella seguente:

		H (cm)	h' (cm)	D (cm)	H telaio	H eff (cm)	H1 (cm)	H2 (cm)
PARETE 1	MASCHIO 1 PIANO 1	245	158	100	221,5	176,4	22,6	22,6
	MASCHIO 1 PIANO 2	245	158	100	173	176,4	-1,7	-1,7
	MASCHIO 1 PIANO 3	260	158	100	187,5	179,5	4,0	4,0
	MASCHIO 2 PIANO 1	245	244	250	221,5	244,3	-11,4	-11,4
	MASCHIO 2 PIANO 2	245	244	250	173	244,3	-35,7	-35,7
	MASCHIO 2 PIANO 3	260	244	250	187,5	249,5	-31,0	-31,0
PARETE 2	MASCHIO 3 PIANO 1	245	198	170	221,5	211,5	5,0	5,0
	MASCHIO 3 PIANO 2	245	198	170	173	211,5	-19,2	-19,2
	MASCHIO 3 PIANO 3	260	198	170	187,5	215,7	-14,1	-14,1
	MASCHIO 4 PIANO 1	245	100	140	221,5	100,0	22,5	100,0
	MASCHIO 4 PIANO 2	245	100	140	173	100,0	23,0	50,0
	MASCHIO 4 PIANO 3	260	100	140	187,5	100,0	50,0	37,5
	MASCHIO 5 PIANO 1	245	158	100	221,5	176,4	22,6	22,6
	MASCHIO 5 PIANO 2	245	158	100	173	176,4	-1,7	-1,7
	MASCHIO 5 PIANO 3	260	158	100	187,5	179,5	4,0	4,0
PARETE 3	MASCHIO 6 PIANO 1	245	244	250	221,5	244,3	-11,4	-11,4
	MASCHIO 6 PIANO 2	245	244	250	173	244,3	-35,7	-35,7
	MASCHIO 6 PIANO 3	260	244	250	187,5	249,5	-31,0	-31,0
	MASCHIO 7 PIANO 1	245	158	100	221,5	176,4	22,6	22,6
	MASCHIO 7 PIANO 2	245	158	100	173	176,4	-1,7	-1,7
	MASCHIO 7 PIANO 3	260	158	100	187,5	179,5	4,0	4,0
PARETE 4	MASCHIO 8 PIANO 1	245	246	160	222,5	245,8	-23,3	0,0
	MASCHIO 8 PIANO 2	245	192	160	173	206,7	-16,9	-16,9
	MASCHIO 8 PIANO 3	260	246	160	252,5	249,0	3,5	0,0

MASCHIO 9 PIANO 1	245	137	130	222, 5	<b>171,2</b>	<b>25,7</b>	<b>25,7</b>
MASCHIO 9 PIANO 2	245	137	130	173	<b>171,2</b>	<b>0,9</b>	<b>0,9</b>
MASCHIO 9 PIANO 3	260	137	130	187, 5	<b>175,9</b>	<b>5,8</b>	<b>5,8</b>
MASCHIO 10 PIANO 1	245	169	120	222, 5	<b>187,0</b>	<b>17,8</b>	<b>17,8</b>
MASCHIO 10 PIANO 2	245	235	120	237	<b>236,7</b>	<b>0,3</b>	<b>0,0</b>
MASCHIO 10 PIANO 3	260	169	120	187, 5	<b>190,5</b>	<b>-1,5</b>	<b>-1,5</b>

Figura 5.12: tabella riassuntiva per il calcolo dei maschi murari secondo il metodo con cordoli rigidi

Come nell'applicazione del metodo Dolce anche qui ci sono delle anomalie nei risultati; l'autore della formula per il calcolo dell'altezza efficace infatti non ha previsto che potesse accadere di avere valori di Heff maggiori dell'altezza del telaio. Nel caso in specie tutti i numeri evidenziati in giallo ricadono in questa casistica essendo essi risultati negativi. Il fatto comporta delle scelte da parte di colui che produce l'analisi. Si ricordi come nel primo metodo analizzato si era ritenuto opportuno attribuire ai tratti in questione (maschio 2 piano 3 e maschio 6 piano 3) valore di offset rigido pari a quello dei rispettivi piani sottostanti (maschio 2 piano 2 e maschio 6 piano 2). Si sceglie ora una strada alternativa che prevede di attribuire a tutti i numeri sopracitati un valore pari a zero.

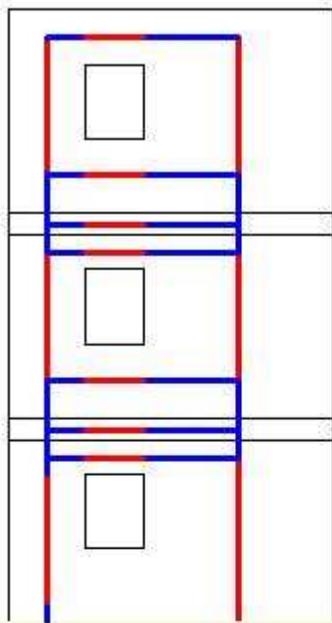
I numeri scritti in azzurro non rispettano la formula fornita da Dolce ma seguono una soluzione pensata dallo stesso autore. Si prenda in considerazione il maschio murario 4 al piano 1: esso si trova "incastrato" tra 2 finestre uguali posizionate alla stessa quota, una alla sua destra, l'altra alla sua sinistra; secondo la procedura Dolce l'altezza effettiva di questo maschio è da considerarsi pari all'altezza dell'elemento finestra. Lo stesso ragionamento può essere trasposto per il maschio murario 4 ai piani 2 e 3.

I numeri in rosso evidenziano la presenza di una porta, il che comporta un solo offset rigido nella parte alta del telaio; non è quindi contemplata anche la presenza di H2 alla quale si attribuisce un valore pari a zero.

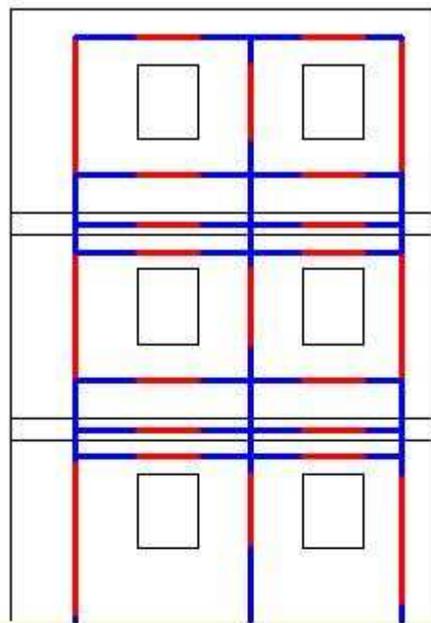
		<b>H sinistra</b>	<b>H eff</b>	<b>H destra</b>
PARETE 1	FASCIA 1	50	80	125
	FASCIA 2	50	80	125
	FASCIA 3	50	80	125
PARETE 2	FASCIA 4	85	80	70
	FASCIA 5	70	80	50
	FASCIA 6	85	80	70
	FASCIA 7	70	80	50
	FASCIA 8	85	80	70
	FASCIA 9	70	80	50
PARETE 3	FASCIA 10	125	80	50,5
	FASCIA 11	125	80	50,5
	FASCIA 12	125	80	50,5
PARETE 4	FASCIA 13	80	80	65
	FASCIA 14	65	80	60
	FASCIA 15	80	80	65
	FASCIA 16	65	80	60
	FASCIA 17	80	80	65
	FASCIA 18	65	80	60

*Figura 5.12: tabella riassuntiva per il calcolo delle fasce di piano secondo il metodo con cordoli rigidi*

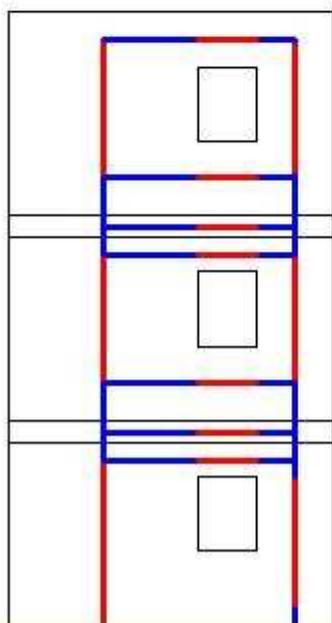
PARETE 1



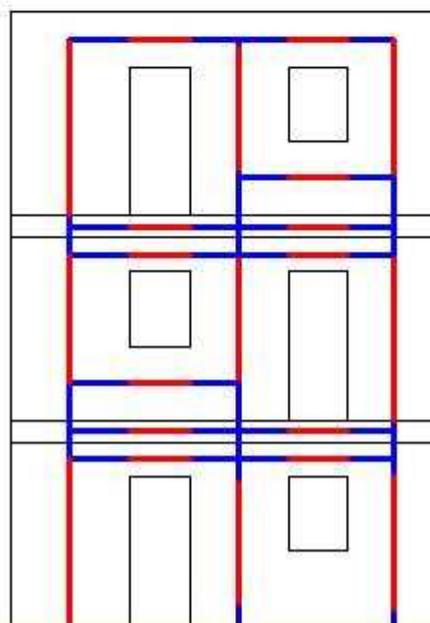
PARETE 2



PARETE 3



PARETE 4



*Figura 5.13: telaio equivalente secondo il metodo semplificato*

## **5.2 CARATTERISTICHE MECCANICHE**

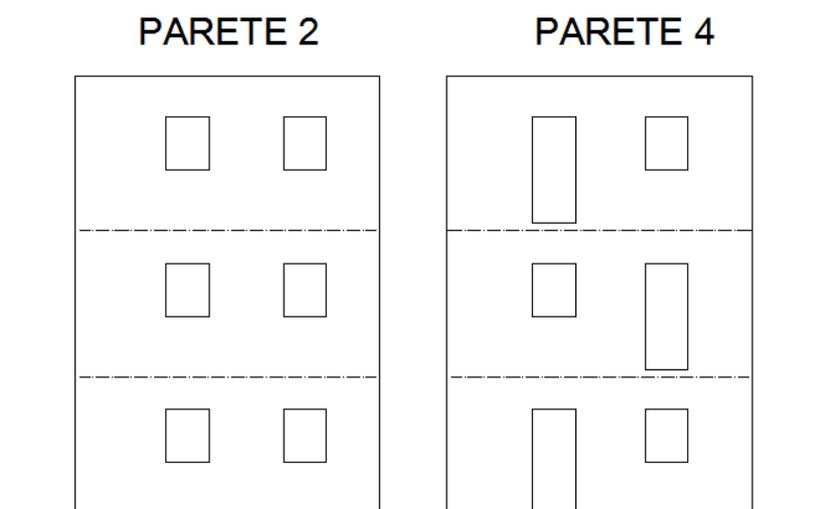
Dopo aver caratterizzato la geometria degli elementi si procede alla loro analisi con un programma di calcolo che permetta elaborazioni pushover. Le pareti che verranno inizialmente analizzate e sottoposte all'analisi sono le 2 lunghe, ossia quelle parallele al sisma.

La scelta di studiare solo questi elementi è legata ad un fatto di calibrazione dei modelli.

Vari tentativi applicati alle 2 pareti lunghe produrranno differenti risultati e solo quelli che saranno più aderenti ai risultati ottenuti da prove statiche e pseudo-statiche saranno tenuti in considerazione per la creazione del modello 3D della casetta a 3 piani provata a Pavia.

E' ovvio comunque che gli unici risultati da tenere in considerazione saranno quelli che vengono dal modello tridimensionale. Non si deve dimenticare infatti che una delle ipotesi di partenza dello studio di questa struttura era il suo comportamento scatolare; prescindere da questa ipotesi significherebbe dunque errare tutta l'analisi.

Vediamo quindi di seguito le caratteristiche dei 2 telai piani ed in particolare quali sono i carichi ad essi applicati:



*Figura 5.14: pareti 2 e 4 da analizzare*

Si è scelto di analizzare i 6 telai (i modelli sono 3, di ogni modello si analizzano 2 pareti) con il programma SAP 2000.

I dati iniziali sono evidentemente uguali per tutti i modelli.

Ogni telaio è previsto interamente in calcestruzzo. L'impossibilità di costruire modelli a fibre con SAP impedisce l'attribuzione di sezioni di acciaio laddove esistono i ferri d'armatura. Per l'analisi pushover il problema sarà bypassato attribuendo alle cerniere plastiche dei grafici di rottura che intrinsecamente prevedano l'esatta percentuale di armatura presente nelle rispettive sezioni.

Si vuole sottolineare il fatto che il modulo di elasticità longitudinale (o modulo di Young)  $E$  attribuito al materiale calcestruzzo non è  $300.000 \text{ kg/cm}^2$  ma  $30.000 \text{ kg/cm}^2$ . I motivi apparentemente insensati che portano alla modifica di questo dato sono spiegati di seguito. Si consideri una sezione rettangolare con dimensioni  $l \times b$  (dove  $l$  è la larghezza della parete e  $b$  è lo spessore della parete stessa) incastrata alla base e soggetta a cicli di carico e scarico.

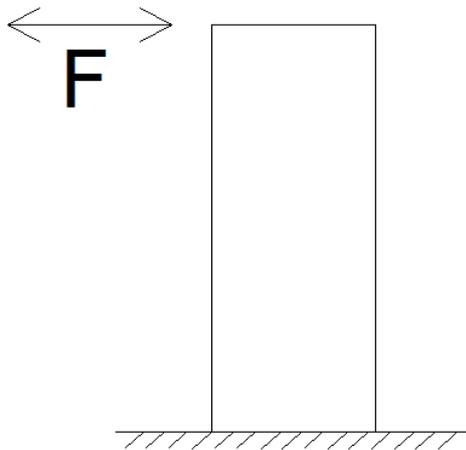


Figura 5.15: modello di trave incastrata alla base con forza applicata all'estremità

La rigidità della sezione interamente reagente è pari a:

$$k_{\text{int.reagente}} = \frac{3 E J}{h^3}$$

la rigidezza  $k$  per una sezione totalmente fessurata  $k_{\text{teorica, tot fessurata}}$  ha un valore pari a circa 1/10 della  $k_{\text{int.reagente}}$ . Tale risultato è supportato anche da prove sperimentali.

Giacché l'obiettivo è quello di analizzare la struttura in campo post-elastico si deve assumere la rigidezza come quella per strutture non interamente reagenti, in altre parole vanno operate modifiche sul momento d'inerzia  $J$ .

SAP 2000 non consente di modificare i valori del momento d'inerzia per cui l'operatore dovrà esprimere tale modifica dividendo per 10 il modulo di elasticità  $E$  che passa così da  $300\,000\text{ kg/cm}^2$  a  $30\,000\text{ kg/cm}^2$ .

Il carico al quale è soggetta la struttura ci viene da analisi di carico eseguite in fase di progettazione della prova. Questi pesi, così come anche la geometria della casetta, sono legati alle dimensioni e dalla capacità portante della tavola vibrante e del capannone e risultano essere complessivamente pari a 66,5 t.

Solaio di Copertura			
Permanenti	235 kg/m <sup>2</sup>	A <sub>copertura</sub>	21 m <sup>2</sup>
Extra	295 kg/m <sup>2</sup>	W <sub>copertura</sub>	11.1 t

Solaio di Piano Secondo			
Permanenti	329 kg/m <sup>2</sup>	A <sub>piano 2</sub>	19 m <sup>2</sup>
Balcone	212 kg/m <sup>2</sup>	A <sub>balcone piano 2</sub>	1.93 m <sup>2</sup>
Extra	235 kg/m <sup>2</sup>	W <sub>piano 2</sub>	11.1 t

Solaio di Piano Primo			
Permanenti	329 kg/m <sup>2</sup>	A <sub>piano 1</sub>	19 m <sup>2</sup>
Balcone	215 kg/m <sup>2</sup>	A <sub>balcone piano 2</sub>	1.86 m <sup>2</sup>
Extra	235 kg/m <sup>2</sup>	W <sub>piano 1</sub>	11.1 t

Cordoli                      6.63 t  
Pareti                         26.45 t

Peso Totale Struttura Nuda                      51.3 t  
Peso Totale con Extra                              66.5 t  
Peso Fondazione                                      14 t  
Peso Tavola Vibrante                                42 t

I<sub>yy</sub>                              5.52 m  
I<sub>L</sub>                                4.12 m  
b                                 0.08 m  
H                                 8.2 m  
H<sub>fondazione</sub>                      0.4 m

F<sub>max, tavola</sub>                      175 t  
M<sub>max, tavola</sub>                      400 t m

*Figura 5.16: analisi dei carichi*

Ad ogni piano verrà attribuito quindi un carico di distribuito pari a 25,77 kg/cm.

Una prima verifica di correttezza del telaio così prodotto è stata eseguita controllando che le reazioni vincolari degli incastri alla base fossero uguali e contrarie al carico distribuito applicato.

Un esempio grafico di tale prova viene riportato di seguito.

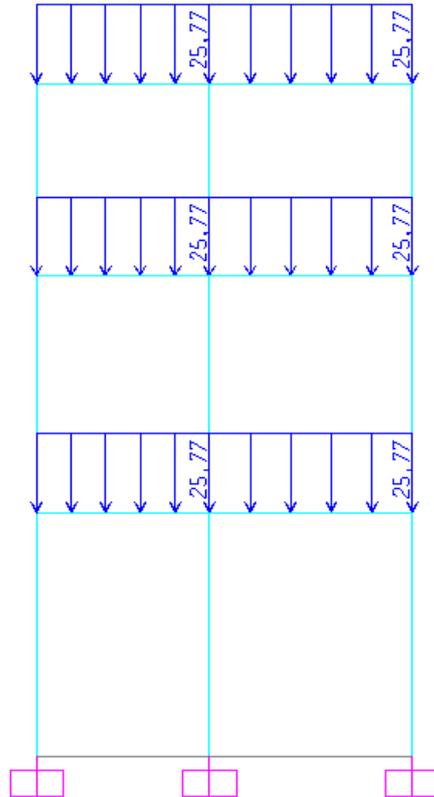


Figura 5.17: telaio piano caricato con  $25,77 \text{ kg/cm}^2$

CaseType Text	GlobalFX Kgf	GlobalFY Kgf	GlobalFZ Kgf	GlobalMX Kgf-cm	GlobalMY Kgf-cm	GlobalMZ Kgf-cm
LinStatic	0	000000001209	33629,85	7314492,38	0	0

Figura 5.18: reazioni vincolari alla base del telaio

Nella figura 5.18 qui sopra è cerchiato in rosso il valore delle reazioni vincoli alla base che risulta giustamente essere pari alla metà del carico totale (66,5t).

Dopo questi accorgimenti iniziali si procede alla vera e propria analisi non lineare del sistema con l'attribuzione delle cerniere plastiche e dei legami costitutivi.

Le cerniere plastiche che vanno inserite nel telaio equivalente per l'analisi pushover sono di due tipi:

- cerniere flessionali
- cerniere a taglio

Le cerniere flessionali vanno inserite al limite tra il tratto deformabile e quello infinitamente rigido distinguendo se la zona prevede armatura con ferri di ripresa (60 cm dal basso) o armatura diffusa (rete elettrosaldata  $\Phi 2,5$  passo 10 x 10 cm).

Le cerniere a taglio vanno posizionate a metà del tratto deformabile ed è ragionevole pensare che le prime si verificheranno nel piano 1 dove il taglio è maggiore.

Il legame costitutivo che rappresenta la cerniera plastica a taglio è un legame forza-spostamento mentre per le cerniere plastiche a flessione si usano legami momento-curvatura.

Tutte le cerniere da inserire nel modello sono state calcolate con dei fogli Excell nei quali, dopo avere valutato tutti i valori necessari, sono stati costruiti i grafici rigido-plastici da inserire in SAP 2000.

Si riporta di seguito una carrellata con le formule usate per il calcolo e si rimanda all'appendice A per l'analisi dettagliata di queste formule e per la definizione precisa di come siano state ricavate.

#### DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO $Y_{y1}$ IN CONDIZIONI DI PRIMO SNERVAMENTO

La posizione dell'asse neutro  $y_{y1}$  può essere calcolata imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. nell'istante in cui si

raggiunge il primo snervamento delle armature poste sulla fibra più esterna della sezione:

$$R_c - R_s = N$$

dove  $R_c$  rappresenta la risultante delle tensioni di compressione agenti sul calcestruzzo,  $R_s$  rappresenta la risultante delle tensioni di trazione agenti sulle armature, ed  $N$  rappresenta lo sforzo normale di compressione esterno agente sulla sezione.

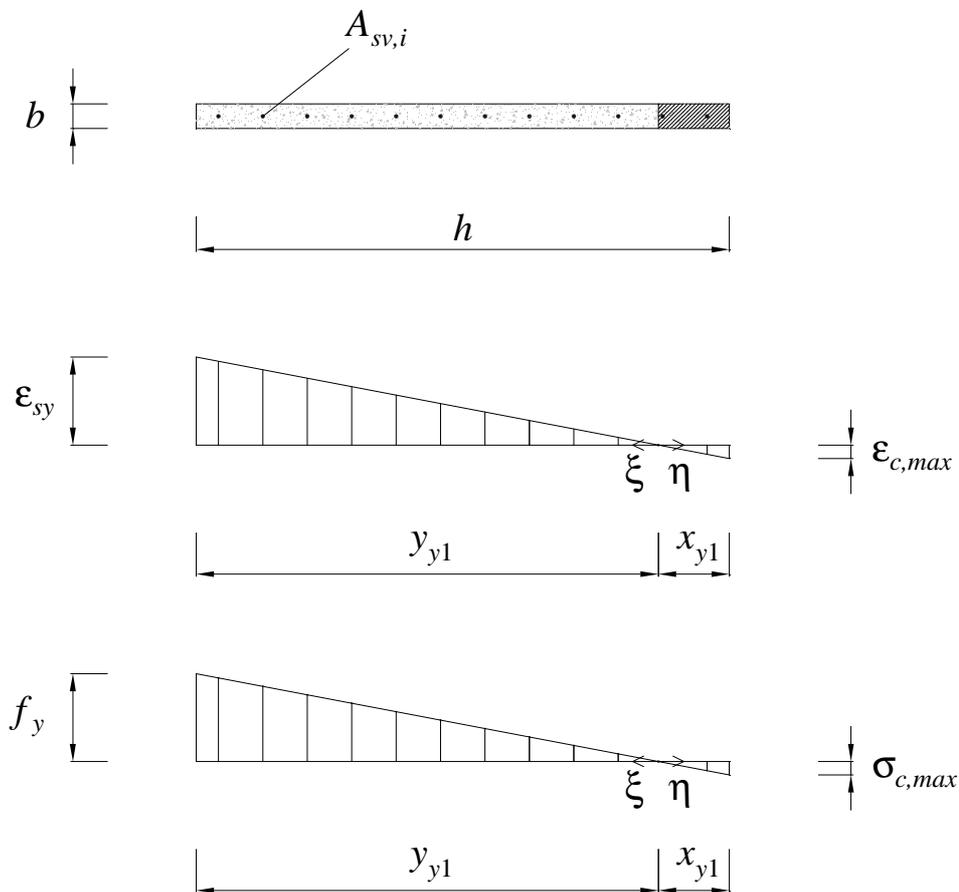


Figura 5.19: Diagramma delle deformazioni  $\epsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni di “primo snervamento” per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa.

$$y_{y1} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) - \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - h^2 (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (1)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$ , caso di flessione semplice), la formulazione si semplifica nella seguente:

$$y_{y1} = \frac{h}{1 + \sqrt{n\rho}}$$

#### DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO $y_{ys}$ IN CONDIZIONI DI "SNERVAMENTO SOSTANZIALE"

Nel paragrafo precedente, con una trattazione al continuo delle armature equidistanti, si è assunto che la sezione si presenta in condizioni di primo snervamento quando si raggiunge il valore di deformazione  $\varepsilon_{sy}$  allo snervamento dell'acciaio in corrispondenza della fibra tesa più esterna della sezione.

Per valutare invece la posizione dell'asse neutro  $y_{ys}$  in condizioni di "snervamento sostanziale", è necessario tenere conto del fatto che la deformazione  $\varepsilon_{sy}$  deve "penetrare", per un tratto  $\delta y$ , all'interno della sezione del pannello, per lo meno fino alla 1° barra, se non fino a qualche fila di barre (per es. fino alla 3° barra, come rappresentato in Fig. 5.20).

In generale, la penetrazione  $\delta y$  può essere assunta pari a:

$$\delta y = 1 \div 5 \frac{h}{n_{barre}} \cong 3 \frac{h}{n_{barre}} \quad (2)$$

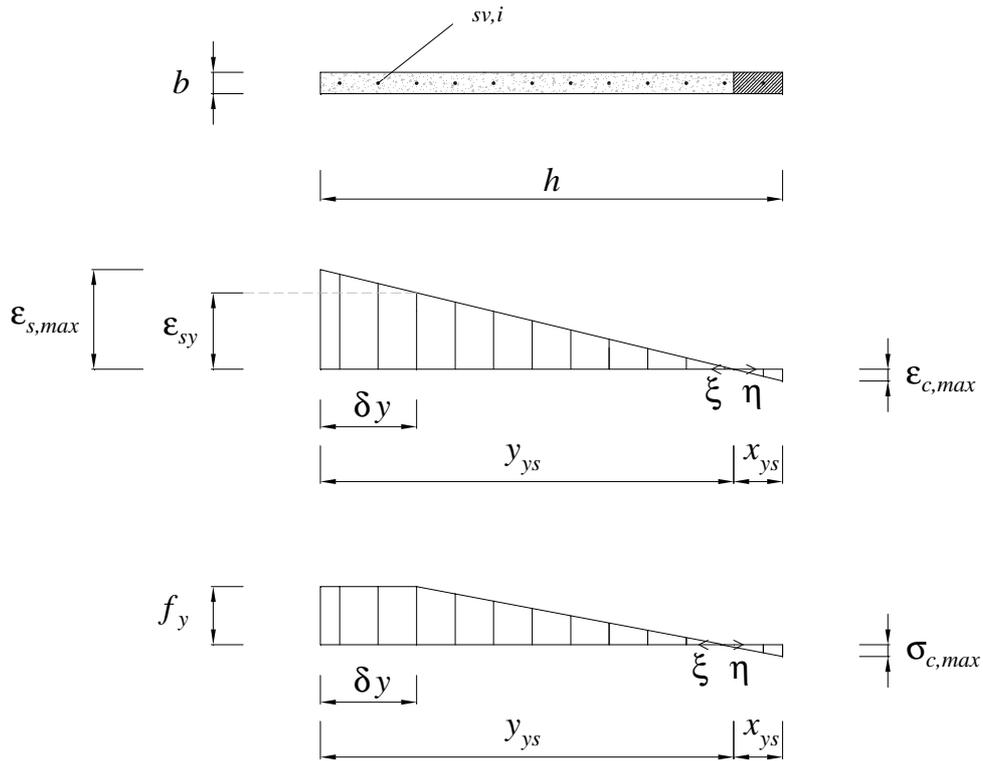


Figura 5.20: Diagramma delle deformazioni  $\varepsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni di “snervamento sostanziale” (con penetrazione della deformazione  $\varepsilon_{sy}$  all’interno della sezione del pannello per un tratto  $\delta y$ ) per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa.

$$y_{ys} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) - \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - \left( h^2 + n\rho \cdot \delta y^2 + \frac{2Nn}{f_y b} \delta y \right) (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (3)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$ , caso di flessione semplice), la formulazione si semplifica nella seguente:

$$y_{ys} = \frac{h - \sqrt{h^2 - (h^2 + n\rho \cdot \delta y^2)(1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} =$$

$$y_{ys} = \frac{h - \sqrt{h^2 - h^2 - n\rho \cdot \delta y^2 + n\rho h^2 + (n\rho \cdot \delta y)^2}}{(1 - n\rho)}$$

$$y_{ys} = \frac{h - \sqrt{n\rho(h^2 - \delta y^2(1 - n\rho))}}{(1 - n\rho)}$$

DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO  $y_{U,SB}$   
IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO  
DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO

In questo paragrafo si calcola la posizione dell'asse neutro  $y_{u, sb}$  adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso, ipotizzando che questo sia molto sollecitato.

La distanza  $y_{u, sb}$  può essere calcolata imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. nell'istante in cui si raggiungono le condizioni ultime della sezione:

$$R_c - R_s = N$$

dove  $R_c$  rappresenta la risultante delle tensioni di compressione agenti sul calcestruzzo,  $R_s$  rappresenta la risultante delle tensioni di trazione agenti sulle armature, ed  $N$  rappresenta lo sforzo normale di compressione esterno agente sulla sezione.

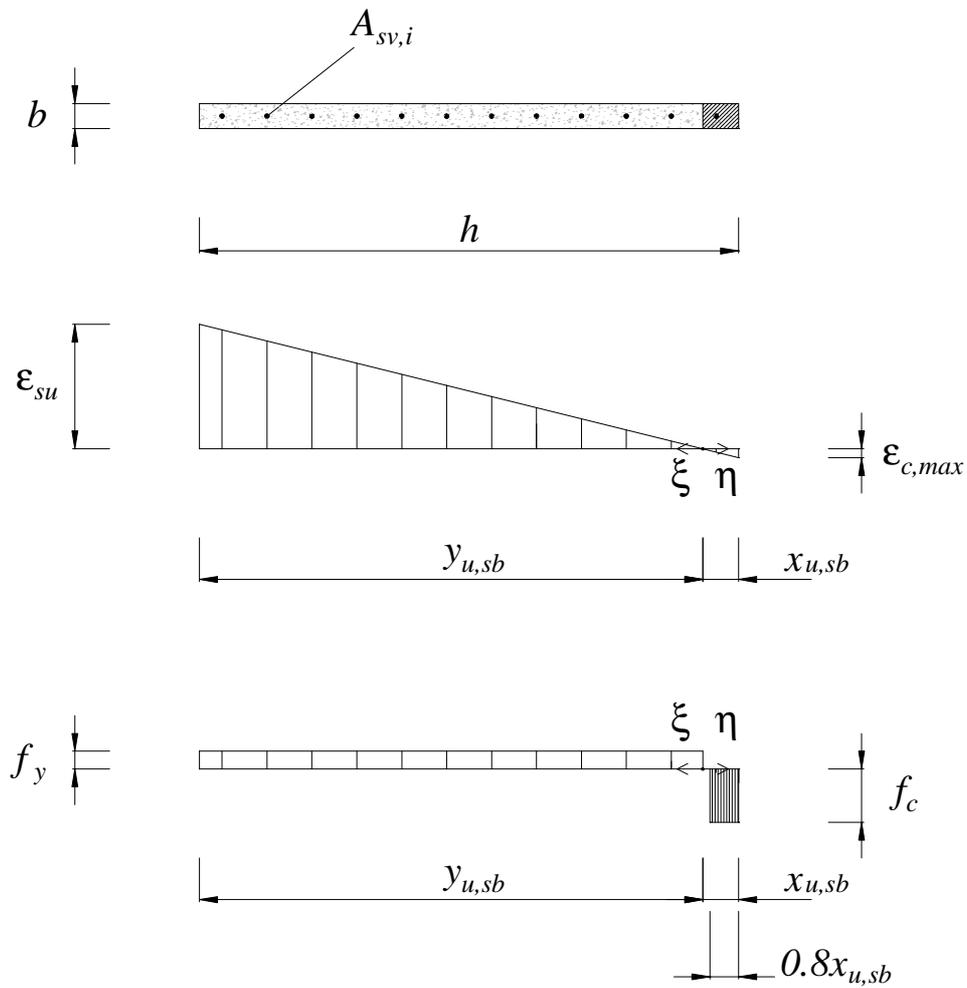


Figura 5.21: Diagramma delle deformazioni  $\varepsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni ultime (a rottura) per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa, adottando per il calcestruzzo un legame costitutivo di tipo stress-block.

$$y_{u, sb} = \left( \frac{0.8 - \nu}{0.8 + \rho_m} \right) h = \left( \frac{1 - 1.25 \cdot \nu}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \right) h \quad (4)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$  e quindi  $\nu = 0$ , caso di flessione semplice), la formulazione si semplifica nella seguente:

$$y_{u, sb} = \left( \frac{0.8}{0.8 + \rho_m} \right) h = \left( \frac{1}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \right) h$$

## DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_{y1}$ IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”

Per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, risulta conveniente valutare la curvatura di “primo snervamento”  $\phi_{y1}$  con la espressione seguente (vedi Fig. 1):

$$\phi_{y1} = \frac{\varepsilon_{sy}}{y_{y1}}$$

dove:

- $\varepsilon_{sy}$  si ottiene dai risultati delle prove sperimentali effettuate sulle barre di armatura utilizzate mediante la formula:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$$

dove  $f_y$  ed  $E_s$  sono, rispettivamente, la tensione di snervamento ed il modulo elastico dell'acciaio considerato. Da notare che, per  $f_y$  ed  $E_s$ , in fase di progetto si possono utilizzare i valori di progetto (dotati di opportuni coefficienti parziali di sicurezza), mentre in fase di interpretazione di una prova sperimentale si possono utilizzare i valori medi dei materiali utilizzati nella prova;

- $y_{y1}$  è fornito dalla (1).

## DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_{ys}$ IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”

Per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, risulta conveniente valutare la curvatura in condizioni di “snervamento sostanziale”  $\phi_{ys}$  con la espressione seguente (vedi Fig. 2):

$$\phi_{ys} = \frac{\varepsilon_{sy}}{y_{ys} - \delta y}$$

dove:

- $\varepsilon_{sy}$  si ottiene dai risultati delle prove sperimentali effettuate sulle barre di armatura utilizzate mediante la formula:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$$

dove  $f_y$  ed  $E_s$  sono, rispettivamente, la tensione di snervamento ed il modulo elastico dell'acciaio considerato. Da notare che, per  $f_y$  ed  $E_s$ , in fase di progetto si possono utilizzare i valori di progetto (dotati di opportuni coefficienti parziali di sicurezza), mentre in fase di interpretazione di una prova sperimentale si possono utilizzare i valori medi dei materiali utilizzati nella prova;

- $y_{ys}$  è fornito dalla (3);
- $\delta y$  si può ragionevolmente stimare utilizzando la (2).

## DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_u$ IN CONDIZIONI ULTIME

Per una sezione generica rettangolare di base  $b$  ed altezza  $h$  che presenta **rottura lato calcestruzzo**, la curvatura  $\phi_u$  può essere valutata con una qualsiasi delle due seguenti espressioni alternative:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u}$$
$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{s,\max} + \varepsilon_{cu}}{d}$$

mentre per una sezione generica rettangolare di base  $b$  ed altezza  $h$  che presenta **rottura lato acciaio**, la curvatura  $\phi_u$  può essere valutata con una qualsiasi delle due seguenti espressioni alternative:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{su}}{y_u}$$
$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{c,\max}}{d}$$

dove:

- $\varepsilon_{cu}$  = deformazione ultima del calcestruzzo;
- $\varepsilon_{s,\max}$  = deformazione massima nell'acciaio delle armature nel momento in cui il calcestruzzo compresso raggiunge il suo valore di deformazione ultima;
- $\varepsilon_{su}$  = deformazione ultima dell'acciaio;
- $\varepsilon_{c,\max}$  = deformazione massima nella fibra più compressa di calcestruzzo nel momento in cui l'acciaio raggiunge il suo valore di deformazione ultima;
- $d$  = altezza utile della sezione (NB: definibile, in modo ragionevole, quando le armature sono sufficientemente concentrate in una porzione

della sezione). Nel caso in cui le armature siano diffuse, si può ragionevolmente supporre che l'altezza utile coincida con l'altezza della sezione:  $d = h$ .

DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA  $\phi_{u,SB}$  IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO

Adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso, specializzando la (12), si ha che la rotazione ultima  $\phi_{u,sb}$  vale:

$$\phi_{u,sb} = \frac{\varepsilon_{su,m}}{y_{u,sb}}$$

DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE  $M_{y1}$  IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento” fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{y1}$ , data dalla (1).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento”, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{y1} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla Fig. 2 e tenendo conto delle distribuzioni lineari di tensione si ottiene:

$$M_{y1} = \left( \frac{\rho b y_{y1}}{2} f_y \right) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{y_{y1}}{3} \right) + \left( \frac{b(h - y_{y1})^2}{2 y_{y1}} \frac{f_y}{n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{y1}}{3} \right)$$

#### DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MYS IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “snervamento sostanziale” fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{ys}$ , data dalla (2).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento”, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{ys} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla Fig. 3 e tenendo conto delle distribuzioni di tensione si ottiene:

$$M_{ys} = \left( \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \right) \cdot \left[ \frac{f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{6} \right)}{\left( \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \right)} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2}{2(y_{ys} - \delta y)} \frac{f_y}{n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right)$$

**DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MU,SB IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO**

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni ultime adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso (e quindi per una rottura nei campi 2b, 3, 4) fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{u, sb}$ , data dalla (4).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni ultime, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{u, sb} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla Fig. 3 e tenendo conto delle distribuzioni di tensione si ottiene:

$$M_{u, sb} = (f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb}) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{y_{u, sb}}{2} \right) + (f_c \cdot b \cdot 0.8(h - y_{u, sb})) \cdot (0.1h + 0.4y_{u, sb})$$

## DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO

Il comportamento a taglio è modellato con un diagramma rigido-plastico in cui il taglio ultimo  $V_{Rd}$  è ottenuto come il minimo tra il fallimento per rottura diagonale  $V_{Rsd}$  e il fallimento per scorrimento  $V_{Rcd}$ .

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a “taglio trazione” si calcola con:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen} \alpha$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a “taglio compressione” si calcola con:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot \frac{f_{cd}}{2} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) / (1 + \cotg \theta^2)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore tra i due valori sopra indicati:

$$V_{Rd} = \min (V_{Rsd}, V_{Rcd})$$

## DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”

Questo valore coinciderà esattamente con il minimo tra  $V_{Rsd}$  e  $V_{Rcd}$  e verrà chiamato  $V_{Rd}$ .

### DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”

In letteratura non esistono indicazioni specifiche su come calcolare questo valore; si decide quindi, per il caso in questione, di prendere un numero pari a:

$$V_{Ru} = V_{Rd} + 5\% V_{Rd}$$

Essendo infatti la rottura a taglio una rottura di tipo fragile non avrebbe senso avere un ramo oltre al punto di snervamento se non fosse che per i programmi di calcolo come SAP 2000 questo valore è necessario per motivi di analisi matriciale interna.

### DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO” $\delta_{Y1}$

Lo spostamento in condizioni di primo snervamento viene misurato come:

$$\delta_{y1} = \frac{F \cdot l}{G \cdot A'}$$

dove:

F coincide con  $V_{Rd}$  ossia il minimo tra  $V_{Rsd}$  e  $V_{Rcd}$ ;

l è l'altezza dell'elemento murario preso in considerazione depurata dei tratti rigidi;

G è modulo di elasticità tagliante;

A' è l'area a taglio.

## DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE” $\delta_{YS}$

Lo spostamento associato al taglio ultimo è un valore assolutamente fittizio in quanto non si considera duttilità nella rottura a taglio. Questo valore è tuttavia necessario per permettere al programma di calcolo SAP 2000 di funzionare correttamente.

Si considera quindi che lo spostamento ultimo  $\delta_{ys}$  sia pari a 100 volte lo spostamento  $\delta_{y1}$

## CALCOLO DELLA LUNGHEZZA DELLE CERNIERE PLASTICHE

L'ultimo dato che resta da calcolare prima di procedere all'inserimento dei diagrammi momento-curvatura e forza-spostamento, che rappresentano il comportamento delle cerniere plastiche nel programma di calcolo SAP 2000 è la lunghezza delle cerniere stesse.

Secondo Paulay e Priestley questo valore è pari a :

$$l_p = 0,08 l + 0,022 d_p f_y$$

dove:

$l$  è la lunghezza dell'elemento murario;

$d_p$  è il diametro delle barre;

$f_y$  è la resistenza media del calcestruzzo.

### **5.3 DIAGRAMMI RAPPRESENTANTI LE CERNIERE PLASTICHE**

Nel paragrafo precedente è stato riportato un sunto della teoria che stà alla base del calcolo dei diagrammi che rappresentano le cerniere plastiche con rimando all'appendice per l'approfondimento.

Con l'ausilio di fogli Excell sono stati costruiti i diagrammi rigido-plastici per tutti gli elementi strutturali.

I diagrammi sono 3 per gli elementi maschio murario ed in particolare si troverà:

- il diagramma  $M-\chi$  rappresentante le cerniere nelle zone di ripresa;
- il diagramma  $M-\chi$  rappresentante le cerniere nelle zone con armatura diffusa ossia quei tratti di muro depurati di 60 cm nelle zone di estremità delle pareti di piano;
- il digramma  $F - \delta$  rappresentante le cerniere plastiche a taglio.

### MASCHIO M3 P1

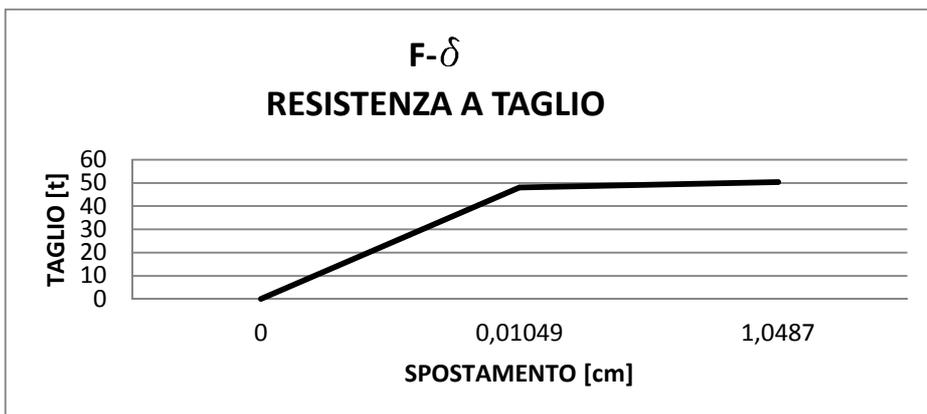
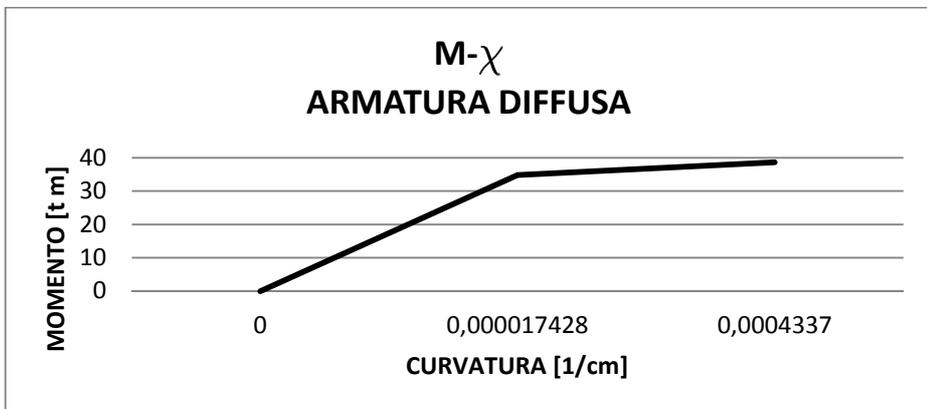
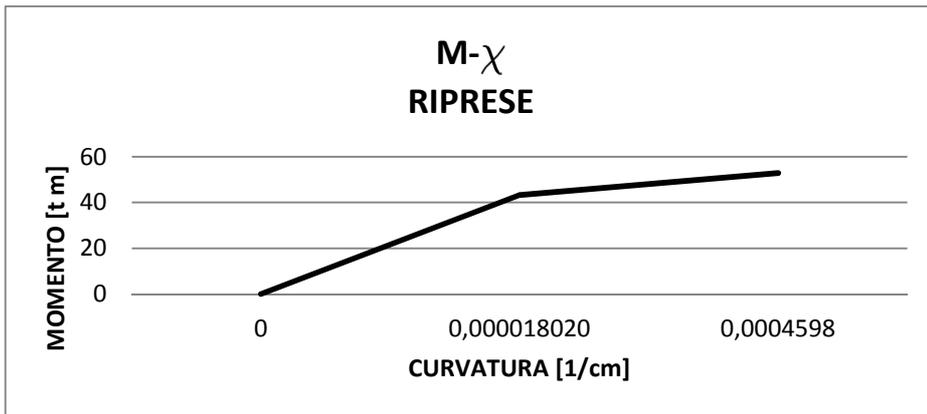


Figura 5.22: Cerniere plastiche del maschio murario M3 al piano 1

### MASCHIO M3 P2

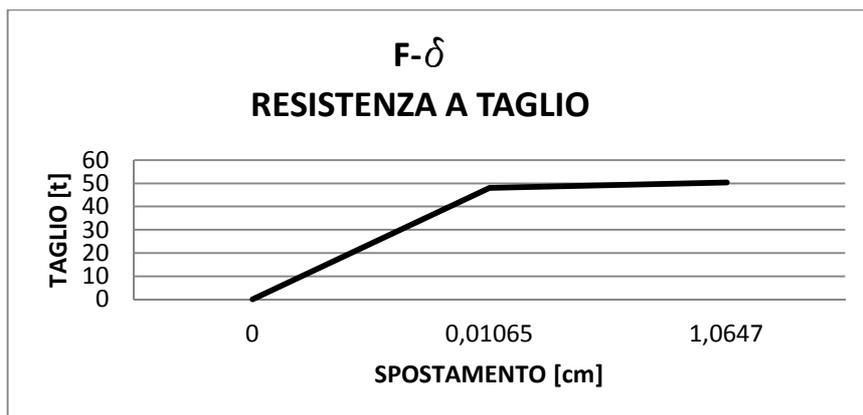
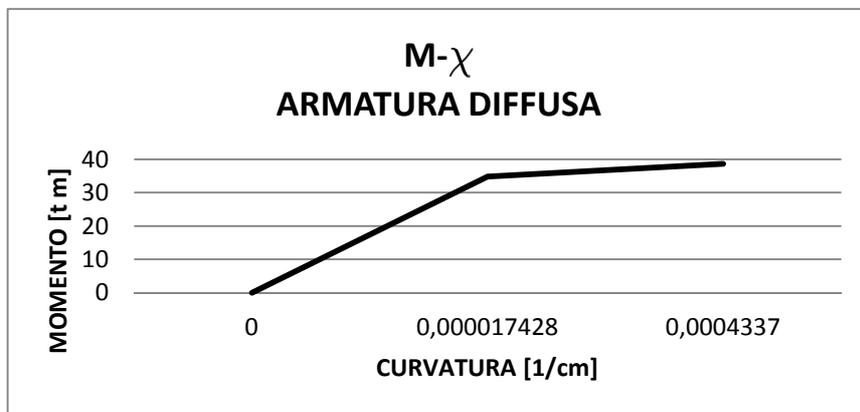
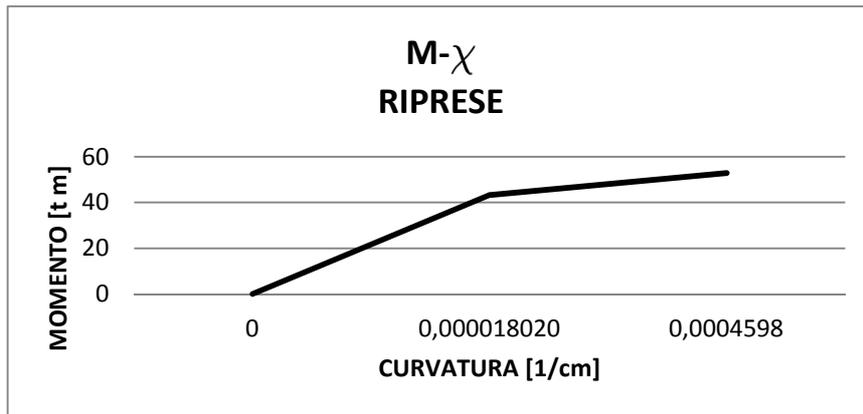


Figura 5.23: Cerniere plastiche del maschio murario M3 al piano 2

### MASCHIO M3 P3

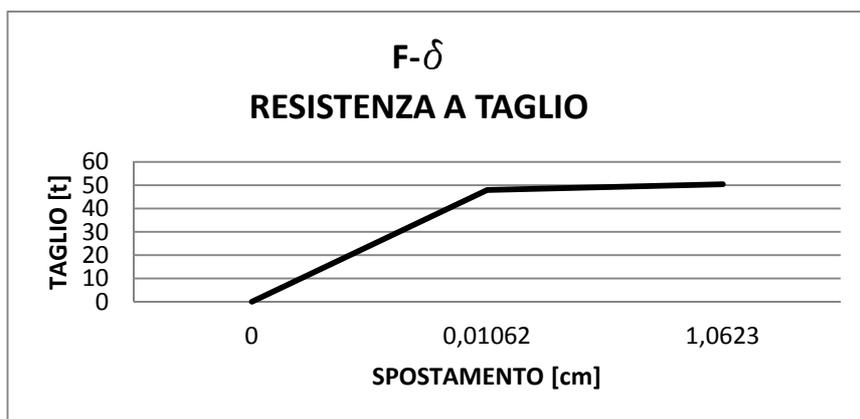
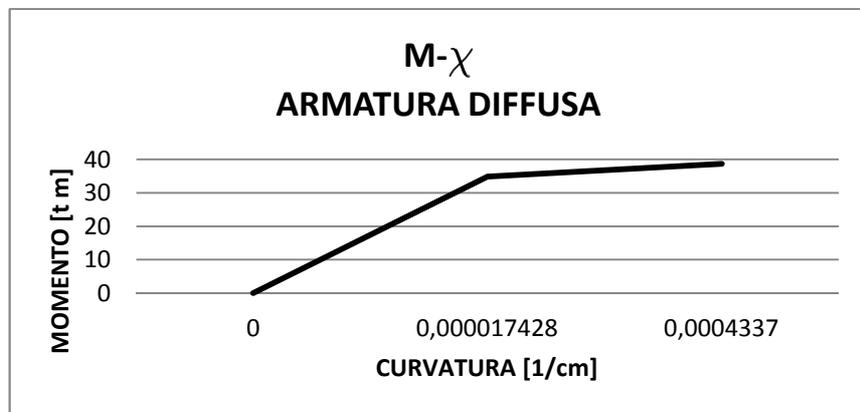
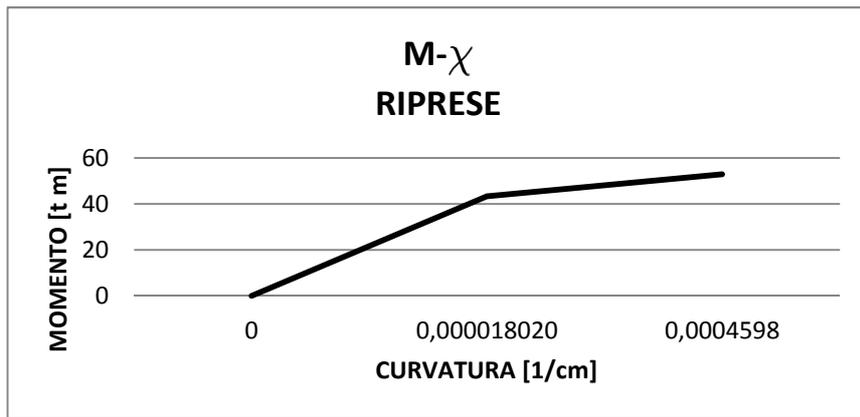


Figura 5.24: Cerniere plastiche del maschio murario M3 al piano 3

### MASCHIO M4 P1

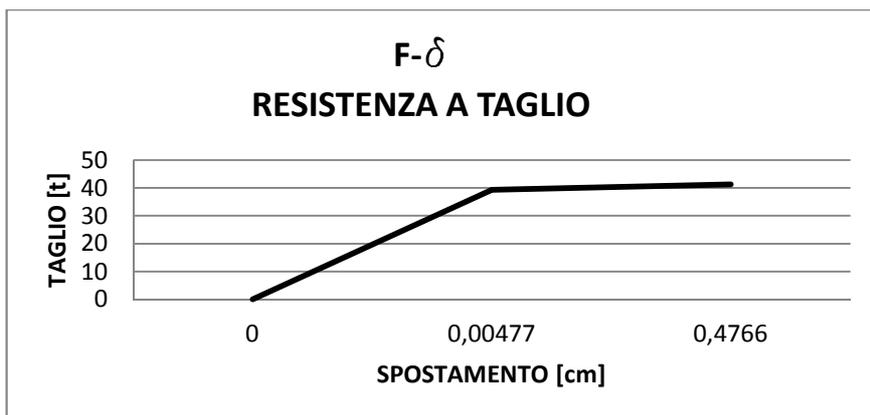
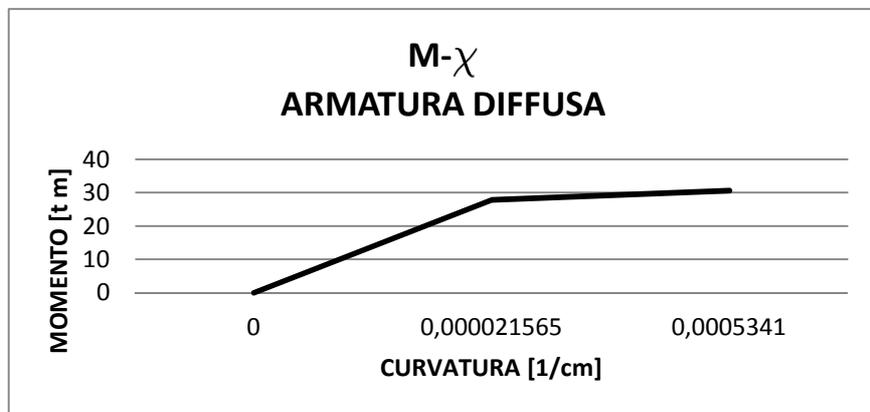
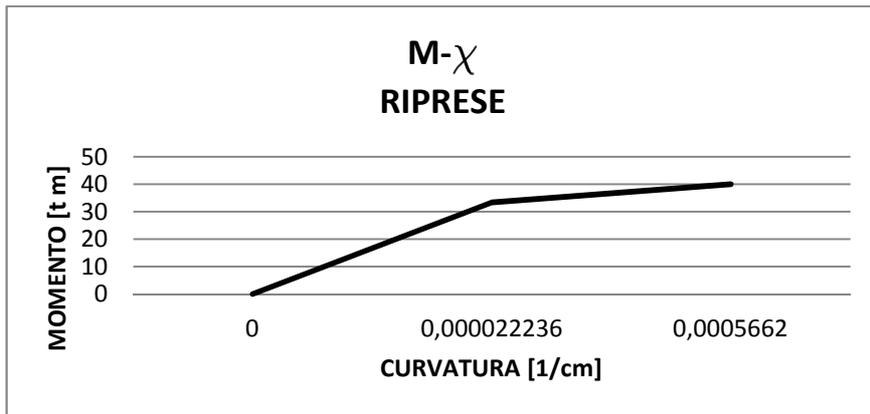


Figura 5.25: Cerniere plastiche del maschio murario M4 al piano 1

### MASCHIO M4 P2

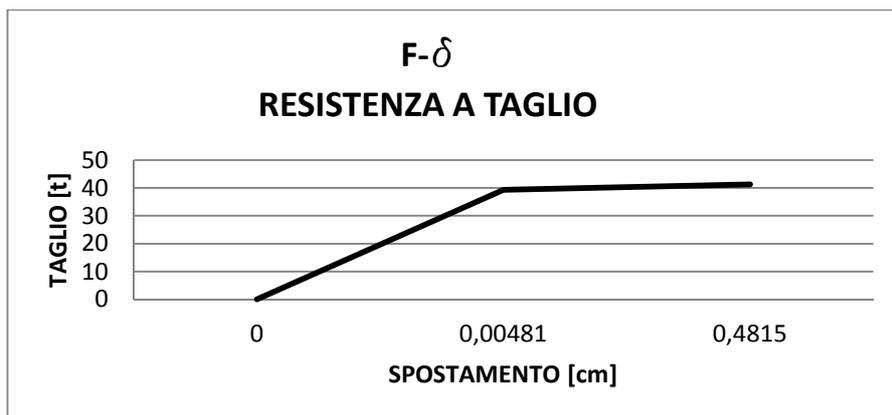
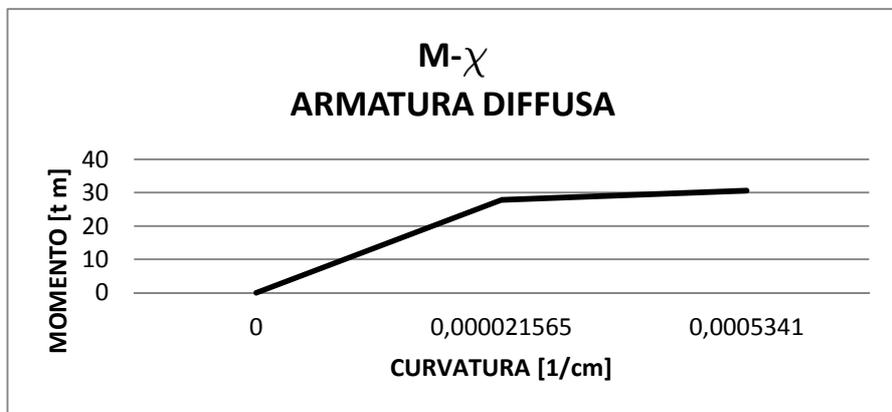
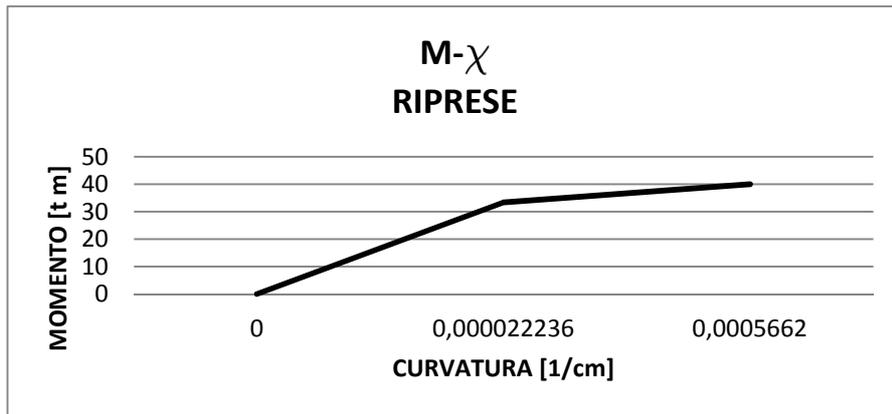


Figura 5.26: Cerniere plastiche del maschio murario M4 al piano 2

### MASCHIO M4 P3

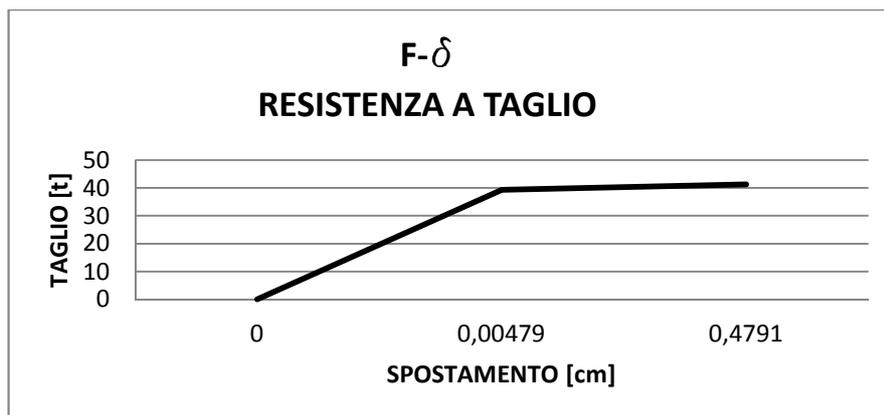
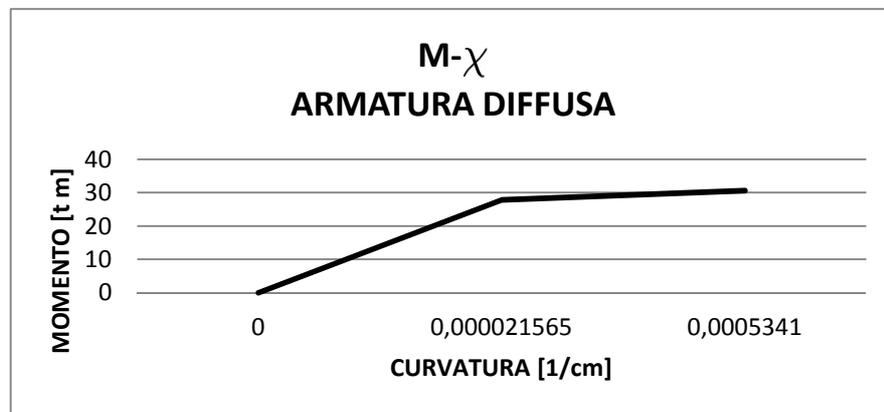
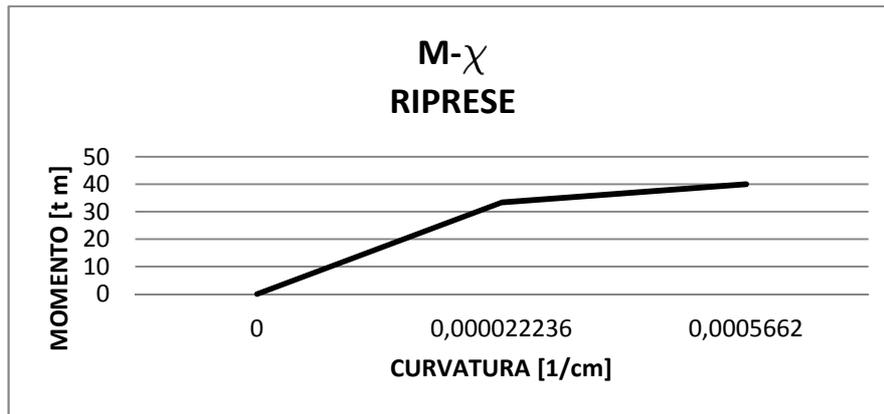


Figura 5.27: Cerniere plastiche del maschio murario M4 al piano 3

### MASCHIO M5 P1

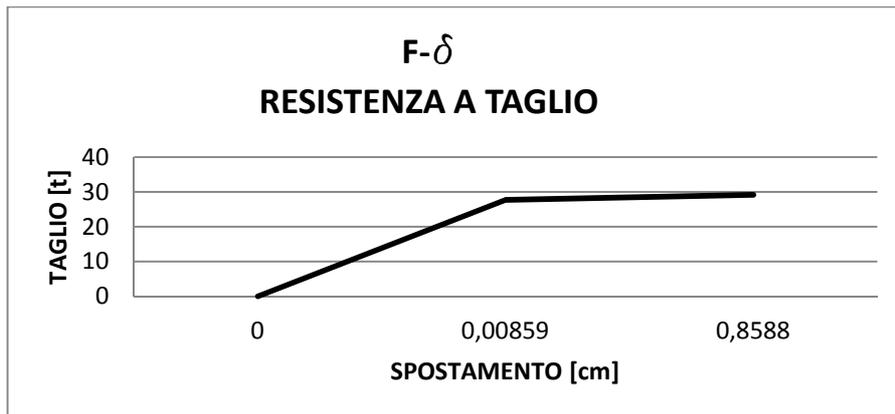
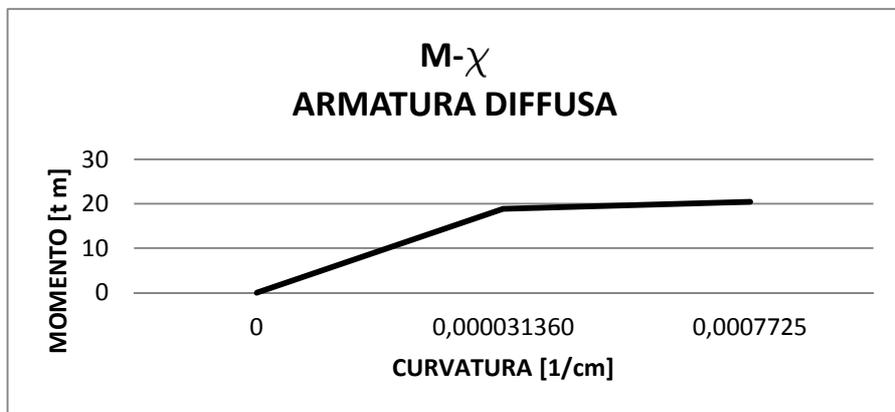
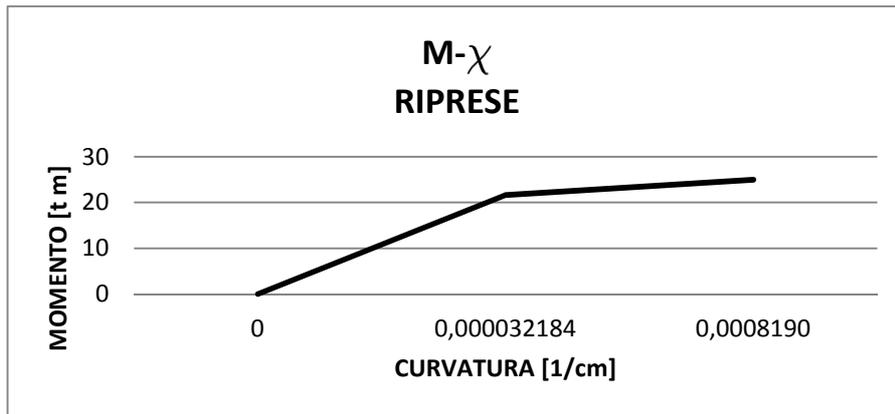


Figura 5.28: Cerniere plastiche del maschio murario M5 al piano 1

## MASCHIO M5 P2

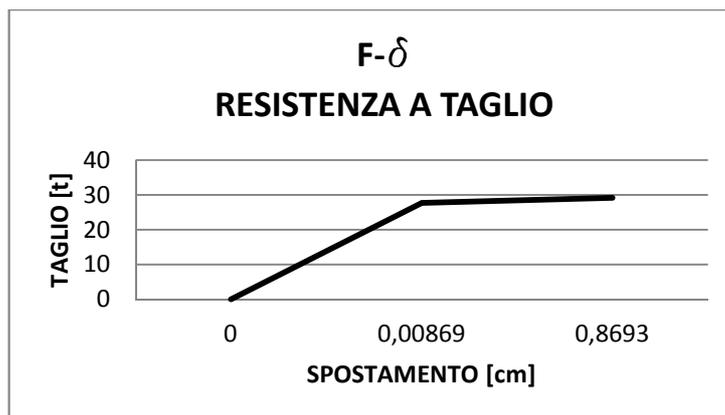
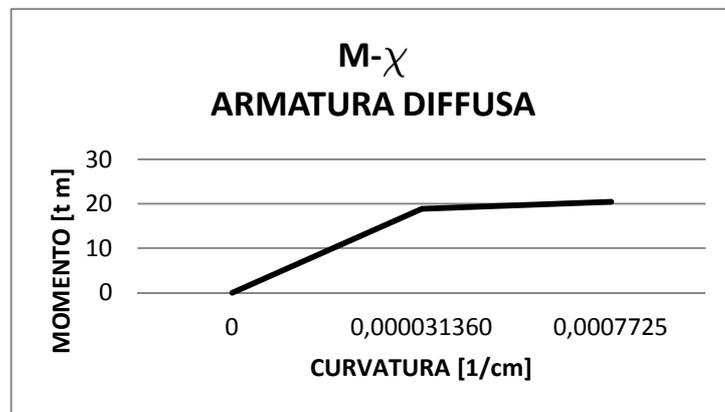
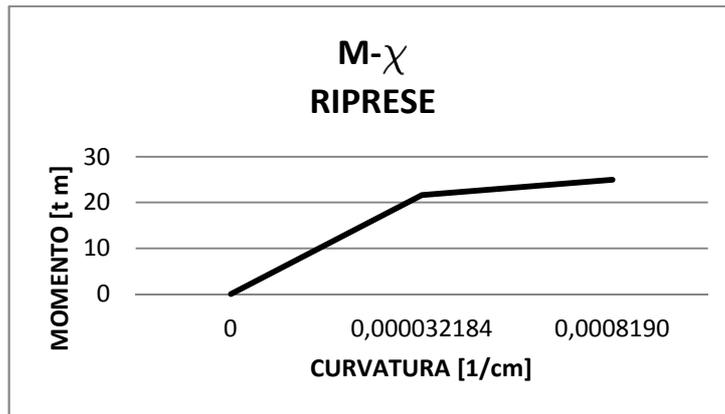


Figura 5.29: Cerniere plastiche del maschio murario M5 al piano 2

### MASCHIO M5 P3

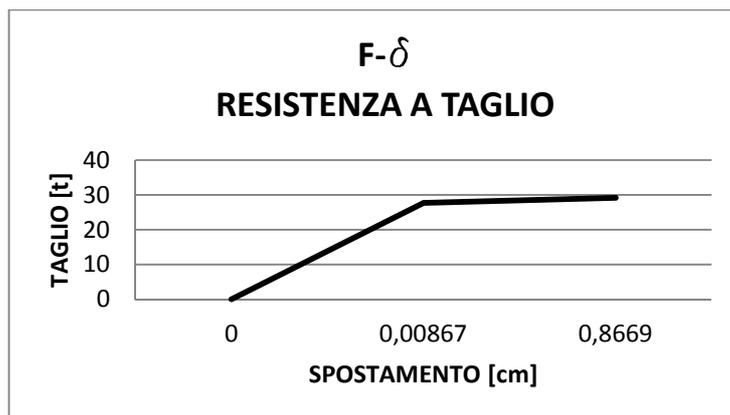
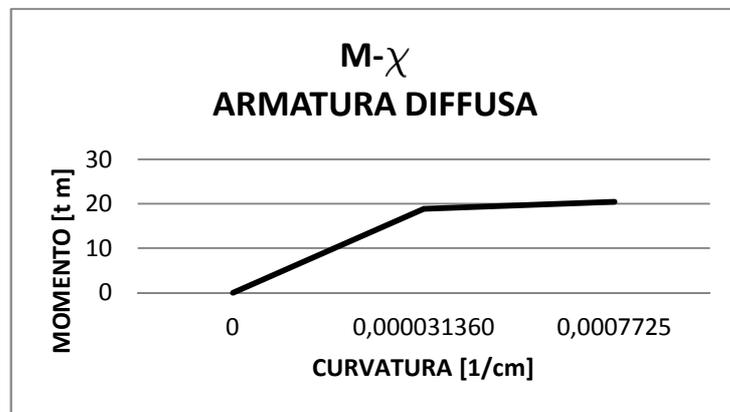
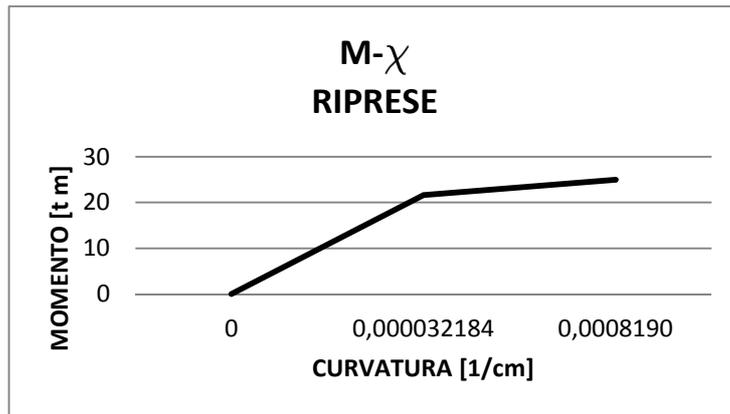


Figura 5.30: Cerniere plastiche del maschio murario M5 al piano 3

### MASCHIO M8 P1

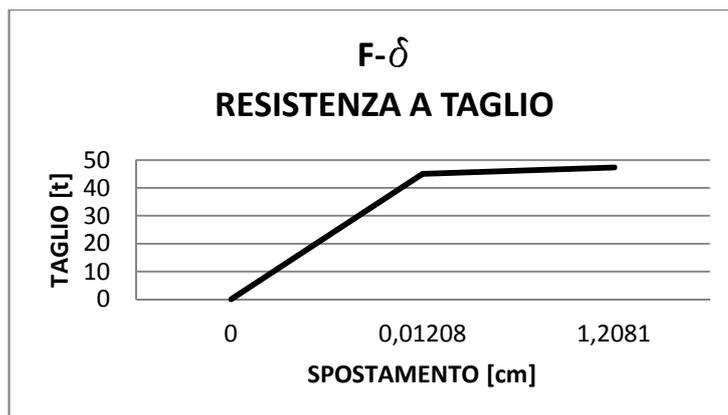
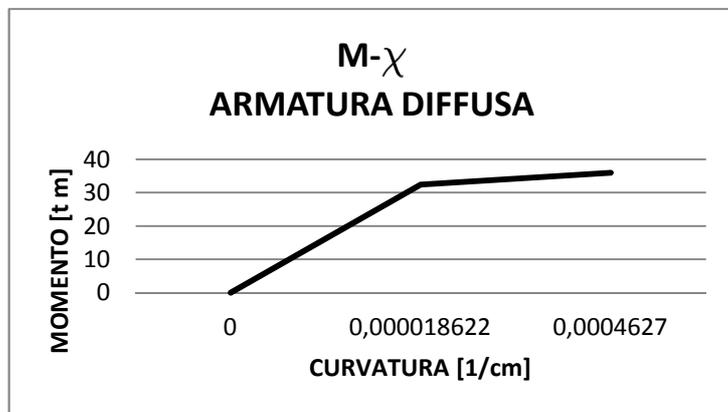
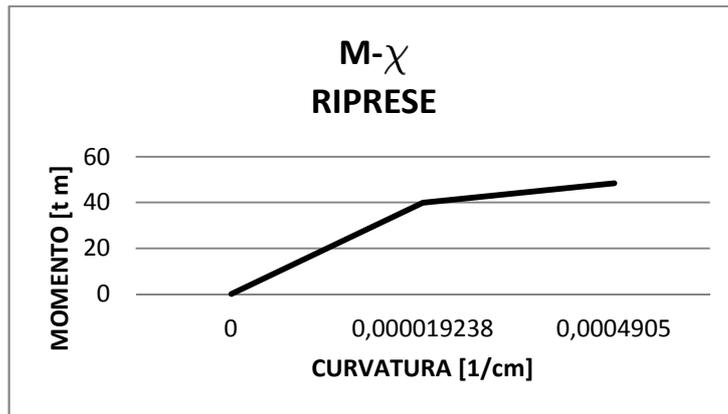


Figura 5.31: Cerniere plastiche del maschio murario M8 al piano 1

### MASCHIO M8 P2

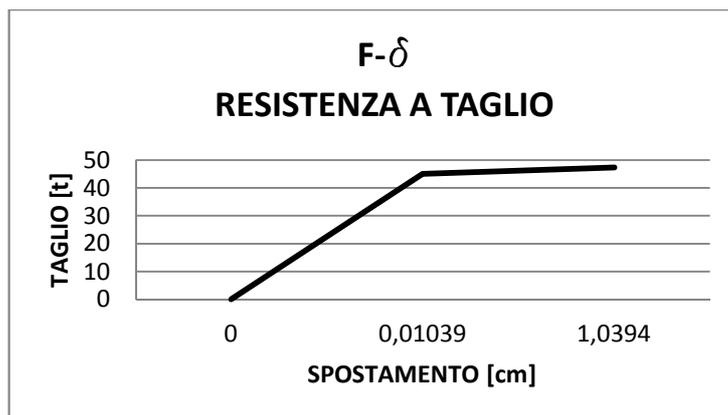
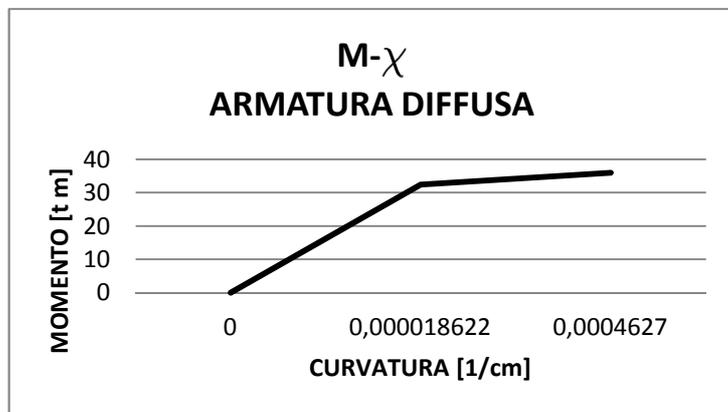
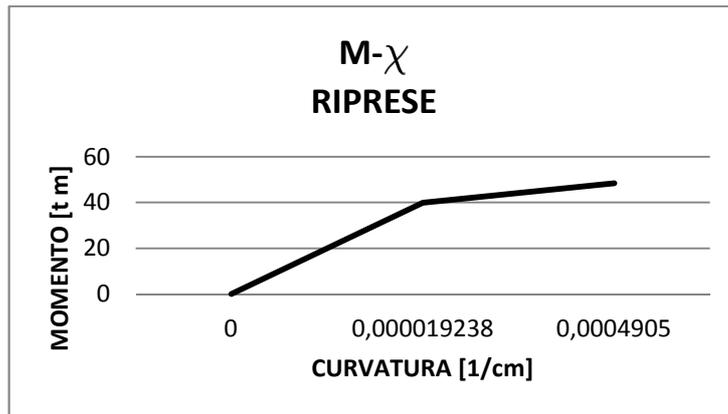


Figura 5.32: Cerniere plastiche del maschio murario M8 al piano 2

### MASCHIO M8 P3

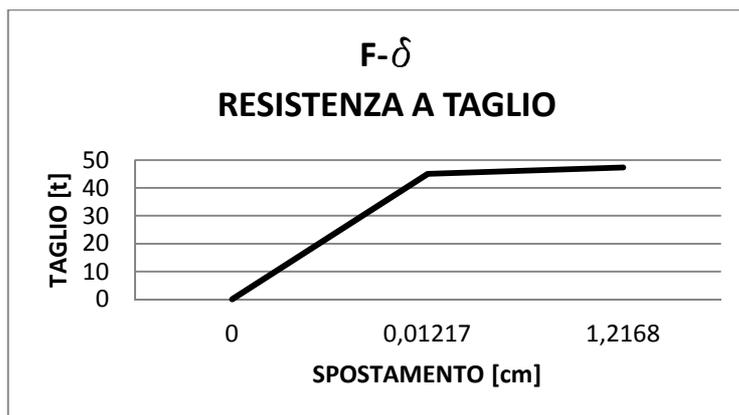
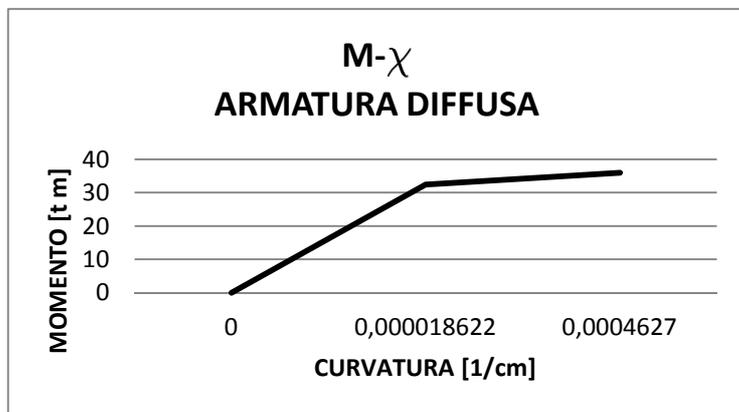
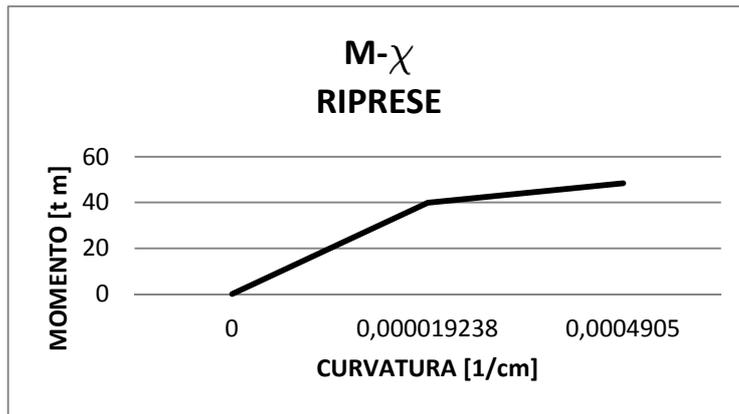


Figura 5.33: Cerniere plastiche del maschio murario M8 al piano 3

### MASCHIO M9 P1

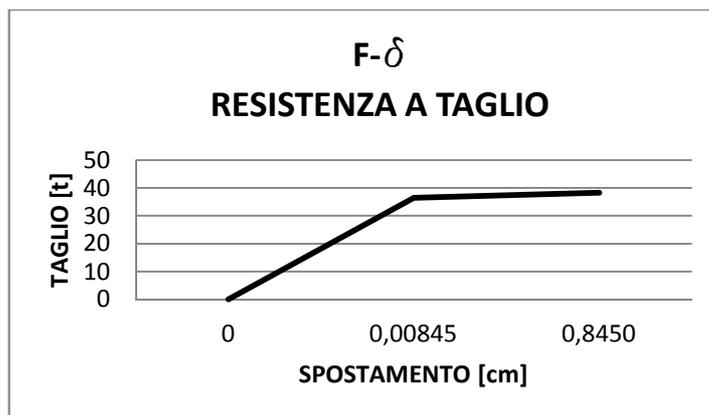
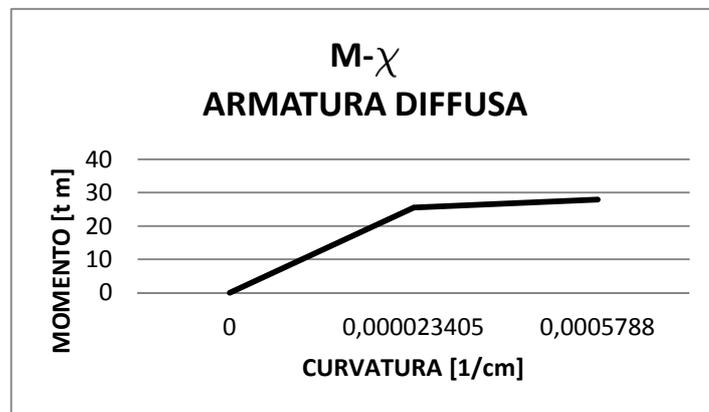
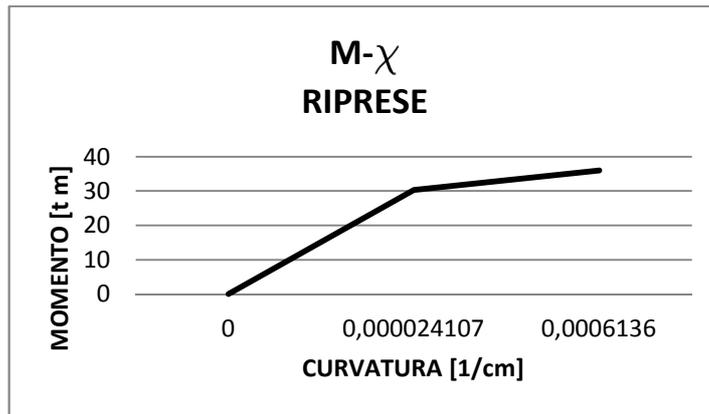


Figura 5.34: Cerniere plastiche del maschio murario M9 al piano 1

### MASCHIO M9 P2

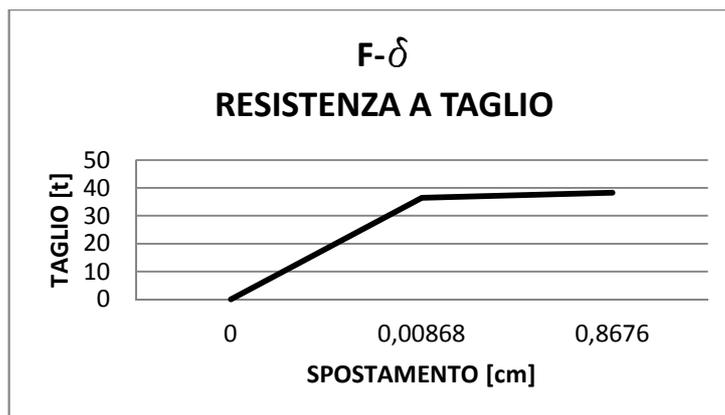
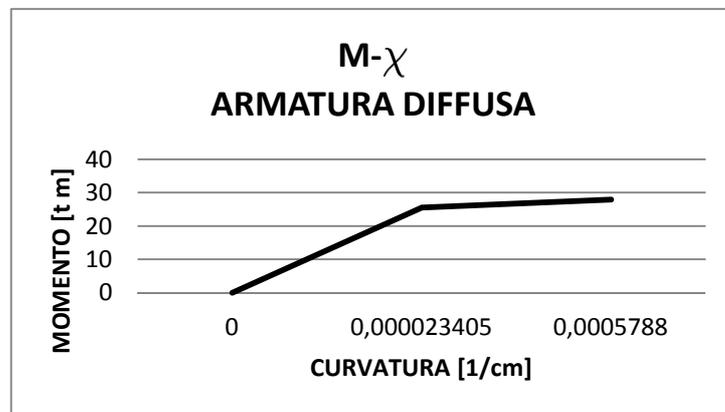
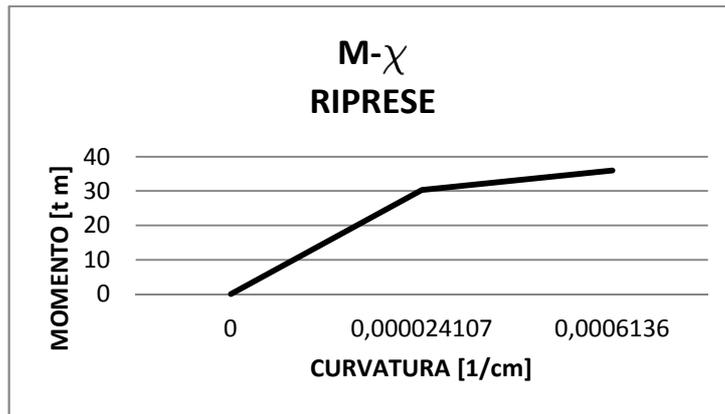


Figura 5.35: Cerniere plastiche del maschio murario M9 al piano 2

### MASCHIO M9 P3

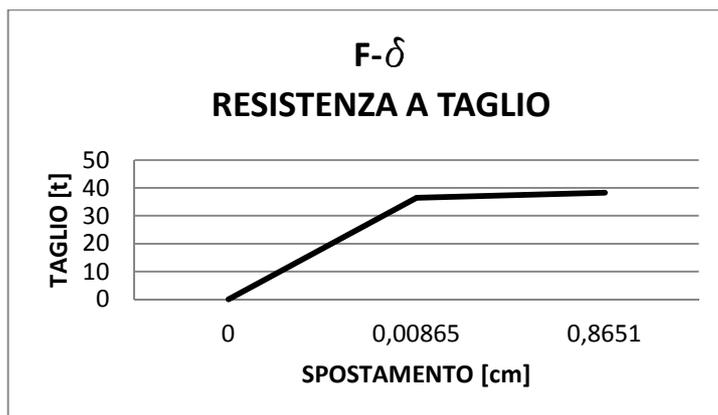
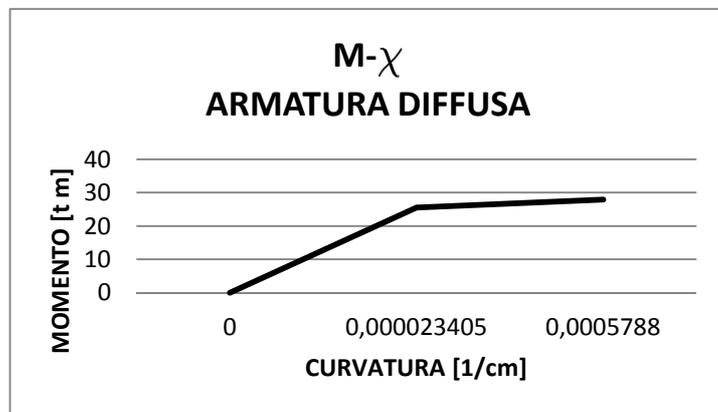
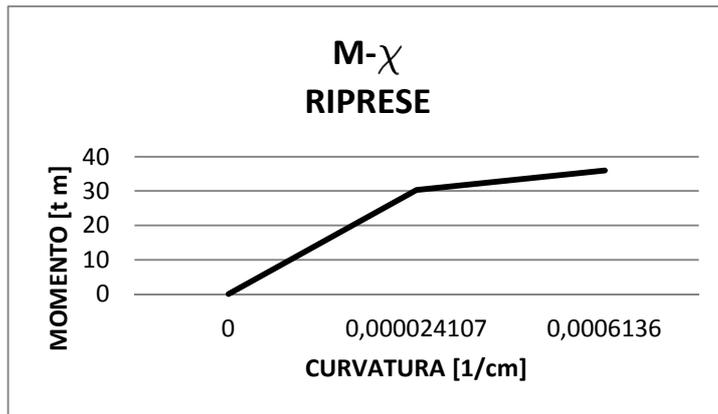


Figura 5.36: Cerniere plastiche del maschio murario M9 al piano 3

### MASCHIO M10 P1

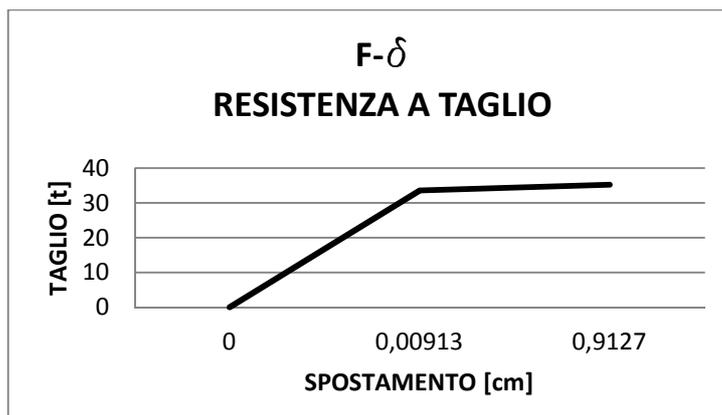
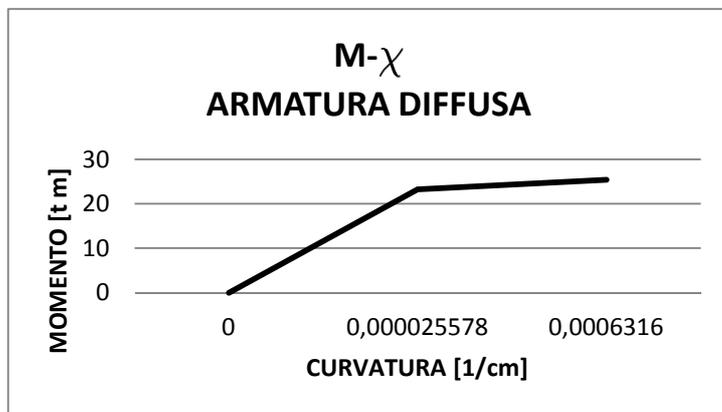
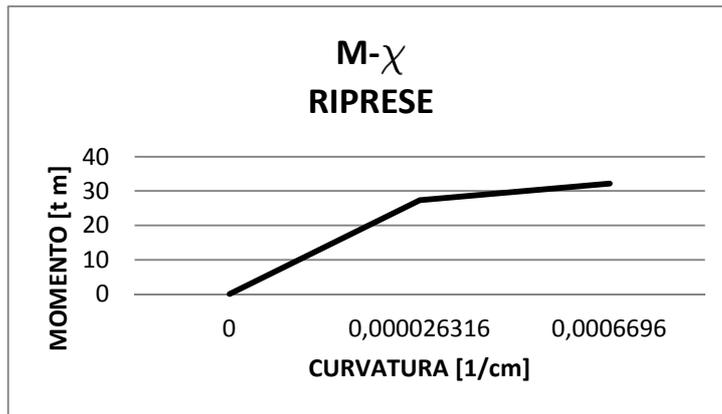


Figura 5.37: Cerniere plastiche del maschio murario M10 al piano 1

## MASCHIO M10 P2

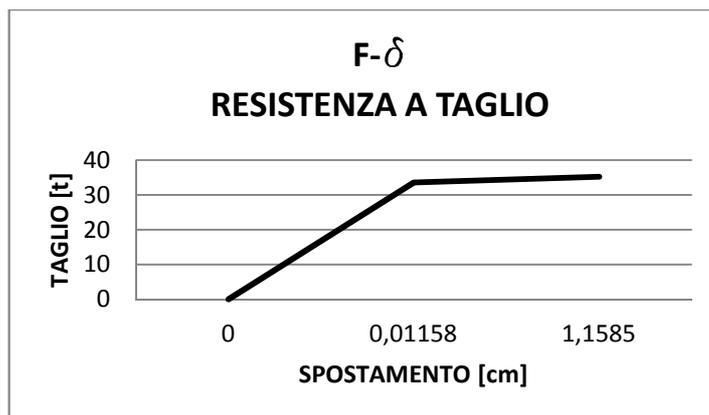
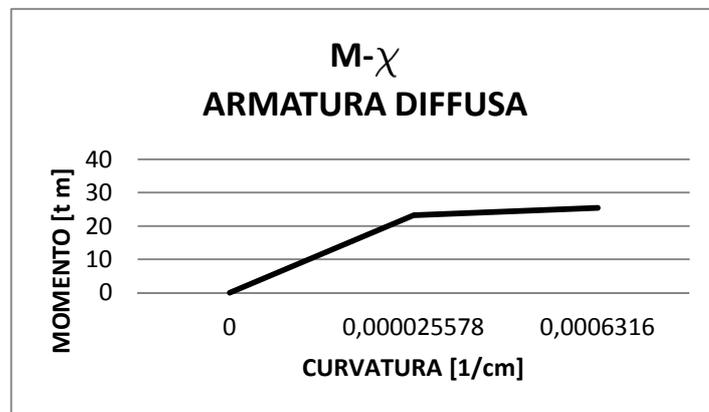
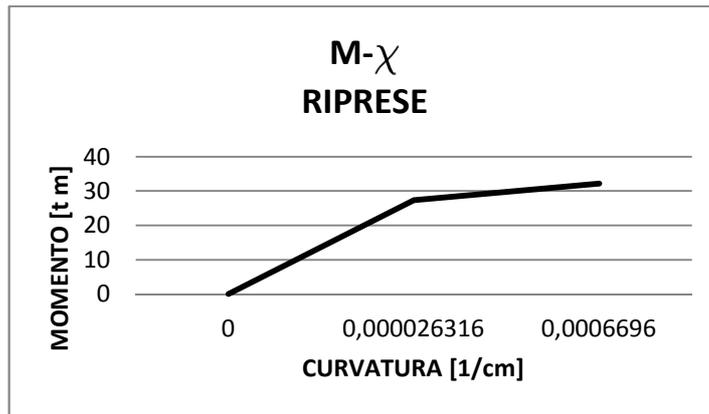


Figura 5.38: Cerniere plastiche del maschio murario M10 al piano 2

### MASCHIO M10 P3

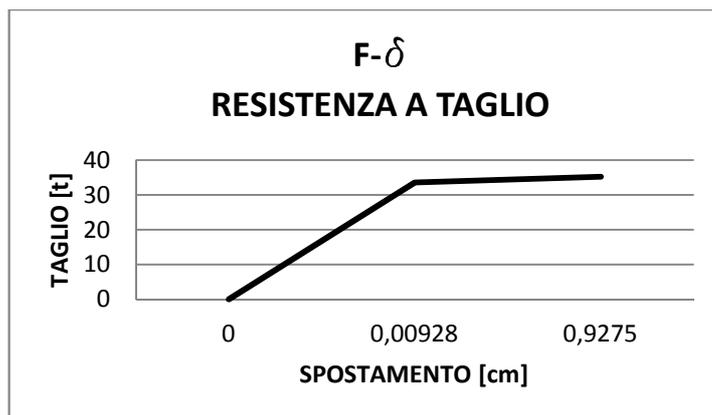
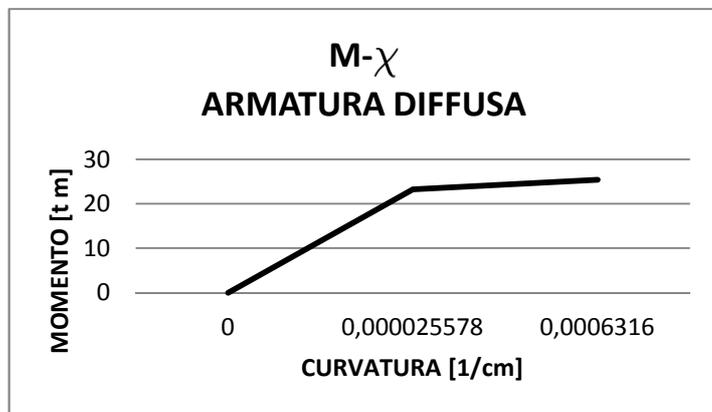
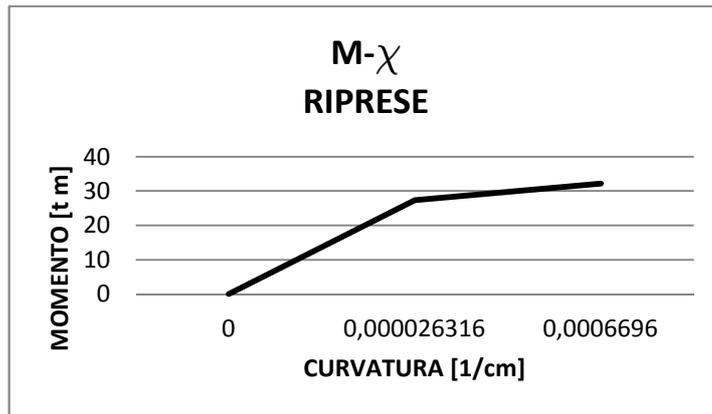


Figura 5.39: Cerniere plastiche del maschio murario M10 al piano 3

I diagrammi sono 2 per gli elementi fascia di piano ed in particolare si troverà:

- il diagramma  $M-\chi$  rappresentante le cerniere nelle zone con armatura diffusa;
- il digramma  $F-\delta$  rappresentante le cerniere plastiche a taglio.

#### FASCIA F4

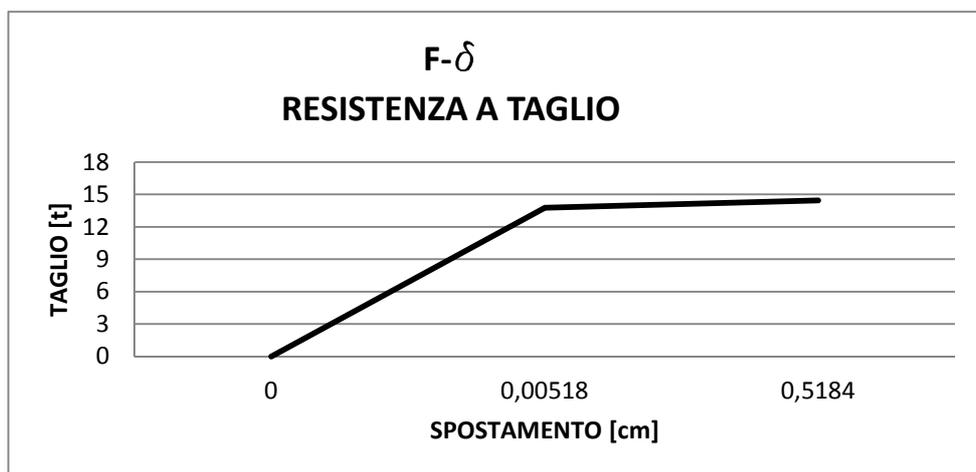
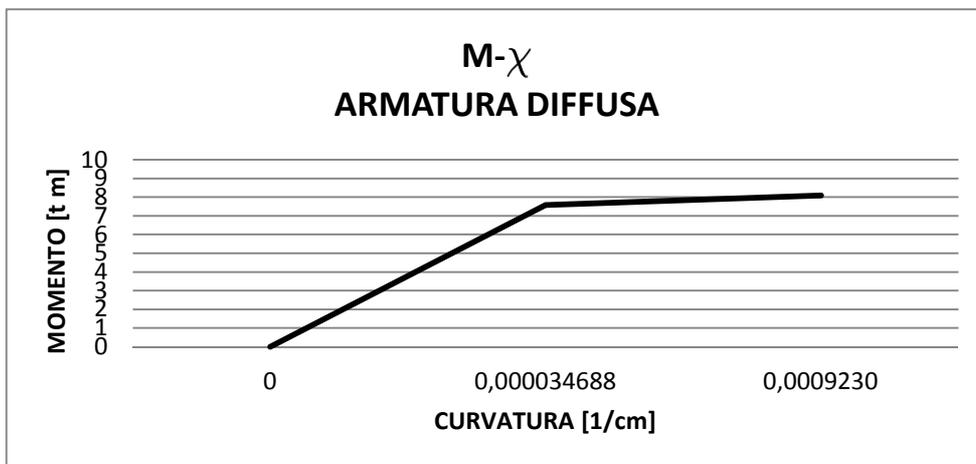


Figura 5.40: Cerniere plastiche della fascia di piano F4

### FASCIA F5

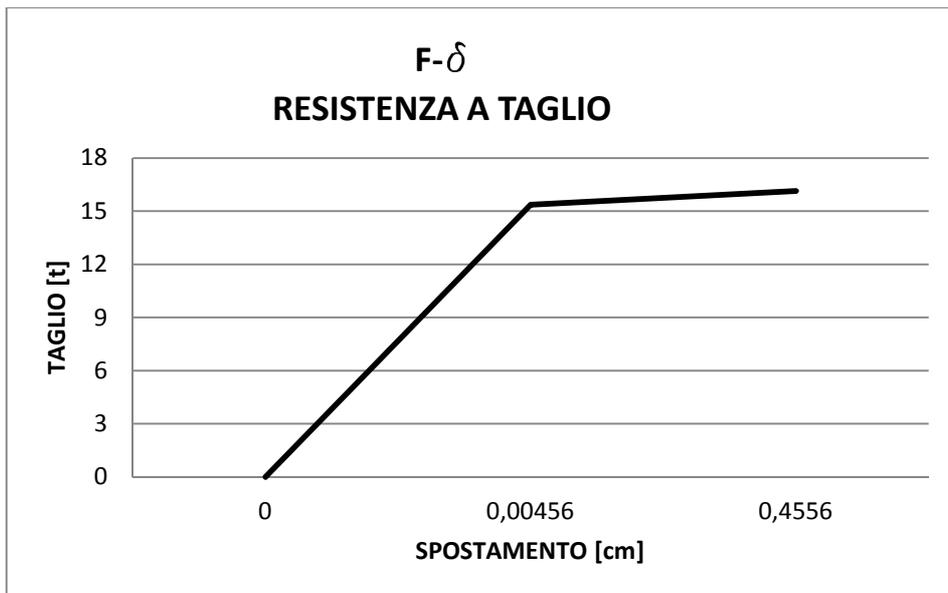
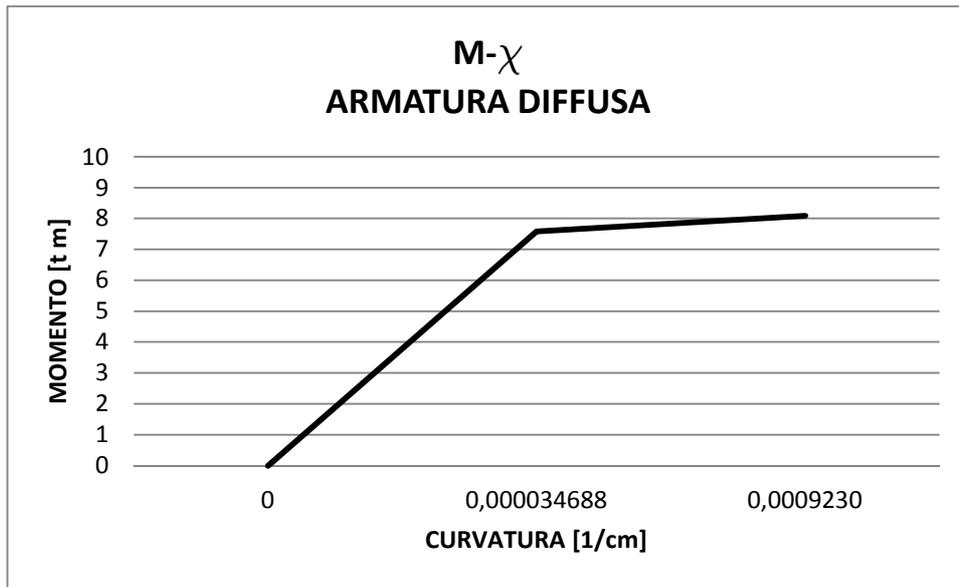


Figura 5.41: Cerniere plastiche della fascia di piano F5

## FASCIA F6

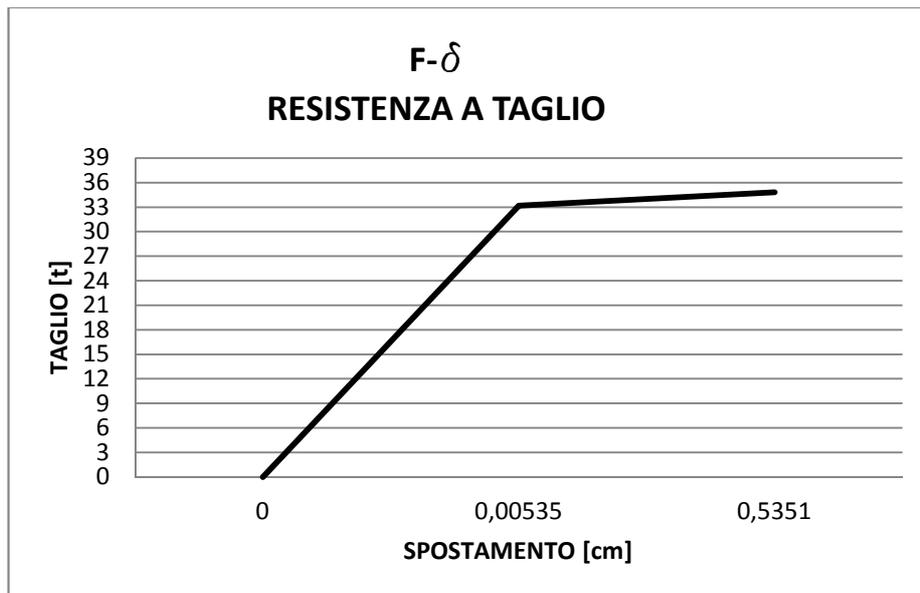
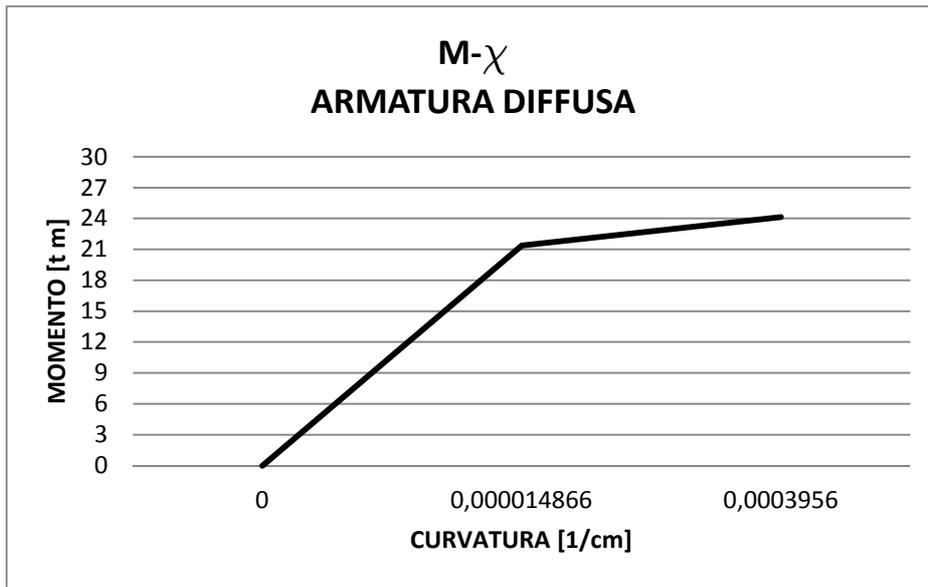


Figura 5.42: Cerniere plastiche della fascia di piano F6

### FASCIA F7

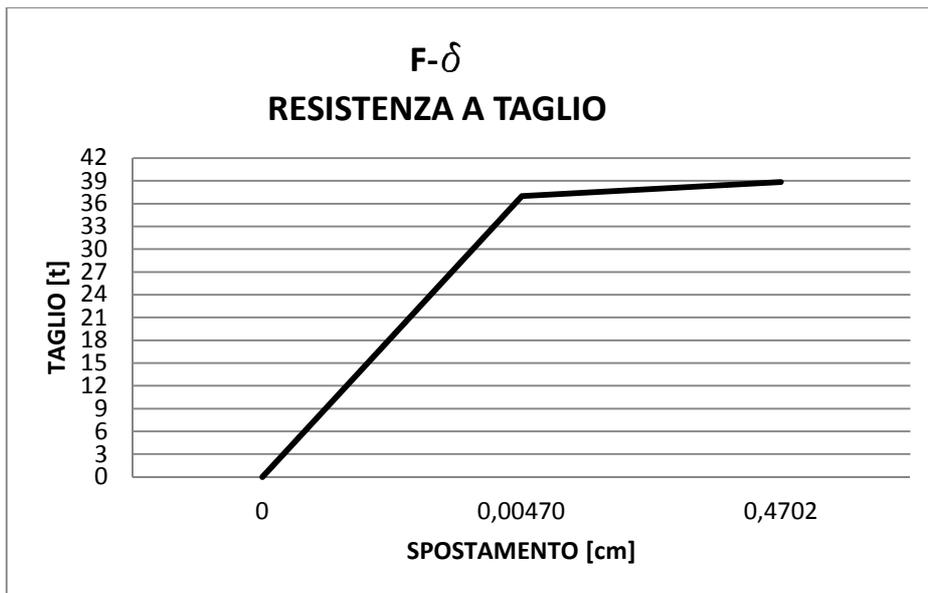
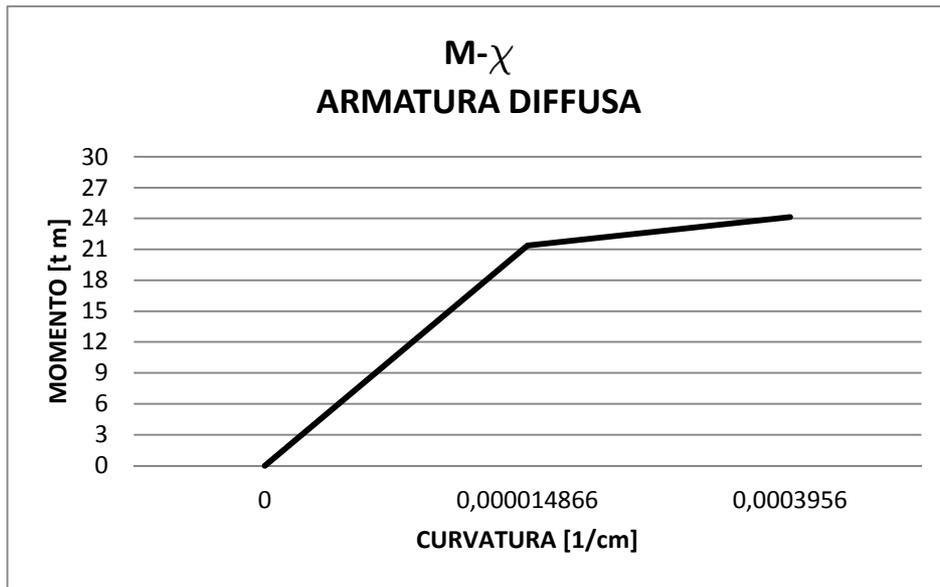


Figura 5.43: Cerniere plastiche della fascia di piano F7

## FASCIA F8

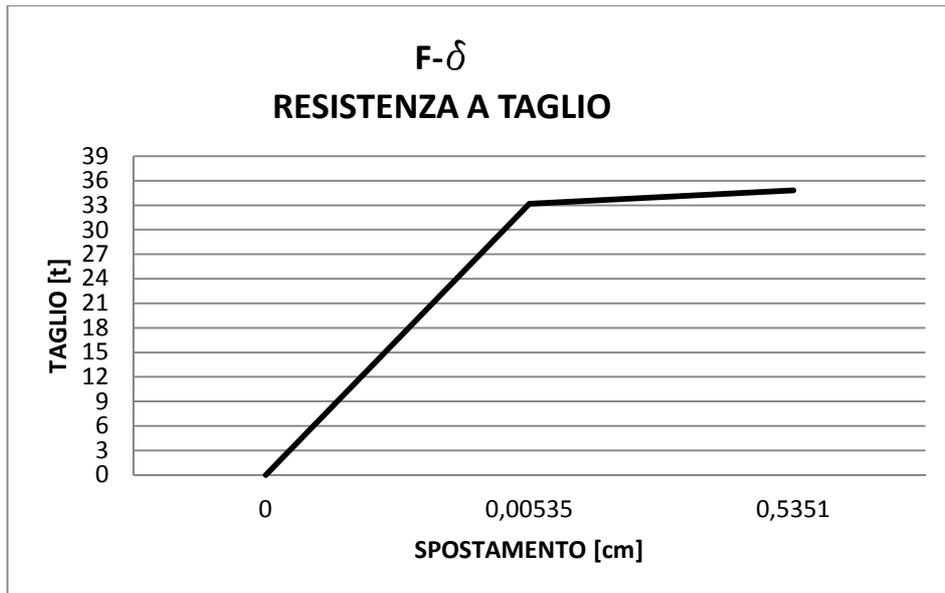
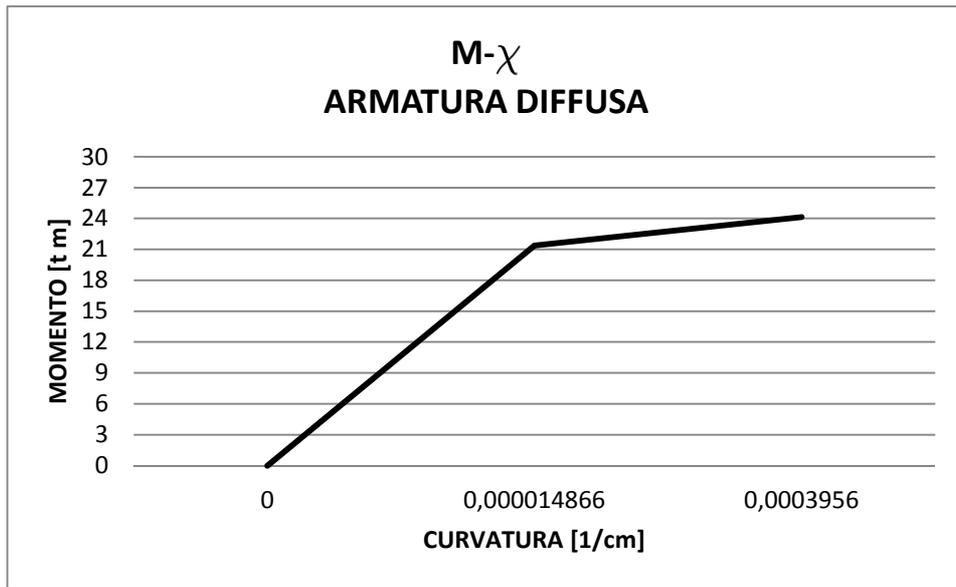


Figura 5.44: Cerniere plastiche della fascia di piano F8

### FASCIA F9

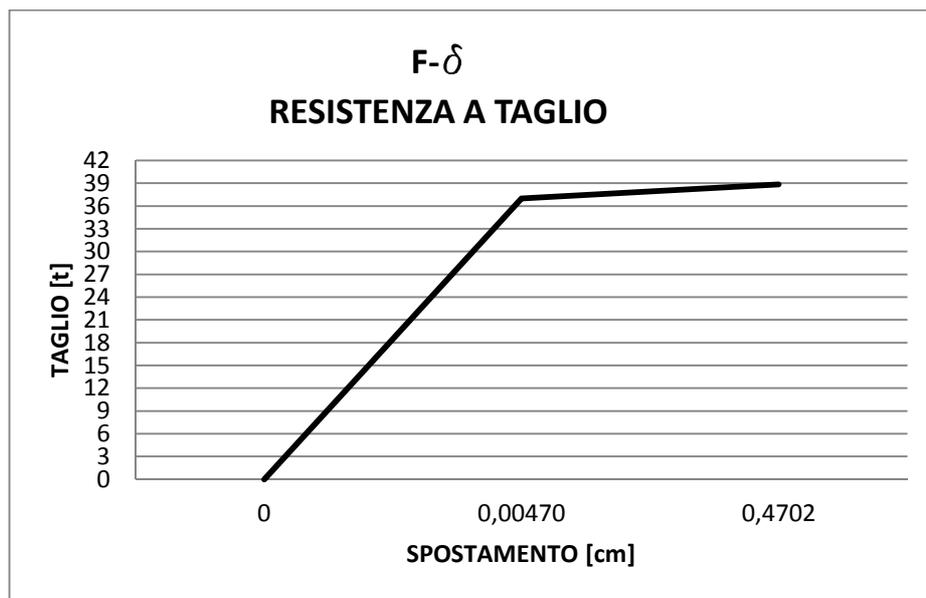
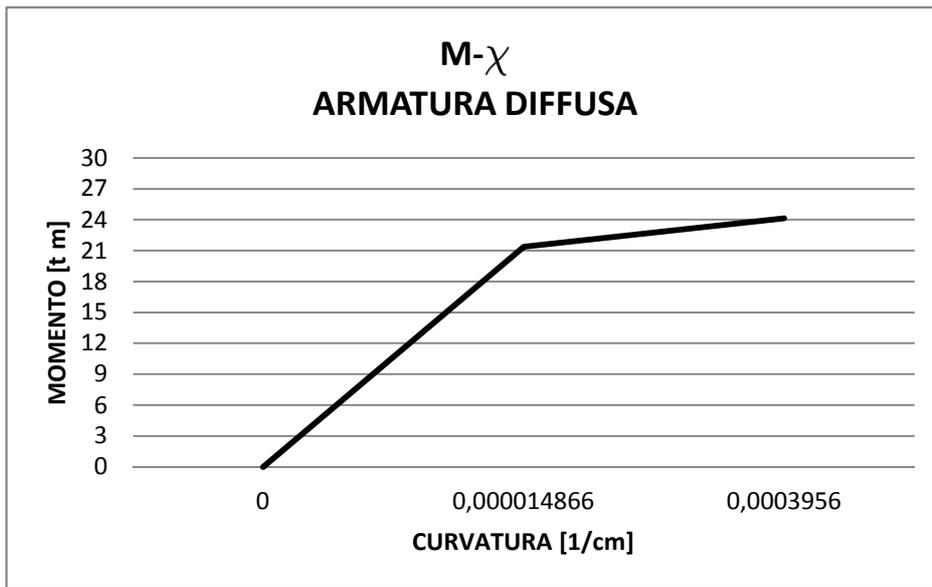


Figura 5.45: Cerniere plastiche della fascia di piano F9

### FASCIA F13

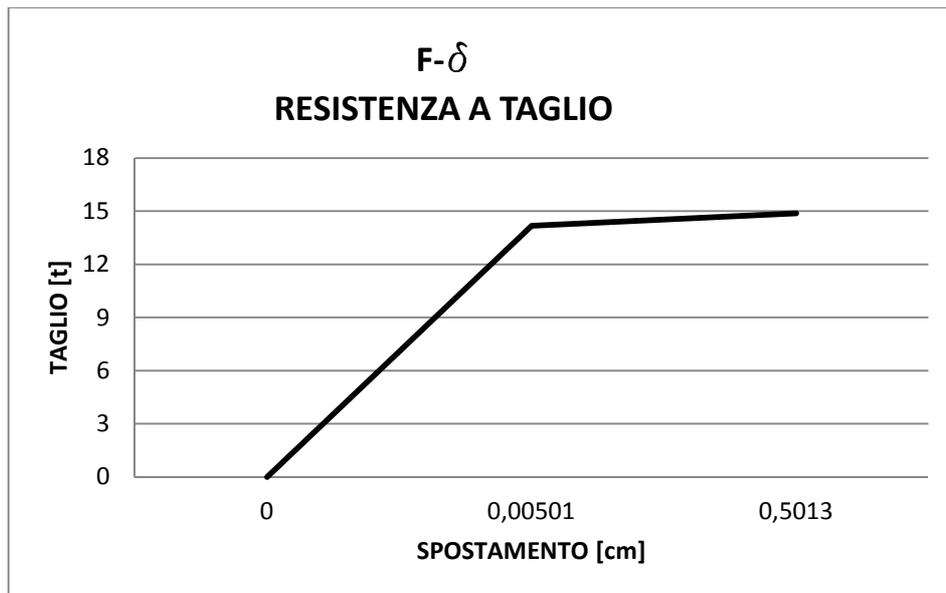
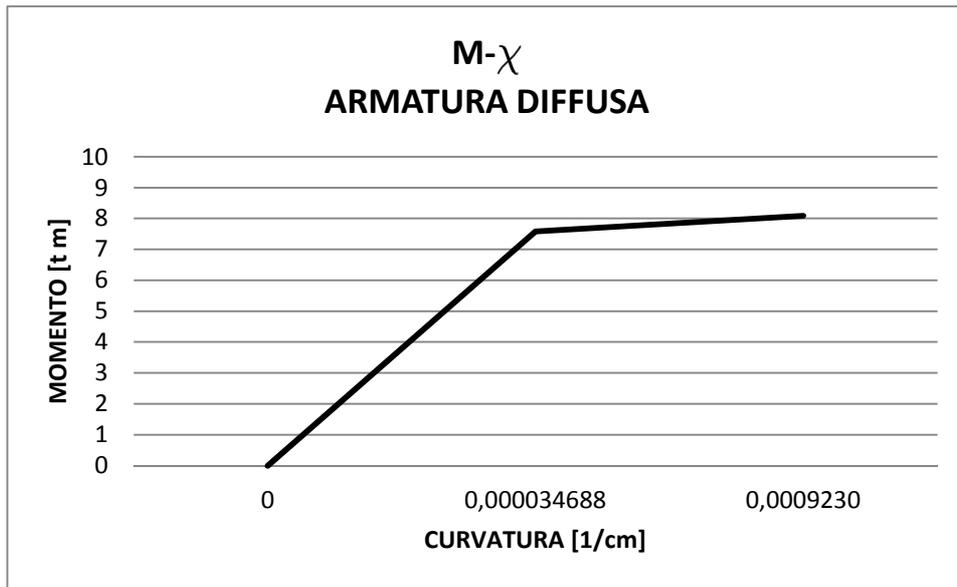


Figura 5.46: Cerniere plastiche della fascia di piano F13

## FASCIA F14

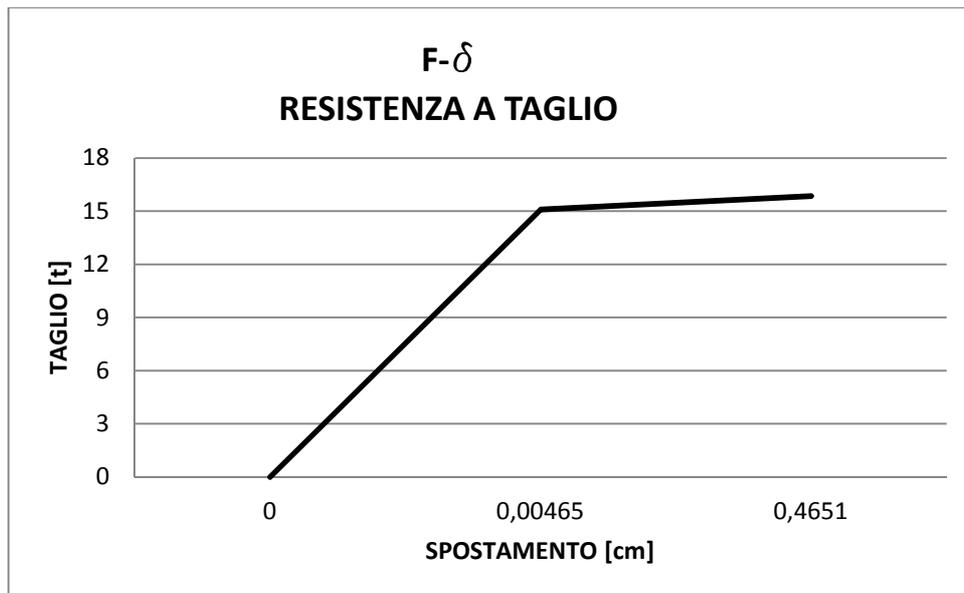
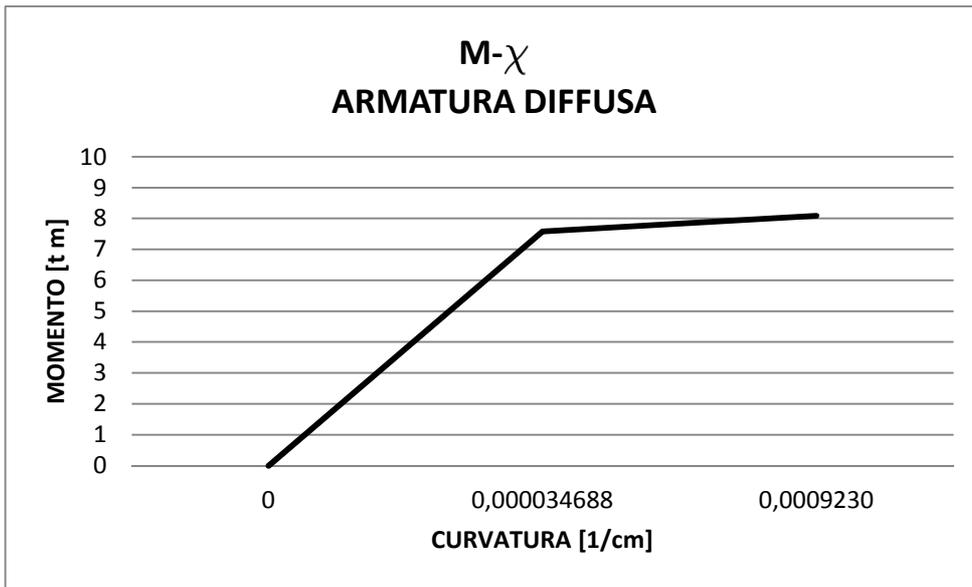


Figura 5.47: Cerniere plastiche della fascia di piano F14

## FASCIA F15

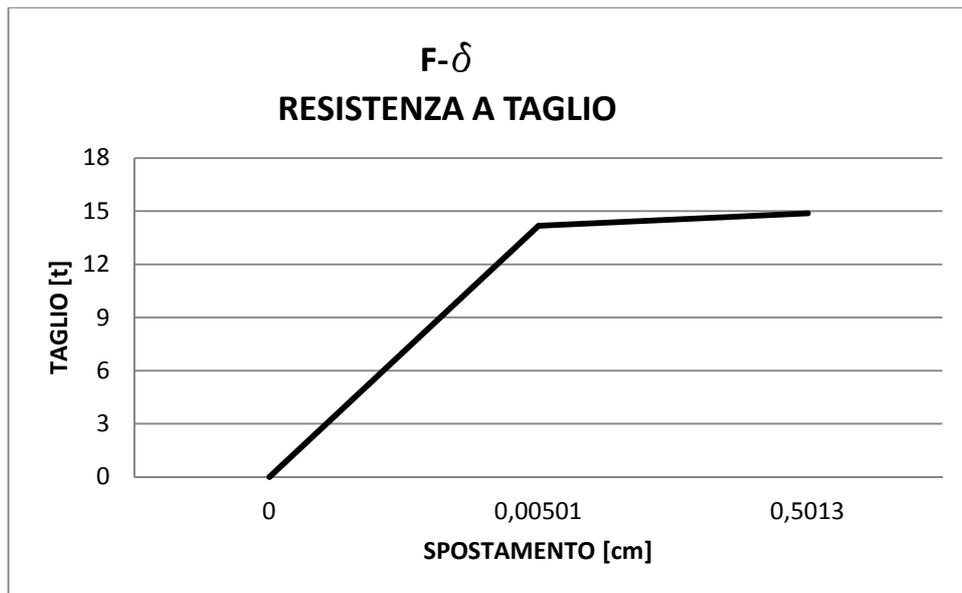
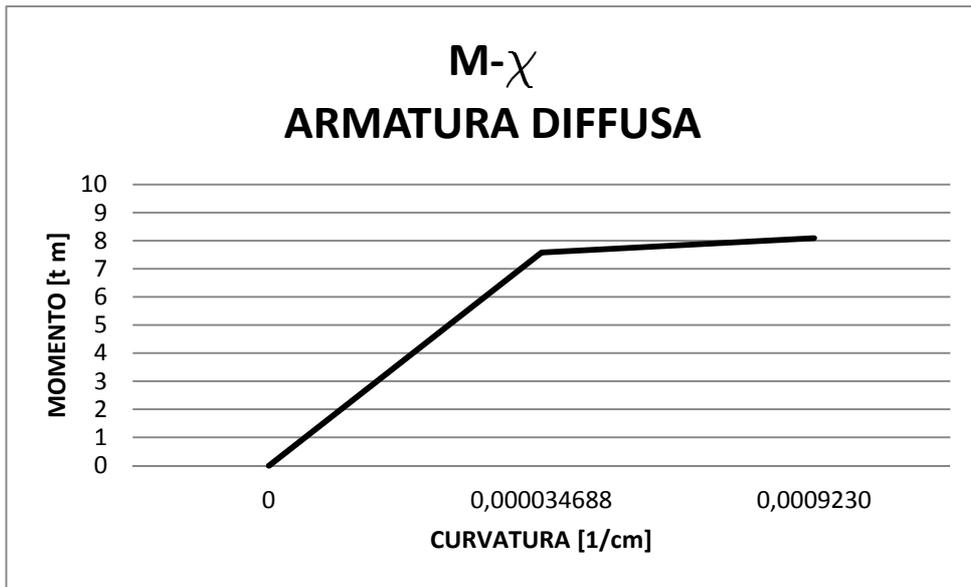


Figura 5.48: Cerniere plastiche della fascia di piano F15

## FASCIA F16

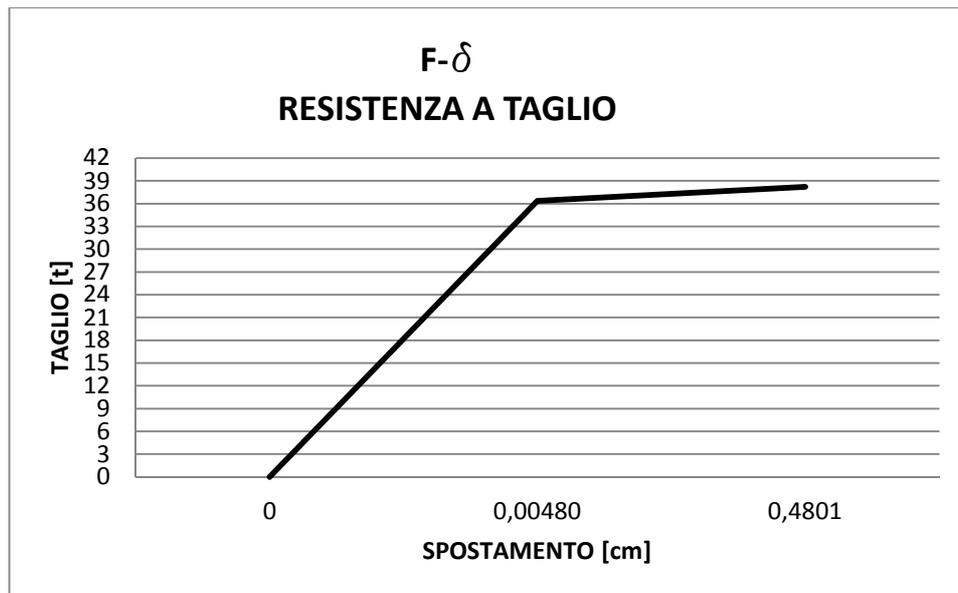
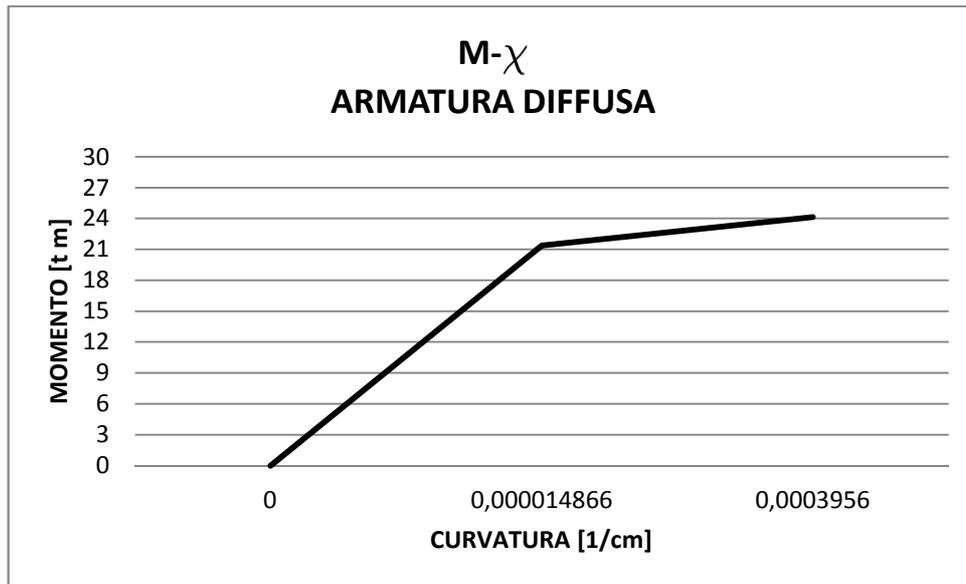


Figura 5.49: Cerniere plastiche della fascia di piano F16

## FASCIA F17

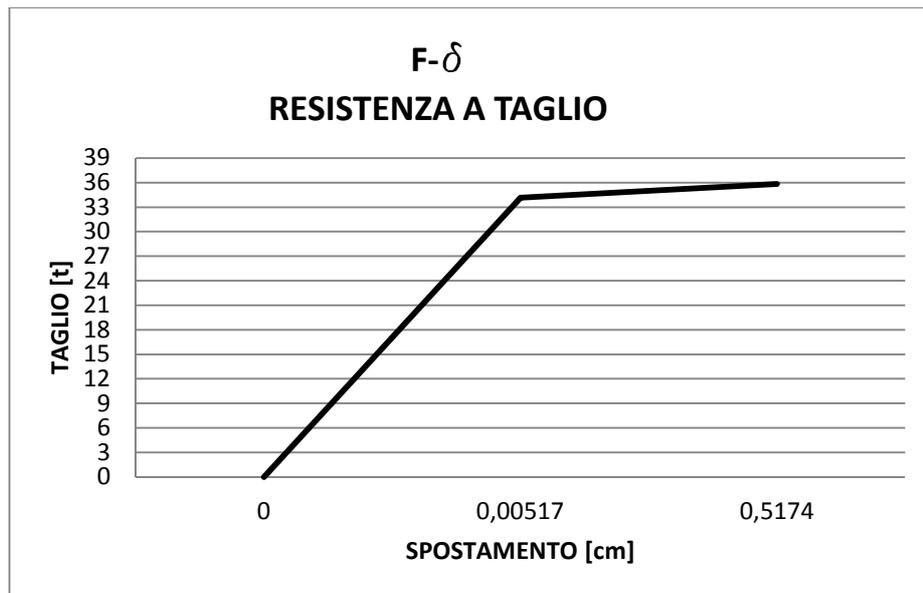
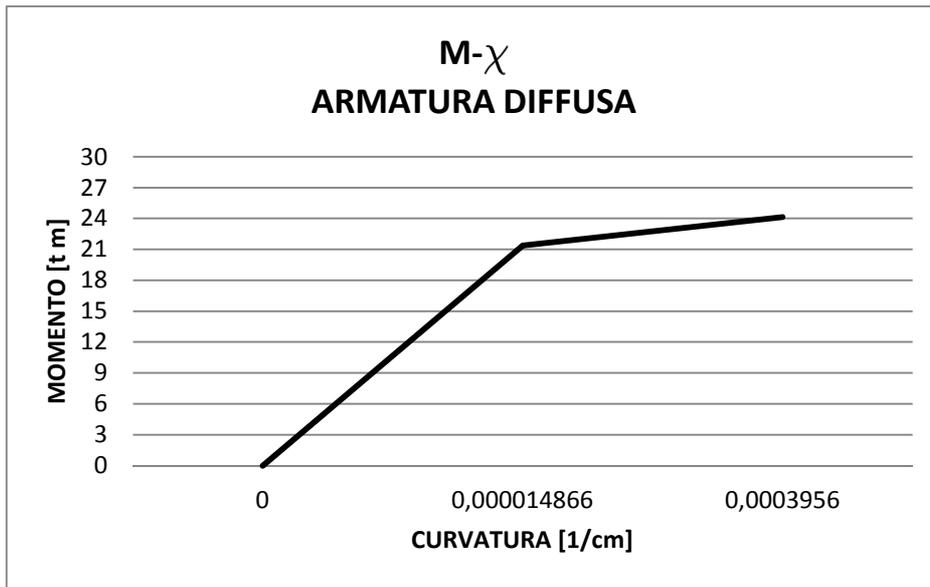


Figura 5.50: Cerniere plastiche della fascia di piano F17

## FASCIA F18

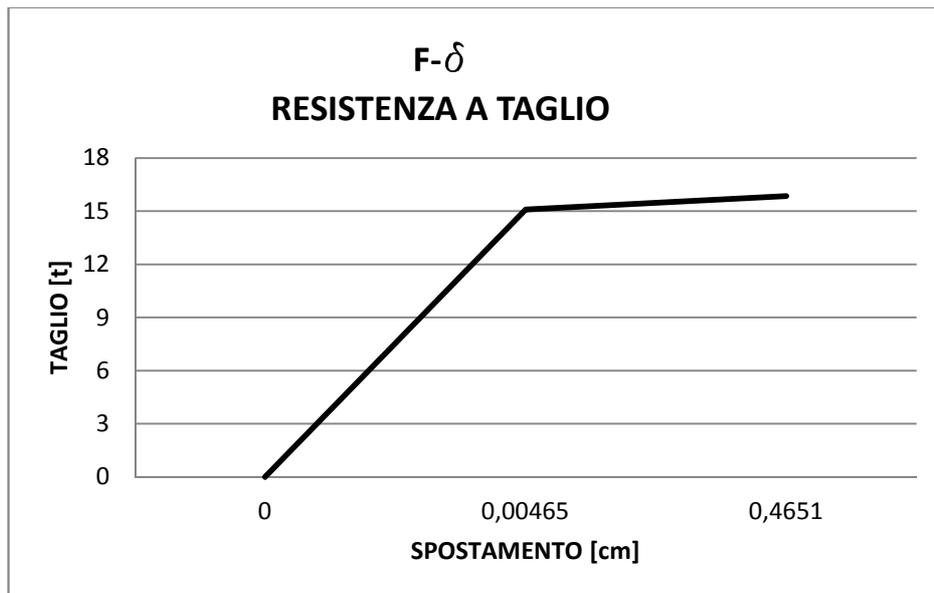
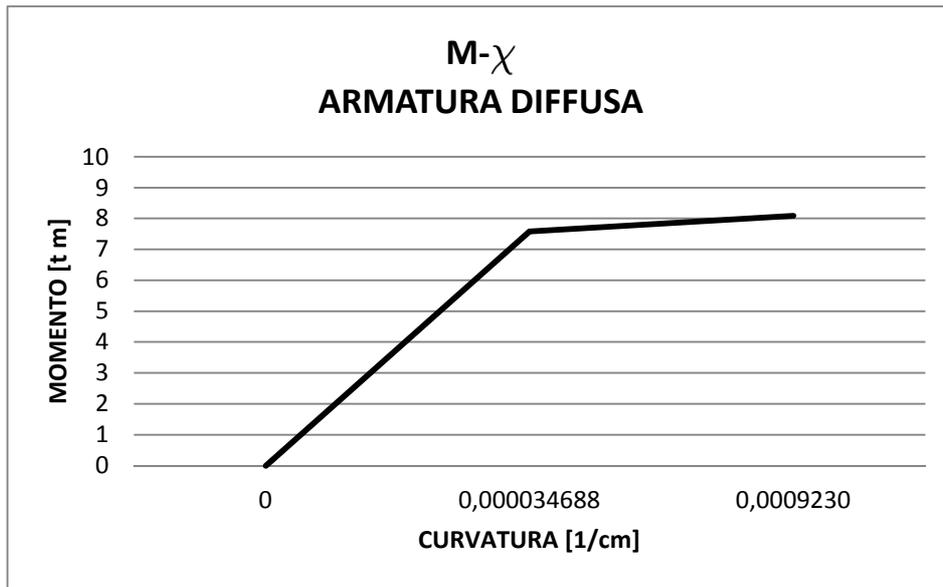


Figura 5.51: Cerniere plastiche della fascia di piano F18

## **5.4 ANALISI PUSHOVER CON SAP 2000 SUI DUE TELAI PIANI**

### **5.4.1 COS'E' L'ANALISI PUSH OVER**

L'analisi di spinta o di **pushover**, letteralmente *spingi-oltre*, è un metodo proposto dalla nuova normativa sismica per l'analisi statica non lineare di una struttura.

Viene utilizzata per calcolare gli effetti delle azioni sismiche di sistemi dissipativi (aventi, cioè, comportamento elasto-plastico).

Con questo metodo di analisi le azioni sismiche sono modellate come forze statiche che rappresentano la **forzante**.

Il metodo consiste nell'applicare alcune distribuzioni di forze via via crescenti sulla struttura, in modo da studiare la sua risposta in termini elastoplastici fino al collasso globale o locale.

Tale risposta pertanto, deve essere ottenuta, mediante un'analisi non lineare tenendo conto sia degli effetti di non linearità del materiale (formazioni di cerniere plastiche, svergolamenti di elementi compressi, snervamento di elementi in trazione) sia degli effetti di secondo ordine (quindi non linearità di tipo geometrico) qualora esse assumano un valore non trascurabile.

La forzante può anche essere costituita da un profilo di spostamenti prestabilito.

In questo caso gli spostamenti vengono applicati in modo incrementale monotono fino a che un parametro di controllo di deformazione non raggiunge un valore limite prefissato.

Si tratta di un approccio fortemente innovativo poiché consente analisi di tipo prestazionale delle costruzioni: costruendo la curva pushover di una struttura (= curva prestazionale su un piano forza-spostamento o accelerazione-spostamento) è possibile individuare immediatamente il valore del taglio alla

base corrispondente ai diversi stati limite e soprattutto come, quando e quanto si danneggerà la struttura in esame.

Nel caso di sistemi MDOF la struttura viene “spinta” applicando un profilo di forze o di spostamenti orizzontali in corrispondenza di ciascun piano e per descrivere il comportamento dell’intero sistema in termini di legame forza-spostamento, è necessario scegliere un solo parametro di forza ed un solo parametro di spostamento.

La scelta di tali parametri non è univoca e può dar luogo a differenti legami forza-spostamento ossia a differenti legami costitutivi del sistema SDOF equivalente detti curva di capacità.

Solitamente, come parametri di forza e di deformazione, si selezionano il taglio alla base e lo spostamento del baricentro dell’ultimo piano dell’edificio anche se, in realtà, questa scelta non ha un preciso fondamento teorico ma è più probabilmente un retaggio delle originarie applicazioni di questa tecnica alle pile da ponte delle quali si monitorava, per ovvie ragioni, lo spostamento in sommità.

I recenti sviluppi della normativa tecnica hanno posto l'analisi statica non lineare, nota anche come analisi pushover, in un ruolo di primaria importanza nell'ambito della progettazione antisismica. In particolare, con tale analisi è possibile conseguire due importanti obiettivi:

- calcolare con maggiore affidabilità il fattore di struttura da utilizzare nelle tradizionali analisi elastico-lineari;
- valutare la capacità sismica di edifici nuovi o esistenti mediante la verifica di alcuni stati limite di interesse.

Il *primo obiettivo*, il calcolo cioè del fattore di struttura, ottenuto attraverso l'analisi pushover, permette di migliorare l'affidabilità dell'analisi elastico-lineare. Uno degli aspetti più delicati della modellazione elastico-lineare è rappresentato infatti dalla necessità di valutare gli effetti non lineari della risposta strutturale e di condensarli nel fattore di struttura, da cui dipendono le accelerazioni sismiche spettrali associate ai singoli modi di vibrazione. Considerata la funzione chiave che il fattore di struttura riveste nella definizione delle azioni sismiche, non è consigliabile limitarsi a valutarlo in

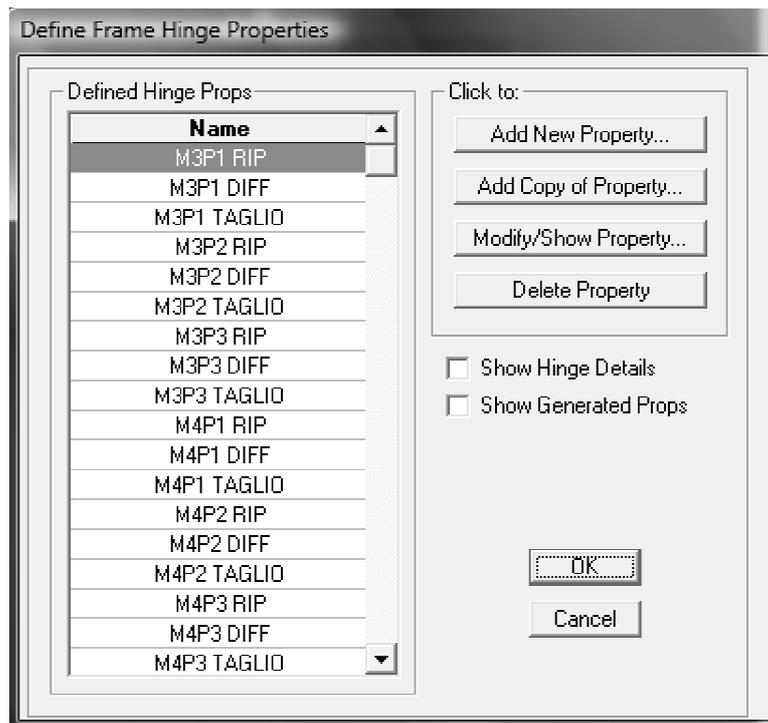
base alla sola descrizione qualitativa della struttura (tipologia strutturale, del numero di piani, ecc.), come pure suggerito dalla stessa normativa, in mancanza di valutazioni più precise. La correlazione euristica su cui si basa questa valutazione, anche se fornisce indicazioni utili in media, non dà reali garanzie che l'azione sismica così calcolata non possa risultare fortemente sovrastimata o anche pericolosamente sottostimata.

Il *secondo obiettivo* mira ad estendere anche a strutture intelaiate quello che da tempo si applica nell'analisi di edifici in muratura in zona sismica, utilizzare cioè l'analisi pushover per quantificare la sicurezza della struttura nei confronti di alcuni stati limite predefiniti, corrispondenti al raggiungimento dello stato limite di Danno (SLD), di Salvaguardia vita (SLV) e del Collasso strutturale (SLC).

#### **5.4.2 IMPOSTAZIONI DELL'ANALISI PUSHOVER**

I diagrammi ottenuti con Excell vanno inseriti in SAP 2000 definendo così le proprietà delle cerniere plastiche.

Di seguito è riportata l'interfaccia di SAP2000 in cui si vedono elencate alcune delle cerniere presenti sulla parete 2.



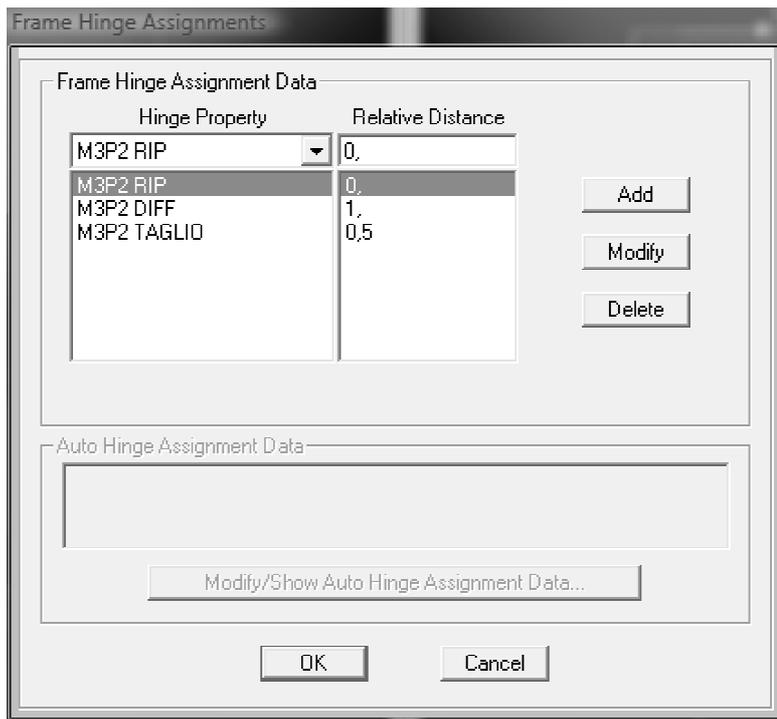
Una volta definite, le cerniere vanno giustapposte sugli elementi murari attraverso un comando di attribuzione che prevede un posizionamento secondo una misura proporzionale all'altezza dell'elemento murario.

Si dovrà quindi attribuire ad ogni cerniera una distanza relativa compresa tra 0 e 1.

Se si desidera posizionare una cerniera flessionale in una zona non superiore ai 30 cm di altezza dal solaio, andrà scelto un elemento tipo "RIP" nella cui formulazione è contemplato l'uso di ferri  $\Phi 8$  passo 30 cm che sono quelli distribuiti nelle zone di ripresa.

La cerniera plastica a taglio si può creare nella zona in cui il taglio è massimo quindi sicuramente nel piano inferiore della struttura, posizionata per scelta a metà dell'altezza utile.

La cerniera flessionale con distanza relativa pari ad 1 è posizionata nella zona alta della parete dove l'armatura è diffusa ( $\Phi 2,5$  passo 10 cm) ed è schematicamente denominata "DIFF".



Il risultato dopo il posizionamento di tutte le cerniere plastiche, sia sulle travi che sui pilastri è il seguente:

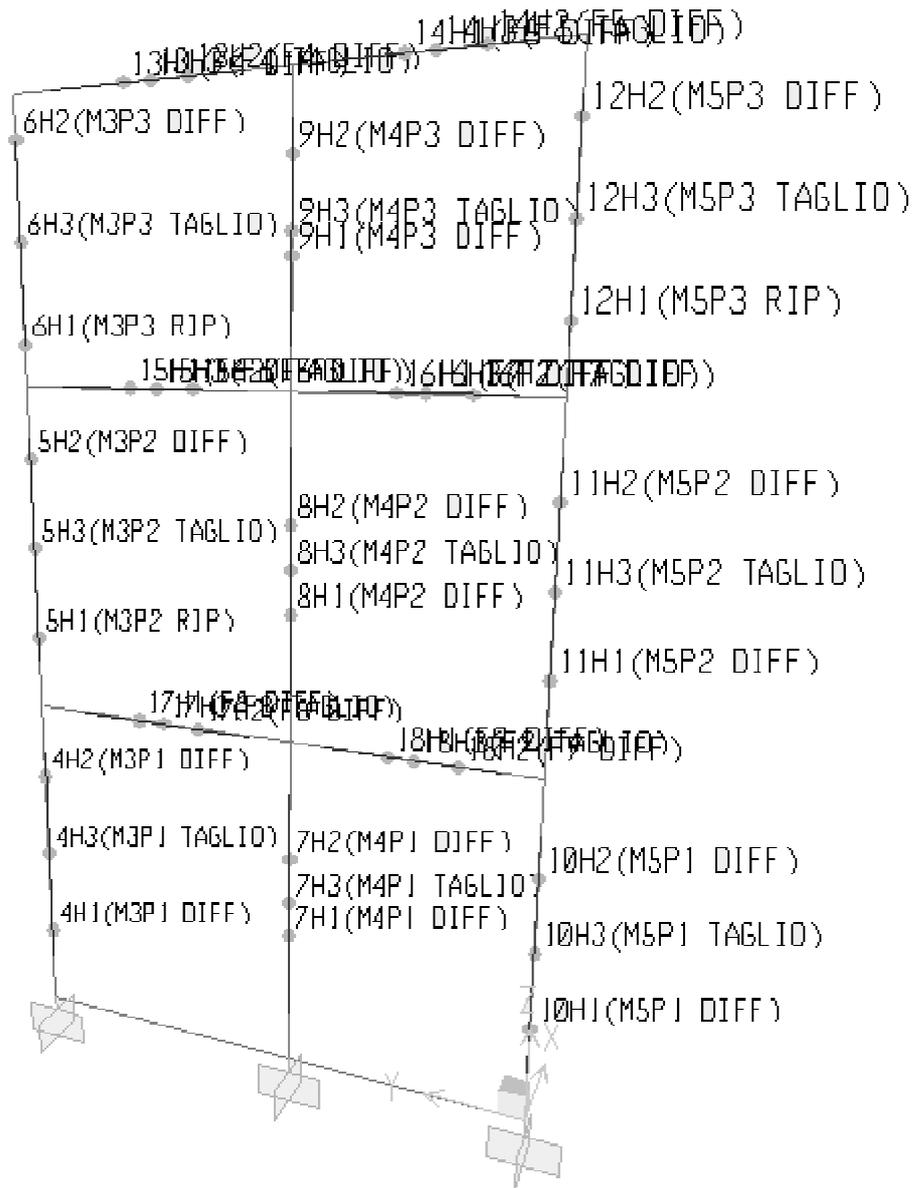


Figura 5.52: Posizionamento delle cerniere plastiche sulla parete 2



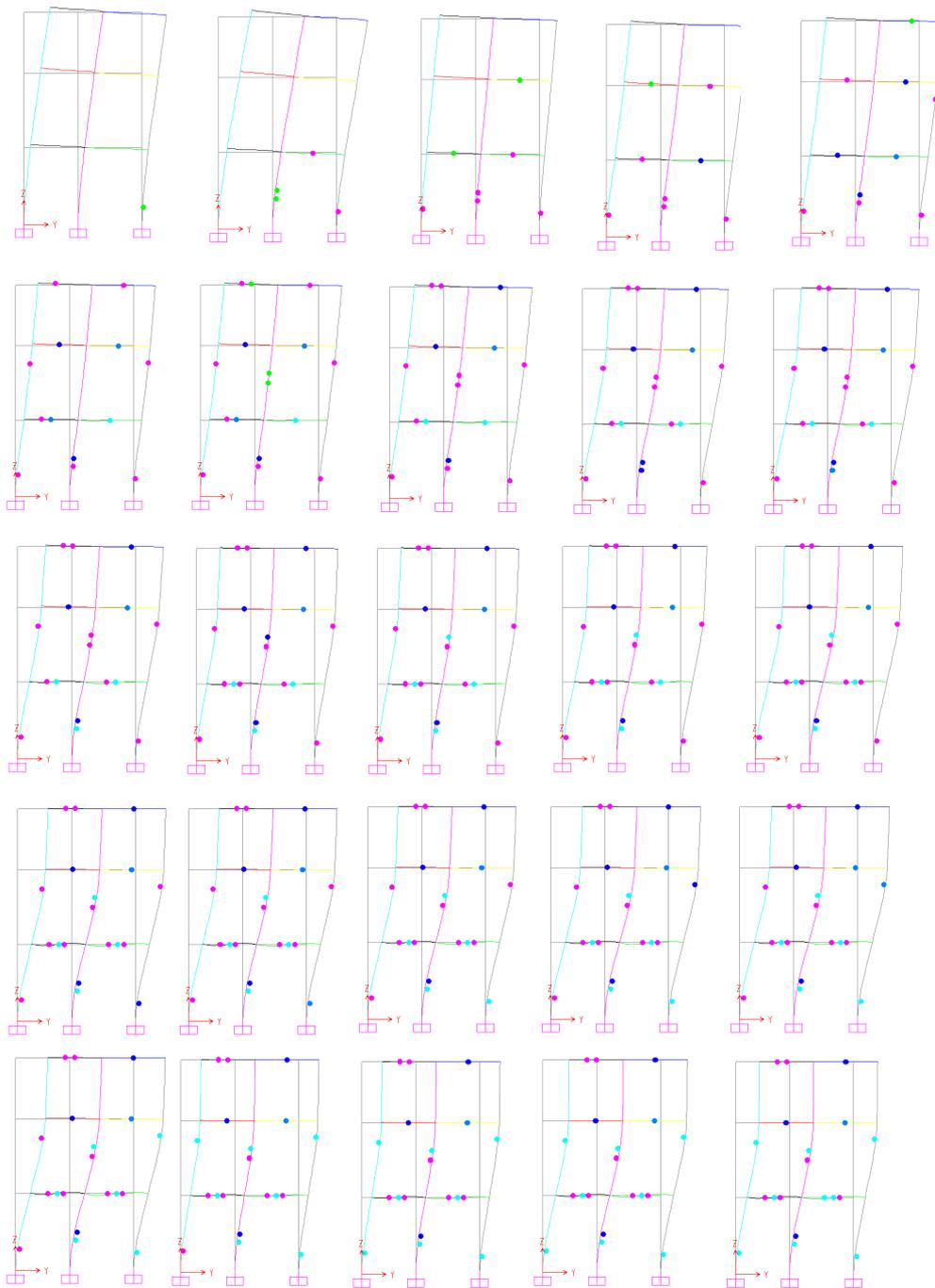
Figura 5.53: Posizionamento delle cerniere plastiche sulla parete 4

A questo punto va selezionato un punto di controllo sulla struttura che usualmente corrisponde ad un nodo nella parte alta del telaio.

### **5.4.3 RISULTATI DELL'ANALISI PUSHOVER**

Un primo interessante risultato che si può ottenere dall'analisi pushover è la visualizzazione grafica della formazione delle cerniere plastiche.

A partire dalla prima si vede come il primo elemento ad andare in crisi sul telaio rappresentante la parete 2 è il maschio murario 5 al piano 1 il quale supera il limite elastico per crisi flessionale nella zona con ferri di ripresa, successivamente si instaurano crisi anche sulla fascia di piano 9 e così via fino alla crisi globale del sistema (ultima immagine in basso a destra sulla figura).



*Figura 5.53: Formazione delle cerniere plastiche per la parete 2*

I diagrammi di pushover forniti dall'analisi per i due telai (parete 2 e parete 4) sono rappresentati in figura 5.54 e 5.55:



Figura 5.54: Digramma pushover per la parete 2



Figura 5.55: Digramma pushover per la parete 4

Analizzandoli si può vedere che in entrambi i casi lo spostamento massimo consentito affinché il telaio rimanga in campo elastico è intorno ai 10 mm (1 cm) con uno sforzo di taglio alla base pari a circa 75tonnellate per la parete 2 e 65tonnellate per la parete 4.

La differente resistenza di taglio alla base è dovuta al fatto che nella parete 4 sono presenti delle porte; queste aperture di dimensioni maggiori a quelle delle semplici finestre causano più instabilità nella struttura che quindi tende a resistere di meno rispetto ad un telaio in cui sono presenti meno aperture.

## **5.5 ANALISI PUSHOVER SULLA STRUTTURA 3D**

Come già detto in precedenza i modelli bidimensionali sono stati utili strumenti non solo per la calibrazione ma anche per il confronto tra il comportamento dinamico della struttura rispetto ai risultati ottenuti con le prove statiche e pseudo-statiche.

E' giunto ora il momento di affrontare l'analisi tridimensionale della struttura per poter adempiere a pieno all'ipotesi iniziale che richiedeva un comportamento scatolare della casetta.

Per fare questo bisogna costruire con SAP 2000 anche i telai delle due pareti corte, la 1 e la 3, ed unirle insieme alle due precedentemente preparate, la 2 e la 4, che già sono state ampiamente analizzate.

Il risultato di questa unione è raffigurato in figura 5.56:

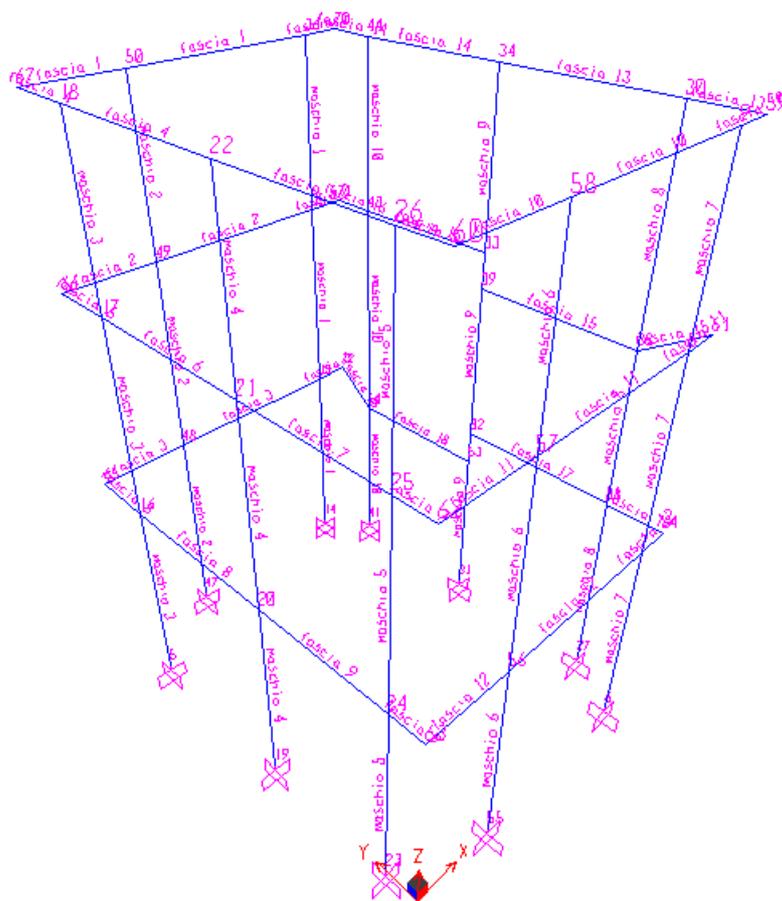


Figura 5.56: Telaio 3D rappresentante la cassetta

La struttura risulta costituita da 10 maschi murari e 18 fasce di piano. Come nel caso bidimensionale anche qui ogni elemento è caratterizzato da tratti deformabili e link rigidi le cui dimensioni seguono lo schema proposto da Dolce e riportato al paragrafo 5.1.1.

Un secondo passaggio prevede il caricamento statico della struttura che deve essere pari a 66,5 tonnellate da distribuire uniformemente sulle fasce di piano.

Nella terza fase vanno create delle nuove cerniere plastiche che si andranno ad aggiungere a quelle già definite per i telai 2 e 4.

Le nuove cerniere plastiche saranno di tipo assiale ed andranno disposte sui maschi murari, ai vari piani, secondo la modalità già descritta per le strutture viste precedentemente.

Si sceglie in questa fase di non disporre alcun tipo di cerniera sulle fasce di piano delle pareti corte 1 e 3 le quali, si suppone, interverrebbero comunque in misura molto limitata alla resistenza della sollecitazione che proviene perpendicolarmente a questi elementi.

E' stato deciso inoltre che nel telaio 3D non siano disposte cerniere a taglio.

Riassumendo si troveranno sulla struttura le seguente cerniere plastiche:

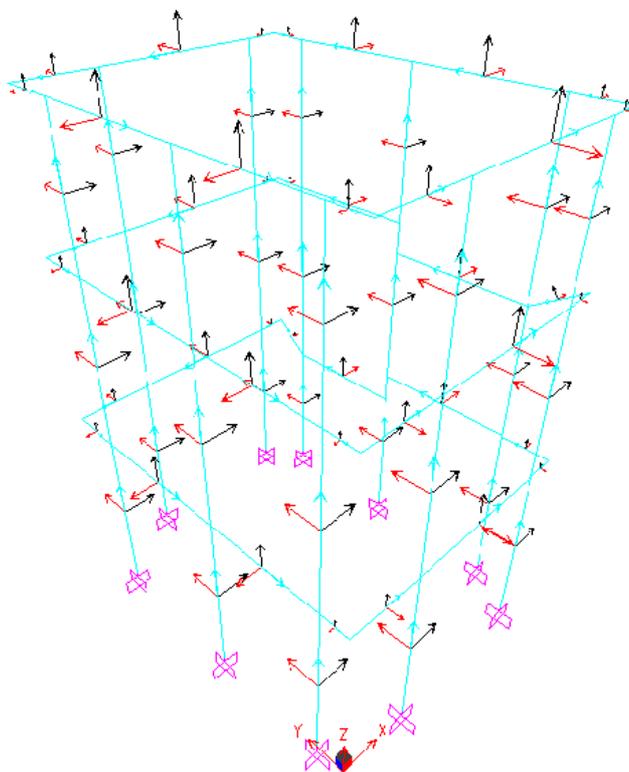
PARETE 1	MASCHIO 1 PIANO 1	cerniera assiale Axial P
	MASCHIO 1 PIANO 2	
	MASCHIO 1 PIANO 3	
MASCHIO 2 PIANO 1		
MASCHIO 2 PIANO 2		
MASCHIO 2 PIANO 3		
PARETE 2	MASCHIO 3 PIANO 1	cerniera flessionale M2
	MASCHIO 3 PIANO 2	
	MASCHIO 3 PIANO 3	
	MASCHIO 4 PIANO 1	
	MASCHIO 4 PIANO 2	
	MASCHIO 4 PIANO 3	
PARETE 3	MASCHIO 5 PIANO 1	cerniera assiale Axial P
	MASCHIO 5 PIANO 2	
	MASCHIO 5 PIANO 3	
	MASCHIO 6 PIANO 1	
	MASCHIO 6 PIANO 2	
	MASCHIO 6 PIANO 3	
PARETE 4	MASCHIO 7 PIANO 1	cerniera flessionale M2
	MASCHIO 7 PIANO 2	
	MASCHIO 7 PIANO 3	
	MASCHIO 8 PIANO 1	
	MASCHIO 8 PIANO 2	
	MASCHIO 8 PIANO 3	
	MASCHIO 9 PIANO 1	
	MASCHIO 9 PIANO 2	
	MASCHIO 9 PIANO 3	
MASCHIO 10 PIANO 1		
MASCHIO 10 PIANO 2		
MASCHIO 10 PIANO 3		

PARETE 1	FASCIA 1	no cerniere
	FASCIA 2	
	FASCIA 3	
PARETE 2	FASCIA 4	cerniera flessionale M3
	FASCIA 5	
	FASCIA 6	
	FASCIA 7	
	FASCIA 8	
PARETE 3	FASCIA 9	no cerniere
	FASCIA 10	
	FASCIA 11	
	FASCIA 12	
PARETE 4	FASCIA 13	cerniera flessionale M3
	FASCIA 14	
	FASCIA 15	
	FASCIA 16	
	FASCIA 17	
	FASCIA 18	

Figura 5.57: tipi di cerniere plastiche presenti sul telaio 3D

Si noti che diciture come M2, M3, Axial P sono linguaggi propri di SAP 2000 per la definizione delle cerniere plastiche e si riferiscono alla tipologia di cerniera da inserire vista rispetto agli assi locali degli elementi sui quali la cerniera stessa andrà a posizionarsi. Nella fattispecie gli assi locali della struttura sono quelli riportati in figura che seguono la regola della mano destra rispettando l'ordine cromatico azzurro, nero, rosso.



*Figura 5.58: Assi locali di maschi murari e fasce di piano*

Non resta altro che definire le ultime cerniere plastiche ossia quelle assiali.

Verrà di seguito riportata una trattazione sintetica delle formule usate per l'ottenimento delle cerniere assiali ed i relativi diagrammi  $N-\delta$ . Per l'analisi completa si rimanda all'appendice B.

Quello che si vuole costruire è quindi un diagramma sforzo normale – spostamento tipo quello raffigurato in figura 5.59:

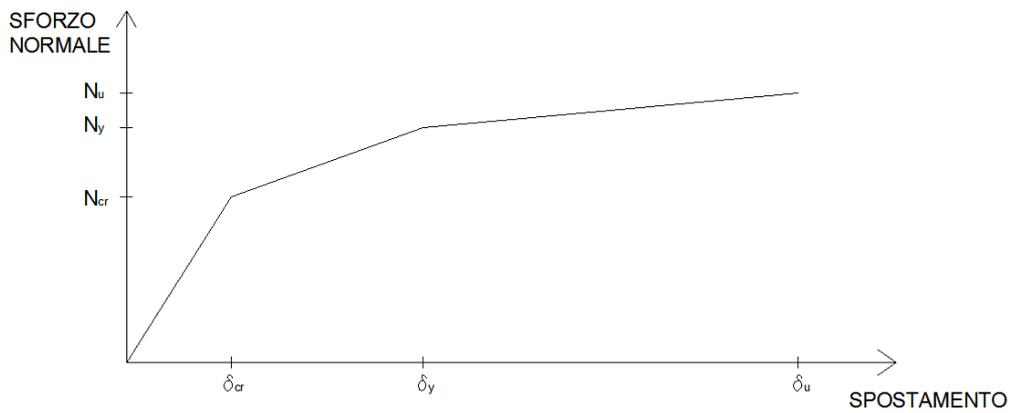


Figura 5.59: Diagramma tipo per cerniere plastiche assiali

- Si calcoli quindi  $N_{cr}$  sforzo normale critico come:

$$N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{ci}$$

Ed il relativo spostamento critico come:

$$\delta_{cr} = \frac{N_{cr} \cdot l}{\frac{1}{2} \cdot E_c \cdot A_{ci}}$$

- Lo sforzo normale  $N_y$  viene calcolato come:

$$N_y = f_y \cdot (A_s + 2 \cdot A_{catena})$$

Ed il relativo spostamento  $\delta_y$  è uguale a:

$$\delta_y = \frac{N_y \cdot l}{\frac{1}{2} \cdot E_s \cdot (A_s + 2 \cdot A_{catena})}$$

- Lo sforzo normale ultimo  $N_u$  sarà  $N_y + 1'1\%$ :

$$N_u = N_y + 0,01 N_y$$

Allo stesso modo anche lo spostamento ultimo sarà dato dallo spostamento  $\delta_y$  aumentato di un 20%:

$$\delta_u = \delta_y + 0,2 \delta_y$$

### MASCHIO M1 P1

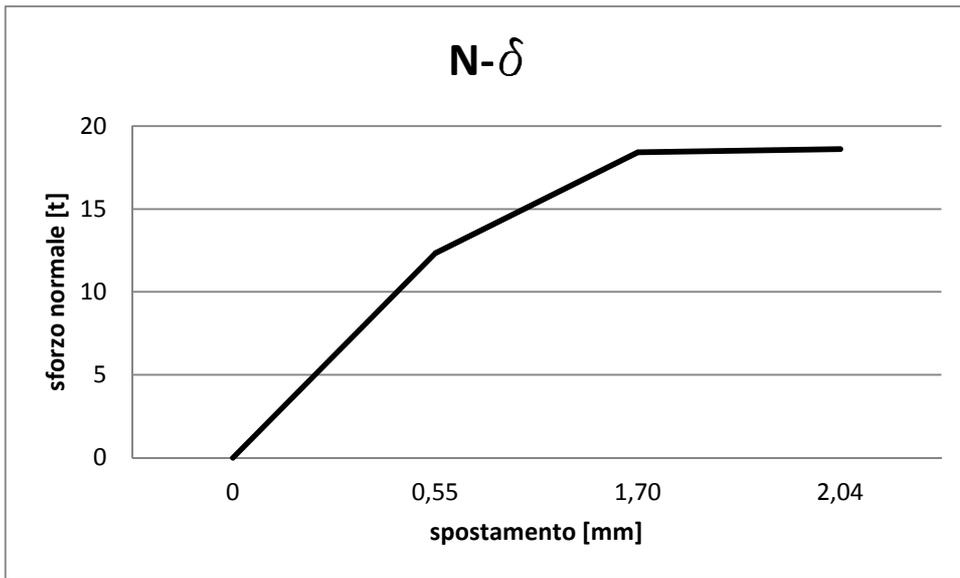


Figura 5.60: Cerniera plastica del maschio murario M1 al piano 1

### MASCHIO M1 P2

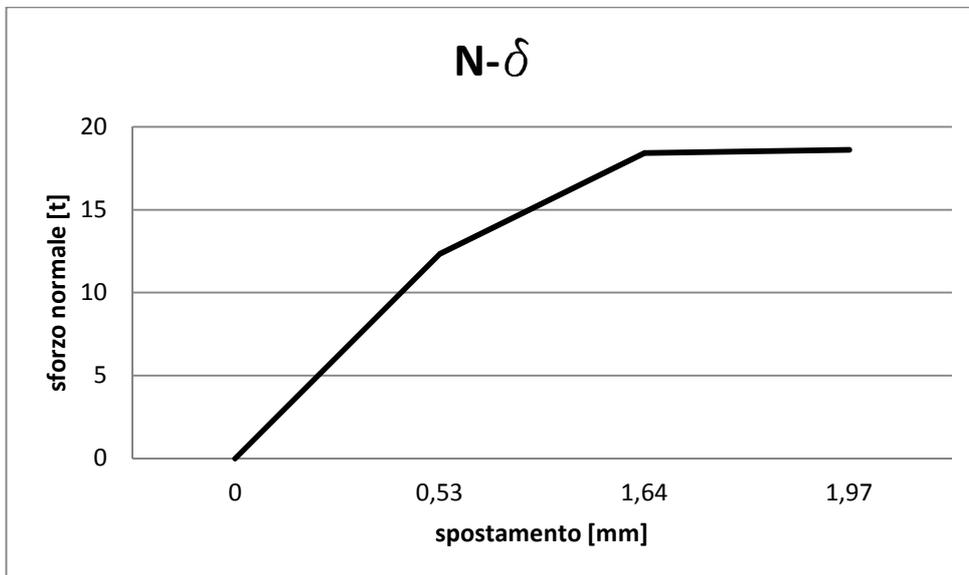


Figura 5.61: Cerniera plastica del maschio murario M1 al piano 2

### MASCHIO M1 P3

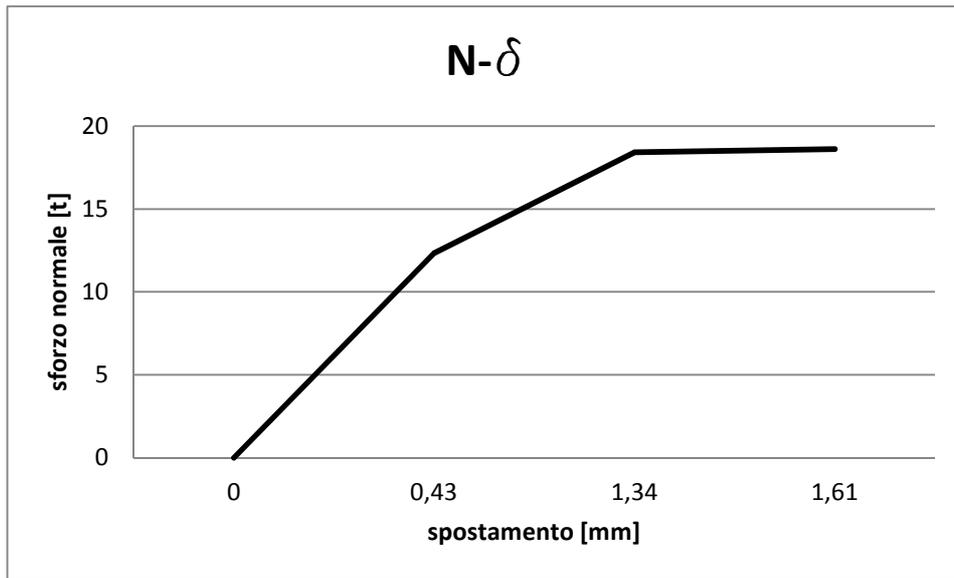


Figura 5.62: Cerniera plastica del maschio murario M1 al piano 3

### MASCHIO M2 P1

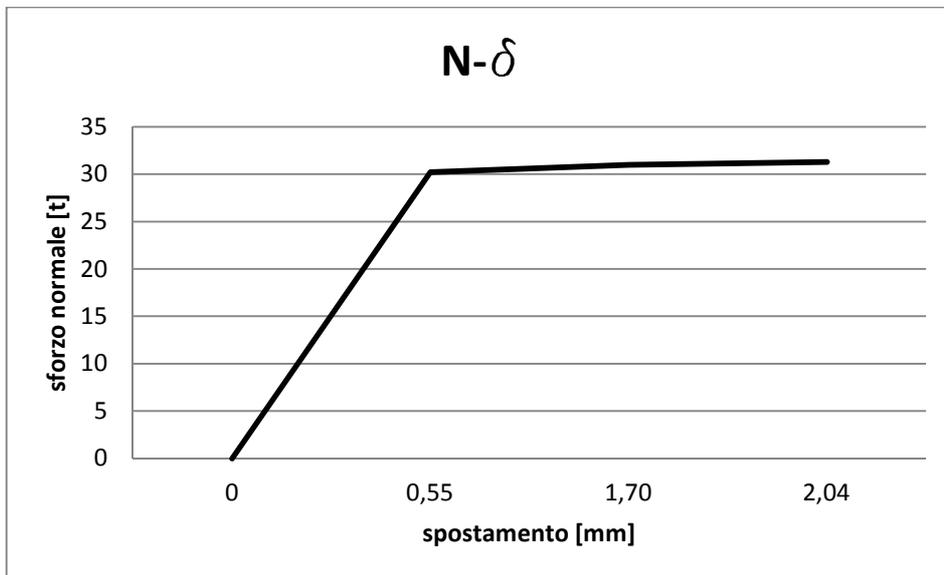


Figura 5.63: Cerniera plastica del maschio murario M2 al piano 1

### MASCHIO M2 P2

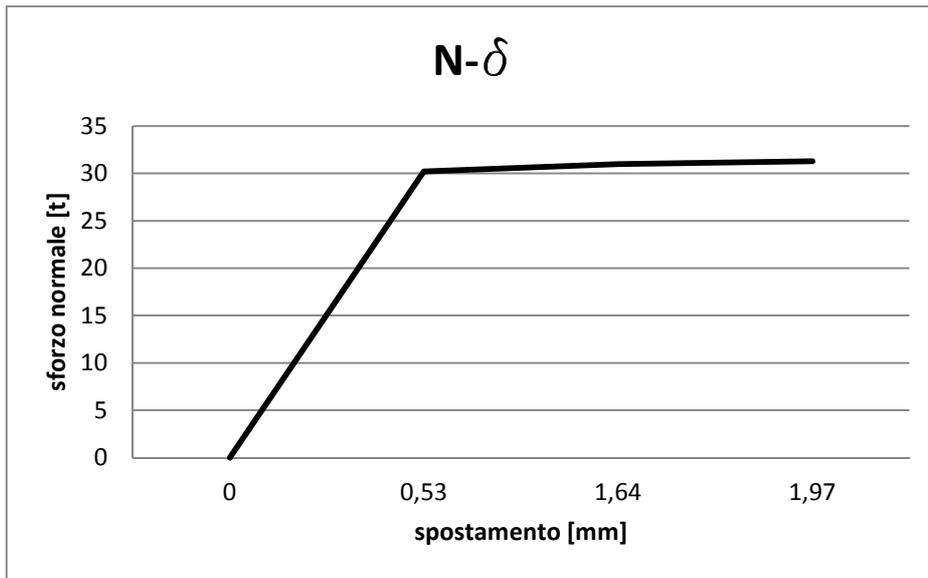


Figura 5.64: Cerniera plastica del maschio murario M2 al piano 2

### MASCHIO M2 P3

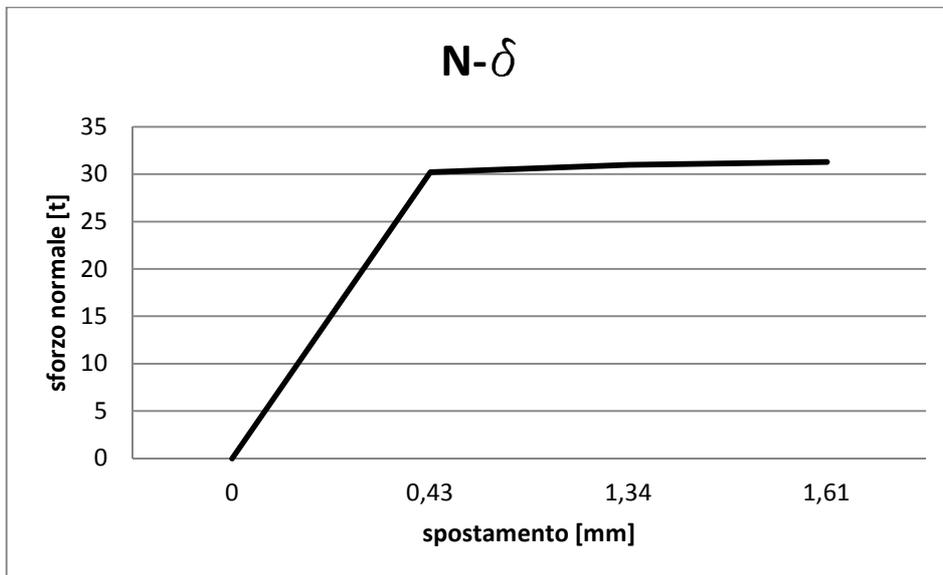


Figura 5.65: Cerniera plastica del maschio murario M2 al piano 3

### MASCHIO M6 P1

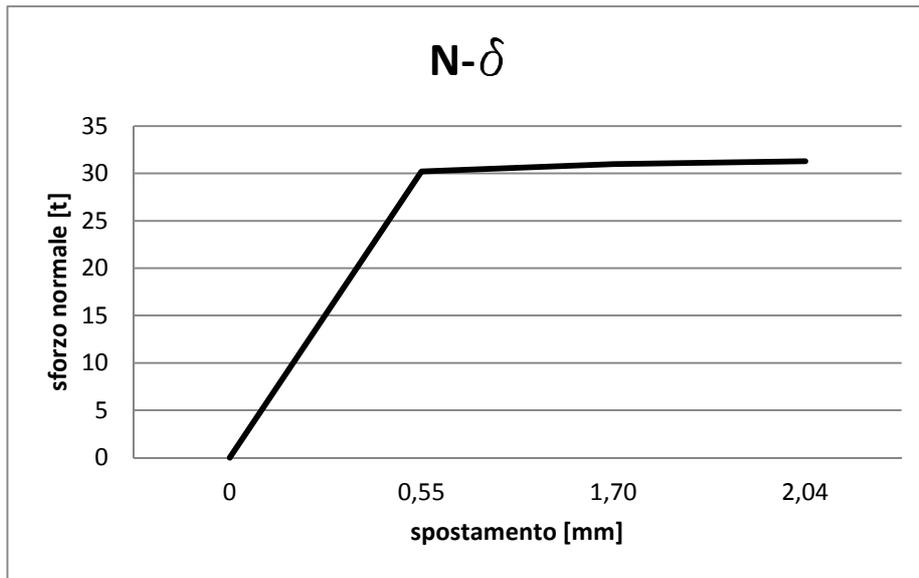


Figura 5.66: Cerniera plastica del maschio murario M6 al piano 1

### MASCHIO M6 P2

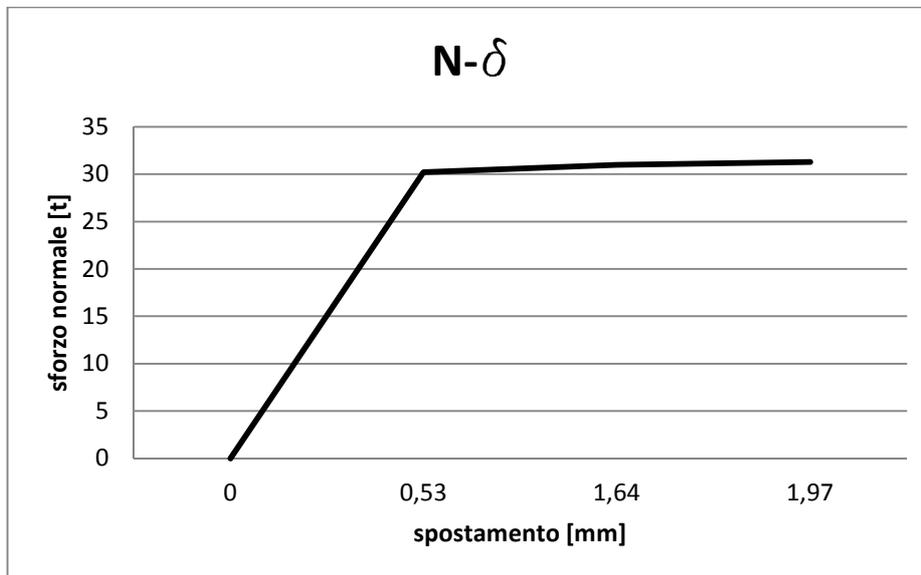


Figura 5.67: Cerniera plastica del maschio murario M6 al piano 2

### MASCHIO M6 P3

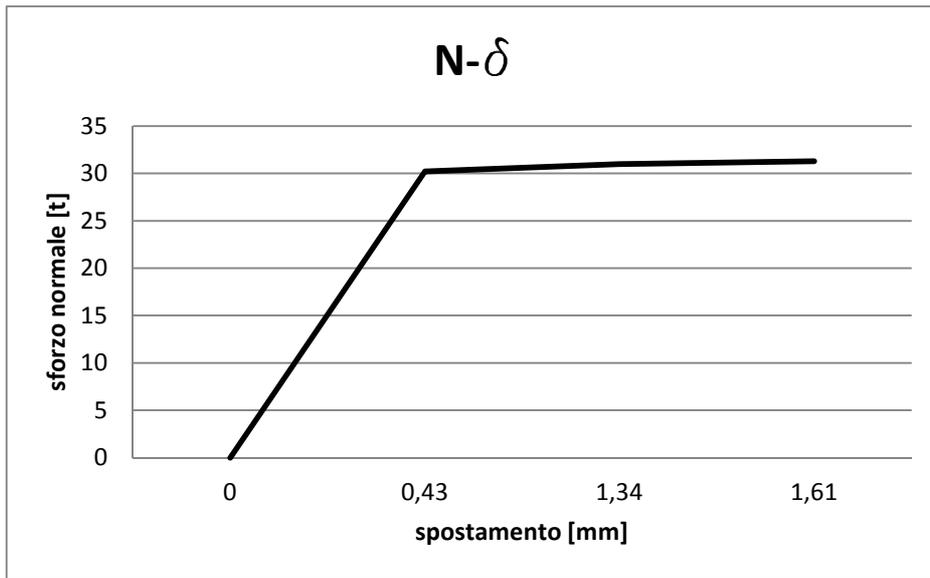


Figura 5.68: Cerniera plastica del maschio murario M6 al piano 3

### MASCHIO M7 P1

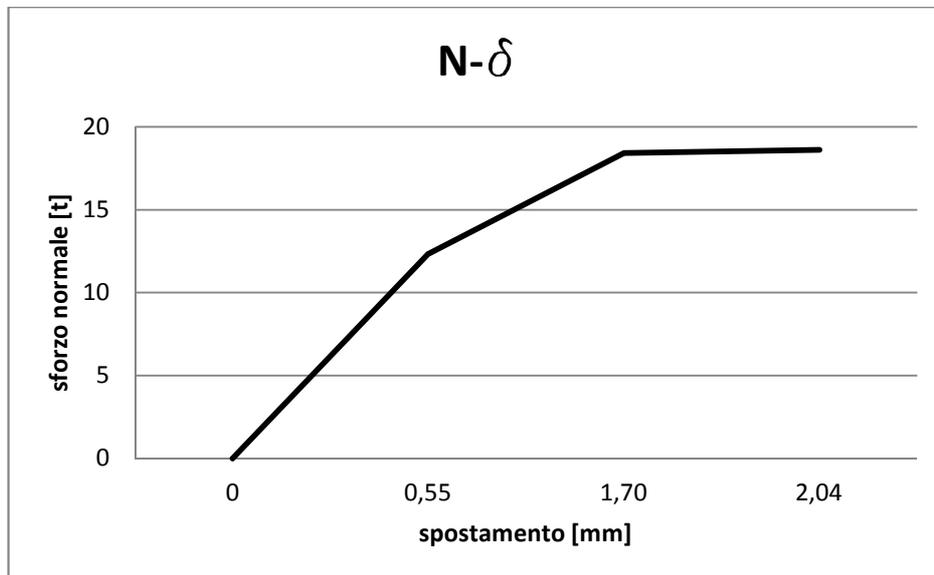


Figura 5.69: Cerniera plastica del maschio murario M7 al piano 1

### MASCHIO M7 P2

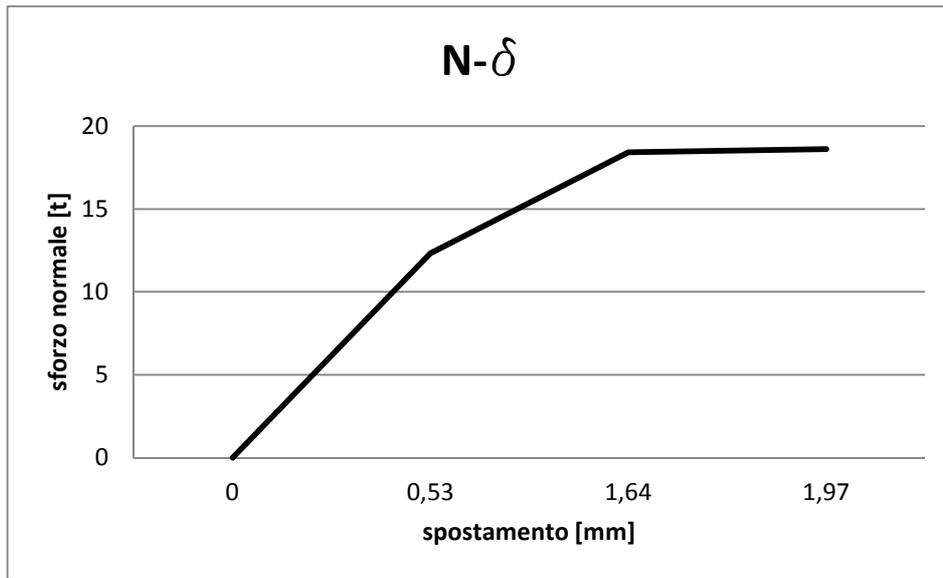


Figura 5.70: Cerniera plastica del maschio murario M7 al piano 2

### MASCHIO M7 P3

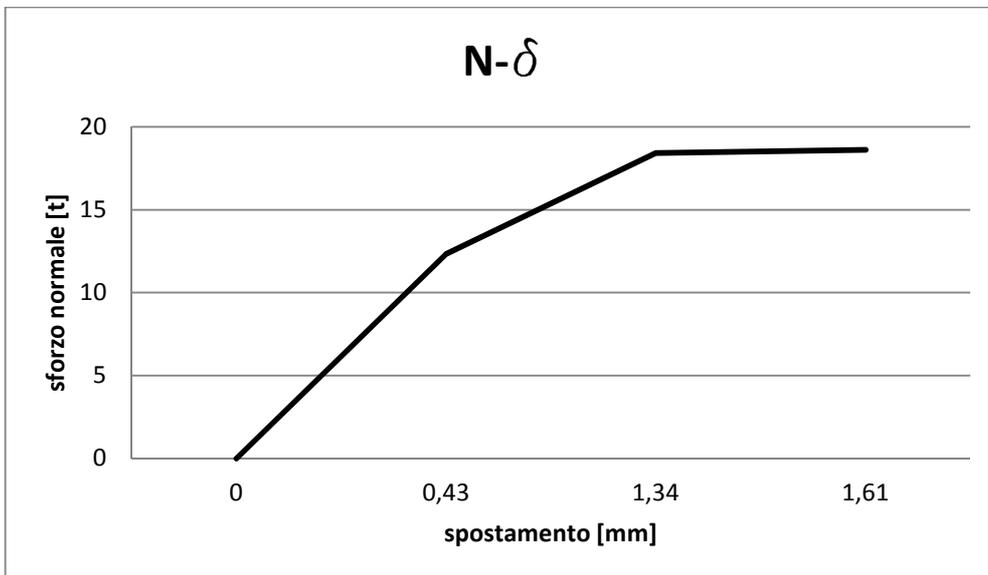


Figura 5.71: Cerniera plastica del maschio murario M7 al piano 3

Dopo l'applicazione di tutte le cerniere, il telaio tridimensionale si presenta così:

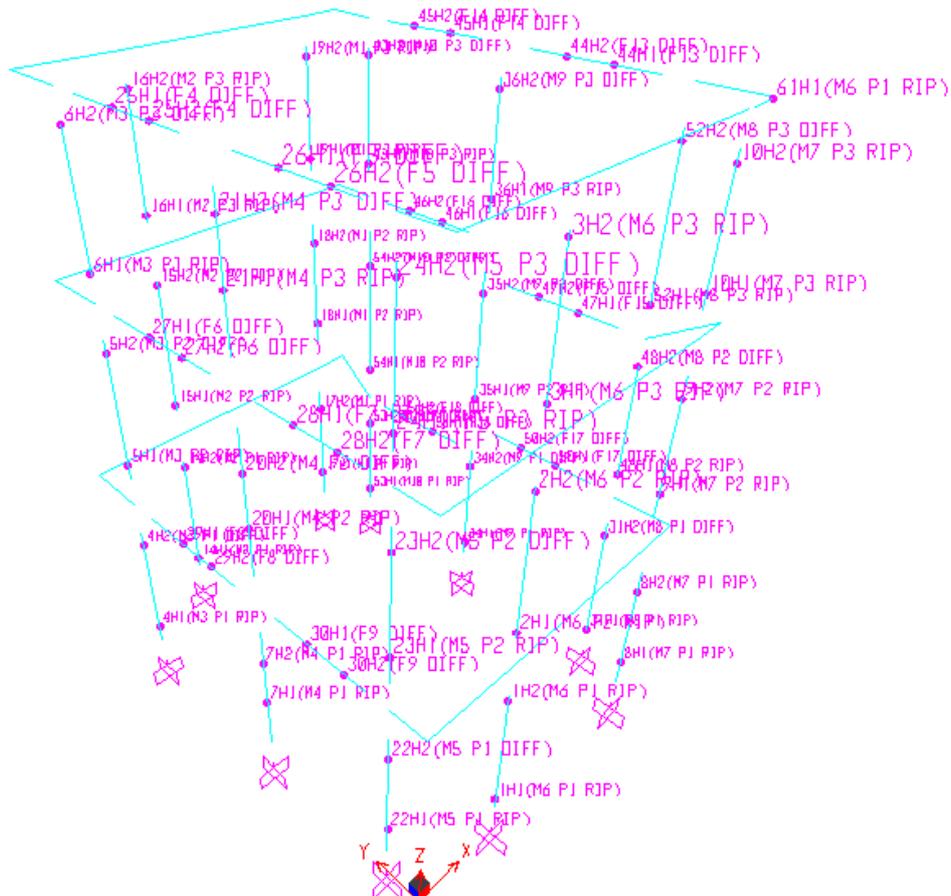
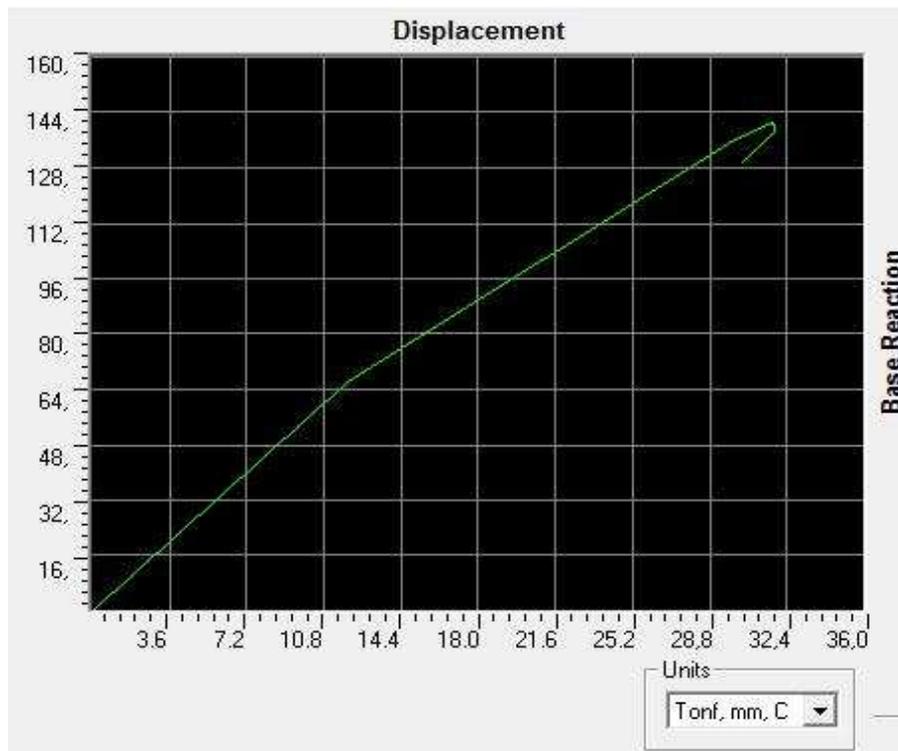


Figura 5.72: Telaio 3D co l'applicazione delle cerniere flessionali e assiali

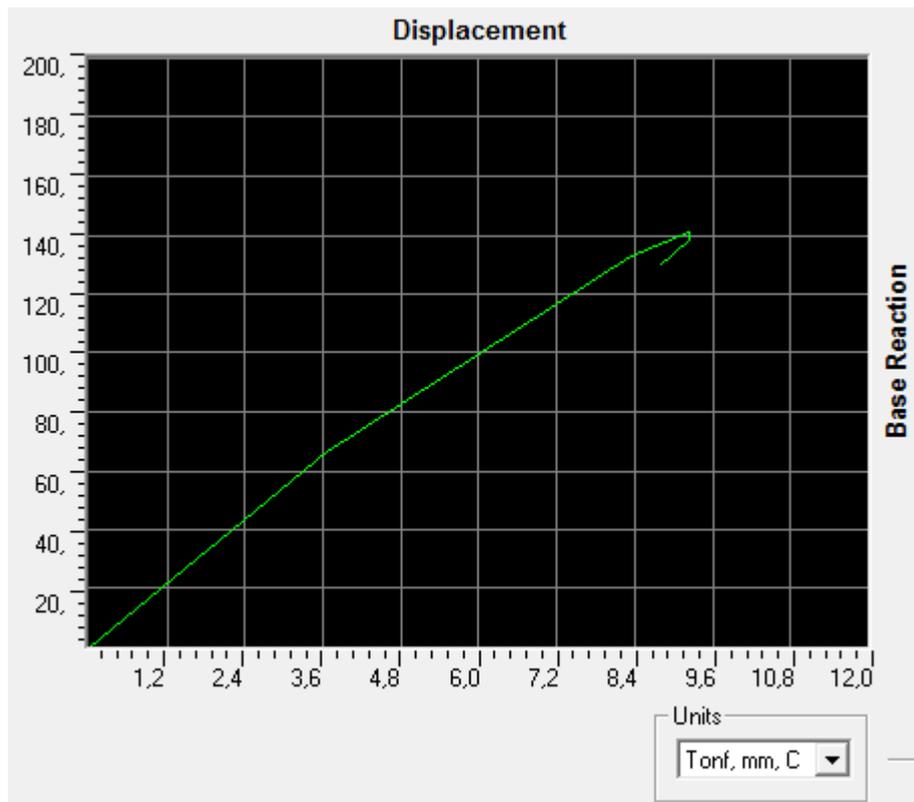
Effettuando l'analisi pushover del telaio tenendo come punto di controllo un nodo al terzo piano si ottiene la seguente curva:



*Figura 5.73: Curva di pushover per il telaio 3D con punto di controllo al P.3*

Si noti che per valori fino a circa 70t di taglio alla base e 12mm di spostamento la struttura rimane in campo elastico.

Effettuando invece l'analisi pushover del telaio tenendo come punto di controllo un nodo al primo piano si ottiene la seguente curva:



*Figura 5.74: Curva di pushover per il telaio 3D con punto di controllo al P.1*

Qui invece la struttura rimane in campo elastico che per valori fino a circa 3mm di spostamento con il medesimo taglio di snervamento.



## Capitolo 6

# INTERPRETAZIONE DELLA PROVA

In data 6 e 7 dicembre 2011 presso il centro EUCENTRE di Pavia è stata portata a termine la prova dinamica sulla casetta a 3 piani in dimensioni reali costruita con pannelli sandwich (figura 6.1) sotto la direzione del personale aderente al progetto SERIES (Seismic Engineering Reserch Infrastructures For European Synergies) condotta da:

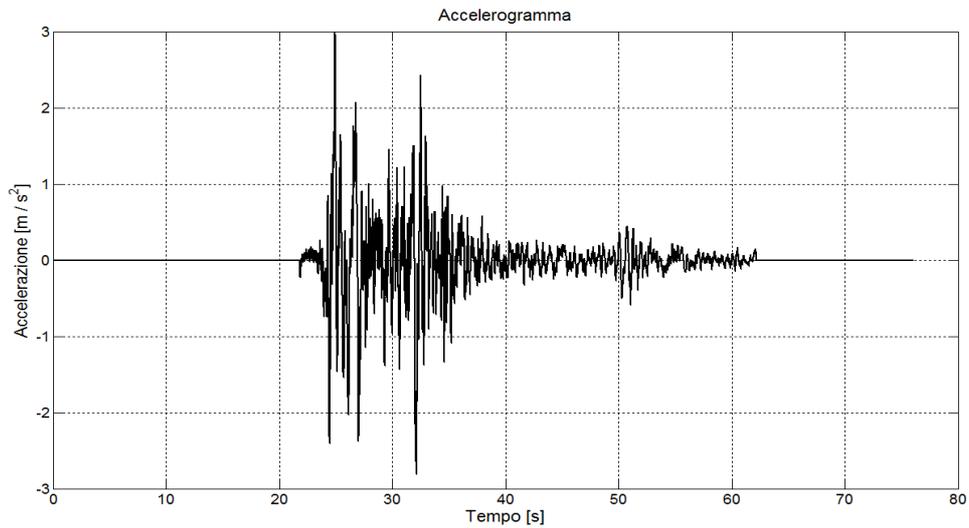
- Salvador Ivorra Chorra dell'università di Alicante (Spagna),
- Tomaso Trombetti e tutto il gruppo di ricerca del dipartimento D.I.S.T.A.R.T. dell'università di Bologna,
- Dora Fori del politecnico di Bari,
- Cristina Mihaela Campian dell'Uviversitatea tehnica della Romania.



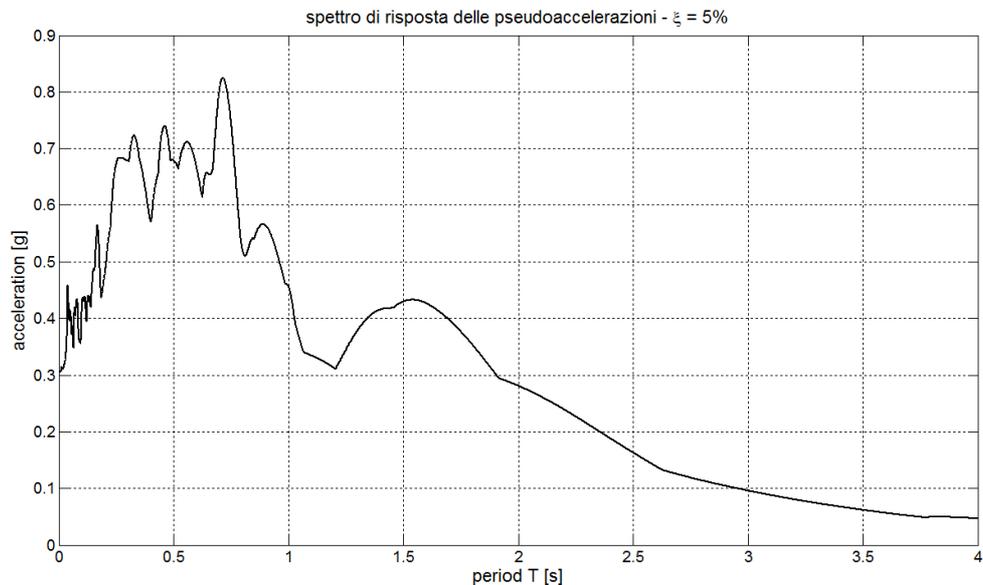
*Figura 6.1: Casetta di prova posizionata sulla tavola vibrante*

## 6.1 INPUT SISMICO

La struttura è stata sottoposta ad un input sismico pari a quello registrato in Montenegro nel 1979 caratterizzato da una P.G.A. pari a 0.305g avente accelerogramma e spettro di risposta di seguito rappresentati:



*Figura 6.2: Accelerogramma registrato in Montenegro PGA=0.305g*



*Figura 6.3: Spettro di risposta delle pseudo accelerazioni registrato in Montenegro*

## **6.2 PROGRAMMA DI PROVA E STRUMENTAZIONE**

L'intenso programma di prove ha previsto di sottoporre la struttura al suddetto input scalato secondo un programma di test ben definito:

n.	Test
1	0.05 g test
2	0.15 g test
3	0.50 g test
4	1.00 g test
5	1.20 g first test
6	1.20 g second test

*Figura 6.4: Programma di test al quale è sottoposta la casetta*

Si ricordi che tra il test 4 e il 5 è stata fatta un'importante sessione di white noise.

La struttura è stata preparata con diverse strumentazioni atte all'interpretazione di spostamenti deformazioni e più in generale al comportamento dell'edificio.

Tra queste strumentazioni si ricordino:

## ACCELEROMETRI

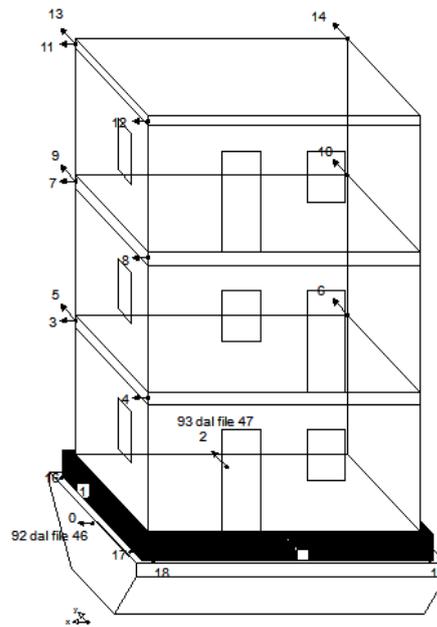


Figura 6.5: Posizionamento degli accelerometri sulla struttura

## LVDT – TRASDUTTORI DI SPOSTAMENTO

NIDYON trasduttori di spostamento

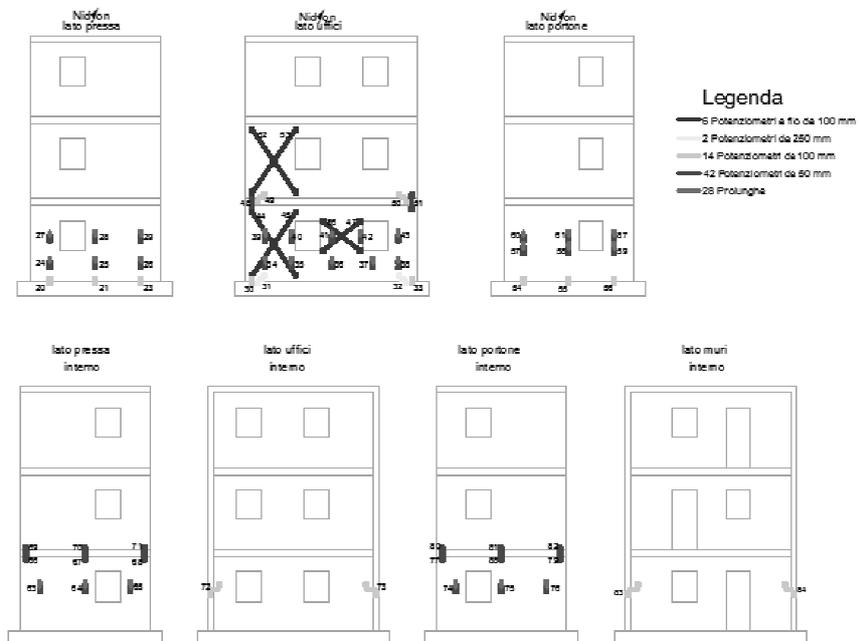
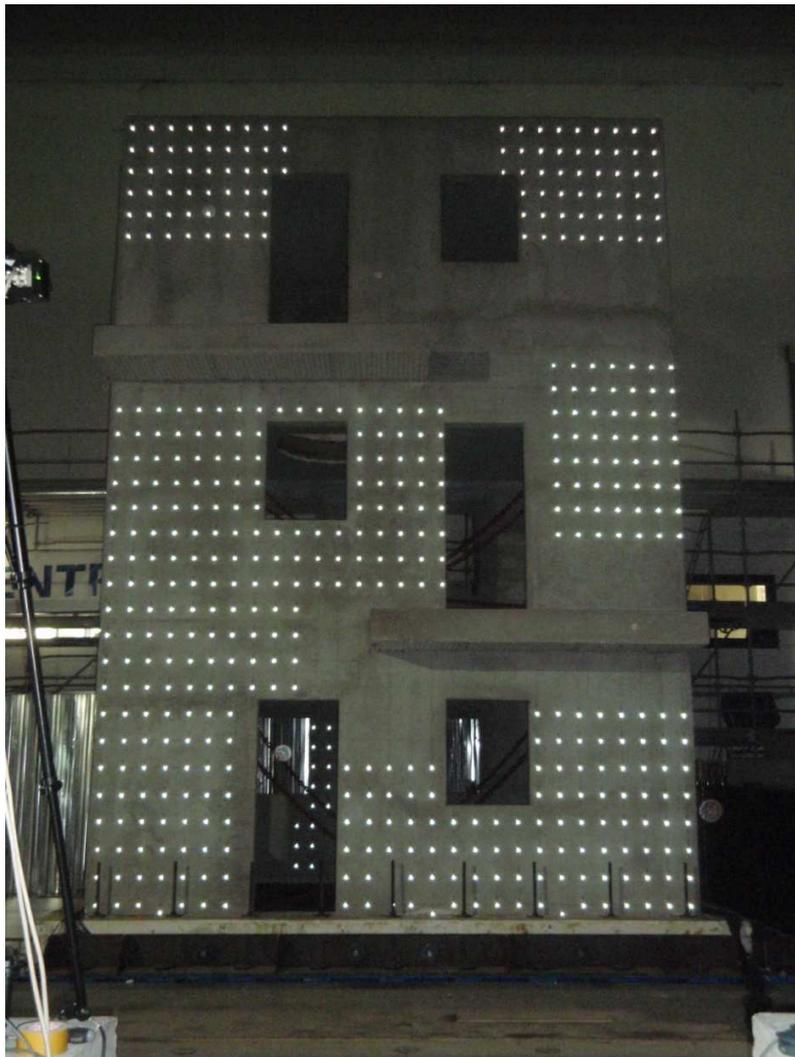


Figura 6.6: LVDT – trasduttori di spostamento

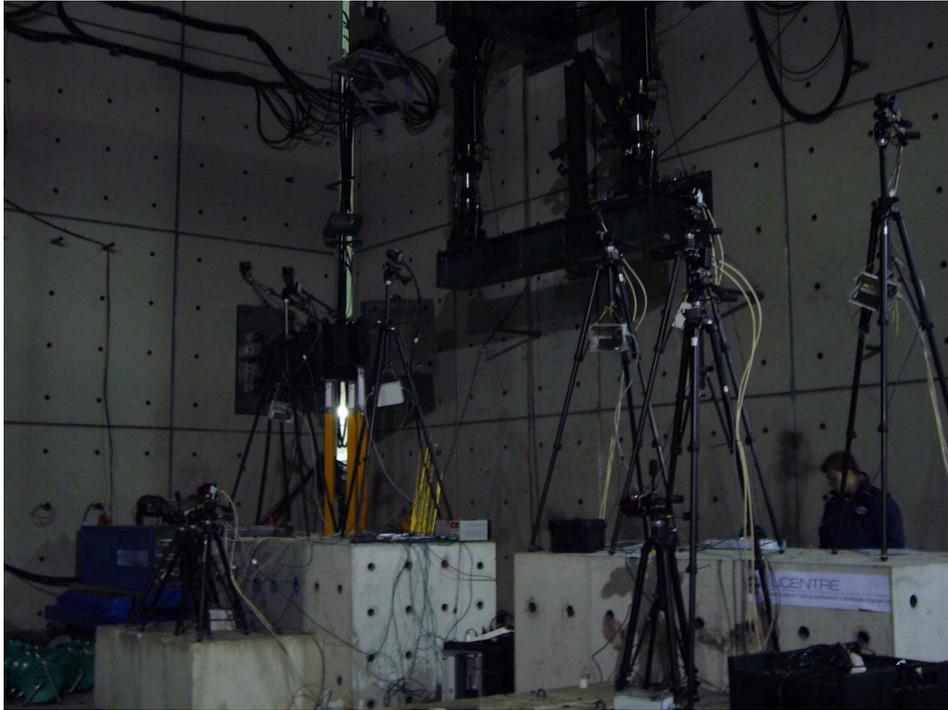
## MARKER FOTOGRAFICI



*Figura 6.7: Marker fotografici*

Di seguito ci si occuperà prevalentemente dell'analisi degli spostamenti ottenuta grazie ai dati raccolti sui marker fotografici.

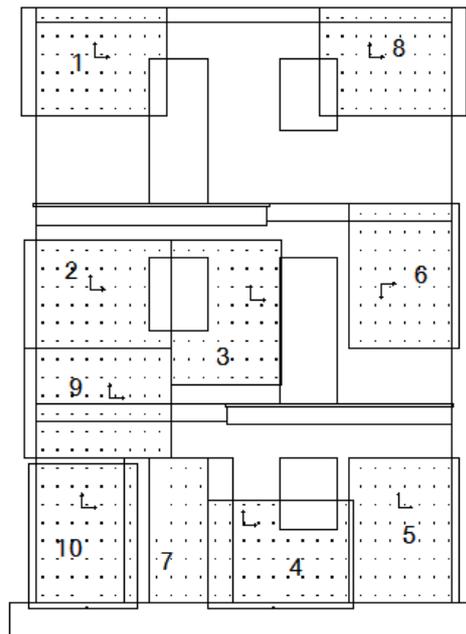
Per questo tipo di analisi si è pensato di procedere inquadrando la facciata 4 della struttura con 10 telecamere:



*Figura 6.8: 10 telecamere inquadrano la facciata 4*

Ogni telecamera inquadra zone diverse delle facciata ed altresì ha sistemi di riferimento interni ed indipendenti rispetto a quelli delle altre camere.

Con un processo a ritroso è stato possibile individuare l'origine dei sistemi interni alle camere e riportarlo nell'immagine di seguito.



*Figura 6.9: Schema dei marker fotografici e sdr relativi*

### 6.3 ELABORAZIONE DEI DATI

All'avvio della prova dinamica è stato avviato un sistema di elaborazione di dati che, accendendosi contemporaneamente per tutte le 10 camere, ha rilevato la posizione di ogni marker fotografico, rispetto al suo sistema di riferimento interno, ogni 1/60 di secondo.

Considerando quindi che ogni prova (0,05g, 0,15g, 0,5g, 1g, 1,2g) ha avuto durata media di circa 1 minuti si è giunti ad avere 3600 rilevazioni di posizione per ogni marker per ognuna delle due direzioni principali x e y (spostamento orizzontale e verticale). Se poi si considera che la facciata ha circa 450 punti, è facile rendersi conto di quale mole di numeri siano stati elaborati.

L'elaboratore ha fornito i dati grezzi che si presentavano in formato txt nel modo seguente:

```
91 239.806 1224.54 42.1738 1222.97 -156.066 1222.14 -355.627 1221.68 -757.513 1221.12 -757.513 1221.12 240.171 96
.92 239.804 1224.54 42.1464 1223.01 -156.073 1222.14 -355.622 1221.66 -757.49 1221.12 -757.49 1221.12 240.172 968
.94 239.783 1224.56 42.1496 1222.96 -156.072 1222.14 -355.611 1221.66 -757.475 1221.11 -757.475 1221.11 240.157 9
9 239.838 1224.57 42.1535 1222.95 -156.045 1222.13 -355.627 1221.68 -757.495 1221.1 -757.495 1221.1 240.185 968.2
9 239.816 1224.54 42.1702 1222.96 -156.065 1222.14 -355.608 1221.64 -757.488 1221.12 -757.488 1221.12 240.188 9
.92 239.82 1224.53 42.1768 1222.99 -156.047 1222.12 -355.605 1221.69 -757.473 1221.11 -757.473 1221.11 240.204 96
.94 239.808 1224.57 42.1596 1222.98 -156.072 1222.12 -355.618 1221.66 -757.479 1221.13 -757.479 1221.13 240.179 9
.91 239.808 1224.51 42.1517 1222.95 -156.077 1222.11 -355.602 1221.64 -757.468 1221.1 -757.468 1221.1 240.195 968
.92 239.848 1224.58 42.1967 1222.99 -156.072 1222.12 -355.618 1221.68 -757.45 1221.08 -757.45 1221.08 240.183 968
.93 239.842 1224.57 42.1819 1222.99 -156.025 1222.12 -355.613 1221.66 -757.471 1221.12 -757.471 1221.12 240.182 9
.91 239.841 1224.55 42.194 1222.95 -156.072 1222.11 -355.608 1221.66 -757.47 1221.1 -757.47 1221.1 240.162 968.28
.92 239.841 1224.52 42.1932 1222.99 -156.041 1222.13 -355.599 1221.65 -757.468 1221.1 -757.468 1221.1 240.198 968
.92 239.814 1224.52 42.1832 1222.99 -156.042 1222.13 -355.61 1221.68 -757.449 1221.08 -757.449 1221.08 240.186 96
.91 239.847 1224.58 42.1809 1222.97 -156.043 1222.13 -355.595 1221.64 -757.442 1221.11 -757.442 1221.11 240.208 968
.92 239.838 1224.54 42.1919 1222.99 -156.077 1222.09 -355.611 1221.66 -757.454 1221.14 -757.454 1221.14 240.216 9
9 239.844 1224.56 42.1809 1222.97 -156.062 1222.09 -355.595 1221.65 -757.428 1221.12 -757.428 1221.12 240.191 96
.92 239.839 1224.55 42.2091 1222.97 -156.059 1222.14 -355.602 1221.64 -757.446 1221.09 -757.446 1221.09 240.198 9
.93 239.819 1224.53 42.1753 1222.97 -156.019 1222.12 -355.598 1221.64 -757.467 1221.12 -757.467 1221.12 240.204 9
.92 239.844 1224.54 42.1819 1222.95 -156.013 1222.12 -355.612 1221.66 -757.468 1221.13 -757.468 1221.13 240.182 9
.92 239.818 1224.51 42.1916 1223.01 -156.026 1222.11 -355.6 1221.64 -757.463 1221.1 -757.463 1221.1 240.203 968.2
.96 239.821 1224.57 42.1607 1222.95 -156.037 1222.12 -355.597 1221.66 -757.447 1221.11 -757.447 1221.11 240.185 9
.89 239.84 1224.52 42.1764 1222.96 -156.049 1222.07 -355.616 1221.65 -757.486 1221.09 -757.486 1221.09 240.192 96
.89 239.853 1224.57 42.1755 1222.96 -156.048 1222.12 -355.602 1221.65 -757.462 1221.1 -757.462 1221.1 240.192 968
.91 239.817 1224.54 42.1964 1222.93 -156.045 1222.1 -355.592 1221.64 -757.465 1221.09 -757.465 1221.09 240.204 96
.9 239.852 1224.54 42.1806 1222.93 -156.016 1222.11 -355.582 1221.68 -757.456 1221.1 -757.456 1221.1 240.205 968.
.94 239.844 1224.54 42.1857 1222.96 -156.02 1222.11 -355.606 1221.68 -757.461 1221.1 -757.461 1221.1 240.19 968.3
.92 239.818 1224.53 42.2044 1222.99 -156.009 1222.1 -355.588 1221.67 -757.463 1221.1 -757.463 1221.1 240.203 968.32
.9 239.826 1224.5 42.1926 1222.97 -156.043 1222.1 -355.59 1221.66 -757.459 1221.1 -757.459 1221.1 240.198 968.308
.9 239.826 1224.5 42.1845 1222.97 -156.069 1222.09 -355.577 1221.68 -757.444 1221.09 -757.444 1221.09 240.217 968
.91 239.844 1224.54 42.1684 1222.95 -156.036 1222.13 -355.59 1221.66 -757.447 1221.09 -757.447 1221.09 240.212 96
.9 239.85 1224.51 42.1582 1222.97 -156.075 1222.13 -355.589 1221.64 -757.42 1221.09 -757.42 1221.09 240.192 968.3
.92 239.85 1224.57 42.2001 1222.96 -156.012 1222.11 -355.601 1221.66 -757.477 1221.1 -757.477 1221.1 240.167 968.
.9 239.847 1224.55 42.1845 1222.96 -156.037 1222.12 -355.589 1221.67 -757.448 1221.1 -757.448 1221.1 240.2 968.3
.89 239.788 1224.55 42.1947 1222.94 -156.019 1222.11 -355.589 1221.63 -757.462 1221.09 -757.462 1221.09 240.195 9
9 239.823 1224.5 42.1572 1222.97 -156.053 1222.11 -355.582 1221.66 -757.462 1221.09 -757.462 1221.09 240.197 968.
.95 239.786 1224.49 42.1917 1222.94 -156.041 1222.11 -355.598 1221.65 -757.462 1221.09 -757.462 1221.09 240.202 9
.7 239.814 1224.5 42.1796 1222.96 -155.999 1222.1 -355.616 1221.64 -757.465 1221.09 -757.465 1221.09 240.208 968.2
.89 239.816 1224.53 42.1588 1222.94 -156.057 1222.13 -355.612 1221.66 -757.442 1221.08 -757.442 1221.08 240.177 9
.89 239.839 1224.54 42.1933 1222.92 -156.028 1222.11 -355.607 1221.67 -757.456 1221.07 -757.456 1221.07 240.19 96
.9 239.847 1224.54 42.1625 1222.95 -156.036 1222.12 -355.604 1221.64 -757.427 1221.1 -757.427 1221.1 240.202 968.
.89 239.807 1224.5 42.1766 1222.96 -156.036 1222.1 355.611 1221.67 757.446 1221.1 757.446 1221.1 240.184 968.3
```

Figura 6.10: Dati grezzi foniti in formato txt

Questi dati sono dunque stati riordinati ed organizzati in modo tale che potessero essere facilmente letto a favore nell'obiettivo prefissato.

	CAMERA 1 p.1		CAMERA 1 p.2		CAMERA 1 p.3		CAMERA 1 p.4		CAMERA 1 p.5		CAMERA 1 p.6	
	1,01	1,01	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06
0 Hz	-679,77	535,26	-677,01	283,65	-674,15	34,64	-670,42	-216,11	-666,89	-466,10	-665,26	-711,40
1 Hz	-679,75	535,26	-676,94	283,73	-674,07	34,70	-670,27	-216,13	-666,88	-466,10	-665,16	-711,35
2 Hz	-679,62	535,14	-676,78	283,66	-673,95	34,63	-670,19	-216,06	-666,88	-466,12	-664,97	-711,41
3 Hz	-679,15	535,14	-676,63	283,58	-673,76	34,65	-670,11	-216,12	-666,87	-466,12	-664,84	-711,51
4 Hz	-678,99	535,35	-676,54	283,64	-673,68	34,65	-670,10	-216,12	-666,86	-466,09	-664,69	-711,40
5 Hz	-678,71	535,32	-676,37	283,65	-673,51	34,70	-670,10	-216,12	-666,86	-466,08	-664,54	-711,34
6 Hz	-678,67	535,32	-676,31	283,63	-673,29	34,72	-670,09	-216,12	-666,78	-466,15	-664,46	-711,32
7 Hz	-678,56	535,15	-676,11	283,49	-672,97	34,64	-669,98	-216,07	-666,40	-466,21	-664,43	-711,42
8 Hz	-678,54	535,25	-675,99	283,55	-672,93	34,65	-669,68	-216,06	-666,25	-466,19	-664,42	-711,42
9 Hz	-678,52	535,26	-675,84	283,61	-672,90	34,65	-669,56	-216,10	-666,01	-466,21	-664,30	-711,31
10 Hz	-678,44	535,18	-675,60	283,65	-672,82	34,72	-669,10	-216,12	-665,66	-466,22	-664,03	-711,37
11 Hz	-678,43	535,09	-675,59	283,64	-672,75	34,63	-669,05	-216,12	-665,53	-466,12	-663,88	-711,48
12 Hz	-678,33	535,25	-675,59	283,64	-672,73	34,62	-668,89	-216,14	-665,51	-466,12	-663,86	-711,42
13 Hz	-678,31	535,26	-675,53	283,73	-672,65	34,68	-668,80	-216,07	-665,50	-466,10	-663,59	-711,34
14 Hz	-678,10	535,30	-675,36	283,68	-672,53	34,63	-668,80	-216,07	-665,49	-466,10	-663,49	-711,36
15 Hz	-677,54	535,15	-675,12	283,62	-672,34	34,65	-668,71	-216,13	-665,43	-466,18	-663,26	-711,56
16 Hz	-677,28	535,21	-674,94	283,62	-672,05	34,61	-668,71	-216,13	-665,41	-466,17	-663,08	-711,42
17 Hz	-677,25	535,31	-674,91	283,64	-671,82	34,68	-668,70	-216,13	-665,33	-466,15	-663,10	-711,33
18 Hz	-677,21	535,32	-674,85	283,64	-671,58	34,64	-668,69	-216,13	-665,09	-466,13	-663,10	-711,33
19 Hz	-677,11	535,25	-674,59	283,55	-671,52	34,64	-668,30	-216,06	-664,86	-466,19	-662,95	-711,33
20 Hz	-677,02	534,99	-674,24	283,55	-671,42	34,71	-667,81	-216,11	-664,29	-466,25	-662,66	-711,39
21 Hz	-677,01	535,18	-674,18	283,64	-671,41	34,71	-667,69	-216,13	-664,16	-466,12	-662,56	-711,42

Figura 6.11: Dati riorganizzati. Srd relativo

Si noti come la prima riga riporti il nome (numero) della telecamera affiancato al nome (numero) del marker inquadrato dalla stessa.

La seconda riga riporta nella sua cifra prima della virgola di nuovo il nome della telecamera e dopo la virgola il marker inquadrato. Questa nomenclatura è ripetuta due volte in quanto il primo numero si riferisce sempre allo spostamento orizzontale del marker rispetto al sistema di riferimento interno alla camera, mentre il secondo numero si riferisce allo spostamento verticale del punto sempre rispetto allo stesso sistema di riferimento.

La prima colonna a sinistra indica il tempo.

Nella prima riga di dati allora si potrà leggere la posizione al tempo  $t=0$  ossia quando la struttura era ancora ferma per poi passare alla seconda in cui è indicato lo spostamento di tutti i marker dopo 1/60 di secondo.

In un secondo momento si è voluto posizionare tutti i marker rispetto ad un sistema di riferimento globale posizionato alla base della struttura. Tale azione non è di indispensabile necessità per raggiungere lo scopo prefissato, che è quello di ottenere lo spostamento relativo di un punto per ogni solaio rispetto allo spostamento nella fondazione, ma si è ritenuto utile per future elaborazioni degli stessi dati e per poter ottenere una visione globale della posizione dei marker sulla facciata 4 rispetto ad un unico sistema di riferimento.

	CAMERA 1 p.1		CAMERA 1 p.2		CAMERA 1 p.3		CAMERA 1 p.4		CAMERA 1 p.5		CAMERA 1 p.6	
	1,01	1,01	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06
0 Hz	130,98	8053,62	133,74	7802,02	136,60	7553,00	140,33	7302,26	143,86	7052,26	145,50	6806,97
1 Hz	131,00	8053,62	133,81	7802,09	136,68	7553,06	140,48	7302,24	143,87	7052,26	145,59	6807,01
2 Hz	131,13	8053,50	133,97	7802,02	136,80	7553,00	140,56	7302,30	143,87	7052,25	145,78	6806,95
3 Hz	131,60	8053,51	134,12	7801,94	136,99	7553,02	140,64	7302,24	143,88	7052,25	145,91	6806,86
4 Hz	131,77	8053,71	134,22	7802,01	137,07	7553,02	140,65	7302,25	143,89	7052,28	146,06	6806,96
5 Hz	132,04	8053,69	134,38	7802,02	137,24	7553,07	140,65	7302,25	143,89	7052,29	146,21	6807,03
6 Hz	132,08	8053,68	134,44	7802,00	137,46	7553,09	140,67	7302,25	143,97	7052,22	146,29	6807,04
7 Hz	132,19	8053,52	134,64	7801,86	137,78	7553,01	140,77	7302,30	144,35	7052,15	146,32	6806,95
8 Hz	132,21	8053,61	134,76	7801,92	137,82	7553,02	141,07	7302,31	144,50	7052,17	146,33	6806,95
9 Hz	132,23	8053,62	134,91	7801,98	137,85	7553,02	141,19	7302,27	144,74	7052,15	146,45	6807,05
10 Hz	132,31	8053,55	135,15	7802,01	137,93	7553,09	141,65	7302,24	145,09	7052,15	146,72	6806,99
11 Hz	132,32	8053,46	135,16	7802,00	138,00	7553,00	141,70	7302,24	145,22	7052,25	146,87	6806,88
12 Hz	132,42	8053,62	135,16	7802,01	138,02	7553,99	141,86	7302,23	145,24	7052,25	146,89	6806,94
13 Hz	132,44	8053,62	135,22	7802,09	138,10	7553,05	141,95	7302,29	145,25	7052,27	147,16	6807,02
14 Hz	132,65	8053,67	135,39	7802,04	138,22	7553,00	141,95	7302,30	145,26	7052,27	147,26	6807,00
15 Hz	133,21	8053,52	135,63	7801,98	138,41	7553,02	142,04	7302,24	145,32	7052,19	147,50	6806,81
16 Hz	133,48	8053,58	135,81	7801,98	138,70	7552,98	142,04	7302,23	145,34	7052,20	147,67	6806,95
17 Hz	133,50	8053,68	135,84	7802,01	138,93	7553,05	142,05	7302,24	145,42	7052,21	147,65	6807,03
18 Hz	133,54	8053,68	135,90	7802,01	139,17	7553,01	142,06	7302,24	145,66	7052,24	147,65	6807,03
19 Hz	133,64	8053,61	136,17	7801,92	139,23	7553,01	142,46	7302,30	145,89	7052,17	147,80	6807,04
20 Hz	133,73	8053,36	136,51	7801,91	139,33	7553,08	142,94	7302,25	146,46	7052,12	148,09	6806,97
21 Hz	133,74	8053,54	136,57	7802,00	139,34	7553,07	143,06	7302,24	146,59	7052,24	148,19	6806,94

Figura 6.12: Dati riorganizzati. Srd assoluto

Il fine è dunque di ottenere lo spostamento “pulito” della struttura e per farlo si è deciso di procedere come di seguito riportato.

Si consideri il seguente schema di appoggio all’illustrazione del metodo:

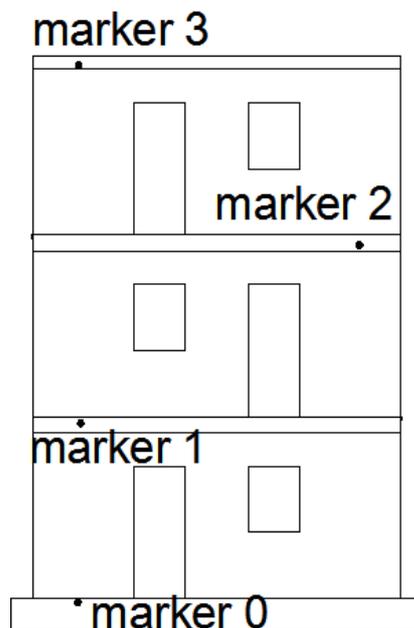


Figura 6.13: Marker di appoggio sui solai

Come già accennato le coordinate fornite dal sistema, ossia i **dati iniziali** sono:  $x(t)$ ,  $y(t)$ .

Le **incognite** sono gli spostamenti  $u(t)$ ,  $v(t)$  rispetto allo spostamento  $u(t=0)$ ,  $v(t=0)$  dei marker d'interesse.

La **procedura** prevede:

$$u_0(t) = x_0(t) - x_0(t=0)$$

$$v_0(t) = y_0(t) - y_0(t=0)$$

$$u_1(t) = x_1(t) - x_1(t=0)$$

$$v_1(t) = y_1(t) - y_1(t=0)$$

$$u_2(t) = x_2(t) - x_2(t=0)$$

$$v_2(t) = y_2(t) - y_2(t=0)$$

$$u_3(t) = x_3(t) - x_3(t=0)$$

$$v_3(t) = y_3(t) - y_3(t=0)$$

Dopo questo passaggio si giungerà a conoscere tutti gli spostamenti assoluti, orizzontali e verticali, di tutti i marker, rispetto alla loro posizione iniziale.

Si rammenta che qui per ovvi motivi sono state riportate solo le procedure dei 4 punti in posizioni interessanti giacché le più utili per ottenere poi le relative tra i piani.

	CAMERA 1 p.1	CAMERA 1 p.2	CAMERA 1 p.3	CAMERA 1 p.4	CAMERA 1 p.5	CAMERA 1 p.6						
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,02	0,00	0,07	0,08	0,08	0,06	0,16	-0,02	0,01	0,00	0,10	0,04	
0,15	-0,12	0,23	0,01	0,20	0,00	0,23	0,05	0,01	-0,01	0,29	-0,02	
0,62	-0,12	0,38	-0,07	0,38	0,02	0,32	-0,01	0,02	-0,01	0,41	-0,11	
0,78	0,09	0,48	-0,01	0,47	0,01	0,32	-0,01	0,03	0,02	0,56	-0,01	
1,06	0,06	0,64	0,00	0,63	0,06	0,32	-0,01	0,03	0,03	0,71	0,06	
1,10	0,06	0,70	-0,02	0,85	0,08	0,34	-0,01	0,11	-0,05	0,80	0,08	
1,21	-0,10	0,90	-0,16	1,18	0,01	0,44	0,04	0,49	-0,11	0,82	-0,02	
1,23	-0,01	1,02	-0,10	1,21	0,01	0,74	0,05	0,64	-0,09	0,83	-0,02	
1,25	0,00	1,17	-0,04	1,25	0,01	0,87	0,01	0,88	-0,11	0,95	0,08	
1,33	-0,08	1,42	0,00	1,33	0,08	1,33	-0,01	1,23	-0,12	1,23	0,03	
1,34	-0,16	1,42	-0,01	1,40	0,00	1,38	-0,01	1,36	-0,02	1,37	-0,09	
1,44	0,00	1,42	-0,01	1,41	-0,01	1,54	-0,03	1,38	-0,01	1,40	-0,02	
1,46	0,00	1,48	0,08	1,50	0,05	1,62	0,03	1,39	0,01	1,66	0,05	
1,67	0,05	1,65	0,03	1,61	0,00	1,63	0,04	1,40	0,01	1,76	0,03	
2,23	-0,10	1,89	-0,03	1,80	0,01	1,71	-0,02	1,46	-0,07	2,00	-0,16	
2,49	-0,04	2,07	-0,03	2,09	-0,03	1,72	-0,02	1,48	-0,07	2,18	-0,02	
2,52	0,06	2,10	0,00	2,33	0,04	1,73	-0,02	1,56	-0,05	2,16	0,06	
2,56	0,06	2,16	-0,01	2,56	0,00	1,74	-0,02	1,80	-0,03	2,16	0,06	
2,66	-0,01	2,43	-0,10	2,62	0,01	2,13	0,04	2,03	-0,09	2,30	0,07	
2,75	-0,26	2,77	-0,10	2,73	0,07	2,61	-0,01	2,60	-0,14	2,59	0,01	
2,76	-0,08	2,84	-0,01	2,73	0,07	2,74	-0,02	2,73	-0,02	2,69	-0,03	
2,77	-0,08	2,84	-0,01	2,80	-0,01	2,77	-0,02	2,75	-0,01	2,76	0,04	
2,89	-0,10	2,84	-0,03	2,83	-0,03	2,94	-0,03	2,76	-0,02	2,93	-0,09	

Figura 6.14: Spostamento assoluto rispetto alla posizione di  $t=0$

Si ricordi che gli spostamenti assoluti così calcolati sono comprensivi dello spostamento della fondazione. In altre parole, i numeri sopra indicati contengono intrinsecamente anche lo spostamento fornito come input sismico.

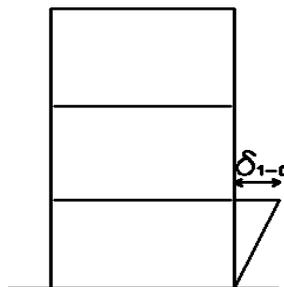
E' logico a questo punto voler conoscere lo spostamento dei punti depurati del loro spostamento imposto; solo così sarà possibile sapere qual è la deformazione della casetta.

Quello che viene chiamato sopra "spostamento imposto" o "input sismico" lo si può ritrovare nello spostamento del punto 60 inquadrato dalla camera 10 che non è altre che il sopracitato marker 0.

Si provvede dunque al calcolo dello **spostamento relativo dei marker 1,2,3 rispetto al marker 0**:

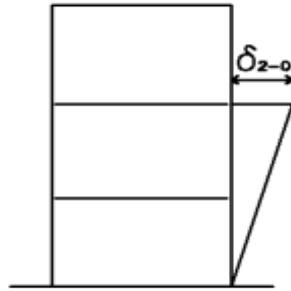
$$dx_{10}(t) = u_1(t) - u_0(t)$$

$$dy_{10}(t) = v_1(t) - v_0(t)$$



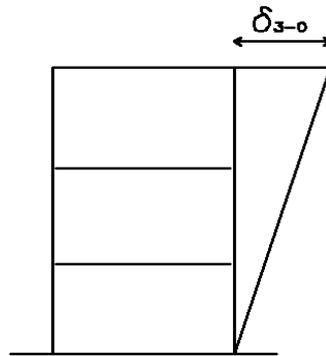
$$dx_{20}(t) = u_2(t) - u_0(t)$$

$$dy_{20}(t) = v_2(t) - v_0(t)$$



$$dx_{30}(t) = u_3(t) - u_0(t)$$

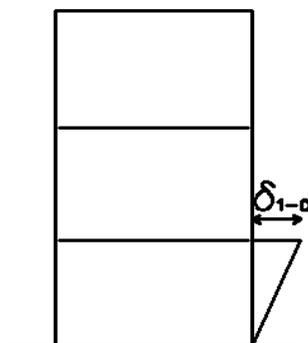
$$dy_{30}(t) = v_3(t) - v_0(t)$$

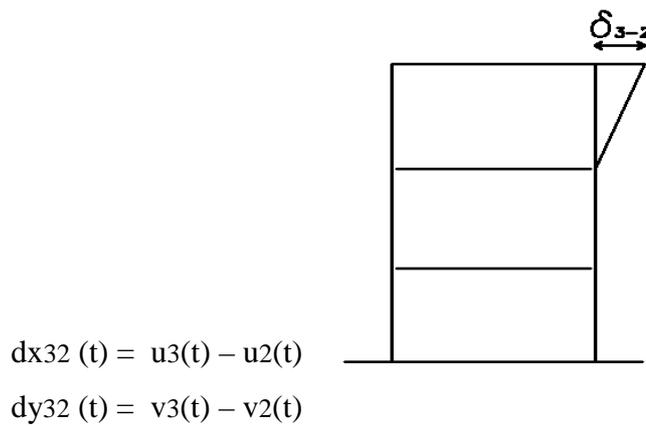
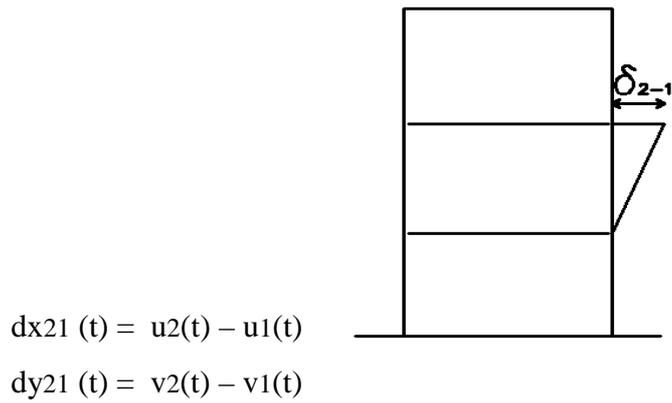


A questi spostamenti si vogliono aggiungere anche gli **Interstory drift** ossia gli spostamenti di interpiano:

$$dx_{10}(t) = u_1(t) - u_0(t)$$

$$dy_{10}(t) = v_1(t) - v_0(t)$$





Graficamente questi spostamenti risulteranno essere:

1-0 X	1-0 Y	2-0 X	2-0 Y	3-0 X	3-0 Y	3-2 X	3-2 Y	2-1 X	2-1 Y
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-0,19	0,01	-0,09	-0,06	0,16	-0,08	0,24	-0,02	0,10	-0,07
-0,16	0,03	-0,10	-0,04	0,37	0,00	0,47	0,04	0,06	-0,06
-0,04	0,03	-0,09	-0,03	0,65	-0,13	0,74	-0,10	-0,05	-0,06
-0,03	0,03	-0,06	-0,02	0,56	-0,09	0,62	-0,07	-0,03	-0,05
-0,22	-0,07	-0,16	-0,14	0,35	-0,16	0,51	-0,02	0,06	-0,07
-0,12	-0,08	-0,09	-0,13	0,41	-0,27	0,49	-0,14	0,03	-0,04
0,01	-0,06	0,12	-0,06	0,46	-0,21	0,34	-0,15	0,11	0,00
-0,02	-0,05	0,16	0,01	0,36	-0,18	0,20	-0,20	0,19	0,06
-0,11	-0,05	0,04	-0,03	0,25	-0,08	0,21	-0,05	0,15	0,02
-0,16	-0,04	-0,08	-0,02	0,12	-0,05	0,20	-0,03	0,08	0,02
-0,06	0,01	0,03	-0,09	0,08	-0,04	0,05	0,05	0,08	-0,10
0,00	0,06	0,03	0,01	0,17	-0,02	0,14	-0,03	0,02	-0,04
-0,09	0,01	-0,12	-0,05	0,22	-0,07	0,35	-0,02	-0,03	-0,06
-0,21	-0,07	-0,27	-0,12	0,33	-0,06	0,59	0,06	-0,05	-0,05
-0,06	-0,09	-0,01	-0,15	0,67	-0,19	0,68	-0,05	0,05	-0,05
0,06	-0,05	0,19	-0,05	0,69	-0,28	0,50	-0,23	0,13	0,00
-0,02	-0,02	0,14	0,00	0,45	-0,13	0,30	-0,13	0,17	0,02
-0,08	-0,04	0,05	-0,02	0,39	-0,23	0,34	-0,20	0,12	0,01
-0,10	-0,02	-0,02	0,05	0,34	-0,12	0,36	-0,18	0,08	0,08
0,06	-0,01	0,02	0,02	0,27	-0,16	0,25	-0,18	-0,04	0,03
0,00	-0,02	0,02	0,00	0,17	-0,04	0,15	-0,05	0,02	0,02
-0,13	-0,10	-0,09	-0,10	-0,02	0,03	0,07	0,13	0,04	-0,01
-0,07	-0,11	-0,10	-0,10	0,17	-0,10	0,27	0,01	-0,03	0,00

Figura 6.15: Spostamenti relativi dei piani rispetto alla fondazione

Per avere una visione d'insieme della situazione ad ogni piano è il caso di graficare gli spostamenti di interpiano rispetto al tempo.

Il risultato che si otterrà sono i cosiddetti grafici PEEK FLOOR DISPLACEMENT PROFILE riportati di seguito ed eseguiti per le prove a 0,5g a 1g ed a 1,2g.

Per ognuno dei 6 diagrammi ( $\delta 0$ ,  $\delta 1-0$ ,  $\delta 2-0$ ,  $\delta 3-0$ ,  $\delta 2-1$ ,  $\delta 3-2$ ) si avrà il relativo diagramma di spostamento orizzontale (x) e verticale (y).

#### **6.4 RISULTATI: SPOSTAMENTI DI INTERPIANO**

Sarà riportata di seguito una carrellata dei diagrammi ottenuti plottando nel tempo l'andamento degli spostamenti per ognuno dei casi analizzati:

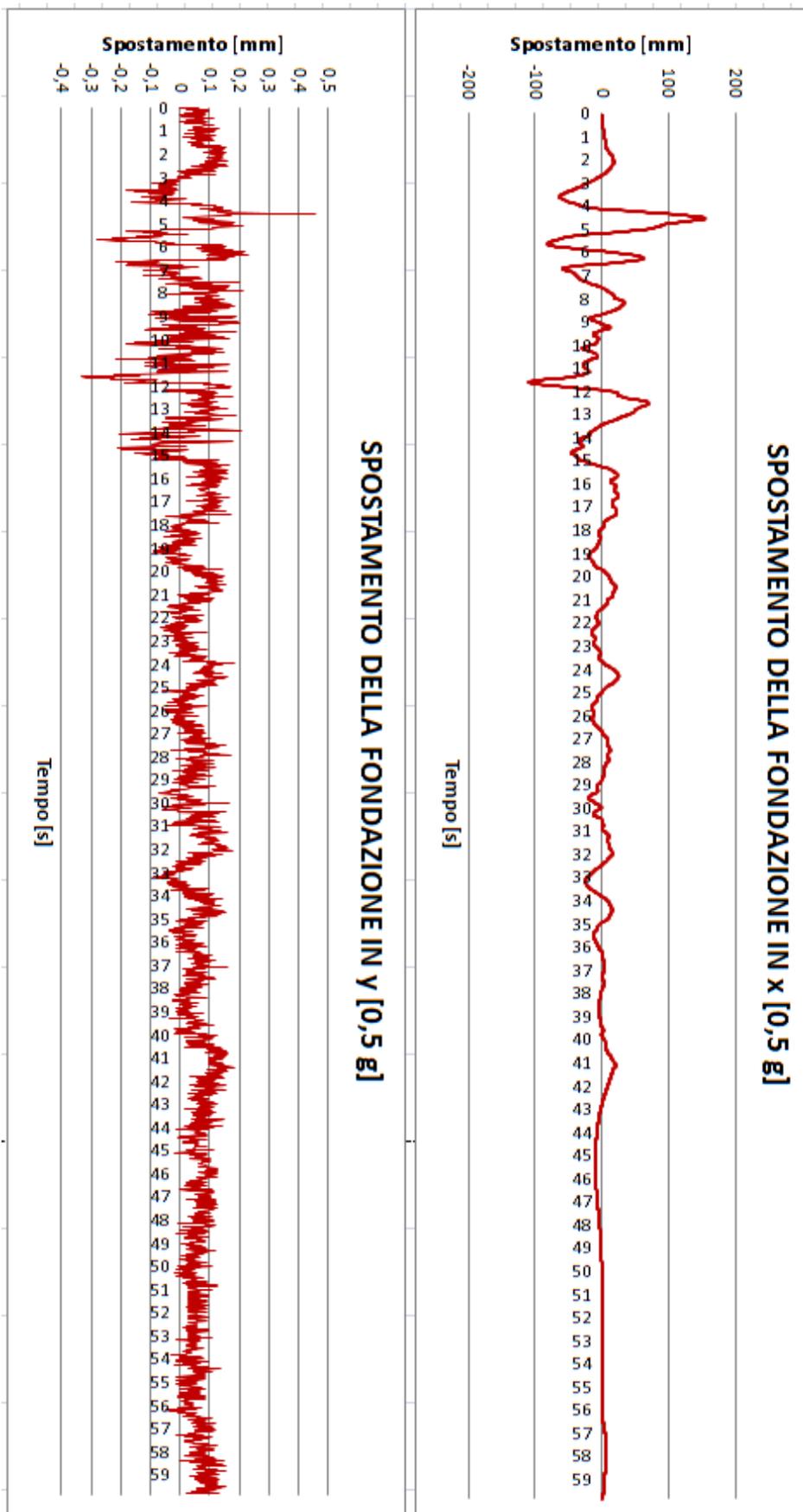


Figura 6.17: Spostamento della fondazione orizzontalmente e verticalmente con input sismico di 0,5g

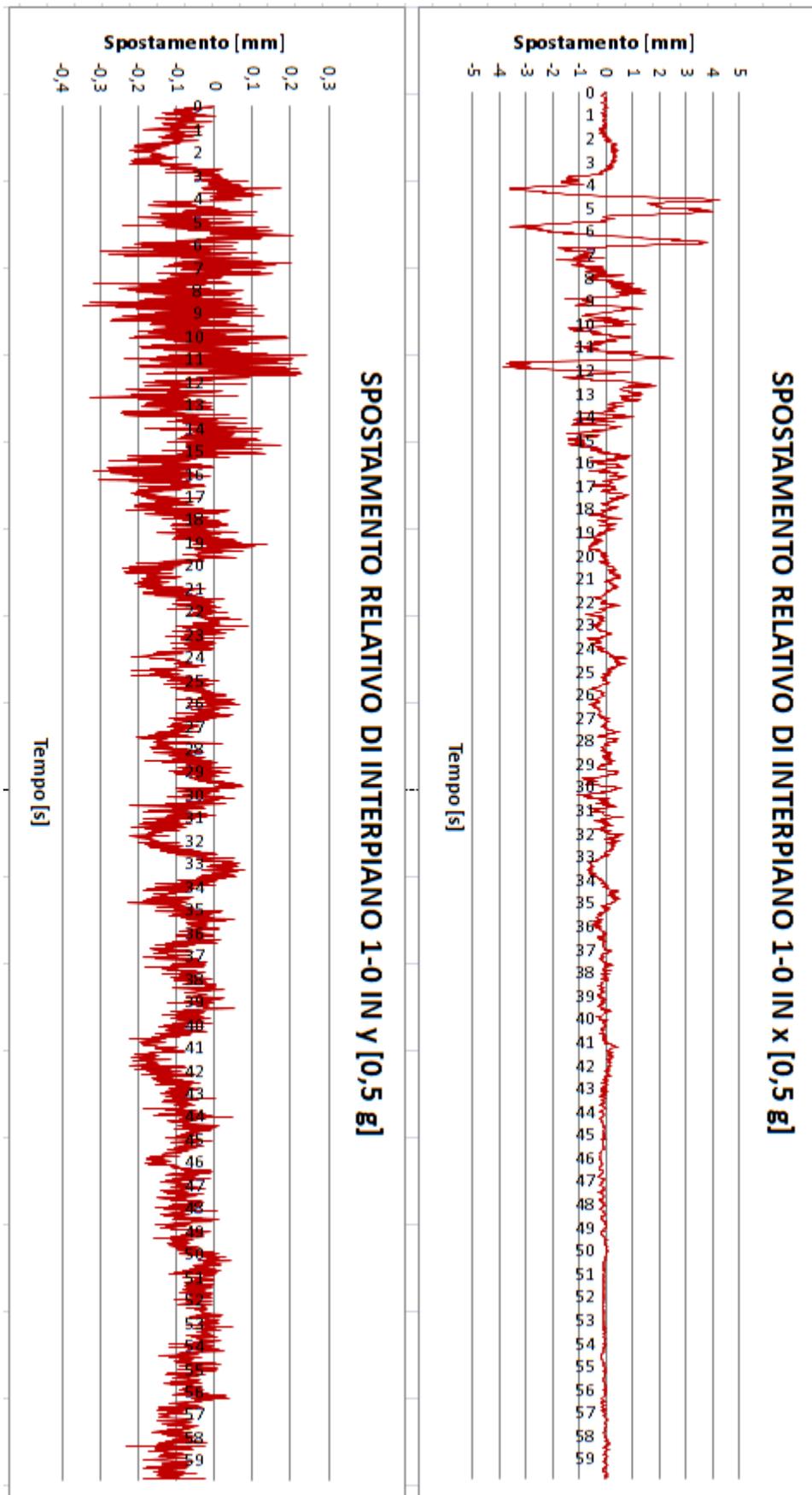


Figura 6.18: Spostamento del piano 1 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 0,5g

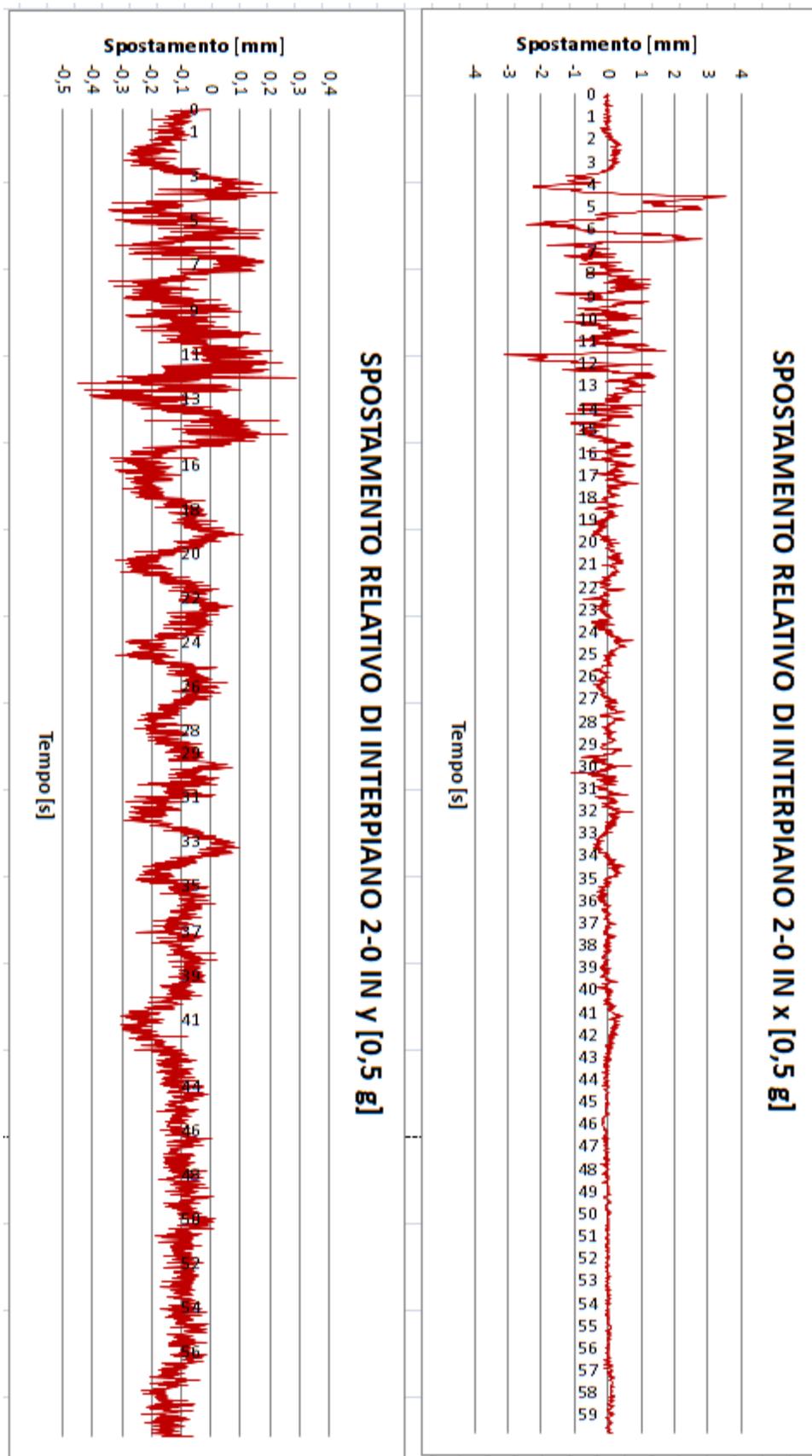


Figura 6.19: Spostamento del piano 2 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 0,5g

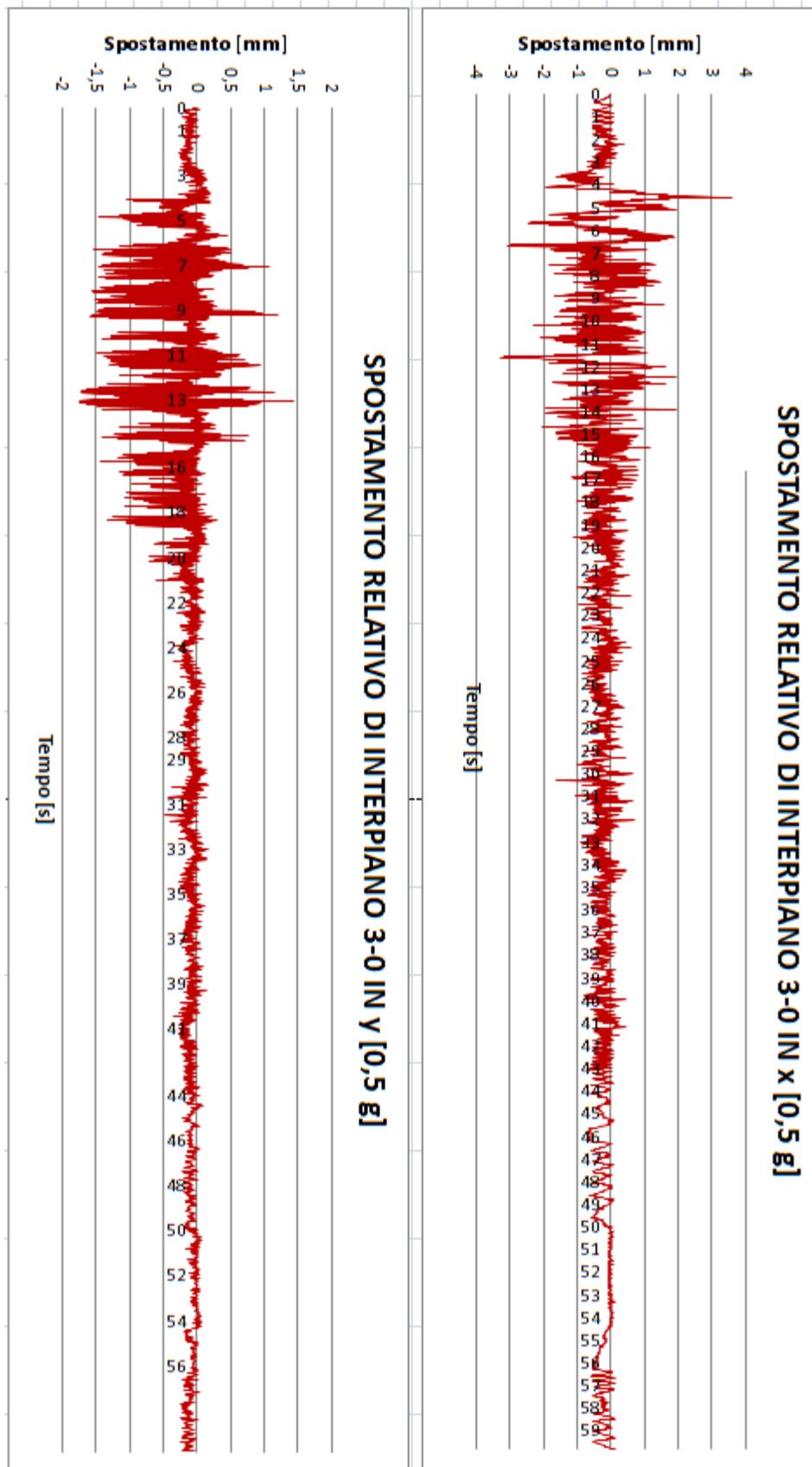


Figura 6.20: Spostamento del piano 3 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 0,5g

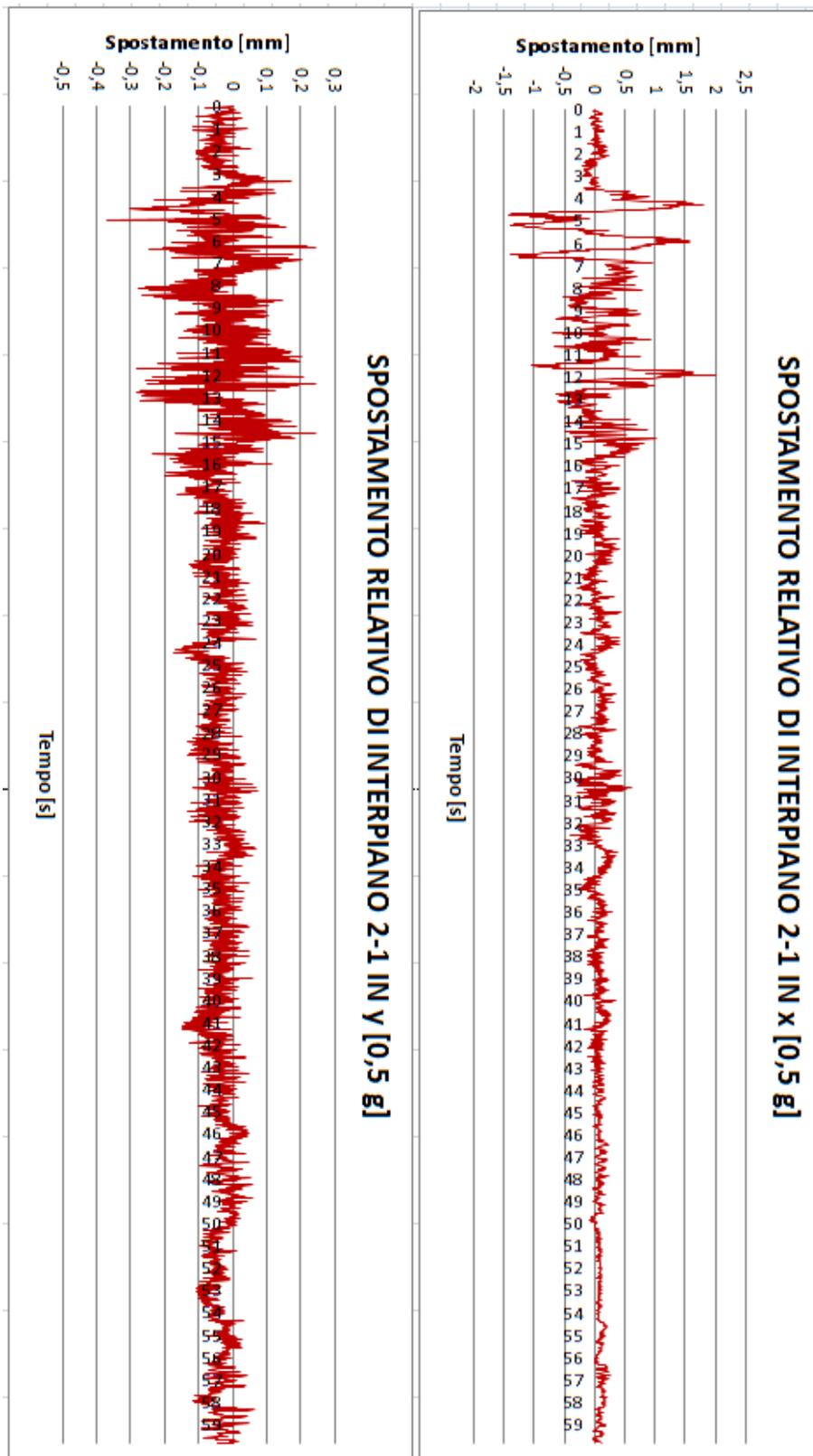


Figura 6.21: Spostamento del piano 2 rispetto al piano 1, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 0,5g

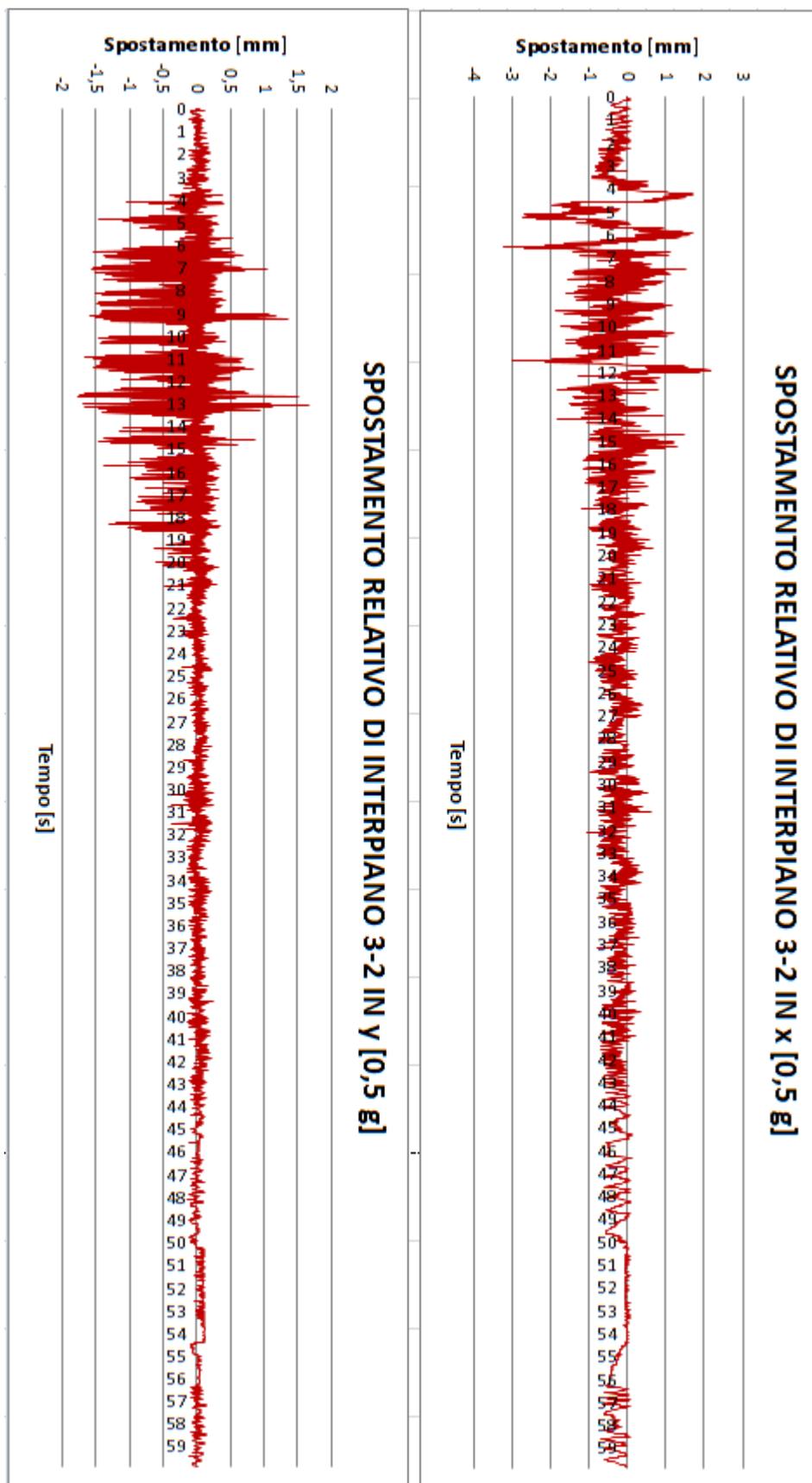


Figura 6.22: Spostamento del piano 3 rispetto al piano 2, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 0,5g

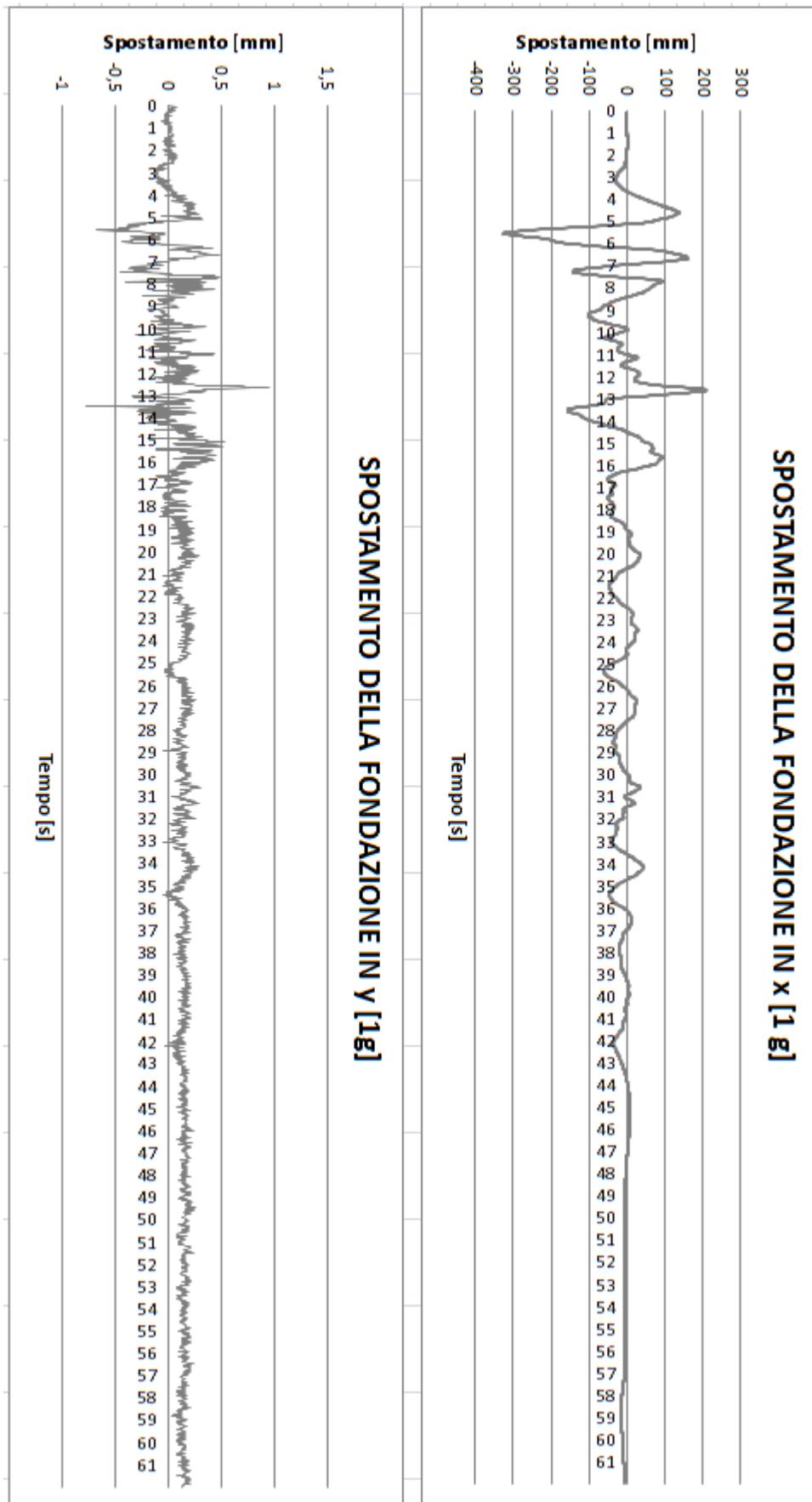


Figura 6.23: Spostamento della fondazione orizzontalmente e verticalmente con input sismico di 1g

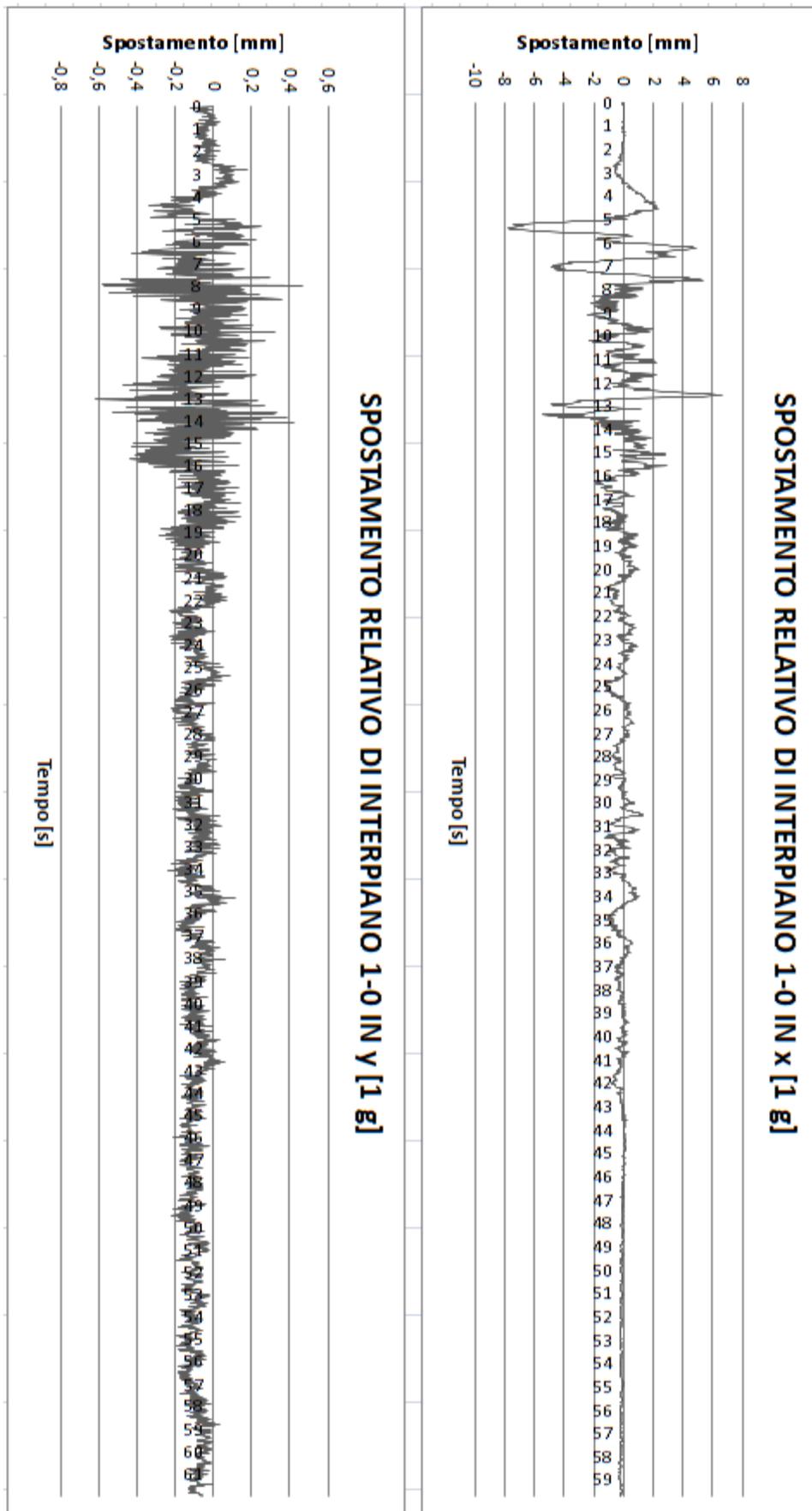


Figura 6.24: Spostamento del piano 1 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1g

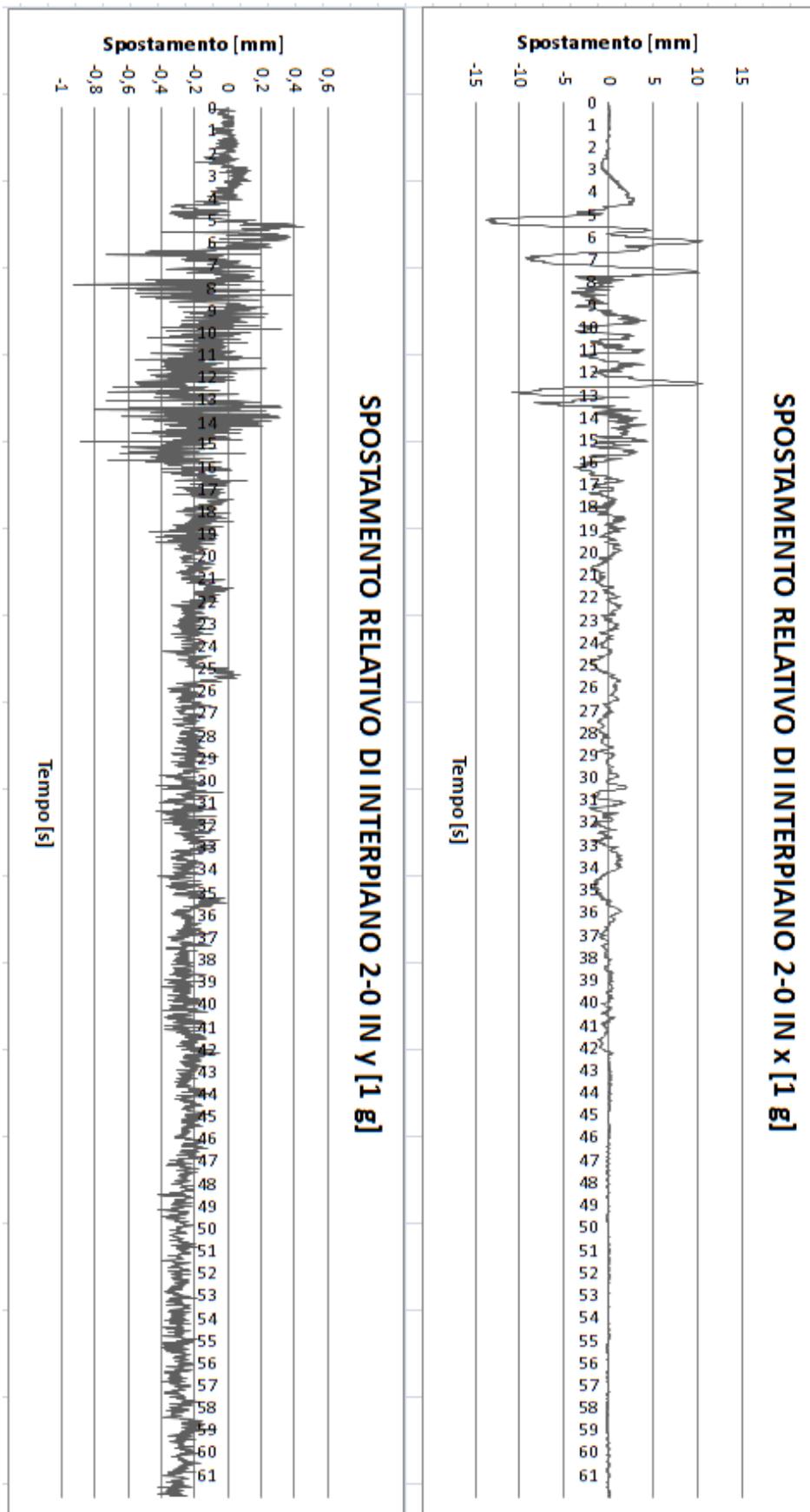


Figura 6.25: Spostamento del piano 2 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1g

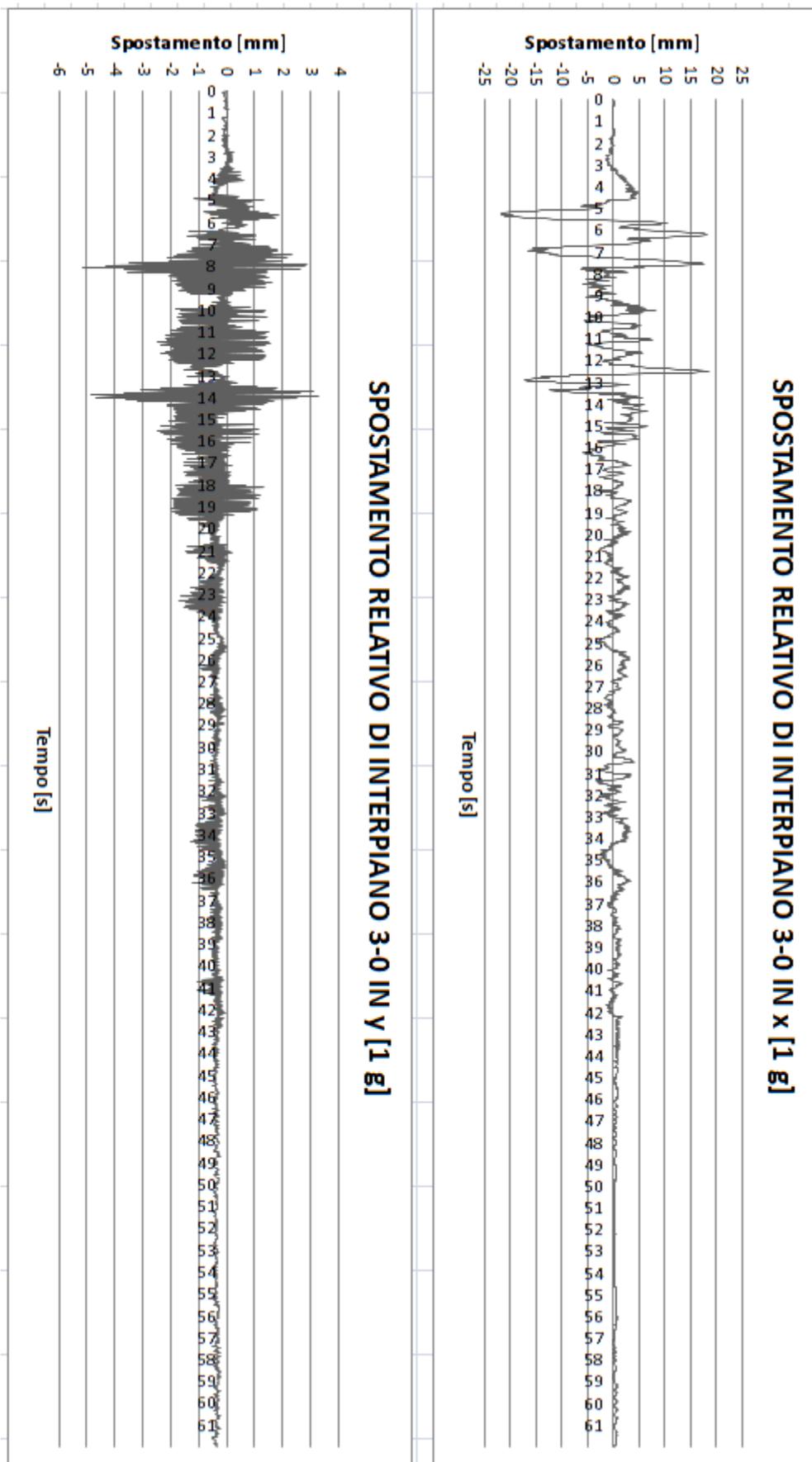


Figura 6.26: Spostamento del piano 3 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1g

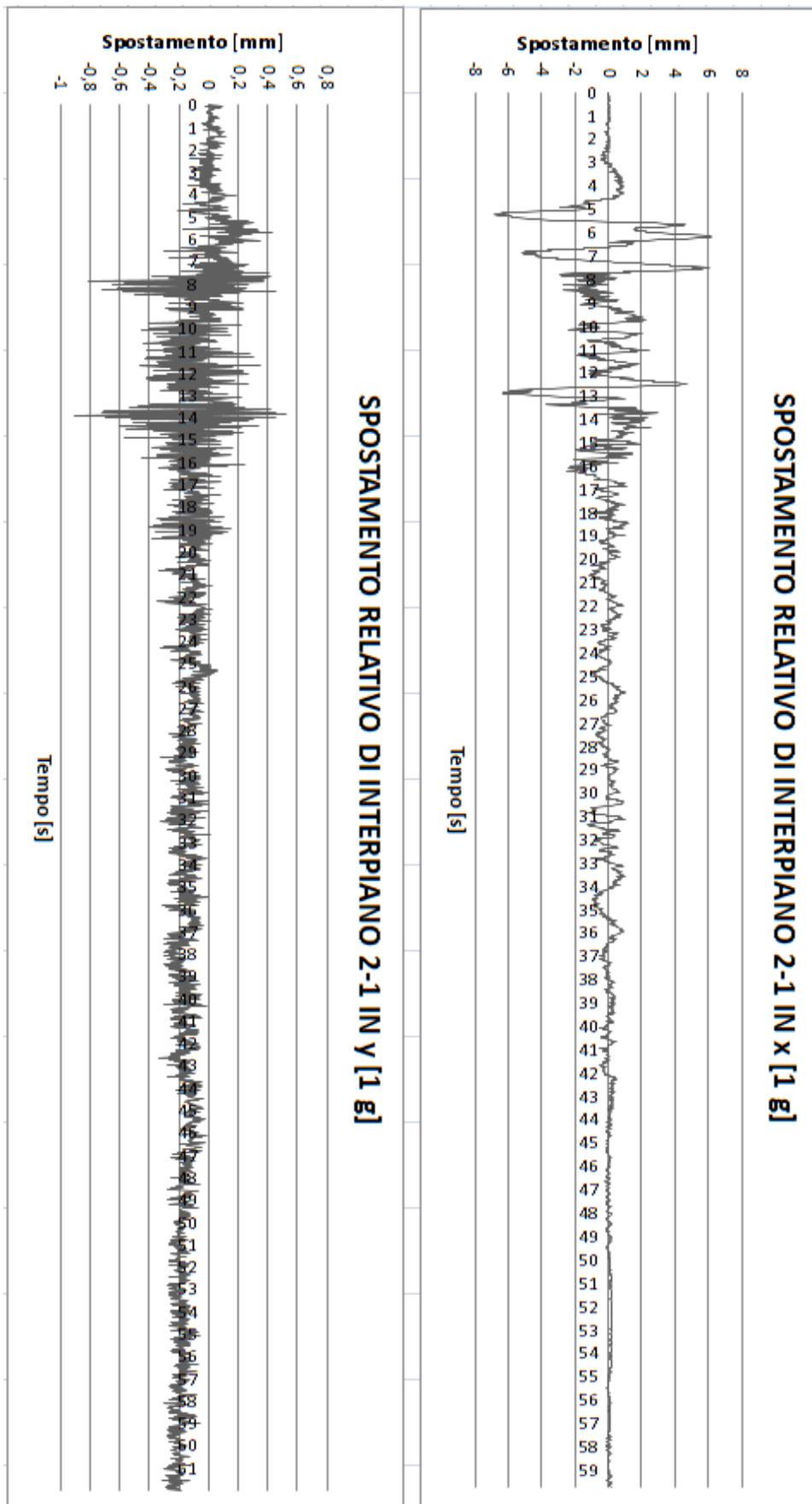


Figura 6.27: Spostamento del piano 2 rispetto al piano 1, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1g

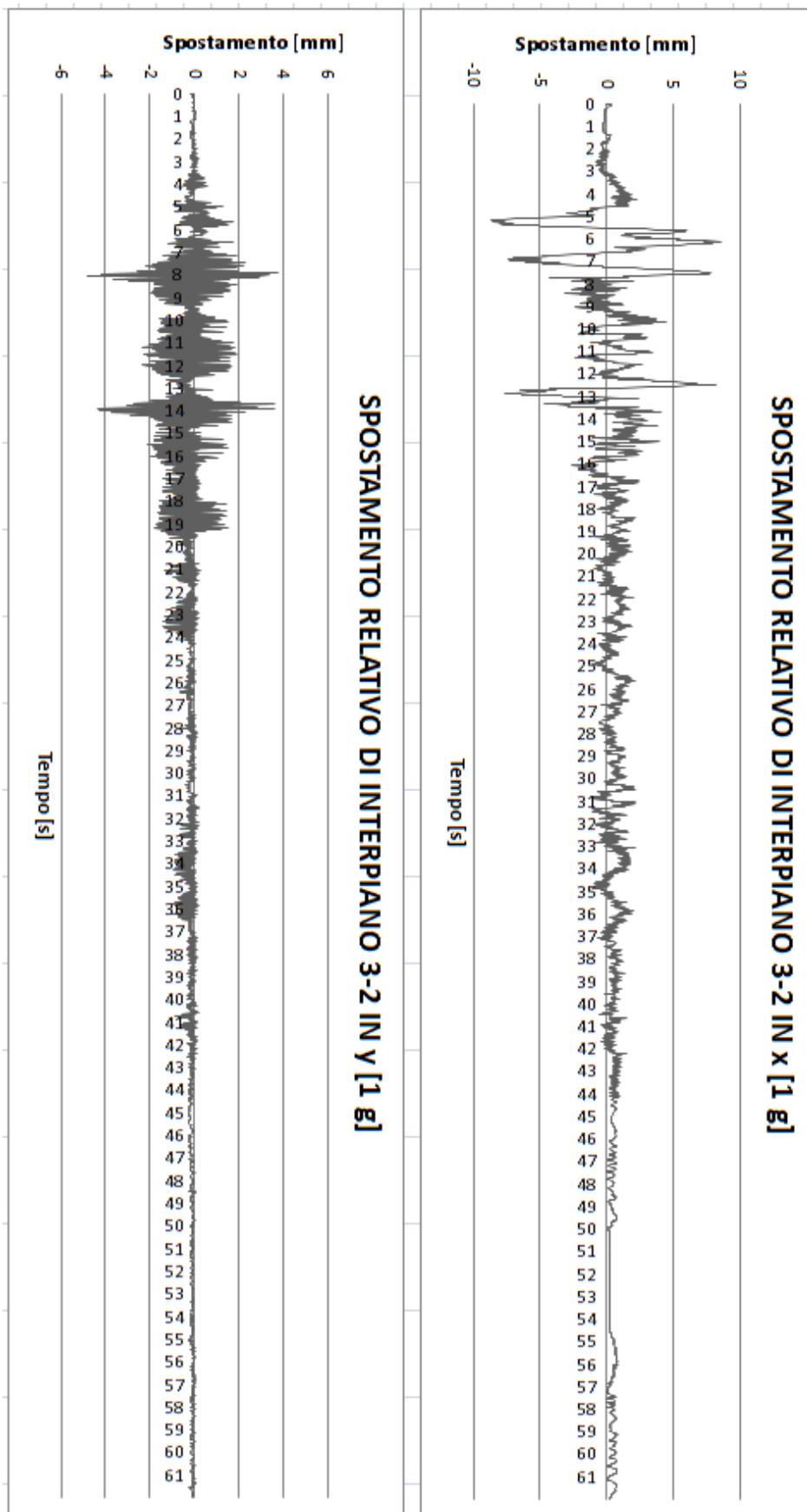


Figura 6.28: Spostamento del piano 3 rispetto al piano 2, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1g

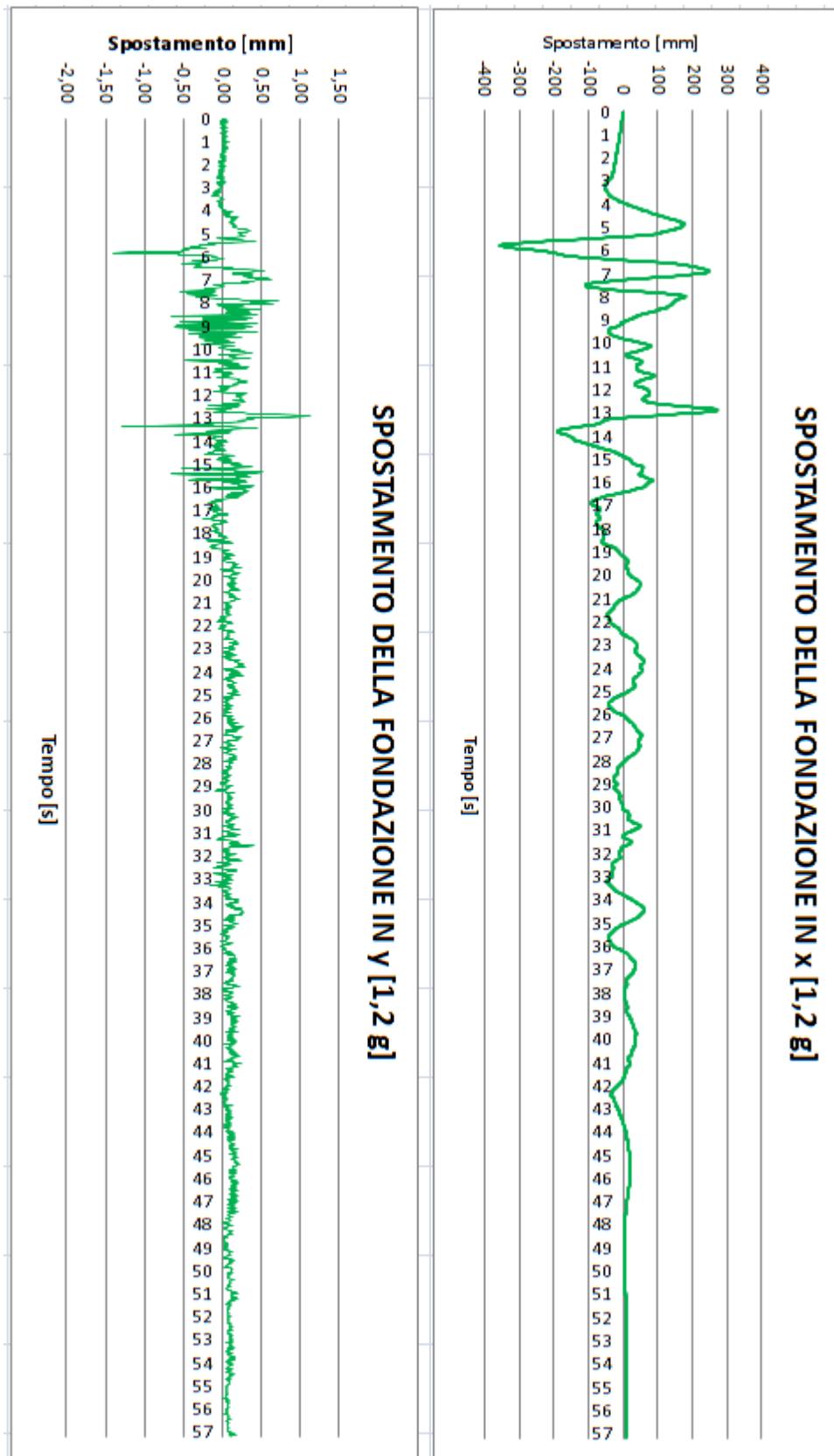


Figura 6.29: Spostamento della fondazione orizzontalmente e verticalmente con input sismico di 1,2g

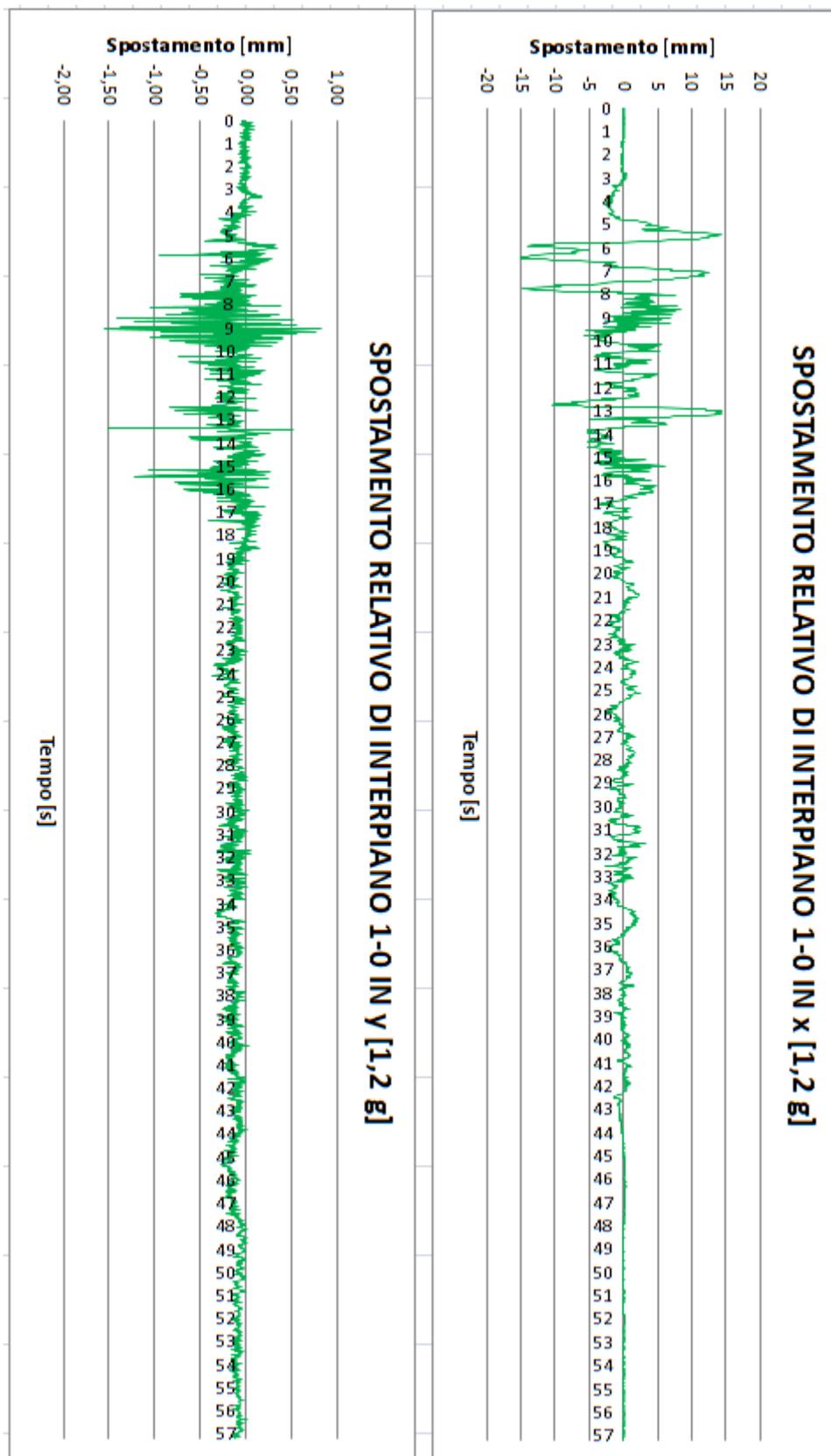


Figura 6.30: Spostamento del piano 1 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1,2g

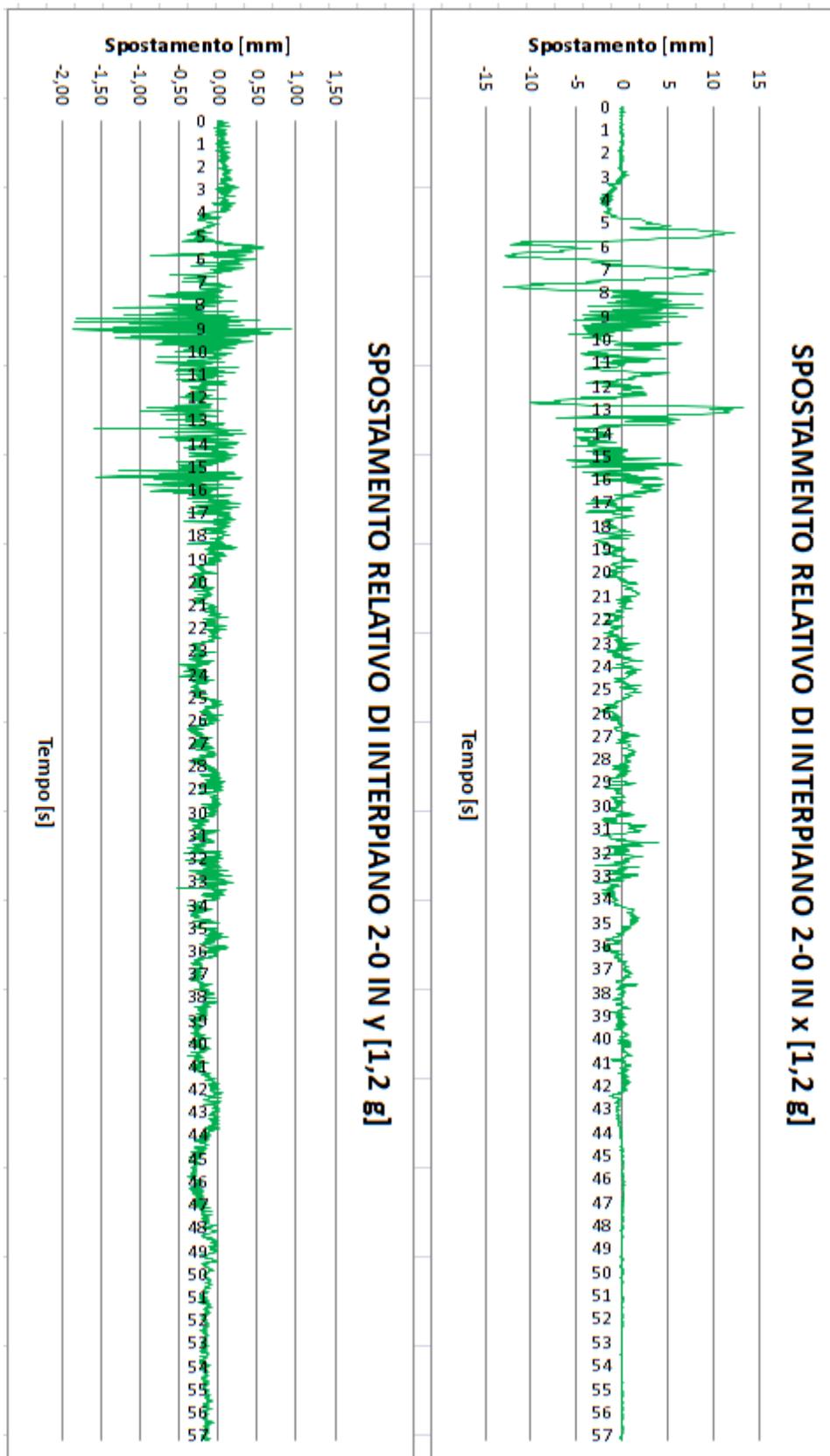


Figura 6.31: Spostamento del piano 2 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1,2g

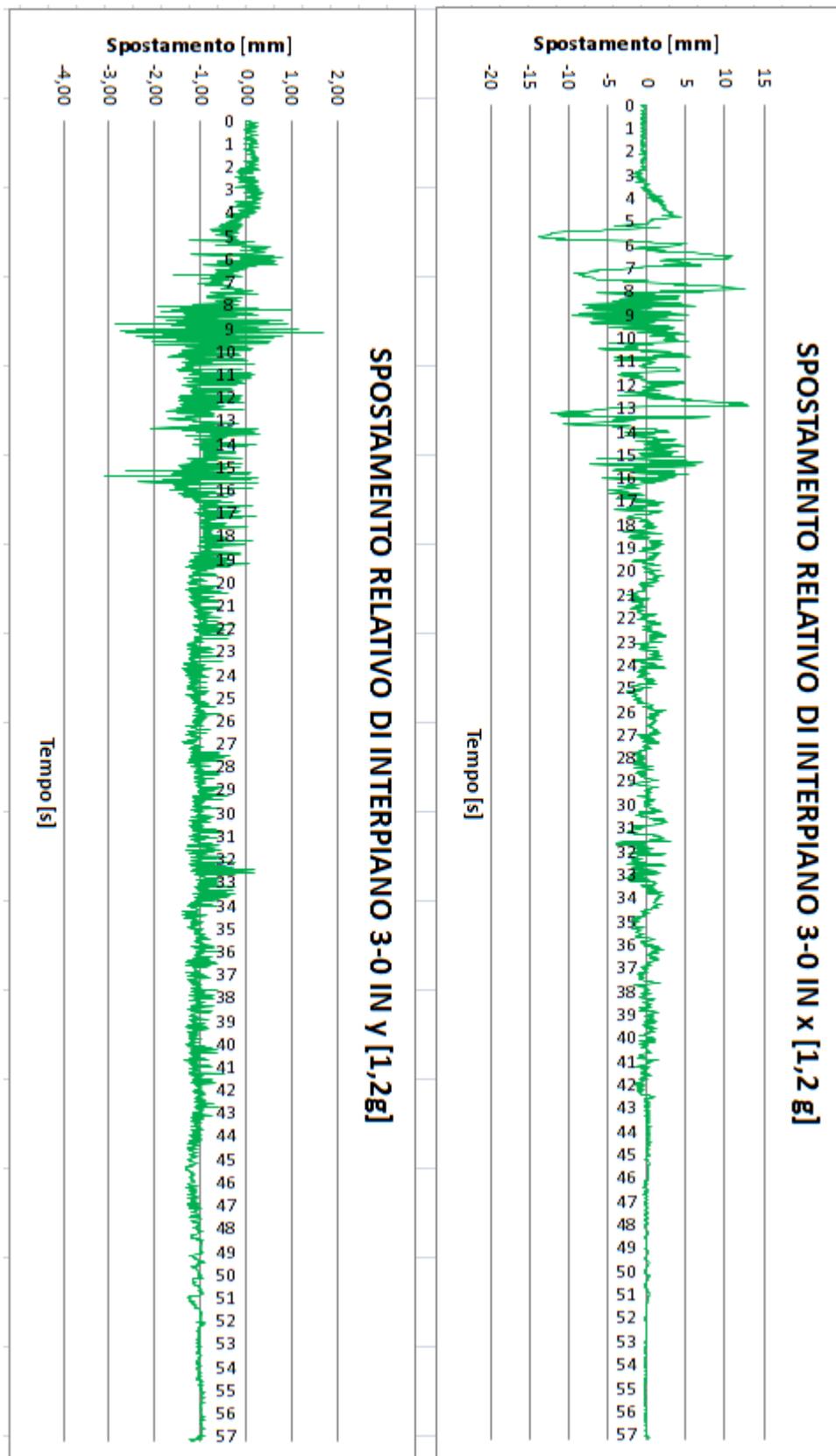


Figura 6.32: Spostamento del piano 3 rispetto alla fondazione, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1,2g

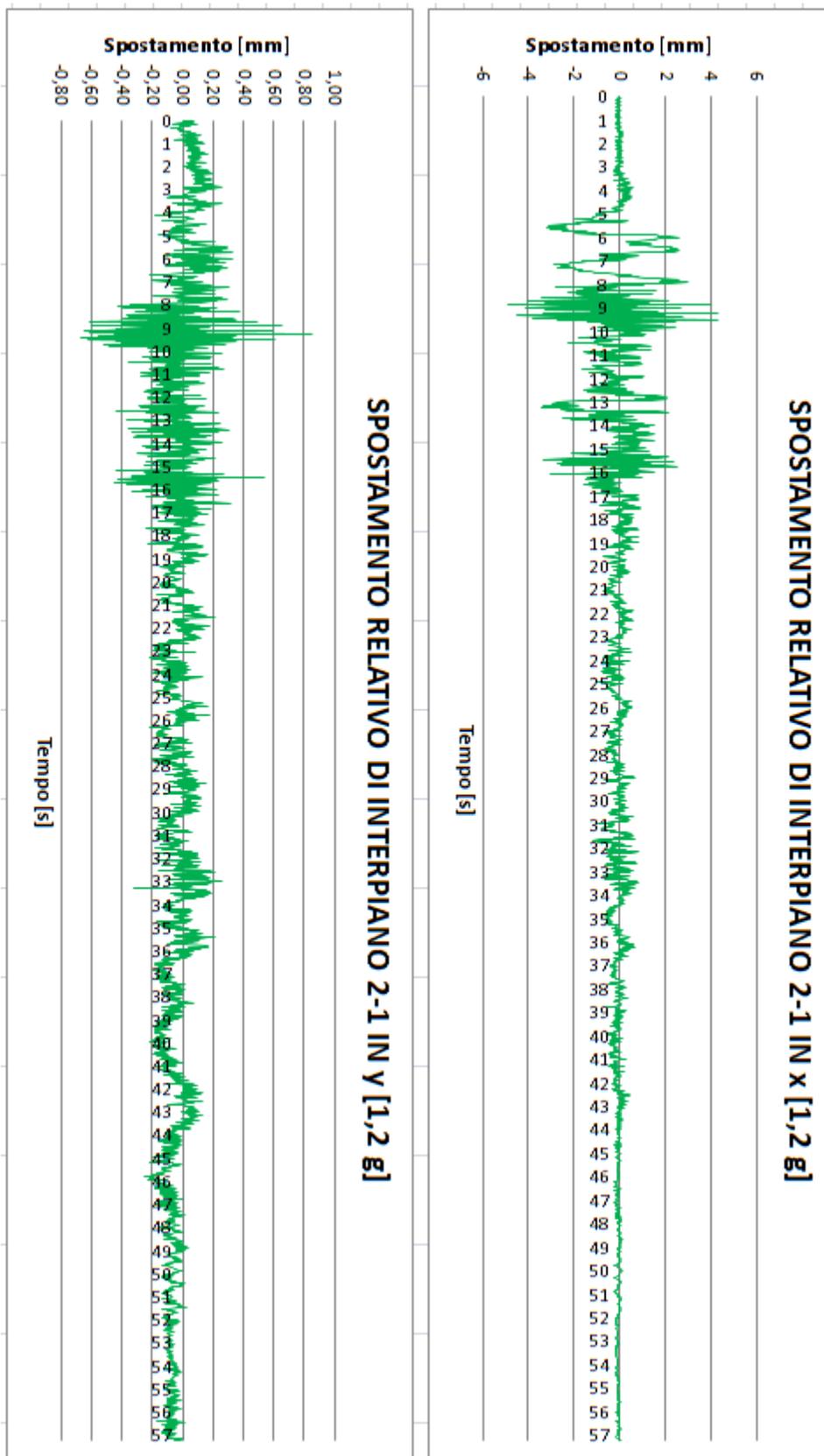


Figura 6.33: Spostamento del piano 2 rispetto al piano 1, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1,2g

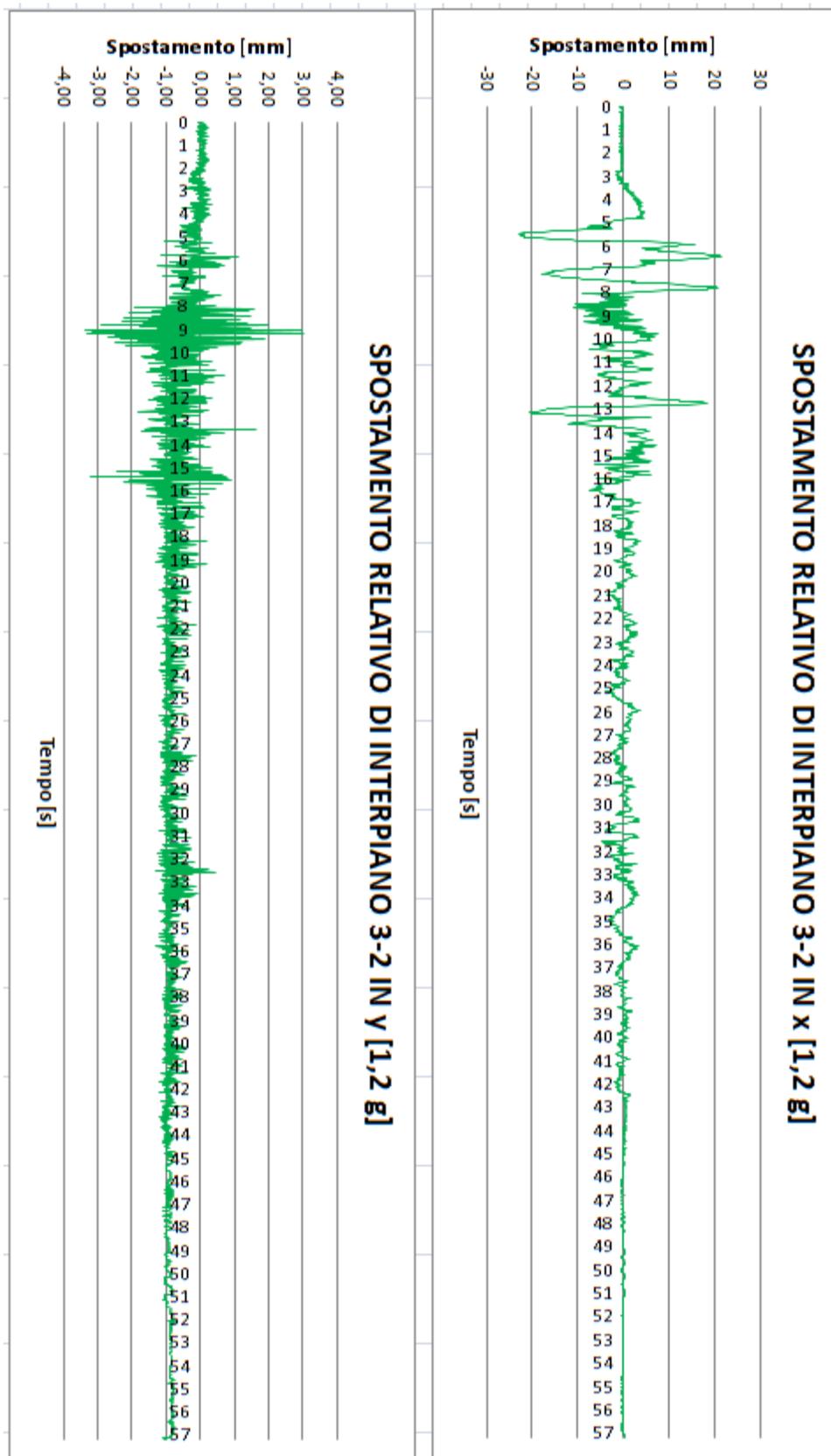


Figura 6.34: Spostamento del piano 3 rispetto al piano 2, orizzontalmente e verticalmente, con input sismico di 1,2g

Volendo dunque riassumere per chiarezza e comodità i moduli dei valori si spostamento massimo rilevati nelle varie prove, si riportano di seguito due tabelle:

	<b>1-0 X</b>	<b>2- 0 X</b>	<b>3- 0 X</b>	<b>2-1 X</b>	<b>3-2 X</b>
<b>0,5 g</b>	4,27mm	3,56mm	3,59mm	2,01mm	3,24mm
<b>1g</b>	7,74mm	13,72mm	21,84mm	6,80mm	8,72mm
<b>1,2g</b>	15,10mm	13,37mm	14,05mm	4,90mm	23,00mm

Figura 6.35: Valori massimi di spostamento in direzione orizzontale

	<b>1-0 Y</b>	<b>2- 0 Y</b>	<b>3- 0 Y</b>	<b>2-1 Y</b>	<b>3-2 Y</b>
<b>0,5 g</b>	0,34mm	0,45mm	1,74mm	0,37mm	1,77mm
<b>1g</b>	0,62mm	0,93mm	5,16mm	0,90mm	4,80mm
<b>1,2g</b>	1,55mm	1,85mm	3,09mm	0,67mm	3,35mm

Figura 6.36: Valori massimi di spostamento in direzione verticale

A questo punto si riportano di seguito i diagrammi cosiddetti “peak floor displacement profile” che raffigurano in ordinata la quota della casetta e in ascissa lo spostamento massimo registrato, per una certa PGA all’altezza dei solai.

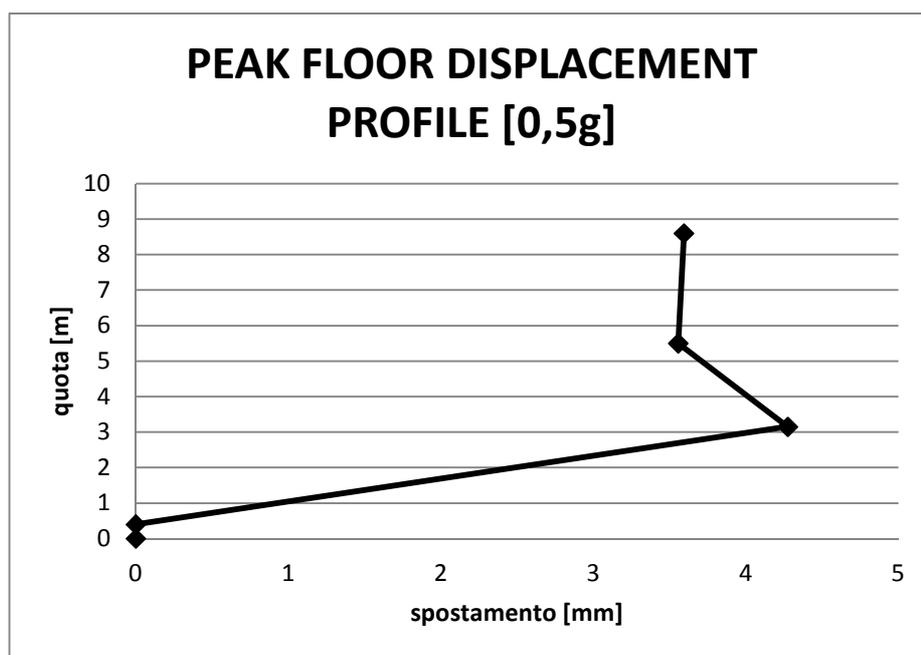


Figura 6.37: PEAK FLOOR DISPLACEMENT PROFILE [0,5g]

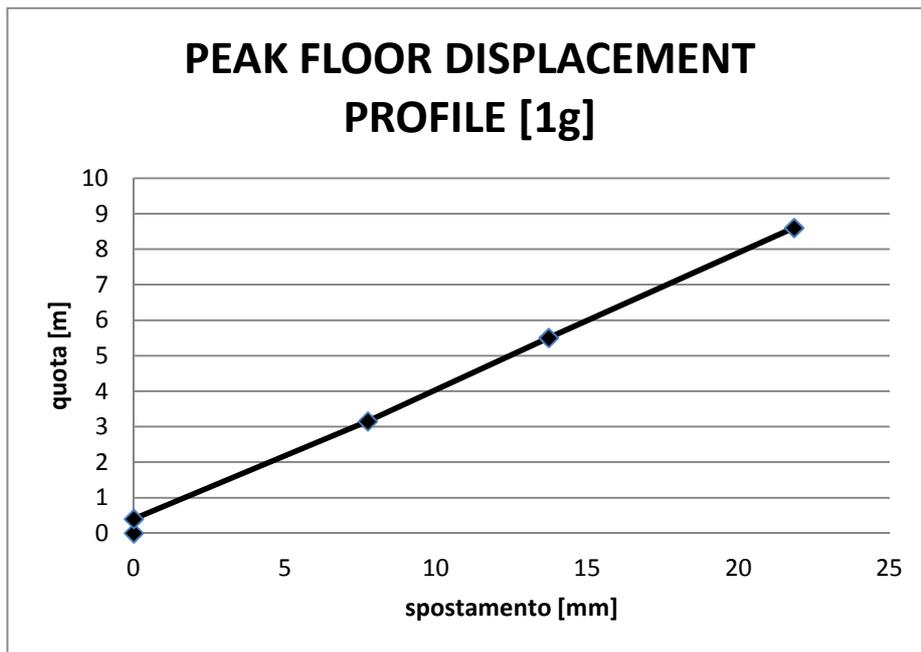


Figura 6.38: PEAK FLOOR DISPLACEMENT PROFILE [1g]

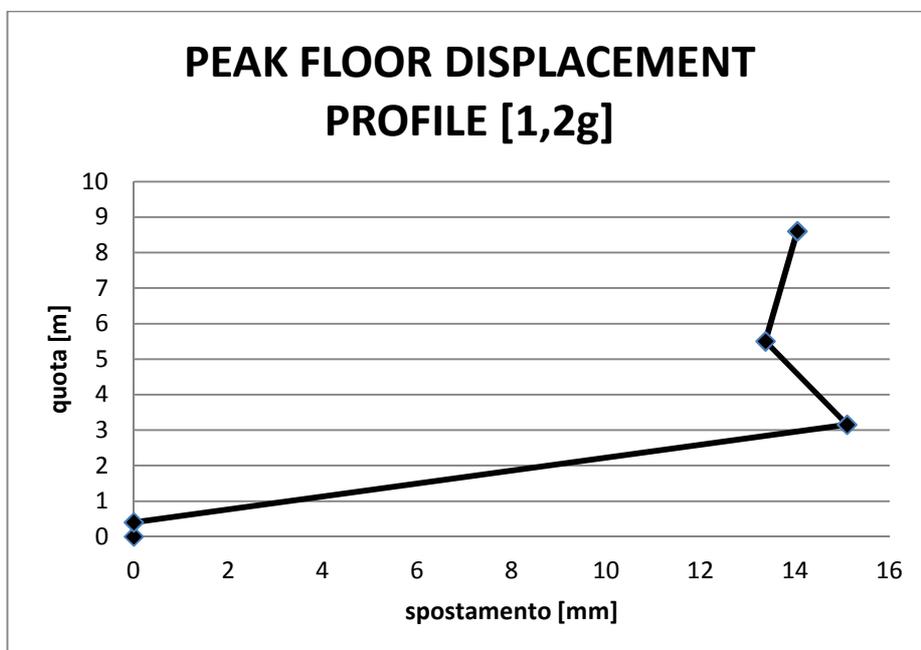


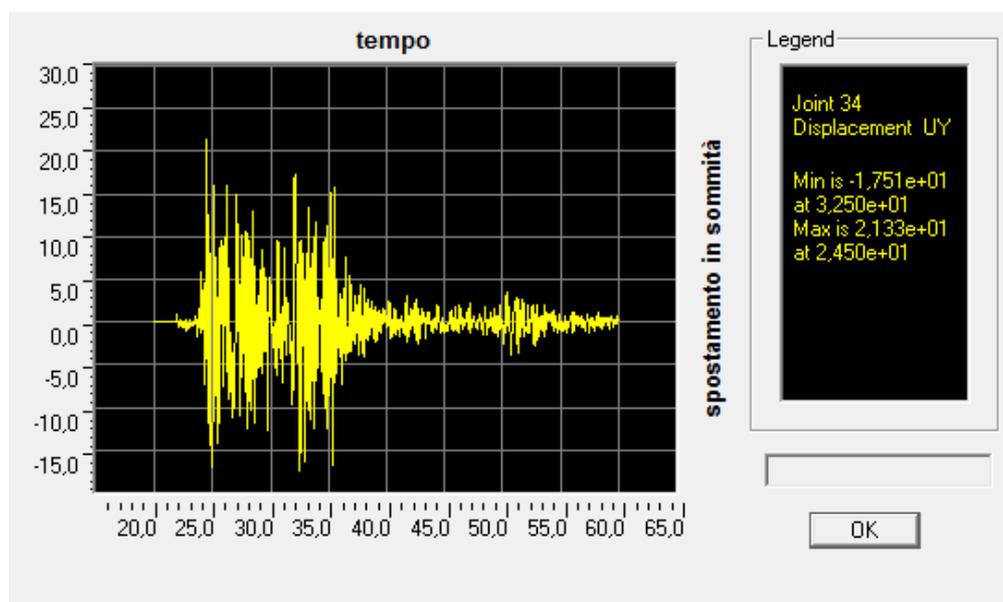
Figura 6.39: PEAK FLOOR DISPLACEMENT PROFILE [1,2g]

## **6.5 ANALISI TIME HISTORY SUL TELAIO EQUIVALENTE**

Per poter valutare se il telaio equivalente è in grado di cogliere bene anche gli spostamenti degli elementi strutturali è stato molto utile eseguire anche l'analisi time history sul telaio tridimensionale per poter verificare ulteriormente se questo sistema è veramente in grado di cogliere il comportamento di una struttura reale.

L'analisi time history con SAP2000 prevede di caricare l'accelerogramma di input (quello registrato in Montenegro nel 1979) nel programma; prima di fare questa operazione però bisogna ricordare di scalare debitamente i dati sull'accelerazione riportandoli al valore di PGA desiderato. Sarà il programma stesso ad applicare tale sforzo alla base della struttura facendola scuotere.

Volendo confrontare i risultati per la prova con  $PGA=1g$  in un punto di controllo in sommità all'edificio, il digramma dello spostamento nel tempo fornisce l'andamento rappresentato in figura 6.40:



*Figura 6.40: Spostamento in sommità per  $PGA=1g$*

Si può quindi notare come lo spostamento massimo registrato è di 21,33 mm che si verifica a 25 secondi dall'inizio della prova.

E' strabiliante notare come questo numero sia praticamente uguale a quello che è stato registrato a Pavia nella prova in cui la struttura, sottoposta ad input sismico 1g, si è spostata di 21,90 mm.

## **6.6 CONFRONTO DEI RISULTATI**

Dopo questo lungo percorso di analisi, che ha visto gli albori più di 10 anni fa quando sono iniziate le prove statiche e pseudo-statiche cicliche su provini di vario tipo, dopo la progettazione di una casetta test, dopo la messa a punto di modelli predittivi che interpretassero il comportamento della struttura, dopo la creazione di un modello ad elementi finiti ed uno a telaio equivalente, è ora possibile valutare se i risultati ottenuti dalle modellazioni sono confrontabili con quelli letti nei test fatti su tavola vibrante svolti a Pavia.

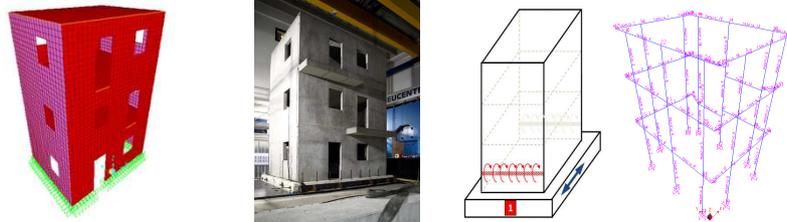
Si riporta quindi in figura 6.41 una tabella che riassume i valori di:

- Periodo proprio
- Taglio alla base
- Spostamento

Nei quattro casi di:

- Modello predittivo manuale spinto fino al collasso con gerarchia delle resistenza governato dal fatto di avere prima rotture duttili e poi fragili
- Modello predittivo ad elementi finiti (FEM) costruito con SAP 2000 e provato con input sismico  $PGA=1g$
- Struttura reale testata a Pavia con input sismico  $PGA=1g$
- Modello a telaio equivalente costruito con SAP 2000 e testato con input sismico  $PGA=1g$

	MODELLO PREDITTIVO MANUALE (collasso)	MODELLO PREDITTIVO FEM con SAP 2000 (PGA=1g)	STRUTTURA REALE (PGA=1g)	TELAIO EQUIVALENTE (PGA=1g)
PERIODO PROPRIO	0,13s	0,1s	0,1s	0,1s
TAGLIO ALLA BASE	150t	130t	82,5t	102t
SPOSTAMENTO	28,39mm	23,7mm	21,9mm	21,3mm

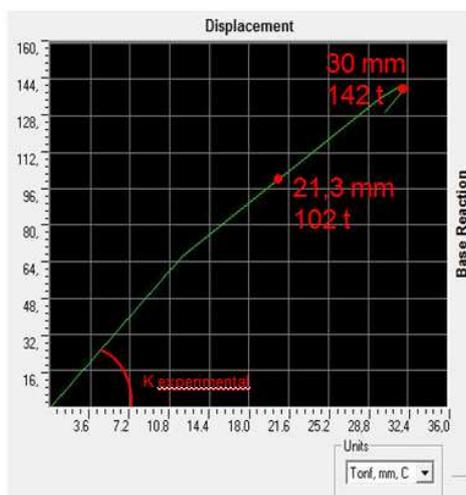


*Figura 6.41: Riassunto dei risultati*

Raccogliendo quindi i risultati già ricavati da altri dal modello predittivo manuale, da quello agli elementi finiti e dalla struttura reale con quelli del telaio equivalente testato, si può notare che il telaio coglie complessivamente bene il comportamento avendo periodo proprio uguale agli altri casi, e taglio alla base e spostamento massimo addirittura più vicini al caso reale rispetto al caso di modellazione agli elementi finiti.

Si vuole infine porre luce su un ultimo confronto tra la modellazione a telaio equivalente e il modello predittivo manuale; in figura 6.42 si nota che le due curve che portano al collasso della struttura abbiano un andamento quasi sovrapponibile con un valore di rigidezza pressoché uguale. Questo è assai strabiliante poiché tra le due modellazioni intercorrono numerose differenze; viene quindi spontaneo affermare che probabilmente queste differenti modellazioni non abbiano intaccato il comportamento dell'edificio che riesce comunque ad essere visto nelle sue caratteristiche essenziali.

MODELLO A TELAIO EQUIVALENTE



MODELLO PREDITTIVO

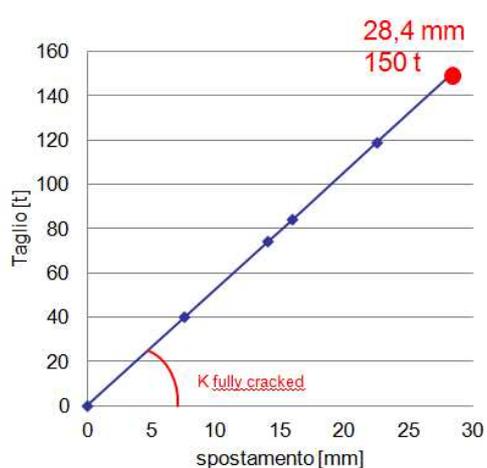


Figura 6.42: Confronto tra modello a telaio equivalente e modello predittivo manuale con sforzo spinto fino al collasso della struttura

Dividendo i valori di taglio per lo spostamento si ottiene la rigidezza in ogni punto che rappresenta la pendenza della retta.

Confrontando anche questi due valori notiamo che essi sono quasi uguali quindi è giusto attribuire al telaio un momento d'inerzia  $J$  pari a quello di una sezione completamente fessurata.

$$K_{\text{experimental}} = 5,6 \text{ t/mm}$$

$$K_{\text{fully cracked}} = 5,3 \text{ t/mm}$$



## Capitolo 7

# SVILUPPI FUTURI

Il progetto SERIES negli ultimi 10 anni ha condotto egregiamente una ricerca sui pannelli portanti in polistirene che fino a quel momento non erano mai stati studiati approfonditamente e ha visto sbocciare interessanti risultati riportati su numerosi articoli scientifici.

La ricerca però deve continuare soprattutto per chiarire punti che, per la complessità dello studio, sono ancora di difficile lettura.

Come ipotesi per gli sviluppi futuri, quindi, sarebbe interessante vedere:

1. Una prova con carico pseudo-statico ciclico sulla stessa struttura provata su tavola vibrante.

L'obiettivo è verificare se il tension stiffening è dovuto alle:

- nuove caratteristiche del calcestruzzo utilizzato per realizzare la struttura;
- modalità di applicazione del carico (dinamiche vs. pseudostatiche-cicliche).

2. Prove dinamiche su pareti con armatura diffusa.

L'obiettivo è di valutare le modalità di propagazione delle fessure per verificare l'influenza del tension stiffening sulle resistenze.



# APPENDICE A

## CALCOLO DELLE SOLLECITAZIONI ULTIME E DEI LEGAMI COSTITUTIVI PER LA CARATTERIZZAZIONE DELLE CERNIERE PLASTICHE

Si consideri un pannello in c.c.a. resistente alle azioni orizzontali.

In generale, esso è caratterizzato da un legame costitutivo forza-spostamento sperimentale che si può idealizzare in un legame elasto-plastico come quello rappresentato in figura A.1:

dove:

- $k$  = rigidezza (secante a snervamento) del pannello;
- $F_y$  = forza di snervamento del pannello;
- $\Delta_y$  = spostamento allo snervamento del pannello;
- $\Delta_u$  = spostamento ultimo del pannello;
- $\mu_d$  = duttilità cinematica (in termini di spostamenti) del pannello.

Di questi cinque parametri, tre sono quelli indipendenti necessari per definire univocamente il comportamento sismico del singolo pannello. Comunemente si identificano come variabili indipendenti le tre grandezze seguenti (Paulay & Priestley 1992 pag. 10, Petrini, Pinho & Calvi 2004 pag. 50):

- **rigidezza** (secante a snervamento) = pendenza della risposta elastica idealizzata  $k = \frac{F_y}{\Delta_y}$ , ovvero quella quantità che mette in relazione carichi e spostamenti dell'elemento strutturale in campo elastico lineare;
- **resistenza** (forza di snervamento) = massima forza  $F_y$  che l'elemento strutturale può sopportare rimanendo approssimativamente in campo elastico;
- **capacità duttile** dell'elemento = rapporto tra lo spostamento ultimo e lo spostamento allo snervamento  $\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$ .

Gli altri due parametri si possono poi esprimere in funzione di questi:

$$\Delta_y = \frac{F_y}{k}$$

$$\Delta_u = \Delta_y \cdot \mu_\Delta$$

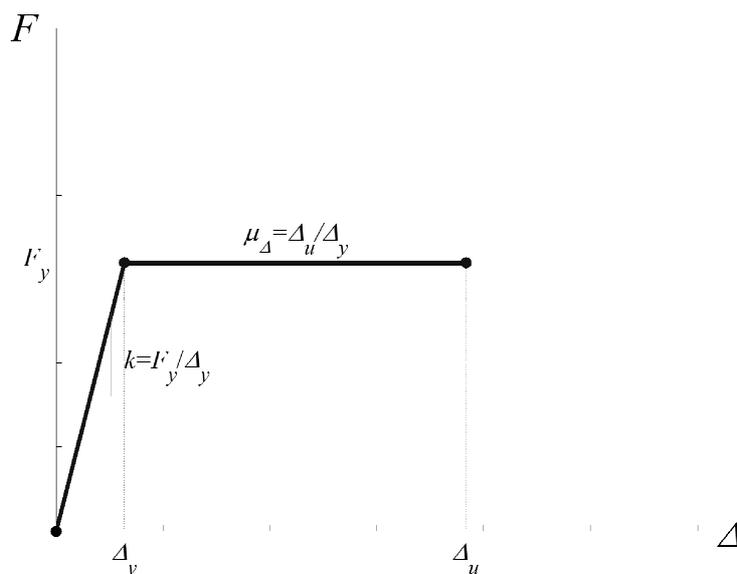


Figura A.1: Legame costitutivo  $F - \Delta$  elasto-plastico di un singolo pannello in c.c.a. resistente alle azioni orizzontali.

## **A.1 DETERMINAZIONE DEGLI ASSI NEUTRI**

Nel caso di situazioni progettuali sismiche, per la valutazione delle capacità prestazionali ultime delle sezioni di pannelli in c.c.a. nei confronti di sollecitazioni di sforzo normale e flessione, si adottano le seguenti ipotesi:

- 1 conservazione delle sezioni piane;
- 2 resistenza a trazione del calcestruzzo nulla (condizioni fessurate);
- 3 perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo;
- 4 legami costitutivi convenzionali sia per il calcestruzzo (diagramma parabola-rettangolo con tensione massima del calcestruzzo compresso pari a  $f_c$ , deformazione del calcestruzzo compresso al primo raggiungimento della tensione massima pari a  $\varepsilon_{c2} = 2 \text{‰}$  e deformazione massima del calcestruzzo compresso pari a  $\varepsilon_{cu} = 3.5 \text{‰}$ , non tenendo conto del confinamento) che per l'acciaio (diagramma elasto-plastico di Prandtl con tensione di snervamento pari a  $f_y$ , modulo elastico pari ad  $E_s$ , deformazione di snervamento pari a  $\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$  e deformazione massima della armatura tesa pari a  $\varepsilon_{su} = \varepsilon_{su,m}$ ).

### **A.1.1 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO $y_{y1}$ IN CONDIZIONI DI PRIMO SNERVAMENTO**

La posizione dell'asse neutro  $y_{y1}$  può essere calcolata imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. nell'istante in cui si raggiunge il primo snervamento delle armature poste sulla fibra più esterna della sezione:

$$R_c - R_s = N \quad (1)$$

dove  $R_c$  rappresenta la risultante delle tensioni di compressione agenti sul calcestruzzo,  $R_s$  rappresenta la risultante delle tensioni di trazione agenti

sulle armature, ed  $N$  rappresenta lo sforzo normale di compressione esterno agente sulla sezione.

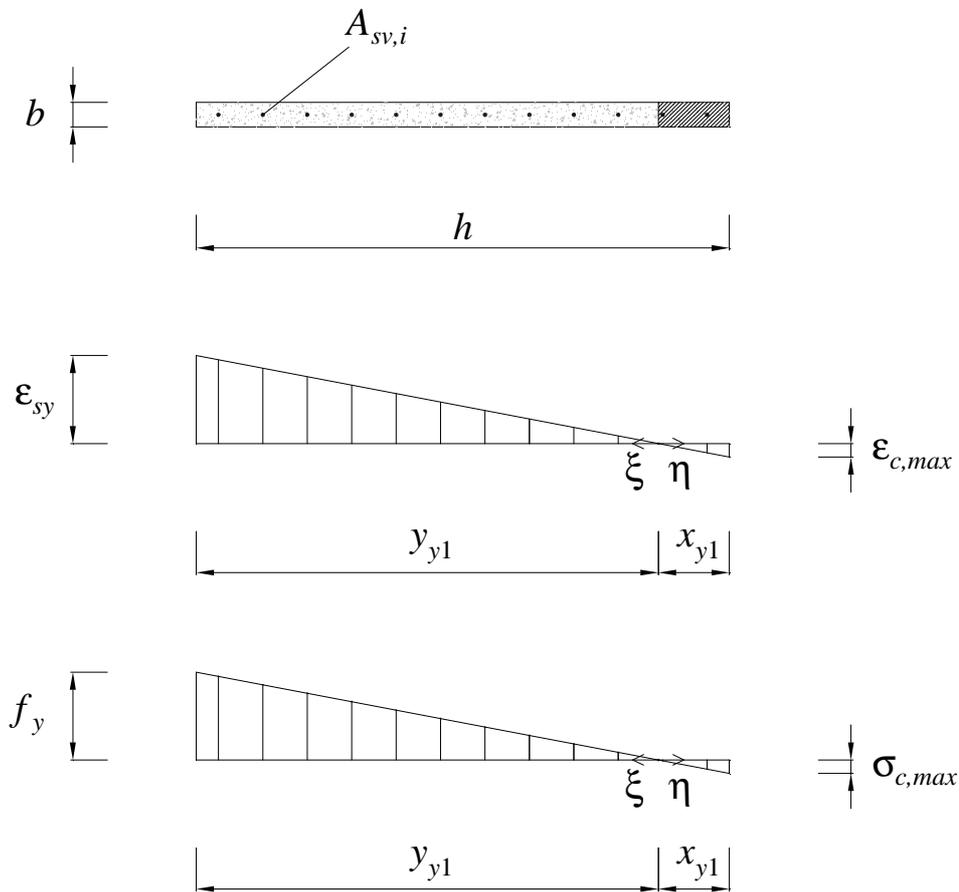


Figura A.2: Diagramma delle deformazioni  $\epsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni di “primo snervamento” per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa.

Con riferimento alla figura A.2, per l’ipotesi di conservazione delle sezioni piane si ha una distribuzione lineare delle deformazioni di trazione:

$$\epsilon_s(\xi) = \frac{\xi}{y_{y1}} \epsilon_{sy} \quad \text{per } 0 \leq \xi \leq y_{y1} \quad (2)$$

dove  $\varepsilon_{sy}$  è la deformazione di snervamento raggiunta dall'armatura più esterna della sezione e  $\xi$  è un'ascissa locale con origine sull'asse neutro e con valori crescenti verso la fibra esterna più tesa della sezione.

Per l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane si ha una distribuzione lineare delle deformazioni di compressione:

$$\varepsilon_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{y1}} \varepsilon_{c,\max} \quad \text{per } 0 \leq \eta \leq x_{y1} = h - y_{y1} \quad (3)$$

dove  $\varepsilon_{c,\max}$  è la deformazione massima di compressione che si verifica nella fibra più esterna di calcestruzzo compresso, che per la conservazione delle sezioni piane vale:

$$\varepsilon_{c,\max} = \frac{x_{y1}}{y_{y1}} \varepsilon_{sy} \quad (4)$$

e  $\eta$  è un'ascissa locale con origine sull'asse neutro e con valori crescenti verso la fibra esterna più compressa della sezione (stessa origine, stessa direzione ma verso opposto rispetto a  $\xi$ ).

Adottando un legame elastico lineare (all'atto dell'incipiente snervamento della armatura) si ottengono le seguenti distribuzioni di tensione:

$$\sigma_s(\xi) = \frac{\xi}{y_{y1}} \varepsilon_{sy} E_s \quad (5)$$

$$\sigma_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{y1}} \varepsilon_{c,\max} E_c \quad (6)$$

La (5), in virtù della (48), diventa:

$$\sigma_s(\xi) = \frac{\xi}{y_{y1}} f_y \quad (7)$$

e la (6), in virtù della (7) e della (4), diventa:

$$\sigma_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{y1}} \frac{x_{y1}}{y_{y1}} \varepsilon_{ys} E_c = \frac{\eta}{y_{y1}} \frac{f_y}{E_s} E_c = \frac{\eta}{y_{y1}} \frac{f_y}{n} \quad (8)$$

dove  $n = \frac{E_s}{E_c}$  è il coefficiente di omogeneizzazione.

Integrando le distribuzioni di tensione di trazione e di compressione si ottengono rispettivamente le risultanti di trazione e compressione agenti sulla sezione:

$$R_s = \int_0^{y_{y1}} \sigma_s(\xi) dA_{sv} = \int_0^{y_{y1}} \frac{\xi}{y_{y1}} f_y \rho b d\xi = \frac{f_y \rho b}{y_{y1}} \int_0^{y_{y1}} \xi d\xi = \frac{f_y \rho b}{y_{y1}} \frac{y_{y1}^2}{2} = \frac{\rho b y_{y1}}{2} f_y \quad (9)$$

$$R_c = \int_0^{x_{y1}} b \sigma_c(\eta) d\eta = \int_0^{x_{y1}} b \frac{\eta}{y_{y1}} \frac{f_y}{n} d\eta = \frac{b}{y_{y1}} \frac{f_y}{n} \int_0^{x_{y1}} \eta d\eta = \frac{b}{y_{y1}} \frac{f_y}{n} \frac{x_{y1}^2}{2} = \frac{b x_{y1}^2}{2 y_{y1}} \frac{f_y}{n} = \frac{b(h-y_{y1})^2}{2 y_{y1}} \frac{f_y}{n} \quad (10)$$

dal momento che  $x_{y1} = h - y_{y1}$ .

L'equazione (1) di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. nell'istante in cui si raggiunge lo snervamento delle armature poste sulla fibra più esterna della sezione fornisce allora:

$$\frac{b(h-y_{y1})^2}{2 y_{y1}} \frac{f_y}{n} - \frac{\rho b y_{y1}}{2} f_y = N \quad (11)$$

che si può riscrivere come:

$$\frac{(h-y_{y1})^2}{y_{y1}} - n \rho y_{y1} = \frac{2Nn}{f_y b}$$

$$(h-y_{y1})^2 - n \rho y_{y1}^2 - \frac{2Nn}{f_y b} y_{y1} = 0$$

$$h^2 - 2hy_{y1} + y_{y1}^2 - n\rho y_{y1}^2 - \frac{2Nn}{f_y b} y_{y1} = 0$$

$$y_{y1}^2 (1 - n\rho) - 2y_{y1} \left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) + h^2 = 0 \quad (12)$$

che, risolta, fornisce:

$$y_{y1} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) \pm \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - h^2 (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (13)$$

dove assume significato fisico solo la soluzione con il segno negativo (-):

$$y_{y1} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) - \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - h^2 (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (14)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$ , caso di flessione semplice), la (14) si semplifica nella seguente:

$$y_{y1} = \frac{h}{1 + \sqrt{n\rho}} \quad (15)$$

### **A.1.2 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO $y_{yS}$ IN CONDIZIONI DI "SNERVAMENTO SOSTANZIALE"**

Nel paragrafo precedente, con una trattazione al continuo delle armature equidistanti, si è assunto che la sezione si presenta in condizioni di primo snervamento quando si raggiunge il valore di deformazione  $\varepsilon_{sy}$  allo snervamento dell'acciaio in corrispondenza della fibra tesa più esterna della sezione.

Per valutare invece la posizione dell'asse neutro  $y_{ys}$  in condizioni di “snervamento sostanziale”, è necessario tenere conto del fatto che la deformazione  $\epsilon_{sy}$  deve “penetrare”, per un tratto  $\delta y$ , all'interno della sezione del pannello, per lo meno fino alla 1° barra, se non fino a qualche fila di barre (per es. fino alla 3° barra, come rappresentato in figura A.3).

In generale, la penetrazione  $\delta y$  può essere assunta pari a:

$$\delta y = 1 \div 5 \frac{h}{n_{barre}} \cong 3 \frac{h}{n_{barre}} \quad (16)$$

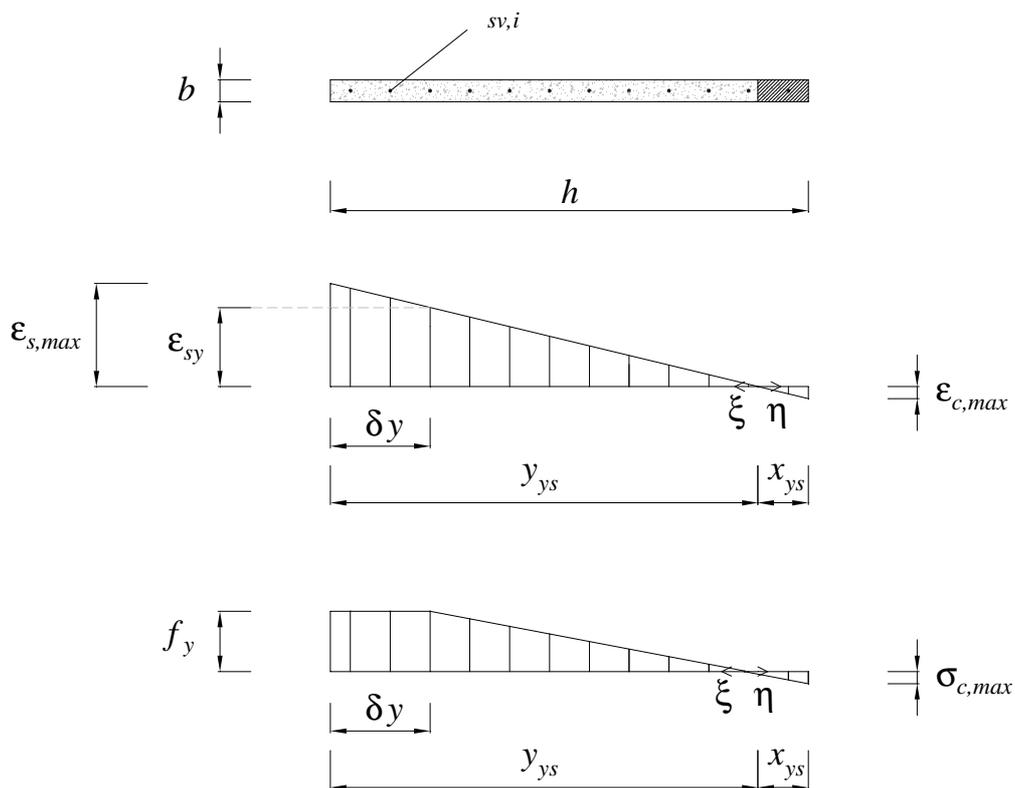


Figura A.3: Diagramma delle deformazioni  $\epsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni di “snervamento sostanziale” (con penetrazione della deformazione  $\epsilon_{sy}$  all'interno della sezione del pannello per un tratto  $\delta y$ ) per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa.

Con riferimento alla figura A.3, per l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane si ha una distribuzione lineare delle deformazioni di trazione:

$$\varepsilon_s(\xi) = \frac{\xi}{y_{ys}} \varepsilon_{s,\max} \quad \text{per } 0 \leq \xi \leq y_{ys} \quad (17)$$

dove  $\varepsilon_{s,\max} > \varepsilon_{sy}$  è la deformazione massima raggiunta dall'armatura più esterna della sezione, che per la conservazione delle sezioni piane vale

$$\varepsilon_{s,\max} = \frac{y_{ys}}{y_{ys} - \delta y} \varepsilon_{sy} \quad (18)$$

e  $\xi$  è un'ascissa locale con origine sull'asse neutro e con valori crescenti verso la fibra esterna più tesa della sezione.

Per l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane si ha una distribuzione lineare delle deformazioni di compressione:

$$\varepsilon_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{ys}} \varepsilon_{c,\max} \quad \text{per } 0 \leq \eta \leq x_{ys} = h - y_{ys} \quad (19)$$

dove  $\varepsilon_{c,\max}$  è la deformazione massima di compressione che si verifica nella fibra più esterna di calcestruzzo compresso, che per la conservazione delle sezioni piane vale:

$$\varepsilon_{c,\max} = \frac{x_{ys}}{y_{ys} - \delta y} \varepsilon_{sy} \quad (20)$$

e  $\eta$  è un'ascissa locale con origine sull'asse neutro e con valori crescenti verso la fibra esterna più compressa della sezione (stessa origine, stessa direzione ma verso opposto rispetto a  $\xi$ ).

Adottando un legame costitutivo elastico perfettamente plastico per l'acciaio delle armature si ottengono le seguenti distribuzioni di tensione:

$$\sigma_s(\xi) = \begin{cases} \frac{\xi}{y_{ys}} \varepsilon_{s,\max} E_s & \text{per } 0 \leq \xi \leq y_{ys} - \delta y \\ f_y & \text{per } y_{ys} - \delta y \leq \xi \leq y_{ys} \end{cases} \quad (21)$$

$$\sigma_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{ys}} \varepsilon_{c,\max} E_c \quad (22)$$

La (21), in virtù della (18), diventa:

$$\sigma_s(\xi) = \begin{cases} \frac{\xi}{y_{ys} - \delta y} f_y & \text{per } 0 \leq \xi \leq y_{ys} - \delta y \\ f_y & \text{per } y_{ys} - \delta y \leq \xi \leq y_{ys} \end{cases} \quad (23)$$

e la (22), in virtù della (20), diventa:

$$\sigma_c(\eta) = \frac{\eta}{x_{y1}} \frac{x_{ys}}{y_{ys} - \delta y} \varepsilon_{sy} E_c = \frac{\eta}{y_{ys} - \delta y} \frac{f_y}{E_s} E_c = \frac{\eta}{y_{ys} - \delta y} \frac{f_y}{n} \quad (24)$$

dove  $n = \frac{E_s}{E_c}$  è il coefficiente di omogeneizzazione.

Integrando le distribuzioni di tensione di trazione e di compressione si ottengono rispettivamente le risultanti di trazione e compressione agenti sulla sezione:

$$\begin{aligned}
R_s &= \int_0^{y_{ys}} \sigma_s(\xi) dA_{sv} = \\
&= \int_0^{y_{ys}-\delta y} \frac{\xi}{y_{ys}-\delta y} f_y dA_{sv} + \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} f_y dA_{sv} = \\
&= \int_0^{y_{ys}-\delta y} \frac{\xi}{y_{ys}-\delta y} f_y \rho b d\xi + \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} f_y \rho b d\xi = \\
&= \frac{f_y \rho b}{y_{ys}-\delta y} \int_0^{y_{ys}-\delta y} \xi d\xi + f_y \rho b \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} d\xi = \\
&= \frac{f_y \rho b}{y_{ys}-\delta y} \frac{(y_{ys}-\delta y)^2}{2} + f_y \rho b \cdot \delta y = \\
&= \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys}-\delta y) + f_y \rho b \cdot \delta y = \\
&= \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y)
\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
R_c &= \int_0^{x_{ys}} b \sigma_c(\eta) d\eta = \\
&= \int_0^{x_{ys}} b \frac{\eta}{y_{ys}-\delta y} \frac{f_y}{n} d\eta = \\
&= \frac{b}{y_{ys}-\delta y} \frac{f_y}{n} \int_0^{x_{ys}} \eta d\eta = \\
&= \frac{b}{y_{ys}-\delta y} \frac{f_y}{n} \frac{x_{ys}^2}{2} = \\
&= \frac{b x_{ys}^2}{2(y_{ys}-\delta y)} \frac{f_y}{n} = \\
&= \frac{b(h-y_{ys})^2}{2(y_{ys}-\delta y)} \frac{f_y}{n}
\end{aligned} \tag{26}$$

dal momento che  $x_{ys} = h - y_{ys}$ .

L'equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. in condizioni di "snervamento sostanziale" fornisce allora:

$$\frac{b(h - y_{ys})^2}{2(y_{ys} - \delta y)} \frac{f_y}{n} - \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) = N \quad (27)$$

che si può riscrivere come:

$$\begin{aligned} \frac{(h - y_{ys})^2}{(y_{ys} - \delta y)} - n\rho(y_{ys} + \delta y) &= \frac{2Nn}{f_y b} \\ (h - y_{ys})^2 - n\rho(y_{ys} + \delta y)(y_{ys} - \delta y) - \frac{2Nn}{f_y b}(y_{ys} - \delta y) &= 0 \\ h^2 - 2hy_{ys} + y_{ys}^2 - n\rho y_{ys}^2 + n\rho \cdot \delta y^2 - \frac{2Nn}{f_y b} y_{ys} + \frac{2Nn}{f_y b} \delta y &= 0 \\ y_{ys}^2(1 - n\rho) - 2y_{ys} \left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) + \left( h^2 + n\rho \cdot \delta y^2 + \frac{2Nn}{f_y b} \delta y \right) &= 0 \quad (28) \end{aligned}$$

che, risolta, fornisce:

$$y_{ys} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) \pm \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - \left( h^2 + n\rho \cdot \delta y^2 + \frac{2Nn}{f_y b} \delta y \right) (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (29)$$

dove assume significato fisico solo la soluzione con il segno negativo (-):

$$y_{ys} = \frac{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right) - \sqrt{\left( h + \frac{Nn}{f_y b} \right)^2 - \left( h^2 + n\rho \cdot \delta y^2 + \frac{2Nn}{f_y b} \delta y \right) (1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} \quad (30)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$ , caso di flessione semplice), la (30) si semplifica nella seguente:

$$\begin{aligned}
y_{ys} &= \frac{h - \sqrt{h^2 - (h^2 + n\rho \cdot \delta y^2)(1 - n\rho)}}{(1 - n\rho)} = \\
y_{ys} &= \frac{h - \sqrt{h^2 - h^2 - n\rho \cdot \delta y^2 + n\rho h^2 + (n\rho \cdot \delta y)^2}}{(1 - n\rho)} \\
y_{ys} &= \frac{h - \sqrt{n\rho(h^2 - \delta y^2(1 - n\rho))}}{(1 - n\rho)}
\end{aligned} \tag{31}$$

**A.1.3 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE DELL'ASSE NEUTRO  $y_{u,SB}$  IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO**

In questo paragrafo si calcola la posizione dell'asse neutro  $y_{u,sb}$  adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso, ipotizzando che questo sia molto sollecitato.

La distanza  $y_{u,sb}$  può essere calcolata imponendo l'equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.c.a. nell'istante in cui si raggiungono le condizioni ultime della sezione:

$$R_c - R_s = N \tag{32}$$

dove  $R_c$  rappresenta la risultante delle tensioni di compressione agenti sul calcestruzzo,  $R_s$  rappresenta la risultante delle tensioni di trazione agenti sulle armature, ed  $N$  rappresenta lo sforzo normale di compressione esterno agente sulla sezione.

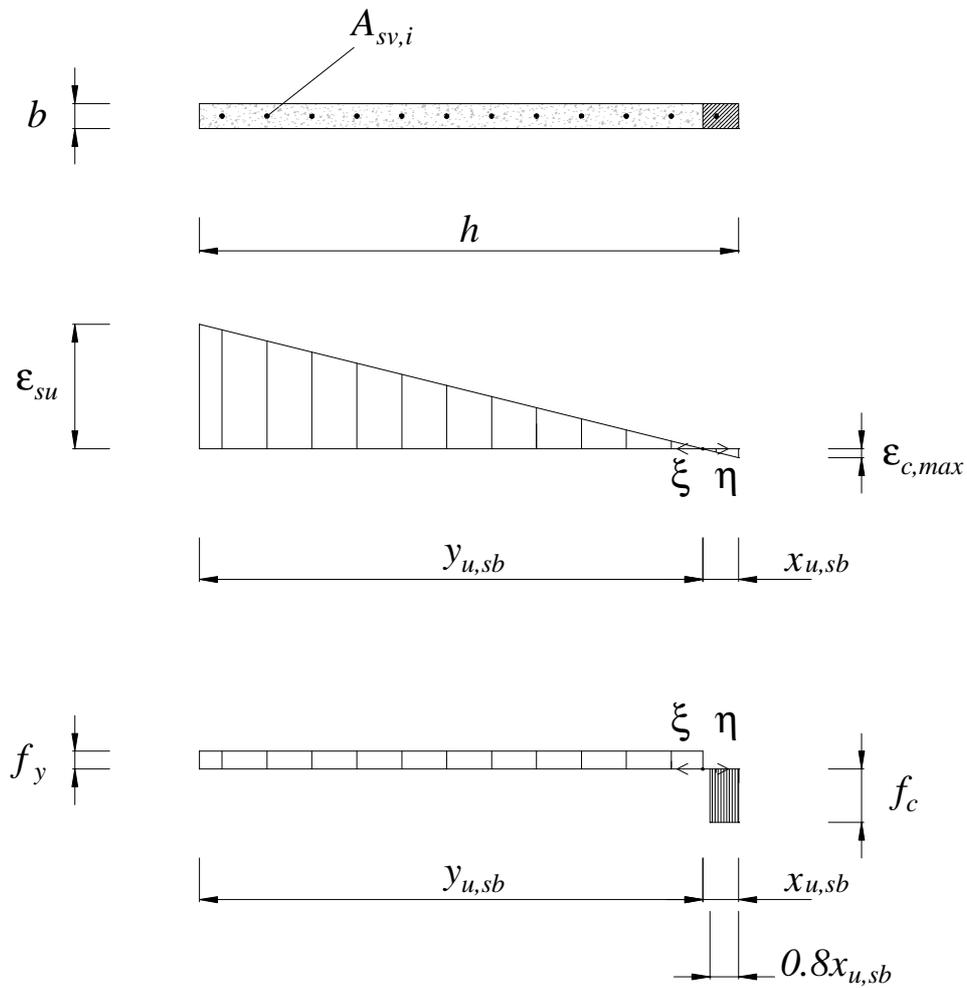


Figura A.4: Diagramma delle deformazioni  $\varepsilon$  e delle tensioni  $\sigma$  in condizioni ultime (a rottura) per una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da armatura diffusa, adottando per il calcestruzzo un legame costitutivo di tipo stress-block.

Adottando un legame costitutivo elasto-plastico di Prandtl per l'acciaio teso e supponendo snervate tutte le armature si ottiene la seguente distribuzione uniforme di tensioni di trazione:

$$\sigma_s(\xi) = f_y \text{ per } 0 \leq \xi \leq y_{u,sb} \quad (33)$$

**Adottando un legame costitutivo a stress-block per il calcestruzzo compresso** (vedi Figura A.4), si ottiene la seguente distribuzione uniforme di tensioni di compressione:

$$\sigma_c(\eta) = f_c \text{ per } 0 \leq \eta \leq x_{u, sb} = h - y_{u, sb} \quad (34)$$

Integrando le distribuzioni di tensione di trazione e di compressione si ottengono rispettivamente le risultanti di trazione e compressione agenti sulla sezione:

$$R_s = f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb} \quad (35)$$

$$R_c = f_c \cdot b \cdot 0.8x_{u, sb} = f_c \cdot b \cdot 0.8(h - y_{u, sb}) \quad (36)$$

L'equazione (32) di equilibrio alla traslazione lungo l'asse della sezione in c.a. in condizioni di rottura fornisce allora:

$$f_c \cdot b \cdot 0.8(h - y_{u, sb}) - f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb} = N \quad (37)$$

che si può riscrivere come:

$$\begin{aligned} f_c \cdot b \cdot 0.8h - f_c \cdot b \cdot 0.8y_{u, sb} - f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb} &= N \\ -f_c \cdot b \cdot 0.8y_{u, sb} - f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb} &= N - f_c \cdot b \cdot 0.8h \\ 0.8 \frac{y_{u, sb}}{h} + \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho \cdot \frac{y_{u, sb}}{h} &= 0.8 - \frac{N}{f_c b h} \\ \frac{y_{u, sb}}{h} \left( 0.8 + \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho \right) &= 0.8 - \frac{N}{f_c b h} \end{aligned} \quad (38)$$

che, risolta, fornisce:

$$\frac{y_{u, sb}}{h} = \frac{0.8 - \frac{N}{f_c b h}}{0.8 + \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho} \quad (39)$$

e quindi:

$$y_{u, sb} = \left( \frac{0.8 - \frac{N}{f_c b h}}{0.8 + \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho} \right) h \quad (40)$$

Introducendo poi lo sforzo normale adimensionalizzato (tasso di impegno per sforzo normale) come:

$$\nu = \frac{N}{f_c b h} \quad (41)$$

e la percentuale meccanica di armatura come:

$$\rho_m = \frac{f_y}{f_c} \cdot \rho = \frac{f_y}{f_c} \cdot \frac{A_s}{b h} \quad (42)$$

si ottiene:

$$\frac{y_{u, sb}}{h} = \frac{0.8 - \nu}{0.8 + \rho_m} = \frac{1 - 1.25 \cdot \nu}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \quad (43)$$

e quindi:

$$y_{u, sb} = \left( \frac{0.8 - \nu}{0.8 + \rho_m} \right) h = \left( \frac{1 - 1.25 \cdot \nu}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \right) h \quad (44)$$

Nel caso particolare di assenza di sforzo normale di compressione ( $N = 0$  e quindi  $\nu = 0$ , caso di flessione semplice), la (43) si semplifica nella seguente:

$$\frac{y_{u, sb}}{h} = \frac{0.8}{0.8 + \rho_m} = \frac{1}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \quad (45)$$

e quindi:

$$y_{u, sb} = \left( \frac{0.8}{0.8 + \rho_m} \right) h = \left( \frac{1}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \right) h \quad (46)$$

## **A.2 DETERMINAZIONE DELLE CURVATURE**

In questo paragrafo si presentano gli sviluppi analitici necessari per la determinazione delle curvature di una sezione rettangolare in c.c.a. caratterizzata da una distribuzione uniforme di barre di armatura (tutte dello stesso diametro ed equidistanti tra loro) lungo l'altezza  $h$  della sezione:

- **in condizioni di “primo snervamento”**, indicando, in tal caso, la curvatura con la notazione  $\phi_{y1}$  ;
- **in condizioni di “snervamento sostanziale”**, indicando, in tal caso, la curvatura con la notazione  $\phi_{ys}$  ;
- **in condizioni ultime (a rottura) adottando un legame costitutivo di tipo stress-block** per il calcestruzzo compresso, quando questo è molto sollecitato (campi 2b, 3 e 4), indicando, in tal caso, la curvatura con la notazione  $\phi_{u, sb}$  ;
- **in condizioni ultime (a rottura) adottando un legame costitutivo di tipo triangolare** per il calcestruzzo compresso, quando questo è ancora

sufficientemente riposato (campo 2a: deformazione massima del calcestruzzo  $\varepsilon_{c,\max} < \varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$ ), indicando, in tal caso, la curvatura con la notazione  $\phi_{u,tr}$ .

### **A.2.1 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_{y1}$ IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”**

Per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, risulta conveniente valutare la curvatura di “primo snervamento”  $\phi_{y1}$  con la espressione seguente (vedi figura A.2):

$$\phi_{y1} = \frac{\varepsilon_{sy}}{y_{y1}} \quad (47)$$

dove:

- $\varepsilon_{sy}$  si ottiene dai risultati delle prove sperimentali effettuate sulle barre di armatura utilizzate mediante la formula:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} \quad (48)$$

dove  $f_y$  ed  $E_s$  sono, rispettivamente, la tensione di snervamento ed il modulo elastico dell'acciaio considerato. Da notare che, per  $f_y$  ed  $E_s$ , in fase di progetto si possono utilizzare i valori di progetto (dotati di opportuni coefficienti parziali di sicurezza), mentre in fase di interpretazione di una prova sperimentale si possono utilizzare i valori medi dei materiali utilizzati nella prova;

- $y_{y1}$  è fornito dalla (14).

### **A.2.2 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_{ys}$ IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”**

Per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, risulta conveniente valutare la curvatura in condizioni di “snervamento sostanziale”  $\phi_{ys}$  con la espressione seguente (vedi figura A.3):

$$\phi_{ys} = \frac{\varepsilon_{sy}}{y_{ys} - \delta y} \quad (49)$$

dove:

- $\varepsilon_{sy}$  si ottiene dai risultati delle prove sperimentali effettuate sulle barre di armatura utilizzate mediante la formula:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} \quad (50)$$

dove  $f_y$  ed  $E_s$  sono, rispettivamente, la tensione di snervamento ed il modulo elastico dell'acciaio considerato. Da notare che, per  $f_y$  ed  $E_s$ , in fase di progetto si possono utilizzare i valori di progetto (dotati di opportuni coefficienti parziali di sicurezza), mentre in fase di interpretazione di una prova sperimentale si possono utilizzare i valori medi dei materiali utilizzati nella prova;

- $y_{ys}$  è fornito dalla (30);
- $\delta y$  si può ragionevolmente stimare utilizzando la (16).

### A.2.3 OSSERVAZIONI SULLE ESPRESSIONI PER LA DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA $\phi_u$ IN CONDIZIONI ULTIME

Per una sezione generica rettangolare di base  $b$  ed altezza  $h$  che presenta **rottura lato calcestruzzo**, la curvatura  $\phi_u$  può essere valutata con una qualsiasi delle due seguenti espressioni alternative:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{x_u} \quad (51)$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{s,\max} + \varepsilon_{cu}}{d} \quad (52)$$

mentre per una sezione generica rettangolare di base  $b$  ed altezza  $h$  che presenta **rottura lato acciaio**, la curvatura  $\phi_u$  può essere valutata con una qualsiasi delle due seguenti espressioni alternative:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{su}}{y_u} \quad (53)$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{c,\max}}{d} \quad (54)$$

dove:

- $\varepsilon_{cu}$  = deformazione ultima del calcestruzzo;
- $\varepsilon_{s,\max}$  = deformazione massima nell'acciaio delle armature nel momento in cui il calcestruzzo compresso raggiunge il suo valore di deformazione ultima;
- $\varepsilon_{su}$  = deformazione ultima dell'acciaio;
- $\varepsilon_{c,\max}$  = deformazione massima nella fibra più compressa di calcestruzzo nel momento in cui l'acciaio raggiunge il suo valore di deformazione ultima;

- $d$  = altezza utile della sezione (NB: definibile, in modo ragionevole, quando le armature sono sufficientemente concentrate in una porzione della sezione). Nel caso in cui le armature siano diffuse, si può ragionevolmente supporre che l'altezza utile coincida con l'altezza della sezione:  $d = h$ .

Dal momento che la maggior parte dei pannelli in c.a. va in crisi lato calcestruzzo, nella letteratura tecnica (Paulay & Priestley 1992 pag. 138) vengono presentate e discusse solo le due formule (51) e (52) e, di conseguenza, vengono forniti solamente i valori di  $\varepsilon_{cu}$ . Ad esempio, Paulay & Priestley (1992 pag. 406) suggeriscono di adottare il valore  $\varepsilon_{cu} = 4 \text{ ‰}$  (non molto dissimile dal valore di riferimento della maggior parte delle normative europee  $\varepsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$ ).

Per pannelli che invece presentano rottura lato acciaio, è necessario valutare la curvatura ultima mediante le formule (53) oppure (54). Per potere utilizzare quest'ultime formule, ed in particolare la formula (53), occorre conoscere i due parametri  $y_u$  ed  $\varepsilon_{su}$ :

- $y_u$  è stato determinato nei paragrafi precedenti sotto l'ipotesi di legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso;
- $\varepsilon_{su}$  sarà valutato come valore medio  $\varepsilon_{su,m}$  della deformazione ultima dell'acciaio della barra di armatura.

Paulay & Priestley (1992 pag. 406), per pannelli caratterizzati da una altezza pari a circa  $h \cong 240$  cm con crisi lato calcestruzzo, hanno riscontrato valori di curvatura ultima  $\phi_u$  che stavano nel range seguente:

$$\frac{0.045}{h} \leq \phi_u \leq \frac{0.076}{h}$$

**A.2.4 DETERMINAZIONE DELLA CURVATURA  $\phi_{u,SB}$  IN  
CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO  
DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO**

Adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso, specializzando la (12), si ha che la rotazione ultima  $\phi_{u,sb}$  vale:

$$\phi_{u,sb} = \frac{\varepsilon_{su,m}}{y_{u,sb}} \quad (55)$$

dove  $y_{u,sb}$  è fornito dalla:

$$y_{u,sb} = \left( \frac{0.8 - \nu}{0.8 + \rho_m} \right) h = \left( \frac{1 - 1.25 \cdot \nu}{1 + 1.25 \cdot \rho_m} \right) h \quad (56)$$

Il valore di  $\varepsilon_{su}$ , che va introdotto nelle formule (14) è quello corrispondente alla deformazione ultima che provoca la rottura della barra più esterna della sezione del pannello “ad armatura diffusa” (nei calcoli precedenti essa si è ipotizzata coincidente con la fibra più esterna di calcestruzzo teso e cioè si è trascurata la presenza del copri ferro). Si consideri quindi la barra più esterna (quella soggetta a deformazione più elevata).

In condizioni ultime (a rottura), la situazione del sistema “barra-calcestruzzo che la ricopre” si potrebbe schematizzare come segue:

- il calcestruzzo è fessurato in modo discreto ovvero sono presenti fessure regolari ad una prefissata distanza che identificano conci di calcestruzzo integri (di ampiezza  $a$ );
- non vale più la perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo in modo continuo per ogni sezione trasversale del pannello: lungo la maggior parte dello sviluppo longitudinale della barra si ha scorrimento (slip) tra i due materiali e questo scorrimento è variabile da sezione a sezione

raggiungendo il suo valore massimo in corrispondenza dell'apertura della fessura, mentre solo in alcuni punti (al centro dei conci di calcestruzzo integri) la perfetta aderenza si può considerare ancora valida in modo puntuale;

- nell'apertura della fessura, la barra di armatura è libera di deformarsi in modo indipendente dal calcestruzzo e quindi raggiunge il suo valore massimo  $\varepsilon_{su,max}$  di deformazione ultima;
- tra una fessura e l'altra, il concio di calcestruzzo è sufficientemente integro per poter vincolare alla perfetta aderenza la barra di armatura in corrispondenza del centro del concio, dove pertanto la barra di armatura assume un valore locale di deformazione pari al valore di deformazione massima a trazione (senza rottura) del calcestruzzo  $\varepsilon_{ct}$  ;
- si può poi ipotizzare che, nel tratto intermedio della barra di armatura compreso tra l'apertura della fessura ed il centro del concio di calcestruzzo integro, la deformazione della barra vari secondo una legge che può essere lineare, sinusoidale, esponenziale con cuspidi in corrispondenza del centro del concio, ...;
- si deduce allora che lungo la barra d'armatura la deformazione varia con una legge periodica.

Per queste ragioni, come deformazione ultima  $\varepsilon_{su}$ , bisogna considerare il valore medio  $\varepsilon_{su,m}$  della deformazione ultima dell'acciaio della barra di armatura più esterna.

Il valore medio  $\varepsilon_{su,m}$  può essere calcolato come la media dei valori assunti dalla deformazione della barra su una lunghezza di riferimento costituita da un singolo concio ed una singola fessura.

Si può scrivere, in generale, che:

$$\varepsilon_{su,m} = K \cdot \varepsilon_{su,max} \quad (57)$$

cioè dal prodotto del valore massimo  $\varepsilon_{su,max}$  della deformazione ultima (in corrispondenza dell'apertura della fessura) per un coefficiente riduttivo  $\kappa$  ("bond factor", fattore di aderenza) che dipende dallo specifico andamento della deformazione lungo lo sviluppo della barra, che, a sua volta, in generale dipende dal legame costitutivo dell'acciaio della barra (ed in particolare dallo strain hardening ratio del materiale), dal valore di  $\varepsilon_{su}$  raggiunto nella barra e dalla qualità dell'aderenza tra acciaio e calcestruzzo.

Il Bachmann propone la seguente formula per la stima del fattore di aderenza  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{su,m}}{\varepsilon_{su,max}} = \frac{2(1 + \varepsilon_{su,max}) \int_0^{a/2} \varepsilon_s(\zeta) d\zeta}{a \cdot \varepsilon_{su,max}} \quad (58)$$

(dove  $a$  è l'ampiezza del concio cioè la distanza tra due fessure, a meno dell'apertura della fessura) ed afferma che, in generale, può assumere valori compresi tra 0.1 ed 1.0:

$$\kappa = 0.1 \div 1.0$$

In buona sostanza, si può comunque ragionevolmente assumere:

$$\kappa \cong 0.4$$

e quindi:

$$\varepsilon_{su,m} \cong 0.4 \cdot \varepsilon_{su,max}$$

Per quanto riguarda poi specificatamente il valore massimo della deformazione ultima  $\varepsilon_{su,max}$ , in condizioni di carico ciclico (come può essere il caso di una prova ciclica pseudo-dinamica o il caso dell'azione sismica) si

può assumere (Strom 2005 pag. 154) il 50% del valore massimo  $\varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}}$  della deformazione ultima ottenuto da una prova di trazione monoassiale:

$$\varepsilon_{su, \text{max}} \cong 0.50 \cdot \varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}}$$

In definitiva, come deformazione ultima  $\varepsilon_{su}$ , non bisogna assumere il valore massimo ottenuto da una prova di trazione monoassiale  $\varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}}$  (ad esempio: = 22%), ma bisogna considerare il valore medio  $\varepsilon_{su, m}$ , fornito da:

$$\varepsilon_{su, m} = \kappa \cdot 0.50 \cdot \varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}} \quad (59)$$

(ad esempio:  $\varepsilon_{su, m} \cong 0.4 \cdot 0.50 \cdot 0.22 = 0.044 = 4.4\%$  ).

Si noti che, dalla (55), la curvatura ultima è funzione di  $\varepsilon_{su, m}$  :

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{su, m}}{y_u} \quad (60)$$

In virtù della (59) e dell'approssimazione  $y_u \cong 0.95h$  (desunta da esempi numerici), si può stimare la curvatura ultima come segue:

$$\phi_u = \frac{\kappa \cdot 0.50 \cdot \varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}}}{0.95h} \quad (61)$$

che, ad esempio, per  $\kappa \cong 0.4$  e per  $\varepsilon_{su, \text{prova di trazione monoassiale}} = 22\%$  conduce a:

$$\phi_u \cong \frac{0.4 \cdot 0.50 \cdot 0.22}{0.95h} = \frac{0.0463}{h} \quad (62)$$

Questo risultato è perfettamente in accordo con quanto trovato sperimentalmente da Paulay & Priestley (1992 pag. 406). Si veda a tal proposito che per pannelli caratterizzati da una altezza pari a circa  $h \cong 240$  cm con crisi lato calcestruzzo, hanno riscontrato valori di curvatura ultima  $\phi_u$  che stavano nel range seguente:

$$\frac{0.045}{h} \leq \phi_u \leq \frac{0.076}{h}$$

### **A.3 DETERMINAZIONE DEI MOMENTI FLETTENTI**

In questo paragrafo si presentano gli sviluppi analitici necessari per la determinazione, per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , dei valori di momento flettente  $M$ :

- **in condizioni di “primo snervamento”**, indicando, in tal caso, il momento flettente con la notazione  $M_{y1}$  ;
- **in condizioni di “snervamento sostanziale”**, indicando, in tal caso, il momento flettente con la notazione  $M_{ys}$  ;
- **in condizioni ultime (a rottura) adottando un legame costitutivo di tipo stress-block** per il calcestruzzo compresso, quando questo è molto sollecitato (campi 2b, 3 e 4), indicando, in tal caso, il momento flettente con la notazione  $M_{u, sb}$  ;

### **A.3.1 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE $M_{y1}$ IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”**

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento” fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{y1}$ , data dalla (14).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento”, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{y1} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c \quad (63)$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla figura A.2 e tenendo conto delle distribuzioni lineari di tensione date dalla (7) e dalla (8) si ha:

$$d_s = \frac{h}{2} - \frac{y_{y1}}{3} \quad (64)$$

$$d_c = \frac{h}{2} - \frac{x_{y1}}{3} = \frac{h}{2} - \frac{h - y_{y1}}{3} = \frac{h}{2} - \frac{h}{3} + \frac{y_{y1}}{3} = \frac{h}{6} + \frac{y_{y1}}{3} \quad (65)$$

dal momento che  $x_{y1} = h - y_{y1}$ .

Sostituendo la (9), la (10), la (64) e la (65) nella (63), si ottiene il valore di momento flettente in condizioni di “primo snervamento”:

$$M_{y1} = \left( \frac{\rho b y_{y1}}{2} f_y \right) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{y_{y1}}{3} \right) + \left( \frac{b(h - y_{y1})^2}{2 y_{y1}} \frac{f_y}{n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{y1}}{3} \right) \quad (66)$$

### **A.3.2 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE MYS IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”**

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “snervamento sostanziale” fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{ys}$ , data dalla (30).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni di “primo snervamento”, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{ys} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c \quad (67)$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla figura A.3 e tenendo conto delle distribuzioni di tensione date dalla (23) e dalla(24) si ha:

$$\begin{aligned}
d_s &= \left[ \frac{\int_0^{y_{ys}} \sigma_s(\xi) \xi dA_{sv}}{\int_0^{y_{ys}} \sigma_s(\xi) dA_{sv}} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{\int_0^{y_{ys}-\delta y} \frac{\xi^2}{y_{ys}-\delta y} f_y dA_{sv} + \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} f_y \xi dA_{sv}}{R_s} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{\int_0^{y_{ys}-\delta y} \frac{\xi^2}{y_{ys}-\delta y} f_y \rho b d\xi + \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} f_y \xi \rho b d\xi}{R_s} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{\frac{f_y \rho b}{y_{ys}-\delta y} \int_0^{y_{ys}-\delta y} \xi^2 d\xi + f_y \rho b \int_{y_{ys}-\delta y}^{y_{ys}} \xi d\xi}{R_s} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{\frac{f_y \rho b}{y_{ys}-\delta y} \frac{(y_{ys}-\delta y)^3}{3} + f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys}-\delta y)^2}{2} \right)}{R_s} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{f_y \rho b \frac{(y_{ys}-\delta y)^2}{3} + f_y \rho b \frac{y_{ys}^2}{2} - f_y \rho b \frac{(y_{ys}-\delta y)^2}{2}}{R_s} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] = \\
&= \left[ \frac{f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys}-\delta y)^2}{6} \right)}{\left( \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \right)} \right] - \left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right] \tag{68}
\end{aligned}$$

$$d_c = \frac{h}{2} - \frac{x_{ys}}{3} = \frac{h}{2} - \frac{h - y_{ys}}{3} = \frac{h}{2} - \frac{h}{3} + \frac{y_{ys}}{3} = \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \tag{69}$$

dal momento che  $x_{ys} = h - y_{ys}$ .

Sostituendo la (25), la (26), la (68) e la (69) nella (67), si ottiene il valore di momento flettente in condizioni di “snervamento sostanziale”:

$$M_{ys} = \left( \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \right) \cdot \left[ \frac{\left[ \frac{f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{6} \right)}{\left( \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \right)} \right]}{\left[ y_{ys} - \frac{h}{2} \right]} + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2 f_y}{2(y_{ys} - \delta y) n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right) \right] \quad (70)$$

che si semplifica come segue:

$$\begin{aligned} M_{ys} &= f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{6} \right) - \frac{f_y \rho b}{2} (y_{ys} + \delta y) \left( y_{ys} - \frac{h}{2} \right) + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2 f_y}{2(y_{ys} - \delta y) n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right) \\ M_{ys} &= f_y \rho b \left( \frac{y_{ys}^2}{2} - \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{6} \right) - \frac{f_y \rho b}{2} \left( y_{ys}^2 - \frac{h}{2} y_{ys} + \delta y \left( y_{ys} - \frac{h}{2} \right) \right) + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2 f_y}{2(y_{ys} - \delta y) n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right) \\ M_{ys} &= \frac{f_y \rho b}{2} \left( \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{3} \right) + \frac{f_y \rho b}{2} \left( + \frac{h}{2} y_{ys} - \delta y \left( y_{ys} - \frac{h}{2} \right) \right) + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2 f_y}{2(y_{ys} - \delta y) n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right) \\ M_{ys} &= \frac{f_y \rho b}{2} \left( \frac{h}{2} y_{ys} - \frac{(y_{ys} - \delta y)^2}{3} - \delta y \cdot \left( y_{ys} - \frac{h}{2} \right) \right) + \left( \frac{b(h - y_{ys})^2 f_y}{2(y_{ys} - \delta y) n} \right) \cdot \left( \frac{h}{6} + \frac{y_{ys}}{3} \right) \end{aligned} \quad (71)$$

### **A.3.3 DETERMINAZIONE DEL MOMENTO FLETTENTE $M_{u,SB}$ IN CONDIZIONI ULTIME ADOTTANDO UN LEGAME COSTITUTIVO DI TIPO STRESS-BLOCK PER IL CALCESTRUZZO COMPRESSO**

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$ , per una sezione in c.c.a. rettangolare  $b \times h$  caratterizzata da armatura diffusa, l'equazione di equilibrio alla traslazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni ultime adottando un legame costitutivo di tipo stress-block per il calcestruzzo compresso (e quindi per una rottura nei campi 2b, 3, 4) fornisce la posizione dell'asse neutro  $y_{u,sb}$ , data dalla (44).

L'equazione di equilibrio alla rotazione delle risultanti agenti sulla sezione in condizioni ultime, calcolata, ad esempio con riferimento al baricentro geometrico della sezione (così scompare lo sforzo normale  $N$  nella scrittura dell'equilibrio), fornisce:

$$M_{u,sb} = R_s \cdot d_s + R_c \cdot d_c \quad (72)$$

dove  $d_s$  e  $d_c$  rappresentano, rispettivamente, le distanze (bracci) dei punti di applicazione della risultante delle trazioni e della risultante delle compressioni dal baricentro della sezione.

Con riferimento alla figura A.3 e tenendo conto delle distribuzioni di tensione date dalla (33) e dalla (34) si ha:

$$d_s = \frac{h}{2} - \frac{y_{u,sb}}{2} \quad (73)$$

$$d_c = \frac{h}{2} - 0.4x_{u,sb} = \frac{h}{2} - 0.4(h - y_{u,sb}) = 0.1h + 0.4y_{u,sb} \quad (74)$$

dal momento che  $x_{u,sb} = h - y_{u,sb}$ .

Sostituendo la (35), la (36), la (73) e la (74) nella (72), si ottiene il valore di momento flettente in condizioni di “primo snervamento”:

$$M_{u, sb} = (f_y \cdot \rho \cdot b \cdot y_{u, sb}) \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{y_{u, sb}}{2} \right) + (f_c \cdot b \cdot 0.8(h - y_{u, sb})) \cdot (0.1h + 0.4y_{u, sb}) \quad (75)$$

Questa formula è utilizzabile quando la rottura avviene nei campi 2b, 3 e 4.

#### **A.4 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO**

Il comportamento a taglio è modellato con un diagramma rigido-plastico in cui il taglio ultimo  $V_{Rd}$  è ottenuto come il minimo tra il fallimento per rottura diagonale  $V_{Rsd}$  e il fallimento per scorrimento  $V_{Rcd}$ .

Al punto 4.1.2.1.3.2 *Elementi con armature trasversali resistenti al taglio* delle N.T.C. 2008 si legge:

*La resistenza a taglio  $V_{Rd}$  di elementi strutturali dotati di specifica armatura a taglio deve essere valutata sulla base di una adeguata schematizzazione a traliccio. Gli elementi resistenti dell'ideale traliccio sono: le armature trasversali, le armature longitudinali, il corrente compresso di calcestruzzo e i puntoni d'anima inclinati. L'inclinazione  $\theta$  dei puntoni di calcestruzzo rispetto all'asse della trave deve rispettare i limiti seguenti:*

$$1 \leq \text{ctg } \theta \leq 2,5$$

*La verifica di resistenza (SLU) si pone con:*

$$V_{Rd} \geq V_{Ed}$$

*dove  $V_{Ed}$  è il valore di calcolo dello sforzo di taglio agente.*

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a “taglio trazione” si calcola con:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen} \alpha \quad (76)$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a “taglio compressione” si calcola con:

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot \frac{f_{cd}}{2} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) / (1 + \cotg \theta^2) \quad (77)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore tra (76) e (77):

$$V_{Rd} = \min (V_{Rsd}, V_{Rcd})$$

#### **A.4.1 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO”**

Questo valore coinciderà esattamente con il minimo tra  $V_{Rsd}$  e  $V_{Rcd}$  e verrà chiamato  $V_{Rd}$ .

#### **A.4.2 DETERMINAZIONE DELLA FORZA DI TAGLIO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE”**

In letteratura non esistono indicazioni specifiche su come calcolare questo valore; si decide quindi, per il caso in questione, di prendere un numero pari a:

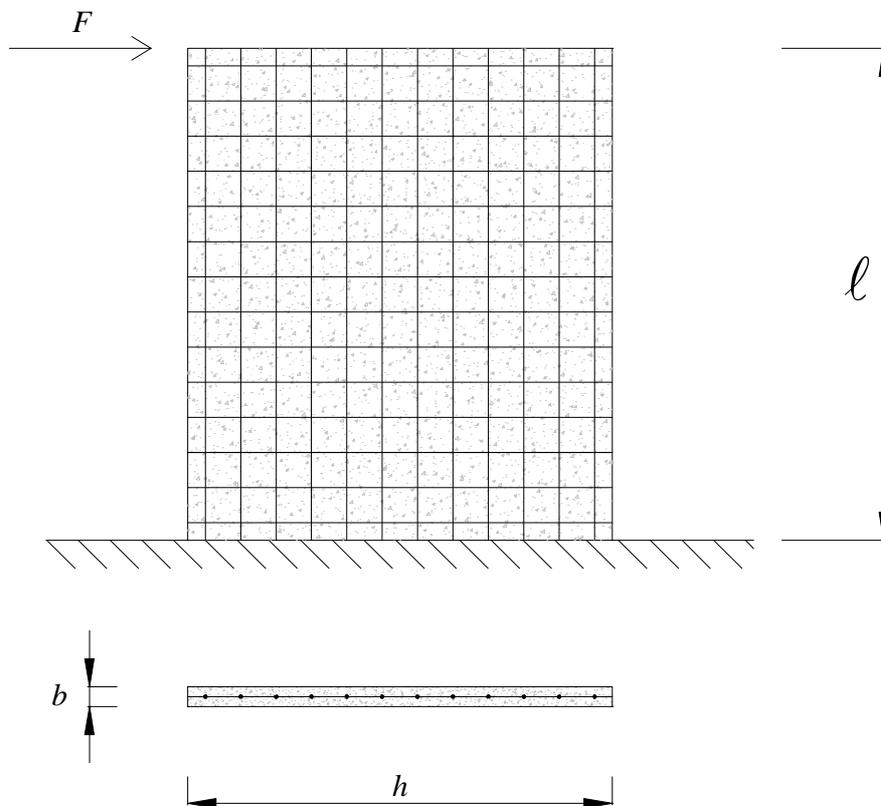
$$V_{Ru} = V_{Rd} + 5\% V_{Rd}$$

Essendo infatti la rottura a taglio una rottura di tipo fragile non avrebbe senso

avere un ramo oltre al punto di snervamento se non fosse che per i programmi di calcolo come SAP 2000 questo valore è necessario per motivi di analisi matriciale interna.

### **A.5 DETERMINAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI**

Per ognuno dei due valori di taglio che sono stati determinati,  $V_{Rd}$  e  $V_{Ru}$ , è necessario avere altrettanti punti che corrispondano al relativo spostamento.



*Figura A.5: Pannello in c.c.a. di altezza  $\ell$  e di sezione rettangolare  $b \times h$  soggetto ad una forza concentrata orizzontale  $F$  in corrispondenza della sommità.*

Si adotta uno schema statico di mensola verticale di lunghezza  $\ell$  caricata da una forza concentrata orizzontale  $F$  applicata in corrispondenza della estremità libera.

Per un fissato valore di sforzo normale  $N$  verranno calcolati gli spostamenti dei maschi mentre per un valore di  $N=0$  saranno calcolati gli spostamenti delle fasce murarie.

#### **A.5.1 DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “PRIMO SNERVAMENTO” $\delta_{Y1}$**

Lo spostamento in condizioni di primo snervamento viene misurato come:

$$\delta_{y1} = \frac{F \cdot l}{G \cdot A'} \quad (78)$$

dove:

$F$  coincide con  $V_{Rd}$  ossia il minimo tra  $V_{Rsd}$  e  $V_{Rcd}$ ;

$l$  è l'altezza dell'elemento murario preso in considerazione depurata dei tratti rigidi;

$G$  è modulo di elasticità tagliante;

$A'$  è l'area a taglio.

#### **A.5.2 DETERMINAZIONE DELLO SPOSTAMENTO IN CONDIZIONI DI “SNERVAMENTO SOSTANZIALE” $\delta_{YS}$**

Lo spostamento associato al taglio ultimo è un valore assolutamente fittizio inquanto non si considera duttilità nella rottura a taglio. Questo valore è tuttavia necessario per permettere al programma di calcolo SAP 2000 di funzionare correttamente.

Si considera quindi che lo spostamento ultimo  $\delta_{ys}$  sia pari a 100 volte lo spostamento  $\delta_{y1}$

## **A.6 CALCOLO DELLA LUNGHEZZA DELLE CERNIERE PLASTICHE**

L'ultimo dato che resta da calcolare prima di procedere all'inserimento dei diagrammi momento-curvatura e forza-spostamento, che rappresentano il comportamento delle cerniere plastiche nel programma di calcolo SAP 2000 è la lunghezza delle cerniere stesse.

Secondo Paulay e Priestley questo valore è pari a :

$$l_p = 0,08 l + 0,022 d_p f_y \quad (79)$$

dove:

$l$  è la lunghezza dell'elemento murario;

$d_p$  è il diametro delle barre;

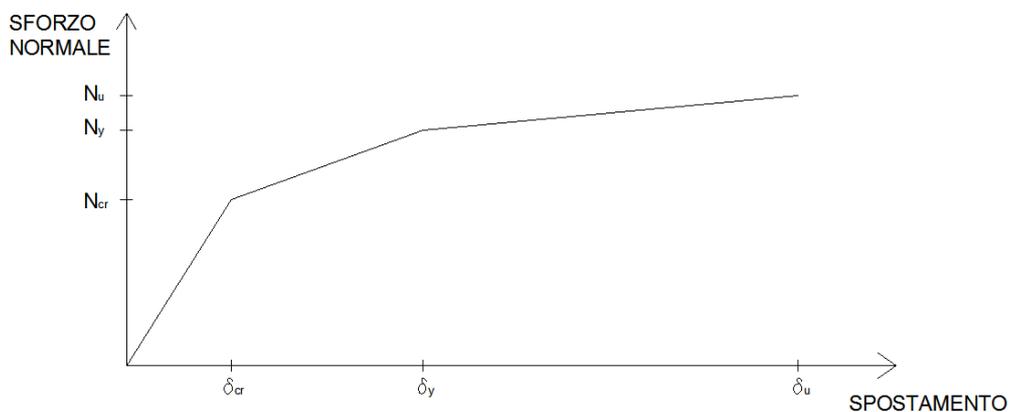
$f_y$  è la resistenza media del calcestruzzo.

## APPENDICE B

# CALCOLO DELLE CERNIERE ASSIALI

Quello che si vuole costruire è un diagramma sforzo normale – spostamento che rappresenti le cerniere plastiche assiali da disporre sui maschi murari delle due pareti corte.

Il risultati, per ogni elemento dovrà del tipo rappresentato in figura B.1:



*Figura B.1: Diagramma tipo per cerniere plastiche assiali*

Si devono calcolare i 3 elementi di sforzo e i 3 di deformazione a partire da considerazioni sulla sezione del maschio murario avente spessore  $b=8\text{cm}$  e lunghezza  $h$  pari alla larghezza del maschio murario che varia dai 100 cm dei maschi murari 1 e 7, ai 250 cm dei maschi 2 e 6.

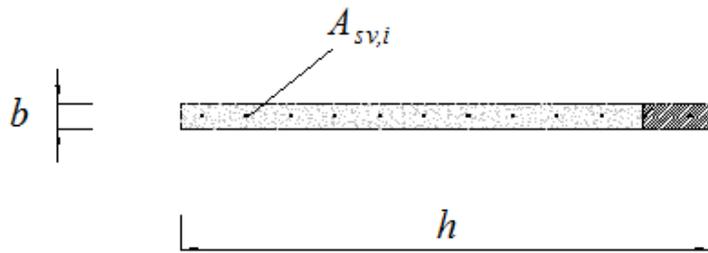


Figura B.2: Sezione del maschio murario

- Si calcoli quindi  $N_{cr}$  sforzo normale critico come:

$$N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{ci} = f_{ctm} \cdot (b \cdot h + n \cdot A_s + n \cdot A_{catena} \cdot 2) \cdot \frac{1}{2}$$

dove:  $f_{ctm}$  è pari a  $30 \text{ kg/cm}^2$

$n = E_s/E_c = 7$  ossia il rapporto il modulo elastico dell'acciaio ( $210\,000 \text{ kg/cm}^2$ ) diviso il modulo elastico del calcestruzzo ( $30\,000 \text{ kg/cm}^2$ )

Ed il relativo spostamento critico come:

$$\delta_{cr} = \frac{N_{cr} \cdot l}{\frac{1}{2} \cdot E_c \cdot A_{ci}} = \frac{N_{cr} \cdot l}{\frac{1}{2} \cdot (E_c \cdot b \cdot h + E_s \cdot A_s + n \cdot A_{catena} \cdot 2)}$$

dove:  $l$  è l'altezza di intepiano

$A_{catena}$  è la dimensione, circa  $2 \text{ cm}^2$ , delle 2 catene previste al limite laterale di ogni pannello.

- Lo sforzo normale  $N_y$  viene calcolato come:

$$N_y = f_y \cdot (A_s + 2 \cdot A_{catena}) = \frac{1}{2} f_y \cdot (\rho \cdot b \cdot h + 2 \cdot A_{catena})$$

dove:  $\rho$  è l'area di acciaio omogeneizzata sulla sezione di calcestruzzo

$$\rho = A_s / b \cdot h$$

Ed il relativo spostamento  $\delta_y$  è uguale a:

$$\delta_y = \frac{N_y \cdot l}{\frac{1}{2} \cdot E_s \cdot (A_s + 2 \cdot A_{catena})}$$

- Lo sforzo normale ultimo  $N_u$  sarà  $N_y + 1\%$ :

$$N_u = N_y + 0,01 N_y$$

Allo stesso modo anche lo spostamento ultimo sarà dato dallo spostamento  $\delta_y$  aumentato di un 20%:

$$\delta_u = \delta_y + 0,2 \delta_y$$



# BIBLIOGRAFIA

- [1] TOMAŽEVIC, M., “*The computer program POR*”, Report ZRMK, 1978 (in Sloveno).
- [2] DOLCE, M., “*Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti*”, Corso sul consolidamento degli edifici in muratura in zona sismica, Ordine degli Ingegneri, Potenza, 1989.
- [3] TOMAŽEVIC, M., WEISS, P., “*A rational, experimentally based method for the verification of earthquake resistance of masonry buildings*”, Proc. of the 4th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Palm Springs, Vol. 2, 1990, pp. 349 - 359.
- [4] MAGENES, G., “*Considerazioni sulla modellazione della risposta di elementi murari di parete ad azioni nel piano*”.
- [5] MAGENES, G., “*Descrizione del metodo SAM e prime applicazioni*”.
- [6] MAGENES, G.; BRAGGIO, C., “*Applicazione del metodo SAM al caso dell’edificio sito in via Martoglio a Catania*”.
- [7] VINCIGUERRA, M. M., “*Progettazione di una struttura in c.c.a. gettato in opera a pareti portanti di tipo sandwich da testare su tavola vibrante*”. Tesi di Laurea. Università di Bologna. 2010
- [8] NANETTI, D., “*Analisi multilivello si strutture in muratura*”. Tesi di laurea. Università di Bologna. 2009
- [9] TROMBETTI, T.; DALLAVALLE, G.; GASPARINI, G.; MALAVOLTA, D.; SILVESTRI, S.; “*Valutazione teorica delle proprietà strutturali di pannelli in c.a. soggetti ad azione sismica*”. Università di Bologna. 2000

- [10] SABATINO, R.; RIZZANO, G.; “*A simplified approach for the seismic analysis of masonry structures*”. Department of Civil Engineering – University of Salerno
- [11] PAULAY, T., PRIESTLEY, M.J.N.; “*Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*”, John Wiley & Sons, New York, 1992.
- [12 ] EUCENTRE DI PAVIA: *Risultati delle prove dinamiche*, Pavia, 2011
- [ 13] IL MINISTRO DELLE INFRASTRUTTURE; IL MINISTRO DELL'INTERNO; IL CAPO DEL DIPARTIMENTO DELLA PROTEZIONE CIVILE; “*Norme Tecniche per le Costruzioni*” , 2008.
- [14 ] SAP 2000