

**ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA**

**SCUOLA DI INGEGNERIA
- Sede di Forlì -**

**CORSO DI LAUREA
IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE
Classe: L-9**

ELABORATO FINALE DI LAUREA

in FONDAMENTI DI MECCANICA ORBITALE

*Caratterizzazione dei modelli di errore per le osservabili
astrometriche relative alla cometa 67P-Churyumov Gerasimenko*

CANDIDATO

Michele Pio Lauriola

RELATORE

Prof. Paolo Tortora

Anno accademico 2022/2023

*Un ringraziamento speciale al
Prof. Paolo Tortora
e al
Dott. Riccardo Lasagni Manghi*

INDICE

1. INTRODUZIONE	3
2. METODI	5
2.1 COSTRUZIONE DEL DATASET	5
2.2 RICOSTRUZIONE DEI RESIDUI.....	12
2.3 METODI PER L'ANALISI STATISTICA E IL FILTRO DI STIMA.....	17
3. RISULTATI	19
3.1 EFFETTI DELL'APPLICAZIONE DELLE CORREZIONI SUI CATALOGHI STELLARI	19
3.2 ANALISI STATISTICA DEI RESIDUI IN FUNZIONE DELL'OSSERVATORIO E DEI CATALOGHI STELLARI.....	24
3.3 CARATTERIZZAZIONE DEI RESIDUI.....	33
4. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI	39
INDICE DELLE FIGURE	41
INDICE DELLE TABELLE	42
BIBLIOGRAFIA.....	43
SITOGRAFIA	45
RINGRAZIAMENTI	46

1. INTRODUZIONE

Asteroidi e comete saranno oggetto di numerose missioni nei prossimi decenni da parte di tutte le principali agenzie spaziali. Psyche della NASA, Hera dell' Agenzia Spaziale Europea (Michel et al., 2022), DESTINY+ della JAXA (Ozaki et al., 2022) e Tianwen-2 della CNSA (China National Space Administration) sono solo alcune delle missioni che verranno lanciate prima del 2030 che hanno come obiettivo asteroidi o comete.

Diventa dunque di fondamentale importanza, per lo sviluppo di missioni come quelle appena citate, lo studio delle orbite dei corpi celesti minori del sistema solare.

Le traiettorie di asteroidi e comete vengono generalmente stimate analizzando le osservazioni effettuate da Terra tramite telescopi ottici. Per quanto riguarda gli asteroidi l'incertezza sulla posizione rispetto alle stelle in background è principalmente influenzata dal rapporto segnale-rumore della rilevazione. Grazie all'alta precisione di cataloghi stellari come Gaia-DR2 (Gaia Collaboration et al., 2018), gli errori sistematici sono oggi enormemente ridotti (< 1 arcsec), ed è possibile correggere errori sistematici su cataloghi stellari più datati grazie al confronto con quelli recenti. Per questo motivo è possibile realizzare modelli statistici che pesino i dati relativi agli asteroidi (Veres et al., 2017) permettendo di ottenere traiettorie accurate e incertezze realistiche sulle effemeridi.

L'analisi delle osservabili astrometriche (ascensione retta e declinazione) delle comete è invece più complessa, a causa della presenza della coda e della coma che rendono più difficile la localizzazione del nucleo, soprattutto a basse distanze eliocentriche e a bassi valori di magnitudine apparente, in cui il fenomeno di outgassing è più importante. L'outgassing genera un altro fattore di incertezza nella determinazione orbitale delle comete, ossia l'effetto delle componenti non gravitazionali di accelerazione (Farnocchia et al., 2021) che possono significativamente perturbare il moto. Errori sistematici (o bias) nelle osservabili astrometriche ed effetti delle componenti non gravitazionali di accelerazione sono strettamente legate: un'errata interpretazione delle forze non

gravitazionali può portare alla presenza di bias nei residui di ascensione retta e declinazione; d'altro canto, trend nei residui delle osservabili astrometriche potrebbero essere erroneamente inglobate nel computo delle forze di perturbazione non gravitazionale. Considerato il legame tra errore nelle misurazioni ed effetti di componenti non gravitazionali di accelerazione è necessario utilizzare un modello orbitale molto accurato, che tenga conto di tutte le principali componenti che influenzano il moto (Marsden et al., 1973, Yeomans et al., 1989, Chesley et al., 2006).

In questo studio verrà effettuata un'analisi dei modelli di errore delle osservabili astrometriche per la cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, con il fine di ottenere uno schema di pesi da utilizzare all'interno di un filtro di stima che funga da base per la realizzazione di una soluzione orbitale accurata e avente incertezze realistiche. Verranno descritti i metodi con i quali si sono ottenuti i residui e con i quali si è costruito il dataset sul quale sono state effettuate le analisi successive, con particolare attenzione al problema dell'accuratezza dei cataloghi stellari impiegati per la riduzione delle osservabili astrometriche. Si discuterà inoltre dei parametri statistici utili a valutare le performance dei singoli osservatori, come il valore efficace o il bias dei residui, per ottenere così uno schema che permetta di pesare le osservabili astrometriche raccolte. Le caratteristiche di rumore osservate verranno inoltre confrontate con alcuni parametri fisici rilevanti quali la distanza eliocentrica e la magnitudine apparente, in un'ottica di predizione dell'andamento di ascensione retta e declinazione per future osservazioni.

La cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko è stata scelta come oggetto di questa analisi poiché, grazie alla missione Rosetta dell'Agenzia Spaziale Europea, che dal suo arrivo nelle vicinanze della cometa nell'agosto 2014 fino alla fine della sua missione nel settembre 2016, ha fornito una moltitudine di dati sulla posizione della cometa, è stato possibile ottenere una ricostruzione molto accurata della sua orbita (Farnocchia et al., 2021). La missione Rosetta ha fornito dunque una possibilità unica nel suo genere per l'analisi dei modelli di errore nelle osservabili astrometriche della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko.

2. METODI

In questo capitolo saranno esaminati i metodi e gli strumenti utilizzati per l'analisi dei modelli di errore nelle osservabili astrometriche.

Il primo passo in questa analisi sarà la costruzione di un dataset accurato e opportunamente categorizzato per ottenere risultati scientificamente validi. Verrà esposta in dettaglio l'importanza di tale requisito, discutendo le metodologie impiegate nella preparazione del dataset.

Successivamente verrà descritto in dettaglio lo strumento utilizzato per il calcolo dei residui, ossia le differenze tra le posizioni osservate e le posizioni calcolate con il suddetto strumento.

Infine verrà esposta la metodologia con la quale sono state effettuate le analisi statistiche utili ad individuare una possibile griglia di pesi da utilizzare all'interno di un filtro di stima per la determinazione orbitale.

2.1 COSTRUZIONE DEL DATASET

I dati astrometrici relativi alle comete, tra cui la cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, sono consultabili e scaricabili nel database pubblico del Minor Planet Center. Il Minor Planet Center (MPC) è un'organizzazione, operante allo Smithsonian Astrophysical Observatory, che si occupa di raccogliere e conservare le misurazioni sulla posizione di asteroidi, comete e satelliti naturali dei pianeti più grandi. Il MPC è responsabile per l'identificazione, la designazione e il tracciamento di tutti gli oggetti celesti sopra citati, conserva i file originali delle osservazioni astronomiche e tiene traccia della scoperta di nuovi corpi celesti. Le rilevazioni astrometriche relative alle comete sono resi disponibili all'utente tramite files in formato csv, i cui campi principali sono riportati in Tabella 1

Dati	Descrizione	Esempio
Periodic comet number	Numero identificativo della cometa	0067P
Type of observation	Lettera che indica lo strumento e il tipo di osservazione	C (CCD)

Dati	Descrizione	Esempio
Date of observation	Data e ora (UTC) nelle quali è stata eseguita la misurazione	2015 09 21.16398
Observed RA	Ascensione retta nel formato “HH MM SS.dd” con una precisione sui secondi di 0,01s	08 55 55.57
Observed Dec	Declinazione nel formato “sDD MM SS.d” dove la s rappresenta il segno, con una precisione di 0,1s	+21 17 30.3
Observed magnitude and band	Magnitudine osservata (solitamente con una precisione di 0,1 mag), banda nella quale è stata effettuata la misurazione, e catalogo stellare di riferimento	13.7 Nv
Observatory code	Codice identificativo dell’osservatorio che ha eseguito la misurazione	A77

Tab.1 Dati astrometrici forniti dal MPC per ogni misurazione

Il Minor Planet Center ha raccolto, ad oggi, 11167 osservazioni della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, effettuate dal 1969 al 2023. Su questo database sono state effettuate delle selezioni, al fine di ottenere un dataset omogeneo, per i motivi sopra descritti. Una prima, importante, selezione è stata effettuata in base all’intervallo temporale da prendere in considerazione. Questa selezione è stata fatta sulla base della ricostruzione più precisa disponibile in letteratura, della traiettoria della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko: la traiettoria elaborata in Farnocchia et al., 2021 copre un intervallo di tempo che va dall’afelio della cometa del 2012, all’afelio successivo avvenuto nel 2018. Di conseguenza, per uno studio preciso delle osservabili astrometriche si è deciso di considerare solamente le misurazioni effettuate in questo intervallo di tempo. Questa selezione ha ridotto il dataset da 11167 a 3933 osservazioni.

La seconda selezione sui dati per ottenere un dataset omogeneo è stata fatta in base allo strumento utilizzato per effettuare la misurazione. L’importanza di effettuare una selezione in base allo strumento utilizzato per condurre osservazioni astronomiche è un elemento cruciale nella conduzione di un’analisi statistica come quella che sarà oggetto di questo studio. Una selezione di questo tipo infatti, impatta direttamente sulla qualità dei dati raccolti e, di conseguenza, sulla precisione delle misurazioni, permettendo di ridurre al minimo errori sistematici e casuali nelle osservazioni.

Dall'analisi delle 3933 osservazioni presenti nel dataset, è emerso che 3924 rilevazioni sono state effettuate tramite CCD, 5 sono state effettuate tramite osservazione da parte di un satellite in orbita, e 4 da un osservatore mobile

Il termine CCD è l'acronimo di Charge-Coupled Device, che tradotto in italiano significa "dispositivo a carica accoppiata". Il CCD è costituito da una matrice di pixel fotosensibili che sono in grado di convertire la luce incidente in cariche elettriche. Queste cariche vengono successivamente trasferite, pixel per pixel, lungo una griglia di elettrodi, il che permette di leggere e registrare la quantità di luce catturata da ciascun pixel, per ottenere infine, un'immagine.

Vista la discrepanza tra il numero di osservazioni effettuate tramite CCD (99.771% del totale) e gli altri strumenti, si è deciso di selezionare solamente le osservazioni effettuate tramite questo dispositivo.

Tutte le 3924 osservazioni nel dataset che presentano indicazione sulla magnitudine apparente sono state effettuate nella banda del visibile, rendendo non necessaria una selezione in tal senso.

Le osservabili astrometriche, ascensione retta e declinazione, vengono ottenute principalmente tramite l'astrofotografia. L'astrofotografia si affida fortemente ai cataloghi stellari per identificare e determinare la posizione degli oggetti celesti nel cielo, comete comprese. Diversi studi (Farnocchia et al., 2015, Vereš et al., 2017, Eggl et al., 2020) hanno dimostrato come errori sistematici nei valori di ascensione retta e declinazione negli asteroidi siano da ricondurre all'utilizzo, nelle osservazioni, di cataloghi stellari meno precisi. Si è proceduto dunque con un'analisi dei cataloghi stellari maggiormente impiegati dai singoli osservatori, al fine di evidenziare differenze nelle osservabili generate da diversi cataloghi stellari. Successivamente si evidenzierà la necessità di applicare delle correzioni in base al catalogo utilizzato per ottenere dei risultati più precisi utili all'analisi dei modelli di errore nelle osservabili astrometriche.

La Figura 1 mostra il numero di rilevazioni per catalogo stellare utilizzato all'interno del dataset di 3924 osservazioni.

Dall'analisi dell'istogramma in Figura 1 emerge la presenza di cataloghi ampiamente utilizzati, come UCAC, USNO A2.0, USNO

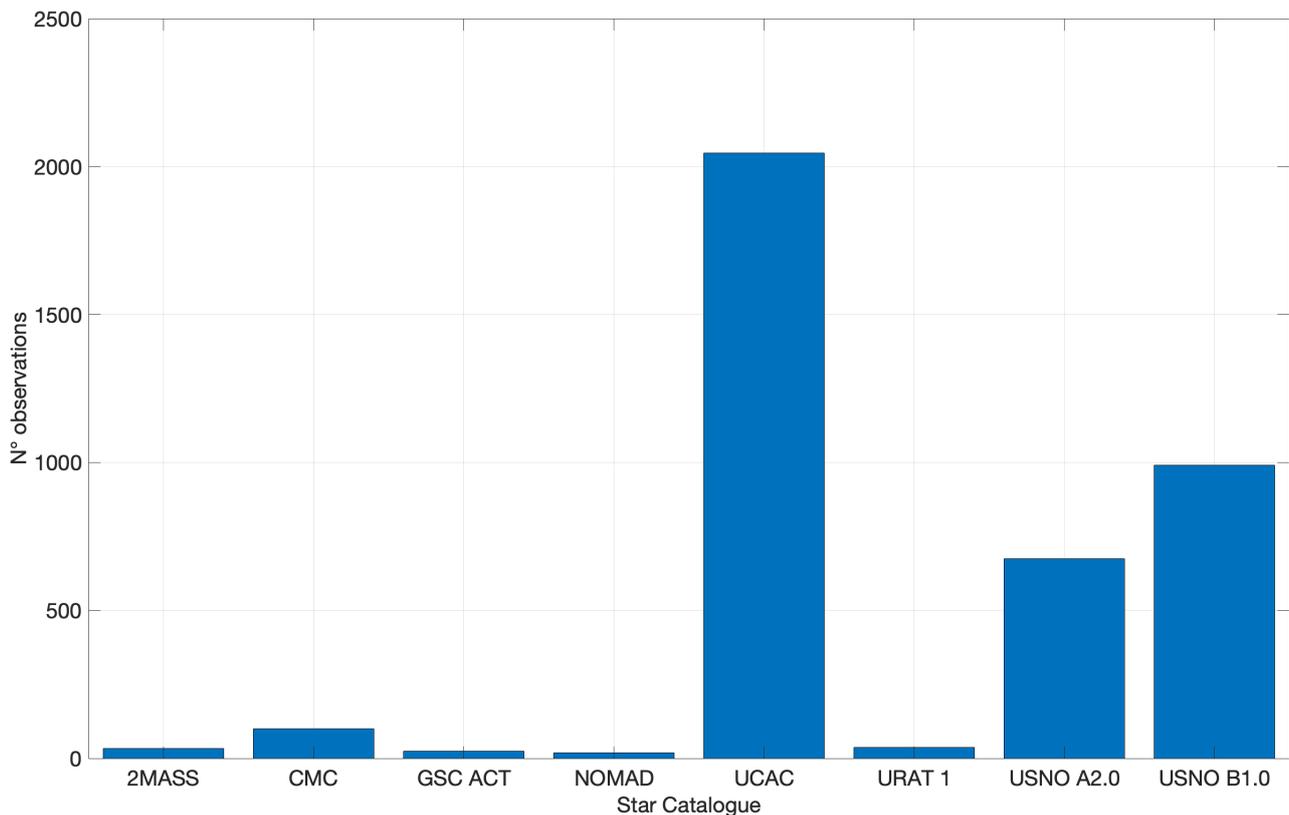


Fig.1 Numero di osservazioni per catalogo stellare utilizzato. Sono stati omessi i cataloghi stellari con 0 rilevazioni

B1.0 e CMC, e cataloghi invece molto poco frequenti, come GSC ACT.

Questo trend è molto più marcato quando si considera il numero di rilevazioni per catalogo stellare, divisi per osservatorio. La Tabella 1 mostra il numero di rilevazioni per catalogo stellare, considerando solamente gli osservatori con un numero di rilevazioni maggiore o uguale a 20, i cui codici MPC sono mostrati nell'istogramma di Figura 2. La scelta di utilizzare solamente gli osservatori che hanno effettuato più di 20 misurazioni è stata fatta per avere un dataset composto da campioni abbastanza ampi da poter effettuare un'analisi statistica. Si nota come in questo caso molti dei cataloghi poco frequenti in Figura 1 non sono presenti in Tabella 2, in quanto sono stati utilizzati da osservatori che hanno effettuato meno di 20 misurazioni, e quindi non rappresentano un campione abbastanza ampio da essere utilizzato per un'analisi statistica come quella che verrà presentata in questo studio.

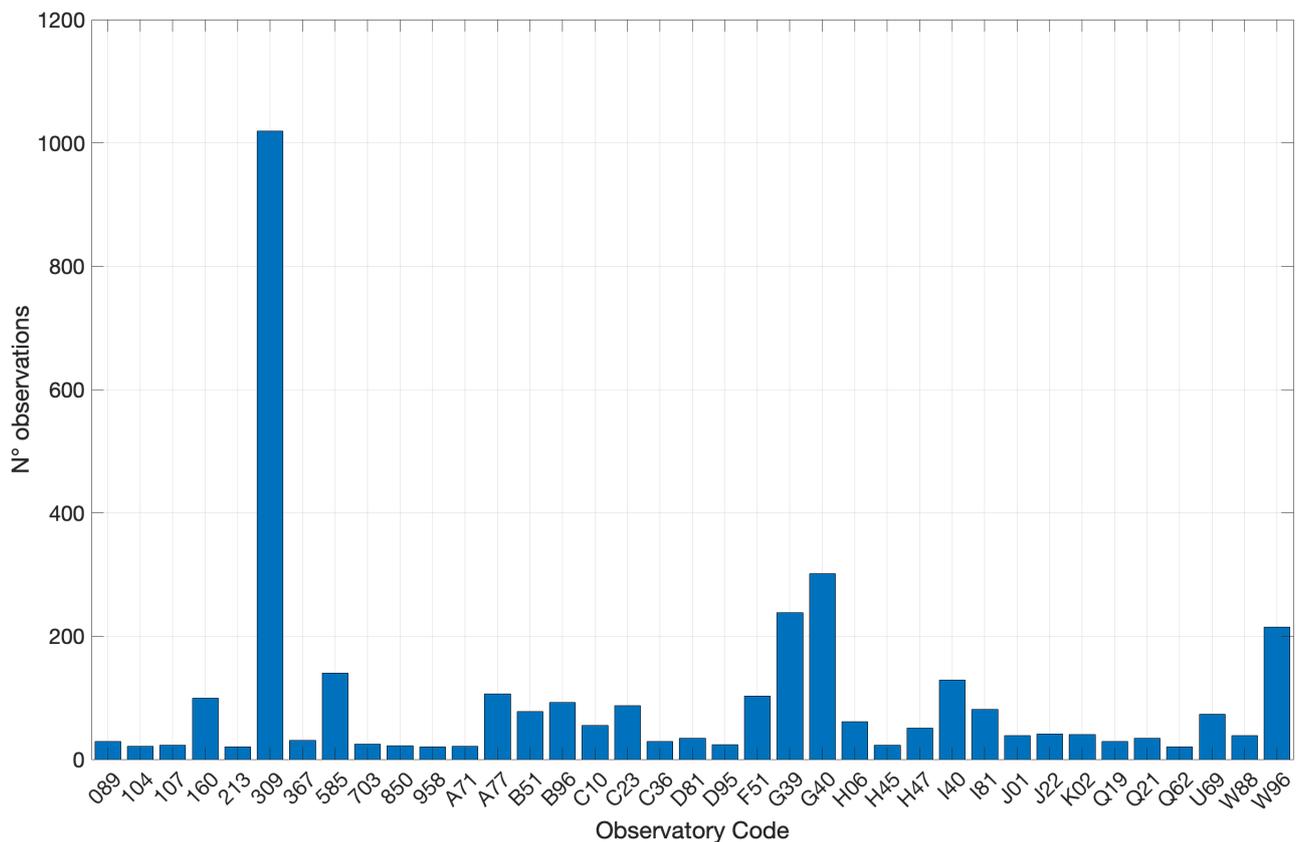


Fig.2 Numero di rilevazioni per osservatorio, indicando solamente gli osservatori con un numero di rilevazioni maggiore o uguale a 20

UCAC	USNO A2.0	NOMAD	CMC	USNO B1.0	2MASS
1560	642	3	47	957	26

Tab.2 Numero di rilevazioni per catalogo stellare

Come descritto precedentemente, è stato dimostrato che l'utilizzo di cataloghi stellari meno accurati può portare ad errori sistematici nelle osservazioni astrometriche. Saranno di seguito descritte le modalità con le quali sono state applicate le correzioni dovute all'utilizzo di cataloghi stellari meno accurati.

In questa analisi sono state applicate le correzioni indicate da Eggl et al (2020) alle osservazioni della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko, per valutarne gli effetti e verificare se il catalogo stellare utilizzato influisce sui residui della cometa. La modalità con la quale questi residui sono stati ottenuti è descritta in dettaglio nel paragrafo 2.2.

Come catalogo stellare di riferimento è stato selezionato il catalogo *Gaia DR-2*. La missione Gaia (Gaia Collaboration et al., 2018) ha collezionato dati astrometrici su più di 1,7 miliardi di stelle, tra cui informazioni sul movimento proprio delle stelle. Le stelle infatti non sono oggetti statici, ma hanno movimenti propri nel cielo, dovuti alla loro velocità spaziale o all'orbita attorno a sistemi binari. Il dato sul movimento proprio delle stelle è di fondamentale importanza per le correzioni dovute ai cataloghi stellari. Il catalogo *Gaia DR-2* è stato selezionato inoltre per la sua precisione: 0,04 millesimi di secondi d'arco (mas) per le stelle con una magnitudine in banda G inferiore a 15, e 0.7 mas per stelle con magnitudine 20. Sul movimento proprio delle stelle, la missione Gaia è riuscita ad ottenere una precisione di 0,06 mas/yr (millesimi di arcosecondo per anno) per stelle con una magnitudine inferiore a 15 e 1,2 mas/yr per stelle con una magnitudine 20.

Le correzioni dovute ai cataloghi stellari vengono applicate secondo la formula (2.1) per l'ascensione retta e la formula (2.2) per la declinazione.

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_{J2000} + \Delta\mu_\alpha * \Delta t \quad (2.1)$$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_{J2000} + \Delta\mu_\delta * \Delta t \quad (2.2)$$

dove $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ sono le correzioni in RA e Dec rispettivamente, da applicare ai valori ottenuti con le osservazioni, $\Delta\alpha_{J2000}$ e $\Delta\delta_{J2000}$ il valore della differenza nelle osservabili astrometriche in base alla posizione nel cielo, $\Delta\mu_\alpha$ e $\Delta\mu_\delta$ la correzione dovuta al movimento proprio delle stelle e $\Delta t = t - 2451545.0$ la differenza tra l'epoca in cui è avvenuta l'osservazione e J2000 in Julian Days (JD), un'unità di misura del tempo largamente utilizzata in astronomia, la quale indica il numero di giorni dalla mezzanotte del 1 Gennaio 4713 a.C. Questi valori andranno sottratti alle osservabili astrometriche osservate. Per applicare in maniera accurata queste correzioni, bisogna tener conto della posizione nel cielo della cometa. Come mostra la Figura 3 (Eggl et al., 2020) infatti, le differenze da applicare, sia per la

posizione che per il movimento proprio, variano in base alla porzione di sfera celeste che viene presa in considerazione. Per tener conto di questo effetto, la sfera celeste viene divisa in porzioni, e viene valutata la differenza con il catalogo stellare di riferimento in quella porzione di cielo, ottenendo una griglia di valori da utilizzare nelle correzioni in base ad ascensione retta e declinazione della cometa. In questa analisi come primo studio si è deciso di utilizzare una griglia derivante dalla suddivisione della sfera celeste in 49152 quadranti.

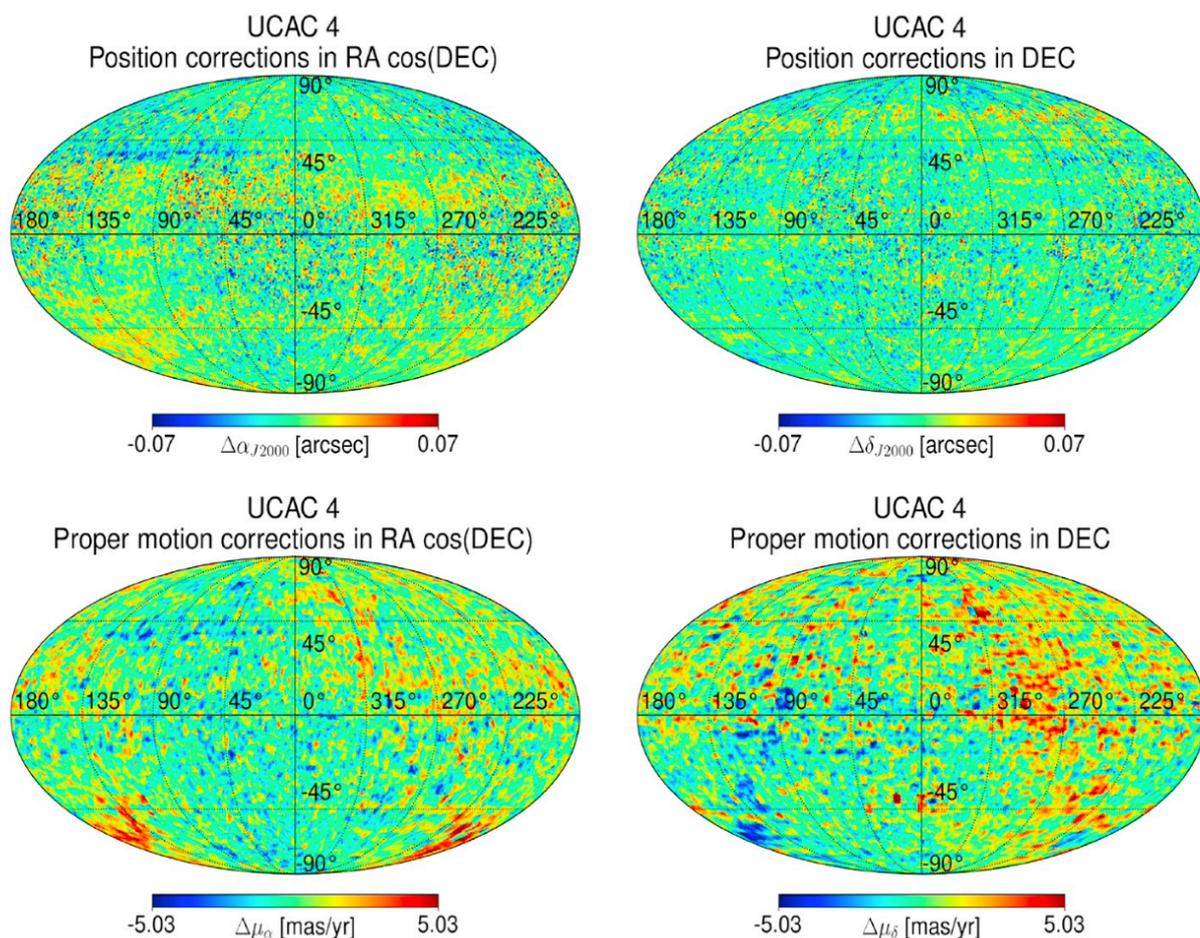


Fig.3 Correzioni per il catalogo UCAC 4 rispetto a Gaia DR 2 in base alla posizione della cometa sulla sfera celeste (Eggl et al.,2020)

2.2 RICOSTRUZIONE DEI RESIDUI

Uno dei passi fondamentali per l'analisi dei modelli di errore nelle osservabili astrometriche è la ricostruzione dei residui.

I residui in ascensione retta e declinazione rappresentano le differenze tra le posizioni nel cielo osservate e le posizioni attese in base alle effemeridi disponibili nei database pubblici, di un corpo celeste.

Lo strumento che sarà di seguito descritto è stato validato attraverso un pass-through con la soluzione proposta in Farnocchia et al (2021).

Un pass-through è una procedura che prevede il confronto tra la soluzione ottenuta con lo strumento da validare, ed una già presente in letteratura e già accettata dalla comunità scientifica. È stata scelta la soluzione proposta da Farnocchia et al (2021) poiché l'orbita computata nell'ambito di quello studio è disponibile sotto forma di kernel scaricabile ed applicabile in SPICE. Inoltre la soluzione di Farnocchia et al (2021) utilizza direttamente i dati della missione Rosetta, rendendola una soluzione di elevata accuratezza.

In questo capitolo sarà descritta la procedura seguita e gli strumenti impiegati per effettuare il calcolo dei residui in ascensione retta e declinazione, dopo una breve premessa sulle osservabili astrometriche e sui database pubblici dai quali sono stati scaricati i dati necessari per l'analisi.

Le osservabili astrometriche sono grandezze attraverso le quali è possibile descrivere la posizione nella sfera celeste di astri, pianeti e altri corpi minori, come asteroidi e comete.

L'ascensione retta (o right ascension) di un corpo celeste, indicata con la sigla RA, viene definita come la distanza angolare, misurata verso est, fra un meridiano di riferimento e il meridiano passante per il corpo, misurata lungo il parallelo passante anch'esso per il corpo. La RA è l'equivalente della longitudine, misurata sulla sfera celeste anziché sulla superficie terrestre.

La declinazione di un corpo celeste, indicata con l'abbreviazione Dec, viene definita come l'angolo sotteso da un arco di meridiano celeste compreso fra l'equatore celeste e il parallelo passante per il corpo.

La Dec è l'equivalente della latitudine proiettata sulla sfera celeste. La convenzione utilizzata in questa analisi è quella di indicare i punti a

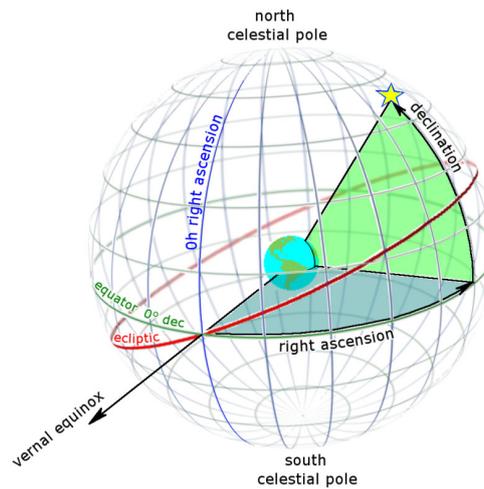


Fig.4 Rappresentazione grafica di RA e DEC sulla sfera celeste (rif. skyandtelescope.org)

nord dell'equatore celeste con segno positivo e quelli a sud dell'equatore celeste con segno negativo. La declinazione viene misurata in gradi, minuti e secondi, nell'intervallo $[-90^\circ, +90^\circ]$. Poiché RA e Dec sono l'equivalente di longitudine e latitudine misurate sulla sfera celeste anziché sulla superficie (Figura 4), in questa analisi sono state utilizzate le relazioni (2.3), (2.4) e (2.5) per ottenere le coordinate sferiche a partire dalle coordinate rettangolari.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.3)$$

$$\phi = \text{atan2}(z, \sqrt{x^2 + y^2}) \quad (2.4)$$

$$\lambda = \text{atan2}(y, x) \quad (2.5)$$

dove r è la distanza geocentrica, ϕ la latitudine, λ la longitudine e atan2 rappresenta la funzione arcotangente a quattro quadranti, definita come l'angolo in radianti tra il semiasse positivo delle x di un piano cartesiano e un punto di coordinate (x,y) giacente su di esso. Per convenzione l'angolo è positivo se antiorario, negativo se orario. A differenza delle coordinate terrestri, le osservabili astrometriche cambiano nel tempo, a causa del moto di precessione della Terra. La precessione causa uno spostamento verso ovest del meridiano di riferimento di circa 50.3 secondi d'arco all'anno. Chiaramente lo spostamento del meridiano di riferimento porta ad uno scostamento

nel valore di ascensione retta e declinazione; per questo motivo i cataloghi stellari, usati come riferimento nelle osservazioni, si basano su un'epoca standard, ossia un'istante di tempo a cui sono riferite le coordinate celesti, aggiornata ogni 50 anni. Attualmente la maggior parte dei cataloghi utilizza lo standard J2000, che corrisponde al 1 Gennaio 2000 alle 12:00:00 UTC. Per effettuare il calcolo dei residui di ascensione retta e declinazione è necessario confrontare le osservabili calcolate con le osservabili osservate. È inoltre necessario, per il computo di ascensione retta e declinazione, scaricare alcuni file, detti kernel, contenenti informazioni di basso livello (effemeridi planetarie, leapseconds, sistemi di riferimento, orientazione dei corpi celesti). Questi dati sono scaricabili da due database pubblici, il Minor Planet Center e il sito del NASA Jet Propulsion Laboratory. Per effettuare il computo di ascensione retta e declinazione si è utilizzato il toolkit SPICE sviluppato dal NASA's navigation and ancillary information facility. Il funzionamento di SPICE si basa sull'utilizzo di kernel (file contenenti dati di basso livello), che possono essere utilizzati per determinare parametri geometrici di alto livello. I kernel necessari per quest'analisi sono stati scaricati dal database pubblico presente sul sito del NASA Jet Propulsion Laboratory (JPL). Su questo database sono presenti sia i cosiddetti kernels generici, ossia tutti quei kernel di base indispensabili per l'interpretazione e la modellazione dei dati ottenuti dalle osservazioni eseguite dalla strumentazione di bordo dei satelliti artificiali, sia i kernels operativi, realizzati in corrispondenza di una specifica missione spaziale, come ad esempio la missione Rosetta. Per l'analisi dei modelli di errore nelle osservabili astrometriche sono stati utilizzati i kernels in Tabella 3, opportunamente organizzati in un unico metakernel.

Kernel	Descrizione
NAIF0011.TLS	File contenente i leapseconds (secondi intercalari in italiano), ossia una correzione che viene applicata quando la differenza fra il tempo universale UT1 (tempo misurato in base alla rotazione terrestre) e UTC (tempo misurato dagli orologi di riferimento) si avvicina in valore assoluto a 0,6 secondi.
PCK00010.TPC	File contenente l'orientazione di pianeti, satelliti naturali, Sole e altri corpi celesti.

Kernel	Descrizione
EARTH_ASSOC_ITRF93.TF	File che associa in SPICE il sistema di riferimento ITRF93 alla Terra.
EARTH_000101_230826_230603.BPC	File contenente l'orientazione della Terra in funzione del tempo.
DE431_PART-2.BSP	File contenente le effemeridi planetarie stimate dal Jet Propulsion Laboratory (JPL) (Park et al., 2021)
SB-67P-K151-6.BSP	File contenente le effemeridi della cometa 67P dal 2010 al 2020, basate sulle effemeridi planetarie DE431.

Tab.3 Kernel utilizzati per il computo delle osservabili astrometriche

È stato necessario implementare un kernel che associasse il sistema di riferimento ITRF93 alla Terra in quanto SPICE di default associa al pianeta il sistema di riferimento IAU_EARTH, poco preciso per un calcolo accurato del tempo. ITRF93 è un sistema di riferimento geocentrico, con origine nel centro di massa della Terra, asse z diretto verso il polo nord geografico, asse x nel piano dell'equatore, e asse y sempre nel piano dell'equatore orientato di conseguenza per ottenere una terna destra.

Per estrarre le coordinate cartesiane della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko dai kernel descritti precedentemente si è utilizzata la routine di SPICE *cspice_spkcpo*, la quale restituisce il vettore di stato (posizione in km e velocità in km/s) di un oggetto bersaglio relativamente ad un osservatore avente posizione costante in un sistema di riferimento specificato. Gli input richiesti da questa funzione sono descritti nella Tabella 4.

Ottenuto il vettore di stato della cometa nel sistema di riferimento richiesto, si è proceduto, tramite la funzione di SPICE *cspice_recrad*, al calcolo dei valori di ascensione retta e declinazione.

Calcolato il valore delle osservabili astrometriche, si procede con il confronto con i valori di RA e Dec osservati presenti nella tabella del Minor Planet Center.

Input	Descrizione	Valori ammessi	Valore indicato
Target	Nome o codice identificativo dell'oggetto bersaglio	Stringa di caratteri o codice numerico	1000012 (codice identificativo della cometa 67P)
Et	Istante di tempo in cui calcolare il vettore di stato	Valore numerico espresso in secondi nel formato di data J2000	Istanti di tempo in cui sono state effettuate le misurazioni scaricate dal MPC (Tabella 1)
Outref	Sistema di riferimento rispetto al quale il vettore di stato deve essere espresso	Stringa di caratteri o codice numerico	J2000 (nome che SPICE assegna al sistema di riferimento inerziale J2000)
Refloc	Voce che indica rispetto all'epoca di quale osservatore la funzione deve calcolare l'orientamento del sistema di riferimento voluto, rispetto a quello inerziale EME2000	OBSERVER: calcola outref all'epoca et; TARGET: calcola outref all'epoca del target; CENTER: calcola outref all'epoca associata con il suo centro.	OBSERVER
Abcorr	Correzione dovuta all'aberrazione stellare e al tempo-luce	NONE: nessuna correzione; LT: solo correzione dovuta al tempo-luce utilizzando la formulazione newtoniana LT+S: correzione dovuta al tempo-luce a all'aberrazione stellare utilizzando la formulazione newtoniana; CN: correzione dovuta al tempo-luce con soluzione newtoniana convergente; CN+S: correzione dovuta al tempo-luce e all'aberrazione stellare con soluzione newtoniana convergente.	LT (i valori delle osservabili astrometriche scaricati dal MPC contengono già la correzione dovuta all'aberrazione stellare)
Obspos	Posizione dell'osservatore nel sistema di riferimento	Vettore di dimensione [3,1] espresso in km	Vettore contenente la posizione dell'osservatore che ha effettuato la rilevazione
Obsctr	Centro di moto di obspos	Stringa di caratteri o codice numerico	EARTH
Obsref	Sistema di riferimento nel quale è espresso obspos	Stringa di caratteri o codice numerico	ITRF93

Tab.4 Input richiesti dalla funzione di SPICE *cspice_spkcpo*

Le osservazioni astronomiche si basano sulla misurazione della luce emanata dai corpi celesti. Tuttavia, a causa della velocità finita della luce, queste osservazioni sono intrinsecamente influenzate dal tempo necessario per far viaggiare la luce dall'oggetto di interesse all'osservatore. Le correzioni associate a questo ritardo vengono chiamate correzioni dovute al tempo-luce, le quali vengono indicate con LT o CN in SPICE a seconda della tipologia di convergenza della soluzione scelta. L'aberrazione stellare invece è un effetto ottico causato dal movimento della Terra lungo la sua orbita attorno al Sole.

Questo fenomeno provoca una deviazione apparente nella posizione delle stelle rispetto alla loro posizione reale nel cielo. Il MPC applica questa tipologia di correzione prima di caricare le osservazioni sul proprio database, per cui, in questo studio, non è stato necessario tener conto di tale problematica.

2.3 METODI PER L'ANALISI STATISTICA E IL FILTRO DI STIMA

Per avere una visione approfondita della qualità dei dati astrometrici relativi alla cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko presenti nel dataset descritto nel paragrafo 2.1, nonché per identificare eventuali tendenze, è necessaria un'analisi statistica dei residui, calcolati con le procedure indicate nel paragrafo 2.2. In questo paragrafo verrà esposta in dettaglio la metodologia utilizzata per calcolare i parametri statistici necessari all'analisi dei residui

Per ogni osservazione presente nel dataset costruito nel paragrafo 2.1, è stato calcolato il valore di RMS dei residui per ascensione retta e declinazione. Lo scarto quadratico medio, o root mean square (RMS) è particolarmente utile per una rappresentazione statistica, in quanto considera allo stesso tempo la media aritmetica e la dispersione dei valori attorno alla media stessa.

All'interno del dataset costruito per questa analisi, sono presenti una serie di osservazioni con un errore molto elevato. Queste osservazioni, che da qui in avanti saranno chiamate outliers, devono essere rimosse per evitare che contaminino le analisi dei parametri statistici che saranno presi in esame. La distribuzione dei residui infatti non rispecchia una distribuzione di tipo gaussiano, ma lo può diventare attraverso l'eliminazione degli outliers. Un metodo quantitativo per dimostrare che la distribuzione dei residui non è di tipo gaussiano, è quello di calcolare il kurtosis. Il kurtosis valuta quanto le code di una distribuzione di dati differiscono dalle code di una distribuzione di curva normale. Il kurtosis di un set di residui ξ_i viene calcolato attraverso la relazione (2.6), la quale assume un valore di 3 per una distribuzione di tipo gaussiano.

$$k(\xi) = \frac{n \sum_{i=1}^n \xi_i^4}{[\sum_{i=1}^n \xi_i^2]^2} \quad (2.6)$$

Il kurtosis, a causa della presenza della potenza quarta dei residui, è fortemente sensibile agli outliers. Il kurtosis registrato per il dataset preso in considerazione per questa analisi è pari a 12.5688 per l'ascensione retta e 6.5671 per la declinazione. Questi valori, per quanto non siano eccessivamente elevati, rappresentano comunque una differenza importante rispetto ad una distribuzione gaussiana, soprattutto considerando il numero non elevato di misurazioni presenti nel dataset. È quindi necessario applicare uno schema per l'eliminazione degli outliers.

La procedura seguita per la rimozione degli outliers dal dataset (Carpino et al., 2003) è una procedura di tipo iterativo. Ad ogni iterazione vengono calcolati l'RMS e il kurtosis del dataset. Finché il kurtosis è maggiore di 3, viene tolto un outlier dall'insieme dei dati, e vengono ricalcolati i parametri statistici sopra citati. Alla fine, il kurtosis dei dati che rimangono nel dataset è appena minore di 3, il quale diventa maggiore di 3 eliminando un outlier in meno.

Applicando questo processo iterativo si ottiene una buona approssimazione di una distribuzione gaussiana, e i residui rimanenti nel dataset possono essere ben descritti da due parametri statistici, l'RMS e il bias.

3. RISULTATI

Le metodologie descritte nel Capitolo 2 rappresentano la base fondamentale sulla quale si poggia questa analisi. Il seguente capitolo esporrà i risultati ottenuti, analizzando le implicazioni e cercando di dare un'interpretazione fisica di tali risultati.

Saranno esposti i risultati dell'applicazione della griglia di correzione per i cataloghi stellari più datati, con particolare attenzione sugli effetti della coda e della coma a basse distanze eliocentriche. Verranno descritte le performance dei singoli osservatori presenti nel dataset, prima e dopo l'applicazione dell'algoritmo di rimozione degli outliers, evidenziandone le differenze e dimostrando l'utilità di tale algoritmo. Successivamente verranno esposti i residui in funzione dei principali parametri che il MPC mette a disposizione nel suo database, mettendo in evidenza i bias e le signature mostrate. Infine verrà effettuato un binning delle osservazioni, tramite il quale si graficheranno le variazioni dell'errore quadratico medio in funzione della distanza eliocentrica e della magnitudine apparente, evidenziando i trend che caratterizzano questa distribuzione, nell'ottica di fornire un modello più accurato per la realizzazione di un filtro di stima.

3.1 EFFETTI DELL'APPLICAZIONE DELLE CORREZIONI SUI CATALOGHI STELLARI

Le Figure 5, 6, 7 e 8 mostrano i residui in ascensione retta e declinazione rispetto alla distanza eliocentrica e alla magnitudine divisi per catalogo stellare utilizzato con un numero di osservazioni superiore a 100.

La Tabella 5 invece riporta lo scarto quadratico medio, o root mean square (RMS) dei residui, divisi per tipologia di osservazione prima e dopo l'applicazione delle correzioni, e il numero di rilevazioni effettuate, per ogni catalogo stellare presente nel campione oggetto di questa analisi.

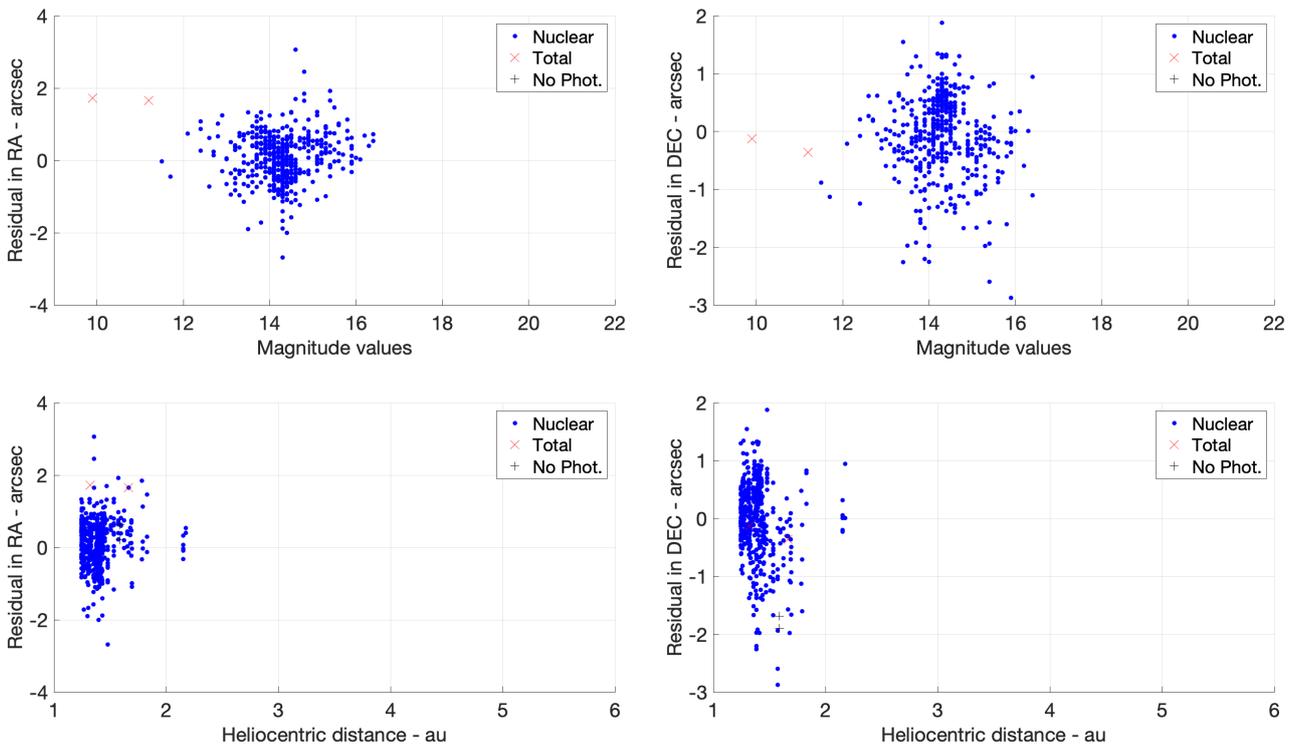


Fig.5 Residui in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) per il catalogo stellare USNO A2.0. In alto: residui in funzione della magnitudine apparente; in basso: residui in funzione della distanza eliocentrica

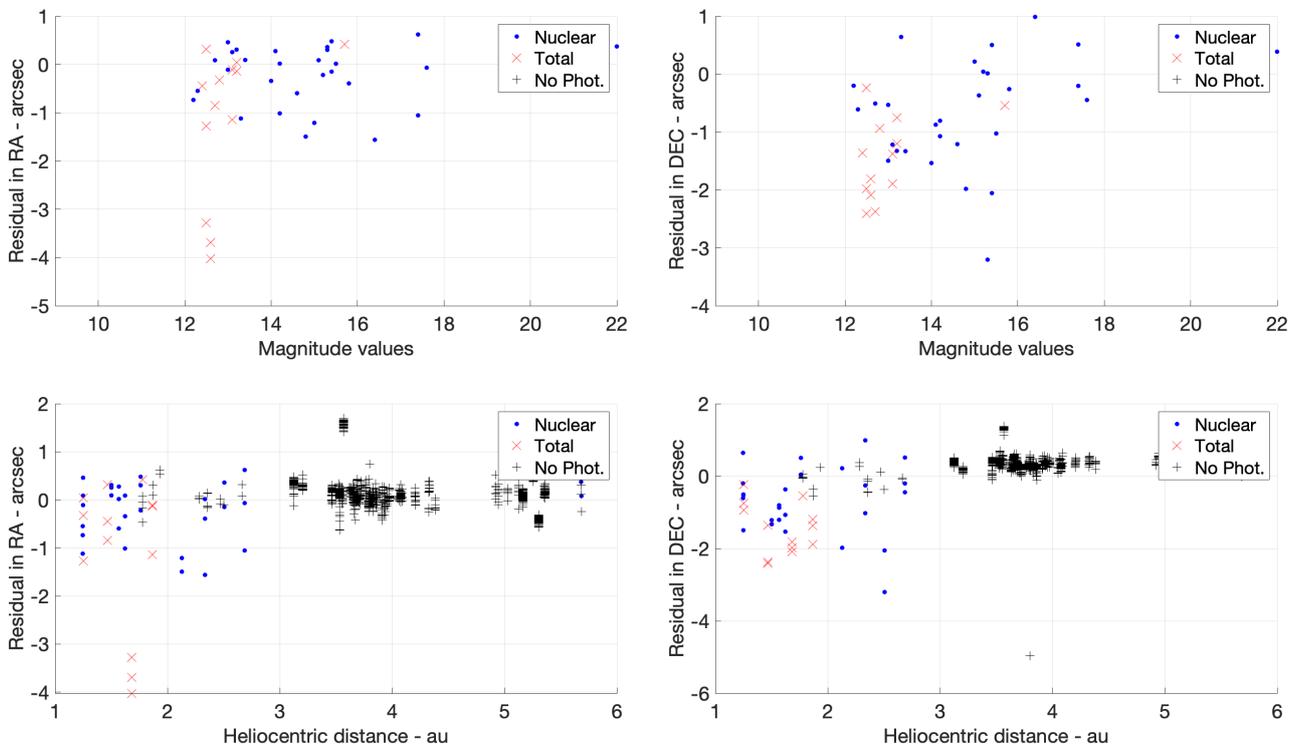


Fig.6 Residui in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) per il catalogo stellare USNO B1.0. In alto: residui in funzione della magnitudine apparente; in basso: residui in funzione della distanza eliocentrica

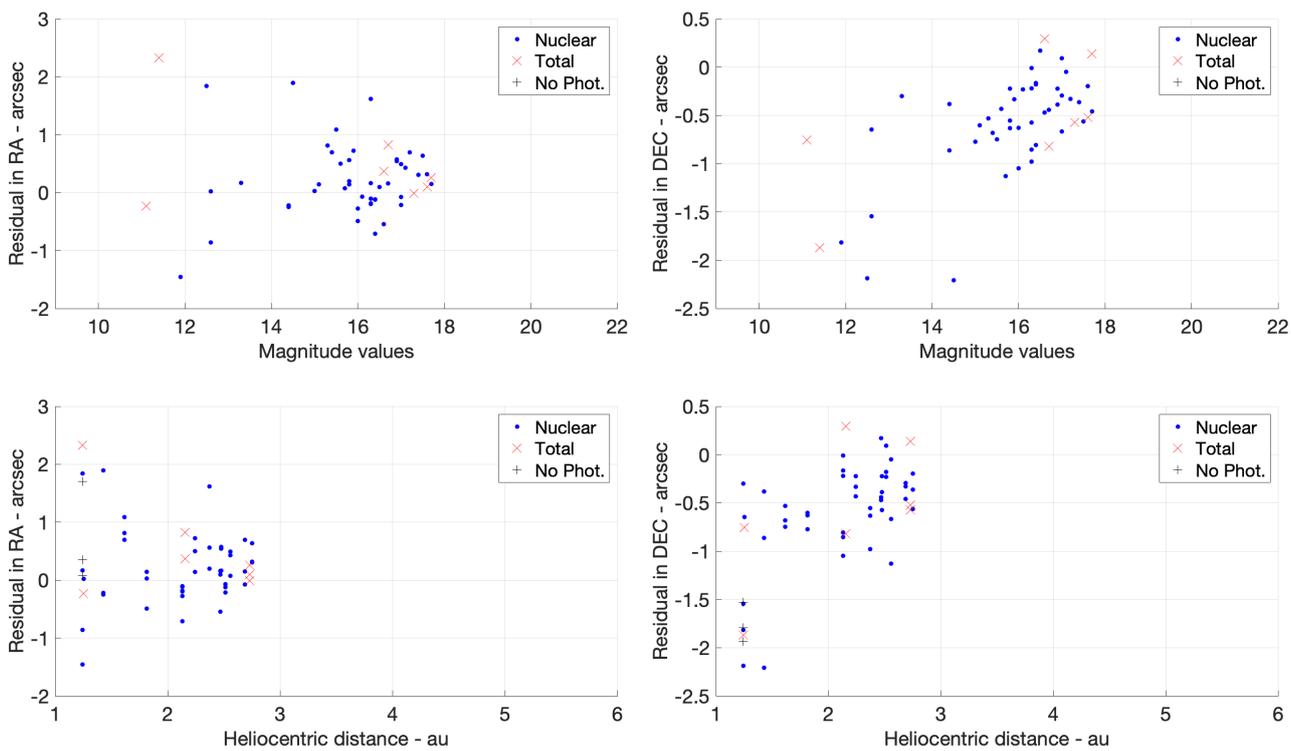


Fig.7 Residui in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) per il catalogo stellare CMC. In alto: residui in funzione della magnitudine apparente; in basso: residui in funzione della distanza eliocentrica

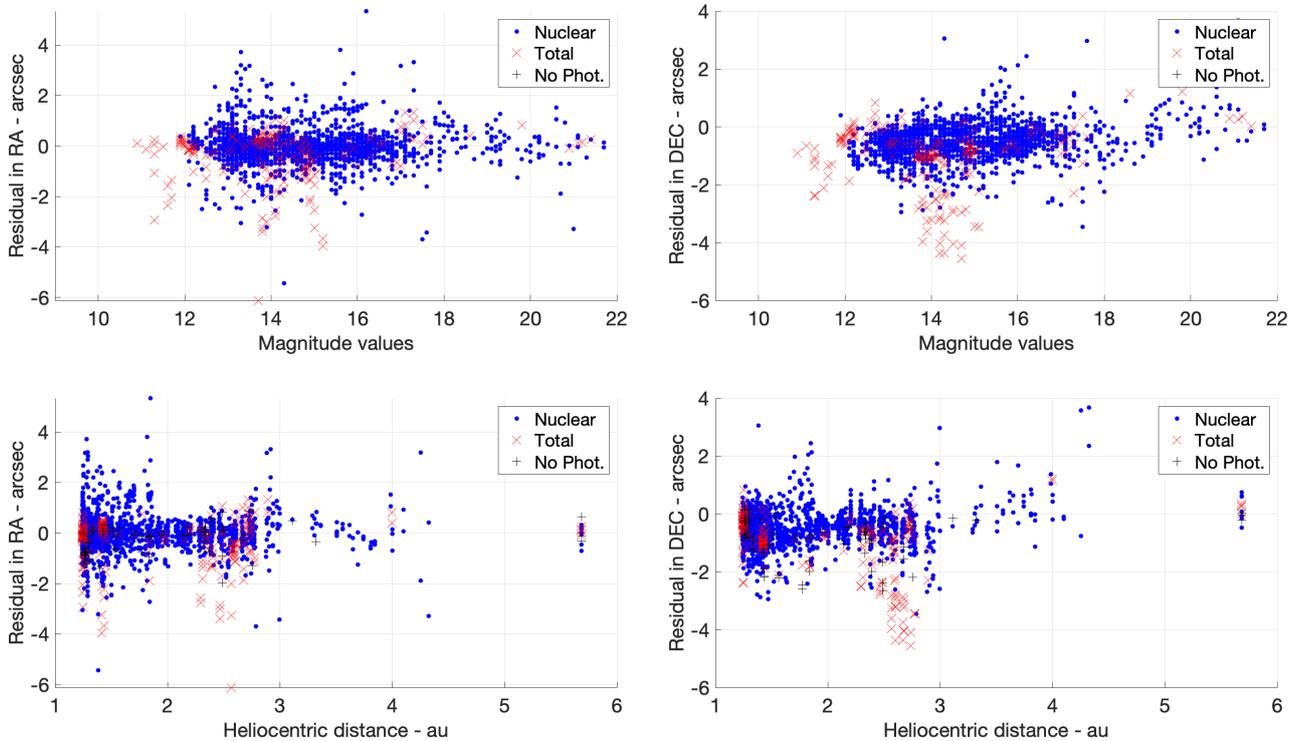


Fig.8 Residui in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) per il catalogo stellare UCAC. In alto: residui in funzione della magnitudine apparente; in basso: residui in funzione della distanza eliocentrica

Catalogo stellare	Senza correzioni		Con correzioni		Numero di rilevazioni	Percentuale sul totale delle rilevazioni
	RMS per osservazioni di tipo Nuclear	RMS per osservazioni di tipo Total	RMS per osservazioni di tipo Nuclear	RMS per osservazioni di tipo Total		
UCAC	0.7805	1.3704	0.7779	1.3536	2046	52.14%
USNO B1.0	0.9136	1.7619	0.8632	1.6634	990	25.23%
USNO A2.0	0.6859	1.2400	0.7774	1.4299	674	17.18%
CMC	0.7484	0.9256	0.7465	0.9239	100	2.55%
URAT 1	0.6574	NaN	0.6773	NaN	37	0.94%
2MASS	NaN	0.5790	NaN	0.5916	34	0.87%
GSCACT	NaN	0.5566	NaN	0.5622	24	0.61%
NOMAD	0.6523	0.7955	0.6533	0.8323	19	0.48%

Tab.5 RMS in secondi d'arco prima e dopo l'applicazione delle correzioni dovute ai cataloghi stellari con indicazione del numero di rilevazioni e la conseguente percentuale

Dai dati riportati in Tabella 5 emerge un trend: i cataloghi stellari utilizzati soprattutto per rilevazioni durante le quali la cometa è a distanze eliocentriche <1.5 au, come USNO A2.0 (Figura 4) mostrano un evidente peggioramento dei residui, mentre quei cataloghi utilizzati per rilevazioni effettuate lungo diversi punti dell'orbita, e dunque a diverse distanze eliocentriche, come UCAC, CMC o USNO B1.0 mostrano un miglioramento generale dei residui. È interessante notare inoltre che le osservazioni di tipo Total peggiorano di più di quelle di tipo Nuclear pur utilizzando lo stesso catalogo stellare.

Questo peggioramento a basse distanze eliocentriche potrebbe essere legato alla presenza della coda e della coma della cometa.

La coda di una cometa è composta principalmente da gas e polveri e può essere suddivisa in due tipologie principali: coda di polveri e coda ionica. La coda di polveri è composta da particelle di polvere che riflettono la luce, mentre la coda ionica è composta da gas ionizzati, principalmente idrogeno, che vengono spinti via dalla pressione di radiazione solare. La coda ionica è generalmente diretta in senso opposto rispetto alla direzione del Sole (anti-sunward). I materiali da cui è composta la coda (polveri e gas ionizzato) vengono rilasciati in maggior quantità quando la cometa si avvicina al Sole e si riscalda.

La coma di una cometa è una regione centrale e luminosa circondante il nucleo, ed è il risultato del riscaldamento del nucleo quando la cometa si avvicina al Sole. Questo riscaldamento provoca l'evaporazione dei materiali dal nucleo.

Si può ipotizzare che a basse distanze eliocentriche, la coda e la coma diventano più lunghe e luminose, rendendo meno accurata la localizzazione del nucleo della cometa. Le osservabili astrometriche di una cometa infatti vengono ottenute tramite un modello progettato per fittare una distribuzione di luce simmetrica. È stato mostrato (Tholen et al., 2004) che nelle comete questi modelli presentano uno shift del centro della distribuzione di luce verso la coda. Inoltre il modello a griglia utilizzato per l'applicazione delle correzioni dovute ai cataloghi stellari può presentare delle discontinuità, come mostra il riquadro a sinistra di Figura 9 (Eggl et al., 2020)

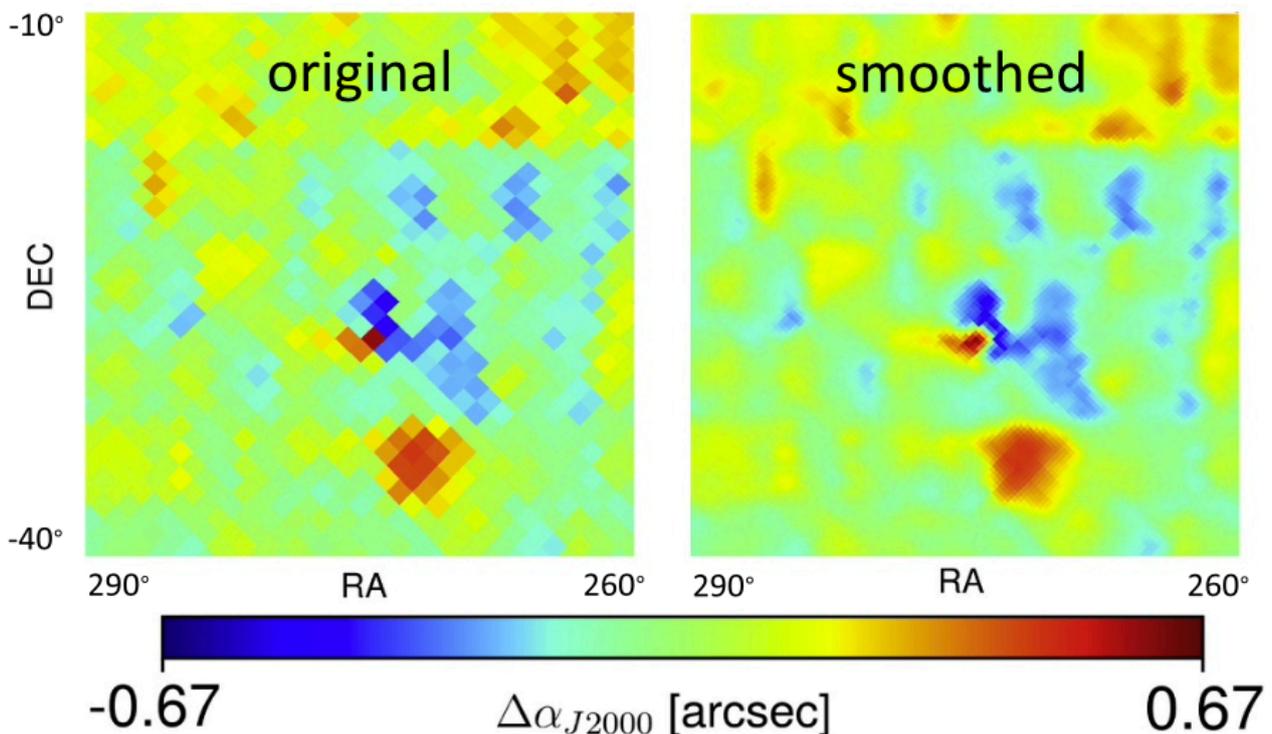


Fig.9 Zona in cui è presente una forte discontinuità nei valori di correzione per il catalogo USNO A2.0. Utilizzare una griglia interpolata può ridurre le discontinuità nelle transizioni tra due quadranti con valori di correzione opposti (Eggl et al., 2020)

Il peggioramento dei residui delle osservabili astrometriche relative alle osservazioni effettuate ad una bassa distanza eliocentrica può essere dunque dovuto ad un'incorretta localizzazione del nucleo della cometa, che, quando è vicina al bordo di un quadrante, a causa della presenza importante della coda e della coma, può essere rilevata in un quadrante diverso da quello effettivo. Se ciò accade vicino ad una discontinuità come quella di Figura 9, può risultare nell'applicazione di valori di correzione errati e quindi in un peggioramento complessivo dei residui. Sono state infine selezionate le rilevazioni in cui la cometa si trova ad una distanza dal centroide del quadrante maggiore del 90% della distanza tra il centroide stesso e il bordo del quadrante. A questo set di osservazioni sono state applicate le correzioni in RA e Dec utilizzando una griglia composta da 786432 quadranti, dalla quale sono state eliminate le discontinuità tramite un'interpolazione dei dati, come riportato a destra in Figura 9. Prima dell'applicazione di questa griglia interpolata, questo set di osservazioni aveva una RMS di 2.4360 per le rilevazioni di tipo Nuclear, e di 0.6998 per le rilevazioni di tipo Total. A seguito dell'utilizzo della griglia più fitta, l'RMS per le osservazioni di tipo Nuclear è sceso a 2.4336, mentre per le osservazioni di tipo Total è sceso a 0.6947.

Questi risultati indicano che, per un'analisi accurata dei residui delle osservabili astrometriche di una cometa è necessaria l'applicazione di una griglia di correzione molto fitta, la quale è stata pertanto applicata a tutto il dataset.

3.2 ANALISI STATISTICA DEI RESIDUI IN FUNZIONE DELL'OSSERVATORIO E DEI CATALOGHI STELLARI

In questo paragrafo verranno analizzati i parametri statistici ottenuti applicando la metodologia descritta nel paragrafo 2.3, confrontando le misurazioni provenienti da diversi osservatori, e discutendo le implicazioni di tali risultati, per ottenere uno schema che permetta di pesare i valori di ascensione retta e declinazione sulla base dell'osservatorio che ha effettuato la misurazione.

Le Tabelle 6, 7 e 8 riportano RMS, bias, kurtosis, e rapporto tra bias e RMS in funzione della stazione di osservazione, prima dell'applicazione dell'algoritmo per la rimozione degli outliers. Per i motivi già esposti nel Capitolo 2, si è deciso di riportare solamente gli osservatori con un numero di rilevazioni maggiore o uguale a 20. Questa selezione comprende comunque l'86.14% delle rilevazioni totali, anche se rappresenta solamente il 39.56% del numero di osservatori che hanno effettuato almeno una rilevazione dall'afelio del 2012 all'afelio del 2018. Si è proceduto inoltre con un'analisi dei cataloghi stellari utilizzati dai singoli osservatori, ma si è notato che solamente due osservatori (A77 e F51) hanno utilizzato più di un catalogo stellare.

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
107	21	USNO B1.0	2.9375	2.4293	0.5787	0.9122	-0.2027	-0.5802	0.3503	0.6360
160	99	UCAC	4.8973	5.2627	0.5043	0.7670	0.0199	-0.5671	0.0394	0.7394
585	117	UCAC	7.1647	2.3909	0.3307	0.7812	0.1435	-0.5863	0.4338	0.7505
850	22	UCAC	2.0184	2.5246	0.4160	0.3906	0.0024	-0.2210	0.0058	0.5647
958	20	UCAC	2.1076	2.0720	0.8025	0.6680	-0.3931	-0.2961	0.4899	0.4433
A71	21	UCAC	2.8142	4.6982	0.4404	0.7958	0.1541	-0.6201	0.3500	0.7791
A77	104	UCAC + USNO A2.0	2.8858	4.2448	1.1253	0.8359	-0.1951	-0.6423	0.1734	0.7683
A77	58	UCAC	3.3655	6.6332	1.3425	0.6954	-0.6682	-0.6682	0.4977	0.9610
A77	43	USNO A2.0	2.8530	2.9718	0.7928	0.9525	0.4427	-0.6678	0.5584	0.7011
B51	78	UCAC	8.2011	2.1366	0.4871	0.6239	-0.2496	-0.5692	0.5125	0.9124
B96	92	USNO A2.0	4.2526	3.4184	0.6611	1.0179	0.4184	-0.6976	0.6328	0.6854
C10	55	UCAC	12.449	15.066	1.1197	0.9430	-0.2230	-0.6236	0.1991	0.6613
C23	87	UCAC	3.1050	2.8492	0.3807	0.9270	-0.0697	-0.7974	0.1831	0.8602
C36	29	UCAC	1.6806	2.1922	1.0067	1.1756	0.4728	-0.9327	0.4697	0.7934
G39	238	USNO A2.0	9.6757	5.1744	0.6779	0.5898	-0.3141	0.4310	0.4633	0.7307
G40	297	UCAC	2.6584	2.4855	0.3315	0.5468	0.0006	-0.4203	0.0018	0.7685
H06	60	USNO A2.0	2.0994	2.4590	0.5172	0.4263	0.2658	-0.1699	0.5139	0.3986
H45	23	UCAC	3.7232	3.9238	0.2826	0.4493	-0.0098	-0.4138	0.0346	0.9209
H47	51	UCAC	4.8894	12.148	0.3313	0.5872	-0.0551	-0.3831	0.1664	0.6525

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
I40	129	UCAC	2.2659	4.6697	0.7686	0.6747	0.3468	-0.5166	0.4512	0.7657
I81	78	UCAC	1.9971	2.9657	1.5412	1.3488	0.6983	-1.1440	0.4531	0.8481
J01	36	CMC	4.5570	6.0670	0.6569	0.7433	0.2478	-0.5701	0.3772	0.7669
J22	41	UCAC	10.393	4.9119	0.7609	0.6450	0.2341	-0.4658	0.3077	0.7222
K02	38	UCAC	17.786	14.004	0.7307	0.8806	-0.0281	-0.6534	0.0384	0.7420
Q19	29	UCAC	2.8674	2.7222	0.9228	1.1431	0.2819	-0.8136	0.3055	0.7118
Q21	34	UCAC	2.8374	4.8055	0.6889	0.8117	-0.3337	-0.5661	0.4844	0.6975
U69	69	USNO A2.0	3.2923	3.5771	0.5059	0.4042	0.4272	-0.3131	0.8444	0.7745
W88	37	UCAC	2.5576	4.5035	0.3155	0.3040	-0.1926	-0.1094	0.6104	0.3598
W96	212	UCAC	9.3808	5.5692	0.9785	0.9202	-0.1148	-0.1768	0.1173	0.1921
Valore medio	78		5.0183	4.7879	0.6616	0.7523	0.0493	-0.4970	0.3337	0.6906

Tab.6 Parametri statistici relativi ai singoli osservatori che hanno effettuato più di 20 rilevazioni di tipo Nuclear. Per l'osservatorio A77 sono state indicate separatamente le osservazioni relative ai due cataloghi stellari UCAC e USNO A2.0, mentre sono state escluse le 3 rilevazioni effettuate con il catalogo stellare NOMAD

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
089	29	UCAC	2.1767	10.072	0.3003	1.0267	0.2585	-1.0202	0.8591	0.9937
104	21	UCAC	2.3540	2.8219	1.5143	2.5453	-1.0101	-2.3549	0.6670	0.9252
309	83	USNO A2.0	6.1910	9.0270	0.0481	0.0373	0.0152	0.0034	0.3155	0.0904
585	23	UCAC	1.9662	2.8936	0.1819	0.3439	-0.0032	-0.2874	0.0176	0.8357
703	25	UCAC	4.8924	2.3970	2.0417	3.0719	-1.3918	-2.9342	0.6817	0.9552
F51	103	Gaia-DR1 + 2MASS	6.6453	12.236	0.1483	0.1553	0.0125	0.0306	0.0843	0.1970
F51	26	2MASS	5.7398	2.4435	0.4596	0.5796	-0.1452	-0.1452	0.3160	0.2505
F51	77	Gaia-DR1	18.767	6.2486	0.9926	0.6069	-0.2649	0.2299	0.2669	0.3789
Valore medio	47		4.0376	6.5746	0.7058	1.1967	-0.3532	-1.0938	0.4375	0.6662

Tab.7 Parametri statistici relativi ai singoli osservatori che hanno effettuato più di 20 rilevazioni di tipo Total. Per l'osservatorio F51 sono state indicate separatamente le osservazioni relative ai due cataloghi stellari Gaia DR1 e 2MASS.

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
309	936	USNO B1.0	10.255	124.80	0.3913	0.4786	0.1437	0.3791	0.3673	0.7922
367	20	UCAC	5.2040	1.9517	0.4687	0.7759	-0.0870	-0.6908	0.1856	0.8903
D81	23	UCAC	2.8489	1.6098	0.8087	1.7176	-0.5180	-1.5145	0.6405	0.8818
Valore medio	326		6.1027	42.787	0.5562	0.9907	-0.1537	-0.6087	0.3978	0.8548

Tab.8 Parametri statistici relativi ai singoli osservatori che hanno effettuato più di 20 rilevazioni senza indicazioni di tipo fotografico.

Si può immediatamente notare, dal confronto dei valori medi, che le osservazioni di tipo Nuclear presentano in genere un RMS e un bias inferiore rispetto alle osservazioni di tipo Total. Questa differenza potrebbe dipendere ancora una volta dalla coma: le osservazioni di tipo Nuclear riducono la quantità di luce proveniente dalla coma, che è spesso diffusa e può causare una maggiore dispersione nella misurazione. Una rilevazione di tipo Total invece potrebbe portare con se questa dispersione, la quale può risultare in un'incertezza maggiore sulla misurazione. Un indizio in più che potrebbe confermare questa ipotesi proviene dal calcolo dei parametri statistici in base alla distanza eliocentrica. Calcolando il bias per le osservazioni di tipo Nuclear si ottiene un valore di -0.1977, che aumenta a -0.1978 se consideriamo solamente le rilevazioni effettuate quando la cometa si trovava ad una distanza eliocentrica inferiore a 2 au, un aumento in percentuale dello 0.025 %. Calcolando invece il bias per le osservazioni di tipo Total si ottiene un valore di -0.3851, che diventa -0.5085 per le rilevazioni effettuate quando la cometa era ad una distanza inferiore a 2 au, con un aumento del 32.037 %. Questa discrepanza così evidente nella differenza tra il bias totale del dataset e il bias delle osservazioni effettuate a basse distanze eliocentriche, sembrerebbe confermare l'ipotesi, ma sono necessari studi più approfonditi.

Un altro trend importante che si può rilevare nelle Tabelle 6, 7, e 8 è la netta differenza tra residui in ascensione retta e residui in declinazione. Sia per le osservazioni di tipo Total, che per quelle di tipo Nuclear, l'ascensione retta riporta valori di bias e di bias/RMS

generalmente più vicini allo zero, con un valore medio di 0.0493 e -0.3532 per il bias in ascensione retta rispettivamente per osservazioni di tipo Nuclear e Total. I valori di bias per i residui in declinazione raggiungono invece valori molto più elevati, arrivando in alcuni casi oltre 1 secondo d'arco, dato che si riflette anche sui valori di bias/RMS molto vicini ad 1, indicanti un predominio del bias nell'errore statistico dei residui in questa coordinata. Questi trend sono ben visibili in Figura 10 e Figura 11, le quali mostrano il numero di osservazioni che riportano un certo bias in ascensione retta (Figura 10) e declinazione (Figura 11) e la corrispondente curva di densità.

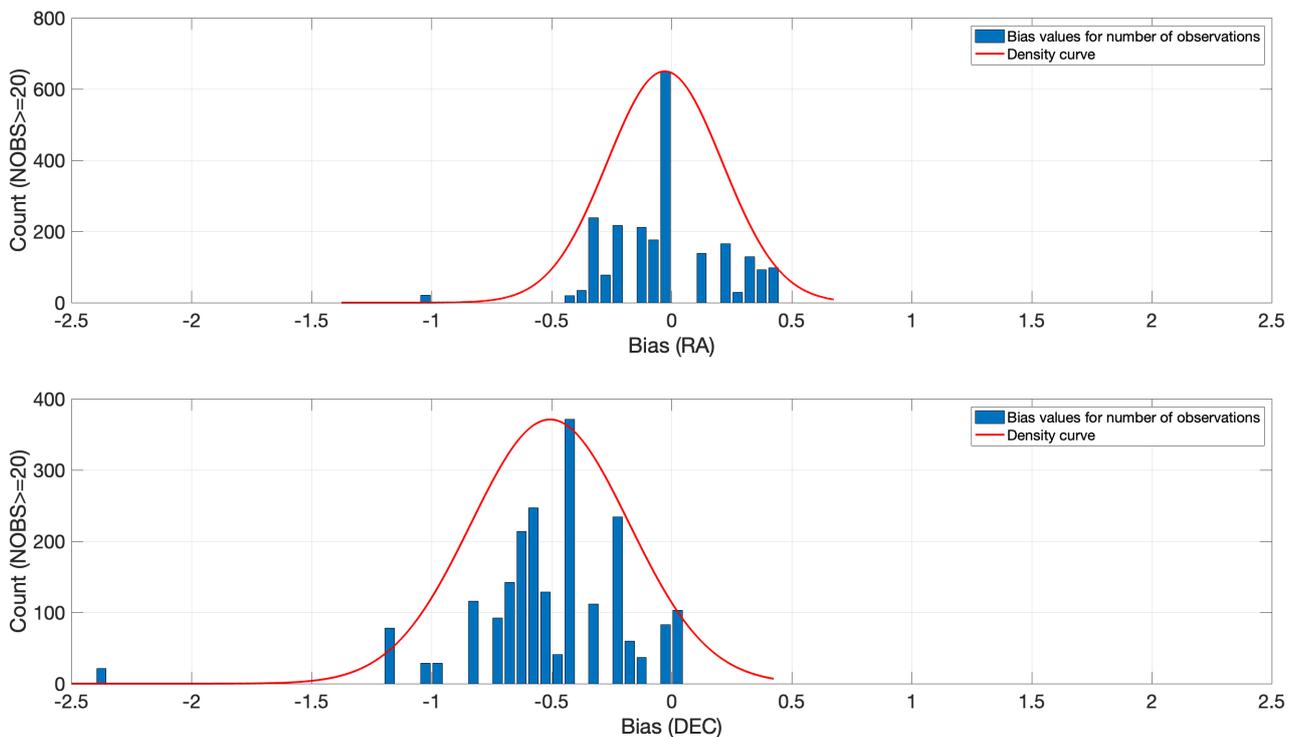


Fig.10 Numero di osservazioni che riportano un valore determinato di bias in ascensione retta (in alto) e declinazione (in basso). È riportata anche la corrispondente curva di densità

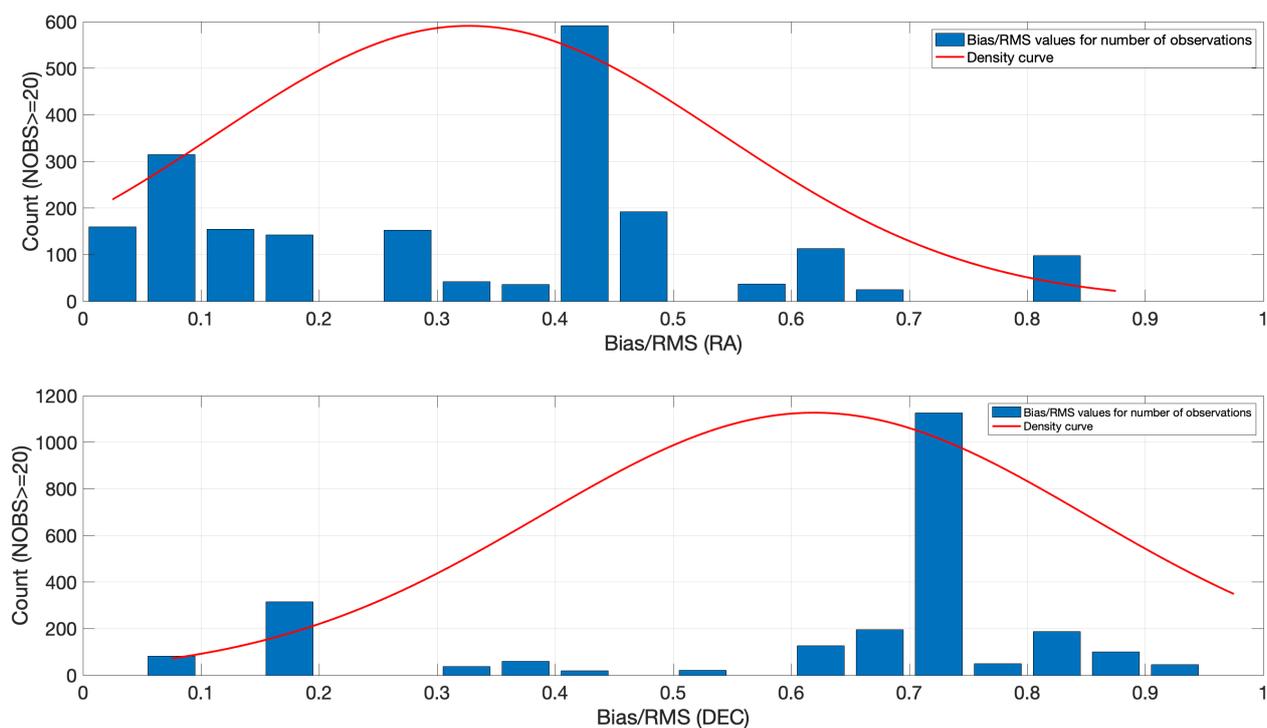


Fig.11 Stesso di Figura 10 ma indicante il rapporto bias/RMS

Le Tabelle 9, 10, e 11 riportano gli stessi dati delle Tabelle 6, 7, e 8 dopo l'applicazione dell'algoritmo di eliminazione degli outliers descritto nella sezione 2.3. È stata aggiunta inoltre la voce relativa alla percentuale di outliers che sono stati eliminati.

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	Rej % RA	Rej % Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
107	21	USNO B1.0	2.9375	2.4293	0	0	0.5787	0.9122	-0.2027	-0.5802	0.3503	0.6360
160	99	UCAC	3.0425	2.9626	7	62	0.3627	0.3039	0.0315	-0.1805	0.0869	0.5939
585	117	UCAC	2.6453	2.3909	5	0	0.2748	0.7812	0.1678	-0.5863	0.6107	0.7505
850	22	UCAC	2.0184	2.5246	0	0	0.4160	0.3906	0.0024	-0.2210	0.0058	0.5647
958	20	UCAC	2.1076	2.0720	0	0	0.8025	0.6680	-0.3931	-0.2961	0.4899	0.4433
A71	21	UCAC	2.8142	2.0235	0	10	0.4404	0.5717	0.1541	-0.4921	0.3500	0.8608
A77	104	UCAC + USNO A2.0	2.8858	3.2093	0	49	1.1253	0.4441	-0.1951	-0.3799	0.1734	0.8554
A77	58	UCAC	3.3672	4.9543	2	69	1.3425	0.6954	-0.6682	-0.6682	0.4977	0.9610
A77	43	USNO A2.0	2.8530	2.9718	0	0	0.7928	0.9525	0.4427	-0.6678	0.5584	0.7011
B51	78	UCAC	4.2946	2.1366	3	0	0.4240	0.6239	-0.2252	-0.5692	0.5311	0.9124
B96	92	USNO A2.0	2.6559	4.2880	34	23	0.3946	0.6017	0.2785	-0.3931	0.7058	0.6533
C10	55	UCAC	2.8908	1.7234	18	76	0.3524	0.2329	-0.1044	-0.2128	0.2964	0.9135

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	Rej % RA	Rej % Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
C23	87	UCAC	3.1050	2.8492	0	0	0.3807	0.9270	-0.0697	-0.7974	0.1831	0.8602
C36	29	UCAC	1.6806	2.1922	0	0	1.0067	1.1756	0.4728	-0.9327	0.4697	0.7934
G39	238	USNO A2.0	2.9630	2.9915	14	36	0.4430	0.3465	-0.2651	0.2659	0.5984	0.7674
G40	297	UCAC	2.6584	2.4855	0	0	0.3315	0.5468	0.0006	-0.4203	0.0018	0.7685
H06	60	USNO A2.0	2.0994	2.4590	0	0	0.5172	0.4263	0.2658	-0.1699	0.5139	0.3986
H45	23	UCAC	3.7232	2.8886	0	57	0.2826	0.4335	-0.0098	-0.4121	0.0346	0.9506
H47	51	UCAC	3.8563	2.7975	4	6	0.2753	0.4071	-0.0588	-0.3042	0.2134	0.7473
I40	129	UCAC	2.2659	2.5110	0	24	0.7686	0.4580	0.3468	-0.3838	0.4512	0.8381
I81	78	UCAC	1.9971	2.9657	0	0	1.5412	1.3488	0.6983	-1.1440	0.4531	0.8481
J01	36	CMC	4.6327	3.1295	6	11	0.5796	0.5035	0.1854	-0.4378	0.3198	0.8695
J22	41	UCAC	6.2280	2.5415	7	7	0.4550	0.5574	0.1032	-0.4524	0.2268	0.8116
K02	38	UCAC	2.6665	2.5101	5	66	0.2806	0.3226	0.0057	-0.2984	0.0201	0.9249
Q19	29	UCAC	2.8674	2.7222	0	0	0.9228	1.1431	0.2819	-0.8136	0.3055	0.7118
Q21	34	UCAC	2.8374	2.7282	0	9	0.6889	0.5754	-0.3337	-0.4074	0.4844	0.7080
U69	69	USNO A2.0	2.9672	3.0040	65	3	0.2234	0.3845	0.1357	-0.3001	0.6076	0.7806
W88	37	UCAC	2.5576	3.4908	0	11	0.3155	0.1572	-0.1926	-0.0251	0.6104	0.1598
W96	212	UCAC	2.9003	2.9703	8	5	0.6268	0.7461	-0.1536	-0.2512	0.2450	0.3366
Valore medio	78		2.9531	2.6908	7	18	0.5456	0.5872	0.0331	-0.4089	0.3537	0.7185

Tab.9 Stesso di Tabella 6 dopo l'applicazione dell'algoritmo di eliminazione degli outliers

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	Rej % RA	Rej % Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
089	29	UCAC	2.1767	2.1054	0	86	0.3003	0.8666	0.2580	-0.8466	0.8591	-0.9769
104	21	UCAC	2.3540	2.8219	0	0	1.5143	2.5453	-1.0101	-2.3549	-0.6670	-0.9252
309	83	USNO A2.0	3.1954	2.9758	2	5	0.0401	0.0276	0.0113	-0.0012	0.2829	-0.0435
585	23	UCAC	1.9662	2.8936	0	0	0.1819	0.3439	-0.0032	-0.2874	-0.0176	-0.8357
703	25	UCAC	4.8924	2.3970	0	0	2.0417	3.0719	-1.3918	-2.9342	-0.6817	-0.9552
F51	103	GaiaDR1 + 2MASS	7.0041	3.5639	9	4	0.1132	0.1105	0.0188	-0.0261	0.1660	-0.2359
F51	26	2MASS	5.5301	2.4435	4	0	0.4680	0.5796	-0.1461	-0.1452	-0.3122	-0.2505
F51	77	GaiaDR1	2.7028	3.0860	10	5	0.5009	0.4690	-0.3499	0.1649	-0.6985	0.3517
Valore medio	47		3.8926	2.6941	4	16	0.6965	1.1601	-0.3577	-1.0675	0.4212	0.6533

Tab.10 Stesso di Tabella 7 dopo l'applicazione dell'algoritmo di eliminazione degli outliers

Codice Osservatorio	Numero di rilevazioni	Catalogo Stellare	k RA	k Dec	Rej % RA	Rej % Dec	RMS RA	RMS Dec	Bias RA	Bias Dec	Bias/RMS RA	Bias/RMS Dec
309	936	USNO B1.0	14.825	8.5614	14	45	0.2931	0.4699	0.1224	0.3846	0.4177	0.8186
367	20	UCAC	6.8285	1.9517	15	0	0.3201	0.7759	0.0210	-0.6908	0.0656	0.8903
D81	23	UCAC	2.8489	1.6098	0	0	0.8087	1.7176	-0.5180	-1.5145	0.6405	0.8818
Valore medio	326		8.1673	4.0410	10	15	0.4740	0.9878	-0.1249	-0.6069	0.4379	0.8636

Tab.11 Stesso di Tabella 8 dopo l'applicazione dell'algoritmo di eliminazione degli outliers

A seguito dell'applicazione dell'algoritmo di rimozione degli outliers, si può notare un sostanziale miglioramento dell'RMS dei residui, specialmente nelle osservazioni di tipo Nuclear: in questo tipo di rilevazioni si passa da un valore medio di 0.6616 ad uno di 0.5456 per l'ascensione retta, corrispondente a una diminuzione del 17.53%, e da un valore di 0.7523 ad uno di 0.5872 per la declinazione, con una diminuzione del 21.95%. Di minore entità è la diminuzione dei valori di RMS dei residui per le osservazioni di tipo Total, che diminuiscono dell'1.318% e 3.058% rispettivamente per ascensione retta e declinazione. Questa differenza può essere dovuta alla percentuale di outliers rimossi: per le osservazioni di tipo Nuclear è in media del 7% per la RA e del 18% per la Dec, mentre per le osservazioni di tipo Total, la percentuale media di outliers rimossi è del 4% per la RA e del 16% per la declinazione.

La rimozione degli outliers ha prodotto anche una diminuzione del bias medio, in particolare nella declinazione, più soggetta a signature. La riduzione del bias, nella maggior parte dei casi, non è però di entità paragonabile alla riduzione dell'RMS di cui si è discusso sopra.

Questa discrepanza è da attribuire al principio fisico alla base dei due parametri statistici presi in esame: mentre il bias misura di quanto si discostano in media le osservazioni dal valore atteso, l'RMS tiene conto anche della dispersione dei residui nel dataset. Per via di questa natura, l'RMS è più sensibile del bias alla rimozione degli outliers, e ciò risulta in valori del rapporto bias/RMS generalmente superiori rispetto ai valori ottenuti senza l'applicazione dell'algoritmo di eliminazione degli outliers. Queste considerazioni dimostrano come il

bias, e non solo l'RMS, è un parametro fondamentale da tenere in considerazione nella valutazione delle performance degli osservatori. La Figura 12 mostra il numero di rilevazioni che hanno riportato un certo valore di RMS dopo l'applicazione dell'algorithm di eliminazione degli outliers.

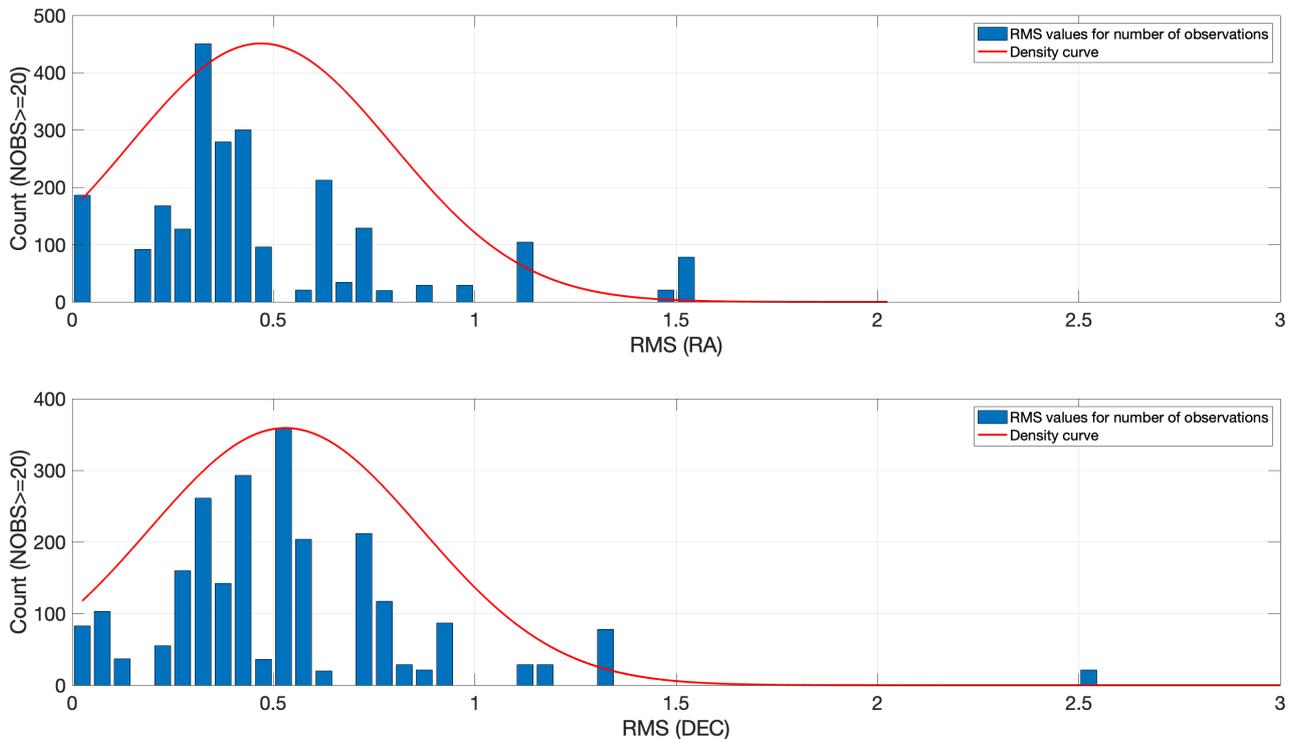


Fig.12 Numero di osservazioni che riportano un determinato valore di RMS dei residui in ascensione retta (in alto) e declinazione (in basso) dopo l'applicazione dell'algorithm di rimozione degli outliers. È riportata inoltre la relativa curva di densità

Dall'analisi della Figura 12 appare chiaro ancora una volta che i residui in declinazione sono meno accurati dei residui in ascensione retta. Le due curve di densità hanno pressoché la stessa ampiezza, ma con il picco in declinazione che si trova più spostato verso destra di quasi 0.1 secondi d'arco rispetto al picco in ascensione retta. La coda della distribuzione a 2.5 secondi d'arco nel grafico della declinazione è dovuto al Pistoia Mountains Astronomical Observatory (codice MPC 104) e al Catalina Sky Survey (codice MPC 703) i quali presentano RMS in declinazione di 2.5453 e 3.0719 rispettivamente, valori di gran lunga maggiori di quelli registrati dagli altri osservatori. Alla luce di quanto esposto fin ora, le Tabelle 9, 10, e 11 possono essere utilizzate per individuare i valori da attribuire ai pesi iniziali in

una procedura iterativa di pesatura delle osservabili astrometriche osservate future.

Un'analisi approfondita delle performance degli osservatori richiederebbe di considerare ulteriori informazioni, come la possibilità che un osservatorio abbia utilizzato due telescopi diversi dallo stesso sito (ad esempio l'osservatorio I81 dispone di due telescopi, uno di tipologia Schmidt e l'altro di tipologia Newton), o il tempo di esposizione, o ancora il signal to noise ratio (rapporto tra la potenza dell'informazione e quella del rumore di fondo), le quali però non sono disponibili sul MPC al momento in cui questo studio è stato svolto.

3.3 CARATTERIZZAZIONE DEI RESIDUI

In questo paragrafo si analizzeranno i residui delle osservabili astrometriche aggregate (senza distinzione per stazione) in funzione di alcuni parametri fisici fondamentali, quali la distanza eliocentrica, ovvero la distanza tra la cometa e il centro del Sole in Unità Astronomiche (AU), e la magnitudine apparente, definita come in espressione (3.1).

$$m_x - m_{x,0} = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_x}{F_{x,0}} \right) \quad (3.1)$$

dove F_x è l'intensità del flusso luminoso ricevuto sulla superficie della Terra nella banda x , e $m_{x,0}$ e $F_{x,0}$ sono rispettivamente la magnitudine e l'intensità del flusso luminoso di un oggetto di riferimento, solitamente la stella Vega.

La magnitudine apparente è tradizionalmente misurata su una scala logaritmica, dove i valori più bassi indicano oggetti più luminosi, mentre alti valori di magnitudine apparente indicano oggetti poco luminosi. È dunque chiaro che la magnitudine apparente dipende dalla distanza tra l'osservatore e il corpo celeste, più precisamente dall'inverso del quadrato della distanza: due oggetti con la stessa

luminosità intrinseca appariranno più deboli quanto più sono lontani dall'osservatore. Verrà esposta inoltre la correlazione nei residui tra distanza eliocentrica e magnitudine apparente.

La Figura 13 mostra i residui di ascensione retta e declinazione in secondi d'arco in funzione dell'epoca in cui è stata effettuata la rilevazione, divisi per tipologia di processamento dell'immagine (Groussin et al., 2004): Total, Nuclear o osservazioni che non riportano informazioni fotometriche.

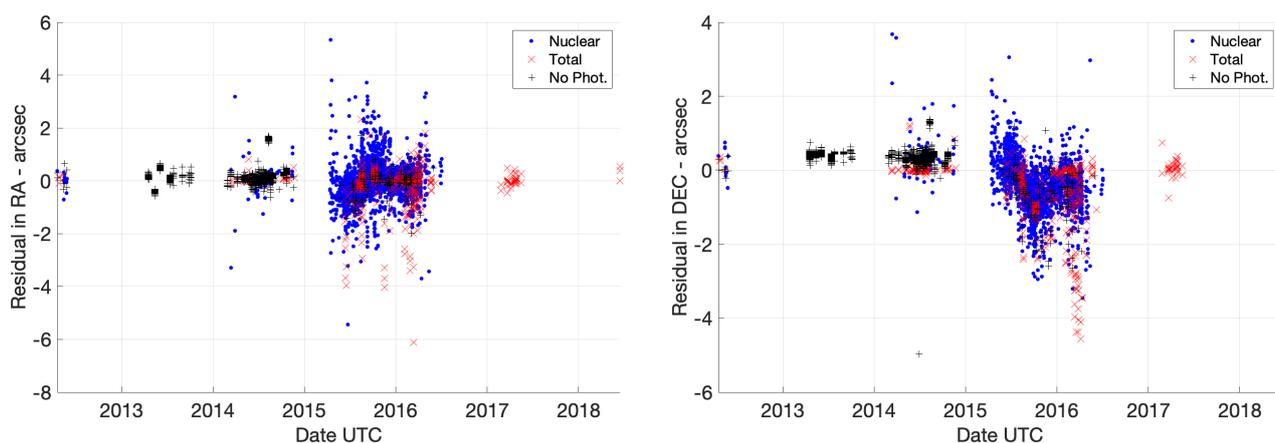


Fig.13 Residui in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) in funzione dell'epoca in cui è stata effettuata la rilevazione

Dall'analisi dei residui si può notare come la qualità delle rilevazioni è fortemente degradata intorno al perielio dell'agosto 2015, raggiungendo valori di diversi secondi d'arco. Se in ascensione retta si può notare un aumento del rumore nelle osservazioni, nella declinazione è presente un'evidente segnatura nei primi mesi del 2016. La Figura 14 mostra invece i residui di ascensione retta e declinazione in funzione della magnitudine apparente nella banda del visibile e in funzione della distanza eliocentrica. Possiamo notare come oltre le 3 au i residui sono particolarmente accurati, mentre, entro le 3 au dal Sole, la cometa diventa più attiva e luminosa, rendendo più difficoltosa la localizzazione del nucleo della cometa, per i motivi già ampiamente discussi nel paragrafo 2.1. Inoltre, come è ben visibile in Figura 14, le osservazioni di tipo Total mostrano un evidente bias verso valori negativi dei residui in declinazione, mentre questo bias, per le osservazioni di tipo Nuclear, è meno presente. Per i residui in ascensione retta invece, le osservazioni di tipo Nuclear

mostrano un aumento del rumore di fondo, ma è pressoché assente un bias come quello evidenziato per i residui in declinazione. Questa differenza tra residui in ascensione retta e residui in declinazione rispecchia quella vista in Figura 10.

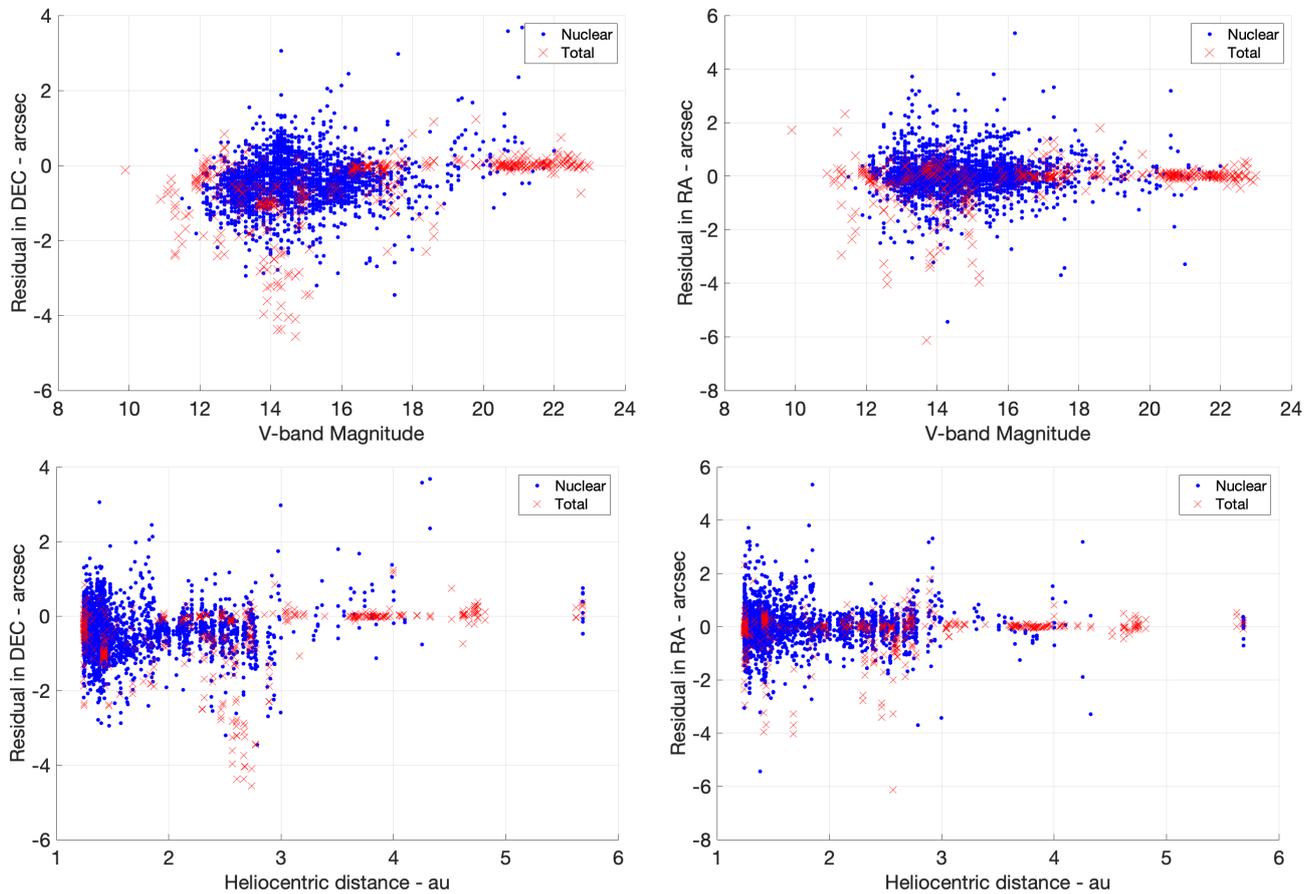


Fig.14 Residui in ascensione retta (a destra) e declinazione (a sinistra) delle osservazioni aggregate. In alto: residui in funzione della magnitudine apparente; in basso: residui in funzione della distanza eliocentrica

È inoltre interessante notare che la segnatura nei residui in declinazione visibile in Figura 13, è presente anche in Figura 14, sia nei residui in funzione della magnitudine apparente, che in quelli in funzione della distanza eliocentrica. Questa segnatura è ancora più evidente nel grafico a destra di Figura 15, nel quale sono stati espressi, in un contour plot, i residui in funzione di entrambi i parametri sopra citati.

Dall'analisi del contour plot emerge chiaramente un trend: ad una data distanza eliocentrica, le osservazioni che riportano una magnitudine apparente più bassa, dunque quando la cometa è più luminosa,

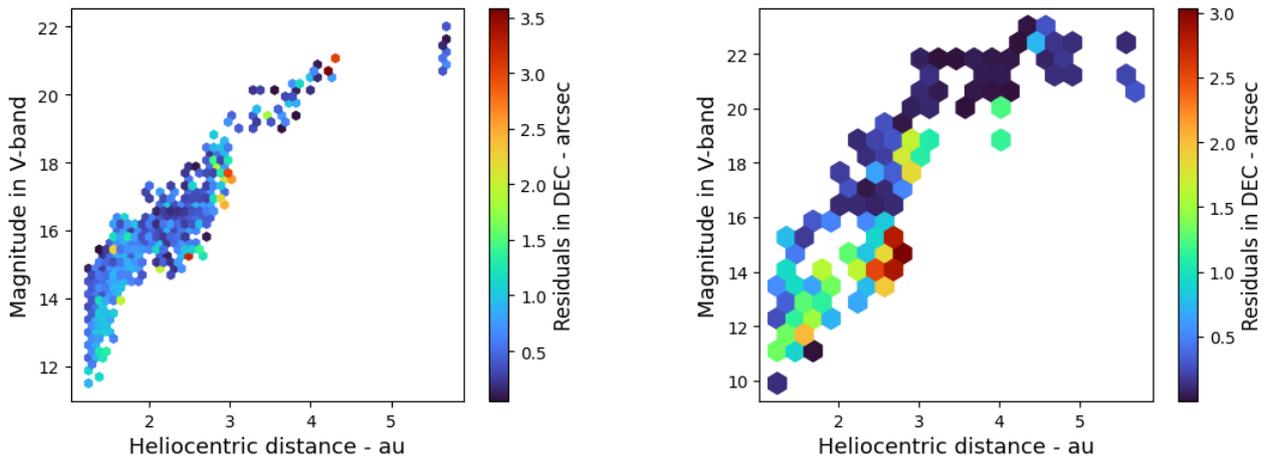


Fig.15 Contour plot dei residui in declinazione espressi in valore assoluto (livello del plot) in funzione della distanza eliocentrica (asse x) e della magnitudine apparente (asse y)

presentano residui più elevati. Poiché il trend è più marcato nelle rilevazioni di tipo Total, una possibile spiegazione potrebbe risiedere ancora una volta nell'influenza della coda e della coma nell'individuazione della posizione della cometa, anche se una conferma di tale ipotesi richiederebbe analisi più approfondite e oltre la portata del presente lavoro di tesi.

Una visualizzazione alternativa a quella di Figura 14 è riportata in Figura 16, la quale mostra l'andamento del valore di RMS dei residui in funzione della magnitudine apparente e della distanza eliocentrica per le osservazioni di tipo Nuclear e Total. Come già detto precedentemente, un'analisi in questa direzione rappresenta un tassello fondamentale nella costruzione di un filtro di stima accurato per le osservabili astrometriche. La Figura 14 è risultata particolarmente utile per visualizzare i bias nei residui in ascensione retta e declinazione. Una visualizzazione come quella di Figura 16 invece permette di evidenziare la dispersione di tali residui, permettendo di ottenere un'analisi più accurata.

Per graficare l'andamento dell'RMS in funzione della magnitudine apparente e della distanza eliocentrica si è deciso di effettuare un binning delle rilevazioni, tale da avere un numero maggiore o uguale a 10 osservazioni per bin. Questo binning è stato fatto per avere un campione abbastanza ampio per un calcolo statistico. La lunghezza del marker nel grafico è proporzionale all'inverso della radice del numero

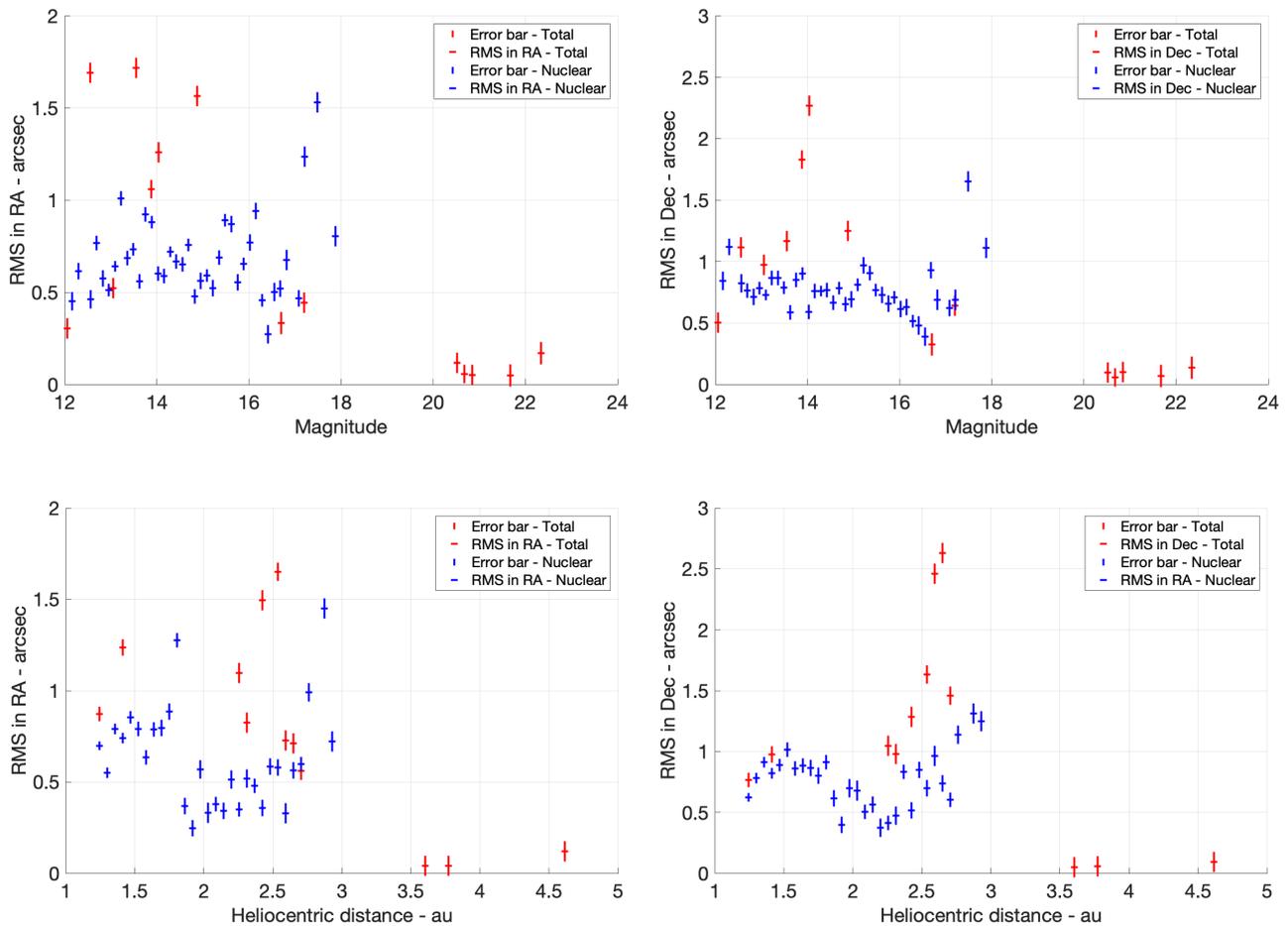


Fig.16 Variazione dell'RMS in ascensione retta (a sinistra) e declinazione (a destra) dei residui. In alto: variazione dell'RMS in funzione della magnitudine apparente. In basso: variazione dell'RMS in funzione della distanza eliocentrica.

di rilevazioni presenti nel bin. Dall'analisi di Figura 16 emerge una sostanziale differenza tra l'andamento dell'RMS dei residui per le osservazioni di tipo Total e le osservazioni di tipo Nuclear. Le osservazioni di tipo Nuclear sembrerebbero mostrare, al netto di alcuni outliers, un andamento quasi costante al variare della magnitudine apparente, andamento che invece non è presente nelle osservazioni di tipo Total, le quali presentano un errore quadratico medio abbastanza elevato (~ 2 arcsec) quando la cometa è molto luminosa, mentre presentano RMS molto contenuti (~ 0.2 arcsec) ad alti valori di magnitudine apparente. Queste significative variazioni di RMS nelle osservazioni di tipo Total potrebbero ancora una volta essere dovute all'influenza della coda e della coma, le quali, quando sono molto luminose, rendono difficile la localizzazione della posizione esatta della cometa nel cielo. Le osservazioni di tipo Nuclear sono meno soggette a questo tipo di errore poiché i filtri che

vengono applicati per la localizzazione del nucleo (Farnham et al., 2000) catturano la luce emessa o riflessa da molecole presenti attorno al nucleo stesso della cometa, permettendo quindi di localizzarlo senza errori dovuti alla presenza della coda e della coma.

Dall'analisi dei riquadri in basso in Figura 16 si può notare che l'RMS dei residui delle osservazioni di tipo Nuclear varia significativamente al variare della distanza eliocentrica. Quando la cometa si trova entro le 1.8 au di distanza dal Sole, l'errore quadratico medio sembra presentare un'andamento crescente con la distanza eliocentrica, con un picco per la declinazione di circa 1 secondo d'arco che viene raggiunto ad 1.5 au. Quando però la cometa supera 1.8 au di distanza dal Sole, è rilevabile un brusco crollo dell'errore quadratico medio, il quale raggiunge valori di 0.4 secondi d'arco, per poi tornare a crescere fino a toccare 1.5 arcsec in corrispondenza di 3 au di distanza della cometa dal Sole. Questo salto non è presente nelle osservazioni di tipo Total, le quali invece presentano RMS molto elevati entro le 3 au di distanza eliocentrica, ed errori molto bassi (~ 0.2 arcsec) a distanze molto elevate (4 au), probabilmente dovuti, come detto precedentemente, alla bassissima luminosità della cometa a distanze dal Sole così elevate.

Una possibile spiegazione all'andamento dell'errore quadratico medio nelle osservazioni di tipo Nuclear in funzione della distanza eliocentrica potrebbe risiedere nel tipo di filtro utilizzato per ottenere questo tipo di rilevazione, il quale, quando la cometa è a distanze elevate dal Sole, potrebbe presentare un rapporto segnale-rumore inferiore, e dunque, un errore maggiore nella localizzazione della cometa. In assenza di informazioni sulla tipologia di filtro utilizzato per ottenere le rilevazioni di tipo Nuclear, e in assenza di un dato che dimostri la qualità del segnale ricevuto, questa ipotesi è solo presentata, e meriterebbe un approfondimento in studi successivi.

4. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

In questo studio sono stati analizzati i modelli di errore nelle osservabili astrometriche della cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko. Poiché il legame tra errore nella posizione della cometa e componenti non gravitazionali di accelerazione è molto stretto, si è deciso di utilizzare la traiettoria elaborata da Farnocchia et al. (2021), una delle ricostruzioni più accurate dell'orbita della cometa disponibili in letteratura. Questa scelta ha però limitato il dataset alle sole osservazioni effettuate tra l'afelio del 2012 e l'afelio del 2018. Un'ulteriore selezione è stata effettuata sulla base della strumentazione utilizzata per effettuare la misurazione, e sulla banda dello spettro elettromagnetico in cui è stata fatta la rilevazione. Si è deciso dunque, al fine di costruire un dataset omogeneo e ben strutturato, di tenere solamente le osservazioni effettuate tramite CCD nella banda del visibile. Si è inoltre effettuata un'analisi dei cataloghi stellari impiegati per la riduzione delle osservabili astrometriche, con particolare attenzione sull'accuratezza dei cataloghi. Si è dunque impiegata una griglia di correzione rispetto ai valori osservati di RA e Dec (Eggl et al., 2020) basata sul catalogo Gaia DR2, la quale ha permesso di ridurre l'RMS dei residui di circa lo 0.10% per l'ascensione retta e lo 0.73% per la declinazione. Sono state successivamente discusse le modalità e gli strumenti utilizzati per il calcolo dei residui tramite l'utilizzo di kernel scaricati da database pubblici, e il toolkit SPICE. I residui sono stati graficati in funzione delle principali grandezze che il Minor Planet Center inserisce nel proprio database, quali epoca, magnitudine apparente, e distanza eliocentrica, evidenziando possibili relazioni tra tali grandezze e le statistiche dei residui. Si è inoltre discusso delle performance dei singoli osservatori tramite l'analisi di parametri statistici come il valore efficace (RMS), il bias e il kurtosis. Tramite questa analisi è stato possibile individuare dei pesi iniziali da applicare alle osservabili astrometriche osservate, per future analisi di determinazione orbitale relative alla cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko.

L'analisi appena descritta presenta tuttavia alcuni limiti, quali ad esempio l'utilizzo di un dataset limitato e vincolato alla traiettoria di

riferimento ricostruita da Farnocchia et al. (2021). Una caratterizzazione più statisticamente accurata richiederebbe infatti l'analisi di molteplici comete i cui dati sono disponibili sul MPC. Come sottolineato inoltre da Carpino et al. (2003), un'analisi più rigorosa sull'identificazione e rimozione degli outliers richiederebbe di includere le osservazioni in oggetto all'interno di un filtro di determinazione orbitale, e di applicare una procedura iterativa. Questo tipo di analisi, che va oltre lo scopo originale della tesi, potrebbe rappresentare il naturale prosieguo del presente lavoro di tesi. Infine, una corretta caratterizzazione delle caratteristiche di rumore delle stazioni, richiederebbe di considerare informazioni accessorie quali il tempo di esposizione, il rapporto segnale-rumore della misurazione, la tipologia di filtro utilizzato per ottenere l'immagine del nucleo della cometa, o il telescopio utilizzato nel caso di osservatori che dispongono di più strumenti. Questi dati non sono attualmente disponibili all'interno del Minor Planet Center. Questo potrebbe cambiare in futuro con l'introduzione di un nuovo protocollo di scambi di dati (<https://data.minorplanetcenter.net/postgres-schema/schema.html>).

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1.....	8
Figura 2.....	9
Figura 3.....	11
Figura 4.....	13
Figura 5.....	20
Figura 6.....	20
Figura 7.....	21
Figura 8.....	21
Figura 9.....	23
Figura 10.....	28
Figura 11.....	29
Figura 12.....	32
Figura 13.....	34
Figura 14.....	35
Figura 15.....	36
Figura 16.....	37

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1.....	6
Tabella 2.....	9
Tabella 3.....	15
Tabella 4.....	16
Tabella 5.....	22
Tabella 6.....	26
Tabella 7.....	26
Tabella 8.....	27
Tabella 9.....	30
Tabella 10.....	30
Tabella 11.....	31

BIBLIOGRAFIA

- Astronomical Union. *Dynamics of Populations of Planetary Systems*. Cambridge University Press, 2005, pp. 289–302.
- Brown, A. G. A., et al. “Gaia Data Release 2.” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 616, Aug. 2018, p. A1, <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833051>.
- Carpino, Mario, et al. “Error Statistics of Asteroid Optical Astrometric Observations.” *Icarus*, vol. 166, no. 2, 1 Dec. 2003, pp. 248–270, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103503000514, [https://doi.org/10.1016/S0019-1035\(03\)00051-4](https://doi.org/10.1016/S0019-1035(03)00051-4). Accessed 22 Sept. 2023.
- Eggl, Siegfried, et al. “Star Catalog Position and Proper Motion Corrections in Asteroid Astrometry II: The Gaia Era.” *Icarus*, vol. 339, Mar. 2020, p. 113596, <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2019.113596>. Accessed 8 Mar. 2021.
- Farnham, T. “The HB Narrowband Comet Filters: Standard Stars and Calibrations.” *Icarus*, vol. 147, no. 1, Sept. 2000, pp. 180–204, <https://doi.org/10.1006/icar.2000.6420>. Accessed 28 Oct. 2020.
- Farnocchia, Davide, et al. “High-Fidelity Comet 67P Ephemeris and Predictions Based on Rosetta Data.” *Icarus*, vol. 358, 1 Apr. 2021, p. 114276, www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103520305960?via%3Dihub, <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2020.114276>. Accessed 22 Sept. 2023.
- . “Star Catalog Position and Proper Motion Corrections in Asteroid Astrometry.” *Icarus*, vol. 245, Jan. 2015, pp. 94–111, <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2014.07.033>. Accessed 18 Apr. 2021.
- Groussin, O., et al. “The Nuclei of Comets 126P/IRAS and 103P/Hartley 2.” *Astronomy & Astrophysics*, vol. 419, no. 1, 1 May 2004, pp. 375–383, www.aanda.org/articles/aa/abs/2004/19/aa3941/aa3941.html, <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20040073>. Accessed 26 Sept. 2023.
- Larson, S., et al. *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*. 2003, p. 982.
- Marsden, Brian G., et al. “Comets and Nongravitational Forces. V.” *The Astronomical Journal*, vol. 78, 1 Mar. 1973, p. 211, ui.adsabs.harvard.edu/abs/1973AJ.....78..211M/abstract, <https://doi.org/10.1086/111402>. Accessed 26 Sept. 2023
- Michel, Patrick, et al. “The ESA Hera Mission: Detailed Characterization of the DART Impact Outcome and of the Binary Asteroid (65803) Didymos.” *The Planetary Science Journal*, vol. 3, no. 7, 1 July 2022, p. 160, <https://doi.org/10.3847/psj/ac6f52>.

- Ozaki, Naoya, et al. "Mission Design of DESTINY+: Toward Active Asteroid (3200) Phaethon and Multiple Small Bodies." *Acta Astronautica*, vol. 196, 1 July 2022, pp. 42–56, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.03.029>. Accessed 22 Sept. 2023.
- Park, Ryan S., et al. "The JPL Planetary and Lunar Ephemerides DE440 and DE441." *The Astronomical Journal*, vol. 161, no. 3, 8 Feb. 2021, p. 105, <https://doi.org/10.3847/1538-3881/abd414>.
- Vereš, Peter, et al. "Statistical Analysis of Astrometric Errors for the Most Productive Asteroid Surveys." *Icarus*, vol. 296, Nov. 2017, pp. 139–149, <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2017.05.021>. Accessed 17 Oct. 2021.
- Yeomans, D. K., and P. W. Chodas. "An Asymmetric Outgassing Model for Cometary Nongravitational Accelerations." *The Astronomical Journal*, vol. 98, 1 Sept. 1989, p. 1083, ui.adsabs.harvard.edu/abs/1989AJ.....98.1083Y/abstract, <https://doi.org/10.1086/115198>. Accessed 26 Sept. 2023.

SITOGRAFIA

- King, Bob. "Celestial Coordinates for Beginners." *Sky & Telescope*, 26 Feb. 2019, skyandtelescope.org/astronomy-resources/right-ascension-declination-celestial-coordinates/. Accessed 26 Sept. 2023.
- Minor Planet Center. *(Beta) MPC Database Tables Schema*. data.minorplanetcenter.net/postgres-schema/schema.html. Accessed 1 Oct. 2023.
- . *67P/Churyumov-Gerasimenko*. www.minorplanetcenter.net/db_search/show_object?utf8=✓&object_id=67p. Accessed 22 Sept. 2023.
- . *Band Conversion*. www.minorplanetcenter.net/iau/info/BandConversion.txt. Accessed 22 Sept. 2023.
- . *Catalogue Codes*. www.minorplanetcenter.net/iau/info/CatalogueCodes.html. Accessed 22 Sept. 2023.
- . *Format for Optical Astrometric Observations of Comets, Minor Planets and Natural Satellites*. www.minorplanetcenter.net/iau/info/OpticalObs.html. Accessed 22 Sept. 2023.
- . *Observatory Codes*. www.minorplanetcenter.net/iau/lists/ObsCodes.html. Accessed 22 Sept. 2023.
- Navigation and Ancillary Information Facility - NAIF. *An Overview of Reference Frames and Coordinate Systems in the SPICE Context*. 2020.
- . *Mice Toolkit Hypertext Documentation*. naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/toolkit_docs/MATLAB/index.html. Accessed 22 Sept. 2023.
- . *Operational Flight Project Kernels*. naif.jpl.nasa.gov/naif/data_operational.html. Accessed 22 Sept. 2023.

RINGRAZIAMENTI

Desidero prendere un piccolo spazio personale all'interno di questa tesi di laurea per ringraziare tutte quelle persone che, a loro modo, hanno reso speciale questo percorso, permettendomi di affrontare questi tre anni con il giusto mix di spensieratezza, serietà, gioco e responsabilità. Senza tutte le persone che saranno citate in questo piccolo spazio personale, gli ultimi tre anni non sarebbero stati gli anni più belli della mia vita (fin ora). Quindi ora, com'è giusto che sia, prendetevi il riconoscimento che meritate per avermi aiutato a portare a termine questo percorso.

Le prime persone che voglio ringraziare sono i miei genitori, senza i quali, chiaramente, questo percorso non sarebbe neanche iniziato, figuriamoci portato a termine. Mamma e papà, voglio ringraziarvi per avermi sempre ispirato, per aver creduto in me, e per non avermi mai fatto mancare il vostro supporto.

Voglio ringraziarti, mamma, per aver sopportato tutte le arrabbiate e il nervosismo che i piccoli stop durante questi tre anni hanno provocato. Il tuo supporto costante è stato un faro al quale affidarsi durante i momenti più difficili di questo percorso. Ho sempre odiato il tuo "tutto si aggiusta" dopo una bocciatura o una delusione, credendola solamente una frase di circostanza. Alla fine però, tutto si è aggiustato veramente, e se è successo, è anche merito tuo.

Voglio ringraziarti, papà, per non avermi mai fatto perdere la bussola, riportandomi alla realtà quando mi lasciavo andare allo sconforto. I tuoi discorsi sul mondo del lavoro sono sempre stati in grado di aiutarmi ad andare avanti nonostante gli incidenti di percorso, incidenti che, mi hai sempre fatto notare, erano più che normali. Hai sempre messo la tua esperienza al mio servizio, ed anche grazie alla sicurezza che essa mi infondeva, sono riuscito ad arrivare a questo traguardo.

Voglio ringraziare inoltre mio fratello, per essere sempre stato pronto a farmi ridere con le sue battute e per avermi fatto distrarre raccontandomi delle cose più disparate che succedevano a lavoro o nella sua vita in generale. Tra i (pochi) consigli (inutili) che mi hai dato e le (tante) richieste di aiuto su quali vestiti comprare, hai incarnato in pieno il ruolo del fratello maggiore durante questo percorso.

Mi piacerebbe spendere due parole (o forse qualcosina di più) per ringraziare Arianna, la mia ragazza, senza la quale questo percorso non sarebbe stato lo stesso. Hai sempre creduto in me, hai sempre creduto che potessi farcela, anche quando io stesso non lo credevo. Sei sempre stata fiera dei miei traguardi, pronta a gioire con me delle “vittorie” e pronta a stare al mio fianco dopo le “sconfitte”. Sei sempre stata presente, non mi hai mai fatto mancare il tuo supporto. Tra gli scherzi durante le videochiamate e i film (brutti) che mi facevi vedere, mi hai sempre tenuto di buon umore, aiutandomi ad affrontare questo percorso con il giusto spirito e la giusta sicurezza. Questo traguardo è anche tuo, e sono sicuro che assieme raggiungeremo tanti altri obiettivi che ci siamo prefissati. Grazie davvero per aver reso speciale questo percorso, il quale, senza di te, non sarebbe stato bello quanto lo è effettivamente stato. Grazie per i tuoi “buona fortuna” prima di ogni esame, e per i tuoi “sono fiera di te” all’uscita dei risultati. Grazie per non aver dubitato neanche una singola volta che questo giorno potesse arrivare. E infine, grazie per essere al mio fianco, nonostante tutto.

Volevo infine ringraziare tutte quelle persone che mi hanno accompagnato durante la mia trasferta forlivese. Sto parlando di Edoardo, Bianca, Elisa, Riccardo, Marco, Federico e Mattia, ai quali devo dire un grazie enorme per tutto quello che hanno fatto per me in questi tre anni. Tra diecimila passaggi in auto, gite improvvisate, festini, occhiali persi a Mirabilandia, e tante altre avventure, avete fatto sì che questi tre anni fossero i migliori della mia vita. Mi avete cambiato come persona, e per questo avrete sempre un posto speciale nel mio cuore. Grazie davvero.