

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea in Astronomia

Righe spettrali
formazione, shift, allargamento

Tesi di Laurea

Presentata da:

Giorgio Di Dio

Relatore:

Chiar.ma Prof.ssa

Marcella Brusa

ANNO ACCADEMICO 2022-2023

Mai preoccupati che la risposta ci possa deludere, con piacere e fiducia solleviamo ogni nuova pietra per trovare stranezze inimmaginabili che ci conducono verso domande e misteri ancora più meravigliosi - una grande avventura!

Richard Feynman

Sommario

Tutto quello che si può vedere quando si alza lo sguardo in cielo è dato dalle stelle e dalla luna, il resto è buio. Quasi tutte le informazioni che si hanno sul cielo, esclusi i meteoriti e le onde gravitazionali, si ricavano da onde elettromagnetiche. Si osservano le emissioni di varie sorgenti, e senza avere altri dati si possono trarre conclusioni di grande importanza; basti pensare che si conosce la composizione del Sole senza averne mai analizzato un "pezzo" sulla Terra. Lo scopo di questo elaborato è dunque quello di evidenziare la potenzialità dell'informazione contenuta all'interno di quello che viene chiamato "spettro elettromagnetico" e quanto questa permetta una comprensione della chimica presente nell'Universo. In particolare si analizzano le righe spettrali e le loro proprietà. Queste vengono formate tramite transizioni di elettroni su vari livelli energetici e dipendono quindi dall'ambiente che circonda gli atomi e su ciò che si trova lungo la linea di vista tra l'osservatore e la sorgente. Si studia la loro posizione e il loro spostamento lungo lo spettro e come questo porti informazioni sul moto della sorgente. Tramite la larghezza delle righe spettrali si possono dedurre le condizioni fisiche in cui si trovano gli atomi che compiono la transizione, tra cui la temperatura, l'abbondanza della popolazione atomica e la pressione. Le righe spettrali permettono infine anche di dedurre la presenza di un campo magnetico, in quanto quest'ultimo provoca una separazione delle righe in più sottolivelli a seconda della sua intensità. Lo studio dello spettro elettromagnetico ha dunque numerosi risvolti pratici nella comprensione dello spazio, come ad esempio la scoperta della forma e della rotazione della Via Lattea, pertanto è fondamentale conoscerne le proprietà caratterizzanti, così da poter comprendere sempre meglio i misteri che l'Universo continua a celare, dalla materia oscura all'origine del Big Bang.

Indice

Sommario	i
1 Cenni storici	1
2 Formazione	2
2.1 Struttura dell'atomo	2
2.2 Interazione radiazione-materia	3
2.3 Coefficienti di Einstein	4
3 Classificazione delle transizioni	5
3.1 Regole di selezione	5
3.2 Struttura fine, iperfine ed effetto Zeeman	6
3.3 Spettri molecolari	6
4 Shift	7
4.1 Effetto Doppler	7
4.2 Redshift cosmologico	8
4.3 Redshift gravitazionale	8
5 Allargamento	9
5.1 Misura dell'intensità di una riga	9
5.2 Tipologie di allargamento	10
5.3 Profilo di Voigt	12
5.4 Curva di crescita	12
6 Applicazioni astrofisiche	14
6.1 Riga a 21cm e forma della Via Lattea	14
Bibliografia	16
Immagini	16
Libri	17

Capitolo 1

Cenni storici

Sin dai tempi di Newton si conosce la luce bianca essere in realtà la somma di tutti i colori. Si vede infatti che un fascio di luce che attraversa un prisma si spezza nei vari colori visibili, dal rosso fino al violetto. Con l'evolversi della fisica e l'avvento della teoria della luce come onda elettromagnetica si è poi potuta fare una distinzione matematica oltre che qualitativa dei colori. I colori sono infatti sempre ordinati dal meno energetico rosso al più energetico violetto in ordine di frequenza crescente; tutte le frequenze vengono raccolte in quello che viene chiamato in gergo "spettro elettromagnetico". Nei primi anni del diciannovesimo secolo Joseph von Fraunhofer studiando la luce emessa dal Sole scoprì che il suo spettro elettromagnetico non era ovunque completo ma aveva delle righe nere di diversi spessori a delle determinate lunghezze d'onda. Ripetendo lo stesso esperimento per la luce emessa invece dalla stella Betelgeuse vide che anche lì vi erano delle righe ma a lunghezze d'onda differenti ed intuì che fossero correlate alla composizione dell'oggetto osservato. La conferma di questa ipotesi arrivò circa un secolo più avanti, quando Kirchhoff e Bunsen osservarono che le lunghezze d'onda delle fiamme di alcuni metalli (ad esempio il sodio) quando venivano bruciati corrispondevano alle linee di Fraunhofer osservate nel Sole. Questo fenomeno è infatti dovuto all'assorbimento dei fotoni aventi quella specifica frequenza da parte di un elettrone di uno specifico atomo in un altrettanto specifico stato energetico, per cui osservando quali righe spettrali appaiono nello spettro si può risalire a quali atomi sono presenti tra la fonte di luce e l'osservatore. Fu proprio tramite questo ragionamento che nel 1870 durante un'eclissi solare venne identificata una riga in emissione come appartenente ad un elemento fino a quel momento mai osservato e che verrà poi chiamato Elio, in onore della divinità greca del Sole.

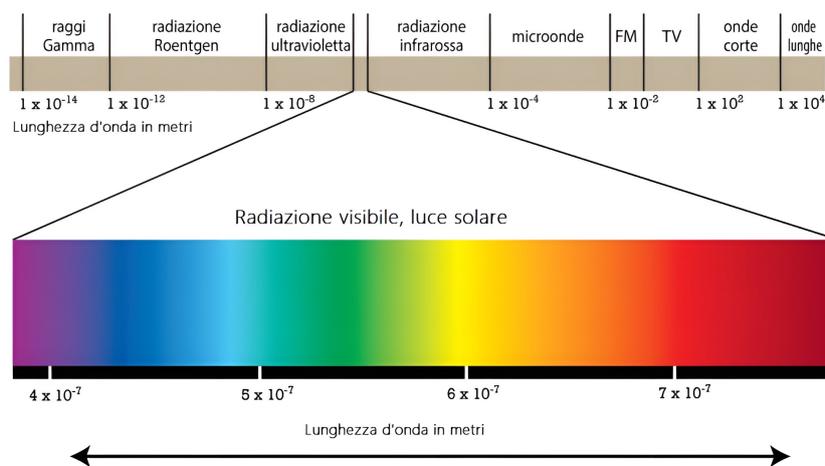


Figura 1.1: Rappresentazione dello spettro elettromagnetico completo e particolare dello spettro del visibile.[1]

Capitolo 2

Formazione

Come già accennato in precedenza la formazione di righe spettrali in uno spettro è dovuta all'assorbimento di un fotone da parte di un determinato elettrone in un atomo. Si sa infatti che il 'quanto di luce' assorbito è strettamente dipendente dalla transizione energetica fatta dall'elettrone, ovvero dall'energia acquisita o ceduta (nel caso di assorbimento, acquisita) dalla particella nel cambio di livello energetico. Per comprendere dunque come si formano le righe spettrali è bene approfondire la struttura dell'atomo e i vari tipi di interazione possibili tra materia e radiazione.

2.1 Struttura dell'atomo

Una trattazione completa della struttura atomica richiede conoscenze di meccanica quantistica che esulano dallo scopo di questo elaborato, tuttavia il modello atomico di Bohr è una semplice ma efficace descrizione della struttura dell'atomo e del comportamento degli elettroni.

Il fisico Ernest Rutherford negli anni '20 del secolo scorso introduce un modello di struttura dell'atomo concettualmente simile ad un sistema planetario. Si immagina infatti un corpo centrale, chiamato nucleo e composto da protoni e neutroni, attorno al quale ruotano gli elettroni lungo delle orbite di energia crescente via via che si allontanano dal centro.¹ Questo modello è però instabile poiché prevede che gli elettroni, essendo in moto accelerato intorno al nucleo e sapendo che una carica accelerata genera un campo elettromagnetico, emettano radiazione elettromagnetica fino ad abbandonare la loro orbita e cadere con un moto a spirale nel nucleo in un tempo di circa 10^{-8} secondi.

Il fisico danese Niels Bohr risolve questa problematica supponendo che le orbite non possano in realtà trovarsi a qualsiasi distanza dal nucleo, ma vi siano un numero discreto di valori possibili di distanza per gli elettroni, che potranno quindi trovarsi solamente a degli specifici livelli energetici, definiti "quantizzati". Tramite questa semplice ma rivoluzionaria assunzione si riescono a spiegare le osservazioni che invece smentivano il modello planetario iniziale

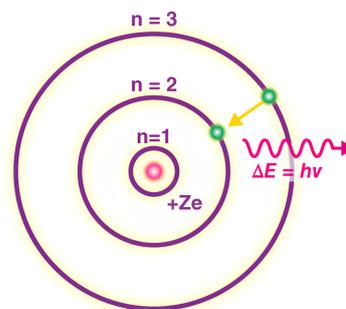


Figura 2.1: Modello atomico teorizzato da Bohr.[2]

¹Come già detto l'idea di un'orbita è chiaramente un'approssimazione rispetto al vero concetto di orbitale atomico, allo stesso modo il livello energetico identificato dall'orbita non corrisponde all'energia potenziale tra due corpi in interazione gravitazionale, ma si può comunque osservare che l'energia dell'elettrone è in qualche modo dipendente anche dalla distanza dal centro.

di Rutherford e si confermano inoltre gli studi di Max Planck, iniziatore della teoria quantistica, secondo la quale gli scambi di energia non avvengono in maniera continua ma tramite scambi discreti.

La trattazione fisica degli orbitali atomici passa attraverso la definizione dei numeri quantici, parametri interi o seminteri che caratterizzano il livello energetico. Si hanno in particolare:

- n , numero quantico principale: Rappresenta il livello di energia dell'elettrone e la sua distanza media dal nucleo
- l , numero quantico secondario: esprime il momento angolare orbitale dell'elettrone e determina la forma e il numero dei sottolivelli energetici
- m , numero quantico magnetico: specifica l'orientazione spaziale dei sottolivelli all'interno dell'orbitale
- s , numero quantico di spin: descrive il momento angolare intrinseco dell'elettrone

Da questi principali numeri si ottengono poi ulteriori termini di caratterizzazione dei livelli energetici di un elettrone dati da relazioni più profonde degli elettroni con il nucleo (struttura fine e iperfine), con un campo magnetico (effetto Zeeman), con altri elettroni, ma anche con altri atomi. In generale si può dire che il tipo di interazione tra elettrone e fotone è dipendente dai numeri quantici che caratterizzano i livelli energetici iniziale $|nlsm_s\rangle_i$ e finale $|nlsm_s\rangle_f$.

2.2 Interazione radiazione-materia

L'energia posseduta dal fotone assorbito (o emesso) dall'elettrone è dunque la differenza tra i due livelli energetici, come espresso dalla seguente formula:

$$\Delta E = |E_f - E_i| = h\nu_{fi}, \quad (2.1)$$

dove $h = 6,62607015 \times 10^{-34} J \cdot s$ è la costante di Planck e ν_{fi} è la frequenza del fotone emesso o assorbito. In generale si possono identificare quattro tipi di transizioni, a seconda del tipo di interazione:

- **bound-bound**: avviene quando l'elettrone cambia il suo stato energetico rimanendo legato all'atomo iniziale. L'energia del fotone emesso o assorbito è pari alla differenza di energia tra i due livelli;
- **bound-free**: se il fotone incidente ha energia superiore all'energia di ionizzazione dell'atomo allora riesce a "strappare" l'elettrone, ionizzando l'atomo. Il processo inverso è chiamato "ricombinazione" e si ha invece quando un elettrone libero si lega ad un atomo, emettendo radiazione;
- **free-free**: si ha quando un elettrone in orbita iperbolica attorno ad uno ione viene accelerato ad un'orbita più alta, o quando viceversa viene frenato;²

²La variazione di energia può avvenire per mezzo dell'atomo o per mezzo di un fotone incidente, si noti però che è fondamentale che vi sia uno ione o quantomeno un campo magnetico che crei un'interazione con l'elettrone, perché un elettrone isolato non assorbe fotoni in quanto non si conserverebbe la quantità di moto.

- **scattering**: la traiettoria di una particella è deviata dall'interazione con un'altra particella. Più in dettaglio, lo scattering Compton è il processo per cui un elettrone acquista energia tramite un urto anelastico con un fotone.

I processi di free-free, bound-free e scattering non sono vincolati ad un'energia specifica (solamente il processo bound-free, che richiede $\Delta E > E_{ionizzazione}$, ma è solo un limite inferiore) per cui sono processi che influenzano lo spettro in maniera più generale con fenomeni come l'opacità. In termini di righe spettrali sono invece importanti i processi bound-bound, che essendo infatti legati ai livelli energetici dell'atomo avranno delle lunghezze d'onda specifiche e dunque delle righe d'assorbimento nello spettro ben definite. D'ora in avanti verranno dunque analizzate transizioni di elettroni legati.

2.3 Coefficienti di Einstein

Le interazioni bound-bound sono descritte quantitativamente da dei coefficienti studiati da Albert Einstein, dal quale prendono il nome. Esistono in generale tre tipi di transizioni principali possibili che un elettrone può fare. Partendo da un livello U (upper) ed un livello L (lower) con energie $E_U > E_L$ si possono avere i seguenti coefficienti:

- A_{UL} , rappresenta la probabilità di transizione per unità di tempo di emissione spontanea di un fotone di energia $h\nu_{ul}$;
- B_{LU} , indica la probabilità di assorbimento per unità di tempo e volume che l'elettrone al livello L assorba un fotone di energia $h\nu_{ul}$ e salga al livello U ;
- B_{UL} , coefficiente di emissione stimolata, è la probabilità per unità di tempo e volume che un elettrone al livello U , a seguito di interazione con un fotone di energia $h\nu_{ul}$ scenda ad L emettendo un fotone con la stessa energia del fotone interagente.

Questi coefficienti sono correlati tra loro e possono essere legati tramite relazioni di bilancio energetico, permettendo dunque di esprimere i tassi di emissione ed assorbimento per una data specie atomica con atomi a diversi stati di energia. In particolare il coefficiente A_{UL} esprime la probabilità di una transizione perché è definito come $A_{UL} = \frac{1}{\tau}$, dove τ è il tempo di vita medio nello stato eccitato. Pertanto, maggiore è τ , minore sarà la probabilità di emissione.

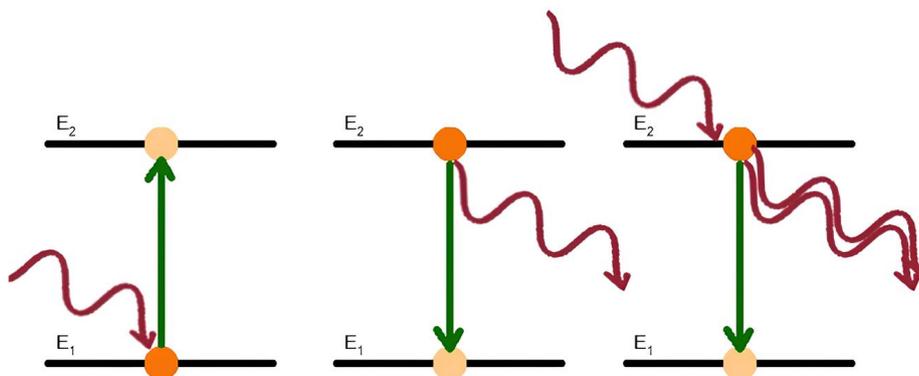


Figura 2.2: Rappresentazione grafica delle tre transizioni possibili, rispettivamente: assorbimento, emissione spontanea ed emissione stimolata.[3]

Capitolo 3

Classificazione delle transizioni

Sapendo che un elettrone ha vari livelli energetici, si vuole analizzare quali tipi di transizioni può compiere tra questi, in quanto non sono tutte equiprobabili o proprio fisicamente possibili, ma soprattutto studiare le righe che si formano e quali sono le caratteristiche che le contraddistinguono.

3.1 Regole di selezione

Le righe più forti (quindi le transizioni più probabili) sono date dall'approssimazione di dipolo. Quando le transizioni sono tali che $\lambda \gg a_0$ si possono considerare come caratterizzate esclusivamente da un cambiamento del momento di dipolo del sistema¹. Secondo questa assunzione si ottengono delle regole di selezione per i numeri quantici che illustrano quali sono le transizioni possibili:

$$\Delta n \neq 0, \quad \Delta l = \pm 1, \quad \Delta m = 0, \pm 1 \quad (3.1)$$

Queste si possono visualizzare graficamente tramite un diagramma di Grotrian, sul quale sono rappresentati i livelli energetici suddivisi per numero quantico principale e secondario. Sono le transizioni più probabili, con un coefficiente $A_{UL} \propto 10^8 \text{ s}^{-1}$, per questo vengono dette "permesse".

Esistono poi altre regole di selezione che prendono in considerazione altre approssimazioni, come ad esempio quelle di quadrupolo elettrico ($\Delta n \neq 0, \Delta l = \pm 2, \Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$) o di dipolo magnetico ($\Delta n = \Delta l = 0, \Delta m = 0, \pm 1$), che diventano rilevanti quando il termine di dipolo è nullo. Infatti sono circa cinque e otto ordini di grandezza inferiori alle transizioni permesse, e vengono definite rispettivamente "semiproibite" e "proibite"².

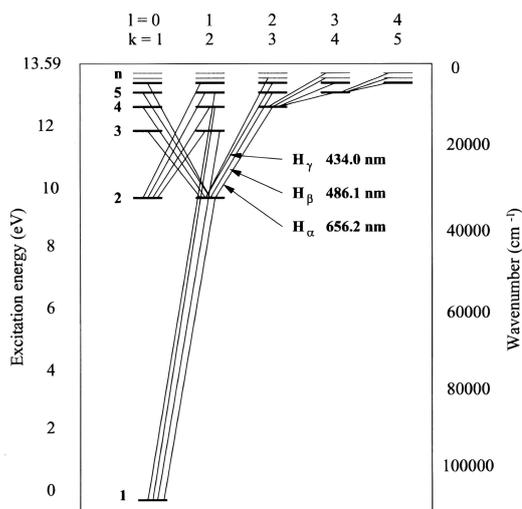


Figura 3.1: Diagramma di Grotrian per l'atomo di H. Le linee indicate con α, β e γ sono transizioni che partono dal livello $n = 2$ e sono dette di "Balmer".[4]

¹Questo avviene quando un elettrone passa da un livello n ad un altro, perché in questo modo varia la distribuzione di carica dell'atomo e dunque il suo momento di dipolo

²Questo non implica che queste transizioni non avvengano mai, ma che la loro probabilità è talmente bassa da non essere osservabile in laboratorio. Ad esempio la riga a 21cm dell'idrogeno è una transizione proibita non osservabile in laboratorio, ma riscontrabile in natura

3.2 Struttura fine, iperfine ed effetto Zeeman

Le transizioni viste finora sono date dai livelli energetici identificati dai numeri quantici n, l e m . Come già accennato prima esistono ulteriori termini di caratterizzazione dei livelli energetici, che mostrano l'esistenza dei "sottolivelli", dipendenti dalle proprietà combinate degli elettroni e degli elementi atomici che li circondano, che dunque permetteranno transizioni diverse. Si può considerare ad esempio l'effetto che ha lo spin sul numero quantico l : esiste un termine $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, dato dalla somma vettoriale dei vettori del momenti angolari di spin ed orbita-

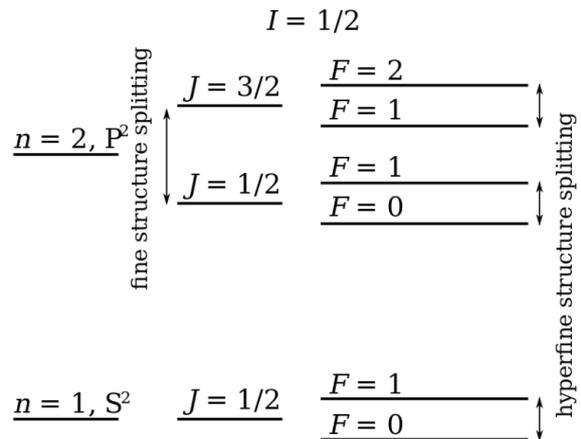


Figura 3.2: Separazione dei livelli $n = 1$ e $n = 2$ nei multipletti di struttura fine ed iperfine.[5]

le e chiamato infatti momento angolare totale, che genera una separazione dei livelli in un numero $2J + 1$ di sottolivelli, detti di "struttura fine". Avendo dunque dei livelli energetici in più si avranno dunque più transizioni, che seguono regole di selezione diverse, date dal teorema di Wigner-Eckart. Si può applicare lo stesso ragionamento per definire un nuovo momento angolare $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ come somma del momento angolare totale e il momento angolare di spin nucleare (l'analogo dello spin dell'elettrone però per i nucleoni), che genera un'ulteriore separazione dei livelli di struttura fine in $2F + 1$ livelli, chiamati di "struttura iperfine".

Vi sono in generale altre separazioni che possono essere considerate, come ad esempio l'effetto di interazione del campo magnetico con gli elettroni, che provoca una separazione dei livelli di struttura fine oppure il Lamb Shift, che prevede uno spostamento dei livelli energetici a causa di fluttuazioni quantistiche del campo elettromagnetico del vuoto. La considerazione di tutti questi effetti aiuta a spiegare perché alcune righe sono separate in multipletti anziché essere un'unica riga.

3.3 Spettri molecolari

Un'analisi simile si può fare anche per gli spettri delle molecole, dove oltre ai livelli energetici visti in precedenza si aggiungono delle righe spettrali date dalla geometria non più a simmetria sferica. Si possono avere infatti dei nuovi sottolivelli dati dalle oscillazioni armoniche dalla separazione internucleare di equilibrio, detti "livelli vibrazionali", oppure dati dal momento d'inerzia I tra due atomi di massa M e separazione a , che genera dunque una rotazione e crea i "livelli rotazionali". Questi hanno energie molto basse, perciò le transizioni tra livelli vibrazionali e rotazionali avvengono rispettivamente nell'infrarosso e nelle microonde, a differenza delle transizioni di livello tra elettroni di valenza che sono dell'ordine dei pochi eV, quindi nel visibile ed ultravioletto. Questi sono molto importanti per lo studio delle nubi molecolari presenti nella nostra galassia e per lo studio delle atmosfere planetarie.

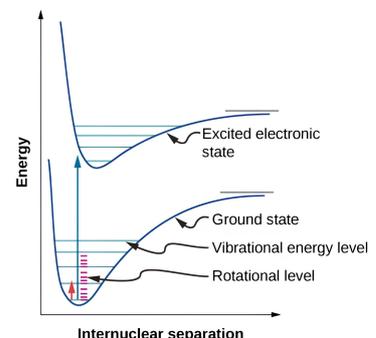


Figura 3.3: Ordini di grandezza delle separazioni nei livelli rotazionali e vibrazionali.[6]

Capitolo 4

Shift

Si è visto finora che si possono confrontare tra loro sorgenti di luce in base alle loro righe spettrali, in quanto queste si trovano alle stesse lunghezze d'onda nello spettro. Non è sempre scontato però riscontrare una corrispondenza immediata tra due spettri. Si osserva infatti che due sorgenti possono presentare le stesse righe in assorbimento, ma quando messe a confronto non combaciano alle stesse lunghezze d'onda bensì sono spostate tutte più a destra o a sinistra. Questo fenomeno è noto in letteratura con il nome di "shift", spostamento, e sottolinea proprio lo slittamento dell'intero spettro verso lunghezze d'onda maggiori o minori. Ha diverse origini fisiche, che verranno studiate in questo paragrafo, e permette dunque di trarre molte informazioni importanti sulla sorgente e su ciò che la circonda.

4.1 Effetto Doppler

La frequenza di un'onda percepita da un osservatore non è generalmente la stessa di quella emessa dalla sorgente perché la frequenza è influenzata dal moto relativo tra i due corpi (ricevente ed emittente). Si può studiare infatti che la frequenza f' rilevata dall'osservatore è :

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right),^1 \quad (4.1)$$

dove v_o e v_s sono rispettivamente le velocità radiali (ovvero lungo la congiungente dei due corpi) dell'osservatore e della sorgente. È chiaro che questo influenza anche la lunghezza d'onda, che è legata alla frequenza secondo la legge $\lambda = \frac{c}{f}$. Si intuisce quindi che in caso di allontanamento dei due corpi la lunghezza d'onda crescerà, mentre viceversa diminuirà se i due corpi sono in moto di avvicinamento. Nei due spettri in figura 4.1 si vede come per l'appunto si abbia uno spostamento di tutte le righe verso il rosso, segno che la sorgente ha una componente di velocità (relativa all'osservatore) negativa e che quindi si sta allontanando. Avendo dunque a disposizione uno

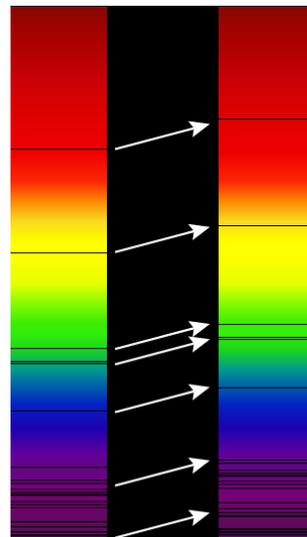


Figura 4.1: Esempio di redshift in cui le righe spettrali del secondo spettro sono spostate verso λ maggiori. [7]

¹Alla trattazione si aggiunge anche un termine di velocità del mezzo di propagazione ma dato che si vuole studiare le onde elettromagnetiche che si propagano nel vuoto non è stato preso in considerazione nella formula.

spettro con delle righe in assorbimento o emissione si può determinare la velocità radiale relativa v della sorgente ricavando la lunghezza d'onda di una riga spettrale λ_{oss} e confrontandola con quella della transizione misurata in laboratorio λ_0 , secondo la seguente formula:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{oss} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad (4.2)$$

Questa formula servì ad Edwin Hubble di scoprire il blueshift della galassia di Andromeda, che si sta infatti avvicinando alla Via Lattea ad una velocità di 110 km/s .

4.2 Redshift cosmologico

L'effetto Doppler è dato dalla componente di velocità radiale tra due corpi. Le osservazioni fatte sulle galassie lontane dimostrano che queste si allontanano tutte dalla nostra a velocità crescente con la distanza. Questo fenomeno particolare è spiegato dalla teoria cosmologica dell'espansione dell'Universo. Sulla base delle teorie della relatività generale il già citato Hubble scopre che l'Universo è in espansione e che dunque le galassie sono in allontanamento reciproco a causa dell'espansione dell'Universo stesso. La velocità detta "di recessione" delle galassie è descritta dalla legge empirica di Hubble, per la quale si ha $v = H_0 \cdot d$, dove H_0 è la costante di Hubble. Si ha perciò uno spostamento delle righe verso il rosso più marcato man mano che si osservano galassie più lontane e, avendo un'origine concettualmente diversa da quello dato dal normale moto delle galassie, questo tipo di redshift viene denominato "cosmologico". Chiaramente non si osserva redshift cosmologico per galassie "vicine" come Andromeda, ma a grandi distanze si può invece considerare il redshift come dato esclusivamente dalla velocità di recessione e tramite questo stimare la distanza delle galassie.

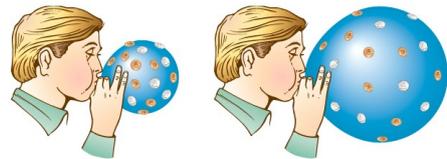


Figura 4.2: Esempificazione dell'espansione dell'Universo. Con il gonfiarsi del palloncino le galassie si allontanano tra loro a velocità via via crescente. [8]

4.3 Redshift gravitazionale

Un'ulteriore forma di redshift è data invece dalle conseguenze della relatività generale. La teoria di Einstein prevede infatti che in presenza di un campo gravitazionale un fotone che vi si allontani perda energia e dunque diminuisca la sua frequenza. In altro modo lo stesso concetto può essere visto come un'applicazione del principio di equivalenza per il quale l'attrazione gravitazionale è equivalente ad un'accelerazione e dunque il fotone che attraversa un campo gravitazionale intenso viene rallentato, per cui si ha redshift dato dall'effetto Doppler in maniera analoga a quanto visto in precedenza. Questo fenomeno si osserva in sorgenti in cui lungo la linea di vista vi siano oggetti estremamente massivi, come buchi neri supermassicci o ammassi di galassie; infatti si hanno fenomeni di redshift gravitazionale nelle immagini di lenti gravitazionali o di regioni centrali delle galassie.

Capitolo 5

Allargamento

L'analisi delle righe spettrali ha un'altra caratteristica importante da tenere in conto quando si studia uno spettro, ovvero la larghezza della riga. Si osserva infatti che la riga spettrale non è corrispondente ad una "delta di Dirac", ovvero un picco di assorbimento centrato sulla lunghezza d'onda λ_0 come ci si aspetterebbe, ma risulta invece "spalmata" sui valori di lunghezze d'onda circostanti. Lo studio di questo aspetto delle righe spettrali fornisce molte informazioni sulle condizioni fisiche dell'ambiente che circonda la sorgente, in particolare su una stella e sulla sua atmosfera.

5.1 Misura dell'intensità di una riga

Per studiare bene le informazioni contenute all'interno di una riga spettrale centrata alla lunghezza d'onda λ_0 è importante saperne osservare le proprietà caratterizzanti, prime tra tutte la larghezza e l'intensità. Per misurare l'intensità si utilizza la profondità della riga, definita come la differenza tra il flusso della riga F_λ e il flusso del continuo F_c scalata su F_c , dunque $\frac{F_\lambda - F_c}{F_c}$.

Per la larghezza si misura invece la FWHM¹, scritta come $(\Delta\lambda)_{\frac{1}{2}}$, è definita come la larghezza in Angstrom della linea misurata alla metà della profondità della riga, ovvero la $\Delta\lambda$ misurata al flusso pari a

$$\frac{F_c - F_\lambda}{F_c - F_{\lambda_0}} = \frac{1}{2}. \quad (5.1)$$

Un altro parametro fondamentale per lo studio delle righe è invece l'intensità della riga, definita come il rettangolo altezza pari al continuo e area pari all'area della riga, ovvero:

$$W = \int \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda, \quad (5.2)$$

ed è un parametro che contiene informazioni sulle condizioni fisiche del gas nella regione che produce la riga.

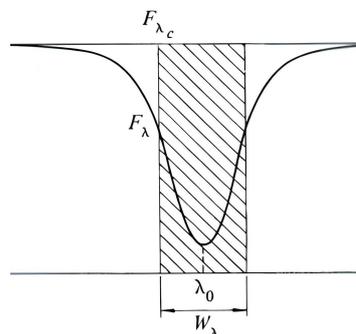


Figura 5.1: Rappresentazione della larghezza equivalente.

¹Full Width at Half Maximum, larghezza a metà altezza

5.2 Tipologie di allargamento

L'allargamento, o "broadening", di una riga viene calcolato misurando le varie proprietà indicate sopra, ma è dato da una serie di fenomeni fisici di varia natura. In questo elaborato si approfondiscono i tre principali, che possono essere intrinseci alla sorgente oppure dati da agenti esterni.

Allargamento intrinseco

La prima analisi da condurre sull'allargamento di una riga è sicuramente di tipo quantistico. Il principio di Heisenberg afferma infatti che $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, ovvero che il prodotto delle incertezze sulle misure di tempo ed energia è proporzionale alla costante di Planck ridotta, per cui al diminuire del tempo disponibile per una misura di energia, la sua incertezza aumenta. Dato che le righe in assorbimento sono transizioni elettroniche verso stati eccitati, il tempo di permanenza di un elettrone in questo stato è molto breve, per cui l'energia dell'orbitale non potrà avere un valore preciso ($\Delta E \neq 0$). Usando la formula per l'energia di un fotone $E = \frac{hc}{\lambda}$, si vede che

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} \sim \frac{hc}{\lambda^2} \Delta \lambda \quad \text{dunque} \quad \Delta \lambda \sim \frac{\lambda^2}{2\pi c \Delta t}. \quad (5.3)$$

Si può infine dimostrare che la FWHM sarà proporzionale al quadrato della lunghezza d'onda e dal tempo di attesa medio perché avvenga la transizione Δt_0 :

$$(\Delta \lambda)_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda^2}{\pi c} \frac{1}{\Delta t_0}. \quad (5.4)$$

L'allargamento intrinseco è dell'ordine di 10^{-4} \AA per una lunghezza d'onda tipica $\lambda \sim 6000 \text{ \AA}$, dunque un effetto molto debole paragonato a quella che risulta essere la larghezza tipica di una riga spettrale, indice che vi sono altri effetti che provocano un maggiore broadening. Come si vedrà più avanti tuttavia, esistono delle situazioni in cui anche l'allargamento intrinseco dà un contributo non trascurabile al profilo della riga.

Allargamento Doppler

L'agitazione termica degli atomi contribuisce all'allargamento del profilo della riga. Un gas di atomi all'equilibrio termico segue una distribuzione di Maxwell-Boltzmann, il cui valore medio della velocità è dato dall'equazione di equilibrio termico, da cui si ottiene $v = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$. Come si vede anche dalla figura 5.2 maggiore è la temperatura, maggiore è la dispersione delle velocità, per cui si avranno valori di redshift più ampi. Se infatti si sostituisce la velocità media di Maxwell-Boltzmann alla formula del redshift 4.1 si ottiene:

$$\Delta \lambda = \lambda \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{c} 2 \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (5.5)$$

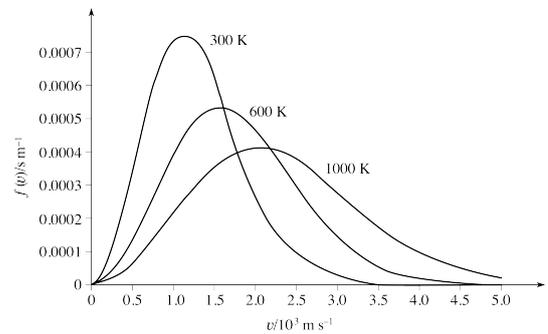


Figura 5.2: Esempio di distribuzione di Maxwell-Boltzmann a tre diverse temperature. Il picco rappresenta la velocità più probabile, mentre la deviazione standard è la dispersione delle velocità.

che in termini di FWHM diventa (tramite considerazioni sul moto statistico degli atomi):

$$(\Delta\lambda)_{\frac{1}{2}} = 2\frac{\lambda}{c}\sqrt{\frac{2kT \ln 2}{m}}. \quad (5.6)$$

Questo fenomeno ha un effetto molto maggiore sulla larghezza della riga, in quanto è dell'ordine (per $\lambda \sim 6000 \text{ \AA}$ e $T \sim 6000 \text{ K}$) di 0.2 \AA , ma il suo contributo decresce molto velocemente allontanandosi da λ_0 , poiché la distribuzione di Maxwell-Boltzmann ha una decrescita esponenziale per le alte velocità. Questo porta a prevedere che è un allargamento molto più evidente nel centro della riga, denominato "core", e minore sulle parti esterne, chiamate "ali della distribuzione".

Si può infine correggere la formula 5.6 con un termine che tiene in considerazione il moto turbolento delle grandi masse di gas (considerando anche queste velocità distribuite secondo Maxwell-Boltzmann).

$$(\Delta\lambda)_{\frac{1}{2}} = 2\frac{\lambda}{c}\sqrt{\left(\frac{2kT}{m} + v^2_{\text{turb}}\right) \ln 2} \quad (5.7)$$

Questo effetto è particolarmente importante nelle atmosfere di stelle giganti e supergiganti rosse, date le loro maggiori dimensioni.

In generale l'allargamento Doppler può essere influenzato anche da altri fattori della stella, come ad esempio la rotazione, che porterà ad avere una parte di stella accelerata verso l'osservatore e viceversa, e la pulsazione, che avrà effetti analoghi. Questi non possono essere però descritti dalla legge vista sopra, in quanto non seguono chiaramente una distribuzione di Maxwell-Boltzmann.

Allargamento collisionale e di pressione

Si ha infine un effetto dato dalla densità del gas nella sorgente osservata. Gli orbitali di un atomo possono essere perturbati dalle collisioni con altri atomi o dagli effetti del campo elettrico di ioni. Le singole collisioni creano un allargamento definito "collisionale", mentre gli effetti statistici dei campi elettrici degli ioni interagenti creano allargamento detto "di pressione". Il calcolo completo di questi due termini è particolarmente complesso, ma l'effetto generale sul profilo di riga è analogo a quanto già visto per l'allargamento naturale. Si ha infatti una formula del tutto simile alla formula 5.4, in cui però stavolta il tempo Δt_0 rappresenta il tempo medio tra due collisioni, che può essere espresso come il rapporto tra il libero cammino medio e la velocità media degli atomi

$$\Delta t_0 \approx \frac{\ell}{v} = \frac{1}{n\sigma\sqrt{2kT/m}}, \quad (5.8)$$

dove n è la densità numerica degli atomi, σ è la sezione d'urto e m è la massa. Sostituendo questo valore all'interno della formula 5.4 si ottiene una FWHM in questa forma:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{1}{\pi\Delta t_0} \approx \frac{\lambda^2}{c} \frac{n\sigma}{\pi} \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (5.9)$$

Come già accennato in precedenza, questo allargamento dipende dalla densità di atomi nella sorgente e avrà un effetto meno evidente in giganti e supergiganti rosse data la loro l'atmosfera meno densa, che dunque avranno righe più sottili. L'ordine di grandezza dell'allargamento collisionale è generalmente paragonabile all'allargamento naturale, ed

avendo anche un analogo effetto sul profilo di riga vengono spesso considerati insieme come effetti, passando sotto il nome di profilo di "damping", smorzamento in inglese.

5.3 Profilo di Voigt

Mentre l'allargamento Doppler segue una statistica di Maxwell-Boltzmann (quindi convergente ad una Gaussiana), i profili di damping appena visti sono descritti da una statistica di Cauchy-Lorentz. Lo studio dei loro effetti combinati viene dunque descritto da una funzione di probabilità che è la convoluzione proprio di una Gaussiana e di una Lorentziana, detta "profilo di Voigt". Come si vede dal grafico, il profilo di Voigt risulta essere una funzione ben più bassa e larga di una gaussiana (rappresentata dalla curva "Doppler"). Il profilo di una riga spettrale è infatti dominato nel core dall'allargamento Doppler, in quanto appunto si è visto essere di gran lunga maggiore come effetto rispetto agli allargamenti di damping. Le ali della distribuzione sono invece dominate dai profili di smorzamento, in quanto la funzione Lorentziana ha una dispersione maggiore e la Gaussiana ha invece una decrescita esponenziale. Si può dunque concludere che un profilo di riga è essenzialmente dato dai contributi dell'allargamento Doppler per il core e del profilo di damping per le ali.

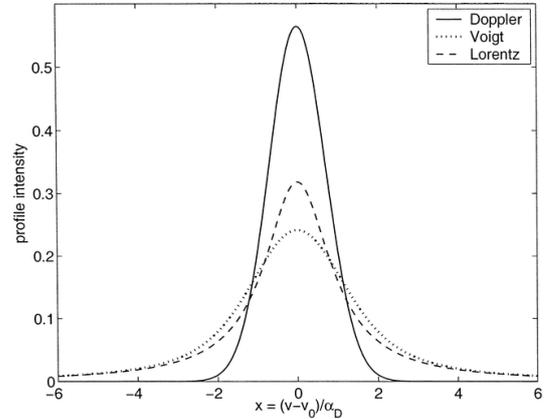


Figura 5.3: Profilo di Voigt ottenuto dalla convoluzione di una gaussiana e una lorentziana normalizzate ed aventi stessa FWHM.[9]

5.4 Curva di crescita

Si è visto come la forma una riga spettrale contenga informazioni sulle condizioni fisiche e ambientali degli atomi e della sorgente che genera il continuo. Si vuole analizzare ora l'intensità di una data riga spettrale per vedere quali dati si possono trarre.

Il primo dato che si può dedurre dall'intensità della riga è sicuramente l'abbondanza di atomi che ha provocato la transizione. Più precisamente, si può dedurre che la profondità della riga è correlata al numero di atomi attivi N_a , ovvero la frazione di atomi nelle condizioni adatte a fare quella specifica transizione. Il calcolo di questo numero è particolarmente complesso perché non tutte le transizioni sono equiprobabili alla stessa temperatura, ma una volta ottenuta questa stima si può vedere come varia la forma della riga al crescere degli atomi attivi. In particolare esiste una relazione molto interessante tra larghezza equivalente W e N_a , chiamata "curva di crescita", mostrata nella figura 5.4. Si possono distinguere tre andamenti diversi nella curva di crescita:

- $W \propto N_a$: la larghezza equivalente ha una crescita lineare con l'abbondanza, in cui il contributo dominante è nel core, dato dall'allargamento Doppler;
- $W \propto \sqrt{\log N_a}$: quando il core della riga è saturo si ha un andamento detto di "smorzamento", in cui si ha una crescita molto lenta;

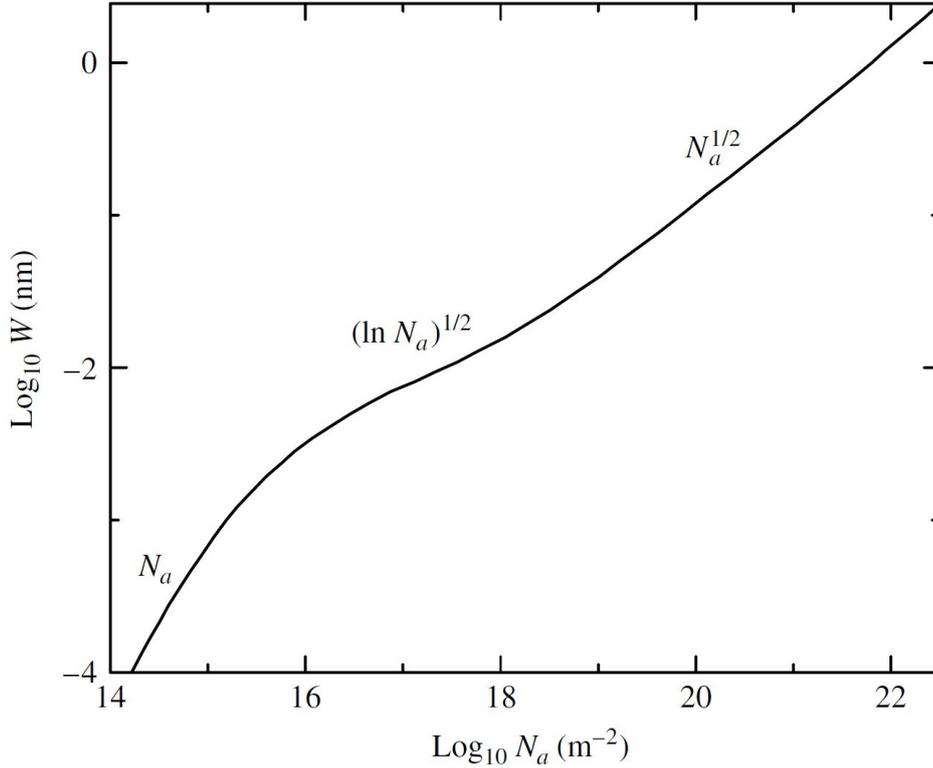


Figura 5.4: Curva di crescita della larghezza equivalente in funzione del numero di atomi attivi.[10]

- $W \propto \sqrt{N_a}$: dopo un certo valore inizia a non essere più trascurabile il contributo del damping, che porterà ad un allargamento delle ali nel profilo.

È utile tracciare la curva di crescita perché permette una stima più precisa delle abbondanze chimiche dell'atomo in questione. In particolare, prendendo in considerazione le varie righe spettrali dello stesso elemento si può costruire la curva di crescita utilizzando la seguente ascissa:

$$\log \left(N_a f \frac{\lambda}{\lambda} \right) = \log (N_a) + \log \left(f \frac{\lambda}{\lambda} \right)^2, \quad (5.10)$$

in cui si hanno due termini distinti. Il primo dipende dal numero di atomi attivi come già visto, il secondo dipende dalle caratteristiche delle righe spettrali. Questo implica che nella stessa curva di crescita si possono inserire le misure delle larghezze equivalenti di diverse righe spettrali dello stesso elemento che chiaramente differiscono tra loro per probabilità, potenziale di eccitazione e lunghezza d'onda. Per cui misurando gli allargamenti di due righe spettrali diverse e i valori tabulati per il secondo termine si può ribaltare l'equazione ed ottenere così due stime confrontabili dell'abbondanza di atomi attivi. Una volta ottenuto N_a si possono poi utilizzare le equazioni di Saha e Boltzmann per l'eccitazione e la ionizzazione per ottenere infine l'abbondanza della specie chimica.

²f rappresenta l'oscillator strenght, una quantità adimensionale che definisce appunto la probabilità di emissione (o assorbimento) di onde elettromagnetiche nelle transizioni.

Capitolo 6

Applicazioni astrofisiche

6.1 Riga a 21cm e forma della Via Lattea

Uno dei quesiti più interessanti che hanno interessato l'astrofisica è stato quello del capire la forma della nostra galassia. L'astronomo Harlow Shapley sosteneva che studiare la Via Lattea è come studiare la forma di una macchina essendovi dentro. Per comprenderne la forma è necessario osservare le galassie circostanti e comprendere il loro comportamento, oltre che studiare quanto accade intorno a noi all'interno della galassia. In questo intento venne in aiuto negli anni '30 lo studio della spettroscopia nelle microonde. Fu notata una variazione giornaliera nell'emissione radio e si vide che era emessa da tutto il piano galattico, in particolare nella parte più luminosa della Via Lattea, che però è coperta agli occhi di un telescopio ottico da grandi nubi di mezzo interstellare. Dopo aver studiato che l'idrogeno neutro¹ poteva essere l'artefice di tale emissione, negli anni '50 fu captata la prima onda alla lunghezza d'onda di 21cm dell'idrogeno, l'elemento più presente nello spazio.

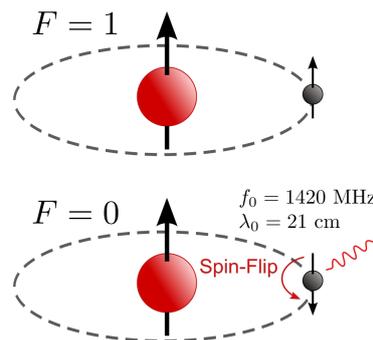


Figura 6.1: I due stati di struttura iperfina del livello $1s_{\frac{1}{2}}$ dell'idrogeno neutro.[11]

Si tratta in particolare di una transizione di dipolo magnetico dell'atomo HI, il cui livello fondamentale $1s_{\frac{1}{2}}$ si separa in due livelli, con $F=0$ e $F=1$ e la transizione tra questi due genera un'emissione di frequenza $\nu = 1,4 \text{ GHz}$. Come si accennava nel paragrafo 3.1 si tratta di una transizione proibita, la cui probabilità è molto bassa, ma essendo l'idrogeno incredibilmente abbondante in natura si ottiene comunque un'emissione molto netta rispetto al continuo.

Ciò che rende questa emissione cruciale per lo studio della galassia è proprio il fatto che le grandi nubi di mezzo interstellare presenti in tutta la galassia non assorbono questo range di lunghezze d'onda e quindi l'universo è trasparente, o per meglio dire, "otticamente sottile". Per questo si riescono a vedere emissioni di idrogeno neutro in tutte le direzioni della galassia, mentre a lunghezze d'onda dell'ottico si riesce ad osservare solamente lo spazio circostante entro un raggio stimato di circa 5 kpc .

¹Con idrogeno neutro si intende idrogeno non ionizzato, nella letteratura astrofisica è indicato come "HI".

Osservando lungo tutte le direzioni si osservano le varie nubi e si ha conferma di dove si trovi il centro galattico osservando il punto di emissione maggiore. Ma come si fa a sapere che forma ha la nostra galassia? E come determinare la velocità di rotazione degli oggetti e dunque la curva di rotazione della galassia? Torna in gioco l'effetto Doppler visto nel paragrafo 4.1. Se le nubi sono in moto attorno al centro della galassia, rispetto ad un sistema di riferimento in cui il Sistema Solare è fermo queste avranno una certa velocità relativa rispetto a noi, misurabile attraverso il redshift. Si può dunque stimare la velocità di rotazione di queste utilizzando il metodo del punto tangente, osservando ovvero lungo una certa linea di vista quale nube ha il redshift più alto e dunque la velocità radiale maggiore. La nube che in figura 6.2 forma un triangolo rettangolo con il Sistema Solare e il centro galattico sarà quella che avrà la velocità radiale massima, che corrisponderà interamente alla sua velocità di rotazione. In questo modo

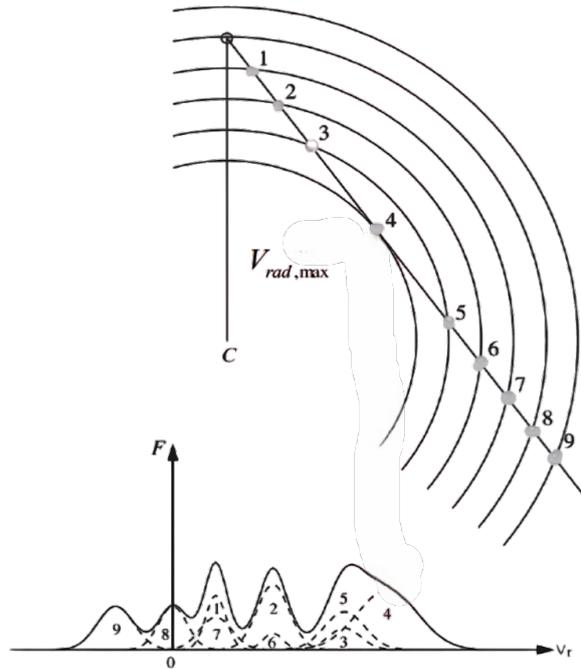


Figura 6.2: Metodo del punto tangente applicato alle nubi di HI. Si può determinare la forma della galassia e il verso di rotazione osservando i vari picchi di emissione della riga a 21cm. Come si vede la riga 4 ha il redshift più alto.

si sono potute mappare le varie nubi nello spazio e ricostruire un modello della galassia. Studiare le velocità di rotazione delle nubi di idrogeno è stato inoltre fondamentale per studiare l'andamento della curva di rotazione della Via Lattea e scoprire innanzitutto che è una rotazione differenziale, ma soprattutto che la velocità non segue la decrescita kepleriana aspettata, ma rimane costante per distanze più grandi della galassia stessa. Questo fatto è una delle prove più calzanti dell'esistenza della materia oscura, in quanto questa costanza è spiegabile solo ammettendo l'esistenza di molta più massa di quanta se ne possa vedere; o almeno questo è ciò che sappiamo fin'ora.

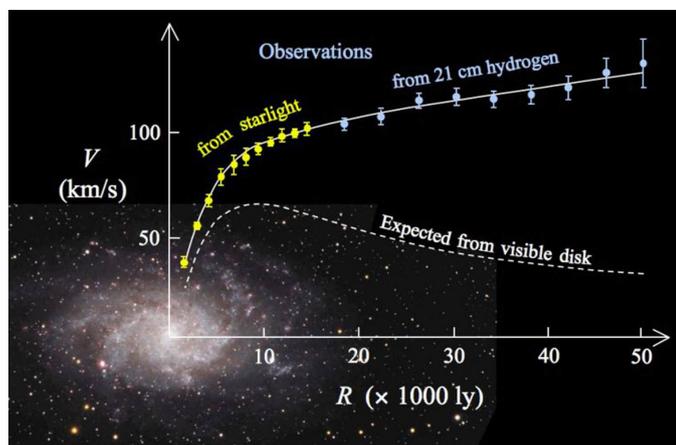


Figura 6.3: Andamento della velocità di rotazione della Via Lattea.[12]

Bibliografia

Immagini

- [1] Codici Colori. *Immagine dello spettro*. URL: <https://codicicolori.com/natura-e-colori/colori-della-luce>.
- [2] Biju's. *Modello atomico di Bohr*. URL: <https://byjus.com/chemistry/bohrs-model/>.
- [3] Prof. Dr. Bilsen Beşergil. *Bound-bound transitions*. URL: <https://bilsenbesergil.blogspot.com/p/einstein-katsaylar-einstein-coefficients.html>.
- [4] Roberto Tonelli e Franco Meloni. «Chua's Periodic Table.» In: *I. J. Bifurcation and Chaos* 12 (lug. 2002), pp. 1451–1464. DOI: 10.1142/S0218127402005406.
- [5] Difference Between. *Struttura fine e iperfina*. URL: <https://www.differencebetween.com/what-is-the-difference-between-fine-and-hyperfine-structure/>.
- [6] LibreText Chemistry. *Energie dei livelli roto-vibrazionali*. URL: https://chem.libretexts.org/Courses/Pacific_Union_College/Quantum_Chemistry/13:_Molecular_Spectroscopy/13.06:_Electronic_Spectra_Contain_Electronic,_Vibrational,_and_Rotational_Information.
- [7] By Georg Wiora (Dr. Schorsch) created this image from the original JPG. Derivative work: Kes47 (talk) - File:Redshift.png, CC BY-SA 3.0. URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=12881381>.
- [8] Astronomy Mastery Checks. *Espansione dell'Universo*. URL: <https://bjolley.weebly.com/astronomy-mastery-checks.html>.
- [9] Xianglei Huang e Yuk Ling Yung. «A Common Misunderstanding about the Voigt Line Profile». In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 61.13 (2004), pp. 1630–1632. DOI: 10.1175/1520-0469(2004)061<1630:ACMATV>2.0.CO;2. URL: https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/61/13/1520-0469_2004_061_1630_acmatv_2.0.co_2.xml.
- [10] Ostlie A. Carrol W. *An introduction to modern astrophysics*. 2014, p. 307.
- [11] via Wikimedia Commons Tilted Public domain. URL: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hydrogen-SpinFlip.svg>.
- [12] Tech Explorist. URL: <https://www.techexplorist.com/galaxy-rotation-measurements-lean-toward-modified-gravity/55713/>.
- [13] HI4PI Collaboration: et al. «HI4PI: a full-sky HI survey based on EBHIS and GASS». In: *A&A* 594 (2016), A116. DOI: 10.1051/0004-6361/201629178. URL: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201629178>.

Libri

- [14] Jefferies John T. *Spectral line formation / John T. Jefferies.* eng. Waltham, Ma. etc.: Blaisdell Publishing Company, 1968.
- [15] Tennyson Jonathan. *Astronomical spectroscopy : an introduction to the atomic and molecular physics of astronomical spectra / by Jonathan Tennyson.* eng. London: Imperial College Press, 2005. ISBN: 978-18-609-4529-8.
- [16] Carroll Bradley W. *An introduction to modern astrophysics / Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie.* eng. Reading, Mass: Addison Wesley, 1996. ISBN: 978-03-212-1030-2.
- [17] *Fundamental astronomy / Hannu Karttunen ... [et al.] editors.* eng. 6. ed. with 419 illustrations, including 34 colour plates and 83 exercises with solutions. Heidelberg [etc.: Springer, 2017. ISBN: 978-36-625-3044-3.
- [18] Bransden Brian Harold. *Physics of atoms and molecules / B. H. Bransden and C. J. Joachain.* eng. 2. ed. Singapore: Pearson Education, 2003. ISBN: 978-81-297-0380-4.