

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI SCIENZE

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

**DIDATTICA
TRA PROBLEM SOLVING E
INTELLIGENZA ARTIFICIALE**

Tesi di Laurea in Didattica della Matematica

Relatore:
Prof.ssa
Cattabriga Alessia

Presentata da:
Cervi Jacopo

Anno Accademico 2023-2024

Indice

Introduzione	3
1 Problem solving e IA - Quadro teorico	7
1.1 Problem Solving	7
1.2 Didattica della matematica e tecnologia	16
1.3 Problem solving e IA	18
2 Il punto di vista dei docenti	23
2.1 Ideazione, realizzazione e somministrazione del questionario . .	24
2.2 Analisi dei dati	30
3 Focus Group	43
3.1 Struttura del focus group	44
3.2 Svolgimento e analisi del focus group	47
4 Risoluzione dei problemi tramite i chatbot	57
4.1 Il cubo	58
4.2 Quadrati perfetti	62
4.3 Le 1000 bottiglie di vino	65
4.4 Osservazioni	70
Conclusioni	71
Appendice A - Questionario	87

Introduzione

Negli ultimi decenni, il panorama educativo ha subito trasformazioni significative, alimentate dall'avanzamento tecnologico e dalla crescente consapevolezza dell'importanza delle competenze trasversali. Tra queste, il problem solving occupa una posizione centrale, riconosciuto non solo come una capacità fondamentale per il successo accademico, ma anche come una competenza chiave per l'apprendimento permanente e per l'inclusione sociale. Il Consiglio dell'Unione Europea, nella Raccomandazione del maggio 2018, ha sottolineato l'importanza delle competenze chiave per l'apprendimento permanente, tra cui la competenza matematica e il problem solving, evidenziando come queste competenze siano essenziali per la realizzazione personale, l'occupabilità, e la cittadinanza attiva. Il problem solving, infatti, non è solo un'abilità necessaria per affrontare problemi matematici, ma è una capacità che attraversa tutte le discipline e si integra profondamente con altre competenze chiave, come il pensiero critico, la creatività e la capacità di lavorare in team. Parallelamente, l'avvento dell'intelligenza artificiale (IA) ha aperto nuove prospettive nel campo dell'educazione. I large language models (LLM), come ChatGPT [OpenAI, b], stanno rivoluzionando il modo in cui gli studenti apprendono e interagiscono con il sapere.

La presente tesi si propone di esplorare il punto di vista dell'insegnante, descrivendo lo stato dell'arte della didattica del problem solving nella scuola secondaria in Italia, quali problemi presenta ed eventualmente se e come l'IA possa diventare uno strumento a supporto della didattica o come possa altrimenti stravolgerla. L'obiettivo è fornire una panoramica su come l'IA

possa supportare e potenziare le capacità di problem solving degli studenti, contribuendo così a una didattica più efficace, inclusiva e al passo con i tempi; valutando allo stesso tempo eventuali criticità poste dall'utilizzo di questi strumenti.

Nel Capitolo 1 verranno trattati i fondamenti teorici del problem solving e dell'intelligenza artificiale (IA) nel contesto dell'educazione matematica. Si inizierà con una panoramica sul problem solving, evidenziando la sua importanza come competenza chiave secondo le raccomandazioni dell'Unione Europea. Successivamente, verranno esplorati alcuni contributi storici di psicologi e matematici, come Poincaré e Polya, utili per la comprensione dei processi creativi nella risoluzione dei problemi. Si discuteranno le euristiche di risoluzione dei problemi e l'interazione tra pensiero conscio e subconscio. Infine, verrà analizzato il ruolo delle tecnologie digitali e dell'IA nella didattica della matematica, con particolare attenzione ai recenti sviluppi nei chatbot come ChatGPT e le loro potenzialità educative.

Nel Capitolo 2 verranno analizzati i risultati di un questionario somministrato a docenti di matematica e fisica delle scuole secondarie di primo e secondo grado. Il questionario è stato progettato per raccogliere informazioni sul profilo degli insegnanti e sulle loro opinioni su problem solving e IA. Verranno analizzati i dati riguardanti il tempo dedicato al problem solving, l'efficacia percepita nel suo insegnamento, le difficoltà e i punti di forza riscontrati dai docenti. Inoltre, si esplorerà l'utilizzo dell'IA nella didattica, le percezioni dei docenti sull'impatto di tali tecnologie e le eventuali resistenze o ostacoli al loro impiego.

Nel Capitolo 3 verranno descritti i risultati di un focus group condotto con alcuni dei docenti che hanno partecipato al questionario. Questo approfondimento qualitativo ha lo scopo di esplorare più in dettaglio le pratiche didattiche, le opinioni e le esperienze dei docenti riguardo all'insegnamento del problem solving e all'utilizzo dell'IA in classe. Si discuteranno le strategie didattiche adottate, le modalità di integrazione delle tecnologie digitali e dell'IA, e le percezioni sui vantaggi e sulle sfide connesse a tali strumenti.

Il focus group fornirà una visione più completa e dettagliata delle dinamiche educative e delle innovazioni possibili nel contesto scolastico.

Nel Capitolo 4 verranno trattati casi specifici di risoluzione di problemi matematici utilizzando chatbot come ChatGPT e Gemini. Verranno presentati e analizzati diversi problemi matematici affrontati con l'ausilio di chatbot, evidenziando punti di forza e le problematiche relative alle risposte proposte.

Capitolo 1

Problem solving e IA - Quadro teorico

In questo capitolo verranno trattati i fondamenti teorici del problem solving e dell'intelligenza artificiale (IA) nel contesto dell'educazione matematica. Si inizierà con una panoramica sul problem solving, evidenziando la sua importanza come competenza chiave secondo le raccomandazioni dell'Unione Europea. Successivamente, verranno esplorati alcuni contributi storici di psicologi e matematici, come Poincaré e Polya, utili per la comprensione dei processi creativi nella risoluzione dei problemi. Si discuteranno le euristiche di risoluzione dei problemi e l'interazione tra pensiero conscio e subconscio. Infine, verrà analizzato il ruolo delle tecnologie digitali e dell'IA nella didattica della matematica, con particolare attenzione ai recenti sviluppi nei chatbot come ChatGPT e le loro potenzialità educative.

1.1 Problem Solving

Il Consiglio dell'Unione Europea ha adottato una *Raccomandazione sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente* nel maggio 2018. La Raccomandazione identifica otto competenze chiave essenziali per i cittadini per il proprio appagamento personale, uno stile di vita sano e sostenibile,

l'occupabilità, la cittadinanza attiva e l'inclusione sociale [Commission et al., 2019]. Le competenze chiave, intese come una combinazione di conoscenze, abilità e atteggiamenti, sono:

- competenza alfabetica funzionale;
- competenza multilinguistica;
- competenza matematica e competenza di base in scienze e tecnologie;
- competenza digitale;
- competenza personale, sociale e capacità di imparare ad imparare;
- competenza sociale e civica in materia di cittadinanza;
- competenza imprenditoriale;
- competenza in materia di consapevolezza ed espressione culturali.

La formazione moderna enfatizza una visione olistica dello sviluppo delle competenze individuali, come sottolineato nelle *raccomandazioni sulle competenze chiave per l'apprendimento permanente*: «Tutte le competenze chiave sono considerate ugualmente importanti e gli aspetti essenziali di un dominio supporteranno lo sviluppo delle competenze in un altro. Ad esempio, abilità come il pensiero critico, *il problem solving*, il lavoro di squadra, la comunicazione, la creatività, la negoziazione, le abilità analitiche e interculturali sono integrate in tutte le competenze chiave.» [Commission et al., 2019, p. 5]. Il *problem solving* è quindi un'abilità che attraversa molte delle competenze chiave per l'apprendimento indicate dall'Unione Europea. Queste Raccomandazioni, che si declinano di conseguenza anche nei programmi scolastici degli state membri, mostrano quindi la centralità del *problem solving* che dovrebbe trovare la sua principale realizzazione a livello scolastico nell'insegnamento della matematica, in quanto materia che è prevista per tutti i gradi di istruzione e per qualsiasi indirizzo di studio.

D'altro canto la risoluzione di problemi matematici è considerata da molti anni un aspetto fondamentale della matematica, del suo insegnamento e dell'apprendimento. Tra i primi ad indagare l'argomento vi furono due psicologi svizzeri, Édouard Claparède (1873-1940) e Théodore Flournoy (1854-1920), i quali avevano un marcato interesse per le dinamiche della scoperta matematica, nonché per la creatività e l'invenzione in questo campo [Liljedahl et al., 2016]. Attraverso un questionario rivolto all'intera comunità matematica, speravano di raccogliere abbastanza dati per iniziare a elaborare teorie su questi fenomeni. La prima parte del questionario, pubblicata nel 1902 su *L'Enseignement Mathématique* [Fehr, 1902] si focalizzava sui fattori che spingono a diventare un matematico, quali il contesto familiare, le influenze formative, l'ambiente sociale, e comprendeva anche domande su stili di vita e passioni personali. La seconda parte del sondaggio, pubblicata nel 1904, esplorava in modo specifico le immagini mentali associate al processo creativo [Fehr, 1904]. Le risposte, classificate per nazionalità, vennero pubblicate nel 1908 [Fehr, 1908]. Nello stesso periodo Henri Poincaré (1854-1912) aveva già gettato molte delle basi per la sua stessa ricerca su questo argomento e nel 1908 tenne una presentazione alla Société Française de Psychologie a Parigi intitolata *L'Invention mathématique*. In questa presentazione Poincaré, non solo mise in luce gli aspetti psicologici che guidano il pensiero e l'invenzione matematici, ma pose le basi per una definizione concreta della creatività matematica.

«In effetti, cos'è la creazione matematica? Non consiste nel fare nuove combinazioni con entità matematiche già conosciute. Chiunque potrebbe farlo, ma le combinazioni così fatte sarebbero infinite in numero e la maggior parte di esse assolutamente prive di interesse. Creare consiste precisamente nel non fare combinazioni inutili e nel fare quelle che sono utili e che rappresentano solo una piccola minoranza. L'invenzione è discernimento, scelta.» [Poincaré, 1908, 391-392]

Poincaré riflettendo sulle sue esperienze personali, illustrò come i processi di pensiero inconsci contribuiscano significativamente alla scoperta matematica, sottolineando il ruolo di improvvisi lampi di intuizione o percezioni che spesso arrivano dopo periodi di sforzo consapevole seguiti da riposo. Questo processo, come egli descrive, sottolinea l'importanza della mente subconscia nel navigare attraverso idee matematiche complesse e arrivare a soluzioni innovative.

Ispirato da questa presentazione, Jacques Hadamard (1865–1963), un contemporaneo e amico di Poincaré, iniziò la sua indagine empirica su questo affascinante fenomeno. Nel 1943 tenne quindi una serie di conferenze sull'invenzione matematica presso l'École Libre des Hautes Études a New York. Queste conferenze furono in seguito pubblicate come “The Psychology of Invention in the Mathematical Field” [Hadamard, 1945]. In quest'opera Hadamard, ispirato dalla conferenza di Poincaré sulla creatività in matematica, indaga come i matematici arrivino alle loro scoperte, enfatizzando l'interazione tra la mente conscia e inconscia. Infatti i momenti di creazione matematica, sebbene caratterizzati da improvvise illuminazioni, consistono in realtà di quattro fasi distinte che si susseguono nel tempo, di cui l'illuminazione è solo una delle fasi. Queste fasi sono l'iniziazione, l'incubazione, l'illuminazione e la verifica. La fase iniziale del processo inventivo, definita fase di *iniziazione*, è caratterizzata da un impegno consapevole e deliberato nel tentare di risolvere un problema attraverso l'esplorazione di esperienze passate, anche se tale tentativo può sembrare infruttuoso. Questo sforzo prepara il terreno per una tensione emotiva che facilita l'illuminazione, un momento di scoperta creativa. Se non si trova una soluzione a livello conscio, il problema viene processato a livello inconscio, in una fase nota come *incubazione*, che può durare da pochi minuti a anni, e culmina nell'*illuminazione*, ovvero l'emergere di una soluzione accompagnata da un senso di certezza ed emozioni positive. Il lavoro inconscio, seguito da un'improvvisa comprensione, è essenziale per il processo creativo ed è strettamente legato allo sforzo conscio iniziale. L'illuminazione rappresenta il collegamento tra l'inconscio e il

conscio, portando alla consapevolezza di una nuova idea o soluzione. La fase successiva, la *verifica*, non è solo il momento in cui controllare la correttezza della soluzione ma è anche un momento per il risolutore che può approcciare il problema con un nuovo livello di dettaglio.

La comprensione del processo creativo nella matematica, come descritto da Hadamard, ci dà la possibilità di considerare strumenti e strategie che possano facilitare questo processo. In particolare, le euristiche emergono come potenti alleati nel navigare attraverso le complessità della risoluzione dei problemi matematici. Con euristiche ci si riferisce a tutti quegli approcci o metodi che guidano alla scoperta, all'apprendimento o alla soluzione di problemi in modo non ottimale, ma sufficientemente buono per raggiungere gli obiettivi desiderati. Diversamente dai metodi algoritmici, che seguono regole precise e garantiscono una soluzione corretta (se esiste), le euristiche si basano su “scorciatoie”, intuizioni o regole pratiche che semplificano le decisioni e riducono la quantità di elaborazione necessaria per risolvere problemi complessi o difficili. Le euristiche possono essere particolarmente utili quando si affrontano problemi per i quali non esiste un algoritmo noto o quando l'uso di un algoritmo completo sarebbe impraticabile a causa dell'enorme quantità di tempo o risorse computazionali richieste. Poiché le euristiche non garantiscono una soluzione ottimale o a volte nemmeno una soluzione corretta, possono portare a errori o bias cognitivi. Tuttavia, pur non garantendo una soluzione, offrono una guida preziosa per esplorare nuove vie, stimolando la mente a considerare prospettive diverse e potenzialmente *illuminanti*.

Nel suo libro “How to Solve It” [Polya, 1945], Pólya (1887-1985) descrive un metodo euristico composto di quattro fasi per la risoluzione dei problemi, sottolineando l'importanza di fare affidamento su esperienze passate. Le fasi includono: comprendere il problema, ideare un piano, eseguirlo e, infine, riflettere sul processo per rafforzare la conoscenza acquisita e prepararsi a futuri problemi. Pólya evidenzia il valore del ragionamento analogico, ovvero l'abilità di applicare soluzioni da problemi simili al caso attuale, come strumento chiave. La fase di riflessione, o “guardarsi indietro”, è particolar-

mente importante per collegare nuove soluzioni alla conoscenza preesistente e integrarle nella memoria a lungo termine, facilitando così la risoluzione di problemi futuri.

L'approccio di Pólya non solo mette in luce l'importanza delle esperienze pregresse, ma lo fa in modo semplice e insegnabile, rendendolo un metodo diffusamente adottato nell'insegnamento della risoluzione dei problemi [Liljedahl et al., 2016]. Allo stesso tempo però il fare affidamento su esperienze passate mette in discussione la definizione stessa di problema. Infatti spesso si ritiene che un problema risolvibile attraverso metodi diretti e sistematici non meriti di essere definito come tale. Pertanto, se un insieme di conoscenze pregresse è sufficiente per superare una sfida, questa verrebbe declassata da 'problema' a 'esercizio'. Per potersi considerare un 'problema', una questione deve presentare un certo grado di complessità o difficoltà intrinseca, difficilmente riconducibile a esperienze passate. Anche se questa definizione può sembrare tautologica, serve efficacemente a distinguere la natura essenziale dei 'problemi' matematici. Tra gli autori che sostengono questa definizione di problema vi è Perkins. Nel suo libro "Archimedes' bathtub: The art and logic of breakthrough thinking" [Perkins, 2000] egli affronta le situazioni in cui il risolutore si trova in stallo e non riesce a progredire nonostante l'applicazione di metodi intenzionali o meccanici basati sull'esperienza e sulla conoscenza pregressa. Questi problemi, che sfuggono alla risoluzione attraverso processi progettuali convenzionali o attraverso l'impiego delle euristiche proposte da Pólya, richiedono invece ciò che Perkins definisce *breakthrough thinking*. Egli distingue i problemi in *ragionevoli*, ovvero risolubili mediante ragionamento, e *non ragionevoli*, ovvero che necessitano di intuizione per la loro risoluzione. La classificazione di un problema come ragionevole o meno dipende dalla percezione del risolutore: un problema può essere non ragionevole per uno studente che non riesca a risolverlo con un approccio diretto. Perkins identifica quattro categorie di problemi *non ragionevoli* risolubili. Come già menzionato sopra, anche se la ragionevolezza di un problema è soggettiva, proviamo comunque a dare alcuni esempi per ogni categoria di

problema che possano essere ricondotti all'esperienza di uno studente delle superiori.

- La “montagna di possibilità” si riferisce ad un problema che presenta molte direzioni allettanti, ma poche soluzioni effettive. Ad esempio, durante la risoluzione di problemi geometrici che presentano diversi dati espliciti gli studenti sono tentati di combinare i dati per avere un risultato. In molti casi però questa combinazione casuale non porta a nessuna soluzione reale.
- L’“altopiano senza indizi” si riferisce ad un problema che non dà al risolutore nessun indizio su come risolverlo. Ad esempio, quando un problema presenta molte informazioni implicite (utili per la risoluzione) che lo studente non è in grado di dedurre.
- Il “canyon stretto da esplorare” si riferisce ad un problema in cui il risolutore si è auto-imposto dei vincoli che non gli permettono di trovare una soluzione ragionevole. Un esempio potrebbe essere il problema di collegare nove punti in una griglia 3 x 3 con quattro linee dritte senza sollevare la matita dal foglio. Per risolvere questo problema il risolutore deve riconoscere che il vincolo di rimanere all'interno del quadrato creato dalla griglia 3 x 3 è un vincolo auto-imposto.
- L’“oasi delle false promesse” si riferisce ad un problema che consente al risolutore di ottenere rapidamente una soluzione che è vicina al risultato desiderato. La strategia di soluzione che ha prodotto una quasi-risposta è però incapace di produrre una risposta completa. Ad esempio può capitare che uno studente tenti di applicare il metodo risolutivo per le equazioni di primo grado a una variabile a qualsiasi equazione di grado superiore gli venga proposta.

Queste metafore descrivono vari scenari in cui il risolutore può facilmente bloccarsi. La soluzione, secondo Perkins, richiede l'abbandono di presupposti auto-imposti e l'adozione di un approccio innovativo. Viene quindi

proposta un'euristica basata sull'introspezione, incoraggiando il risolutore a identificare la natura del proprio stallo e a scegliere una strategia appropriata per superarlo, a seconda della categoria di problema affrontata. Questo processo mira a espandere lo spazio delle possibili soluzioni e a facilitare il superamento degli ostacoli. Tuttavia, Perkins evidenzia anche la sfida dell'introspezione: riconoscere di essere bloccati è spesso più difficile che trovare la via d'uscita [Perkins, 2000].

Le riflessioni di Perkins sul superamento degli ostacoli nel problem solving tramite l'euristica dell'introspezione evidenziano un aspetto fondamentale della matematica: il suo legame intrinseco con la creatività e l'intuizione oltre che con il rigore logico. La necessità di superare vincoli auto-imposti e di abbracciare strategie innovative si allinea perfettamente con l'idea che la matematica non sia solamente un insieme di procedure da seguire, ma un campo in cui la creatività svolge un ruolo cruciale. In questo contesto, l'approccio di Perkins non solo facilita la risoluzione di problemi apparentemente insormontabili, ma apre anche la strada alla riflessione su come le euristiche creative possano essere integrate efficacemente nel processo di risoluzione dei problemi matematici, sottolineando che la vera sfida e bellezza della matematica risiedono nella sua capacità di unire logica e creatività in modi che spesso superano l'intuizione iniziale. Le euristiche di risoluzione dei problemi che si basano esclusivamente sui processi del ragionamento logico-deduttivo quindi distorcono la vera natura della risoluzione dei problemi. Certamente, ci sono problemi in cui il ragionamento logico-deduttivo è sufficiente per trovare una soluzione. Ma questi non sono veri problemi. I veri problemi per essere risolti necessitano anche dei processi che si basano sulla creatività, l'intuizione e l'illuminazione. Fortunatamente, per quanto elusivi siano tali processi, esistono euristiche di risoluzione dei problemi che li incorporano nelle loro strategie. Dunque la creatività non si sovrappone al ragionamento logico-deduttivo, che si tende a presumere come il solo costituente del problem solving in matematica [Liljedahl et al., 2016].

Le recenti modifiche ai programmi di studio evidenziano che interpretare

la competenza matematica come mero accumulo di procedure e concetti attraverso la pratica è un'idea riduttiva e incompleta. La matematica comprende anche importanti abilità metacognitive quali la creatività e il problem solving. Nonostante ciò, persiste la convinzione errata che la matematica sia un insieme di fatti, regole e trucchi isolati, percepite come difficili, indiscutibili, routinarie e noiose. Questa visione ha promosso un approccio all'educazione matematica focalizzato sulla memorizzazione e l'esecuzione meccanica di procedure per ottenere risposte univoche e corrette. Tale approccio ha condotto a un modello di insegnamento e apprendimento di stampo comportamentista, dove prevale l'attenzione verso una matematica formale e astratta, ancora dominante in numerosi contesti educativi. In questa prospettiva, l'insegnante è visto come l'unica fonte di sapere, il cui ruolo principale è trasmettere informazioni, e si assiste a un forte accento sulla valutazione. Di conseguenza, la matematica viene presentata come una collezione di regole e procedure disconnesse, piuttosto che come una disciplina concettualmente ricca e interconnessa. I metodi didattici prevalenti enfatizzano la procedura a scapito della comprensione, e si privilegia il contenuto rispetto alla competenza matematica, senza incoraggiare gli studenti a indagare soluzioni alternative o a sviluppare approcci personali alla risoluzione dei problemi. Questa visione frammentata e decontestualizzata della materia porta frequentemente a difficoltà di motivazione e partecipazione da parte degli studenti. Nonostante gli sforzi per superare queste problematiche, i successi sono stati limitati. L'importanza di contestualizzare la matematica in scenari significativi è stata riconosciuta, ma spesso si traduce in problemi che, pur fingendo di essere realistici, rimangono ancorati a una tradizionale impostazione computazionale mascherata da semplici esercizi di parole. A causa di questa limitata percezione del contesto e di un'eccessiva focalizzazione su routine e algoritmi, senza un'adeguata enfasi sulla risoluzione di problemi, gli studenti spesso non riescono ad applicare le loro conoscenze matematiche in situazioni diverse da quelle prettamente scolastiche [Boero and Dapuzo, 2007].

1.2 Didattica della matematica e tecnologia

Nonostante negli anni si sia creato maggiore consenso sul valore della matematica, sia per l'individuo che per la società, ancora oggi esistono persone che ritengono la materia noiosa e poco rilevante. È pertanto fondamentale che l'insegnamento della matematica si impegni a coinvolgere tutti gli studenti a ogni livello, senza tuttavia compromettere il rigore e l'essenza della disciplina. Una soluzione per conciliare rigore e un accesso più ampio alla matematica potrebbe risiedere nell'integrazione all'interno della didattica di tecnologie digitali. Tali strumenti aiutano a creare un ambiente interattivo in cui studenti ed insegnanti possono arricchire le loro esperienze matematiche. Pertanto, l'era digitale porta nuove sfide alla didattica della matematica relative ai cambiamenti che le tecnologie producono nei curricoli, negli scenari di apprendimento e nei modi di rappresentare ed esplorare situazioni matematiche. In particolare, è importante caratterizzare il tipo di ragionamento che gli studenti possono sviluppare come risultato dell'uso delle tecnologie digitali nel loro processo di apprendimento e di risoluzione di problemi matematici [Hoyles, 2016, Liljedahl et al., 2016]. I risultati dipendono però direttamente dall'uso che viene fatto degli strumenti, quelli digitali inclusi. Nonostante infatti la tecnologia pervada ormai la nostra vita, bisogna considerare approfonditamente come questa viene effettivamente integrata in contesto scolastico. Potremmo categorizzare le resistenze a questa integrazione come segue:

1. Scarsa competenza del docente nell'utilizzo degli strumenti
2. Disponibilità inadeguata di strumenti hardware e software in aula
3. Utilizzo degli strumenti digitali senza modificare effettivamente la didattica.

È necessario prima di tutto che i docenti sappiano maneggiare con sicurezza la tecnologia per poterla integrare efficacemente all'interno della loro didattica. È naturale pensare che il gap più ampio in questo caso risulti nelle

categorie di docenti meno giovani, anche se la pandemia da COVID-19 ha in parte forzato questa categoria a ridurre il divario. L'utilizzo della tecnologia è chiaramente vincolato alle disponibilità hardware e software. Se in molti casi esistono strumenti software open source o che in ogni caso non necessitano di abbonamenti o licenze, è invece la disponibilità di hardware (PC, tablet, visori) a creare la resistenza maggiore. In ultimo, competenze nell'uso degli strumenti e disponibilità degli strumenti, non sono sufficienti di per sé se l'utilizzo che ne viene fatto è semplicemente in sostituzione degli strumenti analogici [Sacristán, 2017]. Utilizzare la Lavagna Interattiva Multimediale (LIM) al posto del gesso o utilizzare presentazioni piuttosto che seguire il libro, ad esempio, non contribuiscono in nessun modo a rendere la didattica più innovativa. Per fare ciò è necessario ripensare radicalmente alla didattica in classe e a quella asincrona attraverso il lavoro che gli studenti svolgono a casa. Il Ministero dell'Istruzione e del Merito italiano attraverso i fondi PNRR sta tentando di indirizzare i problemi di competenze e hardware [MIM, 2021]. Questo sforzo, soprattutto economico, rischia però di risultare vano appunto se non è accompagnato da un approccio diverso degli insegnanti in classe: insegnare con la tecnologia è diverso dall'utilizzare la tecnologia. Quindi anche nel caso di giovani insegnanti all'inizio della propria carriera che hanno maggiore confidenza con la tecnologia e che possono eventualmente trovare gli strumenti adeguati, dobbiamo considerare che insegnare con la tecnologia non è un approccio standardizzato poiché dipende dai tipi di tecnologia in uso al momento e anche dai contenuti curriculari insegnati. Diventa quindi necessario sostenere sia gli insegnanti in formazione che quelli più esperti nell'utilizzo della tecnologia fornendo loro accesso alle ricerche sull'uso delle nuove tecnologie nell'insegnamento della matematica attraverso i sistemi scolastici, le associazioni professionali e altre opportunità di apprendimento professionale. Le esperienze di vita con la tecnologia sono importanti contributi alla conoscenza. Tuttavia, senza una conoscenza approfondita degli aspetti pedagogici e didattici, le possibilità sono limitate [Orlando and Attard, 2016, Storai et al., 2021]. Un ultimo aspetto da considerare è legato al

fatto che spesso i software per la didattica in matematica hanno una curva di apprendimento non trascurabile anche per gli studenti e in alcuni casi sono pensati per un utilizzo via computer e non via tablet o smartphone. Questo indubbiamente può portare ad ulteriore demotivazione soprattutto nel caso di studenti che già hanno difficoltà nella materia.

1.3 Problem solving e IA

Problem solving e competenze digitali sono quindi due aspetti fondamentali nell'insegnamento e apprendimento della matematica, riconosciuti sia dalla ricerca in didattica che dalle istituzioni. A ben pensare però non sembrano esistere collegamenti tra i due, i quali sembrano invece viaggiare su binari separati. Quando parliamo di problem solving ci poniamo questioni soprattutto per quello che riguarda problem posing, argomentazione ed euristiche di risoluzione, ma sembra mancare un reale impatto delle tecnologie digitali in ambito didattico [Amhag et al., 2019].

Un'occasione in questo ambito potrebbe essere invece fornita dal recente successo dei chatbot che hanno dato il via alla corsa dell'IA. Il più famoso di questi è ChatGPT, rilasciato a novembre 2022 da OpenAI [OpenAI, b]. ChatGPT nella sua versione iniziale rilasciata al pubblico si presentava come l'interfaccia grafica di una chat con cui è possibile interagire per via testuale (input testo, output testo). Questa versione si basava su GPT-3 (Generative Pre-trained Transformer 3) [The AI Digital Quill,] che è un esempio di large language model. I "large language model" (LLM) sono un tipo di modello di intelligenza artificiale che è stato addestrato su una vasta quantità di testo per comprendere e generare linguaggio naturale. Questi modelli sono progettati per comprendere e generare testo in modo simile a come lo farebbe un essere umano. Utilizzano reti neurali per apprendere da grandi quantità di dati testuali e sono in grado di completare frasi, rispondere a domande e generare testo coerente. Il successo iniziale di ChatGPT è stato proprio quello di dare la possibilità di accedere alle informazioni attraverso

il linguaggio naturale ed in maniera interattiva. Ovviamente una tecnologia così potente porta con sé pro e contro che è necessario approfondire, nonostante l'ampio spettro di applicabilità renda difficile definire dei confini. Per quanto riguarda la didattica della matematica esistono già alcune ricerche [Nguyen et al., 2019, Cheng et al., 2024] che tentano di valutarne i possibili impatti. Ad esempio ChatGPT può fornire supporto e feedback istantanei per gli studenti che hanno bisogno di assistenza immediata nella risoluzione di problemi matematici. Inoltre, può agire come un assistente personale all'apprendimento, adattandosi alle esigenze individuali e al ritmo di ciascuno studente e aiutandoli a rafforzare la loro comprensione dei concetti matematici. Al contrario ci sono preoccupazioni sull'accuratezza e sulla affidabilità di ChatGPT, che in alcuni casi potrebbe fornire soluzioni errate o incomplete ai problemi. Altre preoccupazioni riguardano il potenziale abuso della tecnologia e la conseguente perdita di interazione umana nel processo di apprendimento [Dao and Le, 2023, Wardat et al., 2023]. Ma il settore è in continua crescita e le novità sono all'ordine del giorno. Tralasciando altri chatbot che sono stati rilasciati nell'ultimo anno come Gemini, Ernie Bot, Grok [Google, a, Sun et al., 2021, xAI Corp,], attualmente ChatGPT si presenta nella sua versione free con GPT-3.5, una versione migliorata di GPT-3, mentre nella sua versione a pagamento utilizza GPT-4 che è invece un "large multimodal model" (LMM) che aggiunge come modalità di interazione anche quella per immagini, sia in input che in output (tramite l'integrazione con DALL-E [OpenAI, a]). Quest'ultimo in particolare presenta dei miglioramenti significativi rispetto alle versioni precedenti in termini di accuratezza, se lo si valuta ad esempio su test pensati per gli esseri umani [OpenAI et al., 2024]. In matematica può capitare comunque con una certa frequenza che vi siano errori nelle risposte, a volte in passaggi algebrici, altre nella risoluzione di un problema. Questo è un problema intrinseco dei LLM che non hanno una competenza "algebrica" ma semplicemente costruiscono le risposte un token alla volta inserendo quello con maggiore probabilità. Nella risoluzione di esercizi e problemi matematici possiamo quindi aspettarci fisiologicamen-

te un miglioramento limitato dell'accuratezza. Nell'ultimo aggiornamento di ChatGPT sono stati inseriti delle chat specializzate, chiamate GPTs, che possono integrarsi con servizi esterni. Uno di questi si integra con Wolfram Alpha [Wolfram Alpha LLC,], un motore computazionale di conoscenza in grado di eseguire calcoli algebrici. Questa integrazione può ad esempio permettere a ChatGPT di "esternalizzare" la parte di calcolo algebrico ad un altro servizio, migliorando quindi l'accuratezza nei problemi matematici. Si andrebbe così ad unire la capacità di gestire il linguaggio naturale dei LLM con un motore di calcolo che lavora sulla parte algebrica.

Come menzionato precedentemente la possibilità di interagire in linguaggio naturale può essere un notevole supporto per gli studenti nell'apprendimento della matematica, ma in particolare nel problem solving. Gli studenti possono infatti essere consigliati nei processi di risoluzione tramite una conversazione con il chatbot, ricevendo suggerimenti su quali euristiche utilizzare ad esempio, senza necessariamente ricevere la soluzione completa. Alcune ricerche stanno già indagando queste possibilità. Urban et. al. [Urban et al., 2023] in uno studio comparativo su alcuni studenti universitari sostengono che le soluzioni ai problemi di coloro che hanno utilizzato ChatGPT fossero di migliore qualità, meglio elaborate e più originali rispetto alle soluzioni dei colleghi che lavoravano da soli. Inoltre la risoluzione del compito è stata percepita come più facile e richiedente meno sforzo mentale. Gli studenti hanno riportato anche un maggiore senso di auto efficacia. Ci sono però due prerequisiti visti come necessari per beneficiare del supporto del chatbot nella risoluzione dei problemi. Il primo è quello più tecnico della capacità di scrivere prompt (ovvero le interazioni con il bot) efficaci. Il secondo è l'accuratezza nel monitoraggio metacognitivo del processo di risoluzione. In pratica lo studente deve essere in grado di valutare attivamente e criticamente il processo di risoluzione per migliorare l'accuratezza e la qualità della risposta. Più gli studenti consideravano utile ChatGPT e più sovrastimavano la qualità, originalità e accuratezza delle risposte.

Questo elemento diventa fondamentale per capire l'impatto educativo che

ChatGPT può avere nella scuola secondaria, dove le capacità metacognitive degli studenti sono generalmente più limitate. C'è il rischio che, senza una guida esperta, gli studenti possano diventare dipendenti da questa tecnologia e di conseguenza che le loro capacità di pensiero critico e autonomo si riducano. Ma questo è vero in generale per tutte le tecnologie che hanno un impatto radicale sulla vita delle persone. Il progresso avanza ed è utopistico pensare di poter isolare gli studenti da questi strumenti [Roose, 2023]. Da un lato in ambito educativo è necessario evolvere la didattica perché sia al passo con le innovazioni introdotte dall'AI [Wardat et al., 2023], dall'altro gli enti regolatori dovranno attivarsi per introdurre regole e politiche che favoriscano un utilizzo etico, consapevole ed efficace per la società [Ilkka, 2018].

Esiste comunque una divisione abbastanza netta sulle innovazioni tecnologiche, che si è polarizzata ulteriormente con l'ascesa dell'IA: quella tra tecno-ottimisti e fatalisti. I primi considerano l'innovazione la priorità, anche a discapito dell'etica, della sicurezza e della sostenibilità. I secondi ritengono che l'IA sia una tecnologia troppo potente, destinata a sfuggirci di mano con gravi conseguenze, e quindi vada regolata severamente [Minto, 2023]. Indagheremo nei seguenti capitoli se questa divisione si ripercuote anche sulla classe docente e con quale entità. Inoltre sarà interessante capire se ci sono altri tipi di resistenze, oltre a quelle etiche, in ambito didattico o se al contrario si stanno già cogliendo delle opportunità. Al momento comunque le principali preoccupazioni sono di tipo pratico e derivano dalla possibilità di copiare durante i compiti in classe o a casa. Questo per esempio ha spinto alcune scuole a bloccare l'accesso ai chatbot dalla rete scolastica [Roose, 2023]. Una scelta di questo tipo ovviamente rende impossibile l'utilizzo per scopi didattici, ma limita solo in parte gli studenti che possono accedervi tramite smartphone o da casa.

Capitolo 2

Il punto di vista dei docenti

In questo capitolo verranno analizzati i risultati di un questionario somministrato a docenti di matematica e fisica delle scuole secondarie di primo e secondo grado. Il questionario è stato progettato per raccogliere informazioni sul profilo degli insegnanti e sulle loro opinioni su problem solving e IA. Verranno analizzati i dati riguardanti il tempo dedicato al problem solving, l'efficacia percepita nel suo insegnamento, le difficoltà e i punti di forza riscontrati dai docenti. Inoltre, si esplorerà l'utilizzo dell'IA nella didattica, le percezioni dei docenti sull'impatto di tali tecnologie e le eventuali resistenze o ostacoli al loro impiego.

L'obiettivo della tesi è quello di indagare infatti quali possano essere i benefici e quali gli svantaggi a livello didattico nell'uso dei chatbot, concentrandosi in particolare sul punto di vista del docente. Per fare ciò si è quindi scelto di raccogliere preliminarmente le opinioni con un questionario preparato tramite *Google Moduli* [Google, b], il quale è stato principalmente somministrato a docenti di matematica e fisica delle secondarie di primo e secondo grado del territorio di Argenta, Portomaggiore (provincia di Ferrara) e Bologna. Non vi era dunque l'intenzione di raccogliere un numero ampio di risposte viste le dimensioni ridotte delle scuole del territorio, quanto più avere un primo punto di contatto per poter coinvolgere poi successivamente i docenti in un focus group. Al di là delle statistiche che può offrire un

questionario, per quanto il numero delle risposte possa essere ampio, difficilmente può dare una prospettiva concreta sulla didattica che un docente mette effettivamente in pratica in classe e sui problemi che riscontra. Il questionario diventa quindi uno strumento fondamentale per raccogliere le percezioni che i docenti hanno della propria didattica (“cosa penso di fare”) per poi confrontarlo all’interno del focus group con la pratica (“quello che faccio”).

2.1 Ideazione, realizzazione e somministrazione del questionario

Il questionario, riportato in Appendice 4.4, è diviso in due sezioni. La prima è volta a raccogliere informazioni sul profilo degli insegnanti. Queste informazioni servono appunto per evidenziare eventuali correlazioni tra il profilo del docente e le sue opinioni su problem solving e l’IA, le quali vengono raccolte invece nella seconda parte del questionario.

Nella prima parte del questionario sono state raccolte le seguenti informazioni:

1. *Email*
2. *Anno di nascita*
3. *Indirizzo di insegnamento a.s. 22-23*
4. *Istituto di insegnamento a.s. 22-23*
5. *Classe di concorso a.s.22-23*
6. *Indirizzo di insegnamento a.s. 23-24*
7. *Istituto di insegnamento a.s. 23-24*
8. *Classe di concorso a.s.23-24*

9. *Anni di insegnamento*

Queste informazioni ci aiutano ad avere un miglior profilo del docente che risponde al questionario. In particolare si è scelto di raccogliere sia *età* che *numero di anni di insegnamento* per far emergere quei casi di docenti ad esempio che hanno iniziato ad insegnare in un secondo momento della propria vita lavorativa e non direttamente dopo la laurea. Sono stati raccolti anche indirizzo, istituto e classe di concorso su cui i docenti hanno insegnato negli ultimi due anni. In questo caso è interessante analizzare le risposte in relazione sia all'indirizzo che all'istituto. Per quanto riguarda l'indirizzo è evidente che nella scuola italiana ci siano atteggiamenti e aspettative molto diverse, sia da parte dei docenti che degli studenti, non solo tra secondaria di primo e secondo grado, ma anche tra i diversi indirizzi del grado superiore tra licei, tecnici e professionali. Inoltre un altro aspetto rilevante potrebbe essere determinato dall'istituto di provenienza, sia per i docenti che insegnano da vari anni nello stesso istituto, sia per quelli ancora precari che sono soggetti a cambi di istituto quasi ogni anno. Questi possono diventare un elemento interessante di comparazione con i docenti di ruolo, poiché hanno una percezione recente di altri contesti scolastici, che di conseguenza può influenzare la didattica e la percezione su determinati temi.

Nella seconda parte sono presenti invece le domande più specifiche su problem solving e IA ed è stata pensata per essere abbastanza snella, con 12 domande in tutto di cui 9 a risposta chiusa. Anche se le domande chiuse possono ridurre la profondità delle risposte, presentano diverse qualità positive, tra cui la rapidità di compilazione e un'interpretazione diretta. Le domande a risposta aperta sono solamente 3, nella speranza che i docenti scelgano di dedicare maggior tempo alle risposte. La maggior parte delle domande comunque era obbligatoria. In particolare solo le domande 20 e 21 non erano obbligatorie perché vincolate alla risposta della domanda 19 in cui si chiedeva al docente se facesse uso di tecnologie di intelligenza artificiale in ambito lavorativo. Questa scelta è stata motivata dalla volontà di raccogliere il maggior numero di risposte, che fossero il più complete possibili. Le prime

domande riguardano il problem solving, se e come viene insegnato e la percezione dell'efficacia della propria didattica. Le ultime riguardano l'IA e hanno l'intento di verificare se alcuni docenti la utilizzino già per le proprie attività, sia di programmazione che in classe, e quale sia la percezione in generale sul tema. Non vi sono domande specifiche che mettano in relazione l'IA con il problem solving perché l'IA è un'innovazione molto recente e si stanno ancora esplorando e valutando gli impatti delle possibili applicazioni in ambito didattico. Ci si aspetta quindi che i docenti abbiano una vaga conoscenza di cosa sia un chatbot ma che non necessariamente abbiano già seguito corsi di formazione sul tema. A maggior ragione in relazione al problem solving che è probabilmente considerata un'attività secondaria rispetto allo svolgimento dei contenuti delle indicazioni nazionali e linee guida.

11. *Quanto tempo dedichi mediamente nelle tue lezioni durante l'anno al problem solving?* Nessuno - Poco - Abbastanza - Molto

Questa domanda, e le successive due, sono orientate a valutare che percezione abbia il docente del proprio operato sul problem solving. Non ci sono quindi, almeno inizialmente, domande relative a cosa si intende per problem solving o altre che comunque possono influenzare l'idea che il docente ha di problem solving e di come insegnarlo. Questo dovrebbe facilitare nelle domande successive del questionario l'emergere di eventuali incongruenze dovute a una definizione errata di problem solving da parte dell'insegnante. A partire da ciò potremmo pensare di categorizzare le risposte utilizzando 2 dimensioni qualitative principali: una riguardante la definizione di problem solving e l'altra riguardante la didattica. Nel primo caso possiamo suddividere le risposte tra chi ha una definizione superficiale di problema, spesso inteso come tutto quello che non è un esercizio con un'espressione o un'equazione, e chi invece segue la definizione di problema che deve essere "problematico" in quanto tale (vedi Capitolo 1.1). La seconda suddivisa tra chi ad esempio ha una maggiore consapevolezza delle tematiche riguardanti l'insegnamento del problem solving, quindi ad esempio il problem

posing e le euristiche di risoluzione, e chi invece presenta le soluzioni specifiche, ma non strategie generiche. In prima istanza dunque si richiede una valutazione del tempo dedicato a lezione al problem solving, tramite una domanda chiusa a risposta multipla.

12. *Mediamente come consideri il tuo modo di insegnare problem solving? (ovvero, i tuoi studenti hanno acquisito o migliorato le proprie capacità di problem solving?)* Per nulla efficace - Discretamente efficace - Molto efficace

In modo simile alla precedente si richiede un'autovalutazione sull'efficacia dell'insegnamento, sempre tramite domanda chiusa a risposta multipla.

13. *Quali sono i tuoi punti di forza e quali invece le difficoltà che incontri?*
Aperta

Questa domanda è stata impostata con una risposta aperta per fare emergere dai docenti quali fossero i loro punti di forza e le loro debolezze nell'insegnamento del problem solving. Quello che ci aspettiamo è che nelle risposte emergano eventualmente anche le incongruenze precedentemente menzionate rispetto alla definizione che si dà di problem solving e alle modalità di insegnamento.

14. *Quanto spesso somministri "problemi" ai tuoi studenti di cui NON hanno mai visto una risoluzione esplicita in un problema simile?* Mai - Raramente - Qualche volta - Spesso

Questa domanda, e le 4 successive, sono volte a dare una caratterizzazione più pratica delle domande precedenti. In questa specifica ad esempio si chiede al docente se proponga ai suoi studenti dei problemi di cui non ha mai mostrato una risoluzione esplicita in classe. Chiaramente questo corrisponde alla definizione di problema che sia "problematico", nel senso di Perkins [Perkins, 2000]. Prendendo questa come definizione di riferimento, le risposte dovrebbero mostrare quali docenti lavorano effettivamente sul problem solving, e quali invece si aspetta-

no una risoluzione meccanica da parte degli studenti di problemi che loro hanno precedentemente proposto in classe. Questo secondo scenario ricalca appunto la tendenza per cui i docenti si appiattiscono sul *compromesso delle risposte corrette* con una didattica mirata al superamento di certe prove, piuttosto che concentrarsi sull'aspetto creativo della risoluzione dei problemi.

15. *Considera il seguente problema. Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere? È una tipologia di problema che inseriresti in un compito in classe o che affronteresti a lezione? Sì - No*

In questa domanda e in una delle successive vengono proposti due problemi tratti dai *Giochi di Archimede*, corrispondenti alla prima fase delle olimpiadi della matematica. Le gare delle olimpiadi della matematica sono un'ottima risorsa in termini di problemi in quanto offrono agli studenti un'opportunità per confrontarsi con una matematica diversa e più creativa di quella che gli viene proposta a scuola. Di conseguenza i problemi che vi si trovano non hanno mai risoluzioni banali o che possono essere riprodotte meccanicamente sulla base di quelle viste in classe. Chiedere ad un docente se proporrebbe un problema simile in classe significa quindi valutare se è disposto a spingersi oltre ai classici problemi da libro scolastico. Un'alternativa poteva essere quella di prendere come esempio dei quesiti dai test INVALSI. Questo però potrebbe essere fuorviante, sia perché spesso i quesiti sono chiaramente vincolati alle indicazioni nazionali, sia perché alcuni docenti tendono a proporre quesiti INVALSI in classe per "preparare" gli studenti al test. Questo problema è il più semplice tra i due ed è risolvibile velocemente utilizzando la scomposizione in fattori primi, argomento che viene svolto già alla secondaria di primo grado e ripreso al primo anno di secondaria di secondo grado. Entrambi i problemi non prevedono

strumenti matematici complessi per la risoluzione e possono anche essere risolti con un numero limitato di tentativi. Questa scelta è voluta poiché il questionario è stato proposto sia a docenti della scuola secondaria di primo che di secondo grado. Quello che si vuole indagare appunto non è la volontà di somministrare un quesito in relazione al programma svolto in classe, ma un quesito che richieda l'attivazione di processi di problem solving che prescindono appunto quanto svolto in classe in termini di programma.

16. *Quanti studenti pensi possano riuscire a risolvere in autonomia questo tipo di problema?* Meno della metà - Più della metà - La maggior parte
La domanda serve da confronto con la domanda 11, ipotizzando che chi considera il proprio metodo efficace abbia un riscontro positivo per la maggior parte degli studenti nella risoluzione del problema.
17. *Considera il seguente problema. Su un tavolo ci sono due mattoncini di legno uguali, a forma di parallelepipedo. Clara li vuole impilare uno sull'altro, facendo in modo che le due facce a contatto siano tra loro differenti. Così facendo, l'altezza complessiva della pila può essere o 22cm o 30cm o 32cm. Quanti cm³ misura il volume di un mattoncino? È una tipologia di problema che inseriresti in un compito in classe o che affronteresti a lezione?* Sì - No
Questo il secondo quesito tratto dai *Giochi di Archimede*.
18. *Quanti studenti pensi possano riuscire a risolvere in autonomia questo tipo di problema?* Meno della metà - Più della metà - La maggior parte
Analogia alla domanda 15.
19. *I nuovi sviluppi nel campo dell'Intelligenza Artificiale hanno dato adito alla possibilità di nuovi e svariati utilizzi di questi strumenti, in particolare i Large Language Models (es. ChatGPT). Quanto fai uso di questi strumenti nella didattica?* Nessuno - Poco - Abbastanza - Molto
Le ultime domande sono dedicate all'IA. Non ci si concentra tanto sulla definizione di IA, quanto più viene dato un riferimento fattivo in

termini di strumenti che il docente potrebbe conoscere ed utilizzare, il principale dei quali è il chatbot ChatGPT. Dunque è necessario verificare se esistano docenti che conoscono ed eventualmente utilizzano e con quali modalità questi strumenti.

20. *Se ne fai uso, in quali ambiti?* Programmazione - Valutazione - In classe - Altro

Questa domanda serve da preambolo alla successiva per inquadrare l'utilizzo che il docente eventualmente fa dell'IA, quindi con risposte multiple (con la possibilità di aggiungere altri ambiti) per facilitarne la categorizzazione.

21. *Descrivi brevemente alcuni esempi di uso che fai di questa tecnologia.*
Aperta

Ci si aspetta tramite questa domanda aperta di far emergere eventuali approcci all'IA in ambito didattico, che possono essere interessanti da esplorare nel focus group successivo.

22. *Come consideri l'impatto di questi strumenti in relazione all'insegnamento e apprendimento in ambito scolastico?* Aperta

Con questa domanda aperta dovrebbero emergere le posizioni dei docenti rispetto all'IA. In particolare ci si aspetta emerga la suddivisione tra tecno-ottimisti e tecno-pessimisti (vedi Capitolo 1.3) e le eventuali sfumature intermedie.

2.2 Analisi dei dati

Il questionario è stato sottoposto a docenti delle scuole secondarie di primo e secondo grado. In totale sono state raccolte 27 risposte tra novembre 2023 e aprile 2024. Di seguito vengono analizzate le risposte ricevute a partire dal profilo dei docenti che hanno risposto. All'interno del questionario è anche stata richiesta l'eventuale disponibilità a partecipare al focus group,

segnalando, in caso affermativo di fornire la propria mail: le mail raccolte sono state 17.

Profilo dei docenti

L'età dei docenti che hanno risposto è abbastanza ben distribuita, tra i 27 e i 63 anni, con 13 docenti con meno di 40 anni e 14 docenti con più di 40 anni. Anche il numero di anni di insegnamento è distribuito abbastanza equamente come mostrato in Figura 2.1. Possiamo quindi affermare che il campione dei

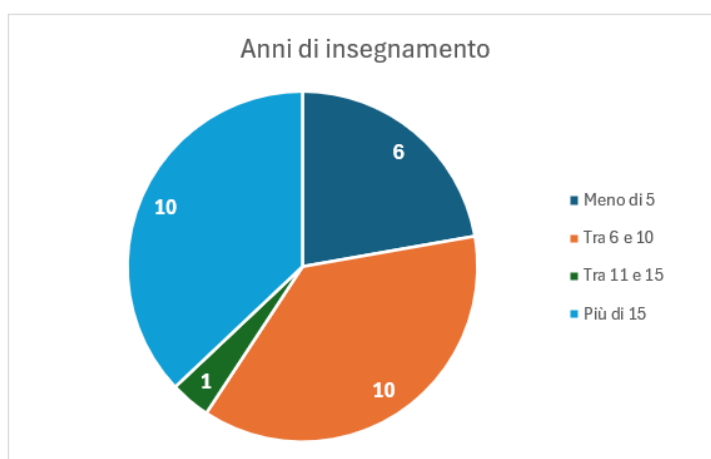


Figura 2.1: Anni di insegnamento

docenti è sufficientemente eterogeneo, per quanto limitato, almeno per quanto riguarda l'età e gli anni di esperienza. Da rilevare inoltre che solo 3 persone hanno lavorato in istituti o classi di concorso diverse negli ultimi due anni. Si conferma quindi una certa stabilità tra i docenti che hanno risposto al questionario. Inoltre solo 3 persone con più di 40 anni lavorano da meno di 10 anni in ambito scolastico. Date le ridotte differenze negli ultimi due anni riportiamo in Figura 2.2 solo i dati riguardanti il corrente anno scolastico per quanto riguarda l'indirizzo di insegnamento.

La maggioranza dei docenti che hanno risposto lavora in un liceo scientifico (17), mentre i rimanenti sono abbastanza distribuiti tra le altre tipologie di indirizzo (inclusa la secondaria di primo grado).

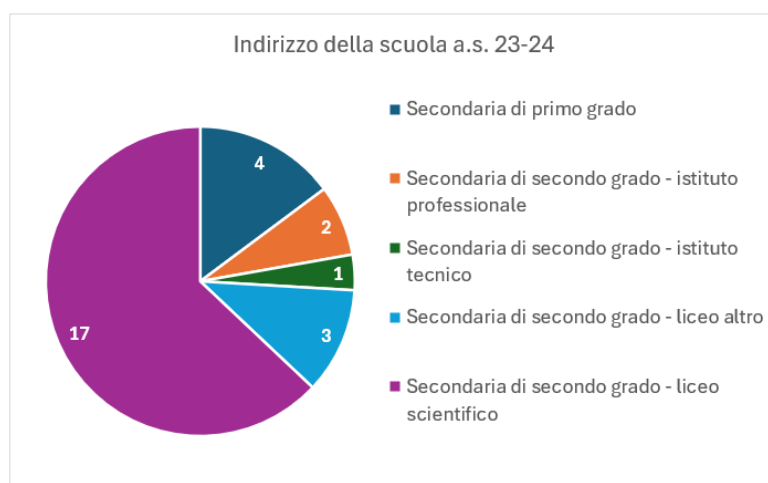


Figura 2.2: Indirizzo della scuola a.s. 23-24

Problem solving

Per quanto riguarda la quantità di tempo dedicata a lezione al problem solving, più della metà dei docenti dichiarano di dedicare una quantità di tempo sufficiente (17 su 27) come mostrato in Figura 2.3.

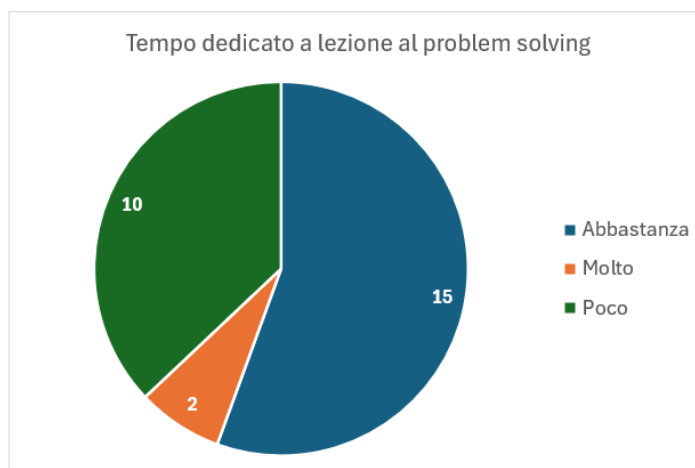


Figura 2.3: Tempo dedicato al problem solving

Di conseguenza l'efficacia percepita è molto positiva, con 21 docenti su 27 che si considerano efficaci nell'insegnamento del problem solving, come

mostrato in Figura 2.4.

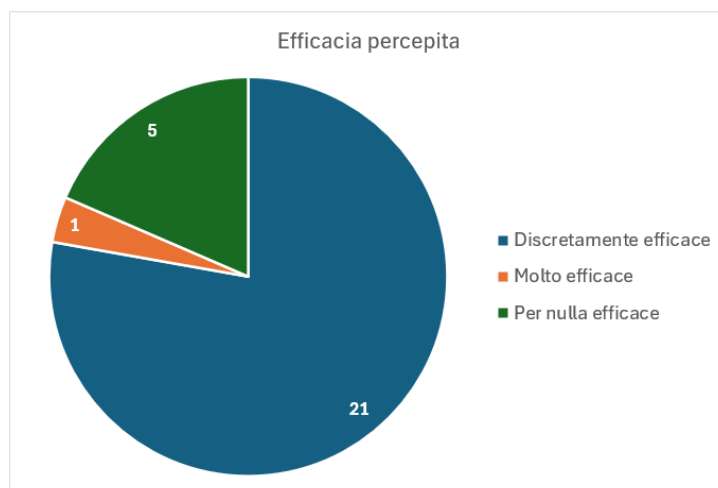


Figura 2.4: Efficacia percepita

Possiamo quindi affermare che i docenti intervistati hanno una visione generalmente positiva rispetto all'insegnamento del problem solving.

La prima domanda a risposta aperta invece fornisce indizi interessanti sulle criticità percepite da ogni docente. La principale difficoltà riscontrata, in 9 risposte, è legata al poco tempo a disposizione. Questo dipende anche dall'indirizzo dell'insegnante, ma in generale c'è una difficoltà a conciliare il problem solving con quanto richiesto dalle indicazioni nazionali o dalle linee guida. Per esempio:

«Le attività di problem solving che conosco non si integrano sempre con facilità con le indicazioni nazionali. Pertanto, eseguire una di queste attività comporta talvolta sottrarre tempo utile allo sviluppo dei contenuti richiesti dal ministero.»

Inoltre, non vi è solo una questione tempo in relazione ai contenuti delle indicazioni nazionali e delle linee guida, ma anche alla pianificazione delle attività stesse di problem solving. In generale queste richiedono una maggiore

autonomia nella gestione del tempo dello studente che non sempre può essere previsto o limitato se si vuole che l'attività abbia successo.

«Faccio fatica a prevedere bene le tempistiche delle attività, a quantificare realisticamente quanto tempo impiegherò, per cui a volte mi trovo in difficoltà nel programmare questi momenti con le classi in armonia con il resto delle cose da fare.»

La seconda difficoltà riscontrata riguarda invece l'eterogeneità della classe in termini di competenze, motivazione e capacità di mettersi in gioco. Ad esempio:

«Il problem solving mette in maggiore difficoltà gli alunni che sono già in difficoltà.»

«Il difetto è che non tutta la classe si impegna allo stesso modo.»

«Molto dipende dagli studenti che ho davanti, da quanta voglia dimostrano di voler imparare e da quanto tempo impiegano ad assimilare i concetti fondamentali.»

«Qualsiasi perturbazione dell'equilibrio e delle sicurezze dello studente oramai è un problema. Il mettersi in gioco è veramente quasi uno scoglio invalicabile.»

L'eterogeneità in termini di competenze ha vari problemi connessi rilevati dai docenti. In primo luogo l'apparente difficoltà nel problem solving che risulta insormontabile per gli studenti a basso rendimento. Anche studi che si sono concentrati nello specifico su questo argomento hanno rilevato come sia fondamentale l'abilità nel recuperare informazioni di base dalla memoria a lungo termine per poterle applicare in un processo di risoluzione creativo [Herold-Blasius and Rott, 2022]. In secondo luogo vi è la scarsa motivazione degli studenti che può essere ricondotta a vari fattori tra cui la difficoltà a mettersi in gioco ed accettare l'errore come parte del processo risolutivo o di comprensione. Senza considerare che in classi con livelli molto diversi, chi è in difficoltà è ulteriormente demotivato se vede la classe muoversi ad

un'altra velocità, chi ha maggiore successo invece è spesso vincolato all'attesa del resto della classe.

Vi sono poi alcune risposte che fanno trapelare un'interpretazione non ortodossa della definizione di problem solving, inteso come problema che sia "problematico" nel senso di Perkins [Perkins, 2000], che si concentri sui processi più che sul risultato.

«Una difficoltà è che a causa dell'eterogeneità della classe spesso alcuni capiscono velocemente e altri hanno bisogno che i problemi vengano spiegati loro più volte.»

«La difficoltà è portare tutti a un livello sufficiente nel poco tempo a disposizione...»

Nelle risposte riportate sopra ad esempio emerge come il docente si senta in dovere di "spiegare" il problema più volte allo studente che non ha capito o si sente di dover portare tutti ad un "livello sufficiente". Di per sé questo non è sbagliato, ma fa emergere come in questo caso il focus del docente sia principalmente incentrato sul risultato piuttosto che sul processo. Ancora:

«Mi rendo però conto che alcune strategie risolutive che adotterei in modo per me naturale per molti sono ostiche da acquisire.»

«Propongo diverse tipologie di esercizi e discuto gli svolgimenti cercando un metodo.»

«Aiuto gli studenti ad individuare la strategia migliore per risolvere un problema.»

«Spiegare il problema da più punti di vista.»

In questo caso il docente si aspetta dallo studente una strategia risolutiva simile alla propria, o comunque predilige una soluzione perché più rapida o "migliore" rispetto ad altre. C'è quindi un'aspettativa, laddove invece lo studente dovrebbe essere lasciato libero di esplorare le strategie che più gli siano confacenti.

I docenti hanno menzionato anche alcuni loro punti di forza nell'affrontare il problem solving in classe. Un punto ricorrente riguarda la capacità di incuriosire, coinvolgere e motivare maggiormente gli studenti.

«Aumento della motivazione grazie al confronto aperto tra pari e con l'insegnante, che motiva gli studenti perché contrasta l'immagine della matematica per cui esiste una risposta "giusta".»

«Tutto ciò che riguarda il problem solving rende la matematica più interessante, meno meccanica.»

«Il mio punto di forza è quello di coinvolgere i ragazzi e rispondere il più possibile ai loro dubbi cercando sempre di catturare l'attenzione.»

«Riesco a incuriosire gli studenti con i problemi che pongo.»

«La risoluzione di un problema è a mio avviso molto stimolante per i ragazzi.»

«Curiosità, divertimento nel risolvere problemi insieme ai ragazzi.»

«I punti di forza sono sicuramente quelli di sfidare gli studenti nella risoluzione di un problema, così che si sentano più coinvolti, e il tentativo di rendere più concreti gli argomenti fatti.»

Vi è quindi un apparente contrasto tra il maggior coinvolgimento della classe menzionato come punto di forza dai docenti e la mancanza di motivazione menzionata come difficoltà. Questa discrepanza può essere motivata da una polarizzazione degli studenti tra chi riesce effettivamente a farsi coinvolgere maggiormente dalle attività di problem solving rispetto alla classica lezione frontale, e chi invece lo vive come uno scoglio insormontabile e quindi rifiuta di mettersi in gioco.

Dai punti di forza espressi dai docenti appare inoltre una spinta ad utilizzare metodologie didattiche diverse dalla classica lezione frontale, addirittura quasi come se i momenti dedicati al problem solving fossero l'alternativa alla lezione frontale.

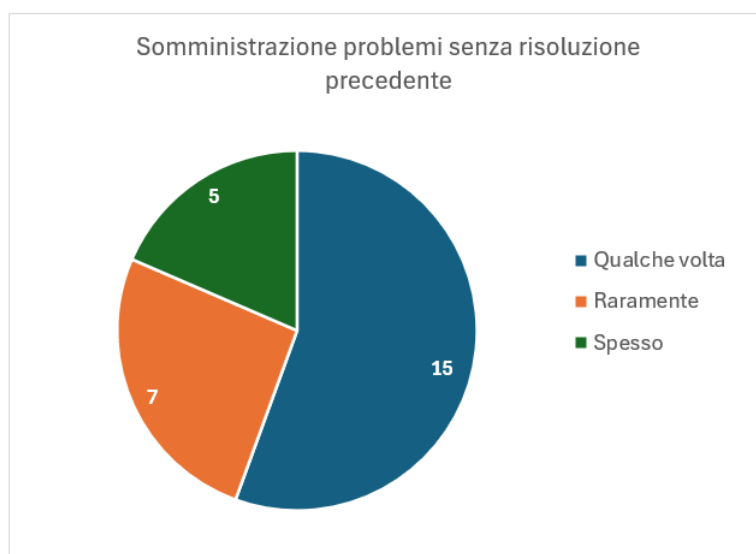
«Maggiore coinvolgimento degli studenti nello svolgere da soli o in gruppo i problemi assegnati.»

«Il problem solving é un modo per alleggerire una lezione frontale, quindi molto utile.»

«Proporre problemi che riguardano l'attualità (anche in laboratorio con un paio di problemi usando Arduino e sensori).»

«Le risorse digitali sicuramente sono un punto di forza.»

Dalle domande successive emerge comunque un approccio proattivo dei docenti verso il problem solving, con 20 docenti su 27 che dichiarano di somministrare agli studenti tipologie di problemi di cui non hanno visto una risoluzione esplicita in anticipo.



Anche le risposte alle domande relative ai due problemi presentano percentuali analoghe: in entrambi i casi circa i due terzi dei docenti dichiarano che somministrerebbero il problema, e tra quelli 3 su 4 dichiarano che meno della metà degli studenti sarebbe in grado di risolverlo. Vi è quindi un atteggiamento positivo nei rispetto alla possibilità di sottoporre agli studenti dei problemi, con l'aspettativa, però, che i risultati non siano dei migliori.

Questo dato potrebbe essere letto in contrasto con le risposte alla domanda precedente in cui l'80% dei docenti considera la propria didattica efficace.

Intelligenza artificiale

Per quanto riguarda l'utilizzo dell'intelligenza artificiale per scopi didattici invece il 70% dei docenti dichiara di non utilizzarlo per nulla, mentre il 26% dichiara di utilizzarlo poco (vedi Figura 2.5). Vi è quindi in generale un utilizzo dello strumento molto limitato. Ovviamente bisogna considerare che si tratta di strumenti che hanno raggiunto il grande pubblico molto recentemente e a maggior ragione introdurli nella didattica non è immediato. Sia perché i docenti devono averne una buona padronanza, sia perché devono trovare uno spazio a livello didattico, come visto nel capitolo precedente. Non è necessario che questo spazio esista a scopo didattico; tuttavia, esploreremo nelle risposte alle domande successive le potenzialità di utilizzo da parte dei docenti che hanno deciso di sperimentare l'uso di tali strumenti.

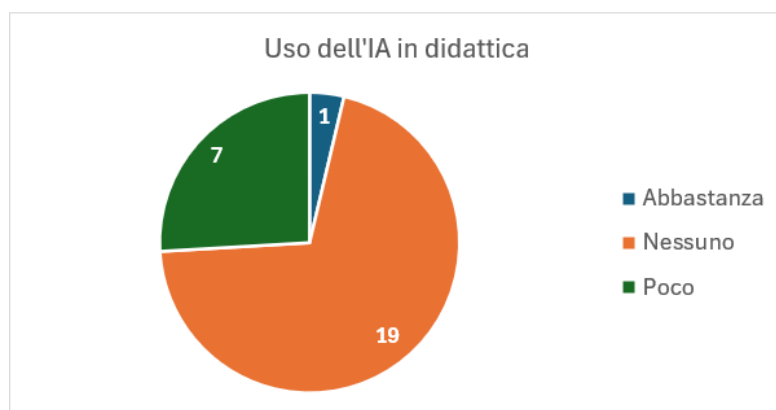


Figura 2.5: Uso dell'IA in didattica

I principali ambiti e scopi di utilizzo riportati dai docenti sono per la progettazione didattica ed in classe.

- **Progettazione** - Sia per la creazione di verifiche che per la progettazione di attività specifiche.

- **In classe** - Come strumento a supporto degli studenti, in particolare per scrivere del codice, ma anche come strumento interattivo per stimolare i ragazzi.

Vari docenti rilevano che non sempre le risposte di ChatGPT sono corrette, in particolare in ambiti tecnici come la matematica e la fisica. L'utilizzo che ne viene fatto per la creazione di compiti in classe è quindi probabilmente più una base su cui il docente inizia a lavorare per produrre la verifica effettiva. Altri docenti invece sfruttano i possibili errori nelle risposte di ChatGPT come attività per stimolare gli studenti ad identificare l'errore e a risolverlo. Altri ancora evidenziano gli spunti che il chatbot può fornire nella creazione di collegamenti multidisciplinari, sia a livello di programmazione che per lo studente in classe.

Infine per la domanda 22 le risposte sono state suddivise tra chi ha una visione positiva dei chatbot e in generale dell'IA, chi ha una visione negativa e chi è indifferente o pensa che non abbia nessun impatto a livello didattico. Quello che emerge è una tendenza positiva con 13 risposte che considerano l'IA uno strumento utile e che può avere dei vantaggi in didattica, 8 indifferenti e 6 negativi (vedi Figura 2.6).



Figura 2.6: Percezione dell'impatto dell'IA da parte dei docenti

Un dato rilevante è che nelle risposte di chi considera negativamente l'impatto dell'IA non vi sono in generale motivazioni sostanziali.

«Negativo»

«Riduce la capacità di ragionamento»

«Ritengo l'intelligenza artificiale un male per l'insegnamento, per la società e per l'intero genere umano. Penso che in futuro questo nuovo strumento porterà molti più danni che benefici.»

«Prevalentemente negativo.»

«L'unico possibile utilizzo è quello di mostrarne i limiti, ma non ho tempo di farlo.»

«Mi sto mantenendo analfabeta sul tema (amo le modalità più classiche... Lavagna e parecchio geogebra. Non riesco ad appassionarmi all'argomento, anche se sicuramente mi darà ulteriori notevoli possibilità). Ammetto che il mio analfabetismo non sia più sostenibile allo stato attuale delle cose e intendo rimediare presto. Sono abbastanza certo che i miei studenti non lo utilizzino o quasi in matematica e fisica. Lo trovo uno strumento pericoloso se non lo si impara a governare (come lo sono stati altri, ma forse un po' di più, come la differenza fra un arco e una pistola).»

Solo in un caso un docente afferma che l'IA «Riduce la capacità di ragionamento», che è di per sé una motivazione sostanziale, ma che non accompagnata da una maggiore elaborazione è difficilmente interpretabile.

Tra chi invece ha una visione positiva di seguito riportiamo le motivazioni principali.

- Accorciamento dei tempi di programmazione e della preparazione dei materiali didattici
- Migliore capacità di personalizzazione della didattica
- Creazione di collegamenti multidisciplinari

- Possibilità per lo studente di utilizzare il chatbot come tutor virtuale e quindi di lavorare con i propri tempi
- Insegnare agli studenti a lavorare in maniera indipendente, sviluppando la competenza “imparare ad imparare”

In generale comunque molte risposte rimandano alla necessità di un utilizzo critico e consono dello strumento da parte degli studenti in modo da evitare che venga utilizzato solamente come scorciatoia.

Capitolo 3

Focus Group

In questo capitolo verranno descritti i risultati di un focus group condotto con alcuni dei docenti che hanno partecipato al questionario. Questo approfondimento qualitativo ha lo scopo di esplorare più in dettaglio le pratiche didattiche, le opinioni e le esperienze dei docenti riguardo all'insegnamento del problem solving e all'utilizzo dell'IA in classe. Si discuteranno le strategie didattiche adottate, le modalità di integrazione delle tecnologie digitali e dell'IA, e le percezioni sui vantaggi e sulle sfide connesse a tali strumenti. Il focus group fornirà una visione più completa e dettagliata delle dinamiche educative e delle innovazioni possibili nel contesto scolastico.

A seguito del questionario si è scelto di coinvolgere alcuni docenti in un focus group. Come indicato da Morgan et al. [Morgan et al., 1998], con focus group ci si riferisce a un'intervista di gruppo in cui un moderatore guida la discussione mentre un piccolo gruppo di persone discute i temi sollevati dal moderatore. Quello che i partecipanti dicono durante la discussione sono i dati (qualitativi) essenziali del focus group. Il focus group, rispetto al questionario, permette quindi di approfondire quelli che sono i punti di vista dei docenti e l'approccio didattico che mettono effettivamente in atto. Nel nostro caso questo strumento si presta particolarmente bene per indagare il punto di vista dei docenti sul problem solving. Data la complessità dell'argomento, però non sempre c'è chiarezza su cosa si intenda per problem solving e, tal-

volta, i docenti tendono ad averne una visione a volte troppo semplicistica. Una discussione permette quindi di raccogliere dati qualitativi sulle idee ed opinioni dei docenti coinvolti, laddove il questionario invece è uno strumento utile per analizzare globalmente le informazioni. Inoltre i chatbot sono uno strumento in rapida ascesa che può offrire diverse opportunità e problemi, che la classe docente sta iniziando ad esplorare, ma per cui non esistono metodologie o linee guida chiare. A maggior ragione una discussione aperta tra docenti può approfondire questi temi, chiarendo limiti e potenzialità dello strumento, andando oltre i pregiudizi di ognuno, che siano essi positivi o negativi.

3.1 Struttura del focus group

Di seguito riportiamo la struttura del focus group e, per ogni fase, i tempi previsti in fase di progettazione. Dato il carattere intrinseco di variabilità legato alle discussioni aperte, ci aspettiamo che ci possano essere delle variazioni rispetto a quanto previsto. Il compito del moderatore è, per quanto possibile, quello di riportare la discussione sui binari originali.

Parte 1

Introduzione e somministrazione di un problema ai docenti [10 minuti].

Il focus group ha inizio sottoponendo ai docenti un problema tra quelli elencati di seguito. I docenti hanno poi alcuni minuti a disposizione per ragionare individualmente sul problema. Dei seguenti problemi i primi due sono tratti dalle *American Math Competitions (AMC)* mentre il terzo è un classico puzzle di logica e matematica divenuto famoso online per l'apparente paradosso nella risposta. Come per i problemi presentati nel questionario, sono sufficienti competenze base per risolverli (come la scomposizione in primi e basi del calcolo combinatorio). Hanno però quel carattere di “problematicità” che li differenzia dagli esercizi scolastici. Non è comunque necessario

che i docenti arrivino alla soluzione corretta e infatti il tempo che hanno a disposizione è volutamente poco. L'idea è quella di ricreare uno scenario classico di uno studente che si trova ad affrontare un problema e che deve capire come risolverlo. Ai fini della ricerca questo passaggio serve per capire quali strategie risolutive adottano i docenti, quali euristiche usano, come si comportano nel caso in cui si bloccano e quale controllo metacognitivo del processo abbiano.

Quadrati perfetti - Quanti sono i quadrati perfetti positivi minori di 2023 che sono divisibili per 5?

Il cubo - A ogni vertice di un cubo è assegnato un numero intero. Il valore di un lato è definito come la somma dei valori dei due vertici che tocca, e il valore di una faccia è definito come la somma dei valori dei quattro lati che la circondano. Il valore del cubo è definito come la somma dei valori delle sue sei facce. Supponiamo che la somma degli interi assegnati ai vertici sia 21. Qual è il valore del cubo?

Le 1000 bottiglie di vino - Il Re di un piccolo paese invita 1000 senatori al suo party annuale. Come tradizione, ogni senatore porta al Re una bottiglia di vino. Poco dopo, la Regina scopre che uno dei senatori sta cercando di assassinare il Re dandogli una bottiglia di vino avvelenato. Sfortunatamente, non sanno quale senatore né quale bottiglia di vino è avvelenata, e il veleno è completamente indistinguibile. Tuttavia, il Re ha 10 prigionieri che intende giustiziare. Decide di usarli come assaggiatori per determinare quale bottiglia di vino contiene il veleno. Il veleno, quando assunto, non ha effetto sul prigioniero fino ad esattamente 24 ore dopo, quando il prigioniero infetto muore improvvisamente. Il Re deve determinare quale bottiglia di vino è avvelenata entro domani in modo che i festeggiamenti possano continuare come pianificato. Ha quindi tempo solo per un turno

di test. Come può il Re somministrare il vino ai prigionieri per garantire che 24 ore dopo sia garantito di aver trovato la bottiglia di vino avvelenata?

I docenti si confrontano e discutono il problema. Si pone l'attenzione sulle idee risolutive ed eventuali modalità di rappresentazione di ognuno [10 minuti].

In questo step viene chiesto ai docenti di confrontarsi sulle risoluzioni. Tramite il confronto e le domande che i docenti possono porsi a vicenda dovrebbe emergere sia la comprensione che ognuno ha dei propri processi metacognitivi, sia le competenze tecniche in termini di euristiche e didattica del problem solving. Interessante sarà il confronto con i dati del questionario per valutare chi ha affermato di dedicare sufficiente tempo al problem solving ritenendosi efficace ed ha effettivamente competenze al riguardo e chi invece ha una scarsa comprensione dei propri processi metacognitivi. In questa seconda categoria potrebbero rientrare quei docenti che sono convinti di svolgere attività di problem solving ma che in realtà propongono problemi che sono “esercizi”.

Parte 2

Il problema può essere risolto correttamente da ChatGPT? Si discute insieme il risultato di ChatGPT [10 minuti].

Per introdurre la parte legata all'Intelligenza Artificiale chiediamo ai docenti se secondo loro il problema è risolvibile efficacemente da ChatGPT. Si verifica insieme e si discute la risoluzione del chatbot. Non ci interessa verificare in modo sistematico quali sono le capacità di ChatGPT come risolutore, quanto più quale sia la consapevolezza dei docenti verso questo strumento ed utilizzare questa discussione come punto di partenza per lo step successivo.

Discussione Guidata [30 minuti].

A partire dal punto precedente viene improntata una discussione volta a valutare la posizione degli insegnanti verso i chatbot e ad individuare possibili

applicazioni dello strumento nella didattica, con eventuali pro e contro. Alcune domande guida che il moderatore si occuperà di inserire all'interno della discussione nel caso non emergano spontaneamente sono le seguenti.

- Può lo studente “barare” risolvendo il problema con ChatGPT? Può quindi ChatGPT diventare uno strumento che sostituisce la necessità di certe competenze determinando un impoverimento delle competenze dello studente?
- Quali sono le principali sfide che gli insegnanti riscontrano nell'insegnamento della matematica, in particolare del problem solving?
- Se e in che modo ChatGPT può essere utile nella didattica, in particolare del problem solving, per il docente?
- Può ChatGPT essere uno strumento a supporto dello studente per acquisire maggiori competenze sul problem solving?
- Ci sono elementi che suggeriscono che i contro abbiano un effetto così negativo da considerare il divieto di utilizzo dello strumento?

Conclusioni e saluti.

Il moderatore riassume quanto discusso ringraziando i docenti per la partecipazione.

3.2 Svolgimento e analisi del focus group

Tramite il questionario è stato possibile raccogliere le mail dei docenti disponibili a partecipare al focus group. In particolare sono state fornite 17 email su 27 risposte totali. Tramite le mail fornite è stato quindi possibile contattare i docenti per invitarli a partecipare al focus group. In un primo tentativo per svolgerlo in presenza si è pensato di coinvolgere i docenti provenienti dagli istituti del territorio di Argenta e zone limitrofe. Nel territorio sono presenti due istituti comprensivi entrambi con una scuola secondaria di

primo grado, ed un istituto di istruzione superiore in cui sono presenti un liceo scientifico, un tecnico (tecnologico automazione ed economico SIA) e professionale (manutenzione e assistenza tecnica e servizi per la sanità e per l'assistenza sociale). Il numero di adesioni però non è stato sufficiente e si è allora scelto di svolgere il focus group online estendendo l'invito anche ai docenti rimanenti. Nonostante ciò il numero di docenti veramente disponibili non ha comunque permesso di scegliere se fare più gruppi ed eventualmente come costruirli. Il focus group si è quindi svolto online tramite la piattaforma Google Meet con 3 docenti provenienti da istituti diversi. Per garantire la precisione delle informazioni raccolte e permettere un'analisi dettagliata, la sessione è stata registrata. La registrazione è stata effettuata esclusivamente per scopi di ricerca e con il previo consenso dei partecipanti. La sessione è durata circa 90 minuti, quindi in linea con quanto pianificato. I dati emersi dal focus group vengono analizzati di seguito, dividendo l'analisi nelle due parti principali in cui era stato strutturato anche il focus group.

La scarsa partecipazione al focus group può essere di per sé un dato, interpretabile come un indicatore di scarso interesse nell'argomento da parte dei docenti. Nonostante il numero iniziale di risposte al questionario, la bassa adesione al focus group suggerisce che, al di là di una disponibilità teorica, l'interesse pratico nel discutere e approfondire le tematiche legate al problem solving e all'uso dell'IA in ambito didattico potrebbe essere limitato. Questo aspetto merita un'attenta riflessione, poiché per estensione potrebbe indicare la necessità di trovare modalità più efficaci per coinvolgere i docenti e stimolare un maggiore interesse e partecipazione attiva nelle iniziative di formazione e ricerca su temi innovativi e cruciali per il futuro dell'educazione.

Parte 1

La sessione si apre con le presentazioni dei docenti. Per rispettare la privacy dei partecipanti e assicurare la confidenzialità delle informazioni condivise durante il focus group, ci riferiremo ai docenti di matematica coinvolti usando etichette anonime. Pertanto, nei contesti in cui sarà necessario identificare

le opinioni individuali, utilizzeremo le designazioni *Docente A*, *Docente B* e *Docente C*. Questa scelta permette di discutere liberamente i loro contributi e opinioni senza compromettere la loro identità. *Docente A* insegna matematica e fisica in un liceo scientifico, *Docente B* insegna matematica e fisica in un liceo linguistico mentre *Docente C* insegna fisica in un professionale.

Ai partecipanti è stato sottoposto il seguente problema.

Il cubo - A ogni vertice di un cubo è assegnato un numero intero.

Il valore di un lato è definito come la somma dei valori dei due vertici che tocca, e il valore di una faccia è definito come la somma dei valori dei quattro lati che la circondano. Il valore del cubo è definito come la somma dei valori delle sue sei facce. Supponiamo che la somma degli interi assegnati ai vertici sia 21. Qual è il valore del cubo?

I partecipanti hanno avuto alcuni minuti a disposizione per riflettere individualmente sul problema e su una possibile risoluzione. Si è poi proceduto a discutere i processi risolutivi di ciascuno. Inizia *Docente A* che afferma quanto segue:

«Mi sono reso conto che il valore di ogni vertice compare nel valore dei tre lati adiacenti, quindi ho pensato di moltiplicare il 21 per tre. Però, devo ammettere che non ho non sono arrivato ad approfondire la parte dopo, quella dove si sommano i lati. [...] la risoluzione comunque mi è sembrata in qualche modo simile al calcolo della somma dei primi n numeri. »

Emergono quindi due fattori rilevanti nel processo risolutivo del docente. Il primo riguarda il fatto che riconosce di essersi bloccato [Perkins, 2000], il secondo è che collega un'esperienza passata, quella della somma dei primi n numeri, con la risoluzione del problema attuale [Perkins, 2000]. Gli altri due docenti invece osservano che la loro soluzione include anche il fatto che

il valore di ogni lato compaia in due facce diverse e che quindi 21 vada moltiplicato per 6 invece che per 3. Tutti i docenti hanno quindi argomentato chiaramente le loro risposte, ma nessuno ha menzionato un approccio risolutivo con una formalizzazione algebrica. Vi è quindi un approccio inverso a quello che accade a volte all'interno del contesto classe dove nel contratto didattico [Brousseau, 1986] tra docente e alunni vi è spesso l'aspettativa, da parte di uno, degli altri o di entrambi, che la risoluzione di un problema richieda uno svolgimento algebrico e che possibilmente sia una sola [D'Amore et al., 2020].

È stato poi chiesto ai docenti se proponessero ai loro studenti di svolgere dei problemi di cui non avevano mai visto una risoluzione esplicita e quale fosse la loro percezione in merito. I partecipanti hanno tutti affermato di proporre problemi agli studenti, ma solo in attività in classe oppure come compito per casa, quindi al di fuori della valutazione. Tutti hanno concordato che vi sia in generale una certa paura e resistenza da parte degli studenti quando il docente propone loro un problema a cui non possono applicare una procedura risolutiva conosciuta. *Docente B* sostiene che ciò sia in parte dovuto alle teorie del successo [Di Martino, 2017, Gardner, 2002] degli studenti, i quali pensano che un problema sia per loro risolvibile solo se sono in grado di fornire velocemente una risposta corretta. Sempre lo stesso docente osserva inoltre che un altro limite che riscontra a livello didattico è la difficoltà nel reperire materiale, in particolare problemi, che siano adeguati ed efficaci per le attività di problem solving. Inoltre *Docente C* sostiene che:

«Secondo me, c'è davvero una divisione netta nel problem solving: da una parte ci sono gli studenti super motivati che si lasciano coinvolgere, anche se sono pochi, e dall'altra tutti gli altri, che sono la maggioranza. Però, ho notato che se proponi problemi pratici, tipo in fisica, dove gli studenti si sentono parte del problema, l'interesse aumenta, a differenza di quello che succede con i problemi più teorici.»

Emergono quindi alcuni elementi di particolare rilevanza per quanto riguarda la didattica con cui i docenti devono confrontarsi.

1. Motivare gli studenti nella risoluzione di problemi è complesso e richiede una rottura del contratto didattico che difficilmente è accettata dallo studente. Questa motivazione può essere trovata nella proposta di problemi in cui lo studente viene messo al centro del problema.
2. Permane inoltre la difficoltà di reperire materiale adeguato e, come osservato da *Docente B* nel questionario, è difficile conciliare il problem solving con quanto richiesto dalle indicazioni nazionali e linee guida.
3. Implicitamente sembra emergere la volontà da parte dei docenti di evitare la valutazione nell'ambito del problem solving. Questo potrebbe essere dovuto al compromesso delle risposte corrette [Di Martino, 2017] in cui il docente evita di valutare lo studente su qualcosa che potrebbe metterlo troppo in difficoltà. Un altro motivo potrebbe essere legato alla difficoltà nel valutare il processo, parte essenziale del problem solving, in un contesto scolastico in cui, per svariati motivi, spesso è più semplice e usuale valutare il prodotto. Senza considerare che nel caso del problem solving uno studente difficilmente esplicherà un processo risolutivo che non ha portato alla soluzione, facendo sì che il docente abbia solo una visione parziale di quanto svolto dallo studente.

Parte 2

Una volta conclusa la discussione precedente, è stato poi chiesto ai partecipanti se ritenessero un chatbot come ChatGPT oppure Gemini in grado di risolvere il problema che gli era stato sottoposto. Di seguito le risposte dei docenti:

Docente B: «Onestamente, non ho mai fatto test di questo tipo, quindi non mi sento di poter dare un'opinione precisa su questo.»

Docente A: «Ho usato ChatGPT solo durante un corso di formazione, principalmente per creare pacchetti di esercizi, le relative soluzioni e le griglie di valutazione. Da quello che ho visto, le griglie di valutazione erano a posto, ma le soluzioni degli esercizi avevano diversi errori.»

Docente C: «Non ho fatto test del genere e ho usato ChatGPT soprattutto per compiti più ripetitivi e meccanici, anche se a volte i risultati erano parzialmente sbagliati. Sono comunque ottimista sul fatto che i chatbot possano arrivare a risolvere questo tipo di problema. Mi chiedo però se il loro successo dipenda da una sorta di creatività o semplicemente perché hanno già visto problemi simili durante il loro training.»

Nessun docente quindi ha sperimentato lo strumento per la risoluzione di problemi, ma emerge comunque la percezione che le risposte possano contenere degli errori. Si è quindi proceduto a testare ChatGPT e Gemini sulla risoluzione del problema che era stato sottoposto ad inizio sessione. In particolare sono state fatte le prove sulle seguenti versioni: ChatGPT 3.5, ChatGPT 4, Gemini e Gemini Advanced. Riportiamo le risposte dei chatbot nel Capitolo 4, insieme alle risposte relative agli altri problemi. Le risposte sono all'apparenza ben strutturate, ma in quasi tutti i casi contengono errori, anche se di diversa entità. Inoltre se la stessa domanda viene posta più volte, la risposta che si ottiene non è sempre la stessa. Questo conferma che ad ora i chatbot non sono affidabili, né in termini di univocità né in termini di correttezza delle risposte. La struttura argomentativa e la possibilità di effettuare interazioni botta e risposta su uno stesso argomento possono fornire però un buon supporto nel caso si rimanga bloccati o non si sappia come affrontare un problema.

Preso atto delle risposte dei chatbot, è stato chiesto ai docenti se pensano che vi possa essere un'applicazione pratica in didattica, nello specifico

nell'insegnamento del problem solving. Di seguito vengono riportate alcune delle possibili applicazioni suggerite dai docenti.

In primo luogo il chatbot potrebbe essere utilizzato come tutor per lo studente che deve risolvere un problema. In questo caso il chatbot potrebbe supportare lo studente nella comprensione del problema e fornire suggerimenti nello svolgimento senza necessariamente fornire la soluzione. Tutti i partecipanti hanno convenuto che in questo caso l'attività debba essere supervisionata dal docente e che quindi non sia svolta in autonomia dallo studente, il quale rischia di non avere gli strumenti per poter interpretare criticamente le risposte che possono contenere degli errori.

Secondariamente, in modalità supervisionata in classe, lo studente potrebbe chiedere al chatbot-tutor di validare la propria soluzione al problema, oppure il docente potrebbe chiedere al chatbot di fornire varie soluzioni e validarle con gli studenti.

Ancora per l'insegnante può essere utile in fase di progettazione per creare dei problemi oppure modificarne degli esistenti in modo da personalizzarli in relazione al contesto del singolo studente oppure della classe. La risposta può chiaramente avere dei limiti e non essere utilizzabile direttamente. Vi è un importante vantaggio nel fatto che l'insegnante non deve partire a produrre qualcosa da zero, ma può modificare la risposta aggiustandola a seconda delle necessità. Inoltre, i LLMs possono fornire un contesto narrativo al problema e semplificare una parte della produzione che all'insegnante richiederebbe tempo aggiuntivo. Un altro supporto in fase di progettazione può essere dato dalla possibilità di generare immagini, che può rivelarsi particolarmente utile ad esempio per gli studenti che devono affrontare un problema di fisica e che quindi hanno un elemento aggiuntivo per poter meglio interpretare il problema.

Infine un altro aspetto interessante che è emerso riguarda la possibilità di generalizzazione dei problemi a situazioni differenti. Un caso d'uso proposto da uno dei partecipanti durante la discussione è il seguente. Ipotizzando di affrontare la distanza tra punti sul piano cartesiano, si potrebbe chiedere al

chatbot come si potrebbe calcolare la distanza tra punti nello spazio oppure in un piano curvo. In tal modo lo studente potrebbe percepire la complessità nella generalizzazione di un problema ed essere più consapevole delle scelte che sono state fatte nei curriculum didattici.

Tutti i partecipanti erano comunque d'accordo nel convenire che, nonostante le difficoltà riscontrate, i problemi fossero uno stimolo importante per gli studenti che lo sapevano cogliere, aumentando l'interesse verso la materia. Nonostante ciò, quando è stato loro chiesto se vi fossero delle controindicazioni nell'utilizzo dell'IA hanno tutti ribadito che la differenza sostanziale viene dalla motivazione dello studente. Dunque gli studenti che sono motivati affrontano il problem solving con maggiore apertura e interesse, possono di conseguenza beneficiare dall'utilizzo dei chatbot come tutor. Al contrario per gli studenti che non sono motivati vi è il rischio che utilizzino l'IA per ottenere risposte facili senza validarle criticamente. Questo approccio superficiale può indurre non solo a svolgere compiti sbrigativi che rischiano di essere sbagliati, ma di interiorizzare concetti in maniera errata. Uno dei docenti sostiene infatti che le attività con l'utilizzo dell'IA vadano supervisionate e che gli studenti si abituino a validare le informazioni con i libri di testo.

Confronto con le risposte del questionario

I contributi al focus group dei partecipanti sono generalmente in linea con le risposte al questionario. Per quanto riguarda il problem solving ad esempio prendiamo in considerazione le risposte alla domanda 12 - *Mediamente come consideri il tuo modo di insegnare problem solving? (ovvero, i tuoi studenti hanno acquisito o migliorato le proprie capacità di problem solving?).* Docente B e Docente C avevano risposto con *Discretamente efficace* mentre Docente A con *Per nulla efficace*.

Nella parte relativa all'IA del questionario tutti i docenti hanno evidenziato un atteggiamento positivo e, due docenti su tre, hanno confermato durante il focus group di avere già sperimentato alcune funzionalità attivamente in

classe oppure in fase di progettazione. Il terzo docente invece non ha approfondito l'argomento, se non a livello teorico, ma ha comunque una visione positiva dello strumento. Non vi sono quindi state posizioni palesemente discordanti durante la sessione. Probabilmente la presenza di un docente fermamente contrario all'utilizzo dell'IA avrebbe potuto fornire spunti ulteriori che non sarebbero altrimenti emersi.

Capitolo 4

Risoluzione dei problemi tramite i chatbot

In questo capitolo verranno trattati casi specifici di risoluzione di problemi matematici utilizzando chatbot come ChatGPT e Gemini. Verranno presentati e analizzati diversi problemi matematici affrontati con l'ausilio di chatbot, evidenziando punti di forza e le problematiche relative alle risposte proposte.

Di seguito riportiamo la risoluzione fornita dai chatbots dei problemi menzionati nell'impostazione del focus group; a partire dal problema del cubo, che è stato quello discusso effettivamente all'interno del focus group che si è svolto. Inseriamo anche la risoluzione degli altri due problemi per dare maggiore contezza delle potenzialità, ma anche delle imprecisioni, dei chatbots. La risoluzione è stata svolta tramite Gemini, Gemini Advanced, ChatGPT 3.5 e ChatGPT 4. Date le potenzialità e l'ampio spettro di possibilità che forniscono questi strumenti, si potrebbero considerare vari modi per valutare la capacità di risoluzione di un problema. Per esempio:

- Per Gemini è possibile modulare il tipo di risposta in modo che possa essere più breve, più lunga, più semplice, più informale, più professionale.

- Per ChatGPT 4 è possibile utilizzare dei GPTs, che non sono altro che agenti in grado di interagire con servizi esterni e che quindi possono intervenire in parti della risoluzione.
- Per entrambi si potrebbe creare un'interazione migliore creando dei prompt specifici per la risoluzione dei problemi [Lee et al., 2023], anche attraverso lo sviluppo di domande successive.

Per semplicità, ma anche per avere una migliore possibilità di confronto, si è proceduto ad inserire il testo del problema in una nuova chat ogni volta e si è valutata esclusivamente la prima risposta fornita.

4.1 Il cubo

Prima di discutere le risposte dei chatbot, vengono proposte alcune soluzioni così che i risultati siano confrontabili in maniera più chiara.

Il problema

Il cubo - A ogni vertice di un cubo è assegnato un numero intero. Il valore di un lato è definito come la somma dei valori dei due vertici che tocca, e il valore di una faccia è definito come la somma dei valori dei quattro lati che la circondano. Il valore del cubo è definito come la somma dei valori delle sue sei facce. Supponiamo che la somma degli interi assegnati ai vertici sia 21. Qual è il valore del cubo?

Soluzione 1

Ogni vertice viene contato 3 volte perché ogni vertice è condiviso da tre spigoli diversi. Ogni spigolo viene contato 2 volte perché ogni spigolo è condiviso da due facce diverse. Poiché la somma degli interi assegnati a tutti i vertici è 21, la risposta finale è $21 \times 3 \times 2 = 126$.

Soluzione 2

La formulazione del problema implica che la risposta dovrebbe valere per qualsiasi combinazione valida di numeri interi. Quindi, scegliamo i numeri 21, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, che sono effettivamente 8 interi che sommati danno 21. Facendo questo, troviamo tre spigoli che hanno un valore di 21, e da lì otteniamo tre facce con valore 42 (mentre le altre tre facce hanno valore 0). Sommando le tre facce insieme, otteniamo $42 + 42 + 42 = 126$.

Risoluzione con Gemini

Nel caso di *Gemini*, vedi Figura 4.1, il chatbot inizia assegnando delle variabili ai valori dei vertici per poi successivamente impostare un sistema da cui dedurre il valore finale del cubo. Il risultato finale è 168 che è incorretto. Il

A ogni vertice di un cubo è assegnato un numero intero. Il valore di un lato è definito come la somma dei valori dei due vertici che tocca, e il valore di una faccia è definito come la somma dei valori dei quattro lati che la circondano. Il valore del cubo è definito come la somma dei valori delle sue sei facce. Supponiamo che la somma degli interi assegnati ai vertici sia 21. Qual è il valore del cubo?

Per risolvere questo problema, possiamo utilizzare un sistema di equazioni.

Passo 1: Assegnare le variabili

- Chiamiamo a, b, c, d, e e f i valori assegnati ai sei vertici del cubo.
- Chiamiamo l il valore di un lato del cubo.
- Chiamiamo F il valore di una faccia del cubo.
- Chiamiamo C il valore del cubo.

Passo 2: Scrivere le equazioni

- Sappiamo che la somma dei valori dei vertici è 21, quindi possiamo scrivere l'equazione:

$$a + b + c + d + e + f = 21$$
- Il valore di un lato è la somma dei valori dei due vertici che tocca. Possiamo scrivere quattro equazioni, una per ogni lato:

$$\begin{aligned} l &= a + b \\ l &= c + d \\ l &= e + f \\ l &= a + f \end{aligned}$$

- Il valore di una faccia è la somma dei valori dei quattro lati che la circondano. Possiamo scrivere sei equazioni, una per ogni faccia:

$$\begin{aligned} F &= 4l \\ F &= l + l + l + l \end{aligned}$$
- Il valore del cubo è la somma dei valori delle sue sei facce:

$$C = 6F$$

Passo 3: Risolvere il sistema

Ora abbiamo un sistema di 12 equazioni in 12 variabili. Possiamo risolverlo usando un metodo di sostituzione o un software di algebra lineare.

La soluzione del sistema è:

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ b &= 4 \\ c &= 5 \\ d &= 2 \\ e &= 4 \\ f &= 3 \\ l &= 7 \\ F &= 28 \\ C &= 168 \end{aligned}$$

Conclusione:
Il valore del cubo è 168.

Figura 4.1: Risoluzione del problema **Il cubo** con Gemini.

primo errore compare nel *Passo 2* quando imposta un'equazione con 6 vertici, quando i vertici di un cubo sono 8. Il secondo errore si trova in relazione al valore dei lati, per i quali oltre ad impostare solo 4 equazioni (i lati di un

cubo sono 12), assume che i lati debbano avere tutti lo stesso valore. Ancora per le equazioni relative ai valori delle facce e ai valori del cubo assume che le facce abbiano tutte lo stesso valore. La soluzione finale quindi sembra rispecchiare una corretta risoluzione del sistema impostato dal chatbot, che a causa degli errori menzionati non porta però alla soluzione corretta.

Risoluzione con Gemini Advanced

Per quanto riguarda *Gemini Advanced* (vedi Figura 4.2), l'approccio è simile. Il chatbot imposta delle equazioni da mettere a sistema, ma in questo caso invece di assegnare variabili ad ogni vertice, fa dei ragionamenti sulle relazioni tra la somma dei vertici, degli spigoli e delle facce. Anche se considera correttamente il numero di spigoli (12), ci sono poi degli errori nell'impostazione delle relazioni precedentemente menzionate che portano ad un risultato, 21, che è errato. Ci si aspetterebbe un risultato sensibilmente migliore dalla

Soluzione

Per risolvere questo problema, possiamo seguire questi passaggi:

1. Relazione tra spigolo e vertici:

- Ogni spigolo è formato dalla somma dei valori di due vertici.
- Dato che ci sono 12 spigoli (3 per ogni faccia), possiamo esprimere la somma totale dei vertici come:

$$\text{Somma vertici} = 2 * \text{Somma spigoli}$$

2. Relazione tra faccia e spigoli:

- Ogni faccia è formata dalla somma di 4 spigoli.
- Dato che ci sono 6 facce, possiamo esprimere la somma totale degli spigoli come:

$$\text{Somma spigoli} = 1.5 * \text{Somma facce}$$

3. Esprimere il valore del cubo:

- Il valore del cubo è la somma dei valori delle sue 6 facce.

4. Sistema di equazioni:

Combinando le relazioni 1, 2 e 3, otteniamo un sistema di 3 equazioni con 3 incognite (Somma vertici, Somma spigoli, Somma facce):

- Somma vertici = $2 * \text{Somma spigoli}$ (1)
- Somma spigoli = $1.5 * \text{Somma facce}$ (2)
- Valore cubo = Somma facce (3)

5. Risolvere il sistema:

Sostituendo la seconda equazione nella prima, otteniamo:

$$\text{Somma vertici} = 2 * (1.5 * \text{Somma facce}) = 3 * \text{Somma facce}$$

Sostituendo questa espressione nella terza equazione, otteniamo:

$$\text{Valore cubo} = 3 * \text{Somma facce}$$

6. Informazione aggiuntiva:

Sappiamo che la somma dei valori assegnati ai vertici (Somma vertici) è 21. Sostituendo questo valore nell'equazione precedente, otteniamo:

$$21 = 3 * \text{Somma facce}$$

Dividendo entrambi i lati per 3, troviamo:

$$\text{Somma facce} = 7$$

7. Calcolare il valore del cubo:

Sostituendo il valore di Somma facce (7) nell'equazione "Valore cubo = 3 * Somma facce", otteniamo:

$$\text{Valore cubo} = 3 * 7 = 21$$

Risposta:

Il valore del cubo è 21.

Spiegazione aggiuntiva:

- Questo problema implica la comprensione delle relazioni tra i vertici, gli spigoli e le facce di un cubo.
- Le equazioni formate ci permettono di esprimere il valore del cubo in termini di somme di vertici, spigoli e facce.
- Utilizzando le informazioni aggiuntive sulla somma dei vertici, possiamo risolvere il sistema di equazioni e determinare il valore del cubo.

Figura 4.2: Risoluzione del problema **Il cubo** con Gemini Advanced.

versione più avanzata, ma non sembra esserci una grossa differenza.

Risoluzione con ChatGPT 3.5

ChatGPT 3.5 (vedi Figura 4.3) invece imposta la risoluzione ipotizzando un valore medio dei vertici sulla base del dato iniziale, ovvero che la somma dei vertici sia 21. Assumendo quindi il valore medio per ciascun vertice effettua dunque i calcoli per somme successive dei lati e delle facce ed ottiene che il valore del cubo è 126, che è corretto. La scelta di attribuire un valore medio

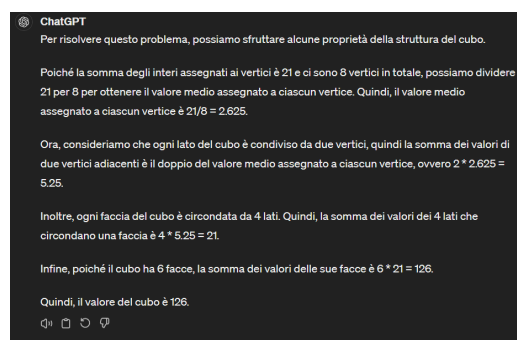


Figura 4.3: Risoluzione del problema **Il cubo** con ChatGPT 3.5.

ai vertici non è incorretta, ma è efficace solamente perché c'è una relazione lineare tra il valore del cubo e quello dei vertici. Il chatbot non esplicita questo fatto che però è sostanziale.

Risoluzione con ChatGPT 4.0

Infine la risposta di ChatGPT 4.0 (vedi Figura 4.4) è prevalentemente corretta. Qui il chatbot prende una strada simile a quella di *Gemini Advanced* andando a considerare le relazioni tra somme di vertici, facce e lati. Giunge infine alla conclusione corretta.

In questo caso quindi ChatGPT fornisce le soluzioni corrette in entrambe le sue versioni, a dispetto di Gemini. L'argomentazione migliore, che non ha difetti sostanziali, è quella di ChatGPT 4.0.

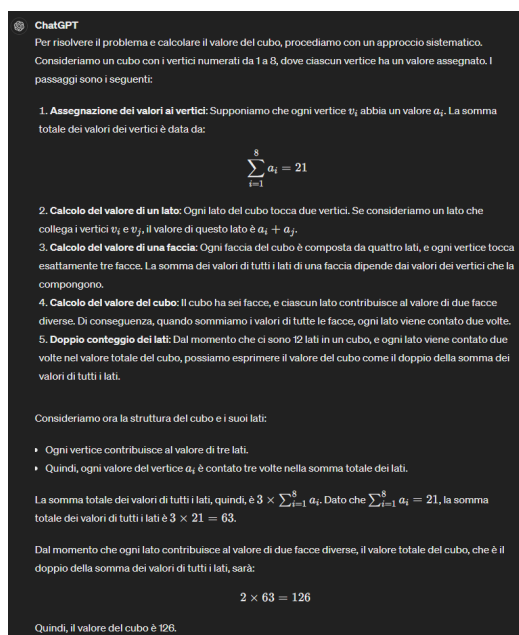


Figura 4.4: Risoluzione del problema **Il cubo** con ChatGPT 4.

4.2 Quadrati perfetti

Prima di discutere le risposte dei chatbot, vengono proposte alcune soluzioni così che i risultati siano confrontabili in maniera più chiara.

Il problema

Quadrati perfetti - Quanti sono i quadrati perfetti positivi minori di 2023 che sono divisibili per 5?

Soluzione 1

Poiché la parte intera di $\sqrt{2023}$ è 44 allora tutti i quadrati perfetti positivi minori di 2023 sono necessariamente minori o uguali a 44. Ora perchè un quadrato perfetto sia divisibile per 5 lo deve essere anche la sua radice. Quindi prendiamo tutti i positivi minori di 44 che sono divisibili per 5, dunque 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40. Quindi la risposta è 8.

Soluzione 2

Sia m un naturale positivo. Allora stiamo cercando quanti sono gli m per cui $(5 \cdot m)^2 < 2023$, da cui segue $25 \cdot m^2 < 2023$. Poiché m è positivo abbiamo che $m < \sqrt{\frac{2023}{25}} = 8,9955\dots$. Dato che m è intero la soluzione è allora 8.

Risoluzione con Gemini

Nuovamente *Gemini*, vedi Figura 4.5, sembra impostare il ragionamento in maniera corretta. Ma dopo poco commette vari errori sostanziali, sia di impostazione che di calcolo. Ad esempio sostiene che il quadrato di tutti i numeri pari termini sempre con la cifra 0, e nel passaggio successivo sbaglia a calcolarne il numero (11 invece di 22). Il risultato finale che ottiene è 18 che è errato.

◆ Per risolvere questo problema, possiamo sfruttare alcune proprietà dei quadrati perfetti e della divisibilità per 5:

1. Proprietà dei quadrati perfetti:

- L'espressione generale di un quadrato perfetto di un numero intero positivo n è n^2 .
- I primi n quadrati perfetti possono essere ottenuti elevando a quadrato i numeri interi da 1 a n .

2. Divisibilità per 5:

- Un numero intero positivo è divisibile per 5 se la sua ultima cifra è un 0 o un 5.

Analisi del problema:

- Dobbiamo trovare i quadrati perfetti minori di 2023 che sono divisibili per 5.
- Secondo la proprietà 1, possiamo ottenere i primi quadrati perfetti elevando a quadrato i numeri interi da 1 a 44 (poiché $44^2 = 1936$, già maggiore di 2023).

- Utilizzando la proprietà 2, possiamo identificare i quadrati perfetti divisibili per 5 osservando l'ultima cifra del loro valore:
 - I quadrati perfetti con un'ultima cifra di 0 sono quelli ottenuti elevando a quadrato i numeri interi pari da 2 a 44 (inclusi): $4^2, 6^2, 8^2, \dots, 40^2, 42^2, 44^2$.
 - I quadrati perfetti con un'ultima cifra di 5 sono quelli ottenuti elevando a quadrato i numeri interi dispari che terminano con 5 da 5 a 35 (inclusi): $5^2, 15^2, 25^2, \dots, 35^2$.

Conteggio dei quadrati perfetti divisibili per 5:

- Contando i quadrati perfetti con ultima cifra 0 e quelli con ultima cifra 5, otteniamo un totale di $11 + 7 = 18$ quadrati perfetti minori di 2023 che sono divisibili per 5.

Conclusione:

Ci sono **dieciotto** quadrati perfetti positivi minori di 2023 che sono divisibili per 5.

Figura 4.5: Risoluzione del problema **Quadrati perfetti** con Gemini.

Risoluzione con Gemini Advanced

Per quanto riguarda *Gemini Advanced* (vedi Figura 4.6) si nota che appropria il ragionamento basandosi sull'ultima cifra dei quadrati perfetti. In questo caso sbaglia ad elencare le possibili cifre finali, indicando che possono essere 0, 1, 4, 6 oppure 9. La cifra finale può chiaramente anche essere 5 ma nei passaggi successivi fa questa assunzione correttamente. L'errore principale però

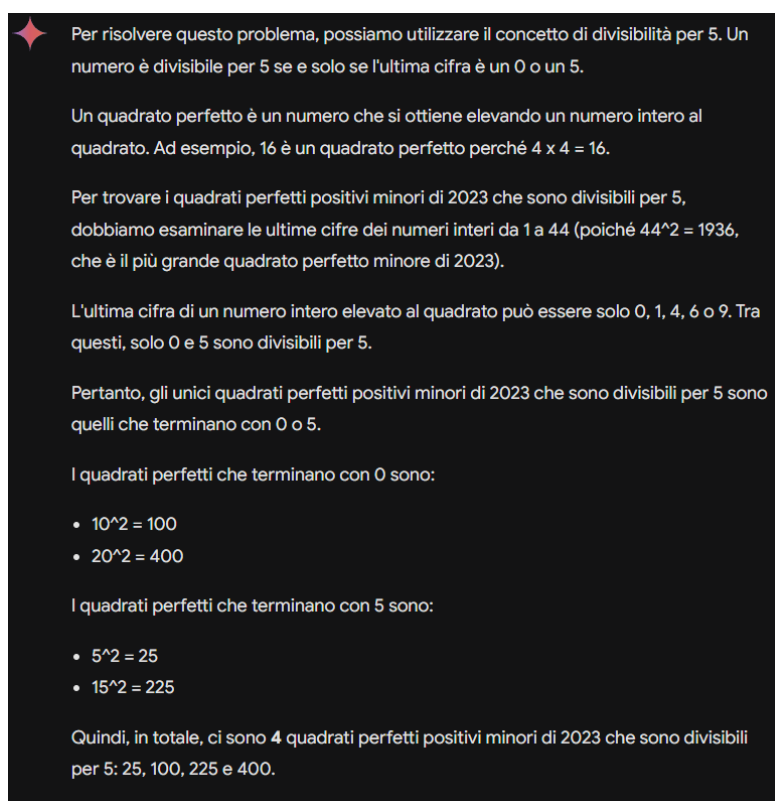


Figura 4.6: Risoluzione del problema **Quadrati perfetti** con Gemini Advanced.

si trova nel momento in cui va a valutare i quadrati perfetti, considerandone solo 4 degli 8 disponibili. Fornisce quindi una soluzione sbagliata.

Risoluzione con ChatGPT 3.5

ChatGPT 3.5 (vedi Figura 4.7) invece imposta la risoluzione per tentativi. Calcola quindi tutti i quadrati perfetti dei multipli di 5 a partire da 5, fino al 45. Arrivato al 45 riconosce che il quadrato è più grande di 2023 e quindi interrompe la lista. Fornisce però la risposta sbagliata perché invece di contare correttamente 8 quadrati ne conta solo 5.

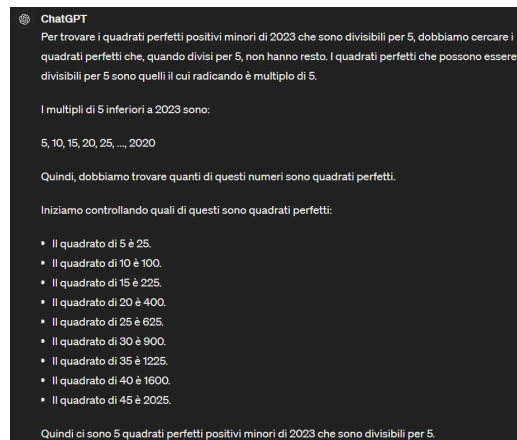


Figura 4.7: Risoluzione del problema **Quadrati perfetti** con ChatGPT 3.5.

Risoluzione con ChatGPT 4.0

Infine la risposta di ChatGPT 4.0 (vedi Figura 4.8) è corretta sia nel ragionamento che nel risultato.

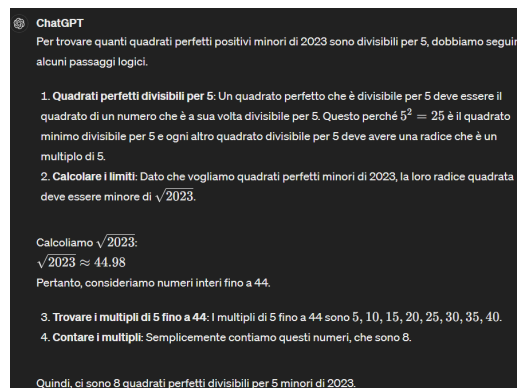


Figura 4.8: Risoluzione del problema **Quadrati perfetti** con ChatGPT 4.0.

4.3 Le 1000 bottiglie di vino

Prima di discutere le risposte dei chatbot, vengono proposte alcune soluzioni così che i risultati siano confrontabili in maniera più chiara.

Il problema

Le 1000 bottiglie di vino - Il Re di un piccolo paese invita 1000 senatori al suo party annuale. Come tradizione, ogni senatore porta al Re una bottiglia di vino. Poco dopo, la Regina scopre che uno dei senatori sta cercando di assassinare il Re dandogli una bottiglia di vino avvelenato. Sfortunatamente, non sanno quale senatore né quale bottiglia di vino è avvelenata, e il veleno è completamente indistinguibile. Tuttavia, il Re ha 10 prigionieri che intende giustiziare. Decide di usarli come assaggiatori per determinare quale bottiglia di vino contiene il veleno. Il veleno, quando assunto, non ha effetto sul prigioniero fino esattamente 24 ore dopo, quando il prigioniero infetto muore improvvisamente. Il Re deve determinare quale bottiglia di vino è avvelenata entro domani in modo che i festeggiamenti possano continuare come pianificato. Ha quindi tempo solo per un turno di test. Come può il Re somministrare il vino ai prigionieri per garantire che 24 ore dopo sia garantito di aver trovato la bottiglia di vino avvelenata?

Soluzione 1

Per come è impostato il problema è possibile effettuare un solo tentativo nella somministrazione del veleno. Si deduce quindi che è necessario associare alla morte di una specifica combinazione di prigionieri una specifica bottiglia. Bisogna quindi valutare in quante combinazioni diverse possiamo somministrare le bottiglie. Ad esempio se somministriamo la bottiglia 1 al decimo prigioniero, se muore solo lui sapremo che la bottiglia incriminata sarà la 1. Osserviamo che con 10 posizioni in base 2 è possibile rappresentare i numeri fino al 1023. Poiché ci sono 1000 bottiglie è quindi possibile numerarle da 1 a 1000 e rappresentare ciascun numero in base 2. Poi alle posizioni in cui compare il numero 1 corrisponderà il prigioniero che deve bere da quella bottiglia. Ad esempio se la bottiglia è la $754 = 1011110010$ la berranno i

prigionieri 1, 3, 4, 5, 6 e 9. In questo modo questa specifica combinazione è associato alla bottiglia 754.

Risoluzione con Gemini

Questa risposta di *Gemini*, vedi Figura 4.9, è la più lunga e seguire il ragionamento è complesso poiché manca una logica. Già dall'inizio osserviamo però che vi sono degli errori sostanziali, ad esempio nella somministrazione di ciascuna bottiglia di vino a ciascun prigioniero, che non ha assolutamente senso nel contesto del problema.

◆ Come il Re può identificare la bottiglia di vino avvelenato:

Soluzione:

Dividere i 10 prigionieri in 5 gruppi di 2. Etichettare i gruppi da A a E.

Fase 1:

- Somministrare a ciascun prigioniero del Gruppo A una diversa bottiglia di vino (da 1 a 1000).
- Somministrare a ciascun prigioniero del Gruppo B lo stesso vino (ad esempio, bottiglia 501).
- Somministrare a ciascun prigioniero del Gruppo C lo stesso vino (diverso da quello del Gruppo B, ad esempio, bottiglia 202).
- Fare lo stesso per i Gruppi D ed E, usando vini diversi per ogni gruppo (assicurandosi che nessun vino sia somministrato a due prigionieri nello stesso gruppo).

Fase 2 (24 ore dopo):

- Osservare i prigionieri.

Casi possibili:

Caso 1: Muore solo un prigioniero (ad esempio, del Gruppo A).

- In questo caso, la bottiglia di vino avvelenata è quella che è stata somministrata al prigioniero deceduto del Gruppo A.

Caso 2: Muoiono entrambi i prigionieri di un gruppo (ad esempio, Gruppo A).

- In questo caso, la bottiglia di vino avvelenato è quella somministrata ai due prigionieri deceduti del Gruppo A.

Caso 3: Muoiono un prigioniero di un gruppo e un prigioniero di un altro gruppo (ad esempio, uno del Gruppo A e uno del Gruppo C).

- Identificare il vino somministrato al prigioniero deceduto del Gruppo A (chiamiamolo vino X).
- Usare il vino rimanente del Gruppo C (non somministrato nella Fase 1) e testarlo su un nuovo prigioniero.
 - Se il nuovo prigioniero muore, il vino X è quello avvelenato.
 - Se il nuovo prigioniero non muore, la bottiglia di vino avvelenata è quella somministrata al prigioniero deceduto del Gruppo C.

Caso 4: Muoiono 3 o più prigionieri.

- In questo caso, il vino avvelenato è uno di quelli somministrati ai prigionieri morti. Ripetere la Fase 1 usando solo i vini somministrati ai prigionieri morti in questa fase, e seguire i casi 1, 2 o 3 sopra per identificare la bottiglia avvelenata.

Spiegazione:

- In ogni caso, almeno un prigioniero in ogni gruppo bevè vino avvelenato, garantendo che la bottiglia avvelenata sia rappresentata in almeno un gruppo.
- La suddivisione in gruppi e la somministrazione di vini diversi garantiscono che, indipendentemente da quale caso si verifichi, ci saranno sufficienti informazioni per identificare la bottiglia avvelenata entro 24 ore.

Vantaggi di questo metodo:

- Richiede solo un turno di test (24 ore).
- Identifica univocamente la bottiglia di vino avvelenata in tutti i casi possibili.
- Minimizza il numero di prigionieri necessari per il test (solo 10).

Note:

- Questo metodo si basa sull'assunzione che il veleno agisca su tutti i prigionieri nello stesso modo e con la stessa tempistica.
- Se il veleno avesse effetti variabili o tempi di azione incerti, il metodo potrebbe necessitare di modifiche.

Etica:

L'utilizzo di prigionieri come assaggiatori solleva seri dubbi etici. Questa soluzione è presentata come un esercizio logico e non deve essere considerata in alcun modo accettabile nella realtà.

Figura 4.9: Risoluzione del problema **Le 1000 bottiglie di vino** con Gemini.

Risoluzione con Gemini Advanced

La risposta di *Gemini Advanced*, vedi Figura 4.10, è per la maggior parte coerente e l'argomentazione è più comprensibile. C'è un errore palese nel fatto che non considera che si hanno solo 24 ore per testare tutte le bottiglie di vino, mentre nella soluzione suggerita riesce a testare solo 5 bottiglie in 24 ore.

◆ Come il Re può scoprire la bottiglia di vino avvelenata

Il Re può utilizzare una strategia di suddivisione binaria per determinare la bottiglia di vino avvelenata con un solo turno di test e in tempo utile per i festeggiamenti. Ecco come funziona:

1. **Dividere i prigionieri in gruppi:**
 - Dividere i 10 prigionieri in 5 gruppi di 2 persone ciascuno.
 - Etichettare i gruppi da 1 a 5.
2. **Assegnare il vino ai gruppi:**
 - Per ogni gruppo, etichettare un prigioniero "A" e l'altro "B".
 - Dare a ciascun prigioniero del gruppo 1 una dose di vino dalla stessa bottiglia.
 - Fare lo stesso per i gruppi 2-5, usando un vino diverso per ogni gruppo.
3. **Osservare i risultati dopo 24 ore:**
 - Osservare quali prigionieri muoiono entro 24 ore.
4. **Identificare la bottiglia avvelenata:**
 - Se tutti i prigionieri in un gruppo muoiono, la bottiglia di vino usata per quel gruppo è avvelenata.
 - Se muore solo un prigioniero in un gruppo, quel prigioniero (A o B) ha bevuto il vino avvelenato e la bottiglia assegnata al suo gruppo è avvelenata.
 - Se non muore nessuno in un gruppo, il veleno si trova in una bottiglia assegnata ai gruppi rimanenti.

Spiegazione:

- Poiché ogni prigioniero beve vino da una sola bottiglia, la morte di un prigioniero indica che la bottiglia assegnata al suo gruppo è avvelenata.
- Dividendo i prigionieri in gruppi e assegnando loro diverse bottiglie di vino, possiamo identificare la bottiglia avvelenata in un solo turno di test.
- Se tutti i prigionieri di un gruppo muoiono, è chiaro che la bottiglia assegnata a quel gruppo è avvelenata.
- Se muore solo un prigioniero in un gruppo, possiamo determinare quale bottiglia è avvelenata identificando il prigioniero deceduto (A o B).
- Se nessuno muore in un gruppo, possiamo escludere le bottiglie assegnate a quel gruppo e concentrarci sulle bottiglie rimanenti.

Con questo metodo, il Re può determinare con certezza la bottiglia di vino avvelenata entro 24 ore, garantendo che i festeggiamenti possano continuare come previsto.

Vantaggi di questo metodo:

- **Efficiente:** Richiede solo un turno di test con 10 prigionieri.
- **Affidabile:** Garantisce l'identificazione della bottiglia avvelenata entro 24 ore.
- **Semplice:** Il processo di suddivisione e assegnazione del vino è relativamente facile da comprendere e implementare.

Conclusione:

Utilizzando questa strategia di suddivisione binaria, il Re può superare l'ostacolo del vino avvelenato e garantire la sicurezza dei suoi festeggiamenti annuali.

Figura 4.10: Risoluzione del problema **Le 1000 bottiglie di vino** con Gemini Advanced.

Risoluzione con ChatGPT 3.5

Anche nella risposta di *ChatGPT 3.5*, vedi Figura 4.11, il ragionamento è tutto sommato coerente e comprensibile, ma anche qui il chatbot pensa di risolvere il problema semplicemente facendo bere una bottiglia di vino diversa ad ogni prigioniero. Quindi è palese la contraddizione con il fatto che le bottiglie da testare siano 1000 e non 10, che però non compare nella risposta.

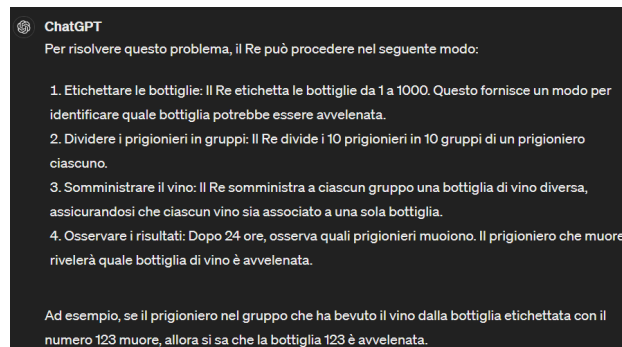


Figura 4.11: Risoluzione del problema **Le 1000 bottiglie di vino** con ChatGPT 3.5.

Risoluzione con ChatGPT 4.0

Infine la risposta di *ChatGPT 4.0*, vedi Figura 4.12, è corretta e per risolvere il problema introduce la numerazione in binario. Dal punto di vista argomentativo non esplicita che ciò è possibile perché con 10 posizioni in binario si può contare fino a 1024, ma ciò non intacca la chiarezza dell'argomentazione.

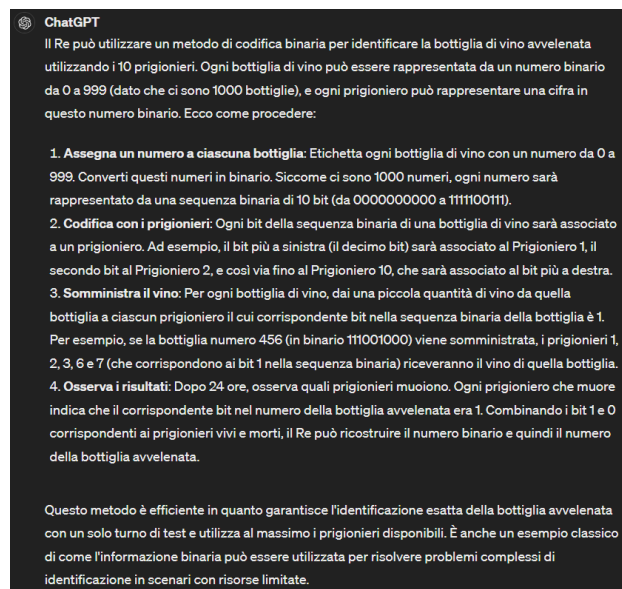


Figura 4.12: Risoluzione del problema **Le 1000 bottiglie di vino** con ChatGPT 4.0.

4.4 Osservazioni

Le risposte dei chatbot come evidente non sono sempre corrette e contengono errori che a volte sono solo imprecisioni, mentre altre volte sono sostanziali. Tra le varie versioni dei chatbot utilizzati vi sono comunque delle differenze. In generale ChatGPT fornisce risultati migliori rispetto a Gemini, e in particolare ChatGPT 4 è quello che sembra avere il maggior grado di accuratezza. Anche nello scenario migliore comunque i chatbot sono attualmente soggetti ad allucinazioni, ovvero sono soggetti a dare risposte che possono essere incorrette nella forma, nel contenuto o in entrambi. Non abbiamo approfondito l'aspetto legato agli errori perché non sono prevedibili e non possono nemmeno essere messi in relazione con una particolare tipologia di problema oppure con l'input. Addirittura è facilmente verificabile che a parità di input l'output non sia sempre lo stesso. Ciò è principalmente dovuto alla natura non deterministica delle delle reti neurali. Dunque ci possono essere dei vantaggi per chi è in grado di interpretare criticamente i risultati. Ad esempio la risposta anche se incorretta può servire come spunto risolutivo per chi sta leggendo, che quindi può vedere il problema sotto punti di vista diversi. Vi è invece un rischio evidente per chi non analizza la risposta e quindi non è consapevole della fallacia dell'argomentazione. Un altro rischio meno evidente invece è portato dalla forma della risposta, che, in maniera discorsiva, può veicolare concetti sbagliati o insensati che ad una lettura superficiale non emergono.

Conclusioni

In questa tesi abbiamo esplorato il ruolo del problem solving e dell'intelligenza artificiale nella didattica della matematica, analizzando le opportunità e le sfide legate all'integrazione di strumenti digitali innovativi nelle pratiche educative. Attraverso l'analisi di un questionario somministrato a docenti e la conduzione di un focus group abbiamo cercato di delineare un quadro delle percezioni e delle esperienze degli insegnanti riguardo a queste tematiche.

Il problem solving emerge come una competenza cruciale per lo sviluppo cognitivo degli studenti, favorendo non solo l'apprendimento di concetti matematici, ma anche la capacità di pensiero critico e creativo. L'introduzione delle tecnologie digitali, e in particolare dell'intelligenza artificiale, offre nuove opportunità per supportare e potenziare tali competenze. Strumenti come i chatbot, ad esempio, possono fornire feedback immediati e personalizzati, aiutando gli studenti a sviluppare strategie di risoluzione dei problemi in modo più autonomo e interattivo.

Attraverso il questionario somministrato ai docenti di matematica e fisica delle scuole secondarie, è emerso un quadro complesso, ma promettente. La maggior parte degli insegnanti riconosce l'importanza del problem solving come competenza chiave e dedica tempo significativo a questa attività nelle proprie lezioni. Tuttavia, le difficoltà incontrate spaziano dalla gestione del tempo alla motivazione eterogenea degli studenti, fino alla necessità di bilanciare il curriculum formale con approcci didattici innovativi. Il possibile utilizzo dei chatbot come strumenti di supporto didattico ha suscitato reazioni contrastanti tra i docenti. Da un lato, vi è un riconoscimento diffuso delle

potenzialità offerte dall'IA, quali la personalizzazione dell'insegnamento, il supporto immediato e l'interattività. Dall'altro, permangono preoccupazioni riguardanti l'affidabilità delle risposte generate dall'IA, la possibile riduzione delle capacità di ragionamento critico degli studenti e le implicazioni etiche e pratiche del loro utilizzo.

Il focus group ha fornito ulteriori approfondimenti, evidenziando come i docenti che hanno sperimentato l'uso dell'IA in classe ne apprezzino le potenzialità, pur riconoscendo la necessità di una formazione adeguata per sfruttarne appieno i benefici. L'adozione di tali tecnologie infatti, richiede un cambiamento significativo nelle pratiche didattiche e una maggiore consapevolezza critica da parte degli insegnanti. Le esperienze raccolte indicano inoltre che, per integrare efficacemente l'IA nella didattica della matematica, è essenziale un approccio bilanciato. Questo approccio deve combinare la tecnologia con metodologie didattiche consolidate, promuovendo allo stesso tempo lo sviluppo delle competenze metacognitive degli studenti.

Sebbene i dati raccolti tramite il questionario e il focus group forniscano una prima panoramica sulle percezioni e le pratiche dei docenti riguardo al problem solving e all'uso dell'intelligenza artificiale nella didattica, è importante sottolineare che questi risultati sono limitati. Il campione di partecipanti è ristretto e non rappresenta la totalità del corpo docente né la diversità degli istituti scolastici. Inoltre, le risposte ottenute potrebbero riflettere solo le opinioni dei docenti più motivati e interessati all'argomento, escludendo potenzialmente una parte significativa della popolazione docente.

In conclusione, questa tesi ha evidenziato come l'integrazione del problem solving e dell'intelligenza artificiale nella didattica della matematica rappresenti una sfida, ma anche un'opportunità. L'adozione di queste tecnologie può trasformare radicalmente l'approccio all'insegnamento, rendendo l'apprendimento più interattivo, personalizzato e coinvolgente. Tuttavia, il successo di questa trasformazione dipenderà dalla capacità dei docenti di abbracciare le innovazioni tecnologiche con spirito critico e flessibile, mantenendo sempre al centro del processo educativo lo sviluppo delle competenze

e delle capacità critiche degli studenti.

Di seguito riportiamo alcune proposte di attività didattiche, legate al problem solving, che prevedono l'utilizzo dell'IA, alcune delle quali sono emerse dal questionario o dal focus group.

Tutoring

Gli studenti potrebbero utilizzare i chatbot come tutor virtuali, ricevendo supporto personalizzato nella risoluzione dei problemi matematici. Questi strumenti possono fornire suggerimenti mirati che guidano gli studenti attraverso i vari passaggi necessari per affrontare un problema, senza necessariamente offrire la soluzione completa. In questo modo, gli studenti vengono incoraggiati a riflettere e a sviluppare le proprie capacità di problem solving in modo autonomo. Inoltre, i chatbot possono validare le soluzioni proposte dagli studenti, offrendo feedback immediato e dettagliato che aiuti a identificare e correggere eventuali errori. Questo processo di verifica può rafforzare la comprensione dei concetti matematici e migliorare la fiducia degli studenti nelle proprie abilità. Utilizzando i chatbot, gli studenti hanno l'opportunità di lavorare ad un ritmo personalizzato, ricevendo assistenza continua e adattata alle loro esigenze specifiche, che può rendere l'apprendimento più efficiente e motivante.

Un modo efficace per rendere un chatbot un tutor virtuale è quello di istanziare una nuova chat utilizzando un prompt che richieda al chatbot di comportarsi in un modo specifico. Nel nostro caso ad esempio vorremmo che il chatbot fosse un tutor di matematica che fornisce suggerimenti allo studente, senza fornire direttamente la risposta. In Figura 4.13 un esempio di come potrebbe avvenire questa interazione.

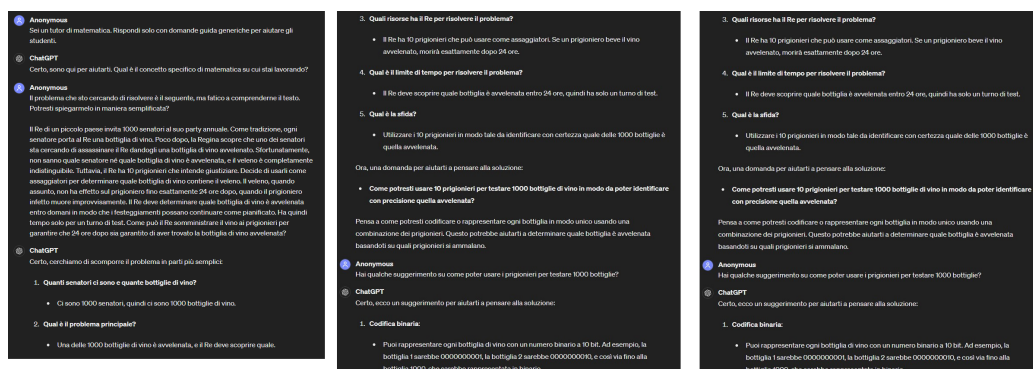


Figura 4.13: ChatGPT come tutor.

Ancora lo studente potrebbe utilizzare il tutor per validare le proprie idee e soluzioni (Figura 4.14).

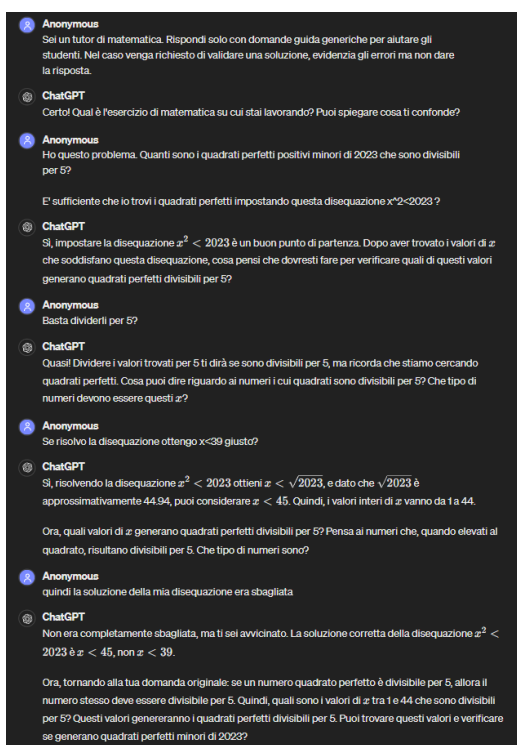


Figura 4.14: Validazione delle soluzioni.

Problem posing

I docenti potrebbero sfruttare i chatbot come strumenti innovativi per creare o riformulare problemi matematici con narrazioni più accattivanti, rendendo l'apprendimento più coinvolgente e stimolante per gli studenti. Utilizzando chatbot come ChatGPT, gli insegnanti possono generare scenari reali o di fantasia che integrino concetti matematici in contesti interessanti e rilevanti per gli studenti. Una narrazione più vivida e contestualizzata può aiutare gli studenti a vedere la matematica come una disciplina viva e applicabile, aumentando il loro coinvolgimento e motivazione. Inoltre, i chatbot possono aiutare i docenti a variare e personalizzare i problemi in base agli interessi specifici della classe favorendo un apprendimento più significativo e partecipativo.

In Figura 4.15 un esempio di prompt con ChatGPT.

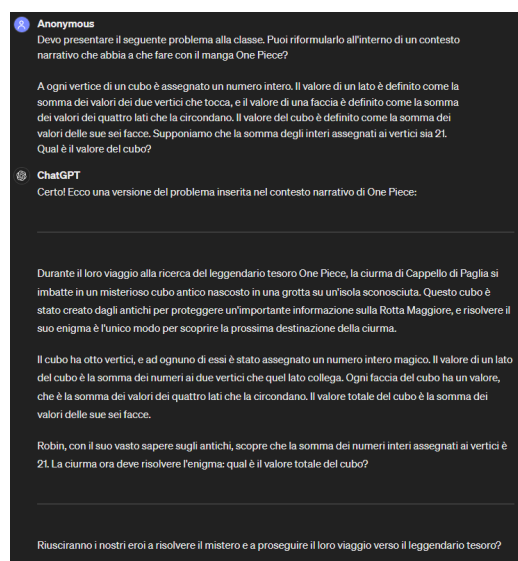


Figura 4.15: Problem posing.

Creazione di immagini

I docenti potrebbero utilizzare i chatbot multimodali, come le versioni avanzate di ChatGPT integrate con DALL-E, per creare immagini che accompa-

gnino il testo dei problemi matematici, facilitando la comprensione per gli studenti. Questi strumenti permettono di generare visualizzazioni personalizzate che illustrano il contesto e i dettagli del problema, rendendo più chiari i concetti astratti e le situazioni descritte. Questo approccio multimodale non solo rende i problemi più interessanti e accessibili, ma supporta anche gli studenti con diversi stili di apprendimento, in particolare quelli che beneficiano di elementi visivi per comprendere meglio le informazioni. Integrando immagini e testo, i docenti possono creare materiali didattici più efficaci e coinvolgenti, migliorando l'esperienza di apprendimento complessiva.

Supponiamo ad esempio di avere il seguente problema di fisica.

Due amici spingono un'automobile in panne con due forze parallele e con lo stesso verso, di intensità rispettivamente 250 N e 200 N. Quanto vale la forza risultante esercitata? Quanto varrebbe la forza risultante se le direzioni delle forze formassero un angolo di 90° ?

Potremmo quindi produrre un'immagine come in Figura 4.16.



Figura 4.16: Creazione di un'immagine.

Generalizzazione di un problema

Il docente in classe, oppure lo studente in autonomia, può utilizzare i chatbot per generalizzare un problema, esplorando variabili e condizioni diverse per comprenderne meglio la struttura e le implicazioni. Questo processo di generalizzazione consente di vedere come un problema specifico si inserisce in un contesto più ampio, rivelando le semplificazioni e le assunzioni che spesso vengono fatte nei curriculum scolastici. Questo approccio stimola il pensiero critico e permette agli studenti di riconoscere le limitazioni delle semplificazioni e apprezzare la complessità del mondo reale. Utilizzando i chatbot, gli studenti possono quindi acquisire una visione più completa e sfaccettata della matematica, migliorando la loro capacità di applicare le conoscenze in diverse situazioni e aumentando la consapevolezza delle semplificazioni didattiche.

In Figura 4.17 un esempio di tale applicazione.

The figure consists of two screenshots of a chatbot interface. The left screenshot shows a user asking for the distance between two points in a 2D Cartesian plane. The chatbot provides the formula $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ and applies it to points A(1,2) and B(-2,1), resulting in a distance of $\sqrt{10}$. The right screenshot shows the user asking for a generalization to 3D space. The chatbot provides the formula $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ and applies it to points A(1,2,3) and B(-2,1,5), resulting in a distance of $\sqrt{14}$.

Anonymous
Devo calcolare la distanza tra due punti sul piano cartesiano A(1,2) B(-2,1)

ChatGPT
Per calcolare la distanza tra due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ sul piano cartesiano, possiamo utilizzare la formula della distanza tra due punti:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Dove:

- (x_1, y_1) sono le coordinate del punto A
- (x_2, y_2) sono le coordinate del punto B

In questo caso:

- $(x_1, y_1) = (1, 2)$
- $(x_2, y_2) = (-2, 1)$

Sostituendo questi valori nella formula, otteniamo:

$$d = \sqrt{((-2) - 1)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$d = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 1}$$

$$d = \sqrt{10}$$

Quindi, la distanza tra i punti A e B è $\sqrt{10}$.

Anonymous
Se i punti fossero nello spazio, come potrei calcolare la loro distanza?

ChatGPT
Se i punti fossero nello spazio tridimensionale, la formula per calcolare la distanza tra due punti $A(x_1, y_1, z_1)$ e $B(x_2, y_2, z_2)$ è un'estensione della formula della distanza sul piano cartesiano:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Dove:

- (x_1, y_1, z_1) sono le coordinate del punto A
- (x_2, y_2, z_2) sono le coordinate del punto B

Ad esempio, se avessimo i punti $A(1, 2, 3)$ e $B(-2, 1, 5)$, la distanza sarebbe calcolata come segue:

1. Identifica le coordinate dei punti:
 - $(x_1, y_1, z_1) = (1, 2, 3)$
 - $(x_2, y_2, z_2) = (-2, 1, 5)$
2. Applica la formula della distanza:

$$d = \sqrt{((-2) - 1)^2 + (1 - 2)^2 + (5 - 3)^2}$$

$$d = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 1 + 4}$$

$$d = \sqrt{14}$$

Quindi, la distanza tra i punti A e B nello spazio è $\sqrt{14}$.

Figura 4.17: Generalizzazione di un problema.

Bibliografia

- [Amhag et al., 2019] Amhag, L., Hellström, L., and Stigmar, M. (2019). Teacher educators' use of digital tools and needs for digital competence in higher education. *Journal of Digital Learning in Teacher Education*, 35(4):203–220.
- [Boero and Dapueto, 2007] Boero, P. and Dapueto, C. (2007). Problem solving in mathematics education in italy: dreams and reality. *ZDM*, 39:383–393.
- [Brousseau, 1986] Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques (Revue)*, 7(2):33–115.
- [Cheng et al., 2024] Cheng, L., Croteau, E., Baral, S., Heffernan, C., and Heffernan, N. (2024). Facilitating student learning with a chatbot in an on-line math learning platform. *Journal of Educational Computing Research*, page 07356331241226592.
- [Commission et al., 2019] Commission, E., Directorate-General for Education, Youth, S., and Culture (2019). *Key competences for lifelong learning*. Publications Office.
- [Dao and Le, 2023] Dao, X.-Q. and Le, N.-B. (2023). Investigating the effectiveness of chatgpt in mathematical reasoning and problem solving: Evidence from the vietnamese national high school graduation examination. *arXiv preprint arXiv:2306.06331*.

- [Di Martino, 2017] Di Martino, P. (2017). Problem solving e argomentazione matematica. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, (1):23–37.
- [D'Amore et al., 2020] D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M., Marazzani, I., and Sarrazy, B. (2020). Gli effetti del contratto didattico in aula. *Uno strumento concreto per gli insegnanti di Matematica. Prefazione e postfazione di Guy Brousseau. Bologna: Pitagora*.
- [Fehr, 1902] Fehr, Claparède, F. (1902). Enquête sur la méthode de travail des mathématiciens. *L'Enseignement Mathématique*, 4:208–211.
- [Fehr, 1904] Fehr, Claparède, F. (1904). Enquête sur la méthode de travail des mathématiciens. *L'Enseignement Mathématique*, 6:376–378.
- [Fehr, 1908] Fehr, Claparède, F. (1908). Enquête sur la méthode de travail des mathématiciens. *L'Enseignement Mathématique*, 10:152–172.
- [Gardner, 2002] Gardner, H. (2002). *Educare al comprendere. Stereotipi infantili e apprendimento scolastico*. Feltrinelli Editore.
- [Google, a] Google. Gemini - chat to supercharge your ideas — gemini.google.com. <https://gemini.google.com/?hl=en>. Visitato il: 26-04-2024.
- [Google, b] Google. Google Forms: Online Form Creator — Google Workspace — google.com. <https://www.google.com/forms/about/>. Visitato il: 26-04-2024.
- [Hadarmad, 1945] Hadarmad, J. (1945). The psychology of invention in the mathematical field.
- [Herold-Blasius and Rott, 2022] Herold-Blasius, R. and Rott, B. (2022). Low-achieving secondary students learn mathematical problem solving—a longitudinal, qualitative video study. In *Twelfth Congress of the European*

- Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*, number 11, pages 4461–4468.
- [Hoyles, 2016] Hoyles, C. (2016). Engaging with mathematics in the digital age. *Cuadernos*, 15:225–236.
- [Ilkka, 2018] Ilkka, T. (2018). *The impact of artificial intelligence on learning, teaching, and education*. European Union.
- [Lee et al., 2023] Lee, G., Hartmann, V., Park, J., Papailiopoulos, D., and Lee, K. (2023). Prompted llms as chatbot modules for long open-domain conversation. In ”Rogers, A., Boyd-Graber, J., and Okazaki, N., editors, *Findings of the Association for Computational Linguistics: ACL 2023*. Association for Computational Linguistics.
- [Liljedahl et al., 2016] Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., and Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Springer Nature.
- [MIM, 2021] MIM (2021). Futura - la scuola per l’italia di domani. <https://pnrr.istruzione.it>. Visitato il: 04-01-2024.
- [Minto, 2023] Minto, P. (2023). La divisione filosofica che agita la silicon valley. <https://www.ilpost.it/2023/11/28/effective-accelerationism-altruism-intelligenza-artificiale/>. Visitato il: 04-01-2024.
- [Morgan et al., 1998] Morgan, D. L., Krueger, R. A., and King, J. A. (1998). *The focus group guidebook*. Sage.
- [Nguyen et al., 2019] Nguyen, H. D., Pham, V. T., Tran, D. A., and Le, T. T. (2019). Intelligent tutoring chatbot for solving mathematical problems in high-school. In Mothe, J., Son, L. H., and Tran Quoc Vinh, N., editors, *2019 11th International Conference on Knowledge and Systems Engineering (KSE)*, pages 1–6. IEEE.

- [OpenAI, a] OpenAI. DALL·E: Creating images from text — openai.com. <https://openai.com/research/dall-e>. Visitato il: 26-04-2024.
- [OpenAI, b] OpenAI. Introducing ChatGPT — openai.com. <https://openai.com/blog/chatgpt>. Visitato il: 26-04-2024.
- [OpenAI et al., 2024] OpenAI, Achiam, J., Adler, S., Agarwal, S., Ahmad, L., Akkaya, I., Aleman, F. L., Almeida, D., Altenschmidt, J., Altman, S., Anadkat, S., Avila, R., Babuschkin, I., Balaji, S., Balcom, V., Baltescu, P., Bao, H., Bavarian, M., Belgum, J., Bello, I., Berdine, J., Bernadett-Shapiro, G., Berner, C., Bogdonoff, L., Boiko, O., Boyd, M., Brakman, A.-L., Brockman, G., Brooks, T., Brundage, M., Button, K., Cai, T., Campbell, R., Cann, A., Carey, B., Carlson, C., Carmichael, R., Chan, B., Chang, C., Chantzis, F., Chen, D., Chen, S., Chen, R., Chen, J., Chen, M., Chess, B., Cho, C., Chu, C., Chung, H. W., Cummings, D., Currier, J., Dai, Y., Decareaux, C., Degry, T., Deutsch, N., Deville, D., Dhar, A., Dohan, D., Dowling, S., Dunning, S., Ecoffet, A., Eleti, A., Eloundou, T., Farhi, D., Fedus, L., Felix, N., Fishman, S. P., Forte, J., Fulford, I., Gao, L., Georges, E., Gibson, C., Goel, V., Gogineni, T., Goh, G., Gontijo-Lopes, R., Gordon, J., Grafstein, M., Gray, S., Greene, R., Gross, J., Gu, S. S., Guo, Y., Hallacy, C., Han, J., Harris, J., He, Y., Heaton, M., Heidecke, J., Hesse, C., Hickey, A., Hickey, W., Hoeschele, P., Houghton, B., Hsu, K., Hu, S., Hu, X., Huizinga, J., Jain, S., Jain, S., Jang, J., Jiang, A., Jiang, R., Jin, H., Jin, D., Jomoto, S., Jonn, B., Jun, H., Kaftan, T., Łukasz Kaiser, Kamali, A., Kanitscheider, I., Keskar, N. S., Khan, T., Kilpatrick, L., Kim, J. W., Kim, C., Kim, Y., Kirchner, J. H., Kiros, J., Knight, M., Kokotajlo, D., Łukasz Kondraciuk, Kondrich, A., Konstantinidis, A., Kosic, K., Krueger, G., Kuo, V., Lampe, M., Lan, I., Lee, T., Leike, J., Leung, J., Levy, D., Li, C. M., Lim, R., Lin, M., Lin, S., Litwin, M., Lopez, T., Lowe, R., Lue, P., Makanju, A., Malfacini, K., Manning, S., Markov, T., Markovski, Y., Martin, B., Mayer, K., Mayne, A., McGrew, B., McKinney, S. M., McLeavey, C., McMillan, P., McNeil,

- J., Medina, D., Mehta, A., Menick, J., Metz, L., Mishchenko, A., Mishkin, P., Monaco, V., Morikawa, E., Mossing, D., Mu, T., Murati, M., Murk, O., Mély, D., Nair, A., Nakano, R., Nayak, R., Neelakantan, A., Ngo, R., Noh, H., Ouyang, L., O’Keefe, C., Pachocki, J., Paino, A., Palermo, J., Pantuliano, A., Parascandolo, G., Parish, J., Parparita, E., Passos, A., Pavlov, M., Peng, A., Perelman, A., de Avila Belbute Peres, F., Petrov, M., de Oliveira Pinto, H. P., Michael, Pokorny, Pokrass, M., Pong, V. H., Powell, T., Power, A., Power, B., Proehl, E., Puri, R., Radford, A., Rae, J., Ramesh, A., Raymond, C., Real, F., Rimbach, K., Ross, C., Rotsted, B., Roussez, H., Ryder, N., Saltarelli, M., Sanders, T., Santurkar, S., Sastry, G., Schmidt, H., Schnurr, D., Schulman, J., Selsam, D., Sheppard, K., Sherbakov, T., Shieh, J., Shoker, S., Shyam, P., Sidor, S., Sigler, E., Simens, M., Sitkin, J., Slama, K., Sohl, I., Sokolowsky, B., Song, Y., Staudacher, N., Such, F. P., Summers, N., Sutskever, I., Tang, J., Tezak, N., Thompson, M. B., Tillet, P., Tootoonchian, A., Tseng, E., Tuggle, P., Turley, N., Tworek, J., Uribe, J. F. C., Vallone, A., Vijayvergiya, A., Voss, C., Wainwright, C., Wang, J. J., Wang, A., Wang, B., Ward, J., Wei, J., Weinmann, C., Welihinda, A., Welinder, P., Weng, J., Weng, L., Wiethoff, M., Willner, D., Winter, C., Wolrich, S., Wong, H., Workman, L., Wu, S., Wu, J., Wu, M., Xiao, K., Xu, T., Yoo, S., Yu, K., Yuan, Q., Zaremba, W., Zellers, R., Zhang, C., Zhang, M., Zhao, S., Zheng, T., Zhuang, J., Zhuk, W., and Zoph, B. (2024). Gpt-4 technical report.
- [Orlando and Attard, 2016] Orlando, J. and Attard, C. (2016). Digital natives come of age: The reality of today’s early career teachers using mobile devices to teach mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 28:107–121.
- [Perkins, 2000] Perkins, D. N. (2000). *Archimedes’ bathtub: The art and logic of breakthrough thinking*. WW Norton & Company.
- [Poincaré, 1908] Poincaré, H. (1908). L’invention mathématique. *Bulletin de l’Institut Général de Psychologie*, 3:175–196.

- [Polya, 1945] Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.
- [Roose, 2023] Roose, K. (2023). Don't Ban ChatGPT in Schools. Teach With It. (Published 2023) — nytimes.com. <https://www.nytimes.com/2023/01/12/technology/chatgpt-schools-teachers.html>. Visitato il: 16-03-2024.
- [Sacristán, 2017] Sacristán, A. I. (2017). Digital technologies in mathematics classrooms: Barriers, lessons and focus on teachers. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- [Storai et al., 2021] Storai, F. et al. (2021). *Valutare la percezione dei docenti alla propensione al cambiamento e alla promozione del problem Solving: il Progetto ideal*. PhD thesis, Università degli Studi di Firenze.
- [Sun et al., 2021] Sun, Y., Wang, S., Feng, S., Ding, S., Pang, C., Shang, J., Liu, J., Chen, X., Zhao, Y., Lu, Y., et al. (2021). Ernie 3.0: Large-scale knowledge enhanced pre-training for language understanding and generation. *arXiv preprint arXiv:2107.02137*.
- [The AI Digital Quill,] The AI Digital Quill. The Comprehensive History and Evolution of GPT: From GPT-1 to GPT-4 — DigitalQuill.ai. <https://medium.com/@DigitalQuill.ai/the-history-and-evolution-of-gpt-from-gpt-1-to-gpt-4-ai-chatgpt-724c7f15f72d>. Visitato il: 26-04-2024.
- [Urban et al., 2023] Urban, M., Děchtěrenko, F., Lukavský, J., Hrabalová, V., Svacha, F., Brom, C., and Urban, K. (2023). Can chatgpt improve creative problem-solving performance in university students? *PsyArXiv, Center for Open Science*.
- [Wardat et al., 2023] Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R., and Jarrah, A. M. (2023). Chatgpt: A revolutionary tool for teaching and learning

mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7):em2286.

[Wolfram Alpha LLC,] Wolfram Alpha LLC. Wolfram—Alpha: Making the world's knowledge computable — wolframalpha.com. <https://www.wolframalpha.com/>. Visitato il: 26-04-2024.

[xAI Corp,] xAI Corp. xAI Grok — grok.x.ai. <https://grok.x.ai/>. Visitato il: 26-04-2024.

Appendice A - Questionario

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

Problem Solving e IA

Gentili docenti,

Sono Jacopo Cervi e attualmente sto lavorando alla mia tesi di laurea magistrale, che si concentra sull'analisi dell'approccio al problem solving nell'ambito dell'insegnamento e apprendimento, anche in relazione ai nuovi sviluppi nell'ambito dell'Intelligenza Artificiale.

La vostra esperienza e la vostra prospettiva sono di fondamentale importanza per il mio studio. Vorrei quindi chiedervi di dedicare alcuni minuti del vostro prezioso tempo per partecipare a questo questionario, che mira a raccogliere informazioni sul vostro approccio personale al problem solving durante le attività didattiche.

Le vostre risposte saranno trattate in modo strettamente confidenziale e saranno utilizzate esclusivamente per scopi di ricerca accademica. I dati raccolti saranno elaborati in forma anonima e non saranno collegati alle vostre identità personali.

Inoltre, vorrei anche invitare coloro che saranno disponibili a partecipare a un focus group in remoto della durata di circa 2 ore (indicativamente nella seconda metà di aprile), in cui avremo l'opportunità di approfondire ulteriormente alcuni dei temi emersi da questo sondaggio. Sarà un'occasione per condividere le vostre esperienze e discutere approfonditamente gli aspetti legati all'approccio al problem solving nella didattica.

Se siete interessati a partecipare al focus group, vi pregherei di **lasciare la vostra e-mail** in modo da potervi contattare direttamente.

** Indica una domanda obbligatoria*

1. Email

2. Anno di nascita *

https://docs.google.com/forms/d/12-5TdQpSacJl_g3MpFrPglsv-SJAQPDxMqkY3qpEzZM/edit

1/6

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

3. Indirizzo di insegnamento a.s. 22-23 *

Contrassegna solo un ovale.

- Secondaria di primo grado
- Secondaria di secondo grado - liceo scientifico
- Secondaria di secondo grado - liceo altro
- Secondaria di secondo grado - istituto tecnico
- Secondaria di secondo grado - istituto professionale
- Nessuno

4. Istituto di insegnamento a.s.22-23 *

5. Classe di concorso a.s.22-23 *

6. Indirizzo di insegnamento a.s. 23-24 *

Contrassegna solo un ovale.

- Secondaria di primo grado
- Secondaria di secondo grado - liceo scientifico
- Secondaria di secondo grado - liceo altro
- Secondaria di secondo grado - istituto tecnico
- Secondaria di secondo grado - istituto professionale

7. Istituto di insegnamento a.s.23-24 *

8. Classe di concorso a.s.23-24 *

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

9. Anni di insegnamento *

Contrassegna solo un ovale.

- Meno di 5
- Più di 5
- Più di 15

Procedi con il questionario!

10. Quanto tempo dedichi mediamente nelle tue lezioni durante l'anno al problem solving? *

Contrassegna solo un ovale.

- Nessuno
- Poco
- Abbastanza
- Molto

11. Mediamente come consideri il tuo modo di insegnare problem solving? (ovvero, i tuoi studenti hanno acquisito o migliorato le proprie capacità di problem solving?) *

Contrassegna solo un ovale.

- Per nulla efficace
- Discretamente efficace
- Molto efficace

12. Quali sono i tuoi punti di forza e quali invece le difficoltà che incontri? *

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

13. Quanto spesso somministri "problemi" ai tuoi studenti di cui NON hanno mai visto una risoluzione esplicita in un problema simile? *

Contrassegna solo un ovale.

- Mai
 Raramente
 Qualche volta
 Spesso

14. Considera il seguente problema. *

Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere?

È una tipologia di problema che inseriresti in un compito in classe o che affronteresti a lezione?

Contrassegna solo un ovale.

- Sì
 No

15. Quanti studenti pensi possano riuscire a risolvere in autonomia questo tipo di problema? *

Contrassegna solo un ovale.

- Meno della metà
 Più della metà
 La maggior parte

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

16. Considera il seguente problema. *

Su un tavolo ci sono due mattoncini di legno uguali, a forma di parallelepipedo. Clara li vuole impilare uno sull'altro, facendo in modo che le due facce a contatto siano tra loro differenti. Così facendo, l'altezza complessiva della pila può essere o 22cm o 30cm o 32cm. Quanti cm^3 misura il volume di un mattoncino?

È una tipologia di problema che inseriresti in un compito in classe o che affronteresti a lezione?

Contrassegna solo un ovale.

- Sì
 No

17. Quanti studenti pensi possano riuscire a risolvere in autonomia questo tipo di problema? *

Contrassegna solo un ovale.

- Meno della metà
 Più della metà
 La maggior parte

18. I nuovi sviluppi nel campo dell'Intelligenza Artificiale hanno dato adito alla possibilità di nuovi e svariati utilizzi di questi strumenti, in particolare i Large Language Models (es. Chat-GPT). Quanto fai uso di questi strumenti nella didattica? *

Contrassegna solo un ovale.

- Nessuno
 Poco
 Abbastanza
 Molto

29/03/2024, 15:00

Problem Solving e IA

19. Se ne fai uso, in quali ambiti?

Contrassegna solo un ovale.

- Programmazione
- Valutazione
- In classe
- Altro: _____

20. Descrivi brevemente alcuni esempi di uso che fai di questa tecnologia.

21. Come consideri l'impatto di questi strumenti in relazione all'insegnamento e apprendimento in ambito scolastico? *

Questi contenuti non sono creati né avallati da Google.

Google Moduli