

ALMA MATER STUDIORUM  
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA  
CAMPUS DI CESENA

---

SCUOLA DI INGEGNERIA  
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica

**SIMULAZIONE E ANALISI  
STATISTICA DI SEGNALI  
Elettromiografici**

Elaborato in:  
Elaborazione dei segnali

**Laureando:  
Mattia Bazzi**

**Relatore:  
Chiar.mo Prof. Ing.  
Marco Chiani**

**Sessione II  
Anno Accademico 2023-2024**



Parole chiave

Electromyography

Probability density function

Filling factor

Hand gestures

Cumulative density function



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione teorica</b>	<b>5</b>
1.1	Stato dell'arte in elettromiografia . . . . .	5
1.1.1	Formazione del segnale EMG . . . . .	6
1.1.2	Scopo dell'elaborato e dell'esperimento . . . . .	8
1.2	Nozioni di statistica utili . . . . .	8
1.2.1	Variabile aleatoria . . . . .	8
1.2.2	Funzione di distribuzione cumulativa . . . . .	8
1.2.3	Funzione di densità di probabilità . . . . .	9
1.2.4	Funzioni di variabili aleatorie . . . . .	9
1.2.5	Teorema del limite centrale . . . . .	10
1.2.6	Somma di variabili aleatorie . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Simulazione del segnale EMG</b>	<b>13</b>
2.1	Modello convoluzionale . . . . .	13
2.1.1	Analisi della singola unità motoria . . . . .	13
2.1.2	Pattern di interferenza . . . . .	17
2.2	Derivazione della PDF e della CDF . . . . .	19
2.2.1	PDF sul MUP . . . . .	19
2.2.2	PDF sul treno di MUP . . . . .	21
2.2.3	PDF sul pattern di interferenza . . . . .	22
2.3	Filling factor . . . . .	27
2.3.1	Distribuzione gaussiana e distribuzione laplaciana . . . . .	27
2.3.2	Descrizione e calcolo dei filling factor più comuni . . . . .	28
2.4	Analisi della forma di PDF e CDF con grafici e FF . . . . .	30
2.5	Stima della somiglianza dei grafici di PDF e CDF . . . . .	33
2.6	Conclusioni del capitolo . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Analisi dei dati reali</b>	<b>41</b>
3.1	Provenienza, preprocessing, plot . . . . .	41
3.2	Idea di partenza . . . . .	45
3.3	Analisi svolte e risultati . . . . .	45

3.3.1	Dati a riposo . . . . .	45
3.3.2	Movimenti di flessione ed estensione . . . . .	48
3.3.3	Movimenti di deviazione radiale e ulnare . . . . .	50
3.4	Variabilità del dataset . . . . .	51
3.4.1	Variabilità intersoggetto . . . . .	51
3.4.2	Variabilità intrasoggetto . . . . .	52
3.5	Analisi in tempo frequenza . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Discussione e conclusioni</b>	<b>61</b>
4.1	Riflessione sulle forme ottenute . . . . .	61
4.2	Discussione finale . . . . .	62
4.3	Conclusioni dell'elaborato . . . . .	63

# Capitolo 1

## Introduzione teorica

Questo capitolo cita le fonti [3] e [4].

### 1.1 Stato dell'arte in elettromiografia

L'elettromiografia (EMG) è una procedura diagnostica utilizzata in medicina per valutare l'attività elettrica dei muscoli e dei nervi. È parte integrante di molte applicazioni biomediche e sanitarie, ed è utilizzata come un metodo per monitorare i progressi della riabilitazione e identificare le malattie che influenzano i modelli di attivazione muscolare. Recentemente, grazie allo sviluppo della tecnologia, le tecniche di estrazione del segnale EMG si stanno evolvendo a un passo molto rapido, con una economizzazione e un aumento di qualità del segnale. EMG è la sovrapposizione del potenziale di azione di unità motoria (chiamato MUAP, *motor unit action potential*) nelle fibre muscolari. Rileva il collegamento tra il sistema muscolo-scheletrico e quello neurologico del soggetto. Questi segnali sono stati usati per diagnosi di sindromi quali il Parkinson's e di infarti, e per studiare la stadiazione della riabilitazione di pazienti che hanno subito infortuni. Inoltre, recentemente, si stanno studiando modalità di utilizzo sempre più innovative. I due principali obiettivi nella rilevazione del segnale sono un alto rapporto segnale rumore e una alta ripetibilità. Grazie al recente sviluppo nella scienza dei materiali, gli elettrodi EMG avanzati possono offrire vantaggi come l'elevata flessibilità e la qualità del segnale EMG. In aggiunta, molti algoritmi basati sul machine learning migliorano l'accuratezza delle interpretazioni ancora di più. Vengono proposti anche metodi di analisi basati sul deep learning.

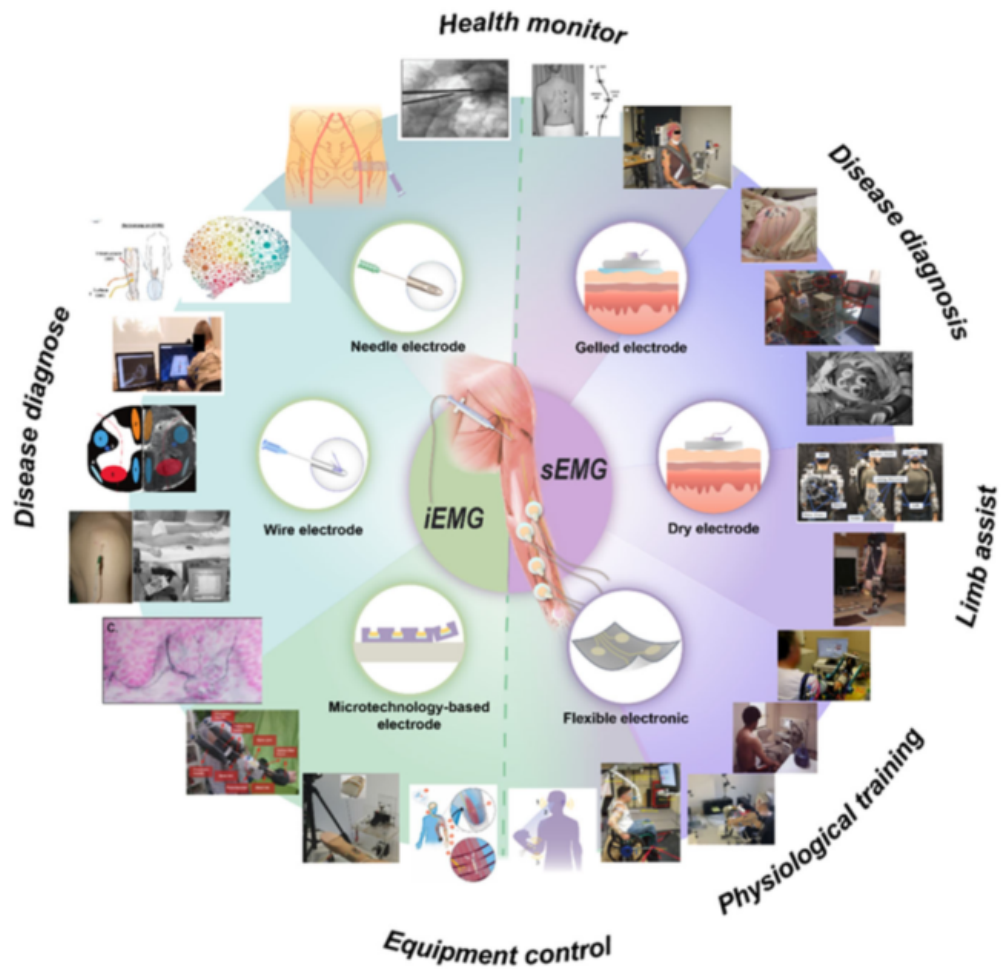


Figura 1.1: utilizzo dell'EMG nei vari settori

### 1.1.1 Formazione del segnale EMG

Il muscolo umano medio contiene svariate quantità di unità motorie, che consistono di motoneuroni e cellule muscolari. Durante l'attivazione, la densità degli ioni interni ed esterni alla cellula cambia, e di conseguenza si ha una fluttuazione del potenziale di membrana.



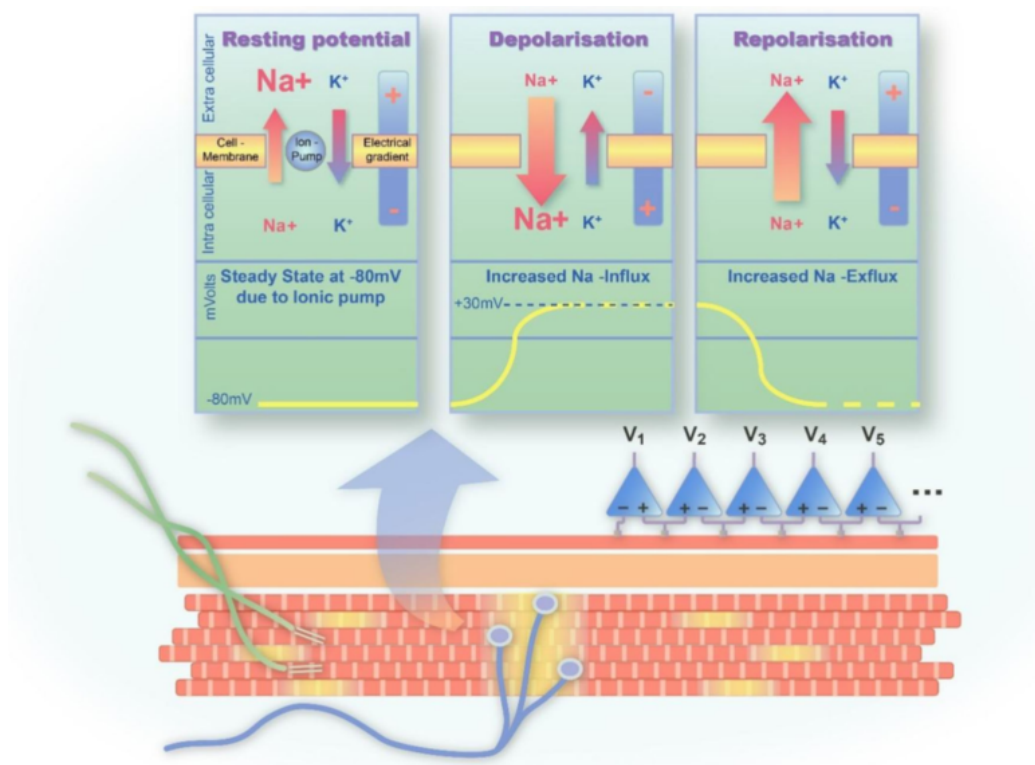


Figura 1.2: Meccanismo di formazione del potenziale d'azione

Come si vede in figura 1.2, il ciclo di attivazione si compone di tre stadi:

- il potenziale a riposo, che rimane stabilmente sui -80 mv circa, dovuto soprattutto al gradiente elettrico del potassio;
- la depolarizzazione, che causa un forte ingresso di sodio e una fuoriuscita di potassio, che causa una variazione di potenziale fino ai 100 mv;
- la ripolarizzazione, momento in cui la pompa ionica ripristina la cellula allo stato originale, preparando la cellula muscolare a un nuovo ciclo.

Nel processo di attivazione, le cellule muscolari lungo la conduzione del nervo sono stimulate in sequenza, creando la sovrapposizione elettrica del segnale, e un segnale con contenuto compreso tra 10 e 450 hz circa e di intensità contenuta tra 0.01 e 10 mv, a causa della riduzione dovuta agli strati ad alta impedenza tra la sorgente e l'elettrodo.

### 1.1.2 Scopo dell'elaborato e dell'esperimento

L'obiettivo di questo elaborato è quello di verificare, attraverso una simulazione sperimentale e attraverso l'analisi di dati reali, le osservazioni e analisi più innovative e attuali riguardanti il segnale elettromiografico. Gli articoli teorici che sono di riferimento nella simulazione, che si possono trovare in bibliografia, sono molto recenti e investigano nuovi metodi di analisi del segnale EMG, al fine di ottenere dati validi e significativi in diagnostica e trattamento. L'elaborato si pone quindi lo scopo di investigare il metodo utilizzato dagli studiosi, sia in una simulazione del segnale, sia durante una analisi di dati reali.

## 1.2 Nozioni di statistica utili

In questa sezione dell'elaborato vengono descritte brevemente le principali nozioni utili alla comprensione dei capitoli successivi.

### 1.2.1 Variabile aleatoria

Una *variabile aleatoria* è una funzione che assegna un valore numerico ad ogni possibile risultato di un esperimento casuale. Formalmente, sia  $X$  una variabile aleatoria definita su uno spazio campione  $\Omega$  con una funzione di probabilità  $P$ . La variabile aleatoria  $X$  mappa gli eventi dell'evento di risultato a numeri reali.

Le variabili aleatorie possono essere categorizzate come discrete o continue.

- Una variabile aleatoria discreta può assumere solo un numero finito o infinito numerabile di valori.
- Una variabile aleatoria continua può assumere un numero infinito non numerabile di valori in un intervallo specificato. Ad esempio, l'altezza di una persona è una variabile aleatoria continua.

### 1.2.2 Funzione di distribuzione cumulativa

La funzione di distribuzione cumulativa (CDF) della variabile casuale continua  $X$  è definita come la probabilità che  $X$  assuma un valore minore o uguale a un certo valore  $x$ . Essa è rappresentata da:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \tag{1.1}$$

In altre parole, la CDF fornisce la probabilità che la variabile casuale assuma un valore minore o uguale a  $x$ .

Le proprietà della funzione di distribuzione cumulativa includono:

- Non decrescente:  $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$  se  $x_1 \leq x_2$ .
- Limitata:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F_X(x) = 1$ .
- $F_X(x)$  è continua a destra in ogni punto.
- $P(X = a) = F_X(a^+) - F_X(a^-)$ : questa proprietà è particolarmente utile nel caso si abbia a che fare con distribuzioni che presentano anche una  $\delta$  di Dirac.
- $P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$

### 1.2.3 Funzione di densità di probabilità

La funzione densità di probabilità (PDF) della variabile casuale continua  $X$  è una funzione  $f_X(x)$  che fornisce la densità di probabilità che  $X$  assuma un certo valore  $x$ . Essa soddisfa le seguenti proprietà:

- $f(x) \geq 0$  per ogni  $x$ .
- L'area sotto la curva della PDF su tutto il dominio è uguale a 1, cioè  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ .
- La probabilità che  $X$  cada in un intervallo  $[a, b]$  è data dall'integrale della PDF su quell'intervallo, cioè  $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$ .

### 1.2.4 Funzioni di variabili aleatorie

Supponendo di avere una variabile casuale  $X$  con una distribuzione di probabilità descritta dalla sua funzione densità di probabilità (PDF)  $f_X(x)$ , si può definire una nuova variabile casuale  $Y$  come una funzione di  $X$ , ad esempio  $Y = g(X)$ , dove  $g(\cdot)$  è una funzione. La funzione densità di probabilità (PDF) di  $Y$ ,  $f_Y(y)$ , può essere trovata tramite la trasformazione di variabile aleatoria.

Se  $Y = g(X)$ , allora la PDF di  $Y$  è data da:

$$f_Y(y) = \frac{f_X(g^{-1}(y))}{|g'(g^{-1}(y))|}$$

dove:

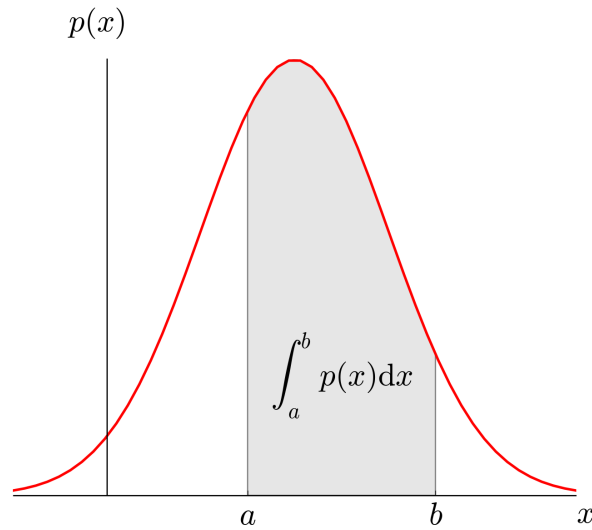


Figura 1.3: PDF gaussiana

- $g^{-1}(\cdot)$  è la funzione inversa di  $g(\cdot)$ .
- $g'(\cdot)$  è la derivata di  $g(\cdot)$ .

Questa formula può essere utilizzata per trovare la PDF di  $Y$  quando è possibile esprimere  $Y$  come una funzione di  $X$  e  $X$  ha una PDF nota.

### 1.2.5 Teorema del limite centrale

Il teorema del limite centrale afferma che, date  $n$  variabili aleatorie indipendenti  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , ognuna con valor medio  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  e con deviazione standard  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ , la distribuzione della seguente variabile aleatoria:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (1.2)$$

Tende, al crescere di  $n$ , a una gaussiana con valor medio 0 e varianza 1.

Invece, se considero  $n$  variabili aleatorie indipendenti caratterizzate dalla stessa media e dalla stessa varianza, ottengo che la seguente variabile aleatoria:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.3)$$

Tende, al crescere di  $n$ , a una gaussiana con valor medio  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ .

Da questo teorema deriva l'importanza della distribuzione gaussiana, in quanto la sovrapposizione di molti fenomeni elementari indipendenti tra loro fa tendere le distribuzioni a una gaussiana complessiva.

### 1.2.6 Somma di variabili aleatorie

La PDF complessiva della somma di due o più variabili aleatorie indipendenti è il risultato della convoluzione delle loro rispettive funzioni densità di probabilità (PDF).

Sia  $X$  una variabile aleatoria con PDF  $f_X(x)$ , e sia  $Y$  un'altra variabile aleatoria con PDF  $f_Y(y)$ . Se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti, allora la PDF della loro somma  $Z = X + Y$  è data dalla convoluzione delle loro PDF:

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z - x) dx \quad (1.4)$$

Questo risultato si estende a più di due variabili aleatorie. Se abbiamo  $n$  variabili aleatorie indipendenti  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , la PDF della loro somma  $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  è data da:

$$f_Z(z) = f_{X_1} * f_{X_2} * \dots * f_{X_n} \quad (1.5)$$



# Capitolo 2

## Simulazione del segnale EMG

Questo capitolo cita la fonte [6].

In questo capitolo viene presentata la simulazione del modello elettromiografico.

La simulazione è stata eseguita sul Software MatLab 2023a. La modellizzazione del segnale risulta in accordo con quanto proposto dall'articolo [6]. Il capitolo conterrà il contenuto in accordo con l'articolo e una sua estensione attraverso analisi in MatLab. Oltre a ciò, verranno fatte aggiunte e riflessioni coerenti con il contesto.

### 2.1 Modello convoluzionale

#### 2.1.1 Analisi della singola unità motoria

La modellizzazione del segnale EMG attraverso un modello convoluzionale è spesso utilizzata in quanto efficace e affidabile. In questo modello, si descrive un pattern di attivazioni dell'unità motoria attraverso un modello a treno di impulsi di Dirac:

$$f_i(t) = \sum_{i=1}^{K_i} \delta(t - t_{ik}) \quad (2.1)$$

Dove  $K_i$  rappresenta il numero di spari per ogni unità motoria nell'intervallo di tempo considerato,  $t_{ik}$  gli istanti di sparo. Il numero di impulsi al secondo (la *frequenza di sparo*) è modellizzabile in maniera gaussiana e casuale attorno a una media  $\mu$  e una deviazione standard  $\sigma$ :

$$\tau_{ik} = t_{ik+1} - t_{ik} \sim N(\mu_{\tau_i}, \sigma_{\tau_i}) \quad (2.2)$$

Ovvero, il tempo di attesa tra uno sparo e quello successivo è una variabile aleatoria con distribuzione di probabilità gaussiana attorno a una media. Per la simulazione si è deciso di utilizzare un pattern a 4 Hz (ovvero 4 spari al secondo) con una deviazione standard di 100 ms.

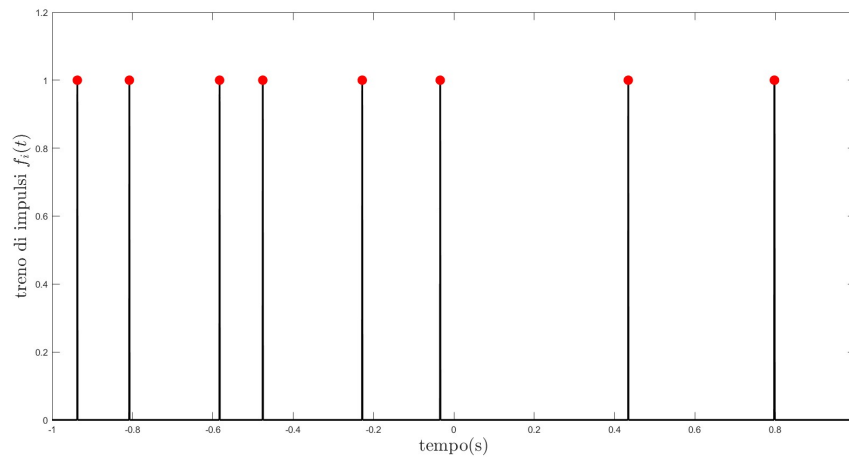


Figura 2.1: Firing pattern: in media si notano i circa 250 ms di attesa, ma la deviazione standard è elevata

In figura 2.1, possiamo osservare un esempio di attivazione (il *firing pattern*) di una unità motoria singola, dove si evidenzia un andamento ritmico ma non esatto dell'attivazione.

In quanto si sta trattando il modello convoluzionale, questa funzione viene fatta convolvere con la funzione  $p_i$  che indica il modello utilizzato di attivazione di singola unità motoria (potenziale di unità motoria), e come vedremo può essere sinusoidale o triangolare.

$$x_i(t) = p_i(t) * f_i(t) = \sum_{k=i}^{K_i} p_i(t - t_{ik}) \quad (2.3)$$

La funzione  $p_i$  è il cosiddetto MUAP o MUP (motor unit action potential) e indica, appunto, il potenziale d'azione della singola unità motoria.



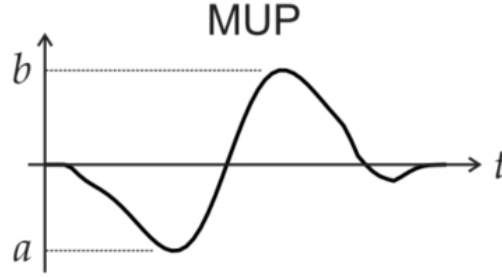


Figura 2.2:  $p_i$ , potenziale di azione dell'unità motoria. Da notare la leggera asimmetria nel potenziale ( $b \neq a$ ), che verrà però trascurata nella simulazione del segnale.

Sperimentalmente si è scoperto che il potenziale d'azione dell'unità motoria presenta la forma in figura 2.2. Di conseguenza, le due approssimazioni più comunemente utilizzate per schematizzare quest'onda sono quella a impulso sinusoidale o a impulso triangolare. Tra le due, risulta la più simile la prima, ma per semplicità si utilizza, talvolta, anche la seconda. La durata dell'onda è stimata essere attorno ai 20 ms. La descrizione analitica della funzione triangolare è la seguente:

$$p_i(t) = a_i \left[ \Lambda \left( \frac{t - \frac{d_i}{4}}{\frac{d_i}{4}} \right) - \Lambda \left( \frac{t + \frac{d_i}{4}}{\frac{d_i}{4}} \right) \right] \quad (2.4)$$

Dove  $\Lambda$  rappresenta la funzione triangolare,  $a_i$  l'ampiezza dell'onda e  $d_i$  la durata dell'impulso. Per quanto riguarda invece la descrizione analitica del modello sinusoidale:

$$p_i(t) = a_i \sin \left( \frac{2\pi t}{d_i} \right) \cdot \Pi \left( \frac{t}{d_i} \right) \quad (2.5)$$

Dove  $\Pi$  è la funzione rettangolare, che finestra la sinusoide all'unico periodo di interesse.

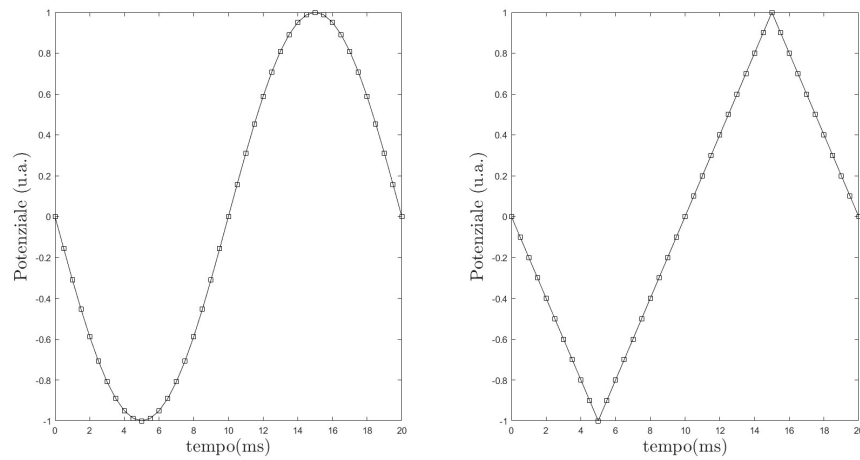


Figura 2.3:  $p_i$  approssimato: approssimazione sinusoidale e triangolare (u.a. sono unità arbitrarie)

In figura 2.3 si vedono le due modalità di approssimazione del MUP. Si noti che la durata del potenziale è stabilita a 20 ms, invece sulle ordinate non è stabilito il valore del potenziale: successivamente si avrà una valutazione numerica di quel dato. Di conseguenza è possibile ottenere un pattern completo di potenziale di singola unità motoria nel tempo andando a convolvere la funzione  $f_i$  con la funzione  $p_i$  approssimata, come da equazione 2.3. Si ottiene il grafico in figura 2.4.

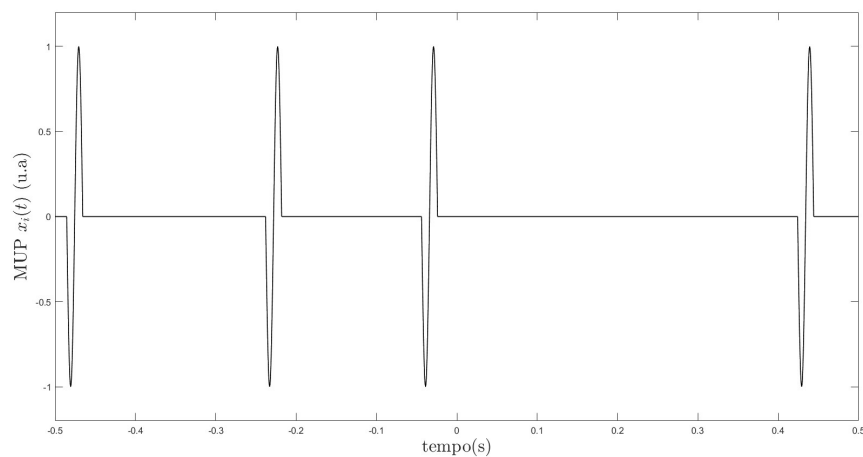


Figura 2.4:  $x_i$ : MUP su un treno di impulsi

Si può visualizzare in figura 2.5 la convoluzione con la funzione MUP della singola attivazione muscolare, e la differenza tra l'approssimazione triangolare e quella sinusoidale.

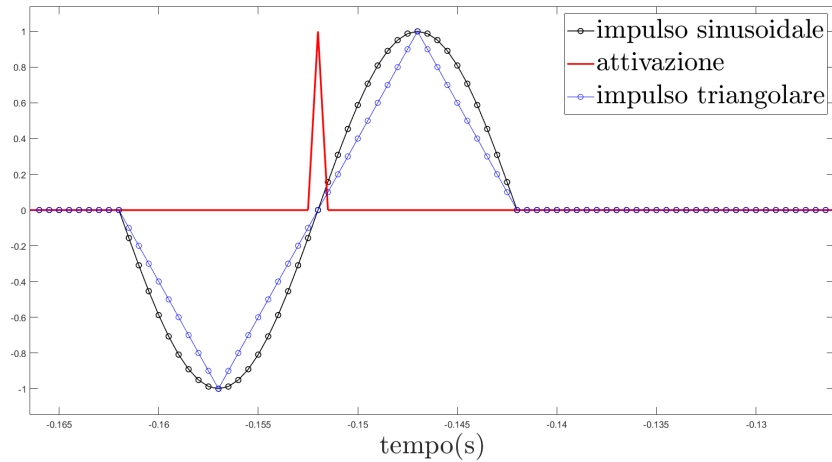


Figura 2.5: Singola attivazione muscolare: confronto tra approssimazioni

## 2.1.2 Pattern di interferenza

Il pattern di interferenza del segnale EMG è la somma dei singoli MUP. Esso è esprimibile attraverso la seguente formula:

$$x_{\text{EMG}}(t) = \sum_{i=1}^m x_i(t) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{K_i} p_i(t - t_{ik}) \quad (2.6)$$

Dove  $x_i$  è ottenuto come convoluzione tra  $f_i$  e  $p_i$  (vedasi formula 2.3),  $m$  sono il numero di unità motorie. Di conseguenza, con una semplice somma di funzioni nel tempo è possibile ricreare una buona approssimazione del segnale EMG. Siccome le MU non sono tutte della stessa dimensione, e non sono tutte alla stessa vicinanza dal dispositivo di rilevazione del segnale, si avrà che l'ampiezza dei segnali è variabile per unità motorie differenti. Si osservi nel grafico in figura 2.6 l'andamento al sommarsi di sempre più unità motorie: il grafico tende a distribuirsi e a apparire con una maggiore casualità. Si è scelto per questa simulazione l'andamento sinusoidale del MUP invece che quello triangolare.

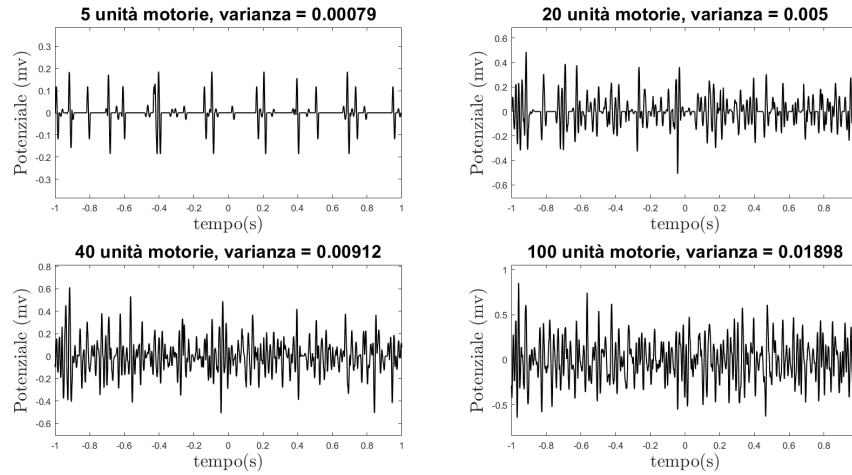


Figura 2.6: Pattern con numero di unità motorie coinvolte crescente

Il segnale EMG complessivo, dato dalla somma di tutte le unità motorie che si sono attivate vicino agli elettrodi, è mostrato in figura 2.7. All'aumentare del numero di unità motorie attivate, aumenta la varianza del segnale, e diminuisce la sua tendenza a essere nullo, mentre la media continua a essere prossima allo zero. Questo sarà di grande importanza nelle analisi successive.

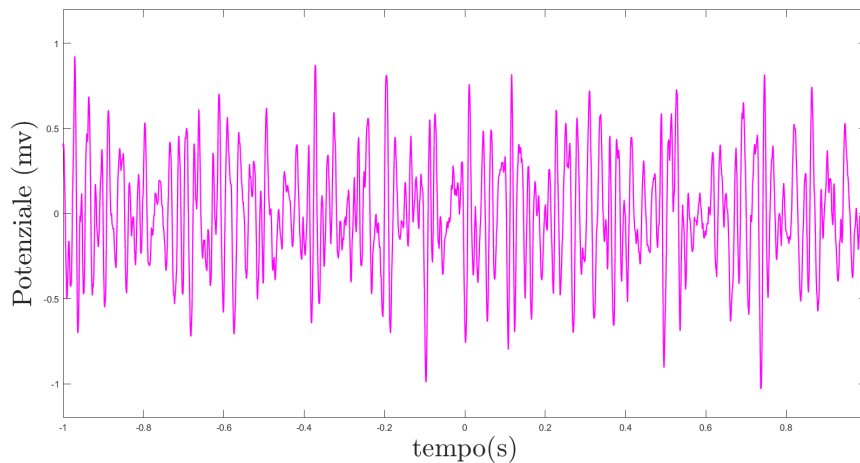


Figura 2.7: Pattern complessivo con 300 unità motorie

Lo studio della PDF e della CDF di questo pattern di segnali risulterà fondamentale nei prossimi paragrafi in quanto capitolo fondante dell'analisi complessiva, così come avrà grande importanza lo studio del segnale all'aumentare delle MU coinvolte.

## 2.2 Derivazione della PDF e della CDF

### 2.2.1 PDF sul MUP

In questa sezione verrà presentato il modello di PDF e di CDF per la approssimazione triangolare e sinusoidale di MUP. Per quanto riguarda il modello triangolare, il più semplice, esso presenta la nota forma lineare della funzione di densità di probabilità. Infatti, la sua trasformazione di variabile aleatoria, partendo da una distribuzione uniforme, mantiene l'omogeneità dei valori. In altre parole, la probabilità di campionare un valore all'interno della curva, se la PDF iniziale, ovvero  $x_i$ , è una distribuzione uniforme, si mantiene in maniera equa per tutti i possibili valori, da  $-a$  a  $+a$ . Ricordando la 2.4 ottengo:

$$f_X(x) = \frac{1}{2a_i} \Pi \left( \frac{x}{2a_i} \right) = \theta_i(x) \quad (2.7)$$

Che non è altro che la distribuzione in figura 2.8 con valore  $\frac{1}{2A}$  costante nell'intervallo  $[-A, +A]$ .

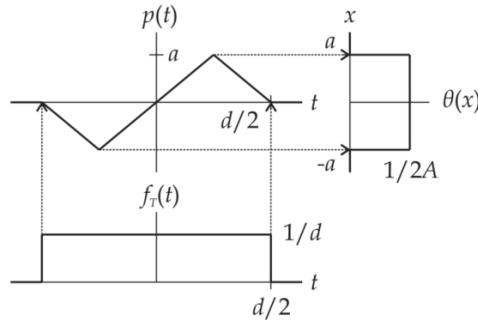


Figura 2.8: Calcolo della PDF per MUP triangolare

Per quanto riguarda la approssimazione a modello sinusoidale, invece, la PDF uscente non è più una distribuzione uniforme. Diventa, invece, una distribuzione con due evidenti asintoti per i valori massimi (in valore assoluto) della sinusoide:

$$\theta_i(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{a_i^2 - x^2}} \Pi \frac{x}{2a_i} \quad (2.8)$$

La trasformazione di variabile aleatoria, su una funzione sinusoidale, è presente in figura 2.9.

Invece in figura 2.10 è presente la PDF reale della singola unità motoria, il cui andamento è stato mostrato in figura 2.2. Di conseguenza, la forma più

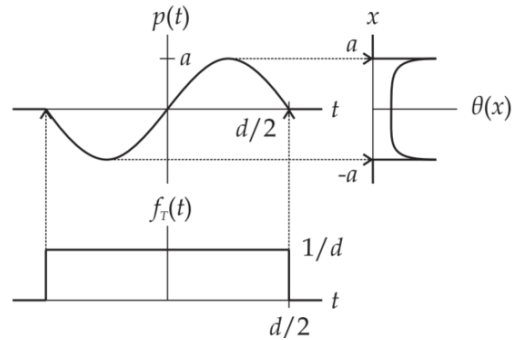


Figura 2.9: Calcolo della PDF per MUP sinusoidale

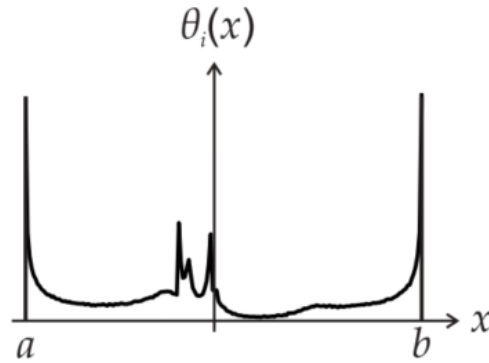


Figura 2.10: PDF sperimentale di singola MU

adatta di approssimazione rimane senza dubbio quella sinusoidale, in quanto anch'essa presenta l'ampliamento dei valori della PDF in prossimità dei due massimi in modulo  $[a, b]$ , in accordo con quanto si evince dal dominio dei tempi.

Per comprendere meglio il discorso, con l'aiuto di MatLab si è calcolata sperimentalmente la PDF attraverso il metodo degli istogrammi, ovvero andando a istogrammare i valori inclusi in una determinata serie di intervalli. L'ampiezza dell'intervallo scelta per la valutazione e, di conseguenza, il numero di intervalli dell'istogramma influisce leggermente sulla PDF finale. Di conseguenza, si è deciso di valutare anche la CDF, che non soffre di questo problema e invece è calcolabile in maniera più automatica e senza necessitare di parametri esterni.

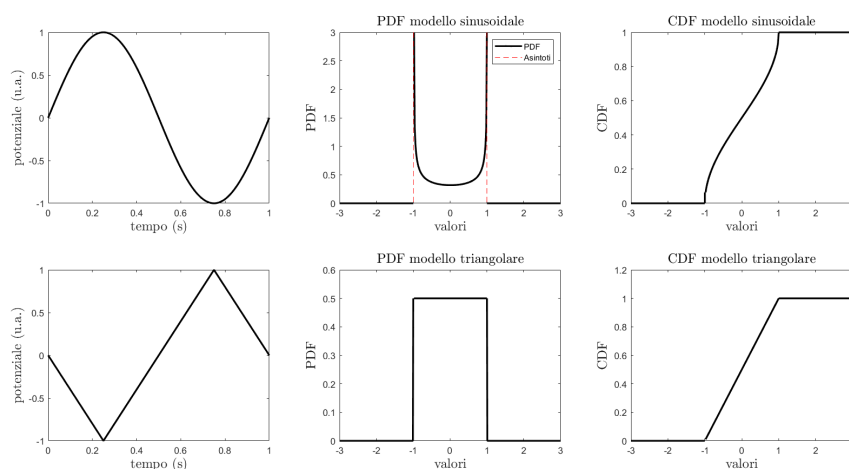


Figura 2.11: Riassunto della differenza, nel dominio dei tempi e delle probabilità, delle due approssimazioni di MUP.

Rispetto ai grafici in figura 2.11, è di grande importanza analizzare la PDF del seno, poichè risulterà fondamentale per le prossime sezioni. Inserendo valori effettivi di potenziale anzichè u.a., ottengo delle PDF che mantengono la stessa forma, ma variano la loro ampiezza al variare dell'ampiezza della sinusoidale. Si prendano come esempio due MUP ad ampiezza differente. Ricordando che il sottografo della funzione, per la PDF, deve sempre valere 1, ottengo il grafico in figura 2.12. <sup>1</sup>

### 2.2.2 PDF sul treno di MUP

In quanto, come già affermato nel capitolo precedente, una unità motoria non è sempre attiva (ovvero presenta onde di attivazioni ritmiche alternate a momenti di vuoto, cioè periodi privi di segnale) e di conseguenza è necessario considerare un altro importante fattore nella costruzione della PDF complessiva per un treno di impulsi di una singola MU. si va a modellare quindi la funzione originale con una funzione che comprende sia la PDF del MUP che un delta di Dirac corrispondente allo zero, che racchiude tutti gli istanti privi di segnale:

$$\Phi_i(x) = (1 - \eta_i)\delta(x) + \eta_i\theta_i(x) \quad (2.9)$$

<sup>1</sup>A causa della discretizzazione dovuta al calcolatore, non si vede il grafico tendere asintoticamente a infinito come nella valutazione teorica, ma solo alzarsi in prossimità dei valori minimi e massimi. in realtà esso tende asintoticamente a infinito.

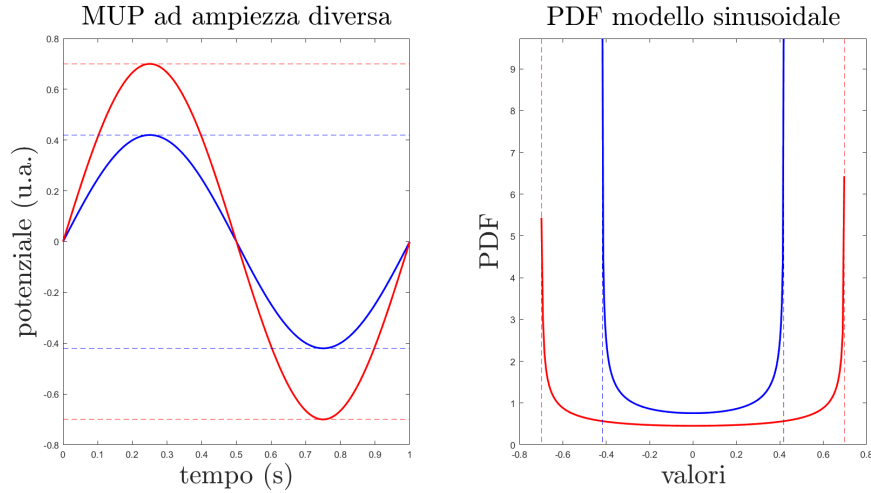


Figura 2.12: PDF di unità motorie a differente ampiezza

dove  $\eta_i$  è definito come il rapporto tra gli istanti con segnale non nullo e il periodo di tempo complessivo,  $\eta_i = \frac{d_i}{\mu\tau_i}$ . Ovvero, il periodo del MUP rispetto alla media di periodo di sparo. Di conseguenza, è possibile rimodellare la funzione di densità di probabilità inserendo anche il delta di Dirac nello zero, come si vede in figura 2.13.

Inoltre, risulta intuitivo comprendere che all'aumentare della frequenza di sparo dell'unità motoria, il valore sotteso alla delta di Dirac andrà a calare a causa dell'equazione 2.9 mentre aumenterà il valore sotteso alla sinusoidale (ovvero valori diversi da zero). Di conseguenza cresce la probabilità di campionare una regione temporale non vuota.

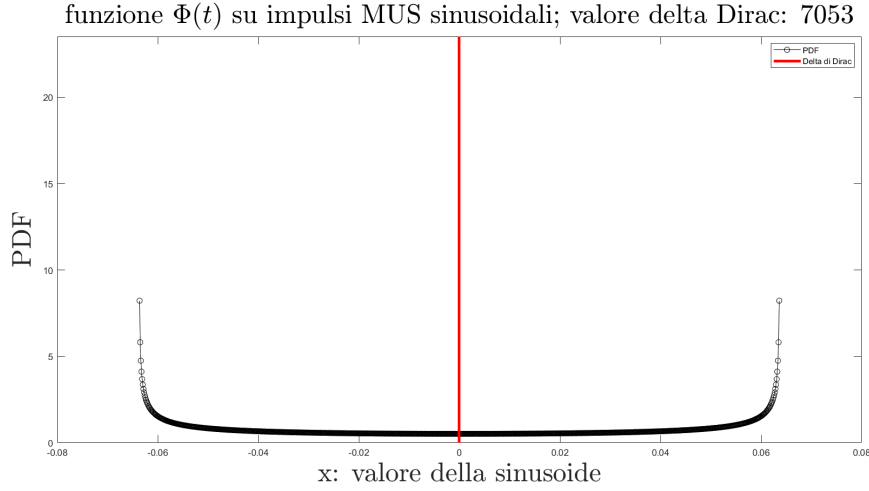
Per unità motorie che presentano ampiezza differente del segnale, la funzione  $\phi$  risulta differente e più ampia per la sinusoidale più ampia, proprio come la funzione  $\theta$ .

### 2.2.3 PDF sul pattern di interferenza

Per quanto riguarda il pattern di interferenza (di poche o molte unità motorie), sto sommando delle variabili aleatorie indipendenti tra loro. Ricordando il teorema della somma di variabili aleatorie, l'operazione da svolgere per determinare la PDF della somma di unità motorie è la convoluzione. In un semplice caso in cui si hanno due unità motorie attive:

<sup>2</sup>Perchè l'altezza del  $\delta$  di Dirac non è  $+\infty$ ? Perchè si è discretizzata l'area sottesa allo zero con il metodo dei trapezi (si è imposta l'area sottesa pari a  $1 - \eta_i$ ). Ovvero si è calcolata l'area del triangolo isoscele sotteso al punto, e l'area sottesa al resto della curva è stata impostata pari a  $\eta_i$ .



Figura 2.13: Funzione  $\phi$  su treno di impulsi <sup>2</sup>

$$\phi_{EMG}(x) = \phi_1(x) * \phi_2(x) \quad (2.10)$$

Sapendo che  $\delta(x) * \delta(x) = \delta(x)$  (ovvero che il delta di Dirac è l'operatore nullo per la convoluzione) e la 2.9 ottengo:

$$\begin{aligned} \phi_{EMG}(x) = & (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)\delta(x) + (1 - \eta_1)\eta_2\theta_2(x) \\ & + \eta_1(1 - \eta_2)\theta_1(x) + \eta_1\eta_2[\theta_1(x) * \theta_2(x)] \end{aligned} \quad (2.11)$$

In cui:

- il coefficiente  $(1 - \eta_1)(1 - \eta_2)$  indica la probabilità di campionare uno spazio vuoto in cui non ho nessuno dei due segnali;
- $\eta_1(1 - \eta_2)$  è la probabilità di campionare il solo segnale 1;
- $\eta_2(1 - \eta_1)$  è la probabilità di campionare il solo segnale 2;
- $\eta_2\eta_1$  è la probabilità di campionare una sovrapposizione dei due segnali.

Se ora si va a sommare il contributo di  $m$  unità motorie, si ottiene la PDF del segnale EMG complessivo:

$$\phi_{EMG}(x) = \phi_1(x) * \phi_2(x) * \dots * \phi_m(x) \quad (2.12)$$

Come si può intuire osservando le sole due unità motorie, la PDF al crescere del numero di unità motorie coinvolte tenderà ad avere un delta di Dirac con un valore sempre più basso ( $\eta_1\eta_2 \dots \eta_m < \eta_1\eta_2$ ) che conferma il

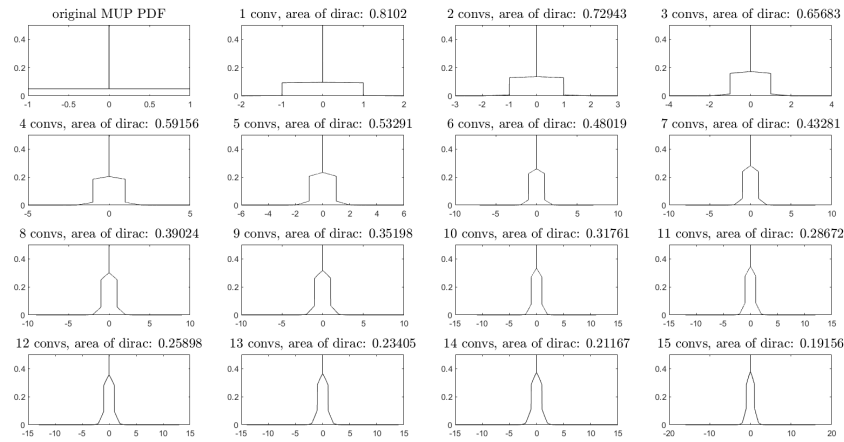


Figura 2.14: PDF di più unità motorie sommate fra loro

fatto che il grafico tende ad avere sempre meno valori nello zero (zone vuote di segnale).

Per semplicità si prenda come esempio il grafico in figura 2.14, che evidenzia la variazione della PDF partendo da un segnale con una modellazione del MUP triangolare (e di conseguenza una PDF uniforme) e una zona vuota pari all'80% (quindi il delta di Dirac della convoluzione ha un'area sottesa pari a 0.8).

Sempre per semplicità si sono supposte le ampiezze costanti e pari a 1 (il concetto verrà sviluppato in seguito). come si può notare, l'area sottesa al  $\delta$  di Dirac cala e il grafico si allarga fino a accettare (sebbene con probabilità molto basse) anche valori piuttosto ampi.

Si nota anche che il grafico tende sempre più a una gaussiana. Infatti, come confermato dal teorema del limite centrale, all'aumentare delle unità motorie il pattern della PDF diventa gaussiano: si veda in figura 2.15, infatti, che la convoluzione iterata 100 volte produce una forma gaussiana.

Andando a complicare maggiormente lo scenario, e a renderlo più realistico, si è deciso di considerare:

- il modello sinusoidale anziché quello triangolare;
- differenti possibili valori di ampiezza delle sinusoidi;
- differenti valori del fattore  $\eta$ , che farà variare l'area sottesa alla delta di Dirac nello zero.

Di conseguenza, si è in primis andati a convolvere due singole unità motorie, ottenendo la distribuzione di probabilità mostrata in figura 2.17. In

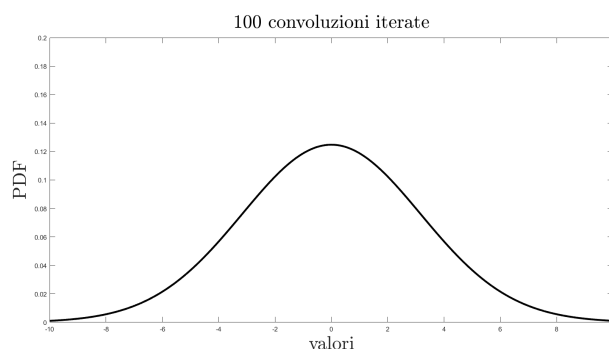


Figura 2.15: PDF dalla convoluzione di 100 unità motorie uguali, approssimazione a modello MUP triangolare

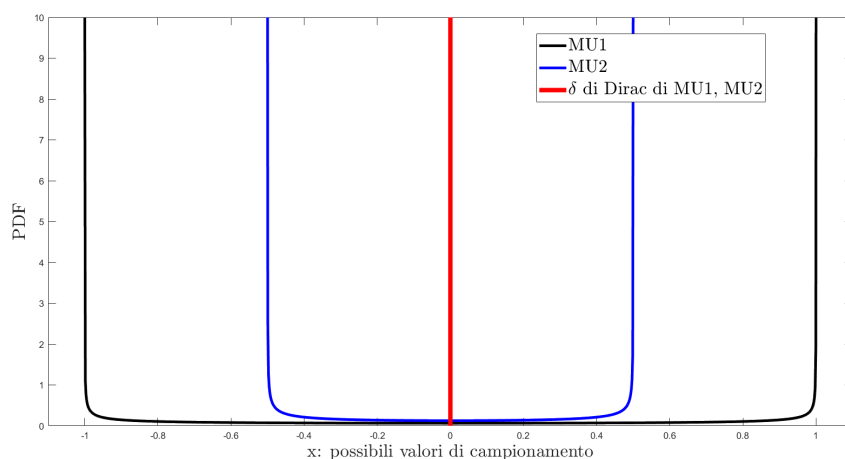


Figura 2.16

figura 2.16, sono mostrate le due PDF di cui verrà successivamente svolta la convoluzione. Si è scelto, per comprendere meglio l'esempio, di andare a convolvere due unità motorie con ampiezza arbitraria a 1 e 0.5. Si nota un doppio spike simmetrico, oltre al  $\delta$  di Dirac, causato dal fatto che le due PDF, andandosi a convolvere con il  $\delta$  di Dirac, rimangono intatte e conservano il loro asintoto.

Il  $\delta$  di Dirac è ancora molto ampio, ma meno ampio che sui due singoli valori. La parte di convoluzione per  $x > 1$  e per  $x < -1$  è la parte in cui si avrebbe una interferenza di segnale (ovvero nessuno dei due segnali silente, entrambi in impulso) e di conseguenza le probabilità sono molto basse. Invece, le probabilità aumentano se si va a considerare solo una unità motoria delle due attiva, evento decisamente più probabile.

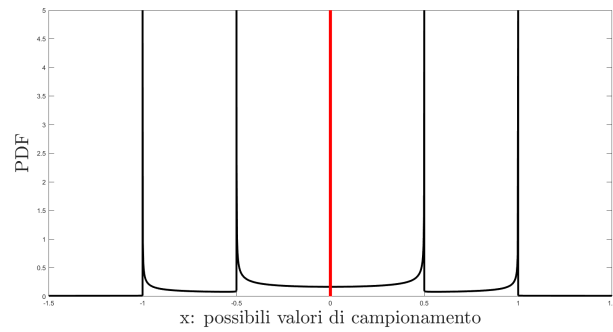


Figura 2.17: PDF dalla convoluzione di 2 unità motorie a diversa ampiezza, approssimazione a modello MUP sinusoidale

Come prima in figura 2.14, posso sviluppare la PDF al sommarsi di più unità motorie tra loro:

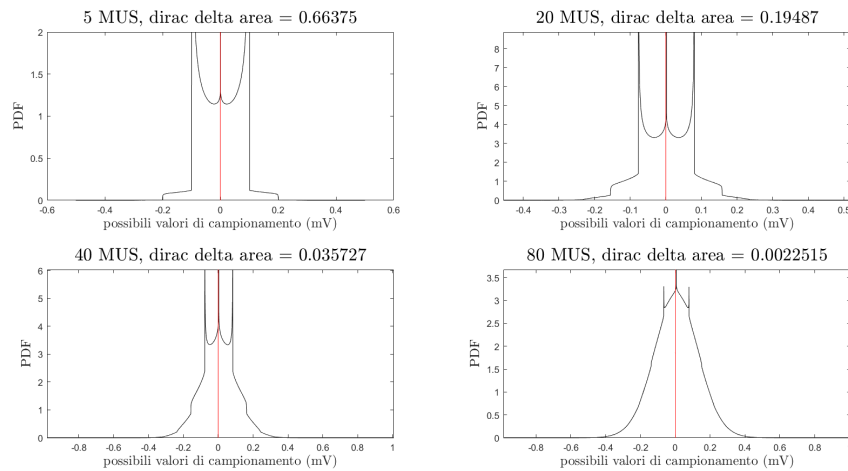


Figura 2.18: PDF dalla convoluzione di unità motorie ad ampiezza variabile e con modellazione sinusoidale

Nonostante rimangano presenti fino a un numero considerevole di unità motorie gli spike dovuti al fatto che l'approssimazione sinusoidale presenta i due asintoti, si ha modo di vedere come la forma della PDF tenda sempre più verso una gaussiana. Questo effetto è chiamato *EMG amplitude cancellation*.

## 2.3 Filling factor

Una volta ottenuta la funzione di densità di probabilità del segnale EMG, si necessita di calcolare il filling factor (comunemente chiamato R o FF). L'obiettivo relativo allo studio del filling factor (fattore di riempimento) calcolato sulla PDF è quello di stimare numericamente la somiglianza della curva rispetto a una funzione laplaciana o a una funzione gaussiana.

### 2.3.1 Distribuzione gaussiana e distribuzione laplaciana

Come confermato dall'articolo, lo stato dell'arte in elettromiografia afferma che, per attivazioni muscolari di bassa entità, la forma della PDF tende a essere una laplaciana (e questo è verificato se ci sono poche unità motorie attive). Invece, per attivazioni forti, che coinvolgono una grande quantità di unità motorie, come confermato da quanto visto precedentemente, la PDF tende a diventare gaussiana, in accordo con il teorema del Limite centrale. Di conseguenza, è fondamentale sapere la forma di queste due funzioni, quindi sia la loro PDF che la loro CDF. La curva gaussiana è modellata dalla seguente espressione:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.13)$$

dove:

- $\mu$  è la media della distribuzione,
- $\sigma$  è la deviazione standard della distribuzione.

Invece, la distribuzione laplaciana presenta la seguente formula:

$$f_x(x) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}} \quad (2.14)$$

dove:

- $\mu$  è la media della distribuzione,
- $b$  è il parametro di scala della distribuzione, il quale risulta essere:  
 $\sigma = b\sqrt{2}$

Considerando due distribuzioni a media nulla e deviazione standard unitaria, ottengo i seguenti grafici, illustrati in figura 2.19 e 2.20.

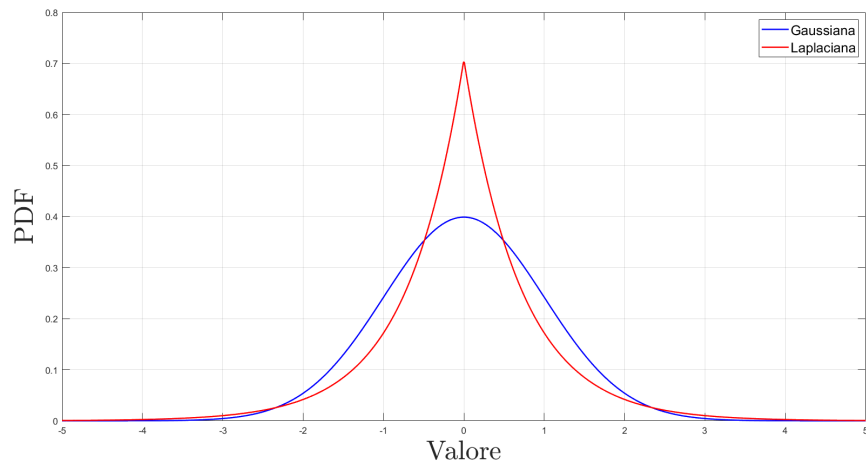


Figura 2.19: PDF con forma gaussiana e laplaciana

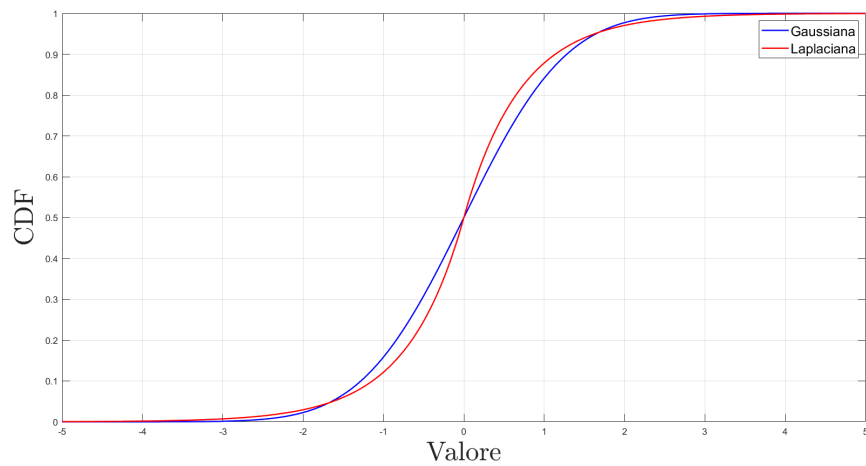


Figura 2.20: CDF con forma gaussiana e laplaciana

Attraverso una analisi di somiglianza della curva sperimentale con queste curve, che comprenderà il calcolo del filling factor e non solo, si andrà a stimare il numero di unità motorie attivate, e se effettivamente c'è stato *EMG amplitude cancellation*.

### 2.3.2 Descrizione e calcolo dei filling factor più comuni

Il filling factor è un valore, ricavabile dalla funzione, che serve a stimarne la sua forma, perchè varia da funzione a funzione. Prima di calcolarlo si va a

definire il momento di ordine  $n$  di una variabile aleatoria come:

$$\mathbb{E}[x^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f_X(x) dx \quad (2.15)$$

Che per  $n = 1$  non è altro che il valor medio statistico. per  $n=2$ , invece, diventa il momento di secondo ordine della funzione. Dopo aver introdotto il concetto di momento di variabile aleatoria, il filling factor è calcolabile con la seguente formula:

$$R = \frac{\mu_1^2}{\mu_2} = \frac{\mathbb{E}[|x|]^2}{\mathbb{E}[x^2]} \quad (2.16)$$

Di grande importanza è considerare la distribuzione 'folded', o ripiegata, nel calcolo del filling factor, in cui i valori negativi vengono rovesciati nel semiasse positivo. ciò è calcolabile con la seguente formula:

$$\theta_{iF}(x) = [\theta_i(x) + \theta_i(-x)]u(x) \quad (2.17)$$

Dove  $u(\cdot)$  rappresenta il gradino, che quindi rende nulli tutti i valori nel semiasse negativo. Facendo l'esempio della distribuzione uniforme  $U(-a_i, a_i)$ , dallo sviluppo delle equazioni sopra si ottiene che  $\theta_i F(x) = U(0, a_i)$ , con  $\mu_1 = a_i/2$  e con  $\mu_2 = (a_i)^2/3$ . Di conseguenza, ottengo un filling factor per una MUP triangolare pari a 0.75. In maniera simile si può ricorrere anche al calcolo del filling factor per il MUP sinusoidale. la distribuzione ripiegata (semi arcoseno) è la seguente:

$$\theta_{iF}(x) = \frac{2}{\pi \sqrt{a_i^2 - x^2}} \Pi \left( \frac{x - a_i/2}{a_i} \right) \quad (2.18)$$

E il calcolo dei due momenti fornisce i seguenti valori:  $\mu_1 = 2a_i/\pi$ ,  $\mu_2 = (a_i)^2/2$ . Di conseguenza, ottengo un filling factor per una MUP sinusoidale pari a  $8/\pi^2$ .

Con lo stesso approccio teorico, si può eseguire il calcolo dei filling factor anche per le curve gaussiane e laplaciane. si è provato a eseguire i calcoli impostando un esperimento al calcolatore. Infatti in figura 2.21 sono state create delle funzioni ripiegate nel semiasse positivo che rappresentano la distribuzione uniforme, gaussiana, laplaciana ed arcoseno. Si è quindi calcolato manualmente il filling factor delle curve. <sup>3</sup>

---

<sup>3</sup>Al fine del calcolo dei filling factor, si è sfruttata la formula dell'integrale di Riemann. È stato infatti calcolato un *dot product* tra i punti della funzione e i punti dell'asse delle ascisse, ovvero la somma complessiva dei prodotti punto per punto tra funzione e asse ascisse (elevato a n), il tutto diviso per il numero di punti sommati.  $\mu_1 = \text{dot}(x, \text{pdfvalues})/\text{length}(x)$ ;  $\mu_2 = \text{dot}((x).^2, \text{pdfvalues})/\text{length}(x)$ ;

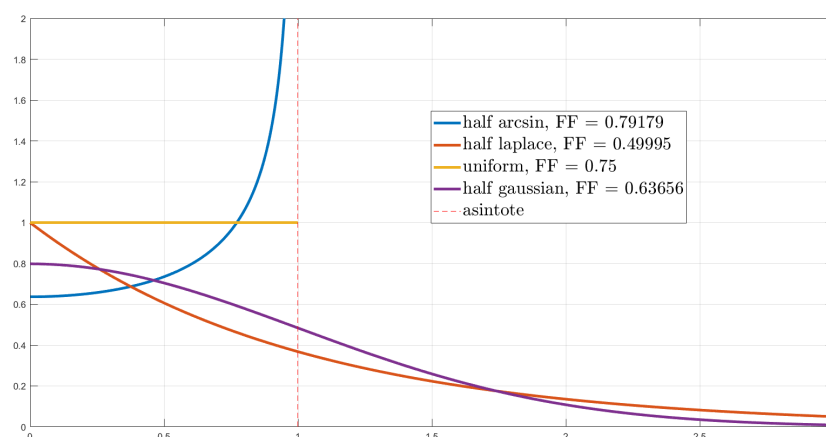


Figura 2.21: Distribuzioni ripiegate e rispettivo filling factor

I due valori più interessanti di filling factor per le analisi successive sono quelli delle due curve che riproducono più fedelmente la forma di una PDF derivante dal segnale EMG complessivo. Se la distribuzione uniforme e quella ad arco seno rappresentano una buona approssimazione della PDF di una singola MUP, al contrario la forma laplaciana e quella gaussiana rappresentano una ottima approssimazione della PDF del pattern completo della EMG, e di conseguenza risultano più importanti nell'obiettivo di stimare la quantità di unità motorie attive in un determinato gesto.

## 2.4 Analisi della forma di PDF e CDF con grafici e FF

Questa parte presenta alcuni spunti di riflessione fondamentali nella successiva analisi del segnale reale. Si andrà a integrare il filling factor e l'analisi della forma della PDF e della CDF al fine di stabilire la somiglianza crescente della curva sperimentale, calcolata con il metodo degli istogrammi, rispetto alle curve empiriche.

Riprendendo la simulazione di cui si è parlato nelle sezioni precedenti, si è andati a calcolarne la PDF attraverso un metodo degli istogrammi<sup>4</sup> al crescere del numero di unità motorie coinvolte, e quindi al complicarsi sempre più del pattern di interferenza.

<sup>4</sup>Funzione utilizzata per il calcolo su MatLab: `[values,indexes]=ksdensity(signal,'Function','pdf');` oppure: `[values, indexes] = histcounts(signal, nBins, 'Normalization', 'pdf');`



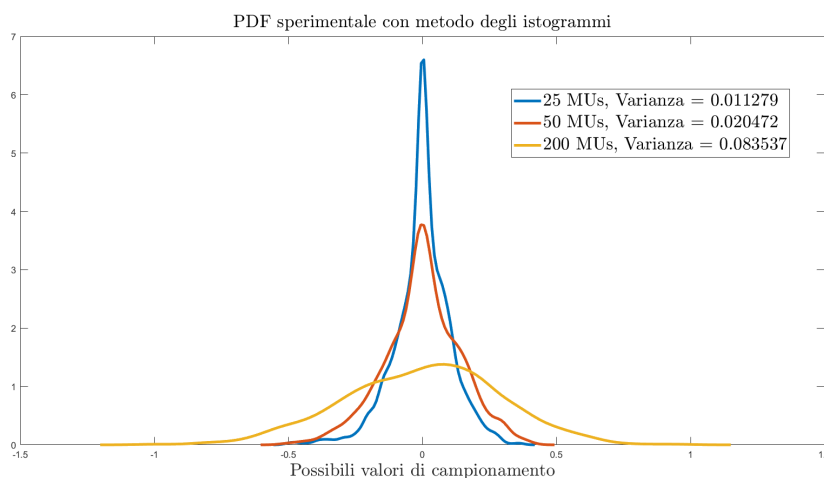


Figura 2.22: PDF del segnale simulato con interferenza di unità motorie crescente: si noti il calcolo della varianza del segnale in legenda

In figura 2.22 si visualizza l'andamento della PDF rispetto all'aumentare del numero di unità motorie coinvolta, e si nota che questa tende sempre più ad allargarsi, con un incremento della varianza del segnale (e quindi della varianza della PDF), e tende sempre più alla forma gaussiana (a causa dell'effetto di *EMG amplitude cancellation*) quando invece, invece, l'attivazione di poche unità motorie (ad esempio, 25), mantiene la varianza del segnale bassa e crea una PDF più laplaciana.

A conferma di quanto si può notare anche visivamente grazie al grafico, interviene il filling factor. Infatti, sapendo che il filling factor della forma laplaciana equivale a  $1/2$  e quello della forma gaussiana equivale a  $2/\pi$ , calcolandolo possiamo stimare la somiglianza della curva della PDF.

Nella figura 2.23 è mostrato l'andamento del filling factor al crescere del numero di unità motorie che vanno a fare interferenza sul segnale<sup>5</sup>.

<sup>5</sup>Al fine di ottenere più punti per ogni numero di unità motorie, si è scelto di permutare casualmente il segnale per 50 volte, ottenendo somme di MUP differenti, e di conseguenza il pattern a pari MUs attivate risulta leggermente diverso. Questo per migliorare l'accuratezza statistica del grafico.

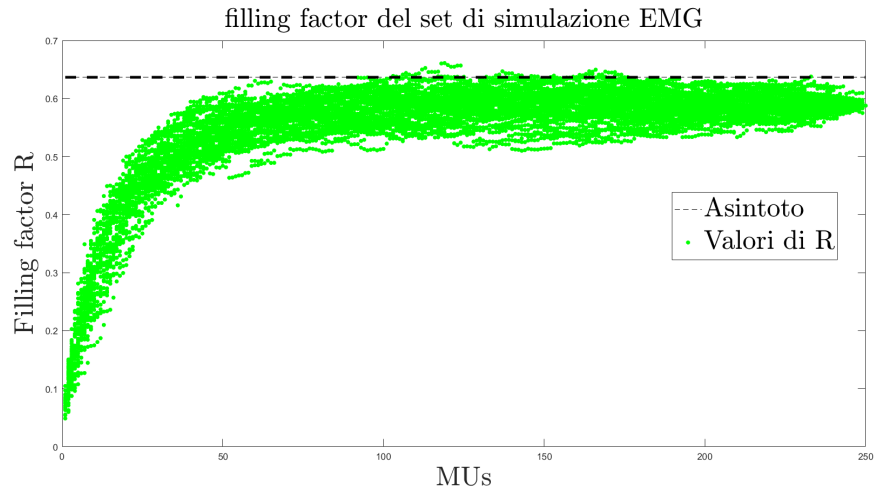


Figura 2.23

In modo da avere una panoramica completa della spiegazione, si osservino i prossimi due grafici, che riportano segnale, PDF e filling factor di attivazioni di un numero di unità motorie crescente. Le prime due figure (in riga) riportano un segnale molto scarico e di conseguenza il plot della PDF è molto simile a un  $\delta$  di Dirac puro (e infatti anche il filling factor è molto basso).

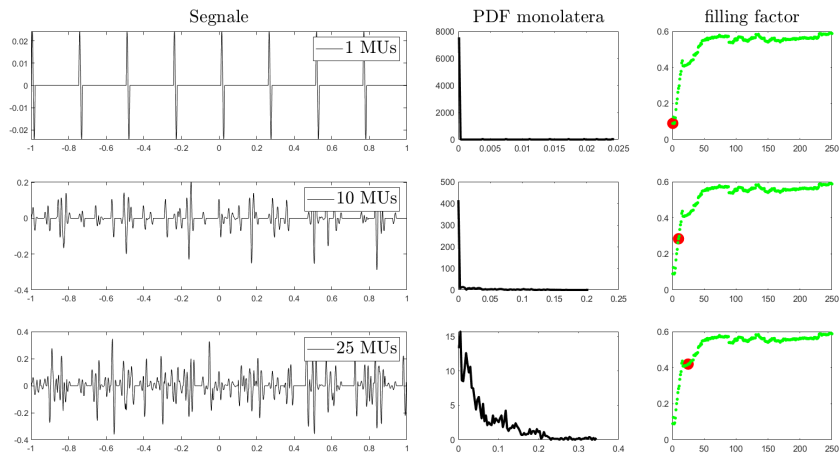


Figura 2.24: Per righe, figura 1,2,3

Invece, nella terza (2.24, terza riga) e quarta figura (2.25, prima riga) si comincia a vedere l'andamento laplaciano, confermato anche dal fatto che il filling factor risulta essere circa attorno a 0.5 e dal fatto che, visivamente,

manca il flesso al grafico della PDF. Nelle ultime due figure, infine, si nota un filling factor con valori nella zona di saturazione asintotica (0.6, ovvero circa  $2/\pi$ ), e un andamento della PDF più gaussiano, che intravede un punto di flesso.

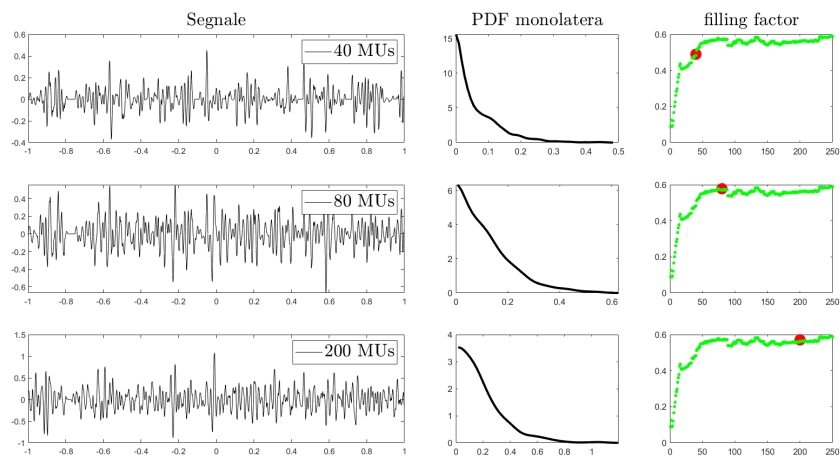


Figura 2.25: Per righe, figura 4,5,6

## 2.5 Stima della somiglianza dei grafici di PDF e CDF

Questa sezione, l'ultima della simulazione, è stata proposta al fine di avere una stima ancora più accurata, e non soltanto visiva, della forma effettiva delle curve.

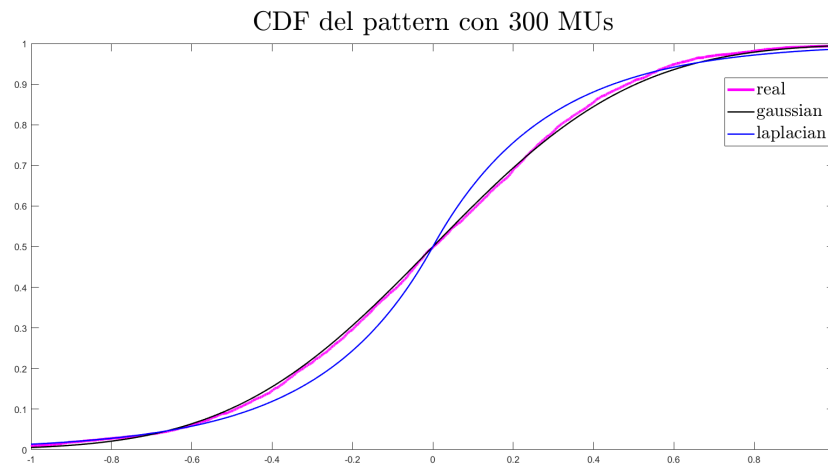


Figura 2.26

Nelle due figure 2.26 e 2.27 è presentata la PDF e la CDF del segnale ottenuto come somma di tutte le unità motorie, confrontata rispetto alle curve empiriche con la stessa media (nulla) e la stessa deviazione standard della curva del segnale. Si nota quindi una netta somiglianza con le due curve normali. Si nota, anche, che la CDF, come spiegato prima, non risente del problema della grandezza degli intervalli e, di conseguenza, risulta più preciso e allineato alla curva gaussiana, invece la PDF non è perfettamente smussata ma presenta qualche piccola variazione rispetto al tracciato esatto.

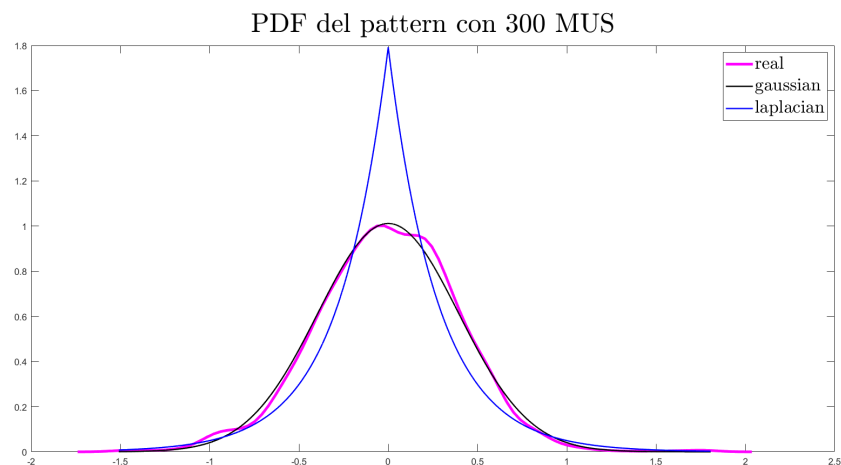


Figura 2.27

Si è deciso di integrare il filling factor come valutazione della forma a un altro valore, che concettualmente risulta essere simile al RMSE (*root mean square error*) e che si è deciso di esprimere come:

$$E_l = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ri} - x_{rel})^2} \quad (2.19)$$

$$E_g = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ri} - x_{reg})^2} \quad (2.20)$$

$$S_l = \frac{E_g}{E_l + E_g} \quad (2.21)$$

$$S_g = \frac{E_l}{E_l + E_g} \quad (2.22)$$

dove:

- $x_{ri}$  rappresenta l' $i$ -esimo valore della curva sperimentale;
- $x_{rel}$  e  $x_{reg}$  rappresentano il valore  $i$ -esimo delle curve empiriche, rispettivamente, laplaciana e gaussiana;
- di conseguenza  $E_l$ ,  $E_g$  saranno tanto maggiori quanto il grafico sperimentale si scosta da quelli empirici;
- $S_l$ ,  $S_g$  diventano quindi valutazioni della somiglianza del grafico sperimentale a una curva o l'altra. Si è scelto di impostarli in modo tale che  $S_g + S_l = 1$  in modo da avere valori normalizzati da una curva all'altra. Di conseguenza, un  $S_g > S_l$  indicherà tendenza della curva a essere gaussiana, e viceversa.

L'aggiunta del valore di somiglianza  $S_l$ ,  $S_g$  vuole essere una integrazione rispetto al filling factor, e confermare quanto esso già dice sulla forma delle curve.

Mano a mano che la curva si riempie e di conseguenza  $FF \rightarrow 2/\pi$ , si avrà che  $S_g \rightarrow 1$  e che  $S_l \rightarrow 0$ . Al contrario, al calare delle MU coinvolte,  $FF \rightarrow 0.5$  e il  $S_l$  aumenterà sempre più, fino a quando la forma della PDF diventerà troppo stretta e non più nemmeno laplaciana. In quel caso  $S_l$  tornerà ad abbassarsi leggermente come si vede in figura 2.28, e il filling factor andrà sotto lo 0.5.

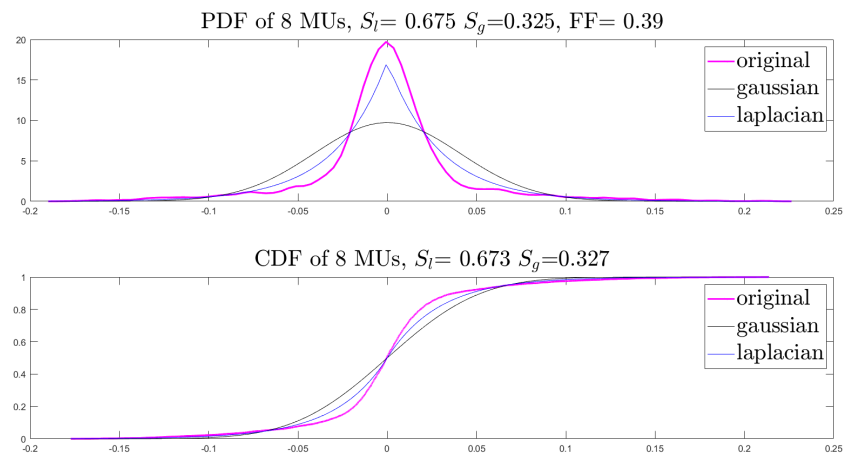


Figura 2.28

Essendo l'operazione di somiglianza delle curve applicabile anche alla CDF, attraverso la stessa formula, si è scelto di aggiungerla anche nella CDF. I valori tra CDF e PDF di questi due fattori sono simili ma non uguali.

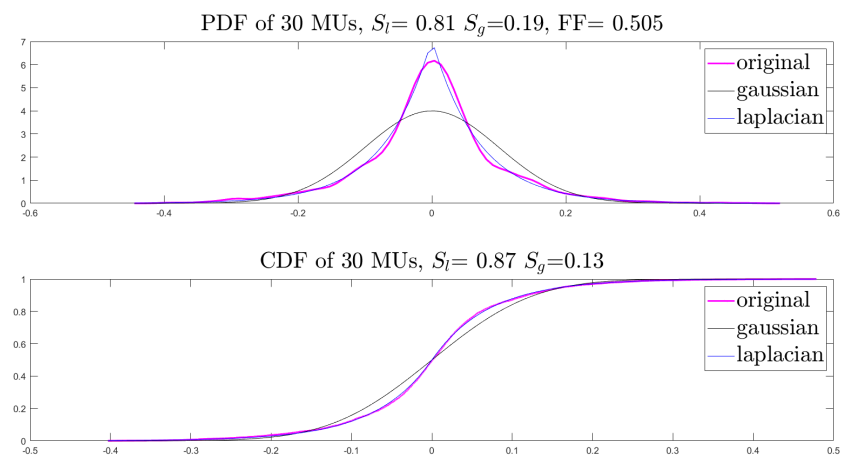


Figura 2.29

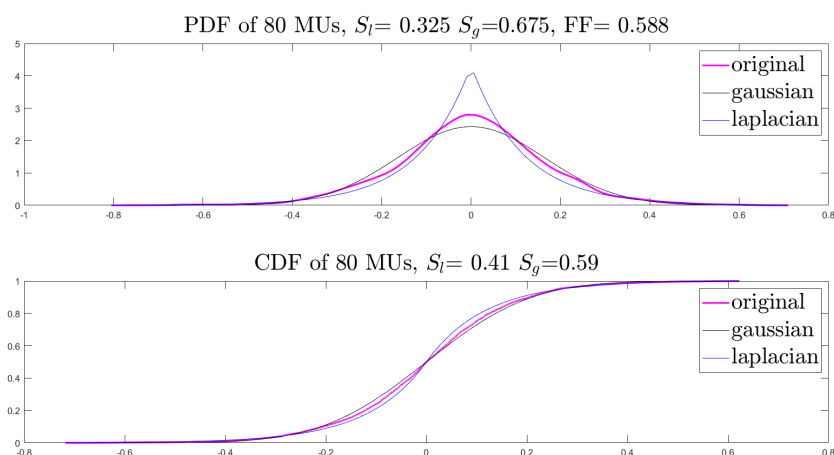


Figura 2.30

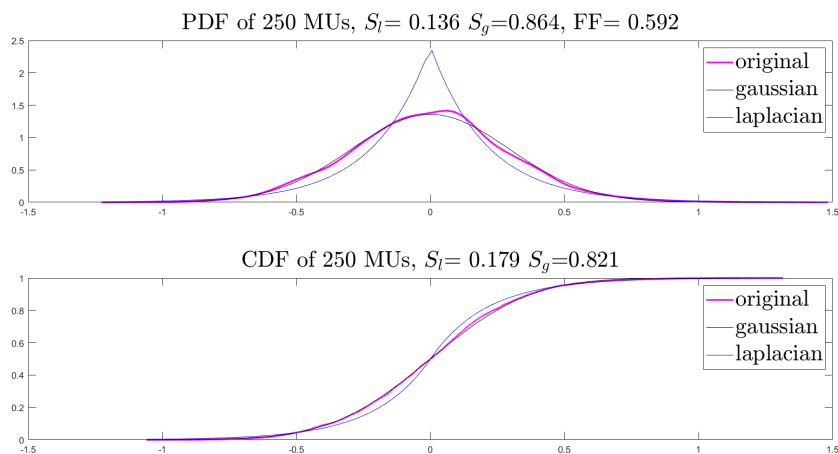


Figura 2.31

In queste figure si riportano i vari valori a conferma di quanto visto precedentemente. Per una quantità ridotta di unità motorie, la PDF è molto ristretta e la CDF pende molto al centro, il filling factor è particolarmente basso e la curva, nonostante sia più stretta, tende a somigliare più a quella di Laplace. All'aumentare, verso le 30 unità motorie coinvolte, si ottiene un pattern particolarmente simile a una laplaciana, infatti il filling factor è quasi esattamente 0.5 e la somiglianza tende del tutto a Laplace. Per un numero crescente, la somiglianza tende sempre più verso Gauss e il filling factor tende verso  $2/\pi$ .

## 2.6 Conclusioni del capitolo

La simulazione, seppur considerando le sue limitazioni dovute al fatto che non è possibile simulare in maniera esatta l'andamento delle unità motorie di un muscolo, perché non è semplice stimare valori come intensità e frequenza di sparo, ha permesso di:

- Analizzare con discrezione la variazione della forma del segnale al variare del numero di unità motorie attivate;
- Analizzare la differenza tra l'approssimazione a onda sinusoidale e quella a onda triangolare nella somma delle variabili aleatorie tramite convoluzione della PDF;
- Analizzare la forma delle funzioni di densità di probabilità e della funzione cumulativa di probabilità al variare del numero di unità motorie attivate;
- Analizzare l'andamento del filling factor al variare del numero di unità motorie attivate;
- Proporre un modello non esatto ma realistico di segnale EMG;
- Andare a verificare quanto proposto dalla teoria negli articoli su EMG;
- Proporre una nuova modalità per la verifica delle attivazioni attraverso la CDF e la funzione di somiglianza;
- Ottenere una solida base teorica per l'analisi dei dati reali.

Grazie a questo esperimento condotto su Matlab, nella analisi dei dati reali si avrà la possibilità di:

- Analizzare la forma della PDF e della CDF dei segnali reali;
- Capire indicativamente la quantità di unità motorie attivate durante l'esecuzione di un certo movimento;
- Valutare il filling factor e la somiglianza del segnale dei singoli elettrodi, sempre per stimare la quantità di MUs attive nel movimento;
- Valutare se il segnale è quasi puramente rumore oppure se è presente anche segnale derivante da attivazioni muscolari, in base alle analisi di varianza e di forma delle curve;



- Studiare quali muscoli tendono a attivarsi durante un determinato gesto, e con quale intensità;
- Valutare se si è verificato *EMG amplitude cancellation* studiando la forma delle curve di probabilità.



# Capitolo 3

## Analisi dei dati reali

Questo capitolo cita la fonte [2] e [1].

In questo capitolo si affronterà l'analisi del dataset reale, specificando la provenienza di questi dati, il tipo di gesti coinvolti, le analisi effettuate e i risultati ottenuti. L'analisi su dati reali risulterà fondamentale al fine di validare quanto descritto con la simulazione.

### 3.1 Provenienza, preprocessing, plot

Il dataset proviene dall'articolo [2], ed è disponibile e scaricabile al link in [1]. Esso contiene i segnali provenienti da 4 elettrodi posizionati nell'avambraccio durante una serie di movimenti della mano e delle dita.

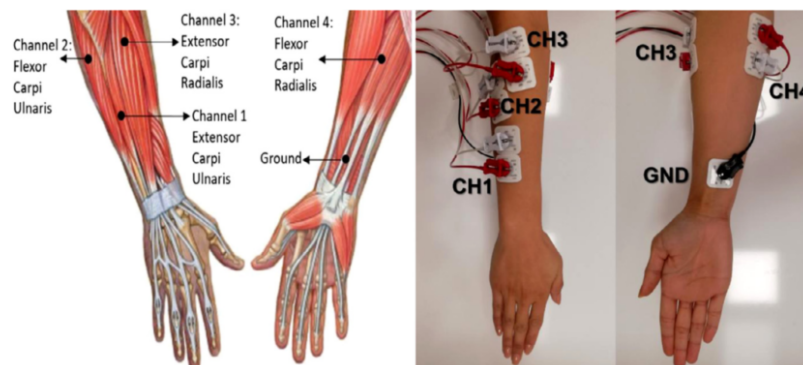


Figura 3.1: anatomia muscolare dell'avambraccio rispetto al posizionamento degli elettrodi

In figura 3.1 si può vedere come sono stati disposti gli elettrodi e, di conseguenza, di quali muscoli dovrebbero rilevare le attivazioni. I principali

muscoli coinvolti nei movimenti sono i seguenti: *extensor carpi radialis*, *flexor carpi radialis*, *extensor carpi ulnaris* e *flexor carpi ulnaris*.

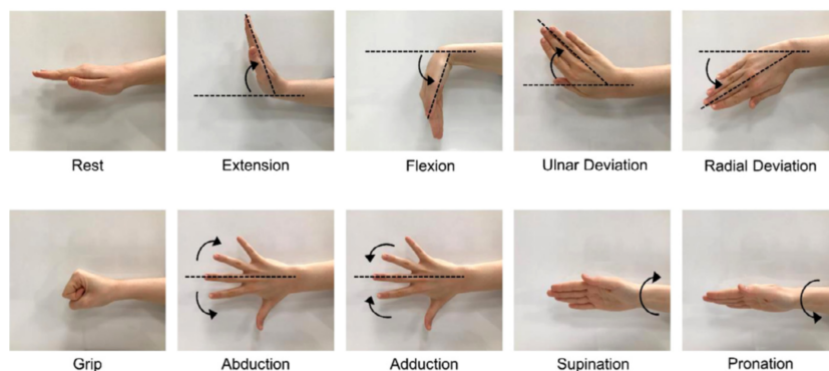


Figura 3.2: Movimenti eseguiti nell'esperimento

Ai 40 partecipanti sono stati fatti eseguire i 10 gesti della mano che si possono vedere in figura 3.2. Ogni movimento è stato ripetuto 5 volte, intervallato da dei periodi di riposo. Il timing delle *gesture*, che è risultato fondamentale al fine di segmentare i segnali, e distinguerli dal rumore durante il riposo, è mostrato in figura 3.3.

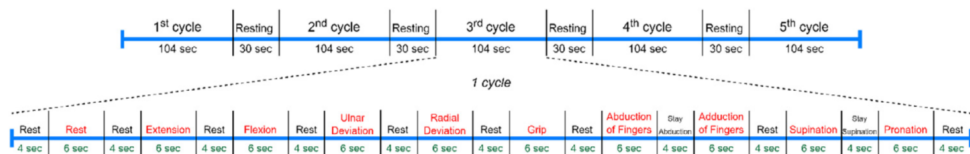


Figura 3.3: Ciclo di movimenti effettuato. Si nota che ogni ciclo è stato ripetuto 5 volte per ogni individuo

Risulta importante sottolineare che i segnali sono stati già filtrati dagli ideatori dell'articolo. I dati sono stati campionati a 2 kHz (640 secondi per ogni partecipante, come si nota in figura 3.3<sup>1</sup>), e presentavano un'ampiezza compresa tra -10 e +10 mV. Il filtraggio è stato eseguito con un filtro passabanda Butterworth di sesto ordine con un range di frequenze tra 5 e 500 Hz, per eliminare rumore ad alta frequenza e artefatti da movimento. A questo filtraggio si è aggiunto un filtro Notch di secondo ordine che andava ad eliminare la frequenza di 50 Hz, al fine di eliminare il rumore dovuto all'interferenza di linea.

<sup>1</sup>Di conseguenza ben 1.280.000 punti per ogni elettrodo, e per ogni individuo, e una matrice 3D complessiva da 1500 MB di dimensioni 4x40x1.280.000.

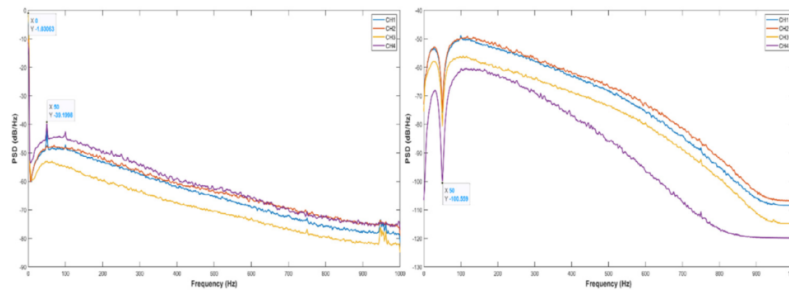


Figura 3.4: PSD con il metodo di Welch's per segnale originale e filtrato.

In figura 3.4 si possono vedere i due differenti PSD (*power spectral density*) dei segnali sui 4 canali differenti, ottenuti sfruttando il metodo di Welch's. Nel caso dei dati non filtrati, si nota il picco di ampiezze sia attorno a 0 Hz (ovvero, ampio offset e rumore a bassa frequenza), sia nei 50 Hz (e nei suoi multipli, ad esempio leggero spike a 100 Hz), infatti era con buone probabilità presente rumore di linea. Invece, nel segnale filtrato, l'offset va a zero così come molte basse frequenze (e questo è di importanza fondamentale al fine di avere una media quasi nulla che risulta essere un fattore comodo per le analisi) e il filtro Notch elimina quasi esclusivamente i 50 Hz.

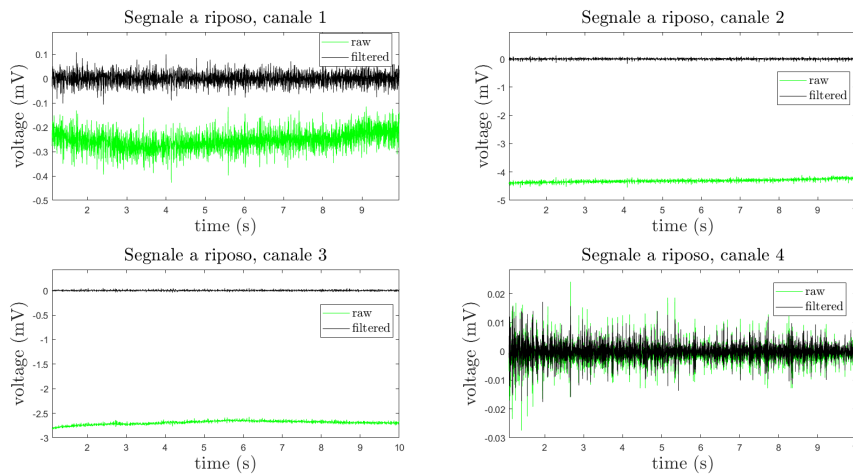


Figura 3.5: Differenza tra dati filtrati e non filtrati

Per visualizzare la differenza tra segnale filtrato e non filtrato è stata aggiunta la figura 3.5. Si nota un offset abbastanza ampio del segnale non filtrato, soprattutto nei canali 2 e 4, e alcune basse frequenze soprattutto nel canale 1. Grazie al filtraggio ciò è stato rimosso, e questo ci permette di avere

un segnale a media quasi completamente nulla che risulta molto comodo e funzionale per analisi di PDF e di CDF.

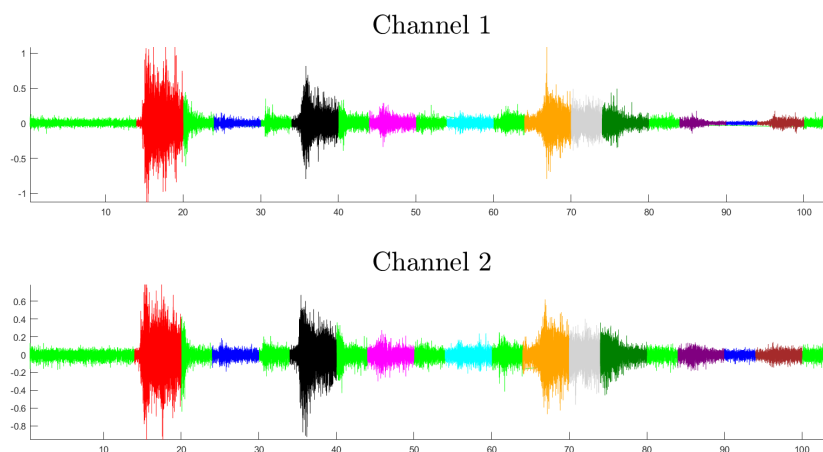


Figura 3.6: Time series degli elettrodi, dati filtrati

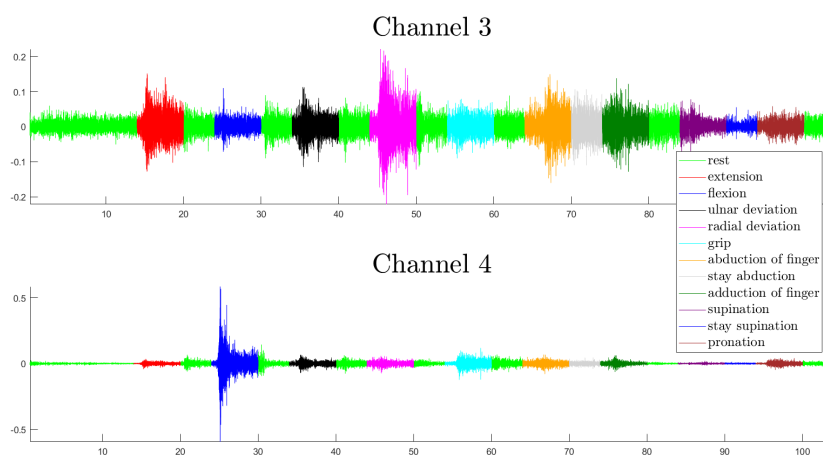


Figura 3.7: Time series degli elettrodi, dati filtrati

Queste 4 time series risulteranno molto utili quando si andranno a fare ragionamenti nelle analisi dei dati, perchè si nota quali canali sono più attivati all' eseguirsi di un certo movimento.

Si tenga presente che le successive analisi sono state svolte su dati provenienti da singoli soggetti, e non su una media dei soggetti, proprio al fine di

evitare che la media andasse a togliere delle onde di segnale importanti per l'analisi. Si è pensato che a causa di interferenza di fase con altri campioni si rischiava di eliminare importanti parti di segnale.

## 3.2 Idea di partenza

L'idea fondamentale dietro all'analisi dei dati che sta per essere effettuata è la seguente:

- Il rumore puro dovrebbe avere tendenzialmente una distribuzione nelle PDF a formare una curva gaussiana, e di conseguenza il filling factor correlato a essa dovrebbe essere  $2/\pi$ ;
- Inoltre, il rumore ha ovviamente una varianza più bassa rispetto al segnale più il rumore, quindi forme gaussiane nella PDF correlate a varianze piuttosto basse (rispetto ad altri segmenti della time series) corrispondono con buone probabilità a rumore puro;
- L'attivazione di una quantità ridotta di unità motorie (come stima indicativa, visti i risultati della simulazione, sotto le 60-70) comporta a una forma nella PDF più laplaciana, e una varianza considerevole rispetto al rumore;
- L'attivazione di molte unità motorie crea il cosiddetto *EMG amplitude cancellation* che crea una forma gaussiana nel dominio della PDF, ma che vede una varianza molto maggiore rispetto al rumore puro. Di conseguenza, forme gaussiane ad alta varianza sono associabili a segnale proveniente da interferenza di molte unità motorie.

Questa riflessione è valida teoricamente, ma nel pattern reale può subire variazioni o errori dovuti agli errori sperimentali. Va quindi considerato il fatto che i valori (ad esempio, del filling factor) possano non essere esatti o le curve perfette rispetto a quelle teoriche.

## 3.3 Analisi svolte e risultati

### 3.3.1 Dati a riposo

In accordo con quanto scritto precedentemente, sui dati a riposo il segnale dovrebbe essere rumore puro. La deviazione standard del segnale, siccome ho solo rumore, è quella più bassa rispetto al canale stesso. Ovvero, se

nelle successive analisi dei movimenti ritrovo varianza molto simile a quella del canale durante il riposo, è probabile che si siano attivate pochissime o nessuna unità motoria coinvolta nella rilevazione dell'elettrodo. Viceversa, una varianza significativamente maggiore rappresenterà segnale proveniente dalle unità motorie.

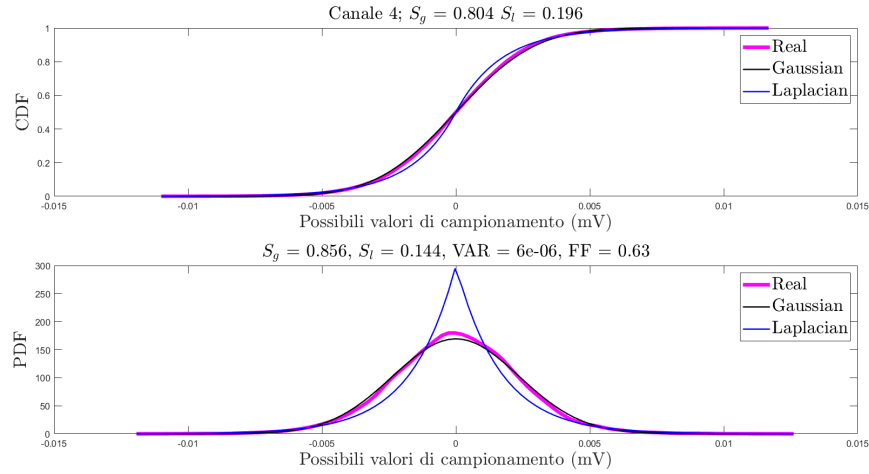


Figura 3.8: Segnale a riposo, canale 4

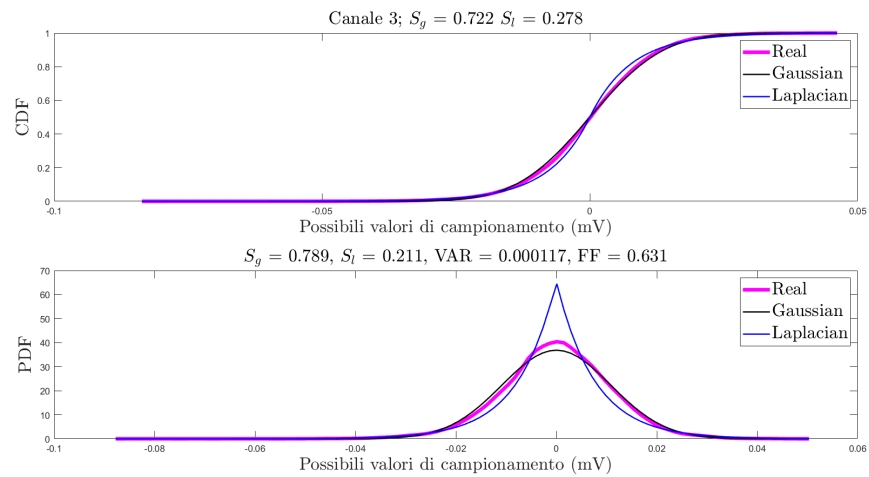


Figura 3.9: Segnale a riposo, canale 3

In accordo con la valutazione teorica, per tutti e 4 i canali si è ottenuta una forma particolarmente simile alla gaussiana. il filling factor, a parte nel canale 1 dove risulta leggermente più basso (forse per errore legato agli



intervalli dell'istogramma), negli altri 3 canali, soprattutto nel 3 e nel 4, conferma l'andamento gaussiano. Inoltre, la verifica di somiglianza della curva conferma andamento gaussiano. Le varianze che vengono mostrate nelle figure saranno di riferimento per i prossimi grafici in cui viene visualizzato l'andamento del segnale durante i gesti motori.

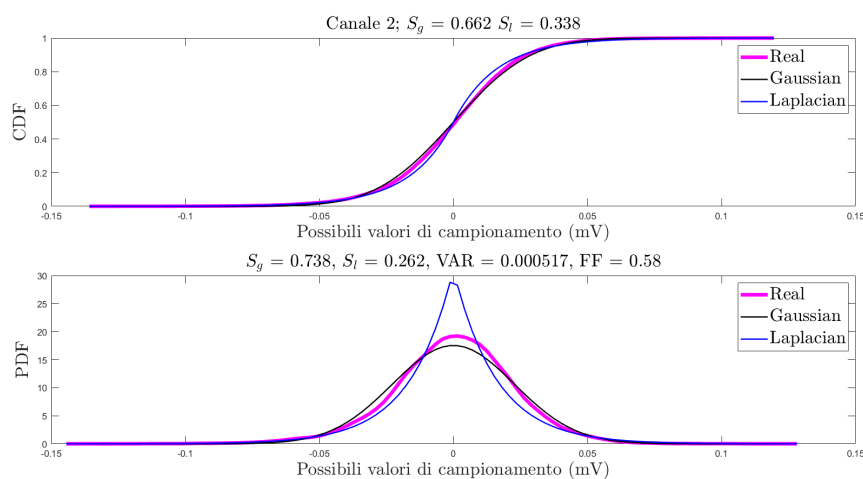


Figura 3.10: Segnale a riposo, canale 2

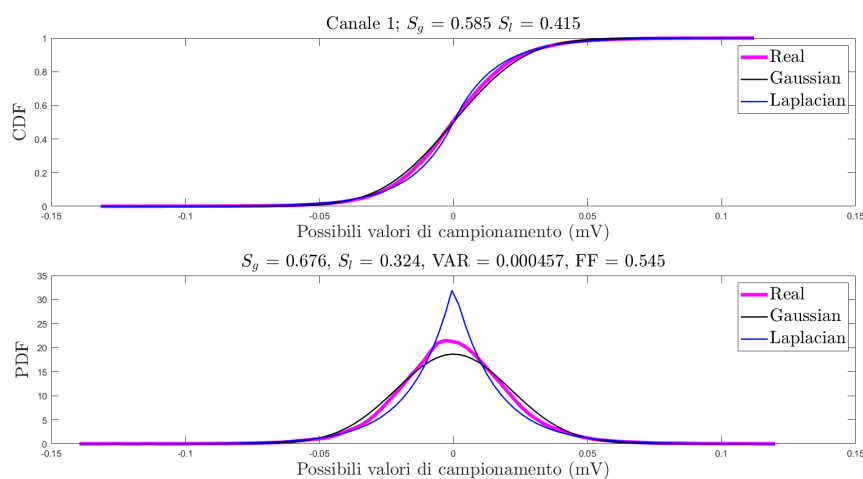


Figura 3.11: Segnale a riposo, canale 1

Ora si analizzeranno due coppie di gesti opposti al fine di visualizzare gli andamenti delle variabili messe in gioco. Sono stati scelti i movimenti

che visivamente, nelle time series, hanno generato la maggiore varianza nel canale.

### 3.3.2 Movimenti di flessione ed estensione

Per quanto riguarda la flessione, dai grafici 3.6 e 3.7 si può notare che l'unico canale che tende a attivarsi visibilmente è il canale 4. esso, infatti, è l'unico che rileva il muscolo flessorio, in accordo con figura 3.1. Gli altri elettrodi, di conseguenza, dovrebbero risultare con varianza simile a quella del rumore, mentre la varianza della time series sul canale 4 dovrebbe essere più alta.

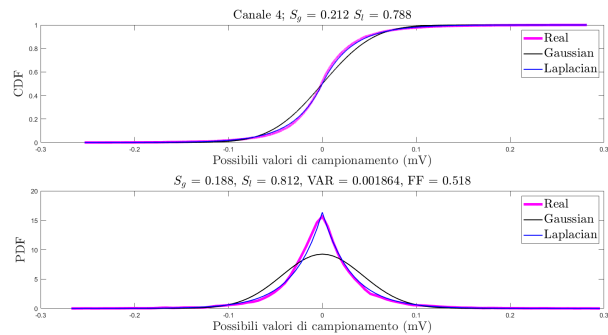


Figura 3.12: Segnale durante la flessione, canale 4

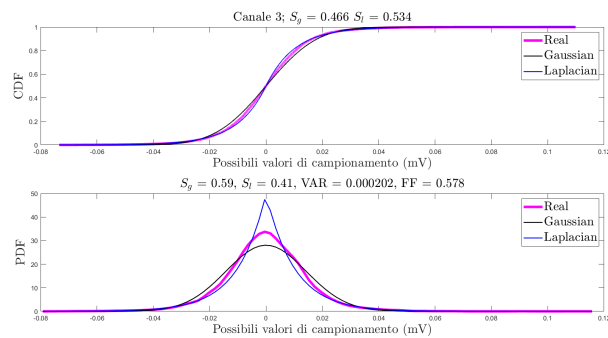


Figura 3.13: Segnale durante la flessione, canale 3

Come si può vedere nel segnale rilevato dall'elettrodo 4, la varianza è molto più alta (3 ordini di grandezza maggiore) e infatti la PDF è molto più larga, ovvero assume una quantità di valori più distesa nell'asse delle ascisse. Il filling factor conferma l'andamento visibilmente laplaciano della curva, e ciò conferma il fatto che, con buone probabilità, durante la flessione si siano

attivate un buon numero di unità motorie sottese all'elettrodo 4, tali da aumentarne significativamente la varianza, ma non un numero sufficientemente grande da portare la forma della PDF a gaussiana. Al contrario, come si vede nel canale 3 (su canale 4 e 2 la stessa cosa, ma non sono riportati i grafici, per evitare ripetizione), la varianza rimane nello stesso ordine di grandezza del rumore e il segnale mantiene una forma ancora tendente a gaussiana, anche se comincia a stringersi (quindi qualche unità motoria attiva è stata sicuramente rilevata, e ciò è confermato dal filling factor).

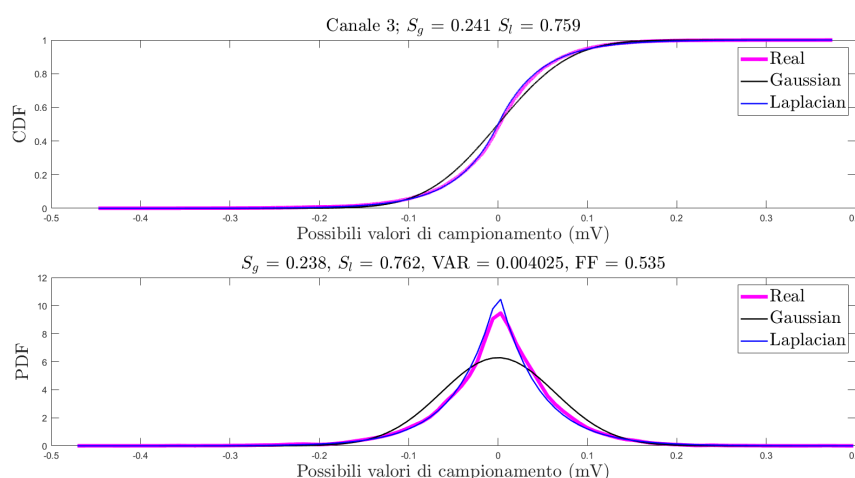


Figura 3.14: Segnale durante l'estensione, canale 3

Durante l'estensione della mano, la varianza del segnale aumenta in tutti e 4 i canali (come si vedrà in tabella), e l'andamento, nonostante sia riportato solo un grafico, assume la forma laplaciana a causa di varie unità motorie attive, ma non una quantità tale da creare una PDF gaussiana.

VAR :	Canale 1	Canale 2	Canale 3	Canale 4
Riposo	0.00046	0.00052	0.00012	$6 * 10^{-6}$
Estensione	0.0144	0.0263	0.004025	0.000262
Flessione	0.000771	0.000867	0.000202	0.00186

Tabella 3.1: varianza di canali e tipi di movimento diversi

La tabella 3.2 conferma quanto ipotizzato sul fatto che l'attivazione di poche unità motorie abbassa il filling factor nelle PDF. Infatti, in tutti i canali c'è un abbassamento del FF, rispetto al rumore gaussiano, che porta la curva a una somiglianza più marcata con la curva di Laplace. Invece, da tabella

FF :	Canale 1	Canale 2	Canale 3	Canale 4
Riposo	0.545	0.58	0.63	0.63
Estensione	0.52	0.45	0.54	0.52
Flessione	0.53	0.50	0.58	0.52

Tabella 3.2: filling factor su canali e tipi di movimento diversi

3.1 è possibile notare che le varianze del segnale sono ovviamente crescenti quando si ha un movimento. In più, per alcuni canali ho varianza diversi ordini di grandezza superiore rispetto al segnale, mentre per altri ho circa lo stesso ordine di grandezza. si può quindi affermare che per varianze simili il canale non è particolarmente attivato da quel movimento. Ad esempio, durante la flessione si attiva quasi soltanto il canale 4, mentre gli altri tendono a avere una varianza di poco superiore al rumore, che sottolinea pochissime unità motorie attive in quel segmento temporale.

### 3.3.3 Movimenti di deviazione radiale e ulnare

Anche nel caso della deviazione ulnare e radiale, si ottengono con continuità delle curve laplaciane, e i filling factor associati sono tutti attorno a 0.5. Vengono proposte le due tabelle al fine di stimare le attivazioni muscolari (grazie alla varianza) e la forma della PDF associata (grazie al filling factor). I grafici risulterebbero molto simili a quelli precedenti e di conseguenza, per evitare ripetizione, si è deciso di non inserirli. Risulta tuttavia importante una valutazione sui numeri nelle due tabelle 3.4 e 3.3.

VAR :	Canale 1	Canale 2	Canale 3	Canale 4
Riposo	0.00046	0.00052	0.00012	0.000211
Deviazione ulnare	0.00324	0.00770	0.000444	0.000262
Deviazione radiale	0.00303	0.00162	0.00113	0.00032

Tabella 3.3: varianza su canali e tipi di movimento diversi

FF :	Canale 1	Canale 2	Canale 3	Canale 4
Riposo	0.545	0.58	0.63	0.63
Deviazione ulnare	0.49	0.52	0.56	0.49
Deviazione radiale	0.53	0.54	0.53	0.47

Tabella 3.4: filling factor su canali e tipi di movimento diversi

Come si può notare nelle time series, la maggior parte dei canali ha una varianza molto amplificata (anche di due ordini di grandezza) rispetto al rumore. Inoltre, proprio come accadeva nell'analisi di flessione ed estensione, il filling factor si è abbassato, complice il fatto che l'attivazione di non troppe MU ha causato una distribuzione di probabilità laplaciana. In questi dati è stato complesso visualizzare delle forme gaussiane con varianza molto larga, a sottolineare un pattern di interferenza di molte unità motorie. Si è visualizzato, però, una trasformazione del pattern da puro rumore gaussiano a curva laplaciana a varianza maggiore.

## 3.4 Variabilità del dataset

### 3.4.1 Variabilità intersoggetto

Una possibile causa di variabilità del campione è la variabilità intersoggetto. Infatti, durante l'analisi si è potuto osservare una variabilità piuttosto ampia da soggetto a soggetto, nelle varie task. Ciò può essere dovuto, tra l'altro, al fatto che il posizionamento degli elettrodi non è sempre esatto e al fatto che l'avambraccio può avere dimensioni diverse in base all'individuo coinvolto. Per poter quantificare numericamente questa variabilità, si è andati a calcolare qualche variabile di riferimento, importante, nello stesso movimento eseguito da diversi soggetti.

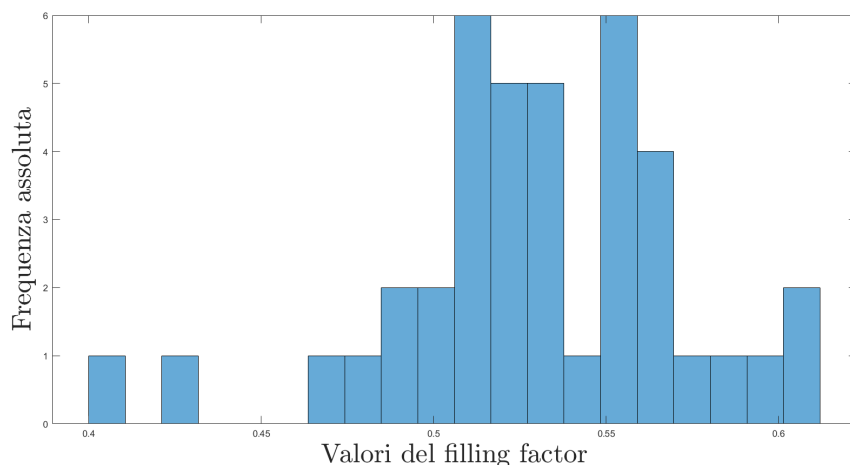


Figura 3.15: Variazione del filling factor per lo stesso movimento, individui diversi

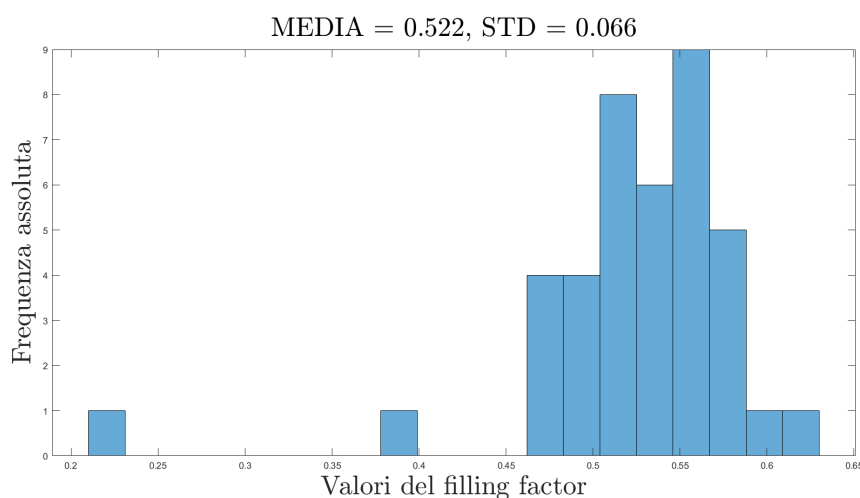


Figura 3.16: Variazione del filling factor intersoggetto nel primo canale, estensione

In figura 3.15 si può notare quanto la variabilità del filling factor sia ampia in quel tipo di movimento e in quell'elettrodo. Di conseguenza, per una analisi approfondita va considerata questa variabilità. Va comunque notato che il filling factor si 'disperde' di meno tra trial diversi quando si è in condizioni di forte segnale EMG: ad esempio, viene riportata in figura 3.16 la variazione del filling factor durante il movimento di estensione per il canale più stimolato.

La deviazione standard del filling factor (medio tra vari trial) è piuttosto bassa e ha una forma sempre compresa tra Gauss e Laplace, mentre nella figura successiva, 3.17, seppur molti filling factor sono concentrati vicino a  $2/\pi$ , ho una deviazione standard doppia rispetto a prima, poichè esso si distribuisce in maniera più casuale.

### 3.4.2 Variabilità intrasoggetto

Oltre alla variabilità che ci può essere tra un individuo e l'altro, esiste anche una discreta variabilità nello stesso soggetto durante la ripetizione delle task. Infatti, il filling factor presenta variazione piuttosto netta tra una ripetizione dello stesso movimento e un'altra, effettuate dallo stesso soggetto. Si nota, però, che la variazione è decisamente più modesta (deviazione standard molto più bassa rispetto a prima).

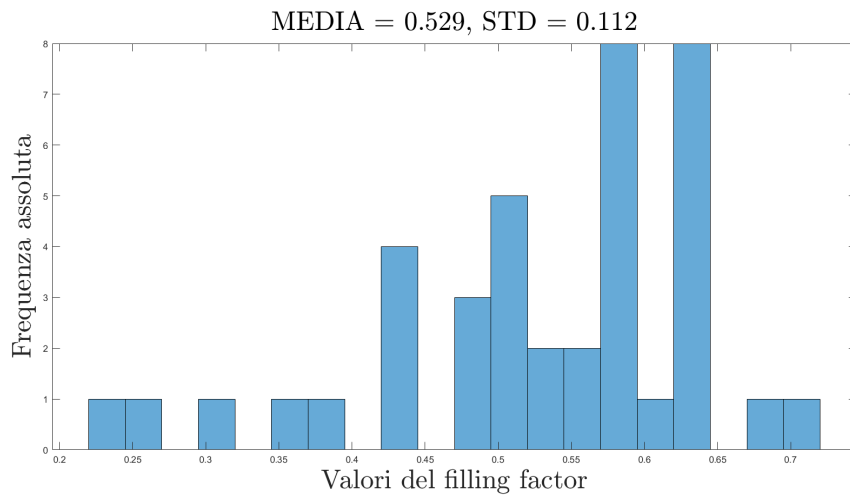


Figura 3.17: Variazione del filling factor intersoggetto nel primo canale, riposo

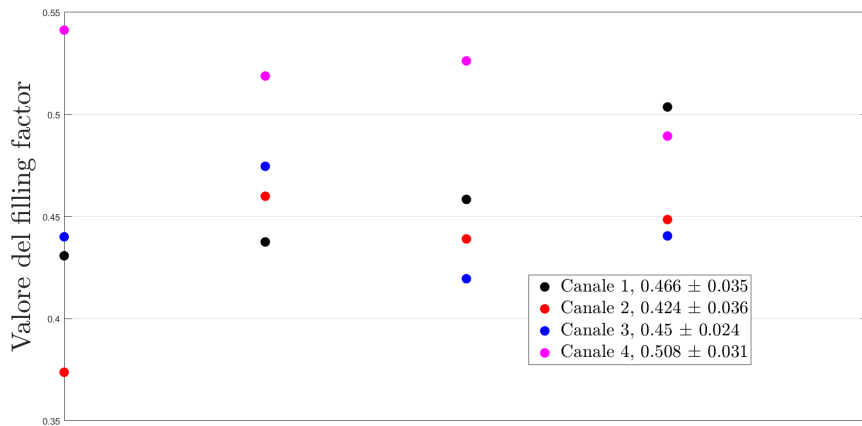


Figura 3.18: Variazione del filling factor per lo stesso movimento, canali diversi, stesso individuo

Si nota, infatti, in figura 3.18 che il filling factor, ottenuto sullo stesso canale (stesso canale, stessi colori del marker) e stesso soggetto, ma durante le 5 diverse volte in cui ha dovuto ripetere la prova, varia ma in maniera minore rispetto ai valori ottenuti per stesse task, ma su soggetti differenti.

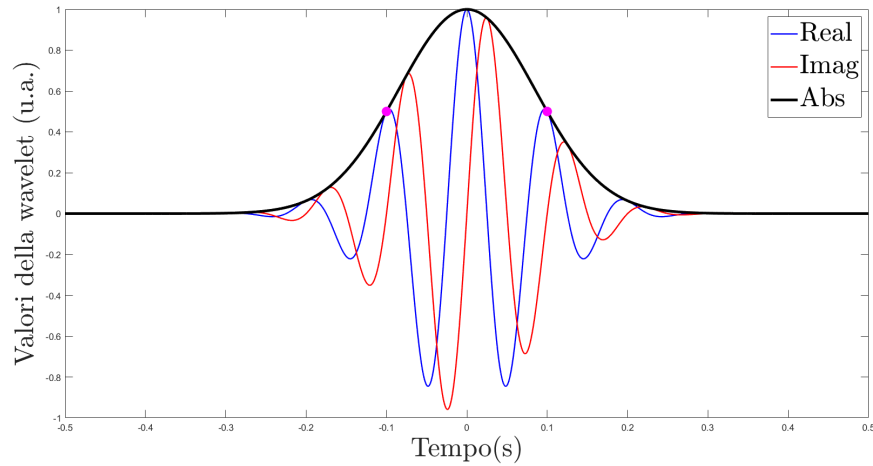


Figura 3.19: Complex Morlet Wavelet a 10 Hz

### 3.5 Analisi in tempo frequenza

In questa sezione si è cercato di ampliare leggermente il range di analisi includendo una analisi in tempo frequenza del segnale reale.

Per effettuare questa analisi sono state usate le *wavelet*, più precisamente le *complex Morlet wavelet*, ovvero onde complesse finestrate da una curva gaussiana.

Per capire meglio questo tipo di onde, si è cercato di visualizzarle nel calcolatore.

Si è scelto di impostare la wavelet in un intervallo tra  $[-1,1]$  secondi, di conseguenza circa 4000 punti (ricordando la frequenza di campionamento di 2000 hz del segnale). La wavelet è descritta dalla seguente equazione:

$$x(t) = Ae^{j2\pi ft} e^{-4 \ln 2 \frac{(t-t_p)^2}{fwhm^2}} \quad (3.1)$$

dove:

- A è l'ampiezza della curva
- f è la frequenza delle due sinusoidi, reale e immaginaria;
- $t_p$  è l'istante di picco della curva gaussiana;
- *fwhm* è il cosiddetto *full width at half maximum*, ovvero la larghezza della curva a metà dell'altezza totale della gaussiana.



In figura 3.19 Si vede nel piano bidimensionale la parte reale e la parte immaginaria dell'onda, in una curva dove si è scelto  $A=1$ ,  $t_p = 0$ ,  $fwm = 0.2s$ , e in viola sono sottolineati i punti a metà rispetto all'altezza complessiva della curva (che appunto hanno larghezza tra loro di 0.2 s).

Si può visualizzare la wavelet anche nel dominio tridimensionale, nel seguente modo:

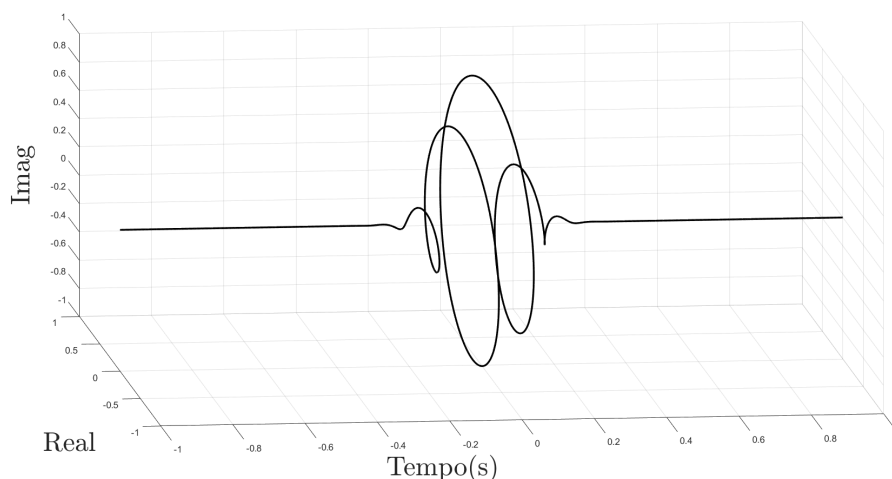


Figura 3.20: Complex Morlet Wavelet 3D a 10 Hz

Dove i tre assi rappresentano la parte reale, immaginaria dell'onda, e il tempo.

Detto ciò, si è andati a effettuare una analisi in tempo-frequenza utilizzando quest'onda. Si è scelto di creare 150 wavelet a frequenze tra 5 e 500 Hz (ovvero alle frequenze non filtrate dal filtro passa banda che si è visto prima) e equidistanziate nei valori (quindi si scala di circa 3 Hz da una all'altra). Per ogni frequenza dell'onda scelta, si è andati a convolvere la *wavelet* a quella frequenza con il segnale, e il risultato è stato espresso in potenza del segnale.<sup>2</sup> Per discriminare segnale e rumore, si è scelta una modalità di analisi che prevede un risultato in decibel (db) e non in unità assolute.

Spiegando meglio quanto effettuato, si è creato il time-frequency plot, ovvero una matrice 2D con:

- nelle ascisse i valori dei tempi,

<sup>2</sup>Ecco la formula per la potenza complessiva del segnale, in quell'istante di tempo e a una determinata frequenza, in codice MatLab: `abs(conv(signal,cmw,'same')).2`. sostanzialmente il quadrato del valore assoluto del numero complesso ottenuto con la convoluzione. 'same' è una istruzione per avere già le code di convoluzione tagliate (la parte meno significativa).

- nelle ordinate i valori delle varie frequenze, tra 5 e 500 Hz, della wavelet che è stata fatta convolvere col segnale,
- di conseguenza il punto  $(x_i, y_j)$  della matrice rappresenta il *dot product* del segnale con la wavelet alla j-esima frequenza e centrata nel i-esimo punto, e questo valore (un numero complesso) viene rielaborato per dare informazioni sulla potenza.

Questa matrice è stata creata in maniera pressochè identica sia per il rumore (ovvero per un range temporale di riposo dell'individuo, nessuna task motoria), sia per il segnale durante l'estensione, per tutti e 4 i canali. Dopo ciò, nella matrice del rumore, per ogni frequenza si è trovata la media temporale, ovvero la potenza media del rumore nel tempo, ottenendo così un vettore di valori nel dominio delle frequenze, mostrato a destra in figura 3.21.

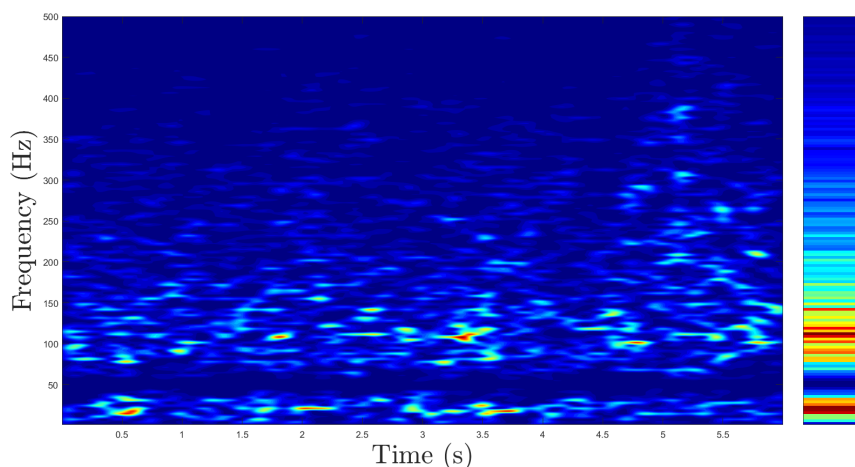


Figura 3.21: Grafico TF del rumore; a destra è la media nei tempi per ogni frequenza

Si nota, quindi, che le frequenze con più rumore sono quelle attorno circa a 30 Hz e tra i 100 e i 150 Hz. Successivamente, si è andati a dividere il valore ottenuto dalla media del rumore per il segnale (ogni vettore temporale a una determinata frequenza è stato diviso per la media del rumore a quella frequenza), e di questo risultato è stato trasformato in scala logaritmica:

$$tf_{i_{db}} = 10 * \log \frac{tf_i}{n_i} \quad (3.2)$$

Dove:

- $tf_i$  è il vettore temporale alla  $i$ -esima frequenza;
- $n_i$  è il valore medio di rumore alla  $i$ -esima frequenza

Questa equazione, ripetuta  $k$  volte (dove  $k$  è il numero di frequenze scelte, 150), mi consente di ottenere la matrice complessiva.

Quindi, nel caso dell'estensione dell'avambraccio, attraverso queste formule ottengo i seguenti grafici su ogni canale:

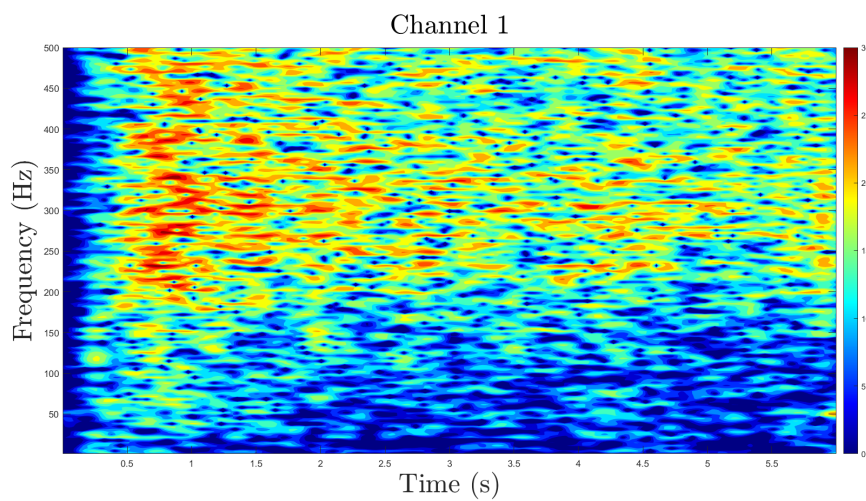


Figura 3.22

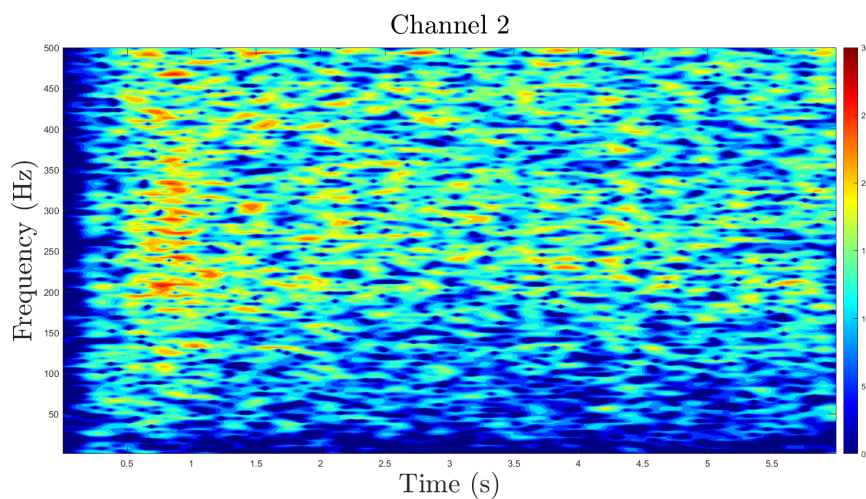


Figura 3.23

Si è scelto, nei seguenti grafici, di mantenere il limite di colorazione sempre lo stesso, ovvero  $[0, 30]$ , in modo da poter visualizzare in quali canali è presente più energia. In tutti e 4 i canali si nota il picco di energia su numerose frequenze intorno a 0,5-1 secondi dall'inizio della task, e un progressivo calo di essa. Di conseguenza si può intuire che il soggetto in esame abbia tardato leggermente con l'inizio dell'estensione, infatti nei primi 0.5 secondi ho valori molto simili al rumore (circa 0 in decibel, ciò vuol dire che il SNR è circa 1), e successivamente abbia contratto in maniera forte i muscoli, per poi abbassare leggermente la contrazione con il passare del tempo, eventualmente per stanchezza oppure per calo di intensità.

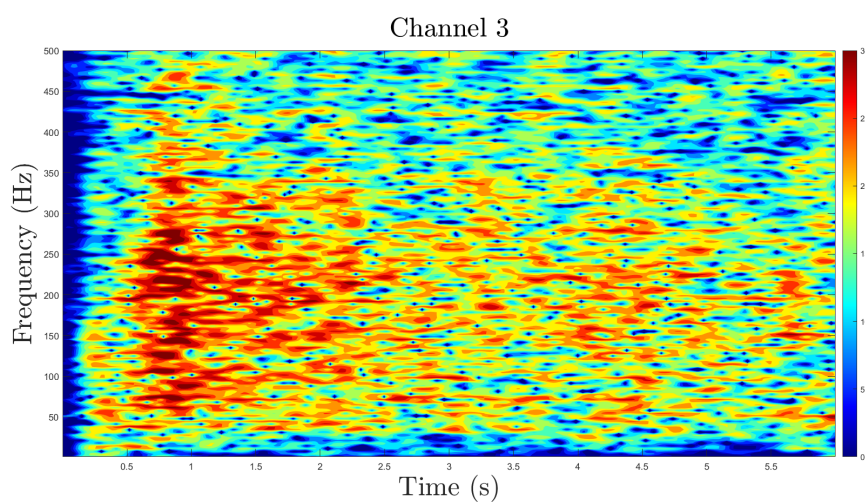


Figura 3.24

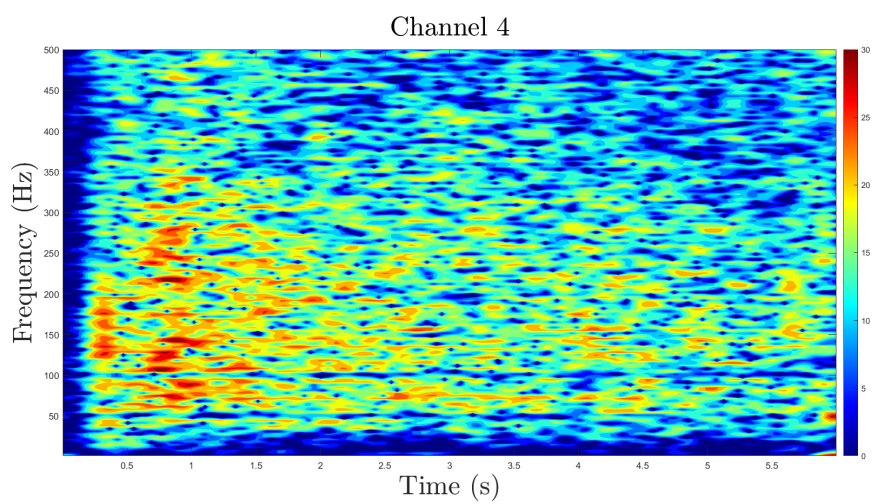


Figura 3.25



# Capitolo 4

## Discussione e conclusioni

In questo capitolo verrà fatta una riflessione globale, prendendo in considerazione quanto si può valutare complessivamente dalle varie sezioni dell'elaborato. Questo capitolo cita la fonte [5].

### 4.1 Riflessione sulle forme ottenute

Grazie all'analisi dei dati reali, si è riuscito a confermare quanto proposto dalla simulazione e quanto si voleva confermare nella presentazione dell'analisi. Non è stato semplice, tuttavia, tra tutti i segnali, individuare un segnale che presentasse un riempimento molto alto, e di conseguenza un filling factor tendente a  $2/\pi$ , che non fosse esclusivamente rumore (ipotesi confermata dalla varianza). Un ragionamento su questo punto può essere fatto considerando che i muscoli dell'avambraccio tendono a essere non di grosse dimensioni e ad avere un numero di unità motorie significativamente più basso rispetto, ad esempio, a un quadricipite femorale. Detto ciò, si è scelto comunque quel dataset, rispetto ad altri, perchè conteneva tutti i metadati necessari e delle accurate spiegazioni sullo svolgimento dell'esperimento, sul filtraggio, sulla metodica. Infatti, in uno studio sul riempimento del segnale EMG, effettuato da alcuni degli stessi studiosi dell'articolo citato prima (riferimento [5]), essi hanno studiato il filling factor proprio sulla stimolazione di un quadricipite. In questo esperimento, i soggetti sono stati portati da un MVC (massima contrazione volontaria) basso fino a un quaranta per cento della contrazione massima in un periodo di 60 secondi. Successivamente, gli studiosi hanno raccolto i segnali EMG, li hanno filtrati e sono andati a calcolarne il filling factor nei vari segmenti significativi, ottenendo i seguenti risultati:

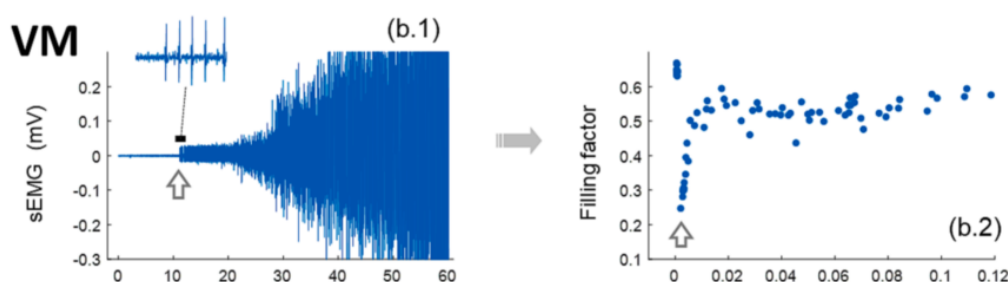


Figura 4.1: Riempimento di segnale EMG per aumento della contrazione muscolare nel tempo

In questo esempio di figura riportata dall'articolo, si nota il riempimento del segnale preso dal muscolo *vastus medialis*. Se nel primo periodo si ha un filling factor tendente a  $2/\pi$  da rumore puro, con l'inizio dell'attivazione (grafico a destra; le ascisse equivalgono alla media del segnale rettificato nel segmento considerato, ovvero il segnale è stato filtrato e portato in valore assoluto) si nota un aumento del filling factor da valori molto bassi fino a quelli tipici della gaussiana. Il muscolo in questione è uno dei più grandi del corpo umano, di conseguenza all'aumentare della MVC, il segnale si riempie. Invece, per muscoli piccoli come quelli dell'avambraccio, e per delle task che non hanno richiesto sollevamento pesi, è più improbabile riempire il segnale come infatti si è visto.

Concludendo, si può affermare che i risultati ottenuti in questa tesi sono coerenti con il tipo di muscolo che è stato scelto per l'analisi, e con le modalità in cui la prova si è svolta, in quanto la prova su cui si è basato il dataset non riguardava sforzi particolarmente intensi o sollevamento pesi, al contrario dell'articolo qui citato, e non sono stati considerati muscoli molto grandi e ricchi di unità motorie.

## 4.2 Discussione finale

Lo scopo dell'elaborato era presentare un modello accurato di simulazione del segnale EMG e testarne le sue implicazioni su un dataset reale. La simulazione, in accordo con quanto viene fuori dall'analisi del dataset, è risultata particolarmente realistica, seppur non può essere esatta. Infatti, le principali analisi svolte sulla simulazione hanno avuto grandi similitudini, in termini di risultati ottenuti, con quelle effettuate sul dataset. Il dataset, per quanto la rilevazione dei segnali sia stata eseguita con grande accuratezza, è ricco di variabilità nei segnali. Questa variabilità, sia intersoggetto (più ampia) che



intrasoggetto (molto più bassa), può essere dovuta a del rumore casuale (elettrico), oppure a errori nella disposizione degli elettrodi, che possono essere stati posizionati in punti leggermente diversi da soggetto a soggetto. Inoltre altre fonti di variabilità possono essere gli artefatti da movimento, ed errori dovuti alla diversità dell'avambraccio di soggetti diversi. Nonostante ciò, i risultati ottenuti sono in linea con la teoria proposta dagli articoli scientifici, e con le analisi nella simulazione.

### 4.3 Conclusioni dell'elaborato

I risultati ottenuti nella seguente presentazione confermano quanto trovato nella bibliografia, e cercano di ampliare aggiungendo una presentazione su dei dati reali. Si è quindi riusciti a derivare una EMG PDF e una EMG CDF consistenti e realistiche da una simulazione di segnale elettromiografico, spiegandone la relazione della sua forma con il numero di unità motorie attivate; infine, si è riusciti a stimare il grado di attività dei muscoli coinvolti in dei movimenti studiando alcune variabili come la EMG PDF, CDF, la varianza ed il filling factor. Le valutazioni presenti in questo elaborato, inoltre, potrebbero essere utili in alcune valutazioni cliniche che prevedono una misurazione indicativa del numero di unità motorie collegate a un certo gesto. Ad esempio, si può studiare la stadiazione di alcune patologie che implicano uno 'spegnimento' di unità motorie, o studiare questi valori per effettuare una diagnosi. Altrimenti si potrebbe studiare questi valori in un processo di cura e riabilitazione di pazienti che soffrono di disturbi legati alla funzione muscolare, che possono avere una quantità di unità motorie attive non sufficiente all'esecuzione di alcuni gesti.



# Bibliografia

- [1] Link per il dataset dell'articolo citato in [2]:  
<https://data.mendeley.com/datasets/ckwc76xr2z/2>.
- [2] M. Akif Ozdemir, D. Hande Kisa, O. Guren, and A. Akan. Dataset for multi-channel surface electromyography (semg) signals of hand gestures. *Data in brief*, 2022.
- [3] S. Gao, J. Gong, B. Chen, B. Zhang, F Lou, M. O. Yerabakan, Y. Pan, and B. Hu. Use of advanced materials and artificial intelligence in electromyography signal detection and interpretation. *Advanced intelligent systems*, 2022.
- [4] Calandrino Leonardo and Chiani Marco. *Lezioni di comunicazioni elettriche*. Pitagora Editrice Bologna, 2013.
- [5] J. Navallas, A. Eciolaza, C. Mariscal, I. Khan Niazi, and J. Rodriguez-Falces. Validation of the filling factor index to study the filling process of the semg signal in the quadriceps. *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 2023.
- [6] J. Navallas, A. Eciolaza, C. Mariscal, A. Malanda, and J. Rodriguez-Falces. "emg probability density function: A new way to look at emg signal filling from single motor unit potential to full interference pattern". *IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering*, 31, 2023.