

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Emissione di Compton inverso e applicazioni astrofisiche

Tesi di laurea

Presentata da:	Relatore:
Giulia Ambrosio	Chiar.mo Prof. Marcella Brusa

Sessione II
Anno accademico 2022-2023

Indice

1	Introduzione	3
2	Trattazione fisica del Compton Inverso	4
2.1	Singolo scattering	4
2.2	Potenza emessa e spettrale di emissione	5
3	Applicazioni astrofisiche del Compton inverso	7
3.1	Synchrotron Self-Compton (SSC)	7
3.2	Comptonizzazione	11
3.3	Effetto Sunyaev-Zel'dovich	14

1 Introduzione

Le modalità di interazione tra particelle libere (ad esempio gli elettroni) e i fotoni dipendono dal valore energetico dei fotoni rispetto a quella degli elettroni. Si possono distinguere tre scenari. Nel primo l'elettrone viene assunto fermo e il fotone scarsamente energetico, l'elettrone assorbe il fotone e lo riemette alla stessa frequenza della radiazione incidente. Si ha in questo caso la diffusione Thomson e non si ha quindi una perdita di energia da parte del fotone. Nel secondo caso il fotone, che ha un'energia comparabile con l'energia a riposo dell'elettrone (si tratta tipicamente di fotoni X e γ) riesce a trasferire parte del suo impulso all'elettrone che, anche se inizialmente fermo, viene posto in movimento. Il fotone pertanto perde energia e si sposta a lunghezze d'onda maggiori. Questo fenomeno è chiamato effetto Compton. Nel terzo caso l'elettrone relativistico ha un'energia cinetica sufficientemente elevata rispetto a quella del fotone e, diversamente dai casi precedenti, si ha un trasferimento di energia dall'elettrone al fotone che verrà spostato a frequenze maggiori (X e γ). Questo fenomeno è per questo denominato Compton inverso (IC) ed è il processo radiativo che verrà approfondito nel seguente elaborato. L'IC ricopre varie applicazioni astrofisiche e grazie a esso sono spiegabili diversi fenomeni. Vedremo come sia possibile, in una radiosorgente compatta, avere fotoni radio emessi per sincrotrone e successivamente diffusi a energie maggiori, tramite IC, dagli stessi elettroni che li hanno emessi (Synchrotron-Self Compton); oppure come una popolazione di fotoni, attraversando una regione occupata da elettroni liberi, possa subire una distorsione dello spettro a causa delle molteplici interazioni di Compton e Inverse Compton (Comptonizzazione). In particolare affronteremo il caso in cui la Comptonizzazione agisce sulla radiazione cosmica di fondo (effetto Sunyaev-Zeldovich) e come da esso sia possibile ricavare informazioni sia sull'ammasso che sui parametri cosmologici. Il Compton inverso è quindi un importante strumento per la ricerca astrofisica.

$m_e = 9.110 \times 10^{-28}g$ massa a riposo dell' elettrone

$\sigma_T = 6.65 \times 10^{25}cm^2$ sezione d'urto Thomson

$h = 6.6 \times 10^{-27}erg \cdot s$ Costante Planck

$c = 3 \times 10^{10}cm/s$ velocità della luce

2 Trattazione fisica del Compton Inverso

2.1 Singolo scattering

Lo scattering del Compton inverso è un processo radiativo nel quale un elettrone ultra-relativistico interagisce con un fotone a bassa energia, tale che $h\nu \ll \gamma m_e c^2$, cedendo parte della propria energia che viene guadagnata dal fotone, che viene così portato a energie superiori $h\nu_f \gg h\nu_i$. L'elettrone non è trattato come una particella puntiforme, ma ha una sezione d'urto che rappresenta la sua dimensione superficiale vista rispetto a un fotone poco energetico. La sezione d'urto dipende dall'energia dell'elettrone, per basse energie, tali che $h\nu \ll m_e c^2$ si ha la sezione d'urto di Thomson σ_T , mentre a energie più elevate si ha la sezione d'urto di Klein-Nishina che è minore rispetto a quella di Thomson, rendendo lo scattering meno efficiente. Per ovviare il problema ci poniamo nel sistema di riferimento dell'elettrone S' e, assumendo che $h\nu'_i \ll m_e c^2$, dove ν'_i è la frequenza iniziale del fotone in S' , si possono trascurare le correzioni relativistiche e usare quindi la sezione d'urto Thomson.

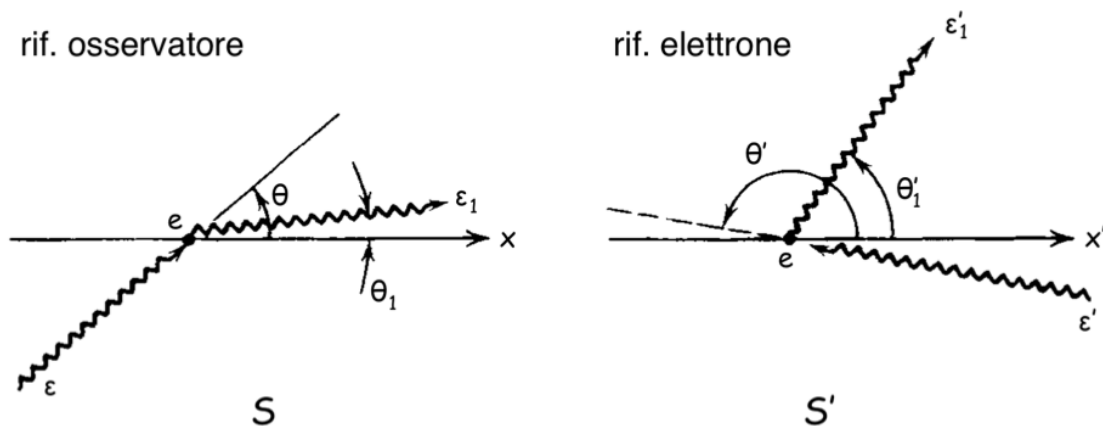


Figura 1: Geometria del Compton inverso da un singolo elettrone nel sistema di riferimento dell'elettrone S' e di un osservatore.

Per studiare il guadagno energetico del fotone non basta considerare solo il sistema di riferimento in cui l'elettrone è fermo, ma dobbiamo considerare anche il sistema di riferimento S in cui l'elettrone si muove con $v \approx c$. Nel sistema dell'osservatore, il fotone incide sull'elettrone formando un angolo θ_i con la direzione di moto dell'elettrone e viene diffuso ad un angolo θ_f . Nel sistema dell'elettrone chiamiamo θ'_i l'angolo di incidenza e θ'_f quello di diffusione, che a causa dell'aberrazione relativistica della luce saranno diversi da θ_i e θ_f . Per l'effetto Doppler relativistico in S' :

$$h\nu'_i = h\nu_i \gamma (1 - \beta \cos \theta_i) \quad (2.1)$$

Dove $\beta = \frac{v}{c}$. Per ipotesi in S' vale lo scattering Thomson, quindi $h\nu'_i = h\nu'_f$. Passando a S , sempre per l'effetto Doppler relativistico, il fotone ha energia

$$h\nu_f = h\nu'_f\gamma(1 + \beta \cos \theta'_f) = h\nu_i\gamma^2(1 - \beta \cos \theta_i)(1 + \beta \cos \theta'_f) \quad (2.2)$$

Dove si è usata la (2.1). Mediamente per urti isotropi θ_i e θ'_f valgono $\frac{\pi}{2}$ e dalla (3.4) $h\nu_f \approx \gamma^2 h\nu_i$, quindi il fotone diffuso è γ^2 volte più energetico di quello incidente. Essendo $\gamma \gg 1$ il Compton inverso è un metodo estremamente efficiente per trasferire energia a fotoni poco energetici. Bisogna sottolineare che, poichè gli elettroni sono ultra-relativistici, emettono radiazione in un cono di semiapertura $1/\gamma$ a casua del beaming relativistico, perciò per osservare l'amplificazione è necessario avere la linea di vista nei pressi del cono.

2.2 Potenza emessa e spretto di emissione

Consideriamo una regione dove è presente un campo di elettroni ultra-relativistici e un campo di radiazione E_{rad} dovuto ai fotoni. Sia gli elettroni che fotoni hanno una distribuzione isotropa. Per l'equazione (2.1),

$$E'_{rad} = E_{rad}\gamma(1 - \beta \cos \theta) \quad (2.3)$$

Poichè $\langle S \rangle = (\frac{c}{8\pi})\langle E_{rad}^2 \rangle$ ed essendo l'energia emessa un invariante di Lorentz, ovvero è la stessa sia in S che S' , la potenza totale emessa è pari a

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon'}{dt'} = \langle S \rangle \sigma_T = c\sigma_T \frac{\langle E'_{rad} \rangle}{8\pi} = c\sigma_T \gamma^2 \langle (1 - \beta \cos \theta)^2 \rangle \langle E_{rad}^2 \rangle \quad (2.4)$$

Essendo la distribuzione di fotoni isotropa, si può integrare sull'angolo solido $d\Omega = (1/2)\sin\theta d\theta$:

$$\frac{1}{2} \int_0^\pi (1 - \beta \cos \theta)^2 \sin \theta d\theta = 1 + \frac{1}{3}\beta^2 \quad (2.5)$$

La densità di energia dei fotoni è $U_{ph} = \langle E_{rad}^2 \rangle$ e sostituendo nella (2.4) si ottiene la potenza totale emessa:

$$\frac{d\epsilon_{out}}{dt} = c\sigma_{Tph}\gamma^2(1 + \frac{1}{3}\beta^2) \quad (2.6)$$

Mentre il tasso di diminuzione dell'energia totale iniziale dei fotoni incidenti è

$$\frac{d\epsilon_{in}}{dt} = -c\sigma_T U_{ph} \quad (2.7)$$

Sommando la (2.7) e la (2.6), e tenendo conto che $\gamma^2 - 1 = \gamma^2\beta^2$, si ottiene il tasso netto di energia guadagnata dai fotoni a discapito dell'energia degli elettroni:

$$(\frac{d\epsilon}{dt})_{IC} = \frac{4}{3}c\sigma_T\gamma^2\beta^2 U_{ph} \quad (2.8)$$

Siccome il numero di fotoni diffusi per unità di tempo è $\sigma_T c U_{ph} / \epsilon_0$ e $\beta \approx 1$, l'energia media dei fotoni è $\epsilon \approx \frac{4}{3} \gamma^2 \epsilon_0$. Quindi, come già visto per il singolo scattering, il fotone guadagna un'energia proporzionale a γ^2 . In ambito astrofisico alcuni elettroni hanno un fattore di Lorentz $\gamma = 1000$ di conseguenza il fotone diffuso ha un'energia 10^6 volte quella del fotone incidente, il processo è quindi estremamente importante perchè permette di trasformare fotoni poco energetici in fotoni ad alte energie, che sono molto meno comuni. Per esempio fotoni radio con $\nu_0 \approx 10^9$ Hz diventano ultra-violetti con $\nu \approx 10^{15}$ Hz, fotoni nel lontano infrarosso $\nu \approx 3 \times 10^{12}$ Hz arrivano ai raggi-X con $\nu \approx 3 \times 10^{18}$ Hz, infine fotoni ottici con 4×10^{14} Hz diventano raggi γ con $\nu \approx 4 \times 10^{20}$ Hz. Il calcolo dello spettro della radiazione diffusa è molto complesso e non verrà trattato in questo elaborato, ma se ne riporta il risultato

$$I(\nu) d\nu = \frac{3\sigma_T c}{16\gamma^4} \frac{N(\nu_0)}{\nu_0^2} \nu \left[2\nu \ln\left(\frac{\nu}{4\gamma^2 \nu_0}\right) + \nu + \gamma^2 \nu_0 - \frac{\nu^2}{2\gamma^2 \nu_0} \right] d\nu \quad (2.9)$$

dove il campo di radiazione nel sistema dell'osservatore è assunto monocromatico con frequenza ν_0 e $N(\nu_0)$ è la densità di fotoni. Per basse frequenze il termine nelle parentesi quadre è costante è quindi $I(\nu) \propto \nu$. Per urti frontali si ha il massimo guadagno di energia $\epsilon_{max} \approx 4\gamma^2 \epsilon_0$, in corrispondenza della quale si ha una frequenza di cut-off, come si vede in figura 2

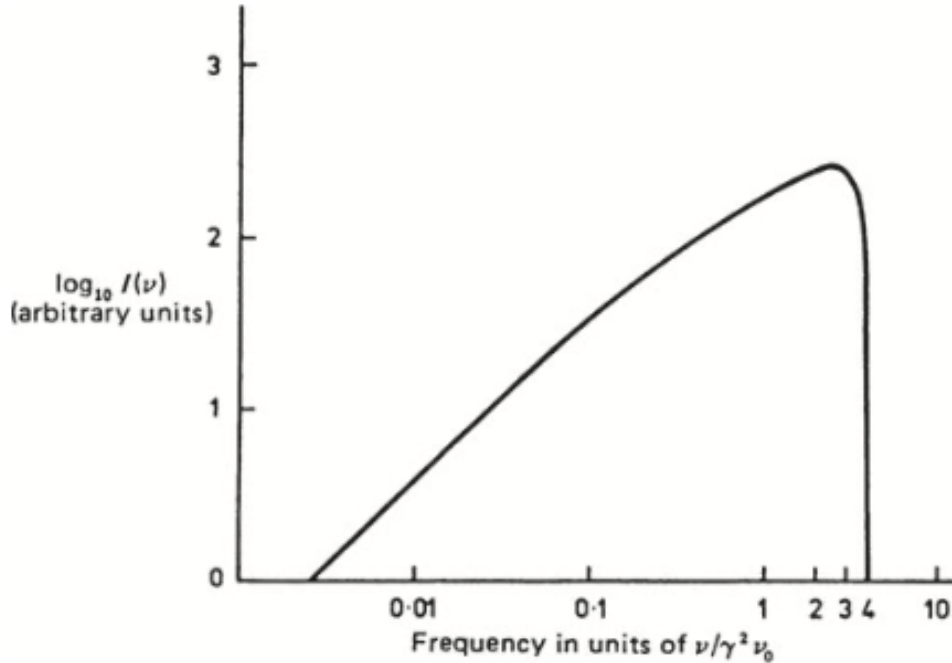


Figura 2: Spettro dell'emissione di Compton inverso, con radiazione incidente isotropa e monocromatica ν_0

3 Applicazioni astrofisiche del Compton inverso

3.1 Synchrotron Self-Compton (SSC)

In una regione in cui è presente un campo magnetico gli elettroni risentono della forza di Lorentz e vengono accelerati emettendo radiazione principalmente nella banda Radio. Se gli elettroni sono relativistici l'emissione è detta di sincrotrone. In presenza di una regione molto compatta, tale che la densità di fotoni emessi sia sufficientemente elevata, gli stessi elettroni che emettono per Sincrotrone possono diffondere per Inverse Compton. Quindi il fotone poco energetico emesso da sincrotrone urta con un elettrone e viene scatterato, mediante Compton Inverso, a energie elevate tipiche dei raggi X e gamma. Questo fenomeno viene chiamato Synchrotron Self-Compton (SSC). Per trovare l'energia totale persa dagli elettroni, si devono quindi considerare sia le perdite per sincrotrone che per Inverse Compton:

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{IC} = \frac{4}{3}c\sigma_T\gamma^2\beta^2U_{ph}, \quad -\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{Ssync} = \frac{4}{3}c\sigma_T\gamma^2\beta^2U_H \quad (3.1)$$

Dove U_H è la densità di energia del campo magnetico. Sommando i due contributi, tenendo conto che $U_H = H^2/8\pi$ si ottiene

$$-\left(\frac{d\epsilon}{dt}\right)_{IC+Ssync} = \frac{4}{3}c\sigma_T\gamma^2\beta^2(H^2 + 8\pi U_{ph}) \quad (3.2)$$

Entrambi i processi fanno perdere energia all'elettrone, che quindi avrà un tempo di vita medio minore, dato da

$$t^* = \frac{\epsilon}{d\epsilon/dt} \approx \frac{1}{\epsilon^*(H^2 + 8\pi U_{ph})} \quad (3.3)$$

La [\(3.5\)](#) spiega come mai le radiosorgenti sono giovani comparate all'età dell'universo, infatti anche considerando $H = 0$, come U_{ph} la radiazione cosmica di fondo, che è sempre presente e isotropa, e con $\epsilon = 5\text{GeV}$ si ottiene $t^* \approx 2 \times 10^8$ anni. Riprendendo l'espressione della [\(3.2\)](#), vista la similitudine tra le perdite energetiche per sincrotrone e IC, se ne fa il rapporto

$$\eta = \frac{(d\epsilon/dt)_{IC}}{(d\epsilon/dt)_{Ssync}} = \frac{U_{ph}}{U_H} = \frac{U_{rad}}{H/8\pi} \quad (3.4)$$

da cui $L_X/L_R = 8\pi U_{rad}/H^2$, dove L_X è la luminosità dovuta a IC mentre L_R è dovuta al sincrotrone. Quindi confrontando la luminosità nella banda X e radio e conoscendo U_{ph} , è possibile risalire al valore del campo magnetico. Dalla [\(3.4\)](#) è chiaro che se $\eta > 1$ le perdite energetiche per Inverse Compton sono maggiori di quelle radio per sincrotrone, e quindi gli stessi fotoni emessi per sincrotrone vengono scatterati per IC. Consideriamo il caso in cui il SSC avvenga in una regione compatta, che per semplicità assumeremo sferica di raggio R , a distanza d dall'osservatore. Poichè la regione è compatta, l'emissione a basse

frequenze viene auto-assorbita. In queste condizioni la sorgente è approssimabile a un corpo nero e il suo campo di radiazione è descrivibile dalla funzione di Planck $B(\nu, T)$, che rappresenta la brillantezza della sorgente. Poichè $S(\nu) = B(\nu)d\Omega$, possiamo descrivere il flusso utilizzando l'approssimazione di Rayleigh-Jeans:

$$S(\nu) = 2kT_e \frac{\nu^2}{c^2} \Omega \quad (3.5)$$

dove $\Omega \approx \theta^2 = R^2/d^2$ è l'angolo solido sotteso dalla sorgente. T_e è la temperatura termica che corrisponde all'energia di un elettrone relativistico che ha energia totale $\gamma m_e c^2 = 3kT_e$. Per i motivi sopra citati, T_e è equivalente alla temperatura di brillantezza della sorgente $T_B = T_e$. La luminosità radio della sorgente, dovuta al sincrotrone, è

$$L(\nu) = 4\pi d^2 S(\nu) = 4\pi d^2 \frac{2kT_B \nu^2}{c^2} \Omega \approx \frac{8\pi k T_b}{c^2} \nu^2 R^2 \quad (3.6)$$

In termini di ordine di grandezza, la luminosità bolometrica è circa $L(\nu) = L(\nu)\nu$, allora possiamo ricavare la densità di energia dell'emissione Radio di sincrotrone

$$U_{rad} = \frac{4\pi}{c} B = \frac{L(\nu)\nu}{4\pi c R^2} \quad (3.7)$$

Sostituendo la [3.6](#) si ottiene

$$U_{rad} \approx 2kT_B \frac{\nu^3}{c^3} \quad (3.8)$$

Adesso basta inserire quest'ultimo risultato nella [3.4](#), ottenendo

$$\eta = \frac{(d\epsilon/dt)_{IC}}{(d\epsilon/dt)_{Synch}} = \frac{U_{rad}}{U_H} = \frac{16\pi k T_B \nu^3}{H^2 c^3} \quad (3.9)$$

Utilizzando la teoria del sincrotrone autoassorbito, si può ricavare H in termini di osservabili

$$H = \frac{2\pi m_e c}{e} \left(\frac{m_e c^2}{3kT_B} \right)^2 \nu \quad (3.10)$$

Sostituendo H nella [3.9](#) si ottiene

$$\eta = \left(\frac{324e^2 k^5}{\pi m_e^6 c^{13}} \right) \nu T_B^5 \quad (3.11)$$

Quindi il rapporto di emissione dipende fortemente dalla temperatura di brillantezza della sorgente. Sostituendo i valori delle costanti, per $\eta = 1$ si ha

$$T_B = 10^{12} \left(\frac{1GHz}{\nu} \right)^{1/5} K \quad (3.12)$$

Significa che per temperature superiori a $T_B \approx 10^{12} K$, $\eta > 1$ e quindi la densità di energia dei raggi X è maggiore di quella dei fotoni Radio, di conseguenza gli elettroni subiscono perdite energetiche ancora maggiori scatterando tali fotoni dalla banda X ai raggi γ .

Uguualmente, i raggi γ prodotti avranno a loro volta una densità di energia maggiore rispetto ai raggi X, e quindi gli elettroni perderanno ancora più energia diffondendo tali fotoni dai raggi γ a frequenze superiori e così via. Gli elettroni allora dovrebbero perdere energia in pochissimo tempo portando a un rapido raffreddamento della sorgente. Questo fenomeno viene detto Catastrofe Compton. Per quanto detto T_B è un limite superiore della temperatura e nessuna sorgente può avere una temperatura maggiore senza subire perdite catastrofiche per Inverse Compton. Le sorgenti più compatte, studiate da VLBI alle lunghezze d'onda del centimetro, hanno temperature di brillanza inferiori al limite di SSC, con valori tipici di circa $T_B \approx 10^{11}$ K. Ci sono casi in cui, se si usa il tempo scala di variabilità di una sorgente compatta per valutare le sue dimensioni fisiche $D = c\Delta t$ data dal tempo che la luce impiega ad attraversare la sorgente, le dimensioni dell'oggetto risultano inferiori rispetto a quelle misurate dalle osservazioni, portando ad un valore della temperatura di brillanza dell'ordine di 10^{12} . Perciò ci si aspetterebbe un'elevata radiazione nelle bande X e γ , ma quando si osserva la regione a tali frequenze, non si rileva nessuna emissione catastrofica. Questo perchè la radiazione prodotta da elettroni relativistici, concentrata in un cono di semiapertura $1/\gamma$, è soggetta all'effetto Doppler relativistico, perciò se tale radiazione è lungo la linea di vista, sia T_B che ν ci appaiono amplificate di un fattore α e siccome $\nu \propto T_B^5 \nu$, si ha $\eta \propto \alpha^6$. Ma allora se $\eta > 1$ si può avere $T_B > 10^{12}$ K senza però avere catastrofe Compton.

3.1.1 Blazar e SSC

Un esempio di SSC si può ritrovare nello spettro del Blazar. I blazar sono una categoria dei Nuclei Galattici Attivi, il cui getto ha un angolo $< 10^\circ$ rispetto alla direzione di vista dell'osservatore. Poiché il plasma emittente nel getto si muove a velocità relativistiche, l'emissione è fortemente irradiata, rendendo i blazar gli oggetti persistenti più potenti nell'Universo, e visibili anche a grandi spostamenti verso il rosso z . Possono essere Flat Spectrum Radio Quasar (FSRQ) o BL Lac Objects a seconda delle righe di emissione. Gli FSRQ presentano linee con una larghezza equivalente $> 5 \text{ \AA}$, mentre nei BL Lac le linee sono più deboli o addirittura assenti. In genere sono composti da:

- Un buco nero supermassiccio con massa compresa tra 10^7 e $10^{10} M_\odot$, situato al centro di una galassia ellittica che alimenta i processi che vengono osservati.
- Un flusso di massa che alimenta il buco nero, detto disco di accrescimento.
- Due getti altamente collimati derivanti dalla vicinanza dell'oggetto centrale e che si estendono per diversi kpcs. All'interno del getto ci sono regioni in cui le particelle vengono accelerate fino a raggiungere energie ultrarelativistiche.
- Nelle FSRQ un toro oscurante di polvere che circonda il disco di accrescimento.

Dal punto di vista osservativo l'emissione dei blazar copre più di 15 ordini di grandezza in frequenza, dalla Radio ai raggi gamma, e in genere sono altamente variabili, con variazioni che vanno da mesi a minuti. In generale lo spettro dei blazar presenta due

picchi, uno nella regione dell'IR dovuto all'emissione di sincrotrone, e uno nella banda γ dovuto a IC. Lo spettro dei FSRQ è in genere più complesso perché è costituito sia dall'emissione del getto, sia dall'emissione del toro nell'infrarosso e dal disco di accrescimento. Il disco è circondato da una corona termica calda e da due regioni piene di nubi di gas, se il disco è efficiente radiativamente, è in grado di ionizzare le nubi e parte della luminosità del disco viene riprocessata dal toro nell'IR, i fotoni vengono poi scatterati per IC fino ai raggi gamma. In questo caso si parla di Compton Esterno (EC) perché i fotoni seme non sono appartenenti al getto, dalla figura 3 si vede che la luminosità per IC domina sull'emissione di sincrotrone. Mentre lo spettro dei BL Lac è costituito principalmente dall'emissione del getto e nel dominio sub-ottico dai contributi della galassia ospitante. Infatti nei Bl Lacs non c'è emissione termica, il che porta alla conclusione che il disco di accrescimento non sia radiativamente efficiente e non ci sia un toro molecolare. Il processo di ionizzazione è quindi debole e pochi fotoni possono essere diffusi ad alte energie, di conseguenza il tempo di raffreddamento per IC è minore, gli elettroni possono raggiungere energie più alte e il picco è spostato verso il blu. La luminosità per sincrotrone è simile a quella per IC (spettro blu in figura 3). Poiché nei BL Lac l'emissione è dovuta principalmente al getto, si pensa che il secondo picco sia dovuto al SSC, quindi i fotoni del getto che emettono nel Radio per sincrotrone, vengono poi scatterati emettendo nei raggi gamma. Il cut-off oltre i 10 TeV nella SED degli AGN è dovuto all'attenuazione creata dalla produzione di coppie di particelle dall'interazione tra radiazione energetica γ e particelle dell'ottico/IR che appartengono al background extragalattico.

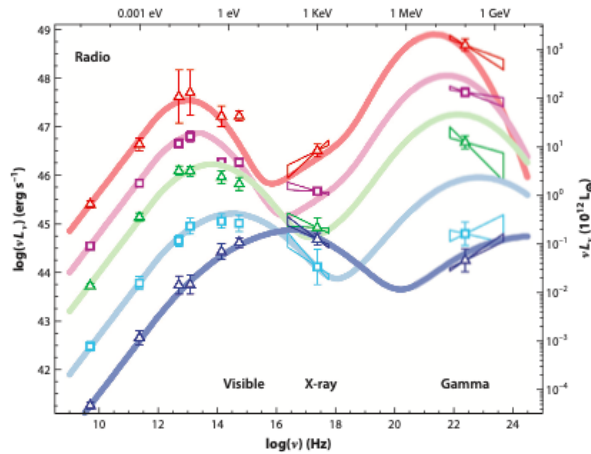


Figura 3: Spettro dei blazar che mostra un FSRQ (rosso), LBL (Low energy peaked BLL) (rosa), IBL (intermediate-energy peaked BLL) (verde), HBL (high-energy peaked BLL) (azzurro) e E-HBL (extreme high-energy peaked BLL)(blu scuro).

3.2 Comptonizzazione

Quando lo spettro di emissione viene modificato dai processi di Compton e Inverse Compton si parla di Comptonizzazione. Infatti questi due processi sono un caso limite dell'interazione tra fotoni e elettroni, e in generale le due interazioni possono coesistere. Lo spettro è dominato dagli scattering Compton se il plasma è abbastanza rarefatto di modo che altri processi come la Bremsstrahlung non contribuiscano significativamente con l'aggiunta di fotoni. Inoltre gli effetti della Comptonizzazione sono più importanti nei plasmi dove la temperatura è alta, essendo in questo caso maggiore l'energia scambiata durante le collisioni. Sorgenti con tali caratteristiche si ritrovano nei plasma degli AGN, nel gas caldo intergalattico degli ammassi di galassie e nelle prime fasi evolutive del plasma primordiale. Esaminiamo come e se si modifica lo spettro di fotoni seme in un caso intermedio, dove fotoni interagiscono con elettroni non relativistici in equilibrio termico alla temperatura T , e $h\nu \ll m_e c^2$ così da considerare valida la sezione d'urto Thomson σ_T . Descriviamo il processo dal punto di vista dei fotoni. Se i fotoni interagiscono con gli elettroni attraverso lo scattering Compton, essi perdono parte della loro energia che viene guadagnata dagli elettroni, che mediata su tutti gli angoli vale

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = -\frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (3.13)$$

Viceversa i fotoni guadagnano energia tramite Compton Inverso. Dalla (2.8), considerando $\gamma \approx 1$ perchè non siamo in regime relativistico e che il numero di fotoni scatterati per secondo è $\sigma_T N_{ph} c = \sigma_T u_{rad} c / \epsilon$, si ha che l'energia media guadagnata dai fotoni vale

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4}{3} \left(\frac{v}{c} \right)^2 = \frac{4kT}{m_e c^2} \quad (3.14)$$

Dove si è tenuto conto che gli elettroni sono all'equilibrio termico, quindi $m_e v^2 = 3kT$. Dunque, sommando entrambi i processi, si ottiene il valore medio della variazione di energia dei fotoni per collisione

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4kT - h\nu}{m_e c^2}. \quad (3.15)$$

Dalla (3.15) si nota che i due processi si bilanciano per $4kT = h\nu$, e quindi nè i fotoni nè gli elettroni avranno un guadagno/perdita di energia. Il caso interessante si ha quando $4kT \gg h\nu$, ovvero domina il Compton Inverso e i fotoni guadagnano molta più energia. Allora la (3.15) si può riscrivere

$$\left\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \right\rangle \approx \frac{4kT}{m_e c^2} \quad (3.16)$$

Se, in queste condizioni fisiche, consideriamo una regione di dimensione D , si può definire l'opacità allo scattering come

$$\tau_e = n_e \sigma_T D = D / l_{mfp} \quad (3.17)$$

dove $l_{mfp} = \frac{1}{n_e \sigma_T}$ è il libero cammino medio. Il numero totale di collisioni che il fotone subisce prima di uscire dalla regione è $N = \frac{D}{l_{mfp}} = \tau_e^2$. L'energia totale deve tenere conto di questo fattore

$$\left\langle \frac{d\epsilon}{\epsilon} \right\rangle = \frac{4kT}{m_e c^2} N dt \quad (3.18)$$

Dove N rappresenta il numero di processi di scattering nell'unità di tempo. Integrando la (3.18) si ottiene

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 e^{(4kT/m_e c^2)N} = \epsilon_0 e^{4y} \quad (3.19)$$

Dove y viene detto parametro di Compton, indica l'efficienza di trasferimento dell'energia dal plasma termico agli elettroni, e vale

$$y = \frac{kT}{m_e c^2} N = \frac{kT n_e^2 \sigma_T^2 D^2}{m_e c^2} \propto T \tau_e^2 \quad (3.20)$$

Vediamo come la Comptonizzazione dipenda fortemente dal parametro di Compton e quindi dall'opacità. Infatti lo spettro per $y \ll 1$, quindi $\tau_e \ll 1$, ovvero per regioni otticamente sottili e con dimensioni ridotte e/o densità basse, viene poco modificato. Viceversa per $y \gg 1$, quindi $\tau \gg 1$ si è nel regime otticamente spesso, con regioni di elevate densità e/o dimensioni, lo spettro viene fortemente modificato. I fotoni continuano a guadagnare energia fino a che il processo satura, e si raggiunge un equilibrio finale quando $4kT = h\nu$ a cui corrisponde il seguente valore del parametro di Compton

$$y = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{4kT}{\epsilon_0}\right) \quad (3.21)$$

Poichè i fotoni sono bosoni, quando viene raggiunto l'equilibrio termico, la loro distribuzione deve seguire la legge di Bose-Einstein

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{(h\nu/kT)+\mu} - 1} d\nu \quad (3.22)$$

dove μ è il potenziale chimico che misura il tasso di produzione di fotoni ed è un indicatore di quanto lo spettro devii da quello di corpo nero, In figura è mostrato come viene modificato lo spettro in base a μ . Si possono distinguere due regioni:

- Se $h\nu/kT + \mu \ll 1$ si ha che $u(\nu) d\nu \propto \nu^2$ se $\mu = 0$ e $u(\nu) d\nu \propto \nu^3$ se $\mu \neq 0$
- Se $h\nu/kT + \mu \gg 1$ si ha

$$u(\nu) d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT} e^{-\mu} \quad (3.23)$$

Che è la legge di Wienn modificata da $e^{-\mu}$.

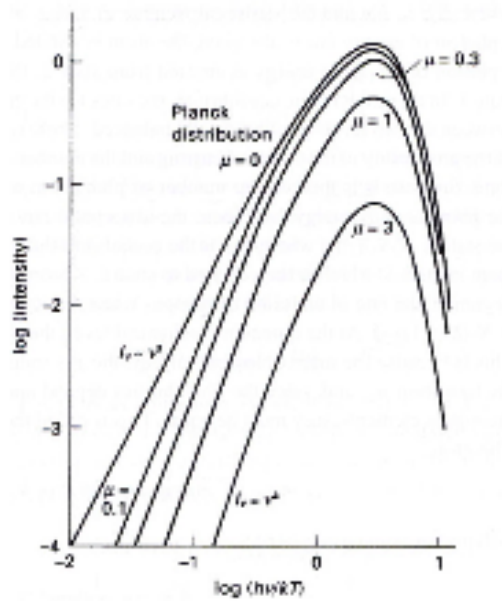


Figura 4: Spettro della distribuzione di Bose-Einstein per diversi valori del potenziale chimico

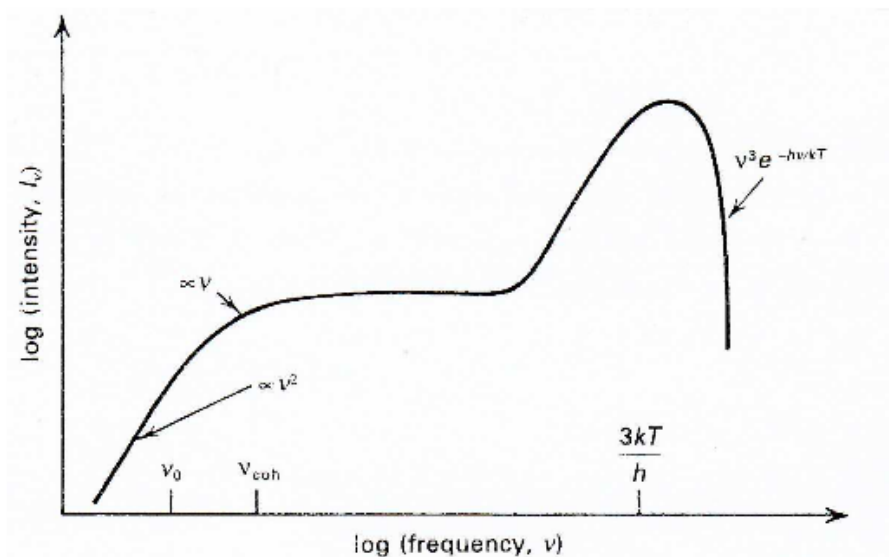


Figura 5: Comptonizzazione di uno spettro di Bremsstrahlung termica

In figura 5 è mostrato lo spettro di Bremsstrahlung modificato dalla Comptonizzazione in un mezzo otticamente spesso e non relativistico. A basse frequenze lo spettro

di Bremsstrahlung in presenza di autoassorbimento ha andamento $\propto \nu^2$ e domina. A frequenze più alte i fotoni sono stati ripetutamente scatterati per Compton e Inverse Compton, lo spettro viene modificato e si forma uno spettro di Wien del tipo $\nu^3 e^{-h\nu/kT}$, in accordo con [3.23](#). L'esatta descrizione del processo per valori intermedi di y è fornita dall'equazione di Kompaneets

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(n + n^2 + \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right] \quad (3.24)$$

dove $x = h_p \nu / kT$ e $n = u(\nu) c^3 / (8\pi h \nu^3)$ è il numero di fotoni per unità di volume nello spazio delle fasi che hanno subito IC. La quantità $\partial n / \partial y$ rappresenta il tempo di fuga, $\partial n / \partial x$ la variazione del numero dei fotoni nello spazio delle frequenze e n^2 l'emissione stimolata. Lo spettro dell'emissione risultante segue una legge di potenza con indice $m + 3$, con

$$m = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{y}} \quad (3.25)$$

3.3 Effetto Sunyaev-Zel'dovich

Un processo importante in cosmologia è un caso particolare di Comptonizzazione, in cui il campo radiativo è dato dalla radiazione cosmica di fondo (CMB) formatasi in seguito al disaccoppiamento radiazione-materia. La CMB è un fondo cosmico di fotoni appartenenti al microonde che permea tutto l'universo, descritta in prima approssimazione da uno spettro planckiano a temperatura $T_{CMB} = 2,73K$ ed energia media pari a $6.4 \times 10^{-4} eV$. Se i fotoni della CMB attraversano un ammasso di galassie, alcuni di loro vengono diffusi tramite inverse Compton dagli elettroni energetici che si trovano nel mezzo intergalattico (inter cluster medium ICM), comportando uno shift a frequenze maggiori dello spettro di corpo nero della CMB. Questo fenomeno prende il nome di effetto Sunyaev-Zel'dovich (S-Z). I fotoni che attraversando l'ammasso e subiscono lo scattering non saranno più lungo la linea di vista, ma allo stesso tempo i fotoni che inizialmente viaggiano in altre direzioni possono essere diffusi lungo la linea di vista. Data l'isotropia della radiazione CMB, il numero totale di fotoni che arriva all'osservatore non varia, quindi l'unico valore che cambia è l'energia. Nel caso non relativistico, e trascurando il moto dell'ammasso, si può descrivere lo spettro risolvendo l'equazione di Kompaneets per piccoli x , per cui vale $\partial n / \partial x \gg n, n^2$, da cui la [3.24](#) diventa:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^4 \frac{\partial n}{\partial x} \right) \quad (3.26)$$

dove $x = h\nu/kT_{CMB}$. Assumendo che le distorsioni fossero piccole, Zeldovich e Sunyaev proposero come soluzione di prova $n = (e^x - 1)^{-1}$, da cui

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta I(\nu)}{I(\nu)} = yx \frac{e^x}{e^x - 1} \left(x \frac{e^x + 1}{e^x - 1} - 4 \right) \quad (3.27)$$

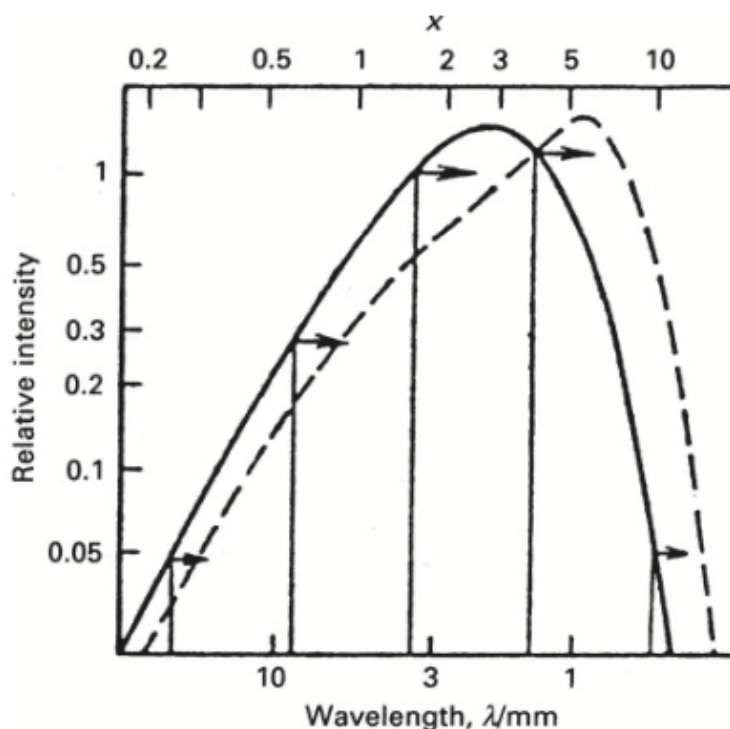


Figura 6: Comptonizzazione di una distribuzione di Planck da parte di elettroni energetici, nel caso in cui $y=0.15$. Lo spettro a linea continua è la planckiana non modificata dalla dagli scattering Compton.

dove $y = \int (kT_e/m_e c^2) \sigma_T N_e dl$. Nella regione di Rayleigh-Jeans, la temperatura di brillantezza finale risulta inferiore a quella dello spettro della radiazione lungo la direzione libera. Per $x \ll 1$, nella zona di Rayleigh-Jeans, si ha una diminuzione dell'intensità di radiazione, mentre per $x \gg 1$, nella regione di Wienn si ha un aumento. Lo spettro non viene solo traslato ma si ha anche una depressione dello spettro nelle vicinanze del turn-over che avviene per $x = 4$ in corrispondenza del quale si ha una frequenza $\nu_{cr} = 217GHz$, o equivalentemente $\lambda_{cr} = 1.38mm$. Dalla figura 6 si vede che per $\lambda > \lambda_{cr}$, il segnale è negativo, l'intensità dello spettro modificato è minore di quella dello spettro inalterato, viceversa per $\lambda < \lambda_{cr}$. Va evidenziato che lo spettro traslato della CMB non è uno spettro di corpo nero per una temperatura più elevata, altrimenti all'aumento della temperatura dovrebbe corrispondere un aumento della densità numerica dei fotoni che, come abbiamo detto, non avviene.

Espandendo la 3.27 per piccoli x , si ottiene una decrescita di intensità relativa pari a

$$\frac{\Delta I(\nu)}{I(\nu)} = -2y \quad (3.28)$$

Per valori tipici degli ammassi, si ottiene $\Delta I/I \approx -1 \times 10^{-4}$. In questo processo l'energia totale dello spettro di radiazione aumenta all'aumentare dell'energia guadagnata dallo

scattering con gli elettroni. Dalla [3.19](#) per piccoli valori di y , si ricava l'incremento di energia della radiazione di fondo:

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = e^{4y} \quad (3.29)$$

Poichè $\Delta I/I = \Delta T/T$ nella regione di R-J, la [3.28](#) può anche essere espressa in funzione della temperatura:

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}} = -2y \quad (3.30)$$

Da questa equazione è possibile quindi scoprire i cluster. Basta puntare in una determinata direzione dell'universo e se si osserva una variazione della temperatura che segue la [3.30](#) si conclude che c'è un cluster. Una importante applicazione cosmologica dell'effetto Sunyaev-Zel'dovich è la determinazione della costante di Hubble H_0 , parametro cosmologico che lega la velocità di recessione di un ammasso di galassie (o galassia) alla sua distanza rispetto all'osservatore

$$H_0 = \frac{v}{d} \quad (3.31)$$

La misura di H_0 è ottenibile solo se si hanno misure indipendenti di v e d , dove v si misura con il redshift spettrale, mentre la distanza grazie all'effetto S-Z e alla sua indipendenza dal redshift. Per ricavare la distanza si fa uso dell'emissività nello spettro X dovuta alla radiazione termica di Bremmstrahlung. Per semplicità, consideriamo un ammasso sferico di raggio R che contiene un plasma di idrogeno con densità elettronica uniforme n_e e temperatura T_e in tutto il suo volume. Nel caso di regime otticamente sottile, la radiazione termica di Bremmstrahlung è data da

$$I(\nu, T_e) = \frac{C_1}{4\pi} \frac{g(\nu, T_e)}{T_e^{(1/2)}} e^{-(h\nu/kT_e)} n_e^2 2R \quad (3.32)$$

Dove g è il fattore di Gaunt e C_1 una costante che vale $C_1 = 6.8 \times 10^{-51} Jm^3 K^{1/2}$. Trascurando l'effetto su I della recessione cosmologica dell'ammasso, la grandezza di I diventa una funzione dei parametri sconosciuti n_e e R . L'effetto S-Z permette invece di ricavare, tramite osservazioni radio della CMB, la variazione di temperatura relativa

$$\frac{\Delta T_{CMB}}{T_{CMB}} = -2 \frac{kT_e}{mc^2} \sigma_T n_e 2R \quad (3.33)$$

Quindi anche essa dipende da n_e e R . Siccome T_e si può stimare dallo spettro di Bremmstrahlung e n_e si elimina combinando le ultime due equazioni, è possibile ricavare R . La distanza è adesso facilmente ricavabile dalla relazione $D = R/\theta$, dove θ è la dimensione angolare della regione. Il redshift lo ricaviamo dallo spostamento delle righe spettrali

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad (3.34)$$

da cui la costante di Hubble è

$$H_0 = \frac{v}{r} = \frac{cz\theta}{R} \quad (3.35)$$

Questo procedimento è vantaggioso perchè non fa uso dei vari passaggi basati sulla scala delle distanze, che in genere introducono errori sostanziali. D'altra parte a distanze cosmologiche per le quali l'approssimazione $v \ll c$ non è applicabile, l'intensità dei raggi X per il redshift cosmologico va corretta. In generale, gli ammassi non avranno densità elettronica e distribuzioni di temperatura uniformi; queste quantità varieranno con la distanza dal centro dell'ammasso. Per ottenere un valore di H_0 da un dato ammasso, è necessario effettuare misurazioni dettagliate dell'ammasso dalle onde radio ai raggi X in funzione della posizione angolare e della frequenza. In ogni caso, con tecniche più raffinate, è possibile comunque ottenere H_0 grazie all'effetto S-Z, che per questi motivi è un metodo di grande importanza in cosmologia.

Riferimenti bibliografici

- [1] H. Bradt. *Astrophysics Processes*. Cambridge University Press, 2008.
- [2] D. Dallacasa. *Processi di radiazione e MHD*. Dispense.
- [3] Gabriele Ghisellini Elisa Prandini. The blazar sequence and its physical understanding. *Galaxies*, 2022.
- [4] C. & R. Fanti. *Una finestra sull'universo invisibile*. 2012.
- [5] G. Rybicki-A. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. John Wiley & Sons, 1979.
- [6] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011.
- [7] C. Vignali. *Active Galactic Nuclei and Supermassive Black Holes*. Dispense.