

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITY OF BOLOGNA

School of Science
Department of Physics and Astronomy
Master Degree in Physics

**Epistemologie degli studenti e seconda
rivoluzione quantistica: da un'indagine
empirica alla progettazione di una attività
didattica**

Supervisor:
Prof.ssa Olivia Levrini

Submitted by:
Giorgio Tassinari

Co-supervisor:
Dott.ssa Sara Satanassi

Academic Year 2022/2023

Abstract

Questa tesi ha due obiettivi: investigare il potenziale di un corso incentrato sulle tecnologie quantistiche per lo sviluppo di epistemologie degli studenti utili per l'apprendimento della fisica quantistica; proporre un'attività didattica che utilizzando diverse prospettive (concettuale, sperimentale, epistemologica) valorizzi la seconda rivoluzione quantistica.

Il primo obiettivo è stato realizzato progettando un questionario somministrato nel corso "Introduzione alla Scienza e Tecnologia Quantistica", svoltosi nell'anno accademico 2022/2023, e nella sua analisi. Il questionario è stato progettato con l'intento di indagare con precisione quali e come le epistemologie degli studenti sono state guidate in modo significativo verso una visione più esperta e adeguata della fisica quantistica, e quali aspetti del corso sono stati considerati utili e quali invece un ostacolo. Dopo un'analisi della letteratura, il questionario è stato strutturato per indagare le epistemologie su tre dimensioni: il ruolo della matematica, della visualizzazione e dell'intuizione nello studio e nell'apprendimento della meccanica quantistica. I risultati del questionario hanno mostrato come l'utilizzo di diverse prospettive nel corso sia stato proficuo per l'affinamento delle epistemologie individuate.

Per il secondo obiettivo, sulla base dei risultati ottenuti è stata progettata una attività per scuola secondaria incentrata sulla prima e seconda rivoluzione quantistica e articolata nelle prospettive del corso, ovvero quella concettuale, sperimentale e epistemologica/storica. Il fulcro dell'attività è l'esperimento di scelta ritardata di Wheeler. All'inizio dell'attività vengono introdotti alcuni concetti quantistici fondamentali, come gli stati di sovrapposizione, il principio di complementarità e il processo di misura. Dopo aver mostrato l'esperimento si introduce la seconda rivoluzione quantistica tramite i circuiti quantistici, come possibile metodo di implementazione dell'esperimento.

Indice

Introduzione.....	6
Capitolo 1: L'insegnamento della fisica quantistica a scuola e le proposte dal mondo della ricerca in didattica della fisica.....	8
1.1 Le indicazioni nazionali e l'insegnamento della fisica quantistica a livello della scuola secondaria superiore.....	8
1.2 Principali proposte per l'insegnamento della prima e seconda rivoluzione quantistica.....	10
1.2.1 La prima rivoluzione quantistica.....	10
1.2.2 La seconda rivoluzione quantistica.....	14
Capitolo 2: Il corso "Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica".....	20
2.1 Descrizione generale del corso.....	20
2.2 La prima rivoluzione quantistica nel corso.....	21
2.2.1 La dimensione concettuale.....	21
2.2.2 La dimensione sperimentale.....	23
2.2.3 La dimensione epistemologica.....	24
2.3 La seconda rivoluzione quantistica nel corso.....	27
2.3.1 La dimensione concettuale.....	27
2.3.2 La dimensione sperimentale.....	29
2.3.3 La dimensione epistemologica.....	32
Capitolo 3: L'epistemologia degli studenti nello studio della fisica quantistica.....	35
3.1 Il ruolo delle epistemologie degli studenti nello studio della fisica quantistica.....	35
3.2 Principali epistemologie.....	38
3.3 Le dimensioni di indagine del questionario.....	41
Capitolo 4: Metodologia di costruzione e analisi del questionario.....	45
4.1 Il design del questionario.....	45
4.2 Il questionario e il rapporto con le epistemologie degli studenti.....	46
4.3 Risultati e analisi del questionario.....	50
4.3.1 Prima sezione, il ruolo della matematica.....	51
4.3.2 Seconda sezione, il ruolo dell'intuizione.....	54
4.3.3 Terza sezione, il ruolo della visualizzazione.....	57
4.4 Considerazioni finali.....	60

Capitolo 5: Progettazione di un'attività introduttiva alla fisica quantistica.....	63
5.1 Introduzione.....	63
5.2 L'attività, prima parte.....	65
5.2.1 Introduzione storica: natura della luce e dualità.....	67
5.2.2 Parte concettuale.....	71
Fondamenti di meccanica quantistica: stato, sovrapposizione, misura.....	71
5.2.3 Parte epistemologica.....	74
La complementarità nell'esperimento della doppia fenditura a singola particella.....	74
Fenomeno: la visione di Bohr, e il drago nebbioso.....	76
5.2.3 Parte sperimentale.....	77
Interferometro di Mach-Zehnder, e la complementarità.....	77
L'esperimento mentale a scelta ritardata di Wheeler.....	81
Realizzazione sperimentale dell'esperimento di scelta ritardata.....	82
5.3 L'attività, seconda parte: dalla prima alla seconda rivoluzione, i circuiti quantistici.....	82
5.4 Approfondimento.....	86
Esperimenti di cancellazione quantistica ed entanglement swapping.....	86
Conclusione.....	88
Bibliografia.....	90

Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è quello di studiare quale ruolo hanno le epistemologie degli studenti nello studio della meccanica quantistica, ed utilizzare i risultati per proporre un'attività per studenti di scuola secondaria.

Si è deciso di studiare in particolare un corso innovativo intitolato "Introduzione alla Scienza e Tecnologia Quantistica", svoltosi nell'anno accademico 2022/2023 all'università di Bologna. Questo corso ha due caratteristiche che lo rendono interessante e diverso da molti altri corsi studiati dalla ricerca in didattica della fisica.

La prima caratteristica è che il corso si pone l'obiettivo di fornire agli studenti e studentesse le conoscenze di base per comprendere il funzionamento e la portata culturale delle tecnologie quantistiche al centro della seconda rivoluzione quantistica.

La seconda caratteristica è che, nell'insegnamento, la rivoluzione nella sua complessità viene analizzata da tre diverse prospettive: quella concettuale e teorica curata dalla professoressa Elisa Ercolessi, fisica teorica, quella sperimentale tenuta dal professore Francesco Minardi, fisico sperimentale, e quella storica ed epistemologica curata dalla professoressa Olivia Levrini, esperta in didattica e storia della fisica.

Si è quindi voluto investigare se e come un corso con queste peculiarità influenza le epistemologie degli studenti. Con epistemologie degli studenti si fa riferimento ad un ambito molto studiato nella ricerca in didattica della fisica e si intende le opinioni e i punti di vista che gli studenti hanno su ciò che studiano e sul proprio apprendimento della fisica. Prima di tutto si è fatta un'analisi della letteratura con lo scopo di individuare le principali epistemologie degli studenti da guidare durante l'apprendimento della fisica quantistica. Sulla base di questa analisi si è compiuto uno studio che si è articolato nella progettazione e somministrazione di un questionario alla fine del corso e nella sua analisi. Considerando i risultati del questionario e usando come ispirazione altre proposte didattiche presenti in letteratura si è poi progettata un'attività, pensata per introdurre studenti di scuola secondaria alla fisica e alle tecnologie quantistiche.

Il corso analizzato e la letteratura sull'epistemologia riguardano principalmente studenti ai primi anni dell'università, ma, come si vede dai percorsi descritti in letteratura, la fisica quantistica è introdotta anche a livello di scuola superiore. È dunque importante tenere in considerazione le epistemologie degli studenti sin dal primo incontro con questa nuova teoria, come mostrato in alcuni studi e come viene fatto per esempio nel progetto PLS dell'università di Bologna, che offre laboratori e attività per studenti di scuola secondaria su questi temi.

La tesi si struttura in cinque capitoli.

Il primo capitolo riporta le indicazioni nazionali italiane per quanto riguarda l'insegnamento della meccanica quantistica, in particolare la vecchia teoria dei quanti, e mette in luce la necessità di ripensare al sapere che si insegna a scuola alla luce della seconda rivoluzione quantistica. Questa rivoluzione segue una prima rivoluzione che ha avuto luogo all'inizio del XX secolo e che ha portato allo sviluppo di una prima era di tecnologie che hanno notevolmente influenzato la vita di tutti i giorni, come i laser e i transistor. Oggi stiamo vivendo una seconda rivoluzione che sta dando origine ad una nuova era di tecnologie che stanno cambiando e cambieranno il futuro. La ricerca in didattica della fisica ha svolto diversi studi sul tema ed è molto ampia e ricca. Vengono dunque presentati alcuni percorsi, riguardanti la prima e la seconda rivoluzione quantistica con l'obiettivo di mostrare spazi per l'insegnamento e l'esistenza di percorsi concreti già sperimentati.

Nel secondo capitolo si descrive in dettaglio il corso "Introduzione alla Scienza e Tecnologia Quantistica", oggetto di studio. La presentazione dei contenuti si articola in prima e seconda rivoluzione quantistica e viene tripartita seguendo le tre prospettive introdotte sopra (concettuale, sperimentale e epistemologica/storica).

Il terzo capitolo è dedicato all'analisi della letteratura sull'epistemologia degli studenti. Viene prima descritto il ruolo dell'epistemologia degli studenti nell'apprendimento della meccanica quantistica. La letteratura viene poi analizzata ulteriormente per identificare quali siano in particolare le epistemologie più significative che permettono un apprendimento corretto della teoria. Tenendo conto dei temi del corso, vengono infine descritte le tre dimensioni di analisi su cui si è deciso di indagare le epistemologie degli studenti: il ruolo della matematica, dell'intuizione e della visualizzazione.

Nel quarto capitolo si descrive lo studio ovvero la progettazione del questionario per indagare le epistemologie degli studenti sulle tre dimensioni e la sua analisi.

Il quinto capitolo è dedicato alla progettazione dell'attività che ha come cuore l'introduzione dell'esperimento a scelta ritardata originariamente proposto da Wheeler. Dopo aver presentato il riferimento per il design, l'attività viene presentata seguendo la struttura con cui

si è presentato il corso triennale. Si suddivide dunque in prima e seconda rivoluzione quantistica e la parte relativa alla prima rivoluzione si articola nelle 3 prospettive.

Capitolo 1: L'insegnamento della fisica quantistica a scuola e le proposte dal mondo della ricerca in didattica della fisica

1.1 Le indicazioni nazionali e l'insegnamento della fisica quantistica a livello della scuola secondaria superiore

Da diversi anni la fisica quantistica è stata inserita nelle indicazioni nazionali per i licei scientifici. Le linee guida generali e obiettivi specifici di apprendimento più recenti sono stati pubblicati nel 2010¹ e hanno lo scopo di “fornire allo studente gli strumenti culturali e metodologici per comprendere in maniera approfondita la realtà, per seguire lo sviluppo della ricerca scientifica e tecnologica e per individuare le interazioni tra le diverse forme del sapere [...]” (Art. 2 comma 2 del regolamento recante “Revisione dell’assetto ordinamentale, organizzativo e didattico dei licei”, 2008).

Tra gli argomenti importanti da affrontare riguardo fisica quantistica, le indicazioni prevedono per la comprensione dei recenti sviluppi scientifici e delle moderne applicazioni tecnologiche, i seguenti temi:

L’affermarsi del modello del quanto di luce potrà essere introdotto attraverso lo studio della radiazione termica e dell’ipotesi di Planck (affrontati anche solo in modo qualitativo), e sarà sviluppato da un lato con lo studio dell’effetto fotoelettrico e della sua interpretazione da parte di Einstein, e dall’altro lato con la discussione delle teorie e dei risultati sperimentali che evidenziano la presenza di livelli energetici discreti nell’atomo. L’evidenza sperimentale della natura ondulatoria della materia, postulata da De Broglie, ed il principio di indeterminazione potrebbero concludere il percorso in modo significativo.

La dimensione sperimentale potrà essere ulteriormente approfondita con attività da svolgersi non solo nel laboratorio didattico della scuola, ma anche presso laboratori di Università ed enti di ricerca, aderendo anche a progetti di orientamento.”
(Indicazioni Nazionali per i Licei, D.M. 7 ottobre 2010, n. 211)

¹ <https://www.miur.gov.it/liceo-scientifico>

L'approccio proposto si concentra prevalentemente sulla "vecchia teoria dei quanti" e può essere descritto come un approccio semi-storico e qualitativo (Lodovico, 2016). La ricerca in didattica della fisica ha spesso messo in luce delle criticità di questo approccio perché "richiede agli studenti di rinunciare a concetti e categorie di pensiero della fisica classica, senza fornire loro nuovi strumenti per comprendere la nuova interpretazione dei fenomeni offerta dalla fisica quantistica" (Lodovico, 2016). Il rischio principale è dunque la permanenza negli studenti di categorie di pensiero e concetti, profondamente radicati nell'interpretazione classica, per interpretare fenomeni quantistici. Infatti, per presentare la meccanica quantistica i libri di testo spesso utilizzano modelli semi-classici che possono creare confusione tra fisica classica e quantistica (Levrini & Fantini, 2013). Per esempio, l'Amaldi per licei scientifici (Amaldi, 2017) per introdurre il principio di indeterminazione usa l'immagine di un elettrone che viene perturbato da un fotone: questo urto permette di conoscere la posizione dell'elettrone, ma allo stesso tempo gli impartisce una quantità di moto non determinata. Heisenberg stesso in un esperimento mentale usò questa spiegazione per giustificare il suo principio. Questo tipo di spiegazione intuitiva fu però criticata, e le relazioni di indeterminazione oggi non sono più associate a questa visione a disturbo, in quanto la meccanica quantistica descrive solo probabilità di rilevazione di osservabili che non sono determinate prima della misura. Perciò, utilizzando spiegazioni semi-classiche vi è il rischio di non mostrare correttamente la fisica quantistica nella sua definizione moderna, e di non chiarire abbastanza la distinzione tra fisica classica e quantistica.

Anche se suggeriscono il tipo di approccio seguito anche dai libri di testo, le indicazioni nazionali sono abbastanza ampie da lasciare spazio agli insegnanti per introdurre approfondimenti e scegliere approcci differenti alla teoria. Tuttavia, i temi principali che suggeriscono sono, come introdotto, quelli della vecchia teoria quantistica e della prima rivoluzione. Essa ha rivoluzionato il modo di vedere il mondo, mettendo in crisi i principi cardine che fino agli inizi del '900 erano considerati dei capisaldi come il principio di continuità, il principio di località e di causalità e il determinismo inteso classicamente. Numerosi lavori di ricerca si sono concentrati sull'insegnamento e l'apprendimento della fisica quantistica, e ritengono che sia possibile presentare a livello di scuola secondaria un insegnamento incentrato più sulla teoria e sui suoi principi che sulla formulazione storica a partire dalla vecchia teoria dei quanti.

Oggi, tuttavia stiamo vivendo la Seconda Rivoluzione Quantistica che sta nuovamente cambiando la visione di mondo e sta sviluppando una nuova ondata di tecnologie, cosiddette

2.0, che è al centro dei principali programmi di finanziamento di vari paesi, come Europa, USA, Cina, UK ed altri. La formazione, come anche le indicazioni nazionali indicano, ha lo scopo di rendere rilevante la conoscenza che gli studenti acquisiscono e di fornire strumenti per comprendere la società in cui viviamo.

Nelle stesse agende dei paesi, la didattica e la comunicazione giocano un ruolo importante. Tra i punti principali di esse c'è proprio la necessità di promuovere l'"alfabetizzazione quantistica" a diversi gradi. Come riportano le indicazioni nazionali, tra le competenze attese alla fine del percorso c'è la capacità di "comprendere e valutare le scelte scientifiche e tecnologiche che interessano la società in cui vive", e la ricerca in didattica, in particolare della fisica e della matematica, evidenziano l'importanza di collegare i contenuti disciplinari alla società in cui viviamo e alla vita reale degli studenti, per far sì che l'apprendimento sia significativo e duraturo, che non sia solo una collezione di temi da memorizzare ma che abbia valore per lo studente.

I ricercatori in didattica della fisica si stanno dunque interrogando su come poter introdurre già a partire dalla scuola secondaria le tecnologie quantistiche e su quali siano le conoscenze di base necessarie. Studi hanno individuato alcuni concetti di base necessari e sufficienti per introdurre questi temi come il concetto di stato quantistico, manipolazione/evoluzione dello stato, misura e entanglement (e.g., Krijtenburg-Lewerissa et al., 2019; Pospiech, 1999, 2000; Sadaghiani, 2016; Satanassi et al., 2022, 2023). Studi sostengono inoltre che questi concetti di base e alcune nuove tecnologie si possano introdurre a scuola in quanto per comprenderle non è richiesto un formalismo matematico eccessivo (Bitzenbauer, 2021).

Le linee guida nazionali menzionano anche come fondamentale il ruolo degli insegnanti, che sono liberi, tramite la loro competenza e sensibilità, di valutare il percorso didattico più adeguato. La prima rivoluzione quantistica e il passaggio alla seconda rivoluzione sembrano un contesto perfetto per apprendere una visione moderna di fisica, facendo attenzione a non confondere la visione quantistica dei fenomeni con quella classica. Il passaggio da fisica classica a meccanica quantistica, anche a livello di scuola secondaria, rappresenta inoltre un'opportunità per sviluppare competenze epistemologiche negli studenti. Le proposte didattiche ancora non sono tante. In questa direzione si sono sviluppati per esempio alcuni corsi entro il progetto PLS (Progetto Lauree Scientifiche) dell'università di Bologna, come un laboratorio sulla seconda rivoluzione quantistica (www.pls.unibo.it/projects/499), o un'attività sulle due rivoluzioni quantistiche. (www.pls.unibo.it/editions/500).

Nelle prossime sezioni si riportano esempi di percorsi didattici e sperimentazioni realizzati con studenti di scuola secondaria che possono ispirare un ripensamento dei contenuti.

Vengono presentati i lavori più significativi sia per la prima sia per la seconda rivoluzione quantistica.

1.2 Principali proposte per l'insegnamento della prima e seconda rivoluzione quantistica

1.2.1 La prima rivoluzione quantistica

Il primo percorso che si propone è quello sviluppato dal gruppo di ricerca di Udine (Michelini & Stefanel, 2004; Michelini et al., 2004). Per l'obiettivo di introdurre la meccanica quantistica il gruppo riconosce che un approccio ondulatorio sarebbe il più adatto e rigoroso ma necessita di competenze fisiche e matematiche molto elevate, mentre un approccio alla fisica dei quanti che descrive il passaggio dal continuo al discreto risulta essere troppo limitato al piano qualitativo. Per questi motivi l'approccio che sviluppano è incentrato direttamente sulle idee teoriche e i concetti cardine, riconoscendo come fondamentali il concetto di stato quantistico, proprietà, misura quantistica e variabili incompatibili. Optano dunque per un approccio che si basa sulla fenomenologia della polarizzazione e i concetti chiave vengono introdotti con esperimenti in cui i fotoni interagiscono con polaroid e cristalli di calcite. Secondo gli autori, in questo modo "con il bagaglio culturale di uno studente di scuola secondaria, si possono discutere a fondo i nuclei fondanti della meccanica quantistica" (Michelini & Stefanel, 2004).

Il percorso parte dall'interazione di luce non polarizzata su un polaroid, descritta tramite la legge di Malus. Per escludere l'idea che si tratti di un comportamento collettivo del fascio si verifica la validità della legge per il singolo fotone diminuendo l'intensità del fascio. Dopo aver introdotto e discusso il ruolo del principio di sovrapposizione in generale, tramite rappresentazioni iconografiche degli stati quantici della luce, si propongono alcune ipotesi interpretative relative a diverse situazioni di interazione tra luce e polarizzatori. In questo modo si costruiscono gradualmente i concetti di proprietà incompatibili, stati di sovrapposizione, indeterminazione quantistica e impossibilità di attribuire una traiettoria ai fotoni. Il passo successivo della proposta consiste nel formalizzare matematicamente i concetti introdotti finora soltanto graficamente e concettualmente. Si introduce quindi la descrizione dello stato quantistico come un vettore, e si rivede in questi termini il principio di sovrapposizione, per poi arrivare a descrivere formalmente anche le osservabili come operatori lineari.

In un articolo di ricerca del 2004, i ricercatori descrivono un'attività pilota in cui sono stati affrontati i punti principali del percorso da loro progettato. Come risultati gli autori hanno trovato che:

è necessario usare strategie per generalizzare i risultati, In caso contrario i ragionamenti degli studenti restano collegati soltanto alle fenomenologie proposte;

il concetto di incompatibilità è risultato quello più difficile, perché gli studenti fanno spesso riferimento a idee classiche. Tutti gli studenti hanno infatti mostrato la necessità di interpretare i risultati degli esperimenti con spiegazioni deterministe o realiste, che sono radicate in una visione classica della fisica;

la rappresentazione iconografica usata dagli autori è risultata insufficiente per gli studenti che hanno sentito la necessità di formalizzare matematicamente i concetti esplorati. Il formalismo matematico è stato visto come uno strumento e non un ostacolo.

Un'altra proposta simile è descritta da Montagnani et al. (2023). I contenuti del programma, proposto in due classi quinte di un liceo scientifico, sono simili a quelli del percorso sviluppato dal gruppo di Udine. Una caratteristica particolare di questa proposta è l'inclusione alla fine del percorso di un gioco quantistico, una versione modificata del gioco del tris che include anche elementi come sovrapposizioni quantistiche ed entanglement. Come risultato dell'utilizzo di questo gioco vi è stato un aumento significativo del coinvolgimento durante un torneo svoltosi a fine programma, ed è stato utile agli studenti per sviluppare intuizione sui comportamenti quantistici della sovrapposizione e dell'entanglement.

Alla fine del programma Montagnani e colleghi hanno proposto un questionario che ha confermato alcuni risultati che gli studi proposti dal gruppo di Udine avevano messo in luce, come il fatto che il formalismo per la maggior parte degli studenti aiuta a rendere la teoria più coerente. Più in particolare hanno trovato che le rappresentazioni algebriche risultano più difficili rispetto a quelle geometriche. Le maggiori difficoltà degli studenti sono emerse invece in domande riguardanti la distinzione tra proprietà e stato, tra proprietà mutuamente esclusive e incompatibili, e in generale sul concetto di incompatibilità.

Un altro corso "L'eleganza della meccanica quantistica" è stato sviluppato dall'università di Milano (MELLI et al., 2022) e proposto come laboratorio PLS.

L'introduzione del corso è un'ampia descrizione dell'evoluzione storica dell'idea di quanto, a partire dalle idee filosofiche dei greci per poi passare alla chimica e infine alla fisica

dell'interazione radiazione-materia. Successivamente, mostrando gli esperimenti a singolo quanto della doppia fenditura, con cristalli di calcite e l'interferometro di Mach Zender, si introducono le caratteristiche peculiari della nuova teoria, ossia la linearità, la natura probabilistica e l'uso dei numeri complessi. Queste caratteristiche vengono confrontate con quelle della fisica classica, poi si introducono gli elementi fondamentali per la comprensione della meccanica quantistica, identificati con l'idea di operatori, di spazio degli stati e di vettori di stato. A seguire viene usato il linguaggio matematico per distinguere la probabilità classica da quella quantistica, e per descrivere uno stato quantistico viene introdotto lo spazio di Hilbert. Le due lezioni seguenti sono incentrate sui numeri complessi, sui prodotti scalari e sulle loro proprietà. Viene anche introdotta la notazione di Dirac. Dopo queste lezioni in cui vengono forniti gli strumenti matematici, vengono presentati i postulati della meccanica quantistica, partendo dal primo. Si descrivono formalmente gli esperimenti visti in precedenza, passando poi anche al secondo postulato. L'ultima lezione è incentrata sulla misura, descritta tramite autovalori, autovettori, e proiettori, e sul terzo postulato, concludendo descrivendo i vettori a infinite componenti, mostrando alcuni esempi di operatori e menzionando l'equazione di Schrödinger.

Il corso è stato valutato analizzando questionari e interviste. Come punti di forza del corso gli autori riportano che il formalismo matematico è stato apprezzato dagli studenti. Come criticità invece vengono riportati tre aspetti: la difficoltà degli studenti a ragionare con spazi a più di tre dimensioni, la difficoltà nel comprendere il concetto di operatori autoaggiunti, e una frequente confusione tra stati e operatori.

Un altro percorso didattico proposto da Fanaro, Arlego e Otero (2017) è incentrato sull'utilizzo del metodo degli integrali sui cammini di Feynman. L'obiettivo dell'insegnamento è quello di far emergere la natura quantistica degli elettroni in modo naturale e semplice, adattando il percorso alle conoscenze di studenti di scuola secondaria. I requisiti per gli studenti sono la conoscenza delle funzioni trigonometriche, dei vettori e della meccanica classica.

La prima parte della sequenza consiste nel far predire agli studenti il risultato dell'esperimento di doppia fenditura, prima per piccole palline, poi per elettroni. In questo modo i risultati inaspettati generano il desiderio di una spiegazione, e mostrano l'inadeguatezza di considerare elettroni come particelle classiche.

Successivamente vengono introdotte le leggi quantistiche. Queste vengono descritte come in grado di predire il comportamento degli oggetti a qualunque scala dimensionale, con la

particolarità che lo fanno solo tramite probabilità. Queste probabilità sono misurate sperimentalmente tramite il rapporto tra il numero di eventi che raggiungono un certo stato finale e il numero totale degli eventi possibili. Per poter calcolare queste probabilità, si considerano tutti i possibili percorsi che connettono uno stato iniziale con quello finale e a ciascuna di esse vi si associa un'azione. L'azione assume un valore facile da calcolare nel caso di particelle libere e in questo caso è quindi possibile calcolare le ampiezze dei vettori probabilità, che sommate forniscono una ampiezza totale di probabilità. Il processo di valutazione dei contributi delle ampiezze è supportato dall'uso di simulazioni *Modellus*. Tramite questa analisi gli studenti sono in grado di concludere che la traiettoria classica ha il valore minimo di azione, mentre quelle più lontane hanno ampiezze con direzioni diverse che nella sommatoria si cancellano a vicenda. Inoltre, all'aumentare della massa delle particelle, solo l'ampiezza della traiettoria classica contribuisce significativamente all'ampiezza totale. Tramite calcoli alla portata degli studenti si arriva a trovare la formula che descrive la probabilità di arrivare a un certo stato finale. Applicandola al caso della doppia fenditura, si ricava un'espressione che viene poi rappresentata graficamente. La figura ottenuta è la stessa figura della distribuzione degli elettroni nell'esperimento della doppia fenditura. Tramite un'altra simulazione si mostra come la relazione tra la massa e la costante di Plank modifichi la forma della curva di probabilità: all'aumentare della massa i massimi e i minimi si avvicinano fino a sparire. Si arriva anche ad ottenere la lunghezza d'onda di De Broglie, mostrando che è la massa che determina il comportamento classico o quantistico del sistema. I risultati dell'implementazione di questa proposta sono stati soddisfacenti, e hanno mostrato come l'utilizzo di simulazioni software sia stato indispensabile per concettualizzare le situazioni ma anche impegnativo in quanto si è trattato di uno strumento nuovo. Una delle difficoltà evidenziate riguarda il concetto classico di traiettoria nello spazio e quindi gli autori evidenziano la necessità di enfatizzare come la fisica, specialmente la meccanica quantistica, non parli di realtà, ma di modelli astratti, in cui a volte le nostre immagini mentali sono inadeguate.

Il gruppo di ricerca in didattica della fisica di Bologna ha da anni progettato e riveduto un corso di insegnamento della meccanica quantistica incentrato sulla prima rivoluzione quantistica. Tutte e tre le implementazioni hanno in comune l'idea di essere articolate in più prospettive e dimensioni (concettuale, sperimentale, storica, formale, interpretativa) e di essere incentrate sul concetto ritenuto al cuore della meccanica quantistica, ossia il principio di complementarità.

Il primo percorso fu progettato per il quinto anno di liceo scientifico nel 2005 (Tarozzi) e fu strutturato in due parti.

La prima è una ricostruzione storica del cambiamento del concetto di oggetto nel passaggio dalla fisica classica a quella quantistica, tramite l'analisi guidata di dibattiti storici chiave quali:

Heisenberg e Bohr sul ruolo dell'incertezza e della complementarità;

Bohr e Einstein sul determinismo e sui limiti del linguaggio;

Heisenberg e Schrödinger sulla visualizzazione degli oggetti quantistici.

La seconda parte, tramite gli esperimenti di Stern e Gerlach e della doppia fenditura, formalizza i concetti già introdotti precedentemente, che sono lo stato quantistico, la preparazione di uno stato, gli operatori, gli autostati, gli autovalori, i principi di sovrapposizione e di complementarità, l'incertezza, il processo di misura e l'entanglement.

Successivamente è stato sviluppato un secondo percorso all'interno del progetto "Piano Lauree Scientifiche" PLS, implementato dal 2009 al 2013. In questo percorso, simile al precedente, si è deciso di aggiungere attività laboratoriali per valorizzare l'esperimento della doppia fenditura e mostrare i limiti e le contraddizioni dell'interpretazione classica e quindi la necessità di una nuova logica. L'attenzione sulle attività laboratoriali ha portato come vantaggi la possibilità di: far riflettere sul processo di fare un esperimento; far riflettere sui limiti del paradigma classico che emergono dalle evidenze sperimentali; introdurre gradualmente il nuovo punto di vista concettuale capace di interpretare i risultati degli esperimenti; far riflettere sul collegamento tra scienza e tecnologia.

È stato poi progettato un altro corso per il quinto anno di scuola superiore, successivamente alla riforma dei licei del 2010, diviso in tre parti.

La prima parte affronta i fenomeni della vecchia meccanica quantistica, menzionati dalle indicazioni nazionali, ossia il corpo nero, l'effetto fotoelettrico, l'effetto Compton e il modello atomico di Bohr, mantenendoli però entro un framework unitario, ossia il dibattito tra il discreto e il continuo.

La seconda parte fa da ponte verso una nuova idea di fisica introducendo nuovi concetti come il principio di indeterminazione, il principio di complementarità, e l'esperimento della doppia fenditura.

La terza e ultima parte si concentra su un nuovo framework presentando la meccanica quantistica come completamente nuova, cercando di evitare metafore semiclassiche. Vengono usati gli esperimenti di Stern e Gerlach per introdurre la nuova logica quantistica e i concetti

di sovrapposizione, manipolazione dello stato, processo di misura quantistica ed entanglement.

L'intero corso è stato progettato tenendo a mente alcune scelte di design, ossia:

lasciare agli studenti modo e tempo di modellizzare e analizzare il passaggio dalla teoria alla pratica sperimentale nelle attività di laboratorio;

concentrarsi sui sistemi più che sugli oggetti fisici per evitare semplificazioni inappropriate;

comparare e discutere esplicitamente l'uso di diverse rappresentazioni;

nella prima parte mostrare la necessità di dover passare a una nuova logica quantistica, e solo successivamente comparare le due logiche a livello epistemologico;

discutere con la classe non solo di problemi di meccanica quantistica ma anche epistemologici, come il rapporto tra modello, esperimenti e matematica, o il ruolo della visualizzazione e delle rappresentazioni, o anche in generale sulla comprensibilità della meccanica quantistica, senza alcuna pretesa di impartire conoscenza dall'alto ma ascoltando gli studenti ed esplorando e accettando le loro idee.

1.2.2 La seconda rivoluzione quantistica

Un percorso è quello realizzato da Gesche Pospiech (2021), che allo scopo di introdurre i concetti fondamentali della meccanica quantistica ritiene che si possano utilizzare i sistemi a due stati, in quanto utilizzabili per rappresentare una varietà di diversi sistemi quantistici e trattabili con una matematica relativamente semplice.

L'idea principale del corso è quella di insegnare la meccanica quantistica tramite la crittografia quantistica, non usando la crittografia come esempio di applicazione ma concentrandosi sui principi quantistici e mostrando la stretta connessione tra questi e il loro utilizzo per rendere la crittografia quantistica un metodo di comunicazione sicuro.

Uno dei principi di insegnamento seguiti è quello di mostrare il ruolo strutturale della matematica come strumento fisico, e mostrare l'importanza tecnologica della fisica. I concetti che vengono identificati come i più importanti per collegare matematica, teoria e crittografia sono i seguenti:

- stato quantico e sovrapposizione: alla base di questi vi sono gli spazi di Hilbert, e la possibilità di rappresentare uno stato come un vettore in basi diverse. Tramite questi concetti è possibile comprendere il Qubit come unità di informazione. Si può anche supportare la comprensione della sovrapposizione quantistica usando descrizioni come "sovrapposizione di possibilità"

- comportamenti quantistici: il cambiamento di stato è descritto tramite operatori e il processo di misura è diverso da quello classico. Gli operatori sono fondamentali in quanto i loro autovalori sono i possibili risultati di misura, mentre gli autovettori sono gli stati a cui arriva il sistema dopo la misura. Tramite questi è possibile comprendere la natura stocastica degli oggetti quantistici nel processo di misura, che è una prerogativa fondamentale nel processo di generazione di una chiave random sicura.
- incompatibilità ed incertezza: nel passaggio da fisica classica a quantistica si passa da funzioni a operatori, da parentesi di Poisson a commutatori. L'incertezza e il non determinismo della meccanica quantistica sono necessari per la sicurezza della crittografia quantistica. Inoltre, la linearità delle strutture matematiche porta a descrivere combinazioni di spazi come un prodotto tensoriale, portando al concetto di entanglement e non separabilità

La sequenza dell'insegnamento proposta è divisa in varie fasi.

Si inizia tramite la lettura di un articolo di giornale recente sulla crittografia quantistica. Lo scopo è di generare il desiderio di voler sapere, collegando l'insegnamento alla vita reale tramite il concetto di privacy e far emergere domande e preconcetti. Vengono poi introdotti elementi di crittografia classica, concentrandosi sulle sfide principali di questa, ossia la generazione di una chiave sicura completamente random e lo scambio in segreto di questa chiave. Vengono usati i fotoni e la loro polarizzazione, tramite simulazione ed esperimenti, per introdurre il concetto di sistema a due stati e per mostrare come la fisica dei fotoni possa essere quindi usata per cifrare messaggi in base binaria.

La sfida crittografica di generare una chiave quantistica viene risolta grazie alla sovrapposizione e alle proprietà della misura quantistica. In questa sezione viene enfatizzato come i numeri random generati classicamente sono comunque in qualche modo calcolati, mentre in meccanica quantistica la casualità ha natura diversa. È inoltre importante mostrare la stretta connessione tra formulazioni matematiche e significato fisico, e il ruolo che i concetti spiegati hanno nel problema di crittografia iniziale.

La seconda sfida è quella di scambiare la chiave, che necessita delle proprietà degli stati, degli autostati e della misura quantistica. È importante che gli studenti capiscano che un autostato viene riprodotto in una misura anche se non si può predire il risultato di una misura a priori. Per arrivare a questo si mostra un esperimento con polarizzatori usando la notazione di Dirac.

L'ultima parte riguarda la conferma che un'eventuale spia possa essere rilevata grazie al protocollo BB84 tramite l'utilizzo dell'incertezza quantistica. Tramite esperimenti con

apparati di Stern-Gerlach in serie è possibile produrre un conflitto cognitivo negli studenti, risolvibile tramite calcoli formali e schede di lavoro che evidenziano le differenze tra la fisica classica e la meccanica quantistica.

Un altro percorso è stato realizzato da Bondani e colleghi (2022). Il percorso che hanno elaborato si basa sul parallelismo tra la logica dei circuiti e quella della meccanica quantistica, associando l'input con la preparazione dello stato, l'elaborazione delle informazioni con l'evoluzione dello stato, e l'output con la misura. In questo modo si possono introdurre le proprietà fondamentali dei sistemi quantistici, usando esperimenti con spin e polarizzazione per discutere l'implementazione dei qubit.

Il percorso, descritto più in dettaglio nell'articolo, consiste di quattro lezioni introduttive e tre lezioni concentrate sugli aspetti tecnologici. È compresa anche una lezione finale su aspetti sociali e culturali della seconda rivoluzione quantistica.

La prima lezione è incentrata sui qubit e sulla sovrapposizione quantistica, e vengono anche introdotte le possibili trasformazioni sui qubit realizzate tramite gate logici. La seconda lezione introduce le regole della misura quantistica e alcuni aspetti epistemologici. Vengono anche utilizzati l'IBM Q-composer per l'esecuzione di circuiti su computer quantistici reali, e simulazioni di apparati di Stern-Gerlach in serie. La terza lezione usa stati e gate a due qubit per introdurre il concetto di entanglement, la cui importanza viene mostrata tramite la descrizione del protocollo crittografico BBM92 e del paradosso del gatto di Schrödinger. La quarta lezione serve come riassunto e revisione della logica seguita precedentemente, e come introduzione al paradosso Einstein-Podolsky-Rosen e alla violazione delle disuguaglianze di Bell. Le successive tre lezioni sono incentrate una sulla computazione quantistica, una sulla comunicazione quantistica, e una sui fondamenti della meccanica quantistica. Quest'ultima lezione copre i concetti di: polarizzazione, paradosso della misura, realismo e località.

Tramite questionari è stato mostrato come il corso sia stato efficace per familiarizzare gli studenti con gli aspetti fondamentali della meccanica quantistica. È anche emersa però la difficoltà degli studenti ad applicare calcoli formali agli stati rappresentati come qubit.

Un possibile approccio "assiomatico informativo educato" per progettare attività sulla meccanica quantistica viene proposto da Pallotta (2022). I ricercatori coinvolti nel design della proposta hanno concluso che un approccio storico non aiuta ad analizzare la teoria in modo coerente, perché espone gli studenti alla tortuosità dello sviluppo della teoria. Viene anche escluso un approccio simile a quello universitario in cui si introducono subito i principi

tramite i postulati in modo rigoroso, perché troppo difficile per gli studenti di scuole superiori, che non sono pronti ad accettare una struttura assiomatica di questo tipo.

Invece, prendendo come punto di partenza l'informazione quantistica, si può ripensare la meccanica quantistica come una descrizione della realtà basata sull'informazione che si può ottenere, e in che modo è possibile ottenerla. Per rendere questa idea accessibile agli studenti, l'uso di assiomi deve essere educato e gentile, restando rigorosi ma evitando un linguaggio formale troppo complesso. I concetti trovati come fondamentali da insegnare sono quindi:

- stato quantistico, che rappresenta tutta l'informazione posseduta sull'oggetto;
- sovrapposizione, una caratteristica peculiare degli stati quantici, che li differenzia da quelli classici;
- misura quantistica, un'azione eseguita su uno stato che viene associata ad uno specifico apparato di misura;

Gli assiomi possono essere introdotti a partire da contesti sperimentali, come regole del gioco. Per esempio, considerando la polarizzazione descritta da un vettore stato, si possono ricavare gli assiomi utilizzando degli esperimenti con interferometri. Si può introdurre il concetto di sovrapposizione mostrando che la polarizzazione a 45° non è una miscela di polarizzazione orizzontale e verticale, il postulato di riduzione come coincidente con l'azione del polaroid, la regola di Born come corrispondente alla legge di Malus. Tramite lo studio dei qubit c'è anche il vantaggio di poter creare collegamenti significativi con le tecnologie alla base della seconda rivoluzione.

L'approccio sviluppato ha quindi come scopo quello di trasmettere il senso di spaccatura che la meccanica quantistica ha prodotto nel modo di conoscere la realtà. E il metodo per poter raggiungere questo obiettivo è utilizzare un approccio inverso rispetto a quello classico, ossia partire dal problema di come codificare informazione in un sistema fisico, usando i qubit come unità minima. In questo modo gli assiomi della meccanica quantistica emergono dall'analisi di algoritmi, e sono le regole seguite dagli stati quantici.

L'autore descrive tre pilastri di questo approccio:

- Cambiare la domanda. Uno degli obiettivi del curriculum italiano per la fisica è saper costruire un modello del comportamento microscopico a partire da evidenze sperimentali. Perciò l'idea è di partire dalla domanda: associare informazione a un oggetto quantistico può rivoluzionare il modo di usare l'informazione? Lo scopo è mostrare che la meccanica quantistica offre un modo completamente nuovo di approcciare la descrizione della realtà microscopica.

- Cambiare la fisica. È necessario sin da subito concentrarsi su cosa è possibile dire e cosa no di un oggetto, perché conoscere in meccanica quantistica implica soltanto sapere come il sistema è stato preparato, a differenza della fisica classica in cui conoscere implica saper predire completamente il comportamento dei sistemi. È necessario guidare gli studenti nella transizione verso una descrizione degli oggetti quantistici che inizialmente non è familiare in quanto mostra un'ontologia mai vista prima. Aspetto fondamentale è la misura, e il passaggio dal senso comune di scoprire valori preesistenti a un processo probabilistico di distinzione tra due stati mutualmente esclusivi.
- Cambiare il linguaggio. La difficoltà di parlare di meccanica quantistica richiede un nuovo linguaggio matematico formale, necessario per la costruzione di una teoria coerente. È difficile per gli studenti collegare la matematica a un fenomeno fisico, perciò è necessario fare costante riferimento agli oggetti fisici che rappresentano i qubit e usare simulazioni assieme alle rappresentazioni matematiche. La matematica deve essere vista come uno strumento per ragionare, e la difficoltà nel suo utilizzo può indicare difficoltà di transizione tra framework epistemologici. Le formule ed equazioni devono essere comunque sempre accompagnate da commenti e spiegazioni in linguaggio ordinario.

Utilizzando questo approccio sono state progettate e presentate alcune attività.

Una di queste ha l'obiettivo di supportare l'esplorazione dei principi quantistici tramite l'interdisciplinarietà tra matematica, informatica e fisica, e di indagare quale sia la relazione tra queste discipline con le tecnologie quantistiche. Partendo dal coinflip quantistico, viene gradualmente introdotto il formalismo matematico di Dirac come strumento di analisi. Usando il qubit si introducono le caratteristiche dei processi quantistici (preparazione, evoluzione, misura) concettualizzati in analogia con la prospettiva computazionale (input, processamento, output) per analizzare i componenti logici (gate, circuiti, algoritmi). Ogni concetto è esplorato fenomenologicamente in un contesto sperimentale (Stern Gerlach e Mach-Zehnder) e come elemento chiave per il funzionamento di un algoritmo quantistico eseguito sull'IBM composer.

Un'altra attività è invece incentrata sui protocolli crittografici BB84 e BBM92 con l'obiettivo di dare consapevolezza del potenziale delle tecnologie tramite lo studio dei principi fisici quantistici che sono direttamente collegati a questi protocolli. L'attività richiede maggiori prerequisiti, ossia aver già lavorato con apparati di Stern-Gerlach in serie, ed essere in grado di interpretarne i risultati usando i concetti di stato e sovrapposizione quantistica.

Gli obiettivi di apprendimento sono:

saper caratterizzare la distribuzione di chiavi in termini di generazione di una chiave sicura;
correlare la generazione di una chiave con la natura quantistica dei qubit, usando i concetti di sovrapposizione, entanglement, misura probabilistica;

valutare probabilisticamente l'impatto di intercettazioni nel processo di distribuzione della chiave. La metodologia scelta per questo percorso è l'analisi guidata, e ogni lezione è strutturata nel seguente modo: uno starter per rinforzare i concetti (dieci minuti), seguito da una spiegazione intervallata da alcune domande agli studenti (venti minuti). A seguire si svolge un'attività in gruppo con discussione tra pari, utilizzo di simulazioni, richieste di predizioni e worksheet da completare (trenta minuti). Per finire vi è una condivisione e discussione in plenaria, con test delle ipotesi fatte sul simulatore. Per quanto riguarda gli argomenti, una prima parte è incentrata sulla distribuzione di una chiave senza intercettazione, mentre la seconda include anche l'intercettazione. Nelle attività di gruppo vengono poste domande specifiche che richiedono l'utilizzo di giustificazioni e riferimenti a proprietà quantistiche. L'autore ha riportato che questa attività ha consentito agli studenti di identificare gli elementi quantistici che permettono la creazione di una chiave sicura, e li ha aiutati a capire come la meccanica quantistica può essere una risorsa tecnologica e non soltanto una teoria astratta e controintuitiva.

A partire dal 2019 il gruppo di Bologna ha progettato e riveduto più volte un modulo sulla seconda rivoluzione quantistica. Inizialmente sviluppato entro il progetto I SEE, è poi stato aggiornato includendo anche attività dedicate al progetto IDENTITIES sull'interdisciplinarietà, e successivamente anche un'attività dedicata al progetto FEDORA. Le attività del corso, suddivise in sei incontri, sono separate in due tipologie: le attività concettuali-epistemologiche, concentrate sui contenuti e sulla conoscenza epistemologica della fisica; le attività orientate al futuro, costituite da lavori e discussioni di gruppo, incentrate sul far riconoscere i temi interdisciplinari e di collegamento al futuro, e a sviluppare competenze di cittadinanza.

La struttura del corso, come descritto in Satanassi (2023) è mostrata nella seguente tabella.

Tabella 1.1: overview delle attività del corso

Giorno	Attività concettuali-epistemologiche (2 ore)	Attività orientate al futuro/di educazione civica (1 ora)
--------	--	---

1	<ul style="list-style-type: none"> ● Introduzione alla seconda rivoluzione quantistica ● Storia dei computer classici 	Attività di gruppo di riflessione sull'impatto delle tecnologie quantistiche in termini sociali, politici, economici, etc.
2	<p>Introduzione alla fisica dei computer quantistici (parte 1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Introduzione tramite approccio semplificato con spin ai concetti di stato, manipolazione/evoluzione, e misura ● Parallelismo alla informazione quantistica: codifica in Qubit come input, elaborazione come gate e circuiti, lettura informazione come output 	Consegna e discussione del lavoro di gruppo dell'attività
3	<p>Introduzione alla fisica dei computer quantistici (parte 2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Introduzione dell'entanglement tramite sistemi a due qubit ● Crittografia quantistica (protocollo BB84) 	Attività di gruppo in cui gli studenti nel ruolo di politici, discutono e decidono se investire nelle tecnologie quantistiche
4	Protocollo di teletrasporto	Lavoro di gruppo in cui gli studenti ragionano su come le tecnologie quantistiche stanno cambiando i rapporti tra natura, uomo e tecnologia
5	Passeggiata aleatoria classica e quantistica	Attività di gruppo orientata al futuro in cui gli studenti pensano a un problema che vorrebbero fosse risolto entro il 2040 e quali passi si possono prendere per risolverlo
6	Consegna e discussione del lavoro di gruppo, o workshop creativo	

Qui mi soffermo e descrivo gli argomenti trattati nelle attività cognitivo-epistemologiche delle prime tre giornate, che sono quelli fondamentali per un'introduzione alla fisica quantistica della seconda rivoluzione per studenti di scuola superiore. Per descrizioni delle attività orientate al futuro, e per maggiori dettagli su tutte le attività, vedere Satanassi (2023).

Per prima cosa viene introdotta la seconda rivoluzione quantistica con una prospettiva ampia e multi-prospettica. Dopo una breve storia dei computer quantistici, viene mostrato come il dibattito riguardo a questi sia cambiato mostrando diversi articoli di giornale di anni diversi. Viene anche menzionato come l'Europa stia investendo tramite la Quantum Flagship, su quali pilastri si svolge la ricerca attuale e grazie a quali concetti quantistici questa sia possibile.

La storia dei computer classici viene presentata a partire dall'architettura di von Neumann, enfatizzando che vi è una relazione tra ciò che è possibile computare e le leggi fisiche che i computer classici devono seguire. Dopo aver introdotto i bit e i gate logici universali, per rinforzare l'idea che dietro al software ci devono essere dei dispositivi che seguono le leggi fisiche, viene presentata la storia delle corde e carrucole dell'isola immaginaria di Araphul (Dewdney, 1988). Dopo aver presentata l'evoluzione dell'hardware dei computer, dai tubi a vuoto ai transistor ai circuiti integrati ai chip, si confrontano i computer classici con quelli quantistici dal punto di vista computazionale (qubit invece che bit, gate logici quantistici invece che classici, lettura dei qubit probabilistica e distruttiva).

Per la prima parte dell'introduzione alla fisica dei computer quantistici, si inizia partendo dall'esperimento di Stern e Gerlach. Descrivendo accuratamente il procedimento si enfatizzano le differenze con le aspettative classiche e si introduce lo spin. Vengono poi mostrati altri esperimenti simili in cui vengono modificate le direzioni di misura e messi in serie due o tre apparati. Chiedendo ad ogni passo agli studenti di predire i risultati si vengono a mostrare risultati sperimentali che nessuna spiegazione classica può giustificare. Si crea quindi la necessità di una nuova spiegazione, che sta nella sovrapposizione quantistica. La sovrapposizione quantistica viene poi vista in chiave computazionale col qubit, formalizzata con la notazione di Dirac e visualizzata con la sfera di Bloch. Vengono poi introdotte le rappresentazioni di porte quantistiche che modificano gli stati quantistici appena definiti, prestando attenzione a confrontare i gate con quelli classici, ed evidenziando la natura distruttiva e probabilistica della misura, che è essa stessa un gate quantistico.

Nella seconda parte si introduce l'entanglement tramite i sistemi a due qubit. I qubit vengono descritti sia dal punto di vista formale che computazionale. Formalmente infatti vengono definiti come una combinazione lineare di due stati generici, e vengono mostrati esempi in cui questi vengono manipolati in alcuni gate quantistici e in un semplice circuito. L'entanglement viene introdotto con una situazione narrativa in cui Alice e Bob hanno due qubit prodotti assieme, e a seconda dei coefficienti dello stato a due qubit ciascuno dei due protagonisti è in grado oppure no di predire cosa misurerà l'altro. L'entanglement viene

definito in base alla presenza o meno di correlazioni tra i due qubit. Vengono poi mostrati gli stati di Bell e un circuito in grado di proiettare due qubit in uno stato entangled.

L'attività sulla crittografia quantistica parte da una breve storia della crittografia, dalle prime forme usate nell'antico Egitto fino a quella moderna basata su chiavi pubbliche. In questo contesto moderno viene mostrato che un computer quantistico è esponenzialmente più veloce a risolvere il problema della fattorizzazione in numeri primi, che sta alla base della crittografia moderna. Perciò viene introdotto un nuovo protocollo crittografico, che faccia utilizzo delle proprietà degli oggetti quantistici, il BB84. Come problema principale si pone la necessità di condividere una chiave perfettamente casuale senza vedersi di persona, e che questa chiave sia sicura, ossia di cui si è in grado di rilevare una eventuale intercettazione. Tramite simulazioni interattive di Quvis gli studenti vengono guidati verso gli step che permettono di capire come le proprietà quantistiche permettono di risolvere il problema iniziale, richiamando i concetti di stato e misura, ed evidenziando l'importanza della casualità. Infine, si incoraggiano gli studenti a riflettere sulle implicazioni politiche, sociali ed etiche di tale protocollo.

Capitolo 2: Il corso “Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica”

Questo capitolo è dedicato alla descrizione di un corso per studenti di laurea triennale di fisica, dal titolo “Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica”. Il corso è stato co-progettato da 3 professori diversi: la prof.ssa Elisa Ercolessi, fisica teorica, il professore Francesco Minardi, fisico sperimentale, e la prof.ssa Olivia Levrini, esperta in didattica e storia della fisica.

Dopo un'introduzione generale del corso nella sezione 2.1, segue una descrizione più dettagliata dei contenuti strutturata in prima rivoluzione quantistica (2.2), e la seconda rivoluzione quantistica (2.3).

Entrambe le rivoluzioni sono state analizzate da tre prospettive differenti: concettuale, sperimentale, ed epistemologica/storica. Queste tre prospettive presentano diverse intersezioni, per esempio nella parte concettuale vengono menzionati aspetti interpretativi poi descritti negli esperimenti, in quella sperimentale sono stati formalizzati i fenomeni attraverso la matematica e si è discussa l'aderenza dei risultati sperimentali con quelli teorici, e nella parte epistemologica non solo si sono affrontati i dibattiti di fondamento, ma parte della discussione riguardava aspetti concettuali e ontologici e esperimenti che sono stati significativi per la prima e seconda rivoluzione quantistica. Nonostante, dunque, le tre prospettive siano in interazione, la struttura proposta permette di dare una panoramica sul corso nel suo complesso.

2.1 Descrizione generale del corso

Nel secondo semestre dell'anno accademico 2022/2023 il dipartimento di fisica e astronomia dell'università di Bologna ha tenuto un corso opzionale per la laurea triennale in fisica incentrato sul presentare le tecnologie quantistiche e la fisica su cui si basa il loro funzionamento.

Il corso, di 6 CFU, si è svolto in 24 lezioni di due ore ciascuna, ogni lunedì e martedì dal 27 febbraio al 30 maggio.

Il corso è stato seguito da una quarantina studenti, la maggior parte dal corso di laurea in fisica.

Il macro-obiettivo del corso era di fornire agli studenti conoscenze di base sulla teoria e le principali applicazioni rispetto ai 4 pilastri al centro della ricerca e sviluppo in quest'ambito, ovvero l'informazione, la comunicazione, la metrologia e la computazione quantistica.

I principali risultati di apprendimento attesi alla fine del corso erano: i. sviluppare competenze per analizzare semplici protocolli quantistici, ii. acquisire le capacità di descrivere e confrontare diverse piattaforme sperimentali, e iii. stimolare una riflessione sull'impatto scientifico, culturale e sociale della prima e della seconda rivoluzione quantistica.

Il contenuto del corso si differenzia dal corso di meccanica quantistica obbligatorio per la laurea triennale non solo per i contenuti rivolti all'introduzione delle principali tecnologie quantistiche, ma anche per la sua peculiare struttura divisa in tre moduli. Il corso è infatti co-progettato da tre professori diversi, ciascuno dei quali ha fornito una prospettiva diversa sull'argomento. La professoressa Elisa Ercolessi si è occupata dell'aspetto teorico e concettuale della teoria quantistica e della computazione. Il professore Francesco Minardi ha presentato gli esperimenti fondamentali che hanno portato alla nascita della computazione e dell'informazione quantistica e l'implementazione moderna di computer quantistici. La professoressa Olivia Levrini ha curato gli aspetti storici, epistemologici e filosofici della prima e seconda rivoluzione quantistica.

Questo nuovo approccio alla meccanica quantistica introduce dunque la teoria alla luce delle applicazioni tecnologiche che si stanno sviluppando, con l'obiettivo di applicare le leggi in contesti sperimentali, evidenziando la natura fisica dell'informazione e l'interdisciplinarietà tra fisica, matematica e informatica. Inoltre, tramite la prospettiva storica ed epistemologica degli interventi della professoressa Levrini, si è fatto riflettere gli studenti sui cambiamenti fondamentali che la fisica quantistica ha portato nella visione del mondo, non solo in termini matematici e sperimentali ma anche ontologici e culturali.

La metodologia di insegnamento è stata per la maggior parte la classica lezione frontale, in cui i professori usavano slide o scrivevano su una lavagna fisica o virtuale. Le lezioni della professoressa Levrini prevedevano talvolta anche delle attività di gruppo o discussioni collettive. Le slide presentate a lezione sono poi state rese disponibili online per gli studenti.

2.2 La prima rivoluzione quantistica nel corso

La prima rivoluzione quantistica ha come aspetto fondamentale la scoperta del dualismo onda particella, in grado di descrivere il comportamento degli oggetti quantistici.

2.2.1 La dimensione concettuale

Dal punto di vista teorico, la professoressa Ercolessi ha trattato in modo formale e matematico i postulati alla base della meccanica quantistica. Per farlo sono stati prima introdotti alcuni concetti fondamentali che caratterizzano i sistemi quantistici: lo stato, l'osservabile, l'evoluzione del sistema, la misura. Nell'introduzione di questi concetti viene anche ricordata la loro definizione in meccanica classica, per poter far notare agli studenti le differenze tra questi concetti nel passaggio da fisica classica a quantistica.

È stato poi introdotto lo stato quantistico come un vettore appartenente ad uno spazio di Hilbert H . Sin da subito viene usata la notazione Dirac per descrivere le proprietà rilevanti dello spazio, ossia uno spazio vettoriale in cui ogni combinazione lineare di vettori dello spazio appartiene allo spazio stesso, ovvero vale il principio di sovrapposizione. Inoltre, lo spazio H possiede un prodotto scalare, con una condizione di normalizzazione $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ dovuta all'interpretazione statistica.

Si introduce la nuova unità di base quantistica, il qubit. Come il bit è l'unità di informazione in computazione classica, il qubit è pensato come il sistema quantistico più semplice. Per farlo viene introdotta la base computazionale, per cui

$$|e_1\rangle = |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

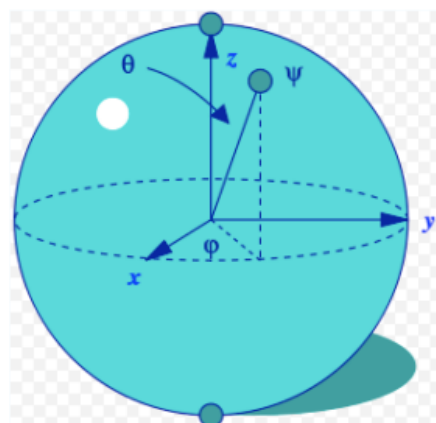


Fig. 2.1: sfera di Bloch, immagine utilizzata nelle note del corso

Come possibili implementazioni fisiche del qubit vengono menzionati gli elettroni e la proprietà di spin $+\frac{1}{2}$ o $-\frac{1}{2}$, i fotoni e la loro proprietà di polarizzazione (per esempio orizzontale o verticale), oppure atomi a due livelli energetici.

Vengono infine descritti gli operatori di proiezione, che vengono calcolati e scritti nel caso della base computazionale.

Le osservabili vengono definite come operatori autoaggiunti. Questa proprietà viene richiesta perché necessaria nel risolvere il problema agli autovalori, permettendo di diagonalizzare questi operatori con uno spettro reale.

Vengono poi descritte le proprietà degli operatori in termini di proiettori, e vengono introdotte le matrici di Pauli come base reale per le osservabili dei qubit, che sono matrici 2×2 autoaggiunte. Viene evidenziato come il fatto che queste matrici non commutano sia collegato col principio di indeterminazione di Heisenberg, e che invece anticommutano.

L'evoluzione temporale di un sistema quantistico è descritta dall'equazione di Schrödinger, che è deterministica. Nel caso in cui l'operatore Hamiltoniano del sistema non dipenda da t , l'equazione che descrive il sistema può essere riscritta tramite un operatore di evoluzione unitario e autoaggiunto $U(t)$ tale che

$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle, \quad U(t) = e^{-\frac{itH}{\hbar}}$$

In questo corso l'evoluzione è quindi considerata tramite l'operatore $U(t)$, di cui viene descritta per i qubit la forma più generale sia nella base delle matrici 2×2 autoaggiunte sia in forma di esponenziali di matrici. Vengono anche dati degli esempi di cosa i termini di quest'ultima formulazione indicano nella rappresentazione della sfera di Bloch, ossia delle rotazioni attorno agli assi.

Vengono poi presentate due famiglie di misurazioni: la PMV e la POVM.

La prima, Projection Valued Measurement (PMV), dipende da una famiglia di proiettori ortonormali, di cui vengono descritte le peculiarità rispetto alla misura classica, ossia che è probabilistica e distruttiva. Ad ogni osservabile può essere associata una PMV, e ne vengono descritti i possibili risultati, lo stato del sistema dopo di essa, e il valore medio. L'altro tipo di misura, la Positive Operator Valued Measurement (POVM), è identificata da una famiglia di operatori a cui è soltanto richiesto che siano definiti positivi. Viene fatto notare che le proprietà sono simili, ma la POVM permette di distinguere alcuni stati che nel caso della PMV sono indistinguibili.

Viene in seguito derivato il principio di indeterminazione di Heisenberg, e discusse le sue conseguenze ossia l'impossibilità di misurare simultaneamente con certezza certe coppie di proprietà, e che non è possibile assegnare a priori proprietà agli oggetti.

Per quanto riguarda la probabilità in meccanica quantistica, viene presentato il gioco della moneta, prima nel caso classico e poi quello quantistico. Tramite questo gioco, e il confronto tra la definizione di stato puro e stato misto, si ricavano le regole di somma e moltiplicazione delle probabilità nella meccanica quantistica, che sono diverse da quelle classiche. Queste vengono poi applicate in due esempi, l'esperimento di Stern-Gerlach, e l'esperimento di Mach-Zender.

2.2.2 La dimensione sperimentale

Gli aspetti sperimentali della prima rivoluzione quantistica sono stati descritti dalla professoressa Ercolessi nella parte introduttiva.

In questa prima parte più discorsiva vengono riassunti gli sviluppi che hanno portato alla formulazione e sviluppo della meccanica quantistica, a partire dall'idea di quanto proposta da Planck nel 1900 per spiegare lo spettro del corpo nero, e quella proposta da Einstein, che studiando l'effetto fotoelettrico suggerì che la radiazione sia composta da quanti. Il successivo sviluppo della teoria quantistica, a partire dal 1925 con la meccanica delle matrici di Heisenberg, e 1926 con quella ondulatoria di Schrödinger, viene oggi definita come prima rivoluzione quantistica. La teoria ad oggi è ben compresa, è stata verificata sperimentalmente più di ogni altra teoria, ed ha portato ad applicazioni tecnologiche in molti ambiti, come nei transistor, laser, GPS. Nonostante questo, è considerata comunque controversa, difficile, e controintuitiva.

Viene presentato l'esperimento emblematico della prima rivoluzione quantistica, quello della doppia fenditura a singolo elettrone. Ciò che mette in luce l'esperimento è che un fascio di elettroni che attraversa una doppia fenditura può mostrare sia un comportamento corpuscolare sia un comportamento ondulatorio. Nel caso di elettroni singoli il problema diventa intrinsecamente probabilistico: non si è in grado a priori di prevedere dove arriva un singolo elettrone, e la figura di interferenza si forma solo dopo aver sparato contro la doppia fenditura un numero molto elevato di elettroni. Un'altra peculiarità dell'esperimento è che se si determina da quale fenditura passa l'elettrone, la figura di interferenza non si forma, ma sullo schermo si osservano due bande, come ci si aspetterebbe classicamente.

La dualità onda-particella che caratterizza il comportamento dell'elettrone in questo esperimento, o che caratterizza un oggetto quantistico in generale, e la necessità di capire l'effettiva natura di esso è comparato al problema che gli esploratori inglesi hanno avuto, una volta arrivati in Australia, con quello che oggi conosciamo come ornitorinco. Inizialmente questo animale venne chiamato duck-mole perché se lo si fosse guardato da una prospettiva avrebbe assomigliato ad una papera, se lo si fosse guardato da un'altra avrebbe assomigliato ad una talpa. Allo stesso modo l'elettrone, in base al set up sperimentale che si sceglieva, si comportava come una particella o come un'onda. Tuttavia, si è poi visto che l'oggetto quantistico è qualcos'altro, così come gli esploratori hanno scoperto che l'ornitorinco aveva proprietà tutte sue, non proprie né della talpa né della papera. Alla domanda "Da quale fenditura è passato l'elettrone" non vi è una risposta possibile secondo la logica classica (da nessuna delle due, da entrambe, o da una o dall'altra). Per uscire dall'impasse logica è necessario introdurre il concetto di sovrapposizione ed una logica diversa da quella classica e binaria. Non c'è più solo vero o falso, ma è possibile che entrambi siano validi allo stesso tempo, con una certa probabilità intrinseca di essere vero o falso. È quindi anche diverso il concetto di proprietà, perché prima di fare una misura non si può attribuire una proprietà con certezza agli oggetti. Inoltre, la presenza di un osservatore cambia l'esito di un esperimento, in quanto non esistono osservatori esterni al sistema in grado di non perturbarlo.

Viene infine presentato un altro importante esperimento, quello di Stern-Gerlach, che ha portato alla scoperta dello spin, una proprietà quantistica. Descritte brevemente le componenti dell'apparato, vengono mostrate cinque diverse situazioni sperimentali usando combinazioni di questi apparati. Il primo esperimento mostrato è la preparazione di uno stato tramite la misura del valore dello spin in direzione orizzontale o verticale dopo la deflessione della traiettoria dovuta all'interazione tra magneti e spin.

Un secondo esperimento, con due apparati in successione con campo magnetico orientato nella stessa direzione (es. X-X), conferma che tutti gli atomi preparati dal primo apparato hanno il valore dello spin che si aspetta, perché vengono tutti deflessi nello stesso modo anche dal secondo apparato. Classicamente questo potrebbe essere interpretato assumendo che gli atomi possiedono una certa proprietà, come lo spin lungo l'asse verticale, che ha due possibili valori, e la sorgente produce una miscela di atomi con spin $+\hbar/2$ e $-\hbar/2$.

Il terzo esperimento è un'ulteriore verifica dello stato preparato, questa volta col secondo apparato orientato lungo un asse diverso dal primo (es. X-Z). Questo suggerisce che la sorgente è una miscela di atomi con quattro diversi possibili valori di spin, combinazioni di due valori possibili per ciascun asse.

Il quarto esperimento consiste di tre apparati in successione con campo magnetico orientato diversamente in successione (es. X-Z-X). Ciascun apparato prepara il fascio in uno stato preciso (bloccando gli atomi deflessi in una direzione piuttosto che l'altra) e alla fine dell'ultimo si compie la misura. Il comportamento non spiegabile dalla interpretazione precedente è che dopo essere passati attraverso il secondo apparato, gli atomi sembrano dimenticare di essere stati preparati in un certo modo dal primo apparato. La conclusione è che è impossibile che lo spin lungo entrambi gli assi sia simultaneamente definito. Sono due variabili incompatibili, non si può parlare di una miscela di popolazioni identificate da certe proprietà.

L'ultimo esperimento ha sempre tre apparati in serie, ma dopo il secondo apparato non si bloccano gli atomi deflessi in una certa direzione, e tutti gli atomi che escono da esso vengono ricombinati ed entrano nel terzo. Di nuovo, il ragionamento per miscela di proprietà classiche porterebbe ad un risultato che è diverso da quello osservato sperimentalmente. Il secondo apparato lascia indeterminato lo spin nel suo asse, quindi gli atomi restano nello stato preparato dal primo, e quindi l'ultimo apparato li devia di conseguenza.

2.2.3 La dimensione epistemologica

Dal punto di vista epistemologico, la professoressa Levrini ha stimolato gli studenti a ragionare sulla portata culturale della prima rivoluzione quantistica e come ha cambiato il modo di concepire la fisica e il mondo.

Prima di tutto vengono identificati i nodi concettuali principali, ossia complementarità, incertezza, indeterminazione, e probabilità ontologica, ovvero legata all'ontologia dello stato quantistico e nel processo di misura. Questi concetti non sono solo stati delle sfide sperimentali, ma sono stati anche al centro di importanti dibattiti sui fondamenti, come quello di Bohr e Einstein in cui si discutevano diverse visioni di mondo, e hanno portato a sfide immaginative e linguistiche nell'accettare un mondo descritto da una teoria così diversa da quella classica. Parte della rivoluzione sono anche i progressi tecnologici permessi dallo sviluppo scientifico, in questo caso il passaggio da esperimenti tipicamente riguardanti grandi insiemi di oggetti quantistici, alla costruzione di dispositivi come i transistor, il laser e i circuiti integrati, che hanno avuto un grande impatto nella società.

Per mostrare come questi temi sono stati dibattuti storicamente viene presentato il Congresso Solvay del 1927 come un importante momento di sviluppo scientifico e di riflessione sulle conseguenze filosofiche della meccanica quantistica. Nonostante non tennero alcuna

relazione durante il congresso, fu fondamentale il dialogo tra Bohr e Einstein. La domanda fondamentale che venne discussa fu se il determinismo potesse essere mantenuto, o se fosse necessario accettare l'indeterminismo come principio.

Viene presentata l'opinione di Bohr, che ritiene che il compito della fisica non sia quello di scoprire e spiegare il mondo, ma solo di comunicare idee ed esperienze tramite il linguaggio, da cui noi umani siamo dipendenti. Einstein invece ha una posizione più realista, ovvero che tramite la fisica è possibile scoprire come funziona il mondo.

Con l'obiettivo di mostrare l'inconsistenza della meccanica quantistica e di trovare un altro modo per poter superare il dualismo onda corpuscolo, Einstein propone l'esperimento mentale di interferenza di singola particella. La discussione era sul fatto che, in un esperimento a doppia fenditura come quello che Young propose per la luce, se non vi è informazione sulla traiettoria si osserva il comportamento ondulatorio degli oggetti quantistici tramite la figura di interferenza, quando invece si ha informazione sulla traiettoria il comportamento diventa quello di una particella. L'esperimento mentale proponeva di dimostrare come sia possibile avere conoscenza della traiettoria mantenendo la figura di interferenza, ponendo uno schermo mobile con una singola fenditura prima di quello con due fenditure. In tal modo teoricamente misurando lo spostamento dello schermo, spostatosi per l'interazione con la particella sparata dalla sorgente, si può calcolare la quantità di moto dell'oggetto quantistico, ossia avere informazione indiretta sulla traiettoria, mantenendo la figura di interferenza (Fig. 2.2).

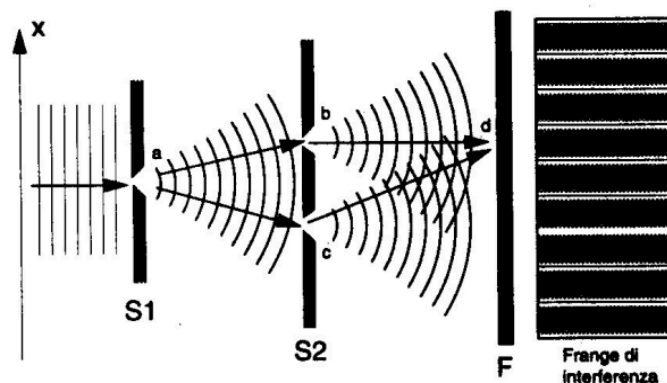


Fig. 2.2: schema dell'esperimento mentale di Einstein, immagine usate nelle note del corso

Bohr risponde ad Einstein, sostenendo che nel suo argomento si associano contemporaneamente una posizione e una quantità di moto al primo schermo, violando così il principio di indeterminazione. Il controesempio di Bohr è che se lo schermo fosse fermo, ossia a velocità nulla, ciò causerebbe una indeterminazione nella sua posizione, distruggendo

la coerenza della fonte di oggetti quantistici, e la figura di interferenza sparirebbe. Einstein si convinse che la teoria non porta a contraddizioni, e iniziò a dedicarsi a dimostrare che è incompleta.

Viene poi presentata la realizzazione dell'esperimento a doppia fenditura realizzato a Bologna da Merli, Missiroli e Pozzi nel 1976. In un sondaggio della rivista *Physics World* del 2002 è stato nominato come l'esperimento più bello della fisica. Già nel 1963 questo esperimento, che era solo un esperimento mentale, fu considerato da Feynman come al cuore della meccanica quantistica e venne utilizzato per mostrarne le peculiarità.

L'importanza di questo esperimento, anche in ambito didattico, sta nel fatto che in modo semplice è grado di mostrare un fenomeno che non può essere spiegato in alcun modo classico, e che quindi invita a ragionare per trovare una spiegazione.

Viene quindi riassunta la situazione sperimentale dell'esperimento a doppia fenditura, evidenziando come nel caso di particelle o onde è possibile vedere e seguire ogni oggetto e fenomeno, mentre nel caso di luce è possibile completare i fatti (sorgente e figura di interferenza sullo schermo) col ragionamento, ossia modellando il comportamento della luce come ondulatorio. Nel caso degli elettroni è invece difficile provare ad immaginare un'idea coerente di oggetto che spieghi sia l'apparire di punti nello schermo che il formarsi della figura di interferenza.

Vengono poi menzionate alcune possibili interpretazioni del dualismo onda-particella:

- Quella di Schrödinger e Born, secondo cui una delle due forme è quella fondamentale mentre l'altra è soltanto una manifestazione (quale delle due fosse la vera natura era l'opposto nella visione dei due, onda secondo Schrödinger e particella secondo Born);
- Quella di De Broglie e Bohm, secondo cui gli oggetti quantistici sono sia onda che particella, secondo la teoria dell'onda pilota per cui la parte ondulatoria guida la traiettoria del corpuscolo;
- Quella di Bohr e Pauli, secondo cui a volte la natura è ondulatoria, a volte particellare, dato che le due sono complementari e si osserva solo una delle due a seconda della situazione. Questo mise in discussione la logica occidentale del vero o falso, includendo una forma di ambiguità.
- Quella di Heisenberg e Jordan, che enfatizza i limiti del linguaggio e della visualizzazione, secondo cui la fisica deve occuparsi del perché conosce e di come conosce (epistemologia e metodologia) e abbandonare ogni pretesa di dire come è fatto il mondo (ontologia).

Viene poi messa in evidenza la rivalità tra Heisenberg e Schrödinger per quanto riguarda i diversi modi di intendere la visualizzazione, la matematica e la fisica.

Ad oggi il dibattito sulla complementarità si è spento, e il concetto stesso di complementarità è considerato un concetto antiquato. L'oggetto quantistico è un'altra cosa, né onda né particella, e viene di nuovo paragonato ad un ornitorinco in quanto è qualcosa di nuovo con le sue specificità e le sue nuove proprietà.

Dopo una parentesi sulla peculiarità del linguaggio fisico e della necessità di nuove parole per descrivere il mondo quantistico, la professoressa introduce il principio di indeterminazione

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

L'indeterminazione nella definizione delle proprietà di uno stato impedisce il calcolo deterministico classico della sua evoluzione, in quanto vengono a mancare le condizioni iniziali. Un altro aspetto legato al principio è che obbliga a fare una scelta: quando si fa una misura, è possibile misurare una delle due quantità riducendo l'incertezza sperimentale su di essa. Questo però comporta a livello teorico che l'altra quantità diventa indeterminata e quindi non conoscibile contemporaneamente alla prima, ossia si può scegliere di conoscere con precisione solo una delle due proprietà, non entrambe allo stesso tempo. La grande differenza rispetto alla fisica classica è che non si possono più attribuire proprietà come valori precisi, ma le variabili sono coniugate a coppie e data una, l'altra può avere soltanto uno spettro di possibili valori. Conoscere non vuol dire più svelare proprietà possedute dagli oggetti, perché non è più possibile dire che un oggetto ha, per esempio, una certa posizione e una certa velocità in un certo istante.

Le relazioni di indeterminazione ad oggi non sono più un principio ma conseguenza della teoria. Viene presentata comunque l'interpretazione "a disturbo" di Heisenberg, come esempio non corretto di giustificazione del principio di indeterminazione, in quanto tratta i fotoni e gli elettroni come delle palline, ossia oggetti classici. Questa visione viene ancora a volte usata didatticamente in quanto sembra molto chiara, ma lo stesso Bohr all'epoca vi obiettò in quanto ignora la natura ondulatoria del fotone diffuso e il ruolo dello strumento di misura. L'indeterminazione è una manifestazione del comportamento duale della luce, ed è parte integrante dei sistemi, mentre nell'interpretazione a disturbo vi è ancora una visione classica per cui gli oggetti possiedono posizione e velocità definite contemporaneamente.

Viene poi commentata l'importanza del passaggio logico fatto da Heisenberg nel pensare gli elettroni e i fenomeni, ossia la rinuncia alle traiettorie e alla descrizione del moto nello

spazio-tempo classico, limitandosi a descrivere le proprietà osservabili tramite formalismo matriciale.

Questa parte viene conclusa con una parentesi sul linguaggio nella fisica quantistica, in particolare sul ruolo delle metafore. Storicamente queste sono state utilizzate per mappare due concetti differenti, uno noto e uno nuovo. In meccanica quantistica questo pone il rischio di mappare nel mondo quantistico dei concetti classici. Questo problema viene mostrato agli studenti tramite un'attività di analisi di 2 diverse metafore: il menù cinese (Greene, 2017, p. 95) e i calzini di Erwin (McIntyre et al., 2012, p. XXI). Dall'analisi emerge il limite delle metafore, ossia il fatto che non sono efficaci a spiegare le regole del mondo quantistico in un contesto quotidiano in quanto l'effetto risulta strano e non aiuta a comprendere. Al contrario possono essere utili per mostrare quanto sono diverse le regole della meccanica quantistica rispetto a quelle classiche.

2.3 La seconda rivoluzione quantistica nel corso

La seconda rivoluzione quantistica ha come aspetto fondamentale la scoperta dell'entanglement e le tecniche sviluppate per isolare, manipolare e controllare il singolo oggetto quantistico.

2.3.1 La dimensione concettuale

Dal punto di vista teorico, la professoressa Ercolessi ha descritto in generale le proprietà dei sistemi composti, includendo quindi anche l'entanglement, e le matrici di densità. Sono anche stati introdotti formalmente i circuiti quantistici, con esempi di applicazioni.

I sistemi composti vengono introdotti a partire dal caso di 2 qubit, di cui viene descritta la generica formulazione nella base computazionale ($|\psi\rangle = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$). Viene anche fatto notare come il sistema composto sia il prodotto tensoriale tra i sottosistemi e che quindi le loro dimensioni si moltiplicano, al contrario del caso classico in cui si sommano.

Considerando gli stati di Bell si ipotizza una situazione in cui due persone, Alice e Bob, fanno misure nella base computazionale. Viene così introdotto il concetto di entanglement, quando vi sono correlazioni tra i due qubit che permettono ad Alice di predire il risultato di Bob. Vengono anche presentati esempi sistemi a 3 qubit, come lo stato GHZ e W, e i cat states nel contesto del paradosso del gatto di Schrödinger.

Si passa quindi ad un altro paradosso, quello EPR, definendo il concetto di realismo, località, e completezza, e usando sempre i qubit come esempi per esplicitare la situazione

problematica. Si arriva quindi alla ricerca di variabili nascoste come soluzione al paradosso, e poi alle disuguaglianze di Bell che hanno portato il dibattito dal piano filosofico ad un piano formale verificabile sperimentalmente. Viene derivata una di queste disuguaglianze nel caso di due particelle misurate da Alice e Bob. Come esempio si utilizza una osservabile definita come $P = QS + RS + RT - QT$, dove $Q = \pm 1$ e $R = \pm 1$ sono le proprietà binarie misurate da Alice e $S = \pm 1$ e $T = \pm 1$ sono quelle misurate da Bob. Assumendo la località e che le misure avvengano contemporaneamente, si calcola il valore medio di questa osservabile, ottenendo $E(P) \leq 2$. Utilizzando due qubit in uno stato di Bell si calcola il valore medio dell'osservabile ottenendo $E(P) = 2\sqrt{2}$, dimostrando che la meccanica quantistica, dato che viola le disuguaglianze di Bell, non può essere spiegata da variabili nascoste. Viene menzionato il BIG Bell Test come prova sperimentale della non località della meccanica quantistica.

Dopo una breve parentesi su alcune proprietà degli stati prodotto e sulla possibilità di superdense coding grazie ai qubit, è stato introdotto il protocollo del teletrasporto. Per prima cosa viene dimostrato il teorema di no-cloning, per cui non esiste una trasformazione unitaria che ha come solo effetto quello di duplicare uno stato sconosciuto a priori, cosa possibile in computazione classica tramite una porta fan out. Considerando sempre un sistema a due qubit, viene quindi spiegato il protocollo di teletrasporto quantistico, notando in conclusione come questo non violi né il teorema no-cloning né il secondo postulato della relatività ristretta.

Si parla poi di computazione quantistica, in analogia a quella classica, ossia da bit a qubit, con gate quantistici rappresentati da operatori unitari. Vengono mostrati diversi tipi di gate quantistici, sia in forma matriciale sia tramite rappresentazione circuitale e rispettive tavole di verità, tra cui, a singolo qubit, X, Y, Z, H; a due qubit, CNOT e altri controlled gates; a tre qubit, il Toffoli gate. Usando questi vengono mostrati alcuni esempi di circuiti e algoritmi, come lo swap, la preparazione di stati di Bell e GHZ, misure in parallelo, e infine l'algoritmo Deutsch-Jozsa come esempio di algoritmo molto più veloce in un computer quantistico che in uno classico.

Si apre poi alla possibilità di eseguire qualunque algoritmo classico su un computer quantistico, evidenziando per quali motivi questo non è ovvio: i gate quantistici sono tutti reversibili, mentre alcuni gate classici come il NAND non lo sono; in computazione classica è possibile utilizzare il fan-out per duplicare i bit, mentre in meccanica quantistica esiste il teorema di no-cloning. Viene dato un accenno di dimostrazione dell'universalità della computazione quantistica.

Per discutere l'interazione dei sistemi quantistici con l'ambiente esterno si riprende il concetto di stato puro e le sue proprietà. Viene quindi mostrata una diversa formulazione dei postulati della meccanica quantistica, a partire dalla definizione di stato puro descritto da una matrice densità invece che da un vettore. È anche possibile generalizzare queste matrici di densità ad uno stato misto, di cui sono descritte le proprietà. Viene poi mostrato come scrivere la matrice densità di un qubit in stato misto che è

$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + n_z & n_x - in_y \\ n_x + in_y & 1 - n_z \end{pmatrix} = \frac{\mathbb{I} + \vec{n} \cdot \vec{\sigma}}{2}$$

dove \mathbb{I} è la matrice identità, σ sono le matrici di Pauli, e i parametri reali n_x n_y n_z formano un vettore \vec{n} che identifica lo stato.

Questi stati misti sono necessari nella descrizione di un sistema che interagisce con l'ambiente. Viene mostrato come ricavare una matrice densità ridotta del sistema a partire da una matrice densità di un sistema composto, e tramite esempi viene mostrata la differenza tra stati puri e stati misti in questa formulazione. Vengono poi definiti e dati esempi di canali quantistici, ossia generali trasformazioni degli stati quantistici che tengono in considerazione anche l'ambiente, e che quindi possono essere usati nella descrizione della misura e della perdita di informazione a causa della decoerenza.

2.3.2 La dimensione sperimentale

Dal punto di vista sperimentale, il professor Minardi ha descritto dettagliatamente il funzionamento di esperimenti storici riguardanti le disuguaglianze di Bell. Ha anche descritto l'implementazione fisica del teletrasporto e di computer quantistici tramite ioni e atomi di Rydberg.

Per prima cosa il professore riprende la questione del paradosso EPR, e la possibilità che la meccanica quantistica sia incompleta e vi siano delle variabili nascoste. Viene quindi mostrato un esempio di disuguaglianza di Bell con proprietà classiche. Tramite l'utilizzo della polarizzazione della luce come qubit e polarizzatori come proiettori viene mostrato come le disuguaglianze di Bell possono essere violate quantisticamente.

Viene quindi descritto l'esperimento di Freeman e Clauser del 1972: tramite l'eccitazione di atomi di calcio si crea una cascata radiativa che, seguendo certe regole di selezione, produce due fotoni entangled in uno stato di Bell. Uno schema dell'apparato (Figura 2.3) mostra il funzionamento dell'esperimento, ossia due polarizzatori filtrano i fotoni, che vengono rilevati

dopo un'amplificazione tramite fotomoltiplicatori.

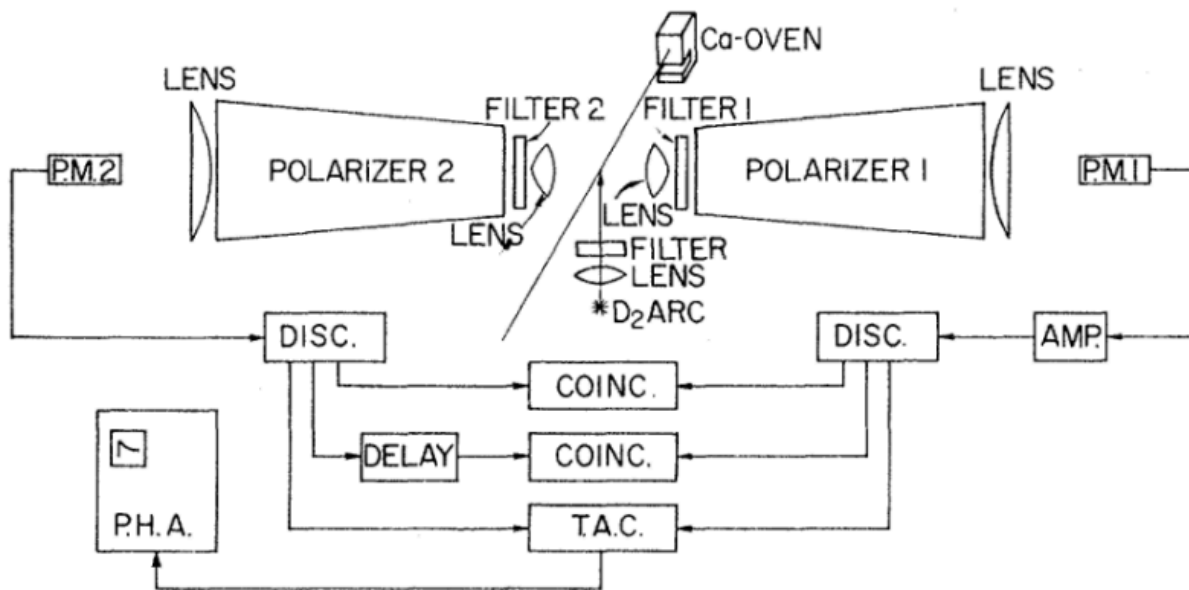


Fig. 2.3: schema dell'esperimento, immagine utilizzata nelle note del corso

Ciò che viene misurato, tenendo in considerazione le efficienze di trasmissione e rilevazione, sono i rate di coincidenze entro una finestra di 8 ns. Tra le tante disuguaglianze di Bell in questo esperimento ne viene testata una che mette in relazione i rate di coincidenze per un certo angolo, con un polarizzatore o l'altro o senza nessuno dei due. Il risultato, in accordo con la predizione della meccanica quantistica, viola la disuguaglianza considerata.

Viene poi descritto brevemente l'esperimento di Wu e Shakhnov del 1950, in cui viene creata una coppia di fotoni entangled tramite l'annichilazione tra elettroni e positroni emessi da un isotopo radioattivo del rame bombardato da deuterio. Blocchi di piombo selezionano l'angolo di uscita dei fotoni con un'incertezza di 3° . Dopo diffusione per effetto Compton, sono posti dei rilevatori che calcolano la probabilità di coincidenza dipendente dagli angoli. Questo esperimento fu realizzato prima che le disuguaglianze di Bell fossero pubblicate, e fu una prova a supporto dell'esistenza dell'entanglement.

Vengono poi presentati gli esperimenti di Aspect. Del primo, nel 1981, vengono descritte le differenze rispetto a quello di Freeman e Clauser. Gli atomi di calcio sono eccitati da laser: in questo modo il rate di coppie emesse e i conteggi sono circa cinque ordini di grandezza superiori rispetto all'esperimento originale. La finestra temporale di selezione è maggiore (19 ns) le coincidenze accidentali sono monitorate da un secondo canale, e viene misurato il rate di coincidenze al variare dell'orientazione dei polarizzatori. In questo modo, scegliendo gli

angoli, è possibile misurare la massima violazione della disuguaglianza di Bell. Il risultato trovato, in accordo con le predizioni, ha anche maggiore significatività.

Il secondo, sempre nel 1981, ha come differenza l'inclusione di polarizzatori con due porte di uscita, e ha permesso di misurare non solo le coincidenze di fotoni con polarizzazione parallela, ma anche perpendicolare che precedentemente erano assorbiti e non rivelati. Vennero di nuovo misurate coincidenze, questa volta anche con polarizzazioni ortogonali, di fotoni prodotti dalla cascata radiativa di atomi di calcio.

Il terzo esperimento del 1982 viene mostrato perché affrontò un problema che i precedenti esperimenti non avevano risolto. Erano ancora possibili delle spiegazioni teoriche per l'esistenza di variabili nascoste, nonostante i precedenti esperimenti mostrassero la violazione della disuguaglianza: se i polarizzatori sono vicini e statici è possibile che la scelta su uno influenzi la misura effettuata dall'altro. Perciò, tramite un modulatore ad acqua viene creata un'onda acustica stazionaria la cui ampiezza può essere controllata elettricamente. Tramite questa è possibile controllare la direzione dei polarizzatori, cambiandola periodicamente. Inoltre, la distanza tra i due apparati è sufficiente per escludere influenze causali.

Infine vengono menzionate alcune possibili scappatoie teoriche che potevano giustificare la presenza di variabili nascoste, come il fatto che la scelta nell'ultimo esperimento era fatta periodicamente e non completamente random, o che la rilevazione di coincidenze non rilevasse tutti i fotoni ma solo circa uno su mille e quelli non rilevati avrebbero potuto esibire un comportamento diverso. Si conclude spiegando come questi problemi sono stati successivamente risolti, ossia implementando una scelta random e aumentando l'efficienza di rilevazione.

L'argomento successivo riguarda l'esperimento sul teletrasporto quantistico, premiato nel 2022 col Nobel a Zeilinger, che segue il protocollo di Bennett del 1993. Dopo aver spiegato i passaggi del protocollo, che fu realizzato utilizzando fotoni, ci si concentra su due importanti aspetti dell'esperimento, la misura di Bell, e la generazione della coppia di fotoni entangled.

La misura di Bell avviene tramite un beam splitter. Ne viene descritto il funzionamento tramite ampiezza del campo elettrico oscillante, coefficienti di riflessione e trasmissione, e operatori quantistici di creazione e distruzione. Si considerano la conservazione dell'energia e le regole di commutazione per ricavare i risultati della misura di Bell, ottenendo che uno solo dei possibili stati di Bell risulta nella rivelazione di fotoni in entrambi i rilevatori posti dopo il beam splitter.

L'altro aspetto dell'esperimento che viene approfondito è la creazione della coppia di fotoni entangled, che avviene tramite parametric down-conversion: utilizzando cristalli non lineari

un fotone ad alta frequenza viene convertito in due a frequenza inferiore. Questo non è possibile in fisica classica, viene mostrato che considerando l'equazione d'onda di Maxwell in un mezzo materiale la conversione di radiazione da frequenza alta a frequenze più basse può avvenire solo se almeno uno dei campi in uscita ha ampiezza non nulla già all'ingresso del mezzo. Tuttavia, in meccanica quantistica l'Hamiltoniana che descrive il campo ha dei termini aggiuntivi che danno luogo ad operatori di creazione e distruzione non nulli. Perché questo avvenga con sufficiente probabilità è necessaria la conservazione dell'impulso, detta phase-matching. Viene spiegato come è possibile realizzarla sfruttando la birifrangenza, ossia la proprietà di alcuni cristalli di avere indice di rifrazione dipendente dalla polarizzazione della luce. Viene quindi descritto come questo è stato realizzato nell'esperimento di Zeilinger, con luce con precise lunghezze d'onda e direzioni di propagazione.

Si discute poi un'altra implementazione del teletrasporto, realizzata nel 2009, tramite ioni di itterbio intrappolati in trappole di Pauli. La separazione di struttura iperfine dei livelli energetici viene utilizzata per codificare i qubit, gli ioni cambiano stato tramite le oscillazioni di Rabi controllate tramite impulsi di luce, usando fotoni come qubit ausiliari che vengono misurati.

L'ultima parte trattata riguarda i computer quantistici implementati con atomi neutri.

Dopo aver presentato i criteri di DiVincenzo per la costruzione di un computer quantistico, vengono descritti gli atomi di Rydberg. Questi sono atomi eccitati con una serie di livelli energetici simile a quella degli alcalini, e numero quantico principale molto alto. Viene descritta la vita media di questi stati e stimate le interazioni di Van der Waals tra due atomi di Rydberg ad una certa distanza R tramite un modello a due livelli. Considerando tutti i possibili stati risulta una matrice a due blocchi, uno non risonante e uno risonante. Graficando l'energia degli stati dipendente dalla distanza tra i due, si trova che esiste un certo raggio di blocco, sotto al quale uno degli atomi blocca l'eccitazione del secondo. Questo meccanismo, detto Rydberg blockade, permette di controllare gli stati quantici degli atomi, consentendo una possibile implementazione di computer quantistici.

Viene menzionato che questo raggio di blocco fu osservato sperimentalmente in esperimenti usando due atomi di rubidio intrappolati da fasci laser ed eccitati da due fotoni. Viene mostrato come un atomo di controllo impedisce l'eccitazione dell'atomo bersaglio, e come le oscillazioni di Rabi hanno frequenza aumentata quando sono presenti due atomi.

Si mostra passo a passo come implementare la porta CNOT tramite impulsi su atomi nello stato di Rydberg.

In conclusione viene descritto come è possibile preparare questi atomi in un computer quantistico tramite raffreddamento laser e intrappolamento.

Tramite la pressione di radiazione di un laser è possibile rallentare degli atomi e, utilizzando due laser in direzioni opposte, è possibile sfruttare l'effetto doppler per produrre una forza complessiva di tipo viscoso, che non solo rallenta gli atomi ma li raffredda. Questo viene fatto in tutti e tre gli assi e gli atomi, nonostante le basse temperature, continuano a muoversi, anche se lentamente. È necessaria perciò una forza di richiamo per intrappolarli nella posizione voluta, che viene realizzata tramite trappole magneto-ottiche. L'intrappolamento avviene tramite un campo magnetico che varia linearmente con la distanza. Questo separa il livello eccitato dell'atomo in tre diversi livelli, due dei quali dipendenti dalla posizione nel campo magnetico. Due fasci laser con polarizzazioni diverse entrano in risonanza coi diversi livelli energetici eccitati solo quando l'atomo si sposta dal centro, producendo l'effetto di respingerlo verso la posizione iniziale.

Si menziona anche l'esistenza di trappole a dipolo ottico, che tramite un potenziale conservativo prodotto dall'interazione tra atomi e luce spostano i livelli energetici degli atomi se questi sono a temperature sufficientemente basse. Viene spiegato che tramite la focalizzazione con lenti in camere a vuoto si intrappolano gli atomi in regioni ad alta intensità del campo. Intrappolare atomi singoli viene fatto con le suddette pinzette ottiche, permettendo tramite specchi modulatori riconfigurabili di creare degli array di potenziali in cui posizionare vari atomi. Muovendo gli atomi con le pinzette ottiche è poi possibile spostarli nelle posizioni e configurazioni desiderate, preparando così i registri per i computer quantistici.

2.3.3 La dimensione epistemologica

Dal punto di vista epistemologico, la professoressa Levrini ha avuto come obiettivo quello di far riflettere sulla portata culturale, concettuale ed epistemologica della seconda rivoluzione quantistica, comparandola con la prima.

Seguendo l'idea di Aspect (2008), le due rivoluzioni ruotano attorno a due diversi concetti: la complementarità e l'entanglement. Questi due concetti nascono prima nel mondo delle idee tramite esperimenti mentali ovvero nei famosi dibattiti tra Einstein e Bohr del 1927 e del 1935. Queste sfide concettuali sono poi diventate sfide sperimentali: da una parte l'esperimento della doppia fenditura, e dall'altro gli esperimenti di Aspect.

La seconda rivoluzione fa crollare uno dei fondamenti della fisica classica, in quanto introduce la non-località.

Si presenta il dibattito principale della seconda rivoluzione, che riguarda la completezza della meccanica quantistica. Viene proposto infatti in un articolo del 1935 da Einstein, Podolsky e Rosen un paradosso che prende il loro nome, a cui Bohr rispose lo stesso anno con un altro articolo. Viene quindi analizzata l'argomentazione di EPR, semplificata rispetto alla proposta originale, considerando un più semplice sistema di due fotoni entangled con la polarizzazione orizzontale o verticale, mostrato in figura 2.4

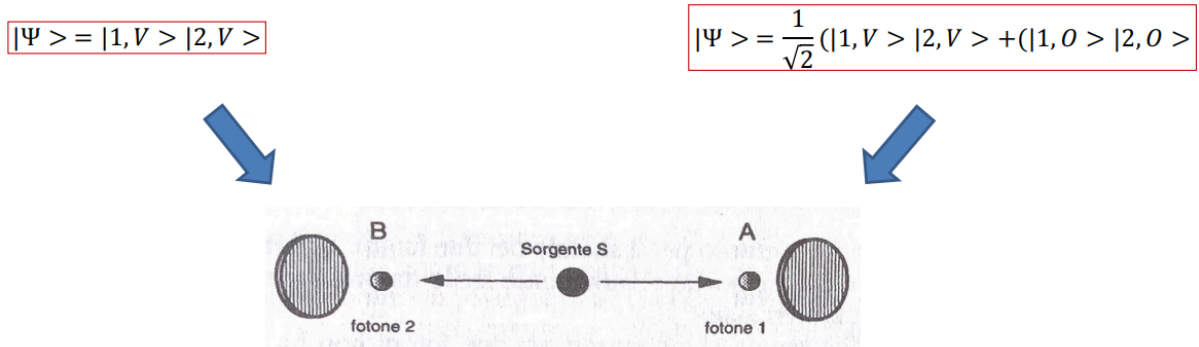


Figura 2.4: situazione considerata per analizzare il paradosso EPR, immagine utilizzata durante la lezione e nel materiale didattico online

Vengono introdotti i concetti fondamentali usati nell'argomento EPR, ossia realismo e criterio di realtà, completezza, e località. Viene poi rivalutata la situazione considerando questi criteri. Nel caso di stati fattorizzati il criterio di realtà viene soddisfatto, perché è possibile assegnare proprietà oggettive agli oggetti che non hanno correlazioni tra di loro. Nel caso di fotoni entangled invece, dopo una misura sul fotone 1 è possibile attribuire con certezza un valore di polarizzazione al fotone 2, senza interagire con esso assumendo la località. Ma questo vale per qualunque asse di polarizzazione, quindi risulta che il fotone 2 possiede elementi di realtà incompatibili secondo la teoria quantistica. O non è valido il realismo o la località o, come suggerito da EPR in quanto meno epistemologicamente significativo, la teoria non è completa.

Viene anche notato come questo rende le relazioni di indeterminazione non più spiegabili tramite l'interpretazione a disturbo di Heisenberg. È infatti possibile far collassare, in questo caso, lo stato del fotone 2 senza interagire con esso, ma tramite il fotone 1 che è lontano e non più in interazione con l'altro.

Vengono quindi presentate le disuguaglianze di Bell, come un test per la completezza della meccanica quantistica e viene fatto notare che la struttura logica del ragionamento di Bell implica una teoria in cui i singoli oggetti hanno proprietà misurabili che sono possedute tutte simultaneamente. Ossia sono equazioni soddisfatte da teorie realiste locali, ma non dalla meccanica quantistica che le viola.

Ci si concentra poi sul concetto di non località e di correlazione.

In particolare, tramite un'ipotetica situazione proposta agli studenti, si arriva a ragionare sul fatto che la scienza osserva correlazioni e poi prova a spiegarle. Solitamente in fisica si suppone che correlazioni abbiano delle cause comuni, e su questa assunzione si sono basate le disuguaglianze di Bell, che però vengono violate dalla meccanica quantistica. Infatti, questa ha correlazioni non locali, che ci obbligano ad abbandonare l'idea di cause in comune. Si discute poi su cosa sia una spiegazione, un'interpretazione di regolarità e correlazioni. Cosa è conseguenza di regolarità e cosa di una libera scelta? Per ragionare su questo vengono considerate alcune situazioni, tra cui un esempio in cui Alice e Bob ogni sera mangiano lo stesso cibo per cena. Una possibile ipotesi è che questa correlazione sia dovuta da un'influenza tra l'uno e l'altro, per esempio uno sta copiando l'altro. Ma, separando Alice e Bob, si osserva sempre la stessa correlazione tra i loro menu di cena, nonostante ora non si possano più influenzare a vicenda. Ora una possibile spiegazione è che vi sia una causa comune locale, ossia per esempio i negozi da cui comprano la cena hanno sempre lo stesso menu. Questi sono i due possibili tipi di spiegazioni per correlazioni in fisica classica, influenza o causa comune, in ogni caso locali. Questo tipo di spiegazioni risultano convincenti, in quanto sono precise e raccontano storie. La meccanica quantistica fornisce un terzo tipo di spiegazione. Per mostrare questo viene presentato il gioco di Bell, che testa se è sempre possibile continuare ad usare spiegazioni locali.

Alice e Bob, separati tra di loro, hanno entrambi un joystick, e ogni minuto simultaneamente scelgono di muoverlo a destra o a sinistra, senza prima mettersi d'accordo sull'ordine delle scelte, che devono essere libere. Ogni volta che muovono il joystick ottengono un risultato, o zero o uno, di cui tengono nota. Dopo aver giocato tutto il giorno e aver ottenuto molti dati, si incontrano e calcolano un punteggio. Il punto viene assegnato in uno dei seguenti modi

- almeno uno dei due ha mosso il joystick a sinistra e hanno ottenuto lo stesso risultato,
- se entrambi hanno mosso il joystick a destra e hanno ottenuto risultati diversi.

Vi sono quattro possibili combinazioni di scelta delle posizioni dei joystick, e per ciascuna di esse viene calcolato il tasso di successo, ossia il numero di successi ottenuti rispetto al numero totale di prove. Dato che il tasso di successo di ciascuna delle quattro combinazioni è

1, il punteggio massimo che possono ottenere è 4. Nell'ipotesi che i risultati siano del tutto casuali e indipendenti, il punteggio massimo previsto risulta 2. Se invece esiste un piano locale predeterminato, per esempio il risultato è sempre zero per entrambi, il punteggio massimo previsto diventa 3. Esiste un numero limitato di piani locali che sono:

il risultato è sempre zero;

il risultato è sempre uno;

il risultato è influenzato dalla scelta fatta ed è sempre uguale ad essa;

il risultato è influenzato dalla scelta fatta ed è sempre diverso da essa.

Dato che sia il joystick di Alice che quello di Bob possono ciascuno seguire uno di questi quattro piani, in totale ci sono quindi sedici possibili combinazioni di programmi.

Viene quindi proposta un'attività negli studenti, che consiste nel completare una tabella per predire i possibili punteggi raggiungibili con combinazioni di queste spiegazioni locali. Ciò che viene scoperto è una forma di disuguaglianza di Bell, e in questo gioco per come è strutturato non è mai possibile ottenere un punteggio superiore a 3. Ma, sperimentalmente, tramite la meccanica quantistica, è possibile ottenere 3,41, che quindi richiede un diverso tipo di spiegazione, non locale.

Viene poi spiegato il significato fisico di questo gioco, che consiste in misure di polarizzazione di fotoni entangled. Questo tipo di misure è intrinsecamente probabilistico, non più binario come nel caso classico, e questo rende possibile aumentare la probabilità di vincere il gioco.

Per concludere si è ripreso il filo tra prima e seconda rivoluzione quantistica. Entrambe le rivoluzioni quantistiche hanno messo in dubbio la logica classica. È possibile usare la logica quantistica per creare nuove porte quantistiche, utilizzate in computer quantistici. Viene presentata la visione di Finkelstein, secondo cui la fisica è divisa in diversi livelli di astrazione: teorie della materia, teorie della geometria dello spazio, e teorie della logica. L'antica teoria greca degli elementi è stata rivoluzionata durante la prima rivoluzione scientifica del sedicesimo secolo, la geometria euclidea è stata rivoluzionata dalla relatività e dalle geometrie non euclidee all'inizio del ventesimo secolo, la logica aristotelica è in atto di essere rivoluzionata dalla seconda rivoluzione quantistica.

Capitolo 3: L'epistemologia degli studenti nello studio della fisica quantistica

3.1 Il ruolo delle epistemologie degli studenti nello studio della fisica quantistica

La ricerca in didattica della fisica ha mostrato che la meccanica quantistica può risultare controintuitiva, e difficile da comprendere o accettare (Corsiglia et al., 2023; Levrini & Fantini, 2013). La difficoltà si trova in particolare nel passaggio dallo studio della fisica classica allo studio della meccanica quantistica. Quest'ultima ha delle peculiarità per cui è necessario un cambiamento di prospettiva nel modo di affrontare la fisica per poter comprendere la teoria e le sue implicazioni. Questo passaggio riguarda principalmente l'epistemologia degli studenti, intesa come il modo di pensare e relazionarsi con la conoscenza tramite le proprie opinioni su cosa sia conoscenza e cosa voglia dire conoscere (Hofer & Pintrich, 1997).

Baily e Finkelstein (2009) notano che gli studenti che si avvicinano a una laurea in fisica tendono ad avere una prospettiva realista, locale e determinista in cui tutte le proprietà di un sistema sono determinate e prevedibili, e che i corsi di fisica iniziale non fanno altro che rafforzare tale punto di vista. Questa prospettiva non è di per sé scorretta, ed è utile in certi casi in fisica moderna, come per esempio per modellizzare l'effetto fotoelettrico. Tuttavia, non è sempre sufficiente per poter interpretare correttamente fenomeni quantistici come la propagazione delle particelle in esperimenti di doppia fenditura, o la natura probabilistica della misura quantistica. Gli autori hanno condotto uno studio sia qualitativo che quantitativo per indagare come gli studenti concepiscono la scienza e hanno trovato che spesso anche dopo l'istruzione in meccanica quantistica molti mantengono una visione realista dei fenomeni quantici, anche quando questa non è corretta.

Dreyfus et al. (2015) evidenziano che una delle difficoltà tipiche della meccanica quantistica è la necessità di attivare nuove ontologie intese come aspettative sul tipo di entità con cui si ha a che fare. Il concetto di oggetto in fisica quantistica, per esempio, richiede una nuova ontologia che non può essere ridotta a particella, o onda. Le teorie costruttiviste dell'apprendimento sostengono che durante l'apprendimento si costruiscono nuove idee

basandosi su quelle già preesistenti. La meccanica quantistica risulta distaccata dall'esperienza fisica del mondo, per cui un punto critico per l'apprendimento della meccanica quantistica può dunque riguardare la negoziazione tra le idee preesistenti classiche, derivate sia dalle esperienze che dallo studio della fisica classica, e le idee nuove quantistiche.

Dini e Hammer (2017) ritengono che il passaggio dal pensiero quotidiano con la sua epistemologia classica ad una epistemologia quantistica sia difficile in quanto richiede agli studenti di ricercare una coerenza nella conoscenza fisica. Ma per ottenere questa coerenza non è sufficiente far sì che il pensiero comune incontri il pensiero disciplinare strutturato, ma è necessaria una riconciliazione epistemologica, ossia ragionare sulle proprie idee per capire se necessitano di cambiamenti e se e quando sono ancora applicabili. Inoltre, in questo processo di riconciliazione bisogna imparare a fare meno affidamento all'intuizione e accettare che la matematica stessa esprima significato fisico.

Dreyfus et al. (2019) riportano che nella letteratura sull'epistemologia degli studenti esiste un dibattito sul significato della natura della competenza epistemologica. Mentre la maggior parte dei ricercatori definisce "expertise" in base a certi criteri (per esempio l'idea che la conoscenza scientifica sia incerta è più sofisticata rispetto all'idea che sia certa), essi sostengono che la sofisticazione epistemologica consista non solo nell'aver posizioni ritenute più esperte, ma soprattutto nell'essere in grado di dare giudizi contestualizzati (come per esempio ritenere che le spiegazioni sul perché gli oggetti cadono sono più certe di quelle sul perché i buchi neri evaporano). Nel loro studio utilizzano questionari cosiddetti "biforcati", ossia prendendo alcune affermazioni del sondaggio CLASS e creandone due versioni, una che fa riferimento alla fisica classica, l'altra alla fisica quantistica. Gli autori hanno trovato che gli studenti mostrano differenze nei loro punti di vista epistemologici sulla meccanica quantistica rispetto alla fisica classica. Per esempio, uno studente trova la matematica in meccanica quantistica, rispetto ai corsi in fisica classica, così complicata che diventa un ostacolo e non un strumento per comprendere. Alcuni studenti menzionano come la fisica quantistica sia meno intuitiva e questo rende l'apprendimento più difficile.

Altri studi hanno mostrato infatti che i punti di vista epistemologici degli studenti evolvono col tempo con lo studio (e.g., Marshman & Singh, 2015; Modir et al., 2017; Pollock, 2005). Ma questi punti di vista non sono sempre stabili a seconda delle situazioni, e a volte sono anche contraddittori.

Baily e Finkelstein (2009) riportano anche che, nonostante vi sia stata molta ricerca sulle difficoltà concettuali e misconcezioni, gli studenti tendono a peggiorare nel loro punto di vista epistemologico dopo un primo semestre di fisica, come descritto per esempio dai risultati di uno studio di Redish e collaboratori (1998). Adams et al. (2006) hanno trovato che, dopo aver partecipato a corsi in cui i professori non si dedicano esplicitamente alle convinzioni degli studenti, i punti di vista degli studenti sulla natura della scienza e dell'apprendimento peggiorano.

Levrini e Fantini (2013) sostengono che, se si cerca di semplificare troppo la meccanica quantistica, questa rischia di emergere come un quadro sconnesso di fatti e formule. Questo a sua volta porta gli studenti a trarre conclusioni non corrette, perché tendono ad utilizzare un modo di pensare classico. Per esempio possono negare che una particella si possa comportare come un'onda, e quindi nell'esperimento della doppia fenditura la particella non può essere simultaneamente in più posizioni, ma da una parte o dall'altra, e l'unico modo in cui la particella può passare contemporaneamente da entrambe le parti è spezzandosi a metà. Questo tipo di conclusioni e problemi epistemologici collegati alla difficoltà di visualizzare e alla concettualizzazione dei problemi di comprensione possono portare gli studenti a vedere la meccanica quantistica come incompleta o contraddittoria, risultando anche in una visione più scettica verso la scienza in generale.

Nello studio di Baily e Finkelstein (2009) viene mostrato in particolare come non solo i punti di vista epistemologici degli studenti variano con lo studio, ma che gli studenti non sempre applicano un punto di vista realista o quantistico in modo coerente a seconda delle situazioni.

In uno studio Dreyfus et al, (2015) mostrano che, durante una discussione di gruppo sulle proprietà delle particelle quantistiche, gli studenti portano, come aspettato, elementi dell'ontologia classica. Ma questi elementi possono essere messi in discussione, quando gli studenti si chiedono se queste intuizioni derivate dalla loro conoscenza della fisica classica possono essere applicate o no al caso quantistico. Questa negoziazione tra visioni è importante per lo sviluppo di un'intuizione quantistica, e gli studenti sono in grado di utilizzare varie ontologie nei loro ragionamenti su entità fisiche, e questo avviene spontaneamente. In questo studio vi è infatti come presupposto un modello dinamico di ontologie, ossia l'idea che le categorie ontologiche in cui i fisici pongono gli oggetti non sono fisse, ma possono variare in base al contesto, lo stesso oggetto può essere interpretato con categorie diverse, e ontologie diverse possono anche mischiarsi in un unico spazio mentale.

In uno studio del processo di apprendimento di uno studente, Dini e Hammer (2017) mostrano che il modo di affrontare la fisica e la matematica non è sempre stabile a seconda

dell'argomento, e che per esempio questo potrebbe dipendere dal diverso approccio dei professori, o da quanto gli argomenti possano avere analoghi classici oppure no. Gli autori riportano come vi è stata un'evoluzione dei modelli delle epistemologie degli studenti, e che vi sono studi recenti che mostrano la variabilità e le dinamiche delle epistemologie a seconda del contesto. Un modello interessante è quello che unisce l'idea di risorse epistemologiche a quello di framing, ossia la proposta di framing epistemologici (e.g. necessità di fare calcoli, mappare simboli a significato fisico, invocare autorità, utilizzare coerenza matematica). Si tratta di strutture di aspettative rispetto a componenti sociali, affettive, di ruoli, e disciplinari. Gli individui hanno diverse risorse, ossia modi di ragionare sulla conoscenza, e attingendo a queste in base alla situazione si fanno idee su cosa sia rilevante e su cosa si stia facendo.

Dreyfus et al. (2019), con lo studio citato sopra, mostrano anche che gli individui hanno diverse visioni epistemologiche su queste due branche della fisica, in particolare rispetto al ruolo del rapporto tra realtà e matematica. Secondo il loro punto di vista, la sofisticazione epistemologica implica essere in grado di avere giudizi contestualizzati. Quindi, la capacità di fare confronti epistemologici spontaneamente, riconoscendo che la meccanica quantistica è più distaccata dalla realtà che la meccanica classica, e che la meccanica quantistica è più dipendente dalla matematica che dall'intuizione, è essa stessa una componente di sofisticazione.

Dini e Hammer (2017) ritengono che il modo per effettuare con successo il passaggio da epistemologia classica a quantistica, trovando coerenza nella conoscenza fisica, sia formulando la matematica come esprime significato fisico. Nella loro ricerca richiamano l'idea di giochi epistemici di Tuminaro e Redish (2007) che hanno un ruolo chiave per l'apprendimento e lo studio della fisica. In particolare, gli autori ritengono che per avere successo nello studio della meccanica quantistica è utile mappare matematica a significato, ossia a partire da un'equazione fisica, usarla come base per costruire comprensione concettuale. Nello studente oggetto dello studio infatti l'utilizzo di questo metodo permetteva di costruire nuove idee e fare progresso, mentre in un caso in cui cercava di basarsi sull'intuizione come punto di partenza si sentiva bloccato. In conclusione gli autori, come altri, condividono l'idea che non sia sufficiente fornire informazioni corrette sulla meccanica quantistica, ma anche aiutare a comprendere i limiti dell'intuizione per supportare il necessario cambio di prospettiva.

Anche per Dreyfus et al. (2019) gli studenti rischiano di internalizzare messaggi non corretti se l'insegnante non presta attenzione al suo modo di spiegare. Per esempio, gli studenti potrebbero pensare che la meccanica quantistica è basata solo e unicamente sulla matematica,

e quindi è inutile cercare di darle senso, ma questo impedisce di attivare risorse epistemologiche derivate dallo studio della fisica classica che possono essere ancora utili.

Data la difficoltà del passaggio dalla fisica classica alla fisica quantistica, da tutti questi studi emerge quindi la necessità di prestare particolare attenzione al ruolo dell'epistemologia degli studenti. I vari autori considerati offrono conclusioni leggermente diverse su quale possa essere una soluzione per guidare l'epistemologia degli studenti in modo produttivo. Non vi è una strada unica, e tutte queste proposte non sono in contrasto tra di loro.

Baily e Finkelstein (2009) tramite il loro studio trovano che corsi diversi possono avere effetti diversi sull'epistemologia degli studenti. Se la prospettiva quantistica (ossia in cui non vi è determinismo e località e le misure sono probabilistiche intrinsecamente) viene esplicitamente spiegata, gli studenti saranno più in grado di applicarla correttamente. Altrimenti vi è la tendenza negli studenti a mantenere una prospettiva realista, spesso non corretta per la meccanica quantistica, e a peggiorare nei loro punti di vista sulla natura della scienza. Inoltre, l'applicazione incoerente di diversi punti di vista sembra dovuto alla mancanza di comprensione robusta dei concetti chiave che differenziano la meccanica quantistica da quella classica, e dalla mancanza di abilità metacognitive che permettono di applicare la giusta prospettiva al momento giusto.

Levrini e Fantini (2013), in uno studio basato su una proposta a livello di scuola superiore, hanno messo in evidenza che i libri di testo hanno subito una semplificazione eccessiva dei contenuti. Questo può risultare controproducente, perché una mancanza di comprensione profonda rischia di far apparire la fisica inutile e noiosa. Le autrici sostengono che sia possibile rendere l'apprendimento della fisica significativo e introducono l'idea di ambiente di apprendimento propriamente complesso, ovvero di un ambiente che intreccia tre diversi sistemi: il mondo in cui viviamo, la conoscenza disciplinare e il sistema cognitivo del discente. È possibile dunque progettare dei percorsi che mettono in risonanza questi tre sistemi e rendere la meccanica quantistica una sfida stimolante dal punto di vista concettuale e culturale. Le autrici suggeriscono dunque di concentrarsi sui punti chiave che rendono la discussione epistemologica significativa. È importante ragionare sulla natura della fisica, per permettere agli studenti di capire la profonda differenza e l'aspetto rivoluzionario della fisica moderna, fornendo anche a loro una visione più varia sull'argomento, con più connessioni e più di spessore, per aiutare la comprensione.

L'uso di immagini in meccanica quantistica può risultare fuorviante in quanto gli spazi astratti che sono descritti non sono intuitivamente correlabili al mondo, e inoltre studenti diversi possono avere opinioni diverse sulla utilità di esse e del formalismo. Perciò nella sua proposta utilizza la crisi della visualizzabilità stessa come argomento, analizzando e discutendo immagini e dibattiti storici sul problema come il dibattito tra Heisenberg e Schrödinger sull'interpretazione dell'incertezza e della complementarità, o il dibattito tra Heisenberg e Schrödinger sulla visualizzabilità degli oggetti quantistici. Facendo questo si voleva guidare gli studenti a ragionare e concettualizzare non solo l'argomento ma anche i propri modi di ragionare e i propri problemi di comprensione. Anche l'abbandono del determinismo è stato usato come argomento di discussione, per il suo impatto emotivo che richiede un linguaggio filosofico e non solo matematico. I dibattiti che sono emersi in questi contesti sono risultati spontanei e sentiti dagli studenti, e hanno avuto il pregio di facilitare l'organizzazione della conoscenza, mostrando connessioni altrimenti non esplicite.

3.2 Principali epistemologie

L'analisi della letteratura è stata condotta anche per individuare le principali epistemologie degli studenti che è importante tenere a mente ed, eventualmente, guidare ed affinare durante l'insegnamento affinché non ostacolino l'apprendimento della fisica quantistica. Un obiettivo della didattica della fisica, e in particolare per quanto riguarda la meccanica quantistica, può essere quello di fornire agli studenti gli strumenti cognitivi ed epistemologici per poter interpretare e comprendere il mondo e le moderne teorie scientifiche che lo descrivono. Per raggiungere questo scopo è quindi importante creare un ambiente di apprendimento in cui l'epistemologia degli studenti è tenuta in considerazione e guidata verso punti di vista più efficaci e simili a quelli degli esperti di fisica.

Le principali epistemologie individuate dall'analisi sono le seguenti: necessità di attivare nuove ontologie, negoziazione tra idee nuove e preesistenti (abilità metacognitive), ricerca di coerenza, raffinamento dell'intuizione.

La meccanica quantistica richiede agli studenti di attivare nuove ontologie (Dreyfus et al., 2015). Con questo si intende che le idee della meccanica quantistica sono in contrasto con le aspettative derivate dallo studio della fisica classica e dall'intuizione. Per esempio, in meccanica quantistica le particelle vengono viste come onde delocalizzate, e la misura è

probabilistica. Questo è diverso e in contrasto con la fisica classica, che promuove un realismo locale deterministico. Una particella e un'onda in fisica classica hanno due ontologie diverse e ben distinte, mentre un oggetto in meccanica quantistica non può essere ricondotto né all'una né all'altra, e ha anche proprietà uniche senza analoghi classici. È perciò necessario attivare una nuova ontologia di particella, e nel ragionare su concetti e problemi prestare attenzione a non confondere le diverse ontologie. Gli studenti, se non guidati in questo, tendono ad alternare tra ontologie classiche e quantistiche nei loro ragionamenti e spiegazioni.

Questo può anche risultare un aspetto positivo della meccanica quantistica. Alcuni studenti trovano la meccanica affascinante proprio perché risulta strana e fornisce idee così nuove che è difficile appoggiarsi ad idee preesistenti (Dreyfus et al., 2019). Ragionare e accettare i concetti quantistici può risultare stimolante, se discussi nella loro complessità non solo dal punto di vista formale ma anche epistemologico (Levrini & Fantini, 2013).

Le nuove idee e ontologie apprese in meccanica quantistica non sono isolate nel sistema cognitivo degli studenti, le idee e le intuizioni classiche sono comunque presenti nella mente degli studenti. Per poter comprendere correttamente la teoria e le sue implicazioni è quindi necessaria l'abilità di negoziare tra idee nuove e preesistenti, ossia un lavoro metacognitivo per capire quando ci si può affidare a idee classiche e quando no (Baily & Finkelstein, 2009; Dreyfus et al., 2015).

Baily e Finkelstein (2009) ritengono che l'incapacità mostrata nel loro studio da molti degli studenti di applicare la corretta prospettiva, per esempio tra deterministica o probabilistica, dipende dal fatto che gli studenti che affrontano la meccanica quantistica per la prima volta non hanno sufficienti abilità metacognitive. E queste abilità non vengono sviluppate spontaneamente dagli studenti. Nello studio vengono considerati due corsi: in uno di questi il professore discute esplicitamente le differenze tra fisica classica e quantistica, come per esempio la differenza del concetto di incertezza, e gli studenti che hanno seguito quel corso sono risultati in grado di capire meglio la distinzione tra le due rispetto agli studenti che avevano seguito l'altro corso in cui questo tipo di spiegazioni era lasciato implicito.

D'altra parte, Dreyfus et al. (2015) riportano come degli studenti coinvolti in discussioni di gruppo, nonostante portano degli elementi classici nei loro ragionamenti (particella che rimbalza su una parete di potenziale) sono a volte in grado di rendersi conto di star usando argomentazioni classiche, senza che questo tipo di confronto fosse suggerito dall'insegnante. La loro conclusione è quindi che, se alcuni studenti sono in grado di ragionare in termini

metacognitivi spontaneamente, è possibile che la maggior parte degli studenti possa farlo con un corretto supporto dell'insegnamento.

Il concetto di coerenza può essere interpretato in modo diverso.

Un possibile significato è quello di coerenza tra la teoria quantistica e le altre teorie fisiche. A causa della differenza di scala tra le teorie, il comportamento degli oggetti quantistici risulta così diverso da quello degli oggetti fisici classici che sembra impossibile sia vero. Levrini e Fantini (2013) riportano un caso studio in cui questo contrasto porta a confusione, e alla sensazione che manchi qualcosa per avere una spiegazione soddisfacente. Lo stesso vale per la coerenza con l'intuizione, ossia la meccanica quantistica sfida l'intuizione in un modo tale che può risultare difficile da risolvere o accettare.

Un'altra accezione del concetto di coerenza è quella di coerenza interna, tra i concetti, le loro rappresentazioni, il formalismo e i risultati sperimentali. Quando alcuni di questi elementi vanno in contrasto, per esempio quando manca una comprensione concettuale, gli studenti possono risultare frustrati e insoddisfatti del proprio apprendimento (Dini & Hammer, 2017). In generale quando gli studenti durante lo studio della meccanica quantistica percepiscono delle incoerenze, tendono a diventare scettici sulla validità dei risultati e delle spiegazioni fornite (Levrini & Fantini, 2013).

Per superare aspetti difficili o controintuitivi, e quando si incontrano questi tipi di incoerenze, è in generale necessario che gli studenti vedano se stessi come ricercatori di coerenza nella conoscenza, tramite la propria visione epistemologica, e tramite l'uso della matematica come linguaggio (Dini & Hammer, 2017). Infatti, alcuni studenti possono riconoscere che la matematica è un modo utile di descrivere la realtà. Quando però la matematica descrive qualche fenomeno che sembra in contrasto con la nostra idea di realtà (come, per esempio, la sovrapposizione quantistica), è necessario espandere la nostra definizione personale di realtà con queste nuove idee. Non tutti gli studenti però ritengono che la matematica, tramite la sua coerenza interna, sia sufficiente ad ottenere un'idea più chiara della meccanica quantistica. Una possibile risoluzione passa attraverso la discussione diretta delle difficoltà epistemologiche che gli studenti stanno affrontando. L'obiettivo degli insegnanti non dovrebbe essere solo quello di fornire informazioni accurate, ma anche dei metodi di ragionare tramite i quali gli studenti possano risolvere da soli le proprie perplessità (Levrini & Fantini, 2013).

Dini e Hammer (2017) mostrano che gli studenti che si impegnano a ricercare coerenza nella conoscenza fisica sono studenti che tendono ad avere successo nell'apprendimento. In questo processo, la matematica può essere il linguaggio che fornisce la coerenza interna necessaria.

Inoltre, durante lo studio della meccanica quantistica è necessario un cambiamento di visione riguardo a cosa dire raffinare la propria intuizione.

Come menzionato da Dini e Hammer (2017) in didattica della fisica vi è un punto di vista che considera la fisica come un raffinamento del pensiero di tutti i giorni, per cui durante lo studio il proprio senso comune si modifica, diventando più corretto e in linea con le teorie fisiche. Questa posizione, utile nello studio della fisica classica, non è più il miglior modo per affrontare la meccanica quantistica. Infatti, non è più possibile solo cercare coerenza tra la teoria e le esperienze di tutti i giorni del mondo, in quanto queste sono molto distaccate dalla descrizione della realtà quantistica. È quindi necessario affinare il punto di vista epistemologico, per cui, come menzionato prima, la matematica esprime significato fisico, e ragionare su quando la propria intuizione sia valida o no.

Gli studi proposti nell'analisi della letteratura riguardano principalmente la prima rivoluzione quantistica per studenti di laurea triennale. Il corso sotto indagine per il presente studio è un corso che riguarda i temi della seconda rivoluzione quantistica. La ricerca in didattica della fisica per ora si è concentrata principalmente sullo sviluppo di materiali e percorsi per diversi gradi di istruzione e per studenti di diverse discipline (non solo fisica, ma anche biologia, chimica, informatica, ...), sull'individuazione delle conoscenze di base (e.g., Krijtenburg-Lewerissa et al., 2019) e competenze necessarie per sviluppare una forza-lavoro competitiva (e.g., Greinert et al., 2023). Sono state promosse tante iniziative di outreach e divulgazione, ma ancora sono pochi gli studi che valutano il potenziale educativo della seconda rivoluzione quantistica. Per esempio, Satanassi (2023) ha proposto un percorso per studenti di scuola secondaria sulla seconda rivoluzione quantistica e uno studio per indagare se e come l'ambiente di apprendimento a rappresentazioni multiple caratterizzante il percorso favorisce l'attivazione di processi di sensemaking significativi per gli studenti e risponde ai loro bisogni cognitivi ed epistemici. Lo studio si fonda sul presupposto che la seconda rivoluzione quantistica fornisca una visione nuova di meccanica quantistica che, nel caso specifico dello studio, si manifesta attraverso l'intreccio di rappresentazioni che appartengono a discipline differenti (rappresentazioni algebriche, sperimentali, circuitali, ...) e la presenza di rappresentazioni nuove come la sfera di Bloch, i circuiti e le tavole di verità.

Il lavoro di tesi vuole dunque aprire la strada alla possibilità che un corso, come quello descritto nel capitolo 2, possa avere delle potenzialità non solo nell'introdurre temi nuovi e di frontiera ma anche nel guidare ed affinare le epistemologie degli studenti nel passaggio tra fisica classica e fisica quantistica. In particolare, si vuole contribuire alla seguente domanda di ricerca:

Un corso introduttivo sulle tecnologie quantistiche, progettato per tenere assieme la dimensione concettuale, sperimentale ed epistemologica, quale potenziale ha di guidare le epistemologie degli studenti in modo significativo verso una visione più esperta e adeguata della fisica quantistica?

3.3 Le dimensioni di indagine del questionario

Per contribuire alla domanda di ricerca abbiamo deciso di analizzare le epistemologie degli studenti attraverso tre principali temi che abbiamo ritenuto importanti anche rispetto al corso entro cui abbiamo proposto lo studio: il ruolo che viene dato dagli studenti alla matematica, all'intuizione, e alla visualizzazione durante lo studio della meccanica quantistica. Questi temi non sono nuovi nella ricerca in didattica della fisica e sono stati spesso discussi anche nel caso specifico della fisica quantistica.

Il ruolo della matematica è diverso in meccanica quantistica rispetto alla fisica classica.

Il mondo quantistico è al di fuori della portata diretta dei sensi, e la matematica può essere il metodo di accesso a questo mondo (Levrini & Fantini, 2013). Le proprietà e gli effetti quantistici sono però spesso in contrasto con le nostre esperienze del mondo macroscopico. Per questo, nello studio della meccanica quantistica, è necessario dare un ruolo diverso alla matematica. Come menzionato prima, una visione epistemologica di successo è quella che secondo cui la matematica esprime significato fisico. Tramite il formalismo matematico è possibile avere una struttura logica che fornisce nuove idee che permettono di comprendere fatti che altrimenti risulterebbero controintuitivi. Invece che partire da un concetto, e giustificarlo con formule, risulta più efficace partire dalle formule e associarvi un significato fisico (Dini & Hammer, 2017).

Non per questo però bisogna far passare il messaggio che non bisogna provare a dare senso a quello che si studia, perché c'è il rischio di impedire l'attivazione di ragionamenti e risorse epistemologiche utili per l'apprendimento (Dreyfus et al., 2019).

La matematica secondo Dini (2017) può aiutare quando i risultati della meccanica quantistica risultano in contrasto con le esperienze comuni. Per dare senso a situazioni non intuitive un esperto è in grado di usare la matematica, seguendo la derivazione del risultato, per comprendere e accettare i risultati e la diversa natura degli oggetti quantistici rispetto a quelli classici. Un esperto è quindi in grado di attingere a diverse possibili ontologie, per esempio sia di onda che di particella, quando la matematica riconduce ad una o all'altra. La matematica diventa quindi un modo per coordinare le proprie idee, a seconda del modello utilizzato in una specifica situazione, per creare connessioni con idee anche intuitive, che vengono raffinate col tempo e l'esperienza. Queste connessioni possono risultare difficili da fare per un novizio, e questo diventa un ostacolo alla comprensione.

(Pospiech et al., 2021) sostengono che la matematica è fondamentale per fare fisica, e può supportare gli studenti nel comprendere concetti controintuitivi, dandogli una struttura e un linguaggio preciso. La matematica è dunque fondamentale per comprendere certi concetti e permette di descrivere sistemi che non possono essere visualizzati direttamente. Tuttavia, può anche essere un ostacolo in quanto possono esserci delle difficoltà nell'associare correttamente le costruzioni matematiche alla realtà fisica, portando a confusione tra concetti classici e quantistici. Secondo gli autori, per facilitare il sensemaking matematico è importante sia utilizzare diverse rappresentazioni delle strutture matematiche (grafiche, simboliche, algebriche), sia mappare i processi fisici con le strutture formali che li descrivono. Le rappresentazioni simboliche, che si trovano a metà tra quelle più concrete (come quelle sperimentali) e quelle più astratte (come quelle algebriche) possono essere usate come un'ancora di collegamento tra i diversi concetti. Nello stesso articolo gli autori descrivono una sequenza di insegnamento che evidenzia il ruolo strutturale della matematica, partendo dall'esplorazione dei fenomeni e successivamente identificando quali strutture matematiche possono descrivere quei fenomeni. Concludono rimarcando l'importanza di analizzare e chiarire le implicazioni delle strutture matematiche introdotte, in quanto la difficoltà non risiede tanto nell'uso della matematica in meccanica quantistica di per sé, ma nel cambiamento strutturale degli strumenti già noti, come per esempio dei vettori, e le nuove nozioni non intuitive che emergono.

Il ruolo dell'intuizione è diverso in meccanica quantistica rispetto alla fisica classica.

In fisica classica è possibile superare gli aspetti che risultano controintuitivi rispetto al senso comune facendo riferimento ad altre connessioni più intuitive (Dini & Hammer, 2017). Per esempio, gli studenti possono fare fatica ad accettare che un oggetto statico come un tavolo applichi una forza su un oggetto che vi sta sopra. Quasi tutti invece riconoscono che comprimendo una molla con la mano, la molla anche se statica applica una forza. È quindi possibile insegnare che oggetti statici possono applicare forze con questo esempio come ancora, collegandosi all'idea intuitiva di elasticità (Clement et al., 1989).

In meccanica quantistica questa ricerca di coerenza tramite l'intuizione deve essere modificata epistemologicamente. In diversi casi non è più possibile trovare connessioni con l'esperienza intuitiva del mondo. È quindi necessario riconoscere quando il proprio intuito derivato dal pensiero di tutti i giorni è valido, e quando no (Dini & Hammer, 2017). La ricerca di senso anche intuitivo dei concetti in meccanica quantistica è importante affinché lo studio non si riduca a memorizzazione di formule.

Corsiglia et al. (2023) riassumono in quali modi l'intuizione è trattata in ricerca in didattica della fisica: come ostacolo alla comprensione di problemi, quando non si attivano processi razionali più lenti nell'analisi dei problemi; un obiettivo dell'istruzione, come qualcosa da affinare; ontologicamente come una diversa forma di conoscenza o modo di pensare; come parte della conoscenza della fisica, e quindi parte dell'epistemologia degli studenti. Con quest'ultima accezione gli autori cercano di caratterizzare l'intuizione di studenti che affrontano la meccanica quantistica per la prima volta. Riassumendo e analizzando risposte e interviste con degli studenti, trovano diversi aspetti con cui gli studenti intendono e parlano di intuizione: è intuitivo qualcosa che corrisponde alle aspettative, quindi di cui si è in grado di predire il comportamento correttamente; intuitivo come qualcosa di osservabile direttamente coi sensi; intuitivo se relazionabile a concetti o tecniche già note; intuizione come qualcosa di cui si ha esperienza, quando i concetti sembrano stare insieme in modo comprensibile naturalmente; intuitivo se si riesce a comprendere usando strumenti matematici ben compresi; intuitivo come visualizzabile graficamente. Gli autori trovano che l'aspettativa, presente nella maggior parte degli studenti, che la meccanica quantistica sia controintuitiva, o strana, li porta ad affrontare il corso di meccanica quantistica in modo diverso, affidandosi meno alle proprie idee intuitive. Un'altra conclusione dello studio è che per alcuni studenti l'intuizione è essenziale mentre per altri, nonostante sarebbe bello averla, non è per niente importante in quanto sono la teoria e il formalismo ad essere necessari.

Per alcuni studenti l'intuizione classica porta a non accettare conseguenze della meccanica quantistica. Altri sono in grado di ragionare e accettare che la meccanica quantistica ha una

logica interna diversa che porta ad un nuovo modo di intendere l'intuizione. Alcuni studenti menzionano come l'intuito si sviluppa e si modifica tramite lo studio (Levrini & Fantini, 2013). Johansson et al. (2018) e Stapleton (2018) dibattono su cosa voglia dire diventare un bravo fisico a livello universitario, e in quale modo questo è reso possibile agli studenti. Gli autori sono dell'opinione che a livello universitario la meccanica quantistica è molto concentrata sulla matematica e sull'abilità di saper calcolare e risolvere i problemi. Vengono spesso ignorati, senza dare tempo di pensare, gli aspetti controintuitivi e concettuali che richiedono di superare il senso comune. Dato che nella fisica moderna vi è differenza tra ciò che è visualizzabile direttamente coi sensi e ciò che è soltanto visualizzazione o intuizione astratta e mentale, la realtà non è più direttamente disponibile ai sensi, e gli studenti si possono quindi chiedere se ciò che studiano sia vero o meno. Per argomentare l'importanza dell'intuizione in fisica moderna e il suo collegamento anche con la visualizzazione, Stapleton (2018) riporta il dibattito storico tra Heisenberg e Schrödinger, che mette in luce come l'intuizione possa avere ruoli epistemologici molto differenti. Heisenberg considerava l'intuizione non tanto l'abilità di visualizzare concetti e idee, ma come la capacità di visualizzare mentalmente il significato della matematica che descrive la teoria. Per Schrödinger invece era importante creare un'idea intuitiva e visualizzabile degli argomenti trattati, per esempio dell'atomo tramite la funzione d'onda. Ciò che viene suggerito dagli autori è quindi un pluralismo epistemologico, per cui siano validi diversi modi di conoscere e pensare. In particolare dare spazio agli esperimenti mentali, che sono stati i catalizzatori del cambiamento nel modo di pensare l'intuizione e il senso comune. Questa posizione è in accordo con gli studi sull'apprendimento per cui esistono diversi tipi di intelligenze (Gardner, 1993) e con gli altri studi considerati, che mostrano che gli studenti hanno opinioni ed epistemologie diverse (Hofer & Pintrich, 1997).

Il ruolo della visualizzazione è diverso in meccanica quantistica rispetto alla fisica classica. Immagini e metafore risultano efficaci in fisica per collegare il mondo dell'esperienza e la ricostruzione di questo dei modelli fisici col linguaggio matematico. Tuttavia, la distanza tra i modelli e la realtà di cui si può avere esperienza è minore in fisica classica, in cui la matematica viene usata per descrivere concetti che comunque esistono in uno spazio per lo meno simile allo spaziotempo in cui siamo abituati a vivere (Levrini & Fantini, 2013). La meccanica quantistica invece utilizza gli spazi di Hilbert di cui si può mostrare tramite immagini solo proprietà matematiche. È dunque importante prestare particolare attenzione al rapporto modello-realtà e di non confondere o indurre in errori gli studenti. Quella che

storicamente viene chiamata crisi della visualizzazione in meccanica quantistica può diventare argomento stesso di discussione epistemologica con gli studenti, come mostrato dalla proposta di Levrini & Fantini (2013). Nello studio sono riportati casi di studenti che ritengono l'utilizzo di immagini non necessario in quanto secondo loro la matematica è già una descrizione completa e sufficiente delle realtà. Per altri invece le immagini, anche se riconosciute come convenzionali, sono importanti per capire e ricordare, o collegare il mondo quantistico alla realtà.

Secondo De Regt (2014) la visualizzazione è uno strumento utile alla comprensione di concetti fisici, ma non è per forza necessaria. La maggior parte degli scienziati preferisce lavorare con teorie visualizzabili piuttosto che astratte, ma questo non è vero per tutti. Sono le abilità dei singoli, sviluppate nel proprio contesto di educazione, che influenzano quali teorie fisiche risultano intellegibili. E la comprensione di una teoria è necessaria per la formulazione di spiegazioni e la comprensione dei fenomeni. Le altre componenti necessarie per una comprensione completa sono la corrispondenza coi dati empirici, e la coerenza interna. L'autore propone un criterio per l'intelligibilità delle teorie: una teoria è intelligibile se gli scienziati sono in grado di fare previsioni qualitative senza fare i calcoli esatti.

Nel ventesimo secolo ci si è resi conto che la meccanica quantistica non è visualizzabile come la fisica classica, ma visualizzare rimane comunque uno strumento per rendere la teoria più comprensibile. Schrödinger, proponendo la sua teoria ondulatoria, si concentrò sulla visualizzabilità nello spazio tempo, e la sua teoria risultò più comprensibile e utilizzabile. Pauli e Heisenberg, che ritenevano necessario abbandonare concetti classici, fondarono la meccanica quantistica delle matrici. Fu Heisenberg a suggerire un nuovo modo di intendere cosa vuol dire comprendere una teoria, ossia l'abilità di predire qualitativamente risultati sperimentali di casi semplici, senza che la teoria porti a contraddizioni. In questo senso la meccanica quantistica non è più così incomprensibile e astratta.

Per Feynman l'utilizzo di immagini e descrizioni è parte fondamentale del pensare, e può portare a risposte reali anche dove sarebbe molto più difficile usare la matematica.

Capitolo 4: Metodologia di costruzione e analisi del questionario

In questo capitolo viene descritto il questionario che è stato progettato per indagare il potenziale del corso “Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica”, descritto nel capitolo 2, nel guidare e affinare le epistemologie degli studenti. Nel paragrafo 4.1 viene descritto come il questionario è stato progettato, giustificando la scelta delle dimensioni di indagine considerate e come sono state adattate per il corso oggetto di studio. Nel paragrafo 4.2 viene riportato il questionario, come e quali epistemologie indaga. Nel paragrafo 4.3 vengono presentati e discussi i risultati, divisi per sezione del questionario. Nel paragrafo 4.4 vengono mostrate alcune correlazioni trovate tra le varie sezioni del questionario, e altre considerazioni conclusive.

4.1 Il design del questionario

Il questionario è stato progettato prendendo a modello il questionario CLASS, un questionario che viene utilizzato in ricerca in didattica della fisica per studiare i punti di vista degli studenti riguardo all'apprendimento della fisica, e alla natura della fisica (Adams et al., 2006). Partendo dai lavori di Baily & Finkelstein (2009) e Dreyfus et al. (2019), sono stati riadattati e elaborati alcuni item tenendo conto del corso sulle tecnologie quantistiche oggetto di studio, il quale si differenzia, specialmente in termini di temi, rispetto ad un approccio all'insegnamento della meccanica quantistica più tradizionale, indagato negli studi proposti. Infatti, l'attenzione è sin dall'inizio sui qubit, sulle loro implementazioni fisiche e sulle principali tecnologie che si stanno sviluppando.

Metodologicamente, per l'elaborazione degli item si è ripartiti dai principali risultati ottenuti nei precedenti studi, riformulandoli rispetto alle peculiarità del corso e dei suoi contenuti. Il questionario proposto dunque è stato dunque progettato per indagare le epistemologie degli studenti tramite le tre dimensioni descritte precedentemente: il ruolo della matematica, dell'intuizione e della visualizzazione.

Si è scelto di indagare col questionario questi tre aspetti per alcuni motivi.

Innanzitutto queste tre dimensioni sono di per sé di interesse rispetto all'epistemologia degli studenti. Il ruolo della matematica, dell'intuizione e della visualizzazione nell'apprendimento

della meccanica quantistica sono, come già descritto in precedenza, ampiamente indagati nella ricerca in didattica della fisica. Questi diversi ruoli possono facilitare od ostacolare la comprensione della meccanica quantistica, ed è dunque importante tenerli in considerazione durante l'insegnamento. Inoltre rendere espliciti e discutere i punti di vista degli studenti rispetto a queste dimensioni può permettere a loro di sviluppare capacità metacognitive e di organizzazione del proprio sapere.

Inoltre, queste dimensioni attraverso cui indagare le epistemologie sono state scelte perché sono importanti per il corso analizzato. Infatti l'apprendimento della meccanica quantistica sfida la visualizzazione spazio-temporale a cui siamo abituati con la fisica classica, comporta un affinamento per poter entrare nella struttura matematica che caratterizza la teoria e può richiedere un'evoluzione dell'intuizione. Inoltre, non viene solo chiesto il ruolo della matematica nello studio della meccanica quantistica in generale, ma gli item e le domande del questionario sono stati pensate per indagare se e come la matematica utilizzata nel corso ha avuto un ruolo di supporto o di ostacolo all'apprendimento, facendo leva sulle epistemologie degli studenti che riguardano l'intreccio modello matematico e realtà. Allo stesso modo, si va a chiedere quali argomenti sono risultati controintuitivi, e quale tipo di argomento è risultato visualizzabile oppure no. In questo modo, si è voluto analizzare il corso per vedere se il particolare approccio, basato sulla seconda rivoluzione e sull'utilizzo di diverse prospettive, ha aiutato gli studenti nello sviluppo di epistemologie produttive, ovvero che siano più vicine a quelle a quelle degli esperti e che permettano una comprensione più corretta della fisica quantistica.

4.2 Il questionario e il rapporto con le epistemologie degli studenti

Il questionario è suddiviso in tre sezioni, una per ciascuna delle dimensioni considerate. Ogni sezione è strutturata nella stessa maniera: una domanda generale in scala da 1 a 6 sull'importanza del tema della sezione nello studio durante il corso, varie domande stile CLASS, in cui si chiede il consenso/dissenso rispetto alcune affermazioni, sempre con una scala da 1 a 6, e 3 domande aperte che chiedono di attingere e portare esempi specifici del corso.

È riportato qui di seguito il questionario somministrato.

Sul ruolo della matematica per capire la fisica quantistica

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente) la matematica incontrata nel corso ti ha aiutato a capire i temi trattati (la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche)?

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente), sei d'accordo con le seguenti affermazioni:

- i1. La matematica dei vettori e matriciale è universale, la meccanica quantistica è un campo di applicazione di questo formalismo
- i2. La matematica non è sufficiente a capire la meccanica quantistica
- i3. La matematica è solo un modello astratto e serve a fare i calcoli, scrivere gli stati del sistema e a manipolarli. Tuttavia non mi spiega cosa è davvero un oggetto quantistico e quali sono le sue proprietà
- i4. La matematica è una descrizione completa e sufficiente della realtà
- i5. La rappresentazione matematica (formalismo vettoriale, matriciale e sfera di Bloch) aiuta a visualizzare quanto avviene nel mondo dei quanti
- i6. La matematica ha un ruolo strutturale: il modello fisico e il modello matematico si sovrappongono, la matematica aiuta a comprendere e imposta il ragionamento.
- i7. La sfera di Bloch è sufficiente per comprendere che cosa è uno stato quantistico

Domande aperte:

- Ripensando al corso, descrivi un episodio o fai un esempio in cui la matematica ti ha aiutato a capire meglio un argomento. Perché e in che modo?
- Ripensando al corso, descrivi un episodio o fai un esempio in cui la matematica non ti è bastata o ti ha impedito di capire un argomento. Perché e in che modo?
- Come descriveresti a parole tue il rapporto matematica-fisica nello specifico caso della meccanica quantistica.

Sul ruolo dell'intuizione nell'apprendimento della meccanica quantistica.

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente), il tuo senso di intuizione ti ha supportato nel capire la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche?

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente), sei d'accordo con le seguenti affermazioni:

- i1. La meccanica quantistica va spesso in contrasto con la mia intuizione
- i2. La meccanica quantistica ha molti concetti di cui non ho alcuna idea intuitiva

- i3. Gli argomenti trattati nel corso sono difficili o faticosi da capire se ci si basa sulla propria intuizione
- i4. L'intuizione porta a risultati sbagliati quando applicata alla meccanica quantistica
- i5. Il mio senso di intuizione in fisica è cambiato nel tempo con lo studio
- i6. Il senso di intuizione per me è necessario per sentire di avere capito un fenomeno/evento/proprietà.
- i7. Per capire la meccanica quantistica, per me sono più importanti intuito e logica piuttosto che la matematica.
- i8. Il ruolo dell'intuizione in fisica quantistica e in meccanica classica è lo stesso
- i9. La logica e la matematica supportano principalmente il mio senso di intuizione in fisica quantistica

Domande aperte:

- Cosa significa per te intuire in fisica e che ruolo dai all'intuizione quando la apprendi?
- Ripensando al corso, fai un esempio in cui un argomento/tema/concetto ti è sembrato intuitivo. Perché?
- Ripensando al corso, fai un esempio in cui un argomento/tema/concetto NON ti è sembrato intuitivo. Perché?

Sul ruolo della visualizzazione nello studio della meccanica quantistica.

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente) le rappresentazioni incontrate durante il corso (rappresentazioni algebriche, geometriche, sperimentali, circuitali, tecnologiche, ...) ti hanno aiutato a capire la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche?

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente), sei d'accordo con le seguenti affermazioni:

- i1. Il mondo quanto-meccanico e le leggi che lo governano, come sono state presentate nel corso, sono molto astratte e poco visualizzabili, ovvero non ci sono rappresentazioni che completamente soddisfano quello che per me vuol dire visualizzare un concetto/una proprietà/un fenomeno.
- i2. Si può parlare di meccanica quantistica tramite immagini e previsioni senza fare calcoli
- i3. Per capire la meccanica quantistica è necessario abbandonare l'idea di poterla visualizzare come siamo abituati nel caso della fisica classica.

- i4. Le rappresentazioni incontrate nel corso (algebrica, geometrica, sperimentale, circuitale, logica) sono sufficienti a soddisfare la mia necessità di visualizzare un concetto/fenomeno/proprietà.
- i5. Per capire una teoria è necessario comprenderne le conseguenze nello spazio tempo classico
- i6. Per capire la meccanica quantistica è più importante comprendere l'andamento dei fenomeni tramite immagini piuttosto che la matematica che ci sta dietro.
- i7. La matematica è più che sufficiente per avere un'immagine del mondo quanto-meccanico.

Domande aperte:

- Cosa vuole dire per te in generale visualizzare in fisica e, in particolare, in meccanica quantistica?
- Quali sono le rappresentazioni incontrate nel corso che più ti hanno aiutato a capire e che meglio ti hanno aiutato a formare un'immagine coerente di un fenomeno/evento/proprietà quantistica? Quale fenomeno/evento/proprietà e perché? (Esplicitare con un esempio, se possibile)
- Quando le rappresentazioni presentate NON sono state sufficienti per capire o per formare un'immagine coerente di un fenomeno/evento/proprietà quantistica, perché? (Esplicitare con un esempio, se possibile)

Nelle tabelle 4.1, 4.2, 4.3 si riporta in dettaglio la relazione tra gli item (in colonna) del questionario e le epistemologie considerate più significative dall'analisi della letteratura (in riga).

Le affermazioni sul ruolo della matematica formulate permettono di indagare anche la necessità di attivare nuove ontologie, in quanto in meccanica quantistica è principalmente tramite i postulati e le derivazioni matematiche che si possono costruire nuove idee (Dini, 2017; Dreyfus et al., 2017). Il linguaggio matematico rimane come un collegamento tra la fisica classica e la fisica quantistica, e può essere usato per organizzare le idee senza creare confusione concettuale tra concetti classici e quantistici. Ed è proprio il linguaggio matematico che può permettere di accettare la coerenza della teoria quantistica, nonostante le sue proprietà uniche e controintuitive. Tramite lo studio basato sulla matematica, con

un'epistemologia per cui la matematica esprime significato fisico, è possibile rivedere cosa significa affinare le proprie intuizioni fisiche, ossia non basarsi solo su intuizioni derivate dalle esperienze comuni.

Tabella 4.1: Relazione tra gli item sul ruolo della matematica e le epistemologie degli studenti

Ruolo della matematica	Necessità di attivare nuove ontologie	Negoziatio ne tra idee nuove e preesistenti (metacognizione)	Ricerca di coerenza	Raffinamen to della intuizione
i1		x	x	
i2	x		x	x
i3	x		x	
i4	x		x	
i5	x	x		x
i6	x	x	x	x
i7	x		x	

Anche il ruolo che gli studenti danno all'intuizione, come discusso anche nel capitolo 3, è collegato alle epistemologie degli studenti. Le idee che vengono introdotte e le nuove ontologie che devono essere attivate per comprendere la meccanica quantistica possono risultare controintuitive, o gli studenti possono rendersi conto di non avere idee intuitive di questi nuovi concetti. Nel ragionare se la meccanica quantistica è intuitiva, gli studenti ragionano sul rapporto tra di essa e la fisica classica, in quanto le idee intuitive che possono risultare non corrette in meccanica quantistica spesso derivano dalla fisica classica. Quando si ragiona su aspetti che non sono intuitivi, per arrivare ad una comprensione soddisfacente si devono attivare delle strategie di ricerca di coerenza epistemologica, in modo da evitare che

la fisica quantistica sembri solo una collezione di formule da imparare a memoria (Levrini & Fantini, 2013).

Tabella 4.2: Relazione tra gli item sul ruolo dell'intuizione e le epistemologie degli studenti

Ruolo della intuizione	Necessità di attivare nuove ontologie	Negoziatio ne tra idee nuove e preesistenti (metacognizione)	Ricerca di coerenza	Raffinamen to della intuizione
i1	x	x	x	x
i2	x	x		x
i3				x
i4	x	x	x	x
i5	x	x		x
i6				x
i7		x	x	x
i8	x	x	x	x
i9		x	x	x

La visualizzabilità dei concetti in meccanica quantistica è collegata alla costruzione e comprensione di nuove ontologie, in quanto studenti diversi hanno diversi modi di ragionare sui concetti, alcuni sentono la necessità di visualizzare e altri meno. Dato che la visualizzazione di concetti quantistici è molto diversa da quella di concetti classici, i punti di vista degli studenti sulla visualizzazione possono riflettere la loro abilità di distinguere e negoziare idee nuove con idee preesistenti. La visualizzabilità può risultare un problema in meccanica quantistica, e riguarda i possibili modi con cui gli studenti ricercano coerenza nella teoria: una difficoltà può essere trovare coerenza interna tra le varie rappresentazioni,

oppure l'utilizzo della matematica come linguaggio per trovare coerenza. Inoltre, il raffinamento dell'intuizione fisica passa anche dall'abilità di visualizzare concetti in spazi astratti che non siano lo spazio-tempo classico.

Tabella 4.3: Relazione tra gli item sul ruolo della visualizzazione e le epistemologie degli studenti

Ruolo della visualizzazione	Necessità di attivare nuove ontologie	Negoziatio ne tra idee nuove e preesistenti (metacogni zione)	Ricerca di coerenza	Raffinamen to della intuizione
i1		x	x	
i2			x	x
i3	x	x		x
i4	x			x
i5		x		x
i6	x		x	x
i7	x		x	

4.3 Risultati e analisi del questionario

Si riportano qui i risultati del questionario, con anche delle considerazioni sui risultati ottenuti.

Il questionario è stato proposto alla fine del corso di “Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica”. Questa scelta è stata fatta sia per ottenere risposte che tenessero in considerazione l'intero corso, sia per non far passare troppo tempo dall'esperienza del corso. Durante il semestre il corso è stato seguito regolarmente da una quarantina di studenti, tuttavia durante le ultime due lezioni, tra cui quindi quella in cui il questionario è stato proposto, per sovrapposizione con l'inizio della sessione di esami i partecipanti erano circa

venti. Il questionario è stato proposto come attività individuale da svolgere a casa e gli studenti assenti sono stati coinvolti tramite comunicazioni attraverso il portale che UNIBO mette a disposizione (Virtuale) e e-mail. In ogni caso, per combinazione della poca presenza nel giorno della presentazione del questionario e la natura volontaria dell'attività, gli studenti che lo hanno consegnato sono 7. Essendo esigua la dimensione del campione i risultati che discuterò non hanno validità statistica. Vi sono comunque considerazioni interessanti da ricavare tramite le risposte alle domande aperte. Dato il numero delle risposte, le considerazioni che seguono possono essere considerate come una sorta di studio pilota del questionario stesso per un suo eventuale utilizzo in altre circostanze.

I dati vengono discussi seguendo l'organizzazione a sezioni del questionario. In tutte le sezioni viene prima riportato l'istogramma relativo alla domanda generale iniziale, e un istogramma che riporta i valori medi per ciascuna risposta.

Per le domande quantitative è stata utilizzata la scala Likert, un formato comune in questionari e sondaggi, come riportato da Allen & Seaman (2007). Le categorie di risposte usate sono almeno cinque e meno di sette. Inoltre, come descritto nell'articolo, la scala di questo questionario può essere definita a "scelta forzata" in quanto non vi è un valore medio neutro, dato che le possibili risposte per mostrare accordo o disaccordo vanno da 1 a 6. Questo è stato fatto per evitare che gli studenti votassero il valore medio come soluzione per evitare di rispondere ad alcune domande.

Dato che la scala delle risposte va da 1 a 6, si considerano le risposte da 1 a 3 come più o meno in disaccordo con l'affermazione, e quelle da 4 a 6 come più o meno in accordo. Gli istogrammi dei valori medi delle risposte sono colorati in verde per mostrare accordo (voto medio maggiore o uguale a 4), arancione per le domande che mostrano opinioni più divise (media tra 3 e 4), e rosso per disaccordo (media minore o uguale a 3).

Le risposte alle domande aperte sono discusse quando si è notato che esse mostravano un sufficiente accordo tra loro, ossia almeno due studenti hanno espresso la stessa opinione, o quando ritenute particolarmente interessanti o rilevanti per la discussione.

4.3.1 Prima sezione, il ruolo della matematica

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente) la matematica incontrata nel corso ti ha aiutato a capire i temi trattati (la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche)?

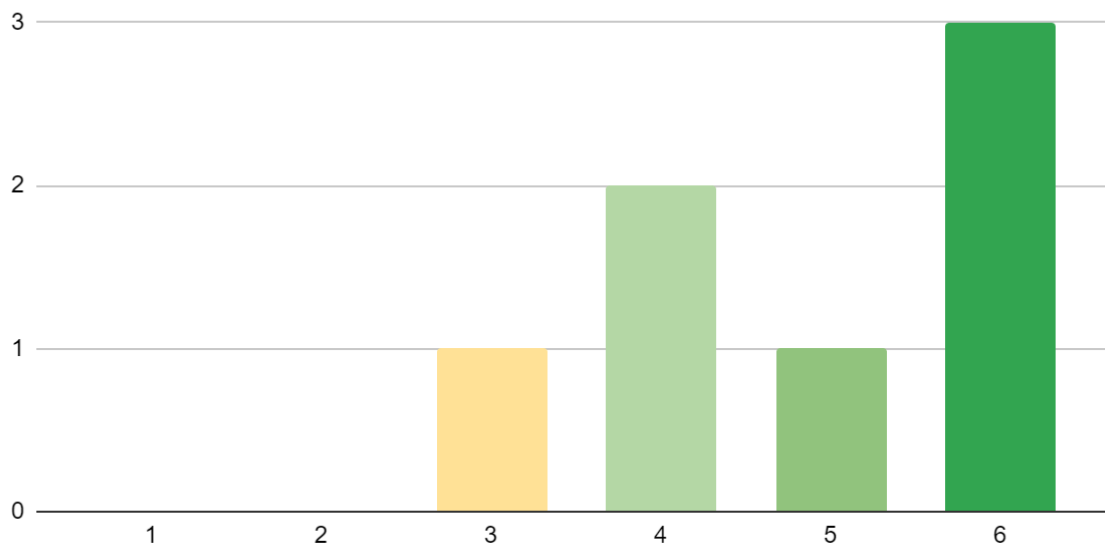


Fig. 4.1: distribuzione degli studenti relativamente alla domanda generale sul ruolo della matematica. Sulle ascisse vi sono i possibili valori delle risposte, sulle ordinate il numero di risposte.

Come si può osservare dalla figura 4.1, per la maggior parte degli studenti la matematica è stata di aiuto nella comprensione dei temi trattati. Per 3 studenti su 7 è stata fondamentale. Un solo studente, con un 3, si è mostrato leggermente più in disaccordo sull'utilità della matematica come strumento per comprendere i temi trattati nel corso.

In figura 4.2 si riporta l'istogramma delle domande stile CLASS.

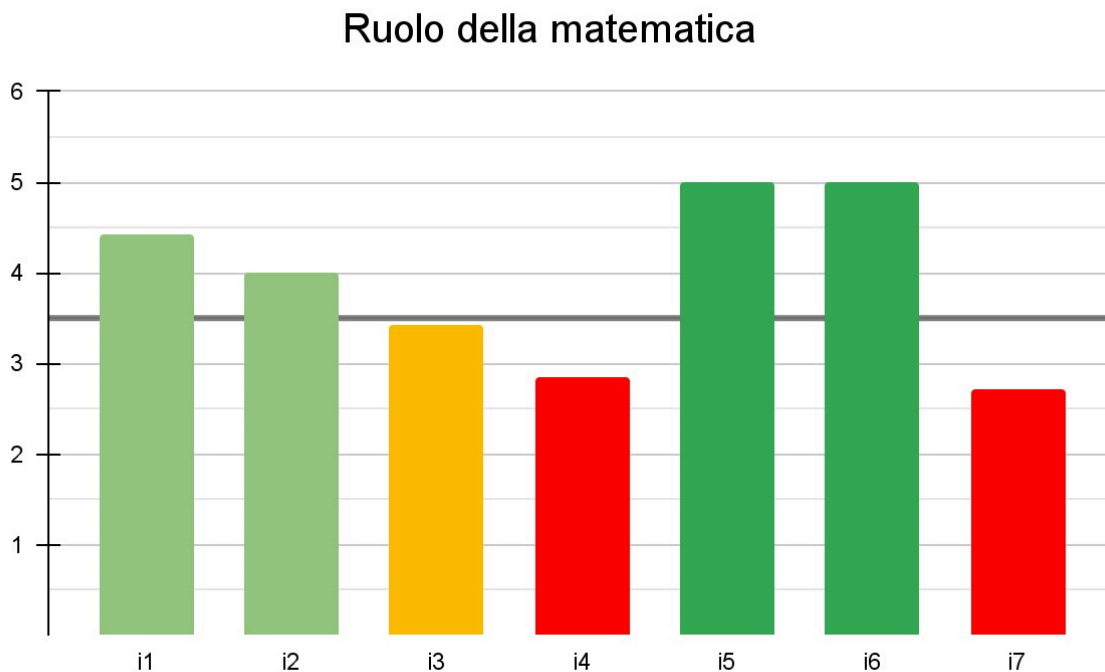


Fig. 4.2: valori medi delle risposte alle domande sul ruolo della matematica. Sulle ascisse vi sono gli item del questionario e sulle ordinate il valore medio delle risposte degli studenti.

Come si può osservare in figura 4.2, gli item che hanno ricevuto maggior consenso sono i1, i2, i5 e i6 che riguardano rispettivamente l'universalità della matematica dei vettori e delle matrici (media: 4,4), il fatto che la matematica non sia sufficiente a comprendere la meccanica quantistica (media: 4), la possibilità di visualizzare il mondo dei quanti tramite la matematica delle matrici, dei vettori e la sfera di Bloch (media: 5) e il ruolo strutturale della matematica (media: 5).

Gli studenti si sono maggiormente divisi sulla i3, ovvero la matematica rilegata ad un ruolo strumentale, come modello astratto che serve a descrivere lo stato di un sistema e a manipolarlo (media: 3,4).

Gli item i4 e i7 sono quelli con cui gli studenti si sono trovati maggiormente in disaccordo che sono rispettivamente: la matematica è una descrizione completa e sufficiente della realtà (media: 2,9) e la sfera di Bloch è sufficiente per comprendere che cosa è uno stato quantistico (media: 2,7).

Una prima considerazione generale che si può trarre, intrecciando la domanda generale e alcuni item (in particolare i2, i4, i5, i7), è che la matematica non è un ostacolo, ed è anzi necessaria, ma non sufficiente, per la comprensione della meccanica quantistica. Tutti gli

studenti considerano la matematica come un supporto per visualizzare il mondo dei quanti, ma le sole rappresentazioni matematiche/geometriche come la sfera di Bloch non sono sufficienti per la comprensione. Inoltre, come mostra i4 la matematica da sola non soddisfa un bisogno di una descrizione completa e sufficiente della realtà quantistica, dato che gli studenti si sono mostrati più in disaccordo, più precisamente 2 su 7 hanno votato 2, e 4 su 7 hanno votato 3, mentre solo 1 ha votato 4. Gli studenti quindi, nonostante riconoscano che la matematica aiuta a visualizzare e comprendere, ritengono sia necessario anche qualcos'altro per poter avere una descrizione completa della realtà.

Questa posizione ricavata dai voti sugli item viene confermata dalle argomentazioni trovate nelle risposte aperte, quando viene chiesto quale sia il rapporto tra matematica e fisica quantistica. Uno studente ritiene che sia più facile comprendere la matematica, e che questa sia necessaria ma insufficiente in quanto per lui comprendere significa anche visualizzare, e la matematica *“non è sufficiente per creare un’immagine di quello che accade”*. Un altro studente spiega che non ritiene la matematica sufficiente e porta ad esempio gli stati entangled, che possono essere descritti matematicamente, ma *“per capire quanto sia rivoluzionario il concetto di entanglement ci vuole l’interpretazione fisica”*. Un altro studente menziona come la matematica è quella facilmente controllabile e necessaria per la comprensione, e può guidare la progettazione di esperimenti, ma non sufficiente perché è necessaria una discussione ed interpretazione fisica dei risultati dei calcoli e degli esperimenti. Anche un altro studente menziona come la matematica sia *“asciutta”* ma piena di significato fisico profondo. Il filo comune di queste risposte sembra quindi essere che la matematica sia uno strumento utile, ma che la fisica sia anche qualcosa di più. Si riporta che invece uno studente ritiene l’interpretazione fisica come punto di partenza per la matematica, che poi è in grado di spiegare più in dettaglio i fenomeni. Il ruolo fondamentale dell’interpretazione fisica è quindi sempre presente anche per questo studente, ma in ordine temporale opposto rispetto a quello della matematica.

Una seconda considerazione che si può trarre riguarda quale ruolo viene quindi dato dagli studenti alla matematica. In aggiunta al ruolo di supporto alla comprensione visto dalla domanda aperta, considerando gli item i1, i3 e i6 si vede che gli studenti ritengono che la matematica sia un linguaggio universale e la meccanica quantistica sia un ambito di applicazione di questo linguaggio (3 studenti su 7 sono in completo accordo con i1). Gli studenti però non sono d’accordo su quale sia la vera natura della matematica quando applicata in meccanica quantistica, come mostrato in i3, la domanda di questa sezione che

mostra maggiore divisione tra gli studenti. Le risposte, variando dal 2 al 5, mostrano la divisione che emerge sui punti di vista degli studenti, tra chi la ritiene solo uno strumento per fare modelli e calcoli, e chi invece la considera un linguaggio in grado di spiegare davvero cosa sia un oggetto quantistico. Da i6 si vede che comunque tutti gli studenti hanno riconosciuto che la matematica ha un ruolo strutturale in fisica, nella formazione dei modelli e nel modo di ragionare. Due studenti, alla domanda aperta di menzionare argomenti in cui la matematica ha impedito la comprensione, menzionano esplicitamente come invece la matematica è sempre stata di aiuto nella comprensione durante il corso.

Le risposte alle domande aperte che chiedevano per quali argomenti la matematica era stata maggiormente d'aiuto od ostacolo sono molto varie. Il ruolo della matematica è risultato particolarmente diviso per quanto riguarda la comprensione del concetto di misura. Tre studenti menzionano l'utilizzo di proiettori per descrivere il processo di misura come esempio di caso in cui la matematica aiuta a comprendere cosa succede nella realtà, e la natura probabilistica della misura. Al contrario, due studenti hanno ritenuto la descrizione matematica della misura insufficiente per quanto riguarda il collasso della funzione d'onda, in quanto lo ritengono un fatto dato e preso per vero senza che vi sia una effettiva spiegazione del perché accade. Nonostante la posizione quindi generalmente favorevole degli studenti rispetto al ruolo della matematica, si nota che una questione interpretativa come il collasso della funzione d'onda viene riportata con più perplessità e insoddisfazione.

4.3.2 Seconda sezione, il ruolo dell'intuizione

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente), il tuo senso di intuizione ti ha supportato nel capire la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche?

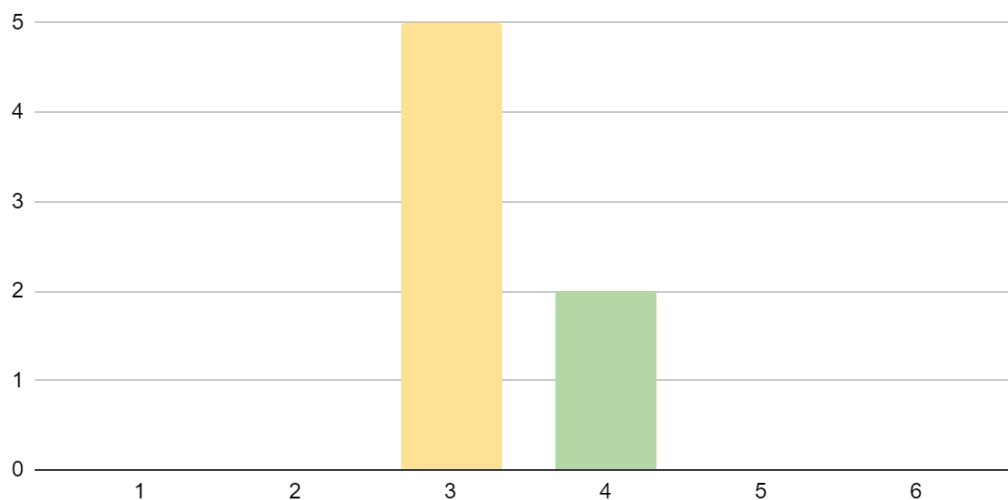


Fig. 4.3: risultati della prima domanda generale sul ruolo dell'intuizione. Sulle ascisse vi sono i possibili valori delle risposte, sulle ordinate il numero di risposte.

La figura 4.3 mostra che gli studenti non sono convinti che l'intuizione sia stata utile, solo 2 sono d'accordo debolmente (4 su 6) sul fatto che li abbia supportati durante il corso. Si nota comunque che anche se la maggior parte ha votato più in disaccordo che accordo (3 su 6). Quindi non sembra che l'intuizione sia stata vista come un grande ostacolo, ma forse più come qualcosa a cui non fare troppo affidamento.

In figura 4.4 si riporta l'istogramma delle domande stile CLASS.

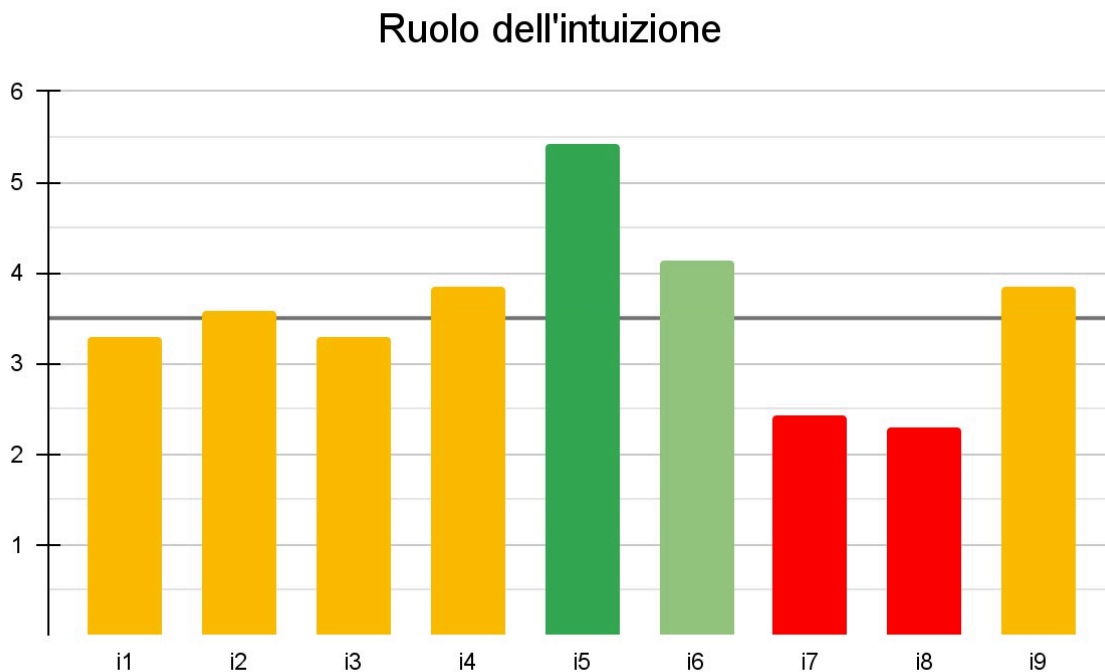


Fig. 4.4: valori medi delle risposte alle domande sul ruolo dell'intuizione. Sulle ascisse vi sono gli item del questionario e sulle ordinate il valore medio delle risposte degli studenti.

Come si vede in figura 4.4, gli item che hanno ricevuto maggior consenso sono i5 e i6, rispettivamente se il senso di intuizione cambia nel tempo con lo studio (media: 5,4) e se il senso di intuizione è necessario per sentire di aver capito (media: 4,1).

Gli studenti in questa sezione si sono divisi su molti più item, ossia su i1, i2, i3, i4 e i9, che sono rispettivamente: la meccanica quantistica va in contrasto con l'intuizione (media: 3,3), la meccanica quantistica ha concetti non intuitivi (media: 3,6), è difficile capire gli argomenti in meccanica quantistica basandosi sull'intuizione (media: 3,3), l'intuizione porta a risultati sbagliati in meccanica quantistica (media: 3,9), e se la matematica supporta il senso di intuizione (media: 3,9).

Gli studenti si sono invece trovati più in disaccordo con i7 e i8, che sono rispettivamente: è più importante l'intuito e la logica che la matematica per capire (media: 2,4) e se il ruolo dell'intuizione è lo stesso in fisica quantistica e classica (media: 2,3).

Una prima considerazione generale che si può trarre, considerando sia la domanda generale che alcuni item (in particolare i1, i2, i3, e i4), è che gli studenti sono molto divisi nelle loro opinioni sull'intuizione in meccanica quantistica per quanto riguarda la sua efficacia nell'apprendimento. Questo suggerisce che il valore che gli studenti danno all'intuizione nella

comprensione è molto diverso. Infatti, le risposte variano dal 2 al 5, mostrando come per alcuni la meccanica quantistica risulta intuitiva mentre per altri no, per alcuni studenti l'intuito in meccanica quantistica induce in errore, mentre per altri invece non è un particolare ostacolo. È significativo però che questa differenza non sembri derivare da una differenza di definizione. Le domande aperte volevano infatti indagare cosa intendono gli studenti per intuizione in fisica. 5 studenti su 7 hanno risposto che intuire può voler dire essere in grado di prevedere o aspettarsi certi risultati senza fare i calcoli. Per esempio in parole degli studenti: *“Per me intuire in fisica significa avere delle idee che ti permettono di prevedere certi risultati a monte dei calcoli”* oppure: *“Significa che una volta che hai imparato le basi dell'argomento puoi intuire il risultato qualitativo di un esperimento senza dover fare i conti”*. Quindi, nonostante le opinioni siano simili su cosa voglia dire intuire, è interessante che la media di tutti questi item sia vicina al 3,5. Questo risultato è in accordo con quello di Corsiglia et al. (2023), secondo cui la visione degli studenti dell'intuizione in meccanica quantistica non è concorde ma molto divisa.

Nonostante questo, in i4 solo due studenti hanno votato 3, quattro hanno votato 4 e uno ha votato 5, sembra che in generale vi sia la percezione che l'intuizione tenda a fallire in meccanica quantistica. i3 invece, con una media leggermente più bassa, sembra mostrare come l'intuizione non sia stato un ostacolo insuperabile, almeno non per tutti (due studenti hanno votato 2 e due hanno votato 3).

Inoltre i1 e i2, oltre comunque a mostrare la divisione tra le opinioni, sembrano affermazioni molto simili tra di loro, ma sono state formulate rifacendosi alla distinzione tra controintuitivo e non intuitivo di Corsiglia et al. (2023). Il fatto che i1 vede 5 studenti su 7 in disaccordo (quattro studenti hanno votato 3, uno studente 2) e una media minore rispetto a i2, che ha invece solo 3 studenti in disaccordo (un studente ha votato 3, due 2), può suggerire che gli studenti ritengono di non avere idee intuitive sui concetti quantistici piuttosto che queste idee vadano in contrasto con i loro preconconcetti intuitivi.

La conclusione principale di questa osservazione rimane comunque che vi è grande diversità tra le opinioni. Anche per quanto riguarda gli argomenti riportati come intuitivi, le risposte menzionano argomenti diversi, con una eccezione. Due studenti hanno considerato intuitiva la trattazione del teletrasporto. Uno studente spiega che questo dipende dall'utilizzo di *“esempi "semplici" proposti come quelli in cui compaiono Bob e Alice permette di visualizzare il fenomeno”*. Come caveat però riporta che è indispensabile avere già chiaro il concetto di entanglement. A riprova che ciò che è intuitivo o no varia da studente a studente, altri due riportano proprio il teletrasporto come argomento non intuitivo. Per uno dei due,

nonostante abbia trovato la matematica semplice, il fenomeno non è comunque risultato intuitivo. Per l'altro studente vi sono state difficoltà nel visualizzare alcuni aspetti sperimentali dell'esperimento di Zeilinger, come il funzionamento dei beam splitter e la realizzazione della misura di Bell.

Una seconda considerazione che possiamo trarre, considerando gli item i5, i6, i7, i8 e i9, riguarda invece il ruolo riconosciuto in generale all'intuizione, ossia uno strumento utile a rafforzare la comprensione degli argomenti e che va raffinato col tempo. In generale gli studenti (4 studenti su 7 hanno votato 5 in i6) sono d'accordo nel riconoscere la necessità di avere un'idea intuitiva dei fenomeni per avere la sensazione di capire. Altri 2 studenti su 7 invece non sono stati d'accordo col sentire la necessità di avere un'idea intuitiva per capire, per cui è possibile che essi trascurino il proprio senso di intuizione quando affrontano la fisica quantistica. Questo è in linea anche coi risultati dello studio di Corsiglia et al. (2023). In modo simile, ma con voti più bassi (quattro studenti si sono dimostrati parzialmente in accordo, 4, e uno completamente in accordo, 6), la maggior parte degli studenti è d'accordo sul fatto che la matematica supporti l'intuizione, e che quindi la matematica possa essere lo strumento per affinare l'intuizione. Tutti gli studenti riconoscono che il senso di intuizione varia e si evolve col tempo nello studio, come si vede da i5, l'item che ha ricevuto più consenso tra tutti gli item di tutte e tre le sezioni. Coerentemente, come si vede da i8, gli studenti ritengono non si possa usare l'intuizione allo stesso modo in meccanica quantistica e in meccanica classica. Tra le domande aperte vi è uno studente che descrive il ruolo da dare all'intuizione, perfettamente in linea con questa considerazione ricavata dai trend generali delle risposte. Nelle sue parole: *“Penso che intuire in fisica voglia dire aspettarsi un certo risultato quando si affronta un problema prima di fare i conti. Una volta appresa, può essere un buon metodo di verifica dei calcoli. Poi, nel caso siano giusti i calcoli, ma in disaccordo con l'intuizione, si confrontano altre fonti per capire se quest'ultima fosse giusta. Nel caso non lo fosse, si prende nota e si migliora per la volta successiva”*. Quindi tramite l'intuito si possono formare aspettative, che poi vengono controllate con la matematica, affinando a sua volta l'intuizione per il futuro.

4.3.3 Terza sezione, il ruolo della visualizzazione

Quanto, da 1 (per niente) a 6 (completamente) le rappresentazioni incontrate durante il corso (rappresentazioni algebriche, geometriche, sperimentali, circuitali, tecnologiche, ...) ti hanno aiutato a capire la fisica quantistica e le tecnologie quantistiche?

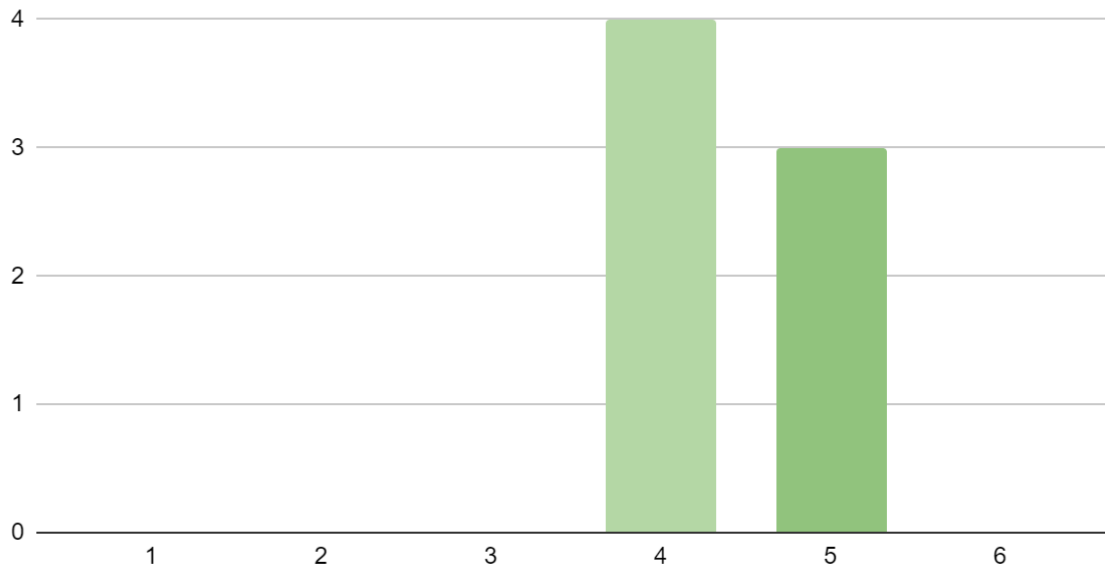


Fig. 4.5: risultati della prima domanda generale sul ruolo della visualizzazione. Sulle ascisse vi sono i possibili valori delle risposte, sulle ordinate il numero di risposte.

Come si nota dall'istogramma in figura 4.5, gli studenti sono d'accordo (parzialmente in accordo e in accordo) che la varietà di rappresentazioni utilizzate durante il corso sono state utili per capire la fisica quantistica.

In figura 4.6 si riporta l'istogramma delle domande stile CLASS.

Ruolo della visualizzazione

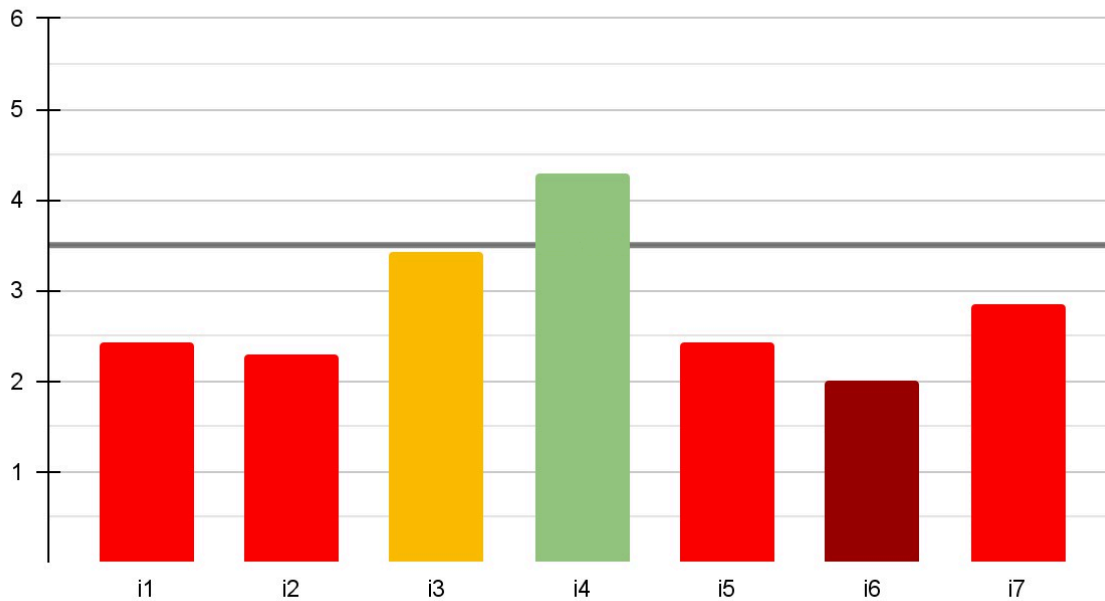


Figura 4.6: valori medi delle risposte alle domande sul ruolo della visualizzazione. Sulle ascisse vi sono gli item del questionario e sulle ordinate il valore medio delle risposte degli studenti

Come si vede in figura 4.6, questa sezione è quella in cui gli studenti hanno espresso maggior dissenso. L'unico item che ha ricevuto consenso è i4 ovvero che le rappresentazioni usate nel corso sono sufficienti per visualizzare i fenomeni (media: 4,3).

L'unico item in cui vi è stata maggiore divisione di opinioni è i3 ossia se è necessario abbandonare la possibilità di visualizzare la fisica quantistica allo stesso modo di quella classica (media: 3,4).

Per tutti gli altri item, i1, i2, i5, i6 e i7, gli studenti si sono trovati in disaccordo. Questi item sono, rispettivamente: il mondo quantomeccanico è risultato poco visualizzabile (media: 2,4), si può parlare di meccanica quantistica solo tramite immagini senza fare calcoli (media: 2,2), una teoria per essere compresa deve essere visualizzabile nello spazio tempo classico (media: 2,4), in meccanica quantistica è più importante comprendere gli andamenti dei fenomeni tramite immagini che la matematica che ci sta dietro(media: 2) e la matematica è sufficiente per ottenere un'immagine del mondo quantomeccanico (media: 2,9).

Una prima considerazione che si può trarre, vista la domanda generale e alcuni item (in particolare i2, i6, i1, i4, e i7) è che il ruolo della visualizzazione tramite diversi registri

sembra considerato come un supporto utile, ma non per forza fondamentale o sufficiente per la comprensione. Gli studenti ritengono che non sia possibile in meccanica quantistica ragionare sui fenomeni solo tramite immagini e andamenti, in quanto un'analisi qualitativa dei fenomeni non risulta soddisfacente. Questo però non dipende dall'insufficienza delle rappresentazioni utilizzate, in quanto i1 e i4, impostate una l'opposta dell'altra, hanno ottenuto infatti risultati opposti, e assieme alla domanda generale mostrano che la necessità di visualizzare degli studenti è stata soddisfatta dalla pluralità di rappresentazioni a cui sono stati esposti nel corso. Dai risultati di i7, che ha ottenuto per la maggior parte risposte negative mentre solo uno studente si è trovato in completo accordo con un 6, emerge quindi che, come dall'analisi della prima sezione, gli studenti non ritengono la matematica sufficiente per creare un'immagine del mondo quantistico. Quindi anche la visualizzazione di per sé, come la matematica, è necessaria e può essere soddisfatta in meccanica quantistica, ma non è sufficiente per poter comprenderla a pieno.

Una seconda considerazione si può fare sulla differenza del ruolo tra la visualizzazione in fisica classica e in fisica quantistica, tramite i3 e i5. Gli studenti riconoscono che non è necessario visualizzare una teoria fisica nello spazio tempo classico. Allo stesso tempo, non sono d'accordo sul fatto che la fisica quantistica sia visualizzabile come la fisica classica. Tutti gli studenti si sono espressi in disaccordo con l'affermazione i5, due completamente in disaccordo (1) e cinque parzialmente in disaccordo (3). Questo suggerisce che gli studenti, essendo al terzo anno della triennale in fisica, sono in grado di lavorare con teorie più astratte e non sono dipendenti dallo spazio in cui siamo abituati a vivere per comprendere. Tuttavia, due studenti nelle domande aperte menzionano che per loro visualizzare sia comunque supportato dalla possibilità di fare confronti o analogie con la fisica classica quando possibile. Rispetto a i3, ovvero la necessità di abbandonare la possibilità di visualizzare la fisica quantistica allo stesso modo di quella classica, si nota una grande divisione tra gli studenti: i voti riportati sono un 1, un 2, un 3, tre 4 e un 6. Questo è l'unico caso in cui in un singola domanda è stato votato sia 1 che 6. Questa divisione potrebbe dipendere dalle diverse opinioni che gli studenti hanno di cosa voglia dire visualizzare. Nella domanda aperta che chiede proprio questo vengono espresse opinioni molto diverse. Per uno studente: *“La mia personale preferenza è una visualizzazione incentrata sulle espressioni algebriche”*. Uno studente menziona che visualizzare vuol dire: *“Potere realizzare un esperimento e, se possibile, fare un'analogia classica (es: lo spin è simile al momento angolare classico, ma etc...)”*. Uno studente descrive che visualizzare *“vuol dire avere un'immagine che rappresenti*

una via di mezzo tra la nostra intuizione e ciò che sta effettivamente accadendo". Per un altro studente visualizzare è addirittura sovrapponibile all'intuizione, ossia *"formarsi un'immagine mentale che rappresenti in modo relativamente semplice un concetto matematico per vederlo da un altro punto di vista"*. Per due studenti vuol dire trovare analogie o immagini per rendere più chiari i fenomeni e i passaggi senza l'utilizzo di formalismo. Per esempio, nelle parole di uno di questi, *"Visualizzare vuol dire riuscire a immaginare un fenomeno e come questo potrebbe avvenire in modo semplice, senza l'utilizzo del linguaggio formale necessario per descriverlo"*.

Rispetto alle domande su quali rappresentazioni li hanno aiutati a capire e a formare un'immagine coerente dei concetti, si nota che due studenti rispondono entrambi che sono state utili sia la rappresentazione algebrica sia quella circuitale. Altri tre studenti invece menzionano la sfera di Bloch, ovvero la rappresentazione geometrica. Due studenti hanno espresso difficoltà nella visualizzazione in alcuni momenti della parte sperimentale: uno studente descrive che *"l'utilizzo, a volte eccessivo, dell'algebra e della matematica per spiegare il funzionamento di alcuni strumenti e alcuni metodi di creazione delle particelle entangled negli esperimenti, hanno oscurato e complicato quella che avrebbe potuto essere invece una visualizzazione efficace del fenomeno trattato"*; l'altro studente in modo simile ha sentito che *"mancassero momenti di focus sulle questioni fondamentali"*.

4.4 Considerazioni finali

Lo studio presentato aveva l'obiettivo di indagare il potenziale di un corso introduttivo sulle tecnologie quantistiche per guidare le epistemologie degli studenti in modo significativo verso una visione più esperta e adeguata della fisica quantistica. A tal scopo si è progettato un questionario stile CLASS per investigare le epistemologie degli studenti nel riflettere sul ruolo i. della matematica, ii. dell'intuizione e iii. della visualizzazione nello studio della fisica quantistica. Il questionario era composto da domande chiuse e aperte ed era articolato nelle tre dimensioni richiamate. Era a base volontaria ed è stato somministrato al termine di un corso a scelta di laurea triennale dal titolo "Introduzione alla scienza e tecnologia quantistica". Sette studenti hanno partecipato e, anche se l'analisi non ha valore statistico, i risultati hanno confermato quello che anche studi precedenti hanno messo in evidenza.

Dall'analisi della prima sezione l'osservazione principale che emerge è che la matematica è necessaria ma non sufficiente per capire a pieno la meccanica quantistica. Questo risultato è

stato triangolato anche con l'item della sezione 3 ovvero la matematica è sufficiente per ottenere un'immagine del mondo quantomeccanico. Anche in questo caso gli studenti si sono mostrati in disaccordo, confermando l'osservazione generale tratta nella prima sezione.

La seconda sezione, sull'intuizione, ha messo in luce una grande diversità nelle opinioni degli studenti. In 5 item su 9 gli studenti hanno espresso opinioni molto diverse. Questo può suggerire che gli studenti, nonostante diano definizioni simili all'intuizione, associno ad essa ruoli differenti nell'apprendimento. Inoltre, c'è diversità anche negli argomenti che gli studenti trovano intuitivi. Nell'insegnamento della fisica quantistica sembra quindi utile prestare attenzione in particolare a quale visione hanno gli studenti dell'intuizione, per capirne le aspettative e necessità che possono essere variegate e perché non sia un ostacolo all'apprendimento della fisica quantistica.

Le risposte della terza sezione mostrano come anche la visualizzazione di per sé è importante ma in definitiva non sufficiente per comprendere a pieno la meccanica quantistica. Si potrebbe quindi ipotizzare invece che matematica e visualizzazione assieme, intrecciando diverse dimensioni, siano in grado di aiutare gli studenti a sviluppare una visione più completa e coerente della teoria e del mondo quantistico.

Tra le domande aperte delle varie sezioni vi sono alcune che risultano particolarmente interessanti in quanto mettono in collegamento tutte e tre le dimensioni del questionario.

Uno studente nel descrivere un episodio in cui la matematica ha supportato la comprensione, spiega che per lui il linguaggio matematico è stato in grado di *“mettere assieme le tante idee intuitive che ci hanno fornito su cosa effettivamente sia l'entanglement”*. Non solo, lo studente descrive anche come col passare del tempo, ha *“finito per associare il concetto di entanglement a stati non fattorizzabili, quasi come se la mia visione del fenomeno fosse la matematica stessa”*. Da questa descrizione si vede che alcuni studenti sono in grado di utilizzare il linguaggio matematico sia come criterio per guidare l'intuizione, sia come strumento per visualizzare e dar senso ai fenomeni.

Un altro studente nel descrivere cosa vuol dire intuire in fisica mostra un'opinione leggermente diversa dalla maggior parte degli altri sull'argomento, riportata prima. Anche la sua risposta collega tutte e tre le dimensioni di analisi di questo questionario, ma con una diversa conclusione. Secondo lui *“intuire è visualizzare e dare un senso non per forza matematico alle informazioni (analogie, modelli mentali... ma anche forme geometriche, qualsiasi cosa). Per me è cruciale il passaggio da chiarezza dei concetti matematici a chiarezza del contesto in cui questa matematica viene applicata”*. Intuire, visualizzare, usare

il formalismo, sono tutti visti come diversi modi di dare un senso a ciò che si apprende, creando collegamenti tra i diversi tipi di conoscenza, per avere una comprensione più profonda della meccanica quantistica.

In base ai risultati ottenuti, possiamo sostenere che l'utilizzo di diverse prospettive (concettuale, epistemologica e storia, sperimentale) nel corso ha la potenzialità di supportare e affinare le epistemologie degli studenti.

Per quanto riguarda la necessità di attivare nuove ontologie, la matematica e la visualizzazione sono state considerate di importanti per la comprensione, supportando la formazione di nuove idee. Solo l'intuizione è risultata in generale più un ostacolo, e comunque non per tutti gli studenti. Si può supporre l'utilizzo di diverse prospettive nel corso abbia fornito diverse vie di accesso e di ragionamento per l'attivazione e la comprensione di nuove ontologie. Inoltre può essere che sia l'utilizzo di matematica, visualizzazione e intuizione come diversi "strumenti" applicati in contesti e prospettive diverse che renda l'apprendimento più fondato e significativo. La prospettiva concettuale può fornire, tramite il linguaggio matematico, nuove ontologie, che acquisiscono ulteriore significato fisico attraverso la prospettiva sperimentale e il collegamento alla realtà, mentre la prospettiva epistemologica permette di riflettere e meta-riflettere su come l'appropriarsi di queste nuove idee forzi un cambio di visione del mondo, tramite per esempio l'abbandono del determinismo, della località, della logica classica.

Per quanto riguarda l'abilità di negoziare idee nuove e preesistenti, alla matematica è riconosciuto non solo ruolo strumentale ma anche strutturale aiutando ad impostare il ragionamento, e fornendo dei criteri anche per confrontare fisica quantistica e classica. Gli studenti hanno riconosciuto un diverso ruolo dell'intuizione in fisica quantistica rispetto alla fisica classica e che l'intuito si evolve nel tempo con lo studio. Questo suggerisce una consapevolezza da parte degli studenti e una capacità di riflettere metacognitivamente sulle proprie idee. Inoltre la maggior parte degli studenti considera anche la visualizzazione diversa in fisica classica e quantistica, che si può interpretare anche come un'altra manifestazione dell'abilità di confrontare longitudinalmente il proprio modo di apprendere. La prospettiva epistemologica sembra la più importante per attivare una dimensione metacognitiva significativa che permette agli studenti di ragionare sulla propria conoscenza, e sui limiti delle idee classiche in contesti quantistici.

Per quanto riguarda la ricerca di coerenza, in modo simile alle precedenti epistemologie, l'integrazione del linguaggio matematico e delle diverse rappresentazioni sembra aver fornito

un metodo per trovare coerenza nella teoria, superando gli aspetti non intuitivi, considerati dagli studenti non un vero e proprio ostacolo per la comprensione della teoria. La ricerca di coerenza sembra il punto più critico per un corso che utilizza di diverse prospettive, in quanto se non ben coordinate tra di loro potrebbero alimentare la sensazione di frammentazione dell'argomento. Tuttavia l'utilizzo di diverse prospettive può permettere di ragionare sugli stessi argomenti in modi diversi, con diversi linguaggi, per trovare una strada personale per trovare coerenza, che sia tramite i discorsi filosofici o il linguaggio formale.

Per quanto riguarda il raffinamento dell'intuizione, gli studenti hanno trovato il linguaggio matematico come un supporto all'intuizione. La visualizzazione astratta della meccanica quantistica non è risultata un ostacolo, dimostrando che l'intuizione degli studenti è abbastanza affinata. L'utilizzo della prospettiva epistemologica potrebbe essere stato particolarmente importante, in quanto può aver dato un importante supporto dando agli studenti spazio e tempo di ragionare sulle proprie idee di apprendimento, per riconoscere come il ruolo dell'intuizione debba cambiare ed evolvere durante lo studio. La prospettiva sperimentale e concettuale forniscono comunque la base per le nuove idee che gli studenti devono affrontare, e di cui devono trovare significato.

Capitolo 5: Progettazione di un'attività introduttiva alla fisica quantistica

5.1 Introduzione

Questo capitolo è dedicato alla progettazione di un'attività di introduzione alla meccanica quantistica, incentrata sull'esperimento di scelta ritardata di Wheeler, da proporre per studenti all'ultimo anno delle scuole superiori.

Come si è presentato nel primo capitolo, le indicazioni nazionali propongono di introdurre la meccanica quantistica, in particolare la “vecchia teoria dei quanti”, in quinta superiore seguendo un approccio storico qualitativo. Tuttavia, la meccanica quantistica ha portato allo sviluppo di tecnologie impensabili fino alla metà del secolo scorso² (Schrödinger, 1952). Oggi “stiamo facendo esperienza di una Seconda Rivoluzione Quantistica” (Dowling & Milburn, 2002) che sta cambiando il modo di fare scienza e, oltre alla ricerca scientifica, sta impattando a livello politico, economico, sociale, etico, ambientale ed educativo. L'attività che si propone mette insieme le diverse prospettive (concettuale, storica ed epistemologica, sperimentale) e vuole introdurre ad una visione rinnovata di meccanica quantistica ovvero di una teoria che non solo fornisce una interpretazione plausibile della realtà ma fornisce delle leggi possono essere utilizzate per processare informazioni e risolvere problemi impensabili classicamente.

L'attività è progettata sulla scia del lavoro che da anni il gruppo di ricerca in didattica della fisica dell'università di Bologna ha portato avanti. Come Levrini e Fantini (2013) descrivono il processo di apprendimento/insegnamento è produttivo quando combina 3 diversi sistemi: il mondo reale, il sistema della conoscenza disciplinare e il sistema cognitivo del discente (p. 1896). Le autrici introducono il concetto di *territorio propriamente complesso* come un ambiente di apprendimento che comprende della *forme di complessità produttiva* che possono essere utilizzate nel design per sostenere gli studenti nel trovare il proprio modo di individuare o risolvere i problemi e le perplessità percepite (ibid., p. 1899). In particolare le autrici hanno individuato 3 forme di complessità produttiva: la multi-prospettive, la

² “It is fair to state that we are not experimenting with single particles, any more than we can raise Ichthyosauria in the zoo” (p.240)

multi-dimensionalità e la longitudinalità. Tramite l'utilizzo di diverse prospettive riguardanti lo stesso fenomeno fisico è possibile incoraggiare la creazione di connessioni tra i concetti e lo sviluppo di diverse vie cognitive. Tramite l'utilizzo della multi-dimensionalità è possibile considerare e confrontare queste vie e connessioni anche per quanto riguarda aspetti filosofici, epistemologici, sperimentali, o formali, arricchendole. Tramite la longitudinalità, ossia il confronto sistematico tra i modelli già incontrati in fisica dagli studenti e quelli che si stanno studiando con l'obiettivo di individuare criteri per capire in cosa differiscono, si incoraggia una ricerca di coerenza nel percorso di studio superando quel senso di frammentazione della conoscenza che spesso gli studenti provano nello studio della meccanica quantistica.

L'attività qui proposta è dunque pensata sulla scia del corso descritto nel capitolo 2, ovvero un'attività che introduce la meccanica quantistica usando diverse prospettive, comprendendo quindi aspetti concettuali, storici ed epistemologici, e sperimentali. Questa scelta è stata fatta in quanto l'utilizzo di diverse prospettive nel corso è stato apprezzato e sembra essere stato efficace nel supportare l'apprendimento, fornendo diversi punti di vista e linguaggi con cui affrontare la meccanica quantistica, e supportando lo sviluppo produttivo dell'epistemologia degli studenti.

Si è scelto di concentrarsi sull'esperimento di scelta ritardata di Wheeler perché si tratta di un esperimento mentale che mostra in modo evidente degli aspetti non classici della meccanica quantistica, sfidando il senso comune. Per arrivare a comprenderne il funzionamento sono necessari alcuni concetti fondamentali della meccanica quantistica, primo tra tutti il concetto di sovrapposizione quantistica. Si tratta quindi di un'opportunità di discutere dei fondamenti della meccanica quantistica, e di poter introdurre concetti fondamentali come lo stato quantistico, il fenomeno, e causalità. Le realizzazioni sperimentali sono relativamente recenti (Hellmuth et al., 1987) e rappresentano un importante test dei fondamenti della meccanica quantistica. Inoltre, sulla base della ricostruzione didattica realizzata dal gruppo in ricerca in didattica della fisica dell'università di Bologna per valorizzare la Seconda Rivoluzione Quantistica come prima di tutto una rivoluzione culturale (Satanassi, 2023; Satanassi, Ercolessi e Levrini, 2022), l'esperimento è particolarmente significativo perché si presta ad una riconcettualizzazione in termini di computazione, ovvero è rappresentabile tramite un circuito quantistico. Offre dunque la possibilità di toccare alcuni nuovi temi di fondamento come la natura fisica dell'informazione, di introdurre la computazione quantistica e il suo

confronto con la computazione classica. La computazione quantistica è uno dei 4 pilastri della ricerca e sviluppo delle nuove tecnologie assieme alla simulazione, comunicazione e metrologia quantistica. Arrivare dunque alla computazione quantistica introducendo la nuova unità di base, il qubit, le porte logiche e i circuiti quantistici permette dunque di introdurre gli studenti alle più recenti scoperte.

L'attività proposta implementa in particolare le due prime forme di complessità descritte da Levrini & Fantini (2013), tramite l'uso di diverse prospettive e attivando una dimensione metacognitiva e filosofica. Quest'ultima comprende anche la terza forma di complessità, ossia la longitudinalità, in quanto mette a confronto idee apprese precedentemente tramite lo studio della fisica classica con le idee nuove sviluppate tramite la fisica quantistica. La longitudinalità viene anche implementata tramite il confronto tra logica classica e la logica quantistica nella parte sui circuiti, e nell'introduzione storica in cui si mostra passo passo il cambiamento di visione sulla natura della luce e delle particelle.

Riguardo alle altre prospettive, dal punto di vista concettuale vengono affrontati, sia qualitativamente sia quantitativamente tramite un linguaggio matematico, il concetto di stato, sovrapposizione, e misura quantistica necessari per analizzare l'esperimento di scelta ritardata. Passando poi alla computazione e ai qubit è possibile anche introdurre i circuiti quantistici, confrontando il funzionamento dei gate quantistici con quelli classici.

L'attività prevede un'introduzione storica dei principali esperimenti che hanno portato alla formulazione dell'idea della dualità onda-particella. Viene poi analizzato il funzionamento e l'implementazione dell'interferometro Mach-Zehnder, e dell'esperimento di scelta ritardata. Vengono infine anche considerati i circuiti quantistici come traduzione tecnologica dell'esperimento, introducendo quindi possibili applicazioni in ambito tecnologico e computazionale.

Dal punto di vista epistemologico viene descritto il cambiamento di ontologia per quanto riguarda la luce. Vengono affrontati dibattiti sulla fisica quantistica ed esperimenti mentali che hanno cambiato i concetti di processo, complementarietà, e misura. L'esperimento di scelta ritardata permette anche di discutere come l'idea di causalità cambia in meccanica quantistica.

L'attività è stata divisa in due parti (paragrafi 5.2 e 5.3) più un possibile approfondimento (paragrafo 5.4). Nel paragrafo 5.2 viene descritta la prima parte dell'attività, articolata nelle diverse prospettive: storica, epistemologica, concettuale e sperimentale. Il paragrafo 5.3 è

dedicato alla Seconda Rivoluzione Quantistica e introduce la rilettura in termini computazionali dell'esperimento di scelta ritardata. Nel paragrafo 5.4 vengono proposti altri esempi di esperimenti che riguardano scelte ritardate, che possono essere considerati come un approfondimento opzionale dell'attività.

I principali obiettivi di apprendimento dell'attività sono:

- Comprendere il concetto di dualità onda-particella, come questo sia nato e come si manifesta sperimentalmente ad esempio in termini di complementarità tra il formarsi di una figura di interferenza e avere informazione sul cammino di un singolo oggetto quantistico.
- Diventare consapevoli di come la complementarità e il principio di sovrapposizione siano caratterizzanti la fisica quantistica e siano dirompenti rispetto alla fisica classica.
- Prendere confidenza con concetti fondamentali come quello di stato quantistico, principio di sovrapposizione, manipolazione/evoluzione dello stato e misura e con la loro formalizzazione.
- Prendere familiarità con l'esperimento a scelta ritardata e la sua rilettura in termini circuitali.

5.2 L'attività, prima parte

Come fonti per la progettazione della prima parte dell'attività è stato usato l'articolo sugli esperimenti mentali a scelta ritardata di Ma, Kofler e Zeilinger (2014), che descrivono il funzionamento e la storia dell'esperimento mentale di Wheeler e di altri possibili esperimenti a scelta ritardata. Per l'introduzione storica e la descrizione dell'esperimento a doppia fenditura la fonte principale è il libro di Giorgio Lulli "L'esperimento più bello" (2013) che descrive molto a fondo la storia e le sfide sperimentali che hanno portato alla realizzazione dell'esperimento per la prima volta nel 1976 da parte di 3 ricercatori, Merli, Missiroli e Pozzi. Inoltre, per l'introduzione e la descrizione dell'interferometro è stata usata una simulazione didattica progettata dall'università di St Andrews, parte del QuVis, The Quantum Mechanics Visualisation Project (<https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/>). La simulazione è stata scelta perché è possibile permettere agli studenti di fare esperienza del funzionamento dell'interferometro anche senza avere un interferometro in laboratorio. Inoltre questa simulazione, insieme a molte altre proposte sul sito web, permettono di fare esperienza e visualizzare passo passo i fenomeni, in modo molto chiaro e guidato.

Descrivo ora la logica delle varie parti, e la struttura dell'attività.

La parte introduttiva dell'attività segue un approccio storico, in cui viene descritto come il concetto di luce si è evoluto storicamente. Questa parte è dedicata ad una breve presentazione di una serie di scoperte ed esperimenti che mostrano come la visione della natura della luce storicamente è stata alternata tra ondulatoria e particellare. Mostrando risultati a favore di entrambe le ipotesi si mostra come non è stato possibile superare una delle due, arrivando alla nascita e conferma sperimentale del concetto di dualità onda particella.

Nella parte concettuale dell'attività si introducono alcuni elementi fondamentali della meccanica quantistica, in particolare i concetti di stato e misura, cercando di enfatizzare la differenza con la fisica classica. Queste differenze sono necessarie per comprendere le discussioni e il funzionamento degli esperimenti in meccanica quantistica. In questa parte viene ri-concettualizzata e poi formalizzata l'idea di dualità introducendo il principio di sovrapposizione. Come formalismo si usa da subito quello di Dirac con la base computazionale, in vista del passaggio successivo ai circuiti quantistici della seconda rivoluzione quantistica.

Nella parte epistemologica, si introduce l'esperimento a singolo elettrone per far riflettere sulla rivoluzione che la meccanica quantistica ha apportato al modo di vedere la scienza e il mondo. In particolare ci si concentra sul concetto di complementarità e di fenomeno, ossia l'idea che la scienza non può conoscere ogni singola variabile del mondo, ma vi sono alcune informazioni che escludono la possibilità di conoscerne altre. Si descrive poi come l'esperimento mentale di scelta ritardata evidenzia l'impossibilità di ragionare sull'evoluzione dei fenomeni quantistici in modo classico, usando i punti di vista di Bohr e di Wheeler su cosa sia un fenomeno in fisica.

Forniti quindi i concetti di dualità, sovrapposizione, e complementarità, si passa alla parte dell'esperimento a scelta ritardata. Viene prima descritto in maggior dettaglio come funziona l'interferometro di Mach-Zender, comparando la sua lettura classica con quella quantistica. Viene quindi spiegata l'idea di fare un esperimento a scelta ritardata di Wheeler. Viene anche mostrato il primo esperimento in cui il fenomeno è stato realizzato, per mostrare come sia possibile il passaggio da un esperimento mentale ad un esperimento reale.

Anche se non menzionato esplicitamente, si consiglia di tenere conto di ciò che è stato detto nei precedenti capitoli 3 e 4, e quando possibile aprire una discussione tra gli studenti per quanto riguarda la loro epistemologia personale, valorizzando anche le diverse visioni di

mondo e valori espressi nei dibattiti storici come quelli tra Bohr e Einstein o tra Schrödinger e Heisenberg..

I vari argomenti proposti e descritti qui a livello di contenuti possono essere approfonditi più o meno a seconda dei tempi e necessità. Si è voluto delineare una possibile strada che può essere modificata od espansa. Per come è stata progettata e come viene qui presentata, la durata dell'attività può essere di circa 6 ore, ma a seconda del livello di dettaglio e presenza di discussioni o altri momenti di possibili esercitazioni e valutazioni può essere estesa, o anche accorciata. In tabella 5.1, viene riportata una overview della prima parte dell'attività.

Tabella 5.1: overview della prima parte dell'attività

Prospettiva	Attività	Tema
Storica	Attività 1	Intro alla natura della luce e dualità
Concettuale	Attività 2	Fondamenti di meccanica quantistica
Epistemologica	Attività 3	L'esperimento della doppia fenditura e la complementarità
	Attività 4	Il fenomeno in fisica
Sperimentale	Attività 5	Interferometro di Mach-Zender
	Attività 6	Esperimento a scelta ritardata

5.2.1 Introduzione storica: natura della luce e dualità

Verso la fine del Seicento erano presenti due diverse teorie sulla natura della luce.

Osservazioni come quelle di Francesco Maria Grimaldi, descritte in un libro del 1665, *Physico-Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride*, suggerivano il carattere ondulatorio della

luce. Uno di questi esperimenti, schematizzato in Figura 5.1, mostra come la luce sia in grado di raggiungere punti non spiegabili tramite una teoria corpuscolare. In questo esperimento la luce proviene dall'alto, e incontra due barriere opache con dei fori. Se la luce si propaga solo seguendo traiettorie rettilinee, nello schermo finale potrebbe raggiungere al massimo i punti N ed O. Ciò che invece si osserva è che le sezioni I-N e O-K non sono completamente buie. Questo viene interpretato come prova che la luce è stata diffratta dai bordi dei fori, comportamento tipico delle onde, e che perciò la luce si comporta come un fluido (Lindberg, 1969).

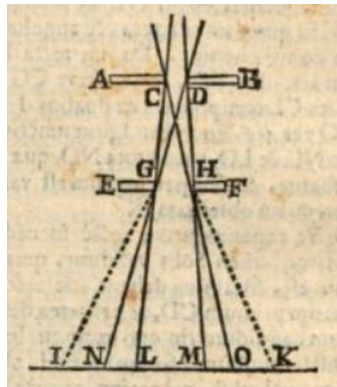


Fig. 5.1: illustrazione originale di un esperimento di Grimaldi che suggerisce la natura ondulatoria della luce (Grimaldi, 1665, p. 9).

Negli anni a seguire iniziano a formarsi le prime teorie che provarono a descrivere in maniera più formale e accurata la natura e le leggi che governano il funzionamento della luce. Huygens, nel Trattato sulla luce del 1690, descrisse in modo completo e matematico la luce come un'onda. Con l'intento di spiegare fenomeni ottici su cui stava lavorando, la teoria che elaborò descrive la luce come fronti d'onda che si propagano longitudinalmente nello spazio (Figura 5.2) tramite il principio che prende il suo nome.

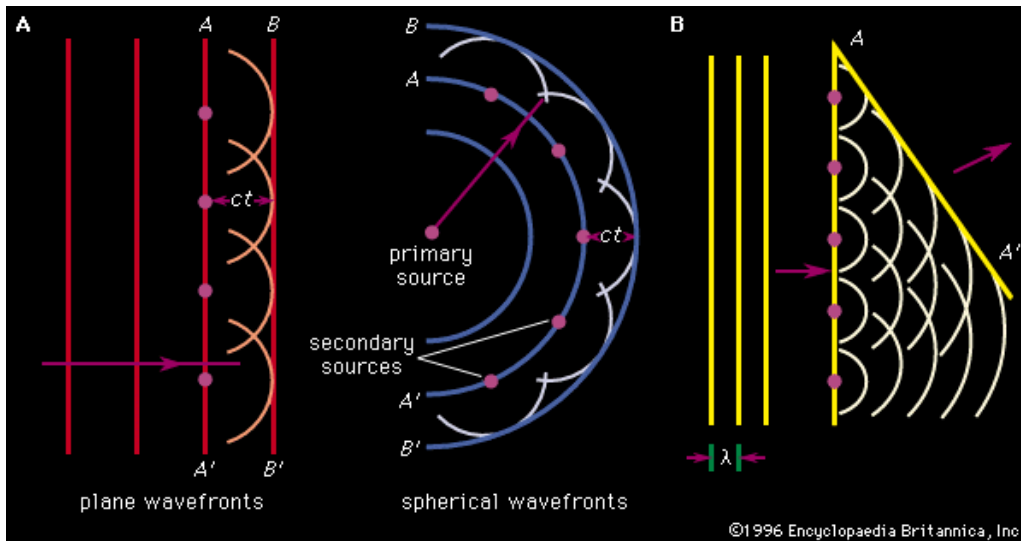


Fig. 5.2: esempi di propagazione di onde descritte tramite il principio di Huygens, ossia come sovrapposizione di fronti d'onda ([Huygens' principle], s.d.).

Poco dopo Newton nel trattato *Opticks* del 1704, descrisse la luce come costituita da tante piccole particelle che si propagano in linea retta (Figura 5.3). Newton, consapevole dei risultati sia di Grimaldi che Huygens, criticò entrambi i lavori. L'esperimento di Grimaldi poteva essere spiegato ipotizzando una forza in grado di deviare la traiettoria dei corpuscoli che compongono la luce, e la teoria di Huygens non spiegava alcuni fenomeni come la birifrangenza. L'autorità in ambito scientifico di Newton risultò nell'accettazione generale anche della sua teoria sull'ottica, e quindi della natura corpuscolare della luce (Lulli, 2013).

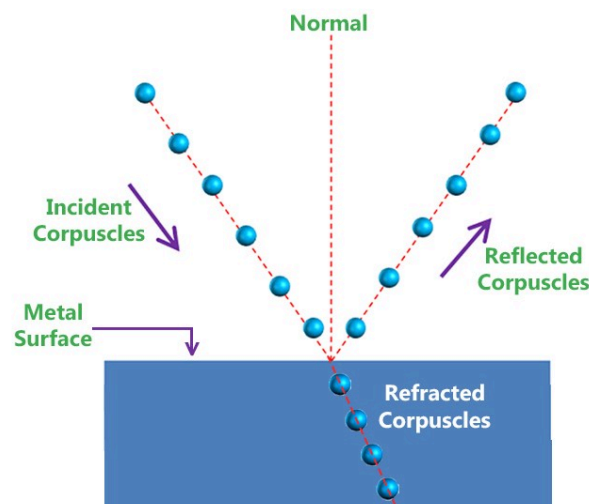


Fig. 5.3: ([Illustrazione di riflessione e rifrazione della luce tramite una rappresentazione corpuscolare], s.d.).

Circa 100 anni dopo Young per primo dimostrò la natura ondulatoria della luce. L'esperimento è semplice e riproducibile, ed è rappresentato in Figura 5.4. Un raggio di luce che arriva da una sorgente viene separato da un pezzo di carta. Ponendo uno schermo al di là del pezzo di carta si può osservarne l'ombra, e si possono notare frange di interferenza. La presenza di queste frange è spiegabile dal fatto che la luce è diffratta dal pezzo di carta, in particolare le due parti del raggio di luce fanno interferenza tra di loro, creando la figura di interferenza. La luce è quindi in grado di annullarsi in certi punti, a seconda del percorso che segue. Ciò dimostra che il suo comportamento è ondulatorio, come il suono, piuttosto particellare e descrivibile come proiettile come nella teoria di Newton (Young, 1804). Questo esperimento, oltre a mostrare che la luce può creare interferenza con se stessa, può anche essere usato per calcolare la lunghezza d'onda della luce, misurando il seno dell'angolo di diffrazione e moltiplicando per lo spessore del pezzo di carta (Scheider, 1986).

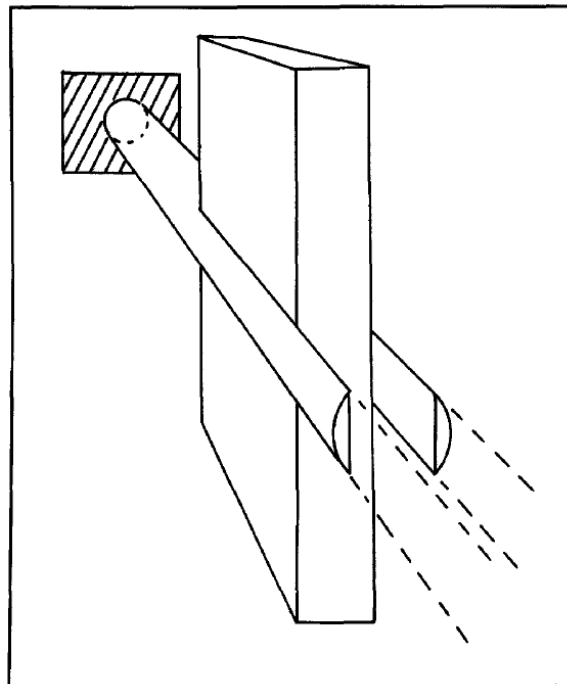
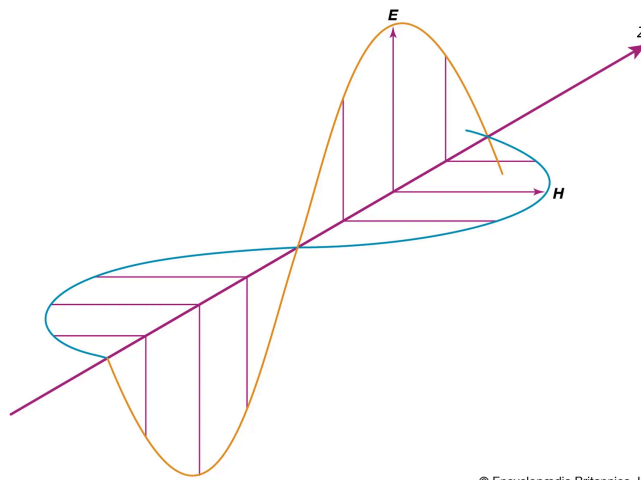


Fig. 5.4: schema del primo esperimento di Young che dimostra la natura ondulatoria della luce (Scheider, 1986, p. 1).

Fresnel, indipendentemente dal lavoro di Young, riprese la teoria di Huygens e tramite un lavoro matematico più rigoroso nel 1817 spiegò la diffrazione e l'interferenza della luce in maniera più convincente. Così si affermò la teoria ondulatoria della luce che si consolidò durante tutto il resto dell'ottocento, fino alla scoperta delle onde elettromagnetiche, tramite i contributi di molti scienziati tra cui Faraday, Maxwell, Hertz (Lulli, 2013).



© Encyclopædia Britannica, Inc.

Fig. 5.5: rappresentazione moderna di un'onda elettromagnetica (*[electromagnetic wave]*, s.d.).

Ciò che mise in crisi questa visione fu l'ipotesi quantistica di Einstein, formulata all'inizio del novecento per spiegare l'effetto fotoelettrico (Figura 5.6 (a)). Un metallo colpito da fotoni emette elettroni, ma solo se la frequenza di questi supera una certa soglia. Ciò che la fisica classica non riusciva a spiegare era come mai il metallo non emettesse elettroni aumentando l'intensità del fascio luminoso. L'idea di Einstein fu che l'energia di un'onda luminosa fosse costituita da “un numero finito di quanti di energia spazialmente localizzati in punti dello spazio, che si muovono senza dividersi e che sono assorbiti o generati soltanto come un tutt'uno” (Einstein, 1905). Se i singoli fotoni non avevano energia sufficiente, un fascio più intenso, ossia con più fotoni, non cambiava l'emissione di elettroni, che richiedeva uno specifico valore di energia di ciascun fotone.

L'accettazione di questa ipotesi avvenne successivamente, quando venne usata per spiegare anche un altro fenomeno, l'effetto Compton (Figura 5.6 (b)). Il fenomeno consiste nell'aumento della lunghezza d'onda della luce dopo l'interazione con un materiale, spiegabile con la perdita di energia dei fotoni che urtano contro degli elettroni, come se fossero particelle (Compton, 1923).

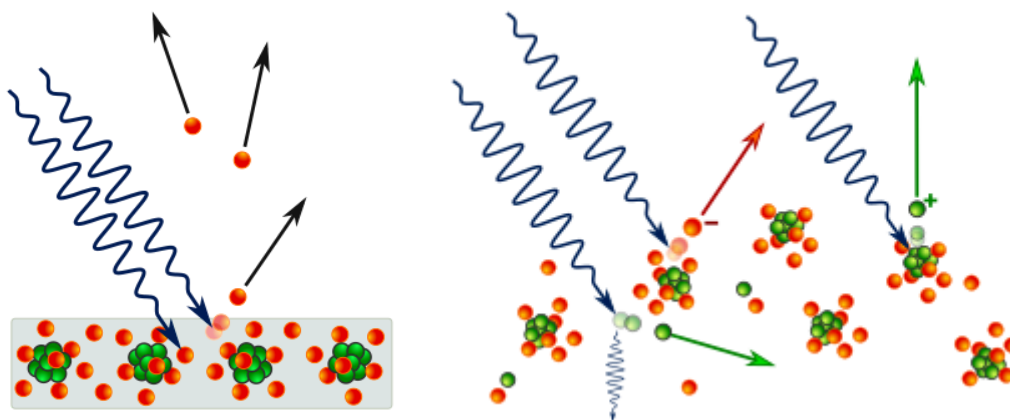


Fig. 5.6: (a) effetto fotoelettrico (Ponor, 2020), (b) effetto Compton (Ponor, 2020).

La natura ondulatoria della luce era quindi necessaria per spiegare fenomeni di interferenza e diffrazione, ma anche la natura quantizzata e particellare della luce era necessaria per spiegare l'effetto fotoelettrico e l'effetto Compton.

A causa di questa apparente contraddizione nacque una nuova idea, quella di dualità onda-particella, ossia che la luce può manifestare comportamenti ondulatori o corpuscolari a seconda delle situazioni sperimentali.

Nel 1924 de Broglie ipotizzò che questa dualità sia valida per tutte le particelle, e che quindi ad ogni particella massiva, come elettroni o atomi o molecole, sia associata una lunghezza d'onda $\lambda = h/(mv)$ (de Broglie, 1924).

Questa dualità venne successivamente confermata sperimentalmente, tramite la realizzazione di esperimenti che mostrano diffrazione di un fascio di elettroni (Joensson) e atomi di elio (Estermann e Stern) attraverso dei cristalli.

In seguito, sono anche stati fatti esperimenti a doppia fenditura con fasci di elettroni (Joensson). Gli effetti ondulatori degli elettroni sono stati giustificati tramite effetti collettivi del fascio di elettroni. La conferma definitiva delle proprietà ondulatorie dei singoli elettroni avvenne con la realizzazione di un altro esperimento a doppia fenditura, con la differenza che venne eseguito non tramite un fascio ma con emissione di elettroni singoli. La prima realizzazione fu di Merli, Missiroli e Pozzi nel 1976 a Bologna. Questo esperimento fu persino nominato l'esperimento più bello della fisica da un sondaggio sulla rivista *Physics World* del 2002.

Ad oggi, il concetto di dualità è superato in fisica moderna, e gli oggetti elementari descritti dalla meccanica quantistica vengono interpretati come qualcosa di diverso, che non può

essere ridotto solo ad un'onda o ad una particella. Gli oggetti quantistici hanno infatti proprietà uniche, ben descritte dalla teoria moderna.

5.2.2 Parte concettuale

Fondamenti di meccanica quantistica: stato, sovrapposizione, misura

La dualità onda-particella è collegata al principio di sovrapposizione, fondamentale in fisica quantistica: i sistemi quantistici possono essere in sovrapposizione di stati diversi. Le onde si sommano tra di loro quando passano una sopra l'altra, e in modo simile gli oggetti descritti dalla fisica quantistica possono trovarsi in una somma, o sovrapposizione, di stati diversi.

Con stato di un sistema quantistico si intende la descrizione delle proprietà che si possono attribuire a un sistema. Matematicamente questo viene descritto come un vettore appartenente ad un certo spazio vettoriale, detto spazio di Hilbert: $|\psi\rangle \in H$. Un caso semplice di questo si ha considerando uno spazio a due dimensioni che equivale ad un sistema a due stati. Per esempio, utilizzando la notazione Dirac, la luce può essere polarizzata linearmente, e si può associare ad un fotone polarizzato verticalmente $|V\rangle$ e ad un fotone polarizzato orizzontalmente $|O\rangle$. Un altro esempio è quello di un elettrone che può trovarsi in uno stato descritto da spin in senso orario (up) oppure in senso antiorario (down), per cui un elettrone con spin up può essere descritto con $|+\rangle$ mentre uno con spin down può essere descritto con $|-\rangle$.

Un aspetto che caratterizza la Seconda Rivoluzione Quantistica rispetto alla prima e che ha posto le basi per lo sviluppo della computazione quantistica risiede nella possibilità di controllare e manipolare il singolo sistema quantistico (singoli atomi, fotoni, ioni, ecc.) e nel poter codificare in termini di informazione (Landauer, 1996). Oltre all'esempio della polarizzazione della luce e dello spin degli elettroni esistono altri sistemi a due stati, e tutti questi possono essere trattati come dei qubit. Il qubit è l'unità di base dei computer quantistici, e può essere pensato come il modello più semplice per descrivere uno stato quantistico a due stati. Per simmetria con il caso classico, un bit di informazione può assumere valori 0 o 1, il qubit non è altro che una combinazione lineare di tutte le informazioni classiche. Il computer quantistico, come oggi è concepito, è dunque un esperimento che usa fotoni, atomi o ioni, la cui informazione è codificata in un qubit che

viene poi manipolato per risolvere diversi tipi di problemi (Satanassi, Ercolessi, Levrini, 2022).

Una differenza fondamentale tra fisica classica e fisica quantistica risiede dunque nel principio di sovrapposizione, che afferma che se $|0\rangle$ e $|1\rangle$ sono due possibili vettori stato che descrivono un sistema fisico, allora anche la loro somma $|\psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ è un possibile stato. I coefficienti α_0 e α_1 sono dette ampiezze di probabilità. Il motivo di questo nome sta nel fatto che sono collegate al processo di misura, che anch'essa si differenzia dalla misura intesa in senso classico. Infatti $|\alpha_0|^2$ è la probabilità di trovare il sistema nello stato $|0\rangle$ dopo una misura, come $|\alpha_1|^2$ è la probabilità di trovarlo in $|1\rangle$. Dato che la probabilità totale di misurare il sistema a due valori o in $|0\rangle$ o $|1\rangle$ è il 100%, i coefficienti devono seguire $|\alpha_0|^2 + |\alpha_1|^2 = 1$. Un modo di visualizzare graficamente uno stato quantistico è un vettore in un cerchio (Figura 5.7) o, più generalmente, in sfera di Bloch (Figura 5.8).

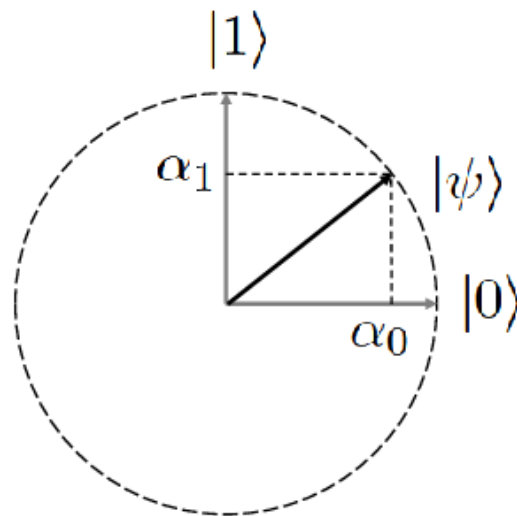


Fig. 5.7: rappresentazione grafica di un sistema quantistico a due stati tramite cerchio di Bloch (Simeone, 2022, p. 13).

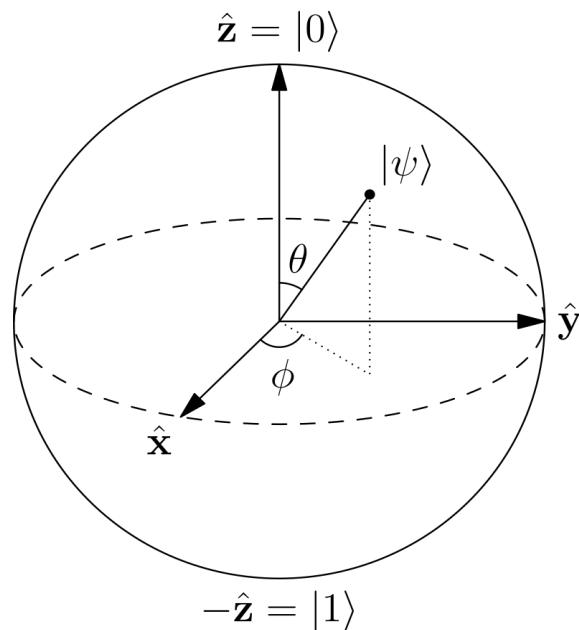


Fig. 5.8: sfera di Bloch rappresentata in Nielsen & Chuang (2000). Il qubit è matematicamente descritto in questo caso come $|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$

Proprio in questo risiede il primo postulato della meccanica quantistica ovvero:

A qualsiasi sistema fisico isolato può essere associato uno spazio vettoriale complesso dotato di prodotto interno (cioè uno spazio di Hilbert) noto come lo spazio di stato del sistema. Il sistema è dunque descritto dal suo vettore di stato, ovvero da un vettore unitario nello spazio di stato del sistema. (Nielsen & Chuang, 2000)

Questo vettore di informazione può essere fatto evolvere o manipolato attraverso delle trasformazioni unitarie che fisicamente corrispondono agli strumenti di un apparato sperimentale come un beam splitter, un polarizzatore, una coppia di magneti che generano un campo magnetico ecc. Nel caso più semplice di un qubit di informazione queste trasformazioni corrispondono ad una rotazione del vettore nel cerchio o nella sfera di Bloch. Alla base di ciò c'è il secondo postulato della fisica quantistica secondo cui:

L'evoluzione di un sistema quantistico chiuso è descritta da una trasformazione unitaria. Cioè, lo stato $|\varphi\rangle$ del sistema all'istante t_1 è correlato allo stato $|\varphi'\rangle$ del sistema all'istante t_2 da un operatore unitario U che dipende solo dai tempi t_1 e t_2 , $|\varphi'\rangle = U|\varphi\rangle$ (Nielsen & Chuang, 2002).

Un'altra differenza fondamentale tra fisica classica e fisica quantistica risiede nel processo misura, dunque nel fatto che la misura quantistica è intrinsecamente probabilistica e distruttiva: uno stato quantistico descrivibile come $|\psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$, a valle della misura non si trova più in uno stato di sovrapposizione ma in una delle due alternative classiche ovvero o nello stato $|0\rangle$ o nello stato $|1\rangle$.

Per esempio, consideriamo un fotone nello stato $|\psi\rangle = (1/\sqrt{2})|V\rangle + (1/\sqrt{2})|O\rangle$, che possiamo immaginare come polarizzato a 45° . Un fotone come questo passerà il 50% delle volte attraverso un polarizzatore verticale, mentre al 50% verrà bloccato. Le stesse probabilità varranno per la trasmissione o assorbimento in un polarizzatore orizzontale. In questo caso il polarizzatore funziona come strumento di misura, ma questa misura non rivela in che stato si trovava il fotone prima della misura, perché non era polarizzato V oppure O, ma entrambi allo stesso tempo. L'altro fatto significativo è che l'atto stesso di misurare cambia il sistema. Infatti, dopo aver effettuato una misura su un oggetto descrivibile come una sovrapposizione di due stati, l'oggetto si troverà in un solo stato, quello che è il risultato della misura, e la sovrapposizione viene distrutta. In questo esempio il fotone dopo una misura, si troverà in uno stato polarizzato $|\psi\rangle = |V\rangle$ o polarizzato $|\psi\rangle = |O\rangle$. Ma, sempre per il principio di sovrapposizione, è possibile per esempio scrivere lo stato $|\psi\rangle = |V\rangle$ come $|\psi\rangle = (1/\sqrt{2})|45^\circ\rangle + (1/\sqrt{2})|135^\circ\rangle$, dove $|45^\circ\rangle$ e $|135^\circ\rangle$ rappresentano gli stati di polarizzazione ai rispettivi assi. Quindi un fotone polarizzato verticalmente ha a sua volta il 50% di probabilità di passare o no da un polarizzatore a 45° . Una misura, in questo caso tramite polarizzatore, può discernere solo la polarizzazione $|V\rangle$ dalla $|O\rangle$, o quella a 45° da quella a 135° . Una misura successiva cambiando base porta di nuovo ad uno stato di sovrapposizione con probabilità $1/2$.

È proprio questo il terzo postulato:

Le misurazioni quantistiche sono descritte da un insieme $\{M_m\}$ di operatori di misura. Si tratta di operatori che agiscono sullo spazio degli stati del sistema misurato. L'indice m si riferisce ai risultati della misurazione che possono verificarsi nell'esperimento. Se lo stato del sistema quantistico è $|\varphi\rangle$ immediatamente prima della misurazione allora la probabilità che si verifichi il risultato m è data da

$$p(m) = \langle \varphi | M_m^\dagger M_m | \varphi \rangle \text{ e lo stato dopo la misura è } \frac{M_m |\varphi\rangle}{\sqrt{\langle \varphi | M_m^\dagger M_m | \varphi \rangle}} \text{ (Nielsen \&}$$

Chuang, 2000).

Oltre alla polarizzazione, vi sono altre proprietà, dette complementari, che non possono essere conosciute contemporaneamente, come lo spin di una particella lungo Z o X, o la posizione e la quantità di moto di una particella.

Il principio di complementarità inoltre afferma che la natura ondulatoria o particellare degli oggetti quantistici sono due caratteristiche complementari, ossia che non possono essere rilevate simultaneamente ma solo in contesti sperimentali diversi (Bohr, 1928).

5.2.3 Parte epistemologica

La complementarità nell'esperimento della doppia fenditura a singola particella

Durante il congresso Solvay del 1927 tra i vari argomenti vennero discussi i fondamenti della meccanica quantistica, non solo fisici ma anche filosofici. La meccanica quantistica aveva messo in dubbio il determinismo, in quanto nell'interpretazione di Copenhagen, quella più popolare al tempo, le misure erano ontologicamente probabilistiche. Inoltre secondo Bohr era la complementarità alla base del dualismo onda particella e del principio di indeterminazione. Einstein non era convinto che la realtà fosse probabilistica, ed espresse questa convinzione dicendo che secondo lui “*Dio non gioca a dadi con il mondo*” (Einstein et al., 1971). Cercò quindi di dimostrare che se la meccanica quantistica fosse stata una teoria chiusa e completa, questo avrebbe portato a delle inconsistenze. Per far questo propose un esperimento mentale, riprendendo quello di interferenza di singola particella e aggiungendo un ulteriore schermo con una singola fenditura. Ma per capire la critica di Einstein, per prima cosa partiamo dal descrivere il funzionamento dell'esperimento a doppia fenditura, già realizzato in passato da Young, nel 1801.

Si ha una sorgente di sistemi quantistici (generalizzando l'esperimento che è stato effettuato con la luce) che viene diretta contro una barriera opaca in cui vi sono due sottili fenditure. Al di là di questa vi è una lastra rivelatrice, che viene impressionata dalla ricezione di un sistema, visibile tramite un puntino bianco.

Se il rilevatore è posto immediatamente dopo le fenditure, o se una delle due fenditure viene coperta, allora ciascun sistema quantistico viene rilevato di fronte ad una fenditura. Questo è

il comportamento che ci si aspetta se il sistema può essere descritto come una particella, le particelle si sono comportate come dei sassi lanciati contro un muro. Se invece il rilevatore è posto ad una certa distanza dalle fenditure, lo stato che descrive il sistema continua ad evolversi e propagarsi oltre lo schermo. La funzione d'onda che descrive il sistema causa interferenza con se stessa. Questo diventa visibile in quanto si osservano delle frange di interferenza nel rilevatore, dimostrando la natura ondulatoria del sistema.

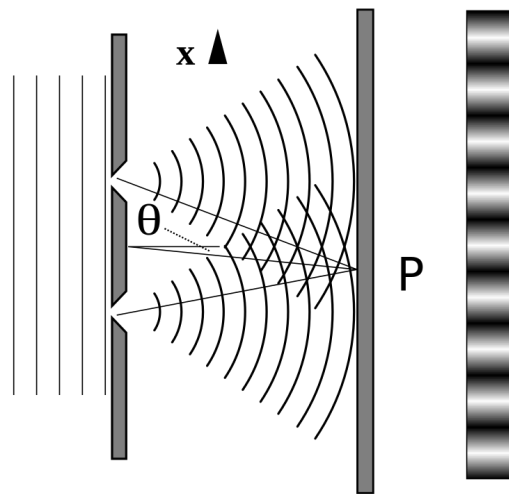
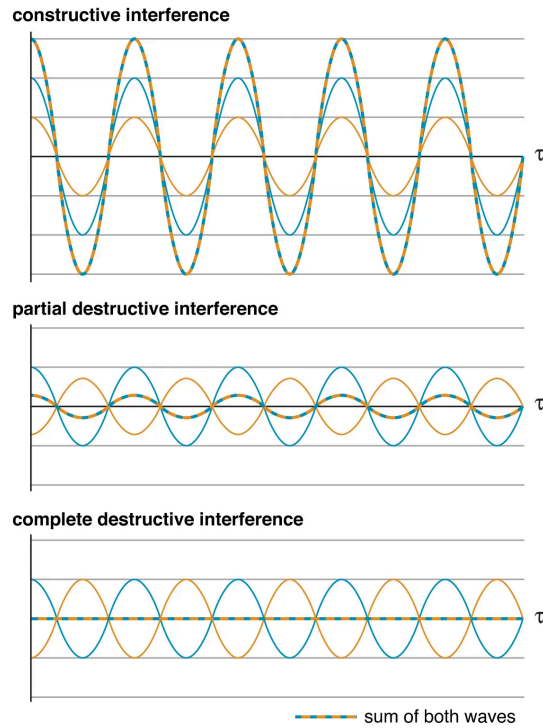


Fig. 5.9: il comportamento di onde, o particelle quantistiche, quando incontrano un ostacolo con due sottili fenditure. Le frange di interferenza mostrano il carattere ondulatorio (Epzcow, 2011).

Nel caso classico di onde elettromagnetiche, la figura di interferenza può essere calcolata considerando la differenza tra i percorsi che la luce percorre dalla fenditura ai diversi punti dello schermo. Quando le due onde provenienti dalle due fenditure sono in fase si crea interferenza costruttiva, e l'intensità della luce è massima. Quando invece le due onde sono sfasate di mezza lunghezza d'onda, le due onde si cancellano a vicenda producendo interferenza distruttiva e intensità nulla.



© Encyclopædia Britannica, Inc.

Fig. 5.10: interferenza tra onde ([*examples of interference*], s.d.).

Tornando all'esperimento mentale proposto da Einstein, questo esperimento mostra come o è possibile conoscere da quale delle due fenditure è passato un fotone, senza frange di interferenza, o mostrare la natura ondulatoria della luce con la figura di interferenza perdendo informazione da quale delle due fenditure sia passato ciascun singolo fotone. Einstein propone di mettere un ulteriore ostacolo mobile con una singola fenditura, prima di quello con due fenditure. Ipotizzando di mandare un singolo fotone alla volta in questo apparato sperimentale e calcolando lo spostamento del primo schermo mobile sarebbe in teoria possibile calcolare la direzione di propagazione del fotone, preservando la figura di interferenza ma allo stesso tempo scoprendo da quale delle due fenditure è passato il fotone. Bohr ribatté che se il primo schermo fosse perfettamente fermo, ossia con velocità nota, la sua posizione in quanto variabile complementare risulterebbe non definita, rendendo i fotoni non coerenti e distruggendo la figura di interferenza. Einstein accettò che la teoria forniva una spiegazione al suo controesempio, senza contraddizioni, e così la fisica quantistica incorporò in sé indeterminazione e complementarità.

L'esperimento a doppia fenditura utilizzando singole particelle fu descritto da Feynman (1963) come in grado di mostrare il fenomeno che "*sta al cuore della meccanica*

quantistica”, e anche mostrato soltanto come esperimento mentale, in quanto nonostante la teoria fosse in grado di predire il risultato era impossibile da realizzare. Nonostante le difficoltà tecniche, l’esperimento fu successivamente realizzato. Si è ottenuto sperimentalmente che le frange di interferenze si formano quindi anche se vengono mandati contro lo schermo un numero molto grande (circa 20000) di singoli sistemi quantistici (fotoni, o per esempio anche elettroni singoli) uno alla volta. Questo avviene perché ogni singolo sistema quantistico è descritto da una sovrapposizione di passaggio da entrambe le fenditure, e perciò il suo comportamento è lo stesso di un’onda che attraversa contemporaneamente entrambe le fenditure.

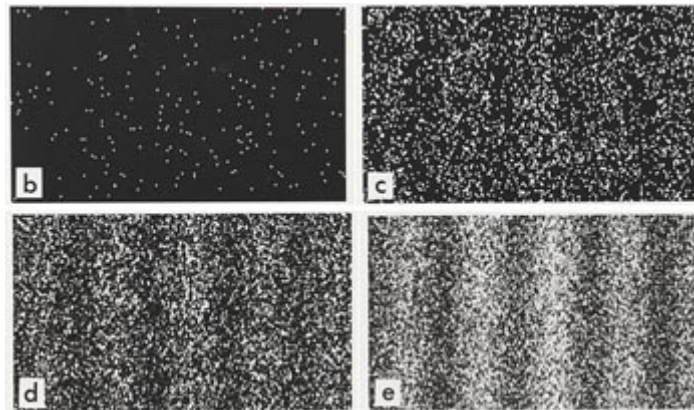


Fig. 5.11: frange di interferenza appaiono dopo aver fatto passare singoli elettroni attraverso una doppia fenditura (Tonomura et al., 1989, p. 120).

Fenomeno: la visione di Bohr, e il drago nebbioso

Durante dibattito tra Einstein e Bohr sulla natura e interpretazioni della meccanica quantistica, Bohr espresse la sua visione sulla complementarità: *“evidence obtained under different experimental conditions cannot be comprehended within a single picture, but must be regarded as complementary”*. Ossia informazioni ottenibili tramite misure incompatibili sono dette complementari. Fu Bohr stesso ad enunciare per la prima volta il principio di complementarità, che si riferisce sia all'impossibilità di determinare contemporaneamente variabili incompatibili, sia di osservare allo stesso tempo la natura ondulatoria e particellare degli oggetti quantistici (come nell’esperimento di Wheeler).

Il comportamento degli oggetti quantistici secondo Bohr è anche strettamente legato all’apparato di misura che si utilizza per studiarli. La definizione che Bohr dà di fenomeno è: *“As a more appropriate way of expression I advocated the application of the word*

phenomenon exclusively to refer to the observations obtained under specified circumstances, including an account of the whole experimental arrangement.”

Miller e Wheeler illustrano la natura peculiare dei fenomeni quantistici fondamentali, tramite l'immagine di un grande drago nebbioso. Si può conoscere solo la preparazione dell'apparato sperimentale, la coda, e il risultato dell'osservazione, la testa. Del corpo, ossia ciò che avviene tra queste due, usando le parole di Wheeler *“But about what the dragon does or looks like in between we have no right to speak, either in this or any delayed-choice experiment. We get a counter reading but we neither know nor have the right to say how it came. The elementary quantum phenomenon is the strangest thing in this strange world”*.

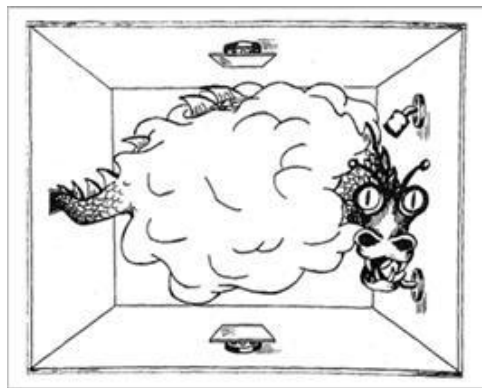


Fig. 5.12: rappresentazione del fenomeno quantistico come un drago nebbioso, come descritto da Miller e Wheeler (1997, p. 74), illustrato da Field nel 1983.

È l'osservatore, anche dopo che le interazioni fisiche sono avvenute, che decide quale proprietà complementare osservare.

5.2.3 Parte sperimentale

Interferometro di Mach-Zehnder, e la complementarità

L'interferometro Mach-Zehnder è un apparato sperimentale che in modo simile a quello dell'esperimento della doppia fenditura può essere utilizzato per mostrare il principio di sovrapposizione. In questo caso il fotone viene fatto incidere su uno specchio semitrasparente, che in figura 5.13 è indicato dalla linea obliqua in basso a sinistra. Consideriamo il caso della luce.

In una descrizione classica, questo specchio chiamato beam splitter riflette metà della luce incidente e trasmette l'altra metà. Perciò un singolo fotone al 50% viene riflesso e segue quindi la traiettoria a, e al 50% viene trasmesso seguendo la traiettoria b. A conferma di questo, se vengono posti dei rilevatori nei due bracci si rileva ciascun fotone in uno solo dei due rilevatori, con il 50% di probabilità in uno o nell'altro.

Questo vuol dire che la luce è passata da uno dei due percorsi, o da a o da b.

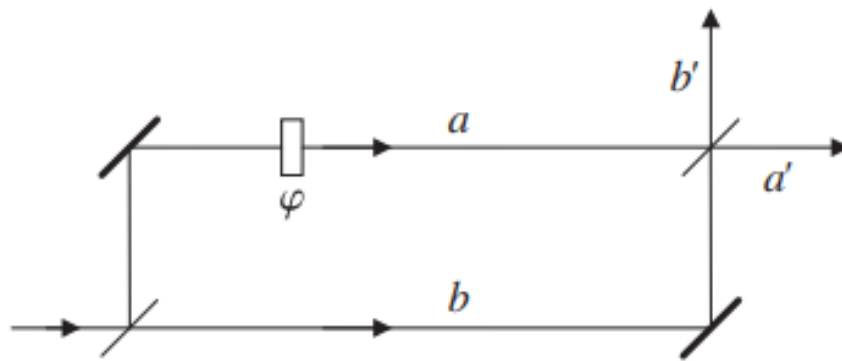


Fig. 5.13: schema di un interferometro Mach-Zehnder (Ma et al., 2014, p. 2).

Se trattiamo la luce non come una particella o un'onda classica, ma come una particella quantistica, il comportamento rimane simile, ma va ripensato in modo diverso. Un fotone, allo stesso modo del caso classico, viene rilevato da uno solo dei due rilevatori nei due percorsi, con probabilità 50/50. Ma fino a quando non viene misurato, si trova in una sovrapposizione di entrambi i percorsi. Il beam splitter non viene più descritto come un oggetto che riflette o trasmette la particella casualmente, ma crea uno stato di sovrapposizione tra il passaggio nel percorso a e il passaggio nel percorso b. È solo durante la misura del rilevatore che il fotone intero viene assorbito da uno dei due rilevatori, distruggendo lo stato di sovrapposizione.

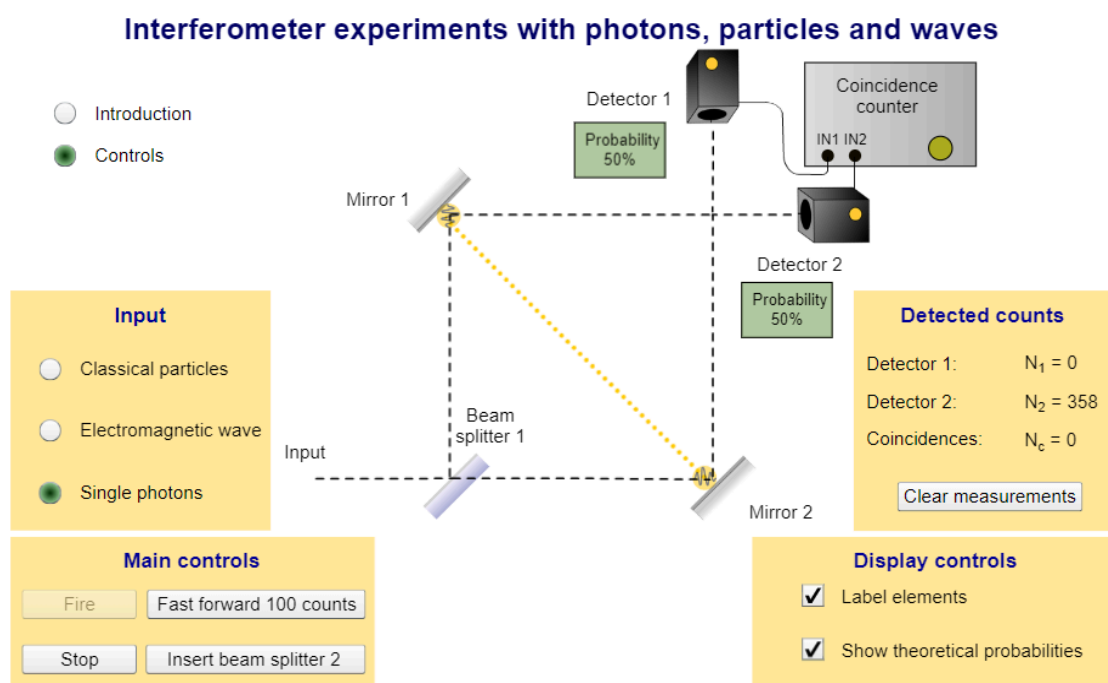


Fig. 5.14: interferometro con singolo fotone. Il fotone passa attraverso entrambi i percorsi in uno stato di sovrapposizione, come indicato dalla linea tratteggiata gialla (*Interferometer experiments, s.d.*)

Invece un'onda elettromagnetica classica che passa nel beam splitter viene divisa tra i due percorsi, e l'intensità ai rilevatori è quindi la metà dell'intensità della sorgente. Ma se i due possibili percorsi vengono combinati con un altro beam splitter, il risultato è che l'intensità della luce nei rilevatori dipende dalla differenza di fase tra i due percorsi. Se i due percorsi hanno differenza di fase nulla, in uno dei rilevatori vi sarà intensità nulla e nessuna rilevazione, mentre nell'altro si rileva l'intensità dell'onda iniziale.

Questo esempio mostra la natura ondulatoria delle onde, in quanto la dipendenza dalla differenza di fase tra i due percorsi dimostra che il sistema è passato da entrambi i percorsi.

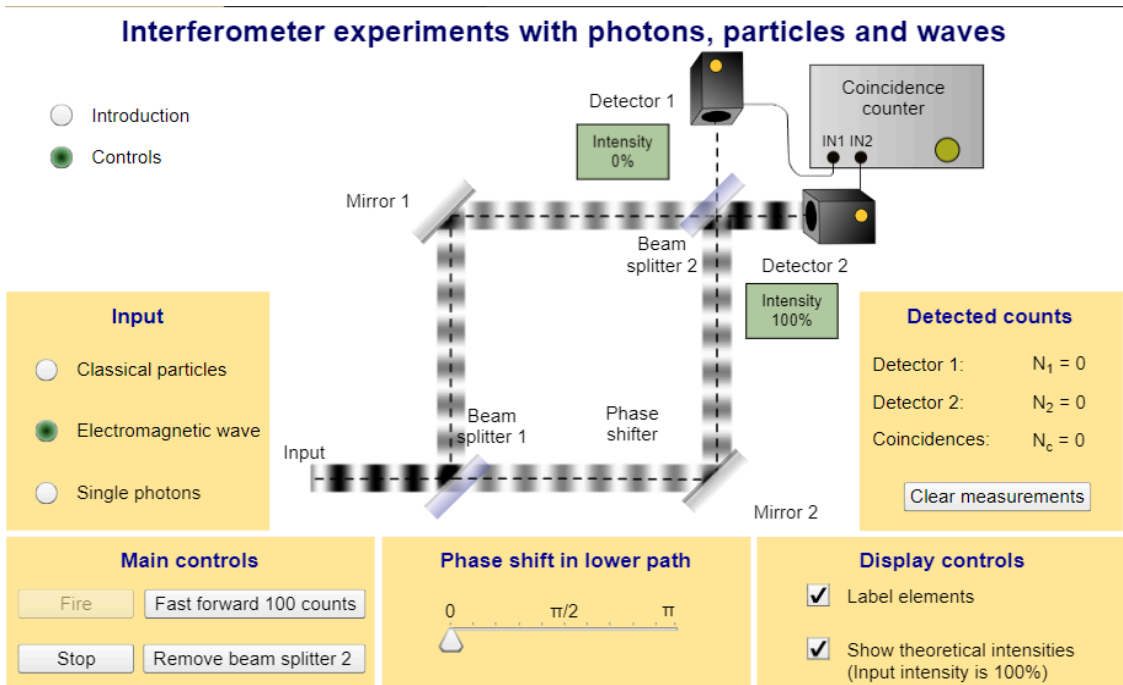


Fig. 5.15: interferometro con un'onda elettromagnetica classica. L'intensità dell'onda si dimezza, come evidenziato dal colore grigio più chiaro, quando questa si divide tra i due percorsi dopo il primo beam splitter (*Interferometer experiments*, s.d.)

Questo stesso comportamento caratteristico delle onde quando sono presenti due beam splitter avviene quando si fanno passare nell'interferometro singoli fotoni.

Per analizzare questa situazione, descriviamo il fotone in termini di stato quantistico.

Consideriamo lo stato del fotone che attraversa il percorso inferiore come $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mentre

per il percorso superiore $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Il beam splitter viene descritto tramite una matrice

$B_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Questa matrice, applicata allo stato iniziale crea uno stato di

sovrapposizione $B_1 b = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$. Il secondo beam splitter è ruotato in modo

opposto al primo, e quindi la sua matrice è $B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Applicando entrambe le

matrici il risultato è $B_1 B_2 b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, quindi il fotone viene rilevato, in questo caso, solo dal

rilevatore nel percorso a.

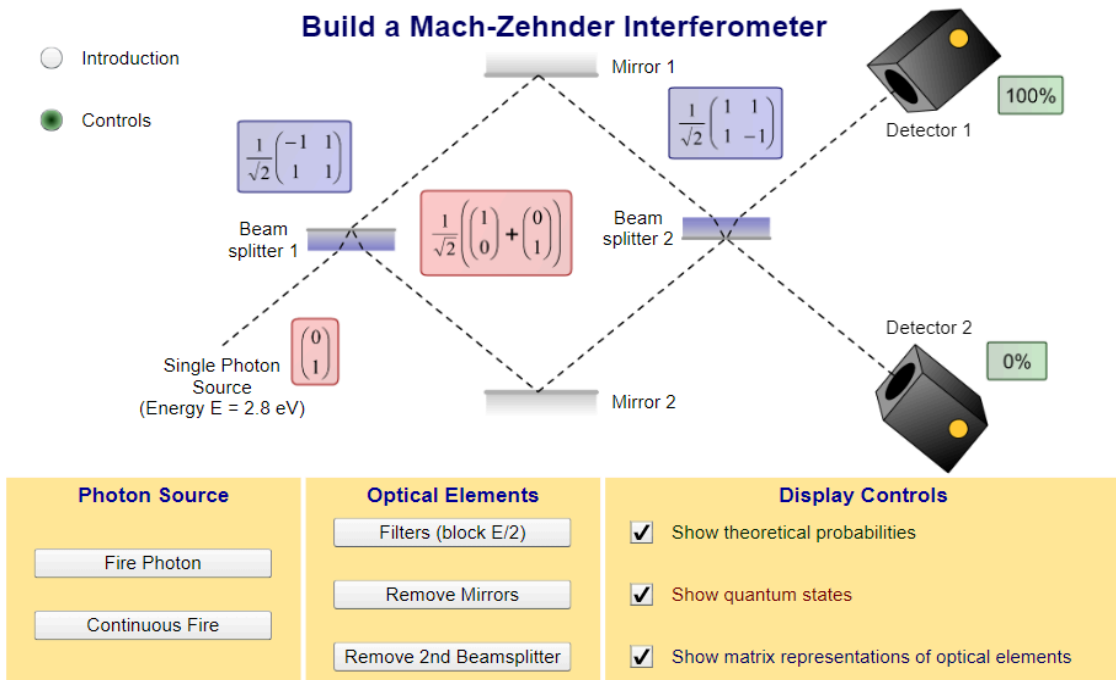


Fig. 5.16: rappresentazione matriciale dello stato di un fotone e degli elementi di un interferometro (*Interferometer experiments*, s.d.)

Inserendo un phase shifter, che varia solo la fase dell'onda che lo attraversa, è possibile controllare le probabilità di ricezione del fotone nei rilevatori. Come nel caso dell'onda, è la differenza di fase dell'onda che determina l'interferenza e quindi la ricezione in uno dei due rilevatori. La differenza ora è che non si parla più di intensità, ma di probabilità di ricezione.

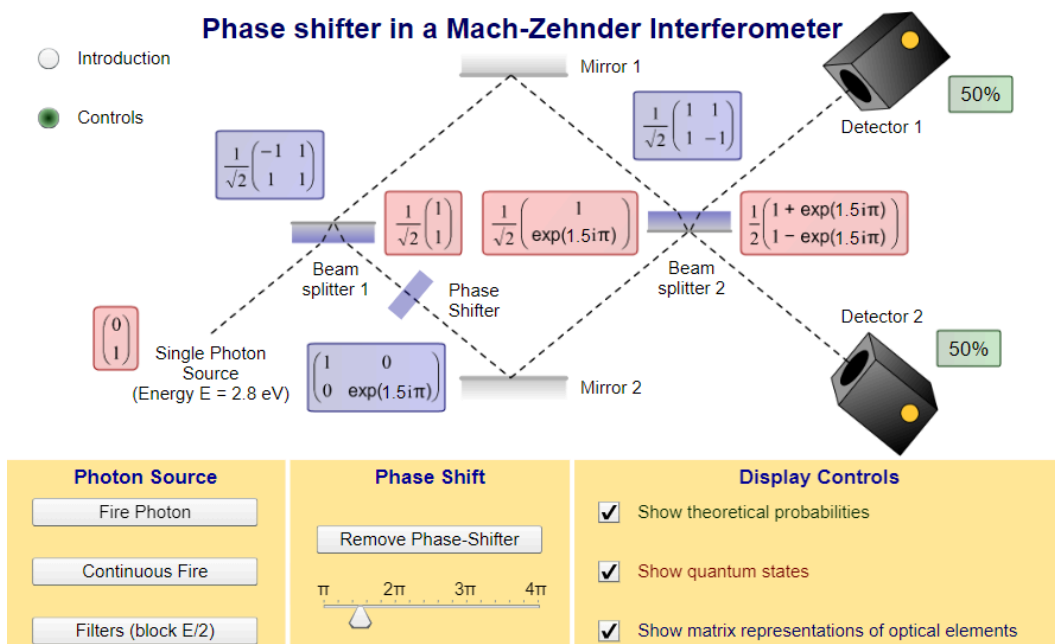


Fig. 5.17: rappresentazione matriciale dello stato di un fotone e degli elementi di un interferometro. Con l'aggiunta di un phase shifter le probabilità di rilevazione nei due rilevatori cambiano in base alla differenza di fase (*Interferometer experiments*, s.d.)

Quindi in conclusione, se il secondo beam splitter fa parte dell'interferometro, i fotoni si comportano come un'onda, che passa da entrambi i percorsi, e la cui probabilità di ricezione dipende dalla differenza di fase. Se invece vi è soltanto un beam splitter, i fotoni si comportano come una particella che ha attraversato l'interferometro attraverso soltanto uno dei due possibili percorsi.

L'esperimento mentale a scelta ritardata di Wheeler

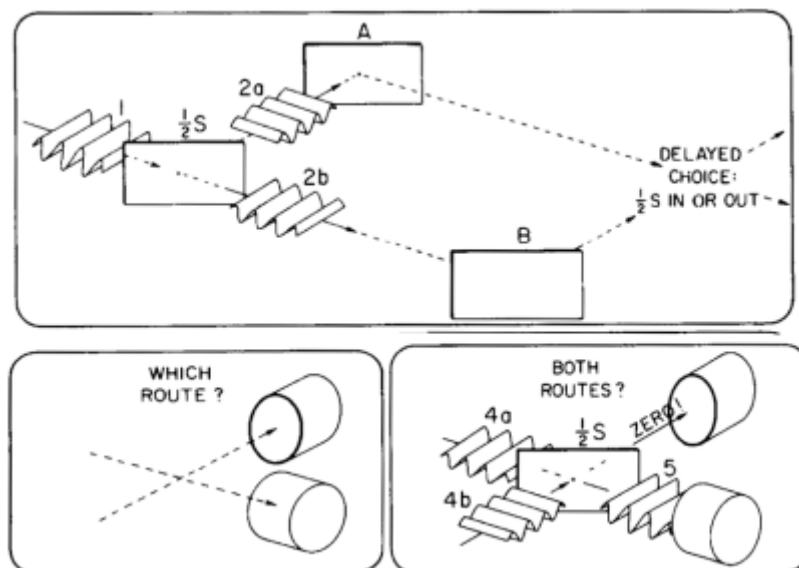


Fig. 5.18: schema dell'esperimento mentale. In base alla scelta di mettere il secondo beam splitter si ottiene informazione su quale percorso il fotone ha preso, o se è passato da entrambi i percorsi (Wheeler & Zurek, 1983, p. 183).

L'esperimento a scelta ritardata di Wheeler nasce come esperimento mentale per testare se un fotone sia in qualche modo influenzato dall'apparato sperimentale nella sua "decisione" di comportarsi come onda o come particella. Questo esperimento può essere pensato utilizzando un interferometro Mach-Zehnder. L'idea sta nell'eseguire una scelta di cosa misurare che dipende dall'inserimento o meno del secondo beam splitter nell'apparato. Se si decide di osservare la natura di particella, e quindi conoscere da quale dei due percorsi è arrivato il fotone, non si inserisce il beam splitter nell'interferometro. Se invece si decide di osservare la

natura ondulatoria della luce, e quindi calcolare la differenza di fase tra i due percorsi, si inserisce il secondo beam splitter.

Ciò che rende questo esperimento significativo è la possibilità di fare una scelta o l'altra anche dopo che il fotone è già entrato nell'interferometro. Il secondo beam splitter viene inserito o meno solo dopo che il sistema è già passato dal primo. In questo modo si esclude la possibile interpretazione che i sistemi quantistici agiscono come particelle o come onde adattandosi a priori all'apparato sperimentale. Inoltre, con le parole di Wheeler, muovere lo specchio nell'interferometro oppure no cambia ciò che noi possiamo dire della storia ormai passata del fotone. *“Thus one decides whether the photon shall have come by one route or by both routes' after it has already done its travel.”*

L'esperimento può essere reso ancora più chiaro ed d'impatto se immaginato in scala cosmica, con fotoni deviati da lensing gravitazionale, decidendo di misurare da quale direzione arriva il fotone, o quale sia la differenza di fase tra i due percorsi. Il fotone, durante il suo viaggio cosmico, si trova in una sovrapposizione di viaggiare in entrambi percorsi, o in uno solo dei due, e siamo noi a decidere quale di questi due aspetti complementari sia attualizzato, tramite la nostra scelta di quale misura effettuare. Inoltre l'utilizzo di una distanza così grande assicura che non ci sia nessuna influenza causale tra l'emissione del fotone e la scelta dello strumento di misura.

Realizzazione sperimentale dell'esperimento di scelta ritardata

Una delle prime realizzazioni sperimentali dell'esperimento di scelta ritardata fu realizzata da Hellmuth e collaboratori nel 1987. Come fonte di fotoni è stato utilizzato un laser a picosecondi attenuato, che emette fotoni in brevi impulsi. Per rallentare il percorso dei fotoni e permettere la scelta ritardata sono state usate due fibre ottiche lunghe 5 metri. I fotoni attraversano comunque l'interferometro in 24 ns, tempo molto breve. Per eseguire la scelta si è utilizzato un otturatore, rappresentato in figura 5.19 nella parte superiore, costituito da una cella Pockels (PC) e un polarizzatore (POL). Applicando un voltaggio ad una cella Pockels questa ruota la polarizzazione dei fotoni che gli passano attraverso. Questo permette di scegliere se far riflettere i fotoni fuori dell'interferometro col polarizzatore. I fotomoltiplicatori PM 1 e 2 ricevono i fotoni e li amplificano per la rilevazione.

In base alla scelta fatta sulla cella Pockels, in un caso si ottiene informazione sul percorso da cui arrivano i fotoni, in quanto una delle due strade è chiusa. Se invece non si fornisce

corrente ed entrambi i percorsi rimangono aperti si osserva la figura di interferenza in quanto non si ha informazione sul percorso dal quale è arrivato il fotone.

Questa scelta viene fatta dopo che il fotone è entrato nel sistema, mentre si trova nella fibra ottica per 20 ns, tenendo in considerazione che l'apertura della cella richiede 4 ns. Gli sperimentatori usarono sia una scelta ritardata rispetto all'ingresso del fotone nell'interferometro, sia una scelta fissata a priori aprendo o chiudendo l'otturatore prima che il fotone incontrasse il primo beam splitter.

I risultati mostrarono interferenza, anche nel caso di scelta ritardata, come predetto dalla meccanica quantistica.

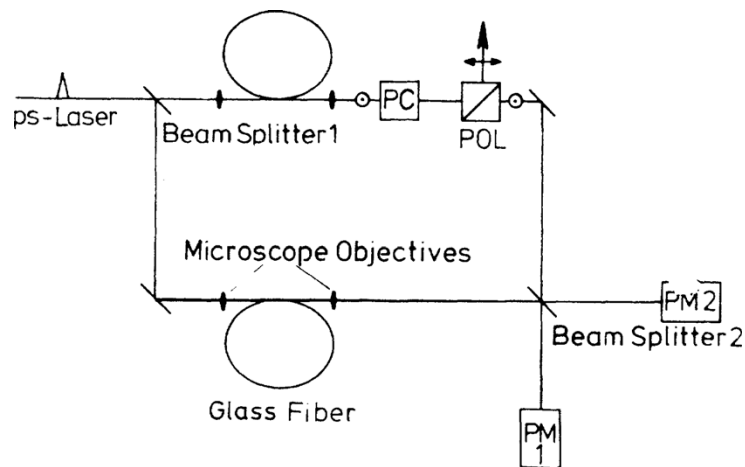


Fig. 5.19: schema di una delle prime realizzazioni sperimentali dell'esperimento di scelta ritardata (Hellmuth et al., 1987, p. 35).

5.3 L'attività, seconda parte: dalla prima alla seconda rivoluzione, i circuiti quantistici

Quando si entra nel mondo della computazione l'informazione e la trasformazione dell'informazione viene spesso rappresentata attraverso circuiti e porte logiche. In computazione e in logica classica l'informazione è trasformata attraverso le porte logiche universali, ovvero NOT, AND, e OR (figura 5.20), e permettono di fare operazioni su bit classici, basati sulla logica del falso o vero, 0 o 1.




AND Gate		OR Gate		NOT Gate	
					
IN	OUT	IN	OUT	IN	OUT
00	0	00	0	0	1
01	0	01	1	1	0
10	0	10	1		
11	1	11	1		

Fig. 5.20: gate logici classici e relative tavole di verità.

In computazione quantistica, come anticipato nella dimensione concettuale, l'unità di base è il qubit ovvero $|\psi\rangle = \alpha_0|0\rangle + \alpha_1|1\rangle$ con coefficienti continui e complessi. Analogamente al caso classico, le porte logiche quantistiche trasformano lo stato.

Per esempio, eseguire una misura trasforma lo stato $|\psi\rangle$ in $|0\rangle$ o $|1\rangle$ con probabilità che dipende dal quadrato dei coefficienti. Il gate NOT quantistico (chiamato X) trasforma lo stato $|0\rangle$ in $|1\rangle$ e lo stato $|1\rangle$ in $|0\rangle$, in modo simile al gate classico. Ma esistono altri gate che permettono di eseguire altre trasformazioni come, per esempio, il gate Z o il gate Y, le cui tabelle di verità sono mostrate in figura.

Z Gate		Y Gate	
IN	OUT	IN	OUT
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$i 1\rangle$
$ 1\rangle$	$- 1\rangle$	$ 1\rangle$	$-i 0\rangle$

Figura 5.21: due esempi di tavole di verità di gate quantistici.

Un gate quantistico che non ha nessun corrispettivo classico è il gate di Hadamard, indicato con H in rappresentazioni circuitali. Infatti, avendo in ingresso un bit che si può trovare in uno stato definito, $|0\rangle$ o $|1\rangle$, crea una sovrapposizione quantistica tra i due valori. In logica classica ogni bit è 0 o 1, falso o vero. Non esiste una affermazione al 50% vera e al 50% falsa. Ma in logica e computazione quantistica questo accade, e si possono creare e manipolare bit in stati di sovrapposizione.

Hadamard Gate	
IN	OUT
$ 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle + 1\rangle)$
$ 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(0\rangle - 1\rangle)$

Figura 5.22: tavola di verità del gate di Hadamard.

Tramite una combinazione di gate di Hadamard è possibile rappresentare l'esperimento di scelta ritardata di Wheeler. Tramite i circuiti quantistici è persino possibile anche rendere la scelta ontologicamente casuale, in quanto viene fatta da un sistema quantistico. Lo stato iniziale viene trasformato da un gate di Hadamard, che svolge il ruolo di beam splitter creando uno stato di sovrapposizione quantistica. Il secondo gate di Hadamard, nel ruolo del secondo beam splitter, viene applicato oppure no in base a un numero casuale, oppure può essere esso stesso in una sovrapposizione di presente o assente, usando un gate di Hadamard controllato da un qubit in stato di sovrapposizione.

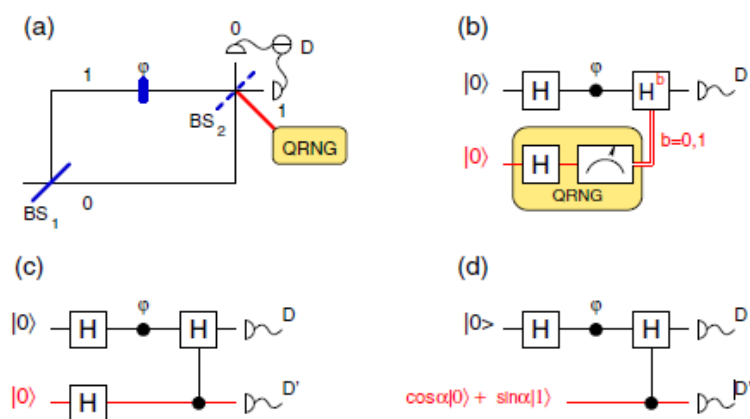


Fig. 5.23: (a) esperimento di scelta ritardata con scelta fatta tramite un quantum random number generator (b) rappresentazione circuitale dell'esperimento di scelta ritardata, il numero casuale è scelto da una misura su uno stato di sovrapposizione creato da un gate di Hadamard (c) il secondo beam splitter è rappresentato da un gate di Hadamard controllato, che è in una sovrapposizione di assente e presente (d) il numero casuale può essere preparato con un certo bias (Ma et al., 2014, p. 10).

La trattazione proposta prende in considerazione solo il primo qubit in quanto l'esito della misura sul secondo condiziona l'applicazione o meno della seconda porta H sempre sul primo

qubit. Il gate di Hadamard può essere rappresentato con una matrice $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Nell'esempio mostrato in figura 5.23 (b), lo stato iniziale $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ viene trasformato da una porta Hadamard:

$$H(|0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

che è uno stato di sovrapposizione, rappresentato nella base computazionale. La parte inferiore del circuito fa la stessa operazione, creando un altro stato di sovrapposizione identico. Sullo stato inferiore viene effettuata una misura, rappresentata dal simbolo



Dato che la misura è intrinsecamente casuale, il risultato sarà lo stato $|0\rangle$ o $|1\rangle$, a cui si può assegnare valore numerico $b=0$ o $b=1$ rispettivamente. In base all'esito della misura si determina se il secondo gate H viene applicato oppure no. Quando $b=0$ si ha H^0 , che vuol dire la matrice identità. In questo caso è come se il secondo gate non fosse applicato, e un eventuale rilevatore misurerebbe $|0\rangle$ al 50% o $|1\rangle$ al 50%. Questo è equivalente a non inserire il secondo beam splitter in un interferometro, che è il caso in cui le rilevazioni avvengono in entrambi i detector, potendo calcolare da quale direzione è arrivata la particella. Quando invece $b=1$ il gate di Hadamard è presente, e si applica allo stato in sovrapposizione. Una proprietà di H è che, se applicato due volte di seguito, risulta nell'identità. Si può comunque verificare in questo caso che

$$H(H(|0\rangle)) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle$$

Quindi, se lo stato iniziale era $|0\rangle$, lo stato finale sarà ancora $|0\rangle$. Questo è l'equivalente di inserire il secondo beam splitter, e ottenere rilevazioni in uno solo dei due detector, con la possibilità di calcolare la differenza di fase dei due percorsi (in questo circuito rappresentata da φ).

Usando questa rappresentazione circuitale dell'esperimento è possibile avere la scelta ontologicamente casuale, in quanto effettuata in base al risultato di una misura quantistica.

I circuiti quantistici permettono di fare esperimenti quantistici direttamente, in quanto essi stessi seguono le leggi della meccanica quantistica, codificando l'informazione nei sistemi fisici e manipolandoli usando le leggi della teoria che descrivono il funzionamento dei gate. Inoltre, sfruttando le proprietà uniche della meccanica quantistica e la sua logica non binaria è possibile creare gate, circuiti e algoritmi non realizzabili classicamente. Questi possono risolvere problemi computazionali che classicamente risultano praticamente impossibili, come la fattorizzazione a numeri primi di numeri molto grandi. La fattorizzazione a numeri primi attualmente è utilizzata per rendere sicuri i protocolli crittografici, e la computazione quantistica ha il potenziale di decrittare messaggi che sarebbero sicuri se attaccati da algoritmi classici. Allo stesso tempo la meccanica quantistica fornisce la possibilità di creare algoritmi e protocolli ancora più sicuri e impenetrabili di quelli attualmente in uso.

5.4 Approfondimento

Esperimenti di cancellazione quantistica ed entanglement swapping

Esistono anche esperimenti di cancellazione quantistica a scelta ritardata. Considerando esperimenti tipo quello a doppia fenditura, si può far apparire le frange di interferenza oppure no in base alla scelta di mantenere o cancellare l'informazione del percorso da cui è passata la particella quantistica.

Nelle parole di Zeilinger (1999) "*The superposition of amplitudes ... is only valid if there is no way to know, even in principle, which path the particle took. It is important to realize that this does not imply that an observer actually takes note of what happens. It is sufficient to destroy the interference pattern, if the path information is accessible in principle from the experiment or even if it is dispersed in the environment and beyond any technical possibility to be recovered, but in principle still "out there."* The absence of any such information is the essential criterion for quantum interference to appear".

Se l'esperimento è progettato per fare in modo che l'informazione su quale percorso sia conservata ma poi cancellata, anche con una scelta che avviene nel futuro, la figura di interferenza appare comunque.

Questi esperimenti di cancellazione quantistica possono essere utilizzati per applicazioni di imaging (Ajimo et al., 2010) o per migliorare la risoluzione di microscopi oltre ai limiti classici (Aharonov & Zurek, 2005).

L'esperimento di scelta ritardata può essere fatto per decidere a posteriori se un sistema a più parti era entangled oppure separabile. Questi vengono chiamati esperimenti di entanglement swapping a scelta ritardata. In questi si prendono due coppie di fotoni entangled (in figura 5.24 1 e 2 sono entangled, 3 e 4 sono entangled). Uno per coppia viene mandato ad Alice e Bob che li misurano (Alice misura 1, Bob misura 4). Successivamente Victor misura i due fotoni rimanenti (2 e 3) e, in base alla propria scelta, può fare in modo che i fotoni che misura siano proiettati in uno stato entangled, producendo entanglement anche nei fotoni misurati precedentemente da Alice e Bob.

Questo esperimento mostra come si può creare entanglement tra due sistemi che non hanno mai interagito, a posteriori, e che non solo vi è dualità onda-particella ma anche dualità separabilità-entanglement, in quanto sono due tipi di correlazioni tra particelle mutualmente esclusive.

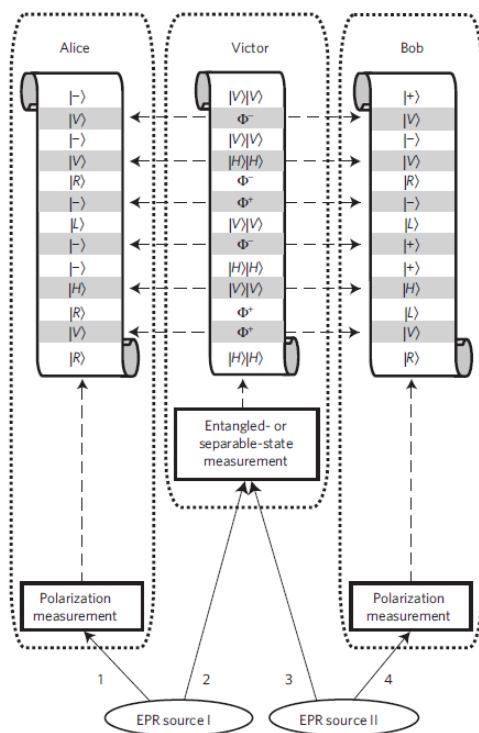


Fig. 5.24: schema di un esperimento di entanglement swapping. Le fonti EPR 1 e 2 producono fotoni entangled che vengono misurate da Alice e Bob. Victor successivamente decide di fare misure a stati separabili o entangled sui suoi fotoni 2 e 3, e in base alla sua scelta i fotoni 1 e 4 misurati da Bob e Alice risultano entangled oppure no. L'entanglement viene scambiato dalla coppia 1/2 e 3/4 alla coppia 1/4 e 2/3 (Ma et al., 2014, p. 9).

La situazione dell'entanglement swapping sembra apparentemente paradossale, perché sembra che in questo esperimento un'azione futura possa influenzare il passato. Tuttavia non ci sono paradossi se si vede lo stato quantistico come un elenco probabilistico di tutti i possibili risultati di misura, per cui non è importante l'ordine temporale delle misure, e non è necessaria alcuna interazione fisica tra gli eventi per spiegare lo scambio di entanglement. Per verificare il risultato di questo esperimento è però necessario che Alice, Bob e Victor condividano alla fine le basi su cui hanno fatto le misure, e i risultati. Perciò, in aggiunta alla definizione di fenomeno di Bohr per cui un fenomeno può essere chiamato tale solo quando è completato e rilevato *"We would like to extend this by saying that some registered phenomena do not have a meaning unless they are put in relationship with other registered phenomena."* (Ma et al., 2012).

Conclusione

Gli obiettivi del lavoro di tesi erano di indagare le potenzialità di un corso che tratta la seconda rivoluzione quantistica per guidare le epistemologie degli studenti in modo significativo verso una visione più esperta e adeguata della fisica quantistica e di sviluppare un'attività alla portata di studenti di scuola secondaria.

Come contesto di studio si è dunque scelto il corso “Introduzione alla Scienza e Tecnologia Quantistica”, svoltosi nell'anno accademico 2022/2023 all'università di Bologna.

Per contribuire al problema di ricerca è stato progettato un questionario sulla base di un'analisi della letteratura riguardante l'epistemologia degli studenti in meccanica quantistica. Individuate le principali epistemologie degli studenti (la necessità di attivare nuove ontologie, l'abilità di negoziare tra idee nuove e preesistenti ossia abilità metacognitive, la ricerca di coerenza nella teoria quantistica, e il raffinamento dell'intuizione) si è progettato un questionario che aveva lo scopo di indagarle su tre diverse dimensioni: il ruolo che gli studenti associano alla matematica, alla intuizione e alla visualizzazione nello studio e per la comprensione della meccanica quantistica.

Meno studenti del previsto hanno compilato il questionario, sette su circa una quarantina che hanno seguito il corso, per cui i risultati ottenuti non hanno una validità statistica.

Dall'analisi è emerso che l'intuizione in fisica è molto soggettiva e gli studenti hanno mostrato opinioni molto diverse sull'intuitività o meno della meccanica quantistica, come hanno mostrato anche studi precedenti (Corsiglia et al., 2023).

Sia la matematica sia le diverse forme di visualizzazione utilizzate nel corso sono state considerate dagli studenti necessarie ma in definitiva non sufficienti per una comprensione profonda della teoria.

Si ipotizza quindi che una combinazione e allineamento di queste tre dimensioni possa supportare in modo più produttivo la comprensione della teoria e del mondo quantistico.

Inoltre, i risultati ottenuti suggeriscono che il corso così strutturato, fornendo diversi punti di accesso ai contenuti e prospettive abbia supportato lo sviluppo delle epistemologie degli studenti.

Considerata la limitazione dello studio principalmente legata al campione esiguo, si potrebbe rifinire il questionario sulla base dei risultati ottenuti e riproporre sia nell'anno corrente sia in

altri corsi che affrontano le tecnologie quantistiche con un diverso approccio. Inoltre, si potrebbero condurre interviste per caratterizzare più nel dettaglio le epistemologie.

Considerati i risultati ottenuti, si è deciso di progettare un'attività per studenti di scuola superiore che utilizzi diverse prospettive, e che tocchi la seconda rivoluzione quantistica.

La proposta didattica si basa su precedenti lavori del gruppo di ricerca in didattica della fisica dell'università di Bologna, in particolare l'utilizzo delle forme di complessità produttive (Levrini e Fantini, 2013) e la ricostruzione didattica sulla seconda rivoluzione quantistica (Satanassi, 2023; Satanassi, Ercolessi, e Levrini, 2022).

L'attività è stata incentrata sull'esperimento di scelta ritardata di Wheeler in quanto: i) per poter comprendere l'esperimento sono necessari certi fondamenti della teoria quantistica, per primo per esempio il concetto di complementarità, che possono essere discussi e poi applicati nell'esperimento; ii) l'esperimento può essere descritto da un circuito quantistico, per cui la trattazione può essere fatta tenendo in considerazione il concetto di qubit e si ha la possibilità di introdurre la computazione quantistica e il suo confronto con la computazione classica. L'attività si è dunque articolata seguendo la struttura tripartita nelle tre prospettive per la prima rivoluzione, e una seconda parte per la seconda rivoluzione quantistica. La prima parte contiene un'introduzione storica, una parte teorica dei fondamenti della teoria, una parte epistemologica sui concetti di complementarità e fenomeno, e una parte sperimentale sull'esperimento di scelta ritardata di Wheeler. La seconda parte introduce la teoria fisica dell'informazione e confronta la logica classica e quantistica attraverso le porte logiche e i circuiti. Viene infine mostrata la riconcettualizzazione dell'esperimento di Wheeler in termini circuitali.

Bibliografia

- Adams, W. K., Perkins, K. K., Podolefsky, N. S., Dubson, M., Finkelstein, N. D., & Wieman, C. E. (2006). New instrument for measuring student beliefs about physics and learning physics: The Colorado Learning Attitudes about Science Survey. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 2(1), 010101.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.2.010101>
- Aharonov, Y., & Zubairy, M. S. (2005). Time and the Quantum: Erasing the Past and Impacting the Future. *Science*, 307(5711), 875–879.
<https://doi.org/10.1126/science.1107787>
- Ajimo, J., Marchante, M., Krishnan, A., Bernussi, A. A., & Grave De Peralta, L. (2010). Plasmonic implementation of a quantum eraser for imaging applications. *Journal of Applied Physics*, 108(6), 063110. <https://doi.org/10.1063/1.3485810>
- Allen, I. E., & Seaman, C. A. (2007). Likert scales and data analyses. *Quality progress*, 40(7), 64–65.
- Amaldi, U. (2017). *L'Amaldi per i licei scientifici. Blu* (Vol. 3). Zanichelli.
- Art. 2 comma 2 del regolamento recante “Revisione dell’assetto ordinamentale, organizzativo e didattico dei licei ai sensi dell’articolo 64, comma 4, del decreto legge 25 giugno 2008, n. 112, convertito dalla legge 6 agosto 2008, n. 133”. Allegato A, p. 1.
- Aspect, A. (2008). Introduction: John Bell and the second quantum revolution. In *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics: Collected Papers on Quantum Philosophy* (2^a ed., pp. xvii–xl). Cambridge University Press; Cambridge Core.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511815676.002>
- Baily, C., & Finkelstein, N. D. (2009). Development of quantum perspectives in modern physics. *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.*, 5(1), 010106.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.5.010106>

- Bitzenbauer, P. (2021). Quantum Physics Education Research over the Last Two Decades: A Bibliometric Analysis. *Education Sciences*, *11*(11), 699.
<https://doi.org/10.3390/educsci11110699>
- Bohr, N. (1928). The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory. *Nature*, *121*(3050), 580–590. <https://doi.org/10.1038/121580a0>
- Bondani, M., Chiofalo, M. L., Ercolessi, E., Macchiavello, C., Malgieri, M., Michelini, M., Mishina, O., Onorato, P., Pallotta, F., Satanassi, S., Stefanel, A., Suttrini, C., Testa, I., & Zuccarini, G. (2022). Introducing Quantum Technologies at Secondary School Level: Challenges and Potential Impact of an Online Extracurricular Course. *Physics*, *4*(4), 1150–1167. <https://doi.org/10.3390/physics4040075>
- Clement, J., Brown, D. E., & Zietsman, A. (1989). Not all preconceptions are misconceptions: Finding ‘anchoring conceptions’ for grounding instruction on students’ intuitions. *International Journal of Science Education*, *11*(5), 554–565.
<https://doi.org/10.1080/0950069890110507>
- Compton, A. H. (1923). A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements. *Physical Review*, *21*(5), 483–502. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.21.483>
- Corsiglia, G., Pollock, S., & Passante, G. (2023). Intuition in quantum mechanics: Student perspectives and expectations. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.*, *19*(1), 010109.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.19.010109>
- Crease, R. P. (2002). The most beautiful experiment... *Physics World*, *15*(5), 17–17.
<https://doi.org/10.1088/2058-7058/15/5/23>
- de Broglie, L. (1924). *Recherches sur la théorie des Quanta* [Theses, Migration - université en cours d’affectation]. <https://theses.hal.science/tel-00006807>
- De Regt, H. (2014). Visualization as a Tool for Understanding. *Perspectives on Science*, *22*, 377–396. https://doi.org/10.1162/POSC_a_00139

- Dewdney, A. K. (1988). An ancient rope-and-pulley computer is unearthed in the jungle of Apraphul. *Scientific American*, 258(4), 118–121.
- Dini, V. (2017). Investigating learners' epistemological framings of quantum mechanics [Ph.D., Tufts University]. In *ProQuest Dissertations and Theses* (1879802739). ProQuest One Academic.
<https://www.proquest.com/dissertations-theses/investigating-learners-epistemological-framings/docview/1879802739/se-2?accountid=9652>
- Dini, V., & Hammer, D. (2017). Case study of a successful learner's epistemological framings of quantum mechanics. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.*, 13(1), 010124.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.010124>
- Dowling, J. P., & Milburn, G. J. (2002). *Quantum Technology: The Second Quantum Revolution*. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.QUANT-PH/0206091>
- Dreyfus, B. W., Elby, A., Gupta, A., & Sohr, E. R. (2017). Mathematical sense-making in quantum mechanics: An initial peek. *Physical Review Physics Education Research*, 13(2), 020141. <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020141>
- Dreyfus, B. W., Hoehn, J. R., Elby, A., Finkelstein, N. D., & Gupta, A. (2019). Splits in students' beliefs about learning classical and quantum physics. *International Journal of STEM Education*, 6(1), 31. <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0187-y>
- Dreyfus, B. W., Sohr, E. R., Gupta, A., & Elby, A. (2015). «Classical-ish»: Negotiating the boundary between classical and quantum particles (arXiv:1507.00668). arXiv.
<http://arxiv.org/abs/1507.00668>
- Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 322(10), 891–921. <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>
- Einstein, A., Born, M., & Born, H. (1971). *The Born-Einstein letters: Correspondence between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916 to 1955*. Walker.

- [*Electromagnetic wave*]. (s.d.). Encyclopædia Britannica. Recuperato 6 marzo 2024, da <https://www.britannica.com/science/light/The-Michelson-Morley-experiment#/media/1/340440/73678>
- Epzcaw, E. svg: en:User:Lacatosias, User:Stanneredderivative work: (2011). *Diagram for the double-slit experiment*. Ebohr1.svg.
<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Doubleslit.svg>
- [*Examples of interference*]. (s.d.). Encyclopædia Britannica. Recuperato 6 marzo 2024, da <https://www.britannica.com/science/light/Youngs-double-slit-experiment#/media/1/340440/91340>
- Fanaro, M. de los A., Arlego, M., & Otero, M. R. (2017). A Didactic Proposed for Teaching the Concepts of Electrons and Light in Secondary School Using Feynman's Path Sum Method. *European Journal of Physics Education*, 3(2), 1–11.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1963). *The Feynman lectures on physics: Vol. III*. Addison-Wesley, Reading.
- Field, G. (1983). [*Smoky dragon*].
- Gardner, H. (1993). *Multiple intelligences: The theory in practice*. (pp. xvi, 304). Basic Books/Hachette Book Group.
- Greene, B. (2017). *La trama del cosmo. Spazio, tempo, realtà*.
- Greinert, F., Müller, R., Bitzenbauer, P., Ubben, M. S., & Weber, K.-A. (2023). The Future Quantum Workforce: Competences, Requirements and Forecasts. *Physical Review Physics Education Research*, 19(1), 010137.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.19.010137>
- Grimaldi, F. M. (1665). *Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride*. Victorii Benatii.
https://books.google.no/books?id=_T9jRcV6qOMC
- Hellmuth, T., Walther, H., Zajonc, A., & Schleich, W. (1987). Delayed-choice experiments in

quantum interference. *Physical Review A*, 35(6), 2532–2541.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.35.2532>

Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The Development of Epistemological Theories: Beliefs About Knowledge and Knowing and Their Relation to Learning. *Review of Educational Research*, 67(1), 88–140. <https://doi.org/10.3102/00346543067001088>

Huygens, C. (1690). *Traité de la lumière: Où sont expliquées les causes de ce qui lui arrive dans la reflexion, & dans la refraction et particulièrement dans l'étrange réfraction du cristal d'Islande*. Chez Pierre vander Aa, marchand libraire.

<https://doi.org/10.5479/sil.294285.39088000545160>

[*Huygens' principle*]. (s.d.). Encyclopædia Britannica. Recuperato 31 ottobre 2023, da <https://www.britannica.com/science/Huygens-principle#/media/1/277804/3156>

[*Illustrazione di riflessione e rifrazione della luce tramite una rappresentazione corpuscolare*]. (s.d.).

https://concept-stories.s3.ap-south-1.amazonaws.com/test/Stories%20-%20Images_story_46037/image_2019-05-28%2004%3A38%3A58.802165%2B00%3A00

Interferometer experiments. (s.d.). Recuperato 23 febbraio 2024, da

https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/simulations_html5/sims/photons-particles-waves/photons-particles-waves.html

Johansson, A., Andersson, S., Salminen-Karlsson, M., & Elmgren, M. (2018). “Shut up and calculate”: The available discursive positions in quantum physics courses. *Cultural Studies of Science Education*, 13(1), 205–226.

<https://doi.org/10.1007/s11422-016-9742-8>

Krijtenburg-Lewerissa, K., Pol, H. J., Brinkman, A., & Van Joolingen, W. R. (2019). Key topics for quantum mechanics at secondary schools: A Delphi study into expert opinions. *International Journal of Science Education*, 41(3), 349–366.

- <https://doi.org/10.1080/09500693.2018.1550273>
- Landauer, R. (1996). The physical nature of information. *Physics Letters A*, 217(4–5), 188–193. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(96\)00453-7](https://doi.org/10.1016/0375-9601(96)00453-7)
- Levrini, O., & Fantini, P. (2013). Encountering Productive Forms of Complexity in Learning Modern Physics. *Science & Education*, 22(8), 1895–1910. <https://doi.org/10.1007/s11191-013-9587-4>
- Lindberg, D. C. (1969). *Physico-mathesis de lumine, coloribus, et iride*. Francesco Maria Grimaldi. *Isis*, 60(1), 119–119. <https://doi.org/10.1086/350461>
- Lodovico, L. (2016). *Processi di appropriazione nello studio della fisica quantistica: Analisi di una sperimentazione didattica in una quinta liceo scientifico* [PhD Thesis]. <http://amslaurea.unibo.it/10308/>
- Lulli, G. (2013). *L'esperimento più bello: L'interferenza di elettroni singoli e il mistero della meccanica quantistica*. Apogeo.
- Ma, X., Kofler, J., & Zeilinger, A. (2014). *Delayed-choice gedanken experiments and their realizations*. <https://doi.org/10.48550/ARXIV.1407.2930>
- Ma, X., Zotter, S., Kofler, J., Ursin, R., Jennewein, T., Brukner, Č., & Zeilinger, A. (2012). Experimental delayed-choice entanglement swapping. *Nature Physics*, 8(6), 479–484. <https://doi.org/10.1038/nphys2294>
- Marshman, E., & Singh, C. (2015). Framework for understanding the patterns of student difficulties in quantum mechanics. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 11(2), 020119. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.11.020119>
- McIntyre, D. H., Manogue, C. A., & Tate, J. (2012). *Quantum mechanics: A paradigms approach*. Pearson.
- MELLI, E., LOVISETTI, L., & GILIBERTI, M. (2022). *“The Elegance of Quantum*

Mechanics”: A didactic path for high school.

- Merli, P. G., Missiroli, G. F., & Pozzi, G. (1976). On the statistical aspect of electron interference phenomena. *American Journal of Physics*, 44(3), 306–307.
<https://doi.org/10.1119/1.10184>
- Michelini, M., Ragazzon, R., Santi, L., & Stefanel, A. (2004). Discussion of a didactic proposal on quantum mechanics with secondary school students. *Il Nuovo Cimento C*, 27. <https://doi.org/10.1393/ncc/i2005-10027-3>
- Michelini, M., & Stefanel, A. (2004). *Avvicinarsi alla teoria della fisica quantistica. Una proposta per la didattica*.
- Miller, W. A., & Wheeler, J. A. (1997). Delayed-Choice Experiments and Bohr’s Elementary Quantum Phenomenon. In S. Nakajima, Y. Murayama, & A. Tonomura, *Advanced Series in Applied Physics* (Vol. 4, pp. 72–84). WORLD SCIENTIFIC.
https://doi.org/10.1142/9789812819895_0008
- Modir, B., Thompson, J. D., & Sayre, E. C. (2017). Students’ epistemological framing in quantum mechanics problem solving. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.*, 13(2), 020108.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020108>
- Montagnani, S., Stefanel, A., Chiofalo, M. L. M., Santi, L., & Michelini, M. (2023). An experiential program on the foundations of quantum mechanics for final-year high-school students. *Physics Education*, 58(3), 035003.
<https://doi.org/10.1088/1361-6552/acb5da>
- Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2000). *Quantum computation and quantum information*. Cambridge University Press.
- Pallotta, F. (2022). *Bringing the second quantum revolution into high school* (arXiv:2206.15264). arXiv. <http://arxiv.org/abs/2206.15264>
- Pollock, S. J. (2005). No Single Cause: Learning Gains, Student Attitudes, and the Impacts of

- Multiple Effective Reforms. *AIP Conference Proceedings*, 790, 137–140.
<https://doi.org/10.1063/1.2084720>
- Ponor. (2020). *English: Photoelectric effect in a solid: ultraviolet light ejects electrons from a crystal*. Opera propria.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Photoelectric_effect_in_a_solid_-_diagram.svg
- Pospiech, G. (1999). Teaching the EPR paradox at high school? *Physics Education*, 34(5), 311–316. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/34/5/307>
- Pospiech, G. (2000). Uncertainty and complementarity: The heart of quantum physics. *Physics Education*, 35(6), 393–399. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/35/6/303>
- Pospiech, G. (2021). Quantum Cryptography as an Approach for Teaching Quantum Physics. In B. Jarosievitz & C. Sükösd (A c. Di), *Teaching-Learning Contemporary Physics: From Research to Practice* (pp. 19–31). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-78720-2_2
- Pospiech, G., Merzel, A., Zuccarini, G., Weissman, E., Katz, N., Galili, I., Santi, L., & Michelini, M. (2021). The Role of Mathematics in Teaching Quantum Physics at High School. In B. Jarosievitz & C. Sükösd (A c. Di), *Teaching-Learning Contemporary Physics* (pp. 47–70). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-78720-2_4
- Redish, E. F., Saul, J. M., & Steinberg, R. N. (1998). Student expectations in introductory physics. *American Journal of Physics*, 66(3), 212–224.
<https://doi.org/10.1119/1.18847>
- Sadaghiani, H. R. (2016). Spin First vs. Position First instructional approaches to teaching introductory quantum mechanics. *2016 Physics Education Research Conference Proceedings*, 292–295. <https://doi.org/10.1119/perc.2016.pr.068>

- Satanassi, S. (2023a). *Investigating the learning potential of the Second Quantum Revolution: Development of an approach for secondary school students*.
<https://doi.org/10.48676/UNIBO/AMSDOTTORATO/10716>
- Satanassi, S. (2023b). *Investigating the learning potential of the Second Quantum Revolution: Development of an approach for secondary school students*.
<https://doi.org/10.48676/UNIBO/AMSDOTTORATO/10716>
- Satanassi, S., Branchetti, L., Fantini, P., Casarotto, R., Caramaschi, M., Barelli, E., & Levrini, O. (2023). Exploring the boundaries in an interdisciplinary context through the Family Resemblance Approach: The Dialogue Between Physics and Mathematics. *Science & Education*, 32(5), 1287–1320. <https://doi.org/10.1007/s11191-023-00439-2>
- Satanassi, S., Ercolessi, E., & Levrini, O. (2022). Designing and implementing materials on quantum computing for secondary school students: The case of teleportation. *Physical Review Physics Education Research*, 18(1), 010122.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.18.010122>
- Scheider, W. (1986). Bringing one of the great moments of science to the classroom. *The Physics Teacher*, 24(4), 217–219. <https://doi.org/10.1119/1.2341987>
- Schrödinger, E. (1952). Are There Quantum Jumps? Part II. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 3(11), 233–242. JSTOR.
- Simeone, O. (2022). *An Introduction to Quantum Machine Learning for Engineers*.
<https://doi.org/10.48550/ARXIV.2205.09510>
- Stapleton, A. J. (2018). Imagery, intuition and imagination in quantum physics education. *Cultural Studies of Science Education*, 13(1), 227–233.
<https://doi.org/10.1007/s11422-018-9864-2>
- Tonomura, A., Endo, J., Matsuda, T., Kawasaki, T., & Ezawa, H. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *American Journal of Physics*, 57(2),

117–120. <https://doi.org/10.1119/1.16104>

Tuminaro, J., & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 3(2), 020101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.3.020101>

Wheeler, J. A., & Zurek, W. H. (A c. Di). (1983). *Quantum Theory and Measurement*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400854554>

Young, T. (1804). I. The Bakerian Lecture. Experiments and calculations relative to physical optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 94, 1–16. <https://doi.org/10.1098/rstl.1804.0001>

Zeilinger, A. (1999). Experiment and the foundations of quantum physics. *Reviews of Modern Physics*, 71(2), S288–S297. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.71.S288>