Alma Mater Studiorum \cdot Università di Bologna

Scuola di Scienze Dipartimento di Fisica e Astronomia Corso di Laurea in Fisica

Spettroscopia di Saturazione del Rubidio

Relatore: Prof. Marco Prevedelli Presentata da: Flavio Brandoli

Anno Accademico 2022/2023

Sommario

In questa tesi viene presentato il lavoro svolto per realizzare una spettroscopia di saturazione del Rubidio, tecnica sperimentale che permette di ottenere uno spettro di assorbimento con una risoluzione tale da mostrare la struttura iperfine dell'atomo. Il primo capitolo introduce i concetti teorici necessari alla comprensione dell'esperimento svolto: struttura iperfine, atomo a due livelli e spettroscopia di saturazione; il secondo descrive l'apparato utilizzato e la procedura seguita; infine il terzo si concentra sull'analisi dei dati raccolti. L'analisi consiste in un confronto tra gli spettri acquisiti e i profili attesi sulla base della teoria introdotta nel primo capitolo. Il confronto viene fatto sia in termini di separazioni in frequenza tra i livelli di struttura iperfine del Rubidio sia in termini di larghezza delle curve di assorbimento.

Su una delle transizioni tra i livelli iperfini del Rubidio, individuate tramite la spettroscopia, si vorrà poi stabilizzare il laser a 780nm utilizzato con una stabilità in frequenza dell'ordine del MHz. Per fare ciò sarà necessario diminuire ulteriormente l'intensità del laser rispetto a quella usata per la spettroscopia, in quanto i profili dei picchi di trasparenza ottenuti sono ancora troppo larghi per garantire la stabilità desiderata nell'aggancio del laser. Questo laser fungerà da "riferimento di frequenza" per i laser di cooling e di repump di una trappola magneto-ottica del Rubidio.

Indice

1	Stru	uttura Iperfine e Spettroscopia di Saturazione	7
	1.1	Livelli energetici dei metalli alcalini	$\overline{7}$
		1.1.1 Struttura iperfine del \mathbf{Rb}	10
	1.2	Cenni di trappola magneto-ottica per un atomo a due livelli	12
		1.2.1 Principali risultati dell'atomo a due livelli	12
		1.2.2 Composizione della MOT in tre dimensioni	14
	1.3	Spettroscopia di saturazione	15
		1.3.1 Allargamento Doppler	15
		1.3.2 Saturazione	18
		1.3.3 Atomi a più livelli	19
2	Rea	lizzazione della Spettroscopia di saturazione	22
	2.1	Apparato sperimentale	22
	2.2	Procedura	24
3	Dat	i raccolti ed analisi	29
	3.1	Profili di assorbimento Doppler	29
		3.1.1 Assorbimenti relativi	29
		3.1.2 Calibrazione in frequenza dei dati raccolti	31
		3.1.3 Larghezza e separazione dei profili	34
	3.2	Profili con picchi di assorbimento sub-Doppler	36
		3.2.1 Identificazione dei Lamb dip	36
		3.2.2 Power Broadening	40
		3.2.3 Analisi dei picchi di ⁸⁷ Rb, $F = 2 e^{85}Rb$, $F = 3 per l'aggancio$	
		del laser.	43
	Indi	ce	

Elenco delle figure

1.1	Separazione per la transizione D2 nella struttura iperfine del ^{87}Rb	
	$e^{85}Rb.$	11
1.2	Transizioni permesse nelle D2 di ${}^{87}Rb$ e ${}^{85}Rb$	12
1.3	Possibili processi di transizioni atomiche in un atomo a due livelli	13
1.4	Profilo Lorentziano che caratterizza emissione e assorbimento di un	
	atomo a due livelli. $[1]$	14
1.5	Rappresentazione di una MOT in tre dimensioni. [2]	15
1.6	Andamento Gaussiano del coefficiente di assorbimento κ con la	
	frequenza ν in presenza di un singolo fascio laser. [1]	17
1.7	Andamento del coefficiente di assorbimento κ con la frequenza ν in	
	presenza di entrambi i fasci, a diverse intensità del pump. [1]	19
1.8	Andamento del coefficiente di assorbimento κ per due transizioni	
	ν_1, ν_2 sovrapposte con un dip di crossover. [1] $\ldots \ldots \ldots \ldots$	20
2.1	Setup sperimentale: 1 Diodo Laser: 2 Isolatore: 3 Lamina $\lambda/2$: 4	
2.1	Beam splitter: 5 Modulatore Acusto-Ottico: 6 Prisma rifelttente a	
	90 gradi: 7 Cella di Bubidio: 8 Fotodiodo	23
22	Circuiti di controllo: 1 computer Basberry Pi: 2 Generatore da 80	20
	MHz; 3 Temperatura cella di Rubidio; 4 Temperatura del laser; 5	
	Corrente del laser.	25
2.3	Schema teorico dei profili di assorbimento Doppler della riga D2	
	degli isotopi ${}^{87}Rb$, ${}^{85}Rb$ [3]	26
2.4	Setup sperimentale: 1 Fascio iniziale; 2 Fascio di probe; 3 Fascio di	
	pump	28
3.1	Profili di assorbimento Doppler osservati	29
3.2	Spettro di assorbimento del ⁸⁷ <i>Bh</i> $F = 2$ con evidenziati i Lamb din	20
0.2	sfruttati per la calibrazione	33
22	Profili di assorbimento Doppler calibrati in frequenza	- 30 - 34
0.0 3 /	Fit eseguito sullo spettro di assorbimento ${}^{85}Rh$ $F = 2$	94 25
0.4 25	Profili di assorbimento con i Lamb din calibrati in frequenza	- 30 - 37
ม.ม 2 ผ	Picebi di assorbimento delle spettre ${}^{87}Ph$ $F = 2$	20
0.0	$\Gamma \text{ from an assorbimento deno spettro } Ro, \Gamma = 2. \dots \dots \dots \dots \dots$	30

3.7	Picchi di assorbimento dello spettro ${}^{85}Rb$, $F = 3$	39
3.8	Picchi di assorbimento per gli spettri ${}^{85}Rb$, $F = 2 e {}^{87}Rb$, $F = 1$	40
3.9	Profili di assorbimento ingranditi sui Lamb dip a diverse intensità	
	del laser	41
3.10	Fit eseguiti sullo spettro ${}^{87}Rb$, $F = 2$ a diverse intensità del laser.	42
3.11	Fit Lorentziani eseguiti sui picchi degli spettri ${}^{87}Rb$, $F = 2 e^{85}Rb$,	
	$F = 3. \ldots $	45

Introduzione

I sensori sono onnipresenti nelle moderne applicazioni tecnologiche. Le intelligenze artificiali ad esempio, per interfacciarsi col mondo esterno, avranno bisogno di un numero sempre più elevato di sensori che siano affidabili, robusti, leggeri, di dimensioni ridotte e possibilmente anche non troppo costosi. In termini di accuratezza e stabilità i sensori quantistici, il cui funzionamento è basato su proprietà fisiche fondamentali degli atomi, sono di gran lunga quelli che offrono le prestazioni migliori. Nonostante abbiano già dato risultati eccezionali, però, questi strumenti si trovano ancora per lo più in laboratori di ricerca, in quanto continuano ad avere, tranne qualche eccezione, dimensioni piuttosto grandi (spesso occupano un'intera stanza) e costi elevati. Dispositivi che si basano sul comportamento dei singoli atomi, infatti, per funzionare hanno bisogno di determinate condizioni: vuoto e temperature dell'ordine dei μ K, e per ottenerle sono necessari elaborati apparati ottici e camere a vuoto.

Il progetto CRYST3 a cui collaborano i professori Marco Prevedelli e Francesco Minardi del dipartimento di Fisica e Astronomia "Augusto Righi" dell'università di Bologna ha come obbiettivo la realizzazione di una piattaforma tecnologica radicalmente innovativa, che unisca l'eccellente sensibilità dei sensori atomici a un livello di compattezza senza precedenti. L'idea alla base del progetto è quella di utilizzare fibre ottiche cave riempite di atomi freddi come "teste" dei sensori, al posto delle fragili e ingombranti camere a vuoto. Grazie a questo cambiamento si dovrebbero ridurre le dimensioni delle teste dei sensori da 1000 a 0.1 cm³, facilitando quindi l'applicazione di questi dispositivi.

Il progetto è ancora a uno stadio iniziale, il primo passo da compiere, a cui si sta lavorando nel dipartimento di fisica di Bologna, è ottenere gli atomi freddi che andranno poi inseriti nelle fibre ottiche. Per fare ciò si sta costruendo una trappola magneto-ottica per atomi di Rubidio. È proprio alla realizzazione di questo dispositivo che risulta utile il lavoro da me svolto: ho infatti realizzato una spettroscopia di saturazione del Rubidio il cui setup sperimentale, integrandolo con qualche altro componente, fungerà da riferimento in frequenza per i laser che raffredderanno gli atomi nella trappola. I risultati dell'analisi degli spettri ottenuti, inoltre, forniranno utili informazioni per capire che modifiche apportare all'apparato per riuscire ad agganciare il laser alla frequenza di riferimento in maniera ottimale.

Capitolo 1

Struttura Iperfine e Spettroscopia di Saturazione

Questa prima parte del lavoro si concentra sugli argomenti teorici che stanno alla base del lavoro sperimentale da me svolto: struttura iperfine e spettroscopia di saturazione. C'è inoltre una breve e qualitativa trattazione della trappola magnetoottica, con la quale non ho avuto a che fare in laboratorio ma alla cui realizzazione è legata l'attività da me svolta.

1.1 Livelli energetici dei metalli alcalini

Per "struttutra iperfine" si intende un effetto di splitting dei livelli dell'atomo dovuto all'interazione tra gli elettroni e i momenti di multipolo elettromagnetici del nucleo. Questo accoppiamento provoca uno splitting ulteriore rispetto alla struttura fine che separa i livelli energetici nei diversi valori di J (numero quantico del momento angolare totale). Nei metalli alcalini (gli elementi che occupano il primo gruppo della tavola periodica) i numeri quantici dei momenti angolari L, Sdell'atomo sono di fatto quelli del singolo elettrone esterno, in quanto i momenti totali orbitali e di spin di una shell piena sono sempre nulli. Nella successiva trattazione si farà riferimento a questi elementi.

Il contributo principale alla struttura fine è dato dalla interazione spin-orbita, che aggiunge all'hamiltoniana del singolo elettrone in campo centrale un termine dovuto all'accoppiamento del momento orbitale \mathbf{L} e di spin \mathbf{S} proporzionale a $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ [4]. Questo ed altri effetti relativistici fanno si che l'energia di un livello di numeri quantici n, L si separi in J nella cosidetta struttura fine:

$$\Delta E_{n,L,J} = E_{n,L} \frac{(Z\alpha)^2}{n^2} \left(\frac{n}{J + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right)$$
(1.1)

dove Z è il numero atomico e α è la costante di struttura fine ([5] sec. 5.1). I livelli energetici separati nei numeri quantici n, L e ora anche in J subiscono un ulteriore splitting (nel range da 30 MHz a 30 GHz) formando appunto la struttura iperfine, tipicamente inferiore rispetto al precedente. Vediamo più nel dettaglio l'origine di questo effetto.

La causa della struttura iperfine risiede nel fatto che il nucleo atomico si comporta solo in prima approssimazione come un monopolo elettrico, per uno studio più dettagliato bisogna tener conto degli altri momenti di multipolo elettromagnetici di ordine superiore. In particolare avranno un effetto significativo il momento di dipolo magnetico e il momento di quadrupolo elettrico. Il nucleo è formato da protoni e neutroni aventi spin S = 1/2, questi spin combinati insieme risultano nel momento di spin nucleare I a cui è associato il momento di dipolo magnetico attraverso la familiare relazione tra momento magnetico e momento angolare di una carica:

$$\mathbf{M}_N = \frac{g_I \mu_N \mathbf{I}}{\hbar} \tag{1.2}$$

dove in questo caso g_I è il "fattore di Landè nucleare" (adimensionale) e μ_N è il "magnetone nucleare" legato al magnetone di Bohr: $\mu_N = \frac{m_e}{M_p}\mu_B$ (m_e massa dell'elettrone, M_p massa del protone) ([5] sec. 5.5). Il momento magnetico di dipolo del nucleo interagirà con il campo magnetico dovuto al momento dell'elettrone \mathbf{B}_e aggiungendo all'hamiltoniana:

$$H_{DM} = -\mathbf{M}_N \cdot \mathbf{B}_e \tag{1.3}$$

Si può ricavare abbastanza facilmente la variazione di energia che questo termine comporta sui livelli con L = 0 (cioè gli orbitali *s* dell'elettrone di valenza), l'espressione che si trova si dimostra essere formalmente analoga alla variazione degli altri livelli con L > 0. Negli orbitali *s* possiamo esprimere il campo magnetico sul nucleo in termini del vettore magnetizzazione **M** dell'elettrone: il campo magnetico in una sfera con magnetizzazione uniforme è dato da

$$\mathbf{B} = \frac{2}{3}\mu_0 \mathbf{M} \tag{1.4}$$

la magnetizzazione dell'elettrone, definita come momento magnetico per unità di volume, si può esprimere come:

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = -\frac{g_s \mu_B \mathbf{s}}{\hbar} |\psi_{n00}(\mathbf{r})|^2$$
(1.5)

dove la frazione è il momento magnetico dell'elettrone e $|\psi_{n00}(\mathbf{r})|^2$ è la densità di probabilità di trovare l'elettrone in \mathbf{r} negli orbitali *s* idrogenoidi, che è a simmetria sferica; pertanto sarà a simmetria sferica anche la distribuzione di magnetizzazione.

Il nucleo occuperà un volume descritto da un raggio infinitesimo δr , possiamo considerare la densità di probabilità, e quindi la magnetizzazione, uniforme sul nucleo $|\psi_{n00}(\delta r)|^2 \approx |\psi_{n00}(0)|^2$ e quindi inserire la (1.5) nella (1.4) e trovare l'espressione del campo magnetico causato dall'elettrone sul nucleo:

$$\mathbf{B}_{e} = -\frac{2}{3}\mu_{0}\frac{g_{s}\mu_{B}}{\hbar}|\psi_{n00}(0)|^{2}\mathbf{s}$$
(1.6)

Inserendo invece ora la (1.2) e la (1.6) nella (1.3) troviamo il termine perturbativo dell'hamiltoniana dovuto al momento di dipolo magnetico del nucleo per gli orbitali con L = 0:

$$H_{DM}^{L=0} = \frac{g_I \mu_N \mathbf{I}}{\hbar} \cdot \frac{2}{3} \mu_0 \frac{g_s \mu_B}{\hbar} |\psi_{n00}(0)|^2 \mathbf{s} = \frac{A\mathbf{I} \cdot \mathbf{s}}{\hbar^2} = \frac{A\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}}{\hbar^2}$$
(1.7)

Alla fine abbiamo usato il fatto che per $\mathbf{L} = 0$ si ha $\mathbf{s} = \mathbf{J}$ e abbiamo rinominato il fattore moltiplicativo davanti ai due momenti A (dimensioni di una energia). Quest'ultima espressione risulta valida, con un diverso A, anche per livelli con L > 0. Per trovare la separazione di energia che l'hamiltoniana nella forma(1.7) provoca introduciamo una nuova forma di momento angolare (esattamente come per la struttura fine), lo spin atomico totale $\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{J}$. \mathbf{F} sarà associato ai numeri quantici $F \in M_F$ e possiamo prendere la base di autostati simultanei di $\mathbf{I}^2, \mathbf{J}^2, \mathbf{F}^2, \mathbf{F}_z$: $|\gamma, I, J, F, M_F\rangle$, dove γ rappresenta eventuali altri numeri quantici. Possiamo esprimere $\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}$ in funzione di $\mathbf{I}^2, \mathbf{J}^2, \mathbf{F}^2$ come:

$$\mathbf{I} \cdot \mathbf{J} = \frac{\mathbf{F}^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2}{2} \tag{1.8}$$

prendendo gli autostati $|\gamma, I, J, F, M_F\rangle$ possiamo calcolare la variazione di energia dei livelli dovuta al momento di dipolo magnetico del nucleo inserendo (1.8) in (1.7) e calcolando il valore di aspettazione dell'hamiltoniana sugli autostati:

$$\Delta E_{DM} = \frac{A}{2\hbar^2} \langle \gamma, I, J, F, M_F | \mathbf{F}^2 - \mathbf{I}^2 - \mathbf{J}^2 | \gamma, I, J, F, M_F \rangle$$
(1.9)

e sfruttando le note relazioni agli autovalori degli operatori [6]:

$$\Delta E_{DM} = \frac{A}{2} \{ F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \}$$
(1.10)

L'altro contributo significativo allo splitting di struttura iperfine è dovuto all'interazione del momento di quadrupolo elettrico del nucleo, dovuto al fatto che all'interno del nucleo i protoni non formano esattamente una distribuzione di carica sferica. Il momento di quadrupolo elettrico è un tensore simmetrico del secondo ordine Q_{ij} . Il valore di aspettazione della componente Q_{33} sullo stato $|I, M_I = I\rangle$ si definisce di solito come la magnitudine Q del momento di quadrupolo elettrico e il suo valore dà una misura di quanto il nucleo sia distante da una distribuzione sferica di carica. L'interazione tra il momento di quadrupolo e il potenziale elettrostatico esercitato dall'elettrone sul nucleo V_e aggiunge all'hamiltoniana il termine ([5] sec. 5.5) :

$$H_{QE} = \frac{B'}{2I(2I-1)J(2J-1)} \{3(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J})^2 - \frac{3}{2}(\mathbf{I} \cdot \mathbf{J}) - \mathbf{I}^2 \mathbf{J}^2\}$$
(1.11)

Dove B' è una constante di proporzionalità. Usando la relazione (1.8), conoscendo le equazioni agli autovalori e definendo:

$$C = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$$
(1.12)

possiamo calcolare la variazione di energia dei livelli dovuta al momento di quadrupolo elettrico del nucleo come valore di aspettazione di (1.11) sugli stati $|\gamma, I, J, F, M_F\rangle$:

$$\Delta E_{QE} = \langle H_{QE} \rangle = \frac{B}{2I(2I-1)J(2J-1)} \{ \frac{3}{4}C(C+1) - I(I+1)J(J+1) \}$$
(1.13)

dove B ha le dimensioni di un energia.

Lo splitting totale dei livelli che forma la struttura iperfine si ottiene quindi sommando (1.10) (sostituendovi (1.12)) con (1.13):

$$\Delta E_{sif} = \Delta E_{DM} + \Delta E_{QE} = \frac{A}{2}C + \frac{B}{2} \frac{\{\frac{3}{4}C(C+1) - I(I+1)J(J+1)\}}{I(2I-1)J(2J-1)} \quad (1.14)$$

 $A \in B$ variano in base alla specie atomica considerata [6]. I livelli energetici di struttura fine determinati dai numeri quantici n, L, J subiscono dunque un ulteriore splitting nei diversi valori di F possibili (I è uguale per tutti i livelli essendo una caratteristica del nucleo).

1.1.1 Struttura iperfine del Rb

Il Rubidio è un esempio di metallo alcalino , vediamo in dettaglio come cambiano i suoi livelli energetici tenendo conto della struttura iperfine. La configurazione elettronica dello stato fondamentale del Rubidio è $1s^22s^22p^63s^23p^63d^24s^24p^65s^1$ (dove i numeri alla base rappresentano il numero quantico principale n dei diversi orbitali, le lettere sono legate al numero quantico di momento orbitale l e gli esponenti rappresentano il numero di elettroni presenti in tali orbitali). L'elettrone di valenza è nell'orbitale 5s pertanto ha un solo valore di momento totale possibile $J = s = \frac{1}{2}$ e la notazione spettroscopica dello stato fondamentale è $5^2S_{1/2}$ (dove il primo numero è sempre il numero quantico n, il suo esponente è legato al numero



Figura 1.1: Separazione per la transizione D2 nella struttura iperfine del ^{87}Rb e $^{85}Rb.$

quantico di spin s ed è uguale a 2s + 1, la lettera è associata al momento orbitale totale L e il numero a pedice è il valore del numero quantico J momento angolare totale). Se l'elettrone si eccita finisce nell'orbitale 5p dove L = 1, pertanto il momento totale può assumere i valori $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ e i primi due stati eccitati sono $5^2 P_{1/2}$ e $5^2 P_{3/2}$. Ci sono quindi due stati eccitati che saranno separati per struttura fine avendo J diversi, le transizioni tra il livello fondamentale e questi due livelli formano rispettivamente le righe spettrali D1 e D2. Per il ⁸⁷Rb il nucleo ha un momento di spin nucleare I con autovalore $I = \frac{3}{2}$ ci saranno quindi ulteriori splitting di struttura iperfine. Il numero quantico F che distingue i livelli splittati può assumere i valori $|J - I| \le F \le J + I$, pertanto lo stato fondamentale $5^2 S_{1/2}$ avrà: F = 1, 2; il primo stato eccitato $5^2 P_{1/2}$: F = 1, 2; il secondo stato eccitato $5^2 P_{3/2}$: F = 0, 1, 2, 3. Il ⁸⁵Rb invece ha $I = \frac{5}{2}$ e quindi i possibili valori di F nei tre livelli sono: $5^2 S_{1/2}$: F = 2, 3; $5^2 P_{1/2}$: F = 2, 3; $5^2 P_{3/2}$: F = 1, 2, 3, 4 [7]. I livelli coinvolti nella D2 di entrambi gli isotopi sono mostrati in fig.1.1.

Con una struttura di livelli così elaborata è evidente che siano possibili molte transizioni, all'interno di D1 e D2, tra il doppietto del livello fondamentale e i due multipletti dei livelli eccitati, tutte quelle permesse dalle regole di selezione di dipolo elettrico:

$$|\Delta J| \le 1; |\Delta M_J| \le 1; |\Delta F| \le 1; |\Delta M_F| \le 1$$

$$(1.15)$$

mostrate in fig.1.2. Tra le varie transizioni in cui si separano le D2 di ${}^{87}Rb$ e ${}^{85}Rb$ sono rilevanti quella tra il livello F = 2 di $5^2S_{1/2}$ e F' = 3 di $5^2P_{3/2}$ dell'87 e quella



Figura 1.2: Transizioni permesse nelle D2 di ^{87}Rb e ^{85}Rb .

tra il livello F = 3 di $5^2 S_{1/2}$ e F' = 4 di $5^2 P_{3/2}$ dell'85: per la regola $|\Delta F| \leq 1$, infatti, un elettrone in quel sottolivello del secondo livello eccitato potrà ricadere soltanto in quel sottolivello dello stato fondamentale. Una transizione di questo tipo è detta "chiusa" e può essere sfruttata, usando anche un campo magnetico che rimuove la degenerazione in M_F e luce polarizzata che modifica le regole di selezione, per far comportare un atomo come un sistema a due livelli non degeneri.

1.2 Cenni di trappola magneto-ottica per un atomo a due livelli

Una trappola magneto-ottica (MOT) è un dispositivo per intrappolare e raffreddare atomi fino a qualche μK . Questa dispositivo sfrutta un processo: la melassa ottica, che permette di rallentare e raffreddare atomi in movimento applicando su un campione di atomi una forza di tipo viscoso $-\beta \mathbf{v}$. Si riesce ad aumentare notevolmente la densità degli atomi nella melassa ottica aggiungendo alla forza un termine elastico $-k\mathbf{x}$ che intrappola gli atomi. Questo viene fatto con una tecnica sperimentale che sfrutta l'effetto Zeeman, realizzando così la MOT. Si può studiare il funzionamento della MOT nel modello semplificato di atomo a 2 livelli a una dimensione.

1.2.1 Principali risultati dell'atomo a due livelli

L'atomo a due livelli è un modello teorico per descrivere l'interazione tra atomi e radiazione elettromagnetica in cui si assume l'atomo abbia solo due stati energetici possibili (lo stato fondamentale $|1\rangle$ e uno stato eccitato $|2\rangle$), il campo elettromagnetico sia un'onda classica monocromatica e che l'interazione tra i due aggiunga all'hamiltoniana un termine del tipo $-\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$, cioè proporzionale al prodotto scalare tra il momento di dipolo dell'atomo e il campo. La separazione energetica tra i livelli è $h\nu_0$ mentre la frequenza dell'onda è ν , il detuning tra le due frequenze si esprime come

$$\Delta = 2\pi(\nu - \nu_0) \tag{1.16}$$

L'elettrone può transire tra i due livelli attraverso i processi di assorbimento e emissione stimolata, legati all'interazione col campo elettromagnetico. Nella trattazione si possono inoltre aggiungere termini legati all'emissione spontanea in modo fenomenologico. I tre processi di transizione atomica possibili sono mostrati in fig.1.3.



Figura 1.3: Possibili processi di transizioni atomiche in un atomo a due livelli.

Questo modello permette di calcolare la probabilità di trovare l'atomo, in presenza del campo elettromagnetico, nello stato eccitato $|2\rangle$ a regime stazionario:

$$|\beta|^{2} = \frac{1}{2} \frac{s\gamma^{2}}{\gamma^{2}(1+s) + \Delta^{2}}$$
(1.17)

dove s è il parametro di saturazione ed è uguale a I/I_s , cioè il rapporto tra l'intensità della radiazione e l'intensità di saturazione (il valore per cui si equivalgono emissione spontanea e stimolata, $I_s \approx 1.6 \text{mW/cm}^2$ per la transizione D2 del Rubidio), mentre γ è la costante di decadimento per emissione spontanea dello stato $|2\rangle$ (cioè la A di Einstein) [8]. In assenza di campo esterno gli atomi nello stato eccitato $|2\rangle$ decadono esponenzialmente su $|1\rangle$ con una vita media data da $\Delta t = 1/\gamma$. Per il principio di indeterminazione di Heisenberg alla vita media è legata una incertezza sulla separazione in energia dei due livelli, che risulta essere, espressa in frequenza, uguale a:

$$\Gamma = \frac{\gamma}{2\pi} \tag{1.18}$$

 Γ per il Rubidio vale circa 6 MHz, e sarebbe la larghezza a mezza altezza (FWHM) della Lorentziana che descrive lo spettro di emissione spontanea (fig.1.4):

$$\mathcal{L}(\nu,\nu_0,\Gamma) = \frac{1}{1+4(\nu-\nu_0)^2/\Gamma^2}$$
(1.19)

Emissione stimolata e assorbimento hanno un tasso di transizione dato da αI . È proporzionale all'intensità del campo e dipendente dalla sua frequenza: questi processi, infatti, avvengono solo per campi elettromagnetici con pulsazione prossima a quella di risonanza. La dipendenza dalla frequenza è contenuta in:

$$\alpha = \alpha_0 \mathcal{L}(\nu, \nu_0) \tag{1.20}$$

dove $\mathcal{L}(\nu, \nu_0)$ è data da (1.19) e α_0 è legata a I_s e γ tramite:

$$I_s = \frac{\gamma}{\alpha_0} \tag{1.21}$$

e vale circa $2 \cdot 10^6 \text{m}^2/\text{J}$ per le transizioni del Rubidio che ci interessano [1].



Figura 1.4: Profilo Lorentziano che caratterizza emissione e assorbimento di un atomo a due livelli. [1]

1.2.2 Composizione della MOT in tre dimensioni

Supponendo di lavorare con atomi a due livelli, il primo processo coinvolto nella MOT (la melassa ottica) si realizza puntando su un campione di atomi tre coppie di fasci laser contropropaganti bloccati su una frequenza di poco inferiore alla frequenza di risonanza degli atomi ν_0 . In questo modo si ottiene l'effetto di rallentare gli atomi fino quasi a fermarli nella zona di intersezione dei fasci. Uno schema di questo sistema è mostrato in fig.1.5. Gli atomi nel volume di trappola della melassa non sono però intrappolati, quelli che diffondono fino al limite della zona di intersezione possono uscire non essendo riattratti verso di essa.

Si riesce a riattirare gli atomi che escono dal volume utilizzando fasci laser con polarizzazione circolare e aggiungendo un campo magnetico sul campione che si annulla solo nella zona di intersezione dei fasci. Ciò viene solitamente fatto fissando due bobine con corrente che scorre in verso opposto all'esterno della trappola come in fig.1.5, completando così l'apparato della trappola magneto-ottica.



Figura 1.5: Rappresentazione di una MOT in tre dimensioni. [2]

1.3 Spettroscopia di saturazione

Nella fase preliminare della costruzione di una MOT si utilizza una tecnica nota come "spettroscopia di saturazione" per ottenere lo spettro di assorbimento del gas di atomi (nel nostro caso rubidio) con una risoluzione tale da evidenziare anche le transizioni tra i diversi livelli di struttura iperfine. Tale processo è necessario per poter stabilizzare i laser della MOT, tramite dei circuiti di feedback, sulle opportune frequenze delle transizioni sfruttate.

1.3.1 Allargamento Doppler

Gli atomi di un gas contenuto in una cella si muoveranno termicamente in tutte le direzioni, seguendo la distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann. Fissata una direzione, dati n_0 atomi per unità di volume nella cella, la frazione di atomi per unità di volume che hanno componente della velocità parallela a questa direzione compresa tra v e v + dv è quindi:

$$dn = n_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-mv^2/2kT} dv \tag{1.22}$$

che è una Gaussiana con deviazione standard:

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{kT}{m}} \tag{1.23}$$

Gli atomi a due livelli, con frequenza di risonanza ν_0 , con una certa componente della velocità v lungo la direzione di propagazione di un laser di frequenza ν saranno in risonanza col laser non per $\nu = \nu_0$, bensì per:

$$\nu = \nu_0' = \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right) \tag{1.24}$$

per effetto Doppler, supponendo che il segno positivo di v indichi lo stesso verso di percorrenza del laser.

Un fascio laser che si propaga all'interno di una cella interagendo con gli atomi per assorbimento ed emissione stimolata subisce una variazione della propria intensità man mano che avanza. Tale variazione sarà uguale al prodotto tra l'energia scambiata $h\nu$ (assorbita o emessa), il rate di transizione stimolata e la differenza tra le popolazioni nei due livelli: gli atomi nello stato $|1\rangle$ diminuiranno l'intensità del fascio effettuando assorbimento, mentre quelli in $|2\rangle$ l'aumenteranno per emissione stimolata. Il rate di transizione per assorbimento ed emissione stimolata era αI con α dato da (1.20), pertanto si trova:

$$\frac{dI}{dx} = -h\nu\alpha In_0(P_1 - P_2) = -\kappa I \tag{1.25}$$

 κ è il coefficiente di assorbimento e P_1, P_2 le frazioni di atomi nei due stati. In assenza di laser, o per laser debole: $I \ll I_s$, la grande maggioranza degli atomi starà nello stato fondamentale, pertanto si può considerare $P_1 - P_2 \approx 1$. L'espressione di κ contiene in α la Lorentziana $\mathcal{L}(\nu, \nu_0, \Gamma)$ (1.19) che dipende dalla differenza tra la frequenza del laser ν e la frequenza di risonanza degli atomi ν_0 . Sappiamo però che gli atomi nella cella si muovono con velocità diverse e hanno diverse frequenze di risonanza legate alla velocità da (1.24). Possiamo quindi trovare il coefficiente di assorbimento $d\kappa$ per un gruppo di atomi dn con velocità compresa tra $\nu \in \nu + d\nu$ sostituendo nella (1.25) dn a $n_0 \in \mathcal{L}(\nu, \nu'_0)$ a $\mathcal{L}(\nu, \nu_0)$ all'interno di α :

$$d\kappa = h\nu\alpha_0 \mathcal{L}(\nu,\nu_0')dn = h\nu\alpha_0 \mathcal{L}(\nu,\nu_0')n_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}e^{-mv^2/2kT}dv$$
(1.26)

dove alla fine abbiamo scritto dn in funzione di dv sfruttando la (1.22).L'integrazione dell'eq.(1.26) in dv sarebbe la convoluzione di una Gaussiana e una Lorentziana, ma dato che la Lorentziana ha valore significativamente diverso da 0 solo per uno stretto range di velocità attorno alla velocità $v_{probe} = c(\nu/\nu_0 - 1)$ per cui $\nu = \nu'_0$, funge da δ e fa si che si possa approssimare l'integrale al prodotto tra l'esponenziale in cui è sostituita v_{probe} a v e l'integrale della Lorentziana (quest'ultimo cambiando variabile da v a ν'_0 dà $\frac{c\pi\Gamma}{2\nu_0}$). In questo modo troviamo una dipendenza Gaussiana del coefficiente di assorbimento κ in funzione di ν centrata in ν_0 , come mostrato in fig.1.6

$$\kappa = \kappa_0 e^{-(\nu - \nu_0)^2 / 2\sigma_\nu^2} \tag{1.27}$$

dove la deviazione standard è:

$$\sigma_{\nu} = \nu_0 \sqrt{\frac{kT}{mc^2}} \tag{1.28}$$

e il fattore moltiplicativo è uguale a:

$$\kappa_0 = n_0 h \nu \alpha_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \frac{c}{\nu_0} \frac{\pi \Gamma}{2}$$
(1.29)



Figura 1.6: Andamento Gaussiano del coefficiente di assorbimento κ con la frequenza ν in presenza di un singolo fascio laser. [1]

Data la (1.25) si trova che l'intensità del laser dopo che ha attraversato una certa lunghezza x della cella, in approssimazione di campo debole (cioè $I \ll I_s$ e $P_1 - P_2 \approx 1$), ha una dipendenza dalla sua frequenza ν che è data dalla legge di Lambert-Beer:

$$I(\nu) = I_0 e^{-\kappa(\nu)x} \tag{1.30}$$

dove κ è la Gaussiana data dalla (1.27). Nel caso non valga l'approssimazione di campo debole invece il coefficiente di assorbimento κ è dipendente dall'intensità del laser e vale:

$$\kappa = \kappa_0' e^{-(\nu - \nu_0)^2 / 2\sigma_\nu^2} \tag{1.31}$$

dove σ_{ν} è sempre dato da (1.28), mentre κ'_0 contiene κ_0 (1.29) e la dipendenza dall'intensità:

$$\kappa_0' = \frac{\kappa_0}{\sqrt{1+2s}} \tag{1.32}$$

Risulta quindi evidente che con un campione di atomi a due livelli in movimento e un singolo fascio laser non è possibile ottenere uno spettro che mostri il profilo Lorentziano caratteristico della transizione tra i due livelli (fig.1.4) di $FWHM = \Gamma \approx 6$ MHz. Si misura un andamento dell'intensità a campana, centrato sulla frequenza di risonanza ν_0 , ma con una larghezza molto superiore, anche due ordini di grandezza, alla Γ della Lorentziana: stimando la FWHM del profilo di assorbimento per il rubidio con la (1.28) (in cui prendiamo $\nu_0 = 3.85 \cdot 10^{14}$ Hz la frequenza della D2 di ⁸⁷Rb e ⁸⁵Rb, come massa del Rubidio m = 85.47u e T = 300K) troviamo $FWHM = 2\sqrt{2ln2}\sigma_{\nu} \approx 515$ MHz. Questo allargamento è dovuto alle interazioni degli atomi in movimento con il laser, la cui frequenza di risonanza è diversa da ν_0 per effetto Doppler e prende il nome di "allargamento Doppler", il profilo di assorbimento ad esso associato viene detto "profilo Doppler" [1].

1.3.2 Saturazione

Se si vogliono superare i limiti di risoluzione dovuti all'allargamento Doppler si può aggiungere un secondo fascio laser sulla cella contenente gli atomi. Il secondo fascio ha solitamente stessa frequenza ma diversa intensità del primo (nel nostro caso in realtà avranno anche frequenze diverse di 80 MHz). Il fascio originale e il secondo contropropagante prendono rispettivamente il nome di "probe" e "pump". Se per gli atomi con velocità v nella direzione dei fasci la frequenza di risonanza con il probe era data dalla (1.24), al contrario la frequenza per cui sono risonanti con il pump sarà:

$$\nu = \nu_0'' = \nu_0 \left(1 - \frac{v}{c} \right) \tag{1.33}$$

pertanto, data una certa frequenza ν dei due laser, un gruppo di atomi con una certa velocità non nulla che sono risonanti con il probe non potranno essere risonanti anche con il pump. Gli atomi con stessa velocità ma in verso opposto saranno invece risonanti con il pump ma non con il probe. Gli unici atomi che per $\nu = \nu_0$ sono risonanti contemporaneamente con entrambi i fasci sono quelli con velocità nulla. Supponiamo che il pump sia molto intenso e che il probe sia debole. Misurando l'intensità del probe al variare di ν dopo aver attraversato la cella si otterrà il normale profilo di allargamento Doppler per frequenze lontane da ν_0 , mentre in un intorno di ν_0 ci sarà un picco di trasparenza che prende il nome di "Lamb dip" (come mostrato in fig.1.7), cioè in quel range di frequenza il probe subisce un brusco calo dell'assorbimento da parte degli atomi. Ciò si spiega proprio perchè per $\nu = \nu_0$ c'è una classe di atomi che è risonante con entrambi i fasci: gli atomi con velocità nulla, infatti, assorbiranno molto dal pump, che è più intenso, passando dallo stato fondamentale a quello eccitato (se si arriva a un'uguale frazione di atomi di questa classe nei due stati $P_1 = P_2$ si dice che il laser ha "saturato" la transizione); pertanto il probe al suo passaggio incontrerà molti meno atomi nello stato fondamentale pronti ad assorbire i suoi fotoni, e questi riusciranno in numero maggiore ad attraversare la cella provocando un picco dell'intensità nello spettro [1].

Questi picchi hanno la forma Lorentziana discussa nel paragrafo 1.2.1. Come si vede in fig.1.7, però, subiscono un notevole allargamento e aumento di profondità all'aumentare della potenza del laser di pump, questo fenomeno è noto come "po-



Figura 1.7: Andamento del coefficiente di assorbimento κ con la frequenza ν in presenza di entrambi i fasci, a diverse intensità del pump. [1]

wer broadening". L'aumento della profondità del picco è semplicemente dovuto alla saturazione: più è intenso il pump, più atomi rimuove da quelli eccitabibili dal probe e quindi più alto sarà il picco. Meno scontato è l'effetto di allargamento: mentre al centro del picco, una volta raggiunta la saturazione, aumentando l'intensità del pump non varia più la quantità di fotoni del probe che possono passare, sulle code della Lorentziana del picco non si è a saturazione, qui aumentando il pump continuano ad aumentare gli atomi eccitati da questo e non più eccitabili dal probe. Un ampliamento delle code corrisponde ad un allargamento del profilo [7]. L'allargamento del profilo Lorentziano del picco è dato da:

$$\Gamma(s) = \Gamma \sqrt{1+s} \tag{1.34}$$

dove s era dato dal rapporto tra l'intensità del laser e l'intensità di saturazione [8].

1.3.3 Atomi a più livelli

Finora abbiamo considerato per i processi coinvolti nella spettroscopia di saturazione atomi a due livelli con una singola transizione. Sappiamo tuttavia che si tratta di un modello teorico semplificato, negli esperimenti veri e propri si ha a che fare con atomi con una struttura di livelli più intricata come quella del Rubidio discussa nel paragrafo 1.1.1. Quanto detto fin'ora continua a valere se abbiamo più transizioni determinate da frequenze sufficientemente distanti tra loro: in tal caso effettuando una spettroscopia di saturazione si trova per ogni transizione un profilo di allargamento Doppler con un Lamb dip centrale. Questi profili non saranno sovrapposti, ma separati sullo spettro che si ottiene in quanto la distanza tra le frequenze di transizione è maggiore delle larghezze dei profili Doppler (approssimate da (1.28)).

La situazione cambia quando abbiamo a che fare con transizioni su livelli molto vicini tra loro, e quindi caratterizzate da frequenze di valori simili. Ne sono un esempio le transizioni D2 dei due isotopi di Rubidio, mostrate in fig.1.2: i livelli di struttura iperfine dei multipletti $5^2 P_{3/2}$ sono infatti molto vicini tra loro e quindi le transizioni tra uno dei livelli fondamentali e tali livelli avranno profili di assorbimento sovrapposti. Ciò significa che effettuando una spettroscopia di saturazione si ottiene un profilo di allargamento Doppler che non è l'esponenziale di una singola Gaussiana come in (1.30), bensì l'esponenziale di una somma di Gaussiane una per ogni transizione. Ovviamente anche di Lamb dip non ce ne sarà più uno solo centrale ma ce ne saranno uno per ogni transizione e degli altri ancora detti di "crossover" come in fig.1.8.



Figura 1.8: Andamento del coefficiente di assorbimento κ per due transizioni ν_1 , ν_2 sovrapposte con un dip di crossover. [1]

I picchi di crossover sono a frequenze esattamente a metà tra quelle di risonanza di due distinte transizioni. Consideriamo due transizioni da uno stesso stato fondamentale su due diversi, ma vicini, stati eccitati con frequenze $\nu_1 \in \nu_2$, con $\nu_1 < \nu_2$. Ci sarà una classe di atomi che si muove con una certa velocità (andando incontro al probe e nello stesso verso del pump) per cui riceverà il probe di frequenza $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$ spostato verso il blu fino ad essere precisamente in risonanza con ν_2 , e il pump, con la stessa frequenza, spostato verso il rosso fino a essere risonante con ν_1 . La classe di atomi con stessa velocità in senso contrario invece sarà nella condizione opposta. Per la prima classe di atomi i fotoni del pump, che è più intenso, verranno assorbiti da molti atomi nella transizione ν_1 , che si ecciteranno nel primo dei due livelli. A questo punto i fotoni del probe, che sarebbero stati assorbiti nell'altra transizione ν_2 , trovernano meno atomi nello stato fondamentale da eccitare e attraverseranno più numerosi la cella senza subire assorbimento formando il dip di crossover, fig.1.8. Alla formazione di questo picco parteciperà anche la classe di atomi con velocità opposta semplicemente invertendo le transizioni del probe e del pump. I dip di crossover quindi, a differenza dei Lamb dip ordinari, sono dovuti a due distinte classi di atomi [1].

Capitolo 2

Realizzazione della Spettroscopia di saturazione

Questa seconda parte della tesi tratta il lavoro di spettroscopia di saturazione del Rubidio effettivamente svolto in laboratorio. Viene descritto l'apparato sperimentale utilizzato e le procedure seguite.

2.1 Apparato sperimentale

Gli strumenti utilizzati per effettuare la spettroscopia di saturazione del Rubidio sono:

- Diodo laser 780nm Eagleyard EYP-DFB-0780-00040-1500-BFW11-0005 (fig.2.1);
- Isolatore Thorlabs 780nm (fig.2.1);
- Beam splitter (fig.2.1);
- Modulatore acusto-ottico Crystal Technology 3080 (fig.2.1);
- Generatore da 80 MHz;
- Amplificatore da 1 W;
- Generatore di funzione;
- Lamina $\lambda/2$ (fig.2.1);
- Specchi (fig.2.1);
- Prisma riflettente a 90 gradi (fig.2.1);

- Cella di vetro contenente Rubidio (fig.2.1);
- Fotodiodo BPW34 (fig.2.1);
- Oscilloscopio Rigol DS2302A;
- Portatile;
- Circuiti di controllo (fig.2.2);
- Occhiali protettivi.



Figura 2.1: Setup sperimentale: 1 Diodo Laser; 2 Isolatore; 3 Lamina $\lambda/2$; 4 Beam splitter; 5 Modulatore Acusto-Ottico; 6 Prisma rifelttente a 90 gradi; 7 Cella di Rubidio; 8 Fotodiodo.

Il diodo laser varia la frequenza emessa in base alla corrente che vi scorre e alla sua temperatura. La dipendenza della lunghezza d'onda da questi parametri è lineare e i rapporti incrementali dal data sheet del laser sono:

$$d\lambda/dT = 0.06 \text{nm/K} \tag{2.1}$$

$$d\lambda/dI = 0.003 \text{nm/mA} \tag{2.2}$$

Questi parametri sono impostati tramite due circuiti controllati con un programma sul portatile. Sempre dal computer è governabile un altro circuito che imposta la temperatura della cella di Rubidio. I contenitori dei circuiti sono mostrati in fig.2.2. In figura sono indicati anche il computer che controlla tutti circuiti, un Raspberry Pi a cui si connette il portatile attraverso la rete wifi del laboratorio, e la scatola contenente il generatore a 80 MHz che pilota il modulatore acustoottico. Quest'ultimo componente contiene anche altri circuiti che permettono di amplificare ed elaborare il segnale del fotodiodo, ottenendo una sorta di derivata prima del segnale. Ciò sarà utile in fasi successive dell'attività sperimentale, che non rientrano nel mio lavoro di tesi.

La scatola di metallo che contiene il fotodiodo contiene anche una resistenza da 500 Ω che converte la corrente prodotta dal fotodiodo in tensione. Tale tensione può essere visualizzata in funzione del tempo sull'oscilloscopio; i dati mostrati sullo schermo dell'oscilloscopio si possono poi acquisire sul calcolatore. La corrente nel fotodiodo è proporzionale alla potenza del laser che attraversa l'apertura (quindi anche la tensione generata lo è). Tra fotocorrente e potenza vale la relazione: 0.5 mA \approx 1 mW.

L'isolatore è uno strumento che permette il passaggio di luce in una sola direzione, in questo caso ha lo scopo di impedire che il fascio venga retroriflesso sul laser, disturbandone il funzionamento.

La lamina $\lambda/2$ ruota la polarizzazione del fascio entrante. Il beam splitter riflette parte del fascio e trasmette il resto. La parte riflessa, che verrà utilizzata in una parte successiva dell'esperimento, dovrà avere polarizzazione controllata, per questo il fascio passa prima dalla lamina $\lambda/2$.

Il modulatore acusto-ottico (AOM) permette di diffrangere e modificare la frequenza del fascio laser attraverso l'interazione con fononi a radio frequenza. In questo caso viene utilizzato per dividere in due il fascio originale e aggiungere a uno dei due fasci risultanti 80MHz di frequenza. Questi fasci saranno il probe e il pump coinvolti nella spettroscopia. Il modulatore viene pilotato attraverso un generatore da 80 MHz e un amplificatore da 1 W.

La cella di Rubidio contiene un campione di atomi così come si trova in natura, cioè con entrambi gli isotopi nelle proporzioni: ${}^{87}Rb$ [28%] e ${}^{85}Rb$ [72%]. Ha una lunghezza di 8 cm, è di vetro ma ha dei supporti metallici che possono essere riscaldati e che, per conduzione, riscaldano la cella.

2.2 Procedura

Tutti gli elementi del setup sperimentale mostrato in fig. 2.1 erano stati precedentemente allineati in modo che il fascio uscente dal laser effettuasse il seguente percorso, mostrato in fig.2.4: passa attraverso l'isolatore, viene riflesso su uno spec-



Figura 2.2: Circuiti di controllo: 1 computer Rasberry Pi; 2 Generatore da 80 MHz; 3 Temperatura cella di Rubidio; 4 Temperatura del laser; 5 Corrente del laser.

chio, passa attraverso la lamina $\lambda/2$ e il beam splitter per poi arrivare all'AOM, dove il fascio si divide in due: una parte viene leggermente deflessa e subisce un aumento di 80 MHz di frequenza, l'altra prosegue inalterata (rispettivamente il pump e il probe); questi due fasci vengono riflessi da un altro specchio e proseguono allineati fino a che non arrivano su due facce diverse di un prisma riflettente che fa prender loro direzioni opposte; a questo punto il probe è già ben indirizzato per entrare da un lato nella cella di rubidio e arrivare sull'apertura del fotodiodo, il pump invece subisce altre tre riflessioni prima di attraversare dall'altro lato la cella e sovrapporsi al probe.

L'apparato descritto è stato utilizzato per ottenere una spettroscopia di assorbimento della riga D2 del ⁸⁷Rb e del ⁸⁵Rb che mostri le transizioni elettroniche tra i livelli rappresentati in fig.1.1. Come discusso nel paragrafo 1.3 a ogni transizione è in teoria associato un profilo di assorbimento Doppler. In questo caso però i livelli di struttura iperfine eccitati su cui transiscono gli elettroni sono molto vicini tra loro (separazioni dell'ordine di 100MHz) e quindi i profili di molte transizioni saranno sovrapposti combinandosi in un unico profilo Doppler. Più precisamente, lo spettro che si riesce ad ottenere presenta quattro distinti profili di allargamento Doppler: il ⁸⁷Rb formerà un profilo per le transizioni dal suo livello fondamentale con F = 1 e un altro per quelle da F = 2, allo stesso modo per il ⁸⁵Rb ci sarà un profilo per il livello F = 2 e uno per F = 3. Ci sono quindi due profili Doppler per ogni isotopo, in quanto entrambi hanno due sottolivelli del livello fondamentale con una separazione dell'ordine del GHz, che permette di visualizzare i profili separati e non sovrapposti, è mostrata una rappresentazione teorica dello spettro in fig. 2.3.



Figura 2.3: Schema teorico dei profili di assorbimento Doppler della riga D2 degli isotopi ${}^{87}Rb$, ${}^{85}Rb$ [3].

Per prima cosa è quindi necessario capire come variare la frequenza emessa dal laser, innanzitutto per potersi muovere lungo lo spettro e trovare le zone in cui ci sono effettivamente i profili Doppler (saranno visualizzati uno alla volta non come in fig.2.3), in secondo luogo per poter "spazzare" gli intervalli di frequenza che contengono i diversi profili e acquisirne i dati. Come detto nel precedente paragrafo, i parametri che determinano la frequenza di emissione del laser sono la temperatura e la corrente che scorre nel diodo. Per muoversi da una parte all'altra dello spettro si è variata la temperatura dal programma sul computer, che è provvisto anche di un meccanismo di feedback per essere certi che la temperatura impostata sia stata raggiunta. La corrente è invece stata impostata a 88mA, ma, mandando un'onda triangolare di tensione da un generatore di funzione esterno (20V piccopicco visualizzabile sull'oscilloscopio) sul generatore di corrente del laser (fig.2.2), si è fatto si che variasse periodicamente di ± 1 mA quindi tra 87mA-89mA. In questo modo era possibile visualizzare sull'oscilloscopio lo spettro spazzato dal laser nell'intorno di una certa frequenza, determinata dalla temperatura impostata e dalla corrente di 88mA. La larghezza del range spazzato è determinata dal ± 1 mA dell'onda triangolare, e si può facilmente calcolare in termini di lunghezza d'onda dalla (2.2), e poi in termini di frequenza prendendo come λ di riferimento i 780 nm delle D2 del Rubidio:

$$\Delta \lambda = 2\mathrm{mA} \cdot 0.003 \mathrm{nm/mA} = 0.006 \mathrm{nm} \tag{2.3}$$

che corrisponde a $\Delta \nu = 3$ GHz. Sull'asse x dello spettro visualizzabile sull'oscilloscopio non c'è tuttavia la lunghezza d'onda (o la frequenza), ma il tempo. I dati acquisiti sono infatti in termini di tensione ai capi del fotodiodo, proporzionale alla potenza del laser trasmessa, e tempo, direttamente legato alla lunghezza d'onda tramite l'onda triangolare di corrente.

Una volta individuato uno dei quattro profili Doppler ad una certa temperatura del laser, sono state modificate le impostazioni dell'oscilloscopio in modo da visualizzare sullo schermo circa un semiperiodo dell'onda triangolare sovrapposto al corrispondente spettro di assorbimento. Si è anche passati all'accoppiamento AC dell'oscilloscopio, per rendere più visibili gli allargamenti Doppler (in questo modo le curve di assorbimento si estendo attorno a 0V sull'asse y). Dopodiché si è ostacolato con un cartoncino il fascio di pump, in modo da visualizzare solo il profilo di allargamento Doppler senza i Lamb dip, e si è posto un foglio di carta semitrasparente all'uscita del diodo laser per attenuare un po' il segnale. Il foglio di carta lascia passare circa il 22% della potenza del laser: la tensione generata dal fotodiodo in assenza di assorbimento, infatti, era 83 mV senza attenuazione e 18 mV con attenuazione. A questo punto si è dato il comando di acquisizione dal calcolatore che crea un file contenente esattamente i dati mostrati sul monitor dell'oscilloscopio, sono stati presi sia i dati dello spettro sia quelli dell'onda triangolare (utili durante l'analisi per sapere con precisione dove tagliare il file). E stato poi rimosso l'ostacolo del pump e sono stati acquisiti i dati anche del profilo con i picchi di assorbimento. Questo procedimento è stato ripetuto per tutti e quattro i profili Doppler. Per due di questi è stato effettuato anche uno zoom, sempre modificando le impostazioni dell'oscilloscopio, sui Lamb dip e sono stati acquisiti i dati di questo spettro con e senza il foglio di attenuazione per verificare la presenza di power broadening. Ci si è infine posizionati, variando la temperatura, in una zona senza assorbimento e si è impostato il fotodiodo a corrente continua per misurare sull'oscilloscopio la tensione stazionaria, riconducibile alla potenza del laser in assenza di assorbimento, usata poi per calcolare l'assorbimento relativo. Durante tutto il procedimento la temperatura della cella di Rubidio è stata impostata, e mantenuta costante, a 30°C.

Le temperature a cui sono stati trovati i profili e a cui sono stati acquisiti i dati sono mostrate nella tab.2.2. Il programma di controllo, che mostra se la temperatura richiesta è stata raggiunta, era stato impostato in modo che desse esito positivo entro ± 5 mK dal valore stabilito, questo intervallo è stato preso come errore sulle misure:

Transizioni che generano il profilo	Temperatura (° C)
$^{87}Rb, F = 2$	30.74 ± 0.005
$^{85}Rb, F = 3$	30.70 ± 0.005
$^{85}Rb, F = 2$	30.59 ± 0.005
$^{87}Rb, F = 1$	30.49 ± 0.005

Tabella 2.1: Temperature impostate per individuare i quattro profili Doppler.



Figura 2.4: Setup sperimentale: 1 Fascio iniziale; 2 Fascio di probe; 3 Fascio di pump.

Capitolo 3 Dati raccolti ed analisi

Quest'ultima parte di tesi verte sulla presentazione dei dati raccolti e sui risultati che l'analisi di questi dati ha prodotto.

3.1 Profili di assorbimento Doppler

3.1.1 Assorbimenti relativi



Figura 3.1: Profili di assorbimento Doppler osservati.

Sono mostrati in fig.3.1 i quattro profili di allargamento Doppler misurati in un semiperiodo decrescente dell'onda triangolare. Corrispondono ai profili, mostrati tutti insieme, dello schema di fig.2.3. Come anticipato i dati sono in termini di tensione (V) e tempo (s). La lunghezza d'onda è proporzionale alla corrente, sta quindi diminuendo negli intervalli di tempo in cui si sono acquisiti i dati. Ciò significa che gli spettri ricalibrati avranno, invece, frequenza crescente sull'asse x; per effettuare un'analisi sulla distanza in frequenza tra i vari picchi e la loro larghezza è, in effetti, più comodo avere l'asse x ricalibrata in termini di frequenza. Ciò verrà fatto nel prossimo paragrafo; intanto, però, è possibile calcolare l'assorbimento relativo di questi quattro gruppi di transizioni.

I dati sono stati presi con l'oscilloscopio accoppiato in AC (cioè con un condensatore in ingresso che rimuove al segnale il suo valor medio), motivo per cui non è visibile negli spettri di fig.3.1 il livello di tensione in assenza di assorbimento da cui si sviluppano le curve. Tale tensione è stata però misurata in laboratorio dall'oscilloscopio, si può quindi calcolare il rapporto tra la profondità delle buche di assorbimento e questa tensione (entrambi in V) e ottenere l'assorbimento relativo. Essendo la potenza del laser proporzionale alla tensione ai capi del fotodiodo non è necessario riconvertire le tensioni per questo calcolo. I dati degli spettri (a), (b) e (d) in fig.3.1 sono stati acquisiti tutti nella stessa sessione di laboratorio e per questi la tensione misurata in assenza di assorbimento era $V_{01} = (18 \pm 3)$ mV (prendendo come errore quello indicato sul data sheet dell'oscilloscopio: $\pm 1/10$ del fondoscala impostato (5mV), $\pm 2mV$, $\pm 1\%$ della misura); lo spettro (c) invece è stato misurato in un'altra occasione (motivo per cui ha un intervallo di tempi sull'asse x diverso dagli altri) per via di un errore nell'acquisizione precedente e in questo caso la tensione senza assorbimento era $V_{02} = (60 \pm 3)$ mV. Per stimare la profondità delle buche di assorbimento ho semplicemente graficato i dati su Fityk ¹, tracciato una retta congiungente le estremità della buca e calcolato la differenza tra il minimo della curva e il corrispondente punto sulla retta individuati col cursore (ripetendo l'operazione una decina di volte per ogni profilo per avere una stima più accurata sulla misura ed un errore). L'andamento apparentemente lineare decrescente della tensione in sottofondo alle curve di assorbimento può essere dovuto al fatto che sul semiperiodo decrescente dell'onda triangolare la corrente del laser sta diminuendo da 89mA a 87mA: sul data sheet del laser usato è infatti riportato che l'intensità ha un andamento lineare con la corrente oltre i 70mA. I risultati così ottenuti sono riportati in tab.3.1.1:

Ci si aspetterebbe un andamento degli assorbimenti relativi qualitativamente in linea con ciò che si vede in fig.2.3: cioè assorbimenti maggiori per i due profili

 $^{^1}Fityk$ è un'applicazione per l'adattamento di curve a dati sperimentali. Utile per determinare i parametri delle curve da inserire poi nei programmi con cui si realizzano i grafici. https://fityk.nieto.pl/

Profilo Doppler	$V_0(\mathrm{mV})$	$\Delta V(\mathrm{mV})$	ΔV_{rel}
$^{87}Rb, F = 2$	18 ± 2.7	7.42 ± 0.02	0.41 ± 0.06
$^{85}Rb, F = 3$	18 ± 2.7	9.39 ± 0.03	0.52 ± 0.08
$^{85}Rb, F = 2$	60 ± 3.1	11.39 ± 0.17	0.189 ± 0.010
$^{87}Rb, F = 1$	18 ± 2.7	1.170 ± 0.008	0.065 ± 0.010

Tabella 3.1: Assorbimenti relativi dei diversi profili di allargamento Doppler.

centrali del ⁸⁵Rb, con assorbimento massimo per F = 3, e assorbimenti minori per quelli del ⁸⁷Rb, con assorbimento minimo per F = 1, in quanto è maggiore l'abbondanza dell'isotopo 85 (⁸⁵Rb [72%], ⁸⁷Rb [28%] [7]). I risultati riportati in tab. 3.1.1 rispecchiano parzialmente le attese: ci sono effettivamente assorbimento relativo massimo e minimo per ⁸⁵Rb, F = 3 e ⁸⁷Rb, F = 1; l'assorbimento legato a ⁸⁵Rb, F = 2, però, risulta essere significativamente inferiore di quello associato a ⁸⁷Rb, F = 2 a differenza di quanto ci si attendeva. Va però ricordato che lo spettro di ⁸⁵Rb, F = 2 è stato acquisito in una sessione di laboratorio diversa dagli altri, con una intensità del laser significativamente maggiore che ha evidentemente influito sull'assorbimento relativo, non rendendolo confrontabile con gli altri tre.

3.1.2 Calibrazione in frequenza dei dati raccolti

Come anticipato, per effettuare più facilmente l'analisi degli spettri è utile calibrare i dati in termini della frequenza del laser che colpisce il fotodiodo, piuttosto che di intervalli di tempo indipendenti per ogni spettro. Questa operazione può essere fatta facilmente usando strumenti quali gli interferometri di Fabry-Peròt o di Michelson; non avendo però a disposizione tali dispositivi si è dovuto trovare un altro modo per ricondurre i tempi alle frequenze.

La lunghezza d'onda ha un andamento lineare con la temperatura e la corrente, come mostrano le eq.(2.1),(2.2). Vale dunque:

$$\lambda(T, I) = \lambda_0 + A \cdot T + B \cdot I \tag{3.1}$$

dove però λ_0 è ignoto, mentre $A \in B$ si potrebbero prendere uguali ai coefficienti del data sheet, ma essendo quei valori indicativi sono stati calcolati sulla base dei dati raccolti e di alcune lunghezze d'onda di riferimento. In ognuno dei quattro spettri misurati la temperatura è tenuta costante, mentre la corrente varia linearmente con il tempo. Dato che lunghezza d'onda e corrente sono proporzionali, anche λ sarà lineare col tempo.

Si può trovare il coefficiente di proporzionalità tra lunghezza d'onda e corrente (B) se si riescono ad associare due Lamb dip di uno degli spettri acquisiti, di

cui conosciamo la separazione in tempo Δt , a due transizioni di cui sappiamo le frequenze di riferimento. In tal caso infatti potremmo calcolare $B = \frac{d\lambda}{dI} = \frac{d\lambda}{dt} \frac{dt}{dI}$ sapendo che la corrente varia in un semiperiodo di 2 mA. Ciò è stato fatto per due dei picchi dello spettro di ^{87}Rb , F = 2 (mostrato in fig.3.2), ricondotti ai picchi di crossover tra i livelli eccitati F' = 1, F' = 3 e F' = 2, F' = 3 tramite il confronto con alcuni spettri tabulati. I valori di riferimento in frequenza di queste transizioni sono stati calcolati utilizzando i dati presenti in [6]. Questi valori si riferiscono alle frequenze risonanti con le transizioni per un atomo fermo; nel nostro caso, tuttavia, il pump ha una frequenza di 80MHz superiore al probe, e quindi gli atomi risonanti con entrambi i fasci che formano il picco sono quelli con una velocità tale da spostare di 40MHz verso il blu il probe e verso il rosso il pump. Dato che il fascio che acquisiamo è il probe, ai valori teorici calcolati si è sottratto 40MHz (anche se corrisponde a $8 \cdot 10^{-5}$ nm che sono a malapena misurabili, si sarebbe potuto trascurare questa variazione). Dalle due frequenze si sono trovate le due lunghezze d'onda associate ai picchi, quindi la loro separazione in lunghezza d'onda $\Delta\lambda$ (che è negativa) e poi il coefficiente di proporzionalità $\frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \frac{d\lambda}{dt}$. Con questo coefficiente e prendendo come rapporto incrementale tra tempo e corrente $\frac{dt}{dI} = \frac{\Delta t'}{2\text{mA}}$ (dove $\Delta t'$ è l'intervallo temporale di tutto il semiperiodo) si è calcolato $\frac{d\lambda}{dI} = 0.0013 \text{ nm/mA}$, che è significativamente diverso dai 0.003 nm/mA del data sheet (minore della metà di questo valore). Questo spiega perchè le nostre scansioni in frequenza non sembrano coprire i 3 GHz in frequenza calcolati in (2.3).

Per stimare invece il coefficiente di proporzionalità tra lunghezza d'onda e temperatura (A) si è semplicemente fatto il rapporto tra la distanza in frequenza tra i due sottolivelli fondamentali del ⁸⁷Rb (dalla figura 1.1) e la differenza tra le temperature del laser per questi due spettri (in tabella 2.2). In questo modo si è trovato $\frac{d\nu}{dT}$ che è poi stato convertito in termini di λ , ottenendo $\frac{d\lambda}{dT} = 0.055$ nm/K, questo secondo coefficiente quindi è più vicino al valore fornito dal data sheet di 0.06nm/K.

Per uno specifico spettro acquisito nell'intervallo di tempo $[t_1; t_2]$, si può assumere che la corrente valga proprio gli 88mA impostati a metà dell'intervallo: $t_m = \frac{t_1+t_2}{2}$, dato che il segnale dal fotodiodo al tempo t dovrebbe coincidere col segnale della rampa triangolare allo stesso istante t, essendo i segnali sincroni. Si riesce quindi a ottenere la corrente in funzione del tempo per un certo spettro:

$$I(t) = 88\text{mA} - \frac{2\text{mA}}{\Delta t'} \left(t - t_m\right)$$
(3.2)

Possiamo sostituire i valori calcolati al posto di $A \in B$, e quest'ultima equazione al posto di I nella (3.1). In questo modo ponendo T uguale alla temperatura di un certo spettro otteniamo il legame tra $\lambda \in t$ per uno specifico profilo. A questo punto si può trovare λ_0 inserendo in questa formula il valore della lunghezza d'onda di una delle due transizioni individuate (ad esempio la crossover tra F' = 2, F' = 3) al posto di λ e la coordinata temporale che individua il centro del picco associato t_s al posto di t. La fonte di errore più significativa che influenzerà il calcolo sono i 5 mK sulle temperature misurate, che si traducono in un errore di $3 \cdot 10^{-4}$ nm sulla stima di λ_0 .



Figura 3.2: Spettro di assorbimento del ⁸⁷Rb, F = 2 con evidenziati i Lamb dip sfruttati per la calibrazione.

Una volta trovato λ_0 , per ognuno dei file dati acquisiti è stata trasformata la prima colonna di tempi in lunghezze d'onda, impostando su $Excel^2$ (con la giusta T, e sostituendo i parametri calcolati e l'equazione della corrente) l'equazione (3.1) che lega ogni istante di tempo alla lunghezza d'onda del probe. Dopodichè le lunghezze d'onda trovate sono state a loro volta trasformate nelle frequenze associate, ottenendo così tutti gli spettri in termini di tensioni e frequenze. Su ognuno dei quattro spettri ci sarà un incertezza in frequenza, ottenuta propagando quelle sulle temperature e su λ_0 , di 0.2GHz. Gli spettri degli allargamenti Doppler sono mostrati in fig.3.3.

Il risultato prodotto dalla calibrazione è a prima vista accettabile: gli spettri in fig.3.3, infatti, rispecchiano l'ordine in frequenza atteso e non hanno intervalli di frequenza sovrapposti, ma consecutivi. Inoltre tra i minimi dei due profili esterni (⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁷Rb, F = 1) ci sono approximativamente 7GHz in linea con

 $^{^{2}}Excel$ è un programma dedicato alla produzione e gestione di fogli elettronici. Utile per effettuare modifiche ai file di dati.



Figura 3.3: Profili di assorbimento Doppler calibrati in frequenza.

quanto mostrato in fig.2.3. È possibile ora farsi un'idea della distanza in frequenza dei diversi profili e della loro larghezza.

3.1.3 Larghezza e separazione dei profili

Ogni profilo di allargamento Doppler è provocato dalla sovrapposizione dei profili di tre diverse transizioni di struttura iperfine. Come si vede in fig.1.2, infatti, le dodici transizioni tra i livelli iperfini di ⁸⁷Rb e ⁸⁵Rb si possono dividere in quattro terne, due per ogni isotopo, definite dal sottolivello di $5^2S_{1/2}$ da cui partono, in quanto i sottolivelli di $5^2P_{3/2}$ su cui arrivano sono troppo vicini per essere visibili con un singolo fascio laser. Questi spettri dunque non contengono informazioni sulle separazioni dei sottolivelli iperfini dello stato eccitato, ma permettono di stimare la separazione tra i sottolivelli dello stato fondamentale, che sarà circa, per un certo isotopo, la distanza in frequenza tra i due profili di assorbimento.

Come mostrato in fig.1.1 le separazioni teoriche dei livelli fondamentali per il ⁸⁷Rb e il ⁸⁵Rb equivalgono rispettivamente a 6.835GHz e 3.0365GHz, ci si aspetta dunque che la distanza tra i due profili più esterni (⁸⁷Rb, F = 1 e F = 2) e tra i due interni (⁸⁵Rb, F = 2 e F = 3) abbiano valori simili. Per calcolare le distanze



Figura 3.4: Fit eseguito sullo spettro di assorbimento ${}^{85}Rb$, F = 2.

tra i profili si è fatta la differenza tra le frequenze corrispondenti ai minimi dei profili. Queste frequenze sono state trovate eseguendo il fit di una retta più una Gaussiana per ogni spettro, prendendo poi il centro della Gaussiana come punto di minimo, con i 0.2 GHz di incertezza derivanti dalla calibrazione. Il fit eseguito sullo spettro ⁸⁵Rb, F = 2 è mostrato in fig.3.4. Le distanze in frequenza tra le due coppie di profili così calcolate sono mostrate in tab.3.1.3:

Isotopo	Separazione attesa (GHz)	Separazione misurata (GHz)
^{85}Rb	3.0365	3.1 ± 0.3
^{87}Rb	6.835	6.5 ± 0.3

Tabella 3.2: Separazioni in frequenza attese e misurate per il livello fondamentale dei due isotopi del Rubidio.

I valori attesi rientrano nell'intervallo di errore di quelli calcolati, ma nel caso del ${}^{85}Rb$ il valore misurato risulta sovrastimato del 2.1% rispetto al valore di riferimento, mentre per il ${}^{87}Rb$ si ha una sottostima del 4.9%. D'altronde il modello utilizzato è approssimativo: è stata fittata una Gaussiana per trovare il minimo del profilo, ma in realtà la curva sarebbe una convoluzione di tre diverse Gaussiane; per questa ragione il picco trovato non coinciderà con con una singola componente iperfine uguale per la coppia di spettri di un certo isotopo (che permetterebbe di trovare esattamente la separazione tra i livelli fondamentali), ma sarà a una frequenza intermedia delle tre tranzizioni che lo formano, diverse per i due spettri della coppia. La larghezza a metà altezza del profilo di allargamento Doppler di una singola transizione tra livelli di struttura iperfine del Rubidio è stata stimata nel paragrafo 1.3.1 e si era trovato un valore di circa 515MHz. Tale valore vale grossomodo per tutte le diverse transizioni dei due isotopi considerate, in quanto le loro frequenze di risonanza hanno differenze piccole che non influiscono granchè sul calcolo. I profili di allargamento Doppler acquisiti, però, non sono causati da una singola transizione ma dalla combinazione di tre transizioni diverse, ci aspettiamo quindi degli spettri con una larghezza maggiore di 515MHz. Come stime delle larghezze a metà altezza dei profili si sono prese le FWHM delle Gaussiane dei fit con i loro errori. I risultati ottenuti sono nella tabella seguente:

Profilo	FWHM(MHz)
$^{87}Rb, F = 2$	519.6 ± 1.6
$^{85}Rb, F = 3$	583 ± 2
$^{85}Rb, F = 2$	616.6 ± 1.6
$^{87}Rb, F = 1$	576 ± 2

Tabella 3.3: Larghezze a metà altezza dei profili Doppler acquisiti.

Le larghezze dei profili sono come ci si aspettava tutte maggiori del valore stimato per la singola transizione, hanno inoltre valori piuttosto diversi tra loro. Ciò è normale in quanto per ognuno dei quattro profili le tre transizioni che lo formano hanno frequenze di risonanza diverse e a distanze diverse tra loro.

3.2 Profili con picchi di assorbimento sub-Doppler

Sono mostrati in fig.3.5 gli spettri acquisiti con entrambi i fasci probe e pump attivi, già calibrati in frequenza. Per alcuni di questi i Lamb dip sono ben visibili e hanno una discreta risoluzione: (a) e (b); negli altri due invece i picchi sono meno definiti, in particolare nello spettro (c) è visibile soltanto un'unica sporgenza dal profilo di allargamento Doppler, verosimilmente formata da diversi picchi allargati e sovrapposti per power broadening: questo spettro, infatti, è quello acquisito con una intensità del laser maggiore degli altri.

3.2.1 Identificazione dei Lamb dip

Si possono associare i vari Lamb dip degli spettri alle diverse transizioni tra i livelli iperfini calcolando le distanze tra i picchi acquisiti e confrontandole con le separazioni teoriche tra i livelli. È già evidente dalla fig.3.5 che non sono visibili tutti i picchi che ci si aspettava. Essendo ogni profilo Doppler formato dalle transizioni tra un sottolivello fondamentale e tre distinti livelli eccitati, infatti, ci dovrebbero essere sei Lamb dip: tre per queste tranzisioni e altri tre di crossover a frequenze intermedie. Negli spettri in figura invece se ne riscontrano meno di sei, l'unico in cui potrebbero essercene così tanti è ⁸⁷Rb, F = 1, dove però i picchi sono poco definiti per cui non si riescono a contare con certezza. Per il resto invece nello spettro ⁸⁷Rb, F = 2 sono chiaramente visibili solo tre picchi, in ⁸⁵Rb, F = 3 ce ne sono tre chiari e un quarto accennato, mentre in ⁸⁵Rb, F = 2 si intravede un unica conca che sembra essere formata da almeno due diversi picchi. Per provare a rendere più visibili i Lamb dip, e scovarne degli altri si è sottratto il profilo di allargamento Doppler dai file dati con i picchi e si sono tagliati questi file ai due estremi, ottenendo così dei grafici senza la buca di assorbimento e ingranditi sui dip.

Nello spettro ⁸⁷Rb, F = 2 due picchi erano già stati identificati, grazie alla loro forma e posizione, durante la calibrazione. Erano i due più pronunciati ed erano stati associati ai picchi Co 1 – 3 e Co 2 – 3 (cioè i crossover tra i livelli F = 1, F = 3 e tra F = 2, F = 3), il picco più a destra pertanto non può che essere quello associato alla transizione su F = 3 essendo a frequenza maggiore di questi



Figura 3.5: Profili di assorbimento con i Lamb dip calibrati in frequenza.



Figura 3.6: Picchi di assorbimento dello spettro ${}^{87}Rb$, F = 2.

due crossover. Grazie al grafico ottenuto dalla combinazione dei due precedenti, mostrato in fig.3.6, è inoltre ora visibile un quarto picco a sinistra degli altri. Si può verificare che la distanza tra i tre dip noti rispecchi il valore teorico calcolato dalle informazioni contenute in fig.1.1, ricordando che i picchi di crossover sono a frequenze esattamente intermedie tra i due livelli coinvolti; allo stesso modo si può identificare il quarto picco in base alla distanza dagli altri. Il confronto tra queste distanze è mostrato nella tabella di seguito 3.2.1, il picco ignoto risulta essere Co 1-2. Per calcolare le separazioni nello spettro acquisito è stato eseguito il fit di quattro Lorentziane più una retta sul grafico in fig.3.6 (il fit è mostrato in un paragrafo successivo: fig.3.11) e si è calcolata la differenza tra i centri di queste funzioni, prendendo come incertezza gli errori sui parametri del fit.

Lo stesso procedimento è stato ripetuto per lo spettro ${}^{85}Rb$, F = 3, questa volta senza conoscere a priori alcun picco. Sono stati tutti riconosciuti dal confronto tra le loro distanze con le separazioni attese e sono in ordine da sinistra: Co 2 - 3 (appena visibile), Co 2-4, Co 3-4 e F = 4. Lo spettro ottenuto dalla sottrazione è mostrato in fig.3.7 e il confronto tra le separazioni è in tab.3.2.1.

Le separazioni misurate sono tutte abbastanza vicine ai valori attesi, quella che più si discosta dal valore di riferimento è Co 2 – 3, Co 2 – 4 di ⁸⁵Rb, F = 3 che è sottostimata del 4%. In molti casi, però, la separazione attesa non rientra nell'intervallo di errore dei valori misurati. Gli errori derivano dalle incertezze sui parametri dei fit, che però non sono totalmente affidabili: non essendo state inserite nel programma di fit le incertezze sulle misure, infatti, queste sono state stimate

Lamb dips	Separazione attesa (MHz)	Separazione misurata (MHz)
Co $1 - 2$, Co $1 - 3$	133.5	132.8 ± 0.4
$ \begin{array}{c} \text{Co } 1 - 3, \\ \text{Co } 2 - 3 \end{array} $	78.5	78.0 ± 0.2
$\begin{array}{c} \text{Co } 2-3, \\ F=3 \end{array}$	133.5	130.3 ± 0.4

Tabella 3.4: Separazioni attese e misurate per i Lamb dip dello spettro ${}^{87}Rb$, F = 2.



Figura 3.7: Picchi di assorbimento dello spettro ${}^{85}Rb$, F = 3.

dal programma, ma questa stima è affidabile solo se il modello teorico fittato è corretto. In questo caso invece, come nel paragrafo precedente, il fit eseguito (lineare e quattro Lorentziane) è solo un'approssimazione del profilo teorico, le Lorentziane dovrebbero essere sei. Gli errori sulle separazioni misurate quindi è possibile siano stati sottostimati.

Per i restanti due spettri di assorbimento i grafici ottenuti dalla sottrazione dei file dati sono mostrati in fig.3.8. Non è stata effettuata in questo caso l'identificazione dei picchi: lo spettro ⁸⁷Rb, F = 1 è caratterizzato da tensioni più basse rispetto agli altri e quindi il rumore qui è più influente e disturba l'individuazione dei dip, nello spettro ⁸⁵Rb, F = 2 invece, essendo visibile di fatto un unico picco non ci sono separazioni da confrontare.

Lamb dips	Separazione attesa (MHz)	Separazione misurata (MHz)
Co $2 - 3$, Co $2 - 4$	60.5	58.0 ± 0.4
Co $2 - 4$, Co $3 - 4$	31.5	32.0 ± 0.4
$\begin{array}{c} \text{Co } 3-4, \\ F=4 \end{array}$	60.5	58.4 ± 0.4

Tabella 3.5: Separazioni attese e misurate per i Lamb dip dello spettro ${}^{85}Rb$, F = 3.



Figura 3.8: Picchi di assorbimento per gli spettri ${}^{85}Rb$, $F = 2 e {}^{87}Rb$, F = 1.

3.2.2 Power Broadening

Per i due profili con i picchi più visibili (⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁵Rb, F = 3) sono stati acquisiti anche degli spettri ingranditi sui picchi, che escludono parte della curva di allargamento Doppler. Per entrambi si sono presi due di questi spettri: il primo mantenendo l'intensità del laser uguale a quella usata finora (questo è sostanzialmente uno zoom degli spettri già mostrati, con una densità di punti maggiore sui picchi), il secondo rimuovendo il foglio di carta semitrasparente che era stato posizionato all'uscita del laser, quindi aumentando notevolmente l'intensità dei due fasci (il foglio attenuava circa del 78% la potenza del laser). Mentre la tensione misurata sull'oscilloscopio in assenza di assorbimento con il laser attenuato era di $(18 \pm 3)mV$, rimuovendo l'attenuazione si è misurata una tensione di $(83 \pm 4)mV$ quindi nel secondo spettro si ha un'intensità di 4.6 ± 0.8 volte superiore al primo. Gli spettri così ottenuti sono mostrati in fig.3.9.

Gli effetti del power broadening sono evidenti nei grafici mostrati in fig3.9: i due spettri con laser più intenso (in basso nella figura) mostrano picchi nettamente



Figura 3.9: Profili di assorbimento ingranditi sui Lamb dip a diverse intensità del laser.

più larghi e con un'altezza maggiore rispetto a quelli con laser attenuato. Maggiore profondità e larghezza dei profili all'aumentare dell'intensità sono proprio gli effetti del power broadening discussi nel paragrafo1.3.2. Nello spettro ⁸⁵Rb, F = 3, in cui i picchi sono particolarmente vicini, gli effetti di allargamento fanno si che il picco più a sinistra (Co 2 - 3) non sia più minimamente visibile, e anche il picco a frequenza maggiore (F = 4) è quasi interamente inglobato nell'allargamento del dip alla sua sinistra. Anche in ⁸⁷Rb, F = 2 il picco a sinistra (Co 1 - 2), che era già poco visibile negli spettri a bassa intensità, scompare totalmente nello spettro senza attenuazione.

Per rendere quantitativa l'analisi sul power broadening si è eseguito un fit sui due spettri ingranditi di ⁸⁷Rb, F = 2, in modo poi da poter confrontare le FWHM delle Lorentziane fittate ai picchi e verificare l'entità dell'allargamento. La funzione fittata è la somma di una retta, una Gaussiana e tre Lorentziane, una per ogni picco tranne che per Co 1-2 (in quanto non presente in uno dei due spettri). I fit eseguiti sono mostrati in fig.3.10.

I risultati ottenuti dai fit sono mostrati in tab.3.2.2 con gli errori sui parametri dei fit (anche in questo caso gli errori son da prendere con cautela dato il modello



Figura 3.10: Fit eseguiti sullo spettro ${}^{87}Rb$, F = 2 a diverse intensità del laser.

approssimato). L'allargamento relativo dovuto all'aumento di intensità ci si aspetta sia uguale per tutti e tre i picchi. È stato calcolato come: $\frac{FWHM_2-FWHM_1}{FWHM_1}$, ed è mostrato nell'ultima colonna della tabella, i valori ottenuti non sono uguali ma sono tutti vicini al 70%. La larghezza teorica della Lorentziana che definisce un picco per queste transizioni del Rubidio è $\Gamma \approx 6$ MHz, i picchi misurati sono logicamente più larghi per gli effetti di allargamento. Possiamo stimare il parametro di saturazione s per le due intensità, $s_1 e s_2$, dalla (1.34) che lega l'allargamento all'intensità del fascio. Come $\Gamma(s_1) e \Gamma(s_2)$ prendiamo una media delle FWHM dei due picchi più pronunciati nei due spettri, che hanno valori vicini. Il terzo picco ha una larghezza decisamente inferiore rispetto a questi, ma, essendo anche nettamente meno pronunciato è possibile che la sua FWHM sia falsata dall'allargamento degli altri picchi più imponenti. Troviamo quindi $\Gamma(s_1) = (34.40 \pm 0.13)$ MHz e $\Gamma(s_1) = (58.65 \pm 0.25)$ MHz. Con questi valori si trovano $s_1 = 31.9 \pm 0.3$ e $s_2 = 94.6 \pm 0.9$, ciò significa che anche attenuando il laser in queste condizioni abbiamo $s \gg 1$, quindi un'intensità del laser molto maggiore dell'intensità di saturazione.

I amh din	$FWHM_1$	$FWHM_2$	Allargamento
Lamb dip	attenuato (MHz)	non attenuato (MHz)	relativo $\%$
$Co \ 1 - 3$	32.6 ± 0.2	54.6 ± 0.4	67 ± 2
Co 2 - 3	36.20 ± 0.18	62.7 ± 0.3	73 ± 1
F = 3	19.3 ± 0.5	32.6 ± 0.8	69 ± 5

Tabella 3.6: Larghezze dai fit dei Lamb dip dello spettro ${}^{87}Rb$, F = 2 a diverse intensità.

3.2.3 Analisi dei picchi di ${}^{87}Rb$, F = 2 e ${}^{85}Rb$, F = 3 per l'aggancio del laser.

Su uno dei picchi trovati si dovrà stabilizzare il laser da 780 nm utilizzato per la spettroscopia, che servirà da riferimento di frequenza per altri laser utilizzati nella realizzazione della MOT di Rubidio. Per agganciare correttamente un laser si sviluppa un meccanismo di feedback che produce un segnale di errore quando il laser si discosta da una frequenza di riferimento e corregge i parametri per riportararcelo. La frequenza di riferimento del feedback deve essere nota con grande precisione e minima incertezza sul suo valore. Le transizioni tra i livelli iperfini del Rubidio, essendo fisse e non soggette a fluttuazioni, sono un riferimento ideale e la spettroscopia di saturazione è utile proprio per l'individuazione di tale frequenza di riferimento con la risoluzione giusta. Gli spettri ottenuti ci danno, sotto forma di picchi, varie possibili frequenze di riferimento tra cui scegliere. I picchi più adatti a questo scopo sono quelli più profondi (che avranno un miglior rapporto segnale-rumore), più stretti e isolati. Il meccanismo di feedback funziona, infatti, attraverso una modulazione in frequenza, che, se ha una profondità piccola rispetto alla FWHM del picco, permette di ottenere un segnale proporzionale alla derivata del picco. Questo segnale rende possibile riposizionare il laser sulla sommità del dip quando si discosta. Tale processo è tanto più efficace quanto più il picco è stretto. È stata dunque effettuata un'analisi sui picchi degli spettri con la risoluzione migliore (⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁵Rb, F = 3) che potrebbero fungere da riferimento.

I dati graficati negli spettri 3.6, 3.7 mostrano entrambi due picchi di crossover nettamente più alti degli altri. Nel ^{87}Rb hanno una buona risoluzione, mentre

nel ⁸⁵Rb appaiono un po' sovrapposti. Su questi dati è stato eseguito un fit della somma di quattro Lorentziane, una per ogni picco (anche i due a sinistra poco visibili in entrambi gli spettri), mostrato in fig,3.11. Dai fit sono state estratte larghezze e le altezze relative di questi quattro picchi più pronunciati. Le altezze relative si sono calcolate come il rapporto tra le altezze delle Lorentziane dei fit e le profondità dei profili Doppler contentenenti i picchi (le ΔV di ⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁵Rb, F = 3 in tabella 3.1.1). I risultati sono riportati nella tabella 3.2.3.

Lamb dip	FWHM (MHz)	Altezza relativa $\%$
⁸⁷ $Rb, F = 2$	30.4 ± 0.4	54.7 ± 0.6
$Co \ 1 - 3$	50.4 ± 0.4	04.7 ± 0.0
$^{87}Rb, F = 2$	345 ± 04	72.4 ± 0.4
Co 2 - 3	01.0 ± 0.1	12.1 ± 0.1
$^{85}Rb, F = 3$	22.0 ± 0.4	47.3 ± 0.5
Co 2 - 4	22.0 ± 0.1	11.0 ± 0.0
$^{85}Rb, F = 3$	21.4 ± 0.3	50.1 ± 0.5
Co $3 - 4$		50.1 ± 0.0

Tabella 3.7: Larghezze e altezza dai fit dei Lamb dip più evidenti degli spettri ${}^{87}Rb, F = 2 e {}^{85}Rb, F = 3.$

Il picco con l'altezza relativa maggiore è il Co 2 – 3 del ⁸⁷Rb che occupa ben il (72.4±0.4)% del rispettivo profilo Doppler, è anche però il picco con larghezza massima tra i quattro: (34.5 ± 0.4) MHz. I picchi più stretti invece sono i due del ⁸⁵Rb: (22.0 ± 0.4) MHz e (21.4 ± 0.3) MHz, che sono comunque ben più grandi della larghezza teorica della Lorentziana che descrive le transizioni che era $\Gamma \approx 6$ MHz. D'altronde è stato stimato nel paragrafo precedente un parametro di saturazione $s \approx 32 \gg 1$, quindi, anche con laser attenuato, l'intensità è ancora molto alta rispetto a quella di saturazione. Per stabilizzare il laser servirebbe una risoluzione sulla frequenza di riferimento dell'ordine del MHz, pertanto la larghezza di questi picchi è ancora un po' troppo grande.



Figura 3.11: Fit Lorentziani eseguiti sui picchi degli spettri $^{87}Rb,\ F=2$ e $^{85}Rb,\ F=3.$

Conclusioni

In questa tesi è stato presentato il lavoro svolto per realizzare una spettroscopia di saturazione del Rubidio, e l'analisi effettuata sugli spettri acquisiti. La spettroscopia ha dato esito abbastanza positivo: si sono osservati tutti e quattro i profili di assorbimento attesi per le transizioni D2 degli isotopi di Rubidio con e senza i Lamb dip. Una volta effettuata la calibrazione dei dati in termini di frequenza si è anche verificato che i profili di allargamento Doppler per i due isotopi fossero a distanze compatibili con le separazioni dei sottolivelli fondamentali, e si è controllato che la larghezza di tutti e quattro i profili fosse superiore all'allargamento Doppler di riferimento per una singola transizione del Rubidio.

Degli spettri con i picchi di trasparenza acquisiti soltanto due su quattro hanno mostrato una risoluzione tale da poter essere analizzati a fondo: ⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁵Rb, F = 3; per i restanti due spettri: in un caso il segnale di assorbimento era troppo debole e si confondeva con le fluttuazioni dovute al rumore, nell'altro la grande intensità del laser ha reso i profili troppo allargati e sovrapposti per poter essere distinti. Anche nei due spettri analizzati, comunque, è stato possibile riscontrare soltanto quattro dei sei picchi attesi dalla teoria, i restanti due evidentemente sono troppo poco pronunciati per essere mostrati con l'intensità del laser utilizzata. Gli otto Lamb dip visibili dei due spettri analizzati sono stati associati a specifiche transizioni tra i livelli iperfini misurando la loro distanza in frequenza e confrontandola con le separazioni di riferimento tra i livelli. Si è trovato che sei di questi sono in realtà picchi di crossover, quindi a frequenze intermedie tra due diversi livelli eccitati, e due soltanto sono picchi ordinari.

In questi due spettri è stato inoltre mostrato l'effetto di power broadening, riscontrando nello spettro ${}^{87}Rb$, F = 2 un allargamento circa del 70% di tutti i picchi in corrispondenza di un'intensità pari a 4.6 ± 0.8 volte quella attenuata usata in precedenza. Si è poi stimato dal power broadening il parametro di saturazione trovando che, anche con l'attenuazione del laser utilizzata, si ha un'intensità di circa 32 volte superiore all'intensità di saturazione della D2 del Rubidio.

I quattro picchi più pronunciati degli spettri ⁸⁷Rb, F = 2 e ⁸⁵Rb, F = 3 sono i candidati migliori a fungere da frequenza di riferimento su cui agganciare il laser da 780 nm. Su questi è stato eseguito un fit per stimare la loro FWHM, trovando che

i più stretti hanno una larghezza di circa 20 MHz, ancora troppo grande per l'aggancio del laser, che richiede una risoluzione sulla frequenza dell'ordine del MHz. Per ottenere spettri con una risoluzione migliore si può lavorare sull'attenuazione del laser magari aumentando il diametro dei fasci: in questo modo infatti a parità di potenza l'intensità diminuirebbe e si riceverebbe un segnale proveniente da un numero maggiore di atomi. Questa diminuzione di intensità renderebbe i picchi più stretti e quindi migliorerebbe la stabilità di un eventuale aggancio del laser che è proporzionale alla FWHM del picco. La stabilità, però, è anche inversamente proporzionale al rapporto segnale-rumore del picco, che dipende dalla sua profondità. Bisogna quindi prestare attenzione a non attenuare troppo il laser, poichè si rischierebbe di diminuire l'altezza del picco e dunque il rapporto segnale-rumore, peggiorando la stabilità. Si deve cercare di trovare l'attenuazione ottimale che permetta di ottenere uno dei picchi sufficientemente stretto, ma ancora abbastanza profondo.

Una volta trovate le condizioni di attenuazione che diano il profilo migliore possibile, il passo successivo sarà agganciare effettivamente il laser su questo picco. Per farlo si dovrà implementare un loop di feedback che corregga i parametri che determinano la frequenza del laser quando questo si discosta dalla sommità del picco. Tale meccanismo riesce a determinare con precisione se e quanto la frequenza del laser è lontana da quella di referimento grazie a un segnale, equivalente alla derivata prima del profilo del picco, che viene ottenuto sfruttando delle parti finora inutilizzate del setup sperimentale (di fatto altri circuiti) che elaborano e amplificano il segnale del fotodiodo.

Bibliografia

- [1] Darin Acosta. Saturated absorption spectroscopy of rubidium. Advanced Physics Lab, Lab Manual, 2020.
- [2] Connor Awe. Magneto optical trapping of rb 87. Undergraduate Honors Theses, paper, 857, 2015.
- [3] Lorenzo Gori, Francesco Cappelli, and Sahand Eslami. Misura della struttura iperfine e dello shift isotopico del rb mediante spettroscopia di saturazione. Università degli studi di Firenze, Relazione di laboratorio, 2010.
- [4] Beatrice Fraboni. Slides del corso di fisica della materia. Alma Mater Studiorum
 Università di Bologna, slides del corso, 2023.
- [5] B.H. Bransden and C.J. Joachain. *Physics of Atoms and Molecules*. Pearson Education. Prentice Hall, 2003.
- [6] Daryl W Preston, Carl E Wieman, and Kai M Siegbahn. Doppler-free saturated absorption spectroscopy: Laser spectroscopy. *California: California State* University, Hayward. and Colorado: University of Colorado, Boulder, 1998.
- [7] Bob Azmoun and Susan Metz. Recipe for locking an extended cavity diode laser from the ground up. *abstract web archive, undated*, 59:160–219, 2000.
- [8] Marco Prevedelli. Note del corso di elementi di ottica quantistica. Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, note del corso, 2022.

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare tutto il corpo docente della facoltà di fisica che mi ha accompagnato in questo percorso di studi; in particolar modo il professore Francesco Minardi, che mi ha seguito nella parte iniziale della mia attività sperimentale, e il professore Marco Prevedelli che mi ha aiutato per tutta la durata del mio lavoro di tesi, dalle misurazioni alla stesura, mostrando grande disponibilità anche nei mesi estivi.