

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea in Astronomia

**Campi magnetici in astrofisica:
emissione di sincrotrone e sua
applicazione nello studio di
radiosorgenti**

Tesi di laurea

Presentata da:
Luca Brandalesi

Relatore: **Chiar.ma Prof.
Marcella Brusa**

Anno accademico 2022 – 2023

Contents

1	Abstract	2
2	Introduzione	2
3	Radiazione di Sincrotrone	3
3.1	Radiazione di una particella carica accelerata	3
3.2	Distribuzione Spettrale	5
3.3	Sincrotrone autoassorbito	6
4	Il campo di equipartizione	8
4.1	Calcolo del campo di equipartizione	8
4.2	Modello e realtà: condizione di equipartizione nelle star forming galaxies	10
5	Evoluzione dello spettro di energia e perdite radiative	12
5.1	Equazione di continuità	12
5.2	Evoluzione temporale e spectral ageing	13
5.3	Synchrotron-Self Compton	14
5.4	Spectral aging nelle grandi sorgenti radio: 3C 35 e 3C 223	15
6	Bibliografia	17

1 Abstract

Lo scopo generale di questo elaborato è quella di dare una visione completa dei meccanismi che generano l'emissione di sincrotrone, la formazione dello spettro di una radiosorgente emettente per sincrotrone e la variazione nel tempo di questo spettro e della distribuzione della radiazione. Applicheremo a due casi reali i risultati ottenuti dalla teoria. Le sezioni 4.2 e 5.4 sono basate sulle fonti bibliografiche [5] e [6].

2 Introduzione

Alla fine dell'800 l'irlandese Joseph Larmor pubblicava la formulazione dell'equazione del raggio di Larmor; questo fu un risultato importante, fondatore dello studio dei processi di radiazione da particelle accelerate. Un elettrone che si muoveva come in fig.1 non solo aveva un moto elicoidale ben definito lungo le linee del campo magnetico H , ma emetteva anche radiazione con andamento temporale mostrato in fig. 2a e struttura mostrata in 2b. Osservando questo moto a velocità tali che gli effetti relativistici sulla particella e la sua radiazione siano trascurabili si possono individuare i "parametri di Larmor" (qui riportati semplicemente, in unità c.g.s.; si omette la derivazione):

- raggio di Larmor $r_L = \frac{mc}{qH} v_{\perp}$
- periodo di rotazione di Larmor $T_L = \frac{2\pi r_L}{v_{\perp}}$
- frequenza di Larmor $\omega_L = \frac{2\pi}{T_L} = \frac{qH}{mc}$

Nei contesti astrofisici la carica q considerata è quasi sempre l'elettrone poiché è più leggero ed è quindi più facilmente accelerato a velocità con γ elevati. Come esempio di radio sorgente notevole verranno qui discusse due galassie, 3C 35 e 3c 223: queste sono radio galassie dotate di un nucleo galattico attivo che le rende un esempio eccellente per studiare lo spettro di sincrotrone, anche se come vedremo non è un processo legato solo alla banda radio. Infatti esistono potenti emettitori come le pulsar che negli esemplari più energetici emettono fotoni di frequenza fino in banda X. Altri esempi di emissione di sincrotrone si possono trovare nei buchi neri supermassicci, nel mezzo interstellare sotto forma di CRE accelerati e nelle supernove.

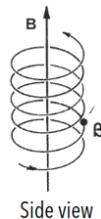


Figure 1

3 Radiazione di Sincrotrone

3.1 Radiazione di una particella carica accelerata

Verranno qui prese come già assodate molte considerazioni sulla radiazione di ciclotrone, sui parametri di Larmor non relativistici e sulle trasformate di Lorentz; questo perchè avremo a che fare con particelle accelerate a velocità ultrarelativistiche dai potentissimi campi magnetici delle pulsar. Inizieremo trattando la radiazione prodotta da una singola particella di massa m_0 che si muove a una velocità tale che $\gamma \gg 1$, condizione presente molto più spesso in contesti astrofisici. I parametri di Larmor per il caso relativistico diventano:

$$\begin{aligned} r_{L,rel} &= \gamma \cdot r_L \\ T_{L,rel} &= \gamma \cdot T_L \\ \omega_{L,rel} &= \frac{\omega_L}{\gamma} \end{aligned} \tag{1}$$

La formula di Larmor per una particella accelerata a velocità tali che $\gamma \gg 1$:

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma}, W^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

possiamo ricavare la potenza P (da non confondere con p minuscolo, indicante il momento):

$$\begin{aligned} P &= \frac{dW}{dt} = \frac{2q^2}{3m^2 c^3} \left(\frac{d^2 p}{d\tau^2} \right) \\ \left(\frac{dp_i}{d\tau} \frac{dp_i}{d\tau} \right) &= \left(\frac{dv}{d\tau} \right)^2 - \beta^2 \left(\frac{dp}{d\tau} \right)^2 \quad [erg/s] \end{aligned}$$

Nel caso ultrarelativistico β assume valori piccoli, per cui abbiamo tutti gli elementi per ottenere la potenza emessa da una particella emettente per radiazione di sincrotrone:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{2q^2}{3m^2 c^3 \gamma^2} \left(\frac{dp}{dt} \right)^2 \tag{2}$$

L'energia nelle varie armoniche segue:

$$\left(\frac{dW}{dt} \right)_{n+1} \sim \beta^2 \left(\frac{dW}{dt} \right)_n$$

La fig. 2 ci mostra che la radiazione è visibile ad un osservatore solo quando l'apertura è rivolta verso di lui, cioè quando l'accelerazione centripeta è perpendicolare alla linea di vista. Introduciamo quindi Φ , misura dell'apertura del cono generato dall'aberrazione relativistica nella direzione del moto, dov'è concentrata la metà più energetica dei fotoni emessi. Sia $\alpha' = \frac{\Phi}{2}$, allora si ottiene:

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha') \sqrt{1 - \beta^2}}{\cos(\alpha') + \beta} \quad \text{quindi} \quad \alpha' \sim \frac{1}{\gamma}$$

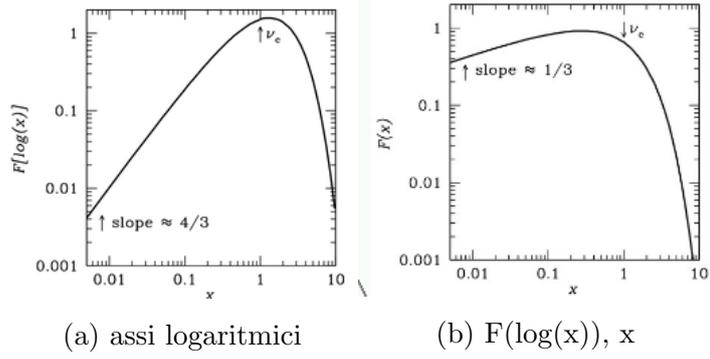


Figure 3: Spettro di potenza di sincrotrone

possiamo provare a inserire dei valori di γ e H di "test": vediamo che con un $\gamma \sim 10^4$ e $H \sim 1\mu G$ otteniamo $\nu_c \sim 0,408GHz$, che ci dice come il sincrotrone sia riscontrabile spesso in banda radio nelle applicazioni astrofisiche.

3.2 Distribuzione Spettrale

Ora andremo ad analizzare come una sorgente otticamente sottile ($\tau \ll 1$) che contiene una qualsiasi distribuzione di energie negli elettroni che la compongono abbia uno spettro che è la sovrapposizione degli spettri delle particelle emettenti alle singole frequenze, e che l'indice spettrale negativo $a = \frac{d \log P(\nu)}{d \log(\nu)}$ sia sempre più grande di $-1/3$. Assumeremo che la distribuzione di energia degli elettroni ultrarelativistici segua la legge:

$$N(\epsilon) = N_0 \epsilon^{-\delta}$$

è un'approssimazione "imposta" che però trova corrispondenza nella realtà, dove questa è la distribuzione osservata nelle popolazioni emettenti per sincrotrone nella maggior parte dei casi (anche per i due oggetti 3C si assumerà questa distribuzione). Con $N(\epsilon)$ intendiamo il numero di elettroni per unità di volume che hanno energia tra ϵ e $\epsilon + d\epsilon$; l'emissività specifica (potenza monocromatica per unità di volume) sarà:

$$J_s(\nu) = \int_{\epsilon}^{\epsilon+d\epsilon} P(\nu, \epsilon) N(\epsilon) d\epsilon \quad [erg/cm^2] \quad (7)$$

Emerge nuovamente ciò che abbiamo notato alla fine del paragrafo precedente, ovvero il fatto che ogni elettrone emetta praticamente tutta la sua energia alla frequenza caratteristica ν_c ; il calcolo verrà effettuato tenendo questa ipotesi come vera.

La potenza emessa in $d\nu$ sarà data dal prodotto della potenza emessa da ogni elettrone moltiplicata per quanti elettroni ci sono del range $d\epsilon$; avremo quindi:

$$J_s(\nu) = -\frac{d\epsilon}{dt} N(\epsilon) \frac{d\epsilon}{d\nu}$$

Riprendendo la (3) possiamo quindi calcolare quindi l'emissività specifica di una popolazione che emette per sincrotrone:

$$J_s(\nu) \sim N_0 H^{\frac{\delta+1}{2}} \nu^{-\alpha} \quad [erg/cm^2] \quad (8)$$

Quindi anche lo spettro di emissione di una popolazione di elettroni segue una distribuzione di potenza; dipende solo da δ , quindi osservando uno spettro possiamo ricavare informazioni sugli elettroni che hanno emesso, ad esempio calcolandone la distribuzione di energia. α è approssimativamente $\sim 0,74$ nel caso otticamente sottile per $\nu \sim 1GHz$. Questo valore riflette ad esempio la distribuzione iniziale (sempre a legge di potenza) delle particelle accelerate tramite shock waves prodotte da una supernova. Dobbiamo precisare come i risultati pertinenti allo spettro di potenza siano stati ottenuti implicando un angolo di pitch di $\pi/2$, ma la trattazione è matematicamente identica nel caso in cui si vogliono ottenere le stesse equazioni per angoli di pitch diversi.

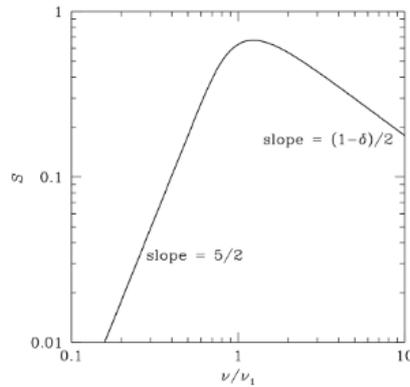


Figure 4: Spettro completo di sincrotrone: a sinistra notiamo la parte autoassorbita con pendenza $5/2$, a destra la parte otticamente sottile che ha pendenza $-\alpha$

3.3 Sincrotrone autoassorbito

Nella fig.4 possiamo notare lo spettro completo di una popolazione astrofisica di elettroni che emette per sincrotrone: la parte della distribuzione con pendenza $-\alpha$ è quella trattata nella precedente parte, ovvero quando $\tau \ll 1$ nel caso di emettenti "trasparenti" alla propria radiazione. A basse frequenze l'emissione di sincrotrone non può diventare arbitrariamente grande poichè per ogni processo di emissione esiste un correlato processo di assorbimento.

Il sincrotrone è un processo non termico (la distribuzione dell'energia non segue una maxwelliana) per cui vale la relazione che $T_b < T_k$, ovvero la temperatura di brillantezza del corpo deve sempre essere minore della sua temperatura cinetica; più T_b si avvicina a T_k più l'autoassorbimento non si può trascurare. Andiamo ora a calcolare la parte di autoassorbimento dello spettro di sincrotrone.

L'equazione del trasporto radiativo per una nube parzialmente opaca è:

$$B_s(\nu) = \frac{J_s(\nu)}{4\pi\mu_s(\nu)}(1 - e^{-\tau_s(\nu)}) \quad (9)$$

Il calcolo del coefficiente di assorbimento $\mu_s(\nu)$ è qui omesso, e si ottiene tramite l'utilizzo dei coefficienti di Einstein (che quantificano la probabilità di emissione e assorbimento di fotoni da parte di altre particelle):

$$\mu_s(\nu) \propto N_0 \nu^{-\frac{\delta+4}{2}} H^{\frac{\delta+2}{2}} \quad (10)$$

Quindi $\tau = \mu_s \cdot l_0$ è lo spessore ottico della nube (ricordiamo che con H intendiamo la componente perpendicolare del campo magnetico). Ci aspettiamo che la nube sia trasparente a frequenze più alte e opaca a frequenze più basse; abbiamo ora le due espressioni che ci permettono di delineare due casi, dipendentemente dal valore di τ . Sostituiamo l'eq (10) nell'eq (9) e riprendiamo la (8) che ci dà l'emissività specifica e otteniamo :

$$B_s(\nu) \propto \nu^{\frac{5}{2}} H^{-1/2} \quad (11a)$$

$$B_s(\nu) \propto \nu^{-\alpha} H^{\frac{\delta+2}{2}} \quad (11b)$$

La fig. (3) come già precedentemente evidenziato presenta lo spettro completo di un'ideale nube che emette in maniera isotropa per sincrotrone: lo spettro cresce in frequenza con pendenza 2.5, ha un massimo in ν_p e poi cala con $-\alpha$. In realtà negli spettri di sincrotrone osservati la pendenza a basse frequenze è in realtà più piccola di 2.5 mentre il picco è meno "pronunciato" poichè le condizioni non sono omogenee e sferiche come ipotizzato fino ad ora. Questo accade perchè le sorgenti di sincrotrone non sono totalmente compatte, ma bensì presentano varie zone compatte emettenti alla loro frequenza caratteristica che non sono singolarmente risolte dall'osservazione, appiattendolo spettro. Questo ci dice anche che, ovviamente, la componente di autoassorbimento è più marcata quanto più compatta è la sorgente.

Possiamo andare a calcolare dove si trova il picco, derivando l'espressione (9) rispetto a ν (z indica il redshift), e ponendo il risultato uguale a zero:

$$\nu_{max}[GHz] \sim costante \cdot S^{2.5} \theta^{-\frac{4}{5}} H^{\frac{1}{5}} (1+z)^{\frac{1}{5}}$$

con θ diametro apparente della sorgente in millesimi di secondo d'arco, S in Jansky, H in mG e la frequenza in GHz si ottiene che la costante vale circa 2.

Possiamo stimare la temperatura di brillantezza T_B (cioè la temperatura che avrebbe un corpo nero emettente alla stessa frequenza) conoscendo ν_{max} (notare unità di misura differente per H):

$$T_B \sim 3 \cdot 10^{10} H^{-0.5} [G] \nu_{max}^{0.5} [GHz] \quad (12)$$

L'ultima cosa che possiamo ricavare è una stima del campo magnetico, osservando la frequenza di picco. La stima che possiamo ricevere da (13) è altamente approssimativa, poichè i dati osservati dipendono da potenze alte, quindi per la propagazione degli errori ci sarà molta indecisione sulla stima di H.

$$H \propto cost \cdot \nu_{max}^5 S_{max}^{-2} \theta^4 (1+z)^{-1} \quad (13)$$

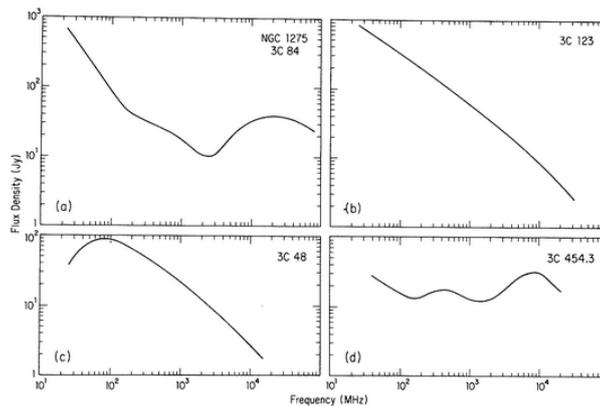


Figure 5

L'immagine (5) qui sopra rappresenta lo spettro di quasar e radio galassie, ognuno evidentemente diverso da quello "standard" ottenuto in fig. 3. La sorgente radio 3C 84, un nucleo compatto che è opaco sotto i 20GHz. La radiogalassia 3C 123 è trasparente a tutte le frequenze. Il quasar 3C 48 segue una distribuzione più simile a quella del sincrotrone ideale con un picco attorno ai 100MHz. 3C 454.3 è un esempio di ciò che si è detto sulle sorgenti non compatte: il quasar in esame è composto da diverse strutture che diventano opache a diverse frequenze (da questo le "gobbe").

4 Il campo di equipartizione

4.1 Calcolo del campo di equipartizione

Il problema del calcolo del campo magnetico in una nube che emette per sincrotrone è dovuto al fatto che l'energia totale del sistema sia immagazzinata sia nelle particelle che nel campo magnetico (le energie sono qui considerate in erg).

Prendiamo in analisi l'equazione $U_{tot} = U_p + U_e + U_H$: iniziamo dicendo che i protoni non emettono e quindi non abbiamo informazioni sulla loro energia, possiamo quindi scrivere che $U_e + U_p = (1 + k)U_e$, k dipende dalle condizioni del plasma; nei raggi cosmici $k \sim 40$, mentre nelle radio galassie e nelle quasar non è stato misurato. Il campo magnetico ha densità di energia $u_H = \frac{H^2}{8\pi}$, quindi U_B sarà:

$$U_H = \int u_H dV = C_H H^2 V \quad (14)$$

H è in questo caso considerato uniforme, approssimazione non sempre valida nelle osservazioni astrofisiche.

In ogni caso, procediamo ora con il calcolo di U_e , tramite un integrale tra ϵ_1 e ϵ_2 , cioè i due estremi della distribuzione di energia degli elettroni relativistici, che è

$$N_\epsilon = N_0 \epsilon^{-\delta}$$

per cui l'energia degli elettroni relativistici sarà:

$$U_e = V \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} \epsilon N_\epsilon d\epsilon = \frac{N_0}{2-\delta} (\epsilon_1^{2-\delta} - \epsilon_2^{2-\delta}) \quad (15)$$

Ora indichiamo con ν_1 e ν_2 le frequenze a cui emettono gli elettroni con energia minima e massima nella distribuzione ricordando l'eq (6), e cerchiamo di trovare l'espressione di $U_e l$ in modo che siano indipendenti da V e N_0 utilizzando la luminosità bolometrica ottenuta tramite la densità di flusso a frequenze specifiche.

$$L = 4\pi d^2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} S(\nu) d\nu = V \cdot \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} N_\epsilon \left(-\frac{d\epsilon}{dt}\right) d\epsilon = V \cdot N_0 \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} b H^2 \epsilon^{2-\delta} d\epsilon = \frac{b H^2}{3-\delta} (\epsilon_2^{3-\delta} - \epsilon_1^{3-\delta}) V \cdot N_0 \quad [erg/s] \quad (16)$$

in questo caso $b = \frac{2e^4}{3m_e^2 c^7} \sim 2.4 \cdot 10^{-3}$ Isoliamo ora $N_0 \cdot V$ nella (16) e sostituiamo nella

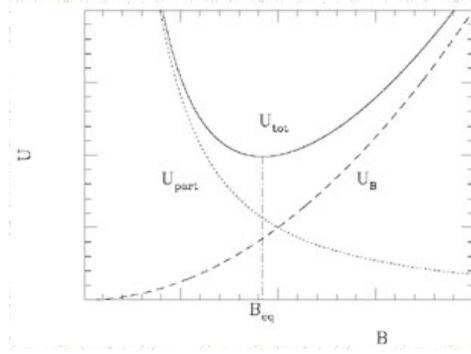


Figure 6: Energia contenuta in una radio sorgente: U_{tot} è l'energia totale del sistema, $U_{part} = U_e + U_p$

(15) ottenendo:

$$U_e l = \frac{3-\delta}{2-\delta} \cdot \frac{\epsilon_2^{2-\delta} - \epsilon_1^{2-\delta}}{\epsilon_2^{3-\delta} - \epsilon_1^{3-\delta}} \cdot \frac{L}{b} \cdot \frac{1}{H^2} \quad (17)$$

I due valori di ϵ non li conosciamo, quindi li fisseremo arbitrariamente in modo che siano il limite inferiore e superiore della banda radio: $\nu_1 = 10 MHz$, $\nu_2 = 10^2 GHz$. La relazione tra ϵ_i e ν_i è:

$$\epsilon \sim 4 \cdot 10^{-10} H^{1/2} \nu^{-1/2}$$

L'angolo di pitch non è stato preso in considerazione nell'integrazione in (16) poiché viene scelta una distribuzione dell'angolo di pitch del tipo

$$H^2 \sin^2 \theta = \frac{2}{3} H^2$$

Possiamo sostituire i valori della frequenza nella (17) e introduciamo una costante C_e che tiene conto di tutte le quantità costanti e della distribuzione di angoli di pitch. Abbiamo quindi ottenuto che l'energia legata agli elettroni è:

$$U_e = C_e H^{-\frac{3}{2}} L \quad (18)$$

Ricordando che l'energia legata al campo magnetico è (14) riscriviamo l'energia totale della sorgente come:

$$U_{tot} = (1 + k)U_e + U_H = (1 + k)C_e H^{-\frac{3}{2}}L + C_m H^2 V \quad (19)$$

Osserviamo ora come questo risultato trovi conferma nella fig.5:l'energia immagazzinata nel campo magnetico cresce come $U_B \propto B^2$, mentre $U_e + U_p \propto B^{-3/2}$. L'energia totale è al minimo quando il contributo del campo magnetico e delle particelle sono approssimativamente uguali (condizione di equipartizione).

Per trovare il valore del campo magnetico quando U_{tot} è minimo bisogna derivare la (19) rispetto ad H, ponendo uguale a zero ciò che risulta otteniamo il campo di equipartizione, cioè $H(U_{tot,min})$:

$$H_{eq} = H(U_{tot,min}) = \left[\frac{3(1+k)}{4} \frac{C_e}{C_H} \right]^{\frac{2}{7}} \cdot \left(\frac{L}{V} \right)^{\frac{2}{7}} \quad [G] \quad (20)$$

Per questo H otteniamo:

$$(1 + k)U_e = \frac{4}{3}U_H \quad (21)$$

(1+k) non è misurabile se non in specifici casi (ad esempio tramite il sincrotrone autoassorbito in fonti compatte come trovato nell'equazione 13) ed è non incisiva sul risultato, quindi in questo caso siamo in "condizione di equipartizione", ovvero $U_p + U_e = U_H$.

4.2 Modello e realtà: condizione di equipartizione nelle star forming galaxies

Si può quindi inferire il valore del campo magnetico osservando lo spettro di emissione di sincrotrone; nelle galassie in fase di formazione stellare le informazioni possono essere studiate tramite l'osservazione dei raggi cosmici. Sono stati però, nei nostri calcoli, messi vari vincoli e fatte approssimazioni che possono ragionevolmente deviare dalla realtà.

- 1 L'iniezione di particelle potrebbe essere più piccola di quella utilizzata nel nostro calcolo, diminuendo quindi la densità di particelle più energetiche. Il valore "standard" di 2,5 utilizzato da noi per l'indice spettrale potrebbe variare, restringendo l'intervallo su cui è possibile integrare il problema.
- 2 Gli elettroni che compongono i raggi cosmici (CRE's o Cosmic Ray Electrons) hanno perdite radiative molto più rapide rispetto ai protoni, quindi il fattore k (che ricordiamo rappresenta la proporzionalità dell'energia emessa dagli elettroni rispetto a quella posseduta dai protoni) sarà sempre maggiore quanto maggiore è la distanza dal luogo di "iniezione". Non è più valida l'assunzione che il sincrotrone domini la distribuzione di energia. L'opposto avviene nei gas di elettroni, dove $k \sim 0$ poiché queste nubi sono sostanzialmente prive di protoni.

3 nelle starbust regions (regioni di formazione intensiva) particelle secondarie possono contribuire in maniera non trascurabile alla distribuzione di energia.

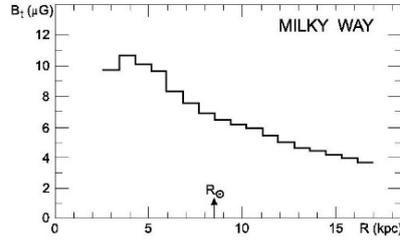


Figure 7: Variazione radiale del campo magnetico nella Via Lattea

La figura (7) sopra è stata ottenuta tramite lo studio (bibliografia:[5]) delle condizioni di equipartizione ma variando opportunamente i parametri in base alla posizione radiale e alle condizioni dell'ambiente di osservazione. La proporzione protoni/elettroni è stata assunta essere ~ 100 , l'indice spettrale di sincrotrone è $\alpha = 1.1$ per $2.5kpc < r < 6kpc$ e $\alpha = 0.85$ per $R \geq 6kpc$.

Qui l'assunzione di equipartizione è ancora valida e produce risultati affidabili, però con le dovute correzioni; è una condizione che supponiamo per avere una stima del campo che altrimenti non si potrebbe conoscere.

Un limite per cui non vale questa approssimazione è sulle distanze "brevi": da osservazioni di MHD (che non specificheremo qui) possiamo vedere dalla fig (8) come non esista correlazione tra il campo magnetico e l'energia degli elettroni quando si opera a una certa scala, cioè $L < 100pc$ è il limite per cui a distanze inferiori non valgono le assunzioni fatte sopra sull'equipartizione. Le misure sono ottenute in un sample volume di $100pc^3$, con $\langle e_c r \rangle = \langle b^2 \rangle$; non c'è correlazione locale, anche se le densità di energia sono uguali quando mediate sul dominio.

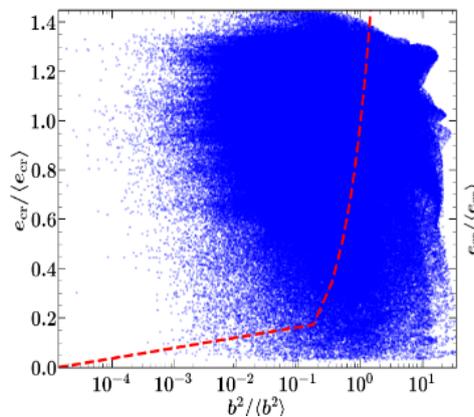


Figure 8: Scatter plot delle densità normalizzate di campo magnetico (b) e di energia elettronica dei raggi cosmici (e_{cr}).

5 Evoluzione dello spettro di energia e perdite radiative

Lo spettro di elettroni ultrarelativistici nel tempo subirà variazioni dovute a delle perdite energetiche di varia natura; nel caso del sincrotrone l'invecchiamento spettrale è un fenomeno derivante dalla variazione dell'energia del sistema. Questo processo può giustificare i problemi legati al cambiamento delle condizioni di equipartizione accennati nella sezione precedente, e può essere usato per ottenere informazioni sull'età della radiosorgente.

5.1 Equazione di continuità

Innanzitutto dobbiamo trovare un risultato che ci permetta di descrivere le perdite radiative e l'iniezioni/espulsione di particelle emettenti in funzione del tempo e dell'evoluzione della distribuzione di energia. Si consideri un volume ΔV e una distribuzione $N(x, y, z, t, \epsilon)$ di elettroni che ne rappresenta il numero per unità di volume e di energia; quello che ci interessa avere è un'equazione differenziale che descriva $N(\epsilon)$ in presenza di perdite/guadagni radiativi.

Nel nostro cubo di volume ΔV la variazione del numero di particelle contenute sarà uguale al flusso J_e , rappresentante una corrente (cariche in movimento al passare del tempo).

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial N(\epsilon)}{\partial t} dV = - \int J_e(x, y, z, \epsilon) \cdot ndS_e \quad (22)$$

Il teorema di Gauss dice che l'integrale al RHS può essere sostituito con l'integrale volumetrico della divergenza della funzione integranda, cioè:

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial N(\epsilon)}{\partial t} dV = - \int_{\Delta V} \nabla \cdot J_e dV$$

Nell'equazione precedente possiamo quindi rimuovere i segni di integrale poichè sono calcolati sullo stesso volume e otteniamo l'equazione di continuità, nel caso in cui non ci sia aggiuntiva immissione di particelle dopo quella iniziale; in questo caso $J_e = N(\epsilon, t) \frac{d\epsilon}{dt}$:

$$\frac{\partial N(\epsilon, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{d\epsilon}{dt} N(\epsilon, t) \right) = 0 \quad (23)$$

Il primo termine è relativo al flusso di particelle nel volume dV mentre il secondo alle perdite di energia radiativa. Nel caso in cui si voglia tenere conto dell'iniezione e fuga di particelle si aggiunge un termine al RHS per indicare le perdite legate al tempo di confinamento T_c , mentre al LHS va il termine $Q(\epsilon, t)$ che rappresenta il tasso di iniezione.

Otteniamo così l'equazione di continuità (23) per le perdite radiative nel tempo:

$$\frac{\partial N(\epsilon, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{d\epsilon}{dt} N(\epsilon, t) \right) + \frac{N(\epsilon, t)}{T_c} = Q(\epsilon, t) \quad (24)$$

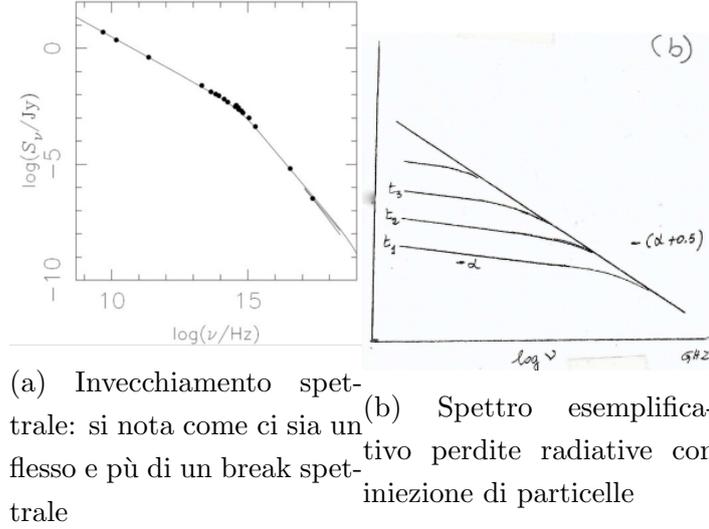


Figure 9: Effetto dell'invecchiamento spettrale sull'emissione di sincrotrone

In particolare:

$$N(\epsilon, 0) = N_0 \epsilon^{-\delta} \quad Q(\epsilon, t) = C_Q \epsilon^{-\delta}$$

5.2 Evoluzione temporale e spectral ageing

Il primo parametro che introduciamo è t^* ovvero il tempo medio di vita della particella relativistica, definito in maniera tale che $t^* = \frac{\epsilon_0}{d\epsilon/dt}$, dove $\epsilon_0 = \epsilon(t_0)$ rappresenta l'energia iniziale del sistema. In molti casi, compreso quello dell'emissione di sincrotrone, per $t > t^*$ l'energia diventa rapidamente trascurabile. Abbiamo ottenuto l'equazione di continuità, e il primo caso che prendiamo in esame sarà quello per cui i due termini di iniezione e fuoriuscita di particelle sono nulli: L'energia di una particella che emette per sincrotrone in funzione del tempo sarà:

$$\epsilon(t) = \frac{\epsilon_0}{1 + \epsilon_0 C_{sync} H^2 \sin^2 \theta t} \quad (25)$$

Dalla definizione di t^* otteniamo nel caso di sincrotrone:

$$t^* = \frac{1}{C_{sync} H^2 \sin^2 \theta}$$

e quindi la funzione dell'energia particellare nel tempo sarà:

$$\epsilon(t^*) = \frac{\epsilon_0}{1 + \frac{t}{t^*}} \quad (26)$$

In questo caso, lo spettro a basse frequenze non viene alterato (fig. 9) mentre si nota un drop-off a una frequenza ν^* legata all'energia $\epsilon(t^*)$:

$$\nu^* = 6.24 \cdot 10^{18} (\epsilon^*)^2 H \quad [GHz] \quad (27)$$

Con il tempo il taglio si sposta sempre di più "a sinistra", cioè a basse frequenze, ovvero le radiosorgenti più vecchie presentano frequenze di taglio più basse; misurata la frequenza di taglio in [GHz] possiamo, conoscendo H, misurare l'età di una radiosorgente nel caso più semplice:

$$t \sim \frac{1.62 \cdot 10^3 H^{1/2} [\mu G]}{(H^2)(\nu^*)^{1/2}}$$

Ora invece studieremo un caso più generale, ovvero in presenza di iniezione di particelle con $T_c = \text{infinito}$, $Q(\epsilon, t) = C_Q \epsilon^{-\delta}$

Per energie $\epsilon < \epsilon^*$ la soluzione dell'equazione di continuità è

$$N(\epsilon, t) \sim C_Q \cdot \epsilon^{-\delta} t \quad (28)$$

Mentre per energie $\epsilon > \epsilon^*$ si ha una soluzione stazionaria ($\frac{\partial N}{\partial t} = 0$)

$$N(\epsilon, t) = \frac{C_Q}{\delta - 1} \frac{\epsilon^{\delta+1} t}{\epsilon^*} \quad (29)$$

Da questo possiamo dedurre che lo spettro seguirà le proporzionalità:

$$\begin{aligned} J_s(\nu) &\propto \nu^{-\frac{\delta-1}{2}} = \nu^{-\alpha} & \nu < \nu^* \\ J_s(\nu) &\propto \nu^{-\delta} = \nu^{-\frac{\alpha-1}{2}} & \nu > \nu^* \end{aligned} \quad (30)$$

L'ultimo caso analizzato sarà quello per cui $T_c = \text{finito}$ e $Q(\epsilon, t) = C_Q \epsilon^{-\delta}$. Detta ϵ_T l'energia minima a cui può avvenire il cut-off, ci troviamo di fronte a due casi:

- a- per $\epsilon > \epsilon_T$ si può trascurare il termine di espulsione nell'equazione di continuità: il problema si semplifica al caso precedente
- b- per $\epsilon < \epsilon_T$ si può trascurare il termine di perdita radiativa: le particelle lasciano la radiosorgente prima di aver perso significative quantità di energia

Nel caso (b) l'equazione di continuità diventa:

$$\frac{\partial N(\epsilon, t)}{\partial t} + \frac{N(\epsilon, t)}{T_c} = Q(\epsilon, t)$$

Che da come soluzione:

$$N(\epsilon, t) \sim C_Q \cdot T_c \quad \text{per } \epsilon > \epsilon_T \quad (31)$$

Nel caso (a) invece prevalgono le perdite radiative, per cui se tralasciamo il termine di confinamento il problema si riduce al secondo caso.

5.3 Synchrotron-Self Compton

L'ultimo meccanismo che andremo ad analizzare sarà quello del synchrotron-self Compton o SSC: in un plasma relativistico i fotoni emessi dagli elettroni accelerati subiscono una energizzazione tramite l'effetto inverse Compton, influenzando sullo spettro di "puro"

sincrotrone. La potenza trasferita da un elettrone a un fotone tramite Compton inverso è:

$$\frac{d\epsilon_{ic}}{dt} = \frac{4}{3}c\sigma_T\gamma^2\beta^2U_f \quad (32)$$

Dove U_f sta ad indicare l'energia totale posseduta dai fotoni. Riprendiamo l'equazione(3), rimuovendo il termine \sin^2 avendo tenuto conto di una distribuzione isotropa dell'angolo di pitch del tipo $H^2\sin^2\theta = \frac{2}{3}H^2$. Allora possiamo trovare il rapporto tra le perdite per sincrotrone e quelle per self compton:

$$\frac{d\epsilon_{sync}/dt}{d\epsilon_{ic}/dt} = \frac{U_H}{U_f} \quad (33)$$

Il contributo allora totale dei due processi di emissione nella perdita di energia della radiosorgente è (notare il segno meno):

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{ssc} = C_s\epsilon^2(H^2 + 8\pi U_{rad}) \quad (34)$$

dove U_{rad} indica l'energia del sistema ascrivibile alla radiazione. Questo meccanismo genera una perdita di energia maggiore rispetto al solo processo di sincrotrone, per cui il tempo di vita radiativo dell'elettrone si riduce a:

$$t^*_{ssc} \sim \frac{3 \cdot 10^8}{(H^2/8\pi + U_{sc})[eVcm^{-3}]\epsilon^*} \quad [anni] \quad (35)$$

5.4 Spectral aging nelle grandi sorgenti radio: 3C 35 e 3C 223

Andiamo ora a discutere di alcuni risultati ottenuti nel documento [6] per quanto riguarda lo studio delle due radiogalassie 3C 35 e 3C 223; queste sono classificate come "giant radio sources" poichè hanno estensione di $\sim 950kpc$ e $780kpc$ rispettivamente. Lo studio, basandosi sull'assunzione (dimostrata anche nel paragrafo precedente) che le perdite di energia siano trascurabili a basse frequenze, si prefissa di calcolare l'età di sincrotrone delle varie parti delle galassie. Inizialmente, nelle zone "giovani", lo spettro segue una distribuzione a legge di potenza che viene col tempo modificata da vari processi, tra cui quelli descritti sopra. L'immagine 10 rappresenta la mappa dell'indice spettrale delle due galassie, ovvero indica il valore di α nelle varie aree. Nelle radio galassie il meccanismo che immette materiale energetico nei lobi è alimentato dal nucleo della stessa (AGN), che inietta materia tramite due jet; questi sono chiaramente visibili nell'immagine 10a, che ci fa vedere come anche ci sono due hotspot nella parte esterna dei lobi. Infatti possiamo vedere dalla legenda come le zone più rosso/arancioni siano quelle con indice spettrale indicante una popolazione giovane di elettroni. Ricordiamo che l'indice spettrale si può esprimere come: $\alpha = \frac{d\log J_\nu}{d\log \nu}$. In queste immagini le zone con valori di luminosità più bassi di 3σ sono lasciate senza colore. Le immagini qui riportate sono risultate dall'osservazione tra 327[MHz] e 1.48[GHz]; in questa banda si riporta una variazione maggiore dell'indice spettrale rispetto alla banda tra 74 e 327[MHz], confermando che a frequenze basse lo spectral ageing è meno influente.

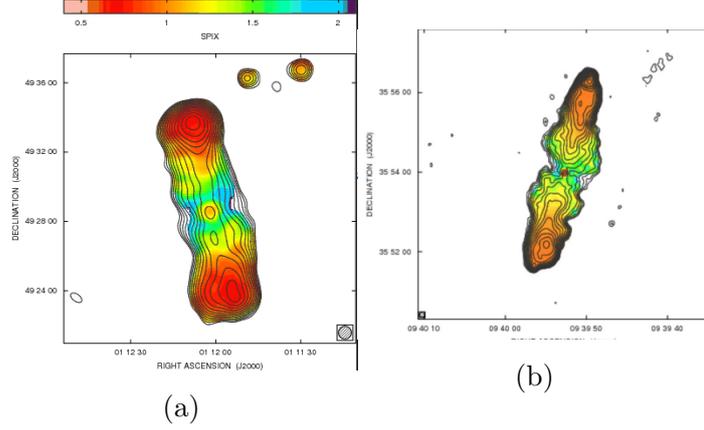


Figure 10: mappa dell'indice spettrale delle radiogalassie 3C 35 (a) e 3C 223 (b)

Dalle osservazioni risulta che per 3C 35 nella regione apicale dei lobi, α è circa 0.72 ± 0.01 , mentre raggiunge valori di $\sim 1.6 \pm 0.04$ nelle regioni interne dei lobi attorno al nucleo. Invece per 3C 223 risulta che l'indice spettrale aumenta da $\alpha \sim 0.72 \pm 0.01$ nella regione della testa dei lobi, fino a valori di $\alpha \sim 1.32 \pm 0.09$ nelle regioni dei lobi vicino al nucleo. Da queste osservazioni, assumendo la condizione di equipartizione, è possibile calcolare il campo magnetico delle due radio sorgenti, così che si possa determinare dalla luminosità di sincrotrone. Il campo H in questo caso è stimato riempire le sorgenti, con la luminosità di sincrotrone calcolata tra un low energy cutoff a 10MHz e uno high energy a 10GHz, ed è stato considerato un fattore di proporzionalità protone/elettrone di 0, ovvero che il gas sia composto da soli elettroni. Ad esempio per la 3C 223 si ipotizza come volume della sorgente un cilindro con un raggio di ~ 200 kpc e un'altezza di ~ 900 kpc. L'indice spettrale degli elettroni dell'intera sorgente e del lobo nord è $\delta = 2.2$, che corrisponde a $\alpha_{74}^{327} \simeq 0.6$, dove apice e pedice indicano il range di frequenze a cui si riferiscono i calcoli; per il lobo sud $\delta = 2.4$, corrispondente a $\alpha_{74}^{327} \simeq 0.7$. Il contributo dell'emissione del hotspot è stato incluso in queste misure, poichè è fonte di nuove particelle ed energia iniettate nel sistema. Avere il valore del campo magnetico infine è fondamentale per poter calcolare l'età radiativa delle sorgenti di emissione; nel documento viene supposta una distribuzione di energie degli elettroni iniettati nei lobi identica a quelle utilizzate da noi nei calcoli. Si può supporre un forte contributo dell'effetto SSC poichè il campo di equipartizione è più piccolo del campo di inverse Compton $H_{CMB} \sim 3, 28(1+z)^2$; questo è l'equivalente del campo necessario per avere le stesse perdite da IC e sincrotrone. Possiamo quindi utilizzare la (35) per calcolare l'età delle nostre galassie: ad esempio per 3C 35 si trova che l'età media del globo nord è $\sim 138 Myr$, di quello sud $\sim 147 Myr$ (frequenze di break stimate a $4, 71 GHz$ per il lobo nord e $3, 07 GHz$ per quello sud); si può dire che la fonte si espanda a velocità costante, dato che l'età di sincrotrone aumenta con la distanza dagli hotspot.

6 Bibliografia

- 1 appunti e dispense dell'esame di Processi di Radiazione, prof. Dallacasa, 2023
- 2 'Essential Radio Astronomy', James J. Condon and Scott M. Ransom, University of Virginia, 2018
- 3 'Una finestra sull'Universo Invisibile', Lezioni di radioastronomia di Carla e Roberto Fanti, 2012
- 4 'Magnetic Fields in cluster of Galaxies', Federica Govoni, Università di Bologna, 2004
- 5 'Radiative processes in Astrophysics', J.B. Rybicki e A.P. Lightman, 1979
- 5 'Revisiting the Equipartition Assumption in Star-Forming Galaxies', A. Seta e R. Beck, 2019
- 6 'Low-frequency study of two giant radio galaxies: 3C 35 and 3C 223', E. Orrù et al.