

Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

# Campi magnetici in astrofisica

Tesi di Laurea

Presentata da:  
**Sofia Bonetti**

Relatore:  
**Chiar.ma Prof.ssa  
Marcella Brusa**

*“L’astronomia costringe l’anima a guardare oltre  
e ci conduce da un mondo ad un altro.”*

---

La Repubblica,  
PLATONE

# Indice

<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>1 Magnetoidrodinamica</b>	<b>1</b>
1.1 Proprietà dei plasmi . . . . .	1
1.2 Equazioni di Maxwell in MHD e campi magnetici . . . . .	1
<b>2 Metodi di rilevamento del campo magnetico</b>	<b>3</b>
2.1 Emissione di sincrotrone . . . . .	3
2.1.1 Auto-assorbimento di sincrotrone . . . . .	6
2.1.2 Campo magnetico di equipartizione . . . . .	7
2.1.3 Sincrotrone e Compton Inverso . . . . .	8
2.1.4 Polarizzazione della radiazione di sincrotrone . . . . .	9
2.2 Misura di dispersione . . . . .	10
2.3 Rotazione di Faraday . . . . .	11
2.4 Effetto Zeeman . . . . .	12
<b>3 Campi magnetici e buchi neri</b>	<b>14</b>
3.1 Sagittarius A* in luce polarizzata . . . . .	15
<b>Bibliografia</b>	<b>16</b>

## **Abstract**

Presenti su grandissime scale, i campi magnetici permeano l'Universo e sono alla base della formazione ed evoluzione dei sistemi cosmici. Nonostante la loro origine rimanga tutt'ora oggetto di discussione tra gli studiosi, è importante comprendere le modalità secondo cui essi si manifestano e interagiscono con la radiazione elettromagnetica, al fine di ricavare informazioni sulla loro intensità e struttura. Nel primo capitolo di questa tesi vengono brevemente esposti alcuni principi alla base dell'interazione tra plasmi e campi magnetici, mentre nel secondo capitolo vengono trattati i principali strumenti diagnostici tramite cui è possibile ottenere informazioni sull'intensità e l'orientazione dei campi stessi. Infine, nel terzo capitolo, sono presentati i primi risultati, ottenuti in tempi recenti grazie a misure polarimetriche, sullo studio dei campi magnetici nelle vicinanze di buchi neri supermassicci, in particolare di Sagittarius A\*.

# Capitolo 1

## Magnetoidrodinamica

### 1.1 Proprietà dei plasmi

In astrofisica, la quasi totalità dei fluidi studiati è sottoposta a temperature molto elevate, superiori a  $10^4 K$ . In queste condizioni estreme, ioni ed elettroni non sono più legati sotto forma di atomi e la materia si trova in uno stato di parziale o totale ionizzazione. Tale stato prende il nome di plasma, ovvero un fluido costituito da cariche libere complessivamente neutro. Un plasma astrofisico può essere trattato come un fluido ideale se:

- la scala lineare del fenomeno supera la lunghezza di Debye<sup>1</sup>  $\lambda_D = \sqrt{\frac{KT}{4\pi e^2 n_e}}$ , dove  $K$  è la costante di Boltzmann,  $T$  è la temperatura,  $e$  è la carica dell'elettrone e  $n_e$  è la densità di elettroni;
- la velocità del fluido è di molto inferiore alla velocità della luce (fluido isotropo);
- la conduttività elettrica è molto elevata ( $\sigma \rightarrow \infty$ );
- la fisica del plasma è dominata dalle collisioni, ovvero le dimensioni del fluido superano il raggio di Larmor ( $R_L = mvc/qB$ ), che è a sua volta più grande del libero cammino medio tra le collisioni.

### 1.2 Equazioni di Maxwell in MHD e campi magnetici

In presenza di plasmi, ovvero di un'alta densità di cariche libere, è fondamentale lo studio delle loro interazioni con i campi magnetici presenti. Tale studio prende il nome di magnetoidrodinamica (MHD) e permette di riscrivere le equazioni di Maxwell, che governano il comportamento di un fluido ionizzato, nella seguente forma:

---

<sup>1</sup> Distanza spaziale entro la quale l'energia cinetica di due particelle supera l'energia potenziale elettrostatica tra di esse e il campo elettrico della singola particella viene schermato da quello delle cariche vicine e di segno opposto.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (1.2)$$

ottenute tramite la legge di Ohm<sup>2</sup> e il calcolo della divergenza del rotore di  $\vec{B}$ . Nel caso di plasma in movimento con velocità  $v \ll c$ , la relazione tra il campo elettrico nel sistema di riferimento di laboratorio,  $\vec{E}$ , e nel sistema di riferimento solidale al plasma stesso,  $\vec{E}'$ , è data dalla formula  $\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}$ . A partire da questa espressione, per mezzo di semplici manipolazioni matematiche, si ottiene la seguente formula per il campo elettrico:

$$E \approx -\frac{v}{c} B \left( 1 - \frac{1}{R_m} \right), \quad \text{dove } R_m := \frac{4\pi\sigma v L}{c^2}. \quad (1.3)$$

La quantità  $R_m$  è il numero di Reynolds magnetico, che in ambito astrofisico ha tipicamente un valore molto grande di circa  $10^6$ . Questo permette di trascurare il secondo termine della (1.3) e di considerare  $E \approx -\frac{vB}{c}$ . Introducendo il termine di viscosità magnetica  $\eta_m := \frac{c^2}{4\pi\sigma}$ , è possibile scrivere un'unica equazione di evoluzione per  $\vec{B}$ , detta *equazione dell'induzione*:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta_m \nabla^2 \vec{B}, \quad (1.4)$$

data dalla somma, nell'ordine, di un termine convettivo e di uno diffusivo che determinano la variazione temporale di  $\vec{B}$ . In ordini di grandezza, la (1.4) può essere approssimata come  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \approx v \frac{B}{L} \left( 1 + \frac{1}{R_m} \right)$  e si possono, quindi, individuare due casi limite:

- *diffusione del campo magnetico*, se il plasma è fermo ( $v = 0$ ). L'evoluzione di  $\vec{B}$  è legata al solo termine diffusivo ed è descritta dalla funzione esponenziale  $B(t) = B_0 e^{-t/\tau}$ , dove  $\tau = \frac{L^2 4\pi\sigma}{c^2}$  è il tempo caratteristico di diffusione del campo magnetico.
- *congelamento del campo magnetico*, se il plasma ha una conduttività elettrica  $\sigma \rightarrow \infty$  e non è fermo. Domina, quindi, il termine convettivo ed è possibile dimostrare la conservazione del flusso di  $\vec{B}$  attraverso una qualsiasi superficie. Da un punto di vista fisico, ciò comporta che le linee di campo magnetico non possono essere attraversate da materia in movimento, ma possono essere da essa allungate e piegate, e che, se il plasma si espande, la forza del campo diminuisce e viceversa.

Infine, si può definire un termine di pressione legato al campo magnetico nel plasma, detto pressione magnetica,  $P_m = \frac{B^2}{8\pi}$ . Dal momento che una pressione ha le stesse unità di misura di una densità di energia, l'energia associata al campo magnetico è data da:

$$U_B = \int_V \frac{B^2}{8\pi} dV. \quad (1.5)$$

---

<sup>2</sup>  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , dove  $\vec{j}$  è la densità di corrente,  $\sigma$  è la conduttività elettrica ed  $\vec{E}$  è il campo elettrico nel sistema di riferimento solidale al plasma.

# Capitolo 2

## Metodi di rilevamento del campo magnetico

### 2.1 Emissione di sincrotrone

La radiazione di sincrotrone domina la maggior parte dell'astrofisica delle alte energie ed è responsabile dell'emissione radio della nostra Galassia, dei resti di supernova e delle sorgenti extragalattiche. Essa è, inoltre, uno dei principali strumenti di indagine del campo magnetico, dal momento che è prodotta da particelle cariche con velocità ultra-relativistiche accelerate dal campo stesso. L'esito di tale interazione è un tipo di emissione polarizzata linearmente con un caratteristico spettro di frequenze, detta *emissione di sincrotrone*, di cui vengono ora illustrate le proprietà fondamentali al fine di comprendere come, grazie ad essa, si possano ricavare informazioni sull'intensità e la direzione delle componenti del campo magnetico.

Una particella di carica  $q$  e massa  $m$  in moto con velocità  $\vec{v}$ , non relativistica, in una regione dove è presente un campo magnetico uniforme  $\vec{B}$ , è soggetta alla forza di Lorentz:

$$\vec{F}_L = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}, \quad (2.1)$$

che porta la carica a muoversi su una traiettoria elicoidale con asse parallelo alle linee di forza del campo. Tale moto è il risultato della combinazione di un moto uniforme lungo le linee di forza con velocità  $v_{\parallel}$  e di un moto circolare con velocità  $v_{\perp}$  costante e raggio di curvatura pari al raggio di Larmor  $R_L$  (Fig. 2.1). L'angolo tra il campo magnetico e il vettore velocità prende il nome di *angolo di*

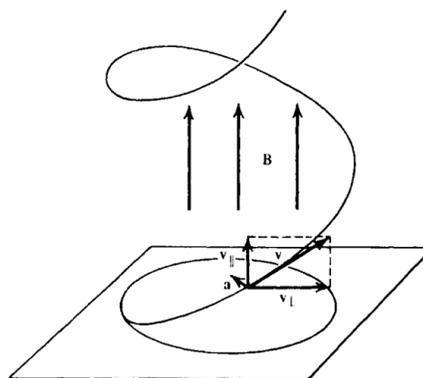


Figura 2.1: Moto elicoidale di una particella carica in un campo magnetico uniforme [1].

*pitch*. Poiché la carica è soggetta ad un'accelerazione centripeta, essa ha perdite radiative inversamente proporzionali al quadrato della massa<sup>1</sup>; quindi, in un plasma magnetizzato si considerano solo le emissioni degli elettroni e si trascurano quelle dei protoni. Nel caso di elettroni non relativistici si parla di *radiazione di ciclotrone* e la potenza irradiata per unità di angolo solido, ottenuta dalla formula di Larmor, è:

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{2q^4}{3m^2c^3} \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^2 B^2 \sin^2\theta, \quad (2.2)$$

dove  $\theta$  è l'angolo tra la linea di vista dell'osservatore e il vettore accelerazione. La distribuzione angolare della radiazione è quella tipica di un dipolo oscillante con frequenza di Larmor  $\nu_L = \frac{qB}{2\pi mc}$ . Quindi, un osservatore - posto sul piano della traiettoria - non percepisce radiazione se la sua linea di vista è allineata con il vettore accelerazione, poiché il massimo dell'emissione si ha nella direzione ad esso perpendicolare. Tuttavia, gli elettroni che si trovano nell'ISM e nell'IGM sono generalmente relativistici e ultra-relativistici. L'energia è irradiata in varie armoniche della frequenza di Larmor e non ha più un solo valore caratteristico a causa degli effetti di aberrazione relativistica. L'aberrazione, infatti, modifica l'angolo sotto cui viene emessa la radiazione, isotropa nel sistema di riferimento della particella ma non per un osservatore esterno. Utilizzando la formula relativistica per l'aberrazione della luce, detto  $\alpha$  l'angolo nel s.d.r dell'osservatore e  $\alpha'$  l'angolo nel s.d.r. della particella (entrambi misurati rispetto alla direzione della velocità), vale la seguente relazione:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha') \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos(\alpha') + \beta}. \quad (2.3)$$

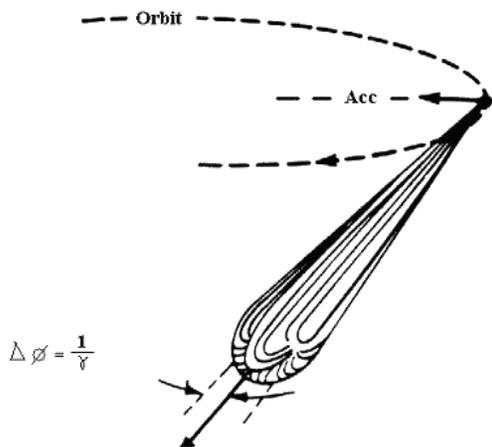


Figura 2.2: Effetto di aberrazione relativistica sulla radiazione emessa dalla carica accelerata [2].

Se si considera  $\alpha' = 90^\circ$ , essendo  $\beta = v/c \sim 1$ , si ottiene che  $\tan(\alpha) \simeq 1/\gamma$ . Poiché  $\gamma \gg 1$ , il valore della tangente è approssimabile al valore dell'angolo in radianti. Dunque, per elettroni relativistici, metà della radiazione risulta amplificata e concentrata in un cono di semiampiezza  $\approx 1/\gamma$ , che ha per asse la direzione istantanea della velocità (Fig 2.2), mentre l'altra metà è diluita su tutto lo spazio restante (angolo solido di  $\approx 4\pi$  ster). Conseguenza di ciò, è che l'emissione di sincrotrone da parte di un singolo elettrone è impulsiva, dal momento che un osservatore fisso riceve la radiazione solo quando il cono di luce punta nella sua direzione.

<sup>1</sup> Per la formula di Larmor ( $-dW/dt = 2q^2 a^2 / 3c^3$ )

A partire dalla formula di Larmor relativistica, è possibile scrivere la potenza emessa da elettroni ultra-relativistici:

$$-\frac{dW}{dt} = 2c\sigma_T\gamma^2\frac{B^2}{8\pi}\sin^2\theta, \quad (2.4)$$

dove  $\sigma_T$  è la sezione d'urto Thomson dell'elettrone<sup>2</sup>.

Considerando, ora, il singolo elettrone ultra-relativistico, si ricava un'espressione che lega la frequenza caratteristica di emissione al campo magnetico:

$$\nu_S = 4.2 \cdot 10^{-9}\gamma^2 B[\mu G] \text{ GHz}. \quad (2.5)$$

Tipicamente, i campi magnetici astrofisici assumono valori compresi tra  $0.1 \mu G$  e  $10 \mu G$  e questo comporta che la radiazione di sincrotrone venga prevalentemente emessa in banda radio. L'utilizzo pratico di questa frequenza risulta, però, limitato in ambito astrofisico, dove è necessario considerare l'emissione di un insieme di elettroni con energie anche molto diverse tra loro. Infatti, in base alla (2.5), piccole variazioni di  $\gamma$  permettono di raggiungere tutte le frequenze della banda radio.

Per fare delle previsioni sull'emissività attesa in funzione della frequenza, si suppone che la distribuzione in energia degli elettroni sia una legge di potenza, ovvero di tipo non termico:

$$N(\varepsilon) = N_0\varepsilon^{-\delta}, \quad (2.6)$$

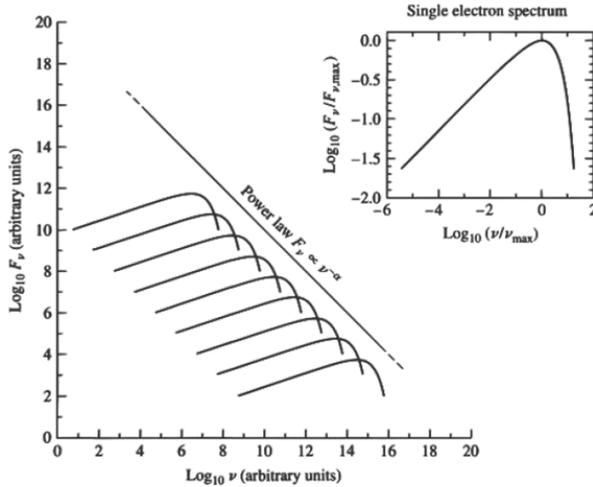


Figura 2.3: Distribuzione spettrale a legge di potenza dovuta alla sovrapposizione dei singoli contributi elettronici [3].

dove  $N_0$  e  $\delta$  sono delle costanti ed  $\varepsilon$  è l'energia delle cariche. Tale assunzione trova giustificazione nel fatto che questo sia lo spettro di energia osservato nei raggi cosmici. Questa scelta, inoltre, porta a fare assunzioni sulla forma dello spettro di radiosorgenti che sono in accordo con le osservazioni. Sia, ora,  $N(\varepsilon)d\varepsilon$  il numero di elettroni, per unità di volume, con energia compresa tra  $\varepsilon$  ed  $\varepsilon + d\varepsilon$ , che irradiano prevalentemente nell'intervallo  $\nu_m \div (\nu_m + d\nu_m)$ . L'emissività specifica è data da:

$$J_S(\nu) = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} w_s(\nu, \varepsilon)N(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2.7)$$

<sup>2</sup>  $\sigma_T = 6.6524586 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^{-2}$

dove  $w_s(\nu, \varepsilon)$  è lo spettro di emissione di un elettrone di energia  $\varepsilon$ . Al fine di ottenere lo spettro totale della radiazione di sincrotrone, si sostituisce l'espressione (2.6) nella (2.7) e, normalizzando e integrando, si ottiene che l'integrale ha un valore finito:

$$J_S(\nu) \propto \nu^{-(\delta-1)/2} = \nu^{-\alpha}, \quad (2.8)$$

dove  $\alpha := \frac{\delta-1}{2}$  viene detto *indice spettrale*. Al fine di determinare il coefficiente di proporzionalità tra  $J_S(\nu)$  e  $\nu^{-\alpha}$ , è necessario assumere tutto l'irraggiamento alla frequenza caratteristica  $\nu_S$ . L'emissività specifica è data da:

$$J_S(\nu) = \left( -\frac{d\varepsilon}{dt} \right) N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{d\nu} \propto N_0 B_{\perp}^{(\delta+1)/2} \nu^{-\alpha}. \quad (2.9)$$

Lo spettro risultante (Fig 2.3) è, quindi, una legge di potenza, la cui pendenza non dipende tanto dalla forma dello spettro di emissione del singolo elettrone quanto dalla distribuzione energetica degli elettroni.

### 2.1.1 Auto-assorbimento di sincrotrone

Un plasma che emette per sincrotrone può risultare parzialmente opaco alla propria radiazione nel momento in cui i fotoni emessi vengono assorbiti dagli elettroni stessi che stanno irradiando. Si parla in questo caso di *auto-assorbimento di sincrotrone*. Questo fenomeno si verifica quando  $T_B \approx T_e$ , dove  $T_B$  è la temperatura di brillantezza della sorgente e  $T_e$  è la temperatura cinetica degli elettroni. In altre parole, a un certo punto il numero di fotoni di sincrotrone che interagiscono con gli elettroni, e ri-cedono loro la propria energia, diventa talmente cospicuo che la luminosità della sorgente stessa diminuisce in modo apprezzabile. È possibile, quindi, scrivere il coefficiente di assorbimento dell'insieme di elettroni ultra-relativistici:

$$\mu_S \approx N_0 B_{\perp}^{(\delta+2)/2} \nu^{-(\delta+4)/2}. \quad (2.10)$$

La brillantezza di una radiosorgente di sincrotrone può essere espressa come:

$$B_S(\nu) = \frac{J_S(\nu)}{4\pi\mu_S(\nu)} (1 - e^{-\tau_S(\nu)}). \quad (2.11)$$

Si distinguono due regimi:

- se  $\tau_S(\nu) \ll 1$ , il regime è otticamente sottile e la radiazione non è assorbita. La brillantezza è, di conseguenza, pari all'emissività  $B_S(\nu) \approx B_{\perp}^{(\delta+1)/2} \nu^{-\alpha}$ .
- se  $\tau_S(\nu) \gg 1$ , il regime è otticamente spesso e la brillantezza è pari a  $B_S(\nu) \approx B_{\perp}^{-1/2} \nu^{5/2}$ .

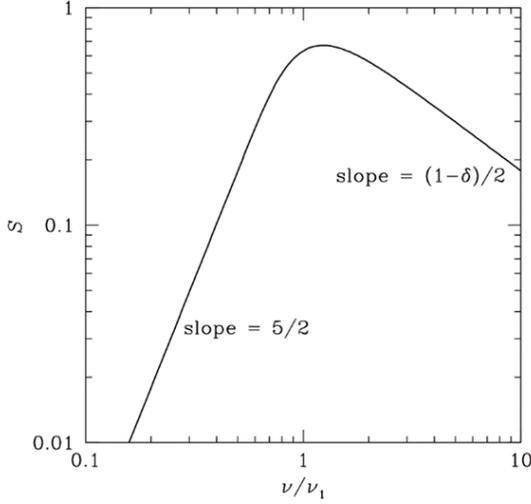


Figura 2.4: Lo spettro di una sorgente di sincrotrone omogenea auto-assorbita in termini di frequenza  $\nu_1$  a cui  $\tau = 1$  [4].

L'auto-assorbimento si presenta, solitamente, nelle sorgenti piccole e compatte dove il plasma ha densità elevate. Lo spettro auto-assorbito presenta un caratteristico profilo a campana e, dunque, un picco di brillantezza (Fig 2.4). Derivando la (2.11) rispetto a  $\nu$  e ponendo la derivata uguale a zero si ricava la frequenza del picco:

$$\nu_{max} \simeq c \cdot S_{max}^{2/5} \theta^{-4/5} B_{\perp}^{1/5} (1+z)^{1/5}, \quad (2.12)$$

in cui  $c$  è una costante,  $S_{max}$  è il flusso in corrispondenza del picco in  $Jy$ ,  $\theta$  è il diametro angolare medio della sorgente in  $mas$ ,  $B_{\perp}$  è espresso in  $mG$ , mentre  $z$  è il redshift. Questa relazione permette di stimare il campo magnetico medio nella regione che ha prodotto lo spettro osservato, noti  $\nu_{max}$ ,  $\theta$  e  $S_{max}$ .

## 2.1.2 Campo magnetico di equipartizione

L'energia totale contenuta in una radiosorgente che emette per sincrotrone è data dalla somma dei contenuti energetici delle particelle (elettroni e protoni) e del campo magnetico:

$$U_{tot} = U_{el} + U_{pr} + U_B. \quad (2.13)$$

Si assume che l'energia in protoni sia semplicemente proporzionale all'energia in elettroni, ovvero  $U_{el} + U_{pr} = (1+k)U_{el}$ , con  $k \geq 0$ . L'energia immagazzinata nel campo magnetico è pari a:

$$U_B = \int_V \frac{B^2}{8\pi} dV = C_B B^2 V, \quad (2.14)$$

mentre quella associata alle particelle è:

$$U_{el} = C_{el} B^{-3/2} L. \quad (2.15)$$

Nelle relazioni appena riportate,  $C_B$  e  $C_{el}$  sono costanti,  $V$  è il volume della radiosorgente e  $L$  la sua luminosità. Si può, quindi, riscrivere l'energia totale come:

$$U_{tot} = (1+k)C_{el} B^{-3/2} L + C_B B^2 V. \quad (2.16)$$

Dalla figura 2.5 si nota che è possibile fare una valutazione dell'energia totale minima richiesta dalla radiazione di sincrotrone osservata, poichè  $U_{tot}$  presenta un minimo in

funzione di  $B$ . Tale minimo si calcola ponendo  $\partial U_{tot}/\partial B = 0$  e fornisce :

$$B(U_{min}) = \left[ \frac{3}{4}(1+k) \frac{C_{el}}{C_B} \right]^{2/7} \left( \frac{L}{V} \right)^{2/7}, \quad (2.17)$$

detto anche *campo magnetico di equipartizione*,  $B_{eq}$ , in corrispondenza del quale l'energia totale è approssimativamente equipartita tra campo magnetico e particelle. Pur essendo una maniera comoda per ottenere una stima dell'intensità del campo magnetico, tramite le due osservabili  $L$  e  $V$ , tale valore è da considerarsi, nella maggior parte dei casi, indicativo. Esso, infatti, si basa su alcune assunzioni che non trovano quasi mai riscontro nella realtà fisica, tra cui il fatto che la sorgente sia effettivamente in uno stato di minima energia, l'omogeneità della densità delle particelle e l'uniformità del campo magnetico nella regione occupata dal plasma.

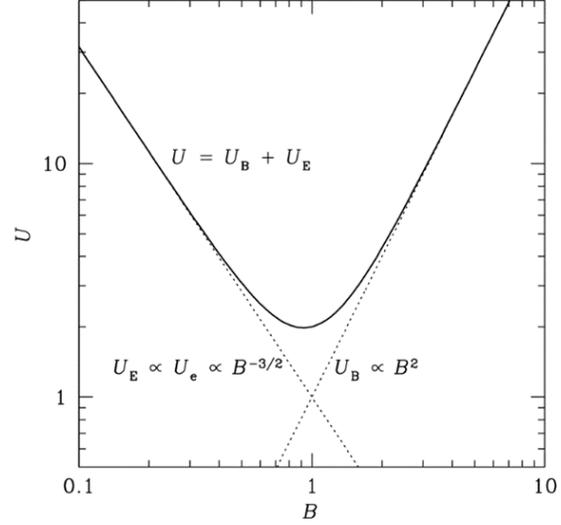


Figura 2.5: Energia totale  $U$  di una sorgente che emette per sincrotrone [4].

### 2.1.3 Sincrotrone e Compton Inverso

In una regione di spazio dove sono presenti elettroni relativistici altamente energetici e fotoni a bassa energia, come quelli della CMB, si ha un trasferimento di energia dagli elettroni ai fotoni tramite urti. Questo processo prende il nome di *Compton Inverso* e produce radiazione prevalentemente alle lunghezze d'onda  $X$  e  $\gamma$ . L'energia persa da un elettrone relativistico per effetto Compton inverso è:

$$-\left( \frac{dW}{dt} \right)_{IC} = \frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_{ph}, \quad (2.18)$$

dove  $U_{ph}$  è la densità di energia iniziale dei fotoni. Questa espressione è molto simile alla (2.4), che descrive le perdite energetiche di sincrotrone. In particolare, considerando una distribuzione isotropa di angoli di interazione, il termine  $\sin^2 \theta$  è pari a  $\frac{2}{3}$ . Inoltre, ricordando che la densità di energia magnetica è pari a  $U_{mag} = \frac{B^2}{8\pi}$ , la (2.4) può essere riscritta nel seguente modo:

$$-\left( \frac{dW}{dt} \right)_S = \frac{4}{3} c \sigma_T \gamma^2 \beta^2 U_{mag}. \quad (2.19)$$

L'effetto di Compton Inverso e di sincrotrone sono molto concorrenziali e, dunque, gli stessi elettroni relativistici subiscono perdite radiative a causa di entrambi i meccanismi.

La perdita energetica totale è data dalla somma dei due contributi. D'altra parte, si ha che il rapporto tra emissioni di sincrotrone e Compton Inverso è semplicemente pari al rapporto tra le densità di energia magnetica e di energia dei fotoni. Questo porta a dire che - se è possibile misurare la luminosità di sincrotrone in banda radio e la luminosità di Compton inverso in banda  $X$  per una stessa popolazione di elettroni relativistici - poichè tipicamente  $U_{ph} \sim U_{CMB} \sim 3.28(1+z)^2 \mu G$ , è dunque possibile calcolare  $U_B$  e quindi stimare l'intensità del campo magnetico della sorgente.

### 2.1.4 Polarizzazione della radiazione di sincrotrone

Una delle caratteristiche principali della radiazione di sincrotrone è che mostra una forte polarizzazione lineare. A causa dell'effetto di aberrazione relativistica, discusso all'inizio di questo capitolo, gli elettroni ultra-relativistici immersi in un campo magnetico irradiano entro un cono di semiapertura  $1/\gamma$ , ovvero emettono in maniera estremamente direzionata. Dunque, un osservatore riceve segnale solo se la sua linea di vista è compresa entro un angolo  $1/\gamma$  dal piano dell'orbita dell'elettrone. In particolare, se la linea di vista è fuori da tale piano ma dentro il cono di radiazione, la radiazione è polarizzata ellitticamente (ovvero con una componente lineare e circolare), mentre, se l'osservatore si trova esattamente sul piano orbitale, la polarizzazione che si osserva è sempre lineare. In quest'ultimo caso, la direzione del vettore elettrico è nel piano dell'orbita dell'elettrone ed è quindi perpendicolare alla proiezione del vettore campo magnetico  $\vec{B}$  sul piano del cielo.

Se, invece, si considera un insieme di elettroni ultra-relativistici, la radiazione è ricevuta da quelli le cui velocità formano al più un angolo di  $1/\gamma$  con la linea di vista. Generalmente, tali elettroni hanno vettori velocità orientati in modo diverso tra loro, e di conseguenza i piani delle orbite utili per ricevere radiazione saranno tutti leggermente diversi. Le ellissi di polarizzazione sono statisticamente in egual parte destrorse e sinistrorse, per cui i contributi di polarizzazione circolare tendono in media a cancellarsi. La radiazione che giunge all'osservatore è, di conseguenza, polarizzata linearmente ma di minore intensità, con vettore elettrico ancora perpendicolare alla proiezione di  $\vec{B}$  sul piano del cielo.

Considerando una distribuzione isotropa delle velocità, il grado di polarizzazione lineare intrinseca di una distribuzione di elettroni con spettro dato dalla (2.6) è scrivibile come:

$$P = \frac{\delta + 1}{\delta + 7/3}. \quad (2.20)$$

Per  $2 \leq \delta \leq 4$ , valori tipici della variabile, il massimo grado di polarizzazione è circa del 70 – 75 %. Anche in condizioni di campo magnetico uniforme, che non si verificano nei casi astrofisici reali, non si riesce a ottenere radiazione del tutto polarizzata linearmente, ma, al contrario, si verificano fenomeni che riducono ulteriormente il valore di  $P$ .

## 2.2 Misura di dispersione

I plasmi magnetizzati possono alterare le proprietà della radiazione elettromagnetica che attraversa il loro volume. Tali modifiche dipendono dalla frequenza e possono essere misurate al fine di fornire misurazioni indirette della densità numerica di elettroni liberi  $n_e$  (in  $cm^{-3}$ ) e del campo magnetico  $B_{\parallel}$  lungo la linea di vista.

Dato un mezzo ionizzato qualsiasi complessivamente neutro, la costante dielettrica per un'onda elettromagnetica di pulsazione  $\omega = 2\pi\nu$  che attraversi tale mezzo è data da:

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{4\pi e^2}{m_e} \left( \frac{n_e}{\omega^2 - \omega_0^2} + \sum_i \frac{N_i}{\omega^2 - \omega_i^2} \right). \quad (2.21)$$

Con  $N_i$  si indica la densità numerica di elettroni legati con pulsazione  $\omega_i$  e con  $\omega_0$  la pulsazione degli elettroni liberi, che è pari a zero. Nella banda radio, la sommatoria può essere trascurata. Si può definire, quindi, l'indice di rifrazione:

$$n_r := \sqrt{\varepsilon_r} \simeq \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}, \quad (2.22)$$

dove la *frequenza di plasma*  $\nu_p$  è stata definita come:

$$\nu_p = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\pi m_e}} = 9.0 \cdot 10^3 \sqrt{n_e} \quad [Hz]. \quad (2.23)$$

Per  $\nu < \nu_p$  l'indice di rifrazione diventa immaginario e le onde sono riflesse, mentre per  $\nu > \nu_p$  la radiazione è in grado di attraversare il mezzo e viene rifratta. In quest'ultimo caso, è possibile ricavare la velocità di propagazione dell'onda. Dal momento che nella realtà non esiste un'onda monocromatica ma solo pacchetti d'onda, si parla di velocità di gruppo:

$$v_g = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}, \quad (2.24)$$

e, poiché le frequenze tipiche della radioastronomia sono di molto maggiori della  $\nu_p$  dell'I-SM, essa si può riscrivere, sviluppando in serie, come:

$$v_g \approx c \left[ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2 \right]. \quad (2.25)$$

Il tempo  $T_a(\nu)$  che un'onda di frequenza  $\nu$ , emessa a  $t = 0$ , impiega ad attraversare uno spessore  $L$  è dato da:

$$T_a(\nu) = \int_0^L \frac{dl}{v_g} \approx \frac{L}{c} + \frac{1}{2c} \left[ \frac{e^2}{\pi m_e \nu^2} \right] \int_0^L n_e dl, \quad (2.26)$$

dove l'integrale  $\int_0^L n_e dl$  prende il nome di *misura di dispersione* (M.D.), che quantifica la perdita di simultaneità del segnale con il procedere della sua propagazione nel plasma. Le

frequenze più alte si muovono più velocemente rispetto a quelle più basse. La differenza temporale nell'arrivo di un segnale osservato a due frequenze diverse  $\nu_1$  e  $\nu_2$  è dato da:

$$\Delta T = \frac{M.D.}{2c} \frac{e^2}{\pi m_e} \left( \frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2} \right), \quad (2.27)$$

da cui è possibile determinare, in linea di principio, la misura di dispersione e, di conseguenza, la densità di elettroni  $n_e$  lungo la linea di vista. Per permettere questa misura, è necessario considerare sorgenti che emettano impulsi precisi su un ampio intervallo di frequenze. Le *pulsar* risultano essere le candidate ideali a questo fine e, inoltre, se si assume che  $n_e$  sia uniforme sul piano galattico, la M.D. fornisce una stima della distanza della sorgente stessa.

## 2.3 Rotazione di Faraday

Quando un'onda elettromagnetica polarizzata linearmente attraversa un plasma magnetizzato, il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  subisce una rotazione, detta *rotazione di Faraday*. Un'onda polarizzata linearmente può essere vista come sovrapposizione di due onde polarizzate circolarmente, una destrorsa (R) e una sinistrorsa (L), a cui corrispondono due distinti indici di rifrazione:

$$(n_r)_{R,L} = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2 \frac{1}{1 \pm (\nu_L/\nu)\cos\theta}}, \quad (2.28)$$

dove  $\nu_L$  contiene informazioni sul campo magnetico  $\vec{B}$  e  $\theta$  è l'angolo tra la direzione di propagazione dell'onda e quella di  $\vec{B}$ . A motivo di ciò, le due onde viaggiano nel plasma con velocità diverse e la loro differenza di fase, quando vengono ricomposte dopo un percorso  $dl$ , è cambiata di un fattore  $d\phi$ <sup>3</sup> e il piano di polarizzazione dell'onda polarizzata linearmente risulta ruotato di  $d\psi = d\phi/2$ . Se  $L$  è lo spessore totale attraversato dalla radiazione, il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  linearmente polarizzato risulta ruotato di:

$$\Delta\Psi = \int_0^L d\psi = \frac{e^3\lambda^2}{2\pi m_e^2 c^4} \int_0^L n_e B_{\parallel} dl = \lambda^2 \cdot M.R. \quad [rad]. \quad (2.29)$$

La quantità:

$$M.R. := \frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4} \int_0^L n_e B_{\parallel} dl \quad [rad \ m^{-2}], \quad (2.30)$$

è detta *misura di rotazione* ed esprime la capacità che ha una nube di plasma magnetizzato di ruotare il vettore di polarizzazione della radiazione che incide su di essa, senza alterarne l'intensità. Per come è definita, M.R. è positiva per  $B_{\parallel}$  diretto verso l'osservatore e dipende

---

<sup>3</sup>  $d\phi = \frac{2\pi\nu\Delta n}{c} dl$ , con  $\Delta n \simeq \frac{\nu_p^2 \nu_L}{\nu^3} \cos\theta$

dalla dimensione della nube di plasma, dalla sua densità elettronica e dalla componente del campo magnetico lungo la linea di vista.

Inoltre, se di una nube di plasma si conosce la M.D., trattata nel paragrafo 2.2, grazie alle misure sulle pulsar, e la M.R., tramite misure di polarizzazione (la radiazione delle pulsar è di sincrotrone, e quindi polarizzata linearmente), dal rapporto fra le due si può ottenere un valore medio della componente del campo magnetico lungo la linea di vista:

$$\langle B_{\parallel} \rangle \propto \frac{M.R.}{M.D.} \propto \frac{\int n_e B_{\parallel} dl}{\int n_e dl}. \quad (2.31)$$

Infine, si può avere Rotazione di Faraday anche all'interno delle radiosorgenti contenenti plasma relativistico magnetizzato. In questo caso, oltre alla rotazione del piano di polarizzazione si verifica anche una riduzione della percentuale di polarizzazione, detta *depolarizzazione di Faraday*. Infatti, la radiazione proveniente dalle regioni più distanti subisce una rotazione di Faraday maggiore di quella emessa dalle regioni più vicine all'osservatore. Di conseguenza, i diversi contributi di radiazione giungono con angoli di polarizzazione diversi, anche se all'origine avevano lo stesso angolo intrinseco. La somma di tutti questi contributi è pertanto minore della somma delle sole ampiezze e quindi la polarizzazione globale risulta ridotta.

## 2.4 Effetto Zeeman

L'unica tecnica osservativa tramite cui è possibile ottenere una misura diretta dell'intensità del campo magnetico è l'*effetto Zeeman*. Esso consiste - in presenza di un campo magnetico esterno - nella scissione dei livelli energetici dell'atomo e, quindi, delle righe spettrali. La manifestazione dell'effetto Zeeman dipende sia dalla struttura elettronica interna che dall'entità del campo applicato. Si ricorda che ogni livello energetico  $E_n$  di un atomo idrogenoide è  $2n^2$  volte degenere e che la sua energia non dipende dal numero quantico orbitale  $l$ , magnetico  $m$  o di spin  $m_s$ . Tale degenerazione è parzialmente rimossa grazie all'applicazione di un campo magnetico esterno  $B_{ext}$ . Se l'intensità di tale campo è molto inferiore a quella del campo magnetico interno  $B_{int}$ , prodotto dal moto dell'elettrone attorno al nucleo, si parla di *effetto Zeeman anomalo*, se, invece, è molto maggiore si parla di *effetto Zeeman normale*.

Nel primo caso,  $B_{ext}$  è trattato come una perturbazione dei livelli energetici di struttura fine, ognuno dei quali viene diviso in  $2j + 1$  livelli, corrispondenti ai valori assunti da  $m_j$  (numero quantico che indica la terza componente del momento angolare totale  $J$ ). La correzione energetica applicata ai livelli è pari a:

$$E' = g\mu_B B m_j, \quad (2.32)$$

dove  $g$  è il fattore di Landé <sup>4</sup> e  $\mu_B$  il magnetone di Bohr <sup>5</sup>.

Nel secondo caso,  $B_{int}$  è trascurabile e la correzione ai livelli energetici dipende dalla combinazione di  $m_l$  e  $m_s$ :

$$E' = \mu_B B(m_l + 2m_s), \quad (2.33)$$

da cui si ottiene che :

$$\nu = \nu_0 \pm \frac{eB}{4\pi m_e c} = \nu_0 \pm \frac{\mu_B B}{h}. \quad (2.34)$$

Per le transizioni di dipolo, le regole di selezione stabiliscono che  $\Delta m_l = 0, \pm 1$  e  $\Delta m_s = 0$ , quindi, si osserva nello spettro il tipico *tripletto di Lorentz* (Fig 2.6 a). La riga centrale, detta *componente  $\pi$* , ha la stessa frequenza  $\nu_0$  della riga imperturbata, mentre le altre due righe, dette *componenti  $\sigma_+$  e  $\sigma_-$* , sono collocate simmetricamente attorno ad essa a una distanza proporzionale a  $\mu_B B$ .

L'effetto Zeeman fornisce, dunque, informazioni sull'intensità e la direzione di  $\vec{B}$  tramite la spettroscopia. Sfortunatamente, però, nel mezzo interstellare (fatta eccezione per i maser), la separazione tra le righe  $\Delta\nu$  risulta generalmente molto difficile da identificare, soprattutto rispetto alla larghezza delle righe stesse. Alcuni atomi e molecole per cui è apprezzabile tale separazione sono HI, OH e CH.

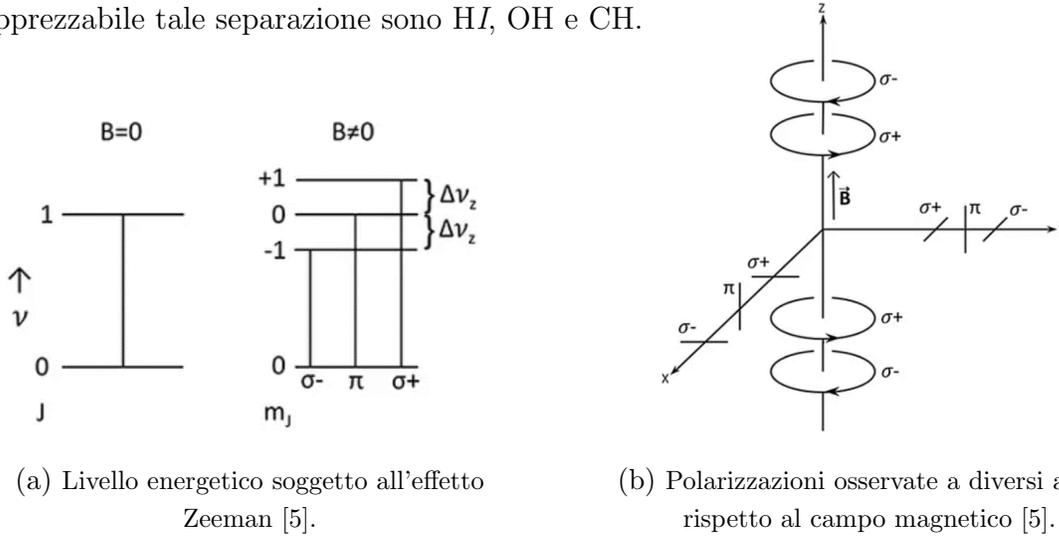


Figura 2.6: Effetto Zeeman

Le righe spettrali presentano una diversa polarizzazione in base all'angolo formato dalla linea di vista dell'osservatore e il vettore  $\vec{B}$  (Fig 2.6 b). La componente  $\pi$  presenta una polarizzazione lineare, mentre le componenti  $\sigma_+$  e  $\sigma_-$  hanno una polarizzazione circolare rispettivamente sinistrorsa e destrorsa. Il senso di polarizzazione circolare si inverte a seconda che  $B_{||}$  punti o meno nella direzione dell'osservatore. La direzione della componente  $B_{\perp}$ , come illustrato nel paragrafo 2.1.4, si ricava dall'angolo di polarizzazione lineare della componente  $\pi$ .

<sup>4</sup>  $g = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$  con  $j, s$  e  $l$  numeri quantici

<sup>5</sup>  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$

# Capitolo 3

## Campi magnetici e buchi neri

La teoria della relatività generale di Einstein prevede l'esistenza di buchi neri, oggetti la cui massa è concentrata entro un volume in prima approssimazione sferico definito dal cosiddetto *raggio di Schwarzschild*<sup>1</sup>. Tale raggio identifica l'orizzonte degli eventi, superato il quale nemmeno la luce è in grado di sfuggire all'attrazione gravitazionale del buco nero. Tutt'oggi, la quasi totalità dei meccanismi alla base del funzionamento di questi oggetti rimane sconosciuta, ma, grazie ai traguardi tecnologici raggiunti negli ultimi decenni, è ora possibile porre le basi per studi più approfonditi.

Nel 2019, la collaborazione internazionale Event Horizon Telescope (EHT) ha prodotto la prima immagine di un buco nero supermassiccio situato al centro della galassia M87 (detto M87\*), distante 55 milioni di anni luce da noi. Questo risultato storico è stato possibile grazie ai dati ottenuti da osservazioni a lunghezza d'onda di  $1.3 \text{ mm}$  ( $230 \text{ GHz}$ ), compiute nel 2017 tramite otto radiotelescopi dislocati in diverse parti del globo. L'immagine ottenuta mostra l'emissione legata a fotoni che possono fuggire dalle vicinanze dell'orizzonte degli eventi attraverso un'orbita circolare instabile, la cui manifestazione osservativa sarebbe un brillante anello che circonda l'ombra del buco nero. Questa emissione è riconducibile a radiazione di sincrotrone, prodotta, quindi, da plasma relativistico le cui cariche ruotano attorno alle linee di campo magnetico determinando uno schema di polarizzazione perpendicolare al campo stesso. Per cui, da immagini polarimetriche del gas caldo, è possibile dedurre la struttura e la forza del campo magnetico, come visto nella sezione 2.1, con numerose implicazioni per quel che riguarda la conoscenza dei meccanismi di accrescimento dei buchi neri. Nel caso di M87\*, questi studi hanno rivelato la presenza di intensi campi magnetici che gli consentono di lanciare potenti getti di materiale nell'ambiente circostante.

---

<sup>1</sup>  $R_s := \frac{2GM}{c^2}$  raggio caratteristico associato a ogni massa  $M$ .

### 3.1 Sagittarius A\* in luce polarizzata

La collaborazione EHT, nel 2022, ha pubblicato le immagini risolte del buco nero al centro della nostra Galassia, Sagittarius A\* (Sgr A\*). Grazie all'analisi dei dati raccolti a  $230\text{ GHz}$  negli anni precedenti (come per M87\*), è stato identificato un anello di emissione luminosa, con un diametro di  $51.8 \pm 2.3\ \mu\text{as}$ , consistente con la presenza di un buco nero di massa  $M = 4 \cdot 10^6 M_\odot$ . Data l'intuibile somiglianza con l'immagine ottenuta qualche anno prima, si è studiato Sgr A\* per mezzo di misure polarimetriche al fine di comprendere se tra le due strutture vi fossero aspetti comuni più profondi a livello fisico. Uno degli ostacoli principali alla realizzazione di modelli teorici che rispecchino i dati reali è stata la grande variabilità temporale riscontrata in Sgr A\*, soggetto molto più instabile di M87\*.

All'inizio del 2024, è stata pubblicata la prima immagine in luce polarizzata del nostro buco nero. Essa mostra che l'anello di emissione presenta una grande polarizzazione lineare frazionaria risolta del  $24\% - 28\%$ , con un picco di  $\sim 40\%$  nella regione a destra (Fig 3.1). Nonostante la distribuzione spaziale dettagliata della polarizzazione lineare sia incerta a causa della variabilità intrinseca di Sgr A\*, in una grande porzione dell'anello è stata rilevata una struttura di polarizzazione con un alto grado di simmetria rotazionale, che sembra spiraleggiare verso il centro. È necessario, ovviamente, tenere in considerazione gli effetti della rotazione di Faraday sulla radiazione, dal momento

che la misura di rotazione grande e variabile nel tempo di Sgr A\* pone una significativa incertezza sistematica. La M.R. per Sgr A\* potrebbe provenire dalla rotazione di Faraday interna alla regione di emissione, da uno schermo esterno, da cambiamenti nel plasma sondato in funzione della profondità ottica o da una combinazione di questi effetti. Se ne è stimato, dunque, un valore medio pari a  $\langle M.R. \rangle = -4.65 \cdot 10^5\ \text{rad m}^{-2}$ .

Il pattern di polarizzazione ottenuto rivela la presenza di intensi campi magnetici ordinati e dinamicamente importanti nella regione attorno a Sgr A\*, con struttura molto simile a quella ottenuta per M87\*. La sorprendente somiglianza suggerisce che forti campi magnetici possano essere un elemento comune a questo tipo di strutture.

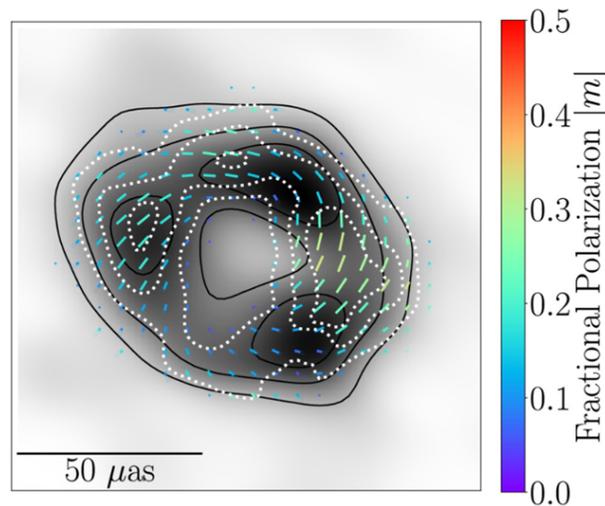


Figura 3.1: Immagine polarimetrica lineare di Sgr A\* ottenuta da osservazioni combinate del 6 e 7 aprile 2017. L'intensità totale è mostrata in scala di grigi [6].

# Bibliografia

- [1] George B Rybicki and Alan P Lightman. *Radiative processes in astrophysics*. John Wiley & Sons, 1991.
- [2] R. Bartolini. [commons.wikimedia.org/wiki/File:Synchrotronradiationenergyflux.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Synchrotronradiationenergyflux.png), 2010.
- [3] Carroll Ostlie, B.W. *An Introduction to Modern Astrophysics: Second Edition*. Pearson Addison-Wesley, 2007.
- [4] James J Condon and Scott M Ransom. *Essential radio astronomy*, volume 2. Princeton University Press, 2016.
- [5] Richard M Crutcher and Athol J Kembell. *Review of zeeman effect observations of regions of star formation*. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 6:66, 2019.
- [6] The Event Horizon Telescope Collaboration et al. *First Sagittarius A\* Event Horizon Telescope Results. VII. Polarization of the Ring*. *The Astrophysical Journal Letters*, 964(2):L25, 2024.
- [7] C Fanti and R Fanti. *Una finestra sull'Universo "Invisibile"*. Lezioni di radioastronomia di Carla & Roberto Fanti. Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna, 2012.
- [8] Dallacasa D. *Processi di radiazione e MHD*. Università di Bologna, 2022.
- [9] Axel Brandenburg and Kandaswamy Subramanian. *Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory*. *Physics Reports*, 417(1-4):1–209, 2005.
- [10] Bonafede A. *Magnetic fields in Astrophysics*. Università di Bologna, 2023-2024.
- [11] Malcolm S Longair. *High energy astrophysics*. Cambridge university press, 2011.
- [12] Pasquini L. *Struttura della materia*. Università di Bologna, 2023.
- [13] The Event Horizon Telescope Collaboration et al. *First Sagittarius A\* Event Horizon Telescope Results. VIII. Physical Interpretation of the Polarized Ring*. *The Astrophysical Journal Letters*, 964(2):L26, 2024.

- [14] The Event Horizon Telescope Collaboration et al. *First M87 event horizon telescope results. VI. The shadow and mass of the central black hole.* The Astrophysical Journal Letters, 875(1):L6, 2019.
- [15] The Event Horizon Telescope Collaboration et al. *First M87 event horizon telescope results. VIII. Magnetic field structure near the event horizon.* The Astrophysical Journal Letters, 910(1):L13, 2021.
- [16] The Event Horizon Telescope Collaboration. *Astronomers Unveil Strong Magnetic Fields Spiraling at the Edge of Milky Way's Central Black Hole.* <https://eventhorizontelescope.org/>, 2024.