

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE LS

*DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI
MATERIALI-DICAM*

TESI DI LAUREA

in

TECNICA DELLE COSTRUZIONI LS

**ANALISI DELLE DEFORMAZIONI DI UN PONTE A
TRAVATA CONTINUA IN CEMENTO ARMATO**

CANDIDATO:
Roberto Liverani

COLLABORAZIONI:
A.c.m.a.r.
Ing. Maurizio Lenzi

RELATORE:
Prof. Claudio Mazzotti

Anno Accademico 2010/2011

Sessione II

Indice

0. Prologo	pag. 1
1. Descrizione dell'opera monitorata	pag. 3
1.1. Caratteristiche geometriche.....	pag. 3
2.2. Materiali Impiegati	pag. 7
2.3. Fasi costruttive.....	pag. 9
2.4. Schema di vincolamento dell'impalcato.....	pag. 10
2.5. Carichi agenti sulle travi.....	pag. 12
2. Strumentazione adottata per il monitoraggio.....	pag. 13
2.1. Descrizione degli strumenti.. ..	pag. 13
2.2. Modalità di installazione.....	pag. 15
2.3. Conversione delle misure di deformazione.....	pag. 17
2.4. Depurazione degli effetti termici.....	pag. 18
2.5. Posizione degli strumenti di misura... ..	pag. 21
3. Elaborazione delle misure.....	pag. 23
3.1. Deformazioni e temperature monitorate nella sezione a nord.....	pag. 24
3.2. Deformazioni e temperature monitorate nella sezione di mezzeria.....	pag. 30
3.3. Deformazioni e temperature monitorate nella sezione a sud.....	pag. 36
4. Tipologie delle deformazioni riscontrate.....	pag. 43
5. Analisi del comportamento all'applicazione della precompressione e del peso proprio (studio dell'efficacia della precompressione).....	pag. 49
5.1 Deformazioni rilevate.....	pag. 50
5.2 Deformazioni calcolate.....	pag. 51
5.3 Considerazioni sul confronto fra i risultati ottenuti.....	pag. 54
6. Analisi del comportamento durante le fasi di realizzazione dell'impalcato.....	pag. 65
6.1 Deformazioni rilevate.....	pag. 68
6.2 Deformazioni calcolate dall'applicazione della precompressione al varo delle travi.....	pag. 70
6.3 Confronto delle deformazioni dall'applicazione della precompressione al varo delle travi.....	pag. 77
6.4 Deformazioni calcolate dal getto dei traversi al getto della soletta.....	pag. 79
6.5 Confronto delle deformazioni dal getto dei traversi al getto della soletta.....	pag. 94
6.6 Deformazioni calcolate dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione.....	pag. 96
6.7 Confronto delle deformazioni dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione.....	pag. 123
7. Analisi del comportamento durante le fasi di realizzazione dell'impalcato mediante un metodo alternativo.....	pag. 125
7.1 Deformazioni rilevate.....	pag. 128

7.2 Deformazioni calcolate dall'applicazione della precompressione al varo delle travi.....	pag. 130
7.3 Confronto delle deformazioni dall'applicazione della precompressione al varo delle travi.....	pag. 137
7.4 Deformazioni calcolate dal getto dei traversi al getto della soletta.....	pag. 139
7.5 Confronto delle deformazioni dal getto dei traversi al getto della soletta.....	pag. 159
7.6 Deformazioni calcolate dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione.....	pag. 160
7.7 Confronto delle deformazioni dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione.....	pag. 190
8. Analisi del comportamento durante l'esercizio dell'impalcato.....	pag. 191
8.1 Depurazione dagli effetti termici.....	pag. 193
8.2 Calcolo dei coefficienti di viscosità mediante i dati sperimentali.....	pag. 203
8.3 Calcolo delle deformazioni durante l'esercizio.....	pag. 209
8.4 Confronto delle deformazioni durante l'esercizio.....	pag. 227
Appendice A: Equazioni della corda vibrante.....	pag. 229
Appendice B: Coefficienti di dilatazione termica	pag. 233
Appendice C: Moduli elastici e resistenze a compressione dei calcestruzzi maturati a vapore.....	pag. 235
Appendice D: Perdite e cadute di tensione dell'armatura pretesa per elementi strutturali maturati a vapore.....	pag. 251
Appendice E: Ritiro idraulico nei calcestruzzi maturati a vapore.....	pag. 257
Appendice F: Viscosità nei calcestruzzi maturati a vapore.....	pag. 265
Appendice G: Viscosità nelle fasi di realizzazione di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi.....	pag. 275
Appendice H: Analisi delle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi mediante un metodo alternativo.....	pag. 321
Appendice I: Viscosità durante l'esercizio degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi.....	pag. 387
Appendice L: Contrasto degli appoggi alle dilatazioni termiche.....	pag. 419
Bibliografia.....	pag. 425
Ringraziamenti.....	pag. 427

Prologo

Nella presente relazione sono raccolti i risultati della mia esperienza di tesi specialistica in ingegneria civile, seguita dall'ingegnere Maurizio Lenzi presso l'ACMAR di Ravenna, avente come correlatore dell'Alma Mater Studiorum di Bologna il professore Claudio Mazzotti.

Gli obiettivi preposti si basano sul monitoraggio in continuo delle deformazioni manifestate nell'arco di due anni, di un impalcato da ponte a travate continue in cemento armato realizzato nell'abitato di Alfonsine in provincia di Ravenna.

Tali rilevazioni sono state utilizzate per comprendere il comportamento di queste strutture nei confronti dei movimenti associati ai fenomeni viscosi e di ritiro.

In aggiunta a questi dati, sono state acquisite anche le letture agli strumenti, nelle varie fasi di realizzazione dell'impalcato, mediante le quali ci è parso interessante constatare la vera efficacia della precompressione e delle tecniche di costruzione.

La linea generale di questa tesi consiste nel confrontare le deformazioni dedotte dalle letture strumentali con le deformazioni calcolate con la classica procedura per una corretta progettazione di un impalcato da ponte, potendo così convalidare la procedura stessa.

Tale tesi vuole avere obiettivi più ampi rispetto ad un normale studio di viscosità, ritiro e precompressione. Si vuole anche comprendere meglio le tecniche di maturazione accelerata a vapore per le quali non sempre si possono utilizzare le usuali espressioni di calcolo.

Si sottolinea che in tali analisi non si vuole escludere la presenza di fenomeni ancora incogniti degli impalcati da ponte a travata continua realizzati con calcestruzzi ad alte prestazioni.

Roberto Liverani



Descrizione dell'opera monitorata

Oggetto della presente tesi è l'impalcato del viadotto di recente costruzione nell'ambito della variante all'abitato di Alfonsine (RA) della SS 16 "Adriatica" dal km 120+238 al km 147+420. L'opera in esame è denominata Viadotto Torrente Senio e si sviluppa dal km 16+280 al km 16+804 consentendo l'attraversamento del Fiume Senio.

Caratteristiche geometriche

Il viadotto è composto da diciassette campate continue caratterizzate da luci di calcolo pari a 26,10m per le campate di riva, e variabili da un minimo di 29,50m ad un massimo di 34,10m per le campate interne, con uno sviluppo complessivo fra gli assi in appoggio spalle pari a 524,70m.

Si riporta qui di seguito il profilo longitudinale dell'opera.

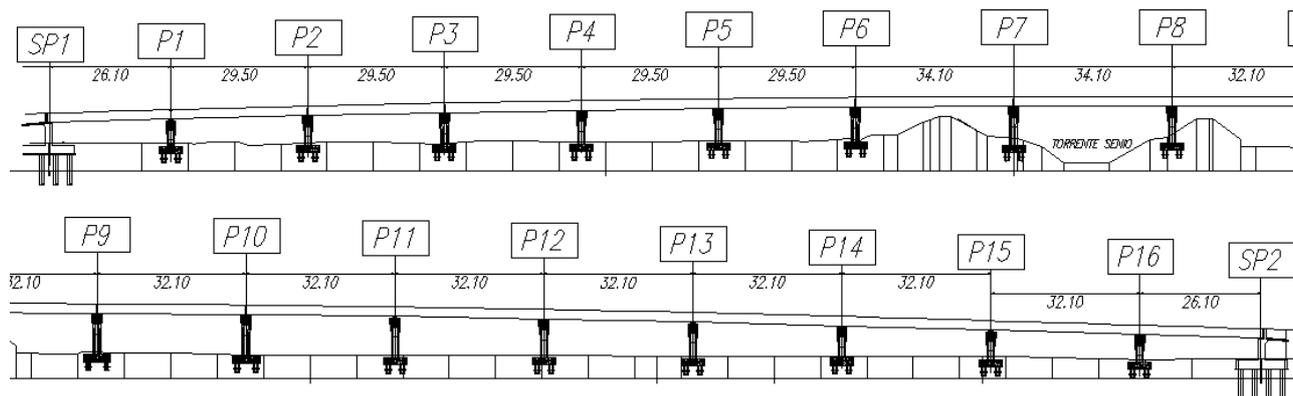


Figura 1:Prospetto laterale del ponte

La sezione trasversale tipo ha una larghezza complessiva di 13,0m ed è così composta:

- Due marciapiedi aventi una larghezza di 1,25m ed uno spessore di 15cm oltre alla soletta di impalcato con uno spessore pari a 25cm.
- Sezione pavimentata avente una larghezza di 10,50m.
- Quattro travi in c.a.p. a "V" aventi larghezza alla base di 85cm, larghezza in sommità di 249cm e altezza di 160cm.

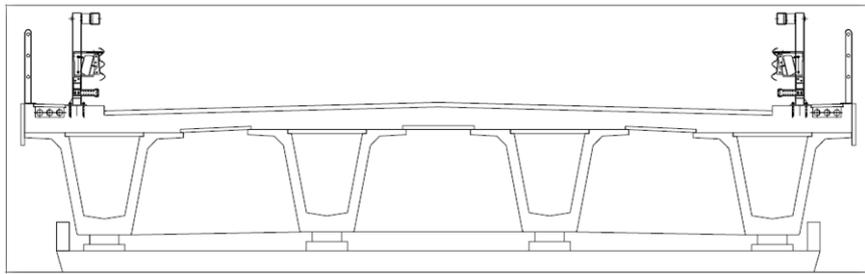


Figura 2: Sezione trasversale dell'impalcato

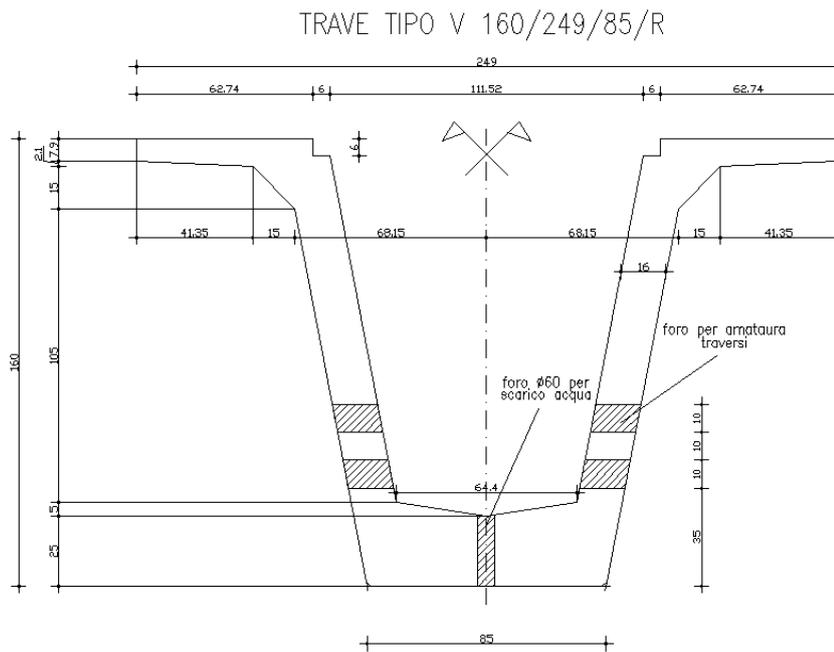


Figura 3: Sezione delle travi principali

Il tratto di impalcato monitorato è quello compreso fra la pila P7 e la pila P8, proprio in corrispondenza dell'attraversamento dell'alveo, dove la campata ha una luce di calcolo di 34,10m.

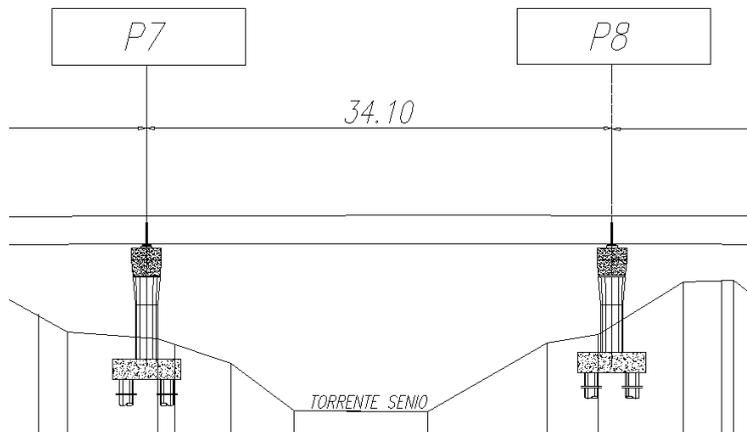


Figura 4: Porzione dell'impalcato monitorata

La realizzazione di tale porzione di impalcato ha previsto delle travi a "V" in c.a.p. con una precompressione non uniforme lungo la trave realizzata mediante delle guaine che assicurano l'assenza di aderenza dei cavi di precompressione al calcestruzzo. Più precisamente l'armatura pretesa è costituita da 70 trefoli $\phi 0,5''$ (1,27cm) disposti inferiormente e 2 trefoli disposti all'estradosso dello stesso diametro. Mentre sono previste 32 guaine totali per lato, di cui 24 da 5m e 8 da 11 m, tutte disposte a partire da entrambi gli appoggi.

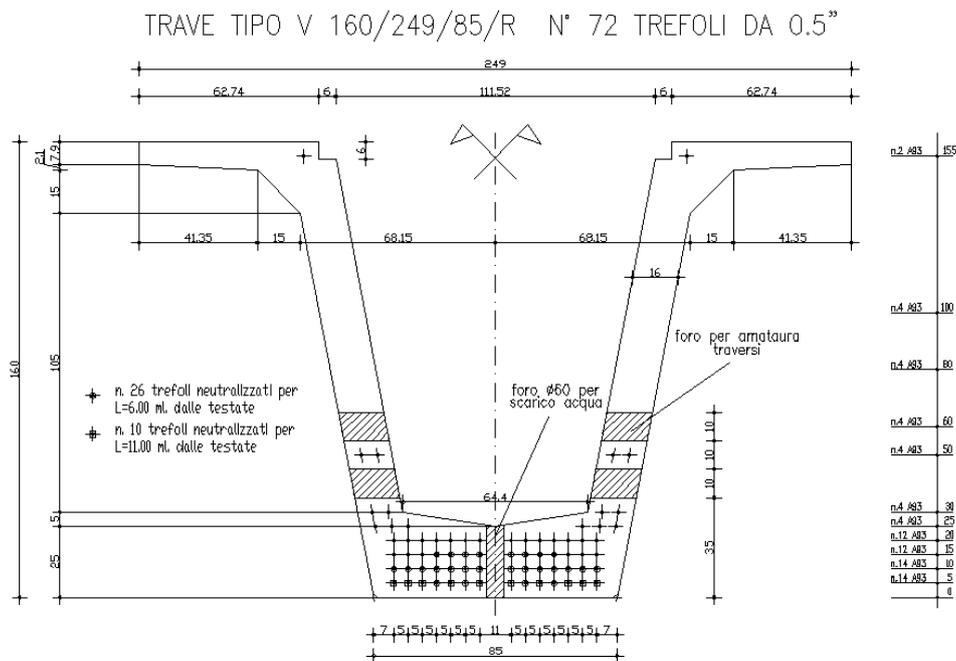


Figura 5: Posizione della armatura da precompressione

Per questo motivo le caratteristiche geometriche delle sezioni si distinguono a seconda della sezione considerata.

n_{TREF}	TRAVE			SOLETTA (3,50x0,25)				ARMATURE PRETESE		
	A_{TR}	J_{TR}	$\gamma_{G,TR}$	A_{SL}	J_{SL}	$\gamma_{G,SL}$	n_{SL}	A_{SP}	$\gamma_{G,SP}$	n_{SP}
72	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,8333	0,009121	0,2056	6
72-24	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,8333	0,006080	0,2306	6
72-32	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,8333	0,005067	0,3194	6

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA			TRAVE + SOLETTA + ARMATURA PRETESA		
	A_{eq}	J_{eq}	$\gamma_{G,eq}$	$A_{eq,S}$	$J_{eq,S}$	$\gamma_{G,eq,S}$
72	0,8348	0,2535	0,7396	1,5639	0,6423	1,2034
72-24	0,8166	0,2473	0,7443	1,5457	0,6226	1,2076
72-32	0,8105	0,2431	0,7559	1,5396	0,6117	1,2180

Dove le grandezze riportate sono espresse in m^2 per le aree, in m^4 per i momenti di inerzia e in m per le distanze dall'intradosso dei baricentri.

Per i coefficienti di omogeneizzazione si sono assunti gli usuali valori necessari a mettere in conto una minor rigidità del calcestruzzo della soletta e una maggior rigidità delle armature pretese, rispetto al calcestruzzo con cui è realizzata la trave. Un calcolo preciso per gli studi di viscosità e/o ritiro deve mettere in conto la variabilità dei moduli elastici dei calcestruzzi con cui si è realizzata la soletta e la trave. L'errore commesso è sicuramente trascurabile per il calcolo delle grandezze equivalenti, quando ciò non dovesse essere ammissibile, nei capitoli successivi, si procederà ad una più corretta determinazione.

Il calcolo delle grandezze equivalenti è svolto con le seguenti relazioni.

$$A_{eq} = A_{TR} + A_{SP}n_{SP}$$

$$J_{eq} = J_{TR} + A_{TR}(y_{G,TR} - y_{G,eq})^2 + A_{SP}(y_{G,eq} - y_{G,SP})^2 n_{SP}$$

$$A_{eq,S} = A_{TR} + A_{SL}n_{SL} + A_{SP}n_{SP}$$

$$J_{eq,S} = J_{TR} + A_{TR}(y_{G,eq,S} - y_{G,TR})^2 + J_{SL}n_{SL} + A_{SL}(y_{G,SL} - y_{G,eq,S})^2 n_{SL} + A_{SP}(y_{G,eq,S} - y_{G,SP})^2 n_{SP}$$

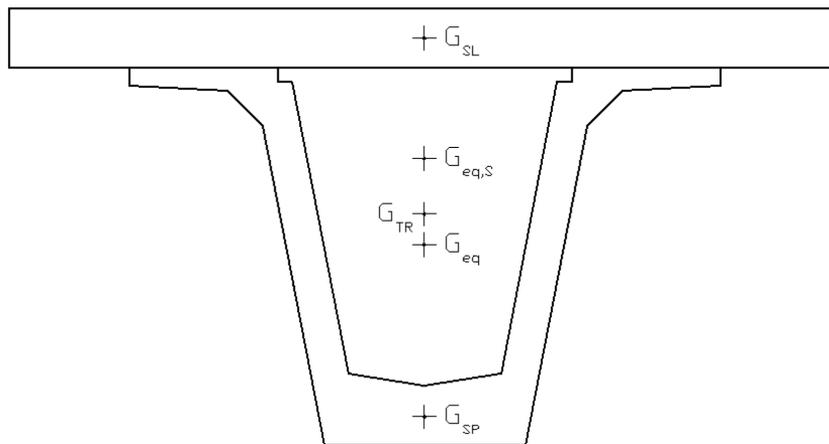


Figura 6: Posizione dei baricentri

Materiali impiegati

Il riferimento normativo è il capitolo 11 dell'NTC2008: materiali e prodotti per uso strutturale.

La soletta e i traversi sono realizzati in c.a. con le seguenti caratteristiche prestazionali dei materiali:

- classe di resistenza del calcestruzzo C 28/35:

$$f_{ck} = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cfm} = 1,2 f_{ctm} = 3,32 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,85 f_{ck}}{1,5} = 15,87 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 22000 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0,3} = 32308 \text{ N/mm}^2$$

- acciaio ad alta duttilità B450C:

$$f_{yk} \geq 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 391,30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{tk} \geq 540 \text{ N/mm}^2$$

$$(A_{gt})_k \geq 7,5\%$$

$$\varepsilon_{su} = 6,75\%$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,19\%$$

$$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$$

Le travi principali sono realizzate in c.a.p con le seguenti caratteristiche prestazionali dei materiali:

- classe di resistenza del calcestruzzo C 45/55:

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 2,12 \ln \left(1 + \frac{(f_{ck} + 8)}{10} \right) = 3,90 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cfm} = 1,2 f_{ctm} = 4,68 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,85 f_{ck}}{1,5} = 25,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

I valori appena riportati sono determinati seguendo le istruzioni della normativa vigente valida per calcestruzzi ottenuti con un normale ciclo di maturazione in ambiente esterno a 28 giorni.

Le travi in c.a.p. sono invece realizzate in opportuni stabilimenti con un ciclo di maturazione accelerato a vapore, per questo motivo non è del tutto corretto assumere i valori sopra riportati.

Per una maturazione a vapore con prestagionatura a 20°C per 3 ore ed una velocità di riscaldamento di circa 10 °C/h fino ad una temperatura massima di 60°C mantenuta per 1,5 ore, è più corretto assumere i seguenti valori (vedi appendice C).

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(28) = 0,7467 * E_{cm} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

In questo caso la differenza è poco marcata, mentre è più evidente a brevi periodi di maturazione.

- trefoli per la precompressione:

$$f_{p(1)k} \geq 1670 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 1452,17 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ptk} \geq 1860 \text{ N/mm}^2$$

$$(A_{gt})_k \geq 3,5\%$$

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_{1000} = 2,5\%$$

- acciaio ad alta duttilità B450C utilizzato per armature lente e a taglio

$$f_{yk} \geq 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 391,30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{tk} \geq 540 \text{ N/mm}^2$$

$$(A_{gt})_k \geq 7,5\%$$

$$\varepsilon_{su} = 6,75\%$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,19\%$$

$$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$$

Fasi costruttive

La tradizionale procedura di realizzazione di un impalcato da ponte a travata continua in cemento prevede differenti fasi, al progredire delle quali si ha una variabilità della sezione resistente e dei carichi applicati. Tali cambiamenti influiscono sul comportamento dell'impalcato stesso, è quindi di essenziale importanza considerarli nella progettazione.

Elenchiamo le fasi di realizzazione dell'impalcato oggetto di studio:

- 17/03/09 (0g): installazione degli strumenti di misura alle armature delle travi a "V", getto del calcestruzzo ed applicazione del ciclo di maturazione accelerata a vapore.
- 18/03/09 (1g): applicazione della precompressione e del peso proprio (la precompressione provoca un'inflexione della trave per cui viene a poggiare sul suolo solo agli estremi, si giustifica in questo modo l'applicazione anche del peso proprio)
- 27/05/09(71g): varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- 04/06/09(79g): getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- 31/07/09(136g): getto della soletta
- 12/10/09(209g): realizzazione della pavimentazione

Riportiamo anche gli istanti durante i quali l'impalcato è stato sottoposto a monitoraggio in continuo (durante la realizzazione dell'impalcato le rilevazioni sono state svolte in maniera discontinua alla conclusione di ogni fase).

- 28/10/09(225g): inizio del monitoraggio in continuo
- 30/08/11(895g): fine del monitoraggio in continuo

Schema di vincolamento dell'impalcato

Se fino al getto dei traversi lo schema di vincolamento è semplicemente quello di una trave su due appoggi, una volta realizzata l'iperstaticità si passa ad una trave continua su più appoggi.

Ancora più importante risulta conoscere i movimenti concessi e quelli inibiti in direzione orizzontale, al fine di poter correttamente valutare le deformazioni associate ad esempio al ritiro.

Riportiamo qui di seguito lo schema degli appoggi ricordando che il tratto di impalcato da noi monitorato è quello compreso fra la pila P7 e la pila P8.

	SP1	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
1									
2									
3									
4									

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	SP2
1									
2									
3									
4									

Dove le frecce indicano lo spostamento concesso, il cerchio la presenza di un classico appoggio e il quadrato la presenza di un shock transmitters.

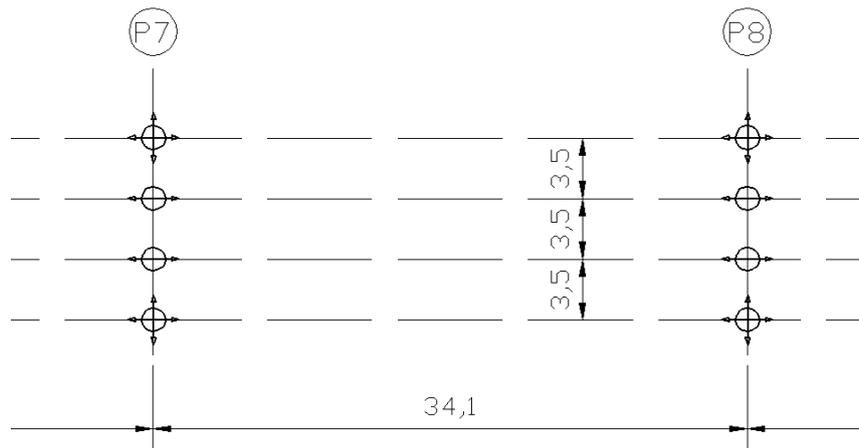


Figura 7: Vincolamento della campata monitorata

Dallo schema di vincolamento appena riportato si comprende che l'impalcato è soggetto ad un vincolamento, associato allo spostamento in direzione longitudinale, solo in corrispondenza delle pile P9 e P10. Per le altre pile, incluse la P7 e la P8, tale movimento è concesso.

Carichi agenti sulle travi

I carichi permanenti agenti sulla singola trave sono riportati qui di seguito e valutati con un $\gamma_{C.A.} = 25 \text{ KN}/\text{m}^3$.

- Peso proprio trave:

$$q_{TR} = A_{TR}\gamma_{C.A.} = 0,7801 * 25 = 19,50 \text{ KN}/\text{m}$$

- Peso proprio della soletta:

$$q_{SL} = A_{SL}\gamma_{C.A.} = 0,8750 * 25 = 21,87 \text{ KN}/\text{m}$$

- Peso della pavimentazione:

$$q_{PAV} = 7,88 \text{ KN}/\text{m}$$

- Peso dei marciapiedi:

$$q_{MARC} = 4,69 \text{ KN}/\text{m}$$

- Peso arredamento:

$$q_{ARR} = 2,1 \text{ KN}/\text{m}$$

L'applicazione della precompressione prevede la seguente tensione iniziale al martinetto.

$$\sigma_{PR,M} = 1420 \text{ N}/\text{mm}^2$$

I carichi variabili non essendo applicati costantemente nel tempo non producono fenomeni viscosi, per questo motivo non ci interessa il loro effetto nei nostri studi.

- Carichi mobili
- Folla
- Azione longitudinale di frenamento
- Azione centrifuga
- Vento
- Sisma
- Resistenze parassite dei vincoli
- Azioni sui parapetti e sicurvia

Strumentazione adottata per il monitoraggio

La conoscenza delle deformazioni di elementi strutturali in calcestruzzo risulta di primaria importanza ai fini della determinazione dello stato di sollecitazione.

Le misure sono state svolte mediante estensimetri costruiti secondo la tecnica basata sulla teoria delle corde vibranti, costituiti da un filo in acciaio, tensionato tra due supporti ancorati alla struttura da monitorare e messo in vibrazione da un elettromagnete. Le deformazioni della struttura causano un analogo movimento dei due supporti, facendo variare il tensionamento del filo. Questa variazione di tensione provoca una variazione della frequenza di vibrazione della corda.

Si dovrà curare la presenza degli effetti termici che provocano variazioni di lunghezza del materiale.

Descrizione degli strumenti

Gli estensimetri a corda vibrante forniti dalla SISGEO S.r.l. sono costituiti da un corpo tubolare in acciaio inox, provvisto alle estremità di due blocchi d'ancoraggio alle strutture. Entro il tubo sigillato, si trova il filo in acciaio che viene messo in vibrazione da un elettromagnete contenuto nella vaschetta colata con resina, posta in mezzeria al tubetto.

SISGEO produce diverse versioni di estensimetri a corda vibrante; quello utilizzato nel nostro monitoraggio è catalogato come VK4000VS, il quale risulta essere adatto per l'applicazione su blocchetti di ancoraggio saldati o incollati sulla gabbia di armatura.

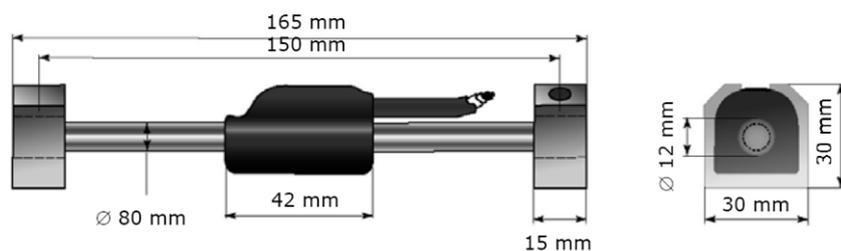


Figura 1: Estensimetro a corda vibrante

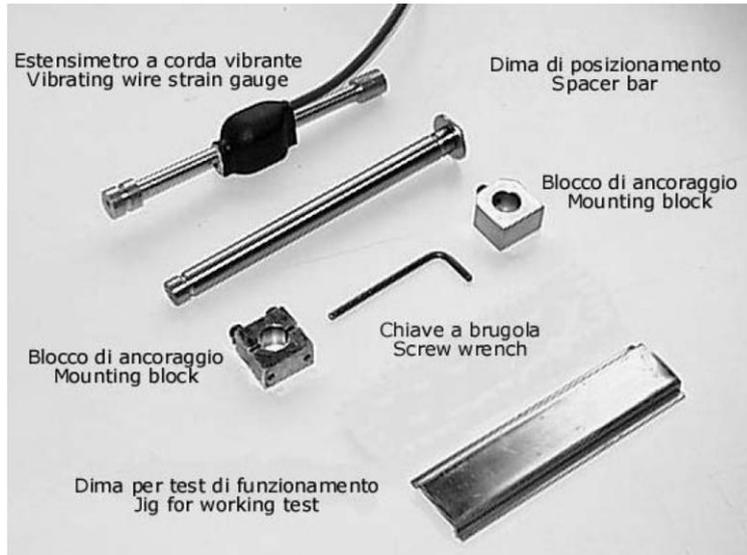


Figura 2: Componenti della strumentazione

Modalità di Installazione

Lo strumento di rilevazione è stato montato direttamente sulle armature utilizzate per la precompressione del calcestruzzo seguendo la procedura illustrata dal manuale di utilizzo che riportiamo qui di seguito.

- Avvolgere uno strato di nastro di gomma autovulcanizzante attorno all'estensimetro a distanza di circa 3 cm dall'elettromagnete da entrambe le parti. Lo strato di gomma serve per assorbire gli shock e attenuare le vibrazioni del sistema in sospensione. Poiché il filo di ferro per la legatura è rigido, senza lo strato di gomma la frequenza di risonanza del sistema di sospensione andrebbe a riferire con la frequenza di risonanza dell'estensimetro. In questo modo si otterrebbero delle letture instabili. Questo effetto scompare appena il calcestruzzo viene gettato.
- Fare due spirali di filo di ferro su entrambi i lati dell'estensimetro, a distanza di circa 3 cm dall'elettromagnete.
- Posizionare l'estensimetro a corda vibrante in corrispondenza di un ferro dell'armatura ed avvolgere il filo di ferro per ottenere il bloccaggio.
- Legare il cavo dello strumento al ferro dell'armatura utilizzando una fascetta di nylon.

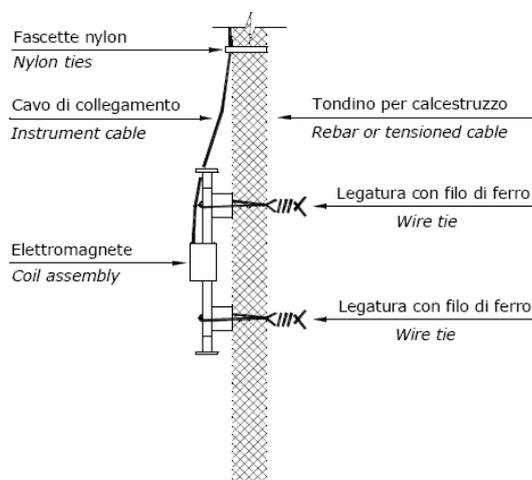


Figura 3: Modalità di installazione

È fondamentale sottolineare che la legatura con filo di ferro non assicura un collegamento rigido fra strumento e armatura. Per questo motivo la deformazione rilevata è associata al calcestruzzo che ingloba lo strumento. Solo nell'ipotesi di perfetta aderenza tra armatura e calcestruzzo, la deformazione rilevata nel calcestruzzo è coincidente con quella dell'armatura.

Un importante consiglio riportato dal manuale è quello di controllare la lettura sul display del periodo e della frequenza di oscillazione della corda vibrante, associata al tensionamento della corda stessa quando l'estensimetro è appena stato installato. Tali valori si devono aggirare rispettivamente attorno a 1200 μ s e 830 Hz.

Nella nostra applicazione si sono utilizzati 12 estensimetri a corda vibrante la cui frequenza all'installazione è inclusa nel seguente intervallo 1166,8-1250,8 μ s, valori in accordo con i consigli riportati dal manuale di utilizzo.

Conversione delle letture in misure di deformazione

Lo strumento SIGEVO VK4000VS fornisce direttamente la lettura del periodo di oscillazione, la cui conversione in deformazioni è resa possibile con la seguente equazione fornita dal manuale d'uso, che ricalca precisamente la soluzione dell'equazione della corda vibrante (vedi appendice A).

$$\mu\varepsilon_{CV} = (f^2 * 10^{-3}) * G = \left(\left(\frac{1}{T} \right)^2 * 10^{-3} \right) * G$$

$$\text{modello SIGEVO VK4000VS} \rightarrow G = 4.058$$

Dove G è la costante dello strumento chiamata Gauge Factor.

Per $\mu\varepsilon$ si intende $\varepsilon * 10^{-6}$, dove ovviamente la deformazione è una quantità adimensionale, per cui la costante G ha una dimensione in $[s * 10^{-3}]$. Si vuole anche sottolineare che nei passaggi successivi l'unità di misura della quantità $f^2 * 10^{-3}$ è denotata con la sigla $[dg]$.

Nota la deformazione della corda vibrante ad un istante iniziale e quella ad un istante successivo di esercizio è possibile calcolare la variazione di deformazione della stessa.

$$\Delta\mu\varepsilon_{CV} = (\mu\varepsilon_e - \mu\varepsilon_0)$$

Questa variazione di deformazione della corda vibrante è da intendere come deformazione del calcestruzzo in quanto la lettura all'istante iniziale è effettuata ancor prima di svolgere il getto.

$$\mu\varepsilon_{CLS} = (\mu\varepsilon_e - \mu\varepsilon_0)$$

Depurazione degli effetti termici

Il calcolo della deformazione nel calcestruzzo si complica quando si vogliono depurare le misure dagli effetti termici a causa delle diverse proprietà termiche dell'acciaio, con cui è realizzata la corda vibrante, e del calcestruzzo con cui è realizzata la trave da ponte.

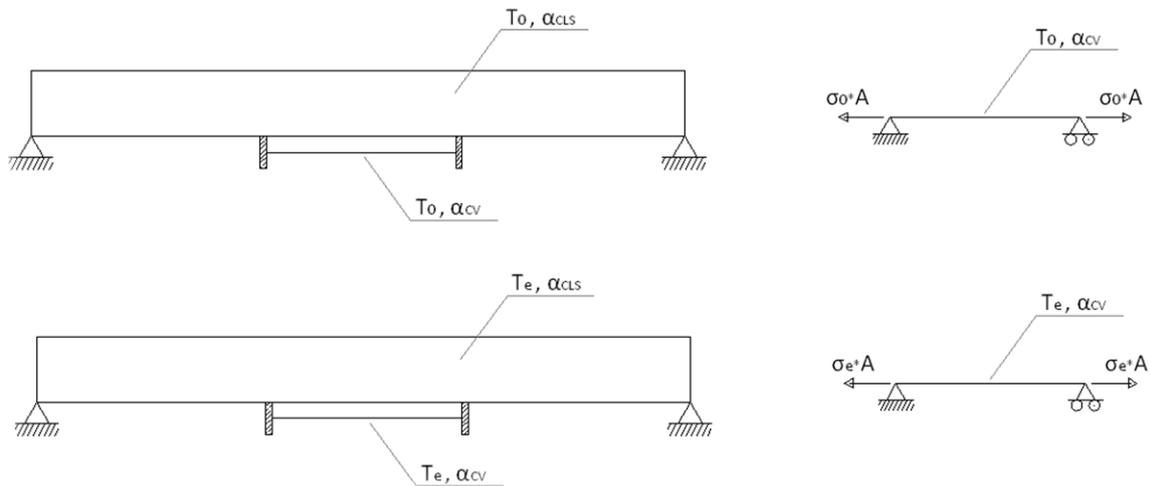


Figura 4: Schematizzazione del sistema composta dalla trave e dallo strumento per la depurazione degli effetti termici

Supponendo che la temperatura ad un generico istante di esercizio sia maggiore della temperatura all'istante iniziale $T_e > T_0$, è logico che per la dilatazione della corda vibrante in acciaio, lo strumento fornirà una variazione di deformazione minore per la minore frequenza di vibrazione, pari al seguente valore.

$$(T_e - T_0) \alpha_{CV}$$

Tale quantità va quindi aggiunta per ottenere la deformazione complessiva del calcestruzzo.

$$\mu \varepsilon_{CLS} = (\mu \varepsilon_e - \mu \varepsilon_0) + (T_e - T_0) \alpha_{CV}$$

Il valore di deformazione così ottenuto è somma di una quantità associata ai carichi e di una quantità associata alla dilatazione del calcestruzzo stesso. Quest'ultimo contributo è quantificato con la seguente espressione.

$$(T_e - T_0) \alpha_{CLS}$$

E' facile calcolare la deformazione del calcestruzzo per il solo effetto del carico.

$$\mu \varepsilon_{CLS,C} = (\mu \varepsilon_e - \mu \varepsilon_0) + (T_e - T_0) \alpha_{CV} - (T_e - T_0) \alpha_{CLS}$$

$$\mu \varepsilon_{CLS,C} = (\mu \varepsilon_e - \mu \varepsilon_0) + (T_e - T_0) (\alpha_{CV} - \alpha_{CLS})$$

Volendo fare una precisazione, la deformazione così determinata esclude gli effetti termici del calcestruzzo che realizza l'elemento strutturale monitorato e gli effetti termici della corda

vibrante, quindi è associata non solo agli effetti del carico, inclusi quelli viscosi, ma anche agli effetti di ritiro del calcestruzzo.

Per il modello SIGEO VK4000VS il manuale d'uso fornisce un $\alpha_{CV} = 12,2 * 10^{-6}/^{\circ}C$, mentre consiglia per il calcestruzzo un $\alpha_{CLS} = 10,5 * 10^{-6}/^{\circ}C$.

Nel nostro caso, avendo calcestruzzi ad alta resistenze, si è deciso di considerare un coefficiente di dilatazione leggermente inferiore a quello consigliato, ovvero $\alpha_{CLS} = 9,5 * 10^{-6}/^{\circ}C$ (vedi appendice B). Tale valore mi porta un maggior peso degli effetti termici sulle letture.

Il medesimo risultato si può ottenere mediante un'altra interpretazione del fenomeno: per la differenza del coefficiente di dilatazione termica fra il calcestruzzo e l'acciaio con cui è realizzato la corda vibrante dell'estensimetro, si instaura un'azione sulla corda vibrante che ne riduce la tensione.

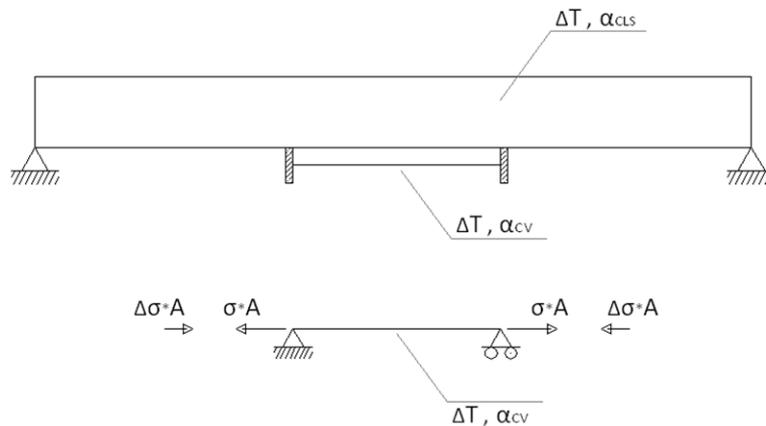


Figura 5: Schematizzazione del sistema composta dalla trave e dallo strumento per la depurazione degli effetti termici

Con lo schema incastro-incastro è possibile risalire alla deformazione provocata dalla variazione di temperatura.



Figura 6: Schema incastro-incastro

$$\frac{N}{EA} = \varepsilon$$

$$\frac{\Delta\sigma * A}{EA} = \Delta\varepsilon$$

$$\frac{\Delta\sigma}{E} = \Delta T * (\alpha_{CV} - \alpha_{CLS})$$

E' quindi confermato il risultato precedentemente ottenuto.

$$\mu\varepsilon_{CLS,C} = (\mu\varepsilon_e - \mu\varepsilon_0) + (T_e - T_0)(\alpha_{CV} - \alpha_{CLS})$$

Si vuole ora fare un'osservazione confrontando l'espressione per il calcolo della deformazione fornita dal manuale e quella dedotta teoricamente dall'equazione della corda vibrante (vedi appendice A).

$$\mu\varepsilon = (f^2 * 10^{-3}) * G$$

$$\varepsilon = \left(\frac{4\rho L^2}{E} \right) f^2$$

Il termine entro parentesi quadra viene assunta dal manuale pari ad una quantità costante G, ma in caso di variazioni di temperatura la lunghezza della corda vibrante L non è una costante, quindi un'espressione più corretta sarebbe la seguente.

$$\varepsilon = \left(\frac{4\rho(L + \Delta L)^2}{E} \right) f^2$$

$$\Delta L = \Delta L(f)$$

Dove la variazione di lunghezza è a sua volta dipendente dalla frequenza di oscillazione.

Non considerando questo ΔL l'errore commesso è sicuramente trascurabile, soprattutto perché è di interesse calcolare le differenze di letture, cioè i $\Delta\varepsilon$, quindi parte dell'errore viene a compensarsi.

Posizione degli strumenti di misura

Come già indicato, il tratto di impalcato monitorato è quello compreso fra la pila P7 e la pila P8, in corrispondenza delle quali gli appoggi consentono i movimenti in direzione longitudinale (sono gli appoggi delle pile P9 e P10 che sono fissi).

L'impalcato è composto da 4 travi a "V", delle quali solo quelle esterne sono state monitorate in corrispondenza delle sezioni di mezzeria e adiacenti all'appoggio. Per ogni sezione monitorata sono stati disposti due estensimetri a corda vibrante, uno all'intradosso e l'altro all'estradosso.

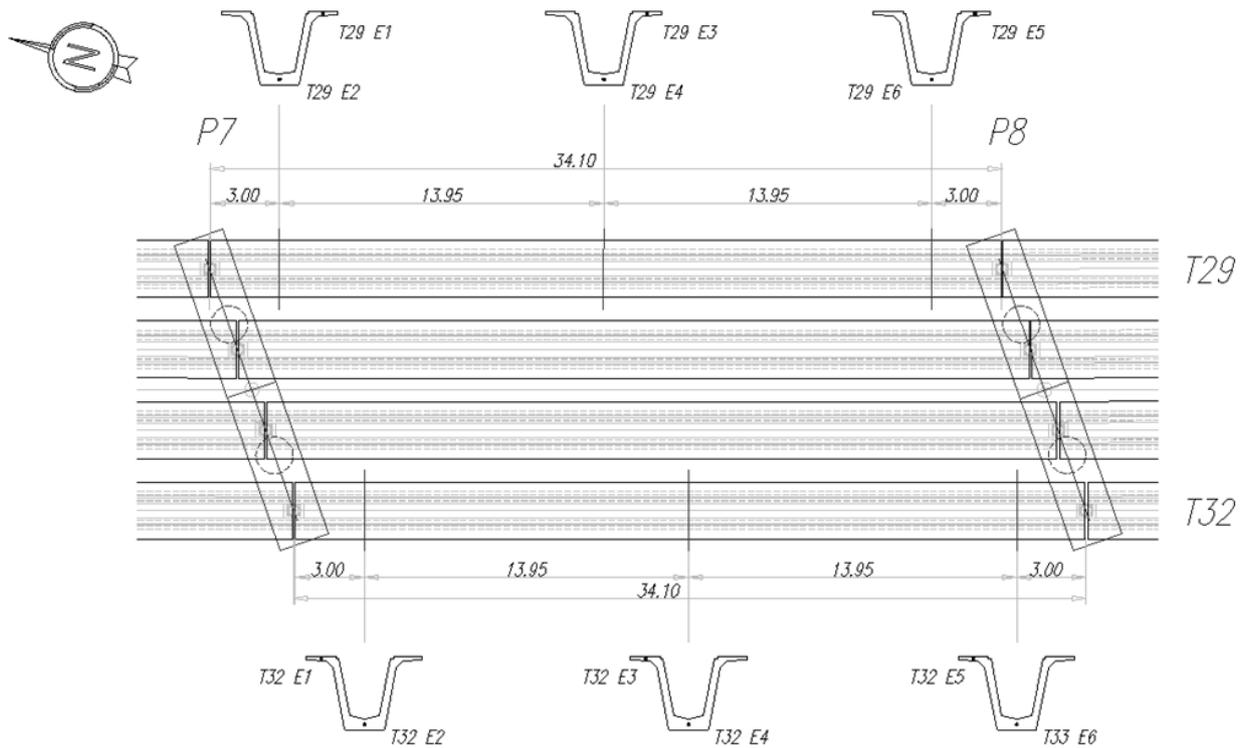


Figura 7: Posizione degli strumenti di misura



Elaborazione delle misure

Dalla lettura dei periodi di oscillazione della corda vibrante dell'estensimetro SISGEO VK4000VS è possibile risalire direttamente alle deformazioni del calcestruzzo $\mu\varepsilon_{CLS}$. Tale valore deve essere depurato dagli effetti termici manifestati dall'acciaio che costituisce la corda vibrante e del calcestruzzo che realizza l'elemento strutturale monitorato, ottenendo le deformazioni imputabili solo ai carichi $\mu\varepsilon_{CLS,C}$. Volendo essere precisi la deformazione così determinata è associata all'effetto elastico e viscoso dei carichi e all'effetto del ritiro.

Queste misure sono state acquisite in modo discontinuo alla fine di ogni fase di realizzazione dell'impalcato e in maniera continua solo successivamente alla conclusione dell'opera, per una finestra temporale di circa 2 anni con una rilevazione ogni 4 ore.

Per le sezioni monitorate, vengono riportate in questo capitolo le seguenti grandezze:

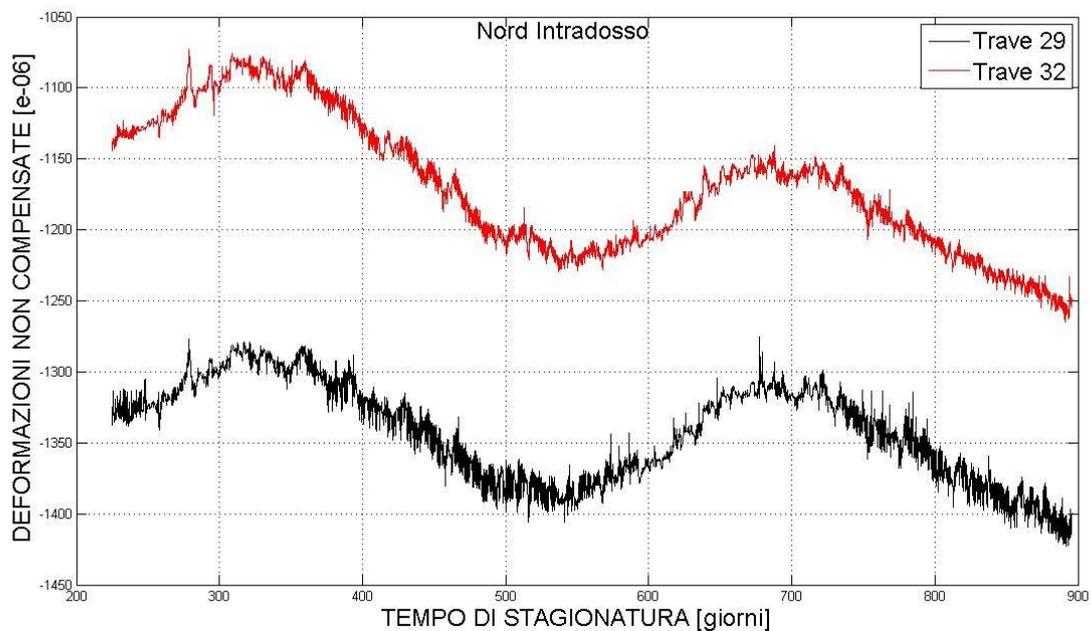
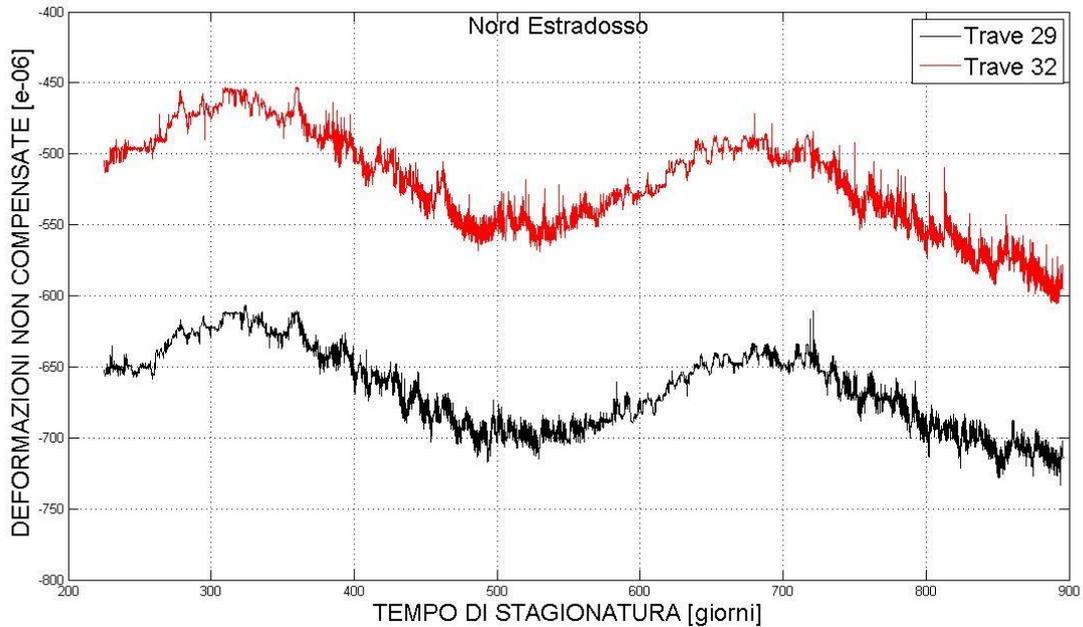
- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\varepsilon_{CLS}$ non compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.
- L'andamento nel tempo delle temperature T , sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.
- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo (con l'interpolazione e il confronto con le deformazioni non compensate)
- Il diagramma delle deformazioni compensate $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) alla fine di ogni fase di realizzazione dell'impalcato, all'inizio e alla fine del monitoraggio in continuo.
- L'andamento nel tempo del diagramma delle variazioni di deformazione $\Delta\mu\varepsilon_{CLS,C}$ compensate della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) manifestate durante la sola fase di monitoraggio in continuo.

È importante sottolineare che l'andamento nel tempo delle deformazioni compensate o non, è estremamente oscillante per la presenza del flusso veicolare. Per questo motivo i diagrammi delle deformazioni delle sezioni sono ottenute considerando l'interpolazione delle deformazioni all'intradosso e all'estradosso.

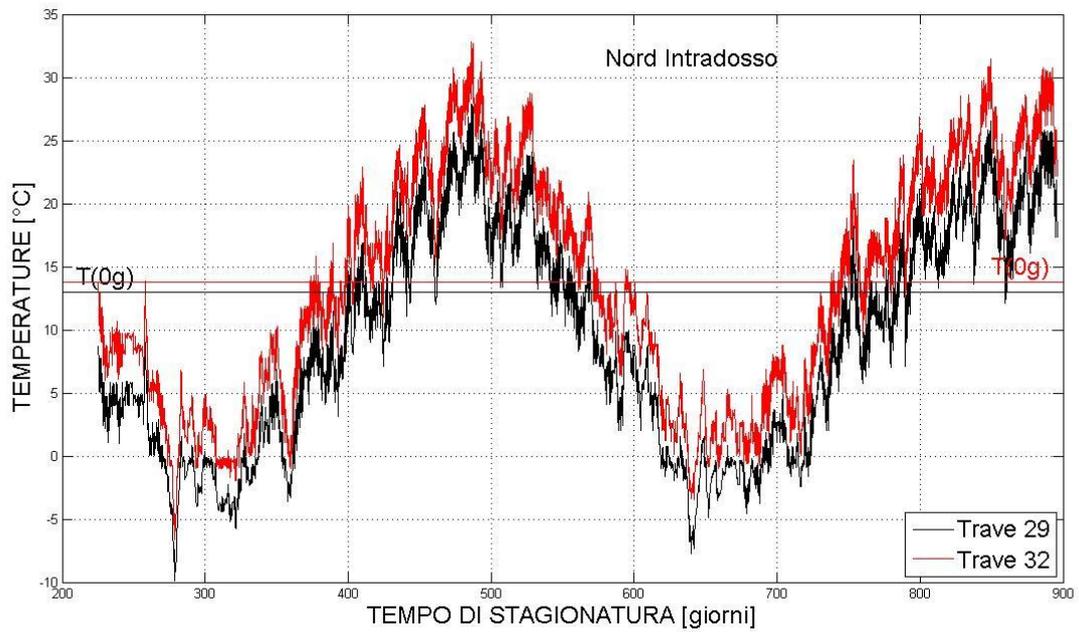
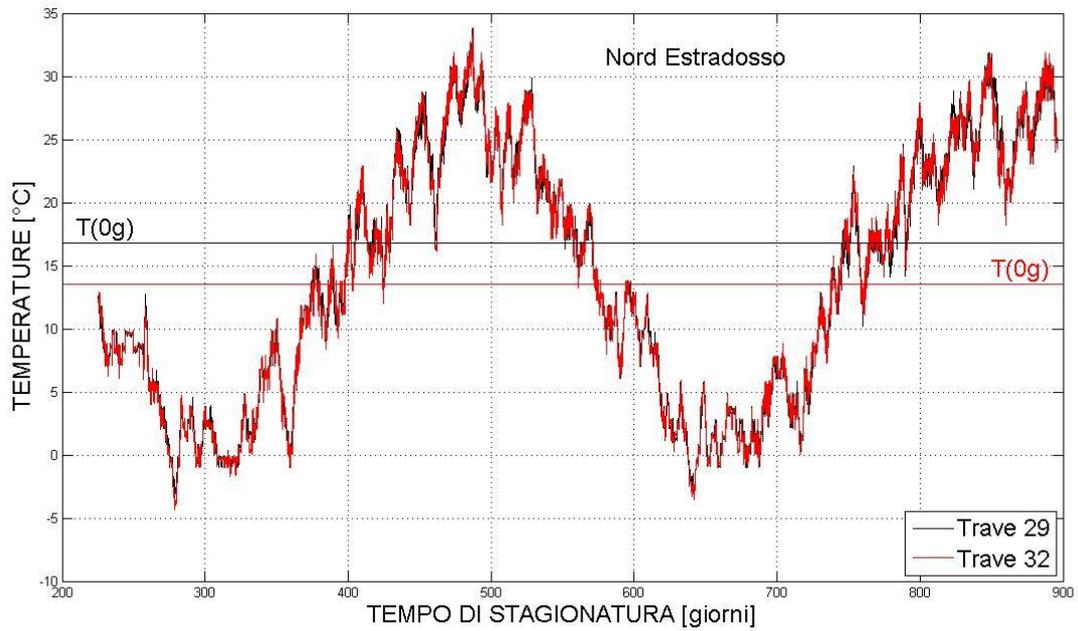
Durante le rilevazioni in continuo sono apparse sporadiche misure nettamente sbagliate. Tali valori non sono stati considerati nell'interpolazione.

Deformazione e temperature monitorate nelle sezioni a nord

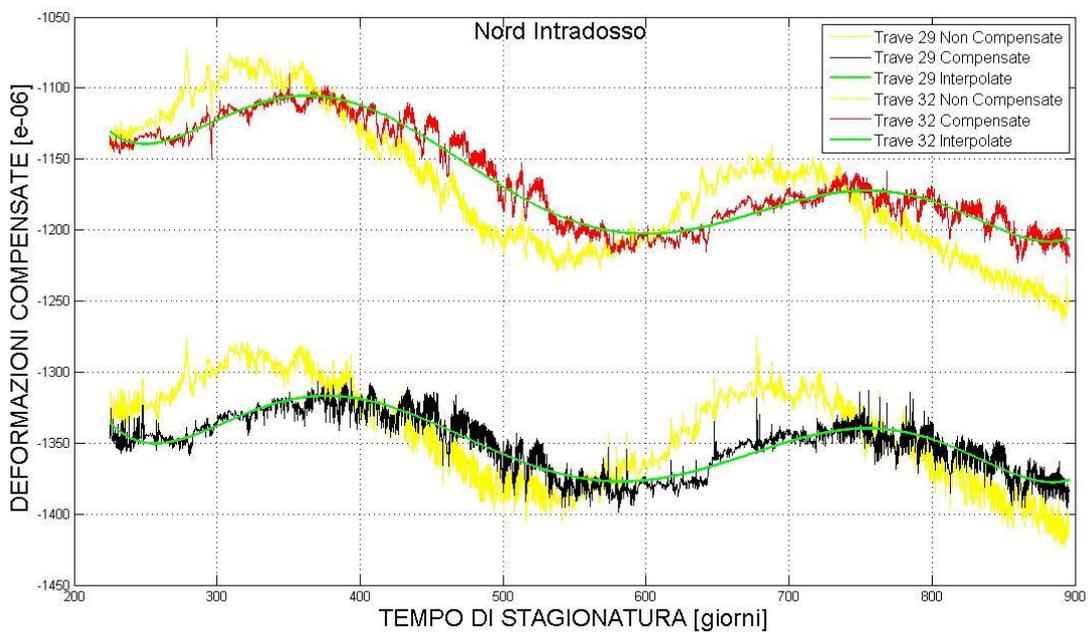
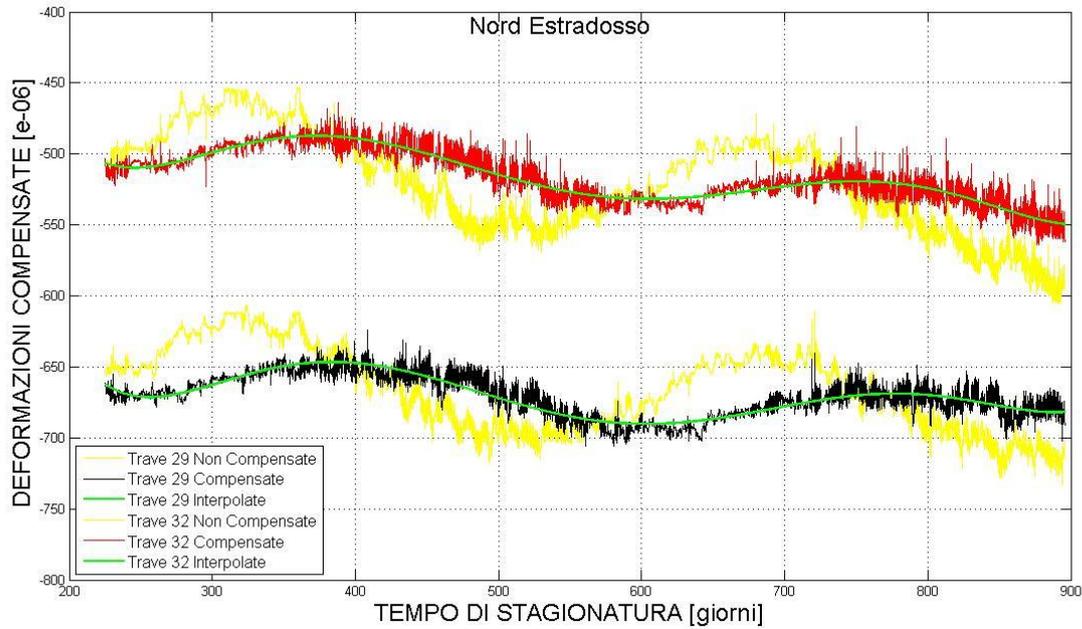
- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\epsilon_{CLS}$ non compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



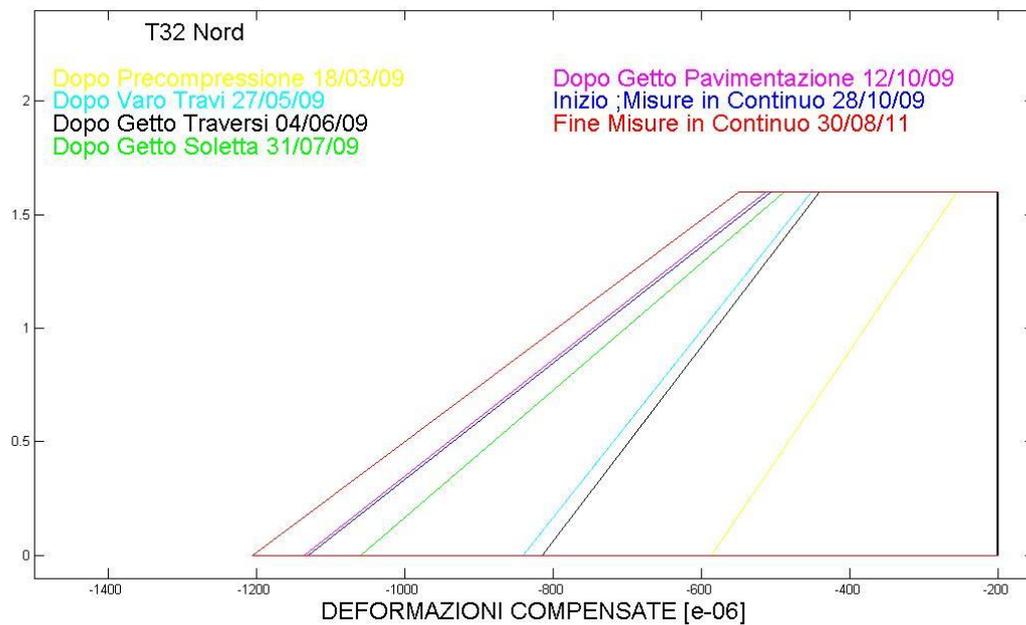
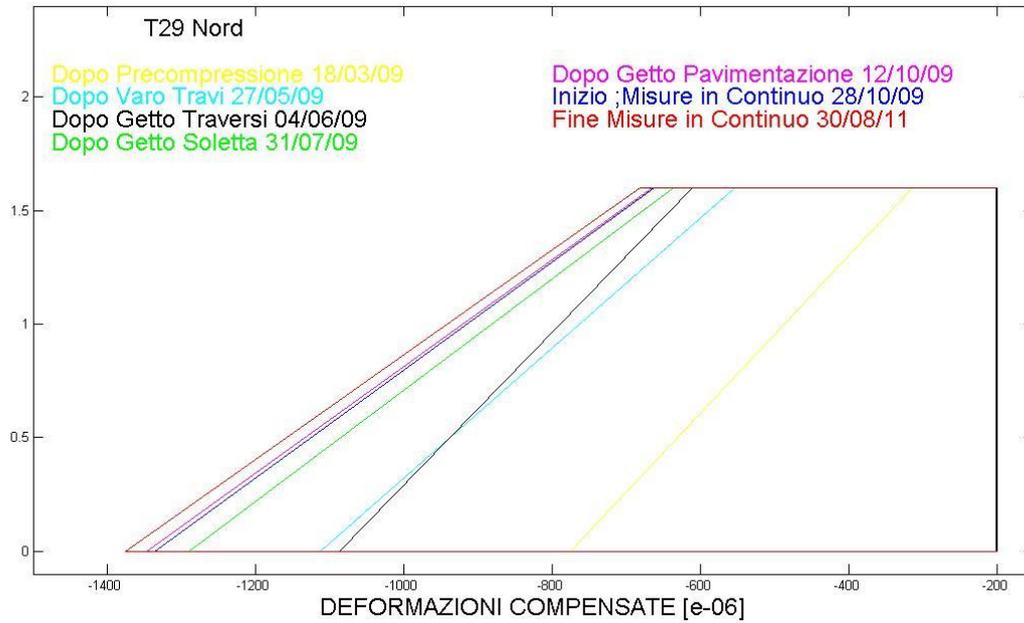
- L'andamento nel tempo delle temperature T , sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo (con l'interpolazione e il confronto con le deformazioni non compensate).



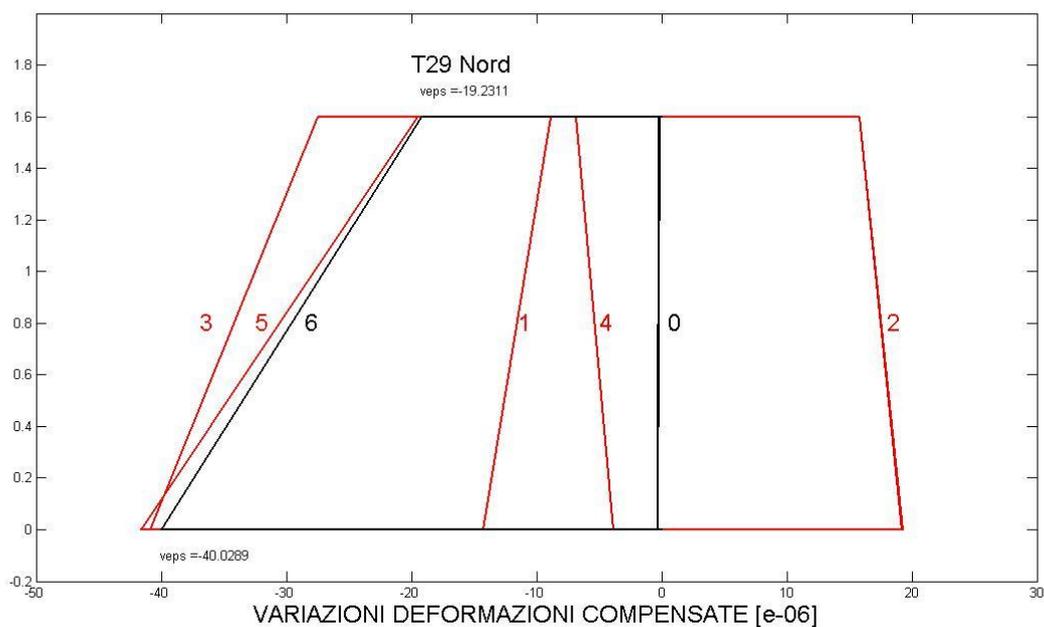
- Il diagramma delle deformazioni compensate $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) alla fine di ogni fase di realizzazione dell'impalcato, all'inizio e alla fine del monitoraggio in continuo.

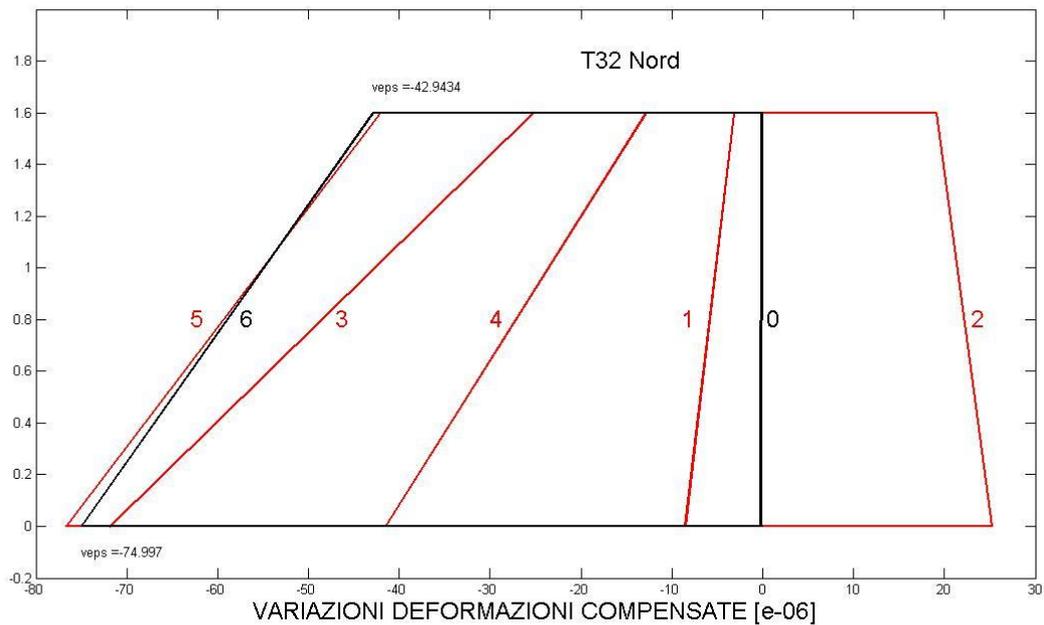


Riportiamo in una tabella le deformazione rilevate in ogni fase significativa del monitoraggio per l'intradosso (Int.) e l'estradosso (Est.) della sezione a nord di entrambe le travi (T29 e T32). L'unità di misure è il $\mu\varepsilon$, ovvero 10^{-6} .

	Dopo Pre-compressione e P. Proprio 18/03/09 (1g)	Dopo Varo Travi 27/05/09 (71g)	Dopo Getto Traversi 04/06/09 (79g)	Dopo Getto Soletta 31/07/09 (136g)	Dopo Getto Pavimentazione 12/10/09 (209g)	Inizio Misure in Continuo 28/10/09 (225g)	Fine Misure in Continuo 30/08/11 (895g)
T29 Est.	-313,88	-552,99	-610,12	-636,21	-664,92	-663,46	-681,69
T32 Est.	-255,73	-451,05	-440,70	-488,63	-512,04	-506,53	-549,47
T29 Int.	-775,11	-1112,62	-1086,98	-1289,46	-1346,50	-1336,08	-1376,11
T32 Int.	-586,12	-841,25	-814,66	-1059,30	-1135,62	-1130,74	-1205,79

- L'andamento nel tempo del diagramma delle variazioni di deformazione $\Delta\mu\varepsilon_{CLS,C}$ compensate della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) manifestate durante la sola fase di monitoraggio in continuo.





Si sottolinea che lo “zero” corrisponde all’inizio del monitoraggio in continuo avvenuto il 28/10/09 (225g).

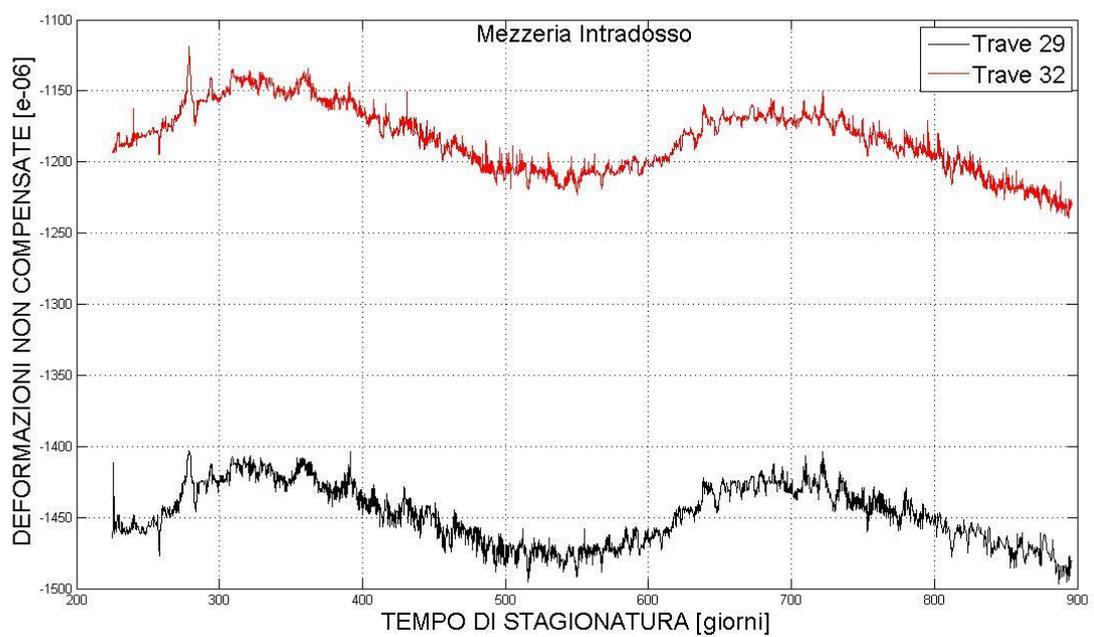
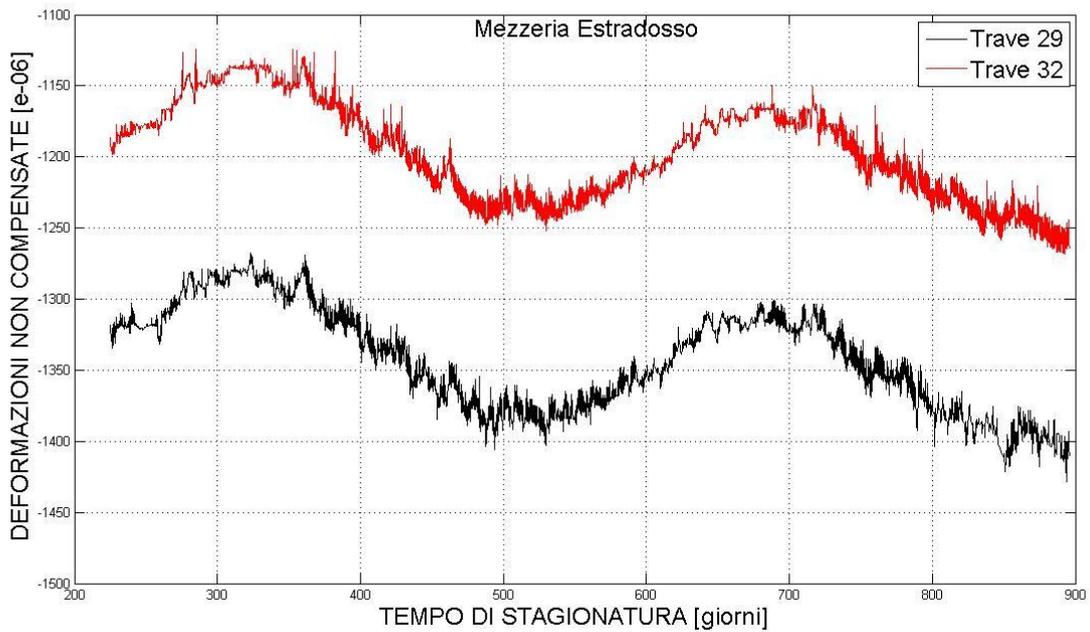
Riportiamo in una tabella le variazioni di deformazione rilevate in ogni istante significativo del monitoraggio per l’intradosso (Int.) e l’estradosso (Est.) della sezione a nord di entrambe le travi (T29 e T32). L’unità di misure è il $\Delta\mu\epsilon$, ovvero 10^{-6} .

	1	2	3	4	5	6
T29 Est.	-8,87	15,80	-27,49	-6,87	-19,50	-19,23
T32 Est.	-3,20	19,12	-25,25	-12,88	-42,09	-42,94
T29 Int.	-14,27	19,19	-40,92	-3,89	-41,63	-40,02
T32 Int.	-8,54	25,22	-71,91	-41,53	-76,70	-74,99
T29 giorni	256,17	378,84	589,99	761,27	890,64	895,00
T32 giorni	247,79	366,11	601,39	752,89	888,63	895,00

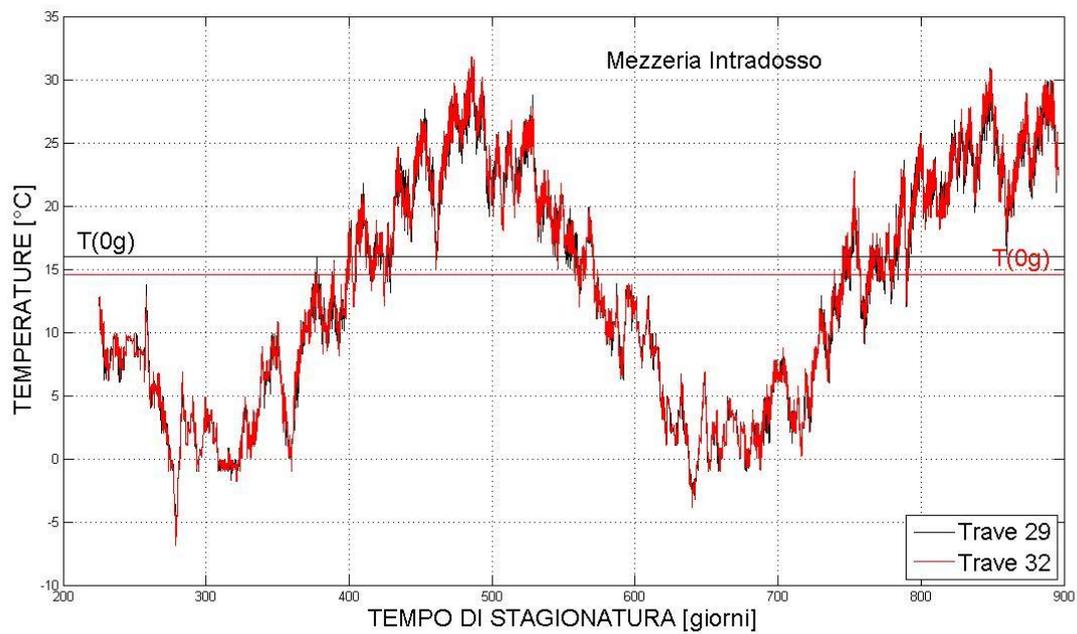
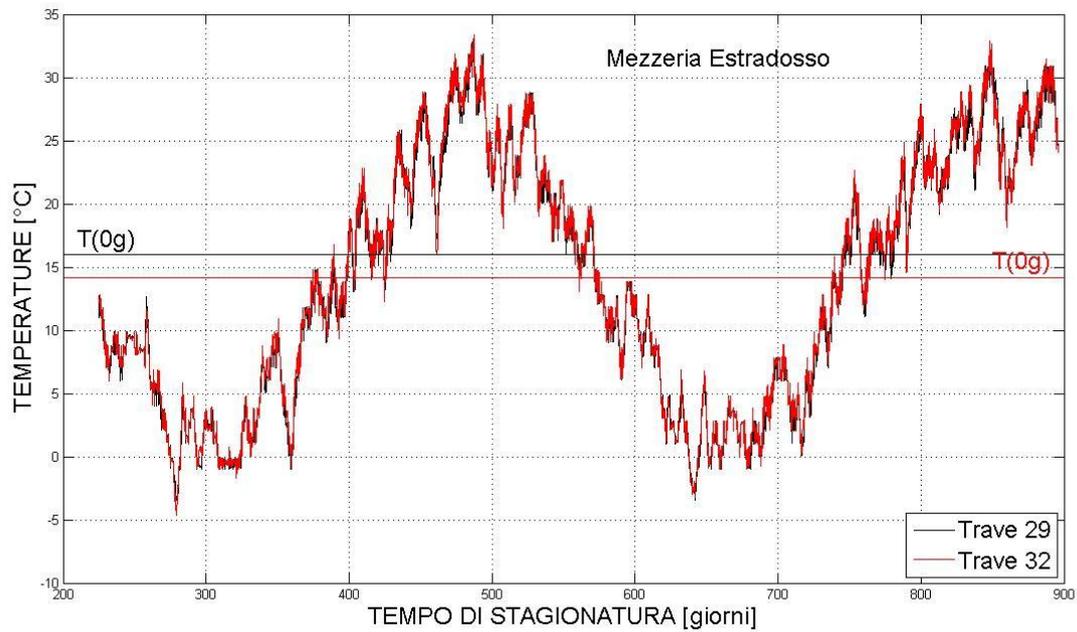
Nella tabella si sono riportati anche gli istanti in cui si sono verificate le massime oscillazioni.

Deformazione e temperature monitorate nelle sezioni di mezzeria

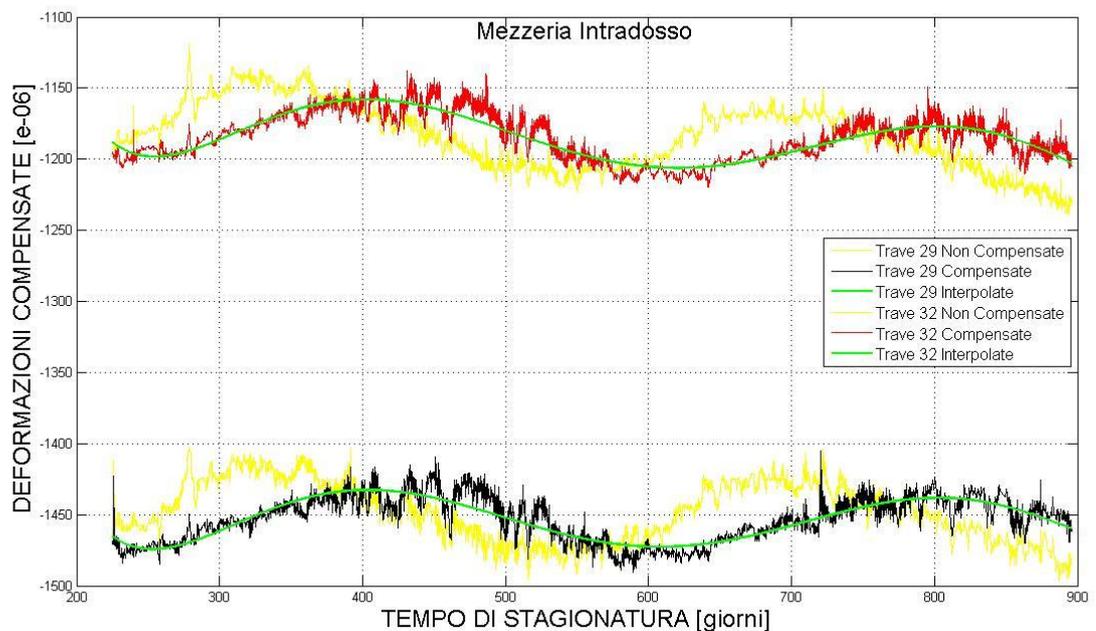
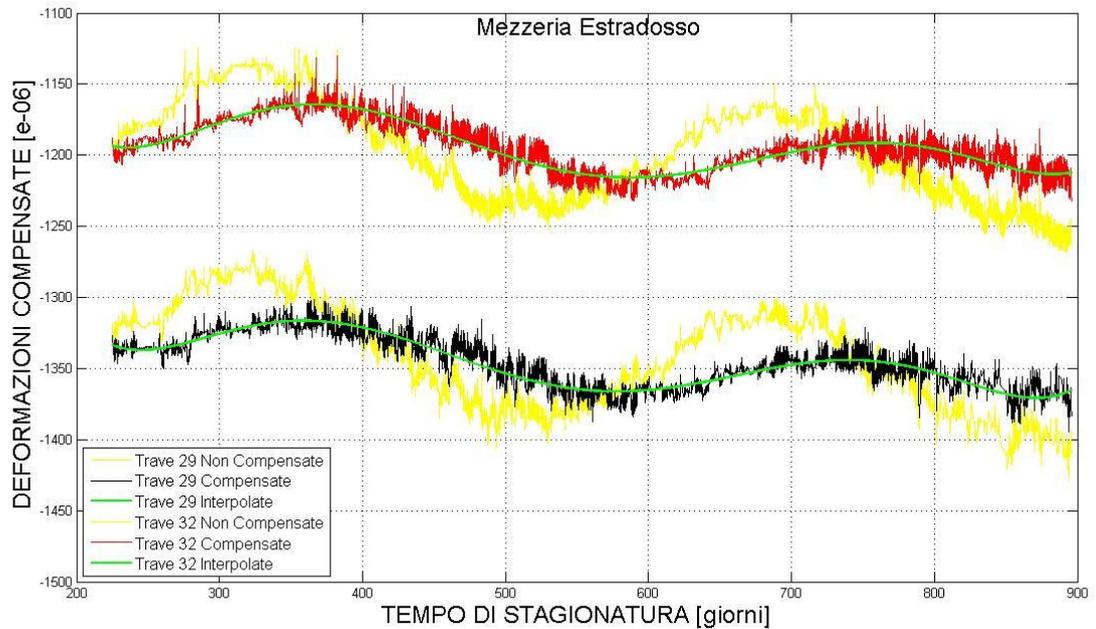
- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\epsilon_{CLS}$ non compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



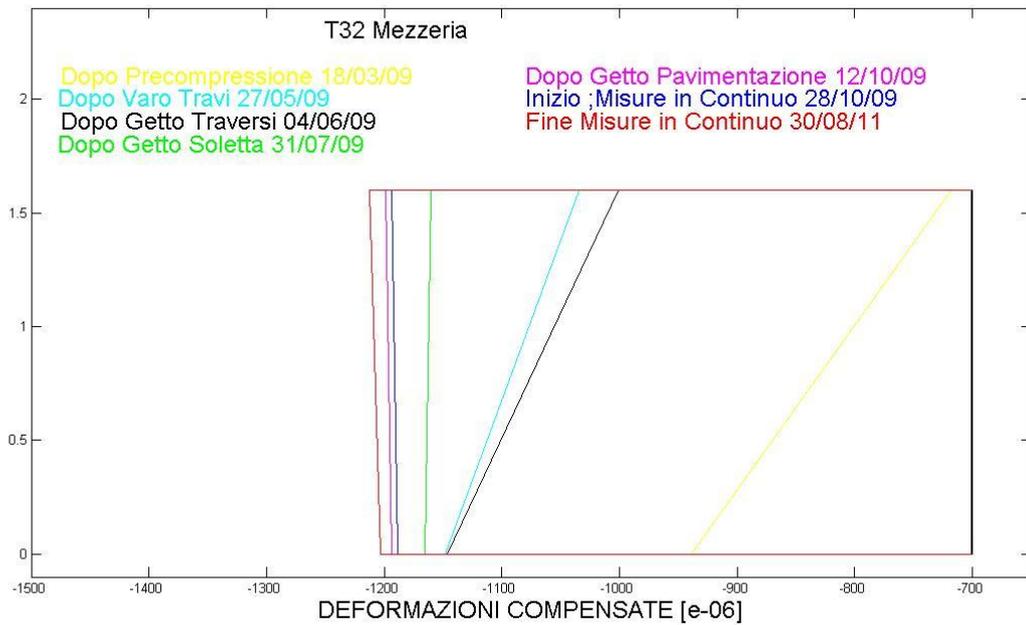
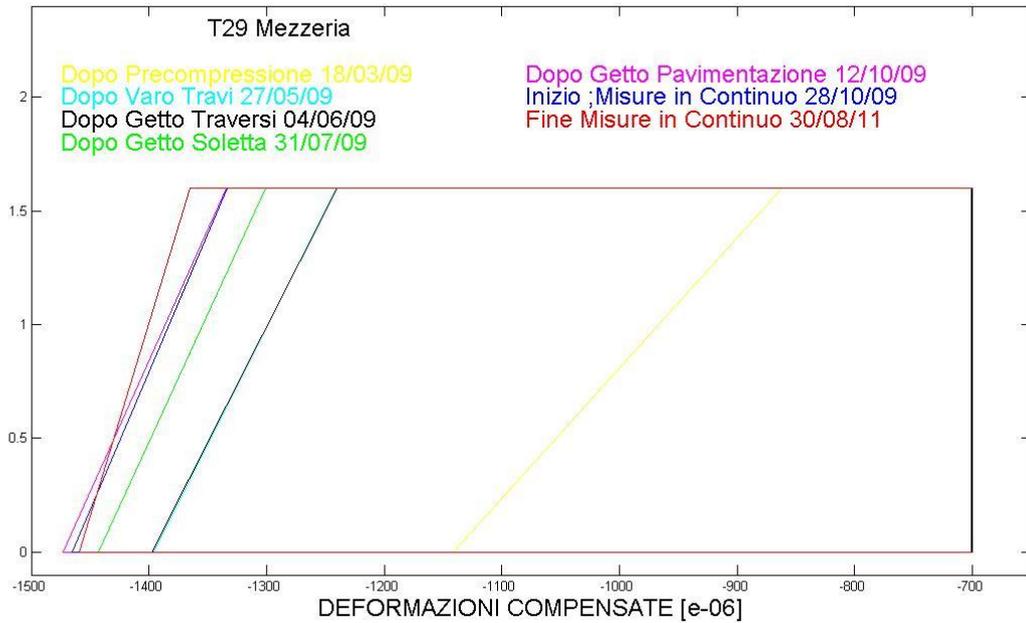
- L'andamento nel tempo delle temperature T , sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo (con l'interpolazione e il confronto con le deformazioni non compensate).



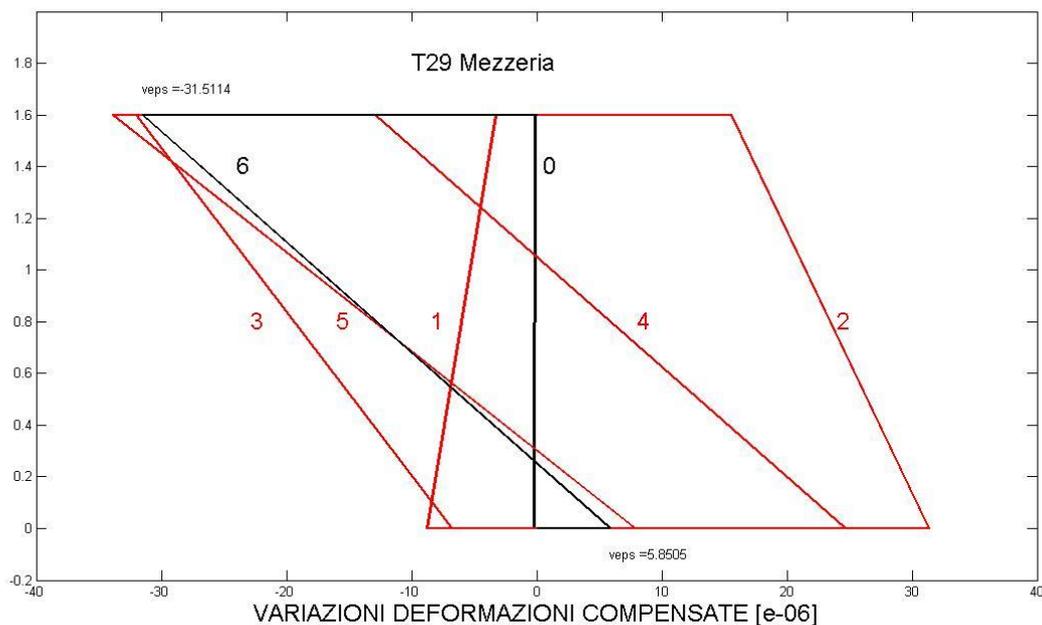
- Il diagramma delle deformazioni compensate $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) alla fine di ogni fase di realizzazione dell'impalcato, all'inizio e alla fine del monitoraggio in continuo.

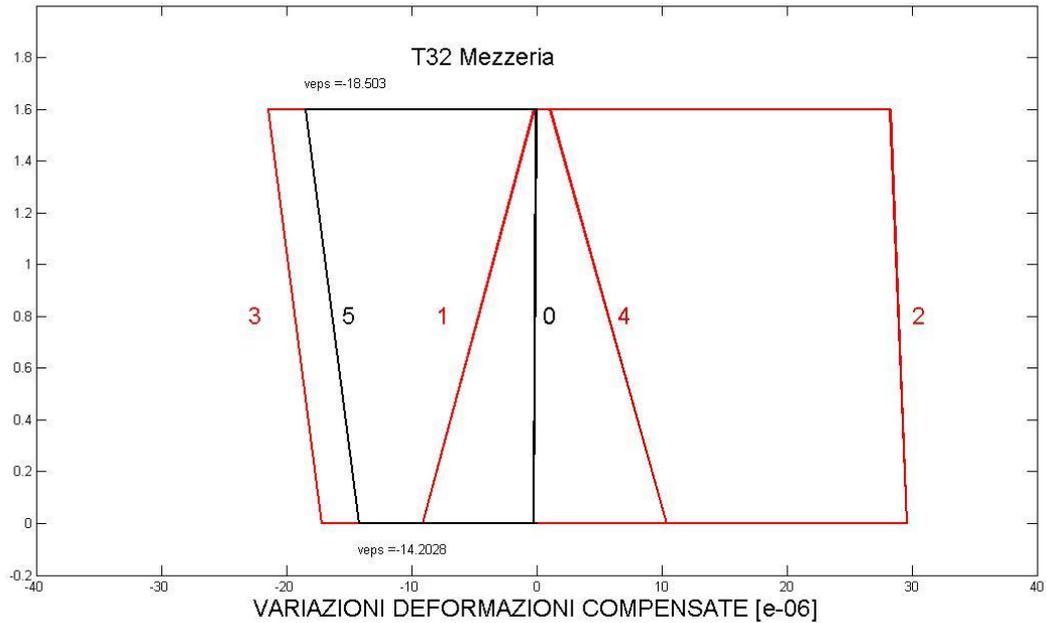


Riportiamo in una tabella le deformazione rilevate in ogni fase significativa del monitoraggio per l'intradosso (Int.) e l'estradosso (Est.) della sezione di mezzeria per entrambe le travi (T29 e T32). L'unità di misure è il $\mu\epsilon$, ovvero 10^{-6} .

	Dopo Pre-compressione e P. Proprio 18/03/09 (1g)	Dopo Varo Travi 27/05/09 (71g)	Dopo Getto Traversi 04/06/09 (79g)	Dopo Getto Soletta 31/07/09 (136g)	Dopo Getto Pavimentazione 12/10/09 (209g)	Inizio Misure in Continuo 28/10/09 (225g)	Fine Misure in Continuo 30/08/11 (895g)
T29 Est.	-862,41	-1241,14	-1239,68	-1300,75	-1333,78	-1333,65	-1365,16
T32 Est.	-718,21	-1034,34	-1000,54	-1160,63	-1198,88	-1193,65	-1212,16
T29 Int.	-1141,77	-1395,54	-1397,40	-1442,64	-1473,38	-1465,45	-1459,60
T32 Int.	-939,37	-1148,37	-1146,37	-1165,05	-1193,77	-1188,47	-1202,67

- L'andamento nel tempo del diagramma delle variazioni di deformazione $\Delta\mu\epsilon_{CLS,C}$ compensate della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) manifestate durante la sola fase di monitoraggio in continuo.





Si sottolinea che lo “zero” corrisponde all’inizio del monitoraggio in continuo avvenuto il 28/10/09 (225g).

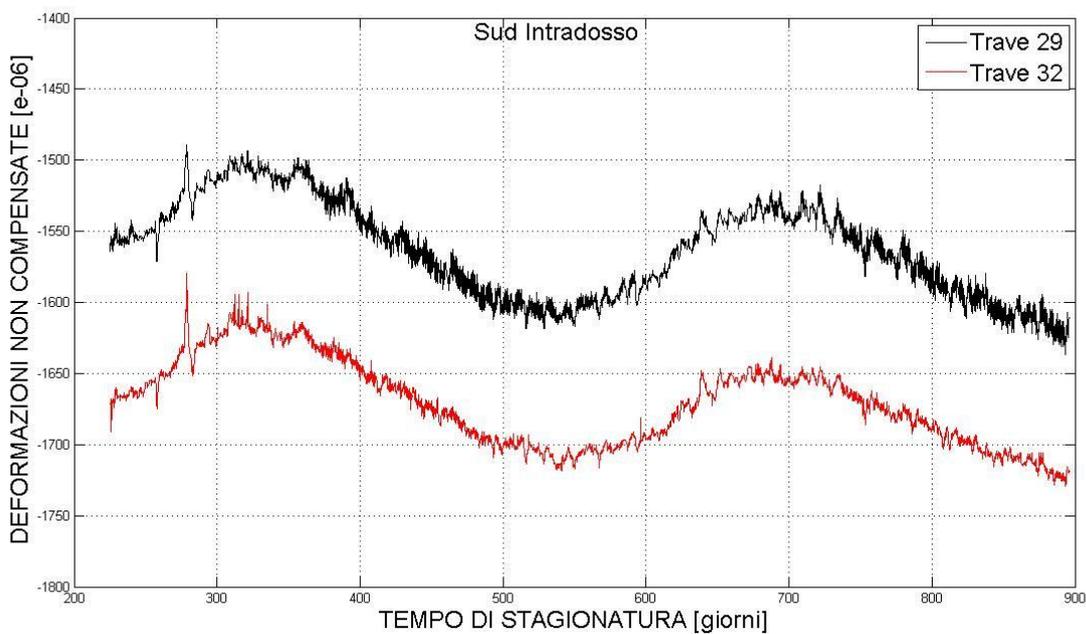
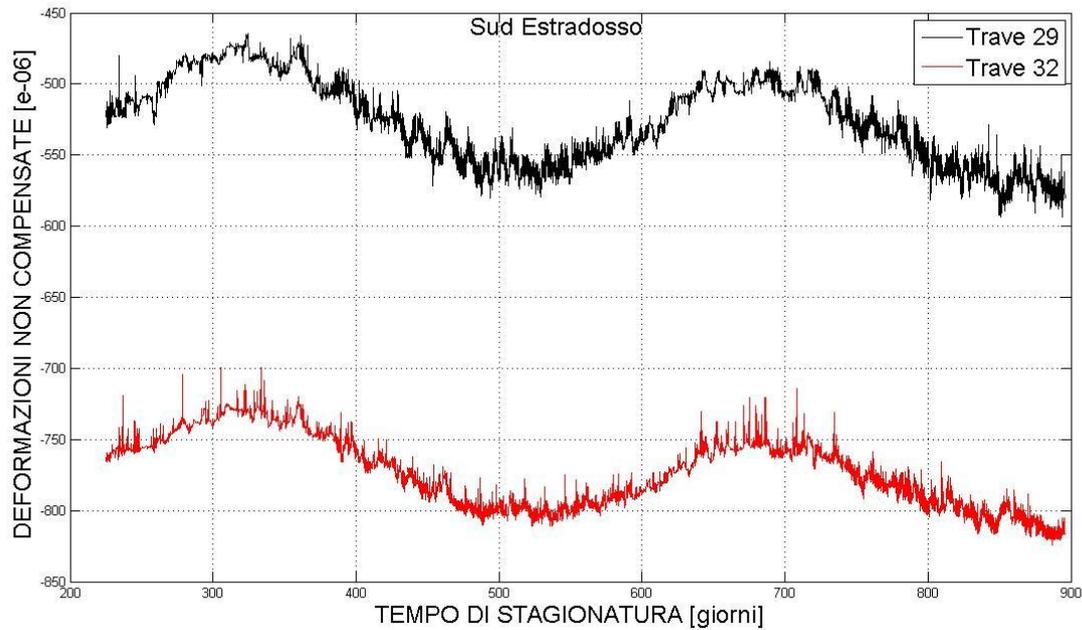
Riportiamo in una tabella le variazioni di deformazione rilevate in ogni istante significativo del monitoraggio per l’intradosso (Int.) e l’estradosso (Est.) della sezione in mezzeria di entrambe le travi (T29 e T32). L’unità di misure è il $\Delta\mu\epsilon$, ovvero 10^{-6} .

	1	2	3	4	5	6
T29 Est.	-3,28	15,58	-32,06	-12,90	-33,88	-31,51
T32 Est.	-0,23	28,26	-21,48	1,05	-18,50	-
T29 Int.	-8,75	31,38	-6,79	24,64	7,82	5,85
T32 Int.	-9,14	29,56	-17,18	10,38	-14,20	-
T29 giorni	249,80	381,86	593,01	769,98	889,63	895,00
T32 giorni	246,45	384,21	604,07	779,70	895,00	-

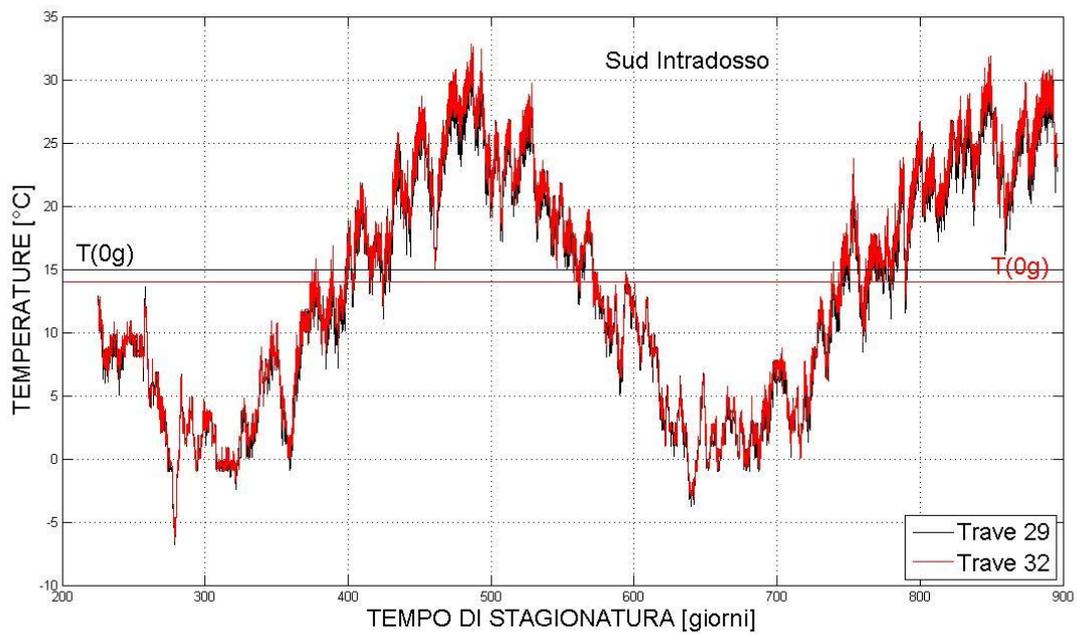
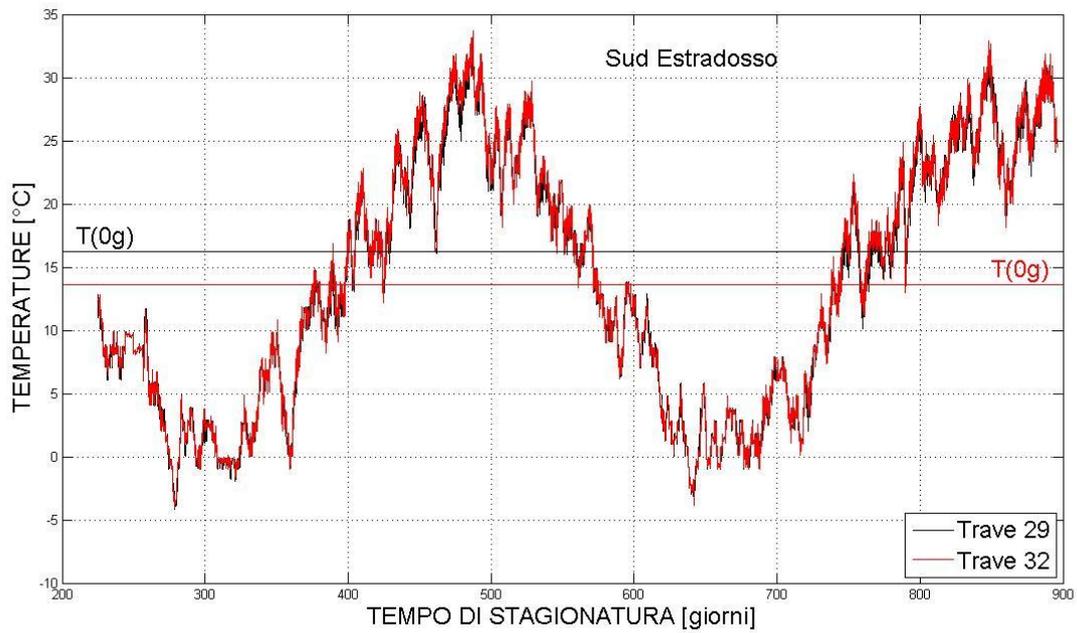
Nella tabella si sono riportati anche gli istanti in cui si sono verificate le massime oscillazioni.

Deformazione e temperature monitorate nelle sezioni a sud

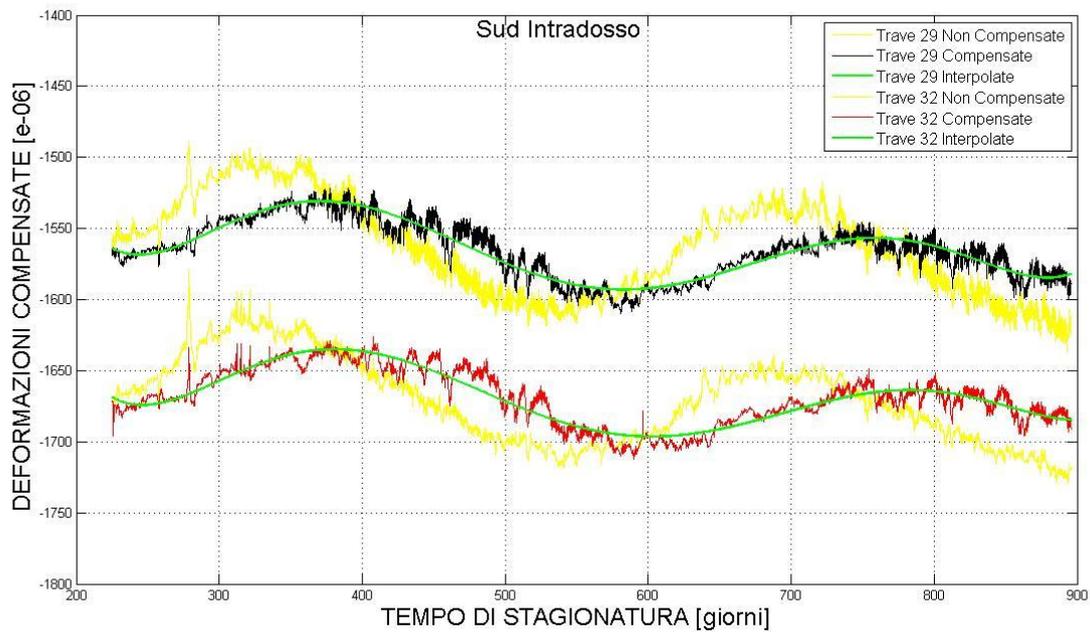
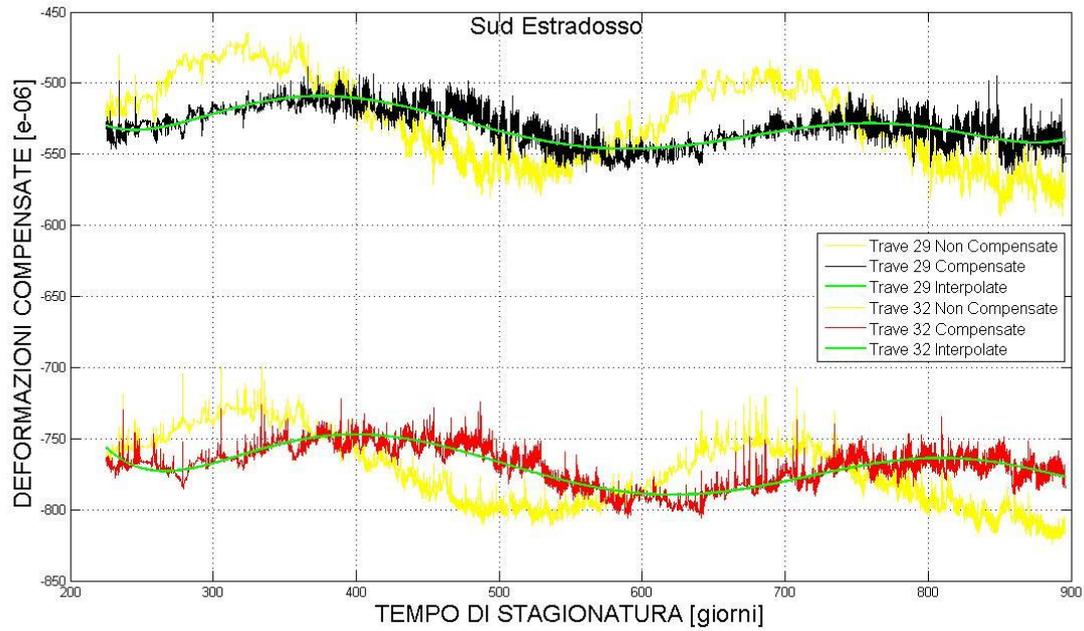
- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\epsilon_{CLS}$ non compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



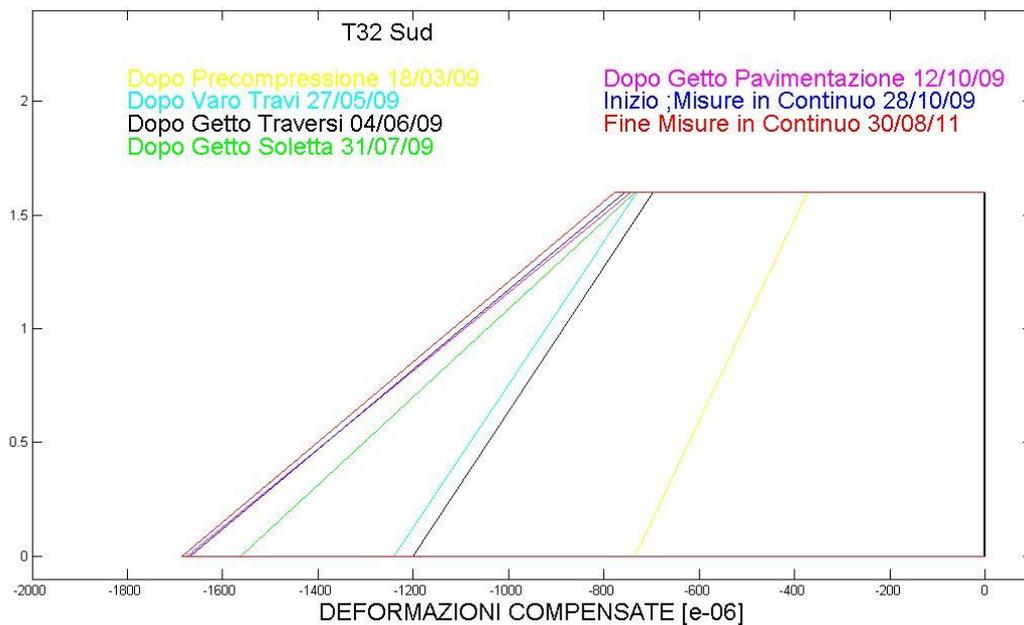
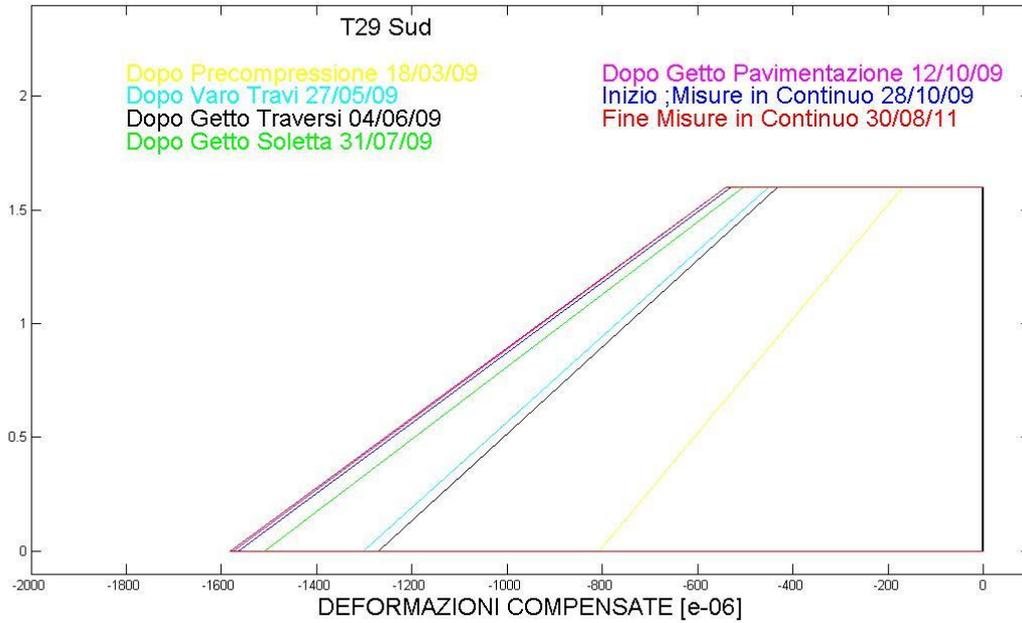
- L'andamento nel tempo delle temperature T , sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo.



- L'andamento nel tempo delle deformazioni $\mu\epsilon_{CLS,C}$ compensate dagli effetti termici, sia per l'intradosso che per l'estradosso, valutate nel periodo in cui le misure sono state rilevate in continuo (con l'interpolazione il confronto con le deformazioni non compensate).



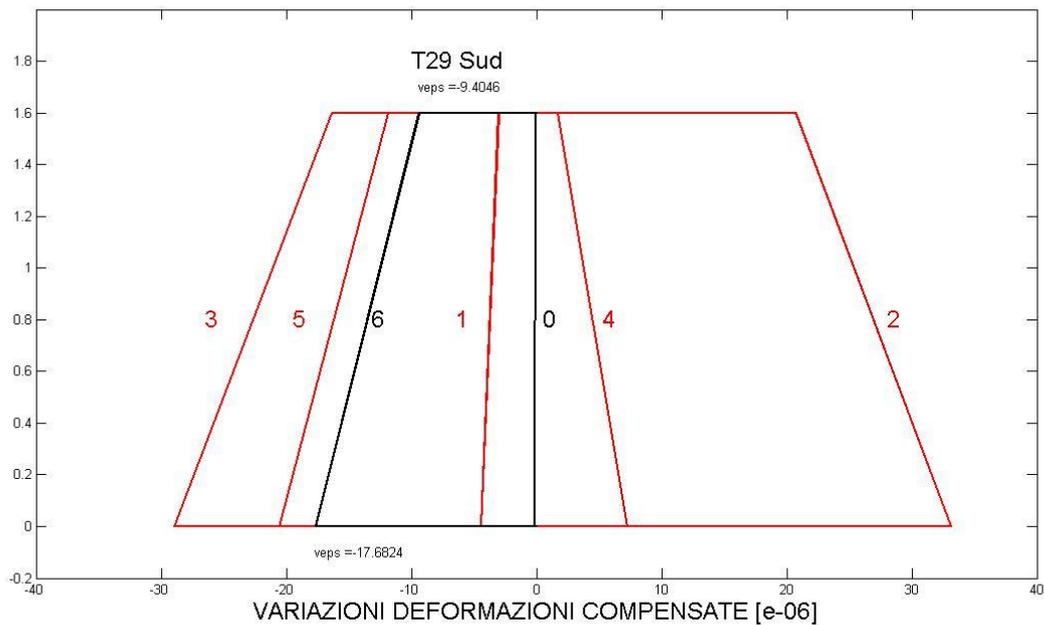
- Il diagramma delle deformazioni compensate $\mu\epsilon_{CLS,C}$ della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) alla fine di ogni fase di realizzazione dell'impalcato, all'inizio e alla fine del monitoraggio in continuo.

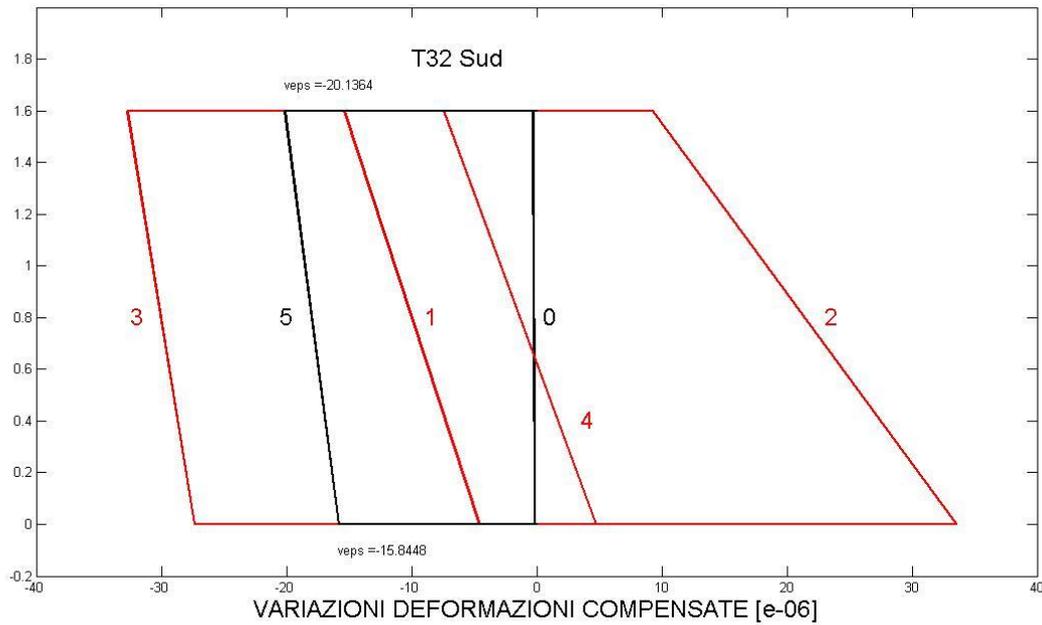


Riportiamo in una tabella le deformazione rilevate in ogni fase significativa del monitoraggio per l'intradosso (Int.) e l'estradosso (Est.) della sezione a sud di entrambe le travi (T29 e T32) . L'unità di misure è il $\mu\epsilon$, ovvero 10^{-6} .

	Dopo Pre-compressione e P. Proprio 18/03/09 (1g)	Dopo Varo Travi 27/05/09 (71g)	Dopo Getto Traversi 04/06/09 (79g)	Dopo Getto Soletta 31/07/09 (136g)	Dopo Getto Pavimentazione 12/10/09 (209g)	Inizio Misure in Continuo 28/10/09 (225g)	Fine Misure in Continuo 30/08/11 (895g)
T29 Est.	-169,21	-451,48	-431,87	-505,36	-540,20	-529,92	-539,32
T32 Est.	-374,13	-731,01	-696,14	-734,48	-734,18	-756,65	-776,79
T29 Int.	-807,26	-1301,77	-1271,33	-1508,97	-1575,70	-1564,03	-1581,71
T32 Int.	-734,99	-1241,40	-1201,55	-1563,19	-1675,38	-1668,84	-1684,68

- L'andamento nel tempo del diagramma delle variazioni di deformazione $\Delta\mu\epsilon_{CLS,C}$ compensate della sezione (nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) manifestate durante la sola fase di monitoraggio in continuo.



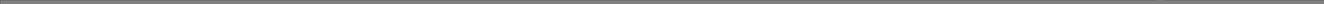


Si sottolinea che lo “zero” corrisponde all’inizio del monitoraggio in continuo avvenuto il 28/10/09 (225g).

Riportiamo in una tabella le variazioni di deformazione rilevate in ogni istante significativo del monitoraggio. L’unità di misure è il $\Delta\mu\varepsilon$, ovvero 10^{-6} .

	1	2	3	4	5	6
T29 Est.	-3,03	20,75	-16,33	1,65	-11,87	-9,40
T32 Est.	-15,39	9,28	-32,70	-7,45	-20,13	-
T29 Int.	-4,45	33,15	-28,94	7,25	-20,59	-17,68
T32 Int.	-4,58	33,52	-27,37	4,72	-15,84	-
T29 giorni	244,10	372,14	585,31	758,25	877,24	895,00
T32 giorni	255,50	388,23	610,44	793,44	895,00	-

Nella tabella si sono riportate anche gli istanti in cui si sono verificate le massime oscillazioni.



Tipologia delle deformazioni riscontrate

I valori di deformazione rilevati possono essere associati ai seguenti fenomeni:

- Deformazione elastica
- Deformazione da ritiro plastico e idraulico (autogeno ed igrometrico)
- Deformazione da viscosità
- Deformazione da variazioni termiche

La deformazione elastica del calcestruzzo si manifesta istantaneamente all'applicazione del carico e si mantiene costante nel tempo. Essa dipende in larga parte dalla composizione del calcestruzzo, in particolar modo dagli aggregati.

La deformazione da ritiro è un fenomeno indipendente dal carico applicato.

Quando il calcestruzzo è ancora nella fase plastica si parla di ritiro plastico o a breve termine, questo è dovuto alla perdita d'acqua dalla superficie del calcestruzzo nella prima fase successiva al getto, a seguito dal passaggio dalla fase liquida alla fase plastica, ovvero prima che si espliciti la presa.

Successivamente si manifesta il ritiro idraulico o a lungo termine, in quanto si protrae durante tutta la vita del conglomerato, anche se la maggior parte di sviluppa nei primi mesi. Il ritiro idraulico si distingue in ritiro autogeno e ritiro igrometrico o da essiccamento.

Il ritiro autogeno avviene in assenza di variazioni igrometriche e termiche ed è causato dall'idratazione del cemento. Infatti i prodotti di idratazione occupano un volume inferiore rispetto a quello occupato dai reagenti. Tale contrazione pertanto dipende principalmente dal tenore di cemento utilizzato per confezionare la miscela. Il ritiro autogeno si manifesta principalmente quando il calcestruzzo è plastico – deformabile e cioè nel periodo tra inizio e fine della presa. L'ulteriore idratazione del cemento durante l'indurimento determina una contrazione modesta ma causa un aumento della porosità capillare.

Il ritiro igrometrico o da essiccamento è causato dall'evaporazione dell'acqua contenuta dal conglomerato cementizio verso l'ambiente esterno insaturo di vapore. Tale contrazione dipende fondamentalmente dalla formazione all'interno dei pori capillari, inizialmente saturi d'acqua, di menischi che a causa della tensione superficiale provocano la contrazione della pasta cementizia. Tale fenomeno dipende principalmente dai fattori ambientali, quali temperatura esterna e l'umidità relativa, nonché dal rapporto acqua/cemento.

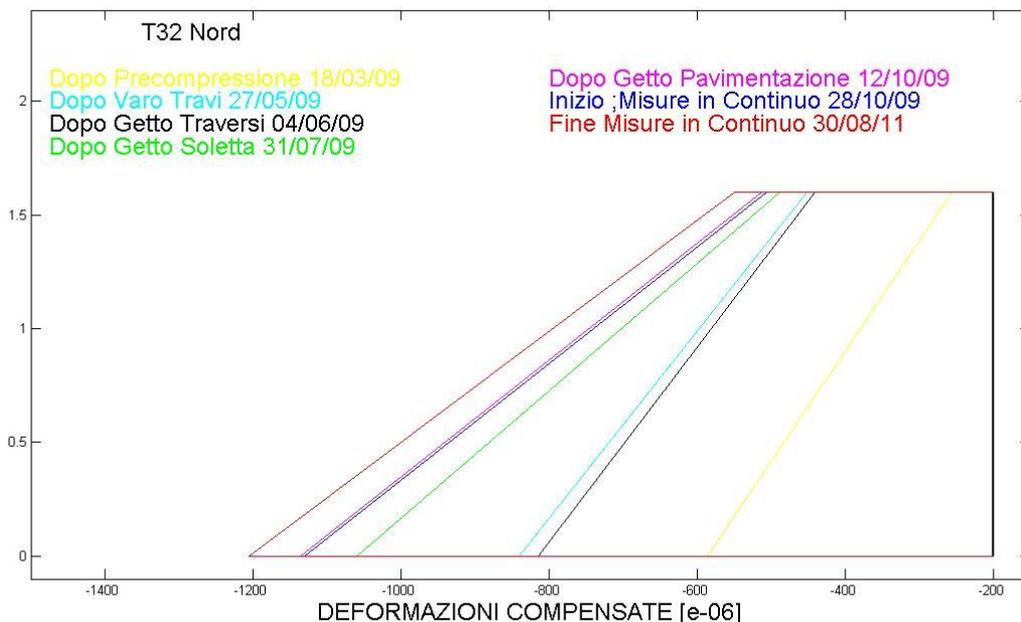
E' importante che il ritiro si manifesta in ugual modo in ogni direzione, per cui la generica sezione manifesta un ritiro uniforme lungo l'altezza. Questo è vero se si trascura l'effetto di contrasto provocato dalle armature.

La deformazione provocata dallo scorrimento viscoso è dovuta all'applicazione costante nel tempo del carico, che dopo le deformazioni elastiche istantanee, provoca deformazioni differite nel tempo.

Il fenomeno del creep può essere associato allo scivolamento degli strati colloidali di cemento a contatto con l'acqua adsorbita e alle fratture locali coinvolgenti la rottura di legami esistenti. Si vuole evidenziare che la viscosità si manifesta con una rotazione della sezione per i carichi che generano un momento, come il peso proprio, il peso della soletta e l'eccentricità della precompressione, mentre con una deformazione uniforme lungo l'altezza per il contributo centrato della precompressione centrata.

Le deformazioni associate alle variazioni termiche del calcestruzzo sono già state rimosse dalle misure. Si sottolinea che tali correzioni sono svolte nell'ipotesi di assenza di contrasti a tali movimenti. Nel nostro caso i movimenti assiali dell'impalcato sono limitati per la presenza della non idealità dei vincoli di appoggi. Per cui quando l'impalcato tende ad avere un contrazione, la deformazione ad esso associata è stata eliminata dalle misure, ma l'effetto di trazione provocato dalla presenza dei vincoli non ideali è presente nelle rilevazioni (vedi cap.1 schema di vincolamento dell'impalcato).

Considerando come esempio la sezione a nord della trave T 32, riportiamo le deformazioni monitorate.



All'applicazione della precompressione (18/03/09) e di conseguenza del peso proprio, la sezione esaminata pare evidenziare una maggior compressione all'intradosso. Ciò è giustificato dall'eccentricità della precompressione stessa. Le deformazioni monitorate alla fine di questa fase sono imputabili, oltre che al peso proprio e alla precompressione, anche al ritiro plastico del calcestruzzo, in quanto lo "zero" delle letture strumentali è rilevato quando il calcestruzzo deve essere ancora gettato e sottoposto al ciclo di maturazione a vapore.

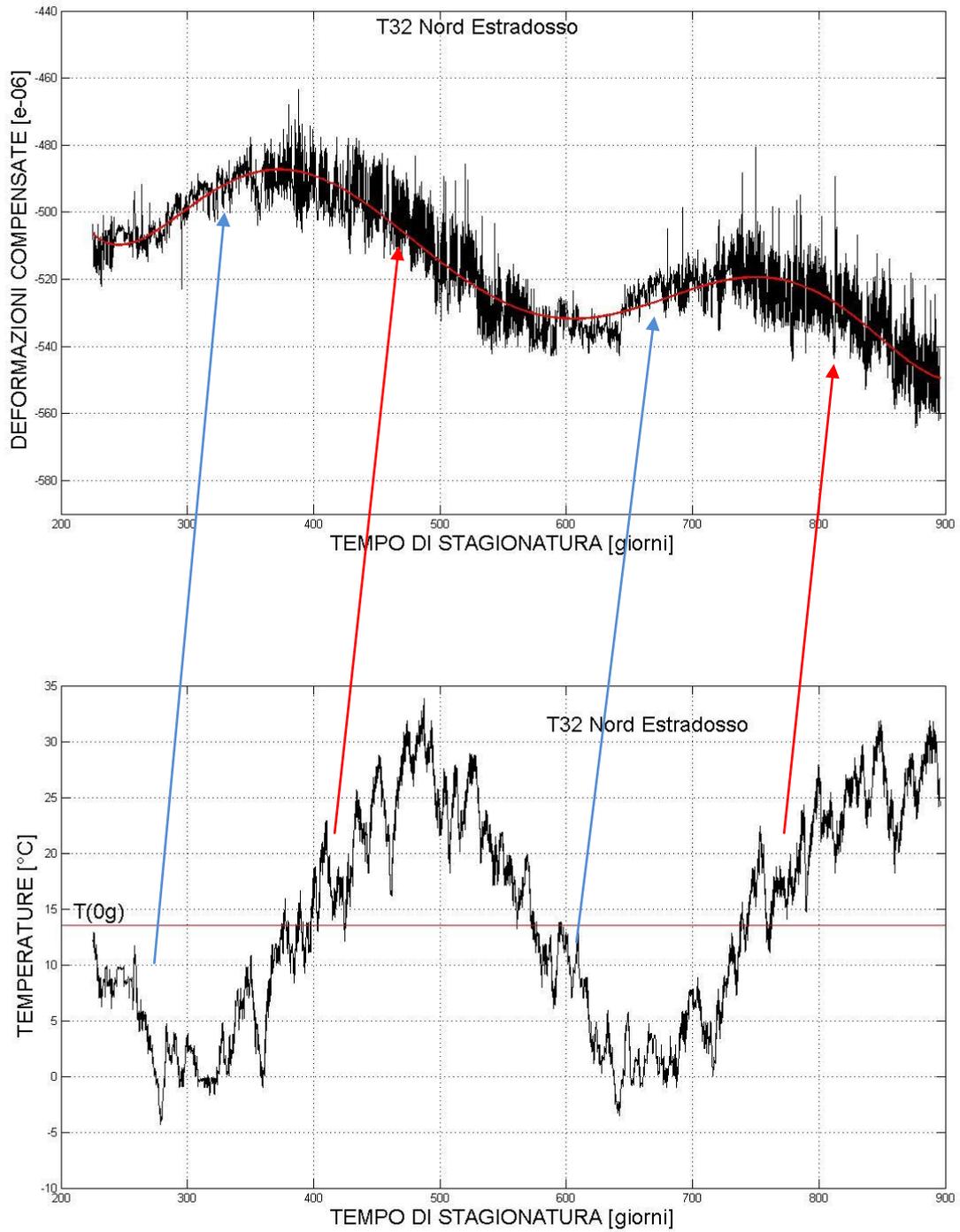
Pare evidente che le deformazioni successive si manifestano principalmente con un contributo uniforme lungo l'altezza della trave, e di contrazione. Per cui possono essere associate esclusivamente ad un effetto del ritiro e dalla viscosità provocata solo dal contributo centrato della precompressione.

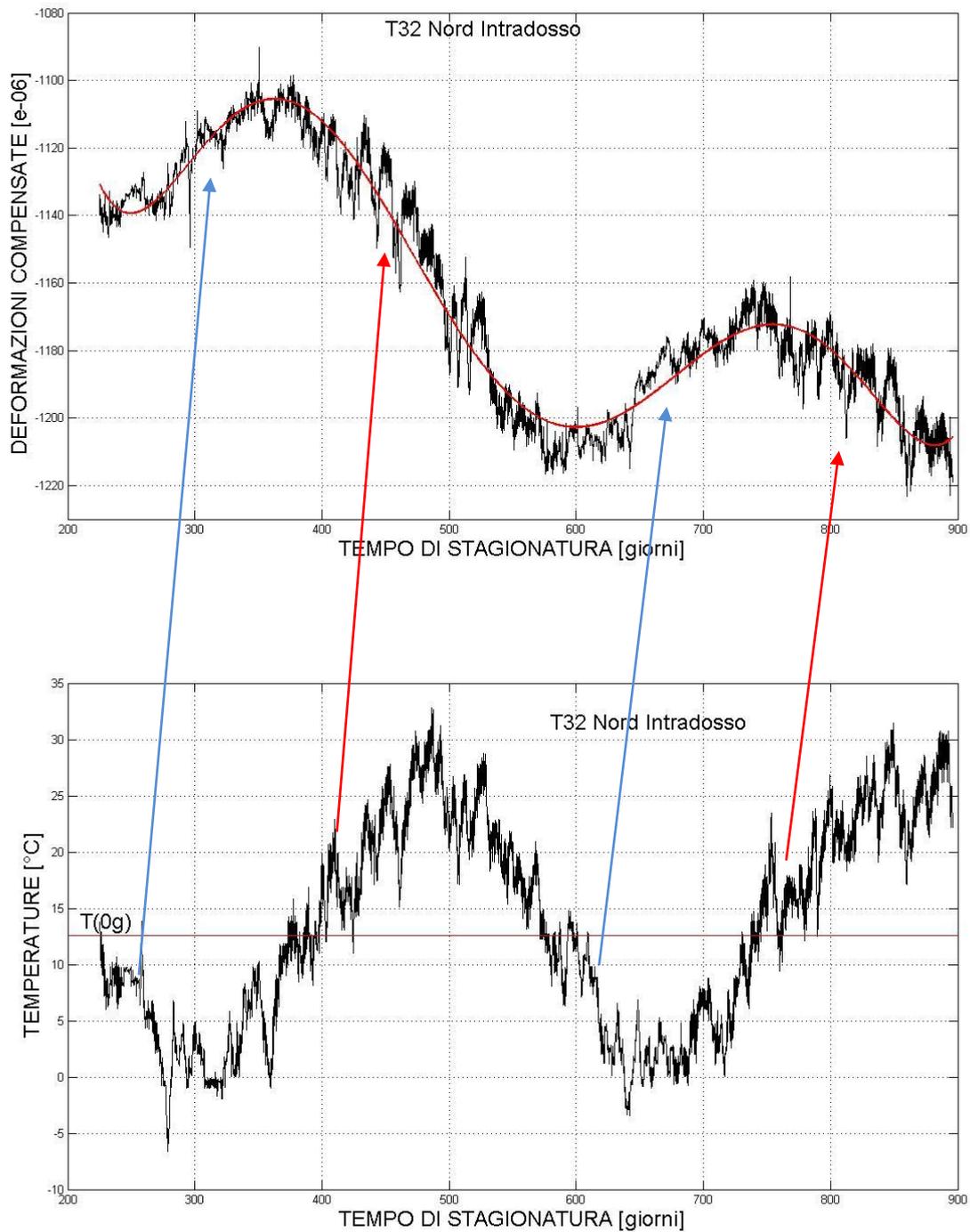
Come conseguenza si capisce che gli effetti elastici e viscosi degli ulteriori carichi, che provocano una rotazione della sezione, tendono a compensarsi a vicenda, oppure sono di entità irrilevante.

La maggior parte delle deformazioni manifestate dalla sezione esaminata sono già sviluppate con la conclusione dell'impalcato (12/10/09), cioè al termine del getto della pavimentazione. Ciò è sicuramente dovuto all'espressione istantanea delle deformazioni elastiche, ma a quanto pare anche dalla conclusione dei fenomeni viscosi e di ritiro entro i primi 6 mesi di maturazione del calcestruzzo. Tale periodo può essere così breve per l'utilizzo di calcestruzzi soggetti ad una maturazione accelerata e di filler nell'impasto.

Questa deduzione appena esposta è confermata dalla circostanza che le deformazioni nei 2 anni successivi, dall'inizio (28/10/09) alla fine (25/05/10) del monitoraggio in continuo sono attribuibili ad un effetto associato alle variazioni termiche. Questo è giustificato da un andamento ciclico delle deformazioni come illustrato nei seguenti grafici, in cui per un andamento decrescente delle temperature, l'impalcato dopo un certo periodo, associato all'inerzia termica, tende ad avere un contrazione. Tale deformazione ad esso associata è stata eliminata dalle misure, ma l'effetto di trazione (riduzione della deformazione di contrazione) provocato dalla presenza dei vincoli non ideali è presente nelle rilevazioni.

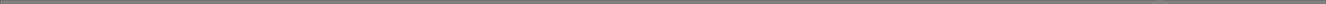
Questo andamento ciclico è comunque caratterizzato da una riduzione (deformazioni di compressione maggiori) dei massimi e dei minimi, associabile alla presenza di modesti fenomeni viscosi.





Le considerazioni appena svolte sono associate alla sola sezione a sud della trave T 32, ma possono essere generalizzate anche per le altre sezioni.

I concetti esposti sono utilizzati nei capitoli successivi come linea guida per un confronto fra le deformazioni dedotte dalle letture strumentali con le deformazioni calcolate con la classica procedura per una corretta progettazione di un impalcato da ponte.



Analisi del comportamento all'applicazione della precompressione e del peso proprio

(studio dell'efficacia della precompressione)

Il getto del calcestruzzo e l'applicazione del ciclo di maturazione a vapore è avvenuto il 17/03/09 e già il giorno successivo 18/03/09 è avvenuta l'applicazione della precompressione realizzata mediante cavi aderenti pretesi. L'eccentricità della precompressione porta subito ad un'inflessione delle travi a "V", questo provoca l'istantanea applicazione anche del peso proprio.

Seguendo la linea generale della presente tesi, definita nel prologo, si vuole confrontare le deformazioni dedotte dalle letture strumentali con le deformazioni calcolate con la classica procedura per una corretta progettazione di un impalcato da ponte. Per cui in questo capitolo si andrà a valutare l'efficacia della precompressione.

Il confronto è realizzato considerando i seguenti aspetti per il calcolo delle deformazioni:

- Disomogeneità della sezione a "V" per la presenza di armature pretese
- Variabilità della precompressione lungo la trave
- Perdite (istantanee) di tensione dell'armatura da precompressione in una maturazione a vapore (vedi appendice D)
- Moduli elastici a breve termine dei calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice C)

La differenza fra le deformazioni calcolate e le deformazioni rilevate è stata attribuita ai seguenti fenomeni:

- Ritiro plastico del calcestruzzo contrastato dalle armature da precompressione
- Bassi moduli elastici per bassi stati tensionali in una prima applicazione del carico (attivazione della rigidità)

Considerazione ovvia è che in questa fase di vita la sezione resistente è quella della sola trave a "V", dove lo schema di calcolo è semplicemente quello di una trave su due appoggi.

Deformazioni Rilevate

Per le sezioni monitorate di entrambe le travi (T29 e T32) riportiamo le deformazioni all'intradosso (Int.) e all'estradosso (Est.), manifestate successivamente all'applicazione della precompressione e del peso proprio. Ovviamente i valori riportati sono quelli corretti dagli effetti termici, ovvero attribuibili solo ai carichi.

Per semplificare i confronti successivi si decide di considerare il valore medio (v.m.) delle deformazione manifestate dalle due travi monitorate.

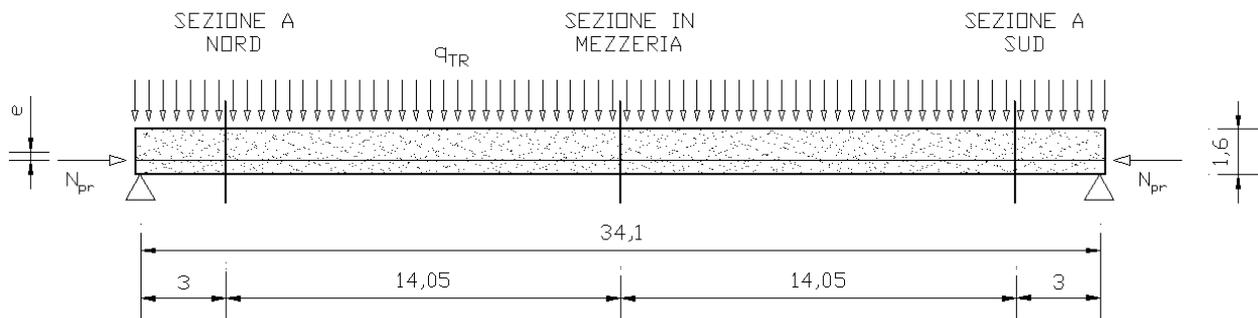


Figura 1: Condizioni di carico, condizioni di vincolamento, sezioni monitorate

	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-313,88	-862,41	-169,21
T 32 Est.	-225,73	-718,21	-374,13
Est. v.m.	-269,81	-790,31	-271,67
T 29 Int.	-775,11	-1141,77	-807,26
T32 Int.	-586,12	-939,24	-734,99
Int. v.m.	-680,62	-1040,51	-771,12

Deformazioni calcolate

La procedura di calcolo prevede sicuramente come primo aspetto la determinazione delle caratteristiche geometriche ed inerziali delle sezioni monitorate.

Si ricordi che le travi oggetto di studio prevedono una precompressione non uniforme lungo la trave realizzata mediante delle guaine che assicurano l'assenza di aderenza dei cavi di precompressione al calcestruzzo. Più precisamente l'armatura pretesa è costituita da 70 trefoli ϕ 0,5" (1,27cm) disposti all'intradosso e 2 trefoli disposti all'estradosso dello stesso diametro. Inoltre sono previste 32 guaine totali per lato, di cui 24 da 5m e 8 da 11 m, tutte disposte a partire da entrambi gli appoggi.

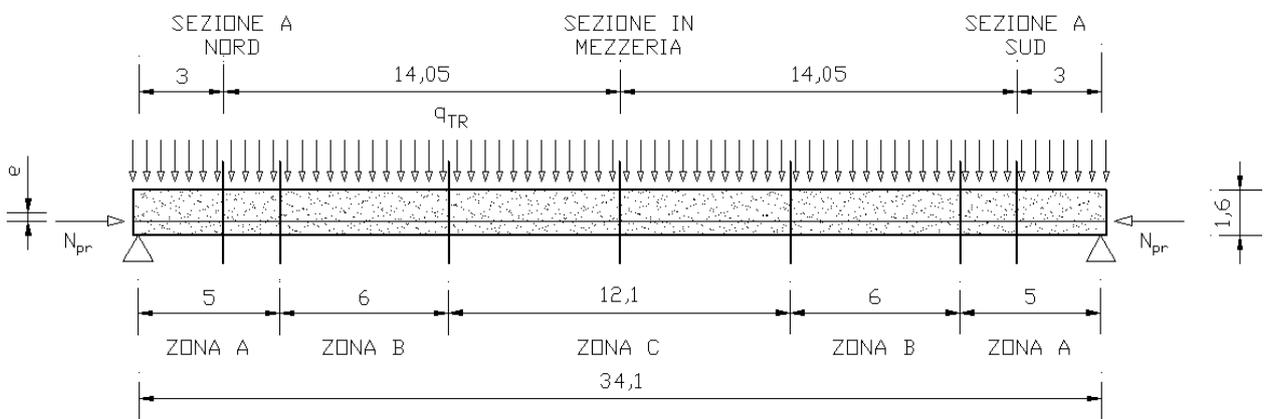


Figura 2: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

Riportiamo anche l'identificazione dei trefoli neutralizzati.

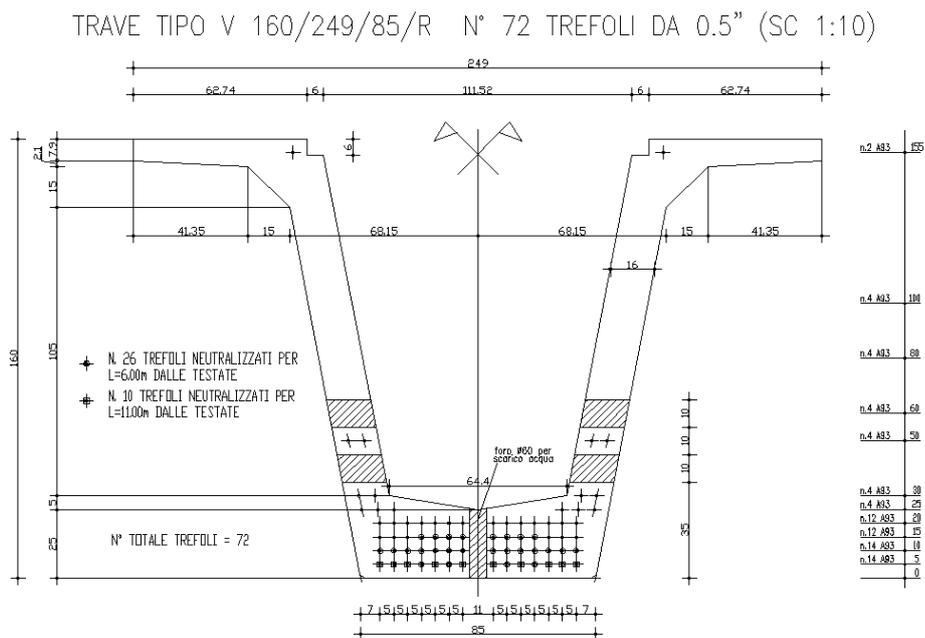


Figura 3: Disposizione delle guaine

Possiamo ora calcolare le caratteristiche geometriche ed inerziali delle tre sezioni esaminate.

n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE		
	$A_{tr} [m^2]$	$J_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{sp} [m^2]$	$y_{G,sp} [m]$	n_{sp}
72 (zona C)	0,7801	0.2373	0.7669	0,009121	0,2056	8,98
72-24 (zona B)	0,7801	0.2373	0.7669	0,006080	0,2306	8,98
72-32 (zona A)	0,7801	0.2373	0.7669	0,005067	0,3194	8,98

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
	$A_{eq} [m^2]$	$J_{eq} [m^4]$	$y_{G,eq} [m]$
72 (zona C)	0,8620	0,2611	0,7396
72-24 (zona B)	0,8347	0,2533	0,7443
72-32 (zona A)	0,8256	0,2459	0,7559

Dove il coefficiente di omogeneizzazione adottato è stato calcolato mettendo in conto il minor modulo elastico a brevi periodi di maturazione di un calcestruzzo sottoposto ad un ciclo a vapore per una maturazione accelerata (appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(1) = 0,6136 * E_{cm} = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(1) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv}(1)} = 8,98$$

Ricordando che la tensione iniziale al martinetto è paria a $\sigma_{pr,m} = 1420 \text{ N/mm}^2$ è possibile calcolare lo sforzo di precompressione nelle tre sezioni esaminate considerando le cadute (istantanee) di tensione provocate dalla deformazione elastica del calcestruzzo e dal rilassamento a breve termine delle armature pretese per l'applicazione del ciclo di maturazione a vapore (vedi appendice D).

n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=1)} [KN]$	$N_{pr(t=1)} / N_{pr,m}$
72 (zona C)	12951	10540	0,8138
72-24 (zona B)	8634	7427	0,8602
72-32 (zona A)	7195	6411	0,8911

Oltre alla precompressione agisce anche il peso proprio $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$ che nelle sezioni vicino agli appoggi (zona A) e nella sezioni in mezzzeria (zona C) produce le seguenti sollecitazioni.

	Sezione a Nord e Sud	Sezione in Mezzzeria
$M_{q,tr} [\text{KNm}]$	909,69	2834,35
$W_{eq,est} [\text{m}^3]$	0,3136	0,3262
$W_{eq,int} [\text{m}^3]$	0,3484	0,3786

In un'unica tabella abbiamo riportato anche i moduli di resistenza a flessione calcolati sapendo che gli strumenti di misura sono posizionati in corrispondenza dell'armatura da precompressione a 5cm dall'intradosso e a 6cm dall'estradosso.

Possiamo ora calcolare lo stato di tensione provocato dalla precompressione e dal peso proprio della trave.

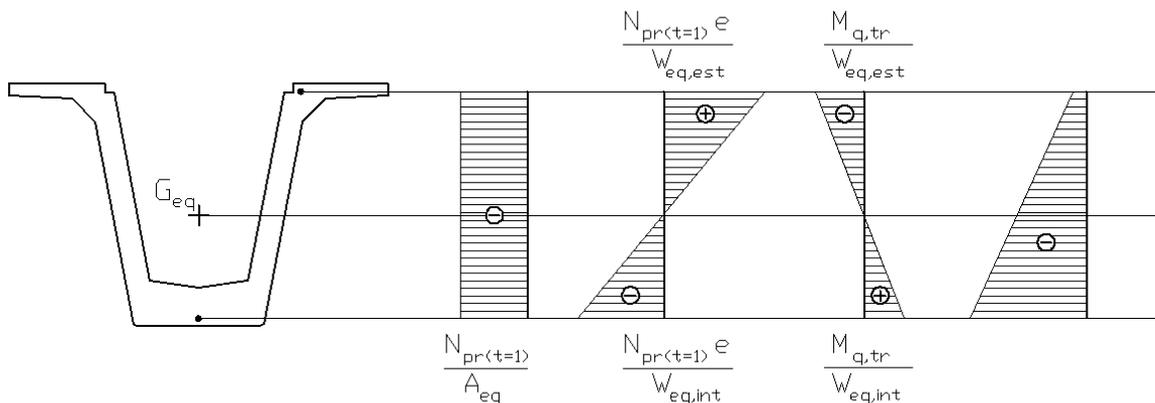


Figura 4: Stato di tensione generato dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

	Sezione a Nord e Sud $[\text{N/mm}^2]$				Sezione in Mezzzeria $[\text{N/mm}^2]$			
	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,76	8,92	-2,89	-1,74	-12,22	17,25	-8,68	-3,66
Int.	-7,76	-8,03	2,61	-13,18	-12,22	-14,86	7,48	-19,60

Assumendo un modulo elastico pari a $E_{cmv}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$ è facile calcolare lo stato di deformazione.

	Sezione a Nord e Sud $[\mu\epsilon]$	Sezione in Mezzzeria $[\mu\epsilon]$
Est.	-78,34	-164,55
Int.	-592,35	-880,66

Considerazioni sul confronto fra i risultati ottenuti

Riportiamo nella seguente tabella le deformazioni calcolate e rilevate per l'estradosso (Est.) e l'intradosso (Int.) delle sezioni monitorate. Per le deformazioni rilevate si considera il valore medio manifestato dalle due travi.

	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-269,81	-790,31	-271,67
Est. Calcolato	-78,34	-164,55	-78,34
Int. Rilevato	-680,62	-1040,51	-771,12
Int. Calcolato	-592,35	-880,66	-592,35

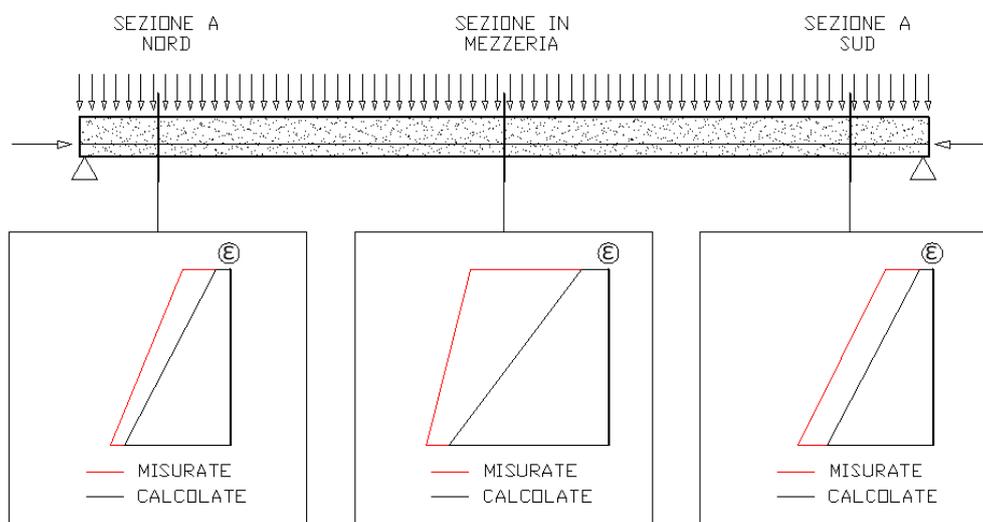


Figura 5: Confronto fra le deformazioni rilevate e quelle calcolate

Dal confronto fra le misure rilevate e le misure ottenute per via analitica, pare evidente che la procedura di calcolo sottostimi le deformazioni.

Assumendo corretto il calcolo dello stato tensionale, una spiegazione plausibile per questa differenza, è associata ad una sovrastima del modulo elastico del calcestruzzo.

Il fenomeno della riduzione a brevi tempi del modulo elastico dei calcestruzzi maturati a vapore è già stato affrontato (appendice C), ma a quanto pare la trattazione svolta sottostima tale riduzione.

Questa sottostima del modulo elastico del calcestruzzo pare ancora più evidente all'estradosso. Ciò potrebbe essere imputabile ad un bassissimo modulo elastico per bassissimi stati tensionali in una prima applicazione del carico, ovvero si può parlare di una sorta di attivazione della rigidezza nel calcestruzzo.

Si ricordi che la struttura del calcestruzzo indurito è caratterizzata dall'aggregato disperso in una matrice solida costituita dalla pasta di cemento (prodotti di idratazione del cemento), al cui interno è presente una rete di cunicoli che connettono le porosità parzialmente sature di acqua libera.

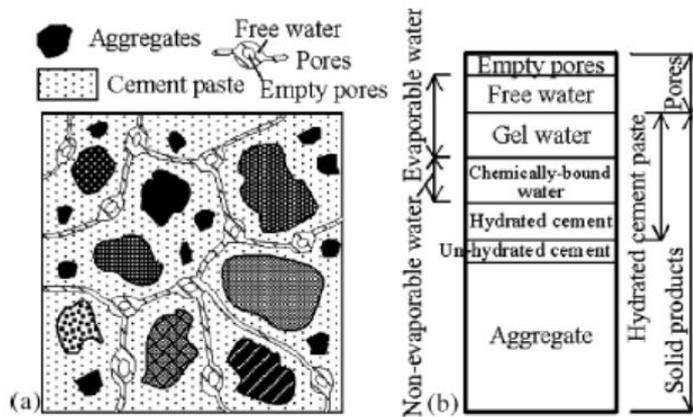


Figura 6: Struttura del calcestruzzo indurito

Le prestazioni elasto-meccaniche dipendono dalla natura e dalla morfologia dei prodotti di idratazione. Per predire le prestazioni della pasta di cemento e quindi del calcestruzzo si può ricorrere al modello di Feldman e Sereda, secondo cui il legame che tiene unite le varie particelle nasce dal contatto solido-solido in un numero limitato di punti della struttura filamentosa del gelo tobermoritico.

E' proprio questo gelo tobermoritico a conferire, per bassissimi stati tensionali, una bassissima rigidità al calcestruzzo indurito, ovvero ad una prima applicazione del carico si ha una elevata deformazione del gelo tobermoritico. Poi, per successivi incrementi di carico, sono gli inerti a garantire un maggiore modulo elastico.

Possiamo ora determinare valori più corretti del modulo di elasticità facendo il rapporto fra le tensioni calcolate e le deformazioni misurate.

	Sezione a Nord [N/mm^2]	Sezione in Mezzeria [N/mm^2]	Sezione a Sud [N/mm^2]
Est.	6597	4631	6552
Int.	19364	18836	17092

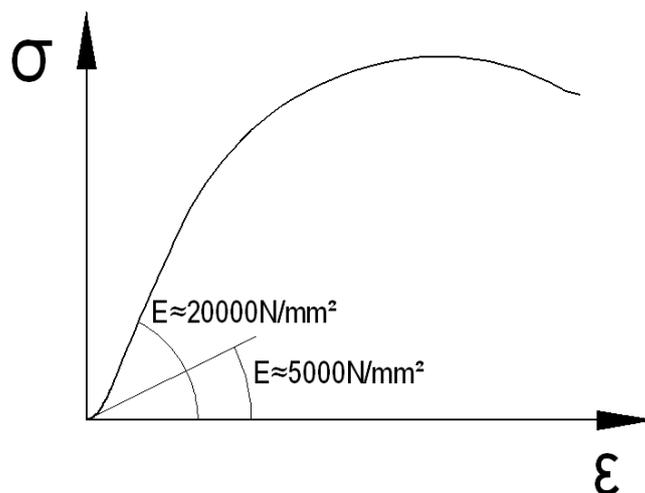


Figura 7: Grafico tensioni - deformazioni

Ricordiamo il valore da noi adottato è pari a $E_{cmv}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$, valutato mettendo in conto il minor modulo elastico a breve termine dei calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice C).

Le considerazioni svolte, attribuiscono un modulo elastico di 5000 N/mm^2 al gelo tobermoritico, imputabile della rigidezza del calcestruzzo indurito per bassi stati tensionali in una prima applicazione del carico. Per stati tensionali maggiori la rigidezza è conferita dagli inerti, pari ad un valore di 20000 N/mm^2 , valore comunque ridotto rispetto al 36283 N/mm^2 calcolato con l'espressione fornita dalla normativa, riduzione associata ai brevi tempi di maturazione dopo un trattamento a vapore.

Con i moduli elastici appena riscontrati, svolgiamo nuovamente il calcolo delle deformazioni per poi confrontarli con i valori rilevati.

	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-269,81	-790,31	-271,67
Est. Calcolato	-356,00	-732,00	-356,00
Int. Rilevato	-680,62	-1040,51	-771,12
Int. Calcolato	-659,00	-980,00	-659,00

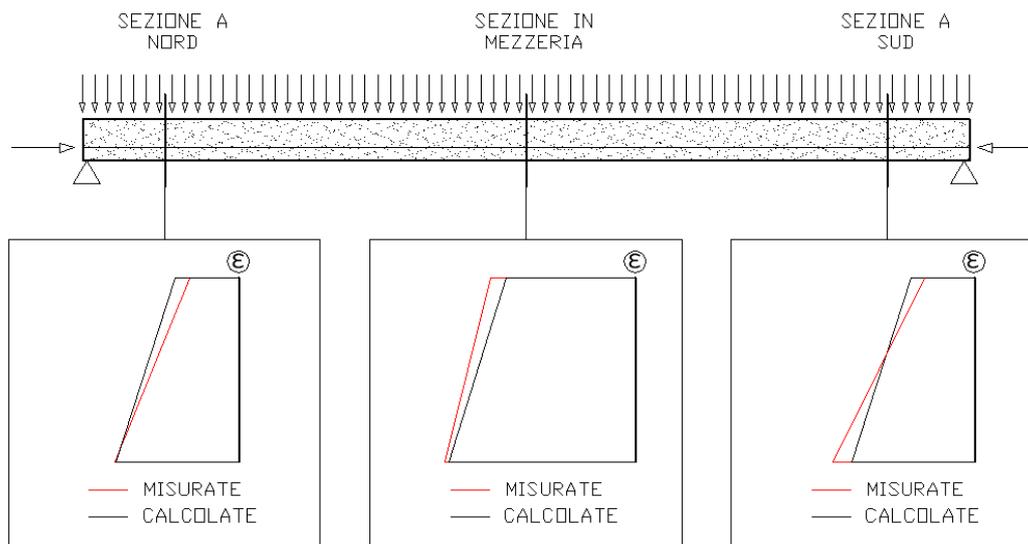


Figura 8: Confronto fra le deformazioni rilevate e quelle calcolate

Il concetto appena esposto associato all'attivazione della rigidità può essere corretto, ma probabilmente valido solo per bassissimi stati tensionali. Nel nostro caso all'estradosso abbiamo stati tensionali che si aggirano sui $2 - 3 \text{ N/mm}^2$, valore per il quale molti calcestruzzi lavorano in condizione di esercizio, la cui progettazione è svolta considerando un usuale valore del modulo di elasticità.

Un'altra giustificazione delle differenze fra le deformazioni calcolate e le deformazioni rilevate potrebbe essere associata al ritiro plastico del calcestruzzo durante il ciclo di maturazione a vapore.

Determiniamo le differenze fra le deformazioni calcolate e quelle rilevate.

	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-269,81	-790,31	-271,67
Est. Calcolato	-78,34	-164,55	-78,34
Est. Differenze	191,47	625,76	193,33
Int. Rilevato	-680,62	-1040,51	-771,12
Int. Calcolato	-592,35	-880,66	-592,35
Int. Differenze	88,27	159,85	178,77

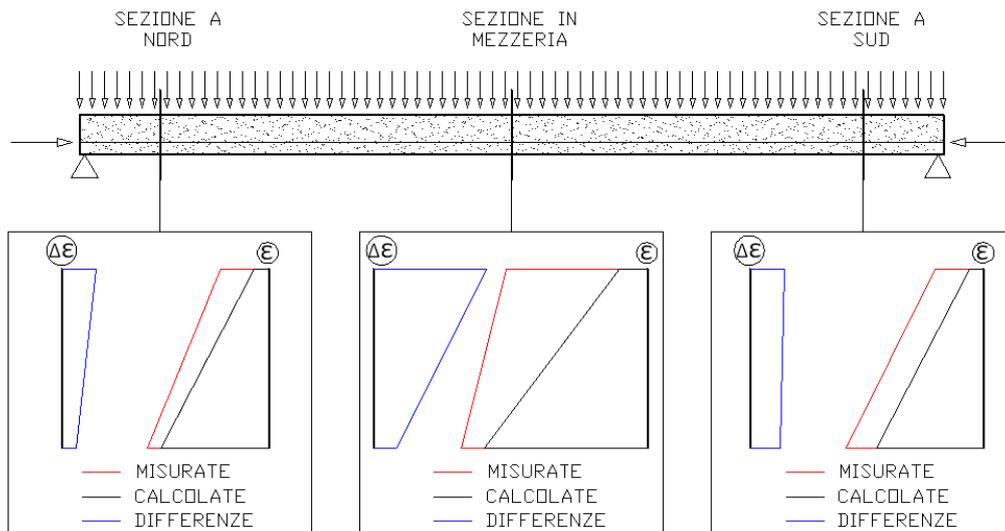


Figura 9: Deformazioni associate al ritiro plastico

Dai risultati appena riportati si nota che il ritiro plastico è contrastato dalle armature pretese presenti all'intradosso. Tale effetto non risulta uniforme lungo la trave in quanto la sezione di mezzeria manifesta maggiori deformazioni e con una maggiore variabilità lungo l'altezza. Questo è giustificabile per la presenza di guaine che neutralizzano le armature in prossimità degli appoggi. Quindi, a partire dagli appoggi e avvicinandosi alla mezzeria, in corrispondenza della fine della guaina, siccome più armatura pretesa diventa efficace, si avrà un incremento dell'effetto di contrasto al ritiro plastico.

Si sottolinea che il ritiro plastico non produce alcuna perdita di tensione nelle armature pretese, in quanto durante il manifestarsi di tale fenomeno, le armature sono vincolate in ancoraggi esterni, ovvero la precompressione non è ancora stata trasferita al calcestruzzo.

Siccome non esistono riferimenti bibliografici sul ritiro plastico in una maturazione a vapore e sull'effetto di contrasto provocato dalle armature pretese, per sfruttare al meglio le informazioni ottenute dal monitoraggio, si è deciso di individuare una metodologia per valutare questi effetti.

Le ipotesi assunte sono:

- Proporzionalità inversa fra l'area complessiva dell'armatura pretesa e il contributo uniforme della deformazione da ritiro
- Proporzionalità diretta fra l'eccentricità dell'armatura pretesa e il contributo a farfalla della deformazione da ritiro

Il ritiro plastico è dovuto alla perdita d'acqua dalla superficie esterna del calcestruzzo e si manifesta quando l'evaporazione superficiale è più rapida del bleeding o essudamento.

L'entità del ritiro plastico è funzione delle condizioni termo-igrometriche durante la maturazione a vapore e della quantità di cemento presente nell'impasto del calcestruzzo che ne influenza la presenza, più o meno diffusa, delle porosità capillari.

La conoscenza dei fenomeni che influenzano il ritiro plastico, ci permette di comprendere il limite della metodologia che verrà illustrata, ovvero alla possibilità di una successiva applicazione solo alle travi da ponte realizzate col medesimo ciclo di maturazione a vapore e con la medesima quantità di cemento adottate per la realizzazione delle travi oggetto del presente studio.

Il metodo che si vuole ora illustrare si basa sull'individuazione di un sistema di forze, che applicato alla trave da ponte, mi produca le deformazione associate al ritiro plastico. Questo sistema di forze viene individuato in modo che sia caratterizzato da una certa proporzionalità con la quantità e la posizione dell'armatura pretesa.

La procedura di eventuali successive applicazioni di questo metodo consisterebbero nell'individuazione della quantità di armatura pretesa e della sua posizione, dalle quali è possibile risalire al sistema di forze che applicato alla trave mi produce la deformazione imputabile al ritiro plastico.

Per procedere all'individuazione del sistema di forze ricordiamo le caratteristiche delle armature pretese delle travi oggetto di studio.

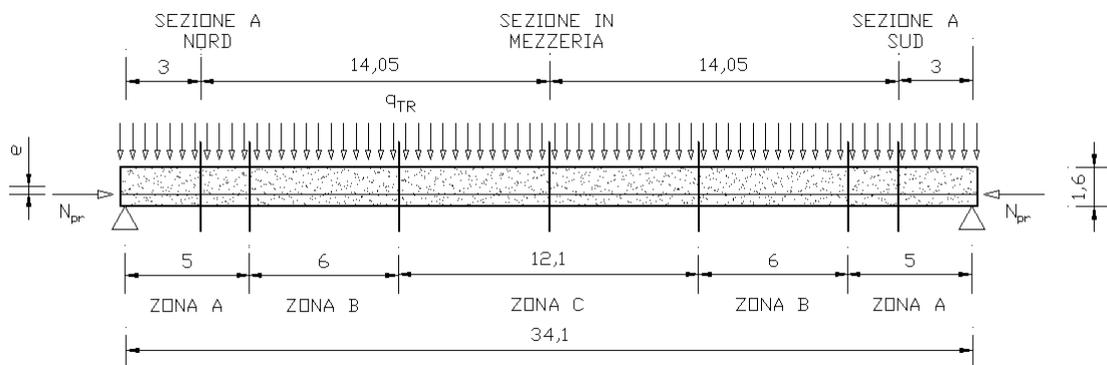
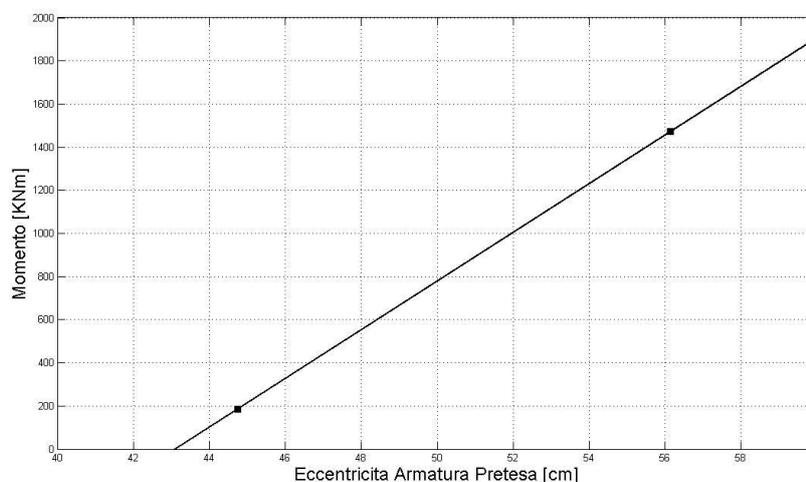
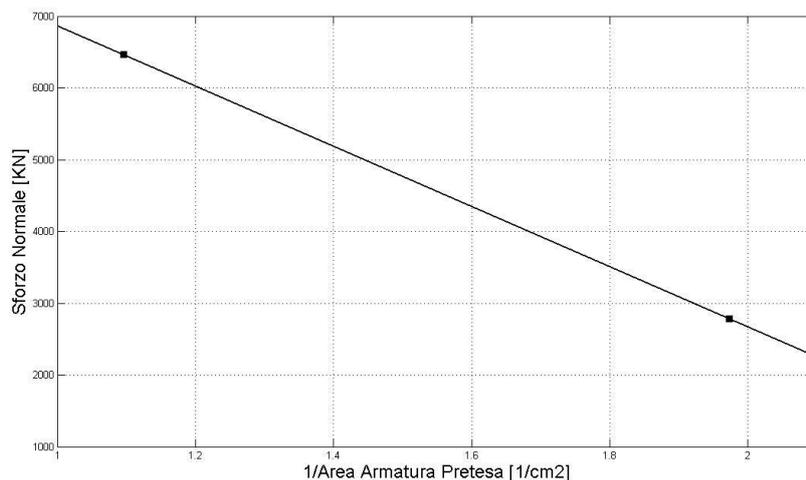


Figura 10: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE	
	$A_{sp} [m^2]$	$e_{G,sp} [m]$
72 (zona C)	0,009121	0,5613
72-24 (zona B)	0,006080	0,5363
72-32 (zona A)	0,005067	0,4475

Note le deformazione associate al solo effetto di ritiro plastico contrastato per la sezione di mezzeria e per le sezioni vicino agli appoggi (seziona a nord e a sud) è facile determinare lo stato di sollecitazione che lo provoca. Questo calcolo viene svolto assumendo un modulo di elasticità pari a $E_{cmv}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$.

Tale stato di sollecitazione viene correlato alle caratteristiche delle armature pretese.



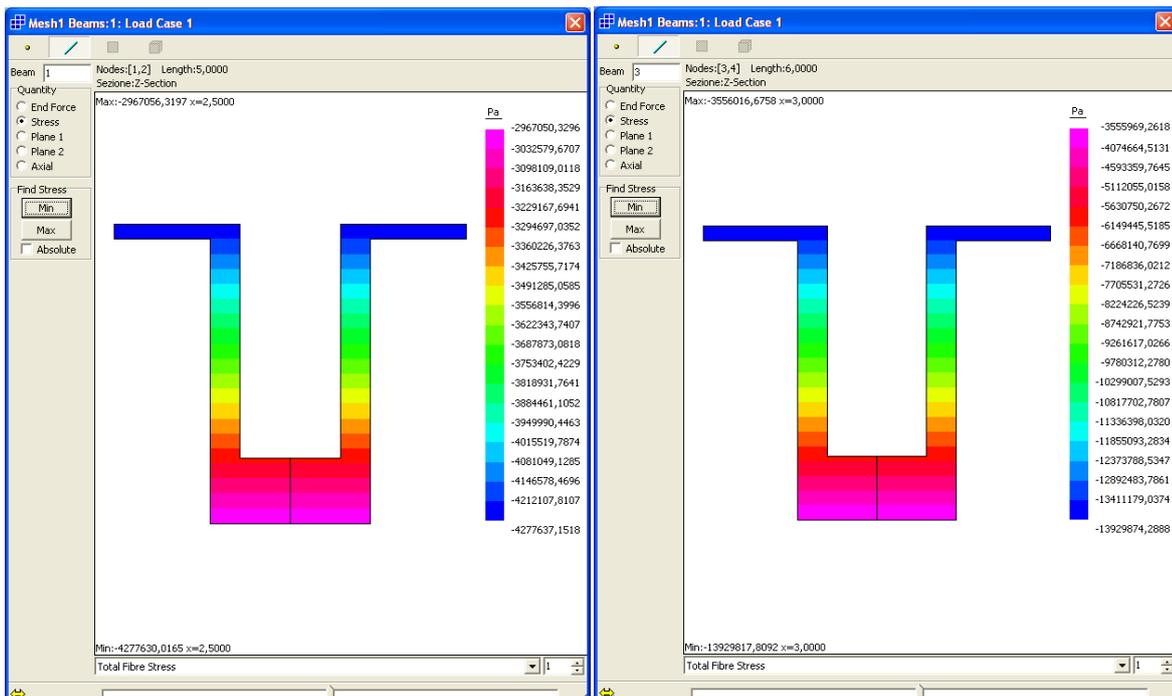
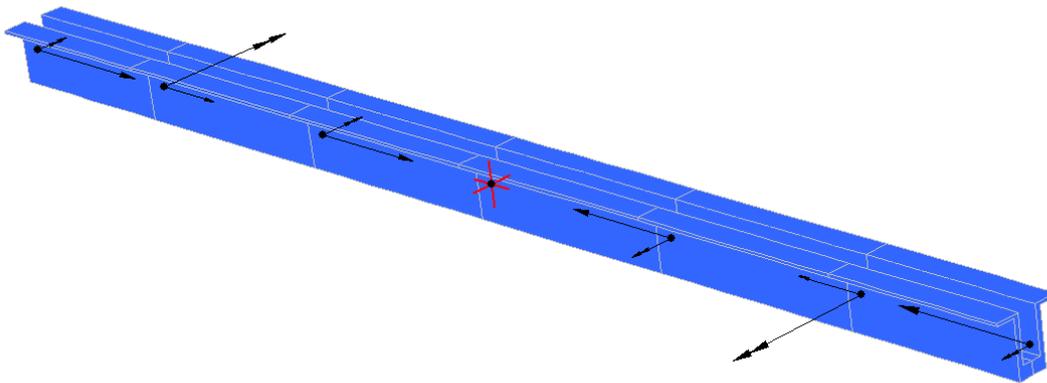
Note le sollecitazioni, per ricavare il sistema di forze che produce lo stato di deformazione ricercato, è sufficiente ricordare che in corrispondenza della fine delle guaine insorge l'incremento del contrasto delle armature pretese.

Per cui se nella *zona A* dobbiamo assicurare uno sforzo normale di 2778 kN in corrispondenza dell'appoggio dobbiamo applicare un'azione concentrata assiale pari proprio a 2778 kN . Se nella *zona B* dobbiamo garantire uno sforzo normale di 4158 kN a 5 m dall'appoggio dobbiamo applicare un'azione concentrato pari a $4158 \text{ kN} - 2778 \text{ kN} = 1380 \text{ kN}$.

Riportiamo in una tabella l'entità delle sollecitazioni e del sistema di forze.

	Sollecitazioni		
	72-32 (zona A)	72-24 (zona B)	72 (zona C)
N (KN)	2778	4158	6462
M (KNm)	185	1189	1471
	Sistema di Forze		
	all'appoggio	a 5m dall'appoggio	a 11m dall'appoggio
P (KN)	2778	1380	2304
C (KNm)	185	1004	282

Applicando alla trave il sistema di forze appena individuato mediante un programma di calcolo è facile determinare lo stato tensionale prodotto.



Assumendo un modulo di elasticità pari a $E_{cmv}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$ si determina lo stato di deformazione cercato.

	Sezione a Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]
Est.	-192,14	-625,70
Int.	-133,27	-159,73

Una considerazione importante riguarda il valore assunto del modulo di elasticità, che assume un aspetto fittizio, in quanto parlando di ritiro plastico, il calcestruzzo viene a trovarsi in uno stato fluido-plastico, quindi in assenza di rigidità. L'aspetto fittizio del modulo elastico è equivalente all'aspetto fittizio del sistema di forze individuato per determinare la deformazione plastica.

Considerando l'effetto del ritiro plastico nelle deformazioni calcolate svolgiamo il confronto con le deformazioni rilevate.

	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-269,81	-790,31	-271,67
Est. Calcolato	-270,48	-790,25	-270,48
Int. Rilevato	-680,62	-1040,51	-771,12
Int. Calcolato	-725,62	-1040,39	-725,62

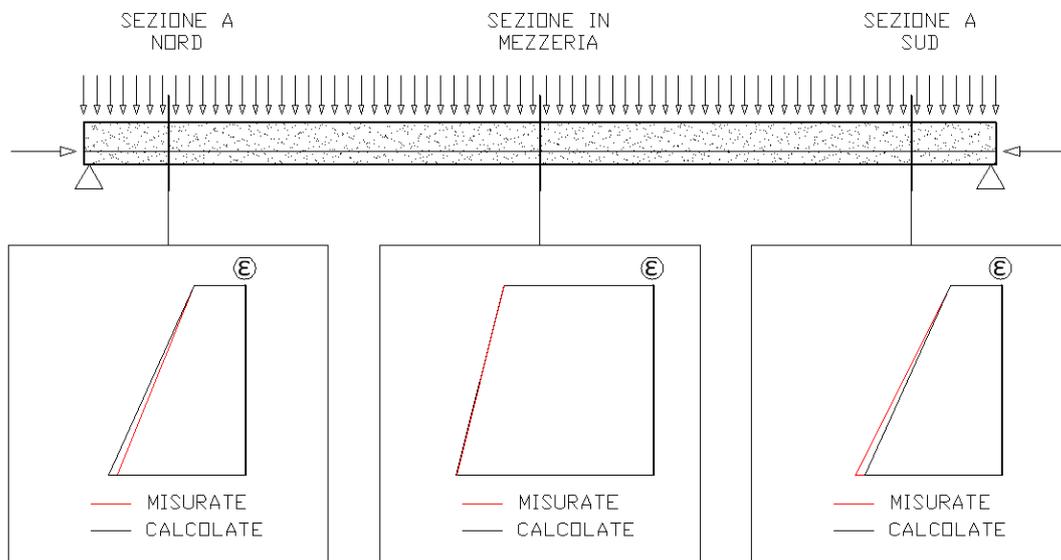


Figura 11: Confronto fra le deformazioni rilevate e quelle calcolate

Il confronto è ovviamente confortante per il fatto che le misure calcolate sono state corrette a partire dalle informazioni dedotte dalle misure rilevate.

Tale confronto ci ha però permesso di comprendere meglio le motivazioni delle discordanze fra quello che realmente la trave manifesta e quello che si presuppone analiticamente, potendo così migliorare procedura di progettazione.

Un'ultima considerazione importante riguarda l'effetto delle deformazioni associate al ritiro plastico. Queste si manifestano mentre il calcestruzzo è ancora all'interno dei casseri in uno stato liquido-plastico, per cui a tali deformazioni non sono associate incurvatures dell'asse longitudinale della trave. Ovvero le deformazioni da ritiro plastico generano solo delle rotazioni delle sezioni di estremità.



Figura 12: Effetti del ritiro plastico

Solo dopo l'applicazione della precompressione, che avviene a calcestruzzo indurito, si manifestano deformazioni che provocano l'insorgere di una freccia.

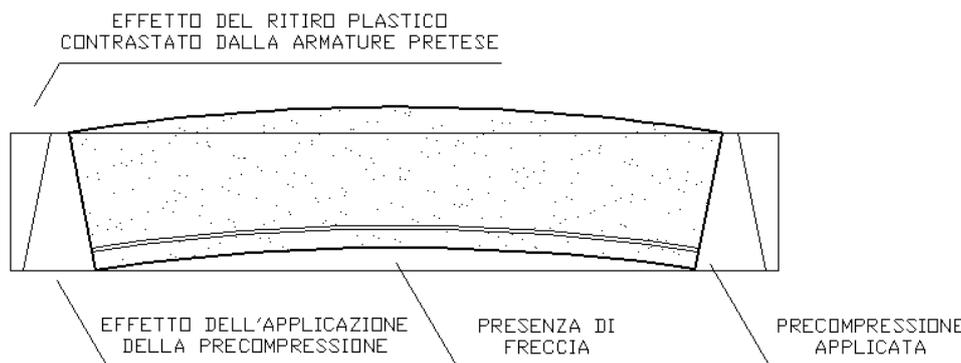
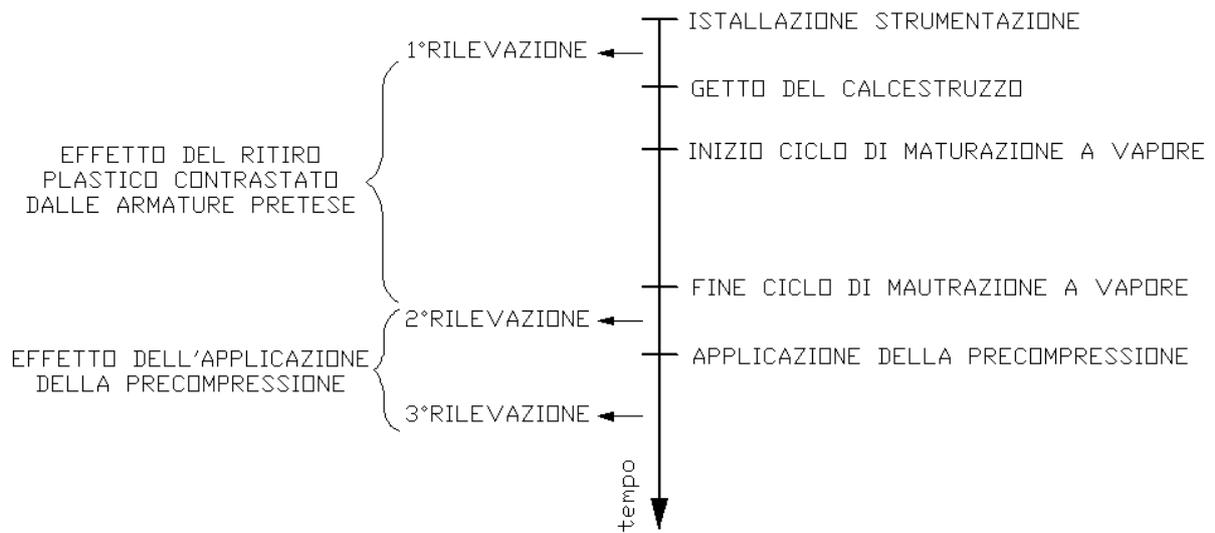


Figura 13: Effetti della precompressione

Dall'immagine appena riportata si comprende che all'applicazione della precompressione, per l'inflessione della trave, viene ad agire anche il peso proprio.

Per una migliore studio dell'efficacia della precompressione sarebbe stato necessario svolgere una serie di misure nell'istante successivo alla conclusione della maturazione a vapore (conclusione anche dei fenomeni di ritiro plastico), ma prima dell'applicazione della precompressione.



Svolgendo tre rilevazioni, anziché due, come nel nostro caso, sarebbe stato possibile dividere l'effetto del ritiro plastico dall'effetto dell'applicazione della precompressione.

Analisi del comportamento durante le fasi di realizzazione dell'impalcato

Dopo aver studiato l'efficacia della precompressione nel capitolo precedente ci interessa ora comprendere l'effettivo comportamento durante la realizzazione dell'impalcato che si compone delle seguenti fasi costruttive:

- 27/05/09(71g): varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- 04/06/09(79g): getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- 31/07/09(136g): getto della soletta
- 12/10/09(209g): realizzazione della pavimentazione

Si ricordi che il getto del calcestruzzo e l'applicazione del ciclo di maturazione a vapore è avvenuto il 17/03/09 e già il giorno successivo 18/03/09 è avvenuta l'applicazione della precompressione realizzata mediante cavi aderenti pretesi e del peso proprio.

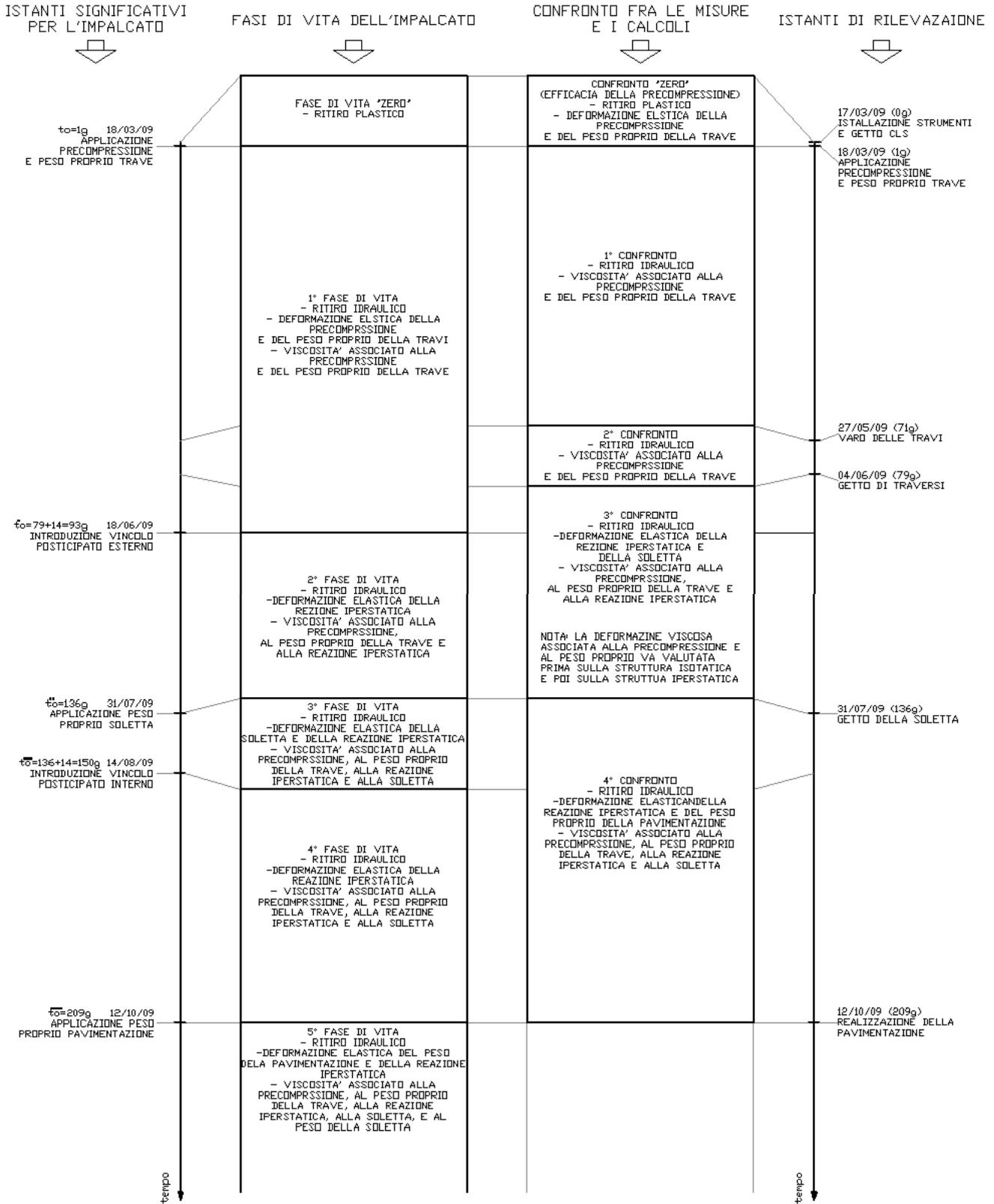
Seguendo la linea generale della presente tesi, definita nel prologo, si vuole confrontare le deformazioni dedotte dalle letture strumentali con le deformazioni calcolate con la classica procedura per una corretta progettazione di un impalcato da ponte.

Il confronto è realizzato considerando i seguenti aspetti per il calcolo delle deformazioni:

- Moduli elastici a breve termine dei calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice C)
- Perdite (istantanee) e cadute (nel tempo) di tensione dell'armatura pretesa in una maturazione a vapore (vedi appendice D)
- Ritiro idraulico nei calcestruzzi maturati a vapore considerando l'effetto di contrasto delle armature pretese (vedi appendice E)
- Viscosità nei calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice F)
- Viscosità nelle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi (vedi appendice G)

Si vuole sottolineare che per una corretta comprensione del presente capitolo è fondamentale la lettura degli appendici sopra elencati, in quanto i fenomeni appena esposti sono strettamente collegati e influenzati tra di loro.

Siccome gli istanti significativi per lo studio dei fenomeni viscosi non coincide con gli istanti in cui si sono svolte le misure, si vuole fornire un chiarimento su questo aspetto per comprendere meglio i successivi paragrafi.



Dove gli istanti significativi per l'impalcato sono fissati ogni qual volta si ha una variazione della condizione di vincolamento, della sezione resistente o dell'applicazione di un ulteriore carico.

Mentre gli istanti di rilevazioni coincidono con la conclusione di ogni fase di costruzione dell'impalcato.

Strettamente legati agli istanti significativi sono le fasi di vita dell'impalcato, si comprende però che il confronto fra deformazioni rilevate e deformazioni calcolate deve essere necessariamente svolto riferendosi agli istanti di rilevazione.

Per questo motivo il calcolo delle deformazioni viene a complicarsi in quanto, ad esempio, per il confronto numero 3, si devono considerare due fasi di vita, alla quale corrispondono diverse caratteristiche dell'impalcato.

Si sottolinea che in ogni fase di vita o in ogni confronto si considereranno solo le deformazioni che si manifestano nell'arco temporale interessato, è quindi più corretto parlare di variazioni di deformazione.

Il confronto denominato "zero" non è associato ad una fase di vita dell'impalcato, per questo motivo ciò non è stato trattato nel presente capitolo, ma in quello precedente.

Il confronto numero 2 non viene svolto in quanto non porta a nessuna ulteriore informazione rispetto a quelle deducibili da confronto numero 1.

Nel presente capitolo si svolgerà il confronto fra le deformazioni rilevate e le deformazioni calcolate, per questo motivo si farà riferimento agli istanti significativi del monitoraggio, mentre nell'appendice G, in cui si richiamano i concetti per il calcolo dei fenomeni viscosi, si fa riferimento agli istanti significativi di costruzione dell'impalcato.

Deformazioni Rilevate

Per le sezioni monitorate di entrambe le travi (T29 e T32) riportiamo le deformazioni all'intradosso (Int.) e all'estradosso (Est.), manifestate alla conclusione di ciascuna fase costruttiva elencata precedentemente, ovvero agli istanti di rilevazione. Ovviamente i valori riportati sono quelli corretti dagli effetti termici, quindi attribuibili solo ai carichi.

Per semplificare i confronti successivi si decide di considerare il valore medio (v.m.) delle deformazione manifestate dalle due travi monitorate.



Figura 1: Sezioni monitorate

all'applicazione della precompressione 18/03/09 (1g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-313,88	-862,41	-169,21
T 32 Est.	-225,73	-718,21	-374,13
Est. v.m.	-269,81	-790,31	-271,67
T 29 Int.	-775,11	-1141,77	-807,26
T32 Int.	-586,12	-939,24	-734,99
Int. v.m.	-680,62	-1040,51	-771,12

al varo delle travi 27/05/09 (71g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-552,99	-1241,14	-451,48
T 32 Est.	-451,05	-1034,34	-731,01
Est. v.m.	-502,02	-1137,74	-591,24
T 29 Int.	-1112,62	-1395,54	-1301,77
T32 Int.	-841,25	-1148,37	-1241,40
Int. v.m.	-976,93	-1271,95	-1361,58

al getto dei traversi 04/06/09 (79g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-610,12	-1239,68	-431,87
T 32 Est.	-440,70	-1000,54	-696,14
Est. v.m.	-525,41	-1120,11	-564,00
T 29 Int.	-1086,98	-1397,40	-1271,33
T32 Int.	-814,66	-1146,37	-1201,55
Int. v.m.	-950,82	-1262,88	-1236,44

al getto della soletta 31/07/09 (136g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-636,21	-1300,75	-505,36
T 32 Est.	-488,63	-1160,63	-734,48
Est. v.m.	-562,42	-1230,69	-619,92
T 29 Int.	-1289,46	-1442,64	-1508,97
T32 Int.	-1059,30	-1165,05	-1563,19
Int. v.m.	-1174,38	-1303,84	-1536,08

al getto della pavimentazione 12/10/09 (209g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-664,92	-1333,78	-540,20
T 32 Est.	-512,04	-1198,88	-734,18
Est. v.m.	-588,48	-1266,33	-637,19
T 29 Int.	-1346,50	-1473,38	-1575,70
T32 Int.	-1135,62	-1193,77	-1675,38
Int. v.m.	-1241,06	-1333,57	-1625,54

Con delle semplici differenze è possibile calcolare le variazioni di deformazioni con cui svolgere il confronto.

dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-232,21	-374,43	-319,57
Int. v.m.	-269,31	-231,44	-590,46

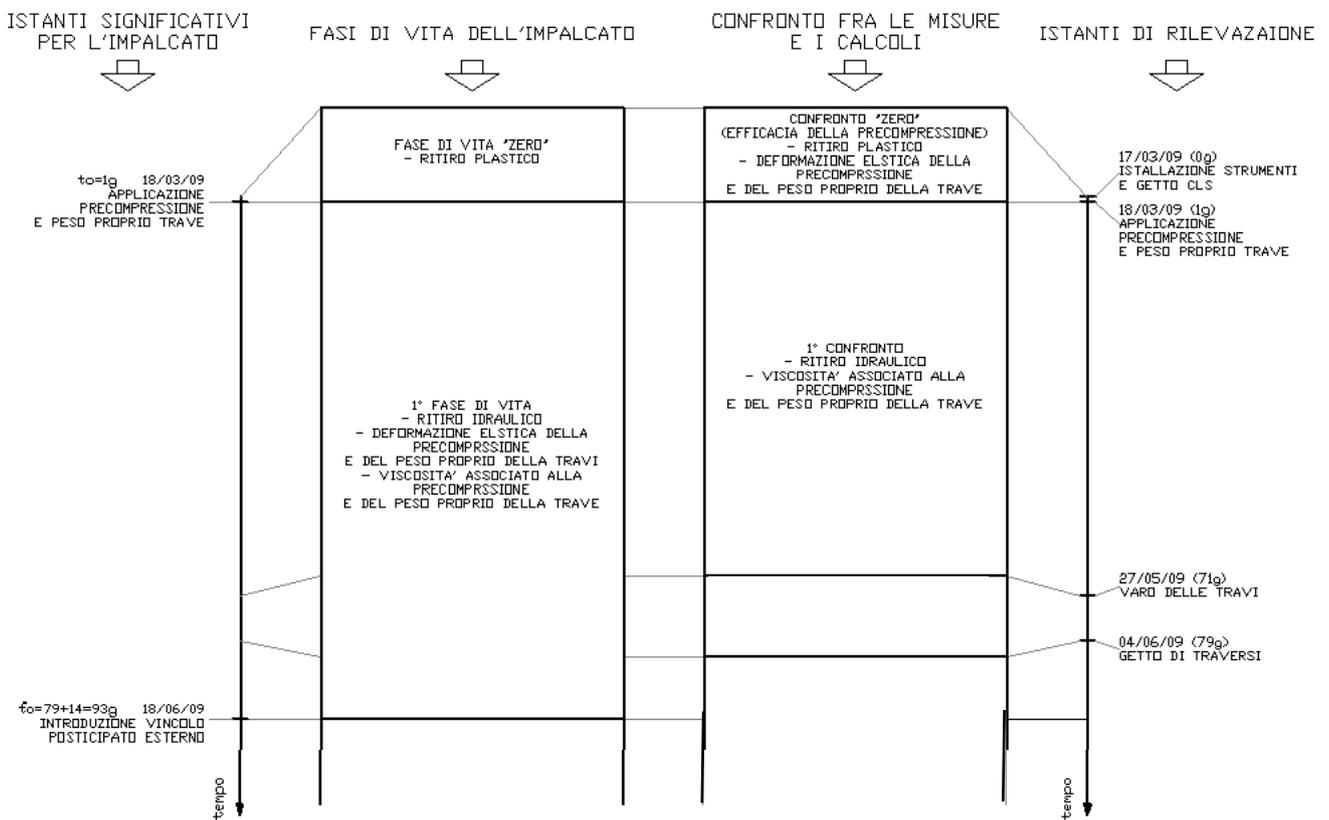
dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-37,01	-110,58	-55,92
Int. v.m.	-223,56	-40,96	-299,64

dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-26,06	-35,64	-17,27
Int. v.m.	-66,68	-29,73	-89,46

Deformazioni calcolate dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)

Conclusa la maturazione a vapore del calcestruzzo viene applicata la precompressione e come conseguenza dell'inflexione che essa provoca anche il peso proprio della trave. Dopo la manifestazione delle deformazioni elastiche iniziano i fenomeni viscosi, che vengono a sommarsi agli effetti del ritiro, i quali hanno origine alla conclusione della maturazione a vapore.

Si capisce che le deformazioni che si manifestano dall'applicazione delle precompressione (esclusi i fenomeni elastici) al varo delle travi, necessarie per il primo confronto, vengono calcolate con le espressioni della prima fase di vita dell'impalcato.



Per svolgere il primo confronto dobbiamo calcolare le deformazioni associate al ritiro idraulico e le sole deformazione viscosi associate al carico da precompressione e al peso proprio della trave.

Per il calcolo delle deformazioni associate al ritiro idraulico si utilizzano le espressioni fornite dalla normativa vigente (EC2), che individua un contributo di ritiro autogeno ed un contributo di ritiro per essiccamento.

Questi fenomeni vengono valutati a partire dalla conclusione della maturazione del calcestruzzo, nel nostro caso specifico alla conclusione del ciclo di maturazione a vapore avvenuta il 18/03/09.

Dovendo svolgere il confronto fra le deformazioni che si manifestano a partire dall'applicazione della precompressione, avvenuta il 18/03/09 (data coincidente con la conclusione del ciclo di maturazione a vapore), al varo delle travi, realizzato il 27/05/09, ci interessano le deformazioni da ritiro determinate dopo 71 giorni di maturazione (vedi appendice E).

$$\varepsilon_{cd}(71) = -127,64 \mu\varepsilon$$

$$\varepsilon_{ca}(71) = -46,53 \mu\varepsilon$$

$$\varepsilon_{cs}(71) = \varepsilon_{cd}(71) + \varepsilon_{ca}(71) = -174,17 \mu\varepsilon$$

Volendo raffinare il calcolo si considera anche l'effetto di contrasto delle armature pretese. Per la nostra applicazione è necessario una distinzione fra le sezioni vicino agli appoggi e la sezione di mezzeria, in quanto, per la presenza di guaine, si ha un differente numero di armature aderenti che provocano il contrasto del ritiro. Per le sezioni esaminate, se all'estradosso, per la bassa presenza di armatura, si può prescindere dall'effetto di contrasto delle armature, all'intradosso tale fenomeno risulta sicuramente rilevante. Con le istruzioni fornite dal Collepardi, per l'intradosso della sezione di mezzeria il contrasto delle armature provoca un ritiro pari al 48% dei valori sopra riportati, mentre per le sezioni vicino agli appoggi la riduzione risulta al 78% (vedi appendice E).

Con le indicazioni fino ad ora riportate, riassumiamo nella seguente tabella i valori delle deformazioni da ritiro.

dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)						
Def. da ritiro autogeno		Def. da ritiro per essiccamento		Def. da ritiro (autogeno + essiccamento)		
Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	
Est.	-46,53	-46,53	-127,64	-127,64	-174,17	-174,17
Int.	-36,29	-22,33	-99,56	-61,27	-135,85	-83,60

Concluso il calcolo delle deformazioni da ritiro passiamo al calcolo delle deformazioni viscosse prodotte la carico da precompressione e dal peso proprio della trave.

Come già sottolineato la procedura prevede l'utilizzazione delle espressioni che governano la prima fase di vita dell'impalcato, dove la sezione resistente è solo quella della trave le cui caratteristiche inerziali vengono determinate considerando il modulo elastico del calcestruzzo valutato all'inizio di questa fase di vita.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/03/09 e l'applicazione della precompressione avviene il 18/03/09 (data coincidente con l'inizio della prima fase di vita), ci interessa il valore del modulo elastico del calcestruzzo ad 1 giorno di maturazione. Avendo una maturazione accelerata a vapore il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(1) = 0,6136 * E_{cm} = 22263 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscosi, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(1) = 1,05 * E_{cmv}(1) = 23373 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(1) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(1)} = 8,56$$

Con il coefficiente di omogeneizzazione appena calcolato posso mettere in conto la disomogeneità della sezione resistente prescindendo dalla redistribuzione interna delle tensioni, che si manifesta per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo.

Con i risultati appena ottenuti posso procedere al calcolo dei parametri geometrici ed inerziali equivalenti per la sezione resistente composta dalla sola trave. Questo calcolo deve essere distinto a seconda della sezione considerata, in quanto l'armatura pretesa ha un'area efficace variabile lungo l'asse della trave, per la presenza di guaine.

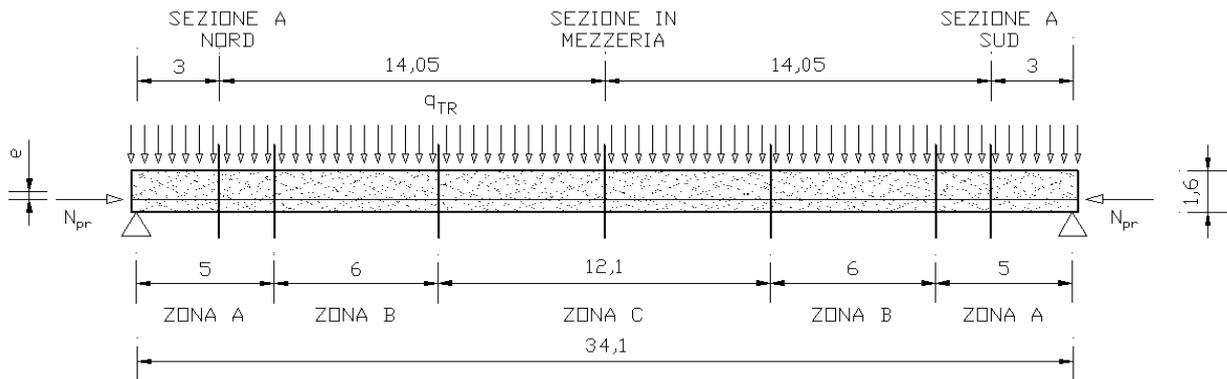


Figura 2: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE		
	$A_{tr} [m^2]$	$J_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{sp} [m^2]$	$y_{G,sp} [m]$	n_{sp}
72 (zona C)	0,7801	0.2373	0.7669	0,009121	0,2056	8,56
72-24 (zona B)	0,7801	0.2373	0.7669	0,006080	0,2306	8,56
72-32 (zona A)	0,7801	0.2373	0.7669	0,005067	0,3194	8,56

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
	$A_{eq} [m^2]$	$J_{eq} [m^4]$	$y_{G,eq} [m]$
72 (zona C)	0,8581	0,2600	0,7396
72-24 (zona B)	0,8321	0,2526	0,7443
72-32 (zona A)	0,8234	0,2455	0,7559

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dai carichi per poi risalire allo stato tensionale.

I carichi agenti sono esclusivamente la precompressione e il peso proprio della trave, entrambi applicati il 18/03/09, ovvero all'inizio della prima fase di vita dell'impalcato. Si ricordi che la precompressione manifesta una variabilità nel tempo a causa delle perdite di tensione, e una variabilità lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore manifestato all'inizio di questa fase di vita, considerando solo le perdite di tensione e trascurando le cadute di tensione. La variabilità spaziale viene messa in conto calcolando l'entità della precompressione in funzione del numero di cavi pretesi aderenti.

Ricordando che la tensione iniziale al martinetto è paria a $\sigma_{pr,m} = 1420 \text{ N/mm}^2$ è possibile calcolare lo sforzo di precompressione nelle tre sezioni esaminate considerando le cadute (istantanee) di tensione provocate dalla deformazione elastica del calcestruzzo e dal rilassamento a breve termine delle armature pretese per l'applicazione del ciclo di maturazione a vapore (vedi appendice D).

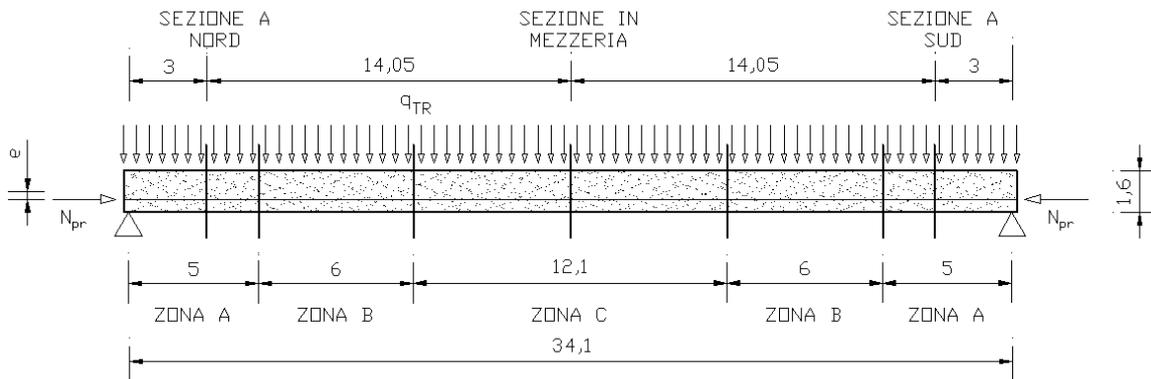


Figura 3: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=1)} [KN]$	$N_{pr(t=1)} / N_{pr,m}$
72 (zona C)	12951	10622	0,8201
72-24 (zona B)	8634	7466	0,8647
72-32 (zona A)	7195	6434	0,8942

Si sottolinea che anche i calcoli delle perdite di tensione sono svolte considerando un modulo elastico del calcestruzzo $E_{cmv,t}(1) = 23373 \text{ N/mm}^2$, in quanto lo scopo finale è sempre la determinazione dei fenomeni viscosi.

Oltre alla precompressione agisce anche il peso proprio $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$ che nelle sezioni vicino agli appoggi (zona A) e nella sezioni in mezzzeria (zona C) produce le seguenti sollecitazioni.

	Sezione a Nord e Sud	Sezione in Mezzzeria
$M_{q,tr} [KNm]$	909,69	2834,35
$W_{eq,est} [m^3]$	0,3131	0,3248
$W_{eq,int} [m^3]$	0,3478	0,3770

In un'unica tabella abbiamo riportato anche i moduli di resistenza a flessione calcolati sapendo che gli strumenti di misura sono posizionati in corrispondenza dell'armatura da precompressione a 5cm dall'intradosso e a 6cm dall'estradosso.

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale.

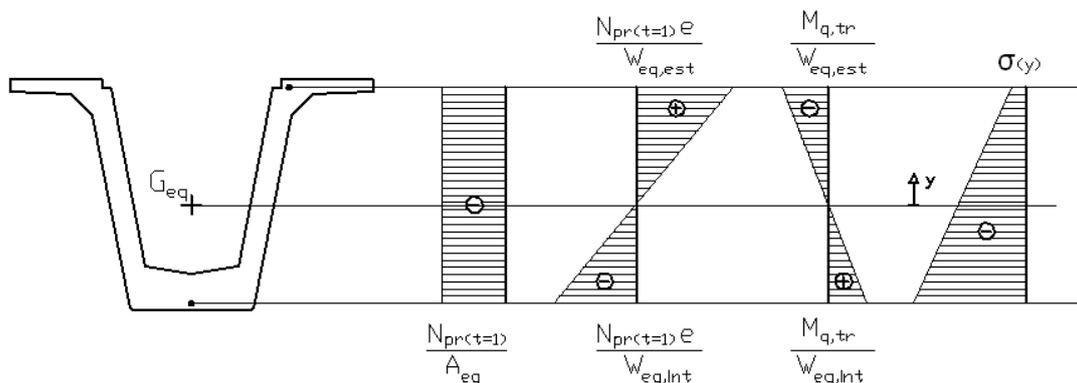


Figura 4: Stato tensionale generato dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

	Sezione a Nord e Sud [N/mm^2]				Sezione in Mezzzeria [N/mm^2]			
	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,81	8,96	-2,90	-1,75	-12,37	17,45	-8,72	-3,64
Int.	-7,81	-8,07	2,61	-13,27	-12,37	-15,04	7,51	-19,90

Nota lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione (vedi appendice G).

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E(t_o)} + \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * \varnothing(t, t_o)$$

Come già sottolineato per il confronto ci interessa solo la deformazione viscosa.

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * \varnothing(t, t_o)$$

Per svolgere questo calcolo è necessario determinare il coefficiente di viscosità $\varnothing(t, t_o)$. Il calcolo consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\varnothing(\infty, t_o)$, dove il tempo t_o di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Se $t_o = 1$ giorno allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 6,54$ giorni. Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\varnothing(\infty; t_{c,T}) = \varnothing(\infty; 6,54) = 1,86$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottiene il coefficiente di viscosità al varo delle travi, ovvero a $t = 71$ giorni (vedi appendice F).

$$\varnothing(t; t_{c,T}) = \varnothing(71; 6,54) = 0,93$$

Per determinare lo stato di deformazione ci resta da individuare il modulo elastico E_{c28} . Si ricordi che il calcestruzzo subisce una maturazione a vapore dove a 28 giorni manifesta un valore pari a $E_{cmv}(28) = 27093 \text{ N/mm}^2$ (vedi appendice C). Ma la normativa definisce il coefficiente di viscosità associati a valori tangenti del modulo di elasticità, per cui dobbiamo utilizzare un valori di $E_{cmv,t}(28) = 1,05 * 27093 = 28448 \text{ N/mm}^2$. Sempre la normativa intende il modulo elastico E_{c28} come il valore ad una completa maturazione del calcestruzzo, che si manifesta effettivamente a 28 giorni per un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, ma a periodi sicuramente successivi per un calcestruzzo maturato a vapore. Cercando di considerare tutti gli aspetti fino ad ora elencati, per il calcolo delle deformazioni viscosi a partire dallo stato tensionale, si decide di assumere un modulo elastico E_{c28} pari a 33000 N/mm^2 , valore poco inferiore a quello calcolabile per un calcestruzzo di classe C45/55 con le espressioni fornite dalla normativa vigente, pari a 36283 N/mm^2 . Questa riduzione viene assunta per volere mettere in conto l'effetto della maturazione a vapore.

Nota il coefficiente di viscosità e il modulo di elasticità a 28 giorni possiamo risalire alle deformazioni viscosse.

dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)		
Def. viscosa		
	Sezione a Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]
Est.	-49,32	-102,58
Int.	-373,97	-560,82

Concluso il calcolo delle deformazioni viscosse possiamo sommarle con gli effetti del ritiro per essiccamento e autogeno.

dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)						
	Def. viscosa		Def. da ritiro (autogeno + essiccamento)		Def. totale	
	Sezione Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	In ogni Sezione [$\mu\epsilon$]	Sezione Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]
Est.	-49,32	-102,58	-174,17	-174,17	-223,49	-276,75
Int.	-373,97	-560,82	-135,85	-83,60	-509,82	-696,67

Queste deformazioni si manifestano a partire dall'istante in cui si è conclusa l'applicazione della precompressione, fino all'istante in cui si realizza il varo delle travi. Tali deformazioni sono associati esclusivamente a fenomeni viscosi, di ritiro autogeno e per essiccamento, ovvero si escludono le deformazioni elastiche.

Confronto delle deformazioni dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con quelle calcolate che si sono manifestate a partire dall'applicazione della precompressione e del peso proprio (esclusi i fenomeni elastici), al varo delle travi. In questo intervallo temporale le deformazioni sono associate solo al fenomeno del ritiro e al fenomeno di viscosità provocato dal carico di precompressione e dal peso proprio. Si sottolinea questo per capire che la deformazione elastica del carico da precompressione e del peso proprio è esclusa dai successivi confronti.

Confrontiamo le grandezze rilevate con le grandezze calcolate.

	dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)		
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-232,21	-347,43	-319,57
Est. Calcolato	-223,49	-276,75	-223,49
Int. Rilevato	-296,31	-231,44	-590,46
Int. Calcolato	-509,82	-696,67	-509,82

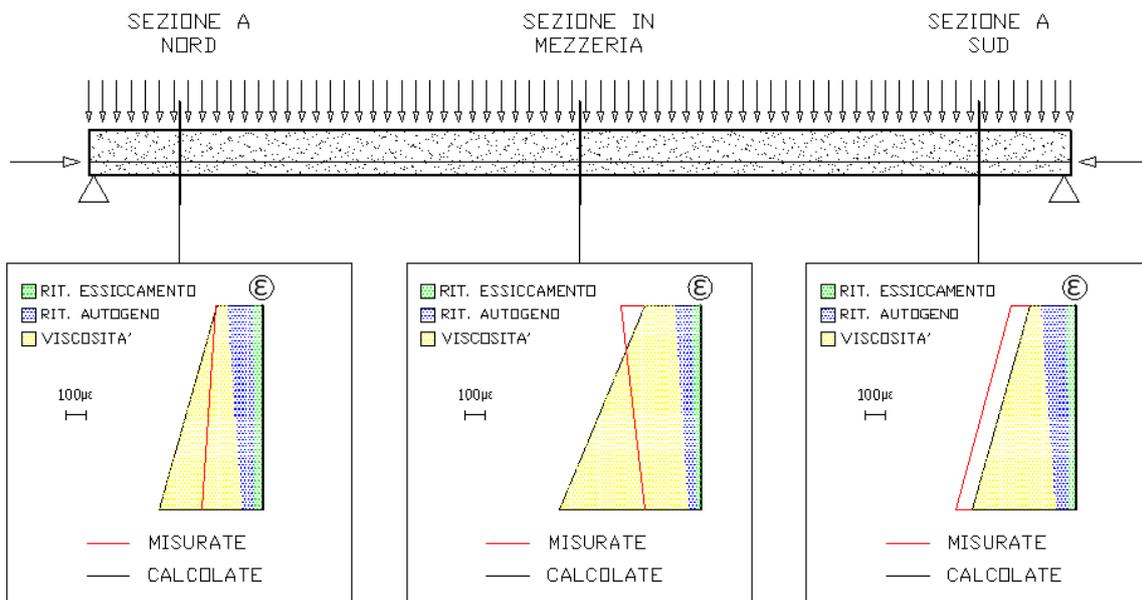


Figura 5: Confronto fra le deformazioni rilevate e quelle calcolate

Analizzando le sezioni in prossimità degli appoggi, le deformazioni rilevate non presentano una perfetta simmetria, per questo motivo attribuiamo alle misure una certa incertezza, ma un comportamento comune è comunque delineato. Ovvero in tale frangente di temporale si manifestano maggiori deformazioni all'intradosso rispetto all'estradosso. I calcoli confermano questo fenomeno attribuendo all'intradosso grandi deformazioni per viscosità e piccolissime deformazioni per ritiro, mentre all'estradosso piccole deformazioni sia da ritiro che da viscosità.

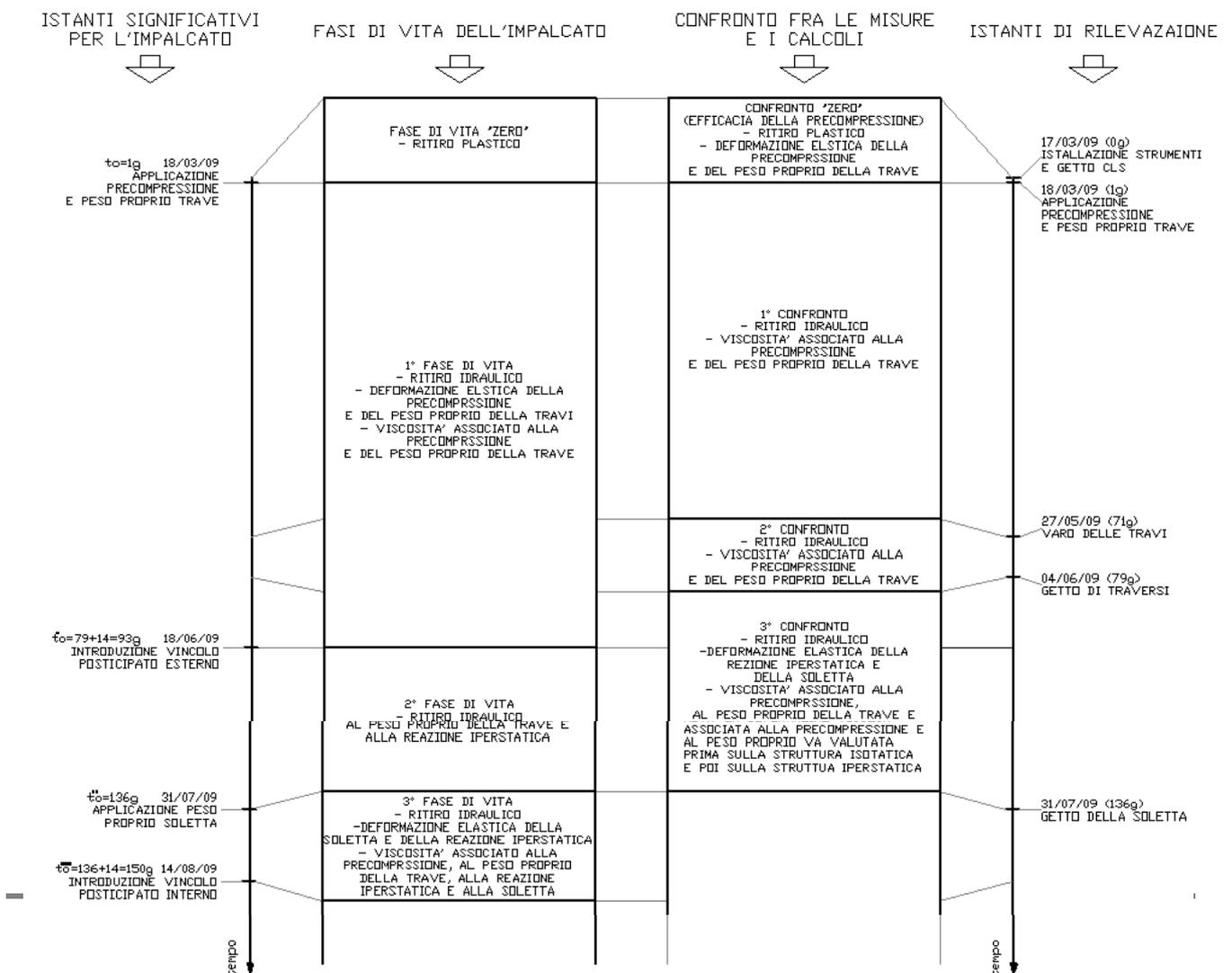
E' la mezzeria a non soddisfare assolutamente il confronto fra rilevazioni e calcoli, e nonostante la complicata procedura di calcolo a cui è attribuibile un'elevata facilità di errore, ci pare impossibile dare ragione alle rilevazioni. Questo perché lo stato tensionale prodotto dalla precompressione eccentrica genera sicuramente tensioni di intradosso maggiori rispetto a quelle di intradosso, è quindi logico che le relative deformazioni viscosse manifestino il medesimo comportamento. Pare inoltre impossibile che gli effetti di ritiro siano tali da modificare tale comportamento, anche perché l'entità della precompressione si aggira sui $10000KN$.

Considerazioni comuni a tutte e tre le sezioni riguarda l'ordine di grandezza delle tipologie di deformazioni calcolate, nonché la distribuzione lungo l'altezza della trave. Le deformazioni associate al ritiro prevedono un andamento variabile per l'effetto di contrasto esercitato dalla armature pretese, inoltre per l'istante esaminato, ovvero dopo 71 giorni il getto del calcestruzzo della trave, il ritiro autogeno prevale ancora rispetto al ritiro per essiccamento. Le deformazioni viscosse associate al carico da precompressione e al peso proprio sono nettamente superiori rispetto alle deformazione da ritiro, inoltre sono caratterizzate da una variabilità lungo l'altezza con valori maggiori all'intradosso. Ciò è dovuto al maggiore effetto che ha la precompressione eccentrica rispetto al peso proprio della trave.

Deformazioni calcolate dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)

Durante l'intervallo temporale esaminato, indipendentemente dal carico, vengono a manifestarsi i fenomeni di ritiro. Ritiro associato principalmente al contributo da essiccamento piuttosto che al contributo autogeno, in quanto stiamo considerando periodi di tempo già sufficientemente lontani dal getto, per cui l'effetto del ritiro autogeno si è quasi completamente esaurito.

La determinazione delle deformazioni viscoso risulta sicuramente complicato, in quanto coinvolge ben tre fasi di vita dell'impalcato. Con le equazioni che descrivono la prima fase di vita si determinano le deformazioni viscoso residue che si manifestano dal getto dei traversi all'introduzione dei vincoli esterni posticipati. Tali deformazioni sono provocate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione. Con le equazioni che descrivono la seconda fase di vita si determinano le deformazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo esterno posticipato fino al getto della soletta. Deformazioni provocate dal carico da precompressione, dal peso proprio e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima nasce per l'introduzione del vincolo esterno posticipato. Con le equazioni che descrivono la terza fase di vita dell'impalcato si calcola la deformazione elastica provocata dal peso proprio della soletta.



Partiamo dal calcolo delle deformazioni associate al ritiro idraulico, per il quale vengono utilizzate le espressioni fornite dalla normativa vigente (EC2), che individua un contributo di ritiro autogeno ed un contributo di ritiro per essiccamento.

Questi fenomeni vengono valutati a partire dalla conclusione della maturazione del calcestruzzo, nel nostro caso specifico alla conclusione del ciclo di maturazione a vapore avvenuta il 18/03/09.

Dovendo svolgere il confronto fra le deformazioni che si manifestano a partire dal getto dei traversi, avvenuto il 04/06/09, al getto della soletta, realizzato il 31/07/09, ci interessano le deformazioni da ritiro determinate dopo 79 e 136 giorni di maturazione (vedi appendice E). Svolgendo la differenza dei valori manifestati in questi istanti, si determinano le deformazioni associate al ritiro nell'intervallo temporale esaminato.

	t=79g	t=136g	da 79g a 136g
$\varepsilon_{cd(t)} [\mu\varepsilon]$	-137,17	-189,37	-52,20
$\varepsilon_{ca(t)} [\mu\varepsilon]$	-47,47	-51,58	-4,11
$\varepsilon_{cs(t)} = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{ca(t)} [\mu\varepsilon]$	-184,64	-240,95	-56,31

Volendo raffinare il calcolo si considera anche l'effetto di contrasto delle armature pretese.

Per la nostra applicazione è necessario una distinzione fra le sezioni vicino agli appoggi e la sezione di mezzeria, in quanto, per la presenza di guaine, si ha un differente numero di armature aderenti che provocano il contrasto del ritiro.

Per le sezioni esaminate, se all'estradosso, per la bassa presenza di armatura, si può prescindere dall'effetto di contrasto delle armature, all'intradosso tale fenomeno risulta sicuramente rilevante.

Con le istruzioni fornite dal Collepardi, per l'intradosso della sezione di mezzeria il contrasto delle armature provoca un ritiro pari al 48% dei valori sopra riportati, mentre per le sezioni vicino agli appoggi la riduzione risulta al 78% (vedi appendice E).

dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)						
	Def. da ritiro autogeno		Def. da ritiro per essiccamento		Def. da ritiro (autogeno + essiccamento)	
	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]
Est.	-4,11	-4,11	-52,20	-52,20	-56,31	-56,31
Int.	-3,21	-1,97	-40,72	-25,06	-43,93	-27,03

Concluso il calcolo delle deformazioni da ritiro passiamo al calcolo delle deformazioni viscosse.

Come già sottolineato il calcolo delle deformazioni viscosse che si manifestano nel range temporale che parte dall'istante in cui si gettano i traversi e si conclude all'istante in cui si getta la soletta, viene svolto utilizzando le equazioni che governano le prime tre fasi di vita dell'impalcato.

Per il contributo delle deformazioni che si manifestano nella prima fase di vita dell’impalcato, si utilizzano i risultati ottenuti nel paragrafo precedente. Riportiamo qui di seguito lo stato tensionale prodotto dal carico da precompressione e dal peso proprio della soletta.

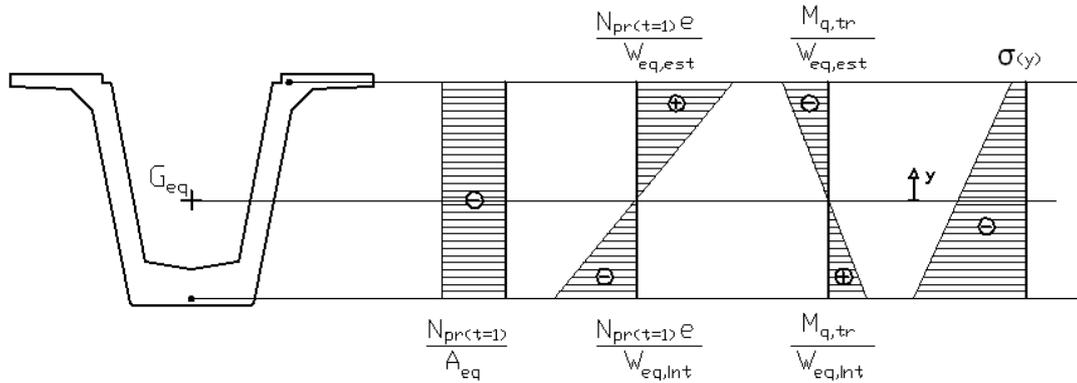


Figura 6: Stato tensionale generato dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

	Sezione a Nord e Sud [N/mm ²]				Sezione in Mezzeria [N/mm ²]			
	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=1)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=1)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,81	8,96	-2,90	-1,75	-12,37	17,45	-8,72	-3,64
Int.	-7,81	-8,07	2,61	-13,27	-12,37	-15,04	7,51	-19,90

Nota lo stato tensionale, e utilizzando il metodo dell’Effective Moduls, è possibile risalire allo stato di deformazione prodotto. Per quanto indicato, ci interessa solo il contributo di deformazione viscosa residua, valutata a partire dal getto dei traversi all’introduzione del vincolo esterno posticipato.

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t_2, t_o) - \phi(t_1, t_o)]$$

Dove il tempo t_o di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l’effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Se $t_o = 1$ giorno allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 6,54$ giorni. Mentre t_1 e t_2 , corrispondono rispettivamente agli istanti in cui si realizza il getto dei traversi e l’introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero $t_1 = 79$ giorni e $t_2 = 79 + 14 = 93$ giorni.

Con l’espressione fornita dalla normativa si ottiene il coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_{c,T}) = 1,86$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottiene il coefficiente di viscosità per gli istanti $t_1 = 79$ giorni e $t_2 = 93$ giorni (vedi appendice F).

$$\phi(t_1, t_{c,T}) = 0,96$$

$$\phi(t_2, t_{c,T}) = 1,01$$

Assumendo un modulo elastico del calcestruzzo E_{c28} pari a 33000 N/mm^2 , è facile determinare le deformazioni viscoso residue.

dal getto dei traversi all'introduzione del vincolo esterno posticipato		
Def. viscosa		
	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]
Est.	-2,65	-5,52
Int.	-20,11	-30,15

Passiamo al calcolo delle deformazioni che si manifestano nella seconda fase di vita dell'impalcato. La sezione resistente è sempre e solo quella della trave le cui caratteristiche inerziali vengono determinate considerando il modulo elastico del calcestruzzo valutate all'inizio di questa fase di vita.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/01/09 e l'introduzione del vincolo esterno posticipato avviene il 18/06/09, ci interessa il valore del modulo elastico del calcestruzzo a 93 giorni di maturazione. Avendo una maturazione accelerata il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(93) = 1,0380 * E_{cm} = 37661 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscoso, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(93) = 1,05 * E_{cmv}(93) = 39544 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(93) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(93)} = 5,06$$

Con il coefficiente di omogeneizzazione appena calcolato posso mettere in conto la disomogeneità della sezione resistente prescindendo dalla redistribuzione interna delle tensioni, che si manifesta per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo.

Con i risultati appena ottenuti posso procedere al calcolo dei parametri geometrici ed inerziali equivalenti per la sezione resistente composta dalla sola trave. Questo calcolo deve essere distinto a seconda della sezione considerata, in quanto l'armatura pretesa ha un'area efficace variabile lungo l'asse della trave, per la presenza di guaine.

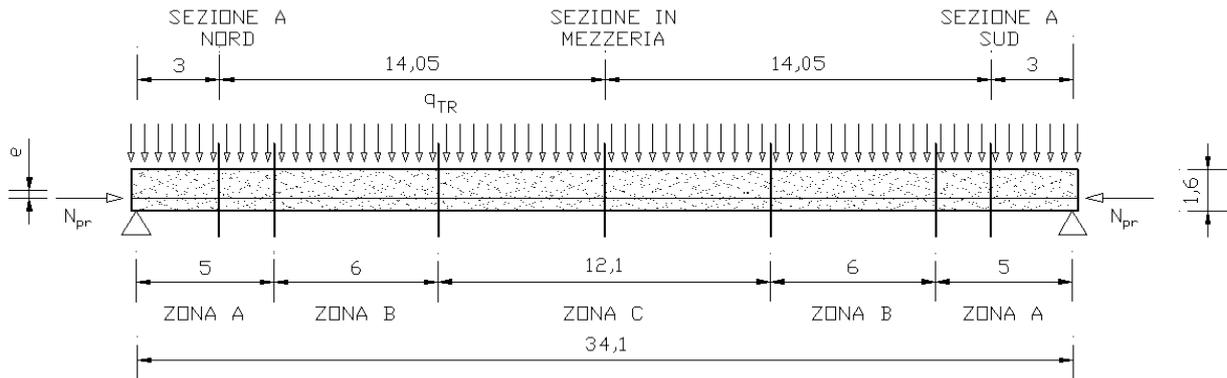


Figura 7: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE		
	$A_{tr} [m^2]$	$J_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{sp} [m^2]$	$y_{G,sp} [m]$	n_{sp}
72 (zona C)	0,7801	0.2373	0.7669	0,009121	0,2056	5,06
72-24 (zona B)	0,7801	0.2373	0.7669	0,006080	0,2306	5,06
72-32 (zona A)	0,7801	0.2373	0.7669	0,005067	0,3194	5,06

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
	$A_{eq} [m^2]$	$J_{eq} [m^4]$	$y_{G,eq} [m]$
72 (zona C)	0,8262	0,2509	0,7396
72-24 (zona B)	0,8108	0,2464	0,7443
72-32 (zona A)	0,8057	0,2421	0,7559

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dai carichi per poi risalite allo stato tensionale.

I carichi agenti sono la precompressione e il peso proprio della trave, entrambi applicati il 18/03/09, nonché il peso proprio della soletta applicato il 31/07/09.

Si ricordi che la precompressione manifesta una variabilità nel tempo a causa delle perdite di tensione, e una variabilità lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità

temporale si assume il valore manifestato all'inizio di questa seconda fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione. La variabilità spaziale viene messa in conto calcolando l'entità della precompressione in funzione del numero di cavi pretesi aderenti.

Ricordando che la tensione iniziale al martinetto è pari a $\sigma_{pr,m} = 1420 \text{ N/mm}^2$, riportiamo nella seguente tabella i valori che manifesta lo sforzo generato dalla precompressione valutato all'istante $t = 93$ giorni, istante che coincide con l'inizio della seconda fase di vita dell'impalcato (vedi appendice D).

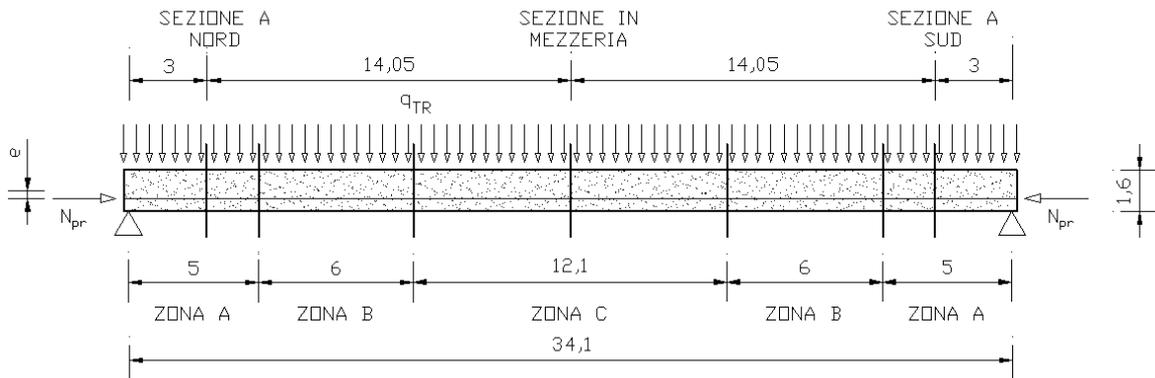


Figura 8: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=93)} [KN]$	$N_{pr(t=93)} / N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5924	0,8233
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9372	0,7236
72-32 (Sez. Sud)	7195	5924	0,8233

Si sottolinea che anche i calcoli delle cadute di tensione sono svolte considerando il ritiro del calcestruzzo contrastato dalle armature pretese, i fenomeni viscosi associati al carico da precompressione e al peso proprio della trave, e il rilassamento delle armature pretese.

Individuato il carico da precompressione possiamo determinare lo stato di sollecitazione presente nella seconda fase di vita dell'impalcato. Per far ciò è necessario considerare l'effetto dell'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero del passaggio da una situazione in cui le travi sono indipendenti tra di loro, ciascuna vincolata isostaticamente, ad una situazione in cui l'impalcato lavora come un sistema continuo su più appoggi. Questo effetto si materializza nella nascita di reazioni iperstatiche che tendono le fibre all'intradosso (vedi appendice G).

Indicando con B il generico appoggio, con C l'appoggio successivo e con A l'appoggi precedente, la reazione iperstatica che insorge nell'appoggio B si determina con la seguente espressione che implica l'imposizione della congruenza.

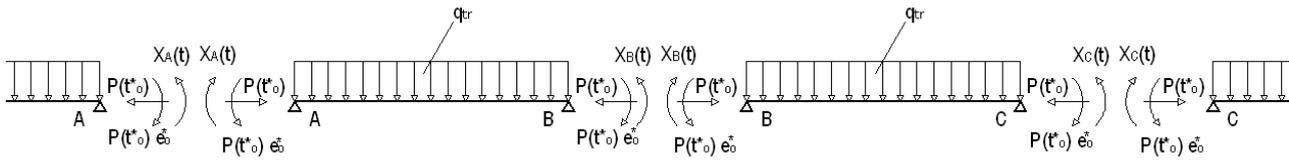


Figura 9: Impostazione dell'equazione di congruenza

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X_B(t)(l_{AB} + l_{BC})}{3E(t_o^*)I} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \left[\frac{X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}}{6E(t_o^*)I} \right] [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] +$$

$$+ \left[\frac{q_{tr}(l_{AB}^3 + l_{BC}^3)}{24E_{c28}I} - \frac{P(t_o^*)e_o^*(l_{AB} + l_{BC})}{2E_{c28}I} \right] [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

Dove alla reazione iperstatica si attribuisce una deformazione elastica ed una deformazione viscosa, mentre al carico da precompressione e al peso proprio si attribuisce solo una deformazione viscosa residua.

Utilizzando la nomenclatura espressa nell'equazione di congruenza, l'istante $t = 136$ giorni corrisponde alla fine della seconda fase di vita dell'impalcato. L'istante $t_o = 1$ giorno coincide con l'applicazione della precompressione. L'istante $t_o^* = 93$ giorni coincide con l'insorgere della reazione iperstatica, ovvero all'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero l'inizio della seconda fase di vita dell'impalcato. Per quanto riguarda i moduli di elasticità si deve considerare l'influenza della maturazione a vapore, nonché l'utilizzo del valore tangente. Quindi si assumono i seguenti valori.

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(93) = 1,0380 * E_{cm} = 37661 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv,t}(93) = 1,05 * E_{cmv}(93) = 39544 \text{ N/mm}^2 = E(t_o^*)$$

Considerazioni particolari riguardano il modulo elastico a 28 giorni, valore sui cui la normativa basa il calcolo delle deformazioni viscosi. Sempre la normativa intende il modulo elastico E_{c28} come il valore ad una completa maturazione del calcestruzzo, che si manifesta effettivamente a 28 giorni per un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, ma a periodi sicuramente successivi per un calcestruzzo maturato a vapore. Ricordando anche che dobbiamo considerare il valore tangente dei moduli di elasticità, a 28 giorni assumiamo il seguente valore.

$$E_{c28} = 330000 \text{ N/mm}^2$$

Se per il coefficiente di invecchiamento si decide di assumere un valore costante pari a $\chi(t, t_o^*) = 0,8$, per il coefficiente di viscosità il discorso è più complicato. Il calcolo consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\phi(\infty, t_o)$, dove il tempo t_o di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{C,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Se $t_o = 1$ giorno allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{C,T} = 6,54$ giorni. Se $t_o^* = 93$ giorni allora $t_{C,T}^* = 98,54$ giorni.

Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_o) = \phi(\infty; 6,54) = 1,86$$

$$\phi(\infty, t_o^*) = \phi(\infty; 98,54) = 1,11$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottengono i coefficienti di viscosità cercati (vedi appendice F).

$$\phi(t_o^*, t_o) = \phi(93; 6,54) = 1,01$$

$$\phi(t, t_o) = \phi(136; 6,54) = 1,12$$

$$\phi(t, t_o^*) = \phi(136; 98,54) = 0,48$$

Per il carico da precompressione e la relativa eccentricità, indicati con $P(t_o^*)$ e e_o^* , si assumono i valori medi fra quelli manifestati in prossimità degli appoggi ed in mezzzeria, valutati all'inizio di questa seconda fase di vita.

$$P(t_o^*) = (9372 + 5924)/2 = 7648 \text{ KN}$$

$$e_o^* = (0,5340 + 0,4365)/2 = 0,4853 \text{ m}$$

Discorso analogo vale per il momento d'inerzia.

$$I = (0,2509 + 0,2421)/2 = 0,2465 \text{ m}^4$$

Ricordando che il peso proprio della trave vale $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$ la generica equazione di congruenza assume la seguente forma (grandezze espresse in m o in N).

$$47,33 * X_B(t)(l_{AB} + l_{BC}) - 23,66 * [X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}] + 10,98 * 10^3 * (l_{AB}^3 + l_{BC}^3) - 25,09 * 10^6 * (l_{AB} + l_{BC}) = 0$$

Il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle. Per questo motivo è necessario impostare 16 equazioni di congruenza, in quanto in corrispondenza delle spalle la reazione iperstatica è nulla.

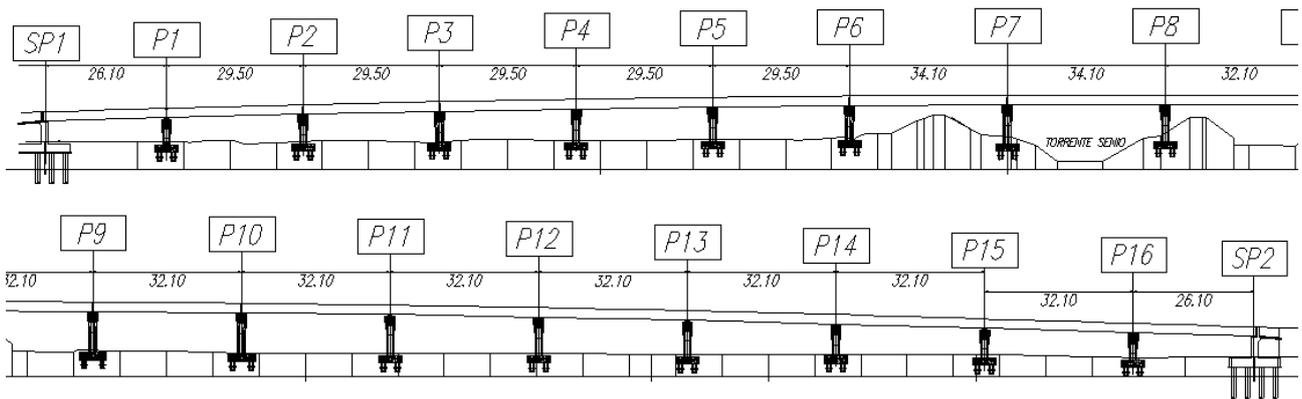


Figura 10: Profilo longitudinale dell'impalcato

Risolvendo con l'analisi matriciale un sistema di 16 equazioni lineari nelle 16 incognite si determinano le reazioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi all'istante $t = 136$ giorni.

	SP1	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$X(t)$ [KNm]	0	512	617	644	648	636	585	545	555

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	SP2
$X(t)$ [KNm]	574	580	581	581	580	574	554	480	0

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{X(t)}$ [KNm]	545,88	550,00	554,12
$M_{q,tr}$ [KNm]	909,69	2834,35	909,69
$W_{eq,est}$ [m ³]	0,3088	0,3135	0,3088
$W_{eq,int}$ [m ³]	0,3430	0,3638	0,3430

In un'unica tabella abbiamo riportato anche i momenti generati dall'applicazione diretta del peso proprio della trave, nonché i moduli di resistenza a flessione calcolati sapendo che gli strumenti di misura sono posizionati in corrispondenza dell'armatura da precompressione a 5cm dall'intradosso e a 6cm dall'estradosso.

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale.

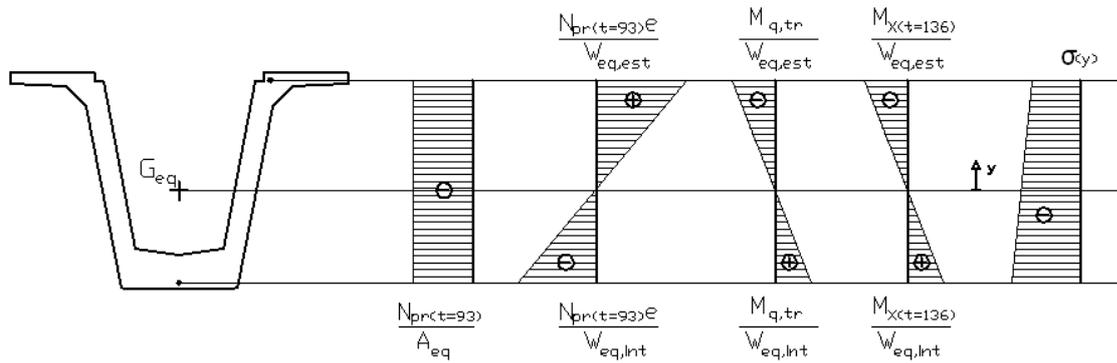


Figura 11: Stato tensionale generato dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica

	Sezione a Nord [N/mm^2]					Sezione in Mezzeria [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=93)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=93)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=136) / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=93)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=93)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=136) / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,35	8,37	-2,94	-1,76	-3,69	-11,34	15,96	-9,04	-1,75	-6,17
Int.	-7,35	-7,53	2,65	1,59	-10,64	-11,34	-13,75	7,78	1,51	-15,79

	Sezione a Sud [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=93)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=93)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=136) / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,35	8,37	-2,94	-1,79	-3,71
Int.	-7,35	-7,53	2,65	1,61	-10,62

Nota lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione durante il range temporale esaminato (vedi appendice G). Ovvero si ha solo una deformazione viscosa residua.

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t, t_0) - \phi(t^*, t_0)]$$

Mentre utilizzando il metodo AAEM, è possibile risalire allo stato di deformazione prodotto dalla reazione iperstatica, che prevede un contributo elastico ed un contributo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t^*)} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t^*) \phi(t, t^*)$$

Per il calcolo sono già stati definiti precedentemente tutti i moduli di elasticità e i coefficienti di viscosità. Riassumiamo i risultati nella seguente tabella.

dall'introduzione del vincolo esterno posticipato al getto della soletta					
def. viscosa precompressione e peso proprio trave		def. viscosa e def. elastica reazione iperstatica			
	Sezione a Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-6,40	-14,73	-64,98	-64,61	-65,54
Int.	-40,76	-57,70	58,70	55,75	59,44

def. totale			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-71,38	-79,34	-71,94
Int.	17,94	-1,95	18,68

Per questo terzo confronto ci resta da determinare la deformazione elastica provocata dal peso della soletta, ovvero vengono utilizzate le equazioni che governano la terza fase di vita dell'impalcato.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/01/09 e il getto della soletta avviene il 31/07/09, ci interessa il valore del modulo elastico del calcestruzzo a 136 giorni di maturazione. Avendo una maturazione accelerata il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(136) = 1,0429 * E_{cm} = 37840 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscosi, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(136) = 1,05 * E_{cmv}(136) = 39732 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(136) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(136)} = 5,03$$

Con i risultati appena ottenuti posso procedere al calcolo dei parametri geometrici ed inerziali equivalenti per la sezione resistente composta dalla sola trave. Questo calcolo deve essere distinto a seconda della sezione considerata, in quanto l'armatura pretesa ha un'area efficace variabile lungo l'asse della trave, per la presenza di guaine.

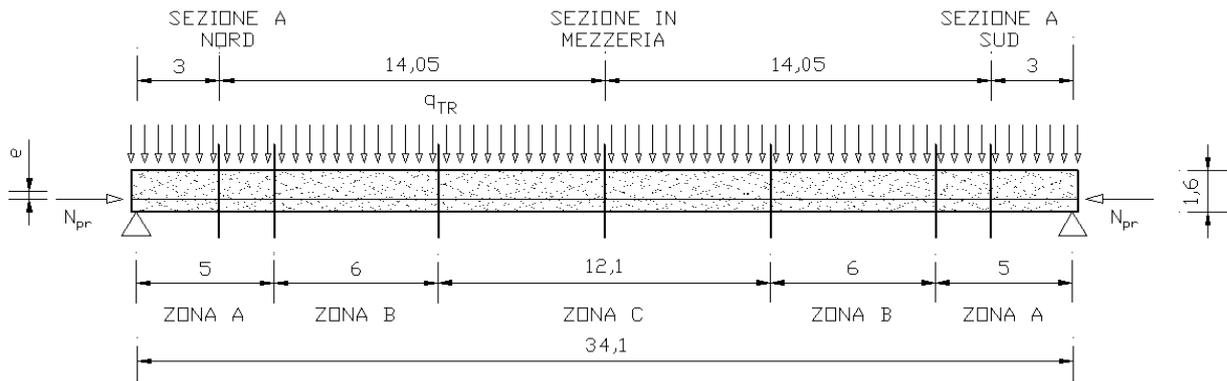


Figura 12: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE		
	$A_{tr} [m^2]$	$J_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{sp} [m^2]$	$y_{G,sp} [m]$	n_{sp}
72 (zona C)	0,7801	0.2373	0.7669	0,009121	0,2056	5,06
72-24 (zona B)	0,7801	0.2373	0.7669	0,006080	0,2306	5,06
72-32 (zona A)	0,7801	0.2373	0.7669	0,005067	0,3194	5,06

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
	$A_{eq} [m^2]$	$J_{eq} [m^4]$	$y_{G,eq} [m]$
72 (zona C)	0,8259	0,2508	0,7396
72-24 (zona B)	0,8106	0,2464	0,7443
72-32 (zona A)	0,8055	0,2421	0,7559

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dal peso proprio della soletta per poi risalire allo stato tensionale. Questo carico viene ad agire su una struttura iperstatica, è quindi necessario sfruttare un programma di calcolo per determinare lo stato di sollecitazione (vedi appendice G).

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle.

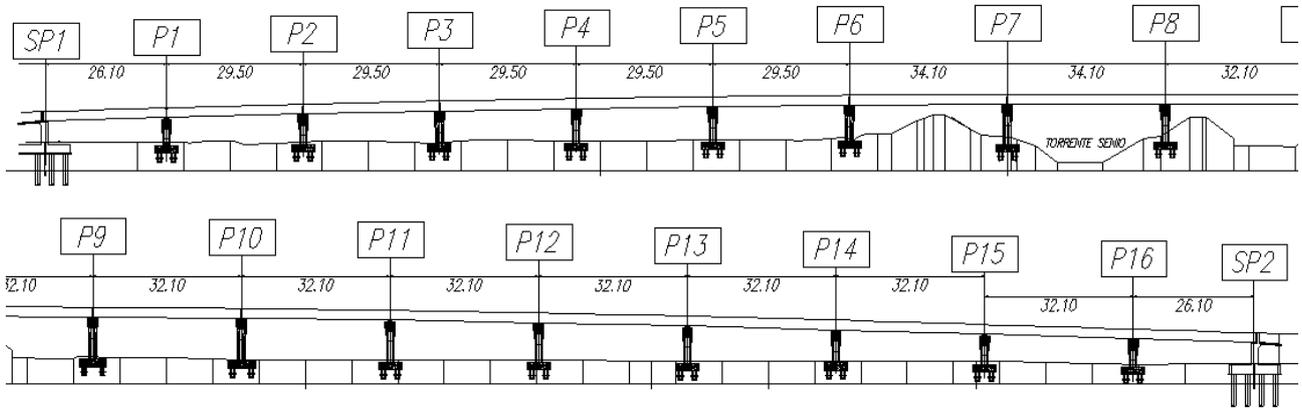


Figura 13: Profilo longitudinale dell'impalcato

Ricordando che il peso proprio della soletta risulta pari a $q_{sol} = 21,87 \text{ KN/m}$ si calcola la distribuzione dei momenti lungo l'impalcato.

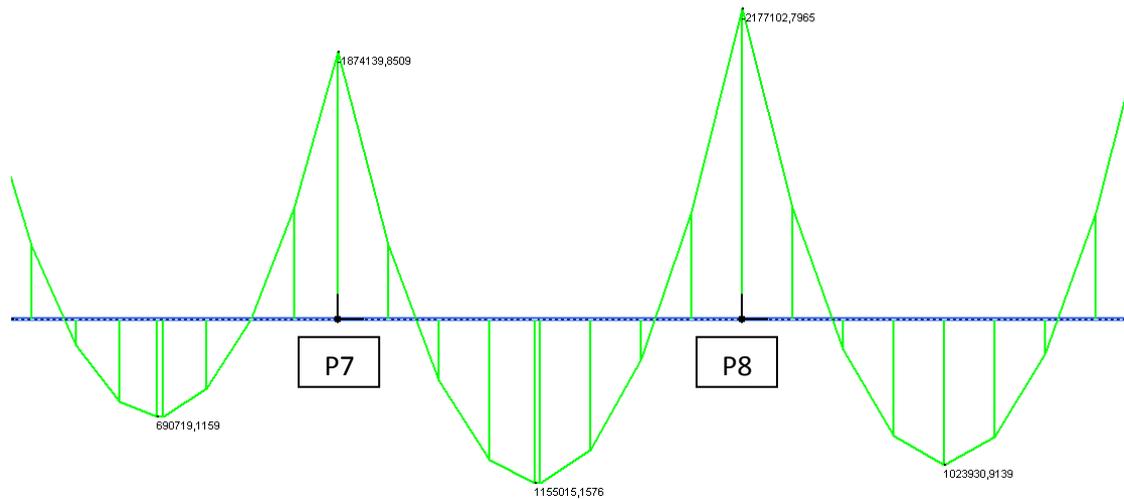


Figura 14: Diagramma delle sollecitazioni flettenti generate dal peso proprio della soletta

Ovviamente la porzione di impalcato di interesse è quella compresa fra le pile P7 e P8, in particolare per le sezioni di mezzeria e le sezioni a 3 metri dall'appoggio.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{q,sol} [KNm]$	-900,07	1155,01	-1148,50
$W_{eq,est} [m^3]$	0,3088	0,3134	0,3088
$W_{eq,int} [m^3]$	0,3430	0,3637	0,3430

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale generato dal peso della soletta.

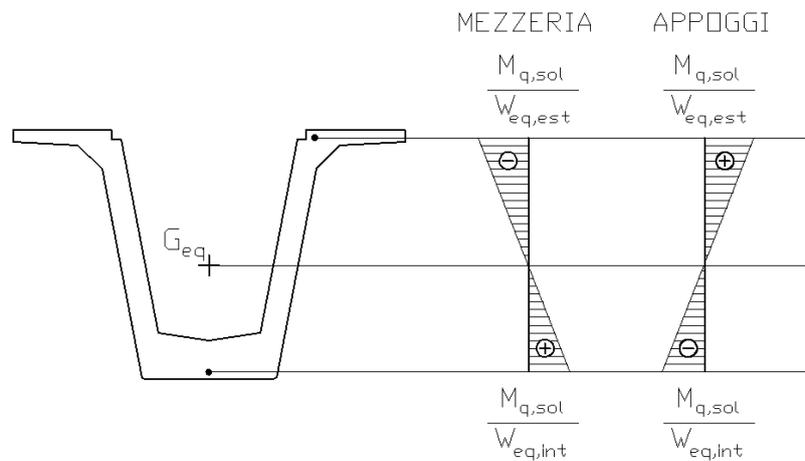


Figura 15: Stato tensionale generato dal peso proprio della soletta

	Sezione a Nord [N/mm ²]	Sezione in Mezzeria [N/mm ²]	Sezione a Sud [N/mm ²]
	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$
Est.	2,91	-3,68	3,71
Int.	-2,62	3,17	-3,34

Noto lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Moduls, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della soletta che si compone di un contributo elastico ed di un contributo viscoso (vedi appendice G). Ma per il confronto che si sta svolgendo ci interessa solo il contributo elastico.

$$\varepsilon(y)_{el} = \frac{\sigma(y)}{E(t_o^{**})}$$

Assumendo un modulo elastico all'applicazione del carico pari a $E(t_o^{**}) = 37840 \text{ N/mm}^2$, possiamo calcolare le deformazioni che riportiamo nella seguente tabella.

all'applicazione del peso proprio della soletta			
	Sezione a Nord [με]	Sezione in Mezzeria [με]	Sezione a Sud [με]
Est.	79,90	-97,25	98,04
Int.	-69,23	83,77	-88,27

Come già sottolineato le deformazioni da ritiro calcolate per svolgere il 3° confronto, sono la somma di tre contributi, associate alle diverse fasi di realizzazione dell'impalcato. Vediamo ora di sommarle e riportare i risultati nella seguente tabella.

def. viscosa dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)								
dal getto dei traversi all'introduzione del vincolo esterno posticipato			dall'introduzione del vincolo esterno posticipato al getto della soletta			all'applicazione del peso proprio della soletta		
	Sezione Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-2,65	-5,52	-71,38	-79,34	-71,94	79,90	-97,25	98,04
Int.	-20,11	-30,15	17,94	-1,95	18,68	-69,23	83,77	-88,27

def. viscosa dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)		
Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
5,87	-182,11	23,45
-71,40	51,67	-89,70

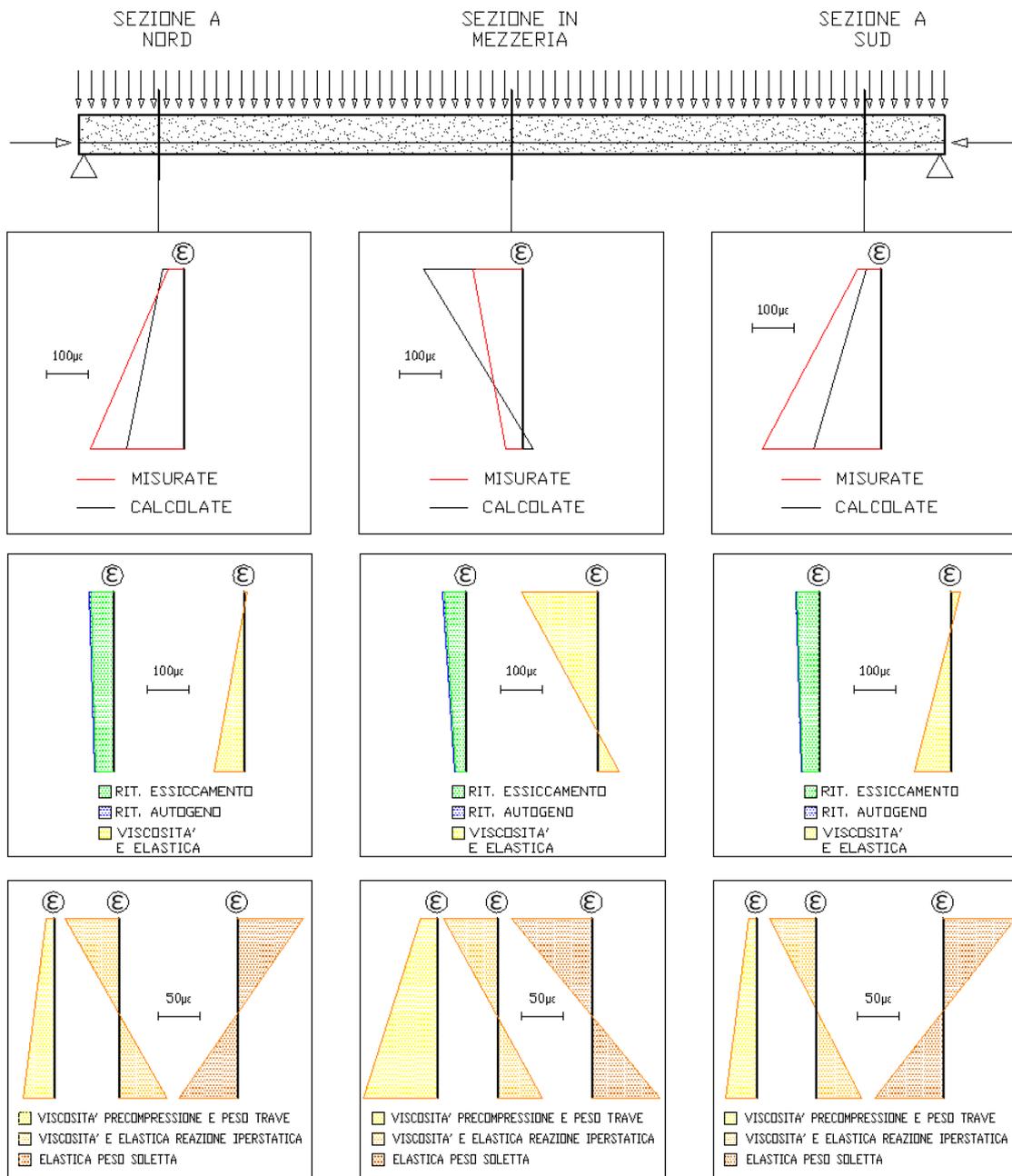
Ora che abbiamo concluso il calcolo delle deformazioni viscosi, necessarie a svolgere il 3° confronto con le rilevazioni, possiamo sommarle alle deformazioni provocate la ritiro del calcestruzzo.

dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)								
def. viscosa			def. da ritiro		def. totale			
	Sezione Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	5,87	-182,11	23,45	-56,31	-56,31	-50,44	-238,42	-32,86
Int.	-71,40	51,67	-89,70	-43,93	-27,03	-115,33	24,64	-133,63

Confronto delle deformazioni dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con le deformazioni calcolate nell'intervallo temporale che parte dal getto dei traversi e si conclude al getto della soletta. In questo intervallo temporale le deformazioni sono associate solo al fenomeno del ritiro e al fenomeno di viscosità provocato dal carico di precompressione e dal peso proprio.

	dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)		
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-37,01	-110,58	-55,92
Est. Calcolato	-50,44	-238,42	-32,86
Int. Rilevato	-223,56	-40,96	-299,64
Int. Calcolato	-115,33	24,64	-133,63



Analizzando la differenza fra le deformazioni monitorate e le deformazioni calcolate, per tutte e tre le sezioni, si nota che i rilievi denotano una maggiore curvatura oraria. Ciò potrebbe essere associato ad una sottostima dei fenomeni viscosi associati al carico da precompressione, oppure ad una sovrastima dei fenomeni elastici e viscosi associati alla reazione iperstatica, ovvero alla sovrastima della reazione stessa.

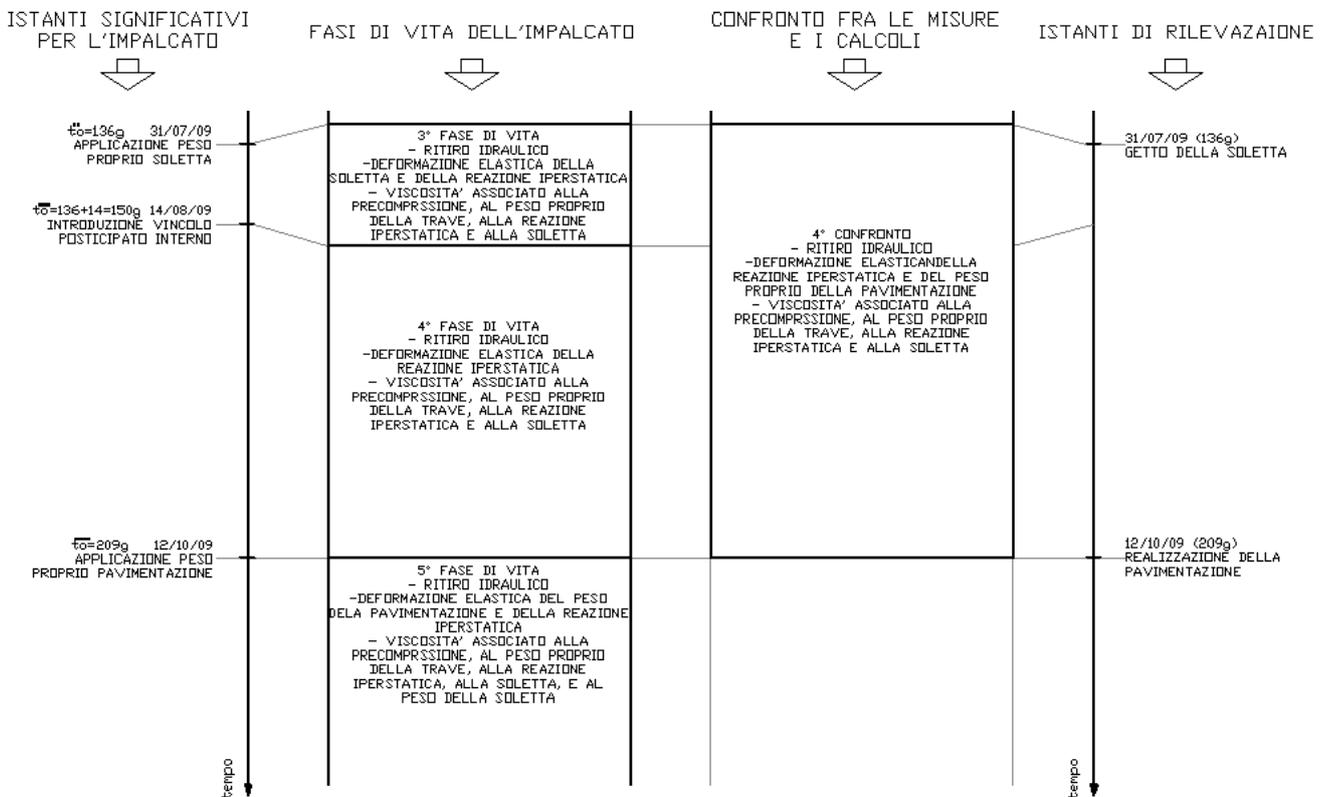
Nonostante queste differenze, i calcoli sono convalidati, anche se solo qualitativamente, dalle rilevazioni. Per le sezioni in prossimità degli appoggi si manifestano deformazioni maggiori all'intradosso rispetto l'estradosso, mentre si ha il comportamento opposto della sezione di mezzeria.

Analizzando i valori calcolati, si vogliono descrivere le tipologie, nonché gli andamenti lungo l'altezza della trave, delle deformazioni ottenute. Il ritiro manifesta deformazioni maggiori di intradosso a causa degli effetti di contrasto delle armature pretese disposte principalmente all'intradosso. Inoltre dopo 136 giorni il getto del calcestruzzo risulta preponderante l'effetto del ritiro per essiccamento rispetto al ritiro autogeno. I fenomeni viscosi ed elastici si differenziano notevolmente fra le sezione in prossimità dell'appoggio e la sezione in mezzeria. Ciò è dovuto all'effetto del peso della soletta, il quale tende le fibre all'intradosso per la sezione di mezzeria, mentre all'estradosso per la sezione in prossimità degli appoggi. Il carico da precompressione, il peso proprio della trave e la reazione iperstatica provocano all'incirca i medesimi effetti viscosi ed elastici nelle tre sezioni.

Deformazioni calcolate dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)

Durante l'intervallo temporale esaminato, indipendentemente dal carico, vengono a manifestarsi i fenomeni di ritiro. Ritiro associato principalmente al contributo da essiccazione piuttosto che al contributo autogeno, in quanto stiamo considerando periodi di tempo già sufficientemente lontani dal getto per cui l'effetto del ritiro autogeno si è quasi completamente esaurito.

La determinazione delle deformazioni viscosive risulta sicuramente complicato, in quanto coinvolge ben tre fasi di vita dell'impalcato. Con le equazioni che governano la terza fase di vita si determinano le deformazioni viscosive residue che si manifestano dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato. Tali deformazioni sono provocate dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione, dal peso proprio della soletta e dalla reazione iperstatica. Con le equazioni che descrivono la quarta fase di vita si determinano le deformazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo interno posticipato fino alla realizzazione della pavimentazione. Le tipologie di deformazioni che si manifestano sono analoghe a quelle della fase di vita precedente, ma valutate considerando una sezione resistente composta dalla soletta e dalla trave. Con le equazioni che descrivono la quinta fase di vita dell'impalcato si calcola la deformazione elastica provocata dal peso proprio della pavimentazione.



Partiamo dal calcolo delle deformazioni associate al ritiro idraulico, per il quale vengono utilizzate le espressioni fornite dalla normativa vigente (EC2), che individua un contributo di ritiro autogeno ed un contributo di ritiro per essiccamento.

Questi fenomeni vengono valutati a partire dalla conclusione della maturazione del calcestruzzo, nel nostro caso specifico alla conclusione del ciclo di maturazione a vapore avvenuta il 18/03/09.

Dovendo svolgere il confronto fra le deformazioni che si manifestano a partire dal getto della soletta, avvenuto il 31/07/09, alla realizzazione della pavimentazione, avvenuto il 12/10/09, ci interessano le deformazioni da ritiro determinate dopo 136 e 209 giorni di maturazione (vedi appendice E). Svolgendo la differenza dei valori manifestati in questi istanti, si determinano le deformazioni associate al ritiro nell'intervallo temporale esaminato.

	t=136g	t=209g	da 136g a 209g
$\varepsilon_{cd(t)} [\mu\varepsilon]$	-189,37	-231,72	-42,35
$\varepsilon_{ca(t)} [\mu\varepsilon]$	-51,58	-53,95	-2,37
$\varepsilon_{cs(t)} = \varepsilon_{cd(t)} + \varepsilon_{cs(t)} [\mu\varepsilon]$	-240,95	-285,67	-44,72

Volendo raffinare il calcolo si considera anche l'effetto di contrasto delle armature pretese.

Per la nostra applicazione è necessario una distinzione fra le sezioni vicino agli appoggi e la sezione di mezzeria, in quanto, per la presenza di guaine, si ha un differente numero di armature aderenti che provocano il contrasto del ritiro.

Per le sezioni esaminate, se all'estradosso, per la bassa presenza di armatura, si può prescindere dall'effetto di contrasto delle armature, all'intradosso tale fenomeno risulta sicuramente rilevante.

Con le istruzioni fornite dal Collepardi, per l'intradosso della sezione di mezzeria il contrasto delle armature provoca un ritiro pari al 48% dei valori sopra riportati, mentre per le sezioni vicino agli appoggi la riduzione risulta al 78% (vedi appendice E).

dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)						
	Def. da ritiro autogeno		Def. da ritiro per essiccamento		Def. da ritiro (autogeno + essiccamento)	
	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord e Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]
Est.	-2,37	-2,37	-42,35	-42,35	-44,72	-44,72
Int.	-1,84	-1,14	-33,03	-20,33	-34,87	-21,47

Concluso il calcolo delle deformazioni da ritiro passiamo al calcolo delle deformazioni viscosse.

Come già sottolineato il calcolo delle deformazioni viscosse che si manifestano nel range temporale che parte dall'istante in cui si getta la soletta e si conclude all'istante in cui si realizza la pavimentazione, viene svolto utilizzando le equazioni che governano le ultime tre fasi di vita dell'impalcato.

Partiamo dal calcolo delle deformazioni che insorgono nella terza fase di vita dell'impalcato. La sezione resistente è sempre e solo quella della trave le cui caratteristiche inerziali vengono determinate considerando il modulo elastico del calcestruzzo valutato all'inizio di questa fase di vita.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/01/09 e il getto della soletta avviene il 31/07/09, ci interessa il modulo elastico del calcestruzzo a 136 giorni di maturazione. Avendo una maturazione accelerata il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(136) = 1,0429 * E_{cm} = 37840 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscosi, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(136) = 1,05 * E_{cmv}(136) = 39732 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(136) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(136)} = 5,03$$

Con il coefficiente di omogeneizzazione appena calcolato posso mettere in conto la disomogeneità della sezione resistente prescindendo dalla redistribuzione interna delle tensioni, che si manifesta per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo.

Con i risultati appena ottenuti posso procedere al calcolo dei parametri geometrici ed inerziali equivalenti per la sezione resistente composta dalla sola trave. Questo calcolo deve essere distinto a seconda della sezione considerata, in quanto l'armatura pretesa ha un'area efficace variabile lungo l'asse della trave, per la presenza di guaine.

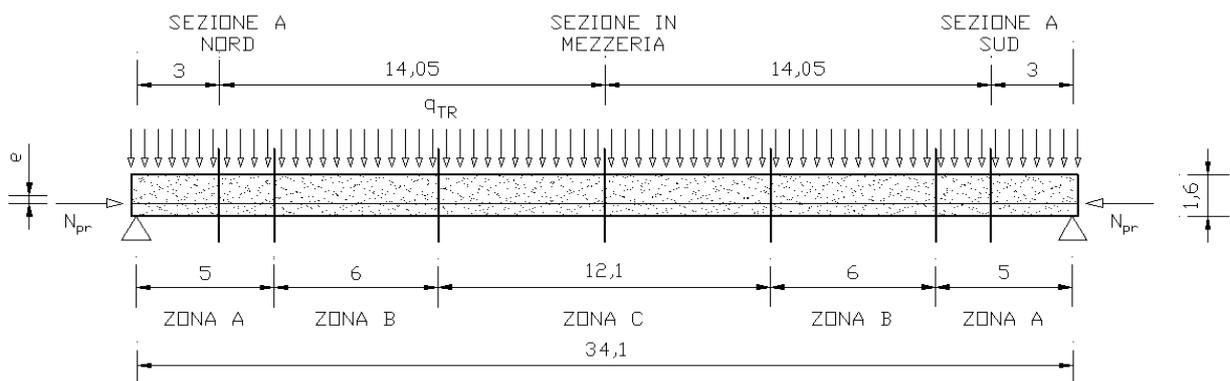


Figura 16: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE		
	$A_{tr} [m^2]$	$J_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{sp} [m^2]$	$y_{G,sp} [m]$	n_{sp}
72 (zona C)	0,7801	0.2373	0.7669	0,009121	0,2056	5,06
72-24 (zona B)	0,7801	0.2373	0.7669	0,006080	0,2306	5,06
72-32 (zona A)	0,7801	0.2373	0.7669	0,005067	0,3194	5,06

n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
	$A_{eq} [m^2]$	$J_{eq} [m^4]$	$y_{G,eq} [m]$
72 (zona C)	0,8259	0,2508	0,7396
72-24 (zona B)	0,8106	0,2464	0,7443
72-32 (zona A)	0,8055	0,2421	0,7559

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dai carichi per poi risalite allo stato tensionale.

I carichi agenti sono la precompressione e il peso proprio della trave, entrambi applicati il 18/03/09, nonché il peso della soletta applicato il 31/07/09.

Si ricordi che la precompressione manifesta una variabilità nel tempo a causa delle perdite di tensione, e una variabilità lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore manifestato all'inizio di questa seconda fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione. La variabilità spaziale viene messa in conto calcolando l'entità della precompressione in funzione del numero di cavi pretesi aderenti.

Ricordando che la tensione iniziale al martinetto è paria a $\sigma_{pr,m} = 1420 N/mm^2$, riportiamo nella seguente tabella i valori che manifesta lo sforzo generato dalla precompressione valutato all'istante $t = 136$ giorni, istante che coincide con l'inizio della terza fase di vita dell'impalcato (vedi appendice D).

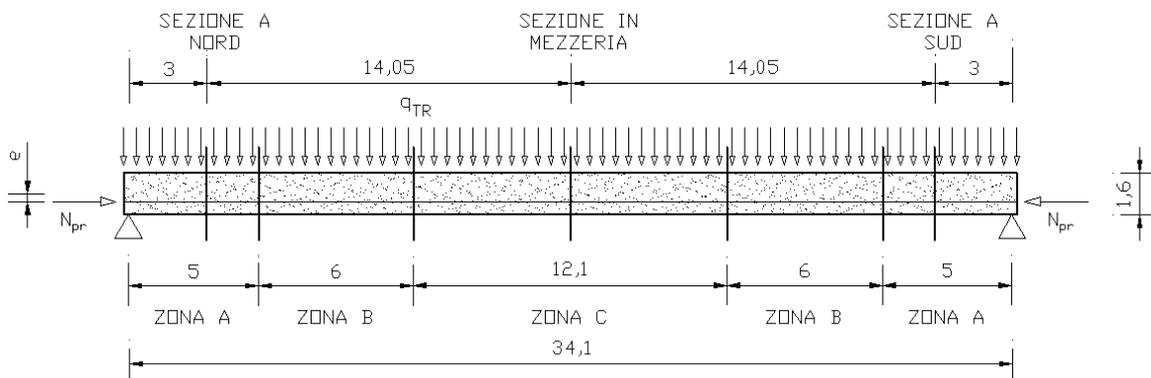


Figura 17: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=136)} [KN]$	$N_{pr(t=136)}/N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5834	0,8108
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9367	0,7232
72-32 (Sez. Sud)	7195	5824	0,8095

Si sottolinea che anche i calcoli delle cadute di tensione sono svolti considerando il ritiro del calcestruzzo contrastato dalle armature pretese; i fenomeni viscosi associati al carico da precompressione, al peso proprio della trave e della soletta; e il rilassamento delle armature pretese.

Individuato il carico da precompressione possiamo determinare lo stato di sollecitazione presente nella terza fase di vita dell'impalcato. Per far ciò è necessario considerare l'effetto dell'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero del passaggio da una situazione in cui le travi sono indipendenti tra di loro, ciascuna vincolata isostaticamente, ad una situazione in cui l'impalcato lavora come un sistema continuo su più appoggi. Questo effetto si materializza nella nascita di reazioni iperstatiche che tendono le fibre all'intradosso (vedi appendice G).

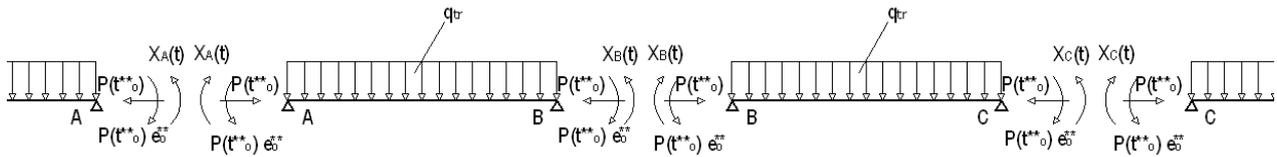


Figura 18: Impostazione dell'equazione di congruenza

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\begin{aligned} & \frac{X_B(t)(l_{AB} + l_{BC})}{3E(t_o^*)I} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varphi(t, t_o^*) - \varphi(t_o^{**}, t_o^*)]\} + \\ & - \left[\frac{X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}}{6E(t_o^*)I} \right] \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varphi(t, t_o^*) - \varphi(t_o^{**}, t_o^*)]\} + \\ & + \left[\frac{q_{tr}(l_{AB}^3 + l_{BC}^3)}{24E_{c28}I} - \frac{P(t_o^{**})e_0^{**}(l_{AB} + l_{BC})}{2E_{c28}I} \right] [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^{**}, t_o)] = 0 \end{aligned}$$

Dove alla reazione iperstatica si attribuisce una deformazione elastica ed una deformazione viscosa residua, mentre al carico da precompressione e al peso proprio si attribuisce solo una deformazione viscosa residua.

Utilizzando la nomenclatura espressa nell'equazione di congruenza, l'istante $t = 150$ giorni corrisponde alla fine della terza fase di vita dell'impalcato. L'istante $t_o = 1$ giorno coincide con l'applicazione della precompressione. L'istante $t_o^* = 93$ giorni coincide con l'insorgere della

reazione iperstatica, ovvero all'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero l'inizio della seconda fase di vita dell'impalcato. L'istante $t_o^{**} = 136$ corrisponde all'inizio della terza fase di vita, ovvero all'applicazione del peso della soletta. Per quanto riguarda i moduli di elasticità si deve considerare l'influenza della maturazione a vapore, nonché l'utilizzo del valore tangente. Quindi si assumono i seguenti valori.

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(93) = 1,0380 * E_{cm} = 37661 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv,t}(93) = 1,05 * E_{cmv}(93) = 39544 \text{ N/mm}^2 = E(t_o^*)$$

Considerazioni particolari riguardano il modulo elastico a 28 giorni, valore sui cui la normativa basa il calcolo delle deformazioni viscosi. Sempre la normativa intende il modulo elastico E_{c28} come il valore ad una completa maturazione del calcestruzzo, che si manifesta effettivamente a 28 giorni per un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, ma a periodi sicuramente successivi per un calcestruzzo maturato a vapore. Ricordando anche che dobbiamo considerare il valore tangente dei moduli di elasticità, a 28 giorni assumiamo il seguente valore.

$$E_{c28} = 330000 \text{ N/mm}^2$$

Se per il coefficiente di invecchiamento si decide di assumere un valore costante pari a $\chi(t, t_o^*) = 0,8$, per il coefficiente di viscosità il discorso è più complicato. Il calcolo consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\phi(\infty, t_o)$, dove il tempo t_o di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Se $t_o = 1$ giorno allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 6,54$ giorni. Se $t_o^* = 93$ giorni allora $t_{c,T}^* = 98,54$ giorni.

Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_o) = \phi(\infty; 6,54) = 1,86$$

$$\phi(\infty, t_o^*) = \phi(\infty; 98,54) = 1,11$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottengono i coefficienti di viscosità cercati (vedi appendice F).

$$\phi(t_o^{**}, t_o) = \phi(136; 6,54) = 1,12$$

$$\phi(t, t_o) = \phi(150; 6,54) = 1,15$$

$$\phi(t_o^{**}, t_o^*) = \phi(136; 98,54) = 0,48$$

$$\phi(t, t_o^*) = \phi(150; 98,54) = 0,52$$

Per il carico da precompressione e la relativa eccentricità, indicati con $P(t_0^{**})$ e e_o^{**} , si assumono i valori medi fra quelli manifestati in prossimità degli appoggi ed in mezzeria, valutati all'inizio di questa terza fase di vita.

$$P(t_0^{**}) = (9367 + 5829)/2 = 7598KN$$

$$e_o^{**} = (0,5340 + 0,4365)/2 = 0,4853m$$

Discorso analogo vale per il momento d'inerzia.

$$I = (0,2508 + 0,2421)/2 = 0,2465m^4$$

Ricordando che il peso proprio della trave vale $q_{tr} = 19,50 KN/m$ la generica equazione di congruenza assume la seguente forma (grandezze espresse in m o in N).

$$35,29 * X_B(t)(l_{AB} + l_{BC}) - 17,64 * [X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}] + 29,96 * 10^2 * (l_{AB}^3 + l_{BC}^3) - 67,99 * 10^5 * (l_{AB} + l_{BC}) = 0$$

Il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle. Per questo motivo è necessario impostare 16 equazioni di congruenza, in quanto in corrispondenza delle spalle la reazione iperstatica è nulla.

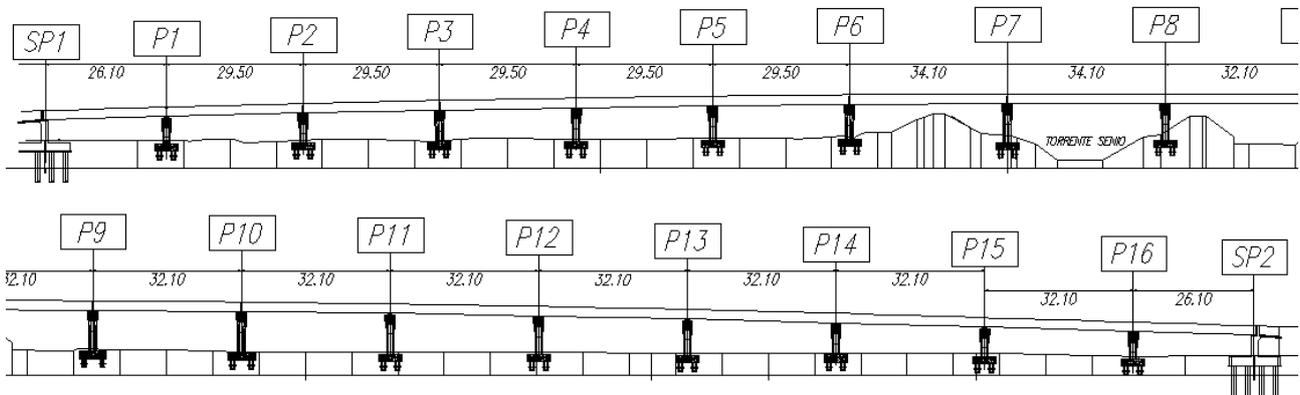


Figura 19: Profilo longitudinale dell'impalcato

Risolvendo con l'analisi matriciale un sistema di 16 equazioni lineari nelle 16 incognite si determinano le reazioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi all'istante $t = 150$ giorni.

	SP1	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$X(t)$ [KNm]	0	185	223	233	234	230	211	196	200

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	SP2
$X(t)$ [KNm]	207	209	210	210	209	207	200	173	0

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{X(t)} [KNm]$	196,35	198,00	199,64
$M_{q,tr} [KNm]$	909,69	2834,35	909,69
$W_{eq,est} [m^3]$	0,3088	0,3134	0,3088
$W_{eq,int} [m^3]$	0,3430	0,3637	0,3430

In un'unica tabella abbiamo riportato anche i momenti generati dall'applicazione diretta del peso proprio della trave, nonché i moduli di resistenza a flessione calcolati sapendo che gli strumenti di misura sono posizionati in corrispondenza dell'armatura da precompressione a 5cm dall'intradosso e a 6cm dall'estradosso.

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale.

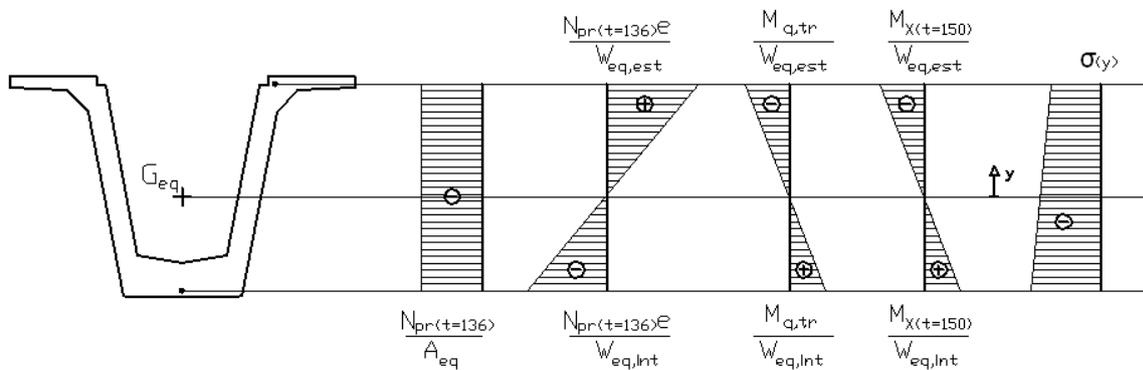


Figura 20: Stato tensionale generato dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione, e dalla reazione iperstatica

	Sezione a Nord [N/mm^2]					Sezione in Mezzeria [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,24	8,24	-2,94	-0,63	-2,57	-11,34	15,95	-9,04	-0,63	-5,05
Int.	-7,24	-7,42	2,65	0,57	-11,44	-11,34	-13,75	7,79	0,54	-16,75

	Sezione a Sud [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale
Est.	-7,22	8,23	-2,94	-0,64	-2,58
Int.	-7,22	-7,41	2,65	0,58	-11,40

Nota lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione durante il range temporale esaminato (vedi appendice G). Ovvero si ha solo una deformazione viscosa residua.

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)]$$

Mentre utilizzando il metodo AAEM, è possibile risalire allo stato di deformazione prodotto dalla reazione iperstatica, che prevede un contributo elastico ed un contributo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^*)} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)]$$

Per il calcolo sono già stati definiti precedentemente tutti i moduli di elasticità e i coefficienti di viscosità. Riassumiamo i risultati nella seguente tabella.

	dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato					
	def. viscosa precompressione e peso proprio trave			def. viscosa e def. elastica reazione iperstatica		
	Sezione a Nord [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\varepsilon$]
Est.	-1,35	-4,03	-1,75	-16,54	-16,54	-16,80
Int.	-10,92	-15,72	-10,89	14,96	14,18	15,23

Durante questa terza fase di vita agisce anche il peso proprio della soletta. Questo carico viene applicato solo dopo l'introduzione del vincolo esterno posticipato, per cui genera solo una variazione dello stato di deformazione a causa del comportamento viscoso del calcestruzzo.

Per valutare questi fenomeni viscosi si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle.

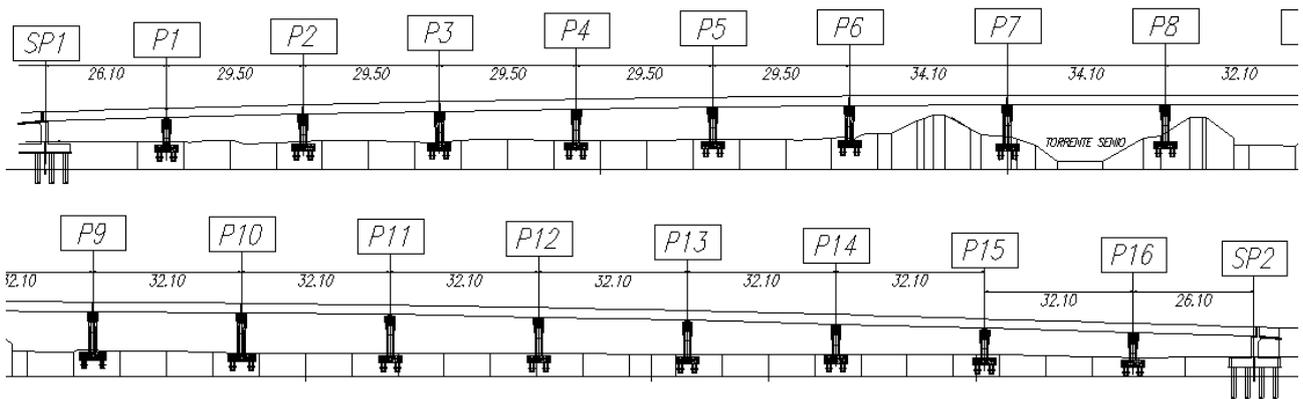


Figura 21: Profilo longitudinale dell'impalcato

Ricordando che il peso proprio della soletta risulta pari a $q_{sol} = 21,87 \text{ KN/m}$ si calcola la distribuzione dei momenti lungo l'impalcato.

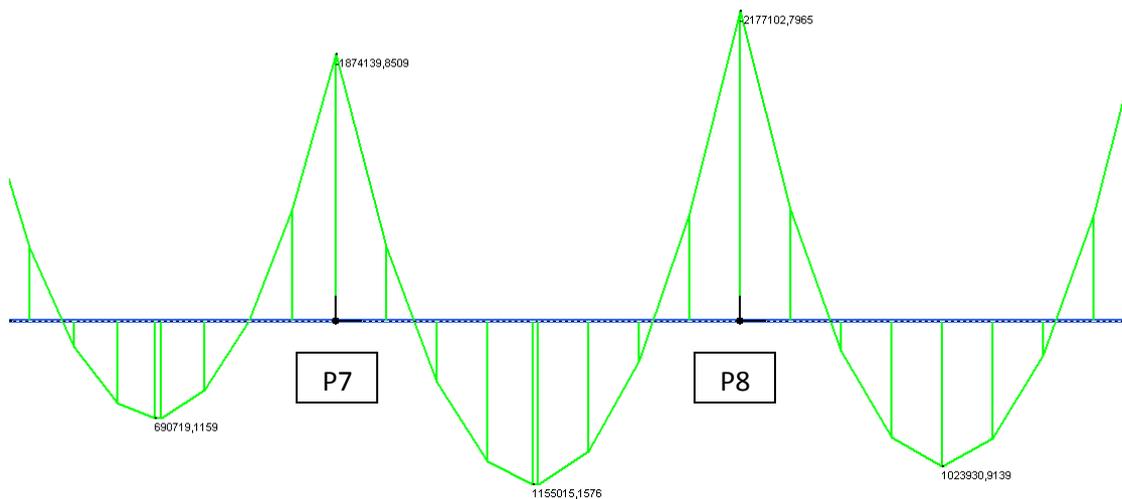


Figura 22: Diagramma delle sollecitazioni flessionali generate dal peso proprio della soletta

Ovviamente la porzione di impalcato di interesse è quella compresa fra le pile P7 e P8, in particolare per le sezioni di mezzeria e le sezioni a 3 metri dall'appoggio.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{q,tr} [KNm]$	-900,07	1155,01	-1148,50
$W_{eq,est} [m^3]$	0,3088	0,3134	0,3088
$W_{eq,int} [m^3]$	0,3430	0,3637	0,3430

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale generato dal peso della soletta.

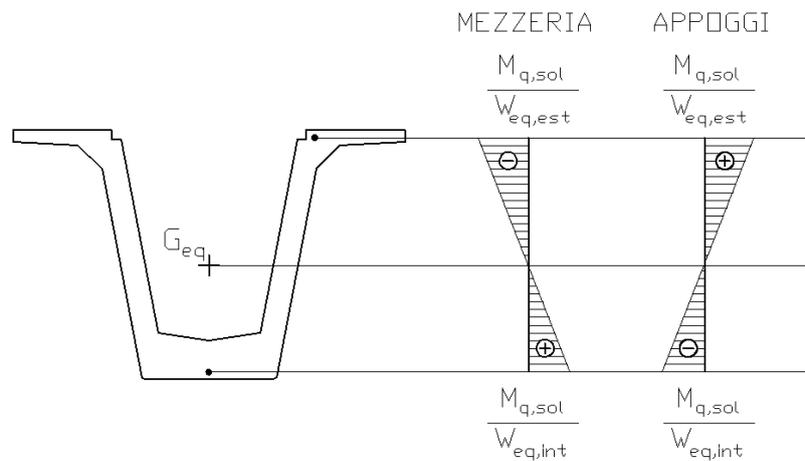


Figura 23: Stato tensionale generato dal peso proprio della soletta

	Sezione a Nord [N/mm ²]	Sezione in Mezzeria [N/mm ²]	Sezione a Sud [N/mm ²]
	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$
Est.	2,91	-3,68	3,71
Int.	-2,62	3,17	-3,34

Noto lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della soletta che si compone di un contributo elastico ed di un contributo viscoso. Siccome il contributo elastico è stato considerato per il terzo confronto, dovendo svolgere il quarto confronto ci interessa solo il contributo viscoso (vedi appendice G).

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} \phi(t, t_o^{**})$$

Il calcolo del coefficiente di viscosità consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\phi(\infty, t_o^{**})$, dove il tempo t_o^{**} di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Siccome $t_o^{**} = 136$ giorni allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 141,54$ giorni.

Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_o^{**}) = \phi(\infty; 141,54) = 1,04$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottengono i coefficienti di viscosità cercati (vedi appendice F).

$$\phi(t, t_o^{**}) = \phi(150; 141,54) = 0,29$$

Assumendo un modulo elastico pari a $E_{c28} = 33000 \text{ N/mm}^2$, possiamo calcolare le deformazioni che riportiamo nella seguente tabella.

dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato			
def. viscosa peso proprio soletta			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	25,57	-32,34	32,60
Int.	-23,02	27,86	-29,35

Ricordando le deformazioni provocate dagli altri carichi, riportiamo il totale delle deformazioni manifestate durante questa terza fase di vita, necessarie per svolgere il quarto confronto, nella seguente tabella.

dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato						
def. viscosa precompressione e peso proprio trave			def. viscosa e def. elastica reazione iperstatica			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-1,35	-4,03	-1,75	-16,54	-16,54	-16,80
Int.	-10,92	-15,72	-10,89	14,96	14,18	15,23

dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato						
def. viscosa peso proprio soletta			def. totale			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]
Est.	25,57	-32,34	32,60	7,68	-52,91	14,05
Int.	-23,02	27,86	-29,35	-18,98	26,32	-25,01

Passiamo ora al calcolo delle deformazioni che insorgono nella quarta fase di vita dell'impalcato. La sezione resistente subisce una modifica, ovvero si introduce una sezione composta dalla soletta e dalla trave, le cui caratteristiche inerziali vengono determinate considerando il modulo elastico del calcestruzzo con cui è realizzata la trave, valutato all'inizio di questa fase di vita.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/01/09 e l'introduzione del vincolo posticipato interno avviene il 14/08/09, ci interessa il modulo elastico del calcestruzzo a 150 giorni di maturazione. Avendo una maturazione accelerata il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(150) = 1,0493 * E_{cm} = 38072 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscosi, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(150) = 1,05 * E_{cmv}(150) = 39976 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione fra l'armatura pretesa e il calcestruzzo con cui si realizza la trave.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(150) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(150)} = 5,00$$

Siccome questa fase di vita è caratterizzata da una sezione resistente composta è necessario individuare anche il coefficiente di omogeneizzazione fra il calcestruzzo con cui si realizza la soletta e il calcestruzzo con cui si realizza la trave. Per il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la soletta si prende il valore manifestato a 28 giorni calcolato con le espressioni fornite dalla normativa vigente.

$$E_{cm,sol} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 32308 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm,sol,t} = 1,05 * E_{cm,sol} = 33923 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sol}(150) = \frac{E_{cm,sol,t}}{E_{cmv,t}(150)} = 0,848$$

Con i coefficienti di omogeneizzazione appena calcolati posso mettere in conto la disomogeneità della sezione resistente prescindendo dalla redistribuzione interna delle tensioni, che si manifesta per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo.

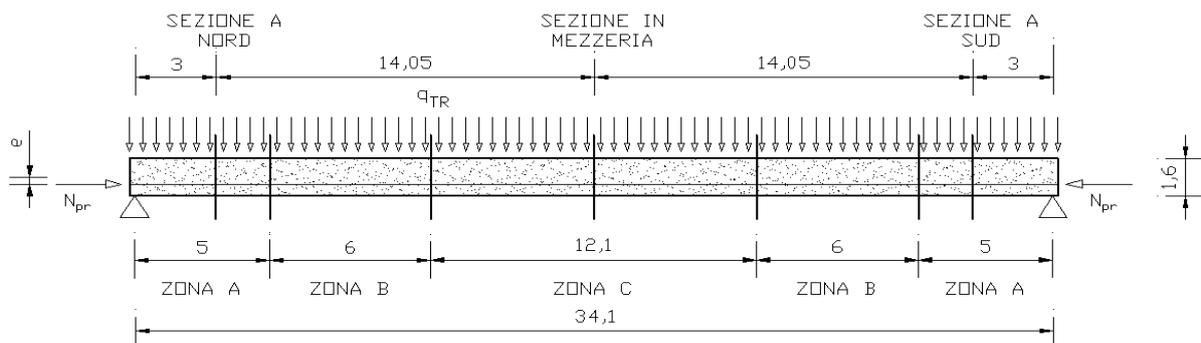


Figura 24: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			SOLETTA (3,50x0,25)				ARMATURE PRETESE		
	A_{TR}	J_{TR}	$y_{G,TR}$	A_{SL}	J_{SL}	$y_{G,SL}$	n_{SL}	A_{SP}	$y_{G,SP}$	n_{SP}
72	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,848	0,009121	0,2056	5,00
72-24	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,848	0,006080	0,2306	5,00
72-32	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,848	0,005067	0,3194	5,00

TRAVE + SOLETTA + ARMATURA PRETESA			
n_{TREF}	$A_{eq,S}$	$J_{eq,S}$	$y_{G,eq,S}$
72	1,5677	0,6731	1,2034
72-24	1,5525	0,6572	1,2076
72-32	1,5474	0,6451	1,2180

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dai carichi per poi risalire allo stato tensionale.

I carichi agenti sono la precompressione e il peso proprio della trave, entrambi applicati il 18/03/09, nonché il peso della soletta applicato il 31/07/09.

Si ricordi che la precompressione manifesta una variabilità nel tempo a causa delle perdite di tensione, e una variabilità lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore manifestato all'inizio di questa seconda fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione. La variabilità spaziale viene messa in conto calcolando l'entità della precompressione in funzione del numero di cavi pretesi aderenti.

Ricordando che la tensione iniziale al martinetto è pari a $\sigma_{pr,m} = 1420 \text{ N/mm}^2$, riportiamo nella seguente tabella i valori che manifesta lo sforzo generato dalla precompressione valutato all'istante $t = 150$ giorni, istante che coincide con l'inizio della quarta fase di vita dell'impalcato (vedi appendice D).

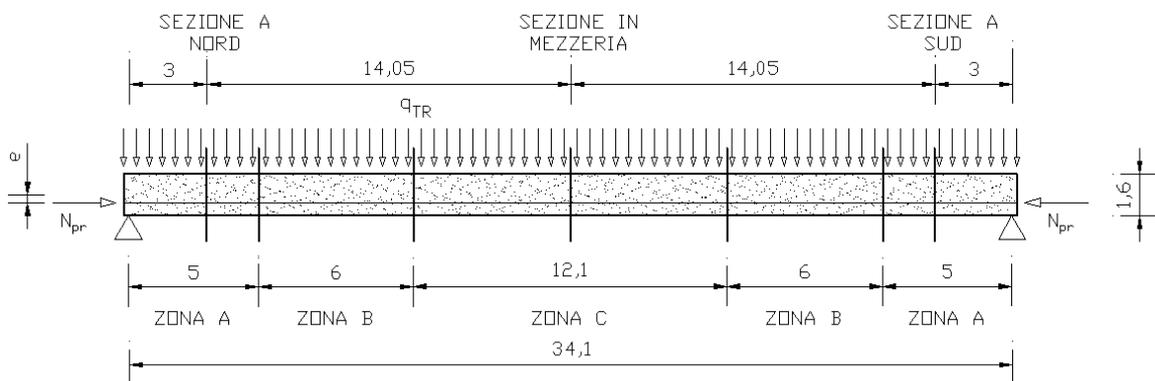


Figura 25: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=150)} [KN]$	$N_{pr(t=150)}/N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5825	0,8096
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9348	0,7218
72-32 (Sez. Sud)	7195	5815	0,8082

Si sottolinea che anche i calcoli delle cadute di tensione sono svolte considerando il ritiro del calcestruzzo contrastato dalle armature pretese; i fenomeni viscosi associati al carico da precompressione, al peso proprio della trave e della soletta; e il rilassamento delle armature pretese.

Individuato il carico da precompressione possiamo determinare lo stato di sollecitazione presente nella quarta fase di vita dell'impalcato. Per far ciò è necessario considerare l'effetto dell'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero del passaggio da una situazione in cui le travi sono indipendenti tra di loro, ciascuna vincolata isostaticamente, ad una situazione in cui l'impalcato lavora come un sistema continuo su più appoggi. Questo effetto si materializza nella nascita di reazioni iperstatiche che tendono le fibre all'intradosso (vedi appendice G).

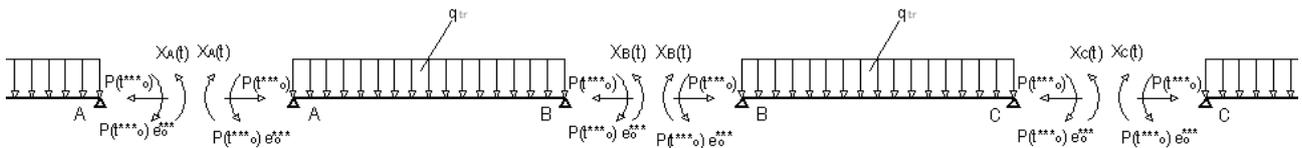


Figura 26: Impostazione dell'equazione di congruenza

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X_B(t)(l_{AB} + l_{BC})}{3E(t_o^*)I_c} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varphi(t, t_o^*) - \varphi(t_o^{***}, t_o^*)]\} +$$

$$- \left[\frac{X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}}{6E(t_o^*)I_c} \right] \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varphi(t, t_o^*) - \varphi(t_o^{***}, t_o^*)]\} +$$

$$+ \left[\frac{q_{tr}(l_{AB}^3 + l_{BC}^3)}{24E_{c28}I_c} - \frac{P(t_o^{**})e_o^{**}(l_{AB} + l_{BC})}{2E_{c28}I_c} \right] [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^{***}, t_o)] = 0$$

Dove alla reazione iperstatica si attribuisce una deformazione elastica ed una deformazione viscosa residua, mentre al carico da precompressione e al peso proprio si attribuisce solo una deformazione viscosa residua.

Nell'espressione appena riportata si pone l'attenzione sul momento d'inerzia considerato, che è quello della sezione composta.

Utilizzando la nomenclatura espressa nell'equazione di congruenza, l'istante $t = 209$ giorni corrisponde alla fine della terza fase di vita dell'impalcato. L'istante $t_o = 1$ giorno coincide con l'applicazione della precompressione. L'istante $t_o^* = 93$ giorni coincide con l'insorgere della reazione iperstatica, ovvero all'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero l'inizio della seconda fase di vita dell'impalcato. L'istante $t_o^{**} = 150$ corrisponde all'inizio della quarta fase di vita, ovvero all'introduzione del vincolo interno posticipato. Per quanto riguarda i moduli di elasticità si deve considerare l'influenza della maturazione a vapore, nonché l'utilizzo del valore tangente. Quindi si assumono i seguenti valori.

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(93) = 1,0380 * E_{cm} = 37661 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv,t}(93) = 1,05 * E_{cmv}(93) = 39544 \text{ N/mm}^2 = E(t_o^*)$$

Considerazioni particolari riguardano il modulo elastico a 28 giorni, valore sui cui la normativa basa il calcolo delle deformazioni viscosi. Sempre la normativa intende il modulo elastico E_{c28} come il valore ad una completa maturazione del calcestruzzo, che si manifesta effettivamente a 28 giorni per un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, ma a periodi sicuramente successivi per un calcestruzzo maturato a vapore. Ricordando anche che dobbiamo considerare il valore tangente dei moduli di elasticità, a 28 giorni assumiamo il seguente valore.

$$E_{c28} = 330000 \text{ N/mm}^2$$

Se per il coefficiente di invecchiamento si decide di assumere un valore costante pari a $\chi(t, t_o^*) = 0,8$, per il coefficiente di viscosità il discorso è più complicato. Il calcolo consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\phi(\infty, t_o)$, dove il tempo t_o di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Se $t_o = 1$ giorno allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 6,54$ giorni. Se $t_o^* = 93$ giorni allora $t_{c,T}^* = 98,54$ giorni.

Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_o) = \phi(\infty; 6,54) = 1,86$$

$$\phi(\infty, t_o^*) = \phi(\infty; 98,54) = 1,11$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottengono i coefficienti di viscosità cercati (vedi appendice F).

$$\phi(t_o^{**}, t_o) = \phi(150; 6,54) = 1,15$$

$$\phi(t, t_o) = \phi(209; 6,54) = 1,24$$

$$\phi(t_0^{***}, t_0^*) = \phi(150; 98,54) = 0,52$$

$$\phi(t, t_0^*) = \phi(209; 98,54) = 0,64$$

Per il carico da precompressione e la relativa eccentricità, indicati con $P(t_0^{***})$ e e_0^{***} , si assumono i valori medi fra quelli manifestati in prossimità degli appoggi ed in mezzeria, valutati all'inizio di questa terza fase di vita.

$$P(t_0^{***}) = (9348 + 5820)/2 = 7584KN$$

$$e_0^{***} = (0,5340 + 0,4365)/2 = 0,4853m$$

Discorso analogo vale per il momento d'inerzia, facendo attenzione che è riferito alla sezione composta.

$$I_c = (0,6731 + 0,6451)/2 = 0,6591m^4$$

Ricordando che il peso proprio della trave vale $q_{tr} = 19,50 KN/m$ la generica equazione di congruenza assume la seguente forma (grandezze espresse in m o in N).

$$14,02 * X_B(t)(l_{AB} + l_{BC}) - 7,01 * [X_A(t)l_{AB} + X_C(t)l_{BC}] + 33,62 * 10^2 * (l_{AB}^3 + l_{BC}^3) - 76,15 * 10^5 * (l_{AB} + l_{BC}) = 0$$

Il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle. Per questo motivo è necessario impostare 16 equazioni di congruenza, in quanto in corrispondenza delle spalle la reazione iperstatica è nulla.

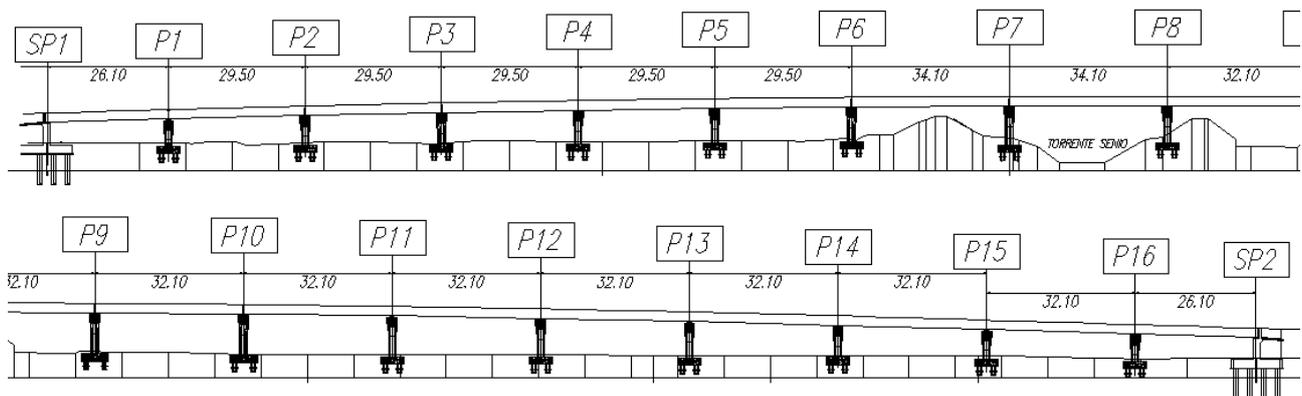


Figura 27: Profilo longitudinale dell'impalcato

Risolvendo con l'analisi matriciale un sistema di 16 equazioni lineari nelle 16 incognite si determinano le reazioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi all'istante $t = 150$ giorni.

	SP1	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$X(t)$ [KNm]	0	522	629	657	660	648	595	554	564

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	SP2
$X(t)$ [KNm]	584	590	591	591	590	584	564	489	0

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{X(t)}$ [KNm]	554,88	559,00	563,12
$M_{q,tr}$ [KNm]	909,69	2834,35	909,69
$W_{eq,est}$ [m ³]	2,0036	1,9998	2,0036
$W_{eq,int}$ [m ³]	0,5523	0,5836	0,5523

In un'unica tabella abbiamo riportato anche i momenti generati dall'applicazione diretta del peso proprio della trave, nonché i moduli di resistenza a flessione calcolati sapendo che gli strumenti di misura sono posizionati in corrispondenza dell'armatura da precompressione a 5cm dall'intradosso e a 6cm dall'estradosso della trave (e non della soletta).

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale in corrispondenza degli strumenti di misura.

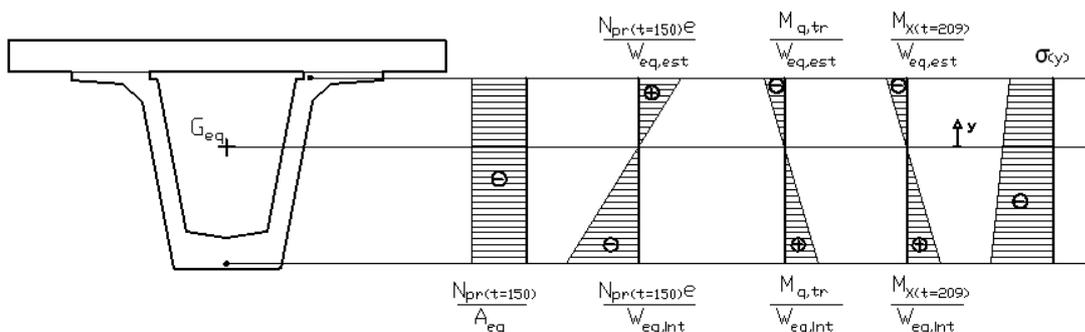


Figura 28: Stato tensionale generato dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica

	Sezione a Nord [N/mm^2]					Sezione in Mezzeria [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale
Est.	-3,76	2,61	-0,45	-0,27	-1,88	-5,96	4,66	-1,41	-0,27	-2,99
Int.	-3,76	-9,47	1,64	1,00	-10,58	-5,96	-15,98	4,85	0,95	-16,13

	Sezione a Sud [N/mm^2]				
	$N_{pr(t=136)} / A_{eq}$	$N_{pr(t=136)} * e / W_{eq}$	$M_{q,tr} / W_{eq}$	$M_X(t=150) / W_{eq}$	Totale
Est.	-3,75	2,60	-0,45	-0,28	-1,88
Int.	-3,75	-9,45	1,64	1,01	-10,55

Nota lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione durante il range temporale esaminato (vedi appendice G). Ovvero si ha solo una deformazione viscosa residua.

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{***}, t_o)]$$

Mentre utilizzando il metodo AAEM, è possibile risalire allo stato di deformazione prodotto dalla reazione iperstatica, che prevede un contributo elastico ed un contributo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^*)} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]$$

Per il calcolo sono già stati definiti precedentemente tutti i moduli di elasticità e i coefficienti di viscosità. Riassumiamo i risultati nella seguente tabella.

	dall'introduzione del vincolo interno posticipato alla realizzazione della pavimentazione					
	def. viscosa precompressione e peso proprio trave			def. viscosa e def. elastica reazione iperstatica		
	Sezione a Nord [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\varepsilon$]
Est.	-4,36	-6,65	-4,36	-7,62	-7,62	-7,82
Int.	-31,61	-46,61	-31,52	28,2	26,79	28,48

Per valutare questi fenomeni viscosi si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle.

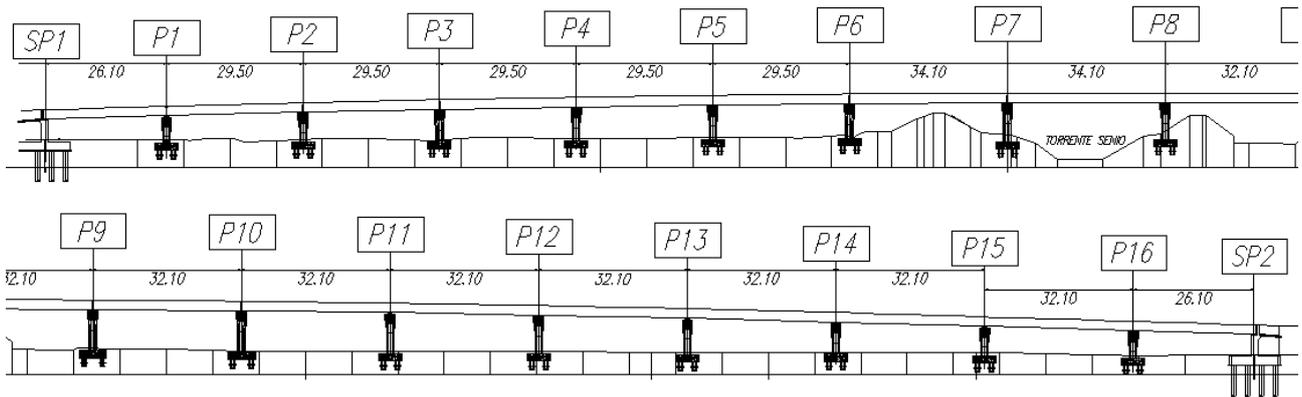


Figura 29: Profilo longitudinale dell'impalcato

Ricordando che il peso proprio della soletta risulta pari a $q_{sol} = 21,87 \text{ KN/m}$ si calcola la distribuzione dei momenti lungo l'impalcato.

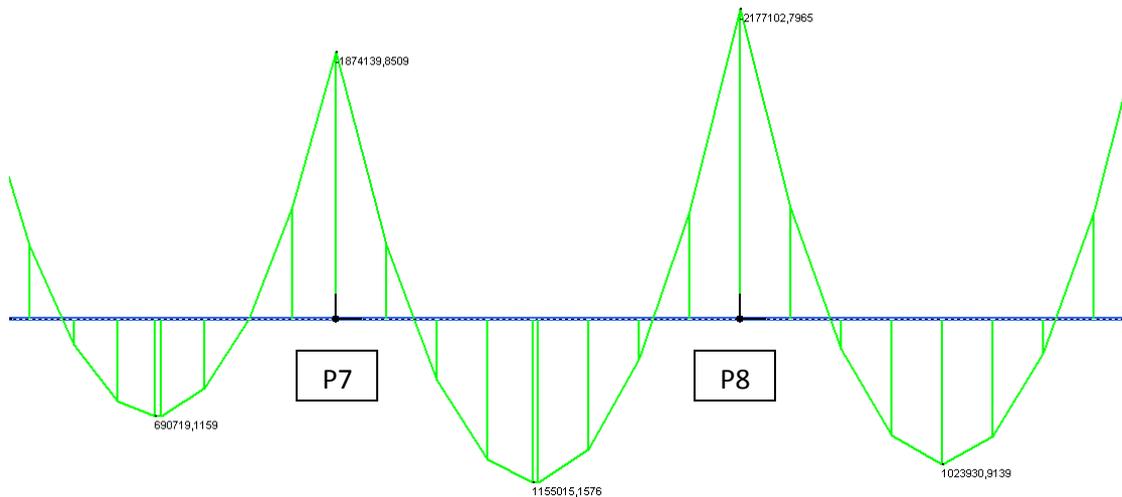


Figura 30: Diagramma delle sollecitazioni flessionali generate dal peso proprio della soletta

Ovviamente la porzione di impalcato di interesse è quella compresa fra le pile P7 e P8, in particolare per le sezioni di mezzeria e le sezioni a 3 metri dall'appoggio.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{q,tr} [KNm]$	-900,07	1155,01	-1148,50
$W_{eq,est} [m^3]$	2,0036	1,9998	2,0036
$W_{eq,int} [m^3]$	0,5523	0,5836	0,5523

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale generato dal peso della soletta.

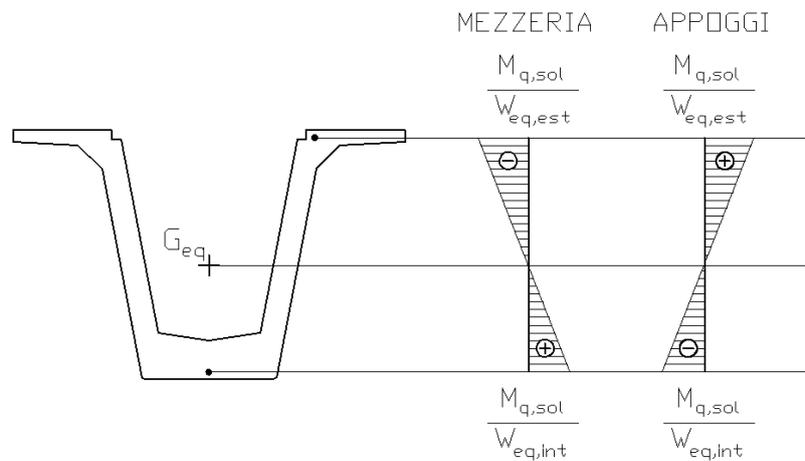


Figura 31: Stato tensionale generato dal peso proprio della soletta

	Sezione a Nord [N/mm ²]	Sezione in Mezzeria [N/mm ²]	Sezione a Sud [N/mm ²]
	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$
Est.	0,44	-0,58	0,57
Int.	-1,62	1,97	-2,07

Noto lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Modulus, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della soletta che si compone di un contributo elastico ed di un contributo viscoso. Per questa quarta fase di vita ci interessa solo un contributo viscoso residuo (vedi appendice G).

$$\varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} [\phi(t, t_o^{**}) - \phi(t_o^{***}, t_o^{**})]$$

Il calcolo del coefficiente di viscosità consiste nel determinare il valore a tempo infinito $\phi(\infty, t_o^{**})$, dove il tempo t_o^{**} di applicazione del carico, è sostituito con il tempo $t_{c,T}$ corretto in funzione della temperatura, per mettere in conto l'effetto del ciclo di maturazione a vapore, e in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio. Siccome $t_o^{**} = 136$ giorni allora per il ciclo di maturazione a vapore e cemento adottato nel caso oggetto di studio, si ottiene un $t_{c,T} = 141,54$ giorni.

Con l'espressione fornita dalla normativa si ottiene il seguente coefficiente di viscosità a tempo infinito (vedi appendice F).

$$\phi(\infty, t_o^{**}) = \phi(\infty; 141,54) = 1,04$$

Mediante il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno viscoso si ottengono i coefficienti di viscosità cercati (vedi appendice F).

$$\phi(t_o^{***}, t_o^{**}) = \phi(150; 141,54) = 0,29$$

$$\phi(t, t_o^{**}) = \phi(209; 141,54) = 0,53$$

Assumendo un modulo elastico pari a $E_{c28} = 33000 \text{ N/mm}^2$, possiamo calcolare le deformazioni che riportiamo nella seguente tabella.

dall'introduzione del vincolo interno posticipato alla realizzazione della pavimentazione			
def. viscosa peso proprio soletta			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	3,27	-4,22	4,14
Int.	-11,78	14,33	-15,05

Ricordando le deformazioni provocate dagli altri carichi, riportiamo il totale delle deformazioni manifestate durante questa quarta fase di vita, necessarie per svolgere il quarto confronto, nella seguente tabella.

dall'introduzione del vincolo interno posticipato alla realizzazione della pavimentazione						
def. viscosa precompressione e peso proprio trave			def. viscosa e def. elastica reazione iperstatica			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-4,36	-6,65	-4,36	-7,62	-7,62	-7,82
Int.	-31,61	-46,61	-31,52	28,20	26,79	28,48

dall'introduzione del vincolo interno posticipato alla realizzazione della pavimentazione						
def. viscosa peso proprio soletta			def. totale			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]
Est.	3,27	-4,22	4,14	-8,71	-18,49	-8,04
Int.	-11,78	14,33	-15,05	-15,18	-5,49	-18,09

Per questo quarto confronto ci resta da determinare la deformazione elastica provocata dal peso della pavimentazione, ovvero vengono utilizzate le equazioni che governano la quinta fase di vita dell'impalcato.

Siccome il getto del calcestruzzo avviene il 17/01/09 e la realizzazione della pavimentazione avviene il 12/10/09, ci interessa il valore del modulo elastico del calcestruzzo a 209 giorni di maturazione. Avendo una maturazione accelerata il modulo elastico assume il seguente valore (vedi appendice C).

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(209) = 1,0517 * E_{cm} = 38159 \text{ N/mm}^2$$

Per il calcolo delle deformazioni viscosi, l'EC2, consiglia di far riferimento al valore tangente anziché al valore secante.

$$E_{cmv,t}(209) = 1,05 * E_{cmv}(209) = 40067 \text{ N/mm}^2$$

Posso quindi calcolare un valore costante del coefficiente di omogeneizzazione.

$$E_{sp} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sp}(209) = \frac{E_{sp}}{E_{cmv,t}(209)} = 4,99$$

Siccome questa fase di vita è caratterizzata da una sezione resistente composta è necessario individuare anche il coefficiente di omogeneizzazione fra il calcestruzzo con cui si realizza la soletta e il calcestruzzo con cui si realizza la trave. Per il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la soletta si prende il valore manifestato a 28 giorni calcolato con le espressioni fornite dalla normativa vigente.

$$E_{cm,sol} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 32308 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm,sol,t} = 1,05 * E_{cm,sol} = 33923 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{sol}(209) = \frac{E_{cm,sol,t}}{E_{cmv,t}(209)} = 0,847$$

Con i coefficienti di omogeneizzazione appena calcolati posso mettere in conto la disomogeneità della sezione resistente prescindendo dalla redistribuzione interna delle tensioni, che si manifesta per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo.

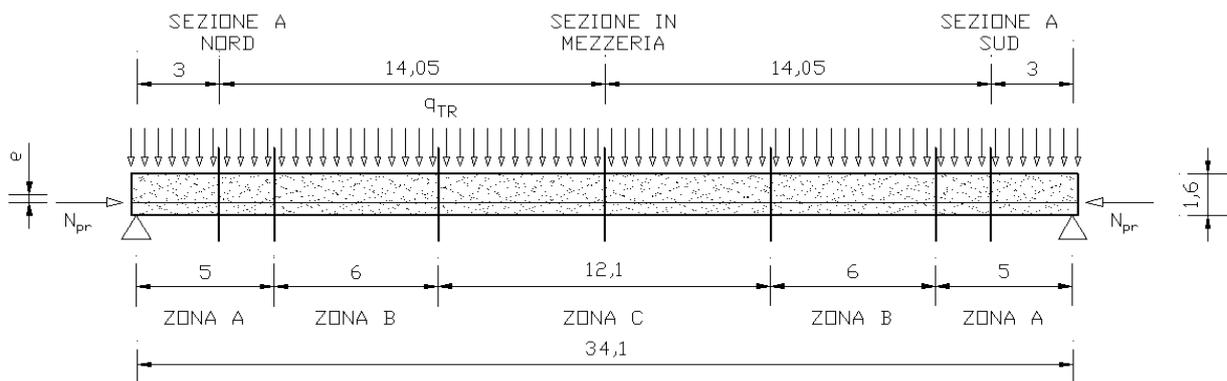


Figura 32: Individuazione delle zone con un'uniforme precompressione

n_{TREF}	TRAVE			SOLETTA (3,50x0,25)				ARMATURE PRETESE		
	A_{TR}	J_{TR}	$\gamma_{G,TR}$	A_{SL}	J_{SL}	$\gamma_{G,SL}$	n_{SL}	A_{SP}	$\gamma_{G,SP}$	n_{SP}
72	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,847	0,009121	0,2056	4,99
72-24	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,847	0,006080	0,2306	4,99
72-32	0,7801	0.2373	0.7669	0,8750	0,004557	1,725	0,847	0,005067	0,3194	4,99

TRAVE + SOLETTA + ARMATURA PRETESA			
n_{TREF}	$A_{eq,S}$	$J_{eq,S}$	$\gamma_{G,eq,S}$
72	1,5667	0,6730	1,2034
72-24	1,5515	0,6571	1,2076
72-32	1,5465	0,6451	1,2180

Note le caratteristiche inerziali della sezione dobbiamo determinare le sollecitazioni prodotte dal peso proprio della pavimentazione per poi risalire allo stato tensionale. Questo carico viene ad agire su una struttura iperstatica, è quindi necessario sfruttare un programma di calcolo per determinare lo stato di sollecitazione (vedi appendice G).

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle.

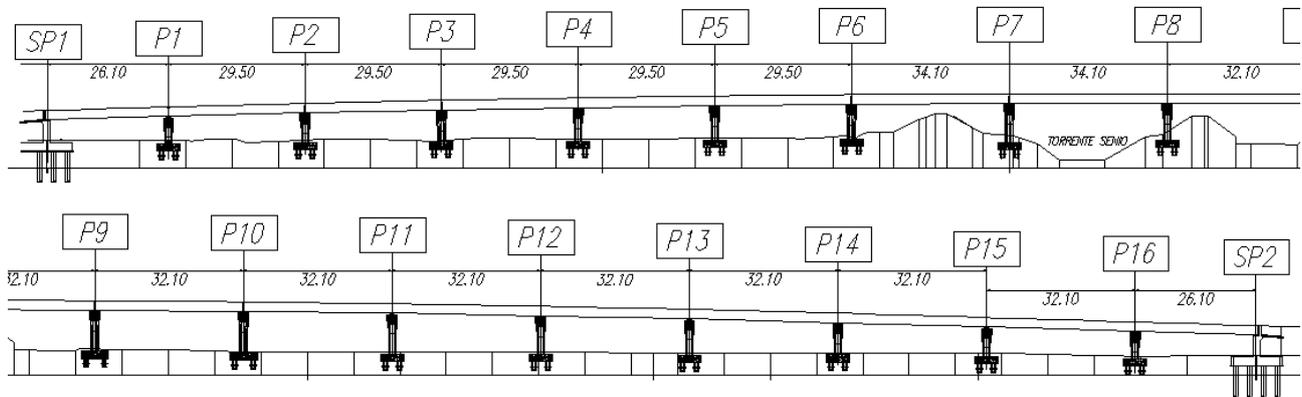


Figura 33: Profilo longitudinale dell'impalcato

Ricordando che il peso proprio della pavimentazione risulta pari a $q_{pav} = 14,94 \text{ KN/m}$ (questo valore del carico include oltre al peso della pavimentazione anche il peso del marciapiede e il peso dell'arredamento) si calcola la distribuzione dei momenti lungo l'impalcato.

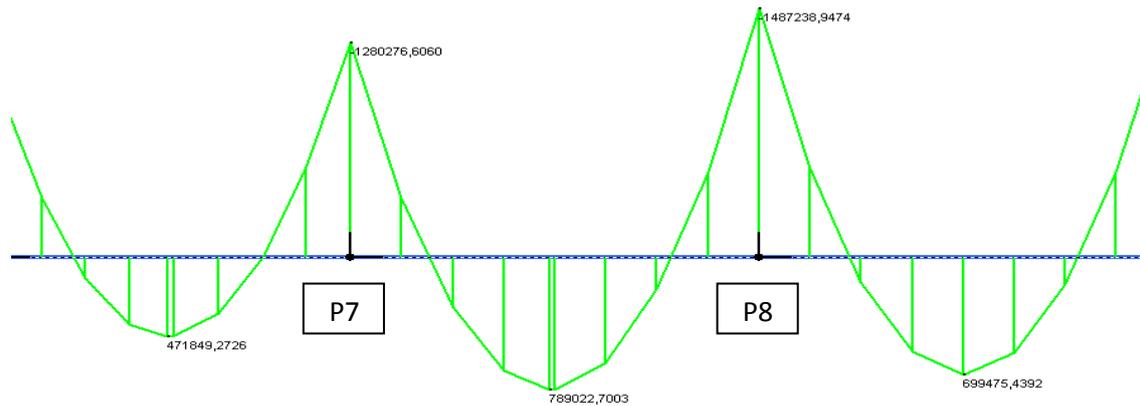


Figura 34: Diagramma delle sollecitazioni generate dal peso proprio della pavimentazione

Ovviamente la porzione di impalcato di interesse è quella compresa fra le pile P7 e P8, in particolare le sezioni di mezzeria e le sezioni a 3 metri dall'appoggio.

	Sezione a Nord	Sezione in Mezzeria	Sezione a Sud
$M_{q,sol} [KNm]$	-614,87	789,02	-784,57
$W_{eq,est} [m^3]$	2,0035	1,9995	2,0035
$W_{eq,int} [m^3]$	0,5523	0,5835	0,5523

Note le caratteristiche inerziali della sezione e le sollecitazioni valutate nelle precise sezioni in cui si sono svolte le rilevazioni, è possibile risalire allo stato tensionale generato dal peso della soletta.

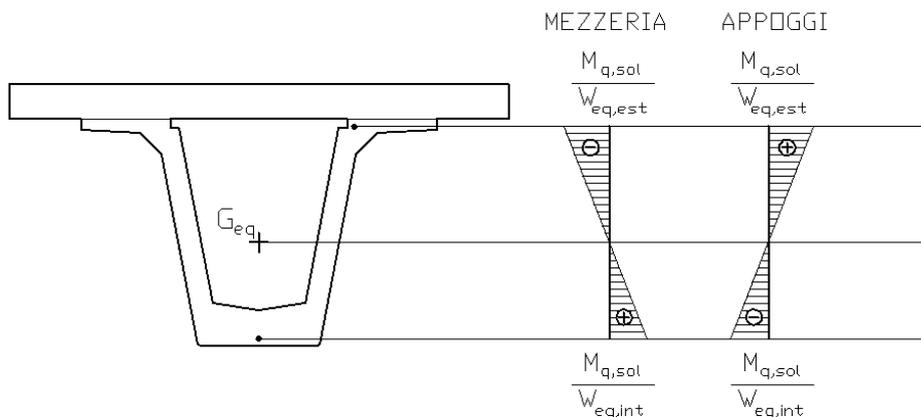


Figura 35: Stato tensionale generato dal peso proprio della pavimentazione

	Sezione a Nord [N/mm ²]	Sezione in Mezzeria [N/mm ²]	Sezione a Sud [N/mm ²]
	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$	$M_{q,sol}/W_{eq}$
Est.	0,30	-0,39	0,38
Int.	-1,11	1,35	-1,42

Nota lo stato tensionale e utilizzando il metodo dell'Effective Moduls, è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dal peso proprio della soletta che si compone di un contributo elastico ed di un contributo viscoso. Ma per il confronto che si sta svolgendo ci interessa solo il contributo elastico (vedi appendice G).

$$\varepsilon(y)_{el} = \frac{\sigma(y)}{E(t_o^{***})}$$

Assumendo un modulo elastico all'applicazione del carico pari a $E(t_o^{***}) = 40067 \text{ N/mm}^2$, possiamo calcolare le deformazioni che riportiamo nella seguente tabella.

all'applicazione del peso proprio della pavimentazione			
	Sezione a Nord [με]	Sezione in Mezzeria [με]	Sezione a Sud [με]
Est.	7,49	-9,37	9,48
Int.	-27,70	33,69	-35,44

Come già sottolineato le deformazioni da ritiro calcolate per svolgere il 4° confronto, sono la somma di tre contributi, associate alle diverse fasi di realizzazione dell'impalcato. Vediamo ora di sommarle e riportare i risultati nella seguente tabella.

def. viscosa dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)									
dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato			dall'introduzione del vincolo interno posticipato alla realizzazione della pavimentazione				all'applicazione del peso proprio della pavimentazione		
Sezione Nord [με]	Sezione in Mezzeria [με]	Sezione a Sud [με]	Sezione a Nord [με]	Sezione in Mezzeria [με]	Sezione a Sud [με]	Sezione a Nord [με]	Sezione in Mezzeria [με]	Sezione a Sud [με]	
Est.	7,68	-52,91	14,05	-8,71	-18,49	-8,04	7,49	-9,37	9,48
Int.	-18,98	26,32	-25,01	-15,18	-5,49	-18,09	-27,70	33,69	-35,44

def. viscosa dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)		
Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
6,48	-80,77	15,49
-61,86	54,52	-78,54

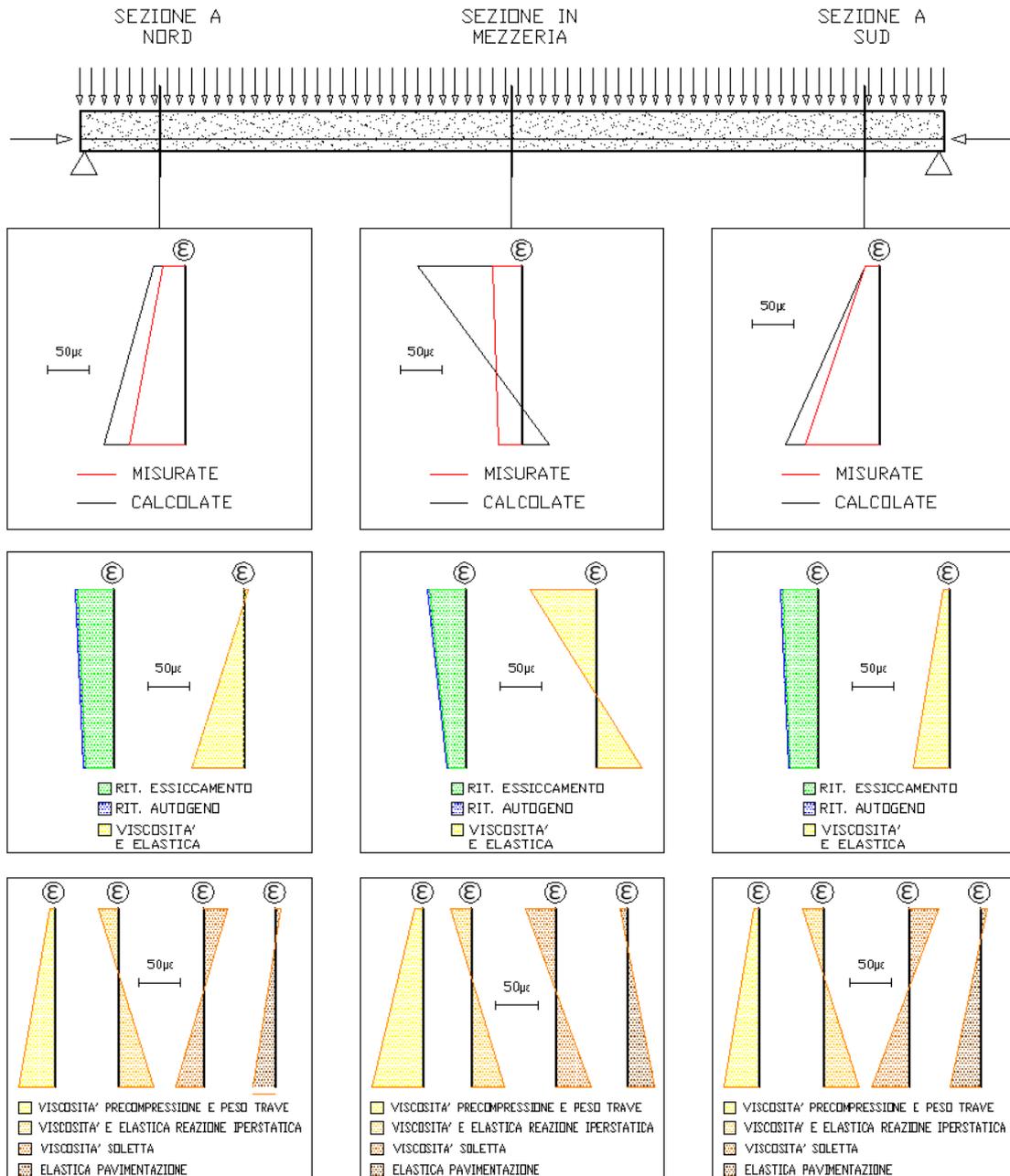
Ora che abbiamo concluso il calcolo delle deformazioni viscosse, necessarie a svolgere il 4° confronto con le rilevazioni, possiamo sommarle alle deformazioni provocate la ritiro del calcestruzzo.

	dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)							
	def. viscosa			def. da ritiro		def. totale		
	Sezione Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione Nord e Sud [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	6,48	-80,77	15,49	-44,72	-44,72	-38,24	-125,49	-29,23
Int.	-61,86	54,52	-78,54	-34,87	-21,47	-96,73	33,05	-113,41

Confronto delle deformazioni dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con le deformazioni calcolare nell'intervallo temporale che parte dal getto della soletta e si conclude alla realizzazione della pavimentazione.

dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-26,06	-35,64	-17,27
Est. Calcolato	-38,24	-125,49	-29,23
Int. Rilevato	-66,68	-29,73	-89,46
Int. Calcolato	-96,73	33,05	-113,41



Confrontando deformazioni monitorate con le deformazioni calcolate si nota una quasi perfetta coincidenza per le sezioni in prossimità degli appoggi, al contrario, nella sezione di mezzeria, le misure sono indice di una minore curvatura rispetto a quanto ottenuto coi i calcoli. Questa differenza che si manifesta nella sezione di mezzeria, è difficilmente imputabile ad un preciso errore di calcolo, in quanto sono diversi i carichi che portano ad ottenere la deformazione complessiva, inoltre l'errore nella procedura di calcolo deve essere tale da modificare i risultati per la sezione di mezzeria e non per le sezioni in prossimità degli appoggi.

Analizzando le deformazioni calcolate, si vogliono descrivere le tipologie, nonché gli andamenti lungo l'altezza della trave.

Il ritiro manifesta maggiori deformazioni di intradosso a causa degli effetti di contrasto delle armature pretesi disposte principalmente all'intradosso. Inoltre dopo 150 giorni il getto del calcestruzzo risulta preponderante l'effetto del ritiro per essiccamento rispetto al ritiro autogeno.

Passando ai fenomeni viscosi e a quelli elastici, per le tre sezioni, si nota il medesimo andamento per gli effetti provocati dal carico da precompressione, il peso proprio della soletta e la reazione iperstatica. Per il peso della soletta e il peso della pavimentazione, fra le sezioni in prossimità degli appoggi e la sezione di mezzeria, l'andamento lungo l'altezza è precisamente l'opposto, questo è dovuto al diverso segno delle relative sollecitazioni.

Analisi del comportamento durante le fasi di realizzazione dell'impalcato mediante un metodo alternativo

Nel capitolo precedente abbiamo analizzato il comportamento dell'impalcato durante le fasi di realizzazione. Si vuole ora ripetere tale analisi con un metodo alternativo (vedi appendice H), che si distingue dal precedente in quanto considera i fenomeni di redistribuzione interna delle tensioni e determina contemporaneamente gli effetti di ritiro e viscosità del calcestruzzo, nonché del rilassamento delle armature pretese. La redistribuzione interna delle tensioni genera una variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo generando differenti fenomeni viscosi rispetto quelli previsti dal metodo utilizzato nel capitolo precedente. Si comprende anche che l'analisi è svolta principalmente a livello sezionale piuttosto che al livello dell'elemento strutturale. L'analisi a livello dell'elemento struttura è utilizzata solo per la determinazione delle sollecitazioni iperstatiche che insorgono per l'introduzione del vincolo esterno posticipato.

Elenchiamo le fasi costruttive dell'impalcato:

- 27/05/09(71g): varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- 04/06/09(79g): getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- 31/07/09(136g): getto della soletta
- 12/10/09(209g): realizzazione della pavimentazione

Si ricordi che il getto del calcestruzzo e l'applicazione del ciclo di maturazione a vapore è avvenuto il 17/03/09 e già il giorno successivo 18/03/09 è avvenuta l'applicazione della precompressione, realizzata mediante cavi aderenti pretesi, e l'applicazione del peso proprio.

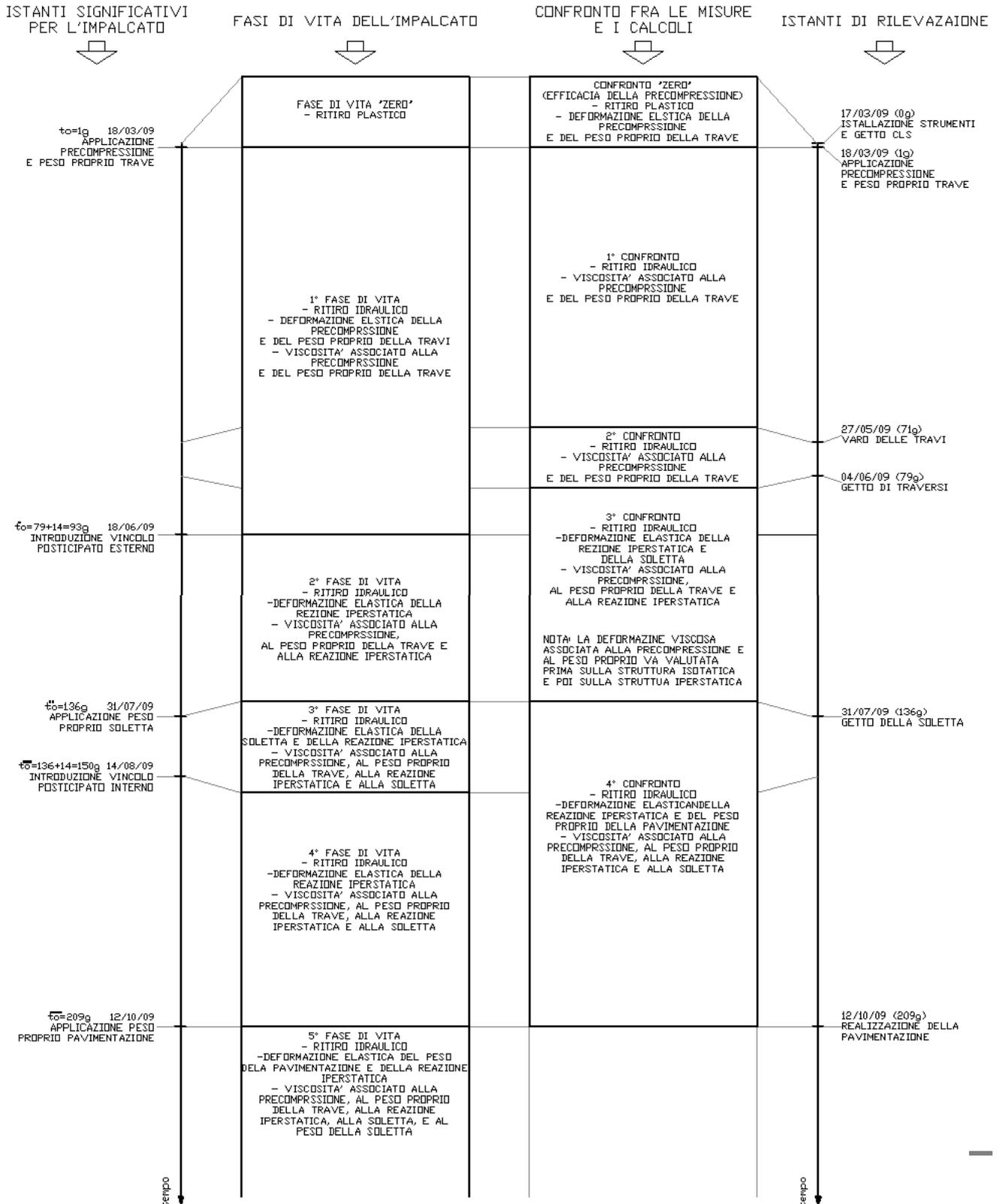
Seguendo la linea generale della presente tesi, definita nel prologo, si vuole confrontare le deformazioni dedotte dalle letture strumentali con le deformazioni calcolate con la classica procedura per una corretta progettazione di un impalcato da ponte.

Il confronto è realizzato considerando i seguenti aspetti per il calcolo delle deformazioni:

- Variabilità nel tempo dei moduli elastici del calcestruzzo, soprattutto a breve termine per i calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice C)
- Ritiro idraulico nei calcestruzzi maturati a vapore considerando l'effetto di contrasto delle armature pretese (vedi appendice E)
- Viscosità nei calcestruzzi maturati a vapore (vedi appendice F)
- Perdite (istantanee) e cadute (nel tempo) di tensione dell'armatura pretesa (vedi appendice H e D)
- Viscosità nelle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi mediante il metodo alternativo (vedi appendice H)

Per una corretta comprensione del presente capitolo è fondamentale la lettura degli appendici sopra elencati, in quanto i fenomeni appena esposti sono strettamente collegati e influenzati tra di loro.

Siccome gli istanti significativi per lo studio dei fenomeni viscosi non coincidono con gli istanti in cui si sono svolte le misure, si vuole fornire un chiarimento su questo aspetto per comprendere meglio i successivi paragrafi.



Dove gli istanti significativi per l'impalcato sono fissati ogni qual volta si ha una variazione della condizione di vincolamento, della sezione resistente o dell'applicazione di un ulteriore carico. Mentre gli istanti di rilevazioni coincidono con la conclusione di ogni fase di costruzione dell'impalcato.

Strettamente legati agli istanti significativi sono le fasi di vita dell'impalcato, si comprende però che il confronto fra deformazioni rilevate e deformazioni calcolate deve essere necessariamente svolto riferendosi agli istanti di rilevazione.

Per questo motivo il calcolo delle deformazioni viene a complicarsi in quanto, ad esempio, per il confronto numero 3, si devono considerare due fasi di vita, alla quale corrispondono diverse caratteristiche dell'impalcato.

Si sottolinea che in ogni fase di vita o in ogni confronto si considereranno solo le deformazioni che si manifestano nell'arco temporale interessato, è quindi più corretto parlare di variazioni di deformazione.

Il confronto denominato "zero" non è associato ad una fase di vita dell'impalcato, per questo motivo ciò non è stato trattato nel presente capitolo.

Il confronto numero 2 non viene svolto in quanto non porta a nessuna ulteriore informazione rispetto a quelle deducibili da confronto numero 1.

Nel presente capitolo si svolgerà il confronto fra le deformazioni rilevate e le deformazioni calcolate, per questo motivo si farà riferimento agli istanti significativi di rilevazione, mentre nell'appendice H, in cui si richiamano i concetti per il calcolo dei fenomeni viscosi si fa riferimento agli istanti significativi dell'impalcato.

Considerazioni particolari meritano gli aspetti relativi alle perdite e alle cadute di tensione dell'armatura pretesa. Col metodo illustrato nel presente capitolo tali effetti vengono valutati a posteriori, ovvero determinata la variazione di deformazione associata ai fenomeni viscosi e ritiro del calcestruzzo, nonché del rilassamento delle armature pretese, si individuano le perdite e le cadute di tensione dell'armatura pretesa. Differentemente si procede nella metodologia vista nel capitolo 6, in cui per la generica fase di vita si assumono le perdite e le cadute di tensione valutate alla fine della fase di vita antecedente.

Deformazioni Rilevate

Per le sezioni monitorate di entrambe le travi (T29 e T32) riportiamo le deformazioni all'intradosso (Int.) e all'estradosso (Est.), manifestate alla conclusione di ciascuna fase costruttiva elencata precedentemente, ovvero agli istanti di rilevazione. Ovviamente i valori riportati sono quelli corretti dagli effetti termici, quindi attribuibili solo ai carichi.

Per semplificare i confronti successivi si decide di considerare il valore medio (v.m.) delle deformazione manifestate dalle due travi monitorate.



Figura 1: Sezioni monitorate

all'applicazione della precompressione 18/03/09 (1g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-313,88	-862,41	-169,21
T 32 Est.	-225,73	-718,21	-374,13
Est. v.m.	-269,81	-790,31	-271,67
T 29 Int.	-775,11	-1141,77	-807,26
T32 Int.	-586,12	-939,24	-734,99
Int. v.m.	-680,62	-1040,51	-771,12

al varo delle travi 27/05/09 (71g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-552,99	-1241,14	-451,48
T 32 Est.	-451,05	-1034,34	-731,01
Est. v.m.	-502,02	-1137,74	-591,24
T 29 Int.	-1112,62	-1395,54	-1301,77
T32 Int.	-841,25	-1148,37	-1241,40
Int. v.m.	-976,93	-1271,95	-1361,58

al getto dei traversi 04/06/09 (79g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-610,12	-1239,68	-431,87
T 32 Est.	-440,70	-1000,54	-696,14
Est. v.m.	-525,41	-1120,11	-564,00
T 29 Int.	-1086,98	-1397,40	-1271,33
T32 Int.	-814,66	-1146,37	-1201,55
Int. v.m.	-950,82	-1262,88	-1236,44

al getto della soletta 31/07/09 (136g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-636,21	-1300,75	-505,36
T 32 Est.	-488,63	-1160,63	-734,48
Est. v.m.	-562,42	-1230,69	-619,92
T 29 Int.	-1289,46	-1442,64	-1508,97
T32 Int.	-1059,30	-1165,05	-1563,19
Int. v.m.	-1174,38	-1303,84	-1536,08

al getto della pavimentazione 12/10/09 (209g)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
T 29 Est.	-664,92	-1333,78	-540,20
T 32 Est.	-512,04	-1198,88	-734,18
Est. v.m.	-588,48	-1266,33	-637,19
T 29 Int.	-1346,50	-1473,38	-1575,70
T32 Int.	-1135,62	-1193,77	-1675,38
Int. v.m.	-1241,06	-1333,57	-1625,54

Svolgendo delle semplici differenze è possibile calcolare le variazioni di deformazioni con cui svolgere il confronto.

dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-232,21	-374,43	-319,57
Int. v.m.	-269,31	-231,44	-590,46

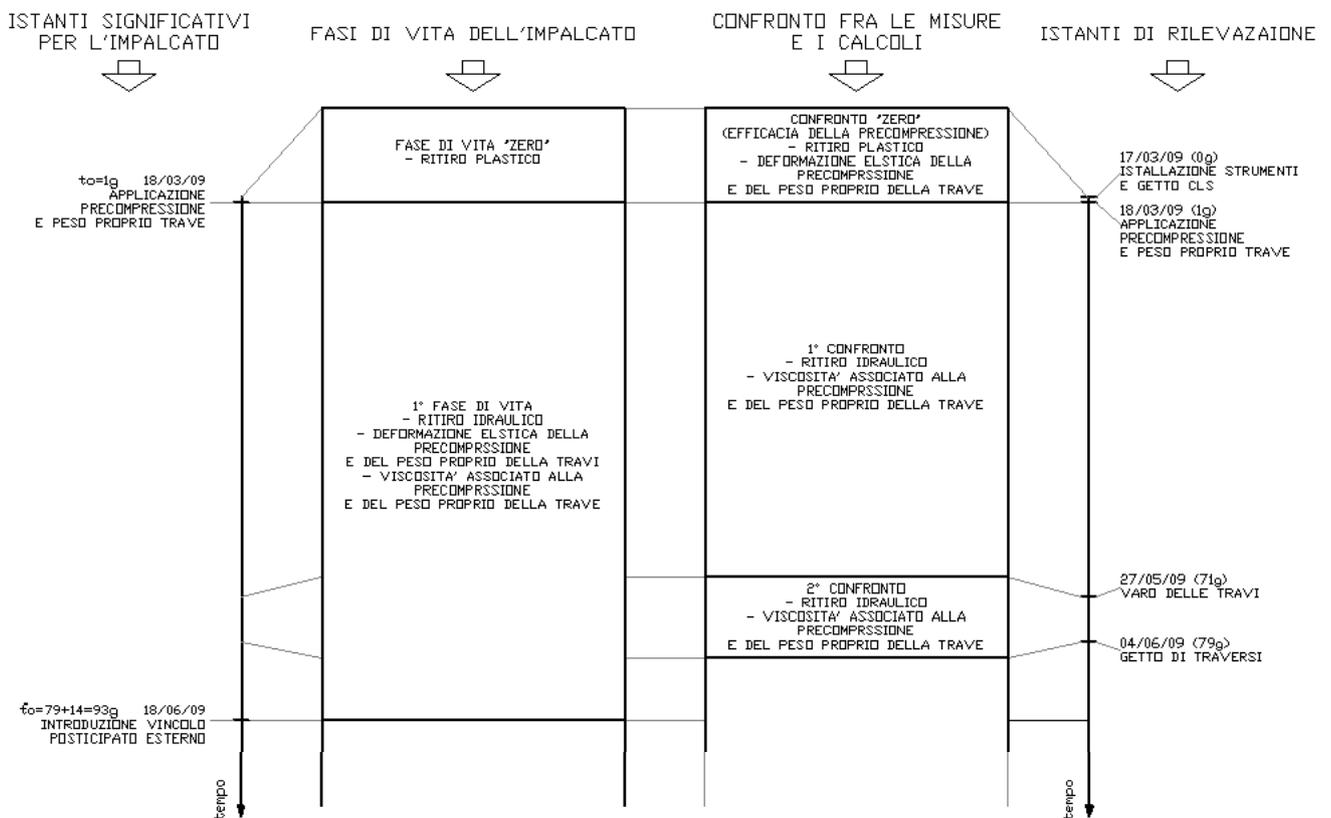
dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-37,01	-110,58	-55,92
Int. v.m.	-223,56	-40,96	-299,64

dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. v.m.	-26,06	-35,64	-17,27
Int. v.m.	-66,68	-29,73	-89,46

Deformazioni calcolate dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)

Conclusa la maturazione a vapore del calcestruzzo viene applicata la precompressione e come conseguenza dell'inflexione che essa provoca anche il peso proprio della trave. Dopo la manifestazione delle deformazioni elastiche iniziano i fenomeni viscosi, che vengono a sommarsi agli effetti del ritiro, i quali hanno origine alla conclusione della maturazione a vapore.

Si capisce che le deformazioni che si manifestano dall'applicazione delle precompressione (esclusi i fenomeni elastici) al varo delle travi, necessarie per il primo confronto, vengono calcolate con le espressioni della prima fase di vita dell'impalcato.



Seguendo passo a passo la procedura di calcolo illustrata nell'appendice H, come prima cosa dobbiamo individuare le sollecitazioni generate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione. Si ricordi che per la presenza di guaine la precompressione è caratterizzata da una variabilità di entità e di eccentricità lungo l'asse della trave. Per questo motivo si individuano lungo la trave 3 zone con differente numero di armature pretese aderenti.

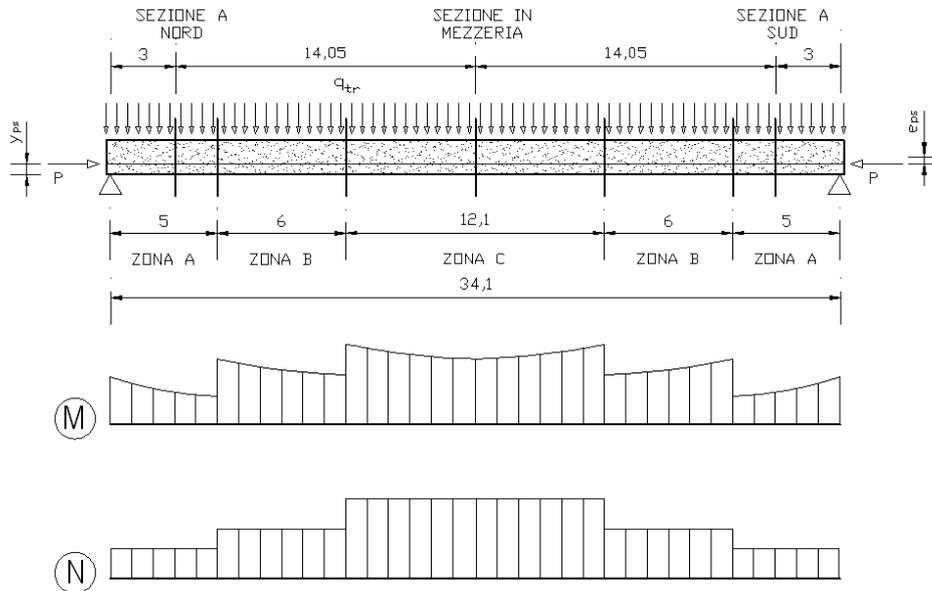


Figura 2: Sollecitazioni generate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

Ricordando che il peso proprio della trave è pari a $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$ e il carico da precompressione è caratterizzato da una tensione al martinetto pari a $\sigma_{ps,m} = 1420 \text{ N/mm}^2$, riportiamo in una tabella le caratteristiche della sollecitazione.

Sezione	$M_{q,tr}[\text{KNm}]$	$A_{ps}[\text{m}^2]$	$P_m[\text{KN}]$	$e_{g,ps}[\text{m}]$	$N[\text{KN}]$	$M[\text{KNm}]$
Mezzeria	2834	0,009121	12951	0,5944	-12951	-4864
Nord e Sud	909	0,005067	7195	0,4806	-7195	-2548

Per il calcolo delle grandezze equivalenti della sezione ci interessa il valore del modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave ad 1 giorno di maturazione (vedi appendice C) e il modulo elastico dell'armatura pretesa.

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{ps} = 200000 \text{ N/mm}^2$$

Definiti i moduli di elasticità e conoscendo le caratteristiche geometriche della sezione che compone la trave principale, posso determinare i valori di area, momento statico e momento d'inerzia equivalenti. Questo calcolo viene svolto assumendo come punti di riferimento quello individuato sull'asse di simmetria a metà altezza della trave, e assumendo come modulo elastico di riferimento per il calcolo dei coefficienti di omogeneizzazione, quello delle calcestruzzo che realizza la trave. Per la presenza di guaine il calcolo si distingue in funzione della sezione esaminata.

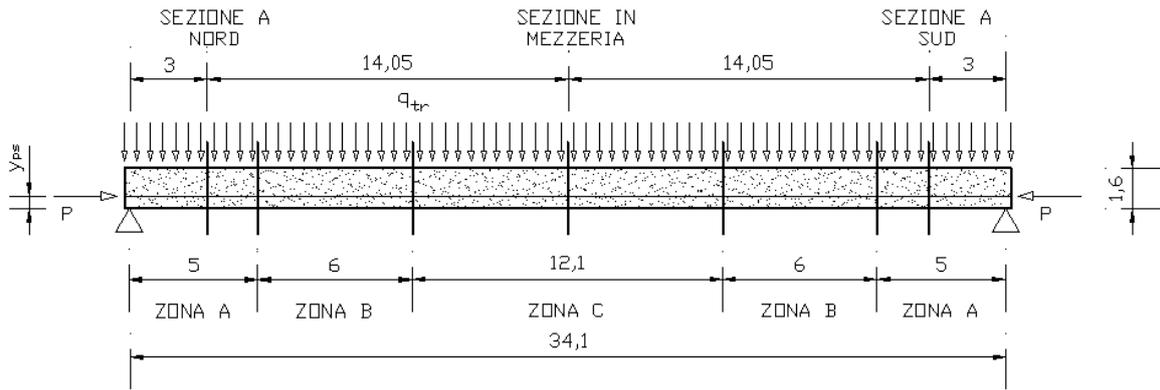


Figura 3: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

Sezione	n_{TREF}	TRAVE			ARMATURE PRETESE	
		$A_{tr} [m^2]$	$I_{tr} [m^4]$	$y_{G,tr} [m]$	$A_{ps} [m^2]$	$y_{G,ps} [m]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,7801	0,2373	0,7669	0,009121	0,2056
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,7801	0,2373	0,7669	0,005067	0,3194

Sezione	n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
		$A_{eq} [m^2]$	$B_{eq} [m^3]$	$I_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8620	0,0745	0,2671
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8256	0,0476	0,2486

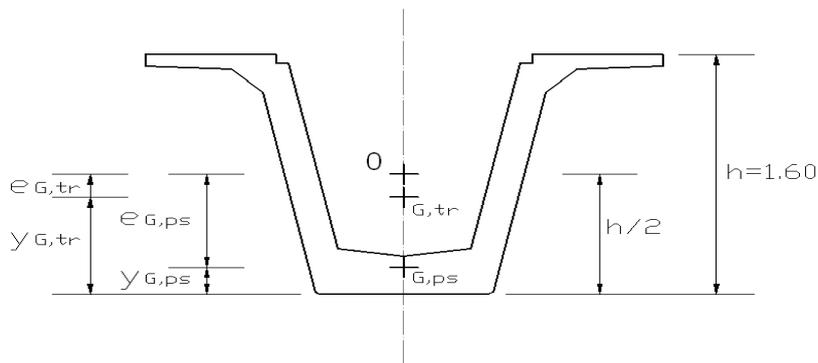


Figura 4: Posizione del punto di riferimento e dei baricentri

Con un'impostazione matriciale del problema è facile individuare le grandezze che definiscono la deformazione elastica generata dal carico da precompressione e dal peso proprio della trave.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq} & -B_{eq} \\ -B_{eq} & A_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}}{E_{c,t}(1) [A_{eq} I_{eq} - B_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\varepsilon_o [\mu\varepsilon]$	$\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Mezzeria	-619,10	-645,33	-135,10	-1096,65
Nord e Sud	-368,95	-389,67	-76,69	-657,31

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire allo stato tensionale del calcestruzzo e dell'armatura pretesa, quest'ultima subisce una perdita di tensione per deformazione elastica del calcestruzzo.

Sezione	$\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\sigma_{ps,m} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$	$\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Mezzeria	-3,00	-24,41	1420,00	-200,53	1219,46
Nord e Sud	-1,70	-14,63	1420,00	-111,24	1308,75

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

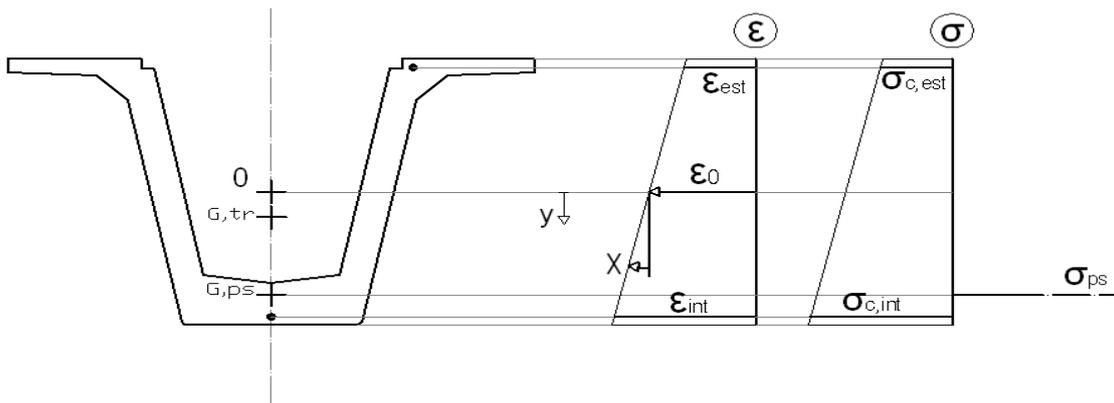


Figura 5: Stato tensionale e deformativo elastico generato dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

Determinati i fenomeni elastici generati dal carico da precompressione e dal peso proprio della trave, ci interessano i relativi fenomeni viscosi, gli effetti del ritiro e del rilassamento delle armature pretese. Per il primo confronto ci interessa determinare questi effetti a 71 giorni, istante di varo delle travi.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(71,1) = \frac{E_{c,t}(1)}{1 + \chi(71,1) * \phi(71,1)} = \frac{22263 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,79 * 0,93} = 12834 \text{ N/mm}^2$$

Dove i valori del coefficiente di viscosità e di invecchiamento sono valutati per l'arco temporale di interesse del primo confronto, ovvero dall'applicazione dei carichi al varo delle travi. Si sottolinea

che i valori utilizzati mettono in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice F).

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la determinazione delle grandezze equivalenti aggiustate. Il calcolo viene sempre distinto per le diverse sezioni esaminate.

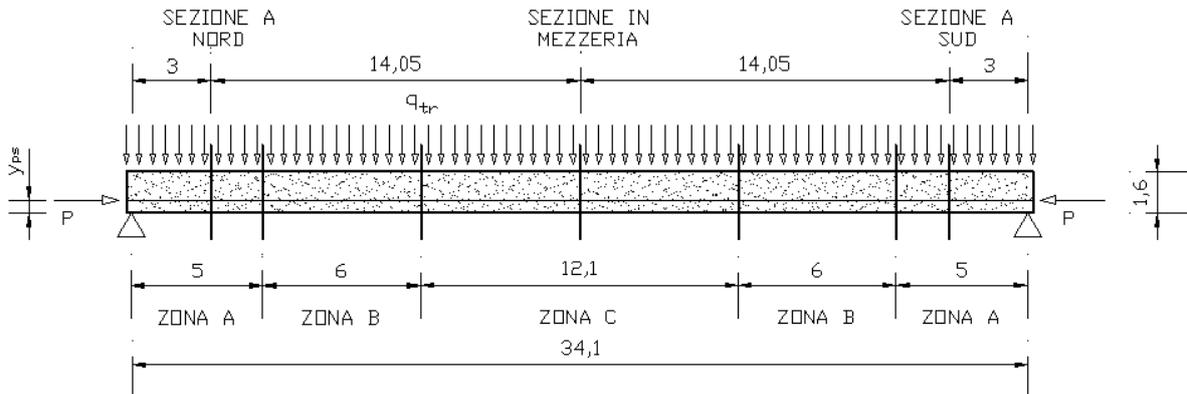


Figura 6: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

Sezione	n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
		$\bar{A}_{eq}[m^2]$	$\bar{B}_{eq}[m^3]$	$\bar{I}_{eq}[m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,9222	0,1103	0,2883
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8590	0,0637	0,2563

Per procedere nel calcolo è necessario determinare le sollecitazioni provocate da ciascuno degli effetti sopra elencati, nell'ipotesi di introdurre un vincolo fittizio agli estremi della trave.

Per determinare le sollecitazioni fittizie generate dagli effetti viscosi è necessario determinare i parametri geometrici considerando solo le porzioni in calcestruzzo che costituiscono la sezione, poi con l'opportuno coefficiente di viscosità e modulo di elasticità aggiustato, si calcolano le sollecitazioni ricercate.

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(71,1) \phi(71,1) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel nostro caso l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Viscosità peso proprio e precompressione $\phi(71,1) = 0,93$					
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	5963	2018
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	3555	1217

Procedimento del tutto analogo si svolge per la determinazioni delle sollecitazioni fittizie associate al ritiro del calcestruzzo. Nei risultati appena esposti si mette in conto l'effetto di contrasto delle armature pretese che riduce il ritiro all'intradosso pari al 78% e al 48% del valore totale, rispettivamente per le sezioni vicino agli appoggi e per la sezione di mezzeria (vedi appendice E).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(71,1) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{0,cs} \\ \chi_{cs} \end{bmatrix} \right\}_i$$

L'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è sempre quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Ritiro del calcestruzzo (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(71,1) = -174,17 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\varepsilon_{0,cs} [\mu\varepsilon]$	$\chi_{cs} [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-128,88	56,60	1271	-130
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	-155,01	23,94	1544	-21

Per considerare l'effetto delle armature pretese è necessario definire una variazione di tensione associata al solo rilassamento dell'armatura che sia indipendente dagli altri fenomeni. Nel calcolo si mette in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice D).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{matrix} A_{ps} \Delta\sigma_{pr}(71,1) \\ A_{ps} e_{ps} \Delta\sigma_{pr}(71,1) \end{matrix} \right\}_i$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Rilassamento delle armature pretese $\Delta\sigma_{pr} = \Delta\sigma_{pr}(71,1)$					
Sezione	$A_{ps} [m^2]$	$\Delta\sigma_{pr} [N/mm^2]$	$e_{G,ps} [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,009121	-78,84	0,5944	-719	-427
Nord e Sud	0,005067	-104,41	0,4806	-529	-254

Considerando la somma dei tre fenomeni, si eliminano i vincoli fittizi e si determinano le deformazioni generate dalle sollecitazioni applicate di segno opposto.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(71,1) [\bar{A}_{eq}\bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$-\Delta N [KN]$	$-\Delta M [KNm]$	$\Delta\varepsilon_o [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Mezzeria	-6515	-1460	-527,43	-192,97	-382,70	-670,23
Nord e Sud	-4570	-941	-400,70	-186,40	-260,89	-538,64

Associata a questa variazione di deformazione causata dal ritiro e dalla viscosità del calcestruzzo, nonché dal rilassamento delle armature pretese, non è associata alcuna variazione dello stato di sollecitazione, insorge però una redistribuzione delle tensioni interne (vedi appendice H).

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Mezzeria	-1,10	5,60	-207,27
Nord e Sud	-0,21	2,69	-202,46

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

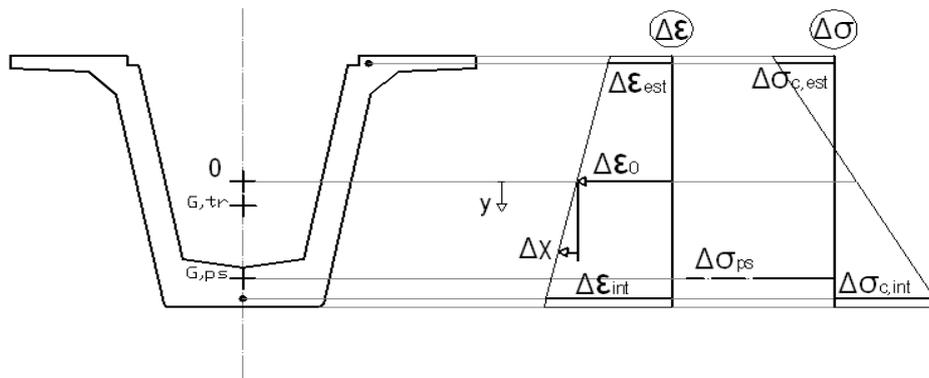


Figura 7: Variazione dello stato di deformazione e redistribuzione dello stato tensionale

Si sottolinea che per svolgere il primo confronto fra le deformazioni calcolate e le deformazioni rilevate, ci interessano soltanto questi ultimi risultati.

Confronto delle deformazioni dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con quelle calcolate nell'intervallo temporale che parte dall'applicazione della precompressione e del peso proprio (esclusi i fenomeni elastici) e si conclude al varo delle travi. In questo periodo le deformazioni sono associate al fenomeno del ritiro, al fenomeno di viscosità provocato dal carico di precompressione e dal peso proprio, nonché al rilassamento delle armature pretese. Si sottolinea questo per capire che la deformazione elastica del carico da precompressione e del peso proprio è esclusa dai successivi confronti.

Confrontiamo le grandezze rilevate con le grandezze calcolate (sia con la procedura vista nel capitolo precedente, sia col metodo alternativo illustrato nel presente capitolo).

	dall'applicazione della precompressione al varo delle travi (1° confronto)		
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-232,21	-347,43	-319,57
Est. Calcolato	-223,49	-276,75	-223,49
Est. Calcolato M.A.	-260,89	-382,70	-260,89
Int. Rilevato	-296,31	-231,44	-590,46
Int. Calcolato	-509,82	-670,23	-509,82
Int. Calcolato M.A.	-538,64	-683,01	-538,64

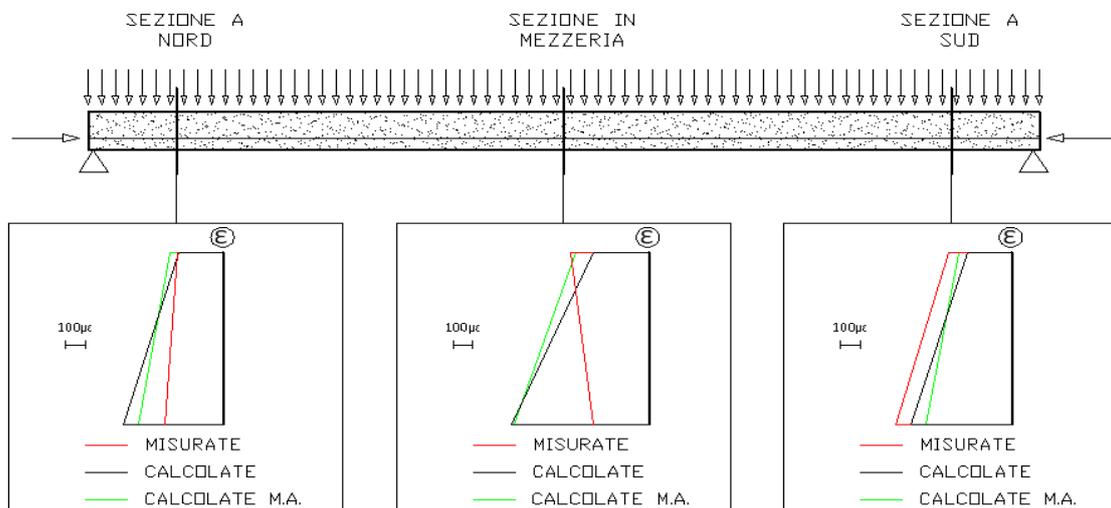


Figura 8: Confronto fra le deformazioni rilevate e le deformazioni calcolate

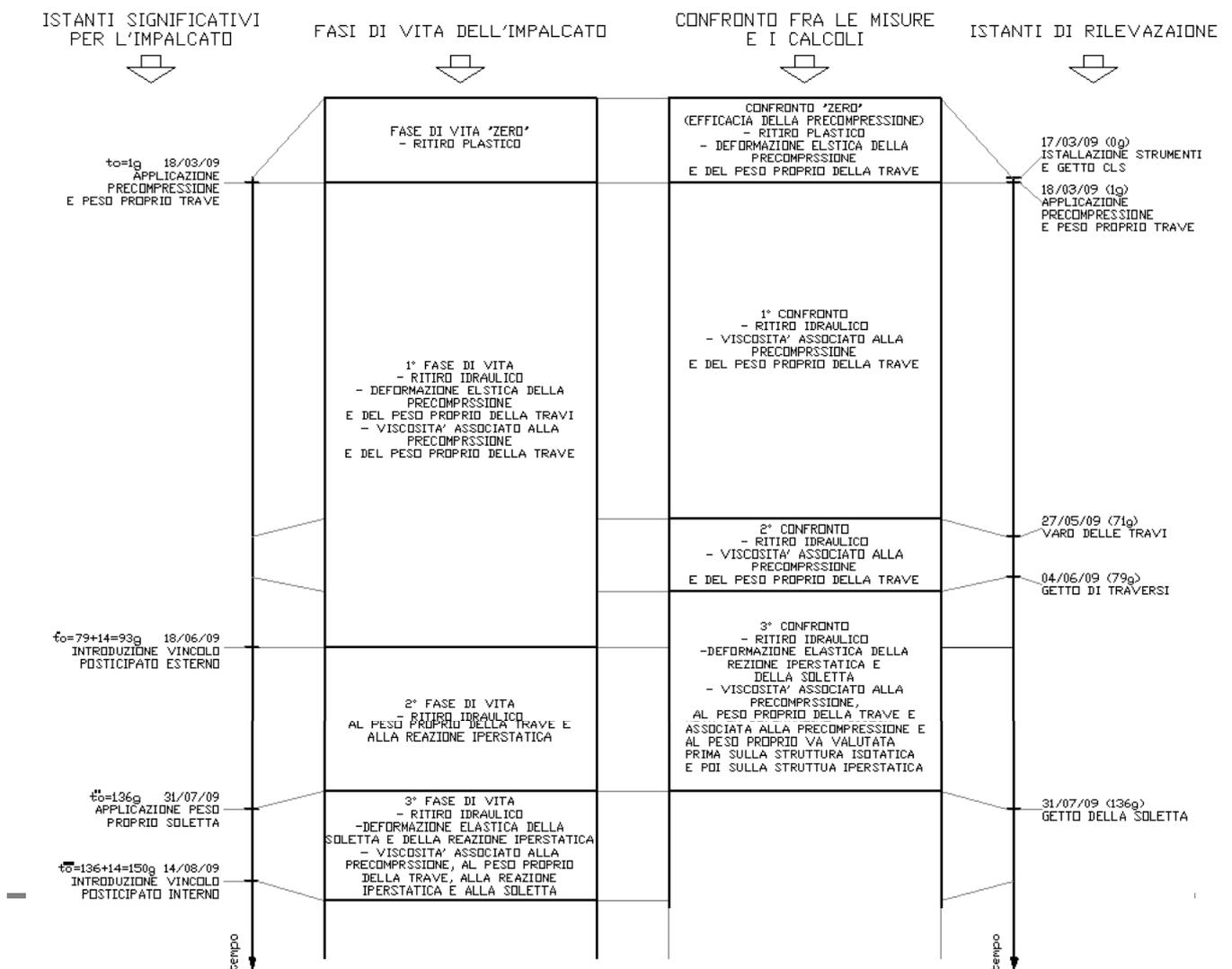
La metodologia illustrata nel presente capitolo pare confermare quella vista precedentemente. Entrambe sono convalidate nelle sezioni in prossimità degli appoggi dalle rilevazioni, ma lo stesso non si può dire per la sezione di mezzeria, dove le rilevazioni denotano deformazioni di compressione nettamente minori all'intradosso. Nonostante la complicata procedura di calcolo a cui è attribuibile un'elevata facilità di errore, ci pare impossibile dare ragione alle rilevazioni.

Questo perché lo stato tensionale prodotto dalla precompressione eccentrica genera sicuramente tensioni di intradosso maggiori rispetto a quelle di extradosso, è quindi logico che le relative deformazioni viscosse manifestino il medesimo comportamento. Pare inoltre impossibile che gli effetti di ritiro siano tali da modificare tale comportamento, anche perché l'entità della precompressione si aggira sui $10000KN$.

Deformazioni calcolate dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)

Durante l'intervallo temporale esaminato, indipendentemente dal carico, vengono a manifestarsi i fenomeni di ritiro. Ritiro associato principalmente al contributo da essiccamento piuttosto che al contributo autogeno, in quanto stiamo considerando periodi di tempo già sufficientemente lontani dal getto per cui l'effetto del ritiro autogeno si è quasi completamente esaurito.

La determinazione delle deformazioni viscosive risulta sicuramente complicato, in quanto coinvolge ben tre fasi di vita dell'impalcato. Con le equazioni che descrivono la prima fase di vita si determinano le deformazioni viscosive residue che si manifestano dal getto dei traversi all'introduzione dei vincoli esterni posticipati. Tali deformazioni sono provocate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione. Con le equazioni che descrivono la seconda fase di vita si determinano le deformazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo esterno posticipato fino al getto della soletta. Deformazioni provocate dal carico da precompressione, dal peso proprio e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima nasce per l'introduzione del vincolo esterno posticipato. Con le equazioni che descrivono la terza fase di vita dell'impalcato si calcola la deformazione elastica provocata dal peso proprio della soletta.



Per svolgere questo terzo confronto partiamo a calcolare le deformazioni che si manifestano nella prima fase di vita, ovvero dal getto dei traversi all'introduzione del vincolo esterno posticipato.

Seguendo la procedura illustrata nell'appendice H, utilizzeremo dei valori numerici calcolati nel paragrafo precedente, come le deformazioni elastiche generate dall'applicazione del peso proprio della trave e della precompressione. Queste ci serviranno per determinare i relativi effetti viscosi per l'arco temporale che parte all'istante del getto dei traversi e si conclude all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(93,79) = \frac{E_{c,t}(79)}{1 + \chi(93,79) * \phi(93,79)} = \frac{37244 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,92 * 0,37} = 27785 \text{ N/mm}^2$$

Dove i valori del coefficiente di viscosità e di invecchiamento sono valutati per l'arco temporale di interesse, ovvero dal getto dei traversi all'introduzione del vincolo esterno posticipato. Si sottolinea che i valori utilizzati mettono in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice F).

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la determinazione delle grandezze equivalenti aggiustate. Il calcolo viene sempre distinto per le diverse sezioni esaminate.

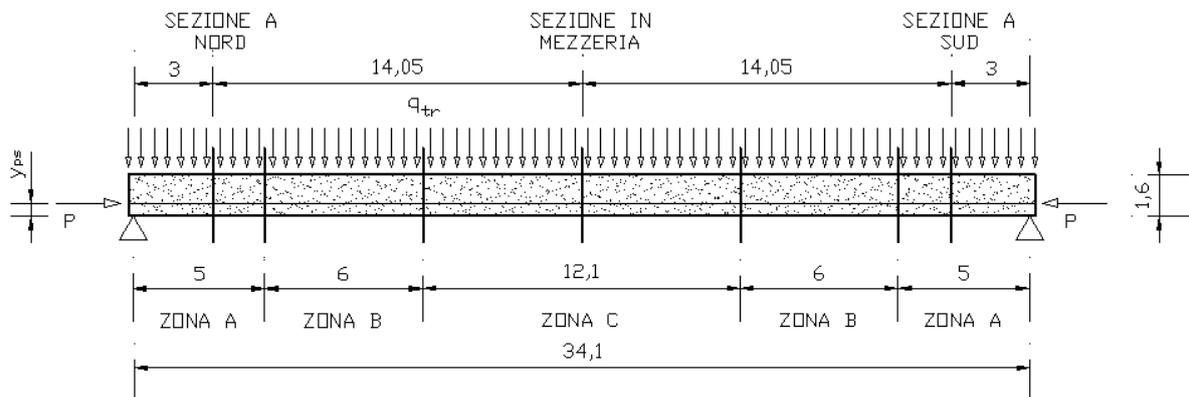


Figura 9: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE + ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$\bar{A}_{eq}[m^2]$	$\bar{B}_{eq}[m^3]$	$\bar{I}_{eq}[m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8457	0,0648	0,2613
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8165	0,0433	0,2465

Per procedere nel calcolo è necessario determinare le sollecitazioni provocate da ciascuno degli effetti sopra elencati, nell'ipotesi di introdurre un vincolo fittizio agli estremi della trave.

Per determinare le sollecitazioni fittizie generate dagli effetti viscosi è necessario determinare i parametri geometrici considerando solo le porzioni in calcestruzzo che costituiscono la sezione, poi con l'opportuno coefficiente di viscosità residuo e modulo di elasticità aggiustato, si calcolano le sollecitazioni ricercate.

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(93,79) [\phi(93,1) - \phi(79,1)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel nostro caso l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Viscosità peso proprio e precompressione $\phi(93,1) - \phi(79,1) = 0,05$					
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	694	235
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	413	142

Procedimento del tutto analogo si svolge per la determinazioni delle sollecitazioni fittizie associate al ritiro del calcestruzzo. Nei risultati appena esposti si mette in conto l'effetto di contrasto delle armature pretese che riduce il ritiro all'intradosso pari al 78% e al 48% del valore totale, rispettivamente per le sezioni vicino agli appoggi e per la sezione di mezzeria (vedi appendice E).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(93,79) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs} \\ \Delta \chi_{cs} \end{bmatrix} \right\}_i$$

L'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è sempre quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Ritiro del calcestruzzo (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(93,1) - \varepsilon_{cs}(79,1) = -16,48 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta \varepsilon_{0,cs} [\mu\varepsilon]$	$\Delta \chi_{cs} [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-12,19	5,35	260	-26,6
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	-14,66	2,26	316	-4,42

Per considerare l'effetto delle armature pretese è necessario definire una variazione di tensione associata al solo rilassamento dell'armatura che sia indipendente dagli altri fenomeni. Nel calcolo si mette in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice D).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{matrix} A_{ps} [\Delta \sigma_{pr}(93,1) - \Delta \sigma_{pr}(79,1)] \\ A_{ps} e_{ps} [\Delta \sigma_{pr}(93,1) - \Delta \sigma_{pr}(79,1)] \end{matrix} \right\}_i$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Rilassamento delle armature pretese					
$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\sigma_{ps}(93,1) - \Delta\sigma_{ps}(79,1)$					
Sezione	$A_{ps}[m^2]$	$\Delta\sigma_{ps}[N/mm^2]$	$e_{G,ps}[m^4]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Mezzeria	0,009121	-18,32	0,5944	-167	-99,3
Nord e Sud	0,005067	-20,81	0,4806	-105	-50,6

Considerando la somma dei tre fenomeni, si eliminano i vincoli fittizi e si determinano le deformazioni generate dalle sollecitazioni applicate di segno opposto.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(93,79) \begin{bmatrix} \bar{A}_{eq}\bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2 \end{bmatrix}}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$-\Delta N[KN]$	$-\Delta M[KNm]$	$\Delta\varepsilon_0[\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi[\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est}[\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int}[\mu\varepsilon]$
Mezzeria	-787	-109	-32,98	-6,81	-27,87	-38,03
Nord e Sud	-625	-87,5	-27,11	-7,86	-21,21	-32,93

Associata a questa variazione di deformazione causata dal ritiro e dalla viscosità del calcestruzzo, nonché dal rilassamento delle armature pretese, non è associata alcuna variazione dello stato di sollecitazione, insorge però una redistribuzione delle tensioni interne (vedi appendice H).

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est}[N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int}[N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps}[N/mm^2]$
Mezzeria	-0,13	0,69	-25,73
Nord e Sud	-0,02	0,35	-26,99

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

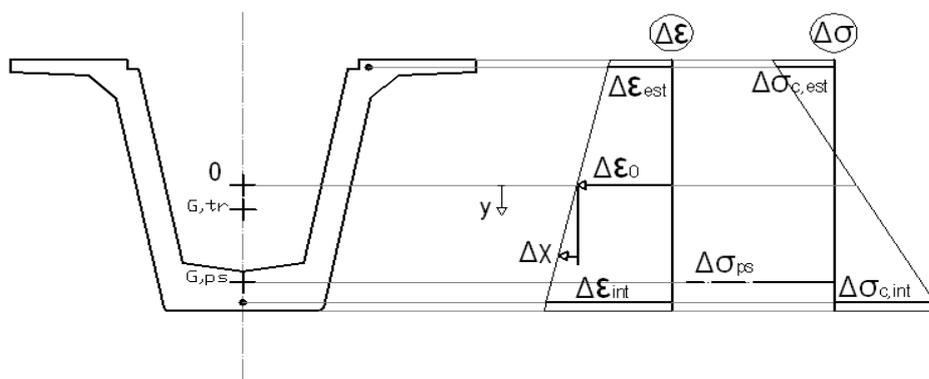


Figura 10: Variazione dello stato deformativo e redistribuzione dello stato tensionale

In questo ultimo calcolo si è determinata la redistribuzione interna delle tensioni che si manifesta dal varo delle travi all'introduzione del vincolo esterno posticipato. Successivamente ci servirà la redistribuzione delle tensioni che si manifesta durante tutta l'intera prima fase di vita dell'impalcato. Senza elencare tutta la procedura di calcolo riportiamo solamente i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Mezzeria	-0,94	4,79	-263,49
Nord e Sud	-0,19	2,49	-249,36

Per il terzo confronto abbiamo ora determinato solo le deformazioni che si manifestano durante la prima fase di vita. Dobbiamo ora calcolare le deformazioni che insorgono durante la seconda fase di vita dell'impalcato, ovvero a partire dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Per il caso oggetto di studio, il vettore degli scorrimenti angolari è composto da tre contributi: l'effetto viscoso dei carichi, le cadute di tensione dell'armatura pretesa e il ritiro del calcestruzzo

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro}$$

Siccome le sollecitazioni iperstatiche sono di natura flessionale, e il calcolo prescinde dal contrasto al ritiro delle armature pretese, il vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}_{ritiro}$ risulta nullo.

Per la determinazione del vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato all'effetto viscoso generato dai carichi si ricordi che il peso proprio della trave è pari a $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$, mentre il valore del carico da precompressione viene assunto con valore al netto delle perdite di tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

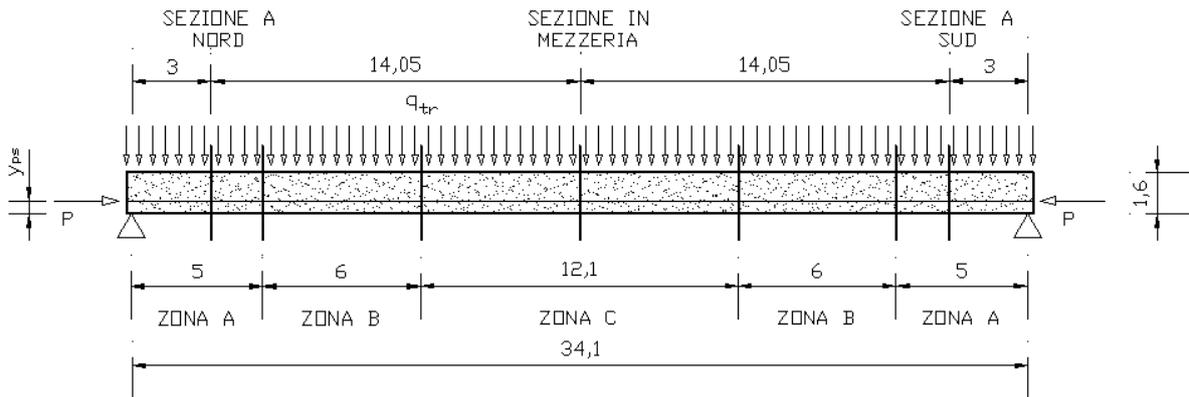


Figura 11: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato all'istante di applicazione dei carichi stessi (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

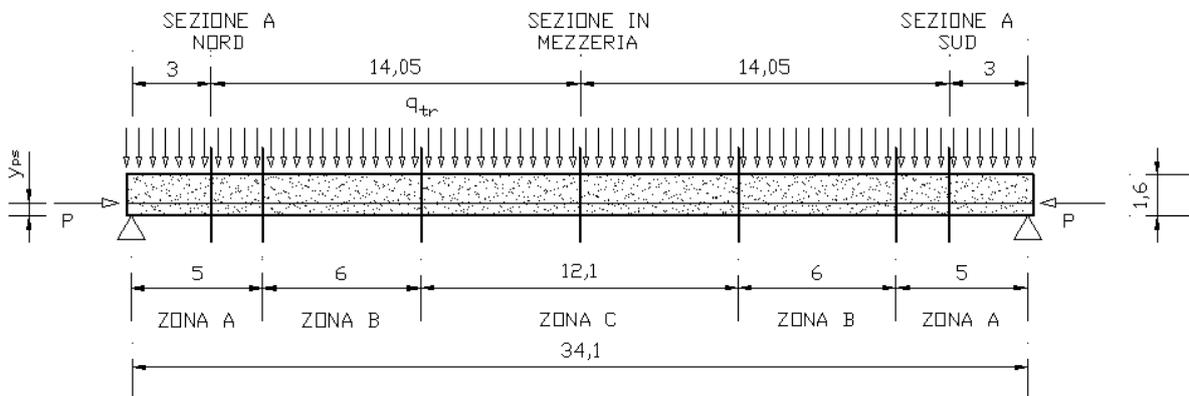


Figura 12: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$A_{eq}[m^2]$	$B_{eq}[m^3]$	$I_{eq}[m^4]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,8620	0,0745	0,2671	12,1
72-24 (zona B)	0,8347	0,0569	0,2558	12
72-32 (zona A)	0,8256	0,0476	0,2486	10
Valore medio	0,8417	0,0604	0,2577	-

Considerando un generico appoggio, riportiamo le espressioni per il calcolo della discontinuità angolare associata ai carichi.

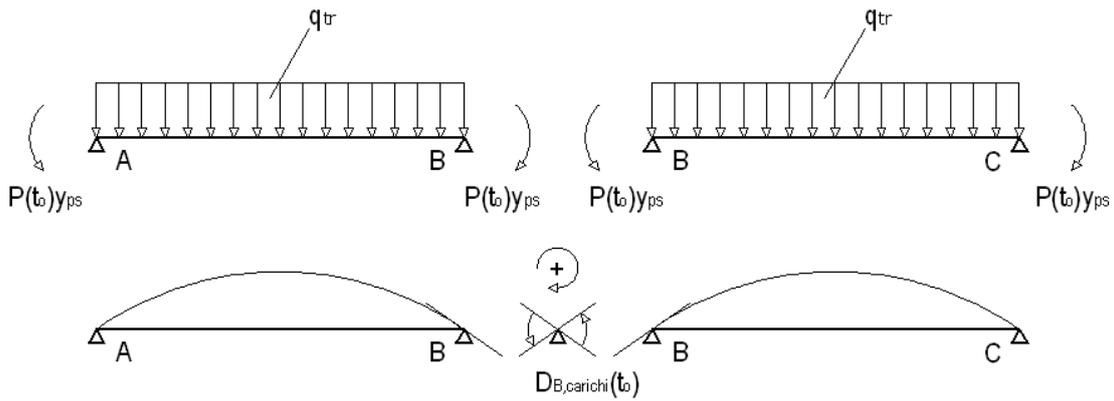


Figura 13: Determinazione del vettore delle discontinuità angolari generate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_0^*, t_0) = D_{B,carichi}(t_0) * [\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)]$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_0 = 1$, l'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato $t_0^* = 93$ e l'istante di conclusione della seconda fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di applicazione del peso proprio della soletta $t = t_0^{**} = 136$. Per gli istanti di tempo appena indicati il modulo di elasticità e i coefficienti di viscosità risultano i seguenti (vedi appendice C e appendice F).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$\phi(136,1) - \phi(93,1) = 1,12 - 1,01 = 0,11$$

Per il calcolo delle discontinuità angolari associate alle cadute di tensione $\Delta D_{B,cadute \text{ tensione}}$ si considera il carico da precompressione assunto con valore al netto delle perdite di tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

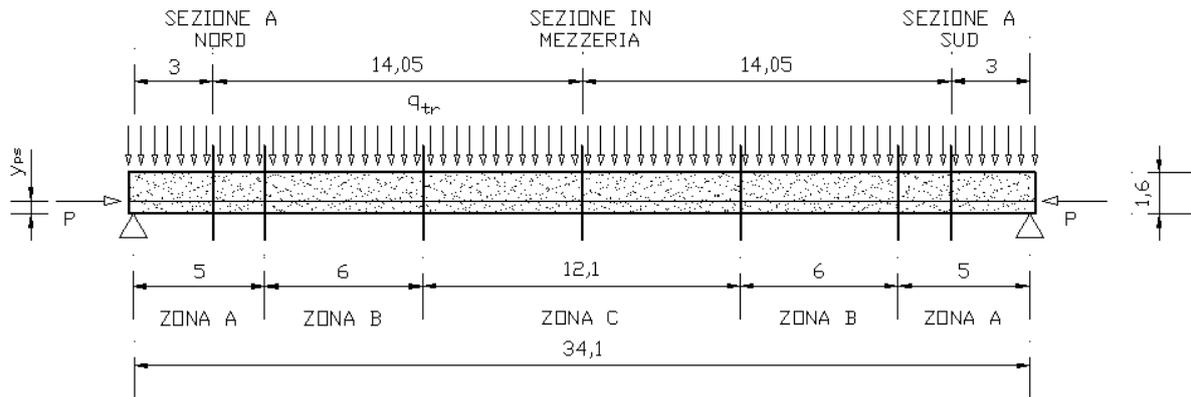


Figura 14: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato con il metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus (vedi appendice C e appendice F).

$$\bar{E}_{c,t}(136,93) = \frac{E_{c,t}(93)}{1 + \chi(136,93) * \phi(136,93)} = \frac{37244 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,48} = 25749 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

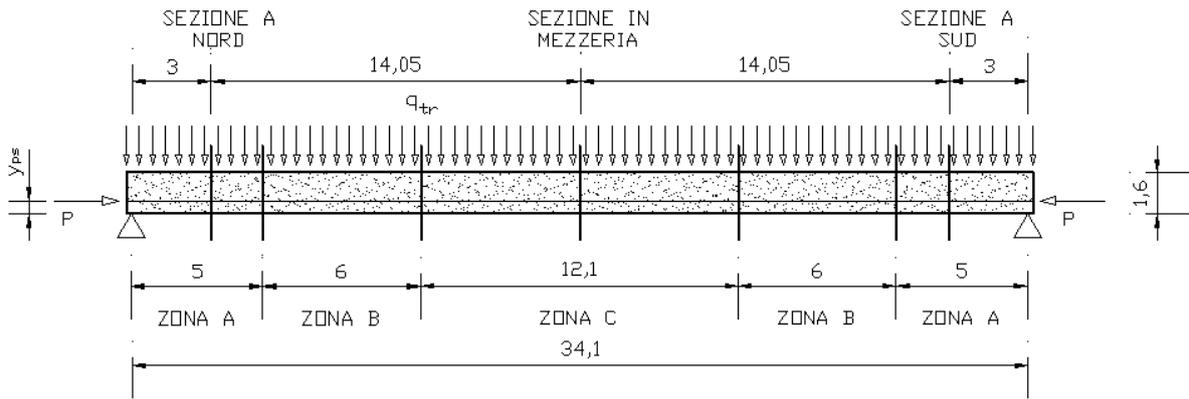


Figura 15: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$	estensione [m]
72 (zona C)	0,8509	0,0679	0,2631	12,1
72-24 (zona B)	0,8273	0,0527	0,2534	12
72-32 (zona A)	0,8194	0,0447	0,2472	10
Valore medio	0,8333	0,0557	0,2550	-

Ricordando che le cadute di tensione sono assunte pari ad un 10% riportiamo, per un generico appoggio, le espressioni per il calcolo delle relative discontinuità angolari.

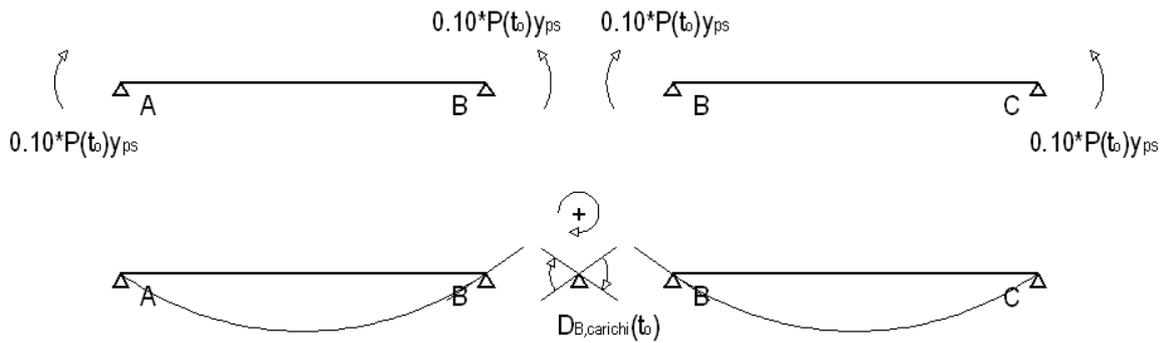


Figura 16: Determinazione del vettore delle discontinuità angolari generate dalle cadute di tensione

$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o) = \frac{0.1 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o^*) \bar{I}_{eq}(t, t_o^*)} * 2 * [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] =$$

$$= \frac{0.1 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) \bar{I}_{eq}(t, t_o^*)} * 2$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_o = 1$, l'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato $t_o^* = 93$ e l'istante di conclusione della seconda fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di applicazione del peso proprio della soletta $t = t_o^{**} = 136$. Per gli istanti di tempo appena indicati il modulo di elasticità e i coefficienti di viscosità risultano i seguenti (vedi appendice C e appendice F).

$$\bar{E}_{c,t}(136,93) = 25749 \text{ N/mm}^2$$

$$\chi(136,93) = 0,93$$

$$\phi(136,93) = 0,48$$

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrispondono altrettanti valori discontinuità angolari.

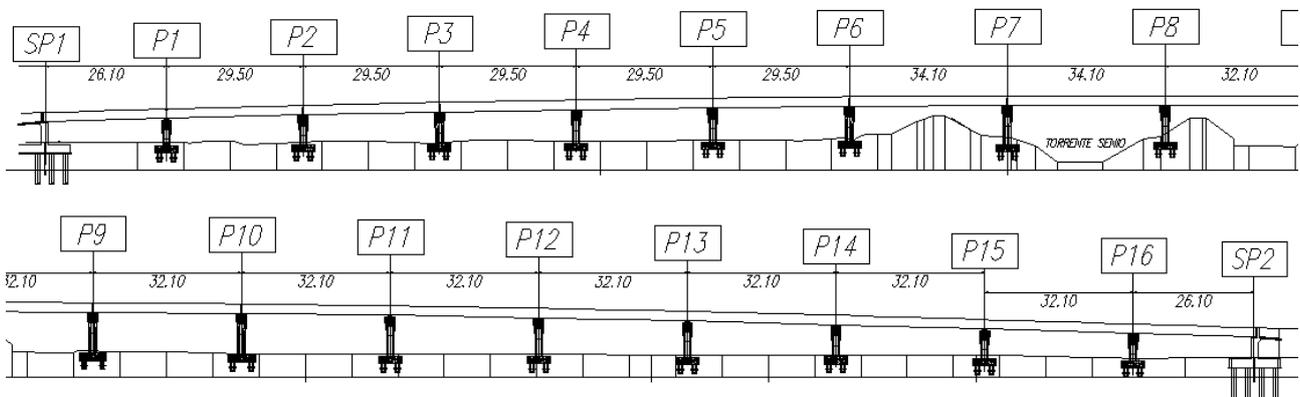


Figura 17: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$\Delta D_{carichi} [10^{-2}]$	-0.1853	-0.1884	-0.1884	-0.1884	-0.1884	-0.1876	-0.1868	-0.1879
$\Delta D_{cadute\ tensione} [10^{-2}]$	0.2009	0.2132	0.2132	0.2132	0.2132	0.2298	0.2465	0.2392
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-3}]$	0.1565	0.2477	0.2477	0.2477	0.2477	0.4224	0.5971	0.5134

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
$\Delta D_{carichi} [10^{-2}]$	-0.1890	-0.1890	-0.1890	-0.1890	-0.1890	-0.1890	-0.1890	-0.1856
$\Delta D_{cadute\ tensione} [10^{-2}]$	0.2320	0.2320	0.2320	0.2320	0.2320	0.2320	0.2320	0.2103
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-3}]$	0.4297	0.4297	0.4297	0.4297	0.4297	0.4297	0.4297	0.2475

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità $[f]$. Il calcolo è svolto considerando un modulo di elasticità definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(136,93) = \frac{E_{c,t}(93)}{1 + \chi(136,93) * \phi(136,93)} = \frac{37244 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,48} = 25749 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata

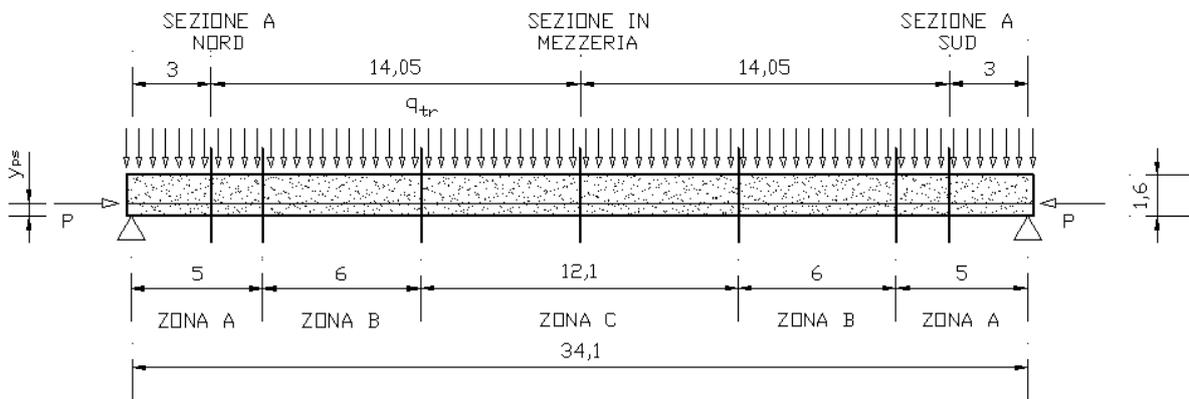


Figura 18: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$	estensione [m]
72 (zona C)	0,8509	0,0679	0,2631	12,1
72-24 (zona B)	0,8273	0,0527	0,2534	12
72-32 (zona A)	0,8194	0,0447	0,2472	10
Valore medio	0,8333	0,0557	0,2550	-

La matrice di flessibilità $[f]$ contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .

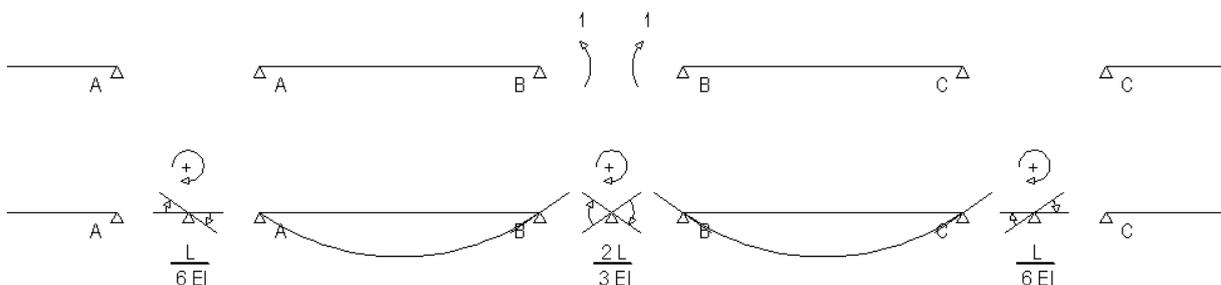


Figura 19: Determinazione della matrice di flessibilità

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrisponde una matrice di flessibilità 16x16.

Applicando l'espressione caratteristica del metodo delle forze si ricava i valori delle sollecitazioni iperstatiche $\{F\}$ in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

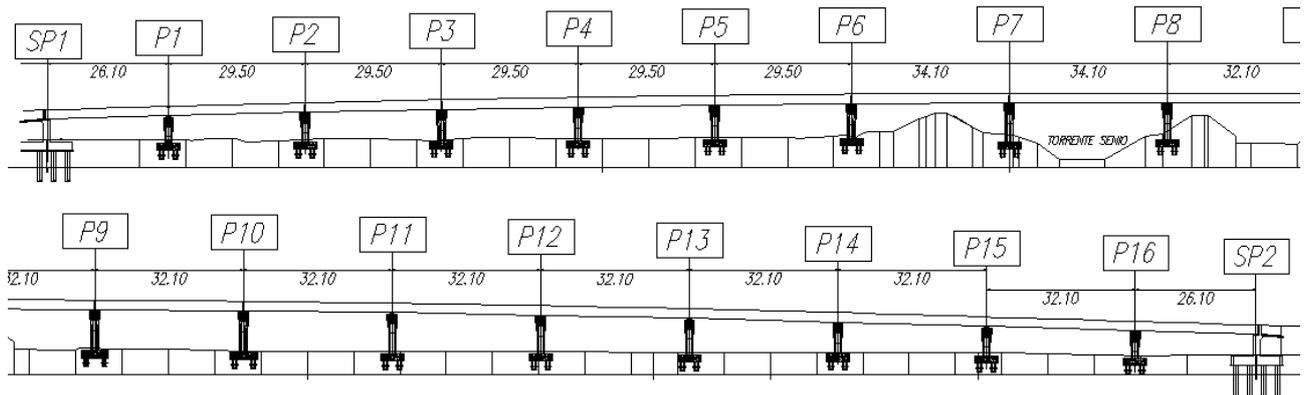


Figura 20: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
F [KNm]	39,7	59,4	53,4	57,6	46,7	86,2	125,9	99,7

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
F [KNm]	84,7	88,7	87,7	87,7	88,4	85,7	96,0	57,2

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

Sezione	$M_{iperstatica}$ [KNm]
Nord	123,6
Mezzeria	112,8
Sud	102,0

Note le sollecitazioni iperstatiche possiamo determinare lo stato di deformazione da esso prodotto. La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(136,93) = \frac{E_{c,t}(93)}{1 + \chi(136,93) * \phi(136,93)} = \frac{37244 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,48} = 25749 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

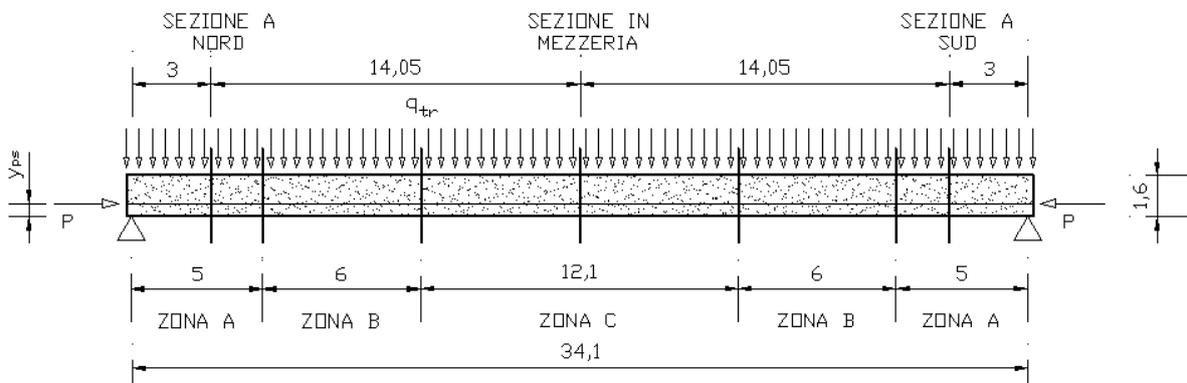


Figura 21: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE + ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8509	0,0679	0,2631
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8194	0,0447	0,2472

Con un'ipostazione matriciale del problema è possibile determinare le grandezze che definiscono la deformazione generata dalle sollecitazioni iperstatiche.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica} \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(136,93) \begin{bmatrix} \bar{A}_{eq} \bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2 \end{bmatrix}}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta \varepsilon_0 [\mu\varepsilon]$	$\Delta \chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta \varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta \varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	-1,07	19,60	-15,77	7,93
Mezzeria	-1,35	16,99	-14,10	6,55
Sud	-0,88	16,18	-13,01	6,54

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire alla variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo e nell'armatura pretesa.

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	-0,406	0,204	1,67
Mezzeria	-0,363	0,168	1,74
Sud	-0,335	0,168	1,37

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

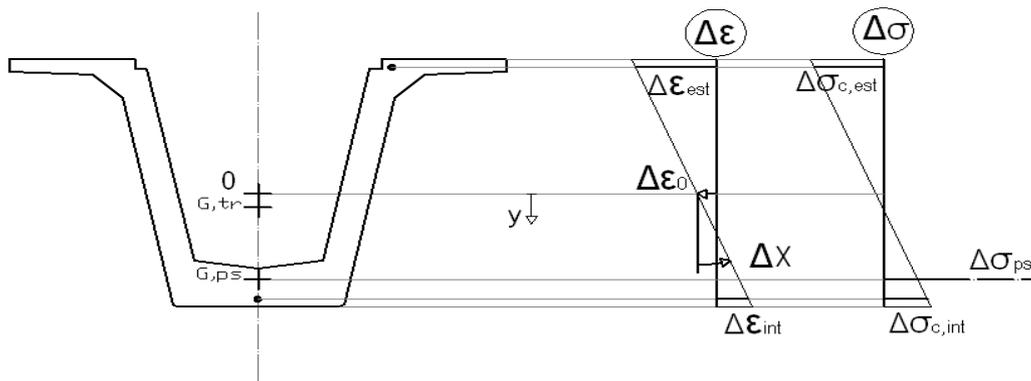


Figura 22: Variazione dello stato di deformazione e dello stato di sollecitazione

Determinati i fenomeni elastici e viscosi della reazione iperstatica che insorge per l'introduzione del vincolo esterno posticipato, dobbiamo valutare gli effetti viscosi del carico da precompressione e del peso proprio, nonché gli effetti del ritiro del calcestruzzo e il rilassamento delle armature pretese.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(136,93) = \frac{E_{c,t}(93)}{1 + \chi(136,93) * \phi(136,93)} = \frac{37244 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,48} = 25749 \text{ N/mm}^2$$

Dove i valori del coefficiente di viscosità e di invecchiamento sono valutati per l'arco temporale di interesse della seconda fase di vita, ovvero dall'introduzione del vincolo esterno posticipato al getto della soletta. Si sottolinea che i valori utilizzati mettono in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice F).

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede il calcolo delle grandezze equivalenti. Il calcolo viene sempre distinto per le diverse sezioni esaminate.

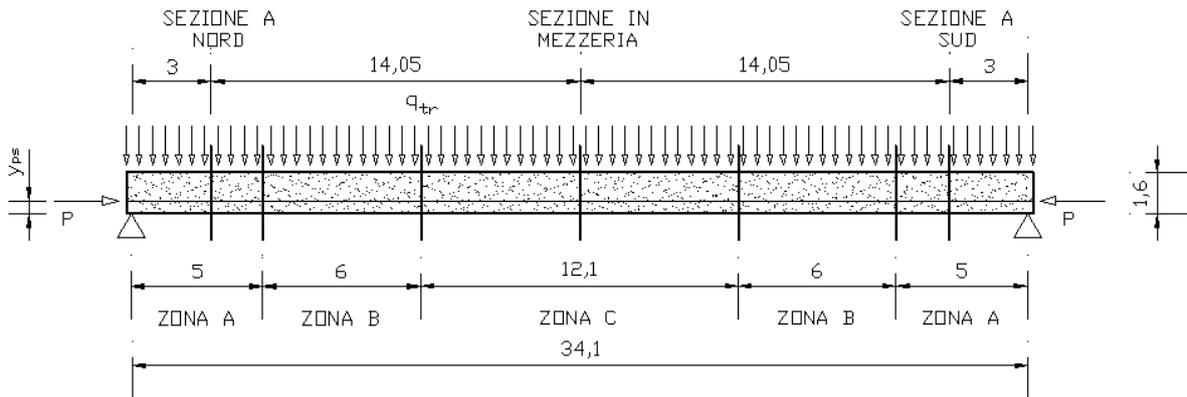


Figura 23: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE + ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8509	0,0679	0,2631
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8194	0,0447	0,2472

Per procedere nel calcolo è necessario determinare le sollecitazioni provocate da ciascuno degli effetti sopra elencati, nell'ipotesi di introdurre un vincolo fittizio agli estremi della trave.

Per determinare le sollecitazioni fittizie generate dagli effetti viscosi è necessario determinare i parametri geometrici considerando solo le porzioni in calcestruzzo che costituiscono la sezione, poi con l'opportuno coefficiente di viscosità residuo e modulo di elasticità aggiustato, si calcolano le sollecitazioni ricercate. Nel calcolo viene considerato anche l'effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni valutate alla fine della prima fase di vita.

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(136,93) [\phi(136,1) - \phi(93,1)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_{0,redist} \\ \chi + \Delta\chi_{redist} \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel nostro caso l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Viscosità peso proprio e precompressione $\phi(136,1) - \phi(93,1) = 0,11$					
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	1052	260
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,2381	630	185

Procedimento del tutto analogo si svolge per la determinazioni delle sollecitazioni fittizie associate al ritiro del calcestruzzo. Nei risultati appena esposti si mette in conto l'effetto di contrasto delle

armature pretese che riduce il ritiro pari al 78% e al 48% del valore totale, rispettivamente per le sezioni vicino agli appoggi e per la sezione di mezzeria (vedi appendice E).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{\text{ritiro}} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(136,93) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs} \\ \Delta \chi_{cs} \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel nostro caso l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Ritiro del calcestruzzo (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(136,1) - \varepsilon_{cs}(93,1) = -39,83 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta \varepsilon_{0,cs} [\mu\varepsilon]$	$\Delta \chi_{cs} [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-29,47	12,94	583	-59,8
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	-35,44	5,47	708	-10,0

Per considerare l'effetto delle armature pretese è necessario definire una variazione di tensione associata al solo rilassamento dell'armatura che sia indipendente dagli altri fenomeni. Nel calcolo si mette in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice D).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{\text{rilassamento}} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{matrix} A_{ps} [\Delta \sigma_{pr}(136,1) - \Delta \sigma_{pr}(93,1)] \\ A_{ps} e_{ps} [\Delta \sigma_{pr}(136,1) - \Delta \sigma_{pr}(93,1)] \end{matrix} \right\}_i$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Rilassamento delle armature pretese $\Delta \sigma_{ps} = \Delta \sigma_{ps}(136,1) - \Delta \sigma_{ps}(93,1)$					
Sezione	$A_{ps} [m^2]$	$\Delta \sigma_{ps} [N/mm^2]$	$e_{G,ps} [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,009121	-71,82	0,5944	-655	-389
Nord e Sud	0,005067	-77,47	0,4806	-392	-188

Considerando la somma dei tre fenomeni, si eliminano i vincoli fittizi e si determinano le deformazioni generate dalle sollecitazioni applicate di segno opposto.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(136,93) [\bar{A}_{eq} \bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella

Sezione	$-\Delta N [KN]$	$-\Delta M [KNm]$	$\Delta \varepsilon_0 [\mu\varepsilon]$	$\Delta \chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta \varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta \varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Mezzeria	-981	188	-47,97	40,17	-78,11	-18,24
Nord e Sud	-946	13,4	-45,42	10,33	-53,17	-37,78

Associata a questa variazione di deformazione causata dal ritiro e dalla viscosità del calcestruzzo, nonché dal rilassamento delle armature pretese, non è associata alcuna variazione dello stato di sollecitazione, insorge però una redistribuzione delle tensioni interne (vedi appendice H).

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Mezzeria	-0,40	2,27	-76,64
Nord e Sud	-0,08	1,28	-85,56

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

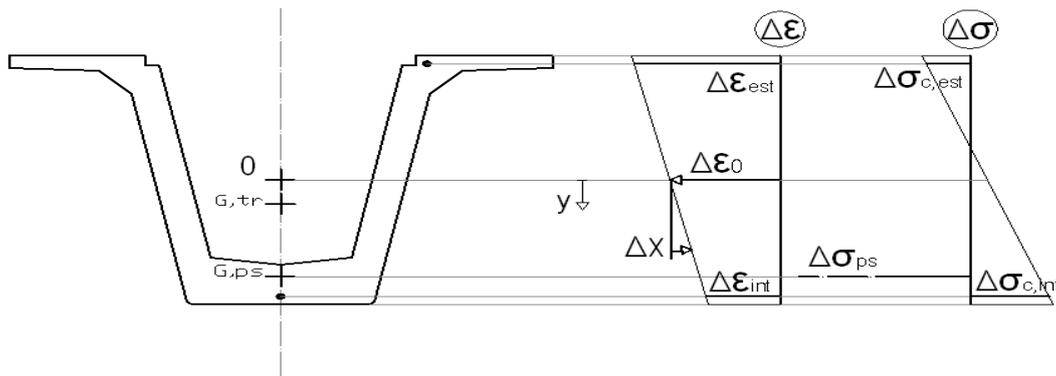


Figura 24: Variazione dello stato di deformazione e redistribuzione dello stato di tensione

Per questo terzo confronto ci resta da determinare la deformazione elastica provocata dal peso della soletta, vengono quindi utilizzate le equazioni che governano la terza fase di vita dell'impalcato.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo valutato all'istante di applicazione del carico(vedi appendice C).

$$E_{c,t}(136) = 37840 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate, e senza considerare la porzione di soletta (questa agisce solo come carico e non fornisce ancora nessun contributo alla sezione resistente).

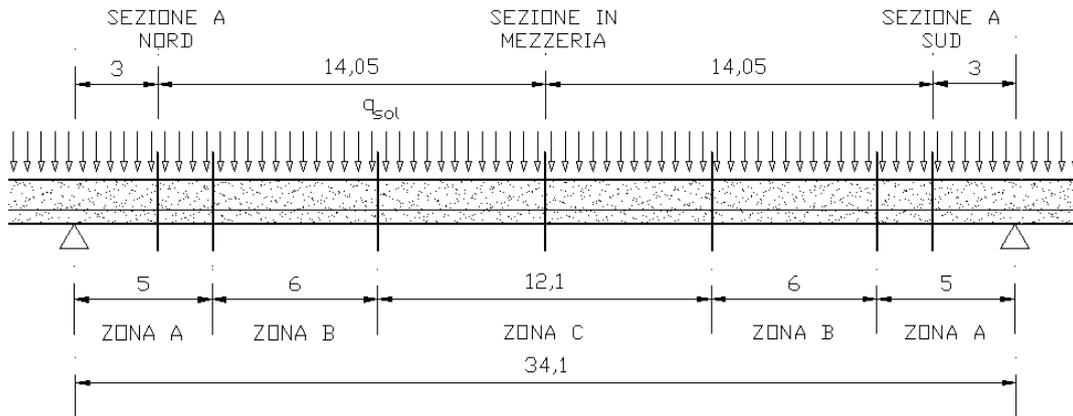


Figura 25: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE + ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$A_{eq} [m^2]$	$B_{eq} [m^3]$	$I_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8283	0,0544	0,2551
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8068	0,0386	0,2443

Individuate le caratteristiche della sezione dobbiamo calcolare la sollecitazione generata dal peso proprio della soletta $q_{sol} = 21,87 KN/m$. Questo carico viene ad agire su una struttura iperstatica, ovvero una trave continua su 18 appoggi, per questo motivo le sollecitazioni vengono determinate con un normale programma di calcolo.

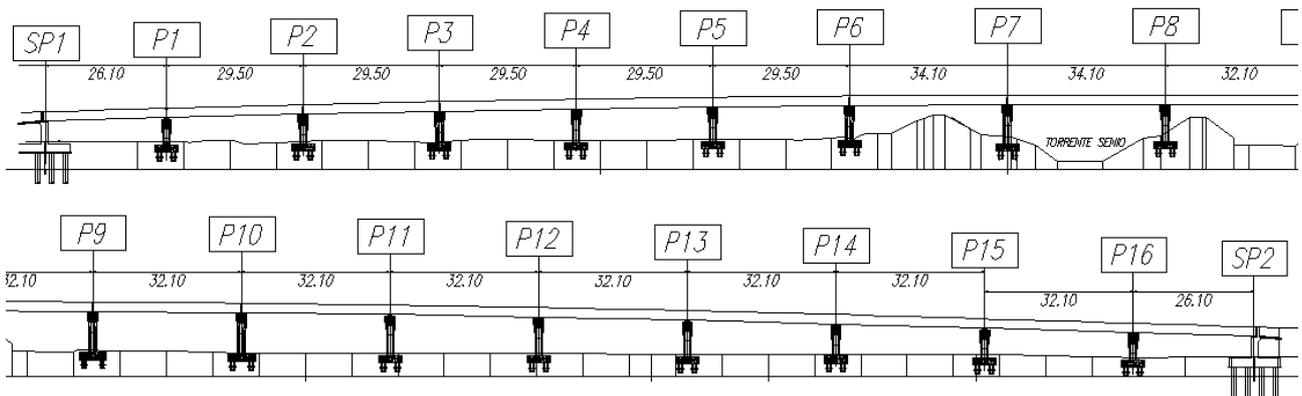


Figura 26: Profilo longitudinale dell'impalcato

Ovviamente la porzione di impalcato di interesse è quella compresa fra le pile P7 e P8, in particolare per le sezioni di mezzeria e le sezioni a 3 metri dall'appoggio.

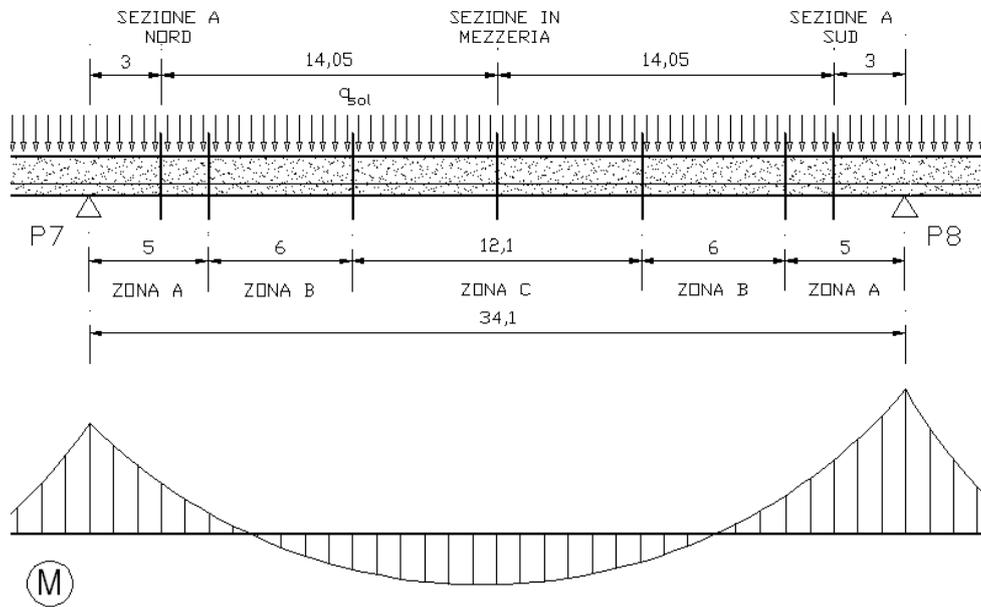


Figura 27: Diagramma delle sollecitazioni flessionali generate dal peso proprio della soletta

Sezione	$M_{q,sol} [KNm]$
Nord	-900,07
Mezzeria	1155,01
Sud	-1148,50

Con un'impostazione matriciale del problema è possibile individuare le grandezze che definiscono la deformazione elastica generata dal peso proprio della soletta.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq} & -B_{eq} \\ -B_{eq} & A_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{q,sol} \end{bmatrix}}{E_{c,t}(136) [\bar{A}_{eq}\bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta\varepsilon_0 [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	4,70	-98,09	78,27	-67,88
Mezzeria	-7,97	121,31	-98,96	81,79
Sud	6,00	-125,16	99,87	-86,62

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire anche alla variazione dello stato tensionale del calcestruzzo e dell'armatura pretesa.

Sezione	$\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	2,96	-2,56	-8,48
Mezzeria	-3,74	3,09	12,82
Sud	3,77	-3,27	-10,83

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

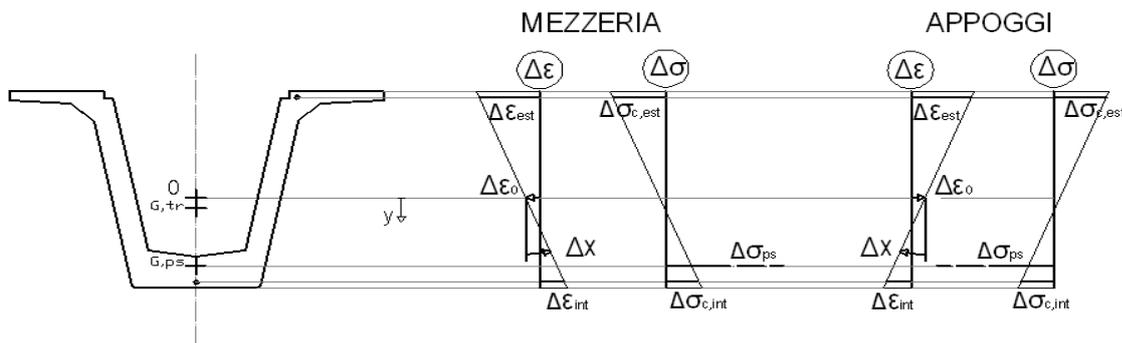


Figura 28: Variazione dello stato di deformazione e dello stato di tensione

Come già sottolineato le deformazioni calcolate per svolgere il 3° confronto, sono la somma di tre contributi, associate alle diverse fasi di realizzazione dell'impalcato. Vediamo ora di sommarle e riportare i risultati nella seguente tabella.

dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\varepsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\varepsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\varepsilon$]
Est.	-11,88	-209,04	12,48
Int.	-130,66	11,17	-150,82

Confronto delle deformazioni dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con le deformazioni calcolate nell'intervallo temporale che parte dal getto dei traversi e si conclude al getto della soletta. In questo intervallo temporale le deformazioni sono associate solo al fenomeno del ritiro e al fenomeno di viscosità provocato dal carico di precompressione e dal peso proprio.

	dal getto dei traversi al getto della soletta (3° confronto)		
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-37,01	-110,58	-55,92
Est. Calcolato	-50,44	-238,42	-32,86
Est. Calcolato M.A.	-11,88	-209,04	12,48
Int. Rilevato	-223,56	-40,96	-299,64
Int. Calcolato	-115,33	24,64	-133,63
Int. Calcolato M.A.	-130,66	11,17	-150,82

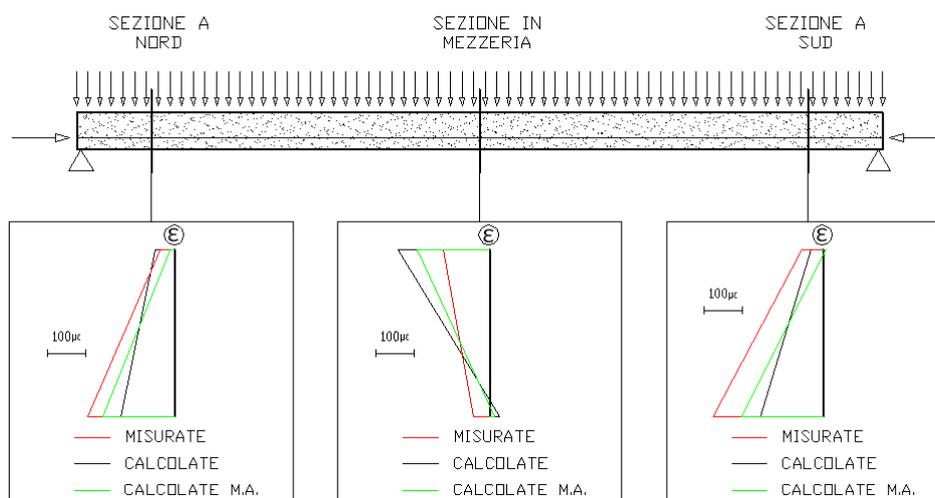


Figura 29: Confronto fra le deformazioni rilevate e le deformazioni calcolate

La metodologia illustrata nel presente capitolo fornisce risultati più aderenti alle rilevazioni in termini di curvature, sicuramente meno in termini di deformazioni medie lungo l'altezza.

Questa migliore precisione ottenuta in termini di curvature, del metodo alternativo appena illustrato, è associata alla presenza di minori sollecitazioni iperstatiche e all'aver considerato gli effetti viscosi generati dalla redistribuzioni delle sollecitazioni.

Nonostante le differenze illustrate, i calcoli sono convalidati, anche se solo qualitativamente, dalle rilevazioni. Per le sezioni in prossimità degli appoggi si manifestano deformazioni maggiori all'intradosso rispetto l'estradosso, mentre si ha il comportamento opposto della sezione di mezzeria.

Deformazioni calcolate dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)

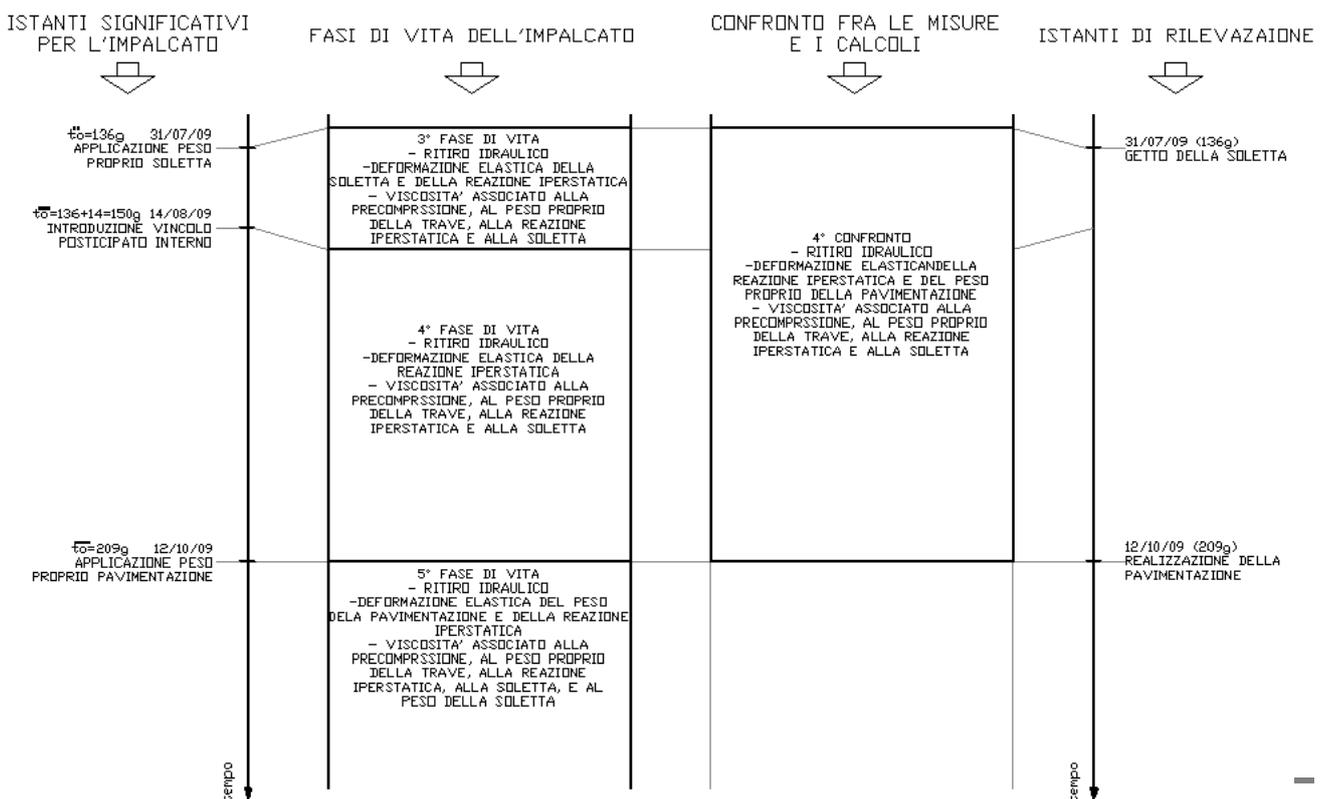
Durante l'intervallo temporale esaminato, indipendentemente dal carico, vengono a manifestarsi i fenomeni di ritiro. Ritiro associato principalmente al contributo da essiccamento piuttosto che al contributo autogeno, in quanto stiamo considerando periodi di tempo già sufficientemente lontani dal getto per cui l'effetto del ritiro autogeno si è quasi completamente esaurito.

La determinazione delle deformazioni viscosse risulta sicuramente complicato, in quanto coinvolge ben tre fasi di vita dell'impalcato.

Con le equazioni che governano la terza fase di vita si determinano le deformazioni viscosse residue che si manifestano dal getto della soletta all'introduzione del vincolo interno posticipato. Tali deformazioni sono provocate dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione, dal peso proprio della soletta e dalla reazione iperstatica.

Con le equazioni che descrivono la quarta fase di vita si determinano le deformazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo interno posticipato fino alla realizzazione della pavimentazione. Le tipologie di deformazioni che si manifestano sono analoghe a quelle della fase di vita precedente, ma valutate considerando una sezione resistente composta dalla soletta e dalla trave.

Con le equazioni che descrivono la quinta fase di vita dell'impalcato si calcola la deformazione elastica provocata dal peso proprio della pavimentazione.



Per svolgere questo quarto confronto partiamo a determinare le deformazioni che insorgono durante la terza fase di vita, ovvero dal getto della soletta (esclusi i relativi fenomeni elastici) all'introduzione del vincolo interno posticipato.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Per il caso oggetto di studio, il vettore degli scorrimenti angolari è composto da tre contributi: l'effetto viscoso dei carichi, le cadute di tensione dell'armatura pretesa e il ritiro del calcestruzzo

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro}$$

Siccome le sollecitazioni iperstatiche sono di natura flessionale, e il calcolo prescinde dal contrasto al ritiro delle armature pretese, il vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}_{ritiro}$ risulta nullo.

Per la determinazione del vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato all'effetto viscoso generato dai carichi si ricordi che il peso proprio della trave è pari a $q_{tr} = 19,50\text{ KN/m}$, mentre il valore del carico da precompressione viene assunto con valore al netto delle perdite di tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

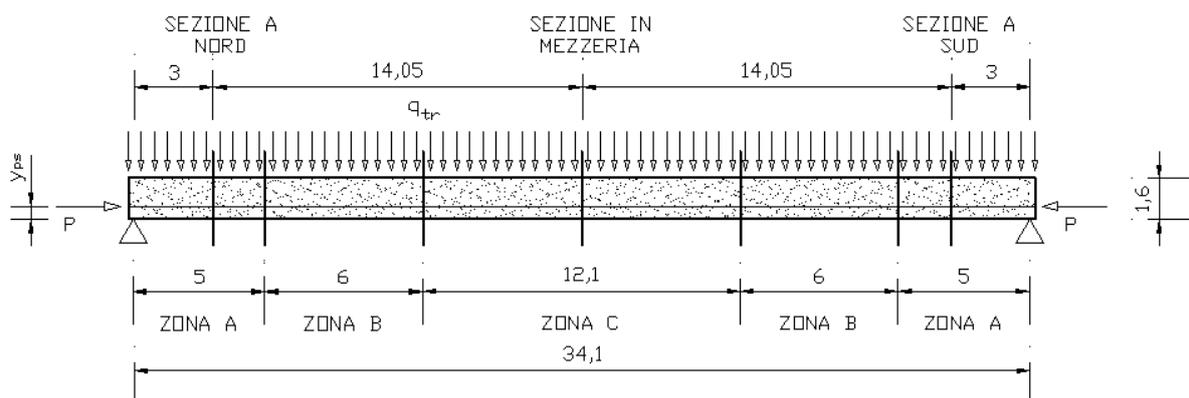


Figura 30: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato all'istante di applicazione dei carichi stessi (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

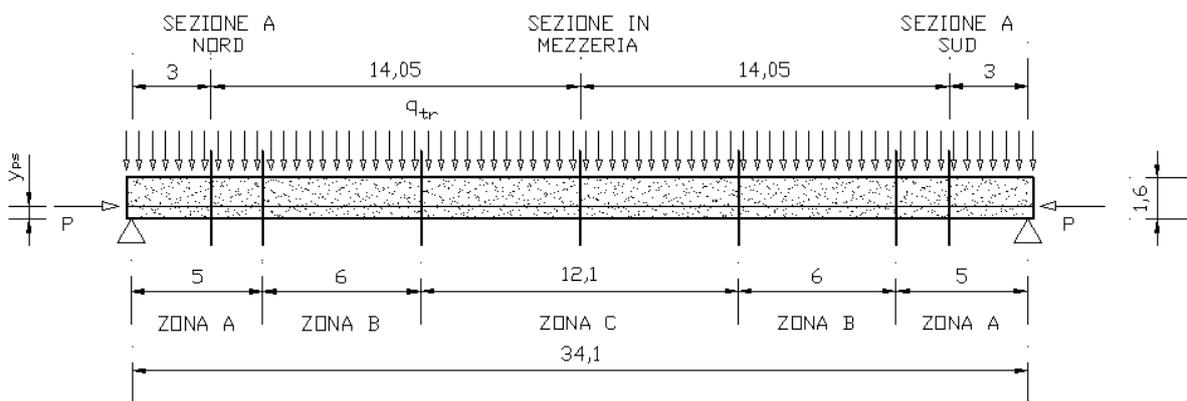


Figura 31: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$A_{eq}[m^2]$	$B_{eq}[m^3]$	$I_{eq}[m^4]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,8620	0,0745	0,2671	12,1
72-24 (zona B)	0,8347	0,0569	0,2558	12
72-32 (zona A)	0,8256	0,0476	0,2486	10
Valore medio	0,8417	0,0604	0,2577	-

Considerando un generico appoggio, riportiamo le espressioni per il calcolo della discontinuità angolare associata ai carichi.

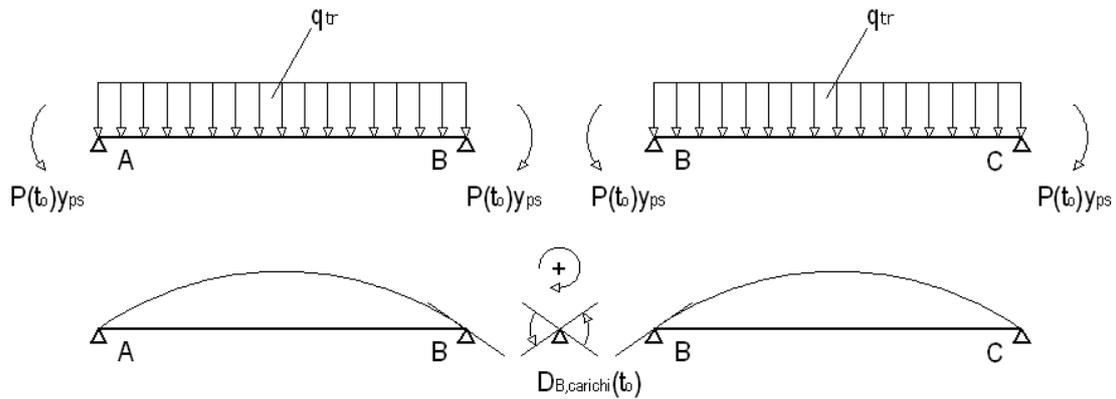


Figura 32: Determinazione del vettore delle discontinuità angolari generate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_o^{**}, t_o) = D_{B,carichi}(t_0) * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)]$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_o = 1$, l'istante di applicazione del peso della soletta $t_o^{**} = 136$ e l'istante di conclusione della terza fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di introduzione del vincolo interno posticipato $t = t_o^{***} = 150$. Per gli istanti di tempo appena indicati il modulo di elasticità e i coefficienti di viscosità risultano i seguenti (vedi appendice C e appendice F).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$\phi(150,1) - \phi(136,1) = 1,15 - 1,12 = 0,03$$

Per il calcolo delle discontinuità angolari associate alle cadute di tensione $\Delta D_{B,cadute \text{ tensione}}$ si considera il carico da precompressione assunto con valore al netto delle perdite di tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

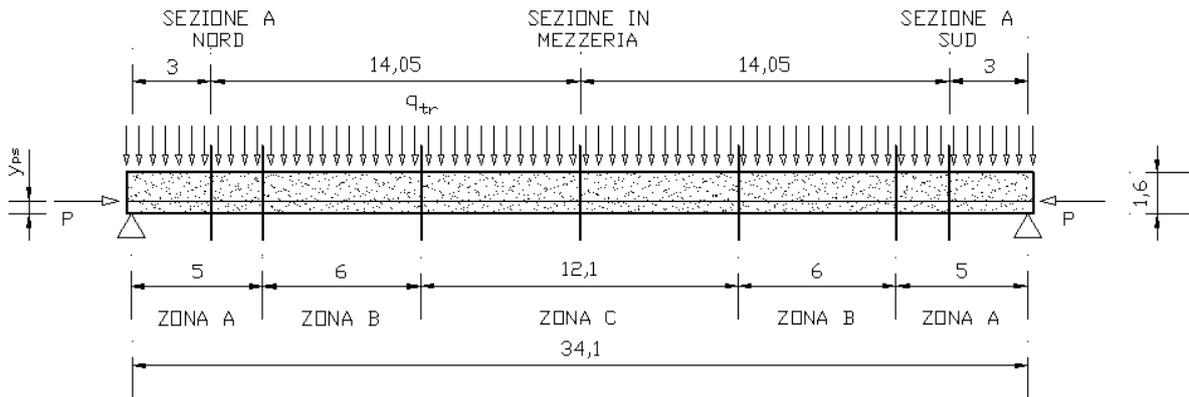


Figura 33: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato con il metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus (vedi appendice C e appendice F).

$$\bar{E}_{c,t}(150,136) = \frac{E_{c,t}(136)}{1 + \chi(150,136) * \phi(150,136)} = \frac{37840 N/mm^2}{1 + 0,93 * 0,29} = 29802 N/mm^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

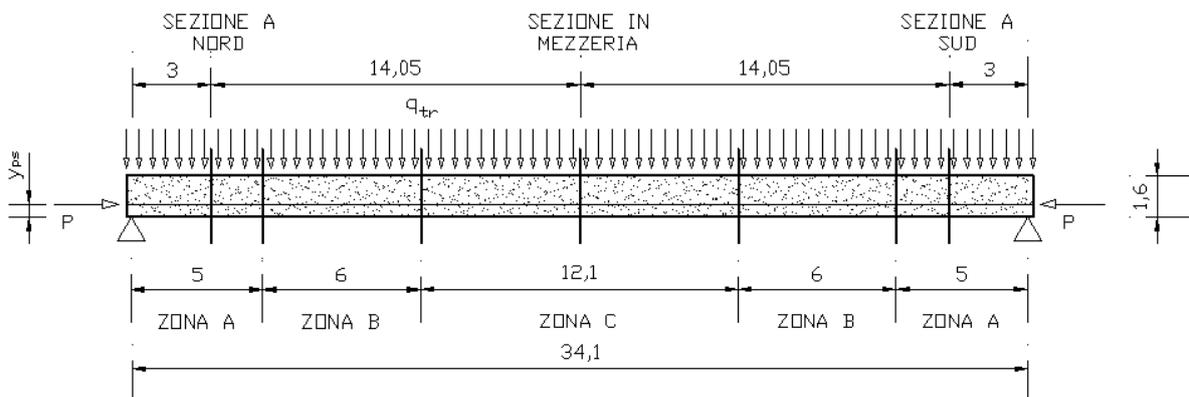


Figura 34: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq}[m^2]$	$\bar{B}_{eq}[m^3]$	$\bar{I}_{eq}[m^4]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,8413	0,0622	0,2597	12,1
72-24 (zona B)	0,8209	0,0490	0,2513	12
72-32 (zona A)	0,8141	0,0421	0,2460	10
Valore medio	0,8261	0,0517	0,2527	-

Ricordando che le cadute di tensione sono assunte pari ad un 12% riportiamo, per un generico appoggio, le espressioni per il calcolo delle relative discontinuità angolari.

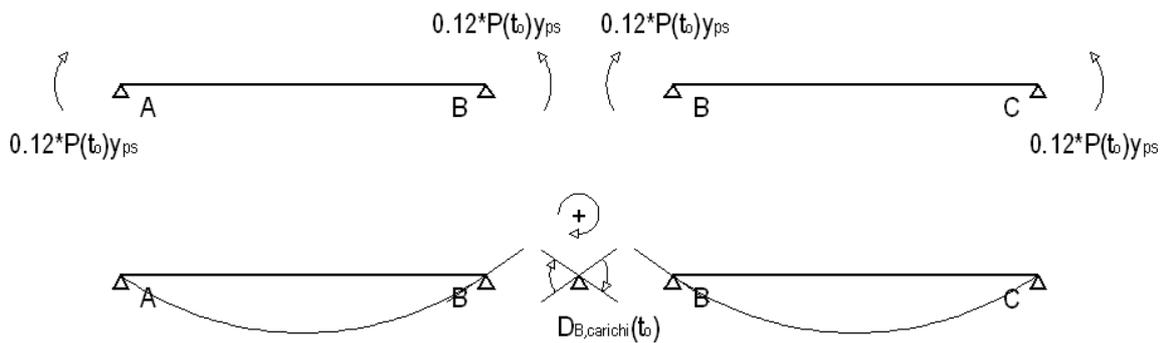


Figura 35: Determinazione del vettore delle discontinuità angolari generate dalle cadute di tensione

$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^{**}, t_o) = \frac{0.12 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})} * 2 * [1 + \chi(t, t_o^{**}) \phi(t, t_o^{**})] =$$

$$= \frac{0.12 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})} * 2$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_o = 1$, l'istante di applicazione del peso della soletta $t_o^{**} = 136$ e l'istante di conclusione della terza fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di introduzione del vincolo interno posticipato $t = t_o^{***} = 150$. Per gli istanti di tempo appena indicati il modulo di elasticità e i coefficienti di viscosità risultano i seguenti (vedi appendice C e appendice F).

$$\bar{E}_{c,t}(150,136) = 29802 \text{ N/mm}^2$$

$$\chi(150,136) = 0,93$$

$$\phi(150,136) = 0,29$$

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrispondono altrettanti valori discontinuità angolari.

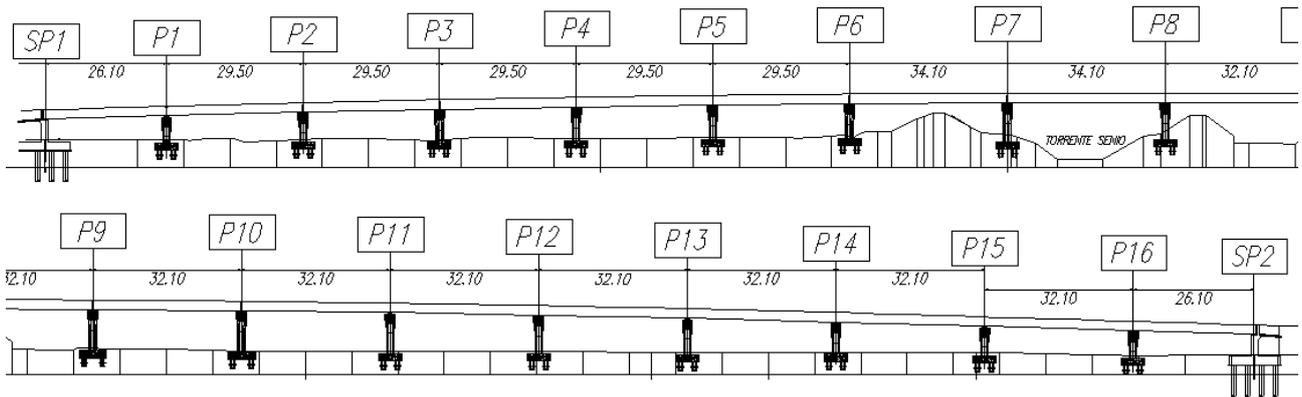


Figura 36: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$\Delta D_{carichi} [10^{-3}]$	-0.5054	-0.5140	-0.5140	-0.5140	-0.5140	-0.5117	-0.5094	-0.5125
$\Delta D_{cadute tensione} [10^{-2}]$	0.2102	0.2231	0.2231	0.2231	0.2231	0.2405	0.2579	0.2503
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-2}]$	0.1597	0.1717	0.1717	0.1717	0.1717	0.1893	0.2069	0.1990

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
$\Delta D_{carichi} [10^{-3}]$	-0.5156	-0.5156	-0.5156	-0.5156	-0.5156	-0.5156	-0.5156	-0.5062
$\Delta D_{cadute tensione} [10^{-2}]$	0.2427	0.2427	0.2427	0.2427	0.2427	0.2427	0.2427	0.2201
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-2}]$	0.1912	0.1912	0.1912	0.1912	0.1912	0.1912	0.1912	0.1694

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità $[f]$. Il calcolo è svolto considerando un modulo di elasticità definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(150,136) = \frac{E_{c,t}(136)}{1 + \chi(150,136) * \phi(150,136)} = \frac{37840 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,29} = 29802 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata

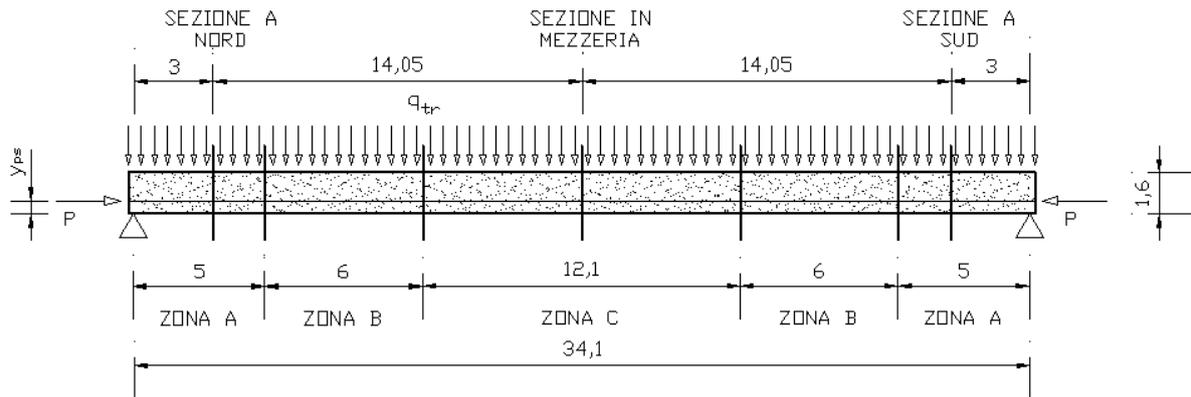


Figura 37: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$	estensione [m]
72 (zona C)	0,8413	0,0622	0,2597	12,1
72-24 (zona B)	0,8209	0,0490	0,2513	12
72-32 (zona A)	0,8141	0,0421	0,2460	10
Valore medio	0,8261	0,0517	0,2527	-

La matrice di flessibilità $[f]$ contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .

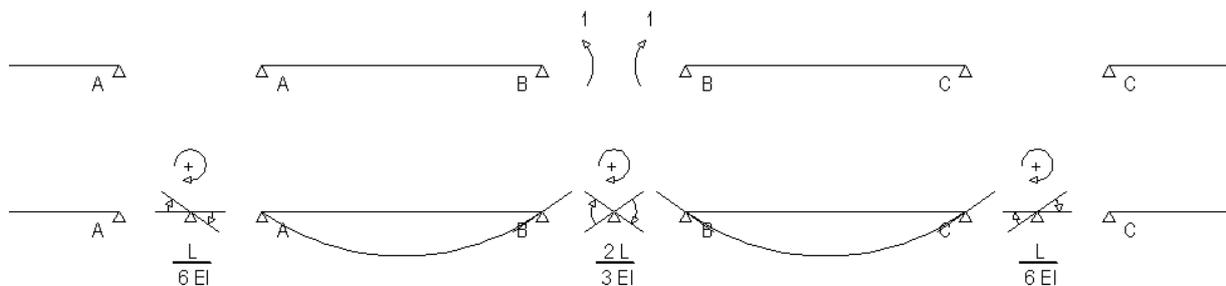


Figura 38: Determinazione della matrice di flessibilità

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrisponde una matrice di flessibilità 16x16.

Applicando l'espressione caratteristica del metodo delle forze si ricava i valori delle sollecitazioni iperstatiche $\{F\}$ in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

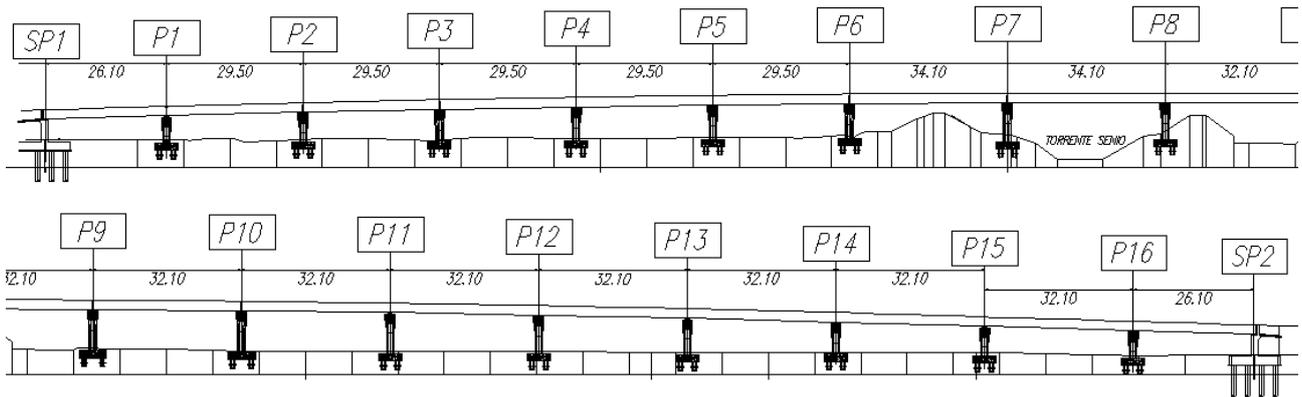


Figura 39: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
<i>F</i> [KNm]	539	411	445	437	436	447	460	452

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
<i>F</i> [KNm]	447	448	448	449	446	455	423	541

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

Sezione	<i>M</i> _{iperstatica} [KNm]
Nord	459
Mezzeria	456
Sud	453

Note le sollecitazioni iperstatiche possiamo determinare lo stato di deformazione da esso prodotto. La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(150,136) = \frac{E_{c,t}(136)}{1 + \chi(150,136) * \phi(150,136)} = \frac{37840 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,29} = 29802 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento

statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

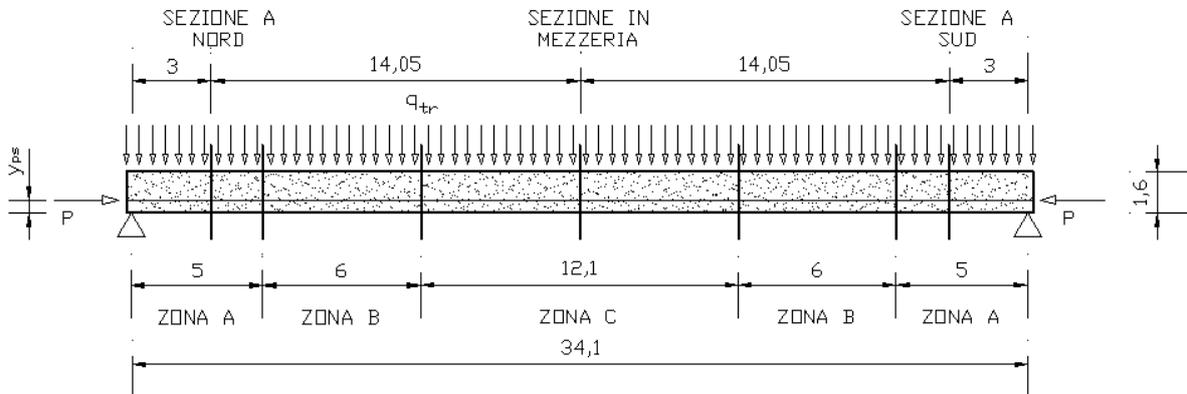


Figura 40: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE + ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8413	0,0622	0,2597
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8141	0,0421	0,2460

Con un'ipostazione matriciale del problema è possibile determinare le grandezze che definiscono la deformazione generata dalle sollecitazioni iperstatiche.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica} \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(150,136) \begin{bmatrix} \bar{A}_{eq} \bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2 \end{bmatrix}}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta \varepsilon_o [\mu\varepsilon]$	$\Delta \chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta \varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta \varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	-3,27	63,16	-50,64	25,68
Mezzeria	-4,43	59,96	-49,40	23,40
Sud	-3,22	62,34	-49,98	25,35

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire alla variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo e nell'armatura pretesa.

Sezione	$\Delta \sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta \sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta \sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	-1,50	0,76	5,41
Mezzeria	-1,47	0,69	6,24
Sud	-1,48	0,75	5,34

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

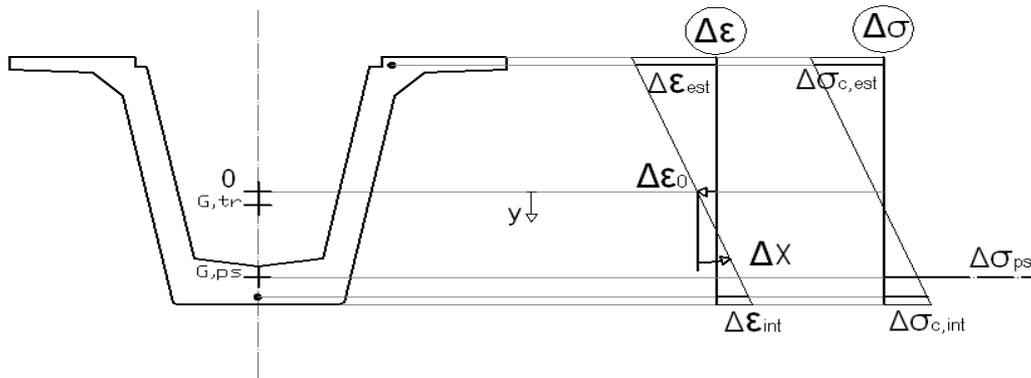


Figura 41: Variazione dello stato di deformazione e dello stato di tensione

Determinati i fenomeni elastici e viscosi della reazione iperstatica che insorge per l'introduzione del vicolo esterno posticipato, dobbiamo valutare gli effetti viscosi del carico da precompressione del peso proprio della trave e della soletta, nonché gli effetti del ritiro del calcestruzzo e il rilassamento delle armature pretese.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(150,136) = \frac{E_{c,t}(136)}{1 + \chi(150,136) * \phi(150,136)} = \frac{37840 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,29} = 29802 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

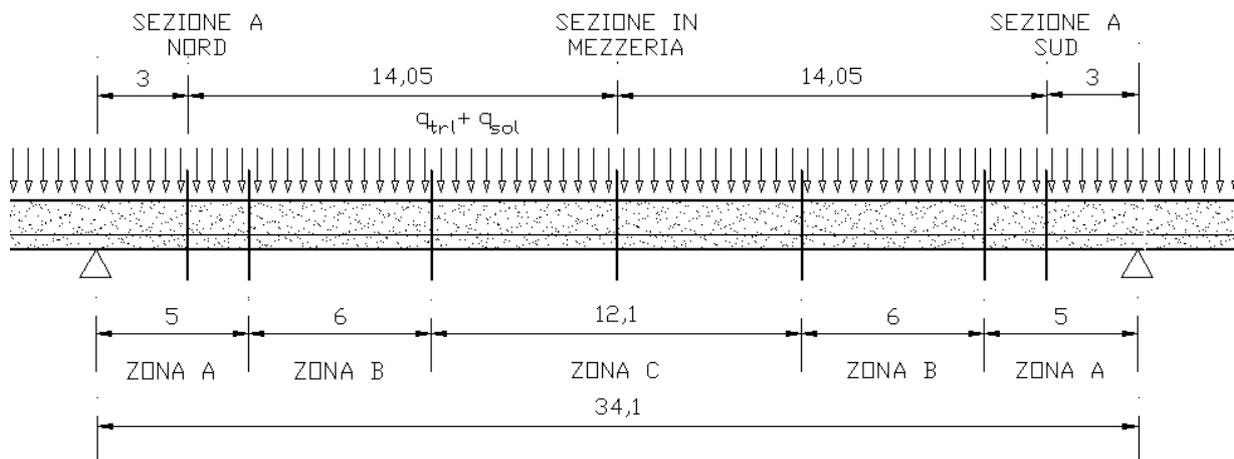


Figura 42: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

Sezione	n_{TREF}	TRAVE + ARMATURA PRETESA		
		$\bar{A}_{eq}[m^2]$	$\bar{B}_{eq}[m^3]$	$\bar{I}_{eq}[m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	0,8413	0,0622	0,2597
Nord e Sud	72-32 (zona A)	0,8141	0,0421	0,2460

Si sottolinea che nel calcolo di queste grandezze non va considerata l'area della soletta, in quanto essa funge solo da carico e non fornisce ancora nessun contributo resistente, questo perché la sua maturazione non è ancora completata.

Per procedere nel calcolo è necessario determinare le sollecitazioni provocate da ciascuno degli effetti sopra elencati, nell'ipotesi di introdurre un vincolo fittizio agli estremi della trave.

Per determinare le sollecitazioni fittizie generate dagli effetti viscosi è necessario determinare i parametri geometrici considerando solo le porzioni in calcestruzzo che costituiscono la sezione, poi con l'opportuno coefficiente di viscosità residuo e modulo di elasticità aggiustato, si calcolano le sollecitazioni ricercate.

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(150,136) [\phi(150,1) - \phi(136,1)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_{0,redist} \\ \chi + \Delta\chi_{redist} \end{bmatrix} \right\}_i$$

In questa espressione vengono considerati gli effetti viscosi del peso proprio della trave, del peso proprio della soletta e del carico da precompressione, nonché gli effetti viscosi delle redistribuzioni interne delle tensioni che si sono manifestate durante la prima e la seconda fase di vita dell'impalcato. L'espressione appena riportata è solo qualitativa. Quella più dettagliata è riportata nell'appendice H.

Si sottolinea anche che l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Viscosità peso proprio e precompressione $\phi(150,1) - \phi(136,1) = 0,03$					
Sezione	$A_c[m^2]$	$B_c[m^3]$	$I_c[m^4]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Nord	0,7801	0,0258	0,2381	166	247
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	323	-185
Sud	0,7801	0,0258	0,2381	163	302

Procedimento del tutto analogo si svolge per la determinazioni delle sollecitazioni fittizie associate al ritiro del calcestruzzo. Nei risultati appena esposti si mette in conto l'effetto di contrasto delle armature pretese che riduce il ritiro pari al 78% e al 48% del valore totale, rispettivamente per le sezioni vicino agli appoggi e per la sezione di mezzeria (vedi appendice E).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(136,93) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{0,cs} \\ \Delta\chi_{cs} \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel nostro caso l'unica porzione di calcestruzzo che compone la sezione resistente è quella della trave. Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Ritiro del calcestruzzo (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(150,1) - \varepsilon_{cs}(136,1) = -10,18 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c [m^2]$	$B_c [m^3]$	$I_c [m^4]$	$\Delta\varepsilon_{0,cs} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi_{cs} [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-7,53	3,30	172	-17,6
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,2381	-9,06	1,39	209	-2,96

Per considerare l'effetto delle armature pretese è necessario definire una variazione di tensione associata al solo rilassamento dell'armatura che sia indipendente dagli altri fenomeni. Nel calcolo si mette in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice D).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} A_{ps} [\Delta\sigma_{pr}(150,1) - \Delta\sigma_{pr}(136,1)] \\ A_{ps} e_{ps} [\Delta\sigma_{pr}(150,1) - \Delta\sigma_{pr}(136,1)] \end{array} \right\}_i$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Rilassamento delle armature pretese					
$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\sigma_{ps}(150,1) - \Delta\sigma_{ps}(136,1)$					
Sezione	$A_{ps} [m^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$	$e_{G,ps} [m^4]$	$\Delta N [KN]$	$\Delta M [KNm]$
Mezzeria	0,009121	-29,06	0,5944	-265	-157
Nord e Sud	0,005067	-29,96	0,4806	-151	-72,9

Considerando la somma dei tre fenomeni, si eliminano i vincoli fittizi e si determinano le deformazioni generate dalle sollecitazioni applicate di segno opposto.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(150,136) \begin{bmatrix} \bar{A}_{eq} \bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2 \end{bmatrix}}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella

Sezione	$-\Delta N [KN]$	$-\Delta M [KNm]$	$\Delta\varepsilon_0 [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	-224	-171	-8,09	-22,04	8,43	-24,41
Mezzeria	-230	360	-12,86	49,68	-50,13	23,89
Sud	-221	-227	-7,59	-29,66	14,65	-29,54

Associata a questa variazione di deformazione causata dal ritiro e dalla viscosità del calcestruzzo, nonché dal rilassamento delle armature pretese, non è associata alcuna variazione dello stato di sollecitazione, insorge però una redistribuzione delle tensioni interne (vedi appendice H).

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	12,58	18,22	-33,706331
Mezzeria	5,03	12,68	-25,728662
Sud	13,83	20,25	-34,337576

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

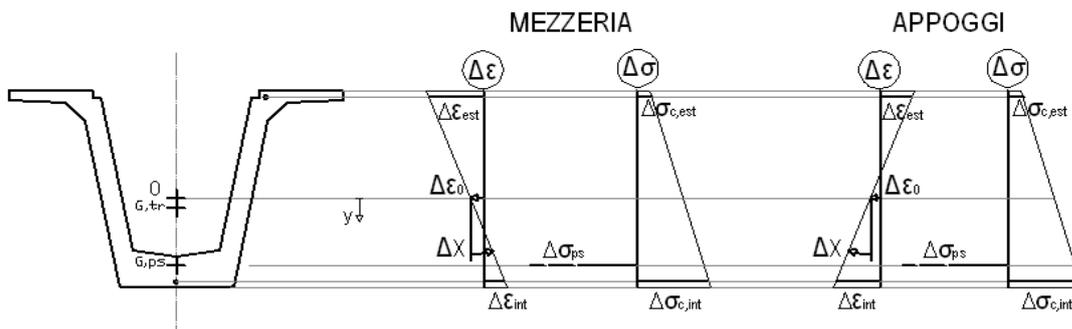


Figura 43: Variazione dello stato di deformazione e redistribuzione dello stato di tensione

Per svolgere questo quarto confronto dobbiamo ora determinare le deformazioni che insorgono durante la quarta fase di vita dell’impalcato.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell’introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un’analisi al livello dell’elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Per il caso oggetto di studio, il vettore degli scorrimenti angolari è composto da tre contributi: l’effetto viscoso dei carichi, le cadute di tensione dell’armatura pretesa e il ritiro del calcestruzzo

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro}$$

Siccome le sollecitazioni iperstatiche sono di natura flessionale, e il calcolo prescinde dal contrasto al ritiro delle armature pretese, il vettore degli scorrimenti angolari $\{\Delta D\}_{ritiro}$ risulta nullo.

Per la determinazione del vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato all’effetto viscoso generato dai carichi si ricordi che il peso proprio della trave è pari a $q_{tr} = 19,50 \text{ KN/m}$, mentre il valore del carico da precompressione viene assunto con valore al netto delle perdite di

tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

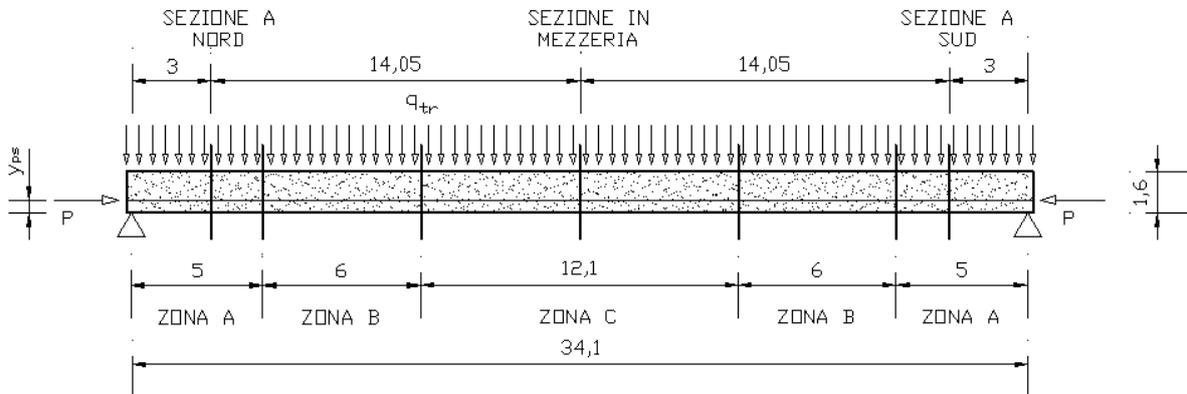


Figura 44: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato all'istante di applicazione dei carichi stessi (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

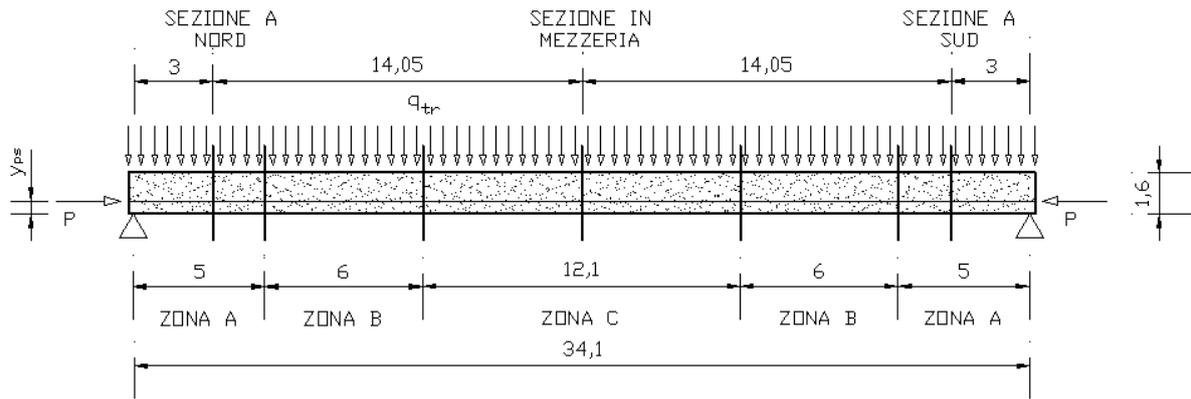


Figura 45: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$A_{eq}[m^2]$	$B_{eq}[m^3]$	$I_{eq}[m^4]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,8620	0,0745	0,2671	12,1
72-24 (zona B)	0,8347	0,0569	0,2558	12
72-32 (zona A)	0,8256	0,0476	0,2486	10
Valore medio	0,8417	0,0604	0,2577	-

Nei risultati appena riportati non si è considerata la presenza della soletta collaborante, in quanto all'applicazione dei carichi considerati la soletta non era ancora stata realizzata.

Considerando un generico appoggio, riportiamo le espressioni per il calcolo della discontinuità angolare associata ai carichi.

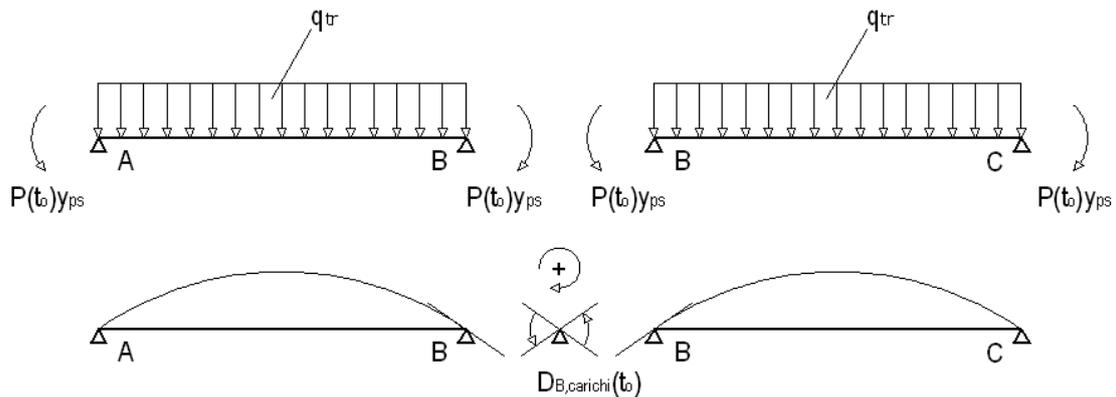


Figura 46: Determinazione delle vettore delle discontinuità angolari generate dal peso proprio della trave e dal carico da precompressione

$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_o^{***}, t_o) = D_{B,carichi}(t_0) * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{***}, t_o)]$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_o = 1$, l'istante di introduzione del vincolo interno posticipato $t_o^{***} = 150$ e l'istante di conclusione della quarta fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di applicazione del peso proprio della soletta $t = t_o^{****} = 209$. Per gli istanti di tempo appena indicati il modulo di elasticità e i coefficienti di viscosità risultano i seguenti (vedi appendice C e appendice F).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$\phi(209,1) - \phi(150,1) = 1,24 - 1,15 = 0,09$$

Per il calcolo delle discontinuità angolari associate alle cadute di tensione $\Delta D_{B, cadute tensione}$ si considera il carico da precompressione assunto con valore al netto delle perdite di tensione, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per la posizione del baricentro delle armature.

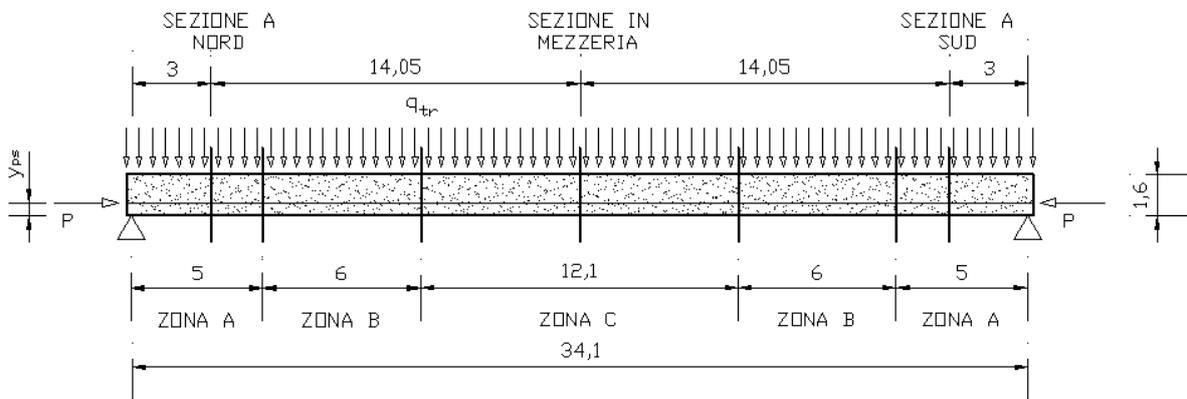


Figura 47: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	ARMATURE PRETESE				
	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$\sigma_{ps}(1)[N/mm^2]$	$P(1)[KN]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,009121	0,2056	1219,47	11122	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	1264,11	7685	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	1308,76	6631	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	1261,36	8596	-

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo valutato con il metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus (vedi appendice C e appendice F), svolgendo il calcolo sia per la soletta che per la trave, mostrando particolare attenzione agli istanti di tempo da considerare.

$$\bar{E}_{c,t}(209,150) = \frac{E_{c,t}(150)}{1 + \chi_t(209,150) * \phi_t(209,150)} = \frac{38073 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,49} = 26154 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{E}_{c,s}(73,14) = \frac{E_{c,s}(14)}{1 + \chi_s(73,14) * \phi_s(73,14)} = \frac{27602 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,86 * 1,05} = 14504 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il moduli di elasticità appena determinati, la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

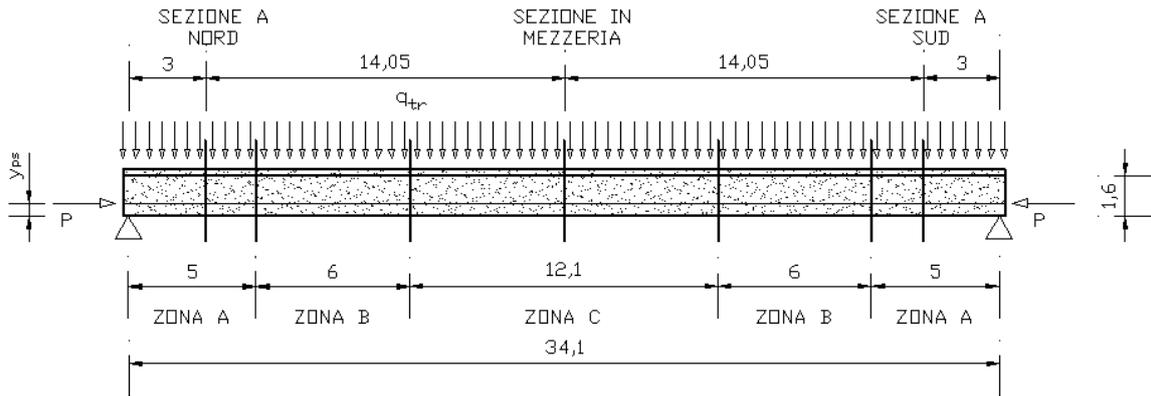


Figura 48: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$	estensione[m]
72 (zona C)	1,3350	-0,3815	0,6805	12,1
72-24 (zona B)	1,3118	-0,3965	0,6709	12
72-32 (zona A)	1,3040	-0,4044	0,6648	10
Valore medio	1,3178	-0,3935	0,6725	-

Ricordando che le cadute di tensione sono assunte pari ad un 13% riportiamo, per un generico appoggio, le espressioni per il calcolo delle relative discontinuità angolari.

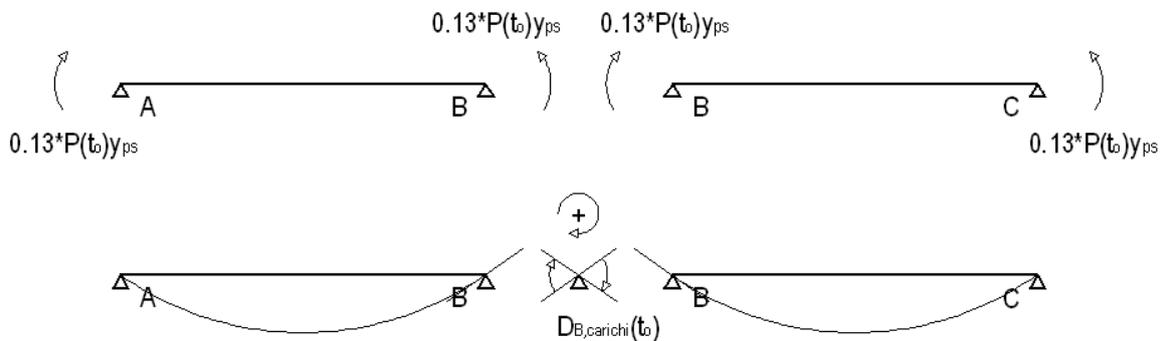


Figura 49: Determinazione del vettore delle discontinuità angolari associate alle cadute di tensione

$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^{***}, t_o) = \frac{0.13 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2 * [1 + \chi_t(t, t_o^{***}) \phi_t(t, t_o^{***})] =$$

$$= \frac{0.13 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2$$

In queste espressioni è considerato l'istante di applicazione dei carichi $t_o = 1$, l'istante di introduzione del vincolo interno posticipato $t_o^{***} = 150$ e l'istante di conclusione della quarta fase di vita dell'impalcato che coincide con l'istante di applicazione del peso proprio della soletta $t = t_o^{***} = 209$. Per gli istanti di tempo appena indicati si assumono i valori di modulo di elasticità e di coefficienti di viscosità riferiti al calcestruzzo che realizza la trave (vedi appendice C e appendice F).

$$\bar{E}_{c,t}(209,150) = 26154 \text{ N/mm}^2$$

$$\chi_t(209,150) = 0,93$$

$$\phi_t(209,150) = 0,49$$

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrispondono altrettanti valori discontinuità angolari.

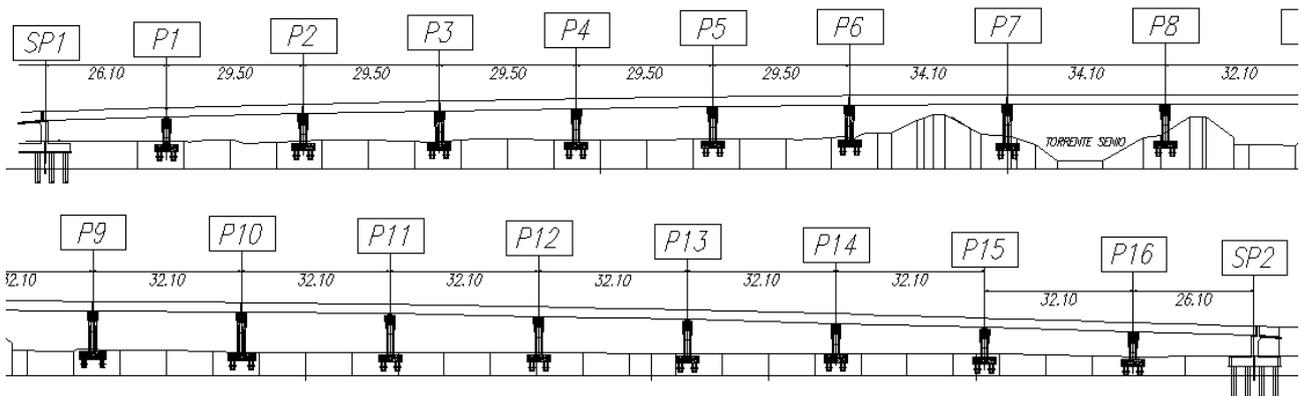


Figura 50: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
$\Delta D_{carichi} [10^{-2}]$	-0.1516	-0.1542	-0.1542	-0.1542	-0.1542	-0.1535	-0.1528	-0.1537
$\Delta D_{cadute tensione} [10^{-2}]$	0.0975	0.1035	0.1035	0.1035	0.1035	0.1115	0.1196	0.1161
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-3}]$	0.5409	0.5072	0.5072	0.5072	0.5072	0.4196	0.3320	0.3764

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
$\Delta D_{carichi} [10^{-2}]$	-0.1547	-0.1547	-0.1547	-0.1547	-0.1547	-0.1547	-0.1547	-0.1518
$\Delta D_{cadute tensione} [10^{-2}]$	0.1126	0.1126	0.1126	0.1126	0.1126	0.1126	0.1126	0.1020
$\Delta D = \Delta D_{totale} [10^{-3}]$	0.4208	0.4208	0.4208	0.4208	0.4208	0.4208	0.4208	0.4977

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità $[f]$. Il calcolo è svolto considerando un modulo di elasticità definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls riferendosi alla trave.

$$\bar{E}_{c,t}(209,150) = \frac{E_{c,t}(150)}{1 + \chi_t(209,150) * \phi_t(209,150)} = \frac{38073 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,49} = 26154 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate per poi determinarne il valore medio con una media pesata.

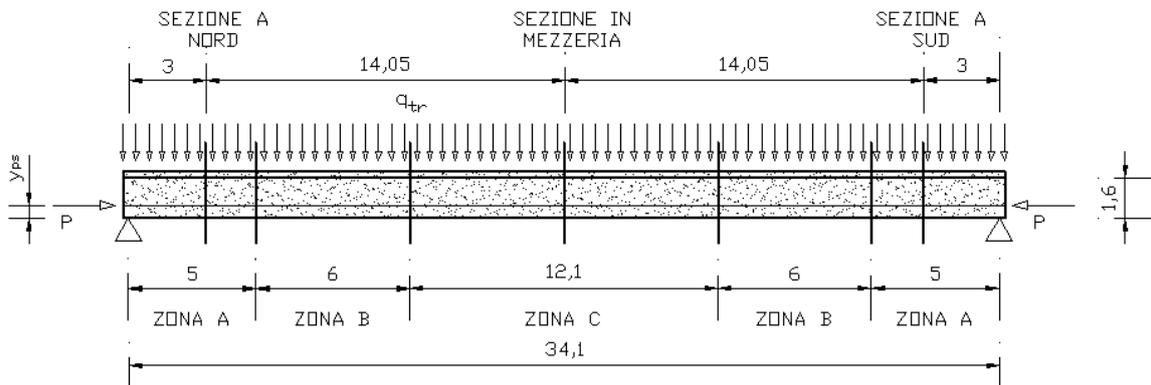


Figura 51: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$	estensione [m]
72 (zona C)	1,3350	-0,3815	0,6805	12,1
72-24 (zona B)	1,3118	-0,3965	0,6709	12
72-32 (zona A)	1,3040	-0,4044	0,6648	10
Valore medio	1,3178	-0,3935	0,6725	-

La matrice di flessibilità $[f]$ contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .

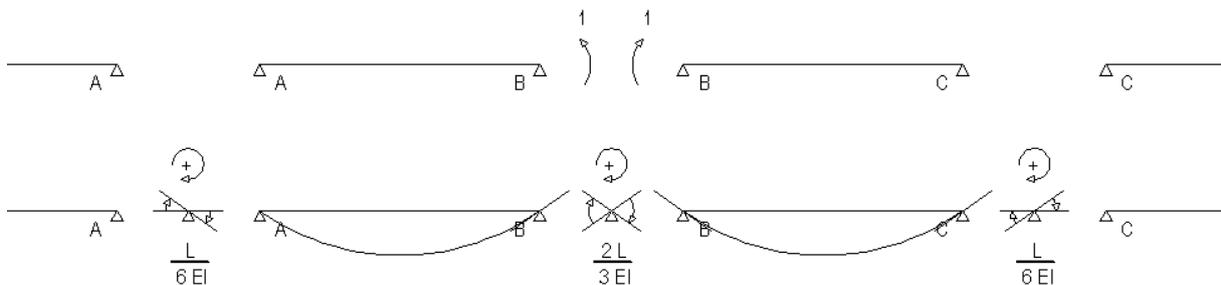


Figura 52: Determinazione della matrice di flessibilità

Si ricordi che il nostro impalcato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, per cui avremo 16 valori incogniti delle azioni iperstatiche a cui corrisponde una matrice di flessibilità 16x16.

Applicando l'espressione caratteristica del metodo delle forze si ricava i valori delle sollecitazioni iperstatiche $\{F\}$ in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

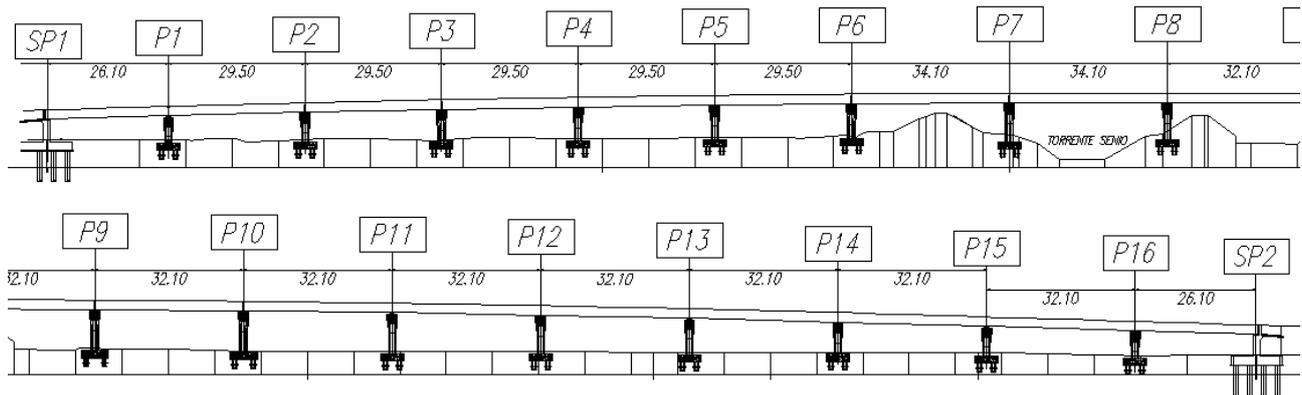


Figura 53: Profilo longitudinale dell'impalcato

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
F [KNm]	443	263	313	294	321	234	147	204

	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
F [KNm]	237	228	230	231	227	242	185	400

Questi valori delle reazioni iperstatiche sono da intendere come valori di momento positivo in corrispondenza degli appoggi.

Per il nostro studio ci interessano solo i valori della trave compresa tra le pile P7 e P8, in particolare in corrispondenza della mezzeria e per le sezioni a 3 metri dagli appoggi, valori facilmente determinabili per la linearità lungo la trave dei momenti generati dalle reazioni iperstatiche appena individuate.

Sezione	$M_{iperstatica}$ [KNm]
Nord	152
Mezzeria	175
Sud	199

Note le sollecitazioni iperstatiche possiamo determinare lo stato di deformazione da esso prodotto. La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus, svolgendo il calcolo sia per la soletta che per la trave, mostrando particolare attenzione agli istanti di tempo da considerare.

$$\bar{E}_{c,t}(209,150) = \frac{E_{c,t}(150)}{1 + \chi_t(209,150) * \phi_t(209,150)} = \frac{38073 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,49} = 26154 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{E}_{c,s}(73,14) = \frac{E_{c,s}(14)}{1 + \chi_s(73,14) * \phi_s(73,14)} = \frac{27602 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,86 * 1,05} = 14504 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

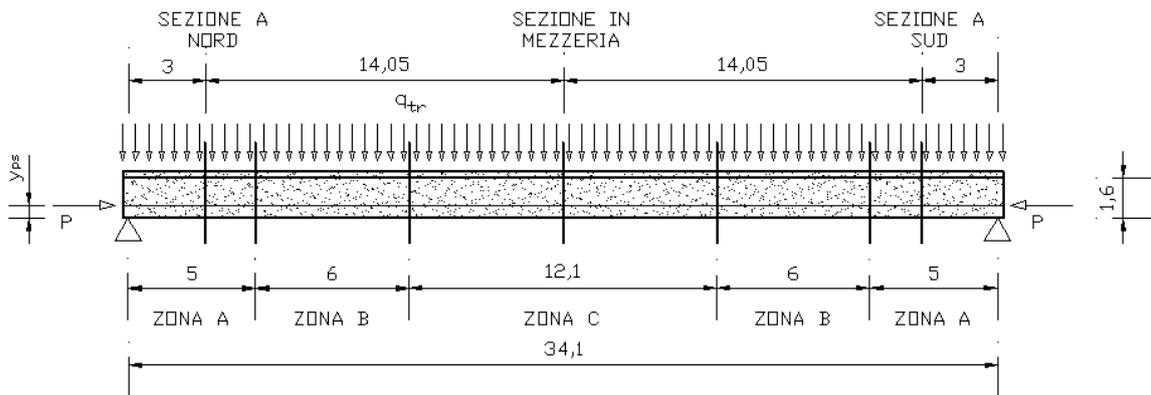


Figura 54: Profilo longitudinale dell'impalcato

		TRAVE + SOLETTA+ ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$\bar{A}_{eq}[m^2]$	$\bar{B}_{eq}[m^3]$	$\bar{I}_{eq}[m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	1,3350	-0,3815	0,6805
Nord e Sud	72-32 (zona A)	1,3040	-0,4044	0,6648

Con un’ipostazione matriciale del problema è possibile determinare le grandezze che definiscono la deformazione generata dalle sollecitazioni iperstatiche.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica} \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(209,150) \left[\bar{A}_{eq}\bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2 \right]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta\varepsilon_0 [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	3,34	10,77	-4,73	7,26
Mezzeria	3,34	11,70	-5,43	7,68
Sud	4,37	14,10	-6,20	9,51

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire alla variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo della trave e nell’armatura pretesa.

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	-0,12	0,19	1,70
Mezzeria	-0,14	0,20	2,06
Sud	-0,16	0,24	2,23

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

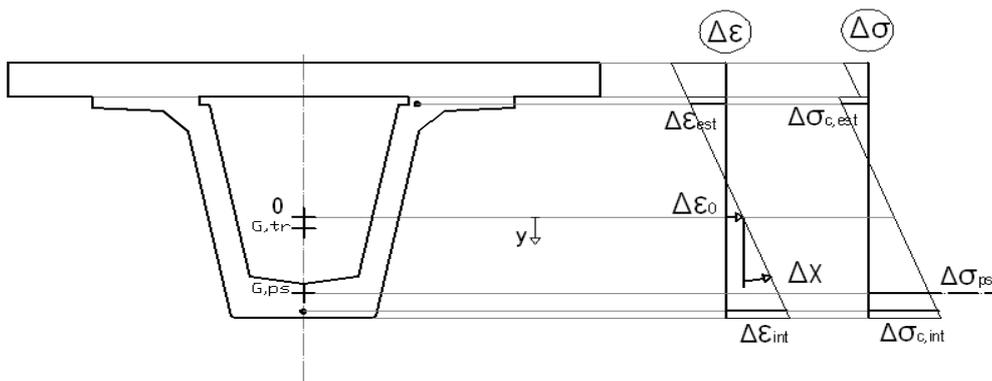


Figura 55: Variazione dello stato di deformazione e dello stato di tensione

Determinati i fenomeni elastici e viscosi della reazione iperstatica che insorge per l’introduzione del vicolo esterno posticipato, dobbiamo valutare gli effetti viscosi del carico da precompressione del peso proprio della trave e della soletta, nonché gli effetti del ritiro del calcestruzzo e il rilassamento delle armature pretese.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d’inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo aggiustato, definito dal metodo dell’Age Adjusted Effective Modulus. Il

calcolo va svolto sia per la soletta che per la trave, mostrando particolare attenzione agli istanti di tempo da considerare.

$$\bar{E}_{c,t}(209,150) = \frac{E_{c,t}(150)}{1 + \chi_t(209,150) * \phi_t(209,150)} = \frac{38073 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,93 * 0,49} = 26154 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{E}_{c,s}(73,14) = \frac{E_{c,s}(14)}{1 + \chi_s(73,14) * \phi_s(73,14)} = \frac{27602 \text{ N/mm}^2}{1 + 0,86 * 1,05} = 14504 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

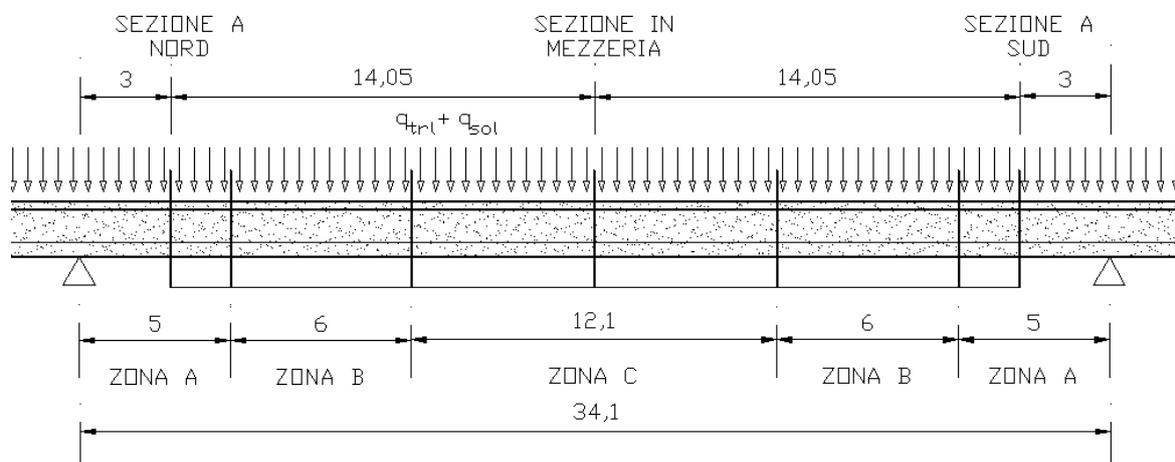


Figura 56: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

Sezione	n_{TREF}	TRAVE + SOLETTA+ ARMATURA PRETESA		
		$\bar{A}_{eq} [m^2]$	$\bar{B}_{eq} [m^3]$	$\bar{I}_{eq} [m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	1,3350	-0,3815	0,6805
Nord e Sud	72-32 (zona A)	1,3040	-0,4044	0,6648

Per procedere nel calcolo è necessario determinare le sollecitazioni provocate da ciascuno degli effetti sopra elencati, nell'ipotesi di introdurre un vincolo fittizio agli estremi della trave.

Per determinare le sollecitazioni fittizie generate dagli effetti viscosi è necessario determinare i parametri geometrici considerando solo le porzioni in calcestruzzo che costituiscono la sezione, poi con l'opportuno coefficiente di viscosità residuo e modulo di elasticità aggiustato, si calcolano le sollecitazioni ricercate.

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(209,150) [\phi(209,1) - \phi(150,1)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_{0,redist} \\ \chi + \Delta\chi_{redist} \end{bmatrix} \right\}_i$$

In questa espressione vengono considerati gli effetti viscosi del peso proprio della trave, del peso proprio della soletta e del carico da precompressione, nonché gli effetti viscosi delle redistribuzioni interne delle tensioni che si sono manifestate durante la prima, la seconda e la terza fase di vita dell'impalcato. In questa espressione non va considerata la soletta in quanto gli stati tensionali considerati sono applicati precedentemente la completa maturazione.

L'espressione appena riportata è solo qualitativa. Quella più dettagliata è riportata nell'appendice H.

Viscosità peso proprio e precompressione $\phi(209,1) - \phi(150,1) = 0,09$					
Sezione	$A_c[m^2]$	$B_c[m^3]$	$I_c[m^4]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Nord	0,7801	0,0258	0,2381	392	241
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	772	-37,2
Sud	0,7801	0,0258	0,2381	384	278

Procedimento del tutto analogo si svolge per la determinazioni delle sollecitazioni fittizie associate al ritiro del calcestruzzo. Nei risultati appena esposti si mette in conto l'effetto di contrasto delle armature pretese che riduce il ritiro pari al 78% e al 48% del valore totale, rispettivamente per le sezioni vicino agli appoggi e per la sezione di mezzeria (vedi appendice E).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(209,150) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{0,cs} \\ \Delta\chi_{cs} \end{bmatrix} \right\}_i$$

Per il ritiro va considerato anche il contributo della soletta, quindi nella sommatori abbiamo due contributi. Il calcolo deve essere svolto ponendo particolare attenzione all'utilizzo degli opportuni moduli elastici, nonché ai coefficienti di viscosità. Per la soletta il calcolo viene svolto prescindendo dall'effetto di contrasto delle armature. Riportiamo i risultati nelle seguenti tabelle.

Ritiro del calcestruzzo per la trave (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(209,1) - \varepsilon_{cs}(150,1) = -34,54 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c[m^2]$	$B_c[m^3]$	$I_c[m^4]$	$\Delta\varepsilon_{0,cs}[\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi_{cs}[\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-25,55	11,22	513,90	-52,65
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,2381	-30,74	4,74	623,98	-8,82

Ritiro del calcestruzzo per la soletta (essiccamento e autogeno) $\varepsilon_{cs}(73,1) - \varepsilon_{cs}(14,1) = -48,73 \mu\varepsilon$							
Sezione	$A_c[m^2]$	$B_c[m^3]$	$I_c[m^4]$	$\Delta\varepsilon_{0,cs}[\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi_{cs}[\mu\varepsilon/m]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Mezzeria	0,7801	0,0258	0,2381	-48,73	0,00	618	-572
Nord e Sud	0,7801	0,0258	0,6961	-48,73	0,00	618	-572

Dai risultati si nota che per la soletta non si ha distinzione dei risultati fra le sezioni esaminate. Ciò è dovuto al prescindere dall'effetto di contrasto, che per la trave si distingue a seconda della sezione considerata.

Per considerare l'effetto delle armature pretese è necessario definire una variazione di tensione associata al solo rilassamento dell'armatura che sia indipendente dagli altri fenomeni. Nel calcolo si mette in conto anche l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo (vedi appendice D).

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} A_{ps} [\Delta\sigma_{pr}(209,1) - \Delta\sigma_{pr}(150,1)] \\ A_{ps} e_{ps} [\Delta\sigma_{pr}(209,1) - \Delta\sigma_{pr}(150,1)] \end{array} \right\}_i$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Rilassamento delle armature pretese					
$\Delta\sigma_{ps} = \Delta\sigma_{ps}(209,1) - \Delta\sigma_{ps}(150,1)$					
Sezione	$A_{ps}[m^2]$	$\Delta\sigma_{ps}[N/mm^2]$	$e_{G,ps}[m^4]$	$\Delta N[KN]$	$\Delta M[KNm]$
Mezzeria	0,009121	-159,00	0,5944	-1450	-862
Nord e Sud	0,005067	-154,93	0,4806	-785	-377

Considerando la somma dei tre fenomeni, si eliminano i vincoli fittizi e si determinano le deformazioni generate dalle sollecitazioni applicate di segno opposto.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq} & -\bar{B}_{eq} \\ -\bar{B}_{eq} & \bar{A}_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(209,150) [\bar{A}_{eq}\bar{I}_{eq} - \bar{B}_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella

Sezione	$-\Delta N[KN]$	$-\Delta M[KNm]$	$\Delta\varepsilon_0[\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi[\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est}[\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int}[\mu\varepsilon]$
Nord	-849	716	-14,95	32,11	-39,04	8,81
Mezzeria	-454	1523	13,62	93,26	-56,32	82,64
Sud	-841	679	-15,46	29,68	-37,72	6,50

Associata a questa variazione di deformazione causata dal ritiro e dalla viscosità del calcestruzzo, nonché dal rilassamento delle armature pretese, non è associata alcuna variazione dello stato di sollecitazione, insorge però una redistribuzione delle tensioni interne (vedi appendice H).

Sezione	$\Delta\sigma_{c,est}[N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{c,int}[N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps}[N/mm^2]$
Nord	0,89	3,81	-154,83
Mezzeria	1,88	4,68	-145,18
Sud	0,79	3,91	-155,17

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

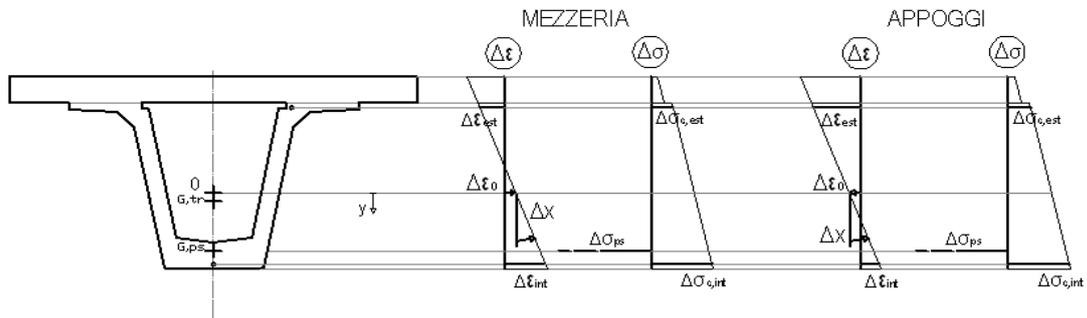


Figura 57: Variazione dello stato di deformazione e redistribuzione dello stato di tensione

Per questo quarto confronto ci resta da determinare la deformazione elastica del peso proprio della pavimentazione, vengono quindi utilizzate le equazioni che governano la quinta fase di vita dell'impalcato.

La procedura prevede il calcolo delle grandezze caratteristiche della sezione, quali area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente, mediante un modulo di elasticità del calcestruzzo valutato all'istante di applicazione del carico(vedi appendice C).

$$E_{c,t}(209) = 38159 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,s}(73) = 37336 \text{ N/mm}^2$$

Utilizzando il modulo di elasticità appena determinato la procedura prevede la nuova determinazione dei parametri che caratterizzano la sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente; il tutto distinguendo il calcolo per le tre sezioni esaminate.

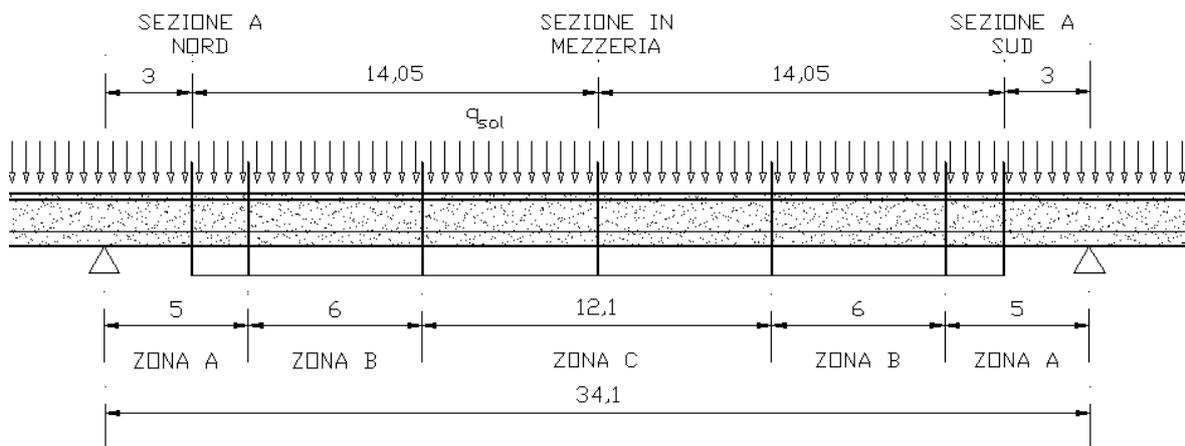


Figura 58: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

		TRAVE +SOLETTA+ ARMATURA PRETESA		
Sezione	n_{TREF}	$A_{eq}[m^2]$	$B_{eq}[m^3]$	$I_{eq}[m^4]$
Mezzeria	72 (zona C)	1,6840	-0,7376	0,9920
Nord e Sud	72-32 (zona A)	1,6627	-0,7533	0,9812

Individuate le caratteristiche della sezione dobbiamo calcolare la sollecitazione generata dal peso proprio della pavimentazione $q_{pav} = 14,94 KN/m$. Questo carico viene ad agire su una struttura iperstatica, ovvero una trave continua su 18 appoggi, per questo motivo le sollecitazioni vengono determinate con un normale programma di calcolo.

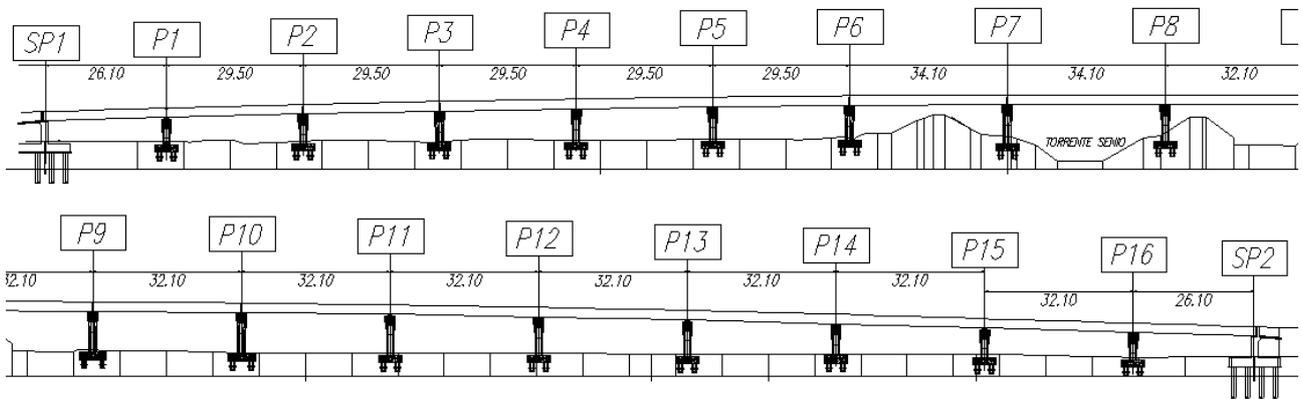


Figura 59: Profilo longitudinale dell'impalcato

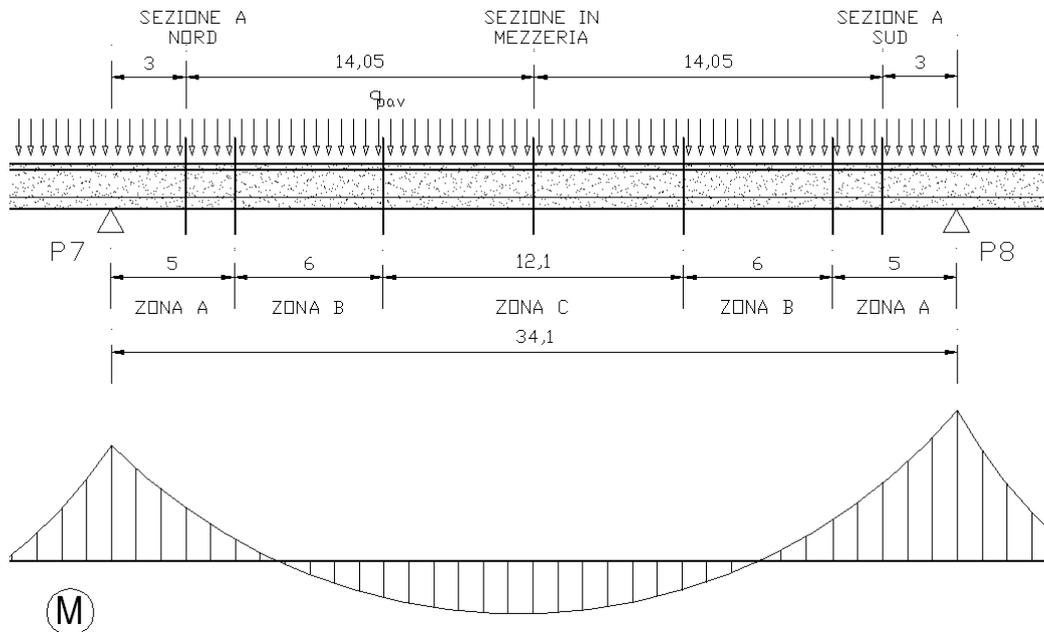


Figura 60: Diagramma delle sollecitazioni flessionali generate dal peso proprio della pavimentazione

Sezione	$M_{q,pav}[KNm]$
Nord	-614,87
Mezzeria	789,02
Sud	-784,57

Con un'impostazione matriciale del problema è possibile individuare le grandezze che definiscono la deformazione elastica generata dal peso proprio della soletta.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\chi \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq} & -B_{eq} \\ -B_{eq} & A_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{q,pav} \end{bmatrix}}{E_{c,t}(209) [\bar{A}_{eq}I_{eq} - \bar{B}_{eq}^2]}$$

Riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezione	$\Delta\varepsilon_o [\mu\varepsilon]$	$\Delta\chi [\mu\varepsilon/m]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	-10,55	-24,08	7,51	-28,37
Mezzeria	14,26	31,80	-9,59	37,79
Sud	-14,55	-32,12	9,54	-38,32

Con gli opportuni moduli di elasticità è possibile risalire anche alla variazione dello stato tensionale del calcestruzzo e dell'armatura pretesa.

Sezione	$\sigma_{c,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{c,int} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{ps} [N/mm^2]$
Nord	0,28	-1,08	-4,42
Mezzeria	-0,36	1,44	6,63
Sud	0,36	-1,46	-5,99

Per comprendere meglio i risultati appena ottenuti si riporta la seguente immagine.

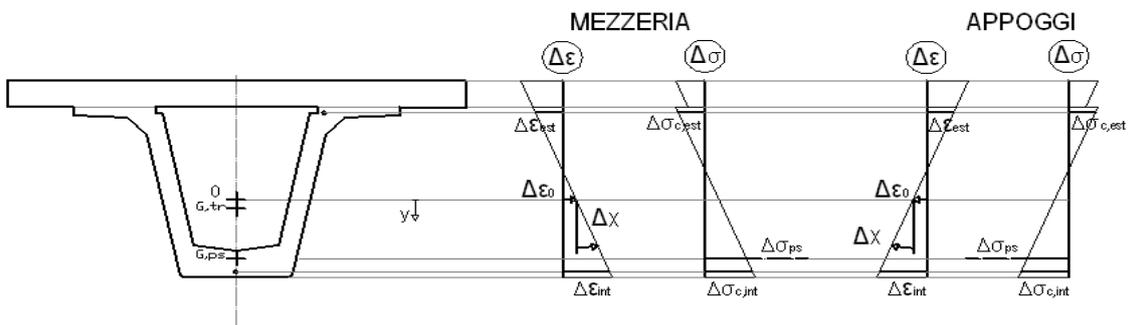


Figura 61: Variazione dello stato di sollecitazione e dello stato di tensione

Come già sottolineato le deformazioni calcolate per svolgere il 4° confronto, sono la somma di tre contributi, associate alle diverse fasi di realizzazione dell'impalcato. Vediamo ora di sommarle e riportare i risultati nella seguente tabella.

dal getto della soletta all'applicazione del peso proprio della pavimentazione (4° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est.	-11,03	-70,87	-36,50
Int.	-77,49	-15,40	-76,50

Confronto delle deformazioni dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)

In questo paragrafo ci interessa confrontare le deformazioni rilevate con le deformazioni calcolate nell'intervallo temporale che parte dal getto della soletta e si conclude alla realizzazione della pavimentazione.

dal getto della soletta alla realizzazione della pavimentazione (4° confronto)			
	Sezione a Nord [$\mu\epsilon$]	Sezione in Mezzeria [$\mu\epsilon$]	Sezione a Sud [$\mu\epsilon$]
Est. Rilevato	-26,06	-35,64	-17,27
Est. Calcolato	-38,24	-125,49	-29,23
Est. Calcolato M.A.	-11,03	-70,87	-36,50
Int. Rilevato	-66,68	-29,73	-89,46
Int. Calcolato	-96,73	33,05	-113,41
Int. Calcolato M.A.	-77,49	-15,40	-76,50

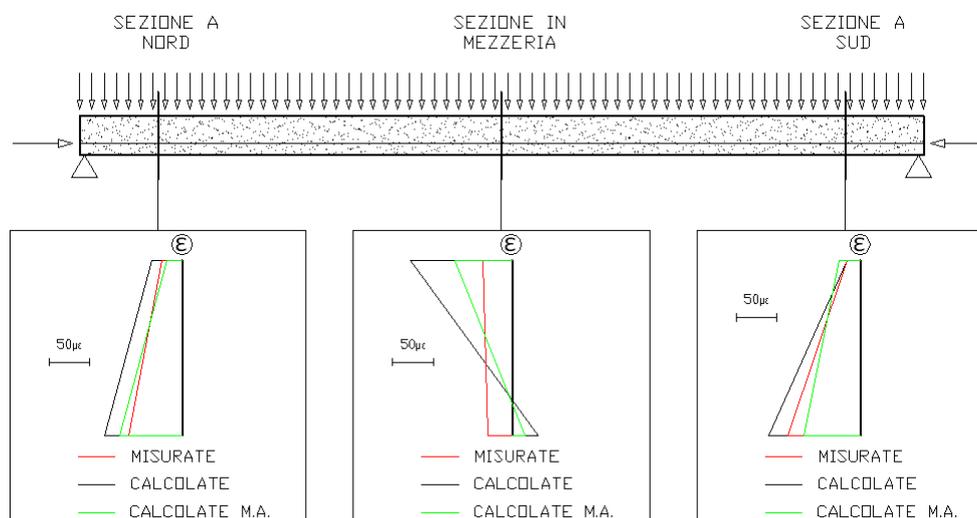


Figura 62: Confronto fra le deformazioni rilevate e le deformazioni calcolate

Per tutte e tre le sezioni esaminate il metodo di calcolo appena utilizzati fornisce risultati sicuramente migliori rispetto a quelli ricavati nel capitolo precedente. Per la sezione di mezzeria si nota sempre un differenza consistente fra le misure e i calcoli. Questo è sicuramente dovuto alle imprecisioni associate al metodo di calcolo e ai parametri del modello, che vengono ad accumularsi nei successivi calcoli.

Analisi del comportamento durante l'esercizio dell'impalcato

L'obiettivo di questo capitolo consiste nel confrontare le deformazioni rilevate con quelle calcolate mediante un metodo semplificato per istanti di tempo successivi alla conclusione della realizzazione dell'impalcato.

Le deformazioni rilevate sono ottenute mediante un monitoraggio in continuo per 670 giorni con una rilevazione ogni 4 ore, iniziato il 28/10/09 e concluso il 30/08/11. Tali misure devono essere depurate dagli effetti termici potendo così individuare fenomeni generati dai soli carichi. Gli effetti termici si manifestano con due contributi, il primo è associato alle dilatazioni termiche del calcestruzzo e dell'acciaio che realizza la corda vibrante dello strumento di misura, il secondo effetto è dovuto al contrasto alle dilatazioni termiche del calcestruzzo esercitato dagli appoggi scorrevoli che realmente hanno un comportamento non ideale e quindi provocano l'insorgere di azioni parassite. Il primo dei due effetti termici è già stato eliminato nel capitolo associato all'elaborazione delle misure, il secondo effetto termico viene analizzato nel presente capitolo mediante la metodologia illustrata nell'appendice L.

Le deformazioni calcolate saranno valutate mediante un metodo di calcolo semplificato, applicabile solo per istanti di tempo successivi alla conclusione della realizzazione dell'impalcato. Esso consiste nell'applicazione di una semplice espressione, sia per la determinazione dello stato di sollecitazione sia per il calcolo del campo di spostamento.

$$M(x, t) = M_I(x) + \xi(t) * [M_{II}(x) - M_I(x)]$$

$$v(x, t) = v_I(x, t) + \xi(t) * [v_{II}(x, t) - v_I(x, t)]$$

Il pedice *I* indica la soluzione nella configurazione pensata con l'assenza di vincoli posticipati (struttura isostatica con una sezione resistente composta dalla trave), il pedice *II* indica la soluzione nella configurazione pensata con la presenza di vincoli preesistenti (struttura iperstatica con una sezione resistente composta), $\xi(t)$ è il coefficiente di redistribuzione definito come l'aliquota della sollecitazione provocata dalle reazioni iperstatiche valutate sulla struttura a vincoli preesistenti che per viscosità producono gli incrementi degli effetti iperstatici.

Determinato lo stato di sollecitazione si risale allo stato tensionale e a quello deformativo mediante gli opportuni valori di momento di inerzie e modulo di elasticità.

$$\sigma(y, x, t) = \frac{M(x, t)}{I_{eq}(x, t)} y$$

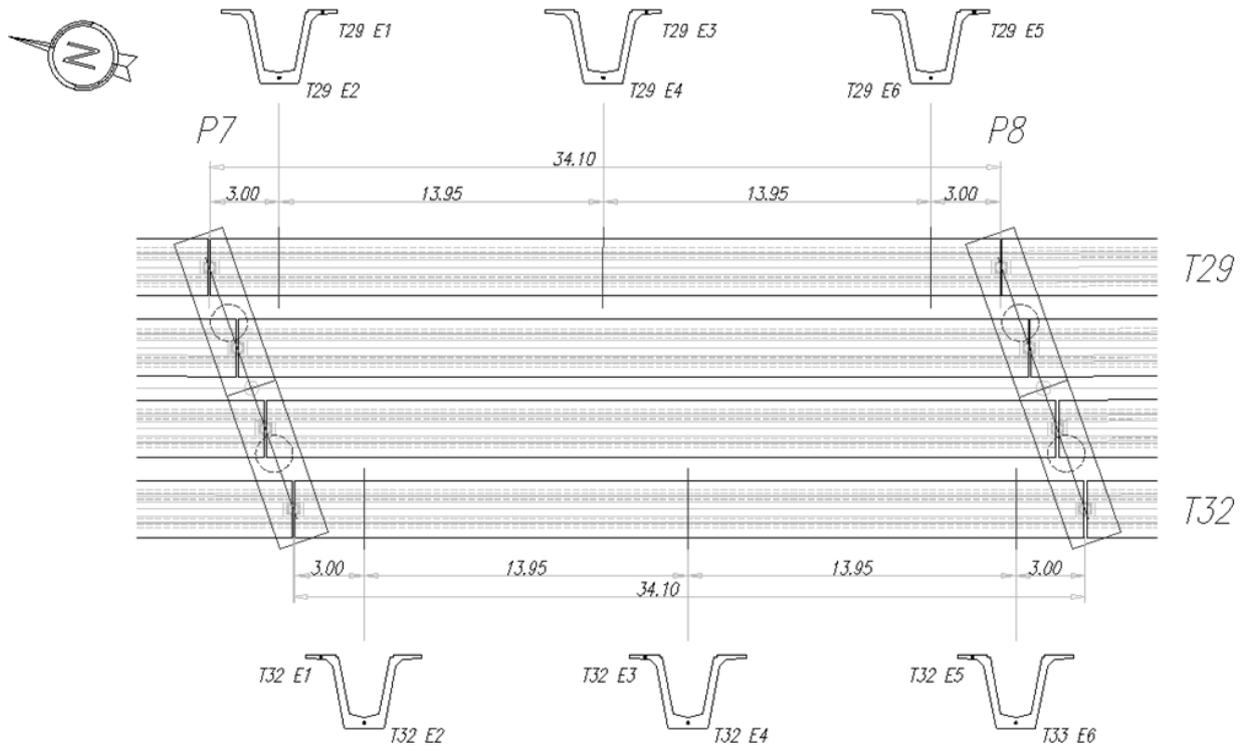
$$\varepsilon(y, x, t) = \frac{\sigma(y, x, t)}{E_{c,t}(t)}$$

Lo stato deformativo è quello utilizzato per svolgere il confronto.

In questo capitolo dall'andamento nel tempo delle deformazioni rilevate verranno anche determinate le deformazioni a tempo infinito nonché il coefficiente di viscosità.

Depurazioni dagli effetti termici

Le rilevazioni di deformazione svolte per l'estradosso e l'intradosso di 6 sezioni significative, 3 per ogni trave di estremità dell'impalcato, sono affette da fenomeni termici. Si vuole ora eliminare tale influenza per poter analizzare fenomeni generati dai soli carichi esterni.

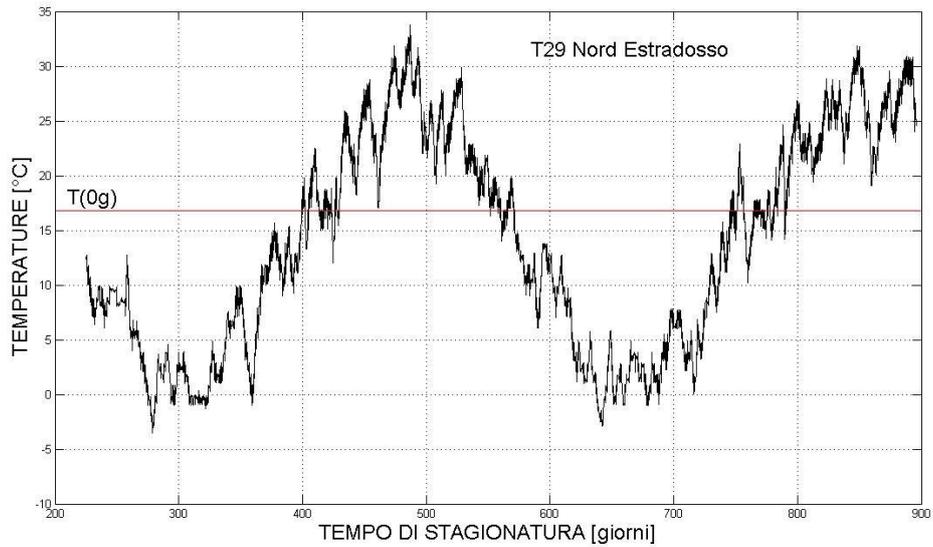
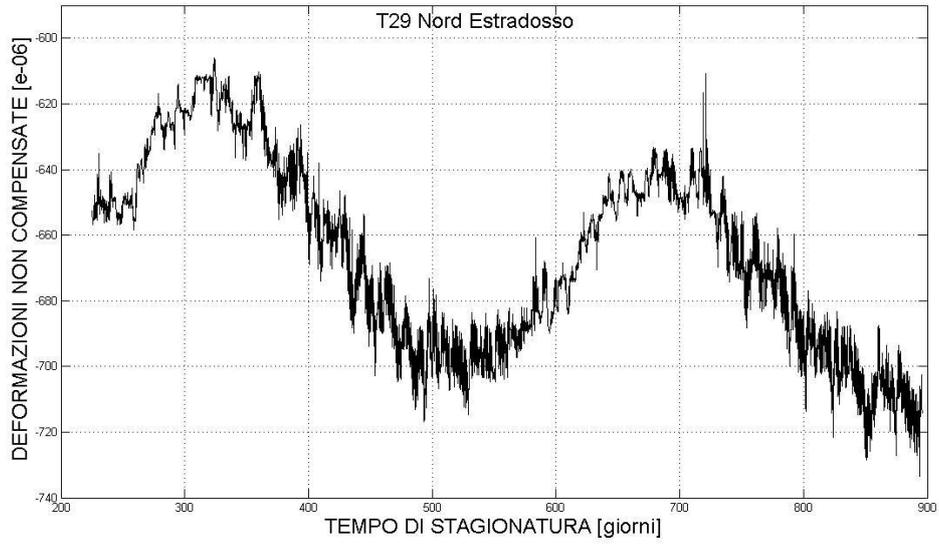


L'eliminazione di questi effetti termici è stato svolto per l'estradosso e l'intradosso di tutte e 6 le sezioni significative, ma per non appesantire la relazione verranno riportati i risultati solo per l'estradosso della sezione a nord della trave 29 e per l'intradosso della sezione di mezzera della trave 32.

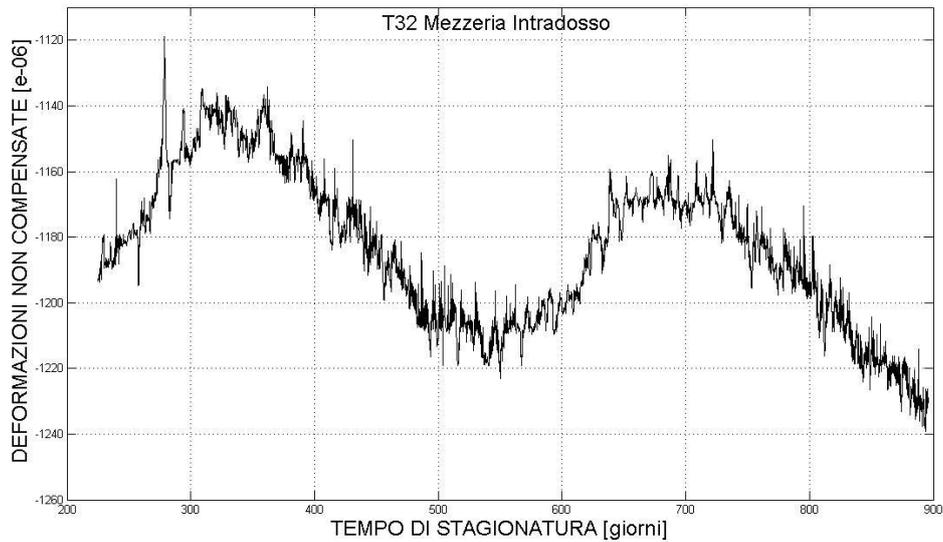
Come già sottolineato gli effetti termici si manifestano con due contributi, il primo è associato alle dilatazioni termiche del calcestruzzo e dell'acciaio che realizza la corda vibrante dello strumento di misura, il secondo effetto è dovuto al contrasto alle dilatazioni termiche del calcestruzzo esercitato dagli appoggi scorrevoli che realmente hanno un comportamento non ideale e quindi provocano l'insorgere di azioni parassite.

I dati ottenuti dalla strumentazione consistono in un grafico che illustra l'andamento nel tempo delle deformazioni e delle temperature.

Riportiamo i risultati per l'estradosso della sezione a nord della trave 29.



Riportiamo anche i risultati per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32.

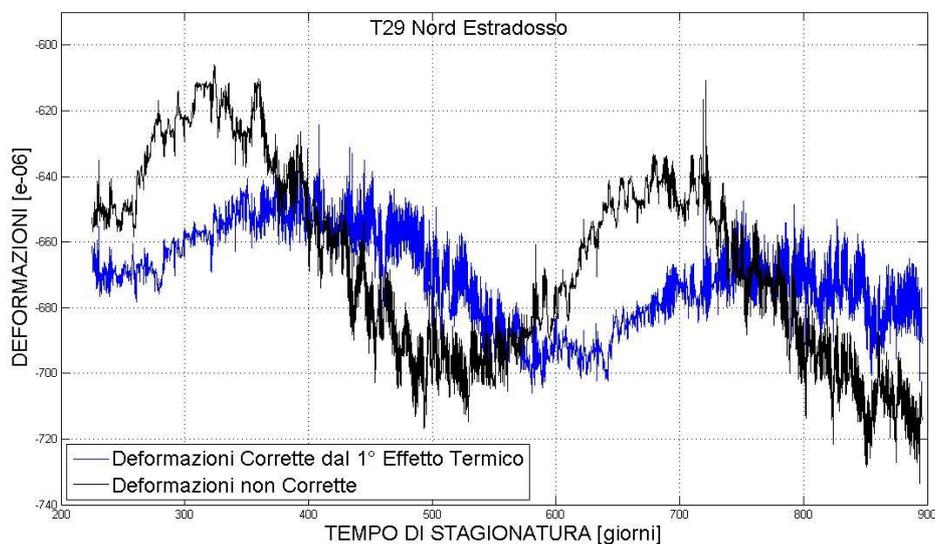


Per eliminare l'effetto termico associato ai fenomeni di dilatazione termica del calcestruzzo e della corda vibrante che realizza lo strumento di misura si utilizza la seguente espressione.

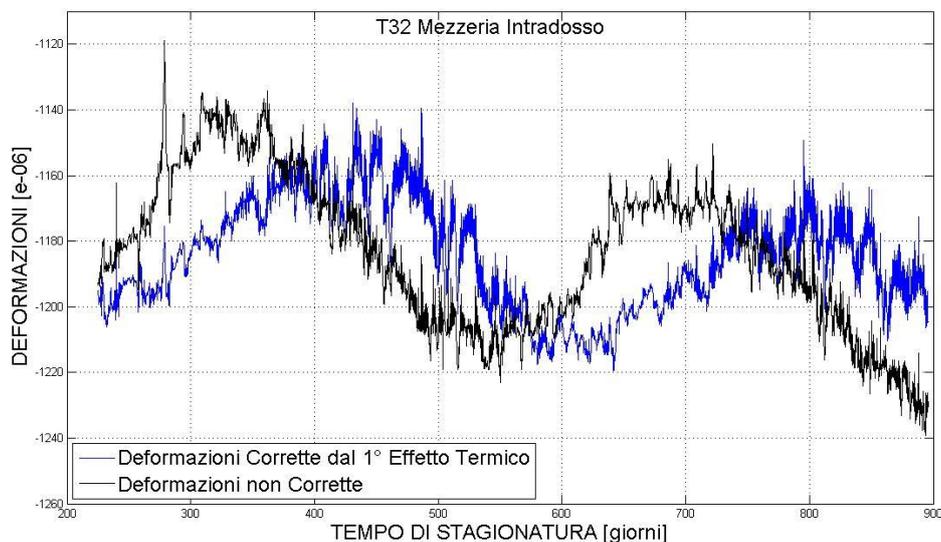
$$\mu\varepsilon_{CLS,C} = (\mu\varepsilon_e - \mu\varepsilon_0) + (T_e - T_0)(\alpha_{CV} - \alpha_{CLS})$$

Applicando questa formula si ottiene la deformazione $\mu\varepsilon_{CLS,C}$ del calcestruzzo attribuibile solo ai carichi. $\mu\varepsilon_0$ e $\mu\varepsilon_e$ sono le letture di deformazioni, rispettivamente, ad un istante di riferimento e ad un generico istante di esercizio, mentre T_0 e T_e sono le relative temperature. α_{CV} e α_{CLS} sono i coefficienti di dilatazione termica dell'acciaio che realizza la corda vibrante e del calcestruzzo assunti, rispettivamente, pari a $12,2 * 10^{-6}/^{\circ}C$ e $10,5 * 10^{-6}/^{\circ}C$.

Riportiamo le deformazioni corrette da questo 1° effetto termico per l'estradosso della sezione a nord della trave 29.



Riportiamo anche i risultati per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32.



Per correggere le misure dal secondo effetto termico dobbiamo considerare l'impalcato nel suo insieme per valutare l'influenza delle azioni parassite esercitate dai vincoli non ideali.

Questo calcolo viene svolto considerando la trave che realizza l'impalcato soggetto ad una variazione di temperatura uniforme lungo l'altezza e uniforme lungo l'asse longitudinale delle trave. Ciò è convalidato dalle misure di temperature fornite dai 6 strumenti disposti all'estradosso e all'intradosso delle tre sezioni monitorate della trave oggetto di studio.

Il calcolo viene svolto considerando l'applicazione delle azioni parassite in corrispondenza dei vincoli non ideali, ovvero all'intradosso della trave e non in coincidenza del baricentro della sezione. Per questo motivo anche in presenza di variazioni di temperatura uniformi lungo l'altezza insorgono oltre a sollecitazioni assiali anche sollecitazioni flessionali.

Ricordiamo che il nostro impalato si compone di 18 appoggi, inclusi i due terminali in corrispondenza delle spalle, di cui solo in corrispondenza della pile P9 e P10 abbiamo vincolato lo spostamento orizzontale. In tutti gli altri appoggi insorgono le azioni parassite.

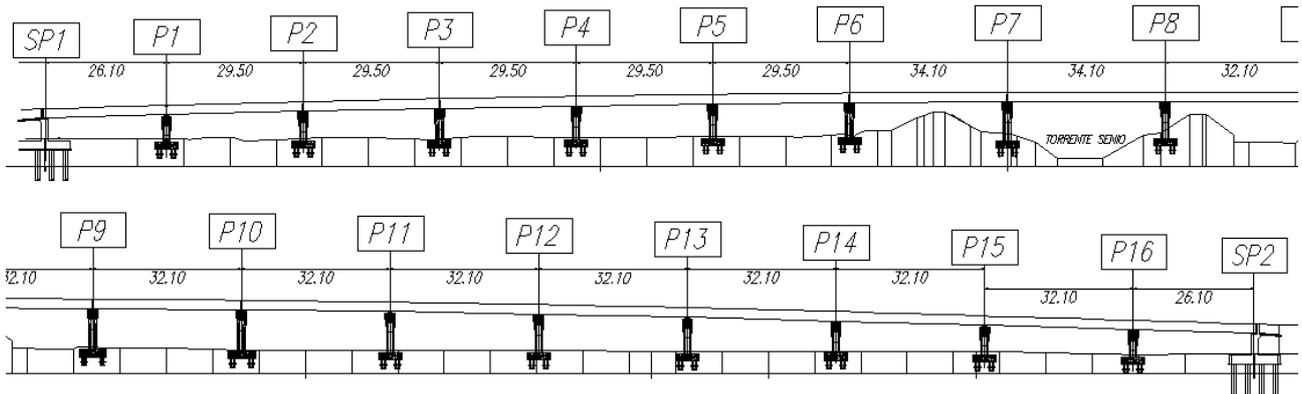


Figura 1: Profilo longitudinale dell'impalato

Il calcolo di queste azioni parassite viene svolto utilizzando un programma di calcolo in cui l'azione parassita è applicata mediante delle molle assiali, le quali sono eccentriche, e l'eccentricità è garantita dalla realizzazione di link rigidi che assicurano l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

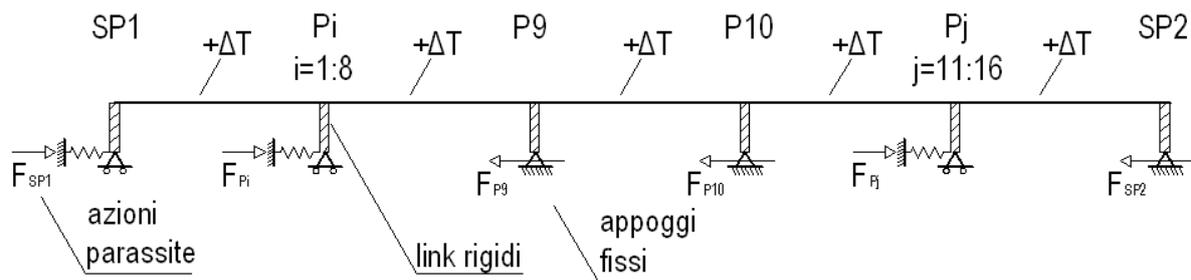
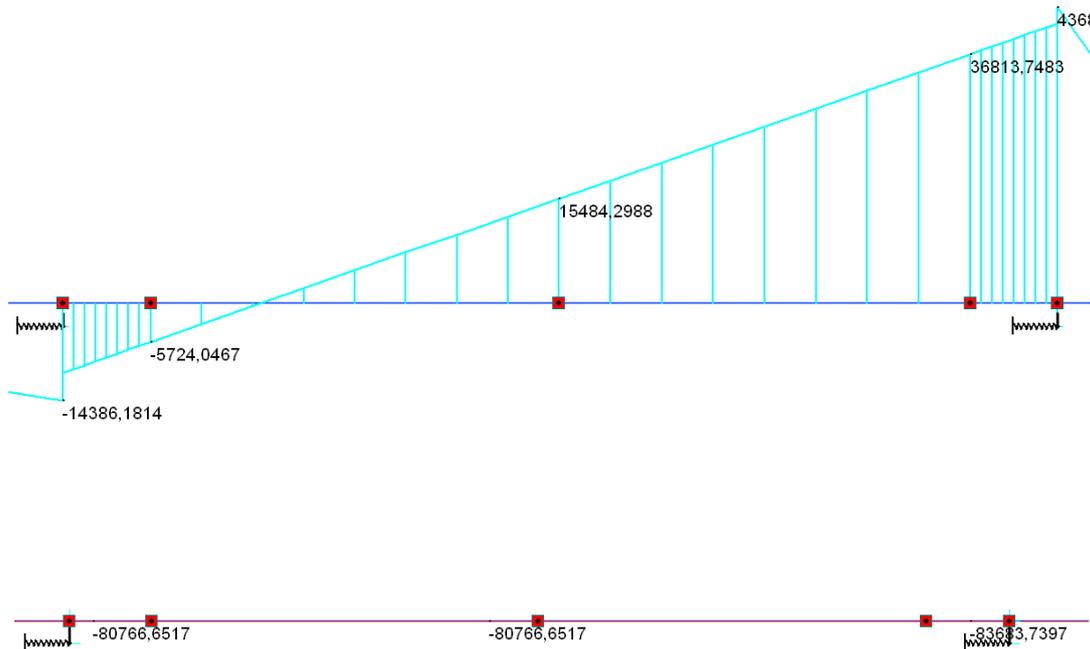


Figura 2: Modello dell'impalato usato per determinare gli effetti delle azioni parassite

Applicando una variazione di temperatura uniforme lungo l'altezza e lungo l'asse dell'impalcato, il nostro modello ci fornisce le seguenti sollecitazioni per le sezioni oggetto di confronto.



Raccogliamo i risultati in una tabella.

Sollecitazioni Parassite per un $\Delta T = 1^\circ C$		
Sezione	Momento [KNm]	Sforzo Normale [KN]
Nord	-5,72	-80,76
Mezzeria	15,48	-80,76
Sud	38,81	-80,76

Per risalire allo stato di deformazione in corrispondenza degli strumenti di misura, provocato da una variazione di temperatura unitaria, si assume la sezione composta da trave e dalla soletta, con un modulo elastico pari a quello del calcestruzzo che realizza la trave valutato ad un tempo di stagionatura coincidente con quello dell'inizio del monitoraggio in continuo.

$$A = 1,6551 m^2$$

$$I = 1,1304 m^2$$

$$E_{c,t}(225) = 38198 [N/mm^2]$$

$$y_G = 1,2734 \text{ (distanza dall'intradosso del baricentro)}$$

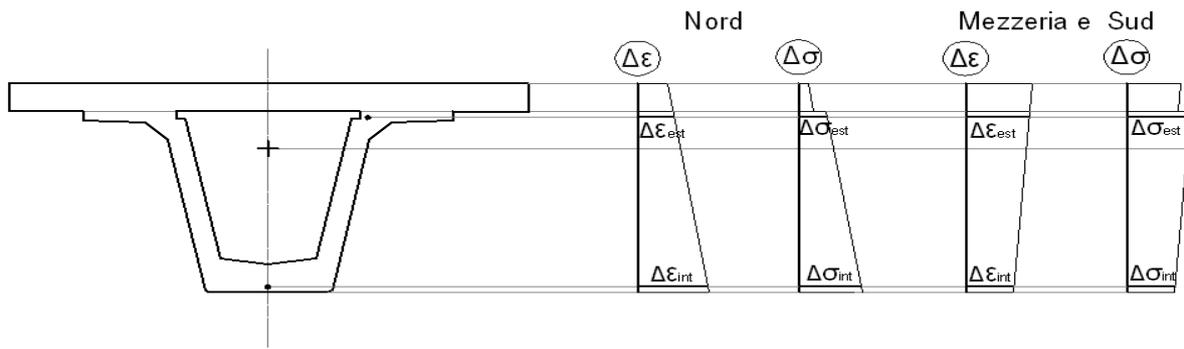


Figura 3: Stato di deformazione e di tensione generato dalle azioni parassite

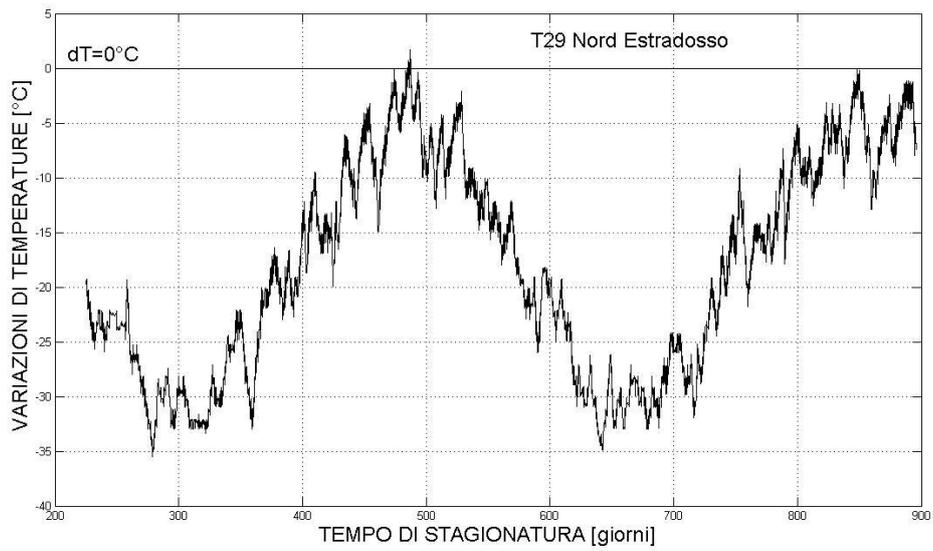
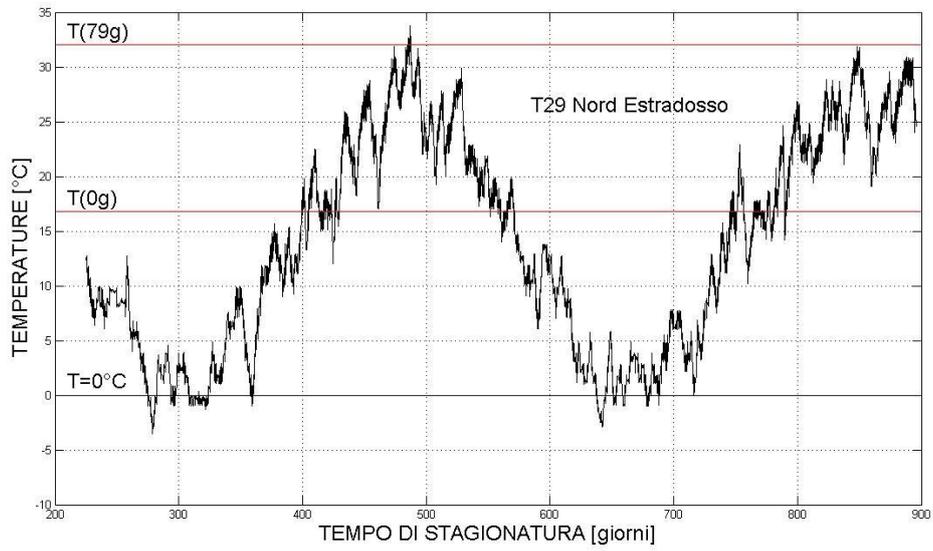
Riportiamo i risultati in una tabella.

Tensioni e Deformazioni Parassite per un $\Delta T = 1^\circ C$				
Sezione	$\Delta\sigma_{est} [N/mm^2]$	$\Delta\sigma_{int} [N/mm^2]$	$\Delta\varepsilon_{est} [\mu\varepsilon]$	$\Delta\varepsilon_{int} [\mu\varepsilon]$
Nord	-0,0473	-0,0549	-1,2406	-1,4380
Mezzeria	-0,0526	-0,0321	-1,3769	-0,8427
Sud	-0,0583	-0,0071	-1,5270	-0,1877

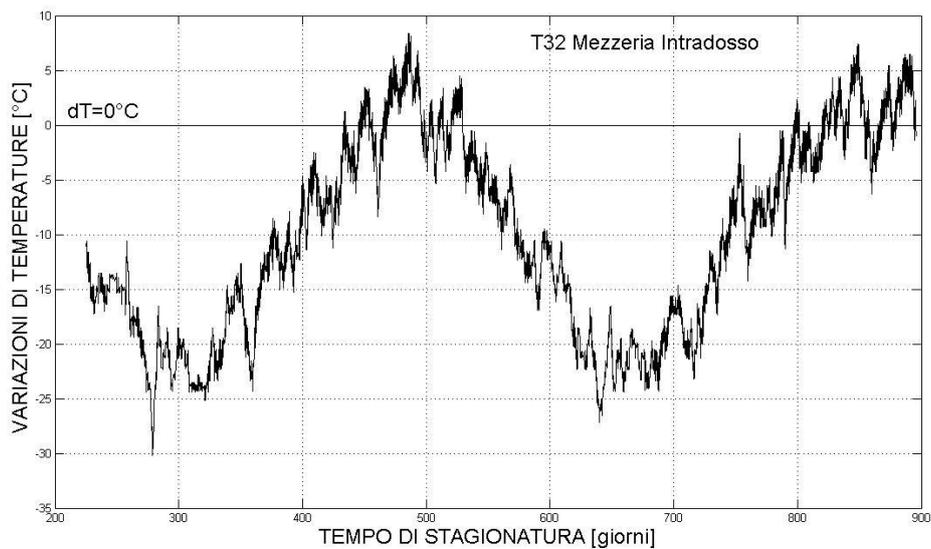
Nota la variazione di deformazione provocata da una variazione di temperatura unitaria, e conoscendo l'effettiva variazione di temperatura, è facile determinare l'effettiva variazione di deformazione con una semplice proporzione lineare, in quanto nel calcolo delle deformazioni la temperatura appare come termine lineare ($\Delta\varepsilon = \alpha\Delta T$).

L'aspetto fondamentale per il calcolo delle variazioni di temperature è la scelta della temperatura di riferimento, che viene assunta pari a quella misurata all'atto dell'introduzione del vincolo esterno posticipato, ovvero quando le travi già varate isostaticamente cominciano a comportarsi come un'unica trave continua su più appoggi. Il motivo di questa scelta dovuto al fatto che è da tale istante che iniziano a manifestarsi gli effetti di contrasto dei vincoli non ideali.

Riportiamo le temperature e le variazioni di temperatura per l'estradosso della sezione a nord della trave 29.

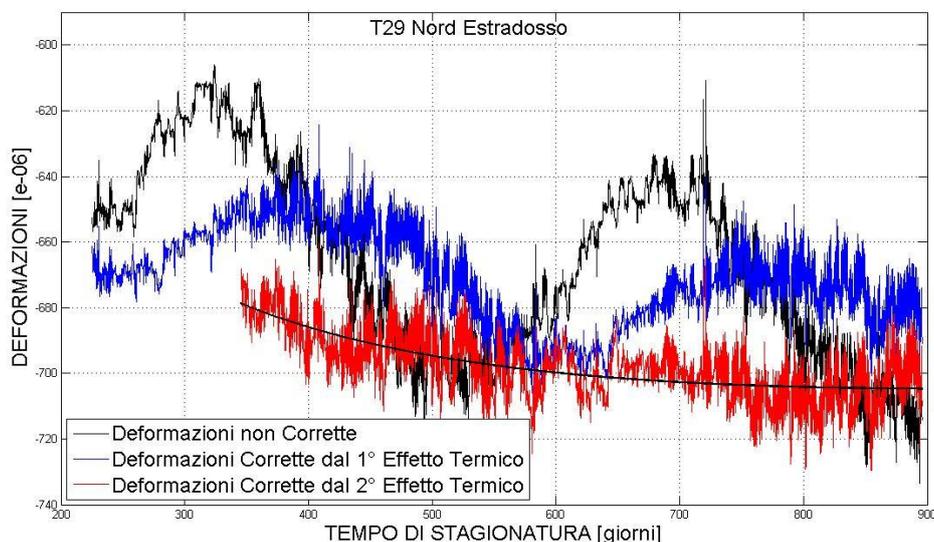


Riportiamo le medesime informazioni per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32.

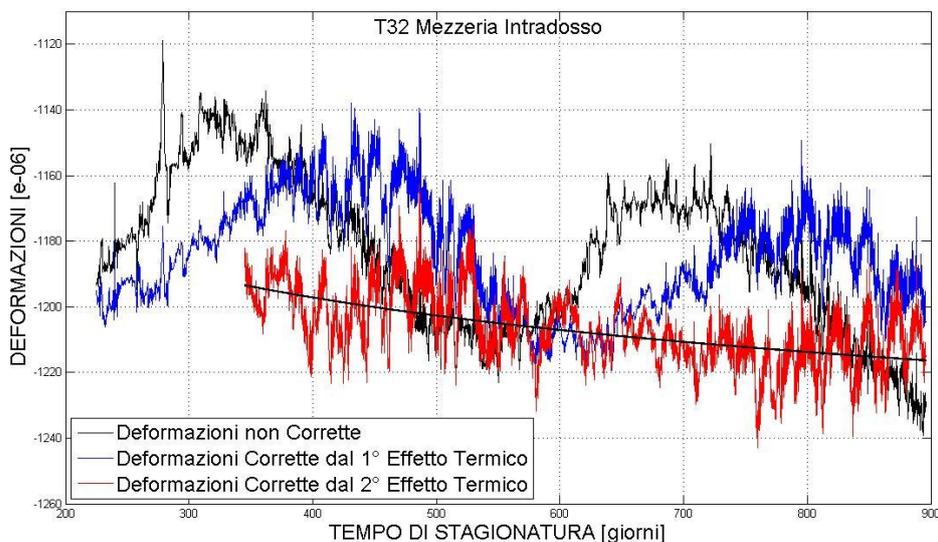


Se la variazione di temperatura risulta negativa, lo stato tensionale prodotto dalle azioni parassite esercitate dai vincoli non ideali è di trazione, questo effetto deve essere eliminato. Per questo motivo le deformazioni corrette sono ottenute mediante una sottrazione, dai valori con non corretti, delle deformazioni generate dalle azioni parassite.

Per l'estradosso della sezione a nord della trave 29 riportiamo le deformazioni corrette da questo 2° effetto termico.



Mentre per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32 i risultati sono i seguenti.



La correzione delle deformazioni associate a questo effetto termico è stata applicata con uno sfasamento temporale di 120 giorni. Ciò è stato necessario per ottenere un andamento che escludesse le grandi oscillazioni nel tempo. Questo implica che l'inerzia termica dell'impalcato ha caratteristiche stagionali, ad esempio, gli effetti di una calda estate si ripercuotono fino ai primi periodi dell'autunno. Le deformazioni corrette da entrambi gli effetti termici sono comunque soggette a piccole oscillazioni attribuibili al flusso veicolare. Per eliminare questo effetto è stata realizzata una interpolazione mediante una legge logaritmica, caratterizzata da un asintoto orizzontale per lunghi tempi di stagionatura.

Calcolo del coefficiente di viscosità mediante i dati sperimentali

Nota l'andamento delle deformazioni nel tempo, depurate dagli effetti termici, si vuole determinare il coefficiente di viscosità caratteristico dell'impalcato.

A tal proposito ricordiamo le espressioni fornite dalla normativa vigente.

$$\phi(t, t_0) = \phi(\infty, t_0) * \beta$$

$$\phi(\infty, t_0) = \left[\left(1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right) * \alpha_2 \right] * \left[\frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \right] * \left[\frac{1}{(0,1 + t_0^{0,2})} \right]$$

$$\beta = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 \leq 1500 * \alpha_3$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \leq 1 ; \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \leq 1 ; \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \leq 1 \quad \text{se } f_{cm} \geq 35 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1 \quad \text{se } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2$$

Dove RH da esprimere in % è l'umidità relativa dell'ambiente, $f_{cm} = f_{ck} + 8$ è la resistenza cilindrica media a 28gg in N/mm^2 , h_0 è la dimensione fittizia dell'elemento strutturale da esprimere in mm valutabile come rapporto $2A_c/u$ fra l'area della sezione in calcestruzzo e il perimetro della sezione esposto all'aria. t è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento considerato e t_0 è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento dell'applicazione del carico.

Con le espressioni appena riportate, nota la deformazione elastica è facile risalire alla deformazione generata da creep.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{el} * \phi(t, t_0) = \varepsilon_{el} * \phi(\infty, t_0) * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

Calcoliamo la derivata nel tempo della deformazione viscosa.

$$\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt} = 0,3 * \beta_H * \varepsilon_{el} * \phi(\infty, t_0) * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{-0,7}$$

Da cui si può ricavare l'espressione del coefficiente di viscosità a tempo infinito.

$$\phi(\infty, t_0) = \frac{\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt}}{0,3 * \beta_H * \varepsilon_{el} * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{-0,7}}$$

Per caso oggetto di studio si vuole correggere questa espressione per considerare la variabilità della sezione resistente e degli istanti di applicazione del carico.

$$\phi(\infty, t_0) = \frac{\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt}}{\sum_i \left(0,3 * \beta_H * \varepsilon_{el} * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{-0,7} \right)_i}$$

Noti i parametri che caratterizzano il calcestruzzo e le condizioni ambientali, misurando la tangente dell'andamento delle deformazioni viscosi in un preciso istante di tempo e calcolando la deformazione elastica, è possibile risalire al coefficiente di viscosità a tempo infinito.

Per il caso oggetto di studio si calcoli il coefficiente β_H considerando la sezione composta dalla trave e dalla soletta collaborante, un'umidità relativa del $RH = 70\%$ e la resistenza a compressione a 28 giorni di maturazione del calcestruzzo che realizza la trave.

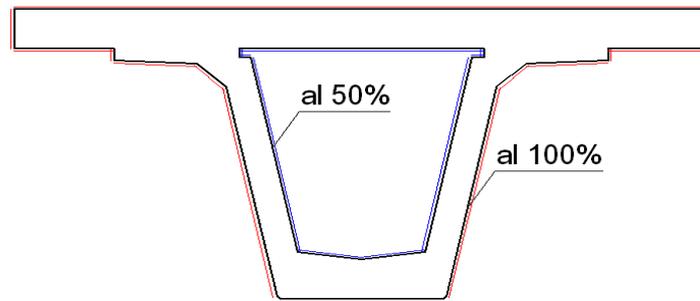


Figura 4: Perimetro a contatto con l'ambiente esterno per la sezione composta dalla trave e dalla soletta

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * 1655100}{10004 + 0,5 * 4651} = 268,4 \text{ mm}$$

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cmv}(28) = f_{ckv}(28) + 8 = 40,85 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} = 0,93 \leq 1$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 = 652,6 \leq 1500 * \alpha_3 = 1395,0$$

Ripetiamo i calcoli considerando la sezione resistente composta dalla sola trave.

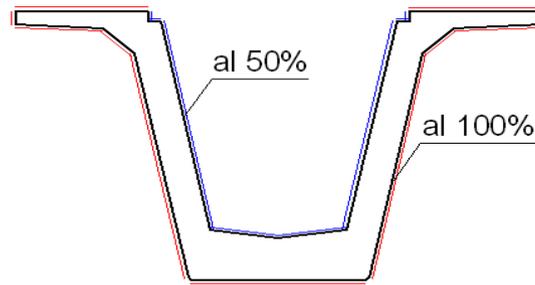


Figura 5: Perimetro a contatto con l'ambiente esterno per la sezione composta dalla sola trave

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * 780100}{4852 + 0,5 * 3416} = 237,8 \text{ m}$$

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cmv}(28) = f_{ckv}(28) + 8 = 40,85 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} = 0,93 \leq 1$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 = 604,6 \leq 1500 * \alpha_3 = 1395,0$$

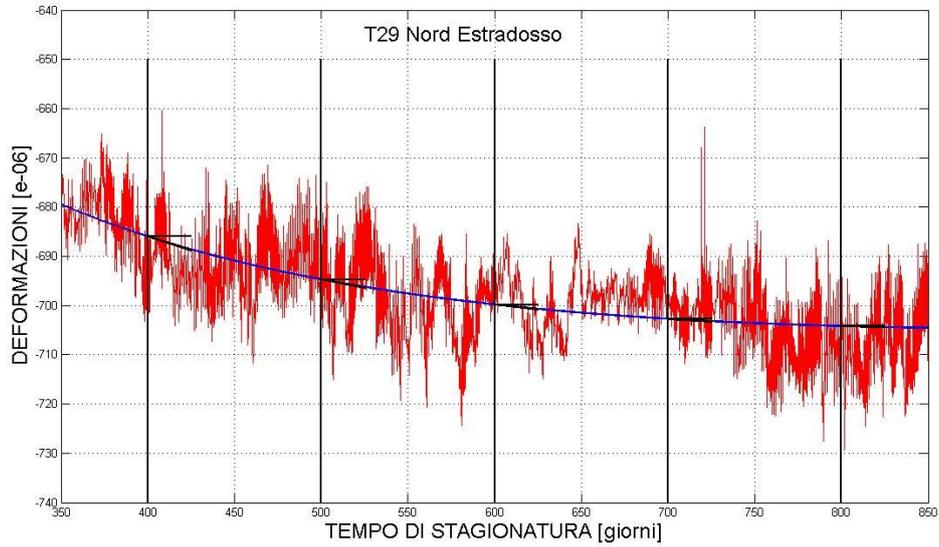
Il calcolo delle deformazioni elastiche è già stato svolto nei capitoli precedenti. Riportiamo i valori di deformazione, generati da diversi carichi, associandogli il relativo istante di applicazione.

Estradosso sezione a Nord trave 29			
	$\varepsilon_{el} [\mu\varepsilon]$	$t_0 [gg]$	β_H
p.p. trave + precompressione	-76,69	1	604,6
p.p. soletta	78,27	136	604,6
p.p. pavimentazione	7,51	209	652,6

Intradosso sezione di Mezzeria trave 32			
	$\varepsilon_{el} [\mu\varepsilon]$	$t_0 [gg]$	β_H
p.p. trave + precompressione	-1096,65	1	604,6
p.p. soletta	81,79	136	604,6
p.p. pavimentazione	37,79	209	652,6

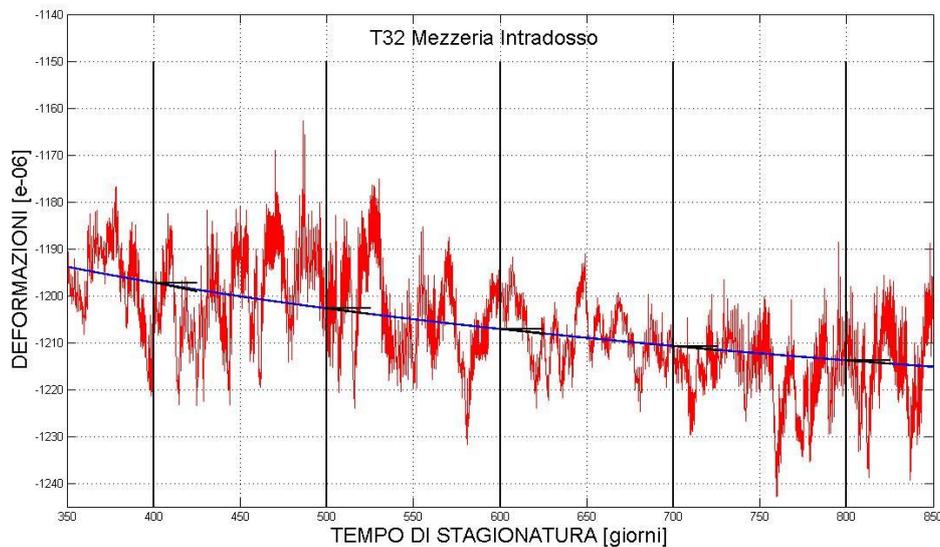
Si sottolinea che l'applicazione del peso proprio della soletta avviene quando la sezione resistente è ancora quella della sola trave.

Vediamo ora di calcolare per diversi istanti di tempo le tangenti del grafico che illustra l'andamento delle deformazioni viscosi, mediante le quali possiamo determinare il coefficiente di viscosità a tempo infinito.



Estradosso sezione a Nord della trave 29			
$t[gg]$	$\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt}$	$\sum_i \left(0,3 * \beta_H * \varepsilon_{el} * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{-0,7} \right)_i$	$\varnothing(\infty, t_0)$
400	-0,1129	-0,0803	1,40
500	-0,0667	-0,0482	1,38
600	-0,0396	-0,0296	1,33
700	-0,0210	-0,0159	1,31
800	-0,0076	-0,0058	1,30
Valore Medio	-	-	1,34

Riportiamo i risultati anche per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32.



Intradosso sezione di Mezzeria della trave 32			
$t[gg]$	$\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt}$	$\sum_i \left(0,3 * \beta_H * \varepsilon_{el} * \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{-0,7} \right)_i$	$\phi(\infty, t_0)$
400	-0,0888	-0,0555	1,59
500	-0,0488	-0,0323	1,50
600	-0,0399	-0,0275	1,44
700	-0,0335	-0,0234	1,42
800	-0,0284	-0,0200	1,41
Valore Medio	-	-	1,48

I valori appena calcolati dovrebbero essere coincidente per ogni istante di tempo considerato, in quanto il coefficiente di viscosità a tempo infinito è unico, questo difetto è sicuramente associato ad una legge di interpolazione che non rispecchia perfettamente il reale andamento. Per superare questo problema si determina un valore medio.

Questo valore medio è da intendere rappresentativo della struttura soggetta a carichi applicati a diversi istanti di tempo. Invece, la normativa italiana, fornisce le espressioni per il calcolo del coefficiente di viscosità specifico per un carico applicato ad un unico istante di tempo. Per questo motivo non è corretto un confronto diretto, però il valore ottenuti dai nostri calcoli dovrà rispecchiare i valori forniti dalla normativa, tenendo conto degli istanti di tempo di applicazione e dell'entità di ciascun carico a cui è soggetto la nostra struttura.

Confrontiamo i valori appena calcolati con quelli deducibili dalle espressioni fornite dalla normativa.

	Valori da normativa		
	p.p. trave + precompressione	p.p. soletta	p.p. pavimentazione
$t_0[gg]$	1	136	209
$\emptyset(\infty, t_0)$	1,86	1,04	0,95

	Valori calcolati a partire dalle rilevazioni	
	Estradosso sezione a nord trave 29	Intradosso sezione di mezzeria trave 32
$\emptyset(\infty, t_0)$	1,34	1,48

I valori da noi calcolati sono intermedi fra i valori fornita dalla normativa. Questo è sicuramente un risultato positivo, in quanto è logico che la struttura risenta sia dell'effetto, ad esempio, del peso proprio della trave a cui è associato un coefficiente di viscosità a tempo infinito maggiore di quello da noi calcolato, e risenta sia dell'effetto del peso proprio della pavimentazione a cui è associato un coefficienti di viscosità inferiore a quello da noi calcolato.

Per la sezione di mezzeria i calcoli forniscono un coefficiente di viscosità a tempo infinito maggiore rispetto a quello ottenuto per la sezione a nord. Questo è sicuramente associato al fatto che la sezione di mezzeria risente maggiormente dell'effetto della peso proprio della trave e del carico da precompressione. Infatti il peso proprio della trave porta sollecitazioni maggiori per la sezione di mezzeria rispetto alla sezione a nord. Medesimo discorso vale per il carico da precompressione in quanto per la sezione di mezzeria tutte le armature pretese sono aderenti, mentre per la sezione a nord sono aderenti circa la metà.

Ovviamente la normativa definisce il coefficiente di viscosità a tempo infinito in relazione all'istante di applicazione del carico esaminato, mentre il valore calcolato a partire dalle misure è da ritenersi come valore associato al comportamento della struttura, la quale è caricata ad diversi istanti di tempo subendo modifiche della sezione resistente.

Detto ciò, il coefficiente di viscosità determinato a partire dalle misure pare rispecchiare i valori forniti dalla normativa, che fornisce sia valori maggiori sia valori minori, in relazione al tipo di carico considerato.

Calcolo delle deformazioni durante l'esercizio

Come già illustrato nell'introduzione del presente capitolo, il metodo approssimativo che ora andremo ad applicare si concretizza in due fasi. La prima si basa su un'analisi a livello dell'elemento strutturale mediante la quale si determina lo stato di sollecitazione con la seguente espressione.

$$M(x, t) = M_I(x) + \xi(t) * [M_{II}(x) - M_I(x)]$$

Il pedice *I* indica la soluzione nella configurazione pensata con l'assenza di vincoli posticipati (struttura isostatica con una sezione resistente composta dalla trave), il pedice *II* indica la soluzione nella configurazione pensata con la presenza di vincoli preesistenti (struttura iperstatica con una sezione resistente composta), $\xi(t)$ è il coefficiente di redistribuzione definito come l'aliquota della sollecitazione provocata dalle reazioni iperstatiche valutate sulla struttura a vincoli preesistenti che per viscosità producono gli incrementi degli effetti iperstatici.

La seconda fase si basa su un'analisi a livello sezionale, mediante il quale si risale allo stato di tensionale e di deformazione.

$$\sigma(y, x, t) = \frac{M(x, t)}{I_{eq}(x, t)} y$$

$$\varepsilon(y, x, t) = \frac{\sigma(y, x, t)}{E_{c,t}(t)}$$

La procedura appena illustrata viene applicata volta per volta a ciascun carico a cui è soggetta la struttura esaminata.

Prima di proceder con il calcolo è necessario fissare un ordine cronologico degli eventi. Per far ciò ricordiamo le fasi costruttive dell'impalcato.

- 17/03/09(0g): getto della trave e applicazione del ciclo di maturazione a vapore
- 18/03/09(1g): applicazione della precompressione e del peso proprio della trave
- 27/05/09(71g): varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- 04/06/09(79g): getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- 31/07/09(136g): getto della soletta
- 12/10/09(209g): realizzazione della pavimentazione

L'ordine cronologico che utilizzeremo nei calcoli successivi è ovviamente una delle semplificazioni sui cui si basa il metodo di calcolo.

- Istante $t_o = 1giorno$: istante a partire dal quale si considerano valutabili le conseguenze del fenomeno viscoso, in cui i carichi applicati sono la precompressione P e il peso proprio della trave q_{tr} ; mentre la sezione resistente è solo quella della trave principale.

- Istante $t_o^* = 136 + 14 = 150$ *giorni*: istante in cui si considerano solidarizzati i vincoli posticipati, sia quello esterno che quello interno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione composta dalla soletta e dalla trave principale, mentre i carichi applicati sono i medesimi elencati precedentemente con l'aggiunta dei pesi permanenti della soletta q_{sol} .
- Istante $t_o^{**} = 209$ *giorni*: Istanti di applicazione dei carichi che realizzano la pavimentazione q_{pav} , in cui ovviamente l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità e con una sezione resistente composta.

Si comprende che la semplificazione consiste nel considerare la contemporanea applicazione dei vincoli posticipati all'istante di una quasi completa maturazione del getto della soletta.

Ora, senza entrare nel dettaglio delle altre ipotesi semplificative del metodo di calcolo, già ampiamente descritte nell'appendice I, vediamo di applicarlo alla struttura oggetto di studio.

Considerando il peso proprio della trave $q_{tr} = 19,5$ *KN/m* calcoliamo le sollecitazioni nelle tre sezioni oggetto di confronto sia per la struttura a vincoli preesistenti sia per la struttura a vincoli posticipati.

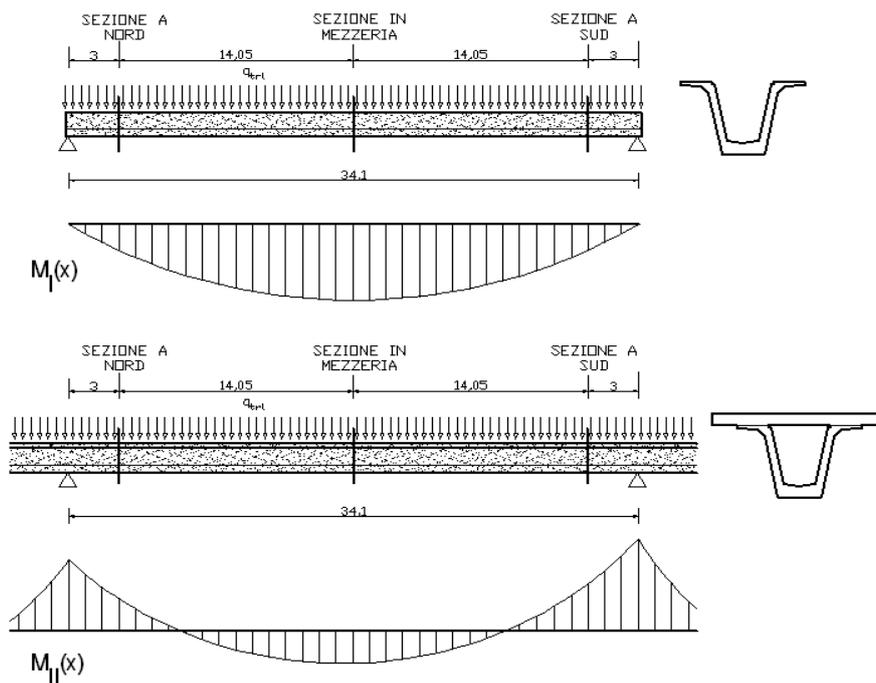


Figura 6: Sollecitazioni flessionali generate dal peso proprio della trave nella struttura a vincoli preesistenti e nella struttura a vincoli posticipati

Ricordando che nella configurazione a vincoli preesistenti l'impalcato si compone di 18 appoggi, riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezioni	$M_I(x)$ [KNm]	$M_{II}(x)$ [KNm]
Nord	909	-1047
Mezzeria	2834	962
Sud	909	-878

Applicando il coefficiente di redistribuzione specifico per il peso proprio della trave è possibile calcolare il momento sollecitante nel generico istante di tempo.

$$\xi(t) = \frac{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]}$$

$$M(x, t) = M_I(x) + \xi(t) * [M_{II}(x) - M_I(x)]$$

Dove $t_o = 1$ giorno è l'istante di applicazione del carico, $t_o^* = 150$ giorni è l'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, mentre t è il generico istante di tempo.

I coefficienti di viscosità e di invecchiamento appena esposti sono da valutare riferendosi al calcestruzzo che compone la trave.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x, t)$ è necessario determinare i momenti di inerzia equivalenti della struttura a vincoli preesistenti e della struttura a vincoli posticipati.

$$\sigma_I(y, x) = \frac{M_I(x)}{I_{eq,I}(x, t_o)} y$$

$$\sigma_{II}(y, x) = \frac{M_{II}(x)}{I_{eq,II}(x, t_o^*)} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente $I_{eq,I}$ associato alla struttura a vincoli posticipati è calcolato considerando solo la sezione resistente composta dalla trave e dall'armatura pretesa. Il coefficiente di omogeneizzazione è determinato considerando un modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$ valutato all'istante di applicazione del peso proprio della trave.

Il momento di inerzia equivalente $I_{eq,II}$ associato alla struttura a vincoli preesistenti è calcolato considerando anche la porzione collaborante della soletta. I coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Ricordando che l'istante $t_o = 1$ giorno e l'istante $t_o^* = 150$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t}(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,s}(14) = 27602 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo nella seguente tabella i valori del momento di inerzia e dello stato tensionale valutato in corrispondenza degli strumenti di misura.

Sezioni	$I_{eq,I} [m^4]$	$\sigma_{I,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{I,int} [N/mm^2]$	$I_{eq,II} [m^4]$	$\sigma_{II,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{II,int} [N/mm^2]$
Nord	0,2459	-2,98	2,52	0,5818	0,66	-2,01
Mezzeria	0,2606	-9,09	7,10	0,6072	-0,61	1,74
Sud	0,2459	-2,98	2,52	0,5818	0,55	-1,69

Noto gli stati tensionali associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato tensionale al generico istante di tempo.

$$\sigma(y, x, t) = \sigma_I(y, x)[1 - \xi(t)] + \sigma_{II}(y, x) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]}$$

Per valutare lo stato di deformazione complessivo si parte a determinare quello prodotto nelle due configurazioni esaminate.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x)_{el} + \varepsilon_I(y, x, t)_c = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t,28}} \emptyset(t, t_o)$$

$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \varepsilon_{II}(y, x)_{el} + \varepsilon_{II}(y, x, t)_c = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} + \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t,28}} \emptyset(t, t_o^*)$$

Dove i coefficienti di viscosità e i moduli di elasticità sono riferiti al calcestruzzo che realizza la trave. Ricordando che l'istante $t_o = 1$ giorno e l'istante $t_o^* = 150$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t,28} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t}(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

Noto gli stati tensionali deformativi associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato deformativo totale al generico istante di tempo.

$$\varepsilon(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x, t)[1 - \xi(t)] + \varepsilon_{II}(y, x, t) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]}$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

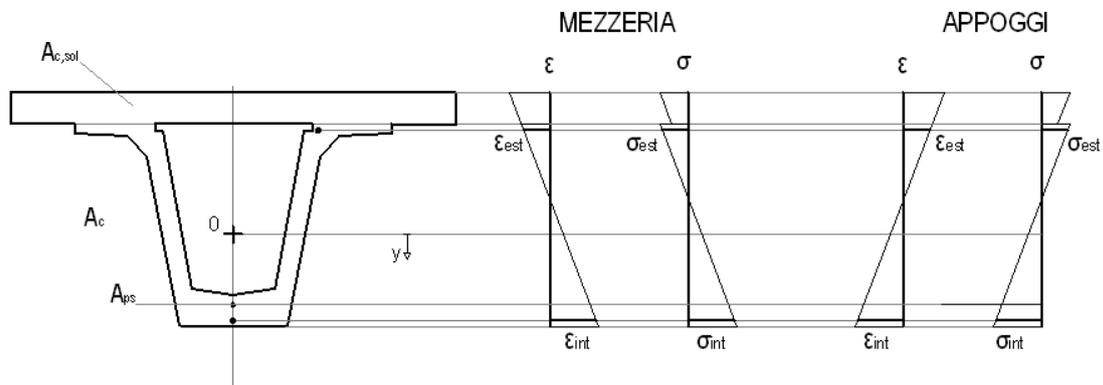


Figura 7: Stato tensionale e deformativo generato dal peso proprio della trave

Valutato l'effetto del peso proprio della trave passiamo al carico da precompressione. Tale azione manifesta una variabilità spaziale per la presenza di guaine che rende inefficace un certo numero di armature a seconda della sezione esaminata. Inoltre manifesta una variabilità temporale per gli effetti di perdite e cadute di tensione.

Per eliminare la variabilità temporale si considera il valore manifestato all'istante $t_o^* = 150$ giorni di introduzione dei vincoli posticipati (vedi appendice D). Per eliminare la dipendenza spaziale si considera un valore medio valutato in relazione all'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per l'eccentricità del baricentro delle armature.

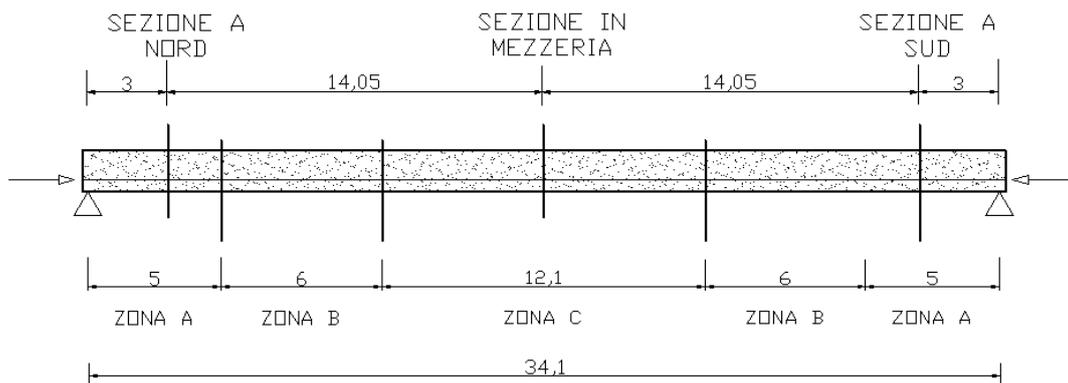


Figura 8: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$P(150)[KN]$	estensione[m]
72 (zona C)	0,009121	0,2056	5825	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	9348	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	5815	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	7061	-

Nota la distanza dall'intradosso del baricentro delle armature $y_{G,ps}$, per ricavare l'eccentricità $e_{G,ps}$ rispetto al baricentro è necessario determinare la posizione di quest'ultimo dall'intradosso, ovvero y_G . Questo calcolo va distinto per la sezione esaminata e per la struttura a vincoli preesistenti rispetto alla struttura a vincoli posticipati.

n_{TREF}	$y_{G,ps}[m]$	$y_{G,I}[m]$	$e_{G,ps,I}[m]$	$y_{G,II}[m]$	$e_{G,ps,II}[m]$
72 (zona C)	0,2056	0,7135	0,5079	1,1641	0,9585
72-24 (zona B)	0,2306	0,7318	0,5012	1,1752	0,9446
72-32 (zona A)	0,3194	0,7422	0,4228	1,1803	0,8609
Valore medio	0,2478	0,7283	0,4806	1,1728	0,9250

Noto l'entità e l'eccentricità del carico da precompressione calcoliamo le sollecitazioni nelle tre sezioni oggetto di confronto, sia per la struttura a vincoli preesistenti sia per la struttura a vincoli posticipati. Si ricordi che per la struttura a vincoli preesistenti è necessario mettere in conto l'estensione del traverso.

Esaminiamo ora solo l'effetto flessionale generato dal carico da precompressione.

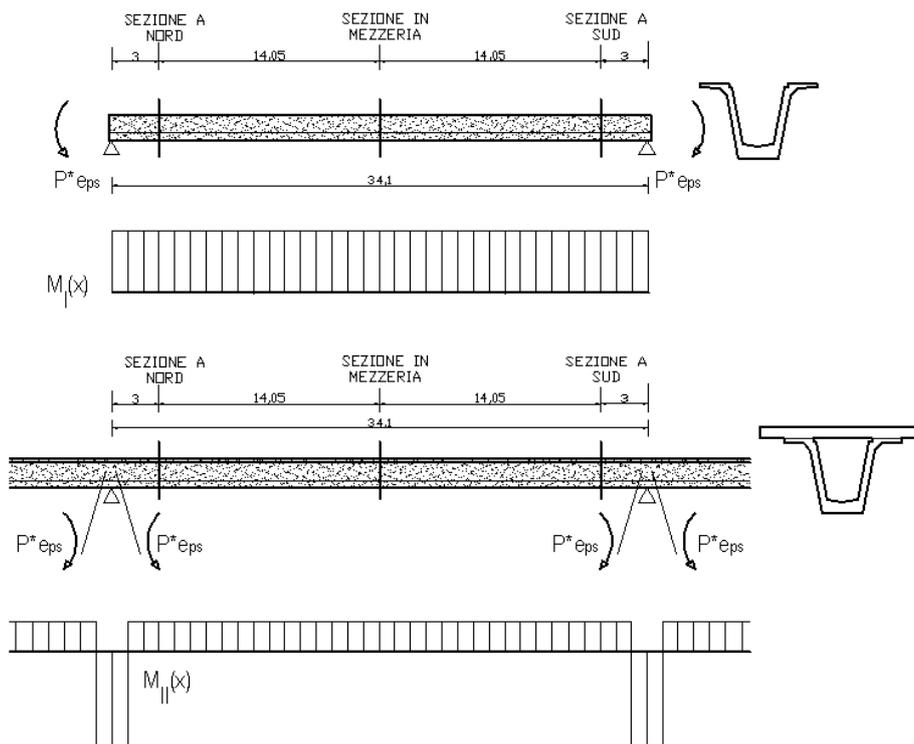


Figura 9: Sollecitazioni flessionali generate dal carico da precompressione nella struttura a vincoli preesistenti e nella struttura a vincoli posticipati

Ricordando che nella configurazione vincoli preesistenti l'impalcato si compone di 18 appoggi, riportiamo i risultati nella seguente tabella.

Sezioni	$M_I(x)$ [KNm]	$M_{II}(x)$ [KNm]
Nord	-3393	-37,1
Mezzeria	-3393	-38,2
Sud	-3393	-38,5

Applicando il coefficiente di redistribuzione specifico per il carico da precompressione è possibile calcolare il momento sollecitante nel generico istante di tempo.

$$\xi(t) = \frac{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]}$$

$$M(x, t) = M_I(x) + \xi(t) * [M_{II}(x) - M_I(x)]$$

Dove $t_o = 1$ giorno è l'istante di applicazione del carico, $t_o^* = 150$ giorni è l'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, mentre t è il generico istante di tempo.

I coefficienti di viscosità e di invecchiamento appena esposti sono da valutare riferendosi al calcestruzzo che compone la trave.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x, t)$ è necessario determinare i momenti di inerzia equivalenti della struttura a vincoli preesistenti e della struttura a vincoli posticipati.

$$\sigma_I(y, x) = \frac{M_I(x)}{I_{eq,I}(x, t_o)} y$$

$$\sigma_{II}(y, x) = \frac{M_{II}(x)}{I_{eq,II}(x, t_o^*)} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente $I_{eq,I}$ associato alla struttura a vincoli posticipati è calcolato considerando solo la sezione resistente composta dalla trave e dall'armatura pretesa. Il coefficiente di omogeneizzazione è determinato considerando un modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$ valutato all'istante di applicazione del peso proprio della trave.

Il momento di inerzia equivalente $I_{eq,II}$ associato alla struttura a vincoli preesistenti è calcolato considerando anche la porzione collaborante della soletta. I coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Ricordando che l'istante $t_o = 1$ giorno e l'istante $t_o^* = 150$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t}(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,s}(14) = 27602 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo nella seguente tabella i valori del momento di inerzia e dello stato tensionale valutato in corrispondenza degli strumenti di misura.

Sezioni	$I_{eq,I} [m^4]$	$\sigma_{I,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{I,int} [N/mm^2]$	$I_{eq,II} [m^4]$	$\sigma_{II,est} [N/mm^2]$	$\sigma_{II,int} [N/mm^2]$
Nord	0,2459	11,14	-9,41	0,5818	0,023	-0,071
Mezzeria	0,2606	10,88	-8,50	0,6072	0,024	-0,069
Sud	0,2459	11,14	-9,41	0,5818	0,024	-0,074

Noto gli stati tensionali associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato tensionale al generico istante di tempo.

$$\sigma(y, x, t) = \sigma_I(y, x)[1 - \xi(t)] + \sigma_{II}(y, x) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]}$$

Per valutare lo stato di deformazione complessivo si parte a determinare quello prodotto nelle due configurazioni esaminate.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x)_{el} + \varepsilon_I(y, x, t)_c = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t,28}} \emptyset(t, t_o)$$

$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \varepsilon_{II}(y, x)_{el} + \varepsilon_{II}(y, x, t)_c = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} + \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t,28}} \emptyset(t, t_o^*)$$

Dove i coefficienti di viscosità e i moduli di elasticità sono riferiti al calcestruzzo che realizza la trave. Ricordando che l'istante $t_o = 1$ giorno e l'istante $t_o^* = 150$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t,28} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

$$E(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

Noto gli stati tensionali deformativi associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato deformativo totale al generico istante di tempo.

$$\varepsilon(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x, t)[1 - \xi(t)] + \varepsilon_{II}(y, x, t) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]}$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

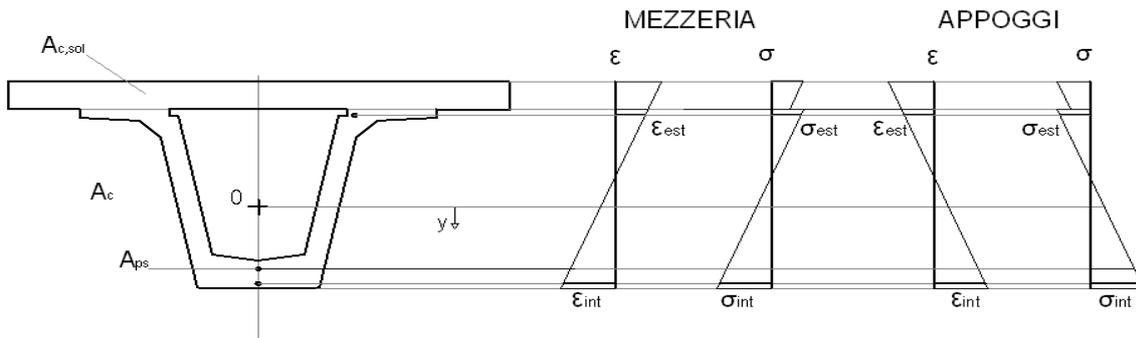


Figura 10: Stato tensionale e deformativo generato dal contributo flessionale del carico da precompressione

Valutato l'effetto flessionale del carico da precompressione passiamo all'effetto assiale. Ricordiamo che per eliminare la variabilità spaziale del carico da precompressione si valuta il valore medio in relazione all'estensione delle guaine, e per mediare gli effetti delle perdite nonché delle cadute di tensione si considera il valore manifestato all'atto dell'introduzione dei vincoli posticipati.

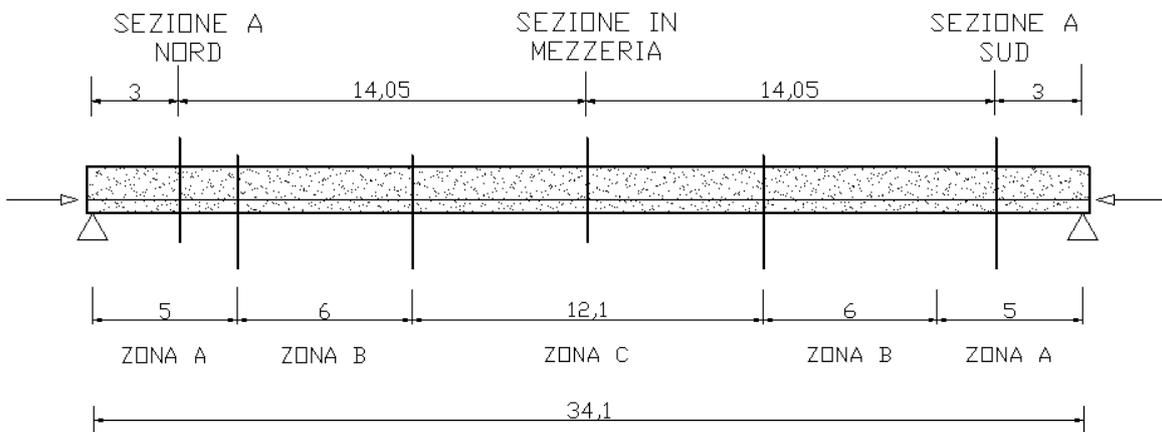


Figura 11: Suddivisione in zone in base al numero di armature pretese aderenti

n_{TREF}	$A_{ps}[m^2]$	$y_{G,ps}[m]$	$P(150)[KN]$	$estensione[m]$
72 (zona C)	0,009121	0,2056	5825	12,1
72-24 (zona B)	0,006080	0,2306	9348	12,0
72-32 (zona A)	0,005067	0,3194	5815	10,0
Valore medio	0,006862	0,2478	7061	-

Nota l'entità del carico da precompressione calcoliamo le sollecitazioni nelle tre sezioni oggetto di confronto, solo per la struttura a vincoli posticipati.

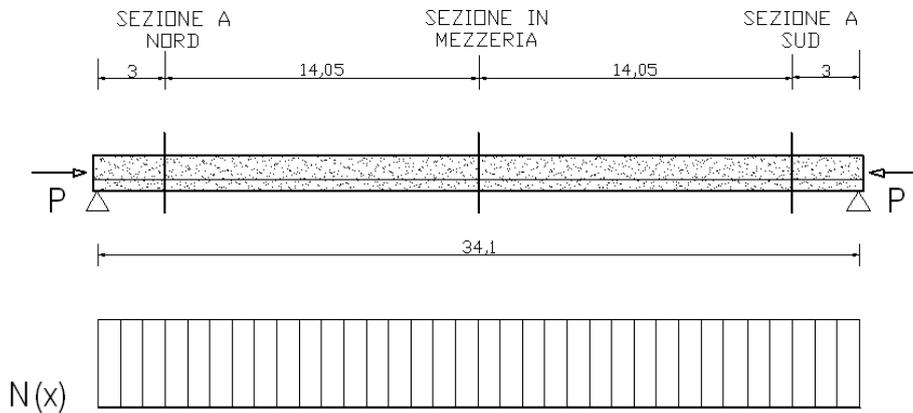


Figura 12: Sollecitazioni assiali generate dal carico da precompressione nella struttura a vincoli posticipati

Sezioni	$N(x)$ [KNm]
Nord	-7061
Mezzeria	-7061
Sud	-7061

Ricordando che lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo, per risalire al campo delle tensioni $\sigma(x)$ è necessario determinare l'area equivalente della sezione composta dalla trave e dall'armatura pretesa.

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A_{eq}(x, t_o)}$$

Dove l'area equivalente dipende dalla sezione x considerata, per la variabilità della quantità di armatura pretesa aderente. Inoltre il coefficiente di omogeneizzazione viene valutato facendo riferimento al modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$ valutato all'istante di applicazione del carico da precompressione.

Ricordando che l'istante $t_o = 1$ giorno, riportiamo il valore del modulo di elasticità richiesto (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo nella seguente tabella i valori dell'area equivalente e dello stato tensionale. Quest'ultimo rimane costante nel tempo.

Sezioni	$A_{eq} [m^2]$	$\sigma [N/mm^2]$
Nord	0,8256	-8,55
Mezzeria	0,7946	-8,88
Sud	0,7803	-9,04

Per valutare lo stato di deformazione si utilizzano le espressioni valide per una struttura omogenea a vincoli fissi.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x)_{el} + \varepsilon(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_0)} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_0)$$

Dove il coefficiente di viscosità e i moduli elastici sono riferiti al calcestruzzo che realizza la trave. Ricordando che $t_0 = 1$ giorno, riportiamo i valori dei moduli di elasticità richiesti (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(1) = 22263 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t,28} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

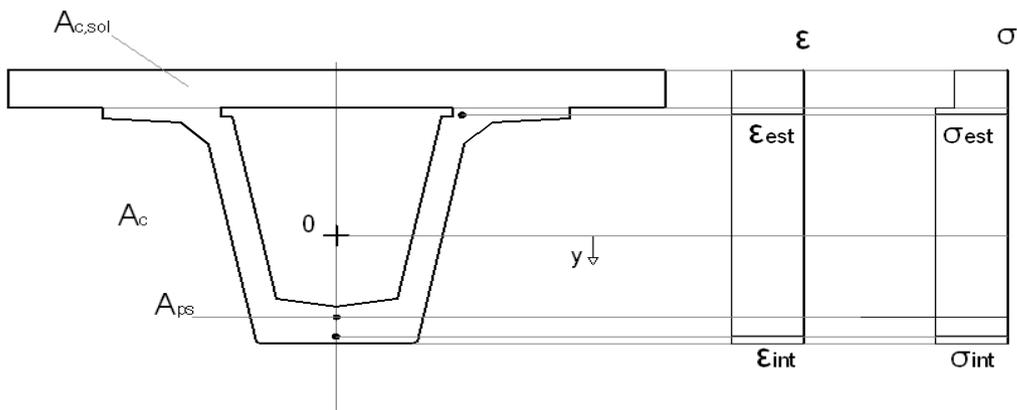


Figura 13: Stato tensionale e deformativo generato dal contributo assiale del carico da precompressione

Passando al peso proprio della soletta, questo agisce su una struttura a vincoli preesistenti, quindi lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo.

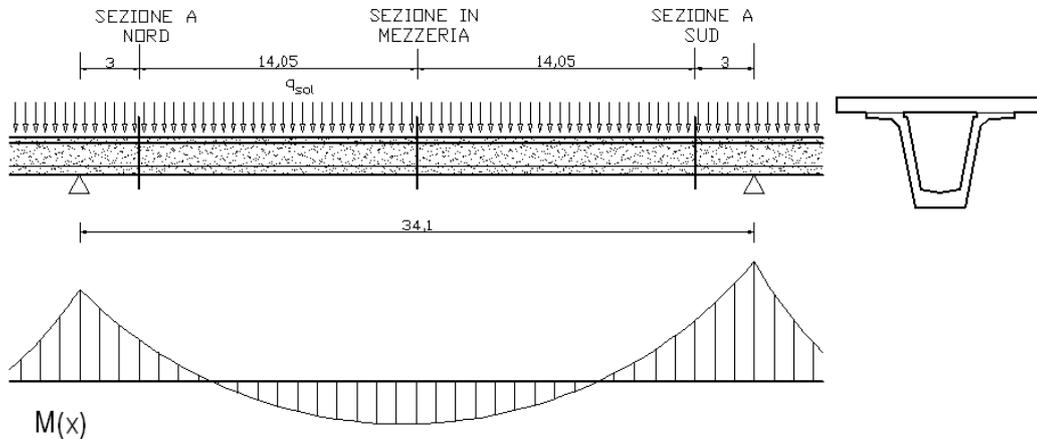


Figura 14: Sollecitazioni flessionali generati dal peso proprio della soletta nella struttura a vincoli preesistenti

Sezioni	$M(x)$ [KNm]
Nord	-1174
Mezzeria	1079
Sud	-984

Ricordando che lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo, per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x)$ è necessario determinare il momento di inerzia equivalente della sezione composta dalla trave, dall'armatura pretesa e dalla soletta.

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{I_{eq}(x, t_o^*)} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente dipende dalla sezione x considerata, per la variabilità della quantità di armatura pretesa aderente. Inoltre i coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di applicazione del carico esaminato, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Ricordando che l'istante $t_o^* = 150$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,s}(14) = 27602 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo nella seguente tabella i valori del momento di inerzia equivalente e dello stato tensionale. Quest'ultimo rimane costante nel tempo.

Sezioni	$I_{eq}[m^4]$	$\sigma_{est}[N/mm^2]$	$\sigma_{int}[N/mm^2]$
Nord	0,5818	0,745	-2,260
Mezzeria	0,6072	-0,685	1,961
Sud	0,5818	0,625	-1,894

Per valutare lo stato di deformazione si utilizzano le espressioni valide per una struttura omogenea a vincoli fissi.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x)_{el} + \varepsilon(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_0^*)} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_0^*)$$

Dove il coefficiente di viscosità e i moduli elastici sono riferiti al calcestruzzo che realizza la trave. Ricordando che $t_0^* = 150$ giorno, riportiamo i valori dei moduli di elasticità richiesti (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(150) = 38072 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t,28} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

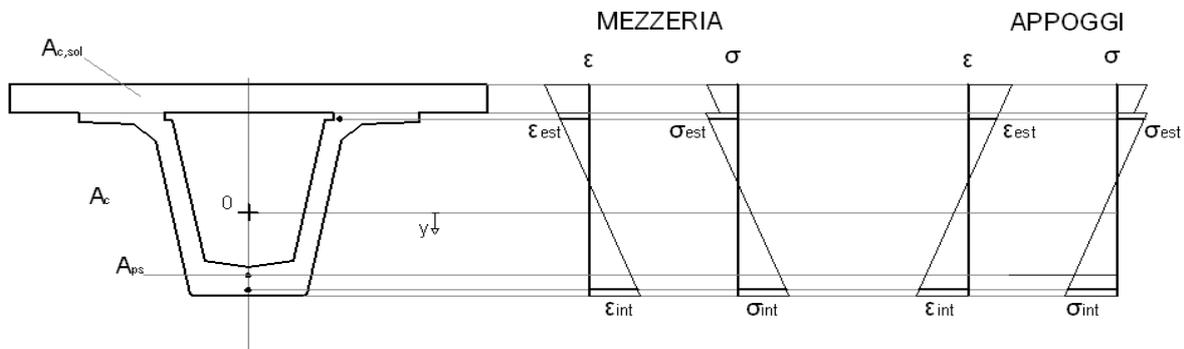


Figura 15: Stato tensionale e deformativo generato dal peso proprio della soletta

Come ultimo carico abbiamo rimasto da esaminare gli effetti del peso proprio della pavimentazione. Questo carico agisce su una struttura a vincoli preesistenti, quindi lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo.

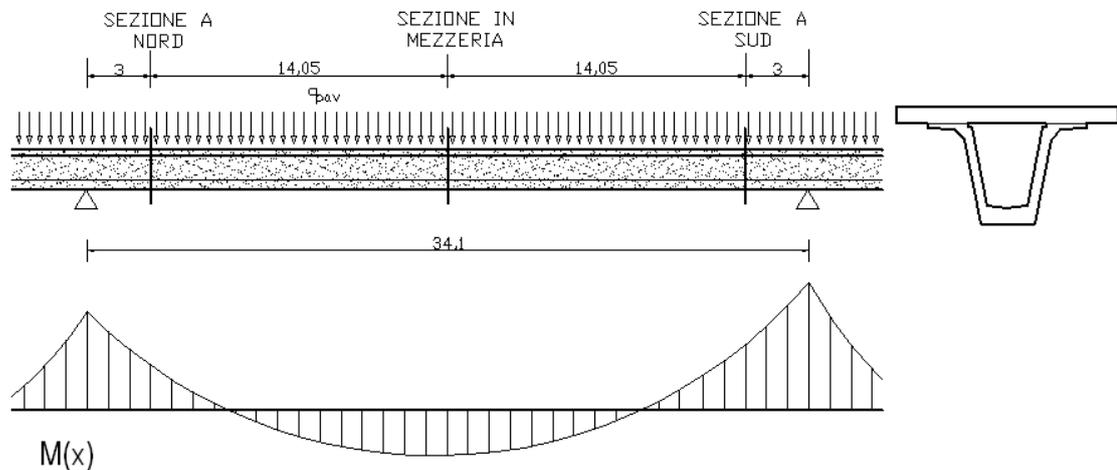


Figura 16: Sollecitazioni flessionale generati dal peso proprio della pavimentazione nella struttura a vincoli preesistenti

Sezioni	$M(x)$ [KNm]
Nord	-787
Mezzeria	724
Sud	-660

Ricordando che lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo, per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x)$ è necessario determinare il momento di inerzia equivalente della sezione composta dalla trave, dall'armatura pretesa e dalla soletta.

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{I_{eq}(x, t_o^{**})} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente dipende dalla sezione x considerata, per la variabilità della quantità di armatura pretesa aderente. Inoltre i coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di applicazione del carico esaminato, ovvero $E_{c,t}(t_o^{**})$ e $E_{c,s}(t_o^{**})$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Ricordando che l'istante $t_o^{**} = 209$ giorni, riportiamo i valori dei moduli di elasticità (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(209) = 38159 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,s}(73) = 33367 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo nella seguente tabella i valori del momento di inerzia equivalente e dello stato tensionale. Quest'ultimo rimane costante nel tempo.

Sezioni	$I_{eq} [m^4]$	$\sigma_{est} [N/mm^2]$	$\sigma_{int} [N/mm^2]$
Nord	0,6399	0,365	-1,467
Mezzeria	0,6688	-0,337	1,275
Sud	0,6399	0,306	-1,230

Per valutare lo stato di deformazione si utilizzano le espressioni valide per una struttura omogenea a vincoli fissi.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x)_{el} + \varepsilon(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_o^{**})} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_o^{**})$$

Dove il coefficiente di viscosità e i moduli elastici sono riferiti al calcestruzzo che realizza la trave. Ricordando che $t_o^{**} = 209$ giorno, riportiamo i valori dei moduli di elasticità richiesti (vedi appendice C).

$$E_{c,t}(209) = 38159 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c,t,28} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

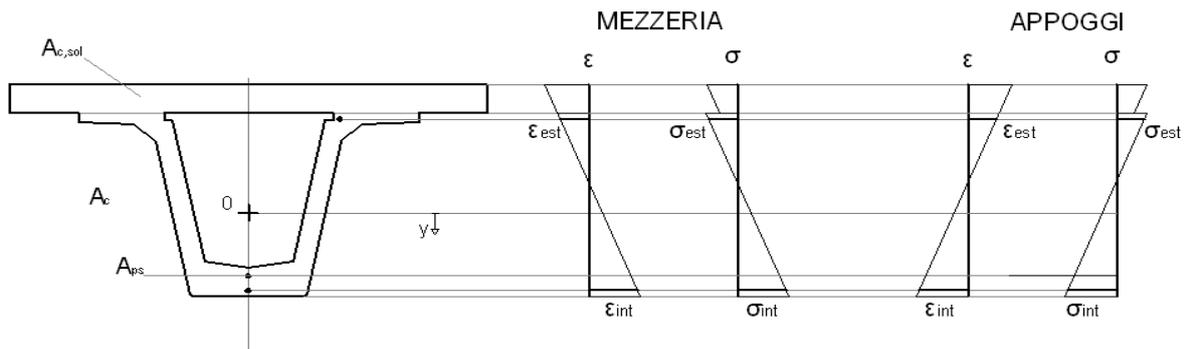
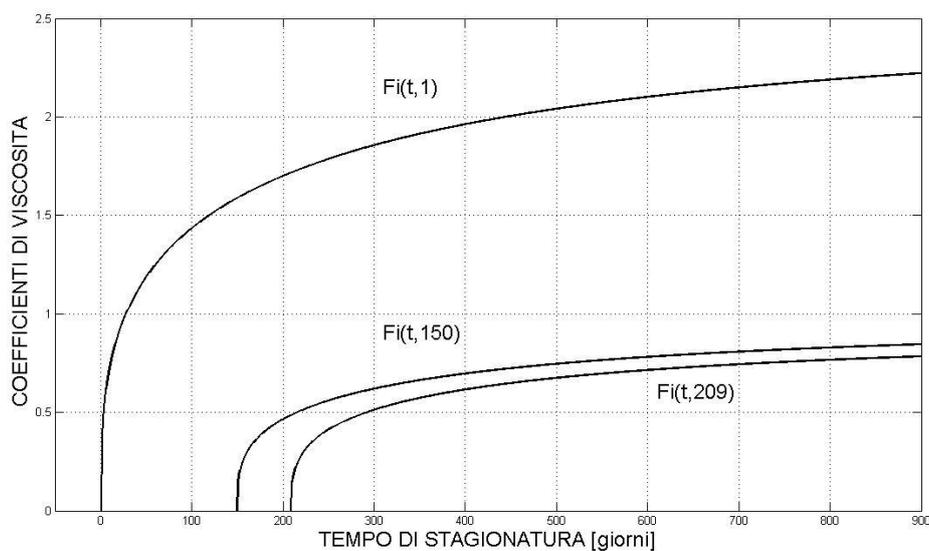


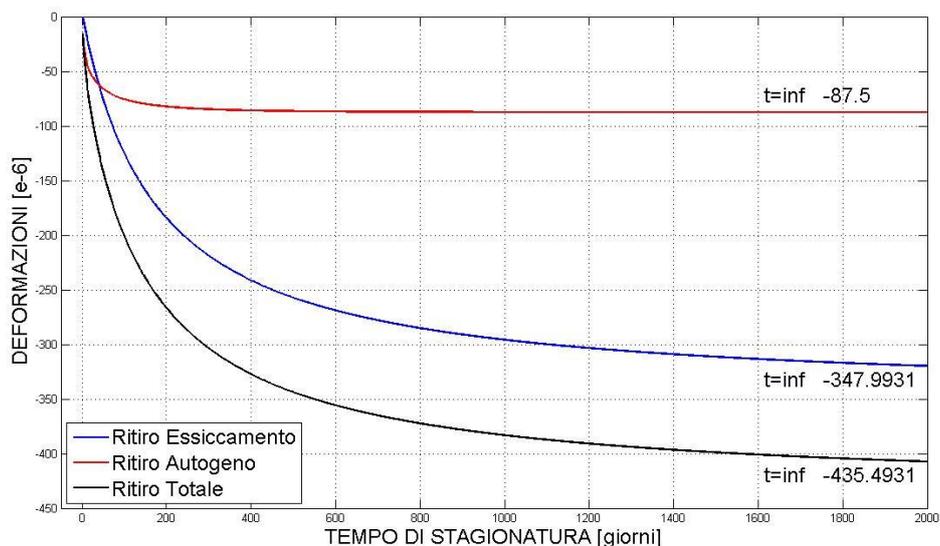
Figura 17: Stato tensionale e deformativo generato dal peso proprio della pavimentazione

Utilizzando un processore di calcolo vediamo svolgere i calcoli per ogni stante di tempo.

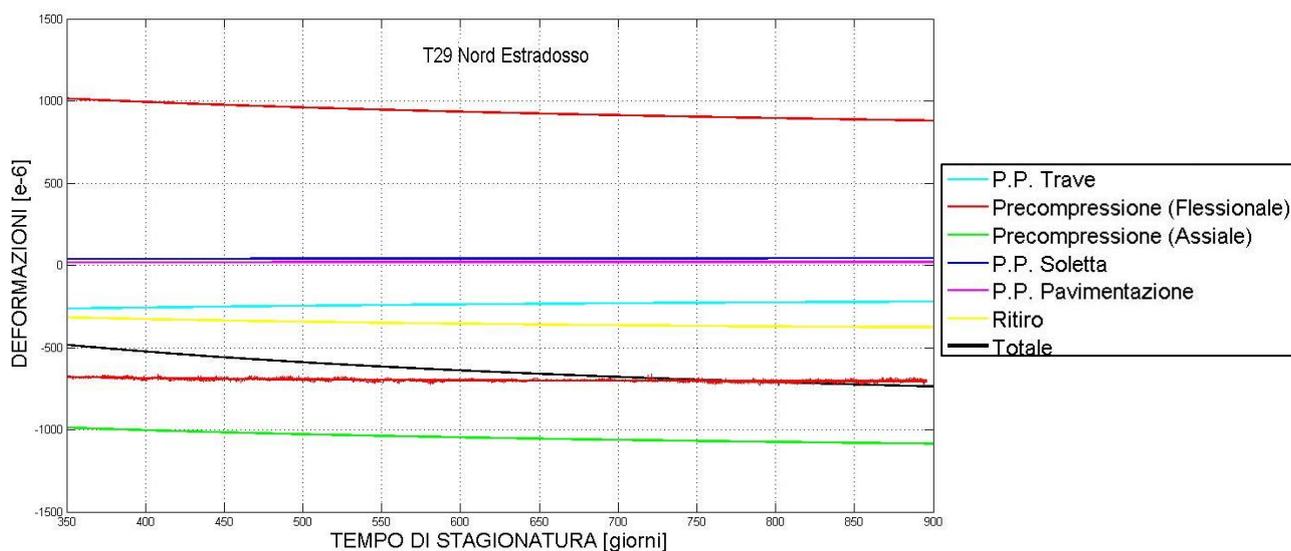
Con le espressioni fornite dalla normativa riportiamo i coefficienti di viscosità per il calcestruzzo che realizza la trave per gli istanti di tempo significativi: $t_o = 1 \text{ giorno}$ istante a partire dal quale si considerano gli effetti viscosi del peso proprio della trave e del carico da precompressione, $t_o^* = 150 \text{ giorni}$ istante di applicazione del peso proprio della soletta e di introduzione dei vincoli posticipati, $t_o^{**} = 209 \text{ giorni}$ istante di applicazione del peso proprio della pavimentazione. Il seguente grafico è stato ottenuto considerando una dimensione fittizia h_o della sezione composta dalla trave e dalla porzione collaborante della soletta.



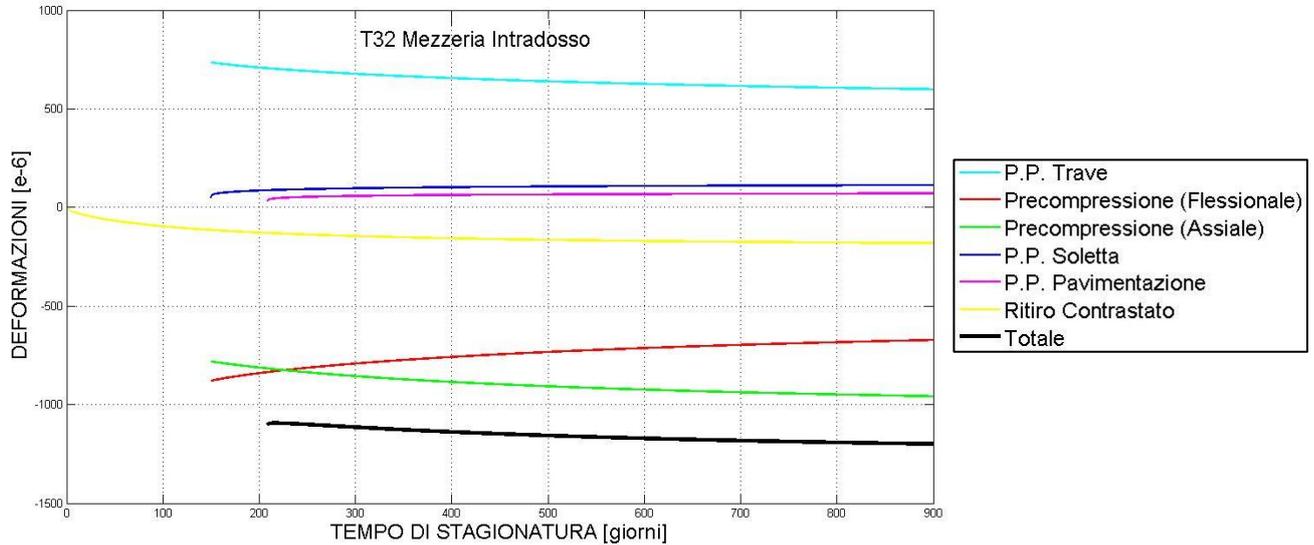
Fino ad ora si è parlato solo di fenomeni viscosi, ma una precisa trattazione deve considerare anche gli effetti del ritiro. Per il calcestruzzo che realizza la trave, utilizzando le espressioni fornite dalla normativa, riportiamo l'andamento delle deformazioni da ritiro, distinguendo il contributo da essiccamento e il contributo autogeno. Il seguente grafico è stato ottenuto considerando una dimensione fittizia h_o della sezione composta dalla trave e dalla porzione collaborante della soletta.



Possiamo ora calcolare le deformazioni manifestate nel tempo da ogni carico a cui è sottoposto l'impalcato. Riportiamo i risultati per l'estradosso della sezione a nord della trave 29.



Per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32 si sono svolti i medesimo passaggi di calcolo, a meno dell'effetto del ritiro in cui si è considerata l'azione di contrasto delle armature pretese.



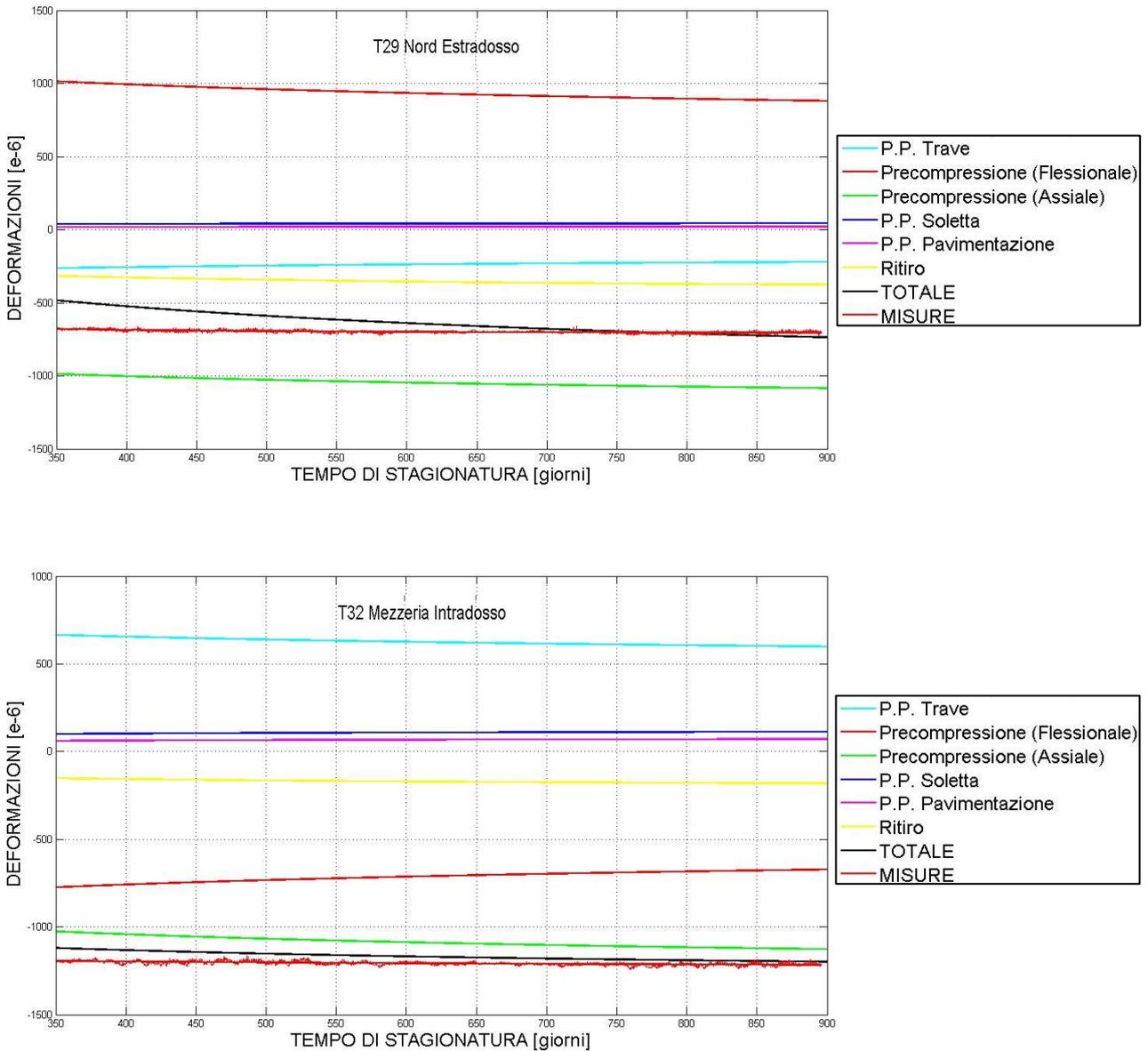
Dall'analisi dei risultati appena riportati si comprende che i carichi applicati precedentemente l'introduzione dei vincoli posticipati manifestano un andamento delle deformazione che parte da un valore manifestato nella struttura a vincoli posticipate e tende ad un valore manifestato nella struttura a vincoli preesistenti. Viola questa regola solo il contributo assiale del carico da precompressione, in quanto l'introduzione del vincolo esterno posticipato non modifica il vincolamento associato a spostamenti assiali.

Il carico associato al peso proprio della soletta e della pavimentazioni dopo un effetto elastico manifestano un tipico andamento descritto dalla funzione coefficiente di viscosità, ciò è giustificato dal fatto che questi carichi sono applicati solo successivamente all'introduzione dei vincoli esterni posticipati.

Confronto delle deformazioni durante l'esercizio

Nel paragrafo precedente è stato calcolato l'andamento nel tempo delle deformazioni per l'estradosso della sezione a nord della trave 29 e per l'intradosso della sezione di mezzeria della trave 32. Il calcolo è stato svolto mediante un metodo approssimato illustrato nell'appendice I.

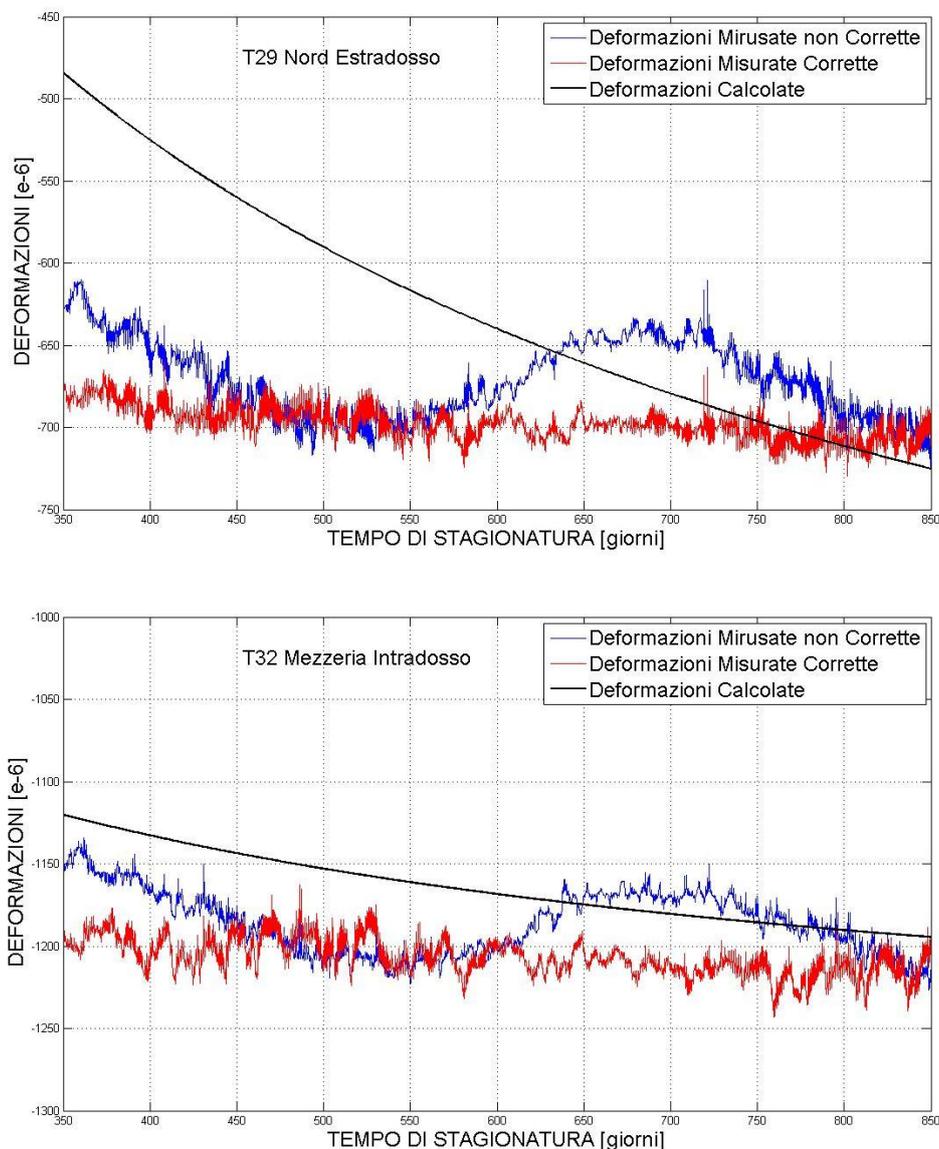
Si vuole ora confrontare le deformazioni calcolate con le deformazioni monitorate.



Il confronto fra le misure e la somma totale delle deformazione calcolate è sicuramente confortante, ovvero, per l'ordine di grandezze degli effetti di ciascun carico si ha una ottima coincidenza fra la somma delle deformazioni calcolate e le deformazioni misurate.

Se andiamo ad analizzare il grafico con una differente scala di rappresentazione sembra che le deformazioni calcolate siano del tutto errate. In realtà la corretta interpretazione dei risultati

ottenuti è che gli effetti termici sono del tutto irrilevanti rispetto ai fenomeni di deformazione generati dai carichi.



Dal grafico, la differenza fra i valori calcolati e i valori misurati pare notevole, ma mostrando una maggiore attenzione sulla scala degli assi si ha una differenza del tutto irrisoria se confrontata con le deformazione generate dai singoli carichi.

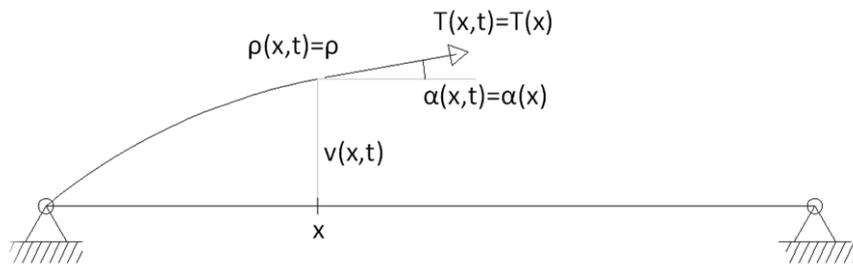
Per la sezione di mezzeria si notano risultati più confortanti rispetto a quelli ottenuti per la sezione in prossimità all'appoggio. Questo è dovuto al metodo di calcolo utilizzato, in cui i coefficienti di redistribuzione vengono valutati su una struttura con solo due campate, e poi applicata al caso oggetto di studio caratterizzato da 18 campate. Questa imprecisione porta a riscontrare maggiori errori per le sezioni in prossimità degli appoggi rispetto alla sezioni di mezzeria.

Si può concludere affermando che i risultati appena ottenuti convalidano il metodo di calcolo utilizzato e mostrano la scarsa importanza degli effetti termici.

Equazione della corda vibrante

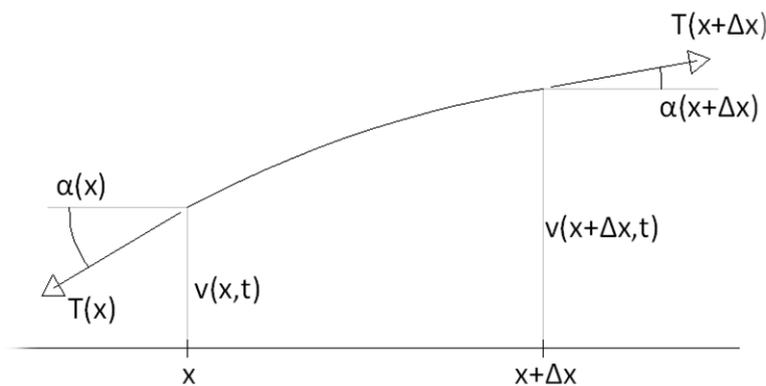
Per ricavare l'espressione della deformazione misurata da un estensimetro a corda vibrante si parte dall'equazione della corda vibrante dedotta sulla base delle seguenti ipotesi:

- corda perfettamente flessibile
- corda fissata e tesa ai due estremi
- corda soggetta solo all'azione della tensione trascurando l'azione della forza peso
- le vibrazioni siano piccole e solo nella direzione verticale
- assenza di attriti per considerare la tensione diretta tangenzialmente alla configurazione della corda
- densità di massa costante nel tempo e nello spazio
- tensione tangenziale costante nel tempo



Se la configurazione in termini di spostamento è definita dalla funzione $v(x, t)$ allora la velocità e l'accelerazione sono rispettivamente la derivata prima e la derivata seconda nel tempo, ovvero $\partial_t v(x, t)$ e $\partial_{tt} v(x, t)$. Inoltre per l'ipotesi di assenza di attriti, la tangente dell'angolo che la tensione forma rispetto all'orizzontale può essere ricavato calcolando la derivata prima nello spazio, ovvero $\tan(\alpha(x)) = \partial_x v(x, t)$.

L'equazione governante il problema della corda vibrante viene ricavata studiando l'equilibrio dinamico di una porzione infinitesima compresa tra x e $x + \Delta x$.



Per l'ipotesi di sole piccole vibrazioni nella direzione verticale, l'equilibrio dinamico in direzione orizzontale porta a ottenere la costanza della proiezione orizzontale della tensione nella corda.

$$T(x + \Delta x) \cos(\alpha(x + \Delta x)) - T(x) \cos(\alpha(x)) = 0$$

$$T(x + \Delta x) \cos(\alpha(x + \Delta x)) = T(x) \cos(\alpha(x)) = \sigma$$

Per l'equilibrio in direzione verticale è necessario mettere in conto le forze di inerzia.

$$F_i = T(x + \Delta x) \sin(\alpha(x + \Delta x)) - T(x) \sin(\alpha(x))$$

$$\rho \Delta x \partial_{tt} v(x, t) = T(x + \Delta x) \cos(\alpha(x + \Delta x)) \operatorname{tg}(\alpha(x + \Delta x)) - T(x) \cos(\alpha(x)) \operatorname{tg}(\alpha(x))$$

$$\rho \Delta x \partial_{tt} v(x, t) = \sigma [\operatorname{tg}(\alpha(x + \Delta x)) - \operatorname{tg}(\alpha(x))]$$

Per l'ipotesi di assenza di attriti si può scrivere la tangente come la derivata spaziale dello spostamento.

$$\rho \Delta x \partial_{tt} v(x, t) = \sigma [\partial_x v(x + \Delta x, t) - \partial_x v(x, t)]$$

Sviluppando in serie di Taylor e arrestando lo sviluppo al secondo ordine si ottiene la seguente espressione.

$$\rho \Delta x \partial_{tt} v(x, t) = \sigma \partial_{xx} v(x, t) \Delta x$$

Abbiamo così ottenuto l'equazione della corda vibrante, ovvero un'equazione differenziale del secondo ordine, omogenea, a termini costanti, a due variabili e lineare.

$$\rho \partial_{tt} v(x, t) - \sigma \partial_{xx} v(x, t) = 0$$

Attribuendo le condizioni al contorno e le condizioni iniziali è possibile ricavare la soluzione mediante il metodo di separazioni delle variabili. A noi interessa studiare un problema sotto determinato a causa dell'applicazione delle sole condizioni al contorno.

$$\rho \partial_{tt} v(x, t) - \sigma \partial_{xx} v(x, t) = 0$$

$$v(0, t) = v(L, t) = 0$$

$$\forall x \in [0, L] \quad \forall t \geq 0$$

Il metodo di separazione della variabili consiste nel pensare la soluzione come prodotto di due funzioni ciascuna dipendente da una sola variabile.

$$v(x, t) = \varphi(x) \Psi(t)$$

Posto $\varphi(x) \neq 0$ e $\Psi(t) \neq 0$ si ottengono due equazioni, ciascuna dipendente da una sola variabile.

$$\rho \varphi(x) \Psi''(t) - \sigma \varphi''(x) \Psi(t) = 0$$

$$\frac{\varphi''(x)}{\varphi(x)} = \frac{\rho\Psi''(t)}{\sigma\Psi(t)} = K \quad \forall K \in \mathbb{R}$$

$$\varphi''(x) - k\varphi(x) = 0$$

$$\Psi''(t) - \frac{\sigma}{\rho}K\Psi(t) = 0$$

Considerando la prima delle due equazioni appena ottenute gli applichiamo le condizioni al contorno, ricordando che $\Psi(t) \neq 0$.

$$\varphi''(x) - k\varphi(x) = 0$$

$$v(0, t) = \varphi(0) \Psi(t) = 0 \rightarrow \varphi(0) = 0$$

$$v(L, t) = \varphi(L) \Psi(t) = 0 \rightarrow \varphi(L) = 0$$

La cui soluzione si ottiene con la seguente posizione.

$$\varphi(x) = e^{\lambda x}$$

$$\varphi''(x) - K\varphi(x) = 0$$

$$e^{\lambda x}(\lambda^2 - K) = 0$$

La soluzione del polinomio caratteristico deve essere ricercata $\forall K \in \mathbb{R}$, ma l'unica soluzione fisicamente accettabile si ha per $K < 0$, in quanto per $K = 0$ si ha una soluzione costante e per $K > 0$ la soluzione tende ad infinito al tendere ad infinito della x .

Quindi poniamo $-h^2 = K$ con $h < 0$ e si ottiene l'equazione dell'oscillatore armonico.

$$\varphi''(x) + h^2\varphi(x) = 0$$

$$\varphi(x) = e^{\lambda x}$$

$$e^{\lambda x}(\lambda^2 + h^2) = 0$$

$$(\lambda + ih)(\lambda - ih) = 0$$

$$\lambda = \pm ih$$

$$\varphi(x) = Ae^{ihx} + Be^{-ihx} \quad \text{con } A, B \in \mathbb{R}$$

Ricordando che $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ si ottiene la seguente espressione.

$$\varphi(x) = \alpha \cos(hx) + \beta \sin(hx) \quad \text{con } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Applichiamo le condizioni al contorno.

$$\varphi(0) = \alpha = 0$$

$$\varphi(L) = \beta \operatorname{sen}(hL) = 0 \quad \rightarrow \quad \beta = 1 \quad , \quad h = \frac{n\pi}{L} \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad n \geq 1$$

La soluzione della prima equazione risulta così individuata.

$$\varphi(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \quad n \geq 1$$

Consideriamo ora la seconda equazione.

$$\Psi''(t) - \frac{\tau}{\rho}K\Psi(t) = 0$$

La cui soluzione può essere sempre ricercata ponendo $\Psi(t) = e^{\lambda t}$, ma siccome ci interessa ottenere un'espressione che contenga la pulsazione naturale di oscillazione nel tempo pare evidente la convenienza di adottare la seguente formulazione.

$$\Psi(t) = C \operatorname{sen}(\omega t) \quad \text{con } C, \omega \in \mathbb{R}$$

Ponendo $n=1$ il metodo di separazione delle variabili fornisce la seguente soluzione per l'equazione della corda vibrante.

$$\rho \partial_{tt} v(x, t) - \sigma \partial_{xx} v(x, t) = 0$$

$$v(x, t) = C \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right) \operatorname{sen}(\omega t) \quad \text{con } C, \omega \in \mathbb{R}$$

Si nota la sottodeterminazione del problema per l'assenza delle condizioni iniziali.

Volendo ricavare la pulsazione naturale di oscillazione nel tempo è sufficiente inserire la soluzione nell'equazione che governa il fenomeno.

$$\left[-\rho\omega^2 + \sigma \frac{\pi^2}{L^2}\right] C \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right) \operatorname{sen}(\omega t) = 0$$

$$\omega^2 = \frac{\sigma \pi^2}{\rho L^2}$$

Ma a noi ci interessa la tensione, che può essere espressa tramite la frequenza ricordando che $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$.

$$\sigma = \frac{\rho L^2 \omega^2}{\pi^2} = \frac{\rho L^2}{\pi^2} 4\pi^2 f^2$$

Dalla tensione è possibile risalire alla deformazione.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \left(\frac{4\rho L^2}{E}\right) f^2$$

Il risultato ottenuto denota una proporzionalità quadratica con la frequenza di oscillazione, mentre il termine entro parentesi tonde risulta una costante.

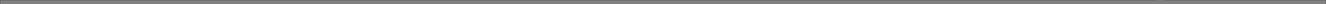
Coefficienti di dilatazione termica

L'NTC2008 al capitolo 11.2.10.5 in merito al coefficiente di dilatazione termica dichiara che in sede di progettazione, in mancanza di una determinazione sperimentale diretta, può essere assunto pari a $10 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$, fermo restando che tale quantità dipende significativamente dal tipo di calcestruzzo considerato e può assumere valori anche sensibilmente differenti da quello indicato.

Mentre le linee guida sui calcestruzzi ad alte resistenze al capitolo 5.1 affermano che prove su calcestruzzi con resistenza cilindrica compresa tra $85 - 110 \text{ N/mm}^2$ con o senza fumo di silice o ceneri volanti hanno mostrato valori compresi rispettivamente tra $9 - 8 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$.

L'ideale sarebbe stato svolgere apposite prove da eseguirsi secondo la prova UNI EN 1770:2000.

Siccome nella nostra struttura è stato utilizzato un calcestruzzo con una resistenza cilindrica di 55 N/mm^2 si è deciso di considerare un coefficiente di dilatazione termica pari a $9,5 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$.



Moduli elastici e resistenze a compressione dei calcestruzzi maturati a vapore

La normativa italiana NTC 2008 al capitolo 11.2.2 obbliga a sottoporre il calcestruzzo ad un controllo di qualità, con lo scopo di garantire che rispetti le prescrizioni in sede di progetto. In particolare col prelievo di un certo numero di campioni si deve assicurare il soddisfacimento del controllo di accettazione, potendo così assicurare che il calcestruzzo appartenga ad una certa classe di resistenza contraddistinta dalla seguente sigla.

$$C f_{ck}/R_{ck,28}$$

Dove le resistenze a compressione cilindrica e cubica caratteristiche sono entrambe espresse in N/mm^2 .

Accertato che il calcestruzzo adottato per la realizzazione dell'opera appartenga ad una certa classe di resistenza, mediante le istruzioni fornite dall'NTC 2008 al capitolo 11.2.10 è possibile determinare le altre caratteristiche meccaniche del calcestruzzo.

- Resistenza media a compressione cilindrica:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

- Resistenza media a trazione semplice cilindrica:

$$f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3} \text{ per classi } \leq C50/60 ; f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + f_{cm}/10) \text{ per classi } \geq C50/60$$

- Resistenza media a trazione per flessione:

$$f_{cfm} = 1,2 f_{ctm}$$

- Modulo elastico medio:

$$E_{cm} = 22000 (f_{cm}/10)^{0,3}$$

Dove tutte le grandezze vanno espresse in N/mm^2 .

Si sottolinea che in merito al modulo elastico medio si intende quello secante tra la tensione nulla e lo $0,40 f_{cm}$.

Tutti i valori fino ad ora riportati si intendono validi per una maturazione naturale a 28 giorni. L'EC2 fornisce anche le espressioni per calcolare l'evoluzione nel tempo di queste grandezze.

- Resistenza caratteristica a compressione cilindrica:

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8 \text{ per } 3g < t < 28g$$

$$f_{ck}(t) = f_{ck} \text{ per } t \geq 28g$$

- Resistenza media a compressione cilindrica:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) * f_{cm}$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left(1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right) \right\}$$

$$s = 0,20 \text{ per cementi CEM 42,5R ; CEM 52,5N ; CEM 52,5R (classe R)}$$

$s = 0,25$ per cementi CEM 32,5R ; CEM 42,5N (classe N)

$s = 0,38$ per cementi CEM 32,5N (classe S)

- Resistenza media a trazione cilindrica:

$$f_{ctm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^\alpha * f_{ctm}$$

$\alpha = 1$ per $t < 28g$

$\alpha = 2/3$ per $t \geq 28g$

- Modulo elastico medio:

$$E_{cm}(t) = \left[\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0,3} E_{cm}$$

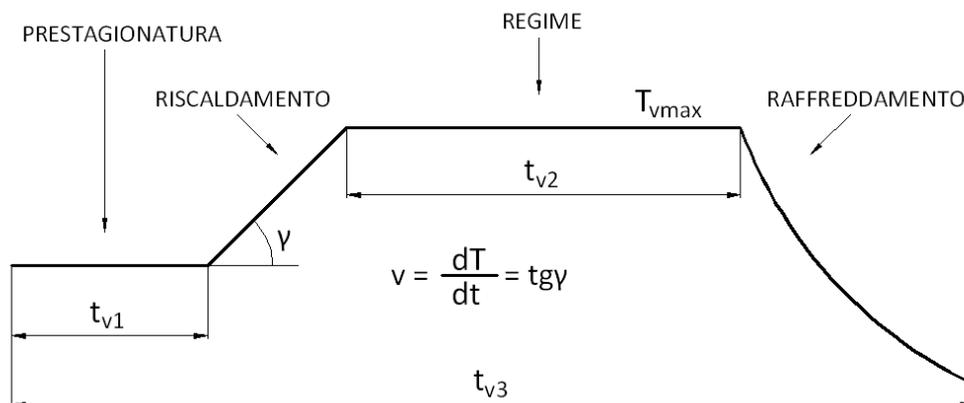
Dove tutte le grandezze vanno espresse in N/mm^2 tranne il tempo t in giorni.

Le espressioni appena riportate, dedotte dall'NTC2008 e dall'EC2 sono valide per calcestruzzi sottoposti ad una naturale maturazione ovvero con temperature dell'ordine dei $20^\circ C$ ed un'umidità relativa $\geq 90\%$.

Per la nostra trattazione si comprende la necessità di approfondire gli studi per i calcestruzzi sottoposti ad un ciclo di maturazione accelerato a vapore.

Il trattamento a vapore del calcestruzzo per l'accelerazione della maturazione è utilizzata nella prefabbricazione per velocizzare il ciclo di produzione e ridurre i costi. Lo scopo che ci si prefigge è quello di ottenere una certa resistenza a compressione dopo 16-18h.

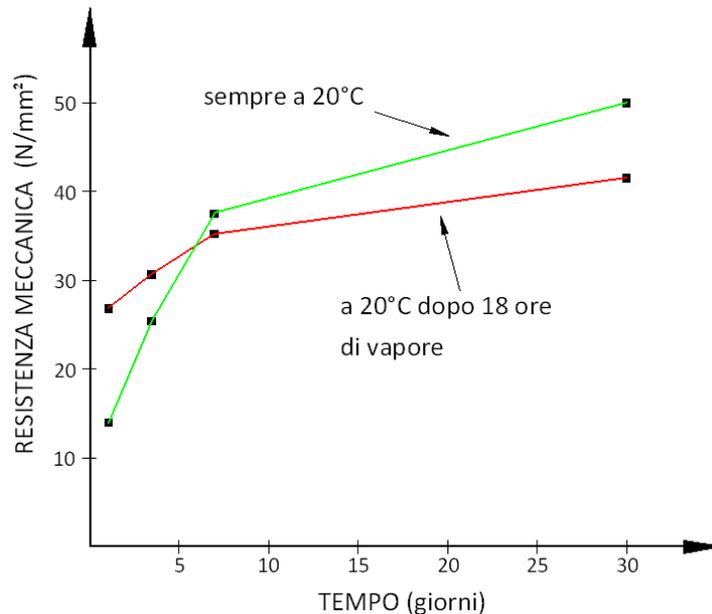
Illustriamo un tipico esempio di un ciclo di maturazione a vapore del calcestruzzo.



Gli elementi chiave in un ciclo di vaporazione sono:

- t_{v1} : durata della stagionatura preliminare a temperatura ambiente ($t_{v1} \approx 2ore$)
- v : velocità di riscaldamento dopo la prestagionatura ($v \approx 20^\circ C/ora$)
- t_{v2} : durata del tempo di stagionatura
- $T_{v,max}$: temperatura massima a regime
- t_{v3} : durata totale del ciclo di trattamento a vapore ($t_{v3} \approx 16 - 18ore$)

Per capire cosa comporta un ciclo a vapore, riportiamo l'andamento della resistenza a compressione in funzione del tempo, sia nel caso di ciclo a vapore sia nel caso di normale stagionatura.



Quindi il ciclo a vapore permette di ottenere prestazioni iniziali elevate e leggermente inferiori a 28 giorni, rispetto a quelle ottenibili con una normale maturazione.

Prima di proseguire, si vuole chiarire la notazione sulla simbologia per evitare confusione. Per una generica grandezza G si può definire:

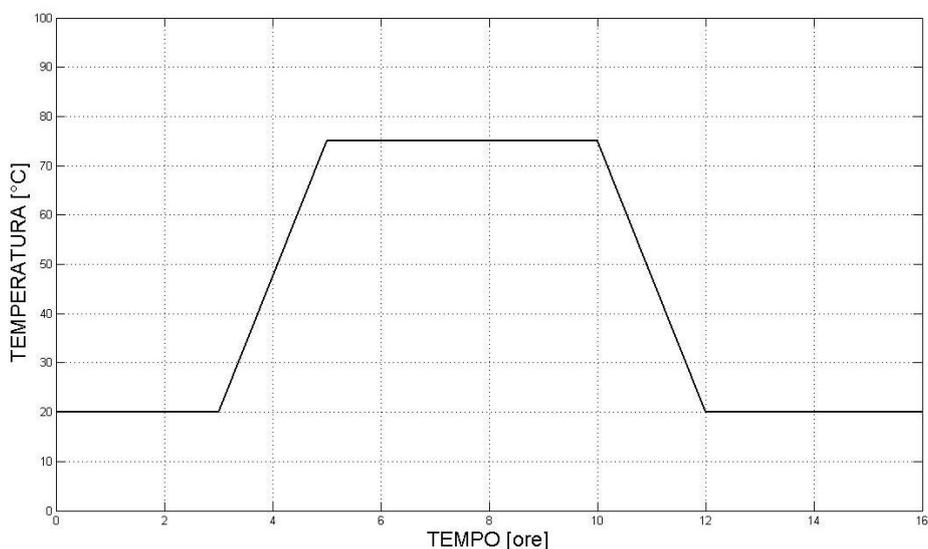
- G_{cm} : valore del calcestruzzo in termini medi con maturazione naturale a 28 giorni
- $G_{cm}(t)$: valore del calcestruzzo in termini medi con maturazione naturale al generico istante di tempo
- G_{cmv} : valore del calcestruzzo in termini medi con maturazione a vapore a 28 giorni
- $G_{cmv}(t)$: valore del calcestruzzo in termini medi con maturazione a vapore al generico istante di tempo
- G_{ck} : valore del calcestruzzo in termini caratteristici con maturazione naturale a 28 giorni
- $G_{ck}(t)$: valore del calcestruzzo in termini caratteristici con maturazione naturale al generico istante di tempo
- G_{ckv} : valore del calcestruzzo in termini caratteristici con maturazione a vapore a 28 giorni
- $G_{ckv}(t)$: valore del calcestruzzo in termini caratteristici con maturazione a vapore al generico istante di tempo

Per approfondire lo studio dell'evoluzione temporale dei moduli elastici e delle resistenze a compressione per i calcestruzzi maturati a vapore, analizziamo i dati ottenuti da un'indagine sperimentale (vedi bibliografia) condotta sull'influenza del tempo di stagionatura e delle condizioni di maturazione, sul modulo di elasticità e sulla resistenza a compressione dei calcestruzzi .

I campioni di calcestruzzo per realizzare le prove sono stati confezionati con la medesima composizione, e con caratteristiche sostanzialmente simili a quelle dei calcestruzzi generalmente impiegati per l'esecuzione di manufatti precompressi. La miscela al metro cubo è la seguente.

- Sabbia di S. Bartolo:	187 kg (10%)
- Sabbia di Verrucchio:	561 kg(32%)
- Spaccato 6 ÷ 9mm:	468 kg(26%)
- Spaccato 12 ÷ 17mm:	561 kg(32%)
- Acqua:	200 l
- Cemento Portland 525 (CEM I 52,5N):	400kg
- Additivo Rheobuild (superfluidificante):	1,5%

Metà di questi campioni hanno subito un trattamento termico a vapore mentre i rimanenti sono stati stagionati con maturazione normale in un ambiente a temperatura ed umidità circa costante rispettivamente di 20°C e $\geq 90\%$. Il ciclo termico a vapore adottato è rappresentato nella seguente figura.

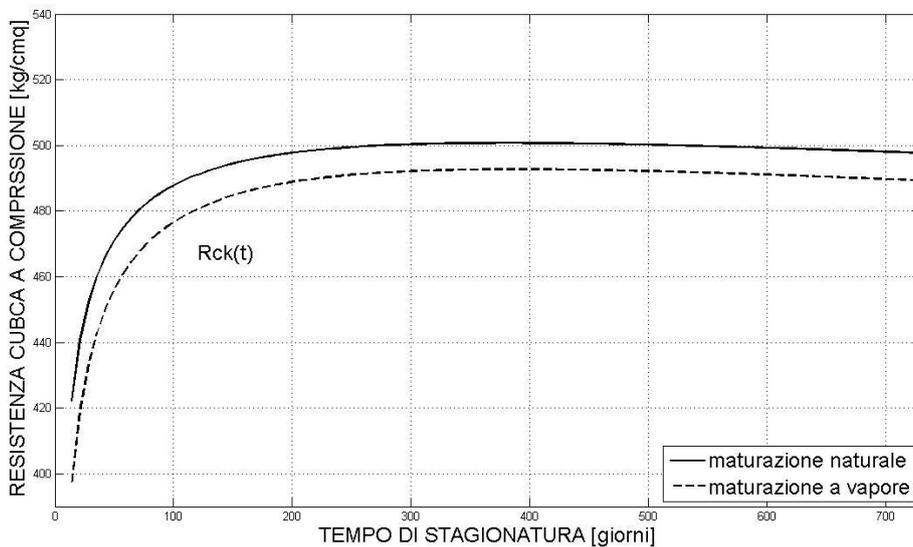
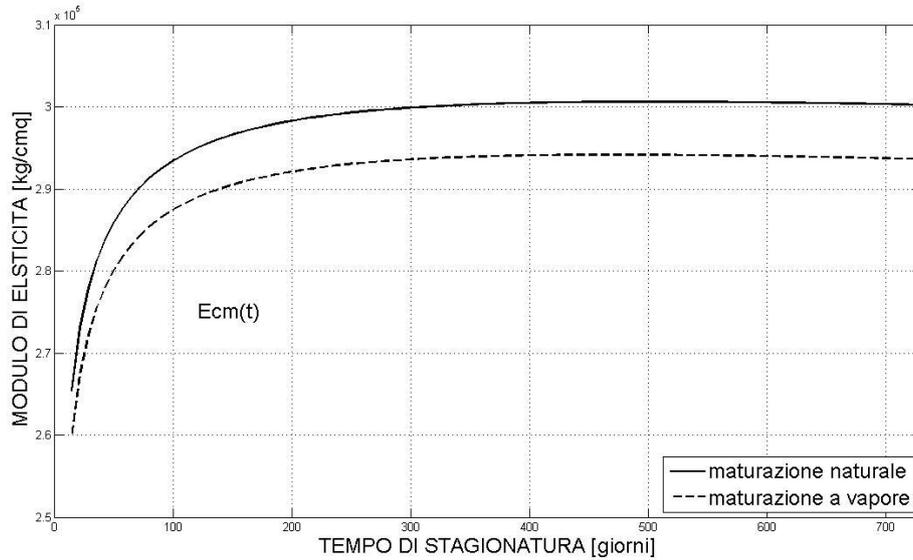


Gli elementi chiave del ciclo di maturazione a vaporazione applicato sono i seguenti:

- durata della stagionatura preliminare a temperatura ambiente $t_{v1} = 3ore$
- velocità di riscaldamento dopo la prestagionatura $v = 27,5°C/ora$
- durata del tempo di stagionatura $t_{v2} = 5ore$
- temperatura massima a regime $T_{v,max} = 75°C$
- durata totale del ciclo di trattamento a vapore $t_{v3} = 16ore$

Le prove, per entrambi i tipi di maturazione, sono state eseguite alle scadenze di 14 e 28 giorni, 3 e 6 mesi, 1 e 2 anni.

Riportiamo i valori del modulo di elasticità medio e di resistenza a compressione cubica caratteristica, acquisiti dall'indagine sperimentale, sottoposti al metodo di interpolazione ai minimi quadrati per ottenere una relazione continua.

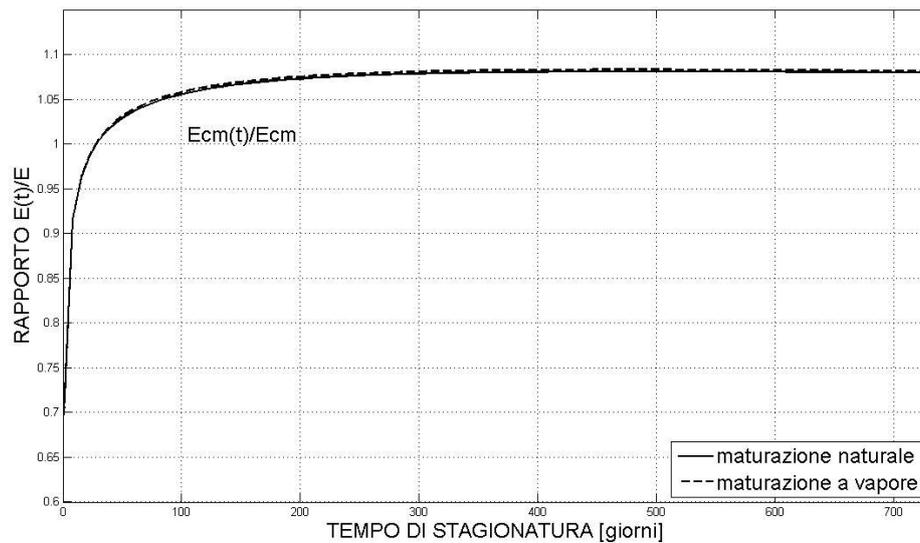


Si sottolinea che in questa indagine sperimentale, in merito al modulo elastico medio, si intende quello secante tra la tensione di 13 kg/cm^2 e 120 kg/cm^2 .

Entrambe queste proprietà meccaniche crescono nel tempo fino a circa un anno di stagionatura e successivamente denunciano un appiattimento.

Un'indicazione preliminare che si può trarre, è che la maturazione a vapore dopo lunghi tempi di stagionatura porta ad ottenere moduli elastici e resistenze a compressioni inferiori rispetto a quelli ottenibili con una normale maturazione. E' questo il pegno da pagare per una maturazione accelerata.

Per la nostra trattazione ci pare interessante riportate l'andamento del modulo di elasticità medio $E_{cm}(t)$ rispetto al valore manifestato a 28 giorni E_{cm} .



Rispetto al valore a 28 giorni, a breve termine la maturazione a vapore conferisce moduli elastici minori che vengono poi recuperate col passare del tempo. Tale fenomeno è evidente in ugual modo in un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione.

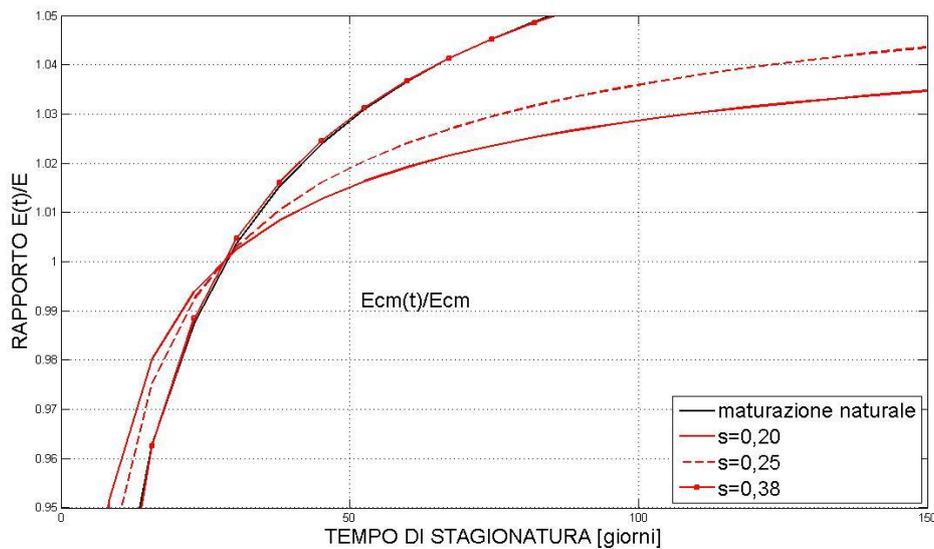
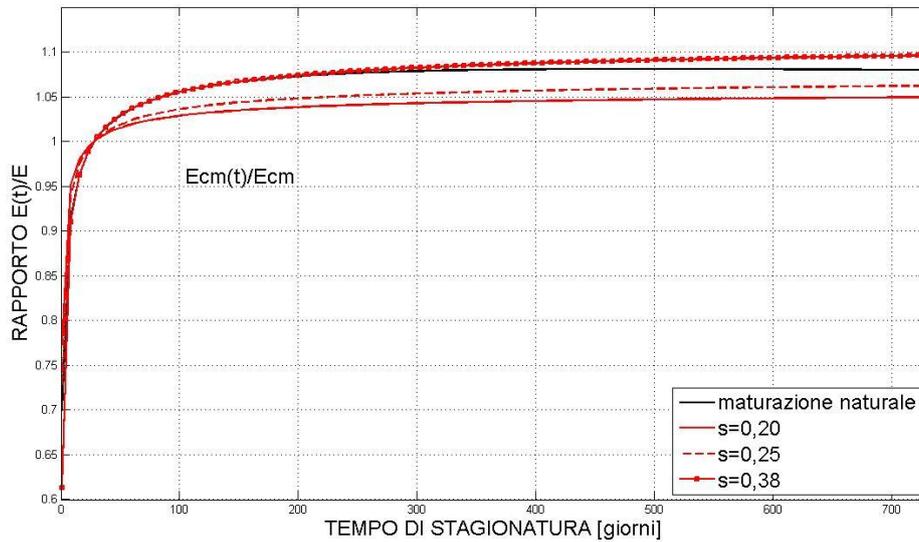
Riportiamo l'espressione per il calcolo di tali rapporti.

$$\frac{E_{cm}(t)}{E_{cm}} = 0,699 + 0,123 * \ln(t) - 0,0099 * (\ln(t))^2$$

$$\frac{E_{cmv}(t)}{E_{cmv}} = 0,694 + 0,126 * \ln(t) - 0,0102 * (\ln(t))^2$$

Dove il tempo t è sempre misurati in giorni.

Ci pare ora interessante un confronto con le espressioni riportate dalla normativa EC2 valide solo per i calcestruzzi sottoposti ad un naturale ciclo di maturazione.



Dove l'EC2 fornisce un'espressione dipendente dalla tipologia di cemento utilizzato per la composizione del calcestruzzo.

$$\frac{E_{cm}(t)}{E_{cm}} = \left[\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0,3} = \left[\frac{\beta_{cc}(t) * f_{cm}}{f_{cm}} \right]^{0,3} = \beta_{cc}(t)^{0,3}$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left(1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right) \right\}$$

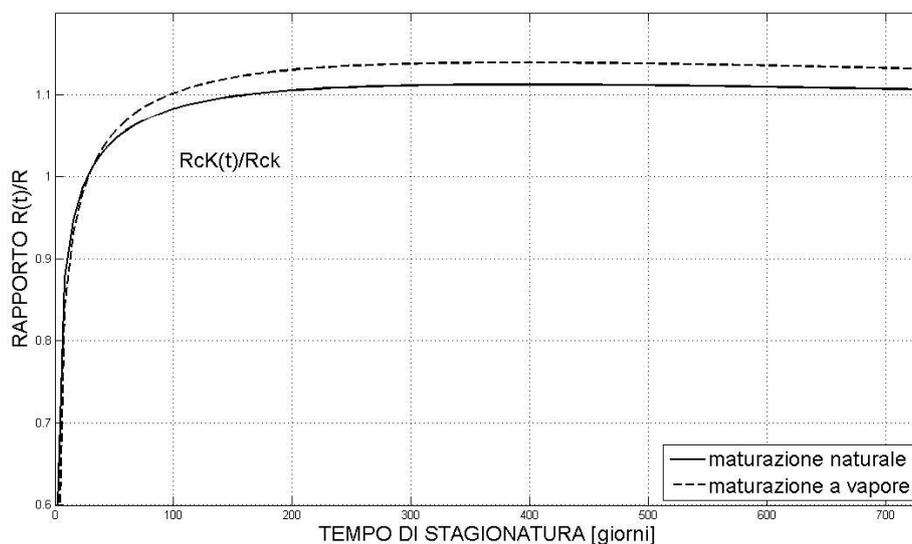
s = 0,20 per cementi CEM 42,5R ; CEM 52,5N ; CEM 52,5R

$s = 0,25$ per cementi CEM 32,5R ; CEM 42,5N

$s = 0,38$ per cementi CEM 32,5N

L'indagine sperimentale è stata svolta con calcestruzzi simili a quelli generalmente impiegati per l'esecuzione di manufatti precompressi a cui si può attribuire un $s = 0,20$. Con tale indicazione si deduce che le espressioni dell'EC2 delineano valori maggiori a brevi istanti di tempo e valori minori dopo lunghi periodi di maturazione. La motivazione di questa differenza potrebbe essere associato al diverso intervallo tensionale assunto dall'EC2 e dall'indagine sperimentale per definire il modulo elastico medio secante.

Le stesse considerazioni svolte per il modulo di elasticità medio, si possono ripetere anche per la resistenza a compressione del calcestruzzo caratteristica. Ovvero ci pare interessante riportare l'andamento della resistenza a compressione del calcestruzzo caratteristica $R_{ck}(t)$ rispetto al valore manifestato a 28 giorni R_{ck} .



Rispetto al valore a 28 giorni, a breve termine la maturazione a vapore conferisce resistenze a compressione minori che vengono poi recuperate col passare del tempo. Tale fenomeno è meno evidente in un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, soprattutto la fase di recupero dopo lunghi periodi di tempo.

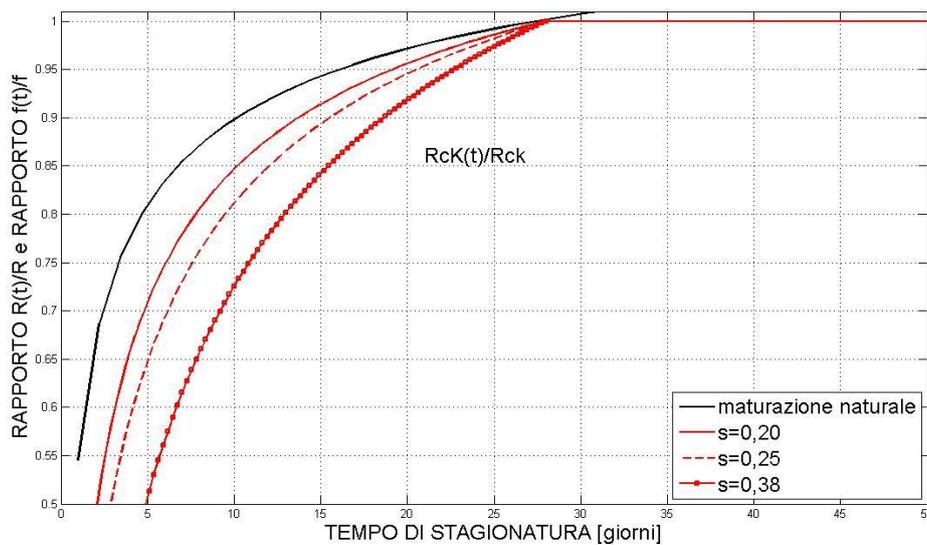
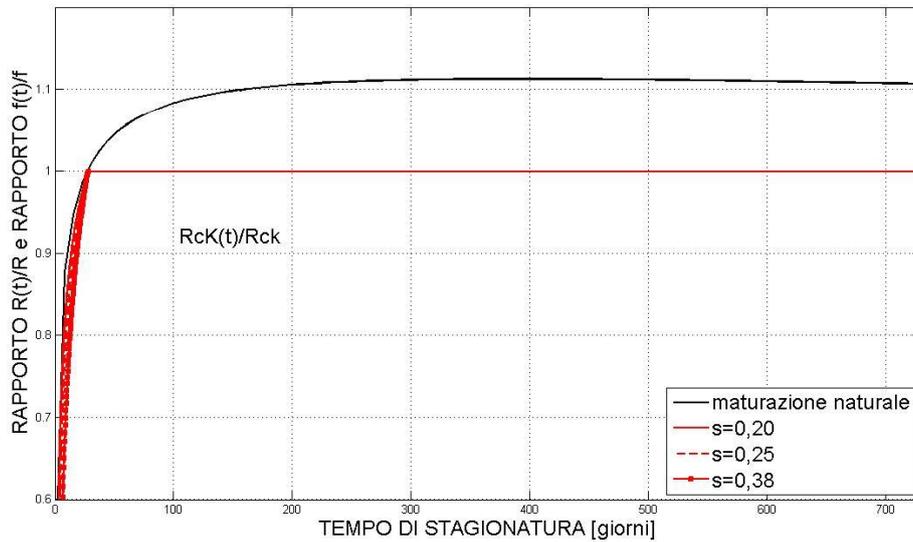
Riportiamo l'espressione per il calcolo di tali rapporti.

$$\frac{R_{ck}(t)}{R_{ck}} = 0,545 + 0,190 * \ln(t) - 0,0159 * (\ln(t))^2$$

$$\frac{R_{ckv}(t)}{R_{ckv}} = 0,423 + 0,240 * \ln(t) - 0,0201 * (\ln(t))^2$$

Dove il tempo t è sempre misurati in giorni.

Ci pare ora interessante un confronto con le espressioni riportate dalla normativa EC2 valide solo per i calcestruzzi sottoposti ad un naturale ciclo di maturazione.



Dove dall'EC2 si ottiene un'espressione dipendente dalla tipologia di cemento utilizzato per la composizione del calcestruzzo e anche dalla resistenza media cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni, assunta pari al valore attribuibile al calcestruzzo utilizzato per l'indagine sperimentale.

$$R_{ck} = 452 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow f_{cm} = 44,80 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{f_{ck}(t)}{f_{ck}} = \frac{f_{cm}(t) - 8}{f_{cm} - 8} = \frac{\beta_{cc}(t) * f_{cm} - 8}{f_{cm} - 8} \quad \text{per } 3g < t < 28g$$

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left(1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right) \right\}$$

$s = 0,20$ per cementi CEM 42,5R ; CEM 52,5N ; CEM 52,5R

$s = 0,25$ per cementi CEM 32,5R ; CEM 42,5N

$s = 0,38$ per cementi CEM 32,5N

$$\frac{f_{ck}(t)}{f_{ck}} = \frac{f_{cm}(t) - 8}{f_{cm} - 8} = \frac{f_{cm} - 8}{f_{cm} - 8} = 1 \quad \text{per } t \geq 28g$$

L'indagine sperimentale è stata svolta con calcestruzzi simili a quelli generalmente impiegati per l'esecuzione di manufatti precompressi a cui si può attribuire un $s = 0,20$. Con tale indicazione si deduce che l'espressioni dell'EC2 delineano valori maggiori a brevi istanti di tempo e valori minori dopo lunghi periodi di maturazione. La motivazione per la differenza a brevi istanti di tempo potrebbe essere associata al fatto che l'indagine sperimentale è svolta su provini cubici R_{ck} , mentre la normativa riporta le grandezze riferite a provini cilindrici f_{ck} .

Superati i 28 giorni la normativa EC2 si mantiene a favore della sicurezza non considerando l'incremento di prestazioni del calcestruzzo in termini di resistenza a compressione.

Ricordando l'obbiettivo di questo appendice si vogliono qui di seguito riassumere le differenze fra un calcestruzzo sottoposto ad una naturale maturazione ed un calcestruzzo realizzato con una maturazione accelerata.

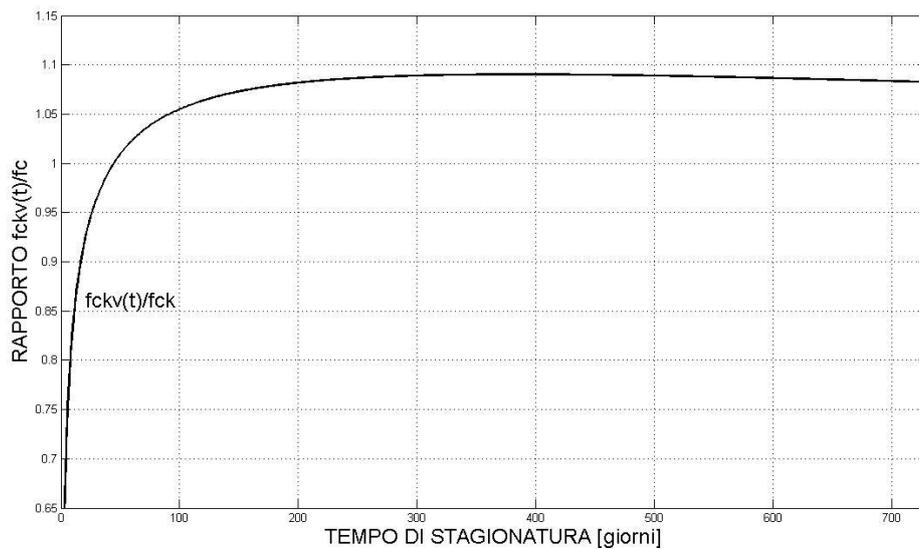
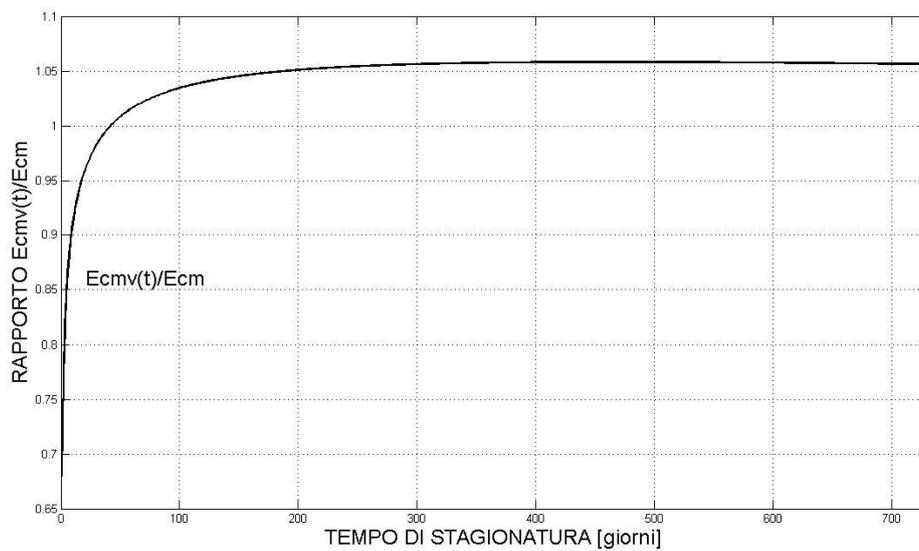
- La maturazione a vapore dopo lunghi tempi di stagionatura porta ad ottenere moduli elastici e resistenze a compressioni inferiori rispetto a quelli ottenibili con una normale maturazione. E' questo il pegno da pagare per una maturazione accelerata
- Rispetto al valore a 28 giorni, a breve termine la maturazione a vapore conferisce moduli elastici minori che vengono poi recuperate col passare del tempo. Tale fenomeno è evidente in ugual modo in un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione.
- Rispetto al valore a 28 giorni, a breve termine la maturazione a vapore conferisce resistenze a compressione minori che vengono poi recuperate col passare del tempo. Tale fenomeno è meno evidente in un calcestruzzo sottoposto ad una normale maturazione, soprattutto la fase di recupero dopo lunghi periodi di tempo.

Si vuole ora individuare una corretta procedura pratica e analitica per la determinazione dei corretti parametri meccanici di un calcestruzzo maturato a vapore.

Pare evidente la convenienza di sfruttare l'equazioni definite dalla normativa per il passaggio dalla resistenza a compressione caratteristica al modulo di elasticità medio, che sono valide solo se il calcestruzzo è maturato in modo naturale. Per questo motivo si consiglia di prelevare il dosaggio necessario di calcestruzzo per svolgere il controllo di accettazione, dall'impasto di calcestruzzo utilizzato per la realizzazione della trave da ponte maturata a vapore, e fatto maturare in un

naturale ambiente. Svolto il controllo di accettazione, ovvero garantita una certa classe di resistenza, è possibile determinare il modulo elastico medio sfruttando le equazioni proposte dalla normativa. Ottengo così le grandezze riferite a 28 giorni di maturazione naturale f_{ck} e E_{cm} .

E' quindi sufficiente relazione i valori appena ottenuti con le grandezze definite per un calcestruzzo maturato a vapore, o meglio le relazioni fra modulo elastico medio ottenuto con una maturazione a vapore per diversi istanti di tempo e il modulo elastico medio a 28 giorni ottenuto con una maturazione naturale $E_{cmv}(t)/E_{cm}$. Lo stesso per la resistenza caratteristica a compressione cilindrica $f_{ckv}(t)/f_{ck}$ (che si assume coincidente al rapporto in termini di resistenza cubica $(R_{ckv}(t)/R_{ck})$).



Riportiamo l'espressione per il calcolo di tali rapporti.

$$\frac{E_{cmv}(t)}{E_{cm}} = 0,680 + 0,123 * \ln(t) - 0,0100 * (\ln(t))^2$$

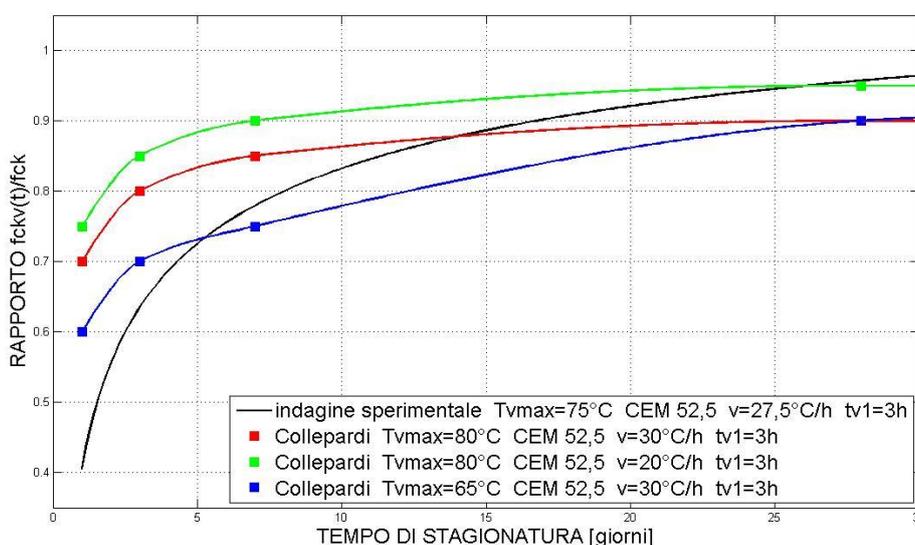
$$\frac{f_{ckv}(t)}{f_{ck}} = 0,405 + 0,230 * \ln(t) - 0,0193 * (\ln(t))^2$$

Tutti gli esiti fino ad ora esposti, sono ottenuti da un'indagine sperimentale condotta su campioni sottoposti ad un ciclo a vapore caratterizzato da una prestagionatura a 20°C per 3 ore ed una velocità di riscaldamento di 27,5 °C/h fino ad una temperatura massima di 75°C . Le prove sono poi state realizzate dopo 14 e 28 giorni, 3 e 6 mesi, 1 e 2 anni di maturazione naturale.

Ancor più interessanti sono i risultati riportati dal Collepari, il quale assume come scadenze di maturazione naturale 1,3 ,7 e 28 giorni, dopo l'applicazione del ciclo a vapore

Si può affermare che i dati del Collepari hanno una maggiore significatività a brevi periodi di maturazione, al contrario dei valori ottenuti dall'indagine sperimentale, che hanno una maggiore significatività per lunghi periodi di maturazione.

Riportiamo il confronto nel seguente grafico.



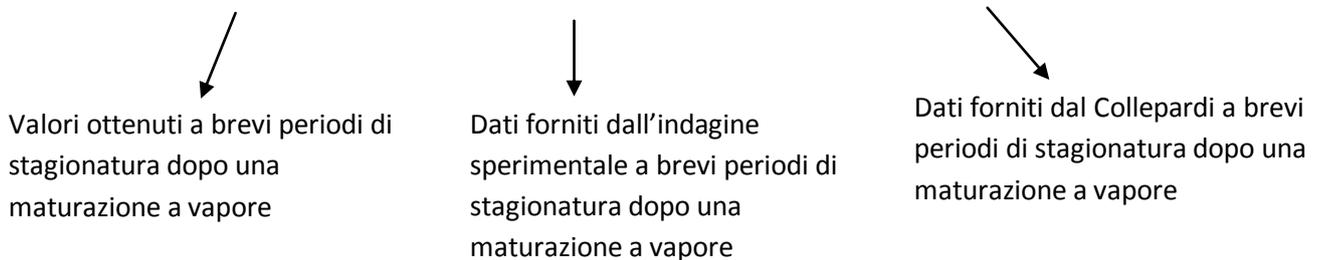
Si può affermare che in termini di resistenze a compressione il Collepari denota una minore riduzione della resistenza a compressione a brevi tempi di stagionatura rispetto ai risultati ottenuti dall'indagine sperimentale.

Fra i risultati forniti dal Collepari, quelli più aderenti all'indagine sperimentale, in termini di caratteristiche del ciclo di maturazione a vapore, sono riportati in verde ($T_{v,max}$ poco superiore, bilanciata da una v poco inferiore).

Confrontando la linea verde con la linea nera, si nota una congruenza quasi perfetta, nell'intervallo temporale compreso fra i 14 e i 28 giorni, range per il quale entrambe le curve hanno un'elevata significatività, associata ai tempi di stagionatura dei relativi campioni (1,3,7 e 28 giorni per il Colleparidi; 14 e 28 giorni, 3 e 6 mesi, 1 e 2 anni per l'indagine sperimentale).

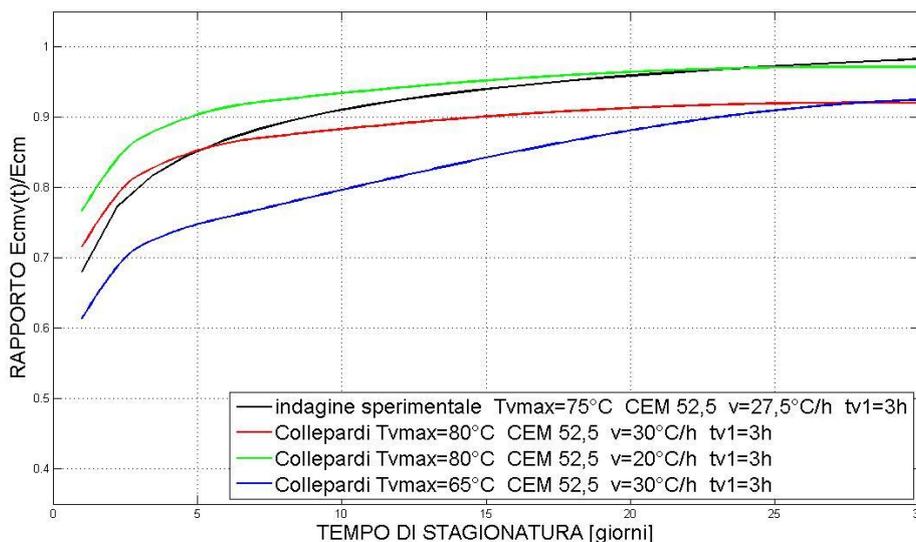
Purtroppo il Colleparidi fornisce i dati per brevi tempi di stagionatura dopo una maturazione a vapore, solo in termini di resistenze a compressione. Si vogliono sfruttare queste informazioni, con l'ausilio dei dati ottenuti dall'indagine sperimentale, per ottenere anche i moduli di elasticità a brevi tempi di stagionatura dopo una maturazione a vapore. Per fare ciò è sufficiente impostare la seguente relazione.

$$(E_{cmv}(t)/E_{cm})_B = \left(\frac{E_{cmv}(28)/E_{cm}}{f_{ckv}(28)/f_{ck}} \right)_{B,ind.sper} * (f_{ckv}(t)/f_{ck})_{B,Coll.}$$



Per i dati forniti dall'indagine sperimentale si sono assunti i valori a 28 giorni. La scelta è giustificata dal fatto che per istanti di tempo inferiori l'indagine sperimentale non è significativa.

Riportiamo i risultati ottenuti nel seguente grafico.

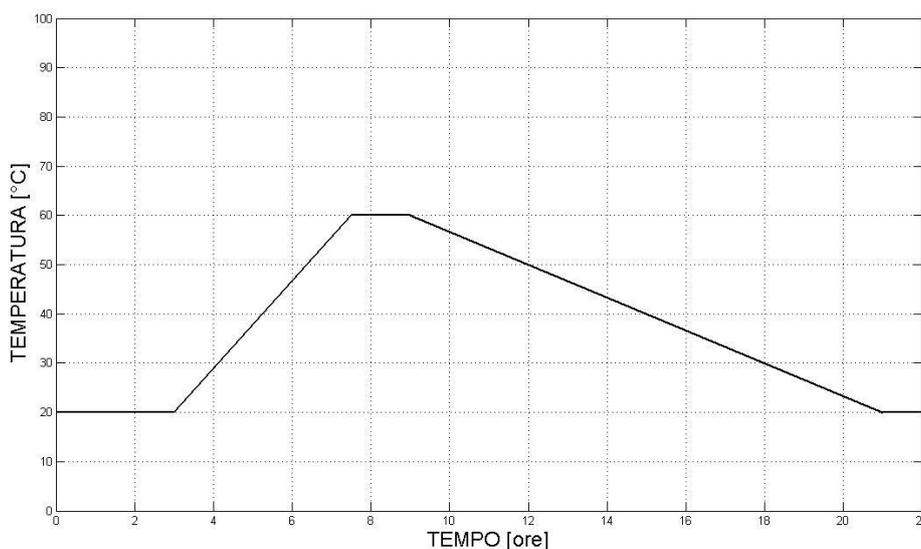


Ricordando che gli esiti dell'indagine sperimentale vanno confrontati con la linea verde, per la somiglianza delle caratteristiche del ciclo di maturazione a vapore, si nota che dalle informazioni

ottenute dal Collepardi, per brevi periodi di maturazione è consigliabile utilizzare una minore riduzione del modulo di elasticità.

Si vuole ora concludere questa appendice determinando il modulo di elasticità medio e la resistenza caratteristica cubica a compressione per le travi da ponte oggetti di studio della presente tesi.

Il ciclo di maturazione a vapore adottato è caratterizzato da una prestagionatura a 20°C per 3 ore ed una velocità di riscaldamento di circa 10 °C/h fino ad una temperatura massima di 60°C .



Si nota l'asimmetria del ciclo di maturazione a vapore, in cui la fase di riscaldamento è ovviamente forzata. Raggiunta la temperatura massima si chiudono gli iniettori di vapore, la temperatura di 60°C si mantiene per poco tempo, successivamente fase di raffreddamento avviene in modo naturale.

Il calcestruzzo impiegato, soggetto ad una maturazione naturale e sottoposto ad un controllo di accettazione, viene attribuito alla classe di resistenza C 45/55. I valori meccanici a 28 giorni per una normale maturazione risultano determinabili con le espressioni fornite dalla normativa.

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 53 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

Per considerare l'effetto della maturazione accelerata a vapore, si utilizzano le espressioni dedotte dal Collepardi (curva blu) per tempi di maturazione inferiori o uguali a 28, e le espressioni dedotte dall'indagine sperimentale per istanti successivi.

Riportiamo nella seguente tabella i valori per gli istanti di tempo significativi per l'opera oggetto di studio.

	t=1g	t=28g	t=71g	t=79g	t=93g
$E_{cmv}(t) [N/mm^2]$	22263	27093	37103	37244	37661
$E_{cmv}(t)/E_{cm}$	0,6136	0,7467	1,0226	1,0265	1,0380
$f_{ckv}(t) [N/mm^2]$	27,00	32,85	46,56	46,86	47,75
$f_{ckv}(t)/f_{ck}$	0,6000	0,7301	1,0347	1,0414	1,0610

	t=136g	t=150g	t=209g	t=225g	t=895g
$E_{cmv}(t) [N/mm^2]$	37840	38072	38159	38198	38242
$E_{cmv}(t)/E_{cm}$	1,0429	1,0493	1,0517	1,0528	1,0540
$f_{ckv}(t) [N/mm^2]$	48,11	48,57	48,73	48,80	48,90
$f_{ckv}(t)/f_{ck}$	1,0691	1,0793	1,0829	1,0845	1,0866

Si nota che per istanti di tempo successivi a 28 giorni i parametri meccanici manifestano un buon incremento, tendono poi a stabilizzarsi superati i 209 giorni.

Passando alla soletta dell'impalcato, questa è realizzata con un calcestruzzo di classe C 28/35 dove l'impasto è ottenuto con un cemento CEM 32,5N (classe s). Siccome la soletta subisce una maturazione naturale, per il calcolo del modulo di elasticità si utilizzano le espressioni fornite dalla normativa.

$$f_{ck} = 28 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 36 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 32308 \text{ N/mm}^2$$

Anche la determinazione dei valori a diversi istanti di maturazione viene svolto con le espressioni fornite dalla normativa. Riportiamo nella seguente tabella i valori per gli istanti significativi dell'opera oggetto di studio.

	t=14g	t=73g
$E_{cm}(t) [N/mm^2]$	27602	37336
$E_{cmv}(t)/E_{cm}$	0,8543	1,1156
$f_{ck}(t) [N/mm^2]$	22,75	32,16
$f_{ckv}(t)/f_{ck}$	0,8127	1,1486



Perdite e cadute di tensione dell'armatura pretesa per elementi strutturali maturati a vapore

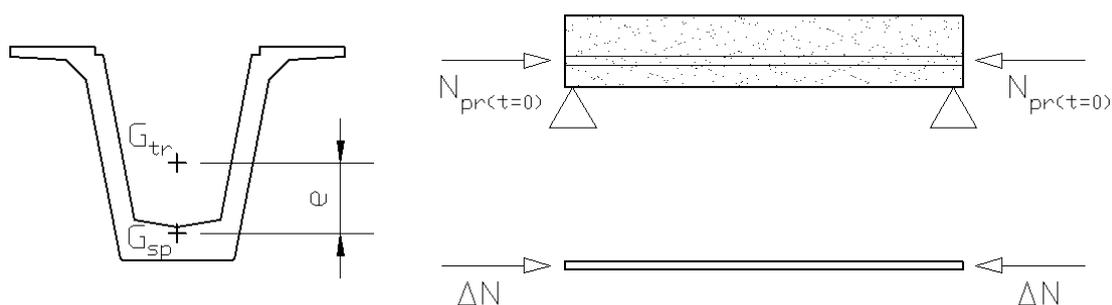
In una struttura a cavi aderenti pretesi la tensione teorica $\sigma_{pr,m}$ corrispondente alla pressione letta al manometro del martinetto non coincide con l'effettiva tensione presente durante l'esercizio dell'elemento strutturale. Ciò è dovuto al manifestarsi delle perdite di tensione (istantanee) e delle cadute di tensione (nel tempo).

L'EC2 al capitolo 5.10.4 raccomanda di considerare le seguenti perdite nella precompressione durante il pretensionamento:

- Perdite dovute all'attrito in corrispondenza delle deviazioni angolari ΔN_{μ} (durante la tesatura)
- Perdite dovute al rientro dei cunei dei dispositivi di ancoraggio ΔN_{α} (durante la tesatura)
- Perdite dovute al rilassamento a breve termine delle armature pretese durante il periodo che intercorre tra la messa in tensione delle armature e la precompressione del calcestruzzo ΔN_{ril} (prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo)
- Perdite dovute alla deformazione elastica del calcestruzzo ΔN_{el} (prima del trasferimento della precompressione al calcestruzzo)

Nella tecnica di precompressione nel caso oggetto di studio, che utilizza cavi aderenti pretesi, i primi due fenomeni possono essere trascurati.

L'effetto principale delle perdite di tensione è dovuto essenzialmente alla deformazione elastica del calcestruzzo. Per valutare l'entità di tali perdite immaginiamo che lo sforzo $N_{pr,m}$ applicato al martinetto sia assorbito da due sistemi distinti: $N_{pr,m(t=0)}$ dal solo calcestruzzo e ΔN_{el} dalla sola armatura. Tale ΔN_{el} è l'imputabile delle perdite di tensione.



Per effetto di tali azioni, sia l'armatura che solo il calcestruzzo tendono ad accorciarsi, e nell'ipotesi di perfetta aderenza (cavia aderenti pretesi), l'equazione che esprime la congruenza puntuale risulta:

$$\varepsilon_c = \Delta \varepsilon_{sp}$$

Dove per l'armatura si intende una variazione di deformazione, in quanto è già tesa dalla fase di tiro.

$$\frac{N_{pr(t=0)}}{E_{cm}A_{tr}} + \frac{N_{pr(t=0)} * e}{E_{cm}I_{tr}} * e = \frac{\Delta N_{el}}{E_{sp}A_{sp}}$$

Sostituendo l'equazione di equilibrio $N_{pr,m} = N_{pr(t=0)} + \Delta N_{el}$ ottengo il seguente risultato:

$$\frac{N_{pr(t=0)}}{E_{cm(t=0)}A_{tr}} + \frac{N_{pr(t=0)} * e}{E_{cm(t=0)}I_{tr}} * e = \frac{N_{pr,m} - N_{pr(t=0)}}{E_{sp}A_{sp}}$$

Quindi, se con il martinetto applico un tiro $N_{pr,m}$ poco dopo l'istante di tiro, la trave risente di una precompressione minore pari a $N_{pr(t=0)}$, dovuta alla deformazione elastica del calcestruzzo.

$$N_{pr(t=0)} = N_{pr,m} * \frac{1}{E_{sp}A_{sp} \left(\frac{1}{E_{cm(t=0)}A_{tr}} + \frac{e^2}{E_{cm(t=0)}I_{tr}} + \frac{1}{E_{sp}A_{sp}} \right)}$$

L'EC2 al capitolo 10.3.2.2 afferma che durante l'applicazione della maturazione a vapore il rilassamento delle armature pretese è accelerato in quanto si introduce una deformazione termica. Le Perdite dovute al rilassamento a breve termine delle armature pretese possono essere valutate considerando l'espressione delle cadute di tensione aggiungendo un tempo equivalente.

Per gli acciai a basso rilassamento (Classe 2 con $\rho_{1000} = 2,5\%$) l'EC2 al capito 3.3.2 fornisce la seguente espressione per il calcolo delle cadute di tensione nel tempo.

$$\frac{\Delta\sigma_{sp,ril}}{\sigma_{sp(t=0)}} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

Dove $\Delta\sigma_{sp,ril}$ è l'effettiva caduta di tensione per rilassamento, $\sigma_{sp(t=0)}$ è la tensione iniziale dell'armatura considerando le perdite di tensione, t è il tempo di messa in tensione in ore, ρ_{1000} è il valore della caduta per rilassamento in percentuale a 1000 ore e $\mu = \sigma_{sp(t=0)} / f_{p(1)k}$.

Volendo mettere in conto anche l'effetto della maturazione a vapore è sufficiente aggiungere un tempo equivalente.

$$\frac{\Delta\sigma_{sp,ril}}{\sigma_{sp(t=0)}} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t + t_{eq}}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$t_{eq} = \frac{1,14 T_{max}^{-20}}{T_{max} - 20} \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i$$

Dove t_{eq} è la temperatura equivalente in ore, $T_{(\Delta t_i)}$ è la temperatura durante l'intervallo di tempo Δt_i e T_{max} è la massima temperatura durante il trattamento termico.

Siccome ora ci interessano solo le perdite (istantanee) dovute al rilassamento a breve termine delle armature pretese durante il periodo che intercorre tra la messa in tensione delle armature e la precompressione del calcestruzzo, è sufficiente porre $t = 0$.

$$\frac{\Delta\sigma_{sp, ril}}{\sigma_{sp(t=0)}} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

Dove $\sigma_{sp(t=0)}$ sarà quello valutato considerando solo la perdita di tensione per deformazione elastica del calcestruzzo (anche per il calcolo di μ).

Considerando sia la deformazione elastica del calcestruzzo, sia il rilassamento a breve istanti di tempo dell'armatura pretesa causato dalla maturazione a vapore; se con il martinetto applico un tiro $N_{pr,m}$, poco dopo l'istante di tiro, la trave risente di una precompressione pari a $N_{pr(t=0)}$, valutabile con la seguente espressione.

$$N_{pr(t=0)} = \frac{N_{pr,m}}{E_{sp}A_{sp} \left(\frac{1}{E_{cm(t=0)}A_{tr}} + \frac{e^2}{E_{cm(t=0)}I_{tr}} + \frac{1}{E_{sp}A_{sp}} \right)} \left(1 - 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} \right)$$

Passando alle cadute di tensione dell'armatura di precompressione, le motivazioni per cui si manifestano sono:

- Deformazione del calcestruzzo per ritiro
- Deformazione del calcestruzzo per viscosità
- Rilassamento della tensione dell'armatura di precompressione

Dove il fenomeno di ritiro si può considerare indipendente dal carico, ma non il rilassamento e la viscosità.

Le cadute di tensione per effetto del ritiro del calcestruzzo, nell'ipotesi di perfetta aderenza, si possono calcolare con la seguente espressione.

$$\Delta\sigma_{sp, rit(t)} = \varepsilon_{c, rit(t)} * E_{sp}$$

Le cadute di tensione per effetto della viscosità del calcestruzzo, nell'ipotesi di perfetta aderenza si possono determinare con la seguente espressione.

$$\Delta\sigma_{sp, vis(t)} = \varepsilon_{c, vis(t)} * E_{sp}$$

Per entrambe le espressioni appena riportate le deformazioni, $\varepsilon_{c, rit(t)}$ e $\varepsilon_{c, vis(t)}$, sono da valutare in corrispondenza del baricentro delle armature pretese.

Per ultime abbiamo le cadute di tensione dell'armatura di precompressione per effetto del rilassamento delle stesse. Per gli acciai a basso rilassamento (Classe 2 con $\rho_{1000} = 2,5\%$) l'EC2 al capito 3.3.2 fornisce la seguente espressione.

$$\frac{\Delta\sigma_{sp, ril}(t)}{\sigma_{sp}(t=0)} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

Dove $\Delta\sigma_{sp, ril}$ è l'effettiva caduta di tensione per rilassamento, $\sigma_{sp}(t=0)$ è la tensione iniziale dell'armatura considerando le perdite di tensione, t è il tempo di messa in tensione in ore, ρ_{1000} è il valore della caduta per rilassamento in percentuale a 1000 ore e $\mu = \sigma_{sp}(t=0)/f_{p(1)k}$.

Volendo mettere in conto anche l'effetto della maturazione a vapore, sul rilassamento delle armature, è sufficiente aggiungere un tempo equivalente.

$$\frac{\Delta\sigma_{sp, ril}(t)}{\sigma_{sp}(t=0)} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t + t_{eq}}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$t_{eq} = \frac{1,14^{T_{max}-20}}{T_{max} - 20} \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i$$

Dove t_{eq} è la temperatura equivalente in ore, $T_{(\Delta t_i)}$ è la temperatura durante l'intervallo di tempo Δt_i e T_{max} è la massima temperatura durante il trattamento termico.

Abbiamo così studiato i tre fenomeni in modo del tutto indipendente, nella realtà manifestandosi contemporaneamente si influenzano l'uno con l'altro. Per cui la somma degli effetti è possibile valutarli con la seguente espressione, valida solo a tempo infinito.

$$\Delta\sigma'_{sp, ril}(t) = \Delta\sigma_{sp, ril}(t) \left[1 - 2,5 \frac{\Delta\sigma_{sp, rit}(t) + \Delta\sigma_{sp, vis}(t)}{\sigma_{sp}(t=0)} \right]$$

$$\Delta\sigma_{sp}(t) = \Delta\sigma'_{sp, ril}(t) + \Delta\sigma_{sp, rit}(t) + \Delta\sigma_{sp, vis}(t)$$

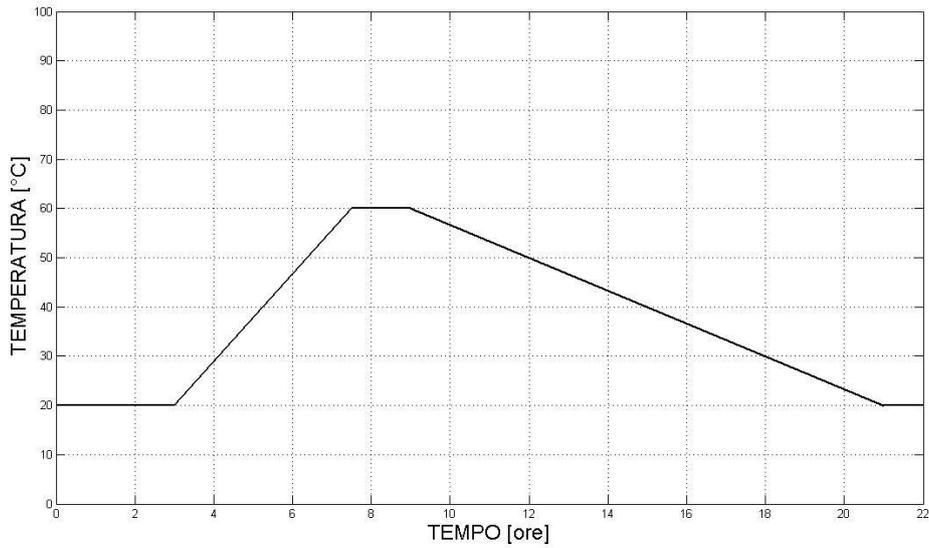
La caduta di tensione complessiva sarà la differenza fra la tensione iniziale e quella al generico istante di tempo. Con semplici calcoli possiamo determinare l'entità della precompressione a tempo infinito.

$$\Delta\sigma_{sp}(t) = \sigma_{sp}(t=0) - \sigma_{sp}(t)$$

$$\sigma_{sp}(t) = \sigma_{sp}(t=0) - \Delta\sigma_{sp}(t)$$

$$N_p(t) = N_p(t=0) - \Delta\sigma_{sp}(t) * A_{sp}$$

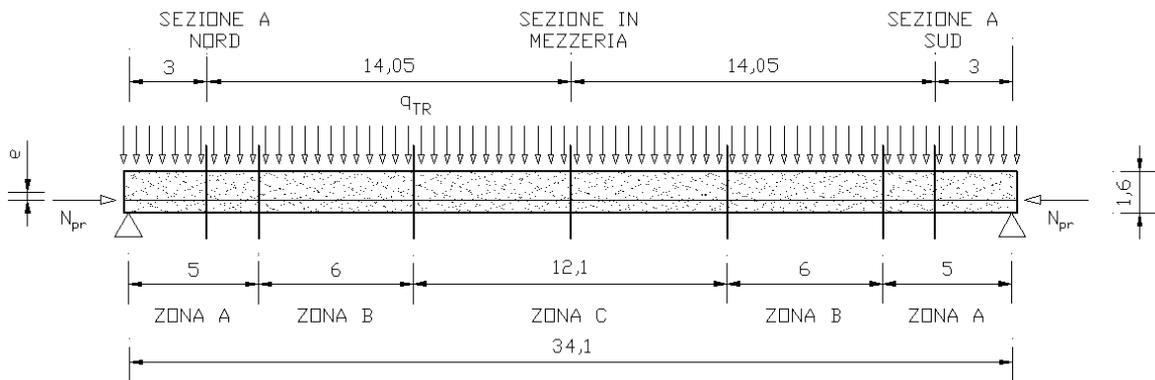
Prima di concludere l'appendice si vuole determinare il tempo equivalente t_{eq} per il ciclo di maturazione a vapore adottato nell'impalcato oggetto di studio.



$$t_{eq} = \frac{1,14 T_{max} - 20}{T_{max} - 20} \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i = 1842 \text{ ore}$$

$$\sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i = 20 * 4,5 + 40 * 1,5 + 20 * 12 = 390,0$$

Sempre per l’impalcato oggetto di studio si vuole riassumere in una tabella l’entità del carico da precompressione per gli istanti significativi dell’opera. Si ricordi che il calcolo va distinto per la zona considerata, in quanto per la presenza di guaine, si ha una variabilità lungo l’asse longitudinale dell’area efficace dell’armatura pretesa.



n_{TREF}	$N_{pr,m} [KN]$	$N_{pr(t=1)} [KN]$	$N_{pr(t=1)} / N_{pr,m}$
72 (zona C)	12951	10622	0,8201
72-24 (zona B)	8634	7466	0,8647
72-32 (zona A)	7195	6434	0,8942

n_{TREF}	$N_{pr,m}[KN]$	$N_{pr(t=93)}[KN]$	$N_{pr(t=93)}/N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5924	0,8233
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9372	0,7236
72-32 (Sez. Sud)	7195	5924	0,8233

n_{TREF}	$N_{pr,m}[KN]$	$N_{pr(t=136)}[KN]$	$N_{pr(t=136)}/N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5834	0,8108
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9367	0,7232
72-32 (Sez. Sud)	7195	5824	0,8095

n_{TREF}	$N_{pr,m}[KN]$	$N_{pr(t=150)}[KN]$	$N_{pr(t=150)}/N_{pr,m}$
72-32 (Sez. Nord)	7195	5825	0,8096
72 (Sez. Mezzeria)	12951	9348	0,7218
72-32 (Sez. Sud)	7195	5815	0,8082

Nei risultati riportati si intende $t = 1$ l'istante di applicazione della precompressione, quindi la riduzione della precompressione è associata alla deformazione elastica del calcestruzzo e al rilassamento a breve termine delle armature pretese, il quale si manifesta per gli effetti termici generati dalla maturazione a vapore.

Per gli istanti di tempo successivi, la riduzione della precompressione è associata ai fenomeni di viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento delle armature stesse. Siccome i fenomeni viscosi dipendono dallo stato di sollecitazione, che a sua volta dipende dalla sezione esaminata, le cadute di tensione sono calcolate, non riferendosi ad un'intera zona, ma per una specifica sezione. In particolare l'applicazione del peso della soletta genera sollecitazioni differenti fra la sezione a Nord e la sezione a Sud, quindi differenti fenomeni viscosi, quindi differenti perdite di tensione.

Per le perdite di tensione associate alle deformazioni dovute alla viscosità e al ritiro del calcestruzzo si rimanda lo studio agli altri appendici della presente tesi (vedi appendice E) (vedi appendice G). Si vuole sottolineare che le deformazioni ricercate vanno valutate in corrispondenza del baricentro delle armature pretese, inoltre per la deformazione da ritiro è importante mettere in conto l'effetto di contrasto esercitato dalle armature stesse.

Ritiro idraulico nei calcestruzzi maturati a vapore

La normativa italiana NTC 2008 al capitolo 11.2.10.6 afferma che in sede di progettazione, e quando non si ricorra ad additivi speciali, la deformazione totale assiale da ritiro idraulico del calcestruzzo può essere calcolata con la seguente espressione:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

Ovvero come somma di una deformazione per ritiro da essiccamento ε_{cd} e una deformazione per ritiro autogeno ε_{ca} .

Il ritiro autogeno avviene in assenza di variazioni igrometriche e termiche ed è causato dall'idratazione del cemento. Infatti i prodotti di idratazione occupano un volume inferiore rispetto a quello occupato dai reagenti. Tale contrazione pertanto dipende principalmente dal tenore di cemento utilizzato per confezionare la miscela. Il ritiro autogeno si manifesta principalmente quando il calcestruzzo è plastico – deformabile e cioè nel periodo tra inizio e fine della presa. L'ulteriore idratazione del cemento durante l'indurimento determina una contrazione modesta ma causa un aumento della porosità capillare.

Il ritiro igrometrico o da essiccamento è causato dall'evaporazione dell'acqua contenuta dal conglomerato cementizio verso l'ambiente esterno insaturo di vapore. Tale contrazione dipende fondamentalmente dalla formazione all'interno dei pori capillari, inizialmente saturi d'acqua, di menischi che a causa della tensione superficiale provocano la contrazione della pasta cementizia. Tale fenomeno dipende principalmente dai fattori ambientali, quali temperatura esterna e l'umidità relativa, nonché dal rapporto acqua/cemento.

E' importante che il ritiro si manifesta in ugual modo in ogni direzione, per cui la generica sezione manifesta un ritiro uniforme lungo l'altezza. Questo è vero se si trascura l'effetto di contrasto che generano le armature.

Dopo aver compreso i fenomeni che influenzano il ritiro idraulico procediamo che la valutazione analitica delle deformazioni provocate seguendo le istruzioni proposte dalla normativa.

Il valore medio a tempo infinito della deformazione per ritiro da essiccamento viene valutata come prodotto della deformazione da ritiro per essiccamento di base ε_{co} e un coefficiente k_h .

$$\varepsilon_{cd,(t=\infty)} = k_h \varepsilon_{co}$$

Dove la deformazione da ritiro per essiccamento dipende dall'umidità relativa dell'ambiente e dalla resistenza a compressione del calcestruzzo, mentre il coefficiente k_h dipende esclusivamente dalla dimensione fittizia dell'elemento strutturale.

f_{ck}	Deformazione da ritiro per essiccamento di base ε_{co} (in ‰)					
	Umidità Relativa (in %)					
	20	40	60	80	90	100
20	-0,62	-0,58	-0,49	-0,30	-0,17	+0,00
40	-0,48	-0,46	-0,38	-0,24	-0,13	+0,00
60	-0,38	-0,36	-0,30	-0,19	-0,10	+0,00
80	-0,30	-0,28	-0,24	-0,14	-0,07	+0,00

h_0 (mm)	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥500	0,70

Dove h_0 è la dimensione fittizia pari al rapporto $2A_c/u$ fra l'area della sezione in calcestruzzo e il perimetro della sezione esposto all'aria. Per i valori intermedi dei parametri indicati è consentita l'interpolazione lineare. f_{ck} è la resistenza a compressione cilindrica caratteristica a 28 giorni di maturazione naturale.

L'EC2 fornisce anche un'espressione più dettagliata per il calcolo della deformazione per ritiro da essiccamento di base.

$$\varepsilon_{co} = -0,85 \left[(220 + 110 \alpha_{ds,1}) \exp \left(-\alpha_{ds,2} \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right) \right] 10^{-6} \beta_{RH}$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]$$

$$f_{cmo} = 10 \text{ N/mm}^2$$

$$RH_0 = 100\%$$

$$\alpha_{ds,1} = 6 \quad \alpha_{ds,2} = 0,11 \quad \text{per cementi CEM 42,5R ; CEM 52,5N ; CEM 52,5R (classe R)}$$

$$\alpha_{ds,1} = 4 \quad \alpha_{ds,2} = 0,12 \quad \text{per cementi CEM 32,5R ; CEM 42,5N (classe N)}$$

$$\alpha_{ds,1} = 3 \quad \alpha_{ds,2} = 0,13 \quad \text{per cementi CEM 32,5N (classe S)}$$

Dove f_{cm} è la resistenza media a compressione a 28 giorni con una maturazione naturale in N/mm^2 , e RH è l'umidità relativa ambientale in %.

Lo sviluppo nel tempo della deformazione per ritiro da essiccamento può essere calcolata con la seguente formula.

$$\varepsilon_{cd,(t)} = \beta_{ds} \varepsilon_{cd,(t=\infty)}$$

Dove il parametro che governa l'evoluzione temporale viene determinato con la seguente espressione.

$$\beta_{ds} = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]}$$

t è l'età del calcestruzzo nel momento considerato e t_s è l'età del calcestruzzo a partire dalla quale si considera l'effetto del ritiro da essiccamento (normalmente è il termine della maturazione). Entrambi queste grandezze sono da esprimere in giorni.

Il valore medio a tempo infinito della deformazione per ritiro autogeno viene valutata con la seguente espressione.

$$\varepsilon_{ca,(t=\infty)} = -2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} \quad \text{con } f_{ck} \text{ in } N/mm^2$$

L'EC2 fornisce anche un'espressione per calcolare l'evoluzione nel tempo della deformazione da ritiro autogeno.

$$\varepsilon_{ca,(t)} = \beta_{as} \varepsilon_{cd,(t=\infty)}$$

$$\beta_{as} = 1 - \exp(-0,2 t^{0,5})$$

Dove il tempo t è espresso in giorni.

Abbiamo quindi riportato le espressioni fornite dalle normative vigenti per il calcolo delle deformazioni da ritiro idraulico nel calcestruzzo sottoposto ad una maturazione naturale.

Al capitolo 10.3.1.2. l'EC2 afferma che in elementi prefabbricati sottoposti ad una maturazione a vapore si può ritenere che:

- La deformazione da ritiro idraulico non sia significativa durante la fase di maturazione a vapore
- La componente di deformazione associata al ritiro autogeno sia trascurabile

Si vuole ora concludere questa appendice determinando le deformazioni da ritiro idraulico per le travi da ponte oggetti di studio della presente tesi.

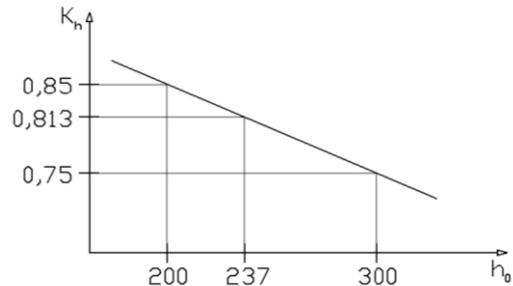
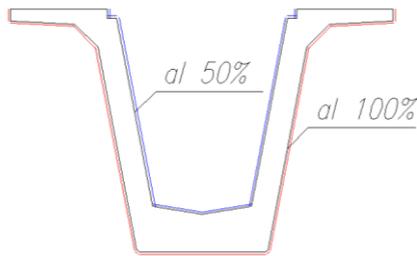
I calcestruzzi impiegati, sottoposti ad un controllo di accettazione dopo una naturale maturazione, permettono di considerare una classe di resistenza C 45/55. In realtà l'elemento strutturale è sottoposto ad un ciclo di maturazione a vapore, per cui c'è la necessità di considerarne il relativo effetto di riduzione della resistenza a compressione con i seguenti passaggi.

$$f_{ck} = 45 N/mm^2$$

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 N/mm^2$$

$$f_{cmv}(28) = f_{ckv}(28) + 8 = 40,85 N/mm^2$$

La dimensione fittizia è determinata considerando il perimetro esterno al 100% e il perimetro interno solo al 50%, data minima circolazione di aria. Il coefficiente k_h è determinato con un'interpolazione lineare.



$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * 780100}{4852 + 0,5 * 3416} = 237,8 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad k_h = 0,813$$

Per il calcolo della deformazione per ritiro da essiccamento di base ε_{co} utilizziamo l'espressione fornita dall'EC2 assumendo un cemento di classe R ed un'umidità relativa del 70%.

$$\varepsilon_{co} = -0,85 \left[(220 + 110 \alpha_{ds,1}) \exp \left(-\alpha_{ds,2} \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right) \right] 10^{-6} \beta_{RH} = -486,02 * 10^{-6}$$

Il valore a tempo infinito viene così determinato.

$$\varepsilon_{cd,(t=\infty)} = k_h \varepsilon_{co} = -395,13 * 10^{-6}$$

Passando alla deformazione per ritiro autogeno si calcola il valore medio a tempo infinito.

$$\varepsilon_{ca,(t=\infty)} = -2,5(f_{ck} - 10)10^{-6} = -57,13 * 10^{-6}$$

Ricordiamo le espressioni per l'evoluzione temporale delle deformazioni da ritiro per essiccamento e da ritiro autogeno.

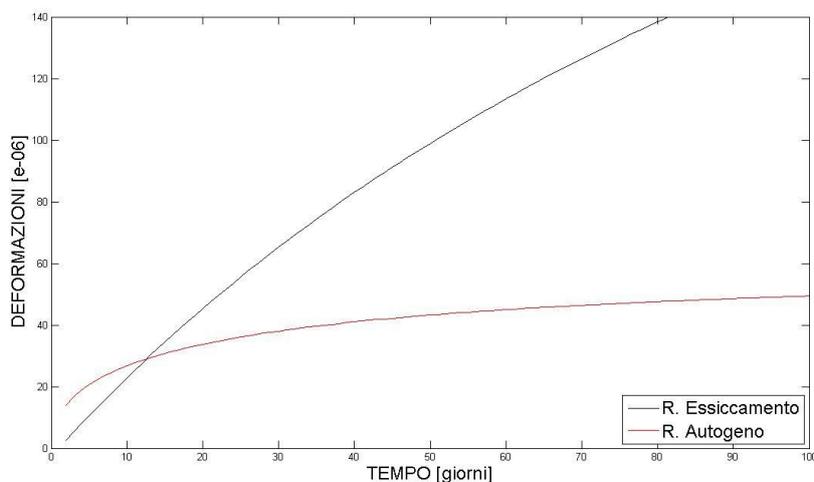
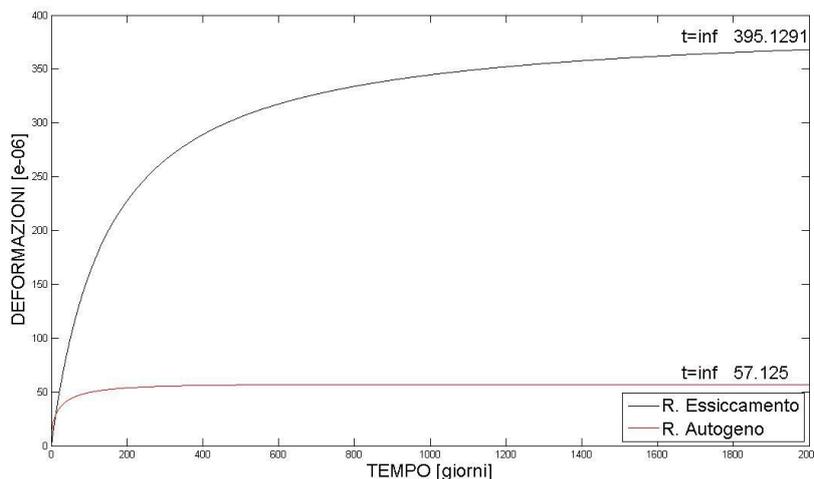
$$\beta_{ds} = \frac{(t - t_s)}{[(t - t_s) + 0,04h_0^{3/2}]}$$

$$\beta_{as} = 1 - \exp(-0,2 t^{0,5})$$

Assumendo $t_s = 1g$ riportiamo nella tabella successiva i valori di ritiro per gli istanti significativi del ponte oggetto di studio e un grafico che ne illustra il preciso andamento nel tempo.

	t=71g	t=79g	t=93g	t=136g
$\varepsilon_{cd}(t) [\mu\varepsilon]$	-127,64	-137,17	-152,30	-189,37
$\varepsilon_{cd}(t) / \varepsilon_{cd}(t=\infty)$	0,3230	0,3471	0,3854	0,4792
$\varepsilon_{ca}(t) [\mu\varepsilon]$	-46,53	-47,47	-48,82	-51,58
$\varepsilon_{ca}(t) / \varepsilon_{ca}(t=\infty)$	0,81459	0,8309	0,8546	0,9029

	t=150g	t=209g	t=225g	t=895g
$\varepsilon_{cd}(t) [\mu\varepsilon]$	-199,11	-231,72	-238,77	-339,43
$\varepsilon_{cd}(t)/\varepsilon_{cd}(t=\infty)$	0,5039	0,5864	0,6042	0,8590
$\varepsilon_{ca}(t) [\mu\varepsilon]$	-52,19	-53,95	-54,28	-56,98
$\varepsilon_{ca}(t)/\varepsilon_{ca}(t=\infty)$	0,9136	0,9445	0,9502	0,9974



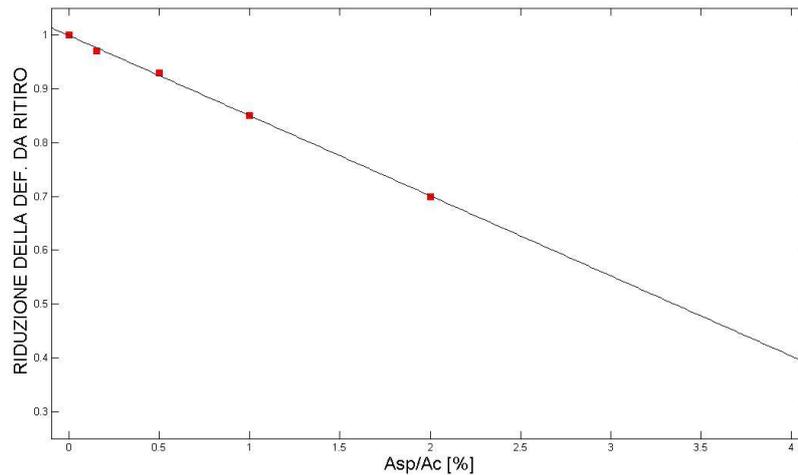
Possiamo notare che per le travi dell'impalcato oggetto di studio il ritiro autogeno e per essiccamento si manifestano dopo 15 giorni circa con la medesima entità, ma se il ritiro autogeno è quasi totalmente definito, il ritiro per essiccamento continua a manifestare ulteriori effetti anche per istanti di tempo successivi.

I risultati ottenuti confermano l'affermazione definita nell'EC2 al capitolo 10.3.1.2. , ovvero che in elementi prefabbricati sottoposti ad una maturazione a vapore, la componente del ritiro autogeno è sicuramente trascurabile rispetto l'effetto del ritiro per essiccamento.

Nei nostri calcoli la conferma è dovuta all'aver considerato la minore resistenza a compressione a 28 giorni dei calcestruzzi maturati a vapore, rispetto ad una normale maturazione. Tale riduzione di resistenza a compressione comporta un maggiore ritiro per essiccamento e un minor ritiro

autogeno. Ma l'incremento del ritiro per essiccamento è di gran lunga superiore al riduzione del ritiro autogeno.

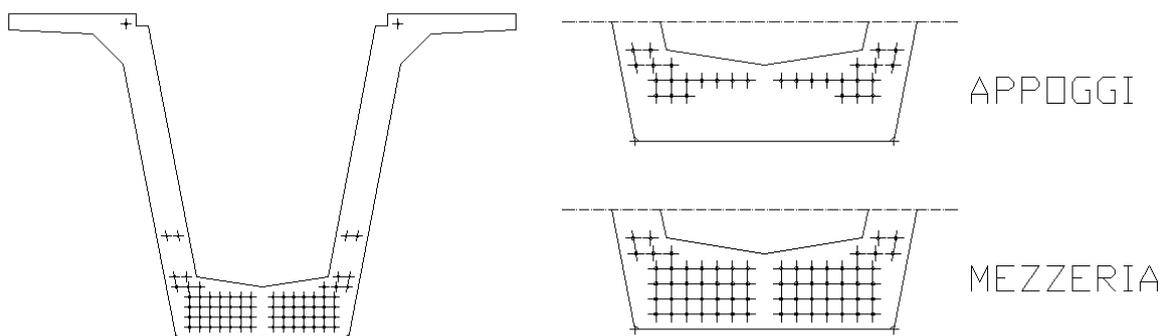
L'ultima considerazione sul ritiro riguarda il contrasto esercitato dalle armature pretese. Il Collepardi per alcuni valori della percentuale di armatura rispetto l'area della sezione di calcestruzzo, ci fornisce un coefficiente che permette di calcolare la deformazione da ritiro considerando l'effetto di contrasto delle armature.



Per la nostra applicazione è necessario una distinzione fra le sezioni vicino agli appoggi e la sezione di mezzeria, in quanto per la presenza di guaine, si ha un differente numero di armature aderenti che provocano il contrasto del ritiro.

Per le sezioni esaminate, se all'estradosso, per la bassa presenza di armatura, si può prescindere dall'effetto di contrasto delle armature, all'intradosso tale fenomeno risulta sicuramente rilevante.

Determiniamo il coefficiente di riduzione per gli intradossi delle sezioni esaminate.



	Appoggi	Mezzeria
A_{sp}/A_c [%]	1,48	3,46
Coeff.	0,78	0,48

Per l'impalcato oggetto di studio, oltre a valutare gli effetti del ritiro sulla trave, è necessario esaminare tali effetti anche sulla soletta. Anche in questo caso vengono utilizzate le espressioni fornite dalla normativa. Senza elencare tutti i passaggi di calcolo riportiamo i risultati nella seguente tabella per gli istanti significativi dell'opera.

	t=14g	t=73g	t=∞
$\varepsilon_{cd(t)}[\mu\varepsilon]$	-14,89	-63,72	-229,57
$\varepsilon_{cd(t)}/\varepsilon_{cd(t=\infty)}$	0,0648	0,2775	1
$\varepsilon_{ca(t)}[\mu\varepsilon]$	-23,71	-36,85	-45,00
$\varepsilon_{ca(t)}/\varepsilon_{ca(t=\infty)}$	0,5268	0,8188	1

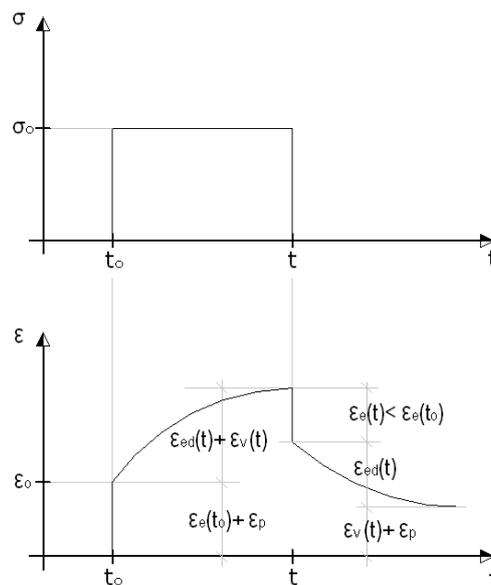


Viscosità nei calcestruzzi maturati a vapore

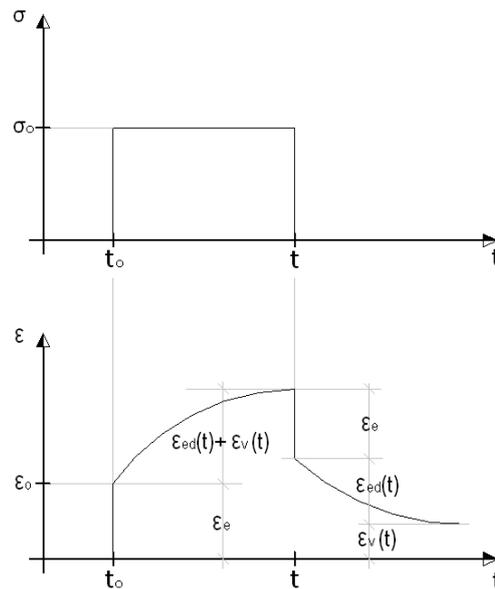
Lo scorrimento viscoso o creep è la deformazione che si manifesta progressivamente nel tempo per un carico statico applicato costantemente. Se tale fenomeno nei metalli si manifesta ad alte temperature, nel calcestruzzo indurito il creep avviene a temperatura ambiente.

Il fenomeno del creep può essere associato allo scivolamento degli strati colloidali di cemento a contatto con l'acqua adsorbita e alle fratture locali coinvolgenti la rottura di legami esistenti.

Supponiamo di sottoporre un provino cubico di calcestruzzo ad uno sforzo di compressione costante nel tempo. All'istante di applicazione del carico t_0 si manifesta una deformazione elastica reversibile $\varepsilon_e(t_0)$ e una deformazione plastica irreversibile ε_p . Mantenendo il carico applicato costantemente nel tempo si manifesta una deformazione elastica differita reversibile $\varepsilon_{ed}(t)$ e una deformazione viscosa $\varepsilon_v(t)$. Se dopo un certo periodo di tempo effettuo uno scarico si ha un recupero elastico $\varepsilon_e(t)$, ma di entità minore rispetto alla deformazione elastica iniziale $\varepsilon_e(t) < \varepsilon_e(t_0)$ e col passare del tempo si ha anche il recupero della deformazione elastica differita $\varepsilon_{ed}(t)$. Quindi a tempi lunghi rimane la deformazione plastica ε_p e la deformazione viscosa $\varepsilon_v(t)$.



Solitamente lo studio del fenomeno viscoso è svolto nell'ipotesi di viscoelasticità lineare $\sigma_c \leq 0,45 f_{ck}$, per cui si assume nulla la deformazione plastica $\varepsilon_p = 0$ (elasticità) e costante la deformazione elastica $\varepsilon_e(t) = \varepsilon_e(t_0)$ (lineare).



Quindi sulla base dell'ipotesi appena introdotte, la deformazione complessiva che manifesta il calcestruzzo per un carico applicato costantemente nel tempo risulta la somma di una deformazione viscosa e una deformazione elastica.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t)$$

Dove con $\varepsilon_c(t)$ si è indicata la deformazione da creep totale, somma della deformazione elastica differita $\varepsilon_{ed}(t)$ e della deformazione viscosa pura $\varepsilon_v(t)$, chiamata anche creep puro.

Esplicitando i vari contributi si ottiene:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \phi(t, t_0)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0)$$

Dove $J(t, t_0)$ è la funzione di viscosità, definita come la deformazione complessiva all'istante t provocata da una tensione unitaria applicata all'istante t_0 ; mentre $\phi(t, t_0)$ è il coefficiente di viscosità, che nell'ipotesi spesso adottata di $E_c(t_0) = E_{c28}$ è il rapporto fra la deformazione viscosa e la deformazione elastica.

Il fenomeno dello scorrimento viscoso nel calcestruzzo è influenzato da innumerevoli fattori, per questo motivo ne riportiamo un elenco di quelli più significativi:

- Umidità relativa dell'ambiente: per valori inferiori al 95%, come capita nella maggior parte dei casi, per un elemento sottoposto a compressione al ridursi dell'umidità relativa dell'ambiente, gli scorrimenti viscosi aumentano.

- Estensione della superficie esposta all'ambiente: maggiore è la superficie dell'elemento strutturale a contatto con l'ambiente esterno, più sono favoriti gli scambi di umidità, quindi maggiore è l'influenza dell'umidità relativa dell'ambiente.
- Temperatura ambientale: la temperatura influenza le prestazioni meccaniche del calcestruzzo, ma anche gli scambi di umidità con l'ambiente esterno; indicativamente per temperature fino a 50°C, al crescere della temperatura aumenta la deformazione viscosa, al contrario succede per temperature superiori a 50°C.
- Entità del carico applicato: all'aumentare dello stato tensionale aumenta le deformazioni viscosi
- Età del calcestruzzo al momento della messa in carico: più il calcestruzzo è "maturo" maggiori sono le sue prestazioni, è quindi ovvio che minori saranno le deformazioni viscosi.
- Durata dell'applicazione del carico: più il carico si protrae a lungo più le deformazioni viscosi sono maggiori.
- Resistenza a compressione del calcestruzzo: più un calcestruzzo offre prestazioni migliori minori sono le deformazioni viscosi.

Seguendo le istruzioni dell'EC2 all'appendice B, il coefficiente di viscosità al generico istante di tempo si può determinare come prodotto del valore a tempo infinito e un coefficiente che governa l'evoluzione temporale.

$$\phi(t, t_0) = \phi(\infty, t_0) * \beta$$

$$\phi(\infty, t_0) = \left[\left(1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_0}} * \alpha_1 \right) * \alpha_2 \right] * \left[\frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \right] * \left[\frac{1}{(0,1 + t_0^{0,2})} \right]$$

$$\beta = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

$$\beta_H = 1,5 * [1 + (0,012RH)^{18}] * h_0 + 250 * \alpha_3 \leq 1500 * \alpha_3$$

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \leq 1 ; \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \leq 1 ; \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \leq 1 \quad \text{se } f_{cm} \geq 35 \text{ N/mm}^2$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1 \quad \text{se } f_{cm} \leq 35 \text{ N/mm}^2$$

Dove RH da esprimere in % è l'umidità relativa dell'ambiente, $f_{cm} = f_{ck} + 8$ è la resistenza cilindrica media a 28gg in N/mm^2 , h_0 è la dimensione fittizia dell'elemento da esprimere in mm valutabile come rapporto $2A_c/u$ fra l'area della sezione in calcestruzzo e il perimetro della sezione esposto all'aria.

t è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento considerato e t_0 è l'età del calcestruzzo, in giorni, al momento dell'applicazione del carico.

Le espressioni fin qui illustrate per il calcolo del coefficiente di viscosità sono applicabili a calcestruzzi sottoposti ad una normale maturazione. Per considerare l'effetto della maturazione a vapore, si utilizzano i consigli riportati al capitolo 10.3.1.2 dell'EC2 che rimanda all'appendice B. In tale appendice si afferma che l'effetto delle temperature elevate o ridotte comprese nell'intervallo 0- 80°C sulla maturazione del calcestruzzo può essere presa in conto correggendo l'età t_0 del calcestruzzo con la seguente espressione.

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\left(\frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65\right)} * \Delta t_i$$

Dove t_T è l'età del calcestruzzo corretta in funzione della temperatura, $T(\Delta t_i)$ è la temperatura in gradi centigradi durante il periodo di tempo Δt_i misurato in giorni.

In tale espressione per $T(\Delta t_i)$ inferiori a 20°C si ha una riduzione dell'effetto viscoso, al contrario, per $T(\Delta t_i)$ superiori a 20°C si ha un incremento.

Sempre l'EC2 permette di correggere gli effetti viscosi, oltre che dalla temperatura, anche in funzione del tipo di cemento utilizzato per realizzare il conglomerato cementizio.

$$t_{c,T} = t_T \left(\frac{9}{2 + t_T^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5$$

$\alpha = 1$ per cementi CEM 42,5R ; CEM 52,5N ; CEM 52,5R (classe R)

$\alpha = 0$ per cementi CEM 32,5R ; CEM 42,5N (classe N)

$\alpha = -1$ per cementi CEM 32,5N (classe S)

Un'ultima considerazione sul calcolo delle deformazioni viscosi è riferita al modulo di elasticità, dove al capitolo 3.1.4 e nell'appendice B dell'EC2, si afferma la necessità di assumere il valore medio tangente $E_{cm,t}$ che si può calcolare in funzione di quello secante E_{cm} con la seguente espressione.

$$E_{cm,t} = 1,05E_{cm}$$

Si vuole ora concludere questa appendice determinando le deformazioni viscosi per le travi da ponte oggetti di studio della presente tesi.

I calcestruzzi impiegati, sottoposti ad un controllo di accettazione dopo una naturale maturazione, permettono di considerare una classe di resistenza C 45/55. In realtà l'elemento strutturale è sottoposto ad un ciclo di maturazione a vapore, per cui c'è la necessità di considerarne il relativo effetto di riduzione della resistenza a compressione e del modulo di elasticità con i seguenti passaggi.

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 \text{ N/mm}^2$$

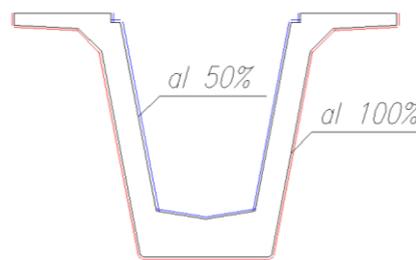
$$f_{cmv}(28) = f_{ckv}(28) + 8 = 40,85 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 36283 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cmv}(28) = 0,7467 * E_{cm} = 27093 \text{ N/mm}^2$$

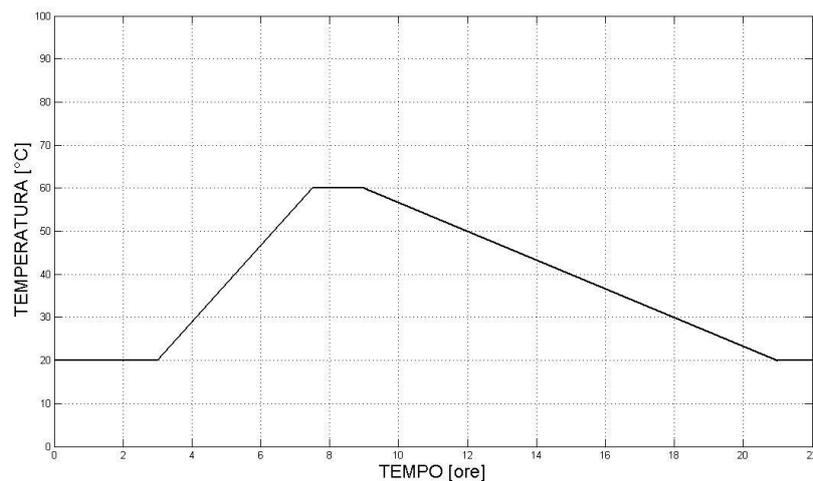
$$E_{cmv,t}(28) = 1,05 * E_{cmv}(28) = 28447 \text{ N/mm}^2$$

La dimensione fittizia è determinata considerando il perimetro esterno al 100% e il perimetro interno solo al 50%, data minima circolazione di aria. Il coefficiente k_h è determinato con un'interpolazione lineare.



$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 * 780100}{4852 + 0,5 * 3416} = 237,8 \text{ mm}$$

Per considerare l'effetto della maturazione a vapore del calcestruzzo dobbiamo calcolare t_T è l'età del calcestruzzo corretta in funzione della temperatura. Ricordiamo il ciclo di maturazione a vapore adottato.



Supponendo di avere una temperatura sempre di 20°C, ad esclusione del periodo in cui si svolge il trattamento termico a vapore, l'età t_0 del calcestruzzo al momento dell'applicazione del carico, corretto in funzione della temperatura, ovvero t_T , viene riportato nella seguente tabella per i

diversi istanti significativi dell'opera. Considerando un cemento di classe R si calcola anche la correzione in funzione del tipo di cemento adottato.

t_0 [giorni]	1
t_T [giorni]	2,21
$t_{C,T}$ [giorni]	6,54

Per il calcolo del coefficiente di viscosità $\phi(\infty, t_0)$ a tempo infinito, dove t_0 viene sostituito da $t_{C,T}$, si assume un'umidità relativa $RH = 70\%$ ed un $f_{cmv}(28) = 40,85 \text{ N/mm}^2$.

t_0 [giorni]	1
$t_{C,T}$ [giorni]	6,54
$\phi(\infty, t_T)$	2,35

Sfruttando il parametro che governa l'evoluzione temporale del fenomeno, calcoliamo il coefficiente di viscosità per gli istanti di tempo di interesse per il caso oggetto di studio.

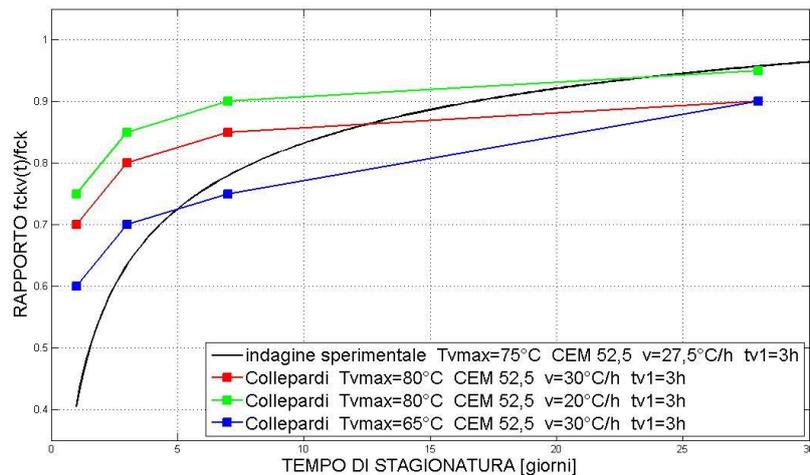
t_0 [giorni]	1
$t_{C,T}$ [giorni]	6,54
$\phi(\infty, t_T)$	2,35
$\phi(71, t_T)$	1,16

I valori ottenuti del coefficiente di viscosità appaiono eccessivi per la tipologia del conglomerato cementizio adottato per realizzare l'impalcato oggetto di studio. Ciò è dovuto all'utilizzo delle espressioni fornite dalla normativa che determinano tali coefficienti a partire dalla resistenza a compressione media f_{cm} a 28 giorni di maturazione.

Nel nostro caso, in cui si adotta una maturazione a vapore del calcestruzzi, è vero che sin dalla conclusione di tale ciclo a vapore si ottengono ottime prestazioni in termini di resistenza a compressione, ma queste vengono poi ad incrementare lentamente nel tempo. Per cui a 28 giorni si ottiene una resistenza a compressione minore di quella ottenibile con una normale maturazione.

$$f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{cm} = f_{ck} + 8 = 53 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ckv}(28) = 0,7301 * f_{ck} = 32,85 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{cmv}(28) = f_{ckv}(28) + 8 = 40,85 \text{ N/mm}^2$$

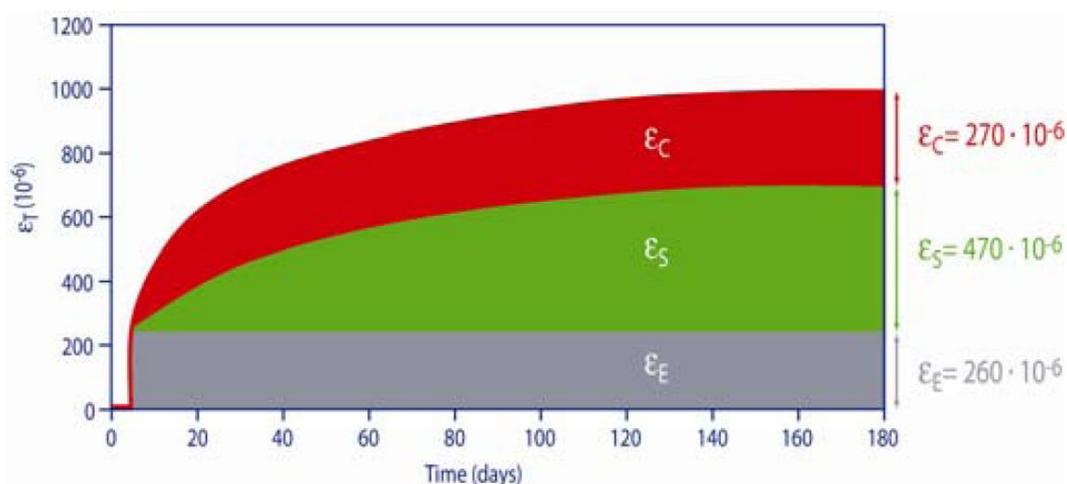


Sono queste le motivazioni per cui le espressioni della normativa ci forniscono coefficienti di viscosità maggiori, ovvero perché considerando minori resistenze a compressione è logico che l'effetto della viscosità è maggiore.

Per ridurre tale problema nella miscela del conglomerato utilizzato viene solitamente inserito del filler, questo mi porta a ridurre il fenomeno della viscosità ma senza incrementare le prestazioni a compressione del calcestruzzo indurito.

Quindi la normativa che basa il calcolo degli effetti viscosi sulla resistenza a compressione, non "vede" la riduzione del creep prodotta dalla presenza del filler.

Questo concetto è confermato da un'indagine sperimentale su calcestruzzi autocompattanti le cui caratteristiche di elevata fluidità allo stato fresco sono ottenute con l'aggiunta di un alto contenuto di materiali fini.



Infatti nell'ipotesi usuale di $E_c(t_o) = E_{c28}$ il coefficiente di viscosità a tempo infinito assume valori sicuramente modesti.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} + \frac{\sigma_c(t_o)}{E_{c28}} \varnothing(t, t_o) = \frac{\sigma_c(t_o)}{E_c(t_o)} * [1 + \varnothing(t, t_o)] = \varepsilon_e(t) * [1 + \varnothing(t, t_o)]$$

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_e(t) * \varnothing(t, t_o)$$

$$\varnothing(t, t_o) = \varepsilon_c(t) / \varepsilon_e(t)$$

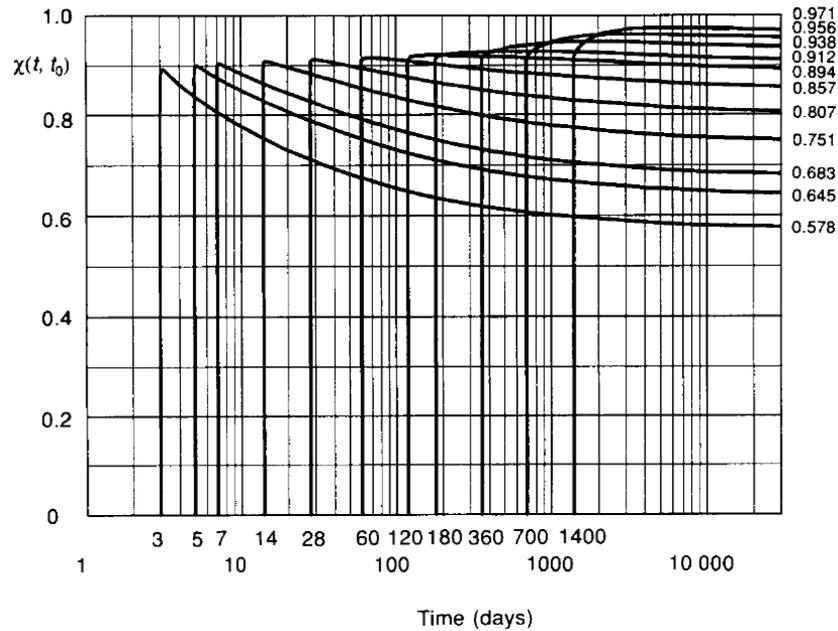
$$\varnothing(\infty, t_o) = \frac{\varepsilon_c(\infty)}{\varepsilon_e(\infty)} = \frac{270 * 10^{-6}}{260 * 10^{-6}} = 1,038$$

Tornando al caso oggetto di studio si vuole trascurare la riduzione della resistenza a compressione del calcestruzzo a 28 giorni rispetto ad una normale maturazione, per mettere in conto la presenza di filler.

Calcoliamo i coefficienti di viscosità assumendo un $f_{ck} = 45 \text{ N/mm}^2$ ovvero $f_{cm} = f_{ck} + 8 = 53 \text{ N/mm}^2$.

t_0 [giorni]	1	79	93	136	150
$t_{c,T}$ [giorni]	6,54	84,54	98,54	141,54	155,54
$\varnothing(\infty, t_{c,T})$	1,86	1,14	1,11	1,04	1,01
$\varnothing(71, t_{c,T})$	0,93	-	-	-	-
$\varnothing(79, t_{c,T})$	0,96	-	-	-	-
$\varnothing(93, t_{c,T})$	1,01	0,37	-	-	-
$\varnothing(136, t_{c,T})$	1,12	0,56	0,48	-	-
$\varnothing(150, t_{c,T})$	1,15	0,60	0,52	0,29	-
$\varnothing(209, t_{c,T})$	1,24	0,69	0,64	0,53	0,49

Sempre per il caso oggetto di studio, volendo raffinare i risultati, mettendo in conto la variabilità del coefficiente invecchiamento, si possono utilizzare valori forniti dal seguente grafico.

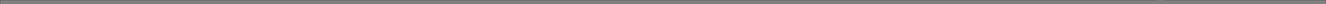


Riportiamo in una tabella i valori da noi utilizzati.

t_0 [giorni]	1	79	93	136	150
$t_{c,T}$ [giorni]	6,54	84,54	98,54	141,54	155,54
$\chi(\infty, t_{c,T})$	0,68	0,86	0,89	0,91	0,92
$\chi(71, t_{c,T})$	0,79	-	-	-	-
$\chi(79, t_{c,T})$	0,78	-	-	-	-
$\chi(93, t_{c,T})$	0,77	0,92	-	-	-
$\chi(136, t_{c,T})$	0,76	0,91	0,93	-	-
$\chi(150, t_{c,T})$	0,76	0,91	0,92	0,93	-
$\chi(209, t_{c,T})$	0,75	0,90	0,92	0,92	0,93

Ora che abbiamo determinato i parametri viscosi del calcestruzzo che realizza la trave, ci interessa ripetere l'operazione per il calcestruzzo che compone la soletta. Questa viene realizzata in secondo momento, per questo motivo sono necessari solo i seguenti coefficienti di viscosità e invecchiamento.

t_0 [giorni]	14
$t_{c,T}$ [giorni]	19,54
$\phi(\infty, t_{c,T})$	2,24
$\phi(73, t_{c,T})$	1,05
$\chi(\infty, t_{c,T})$	0,76
$\chi(73, t_{c,T})$	0,86



Viscosità nelle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi

E' ormai nota e largamente diffusa la tecnica di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua per fasi, che elenchiamo qui di seguito:

- getto del calcestruzzo ed applicazione del ciclo di maturazione accelerata a vapore.
- applicazione della precompressione e del peso proprio (la precompressione provoca un'inflexione della trave per cui viene a poggiare sul suolo solo agli estremi, si giustifica in questo modo l'applicazione anche del peso proprio)
- varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- getto della soletta
- realizzazione della pavimentazione

Lo studio degli effetti viscosi risulta particolarmente complicato in quanto una precisa trattazione deve tener conto dei seguenti aspetti:

- Presenza di diversi materiali nella sezione resistente: la disomogeneità del materiale che realizza la sezione resistente è dovuta ai differenti calcestruzzi che realizzano la soletta i traversi di testata e le travi principali, nonché alla presenza della armature lente e di precompressione. Quest'ultime, a temperatura ambiente, non risentendo dei fenomeni viscosi, provocano una variazione del rapporto fra la rigidezza delle armature e del calcestruzzo, ne consegue una redistribuzione degli stati tensionali. Non bisogna dimenticare anche che la soletta e i traversi sono gettati in un secondo momento rispetto alle travi, quindi presentano una minor maturazione del calcestruzzo che porterà ad ottenere un minore modulo elastico. Tale differenza è comunque trascurabile in quanto i cicli di maturazione accelerata a vapore con cui si realizzano le travi porta ad avere ad istanti iniziali minor moduli elastici del calcestruzzo. Tale differenza fra i moduli elastici è ancor meno evidente per lunghi tempi di stagionatura.
- Variabilità delle condizioni di carico: al progredire della fase di realizzazione dell'impalcato, si aggiungono nuovi carichi permanenti che le travi principali devono essere in grado di equilibrare, quindi i tempi di applicazione dei carichi permanenti sono differenti, e ad ognuno di questi si associa un'entità differente del fenomeno viscoso a causa del diverso istante di applicazione. Più un carico è applicato ad istanti lontani dal getto del calcestruzzo, minore è il relativo fenomeno viscoso.
- Variabilità della sezione resistente: per garantire le massime prestazioni inerziali della sezione resistente la soletta viene "cucita" alle travi principali, le quali sono gettate in un secondo momento. Per questo motivo nelle fasi di vita iniziali la sezione resistente è solo quella delle travi principali, mentre successivamente si ha una sezione resistente composta dalla trave principale e una porzione collaborante della soletta.

- Variabilità delle condizioni di vincolo: come già sottolineato nell'elencazione delle fasi di vita, le travi principali sono varate in una condizione di isostaticità. Successivamente, mediante il getto dei traversi di testata, le travi vengono a lavorare, per i carichi applicati successivamente, in condizioni di iperstaticità; si ha quindi l'introduzione di un vincolo esterno posticipato. Oltre a questo vincolo esterno posticipato, si ha la presenza anche di un vincolo interno posticipato, in quanto la soletta realizzata in un secondo momento, limita la deformazione flessionale delle travi principali, provocando una redistribuzione degli stati tensionali.

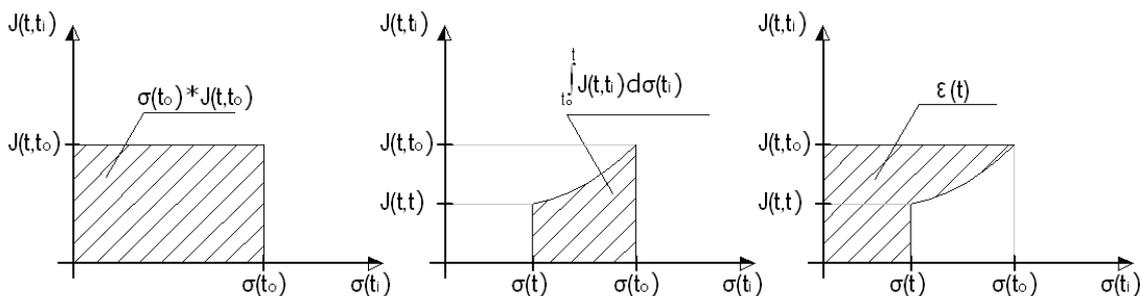
Per le considerazioni appena svolte si comprende che il calcestruzzo non è sottoposto a stati tensionali costanti, in quanto la presenza di armatura o dei vincoli modificati nel tempo, né provoca una variabilità nel tempo. Per questo motivo la seguente espressione non è più applicabile per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c28}} \phi(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0)$$

Nell'ipotesi di uno stato tensionale crescente o decrescente, in modo monotono, la deformazione complessiva all'istante t si può calcolare mediante l'integrale di Volterra.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, t_i) * d\sigma_c(t_i)$$

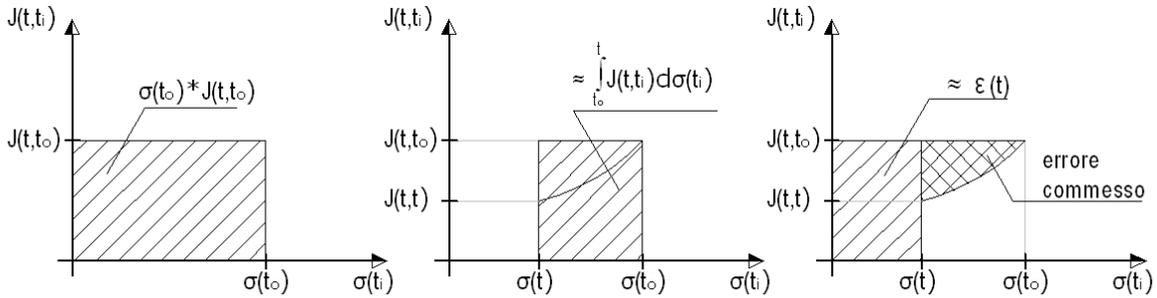
Nel caso di carico monotono decrescente $\sigma(t) < \sigma(t_0)$ tale espressione può essere associata al seguente significato grafico.



Si sottolinea che essendo $\sigma(t) < \sigma(t_0)$ è logico che $J(t, t_0) > J(t, t)$, inoltre siccome il carico è monotono decrescente l'area che rappresenta l'integrale di Volterra va sottratta.

Il calcolo di tale integrale è particolarmente complicato, e la risoluzione può essere determinata mediante dei metodi algebrizzati.

Il più semplice è il metodo dell'Effective Moduls che approssima l'integrale con l'area di un rettangolo di base $[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]$ e altezza $J(t, t_0)$:



$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] J(t, t_0)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) J(t, t_0)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \right]$$

Che nell'ipotesi usuale di $E_c(t_0) = E_{c28}$, diventa:

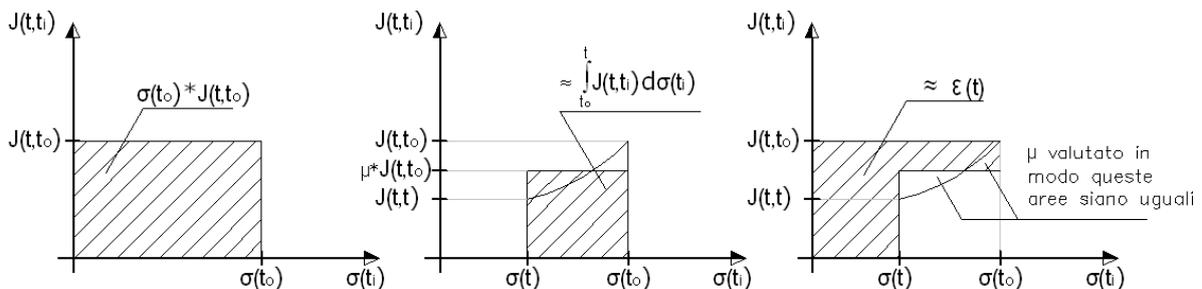
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)]$$

Da cui si può ricavare il modulo elastico al generico istante, chiamato modulo elastico efficace:

$$E_c(t) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \phi(t, t_0)} = E_{c,eff}$$

Si nota che il metodo appena illustrato equivale a considerare uno stato tensionale applicato costantemente nel tempo.

Un metodo un po' più raffinato è quello dell'Age Adjusted Effective Moduls, che approssima l'integrale di Volterra con l'area di un rettangolo di base $[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]$ e altezza pari al massimo della funzione di viscosità ridotta di un coefficiente μ :



$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) + \mu [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] J(t, t_0)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \right] + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t, t_0)}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \right]$$

Dove si è introdotto un coefficiente di invecchiamento, la cui determinazione è particolarmente complicata, ma è lecito assumere un valore pari a:

$$\chi(t, t_0) \approx 0,8$$

Che nell'ipotesi usuale di $E_c(t_0) = E_{c28}$, diventa:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_c(t_0)} [1 + \chi(t, t_0) \phi(t, t_0)]$$

Da cui si può definire, sempre nell'ipotesi di $E_c(t_0) = E_{c28}$, un modulo elastico effettivo e un modulo elastico di aggiustamento:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}} + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_{c,adj}}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \phi(t, t_0)}$$

$$E_{c,adj} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\phi(t, t_0)}$$

Per le considerazioni appena svolte si capisce la necessità di dover necessariamente introdurre delle ipotesi semplificative per determinare le deformazioni viscosi negli impalcati da ponte realizzati per fasi. Elenchiamole qui di seguito:

- Materiale omogeneo: si trascura la presenza delle armature lente e delle armature di precompressione; si trascura la disomogeneità dovuta ai diversi calcestruzzi utilizzati per realizzare la soletta, le travi e i traversi di testata; si trascura il diverso grado di maturazione dei calcestruzzi in quanto gettati in tempi diversi. La semplificazione consiste nel considerare le proprietà del calcestruzzo utilizzato per realizzare la trave principale.
- Moduli di elasticità: anche se l'impalcato fosse realizzato in ognuna delle sue parti con il medesimo calcestruzzo e tutti i getti avvenissero contemporaneamente (stesso grado di maturazione dei calcestruzzi), per ogni carico devo considerare il modulo elastico valutato all'istante di applicazione del carico specifico.
- Carico da precompressione costante per lo studio viscoso: Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale della generica fase di vita. Per eliminare la variabilità spaziale si assume il valore medio valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).

Le ipotesi fino ad ora introdotte sono assunte per una visione al livello dell'elemento strutturale, ovvero ci permettono di valutare gli effetti viscosi in termini di sollecitazioni e spostamenti

dell'asse dell'impalcato. Ma volendo un'analisi al livello della sezione, per cui ci interessano le deformazioni dell'intradosso e dell'estradosso per la generica sezione, è necessario assumere, per questo ulteriore passaggio, differenti ipotesi semplificative:

- Materiale disomogeneo: per il calcolo dello stato tensionale a partire dallo stato di sollecitazione, si mette in conto la presenza delle armature pretese e la disomogeneità dovuta ai diversi calcestruzzi utilizzati per realizzare la soletta e le travi. L'ipotesi consiste nel considerare i valori di area e momento di inerzia equivalenti.
- Moduli elastici della soletta e della trave: per il calcolo delle caratteristiche inerziali equivalenti si mette in conto la differenza dei moduli di elasticità mediante un coefficiente di omogeneizzazione. Lo stesso vale per calcolo dallo stato di deformazione a partire dallo stato di tensione, ciò comporta, che nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, si avrà una discontinuità del diagramma delle tensioni lungo l'altezza della trave.
- Carico da precompressione costante nel tempo ma non nello spazio: gli effetti di perdite e cadute di tensione vengono valutati all'inizio della fase esaminata, viene però messa in conto la variabilità del carico provocato dalla neutralizzazione per mezzo di guaine.

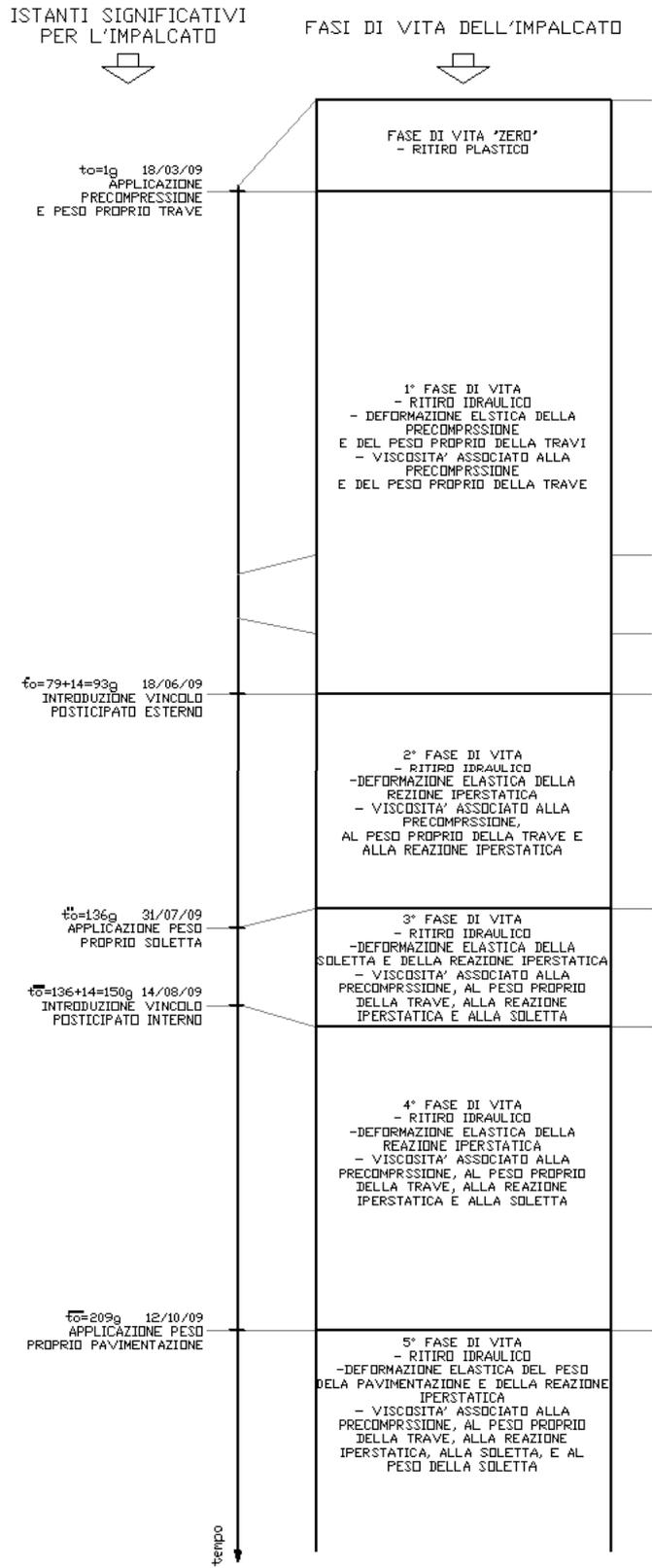
Una considerazione importante riguarda le prime due ipotesi sopra elencate, ovvero si considera la disomogeneità del materiale che compone la sezione, valutando le caratteristiche geometriche ed inerziali equivalenti. Queste si modificherebbero nel tempo per la variabilità del modulo elastico del calcestruzzo nel tempo, provocando una redistribuzione delle tensioni. Ma assumendo il modulo elastico del calcestruzzo costante per ogni fase, e pari al valore determinato all'istante iniziale, si trascura la redistribuzione delle sollecitazioni interne senza però prescindere dalla disomogeneità della sezione.

Per entrambi i livelli di analisi (dell'elemento strutturale e della sezione) si fissa un ordine cronologico degli eventi:

- Istante t_0 : istante a partire dal quale si considerano valutabili le conseguenze del fenomeno viscoso, in cui i carichi applicati sono la precompressione P e il peso proprio della trave, mentre la sezione resistente è solo quella della trave principale.
- Istante t_0^* : istante in cui si considera solidarizzato il vincolo posticipati esterno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione formata solo dalla trave principale mentre i carichi applicati sono i medesimi elencati precedentemente.
- Istante t_0^{**} : istante in cui si ha l'aggiunta dei pesi permanenti della soletta in cui l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione resistente formata ancora dalla sola trave.
- Istante t_0^{***} : istante in cui si considera solidarizzato il vincolo posticipati interno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione composta dalla soletta e dalla trave principale.
- Istante t_0^{****} : Istante di applicazione dei carichi permanenti portati, in cui ovviamente l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità e con una sezione resistente composta.

Gli istanti di tempo appena elencati sono fissati ogni qual volta l'impalcato subisce una variazione della sezione resistente, delle condizioni di vincolamento o l'applicazione di ulteriori carichi.

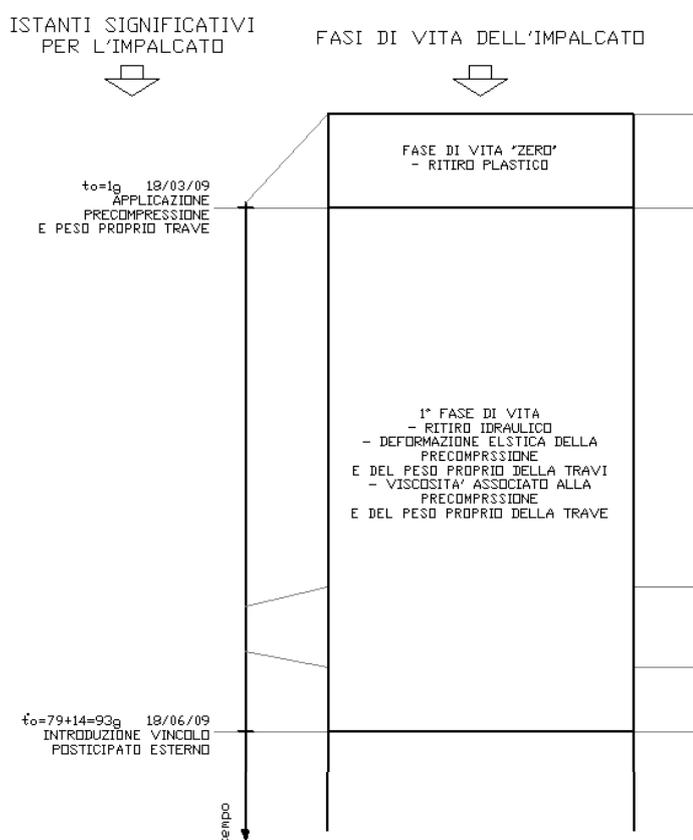
Per un migliore chiarimento si rimanda alla seguente immagine, in cui si associano ai carichi le relative deformazioni prodotte (ovviamente in questo appendice non ci interessano i fenomeni di ritiro).



Per ogni fase di vita analizzeremo del deformazioni che si manifestano solo nell'intervallo temporale esaminato, è per questo motivo che è più corretto chiamarle variazioni di deformazione.

Dall'applicazione della precompressione all'introduzione del vincolo esterno posticipato (1° fase di vita)

Conclusa la maturazione a vapore del calcestruzzo viene applicata la precompressione e come conseguenza dell'inflexione che essa provoca anche il peso proprio della trave. A partire da questo istante si manifestano istantaneamente le deformazioni elastiche e al progredire del tempo anche le deformazioni viscosse.



Le espressioni che riporteremo sono valide finche non si ha la modifica delle caratteristiche dell'impalcato, ovvero quando viene a solidificarsi il vincolo esterno posticipato, il quale assicura la continuità longitudinale delle impalcato.

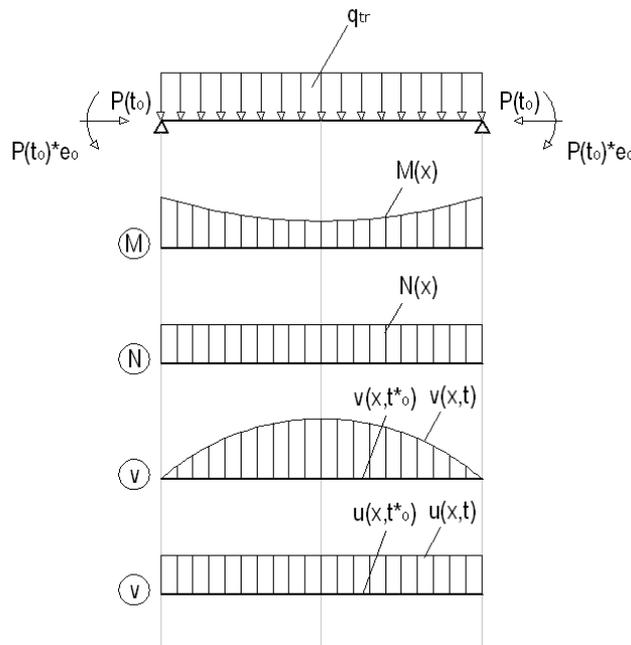
Durante questo intervallo temporale le caratteristiche dell'impalcato sono le seguenti:

- Sezione resistente: solo quella della trave.
- Carichi applicati: dall'istante t_0 si considerano agenti il peso proprio della trave e la precompressione. Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale di questa fase di vita, considerando solo le perdite di

tensione e si trascurando le cadute di tensione. Solo nell'analisi al livello dell'elemento strutturale, per eliminare la variabilità spaziale, si assume il valore medio della precompressione valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).

- Schema resistente: struttura composta da campate indipendenti e vincolate isostaticamente su due appoggi.
- Modulo elastico: si considera quello del calcestruzzo con cui si è realizzata la trave valutato all'istante di applicazione dei carichi presenti.

Partendo dall'analisi al livello dell'elemento strutturale, si comprende che la struttura è omogenea isostatica e a vincoli fissi, per questo motivo la viscosità non modifica lo stato di sollecitazione, ma incrementa il campo di spostamento.



Con semplici calcoli basati sull'applicazione delle equazioni di equilibrio si determina lo stato di sollecitazione $M(x)$ e $N(x)$ che si mantiene costante nel tempo. Altrettanto facile è il calcolo del campo di spostamento all'applicazione del carico, che viene a coincidere con lo i valori elastici $v(x)_{el}$ e $u(x)_{el}$. Questo campo di spostamento a causa dei fenomeni viscosi viene ad incrementare.

Applicando il metodo EM, nell'ipotesi di $E(t_0) = E_{28}$, l'incremento associato al creep viene così valutato.

$$v(x)_c = v(x)_{el} * \phi(t, t_0)$$

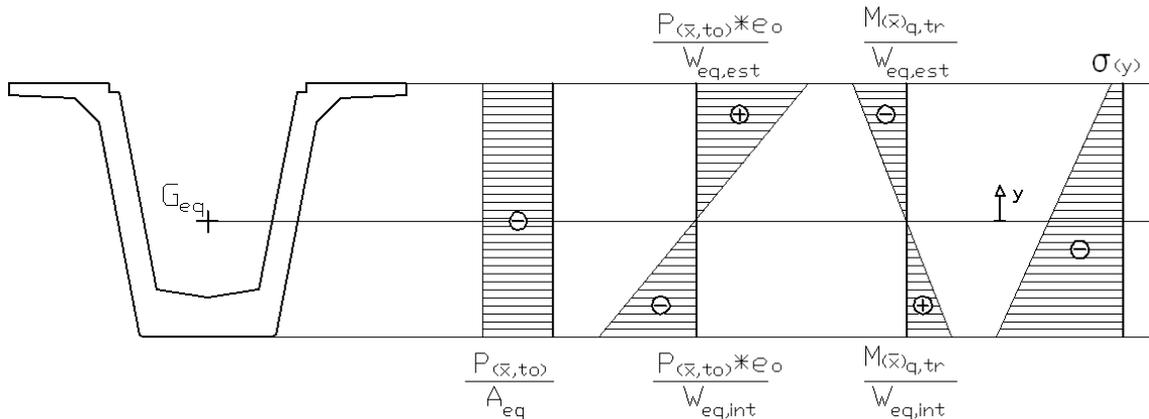
$$u(x)_c = u(x)_{el} * \phi(t, t_0)$$

Per cui il campo di spostamento complessivo è così calcolabile.

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

$$u(x, t) = u(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Per questa prima fase di vita si è concluso l'analisi del comportamento viscoso a livello dell'elemento strutturale. Passando al livello sezionale, per una generica sezione $x = \bar{x}$, si conosce il preciso stato di sollecitazione $M(\bar{x})$ e $N(\bar{x})$ che come già sottolineato rimane costante nel tempo. Date le precise caratteristiche inerziali e geometriche della sezione, valutate considerando la disomogeneità della sezione è possibile risalire al campo delle tensioni $\sigma(\bar{y}) = \sigma(\bar{y})$ che rimane costante nel tempo per quella precisa sezione $x = \bar{x}$.



Dove il modulo di elasticità per calcolare il coefficiente di omogeneizzazione e le cadute di tensione è quello all'istante t_0 , ovvero $E(t_0)$.

Per raffinare il calcolo a questo livello sezionale è possibile mettere in conto anche la variabilità della precompressione lungo la trave, ovvero invece di considerare il valore medio lungo la trave $P(t_0)$ è possibile considerare il valore specifico della sezione esaminata $P(\bar{x}, t_0)$.

Nota il modulo di elasticità $E(t_0)$ è facile determinare il campo delle deformazioni elastiche.

$$\varepsilon(y)_{el} = \sigma(y) / E(t_0)$$

Ovviamente il campo delle deformazioni non rimane costante e manifesta un incremento associato al creep.

$$\varepsilon(y, t)_c = \varepsilon(y)_{el} * \phi(t, t_0)$$

Per cui il campo di deformazione complessivo è così calcolabile.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Questi ultimi passaggi sono svolti utilizzando l'Effective Modulus nell'ipotesi di $E_c(t_0) = E_{c28}$. Siccome lo studio è affrontato al livello sezionale è possibile prescindere da quest'ultima ipotesi. Ovvero la deformazione complessiva può essere calcolata con la seguente espressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E(t_0)} + \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * \phi(t, t_0)$$

Ciò è possibile anche perché lo stato tensionale è costante nel tempo.

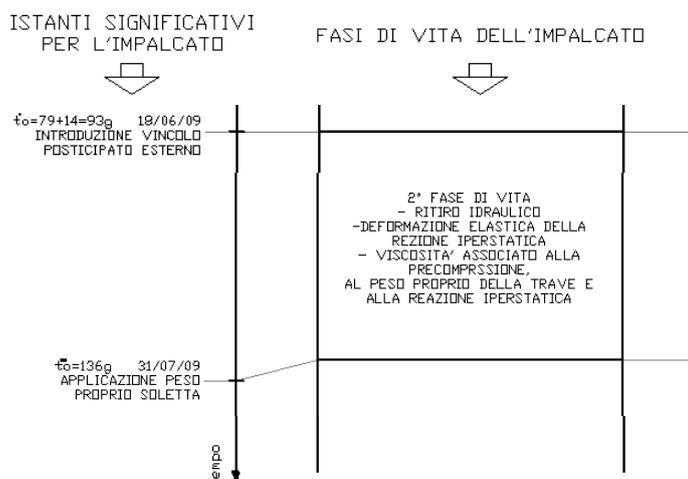
Questo miglioramento è particolarmente influente sui risultati soprattutto quando $E(t_o)$ è molto differente da E_{c28} .

Dall'introduzione del vincolo esterno posticipato all'applicazione del peso proprio della soletta (2° fase di vita)

L'introduzione del vincolo esterno posticipato consiste nella maturazione dei travi testata, che mi assicurano la continuità longitudinale dell'impalcato, per questo motivo le azioni agiscono su struttura continua su più appoggi.

A partire da questo istante le deformazioni viscosi associate al peso proprio della trave e al carico da precompressioni devono essere valutate su una struttura iperstatica.

La modifica delle condizioni di vincolamento provoca la nascita di sollecitazioni di natura iperstatica, alle quali è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



Le espressioni che riporteremo sono valide finché non si ha la modifica delle caratteristiche dell'impalcato, ovvero quando viene realizzato il getto della soletta.

Inoltre le grandezze che determineremo sono da considerarsi come aggiuntive a quelle che si manifestano alla conclusione della precedente fase di vita, ovvero calcoleremo solo le variazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.

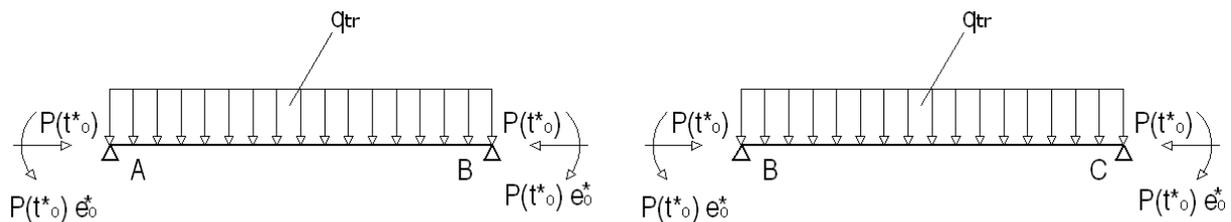
Durante questo intervallo temporale le caratteristiche dell'impalcato sono le seguenti:

- Sezione resistente: solo quella della trave.

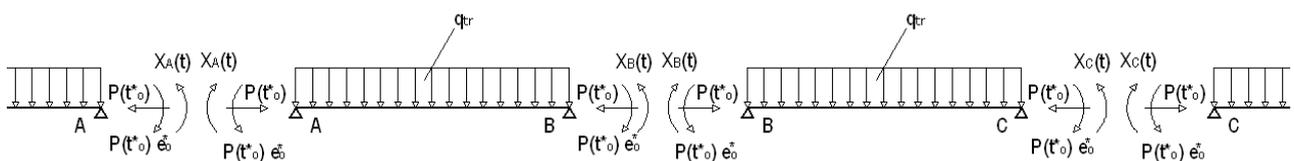
- Carichi applicati: nella seconda fase di vita si considerano agenti il peso proprio della trave e la precompressione. Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_o^* . Solo nell'analisi al livello dell'elemento strutturale, per eliminare la variabilità spaziale si assume il valore medio valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).
- Schema resistente: struttura composta da campate continue su più appoggi.
- Modulo elastico: si considera quello del calcestruzzo con cui si è realizzata la trave valutato all'istante di applicazione dei carichi presenti.

Partendo dall'analisi al livello dell'elemento strutturale, si comprende che l'effetto del peso proprio e della precompressione viene ad agire su una struttura omogenea con vincoli variabili nel tempo, per questo motivo tali azioni provocheranno una variazione dello stato di sollecitazione che ora vediamo di calcolare.

Considerando un generico appoggio sappiamo che i carichi di prima fase provocano una rotazione φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica è preponderante rispetto all'effetto del peso proprio della trave).



La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge una sollecitazione flessionale che tende le fibre all'intradosso.



Per ricavare queste sollecitazioni iperstatiche è sufficiente imporre la congruenza delle rotazioni in corrispondenza di ogni appoggio. Vediamo di svolgere tale calcolo per l'appoggio B.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I} + \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I} - \frac{P(t_0^*)e_0^*l}{2E_P(t)I} - \frac{X_A(t)l}{6E_X(t)I} = -\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I} - \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I} + \frac{P(t_0^*)e_0^*l}{2E_P(t)I} + \frac{X_C(t)l}{6E_X(t)I}$$

Imponendo la congruenza per ogni appoggio riesco a determinare le sollecitazioni che insorgono a causa dei fenomeni viscosi per la variabilità delle condizioni di vincolo.

Nell'espressione appena riportata si nota una distinzione fra i moduli elastici dei diversi carichi.

Siccome il peso proprio della trave q_{tr} è applicato costantemente nel tempo, il relativo modulo di elasticità si può determinare con il metodo EM, che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Siccome il carico è costante $\sigma(t) = \sigma(t_0)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_0)}{\sigma(t_0)} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato nella prima fase di vita per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * \phi(t, t_0)$$

Sempre nella prima fase di vita si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)]$$

Quindi il modulo elastico associato al peso proprio della trave q_{tr} nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_q(t) = \frac{E(t_0)}{[\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{c28}} \phi(t, t_0) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_q(t) = \frac{E_{c28}}{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{c28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo, nel caso di maturazione a vapore.

Un discorso analogo non si può svolgere per il modulo elastico associato al carico di precompressione $P(t_o^*)$, in quanto essendo un carico variabile nel tempo dovrei utilizzare il metodo AAEM considerando solo un contributo residuo della deformazione viscosa. Siccome la reale trattazione analitica diventa molto più complicata e porta ad ottenere risultati poco più precisi, si decide di considerare la precompressione come un carico costante nel tempo per il calcolo del modulo elastico. Infatti come già esposto si considera il valore della precompressione all'istante iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_o^* .

Posso quindi sfruttare il medesimo risultato ottenuto per il peso proprio della trave.

$$E_p(t) = \frac{E_{c28}}{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}$$

Per ultimo determiniamo il modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$. Essendo un carico variabile nel tempo devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che $X(t_o^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_o^*)}{E(t_o^*)} [1 + \emptyset(t, t_o^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o^*)]}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$.

All'inizio della seconda fase la reazione iperstatica $X(t_o^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_o^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]$$

Quindi il modulo elastico associato alla precompressione nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

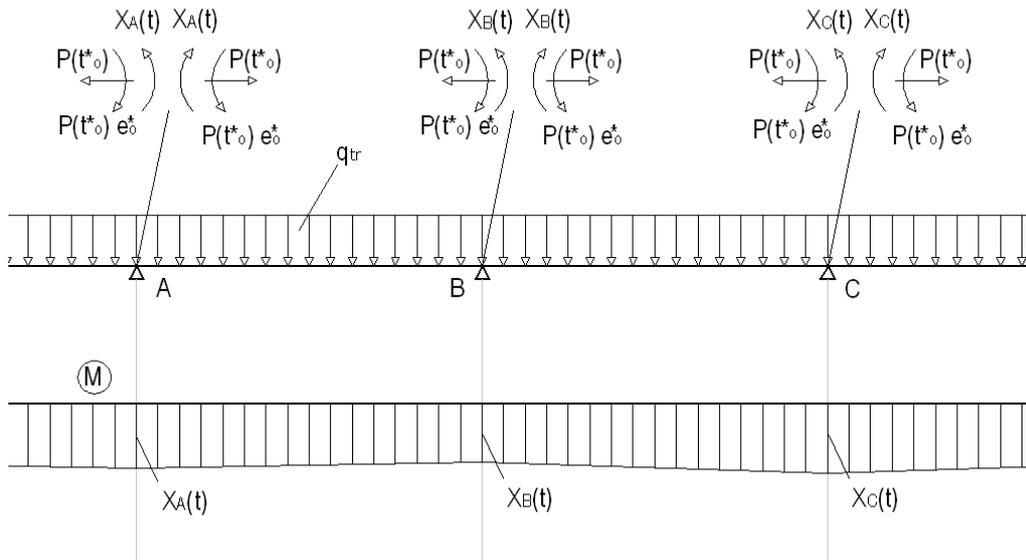
$$E_X(t) = \frac{E(t_0^*)}{[1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)]}$$

Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\frac{2X_B(t)l}{3E(t_0^*)I} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)] - \left[\frac{X_A(t)l + X_C(t)l}{6E(t_0^*)I} \right] [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)] + \left[\frac{q_t l^3}{12E_{c28}I} - \frac{P(t_0^*)e_0^* l}{E_{c28}I} \right] [\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)] = 0$$

In questa espressione si vuole porre l'evidenza sugli istanti in cui vengono determinati i moduli di elasticità (all'istante di applicazione del carico esaminato) e dei coefficienti di viscosità.

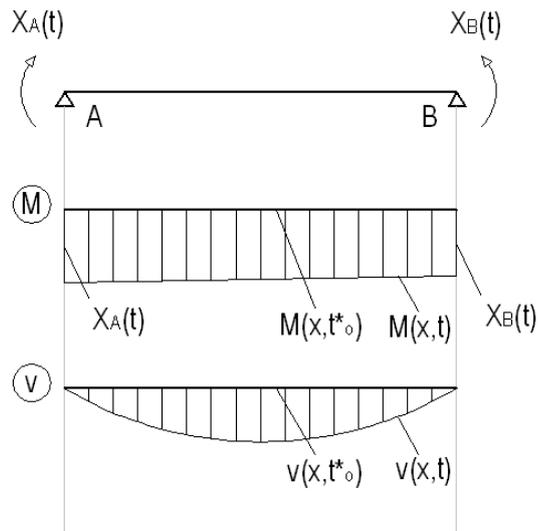
Nota le reazioni iperstatiche $X(t)$ è possibile ricavare l'andamento del momento flettente che si manifesta per la presenza dei fenomeni viscosi associati alla variabilità delle condizioni di vincolo.



Questo diagramma del momento non è ovviamente costante e assume valore nullo negli ultimi appoggi in corrispondenza delle spalle del ponte.

Determinata la variazione dello stato di sollecitazione passiamo al calcolo della variazione del campo di spostamento. Per dare una migliore spiegazione si decide di valutare l'effetto delle singole azioni.

Alla reazione iperstatica $X(t)$ è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa, dove si ha la particolarità che il contributo elastico dipende dall'istante considerato per la variabilità nel tempo della reazione stessa. Si comprende che all'istante t_0^* in cui la reazione iperstatica è nulla, è nulla anche la relativa deformazione elastica e viscosa.



Noto lo stato di sollecitazione $M(x, t)$ è facile determinare con semplici considerazioni di equilibrio il campo di spostamento elastico $v_{el}(x, t)$, in cui si nota la dipendenza dal tempo. Utilizzando il metodo AAEM è possibile risalire alla deformazione associata al creep.

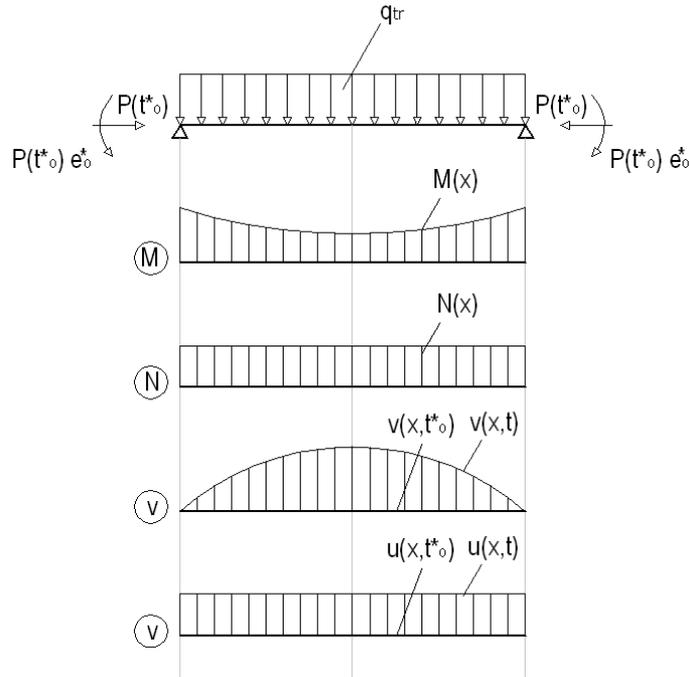
$$v_c(x, t) = v_{el}(x, t) * \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)$$

Come già sottolineato all'insorgere della reazione scaturisce sia lo spostamento associato alla deformazione elastica, sia lo spostamento associato alla deformazione viscosa.

$$v(x, t) = v_{el}(x, t) * [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Dove il coefficiente viscoso e il coefficiente di invecchiamento è riferito all'istante t_o^* , istante in cui insorge la reazione iperstatica.

In questa seconda fase la precompressione $P(t_o^*)$ e del peso proprio della trave q_{tr} generano solo un contributo viscoso residuo.



A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^* .

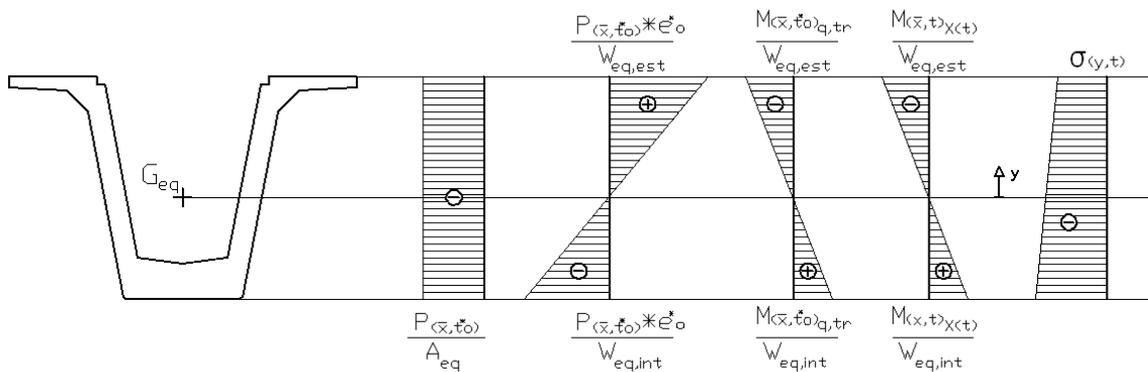
$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^*, t_o)]$$

$$u_c(x, t) = u_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^*, t_o)]$$

Concluso lo studio, per questa seconda fase di vita, a livello dell'elemento strutturale, passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione $x = \bar{x}$, si conosce il preciso stato di sollecitazione che rimane costante se associato al carico da precompressione e al peso proprio della trave, ovvero $M(\bar{x})$ e $N(\bar{x})$, mentre risulta variabile nel tempo se associato all'insorgere della reazione iperstatica $M(\bar{x}, t)$ e $N(\bar{x}, t)$.

Date le precise caratteristiche inerziali e geometriche della sezione, valutate considerando la disomogeneità della sezione è possibile risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, t)$ che sarà variabile nel tempo per quella precisa sezione $x = \bar{x}$.



Dove il modulo di elasticità per calcolare il coefficiente di omogeneizzazione e le cadute di tensione è quello all'istante t_o^* , ovvero $E(t_o^*)$.

Per raffinare il calcolo a questo livello sezionale è possibile mettere in conto anche la variabilità della precompressione lungo la trave, ovvero invece di considerare il valore medio $P(t_o^*)$ è possibile considerare il valore specifico della sezione esaminata $P(\bar{x}, t_o^*)$.

Nota il modulo di elasticità $E(t_o^*)$ è facile determinare il campo delle deformazioni elastiche.

$$\varepsilon(y, t)_{el} = \sigma(y, t) / E(t_o^*)$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y, t)_{el}$ associata alla reazione iperstatica valutiamo il contributo viscoso.

$$\varepsilon(y, t)_c = \varepsilon(y, t)_{el} * \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)$$

Per cui il campo di deformazione prodotto dalla reazione iperstatica assume complessivamente il seguente valore.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} * [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico da precompressione e il peso proprio della trave (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]$$

Questi ultimi passaggi sono svolti utilizzando il metodo AAEM per la reazione iperstatica, e il metodo EM per gli altri carichi, nell'ipotesi di $E_c(t_o^*) = E_{c28}$. Siccome lo studio è affrontato al livello sezionale è possibile prescindere da quest'ultima ipotesi. Ovvero la deformazione provocata dall'insorgere della reazione iperstatica può essere valutata con la seguente espressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^*)} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)$$

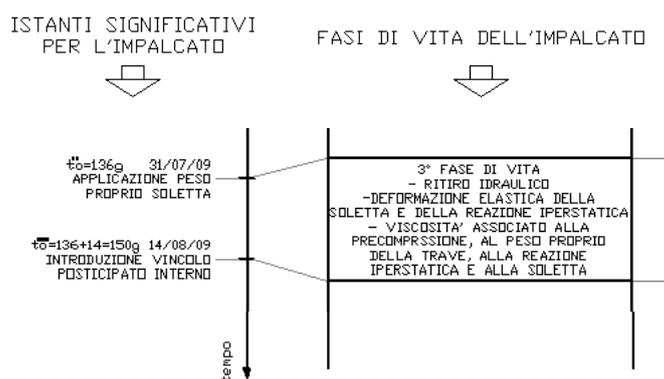
Lo stesso concetto vale per il calcolo della deformazione residua viscosa associata al peso proprio e al carico da precompressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]$$

Dall'applicazione del peso proprio della soletta all'introduzione del vincolo posticipato interno (3° fase di vita)

Il getto della soletta si traduce semplicemente nell'applicazione di un ulteriore carico all'impalcato. Ciò è valido finché il calcestruzzo non ottiene un sufficiente grado di maturazione (introduzione del vincolo interno posticipato), solo allora viene a modificarsi la sezione resistente, dove la soletta ha un effetto di collaborazione con la sezione della trave. Per questi motivi, la terza fase di vita ha come range temporale il periodo che parte dall'istante in cui si realizza il getto della soletta e si conclude all'istante di maturazione della soletta.

Durante questo intervallo temporale si manifesta la deformazione elastica e viscosa provocate dal peso della soletta, nonché le deformazioni viscoso residue del peso proprio della trave, del carico da precompressione e della reazione iperstatica (che insorge nella seconda fase di vita per l'introduzione del vincolo esterno posticipato). Siccome la reazione iperstatica ha una dipendenza dal tempo, in questa fase di vita genera anche una deformazione elastica.



Le grandezze che determineremo sono associate alle sole variazioni che si manifestano a partire dal getto della soletta.

Durante questo intervallo temporale le caratteristiche dell'impalcato sono le seguenti:

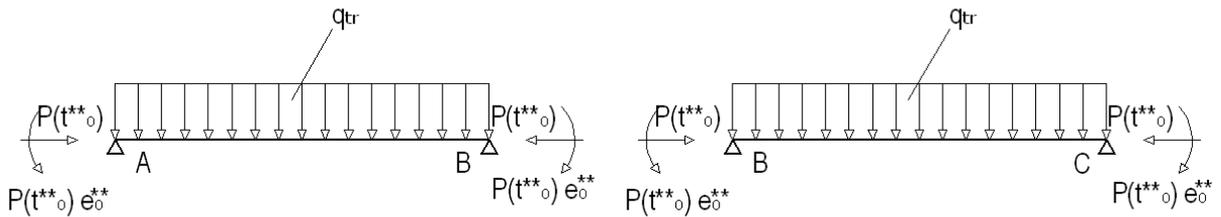
- Sezione resistente: solo quella della trave.
- Carichi applicati: nella terza fase di vita si considerano agenti il peso proprio della trave, il peso proprio della soletta e la precompressione. Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_0^{**} . Solo nell'analisi al livello dell'elemento strutturale, per eliminare la variabilità spaziale si assume il valore medio valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).
- Schema resistente: struttura composta da campate continue su più appoggi.

- Modulo elastico: si considera quello del calcestruzzo con cui si è realizzata la trave valutato all'istante di applicazione dei carichi presenti.

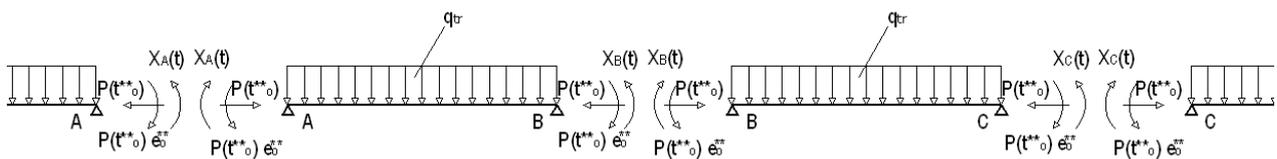
Come vedremo molte delle considerazioni svolte per la terza fase di vita risultano del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra piccoli cambiamenti associati soprattutto ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità, inoltre si parlerà di viscosità residua anziché di usuale viscosità.

Partendo dall'analisi al livello dell'elemento strutturale, si comprende che l'effetto del peso proprio e della precompressione viene ad agire su una struttura omogenea con vincoli variabili nel tempo (dove la variabilità si è manifestata nella fase di vita precedente), per questo motivo tali azioni provocheranno una variazione dello stato di sollecitazione che ora vediamo di calcolare.

Considerando un generico appoggio sappiamo che la precompressione e il peso proprio, quando ancora il vincolo esterno posticipato non è stato realizzato, generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica è preponderante rispetto all'effetto del peso proprio della trave).



La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge una sollecitazione flessionale che tende le fibre all'intradosso.



Per ricavare queste sollecitazioni iperstatiche è sufficiente imporre la congruenza delle deformazioni in corrispondenza di ogni appoggio. Vediamo di svolgere tale calcolo per l'appoggio B.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I} + \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I} - \frac{P(t_0^{**})e_0^{**}l}{2E_P(t)I} - \frac{X_A(t)l}{6E_X(t)I} = -\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I} - \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I} + \frac{P(t_0^{**})e_0^{**}l}{2E_P(t)I} + \frac{X_C(t)l}{6E_X(t)I}$$

Imponendo la congruenza per ogni appoggio riesco a determinare le sollecitazioni che insorgono a causa dei fenomeni viscosi per la variabilità delle condizioni di vincolo.

Nell'espressione appena riportata si nota una distinzione fra i moduli di elasticità dei diversi carichi.

Siccome il peso proprio della trave q_{tr} è applicato costantemente nel tempo, il relativo modulo di elasticità si può determinare con il metodo EM, che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

Siccome il carico è costante $\sigma(t) = \sigma(t_0)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_0)}{\sigma(t_0)} * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato nella prima fase di vita per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} (t, t_0)$$

Sempre nella prima fase di vita, ma anche nella seconda, si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [\varnothing(t, t_0) - \varnothing(t_0^{**}, t_0)]$$

Quindi il modulo elastico associato al peso proprio della trave q_{tr} nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_q(t) = \frac{E(t_0)}{[\varnothing(t, t_0) - \varnothing(t_0^{**}, t_0)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{c28}} \varnothing(t, t_0) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_q(t) = \frac{E_{c28}}{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{c28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo.

Un discorso analogo non si può svolgere per il modulo elastico associato al carico di precompressione $P(t_o^{**})$, in quanto essendo un carico variabile nel tempo dovrei utilizzare il metodo AAEM considerando solo un contributo residuo della deformazione viscosa. Siccome la reale trattazione analitica diventa molto più complicata e porta ad ottenere risultati poco più precisi, si decide di considerare la precompressione come un carico costante nel tempo per il calcolo del modulo elastico. Infatti come già esposto si considera il valore della precompressione all'istante iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_o^{**} .

Posso quindi sfruttare il medesimo risultato ottenuto per il peso proprio della trave.

$$E_p(t) = \frac{E_{c28}}{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)]}$$

Per ultimo determiniamo il modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$. Essendo un carico variabile nel tempo devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che all'istante in cui inizia ad insorgere il suo effetto, assume valore nullo $X(t_o^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_o^*)}{E(t_o^*)} [1 + \phi(t, t_o^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o^*)]}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$.

All'inizio della seconda fase la reazione iperstatica $X(t_o^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_o^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Se dovessi procedere come visto per il peso proprio e la precompressione devo eliminare l'effetto elastico e l'effetto viscoso della fase di vita precedente, ottenendo un contributo associato solamente ad un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [\chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*) - \chi(t_o^{**}, t_o^*) \phi(t_o^{**}, t_o^*)]$$

Ciò è corretto se la reazione iperstatica $X(t)$ fosse costante nel tempo, in realtà il suo valore si evolve nel tempo come anche la relativa deformazione elastica. Ci pare quindi corretto non eliminare il termine ad esso associato nel calcolo del modulo di elasticità.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*) - \chi(t_o^{**}, t_o^*) \phi(t_o^{**}, t_o^*)]$$

Siccome $\chi(t, t_o^*) \approx \chi(t_o^{**}, t_o^*)$ è possibile una semplificazione.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)]\}$$

Quindi il modulo di elasticità associato alla reazione iperstatica nell'imposizione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_X(t) = \frac{E(t_o^*)}{\{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)]\}}$$

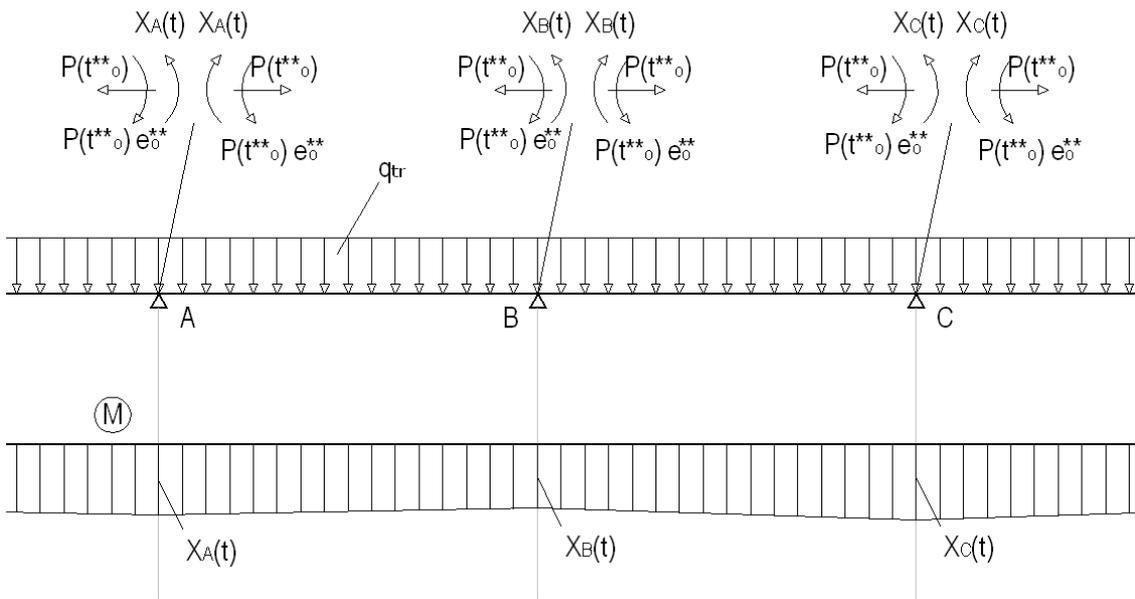
Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\begin{aligned} \frac{2X_B(t)l}{3E(t_o^*)I} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)]\} \\ - \left[\frac{X_A(t)l + X_C(t)l}{6E(t_o^*)I} \right] \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)]\} \\ + \left[\frac{q_t l^3}{12E_{c28}I} - \frac{P(t_o^{**})e_o^{**}l}{E_{c28}I} \right] [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{**}, t_o^*)] = 0 \end{aligned}$$

In questa espressione si vuole porre l'evidenza sugli istanti in cui vengono determinati i moduli di elasticità (all'istante di applicazione del carico esaminato) e dei coefficienti di viscosità.

Si vuole ricordare che le reazioni iperstatiche appena determinate sono da considerarsi come valori manifestati a partire dall'applicazione del peso della soletta, ovvero è più corretto considerarle come incrementi delle reazioni iperstatiche.

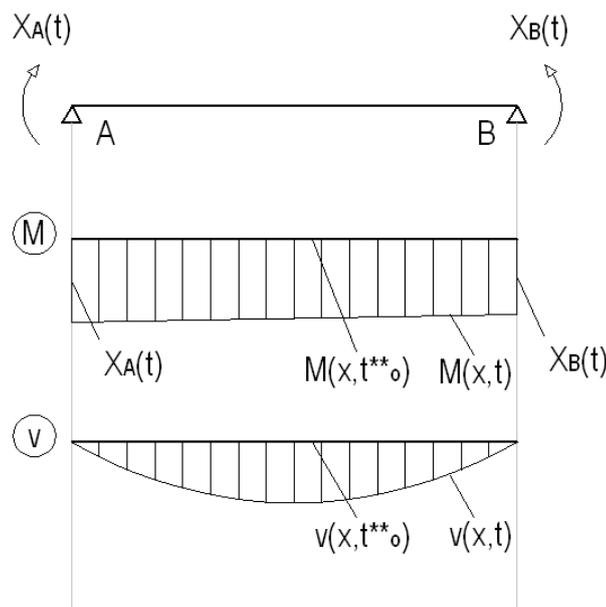
Nota le reazioni iperstatiche $X(t)$ è possibile ricavare l'andamento del momento flettente che si manifesta per la presenza dei fenomeni viscosi associati alla variabilità delle condizioni di vincolo.



Questo diagramma del momento non è ovviamente costante e assume valore nullo negli appoggi in corrispondenza delle spalle del ponte.

Determinata la variazione dello stato di sollecitazione passiamo al calcolo della variazione delle campo di spostamento. Per dare una migliore spiegazione si decide di valutare l'effetto delle singole azioni.

Alla reazione iperstatica è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa residua, in quanto la reazione stessa dipende dal tempo e il suo effetto inizia nella fase di vita precedente. Si comprende che all'istante t_o^{**} in cui la reazione iperstatica è nulla, è nulla anche la relativa deformazione viscosa.



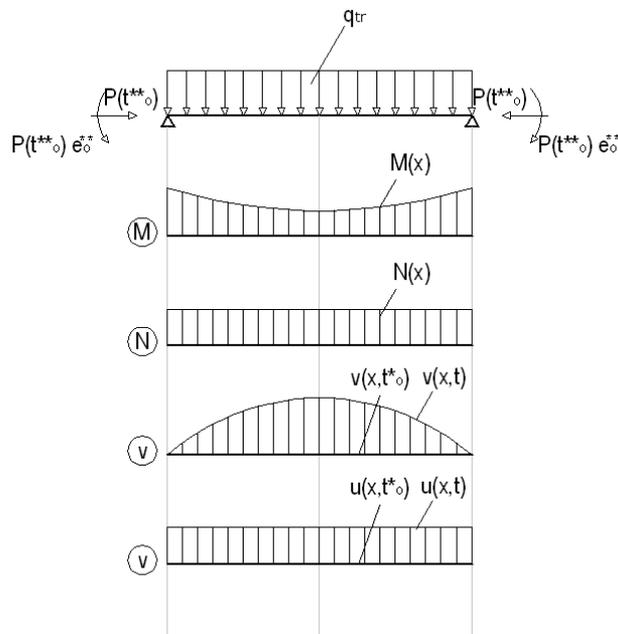
Noto lo stato di sollecitazione $M(x, t)$ è facile determinare con semplici considerazioni di equilibrio il campo di spostamento elastico $v_{el}(x, t)$, in cui si nota la dipendenza dal tempo. Utilizzando il metodo AAEM è possibile risalire alla deformazione associata al creep.

$$v_c(x, t) = v_{el}(x, t) * \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)$$

Come già sottolineato all'insorgere della reazione scaturisce sia lo spostamento associato alla deformazione elastica, sia lo spostamento associato alla deformazione viscosa, intesa con valore residuo.

$$v(x, t) = v_{el}(x, t) * \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{**}, t_o^*)]\}$$

In questa terza fase la precompressione $P(t_o^{**})$ e del peso proprio della trave q_{tr} generano solo un contributo viscoso residuo.



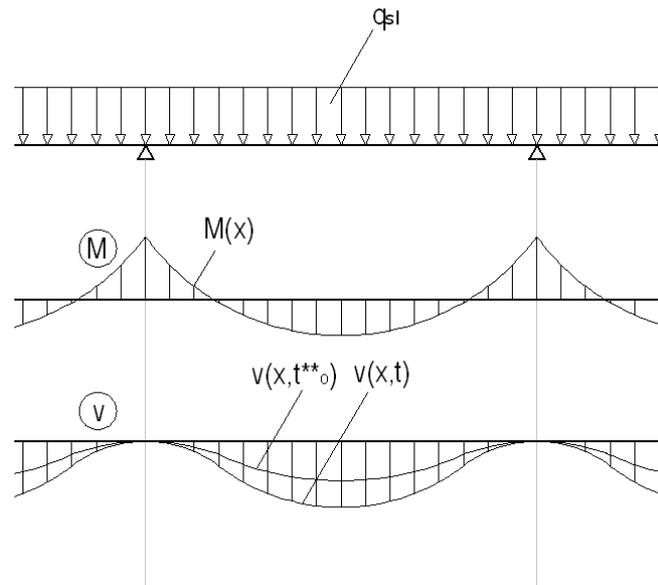
A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^{**} .

$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{**}, t_o)]$$

$$u_c(x, t) = u_{el}(x) * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{**}, t_o)]$$

Proseguendo lo studio a livello dell'elemento strutturale, questa terza fase di vita si differenzia dalla seconda soprattutto per l'applicazione del peso proprio della soletta q_{sl} .

Questo carico viene ad agire su una struttura omogenea iperstatica a vincoli fissi, quindi per effetto della viscosità si ha la variazione solo del campo di spostamento.



Sfruttando un normale programma di calcolo si determina lo stato di sollecitazione $M(x)$ che si mantiene costante nel tempo. Altrettanto facile è il calcolo del campo di spostamento all'applicazione del carico che viene a coincidere con lo i valori elastici $v(x)_{el}$. Questo campo di spostamento a causa dei fenomeni viscosi viene ad incrementare.

Applicando il metodo EM, nell'ipotesi di $E(t^{**}) = E_{28}$, l'incremento associato al creep viene così valutato.

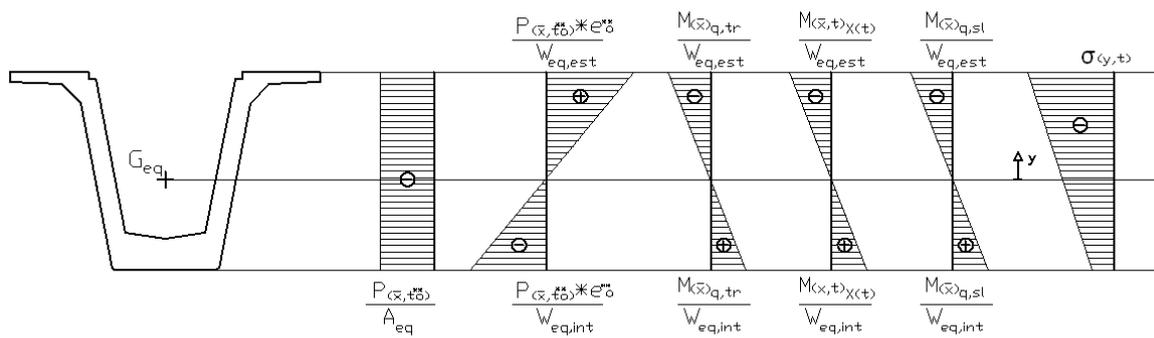
$$v(x)_c = v(x)_{el} * \phi(t, t_o^{**})$$

Per cui il campo di spostamento complessivo è così calcolabile.

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_o^{**})]$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale, per questa terza fase di vita dell'impalcato, passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione $x = \bar{x}$, si conosce il preciso stato di sollecitazione che rimane costante se associato al carico da precompressione, al peso proprio della trave e la peso proprio della soletta, ovvero $M(\bar{x})$ e $N(\bar{x})$, mentre risulta variabile nel tempo se associato all'insorgere della reazione iperstatica $M(\bar{x}, t)$ e $N(\bar{x}, t)$. Date le precise caratteristiche inerziali e geometriche della sezione, valutate considerando la disomogeneità della sezione, è possibile risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, t)$ che sarà variabile nel tempo per quella precisa sezione $x = \bar{x}$.



Dove il modulo di elasticità per calcolare il coefficiente di omogeneizzazione e le cadute di tensione è quello valutato all'istante t_o^{**} , ovvero $E(t_o^{**})$.

Per raffinare il calcolo a questo livello sezionale è possibile mettere in conto anche la variabilità della precompressione lungo la trave, ovvero invece di considerare il valore medio $P(t_o^{**})$ è possibile considerare il valore specifico della sezione esaminata $P(\bar{x}, t_o^{**})$.

Nota il modulo di elasticità $E(t_o^{**})$ è facile determinare il campo delle deformazioni elastiche.

$$\varepsilon(y, t)_{el} = \sigma(\bar{y}, t) / E(t_o^{**})$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y, t)_{el}$ associata alla reazione iperstatica valutiamo la deformazione complessiva attribuibile a tale azione durante questa terza fase di vita.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} * \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{**}, t_o^*)]\}$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico da precompressione e il peso proprio della trave (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{**}, t_o)]$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al peso proprio della soletta (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del contributo elastico e di quello viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [1 + \varnothing(t, t_o^{**})]$$

Questi ultimi passaggi sono svolti utilizzando il metodo AAEM per la reazione iperstatica, e il metodo EM per gli altri carichi, nell'ipotesi di $E_c(t_o^{**}) = E_{c28}$. Siccome lo studio è affrontato al livello sezionale è possibile prescindere da quest'ultima ipotesi. Ovvero la deformazione provocata dall'insorgere della reazione iperstatica può essere valutata con la seguente espressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^{**})} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{**}, t_o^*)]$$

Lo stesso concetto vale per il calcolo della deformazione residua viscosa associata al peso proprio e al carico da precompressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)]$$

Nonché per la deformazione associata al peso proprio della soletta.

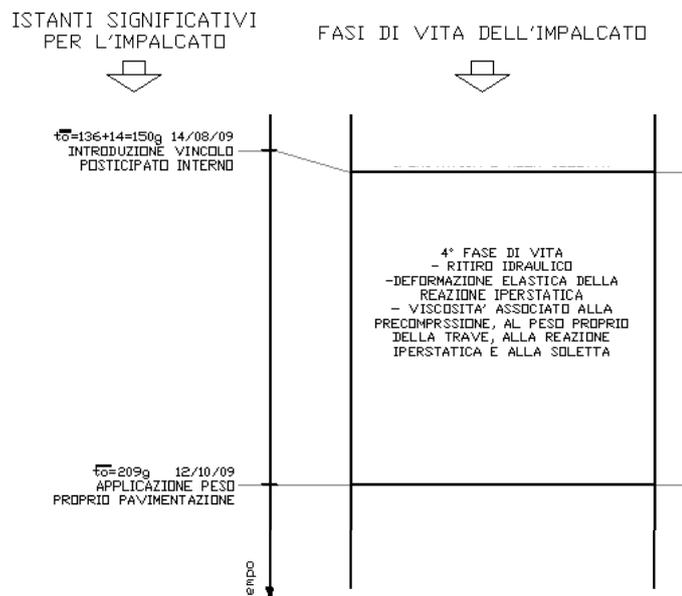
$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E(t_o^{**})} + \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * \phi(t, t_o^{**})$$

Dall'introduzione del vincolo posticipato interno alla realizzazione della pavimentazione (4° fase di vita)

La caratteristica principale di questa fase di vita consiste nella maturazione della soletta, la quale mediante delle armature di cucitura viene a collaborare con la trave. Dal punto di vista analitico, ciò permette di poter considerare caratteristiche inerziali della sezione resistente maggiori.

La fase di vita esaminata viene a concludersi nell'istante in cui si realizza la pavimentazione, in quanto comporta l'applicazione di ulteriori carichi.

Durante questo range temporale, si manifestano le deformazioni viscoso residue provocate dal peso della soletta, dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima, per la sua dipendenza dal tempo genera anche una deformazione elastica.



E' importante sottolineare che le grandezze che determineremo sono associate alle sole variazioni che si manifestano a partire dall'introduzione del vincolo interno posticipato.

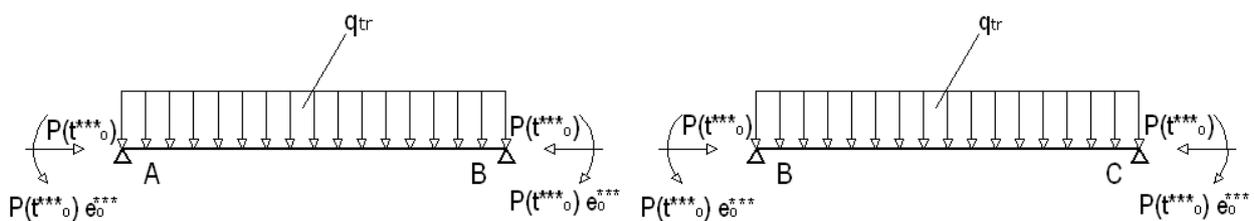
Durante questo intervallo temporale le caratteristiche dell'impalcato sono le seguenti:

- Sezione resistente: sezione composta dalla soletta e dalla trave.
- Carichi applicati: nella quarta fase di vita si considerano agenti il peso proprio della trave, il peso proprio della soletta e la precompressione. Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_o^{***} . Solo nell'analisi al livello dell'elemento strutturale, per eliminare la variabilità spaziale si assume il valore medio valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).
- Schema resistente: struttura composta da campate continue su più appoggi.
- Modulo elastico: si considera quello del calcestruzzo con cui si è realizzata la trave valutato all'istante di applicazione dei carichi presenti.

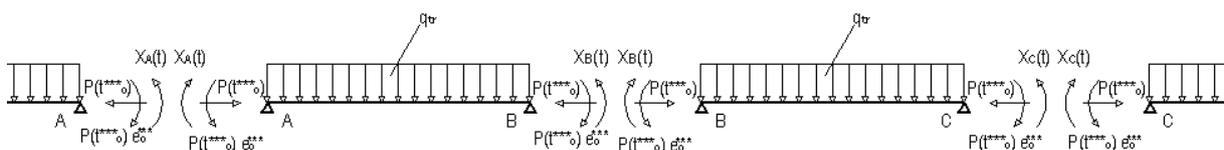
Come vedremo molte delle considerazioni svolte per questa quarta fase di vita risulteranno del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra cambiamenti associati ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità, nonché alla presenza della soletta collaborante.

Partendo dall'analisi al livello dell'elemento strutturale, si comprende che l'effetto del peso proprio e della precompressione viene ad agire su una struttura omogenea con vincoli variabili nel tempo (dove la variabilità si è manifestata nella seconda fase di vita), per questo motivo tali azioni provocheranno una variazione dello stato di sollecitazione che ora vediamo di calcolare.

Considerando un generico appoggio sappiamo che la precompressione e il peso proprio, quando ancora il vincolo esterno posticipato non è stato realizzato, generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica è preponderante rispetto all'effetto del peso proprio della trave).



La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge una sollecitazione flessionale che tende le fibre all'intradosso.



Per ricavare queste sollecitazioni iperstatiche è sufficiente imporre la congruenza delle deformazioni in corrispondenza di ogni appoggio. Vediamo di svolgere tale calcolo per l'appoggio B.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I_c} + \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I_c} - \frac{P(t_0^{***})e_0^{***}l}{2E_P(t)I_c} - \frac{X_A(t)l}{6E_X(t)I_c} \\ = -\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I_c} - \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I_c} + \frac{P(t_0^{***})e_0^{***}l}{2E_P(t)I_c} + \frac{X_C(t)l}{6E_X(t)I_c} \end{aligned}$$

Si nota l'utilizzo del momento d'inerzia associato alla sezione composta dalla soletta e dalla trave.

Imponendo la congruenza per ogni appoggio riesco a determinare le sollecitazioni che insorgono a causa dei fenomeni viscosi per la variabilità delle condizioni di vincolo.

Nell'espressione appena riportata si nota una distinzione fra i moduli di elasticità dei diversi carichi.

Siccome il peso proprio della trave q_{tr} è applicato costantemente nel tempo, il relativo modulo di elasticità si può determinare con il metodo EM, che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

Siccome il carico è costante $\sigma(t) = \sigma(t_0)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_0)}{\sigma(t_0)} * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [1 + \varnothing(t, t_0)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato nella prima fase di vita per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} (t, t_0)$$

Sempre nella prima fase di vita, ma anche nella seconda e nella terza, si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [\varnothing(t, t_0) - \varnothing(t_0^{***}, t_0)]$$

Quindi il modulo elastico associato al peso proprio della trave q_{tr} nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_q(t) = \frac{E(t_o)}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{***}, t_o)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_o) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E_c(t_o)} + \frac{1}{E_{c28}} \varnothing(t, t_o) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_q(t) = \frac{E_{c28}}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{***}, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{c28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo.

Un discorso analogo non si può svolgere per il modulo elastico associato al carico di precompressione $P(t_o^{***})$, in quanto essendo un carico variabile nel tempo dovrei utilizzare il metodo AAEM considerando solo un contributo residuo della deformazione viscosa. Siccome la reale trattazione analitica diventa molto più complicata e porta ad ottenere risultati poco più precisi, si decide di considerare la precompressione come un carico costante nel tempo per il calcolo del modulo elastico. Infatti come già esposto si considera il valore della precompressione all'istante iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_o^{***} .

Posso quindi sfruttare il medesimo risultato ottenuto per il peso proprio della trave.

$$E_p(t) = \frac{E_{c28}}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{***}, t_o)]}$$

Per ultimo determiniamo il modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$. Essendo un carico variabile nel tempo devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che all'istante in cui inizia ad insorgere il suo effetto, assume valore nullo $X(t_o^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_o^*)}{E(t_o^*)} [1 + \varnothing(t, t_o^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o^*)]}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$.

All'inizio della seconda fase la reazione iperstatica $X(t_o^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_o^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Se dovessi procedere come visto per il peso proprio e la precompressione devo eliminare l'effetto elastico e l'effetto viscoso delle fasi di vita precedenti, ottenendo un contributo associato solamente ad un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [\chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*) - \chi(t_o^{***}, t_o^*) \phi(t_o^{***}, t_o^*)]$$

Ciò è corretto se la reazione iperstatica $X(t)$ fosse costante nel tempo, in realtà il suo valore si evolve nel tempo come anche la relativa deformazione elastica. Ci pare quindi corretto non eliminare il termine ad esso associato nel calcolo del modulo di elasticità.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*) - \chi(t_o^{***}, t_o^*) \phi(t_o^{***}, t_o^*)]$$

Siccome $\chi(t, t_o^*) \approx \chi(t_o^{***}, t_o^*)$ è possibile una semplificazione.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\}$$

Quindi il modulo di elasticità associato alla reazione iperstatica nell'imposizione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_X(t) = \frac{E(t_o^*)}{\{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\}}$$

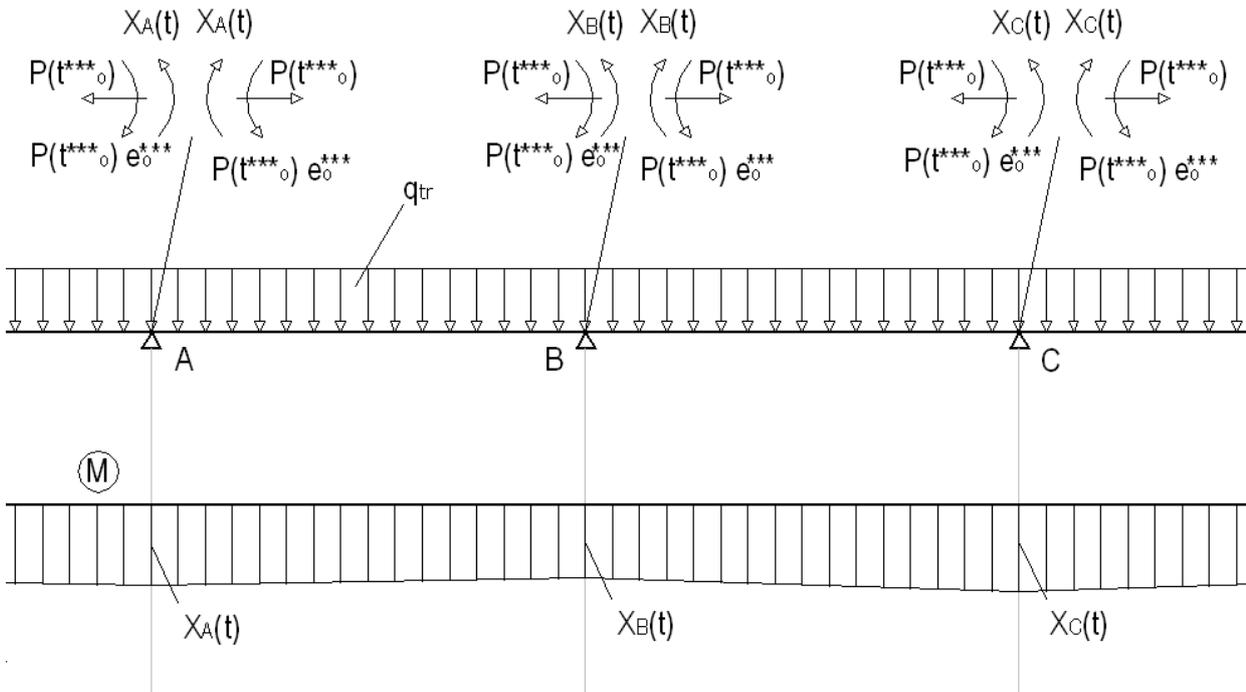
Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\begin{aligned} \frac{2X_B(t)l}{3E(t_o^*)I_c} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\} \\ - \left[\frac{X_A(t)l + X_C(t)l}{6E(t_o^*)I_c} \right] \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\} \\ + \left[\frac{q_t l^3}{12E_{c28}I_c} - \frac{P(t_o^{***})e_o^{***}l}{E_{c28}I_c} \right] [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{***}, t_o)] = 0 \end{aligned}$$

In questa espressione si vuole porre l'evidenza sugli istanti in cui vengono determinati i moduli di elasticità (all'istante di applicazione del carico esaminato) e dei coefficienti di viscosità, nonché sull'utilizzo del momento d'inerzia della sezione composta.

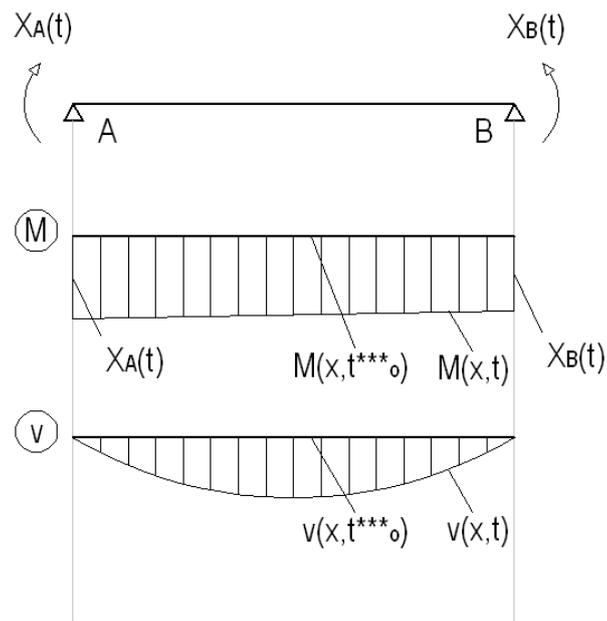
Si vuole ricordare che le reazioni iperstatiche appena determinate sono da considerarsi come valori manifestati a partire dall'inserimento del vincolo esterno posticipato, ovvero è più corretto considerarle come incrementi delle reazioni iperstatiche.

Nota le reazioni iperstatiche $X(t)$ è possibile ricavare l'andamento del momento flettente che si manifesta per la presenza dei fenomeni viscosi associati alla variabilità delle condizioni di vincolo.



Determinata la variazione dello stato di sollecitazione passiamo al calcolo della variazione delle campo di spostamento. Per dare una migliore spiegazione si decide di valutare l'effetto delle singole azioni.

Alla reazione iperstatica è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa residua, in quanto la reazione stessa dipende dal tempo e il suo effetto inizia nella fase di vita precedente. Si comprende che all'istante t_o^{***} in cui la reazione iperstatica è nulla, è nulla anche la relativa deformazione viscosa.



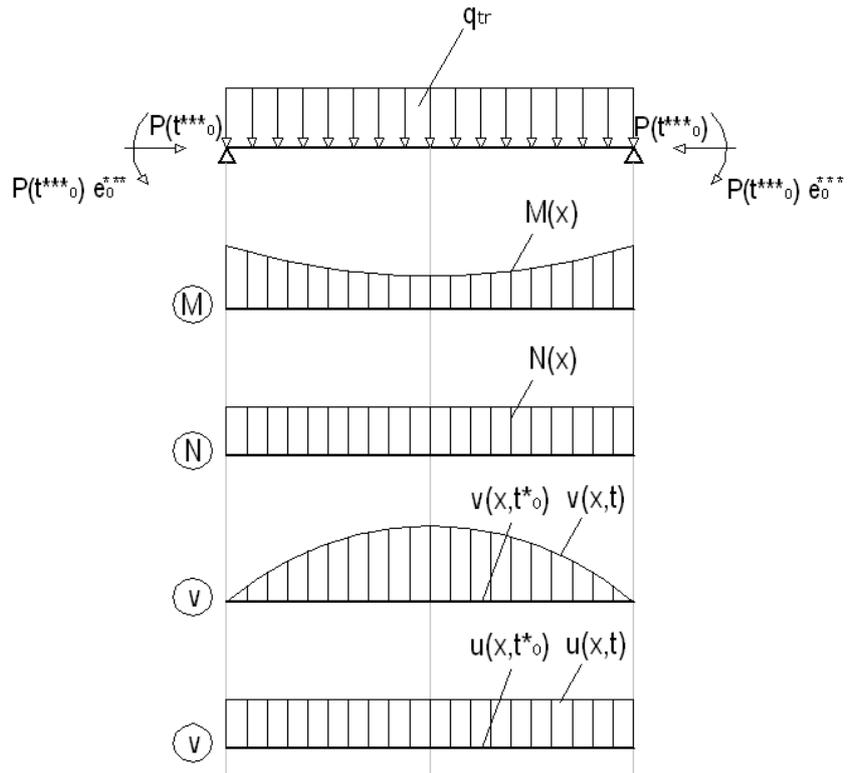
Noto lo stato di sollecitazione $M(x, t)$ è facile determinare con semplici considerazioni di equilibrio il campo di spostamento elastico $v_{el}(x, t)$, in cui si nota la dipendenza dal tempo. Utilizzando il metodo AAEM è possibile risalire alla deformazione associata al creep.

$$v_c(x, t) = v_{el}(x, t) * \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)$$

Come già sottolineato all'insorgere della reazione scaturisce sia lo spostamento associato alla deformazione elastica, sia lo spostamento associato alla deformazione viscosa, ma inteso con valore residuo.

$$v(x, t) = v_{el}(x, t) * \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\}$$

In questa quarta fase la precompressione $P(t_o^{***})$ e del peso proprio della trave q_{tr} generano solo un contributo viscoso residuo.

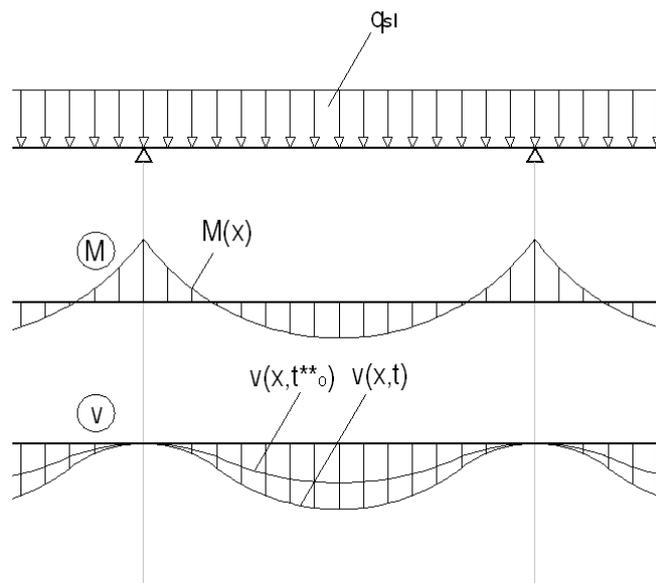


A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^{***} .

$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^{***}, t_o)]$$

$$u_c(x, t) = u_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^{***}, t_o)]$$

Il medesimo discorso vale per il peso proprio della soletta q_{sl} .

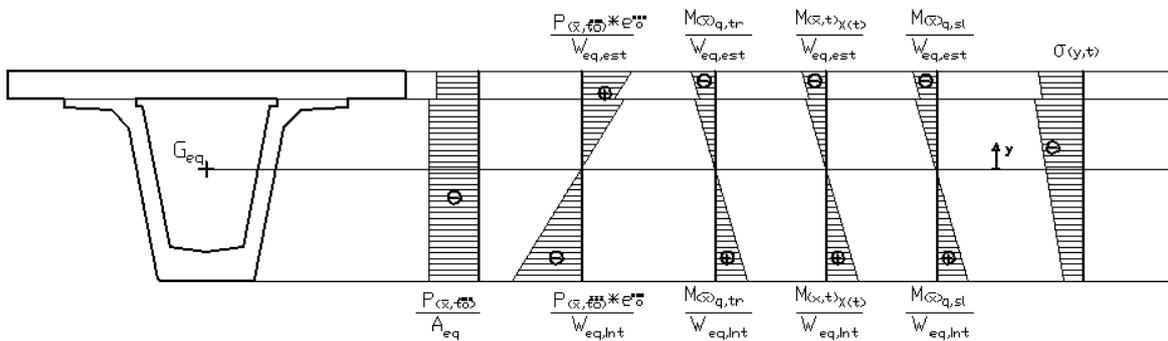


A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^{***} .

$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\phi(t, t_o^{**}) - \phi(t_o^{***}, t_o^{**})]$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale, per questa quarta fase di vita dell'impalcato, passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione $x = \bar{x}$, si conosce il preciso stato di sollecitazione che rimane costante se associato al carico da precompressione, al peso proprio della trave e la peso proprio della soletta, ovvero $M(\bar{x})$ e $N(\bar{x})$, mentre risulta variabile nel tempo se associato all'insorgere della reazione iperstatica $M(\bar{x}, t)$ e $N(\bar{x}, t)$. Date le precise caratteristiche inerziali e geometriche della sezione, valutate considerando la disomogeneità della sezione, è possibile risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, t)$ che sarà variabile nel tempo per quella precisa sezione $x = \bar{x}$.



Dove il modulo di elasticità per calcolare il coefficiente di omogeneizzazione e le cadute di tensione è quello valutato all'istante t_o^{***} , ovvero $E(t_o^{***})$, sia per la soletta che per la trave.

Per raffinare il calcolo a questo livello sezionale è possibile mettere in conto anche la variabilità della precompressione lungo la trave, ovvero invece di considerare il valore medio $P(t_o^{***})$ è possibile considerare il valore specifico della sezione esaminata $P(\bar{x}, t_o^{***})$.

Nota il modulo di elasticità $E(t_o^{***})$ è facile determinare il campo delle deformazioni elastiche.

$$\varepsilon(y, t)_{el} = \sigma(\bar{y}, t) / E(t_o^{***})$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y, t)_{el}$ associata alla reazione iperstatica valutiamo la deformazione complessiva attribuibile a tale azione durante questa quarta fase di vita.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} * \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{***}, t_o^*)]\}$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico da precompressione e il peso proprio della trave (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{***}, t_o)]$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico generato dal peso proprio della soletta (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\varnothing(t, t_o^{**}) - \varnothing(t_o^{***}, t_o^{**})]$$

Questi ultimi passaggi sono svolti utilizzando il metodo AAEM per la reazione iperstatica, e il metodo EM per gli altri carichi, nell'ipotesi di $E_c(t_o^{***}) = E_{c28}$. Siccome lo studio è affrontato al livello sezionale è possibile prescindere da quest'ultima ipotesi. Ovvero la deformazione provocata dall'insorgere della reazione iperstatica può essere valutata con la seguente espressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^{***})} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{***}, t_o^*)]$$

Lo stesso concetto vale per il calcolo della deformazione residua viscosa associata al peso proprio e al carico da precompressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{***}, t_o)]$$

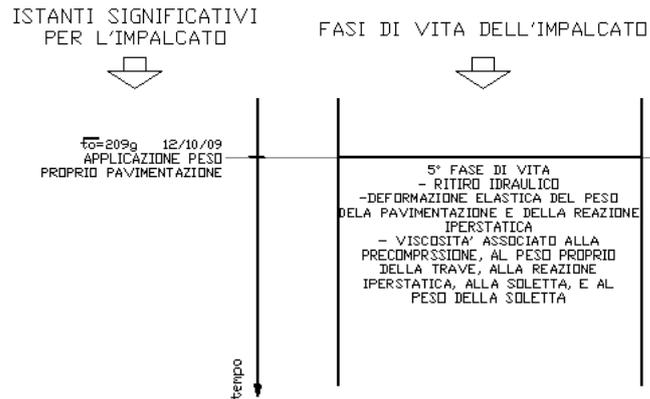
Nonché per la deformazione associata al peso proprio della soletta.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\varnothing(t, t_o^{**}) - \varnothing(t_o^{***}, t_o^{**})]$$

Dall'applicazione del peso della pavimentazione (5° fase di vita)

Quest'ultima fase di vita viene a partire dalla realizzazione della pavimentazione, in quanto comporta l'applicazione di un ulteriore carico. Le espressioni che riporteremo in questo paragrafo saranno valide per tutti gli istanti successivi, in quanto l'impalcato risulta essere completato, ovvero non si avranno più alcuna variazione delle caratteristiche inerziali della sezione, delle condizioni di vincolo, o l'applicazione di ulteriori carichi permanenti.

Durante questa quinta fase di vita si manifestano le deformazioni viscoso residue provocate dal peso della soletta, dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima, per la sua dipendenza dal tempo genera anche una deformazione elastica. Il peso proprio della pavimentazione genera sia una deformazione elastica che una deformazione viscosa.



E' importante sottolineare che le grandezze che determineremo sono associate alle sole variazioni che si manifestano a partire dalla realizzazione della pavimentazione.

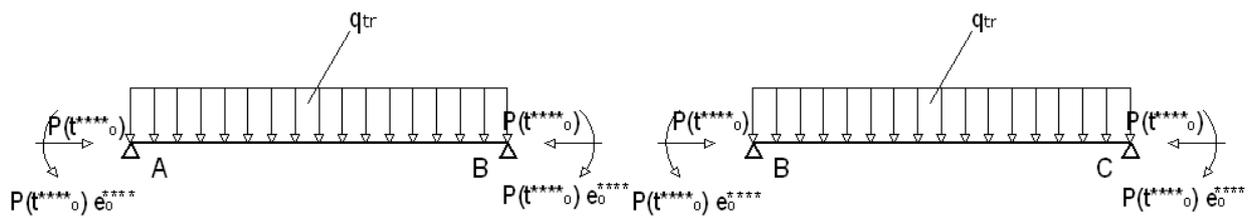
Durante questo intervallo temporale le caratteristiche dell'impalcato sono le seguenti:

- Sezione resistente: sezione composta dalla soletta e dalla trave.
- Carichi applicati: nella quinta fase di vita si considerano agenti il peso proprio della trave, il peso proprio della soletta e la precompressione. Si ricordi che la precompressione varia nel tempo a causa delle perdite di tensione e varia lungo la trave per la presenza di guaine. Per eliminare la variabilità temporale si assume il valore iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_0^{***} . Solo nell'analisi al livello dell'elemento strutturale, per eliminare la variabilità spaziale si assume il valore medio valutato su tutto l'asse della trave (questo vale anche per l'eccentricità).
- Schema resistente: struttura composta da campate continue su più appoggi.
- Modulo elastico: si considera quello del calcestruzzo con cui si è realizzata la trave valutato all'istante di applicazione dei carichi presenti.

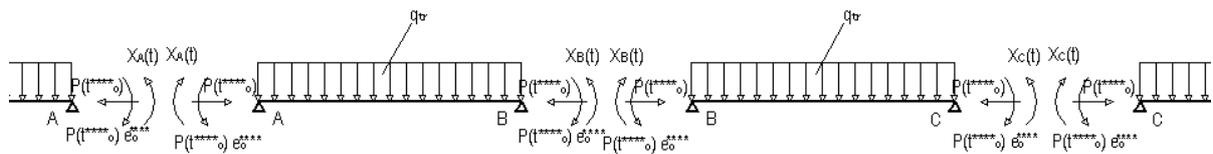
Come vedremo molte delle considerazioni svolte per questa quarta fase di vita risulteranno del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra cambiamenti associati ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità, nonché alla presenza della soletta collaborante.

Partendo dall'analisi al livello dell'elemento strutturale, si comprende che l'effetto del peso proprio e della precompressione viene ad agire su una struttura omogenea con vincoli variabili nel tempo (dove la variabilità si è manifestata nella seconda fase di vita), per questo motivo tali azioni provocheranno una variazione dello stato di sollecitazione che ora vediamo di calcolare.

Considerando un generico appoggio sappiamo che la precompressione e il peso proprio, quando ancora il vincolo esterno posticipato non è stato realizzato, generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica è preponderante rispetto all'effetto del peso proprio della trave).



La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge una sollecitazione flessionale che tende le fibre all'intradosso.



Per ricavare queste sollecitazioni iperstatiche è sufficiente imporre la congruenza delle deformazioni in corrispondenza di ogni appoggio. Vediamo di svolgere tale calcolo per l'appoggio B.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\begin{aligned} \frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I_c} + \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I_c} - \frac{P(t_o^{****})e_o^{****}l}{2E_P(t)I_c} - \frac{X_A(t)l}{6E_X(t)I_c} \\ = -\frac{X_B(t)l}{3E_X(t)I_c} - \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I_c} + \frac{P(t_o^{****})e_o^{****}l}{2E_P(t)I_c} + \frac{X_C(t)l}{6E_X(t)I_c} \end{aligned}$$

Si nota l'utilizzo del momento d'inerzia associato alla sezione composta dalla soletta e dalla trave.

Imponendo la congruenza per ogni appoggio riesco a determinare le sollecitazioni che insorgono a causa dei fenomeni viscosi per la variabilità delle condizioni di vincolo.

Nell'espressione appena riportata si nota una distinzione fra i moduli di elasticità dei diversi carichi.

Siccome il peso proprio della trave q_{tr} è applicato costantemente nel tempo, il relativo modulo di elasticità si può determinare con il metodo EM, che nell'ipotesi $E(t_o) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_o) * [1 + \phi(t, t_o)]$$

Siccome il carico è costante $\sigma(t) = \sigma(t_o)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_o)}{\sigma(t_o)} * [1 + \varnothing(t, t_o)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} * [1 + \varnothing(t, t_o)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato nella prima fase di vita per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} (t, t_o)$$

Sempre nella prima fase di vita, ma anche nella seconda e nella terza, si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)]$$

Quindi il modulo elastico associato al peso proprio della trave q_{tr} nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_q(t) = \frac{E(t_o)}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_o) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E_c(t_o)} + \frac{1}{E_{c28}} \varnothing(t, t_o) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_q(t) = \frac{E_{c28}}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{c28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo.

Un discorso analogo non si può svolgere per il modulo elastico associato al carico di precompressione $P(t_o^{****})$, in quanto essendo un carico variabile nel tempo dovrei utilizzare il metodo AAEM considerando solo un contributo residuo della deformazione viscosa. Siccome la reale trattazione analitica diventa molto più complicata e porta ad ottenere risultati poco più precisi, si decide di considerare la precompressione come un carico costante nel tempo per il calcolo del modulo elastico. Infatti come già esposto si considera il valore della precompressione

all'istante iniziale di questa fase di vita, considerando le perdite di tensione e le cadute di tensione all'istante t_0^{***} .

Posso quindi sfruttare il medesimo risultato ottenuto per il peso proprio della trave.

$$E_p(t) = \frac{E_{c28}}{[\phi(t, t_0) - \phi(t_0^{***}, t_0)]}$$

Per ultimo determiniamo il modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$. Essendo un carico variabile nel tempo devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che all'istante in cui inizia ad insorgere il suo effetto, assume valore nullo $X(t_0^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0^*)}{E(t_0^*)} [1 + \phi(t, t_0^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0^*)]}{E(t_0^*)} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_0^*) = E_{28}$.

All'inizio della seconda fase la reazione iperstatica $X(t_0^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_0^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_0^*)} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0^*)} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)]$$

Se dovessi procedere come visto per il peso proprio e la precompressione devo eliminare l'effetto elastico e l'effetto viscoso delle fasi di vita precedenti, ottenendo un contributo associato solamente ad un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0^*)} [\chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*) - \chi(t_0^{***}, t_0^*) \phi(t_0^{***}, t_0^*)]$$

Ciò è corretto se la reazione iperstatica $X(t)$ fosse costante nel tempo, in realtà il suo valore si evolve nel tempo come anche la relativa deformazione elastica. Ci pare quindi corretto non eliminare il termine ad esso associato nel calcolo del modulo di elasticità.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0^*)} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*) - \chi(t_0^{***}, t_0^*) \phi(t_0^{***}, t_0^*)]$$

Siccome $\chi(t, t_0^*) \approx \chi(t_0^{***}, t_0^*)$ è possibile una semplificazione.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0^*)} \{1 + \chi(t, t_0^*) [\phi(t, t_0^*) - \phi(t_0^{***}, t_0^*)]\}$$

Quindi il modulo di elasticità associato alla reazione iperstatica nell'imposizione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_X(t) = \frac{E(t_o^*)}{\{1 + \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^*)]\}}$$

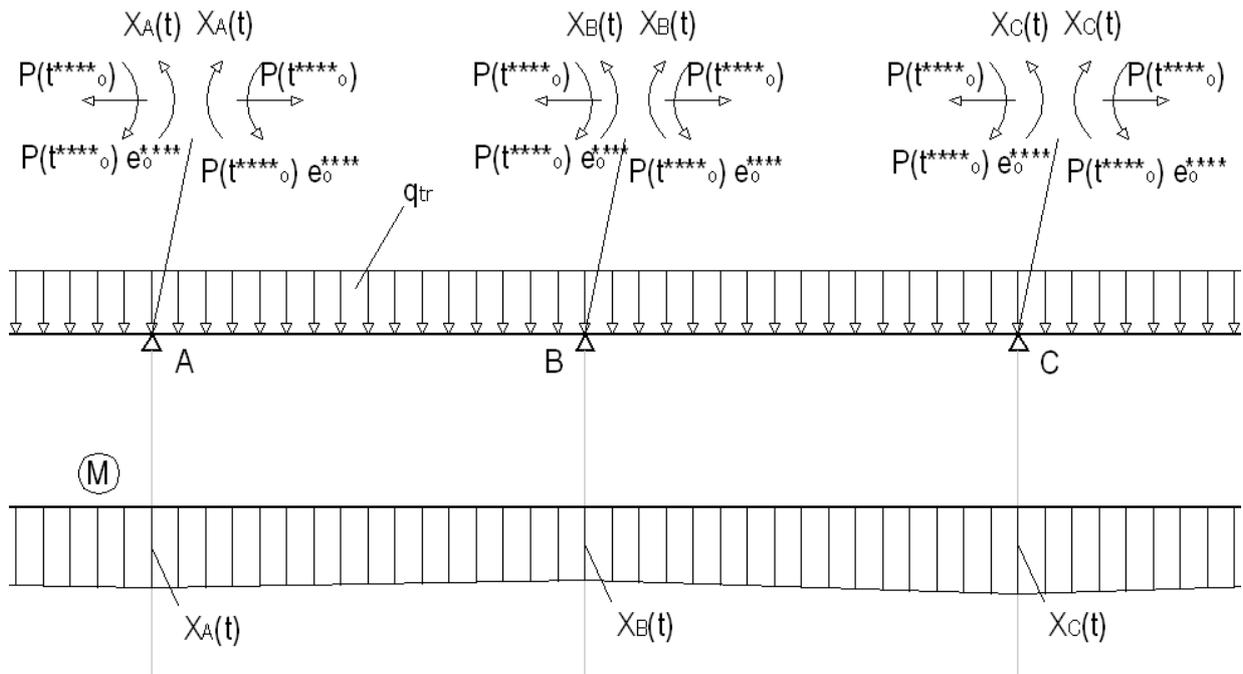
Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\begin{aligned} & \frac{2X_B(t)l}{3E(t_o^*)I_c} \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^*)]\} \\ & - \left[\frac{X_A(t)l + X_C(t)l}{6E(t_o^*)I_c} \right] \{1 + \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^*)]\} \\ & + \left[\frac{q_t l^3}{12E_{c28}I_c} - \frac{P(t_o^{****})e_o^{****}l}{E_{c28}I_c} \right] [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)] = 0 \end{aligned}$$

In questa espressione si vuole porre l'evidenza sugli istanti in cui vengono determinati i moduli di elasticità (all'istante di applicazione del carico esaminato) e dei coefficienti di viscosità, nonché sull'utilizzo del momento d'inerzia della sezione composta.

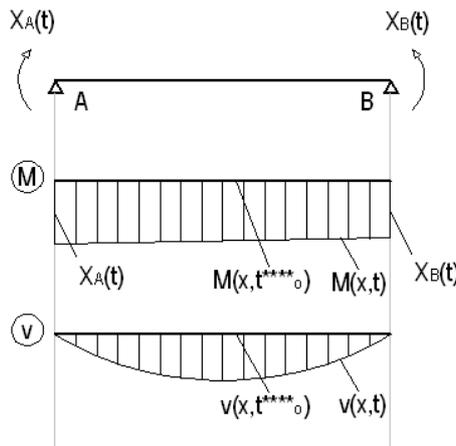
Si vuole ricordare che le reazioni iperstatiche appena determinate sono da considerarsi come valori manifestati a partire dall'inserimento del vincolo esterno posticipato, ovvero è più corretto considerarle come incrementi delle reazioni iperstatiche.

Nota le reazioni iperstatiche $X(t)$ è possibile ricavare l'andamento del momento flettente che si manifesta per la presenza dei fenomeni viscosi associati alla variabilità delle condizioni di vincolo.



Determinata la variazione dello stato di sollecitazione passiamo al calcolo della variazione delle campo di spostamento. Per dare una migliore spiegazione si decide di valutare l'effetto delle singole azioni.

Alla reazione iperstatica è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa residua, in quanto la reazione stessa dipende dal tempo e il suo effetto inizia nella fase di vita precedente. Si comprende che all'istante t_o^{****} in cui la reazione iperstatica è nulla, è nulla anche la relativa deformazione viscosa.



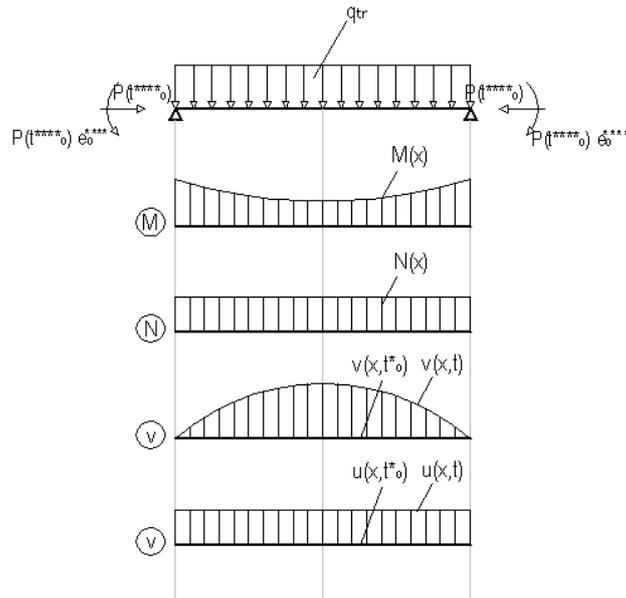
Nota lo stato di sollecitazione $M(x, t)$ è facile determinare con semplici considerazioni di equilibrio il campo di spostamento elastico $v_{el}(x, t)$, in cui si nota la dipendenza dal tempo. Utilizzando il metodo AAEM è possibile risalire alla deformazione associata al creep.

$$v_c(x, t) = v_{el}(x, t) * \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)$$

Come già sottolineato all'insorgere della reazione scaturisce sia lo spostamento associato alla deformazione elastica, sia lo spostamento associato alla deformazione viscosa, ma inteso con valore residuo.

$$v(x, t) = v_{el}(x, t) * \{1 + \chi(t, t_o^*) [\phi(t, t_o^*) - \phi(t_o^{****}, t_o^*)]\}$$

In questa quinta fase la precompressione $P(t_o^{****})$ e del peso proprio della trave q_{tr} generano solo un contributo viscoso residuo.

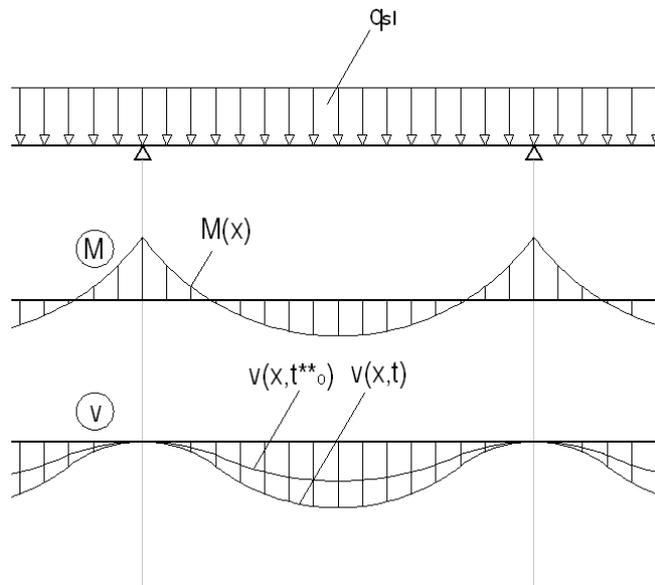


A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^{****} .

$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^{****}, t_o)]$$

$$u_c(x, t) = u_{el}(x) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^{****}, t_o)]$$

Il medesimo discorso vale per il peso proprio della soletta q_{sl} .

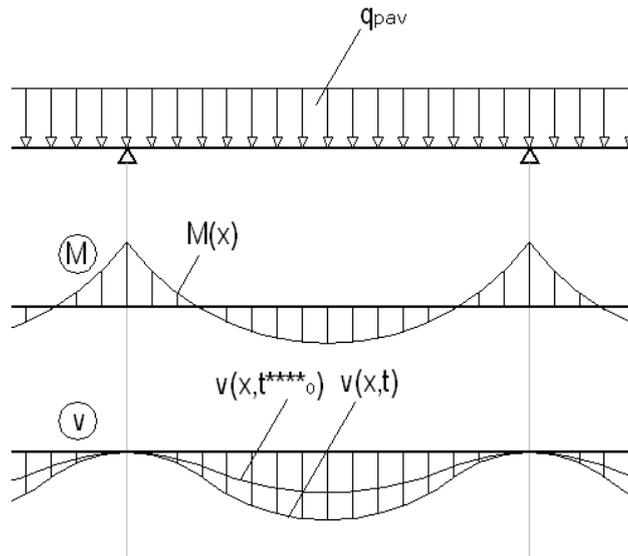


A partire dallo stato di spostamento elastico $v_{el}(x)$ e $u_{el}(x)$, utilizzando il metodo EM si determina il contributo viscoso che si manifesta a partire dall'istante t_o^{****} .

$$v_c(x, t) = v_{el}(x) * [\Phi(t, t_o^{**}) - \Phi(t_o^{****}, t_o^{**})]$$

Proseguendo lo studio a livello dell'elemento strutturale, questa quinta fase di vita si differenzia dalla quarta soprattutto per l'applicazione del peso proprio della pavimentazione q_{pav} .

Questo carico viene ad agire su una struttura omogenea iperstatica a vincoli fissi, quindi per effetto della viscosità si ha la variazione solo del campo di spostamento.



Sfruttando un normale programma di calcolo si determina lo stato di sollecitazione $M(x)$ che si mantiene costante nel tempo. Altrettanto facile è il calcolo del campo di spostamento all'applicazione del carico che viene a coincidere con lo i valori elastici $v(x)_{el}$. Questo campo di spostamento a causa dei fenomeni viscosi viene ad incrementare.

Applicando il metodo EM, nell'ipotesi di $E(t_0^{****}) = E_{28}$, l'incremento associato al creep viene così valutato.

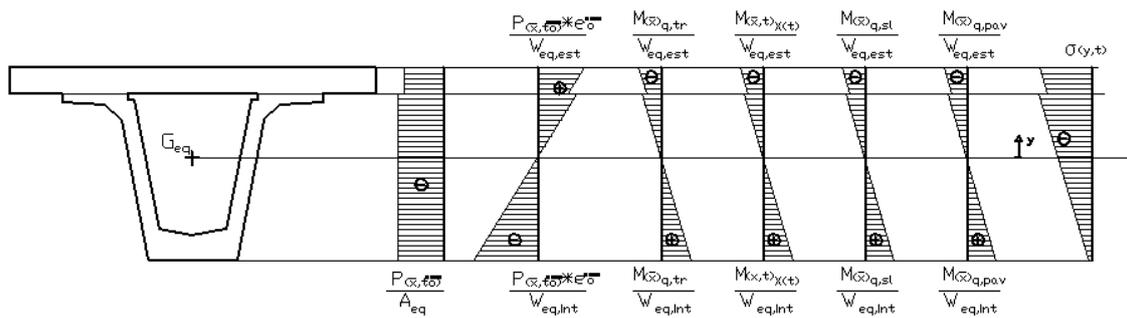
$$v(x)_c = v(x)_{el} * \phi(t, t_0^{****})$$

Per cui il campo di spostamento complessivo è così calcolabile.

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_0^{****})]$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale, per questa quinta fase di vita dell'impalcato, passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione $x = \bar{x}$, si conosce il preciso stato di sollecitazione che rimane costante se associato al carico da precompressione, al peso proprio della trave, la peso proprio della soletta e al peso della pavimentazione, ovvero $M(\bar{x})$ e $N(\bar{x})$, mentre risulta variabile nel tempo se associato all'insorgere della reazione iperstatica $M(\bar{x}, t)$ e $N(\bar{x}, t)$. Date le precise caratteristiche inerziali e geometriche della sezione, valutate considerando la disomogeneità della sezione, è possibile risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, t)$ che sarà variabile nel tempo per quella precisa sezione $x = \bar{x}$.



Dove il modulo di elasticità per calcolare il coefficiente di omogeneizzazione e le cadute di tensione è quello valutato all'istante t_0^{***} , ovvero $E(t_0^{***})$, sia per la soletta che per la trave.

Per raffinare il calcolo a questo livello sezionele è possibile mettere in conto anche la variabilità della precompressione lungo la trave, ovvero invece di considerare il valore medio $P(t_0^{***})$ è possibile considerare il valore specifico della sezione esaminata $P(\bar{x}, t_0^{***})$.

Nota il modulo di elasticità $E(t_0^{***})$ è facile determinare il campo delle deformazioni elastiche.

$$\varepsilon(y, t)_{el} = \sigma(\bar{y}, t) / E(t_0^{***})$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y, t)_{el}$ associata alla reazione iperstatica valutiamo la deformazione complessiva attribuibile a tale azione durante questa quinta fase di vita.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} * \{1 + \chi(t, t_0^*) [\varnothing(t, t_0^*) - \varnothing(t_0^{***}, t_0^*)]\}$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico da precompressione e il peso proprio della trave (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\varnothing(t, t_0) - \varnothing(t_0^{***}, t_0)]$$

Considerando la deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico generato dal peso proprio della soletta (che è costante nel tempo), ci interessa il calcolo del solo residuo viscoso.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [\varnothing(t, t_0^{**}) - \varnothing(t_0^{***}, t_0^{**})]$$

Per ultimo alla deformazione elastica $\varepsilon(y)_{el}$ associata al carico generato dal peso proprio della soletta (che è costante nel tempo), va aggiunta la deformazione viscosa.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} * [1 + \varnothing(t, t_0^{***})]$$

Questi ultimi passaggio sono svolti utilizzando il metodo AAEM per la reazione iperstatica, e il metodo EM per gli altri carichi, nell'ipotesi di $E_c(t_0^{***}) = E_{c28}$. Siccome lo studio è affrontato al livello sezionele è possibile prescindere da quest'ultima ipotesi. Ovvero la deformazione provocata dall'insorgere della reazione iperstatica può essere valutata con la seguente espressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y, t)}{E(t_o^{***})} + \frac{\sigma(y, t)}{E_{c28}} * \chi(t, t_o^*) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^*)]$$

Lo stesso concetto vale per il calcolo della deformazione residua viscosa associata al peso proprio e al carico da precompressione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)]$$

Nonché per la deformazione associata al peso proprio della soletta.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} * [\varnothing(t, t_o^{**}) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^{**})]$$

Lo stesso per la deformazione associata al peso proprio della pavimentazione.

$$\varepsilon(y, t) = \varepsilon(y)_{el} + \varepsilon(y, t)_c = \frac{\sigma(y)}{E(t_o^{****})} + \frac{\sigma(y)}{E_{c28}} \varnothing(t, t_o^{****})$$

Analisi delle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi mediante un metodo alternativo

E' ormai nota e largamente diffusa la tecnica di realizzazione degli impalcati da ponte a travata continua per fasi, che elenchiamo qui di seguito:

- getto del calcestruzzo ed applicazione del ciclo di maturazione accelerata a vapore.
- applicazione della precompressione e del peso proprio (la precompressione provoca un'inflexione della trave per cui viene a poggiare sul suolo solo agli estremi, si giustifica in questo modo l'applicazione anche del peso proprio)
- varo delle travi in condizioni di isostaticità sulle pile
- getto dei traversi per realizzare l'iperstaticità
- getto della soletta

La metodologia che verrà illustrata, si distingue dalla precedente, per la definizione di una procedura di calcolo che considera contemporaneamente i seguenti fenomeni dipendenti dal tempo:

- viscosità del calcestruzzo
- ritiro del calcestruzzo (autogeno e per essiccamento)
- cadute e perdite di tensione delle armature pretese

Inoltre determina anche le redistribuzioni interne di tensione e ne valuta i relativi effetti viscosi. Per comprendere meglio quest'ultima considerazione si immagini di avere una struttura che non subisca nel tempo variazioni delle condizioni di vincolamento e delle condizioni di carico. All'atto dell'applicazione del carico la struttura manifesta i fenomeni elastici sia in termini di tensioni sia in termini di deformazioni. Al progredire del tempo a causa della viscosità e del ritiro del calcestruzzo, nonché del rilassamento delle armature pretese, la struttura presenta una variazione dello stato di deformazione. Se la sezione è disomogenea, ad esempio per la presenza di armature pretese, questa variabilità dello stato di deformazione genera una redistribuzione delle tensioni interne a cui non è associata alcuna modifica dello stato di sollecitazione. La redistribuzione delle tensioni interne modifica lo stato tensionale del calcestruzzo e quindi viene ad influenzare i relativi fenomeni viscosi. Il metodo che andremo ora ad illustrare è in grado di cogliere questo aspetto.

L'analisi delle fasi di realizzazione degli impalcati da ponte a travate continue su più appoggi risulta particolarmente complicata in quanto una precisa trattazione deve tenere conto dei seguenti aspetti:

- Presenza di diversi materiali nella sezione resistente: la disomogeneità del materiale che realizza la sezione resistente è dovuta ai differenti calcestruzzi che realizzano la soletta i traversi di testata e le travi principali, nonché alla presenza delle armature lente e di precompressione. Quest'ultime, a temperatura ambiente, non risentendo dei fenomeni viscosi, provocano una variazione del rapporto fra la rigidità delle armature e del

calcestruzzo, ne consegue una redistribuzione degli stati tensionali. Non bisogna dimenticare anche che la soletta e i traversi sono gettati in un secondo momento rispetto alle travi, quindi presentano una minor maturazione del calcestruzzo che porterà ad ottenere un minore modulo elastico. Tale differenza è comunque trascurabile in quanto i cicli di maturazione accelerata a vapore con cui si realizzano le travi porta ad avere ad istanti iniziali minor moduli elastici del calcestruzzo. Tale differenza fra i moduli elastici è ancor meno evidente per lunghi tempi di stagionatura.

- Variabilità delle condizioni di carico: al progredire della fase di realizzazione dell'impalcato, si aggiungono nuovi carichi permanenti che le travi principali devono essere in grado di equilibrare, quindi i tempi di applicazione dei carichi permanenti sono differenti, e ad ognuno di questi si associa un'entità differente del fenomeno viscoso a causa del diverso istante di applicazione. Più un carico è applicato ad istanti lontani dal getto del calcestruzzo, minore è il relativo fenomeno viscoso. Oltre ad una variabilità temporale negli impalcati da ponte è presente anche una variabilità di carico lungo l'asse della trave; ciò è dovuto alla presenza di guaine che neutralizzano le armature pretese che generano una precompressione sempre maggiore man mano che mi avvicino alla mezzera.
- Variabilità della sezione resistente: per garantire le massime prestazioni inerziali della sezione resistente la soletta viene "cucita" alle travi principali, le quali sono gettate in un secondo momento. Per questo motivo nelle fasi di vita iniziali la sezione resistente è solo quella delle travi principali, mentre successivamente si ha una sezione resistente composta dalla trave principale e una porzione collaborante della soletta.
- Variabilità delle condizioni di vincolo: come già sottolineato nell'elencazione delle fasi di vita, le travi principali sono varate in una condizione di isostaticità. Successivamente, mediante il getto dei traversi di testata, le travi vengono a lavorare, per i carichi applicati successivamente, in condizioni di iperstaticità; si ha quindi l'introduzione di un vincolo esterno posticipato. Oltre a questo vincolo esterno posticipato, si ha la presenza anche di un vincolo interno posticipato, in quanto la soletta realizzata in un secondo momento, limita la deformazione flessionale delle travi principali, provocando una redistribuzione degli stati tensionali.

Per le considerazioni appena svolte si capisce la necessità di dover necessariamente introdurre delle ipotesi semplificative. Queste ipotesi vanno distinte a seconda del tipo di analisi che si sta svolgendo. Quando si calcola lo stato tensionale e deformativo della genica sezione di parla di analisi sezionale, mentre quando si determinano le azioni iperstatiche che insorgono per l'introduzione di un vincolo esterno posticipato si parla di analisi al livello dell'elemento strutturale.

Per l'analisi sezionale si assumono le seguenti ipotesi:

- Materiale disomogeneo: il calcolo dello stato di tensione e di deformazione viene svolto considerando grandezze equivalenti di area, momento statico e momento di inerzia, valutate mediante coefficienti di omogeneizzazione, dove il modulo elastico di riferimento

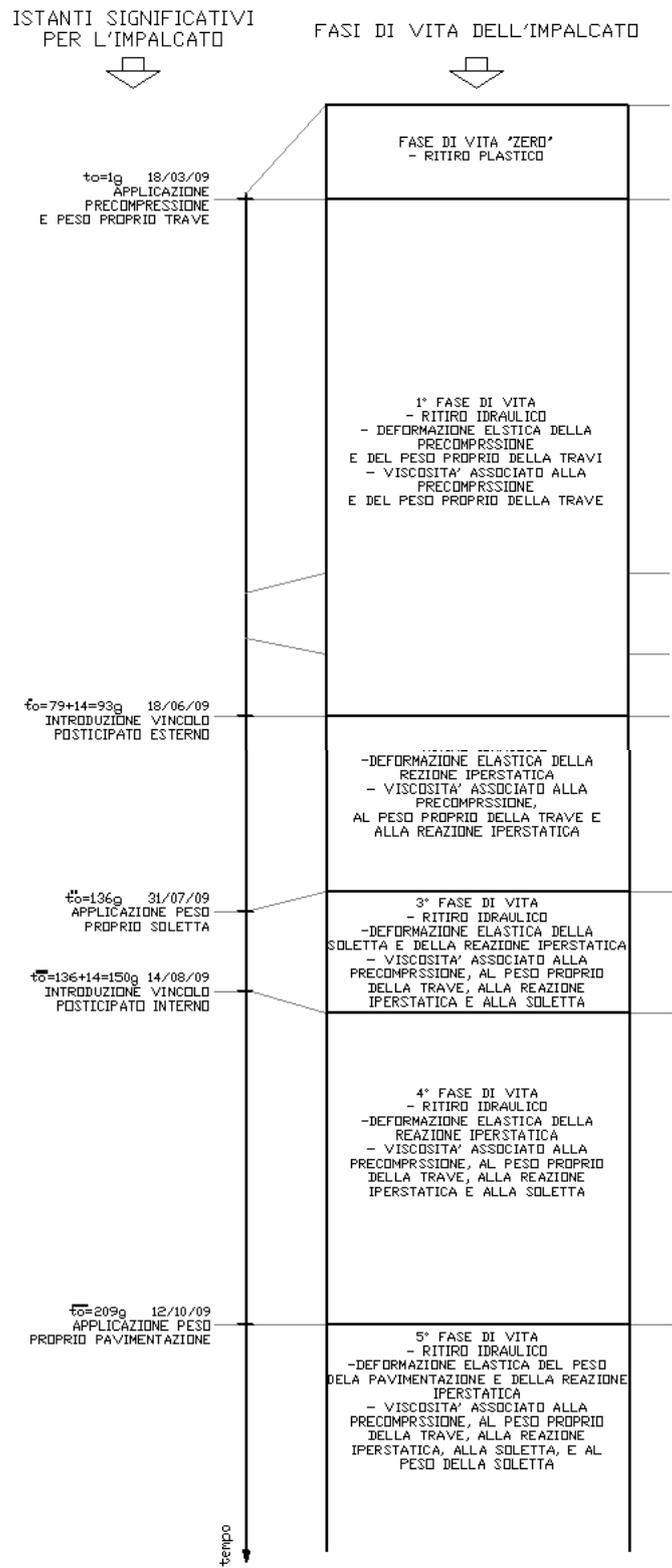
e quello del calcestruzzo che realizza la trave. Il calcolo di queste grandezze equivalenti deve essere distinto a seconda della sezione esaminata, in quanto lungo l'asse della trave si ha un variabilità della quantità delle armature pretese aderenti, causato dalla presenza di guaine che ne neutralizzano l'efficacia.

- Moduli di elasticità: se l'acciaio è caratterizzato da un modulo di elasticità costante nel tempo, per il calcestruzzo non si può dire la stessa cosa. Infatti per la progressiva maturazione del calcestruzzo il modulo di elasticità manifesta valori che incrementano al passare del tempo. Questa variabilità deve essere distinta per il calcestruzzo che realizza la trave rispetto al calcestruzzo che realizza la soletta, in quanto il primo è sottoposto ad una maturazione a vapore, il secondo ad una maturazione in ambiente. Inoltre i due calcestruzzi sono gettati a differenti istanti di tempo.
- Carico da precompressione: per la presenza di guaine la precompressione manifesta entità ed eccentricità differenti a seconda della sezione esaminata. In un'analisi a livello sezionale questa variabilità spaziale è messa in conto. La variabilità temporale dovuta alla presenza di cadute e perdite di tensione è valutata sommando alla tensione applicata dal martinetto la variazione di tensione generata dall'applicazione dei diversi carichi e dalla redistribuzione interna delle tensioni.

Per l'analisi al livello dell'elemento strutturale si assumono le seguenti ipotesi:

- Materiale omogeneo: Il calcolo delle sollecitazioni iperstatiche prescinde dalla disomogeneità della sezione, ovvero non considera gli effetti di redistribuzione interna della sezione. La procedura richiede comunque di definire un momento di inerzia, valore che viene attribuito a tutte le sezioni dell'impalcato. Il momento di inerzia richiesto viene determinato in termini equivalenti, ovvero considerando la disomogeneità della sezione, e valutato con una media pesata in relazione all'estensione delle guaine.
- Moduli di elasticità: Per il calcolo del momento di inerzia equivalente, indicato nel punto precedente, si considerano i diversi moduli di elasticità del calcestruzzo che realizza la trave e la soletta, nonché quello dell'armatura pretesa. Per i moduli di elasticità del calcestruzzo mette in conto anche la variabilità nel tempo per il diverso grado di maturazione. Quando però la procedura di calcolo per la determinazione delle sollecitazioni iperstatiche richiede un unico valore del modulo di elasticità si assume quello associato al calcestruzzo che realizza la trave, con il valore manifestato nell'istante di maturazione richiesto.
- Carico da precompressione: Per la variabilità lungo l'asse della trave, in termini di intensità ed eccentricità, viene individuato un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine. La variabilità temporale associata alle cadute di tensione viene attribuita a priori (difetto del metodo illustrato).

Per l'analisi delle fasi di realizzazione dell'impalcato si fissa un ordine cronologico degli eventi:



- Istante t_o : istante a partire dal quale si considerano valutabili le conseguenze del fenomeno viscoso, in cui i carichi applicati sono la precompressione e il peso proprio della trave, mentre la sezione resistente è solo quella della trave principale.
- Istante t_o^* : istante in cui si considera solidarizzato il vincolo posticipati esterno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione formata solo dalla trave principale mentre i carichi applicati sono i medesimi elencati precedentemente.
- Istante t_o^{**} : istante in cui si ha l'aggiunta dei pesi permanenti della soletta in cui l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione resistente formata ancora dalla sola trave.
- Istante t_o^{***} : istante in cui si considera solidarizzato il vincolo posticipati interno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione composta dalla soletta e dalla trave principale.
- Istante t_o^{****} : Istante di applicazione dei carichi permanenti portati, in cui ovviamente l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità e con una sezione resistente composta.

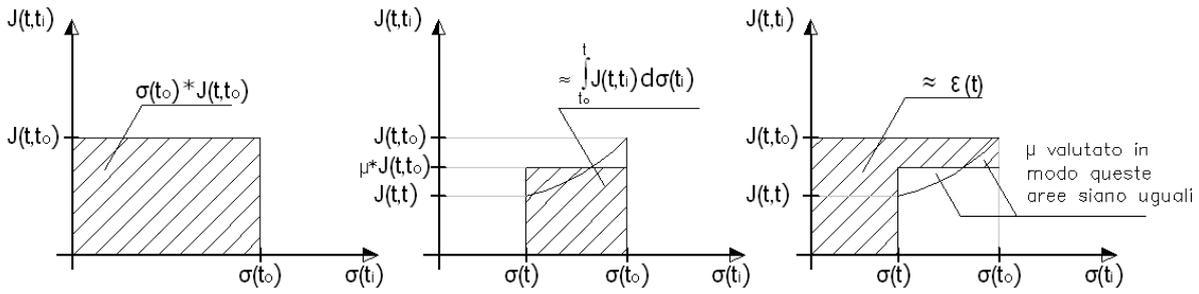
Gli istanti di tempo appena elencati sono fissati ogni qual volta l'impalcato subisce una variazione della sezione resistente, delle condizioni di vincolamento o l'applicazione di ulteriori carichi.

Un'importante osservazione riguarda i parametri utilizzati per definire le proprietà che caratterizzano il calcestruzzo. In questo metodo alternativo si sfruttano i medesimi valori utilizzati per la procedure illustrata precedentemente, in questo modo il confronto fra i due metodi di calcolo prescinde dalla scelta dei parametri che caratterizzano le proprietà del calcestruzzo. Per l'entità dei parametri si rimanda all'appendice C per il moduli di elasticità, all'appendice D per la riduzione di tensione associata al rilassamento dell'armatura pretesa, all'appendice E per le deformazioni da ritiro e all'appendice F per i coefficienti di viscosità e di invecchiamento.

A proposito dei fenomeni viscosi, quando essi sono generati da stati tensionali variabili nel tempo, si pone il problema della determinazione dell'integrale di Volterra.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_o) J(t, t_o) + \int_{t_o}^t J(t, t_i) * d\sigma_c(t_i)$$

Il metodo che viene utilizzato per la risoluzione è quello dell'Age Adjusted Effective Moduls, che approssima l'integrale di Volterra con l'area di un rettangolo di base $[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o)]$ e altezza pari al massimo della funzione di viscosità ridotta di un coefficiente μ :



$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0)J(t, t_0) + \mu[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]J(t, t_0)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{1}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) \right] + [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\chi(t, t_0)}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) \right]$$

Dove $\chi(t, t_0)$ è chiamato coefficiente di invecchiamento. Nell'ipotesi usuale di $E_c(t_0) = E_{c28}$ l'espressione appena riportata viene a semplificarsi.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_c(t_0)} [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]$$

Da cui si può definire un modulo elastico effettivo associato allo stato tensionale applicato all'istante t_0 ed un modulo elastico aggiustato associato alla variazione dello stato tensionale.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}} + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)]}{E_{c,adj}}$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t, t_0)}$$

$$E_{c,adj} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)}$$

Si capisce che quando esaminiamo stati tensionali costanti nel tempo, come quelli generati dal peso proprio della trave, bisogna utilizzare il modulo elastico efficace, dove il termine $1 + \varphi(t, t_0)$ definisce il contributo elastico e quello viscoso; mentre quando esaminiamo stati tensionali variabili nel tempo, come quelli generati dalle sollecitazioni iperstatiche dovute all'introduzione del vincolo esterno posticipato, bisogna utilizzare il modulo elastico aggiustato, associandolo alla variazione totale dello stato di sollecitazione.

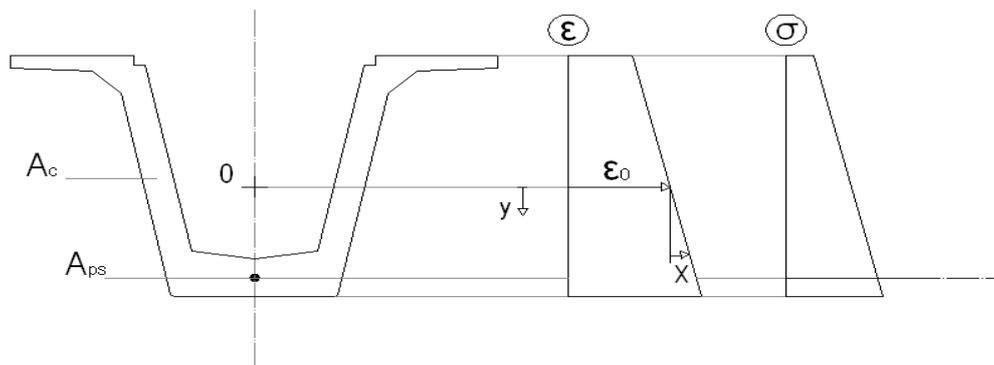
Questa considerazione si riflette anche sul calcolo delle grandezze equivalenti di area, momento statico e momento d'inerzia. Ad esempio per la determinazione delle grandezze equivalenti necessarie per il calcolo delle deformazioni elastiche provocate dal peso proprio della trave, si utilizza il contributo elastico del modulo di elasticità efficace $E_{c,eff}$ ovvero $E_c(t_0)$. Mentre per la determinazione delle grandezze equivalenti necessarie per il calcolo delle deformazioni provocate dalle sollecitazioni iperstatiche dovute all'introduzione del vincolo esterno posticipato, si utilizza il

modulo elastico aggiustato. Medesimo discorso vale quando devo calcolare le variazioni di deformazione dovute contemporaneamente ai fenomeni di viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento della armature pretese.

Quest'ultime considerazioni appaiono sicuramente complicate in questa descrizione, ma le successive applicazioni renderanno sicuramente più chiari i concetti appena esposti.

In questa introduzione si vogliono anche definire le equazioni di base della metodologia che si sta illustrando. Queste equazioni mettono in relazione lo stato di sollecitazione con lo stato di deformazioni per la generica sezione esaminata. Quindi sono equazioni che vengono utilizzate in un'analisi a livello sezionale.

Nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane illustra l'andamento delle deformazioni è individuato da una deformazione uniforme ε_0 riferita al punto 0 e da una curvatura χ .



Dove il punto 0 deve appartenere all'asse di simmetria della sezione senza esserne necessariamente il baricentro, ε_0 è positiva se di trazione e χ è positiva se associata a momenti che tendono fibre all'intradosso.

Per l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, note ε_0 e χ è facile determinare la legge che definisce l'andamento delle deformazioni lungo la sezione.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi y$$

Mediante il modulo di elasticità è poi possibile risalire allo stato tensionale.

$$\sigma_i = E_i(\varepsilon_0 + \chi y)$$

Dove il pedice i indica la distinzione i materiali che compongono la sezione.

Per integrazione è possibile determinare le sollecitazioni agenti sulla sezione.

$$N = \int \sigma_i dA$$

$$M = \int \sigma_i y dA$$

Sostituiamo l'espressione che definisce dello stato tensionale.

$$N = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^m E_i \int dA + \chi \sum_{i=1}^m E_i \int y dA$$

$$M = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^m E_i \int y dA + \chi \sum_{i=1}^m E_i \int y^2 dA$$

Dove m sono il numero delle i -esime parti della sezione.

Definiamo ora le grandezze equivalenti della sezione, ovvero area equivalente, momento statico equivalente e momento d'inerzia equivalente.

$$A_{eq} = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{rif}} A_i$$

$$B_{eq} = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{rif}} B_i$$

$$I_{eq} = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{rif}} I_i$$

Dove il modulo elastico di riferimento E_{rif} è solitamente assunto pari al modulo elastico del calcestruzzo con cui si realizza la trave $E_{c,t}$. Se il punto 0 viene a coincidere con il baricentro della sezione equivalente, il momento statico equivalente B_{eq} risulta nullo.

Con le espressioni appena definite è più semplice il calcolo delle sollecitazioni agenti sulla sezione esaminata.

$$N = E_{rif}(\varepsilon_0 A_{eq} + \chi B_{eq})$$

$$M = E_{rif}(\varepsilon_0 B_{eq} + \chi I_{eq})$$

Impostiamo un formulazione matriciale.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = E_{rif} \begin{bmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ B_{eq} & I_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix}$$

Invertendo questa espressione, noto lo stato di sollecitazione della generica sezione è possibile risalire allo di deformazione elastico prodotto, nonché al relativo stato di sollecitazione.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \chi \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{rif}} \begin{bmatrix} A_{eq} & B_{eq} \\ B_{eq} & I_{eq} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{rif}(A_{eq}I_{eq} - B_{eq}^2)} \begin{bmatrix} I_{eq} & -B_{eq} \\ -B_{eq} & A_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$

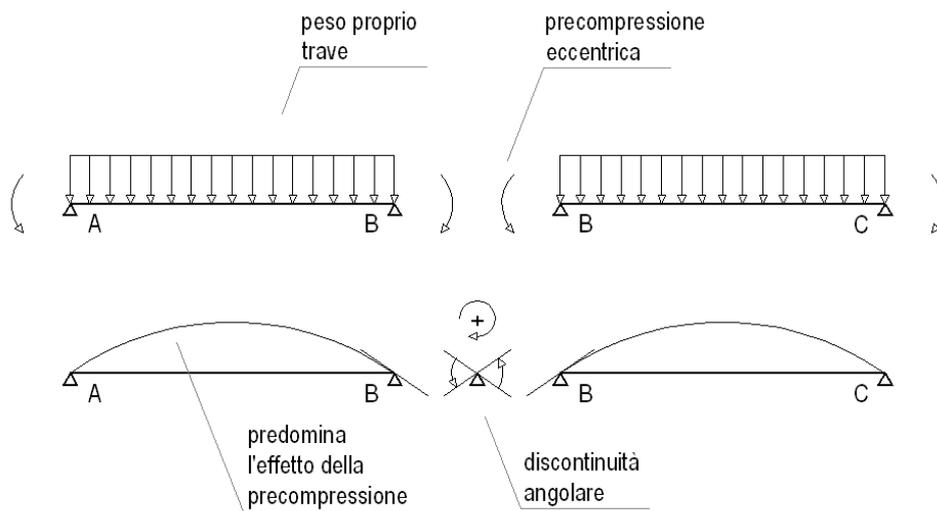
$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi y$$

$$\sigma_i = E_i(\varepsilon_0 + \chi y)$$

Definite le equazioni di base per l'analisi a livello sezionale, passiamo alle equazioni di base per l'analisi a livello dell'elemento strutturale. Questa analisi ha lo scopo della determinazione delle sollecitazioni iperstatiche che insorgo per l'introduzione del vincolo esterno posticipato. La procedura di calcolo prevede l'applicazione delle metodo delle forze, mediante la definizione di un vettore delle azioni iperstatiche, un vettore degli spostamenti ed una matrice di flessibilità.

$$[f] \{F\} = -\{D\}$$

Nel nostro caso specifico il vettore degli spostamenti è più corretto chiamarlo vettori delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}$, alle quali è appunto associato l'insorgere delle azioni iperstatiche di natura flessionale. Per chiarire questa considerazione si immagini un appoggio su cui convergono due travi da ponte, le quali hanno già manifestato deformazioni associate alla precompressione e al peso proprio. Con il getto dei traversi si realizza la continuità delle due travi. In assenti di questa continuità le travi da ponte manifesterebbero ulteriori deformazioni associate ai fenomeni di viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché del rilassamento delle armature pretese. Quindi in corrispondenza dell'appoggio si avrebbe una discontinuità angolare. A tale discontinuità angolare si oppone il traverso che realizza la continuità, generando le sollecitazioni iperstatiche.

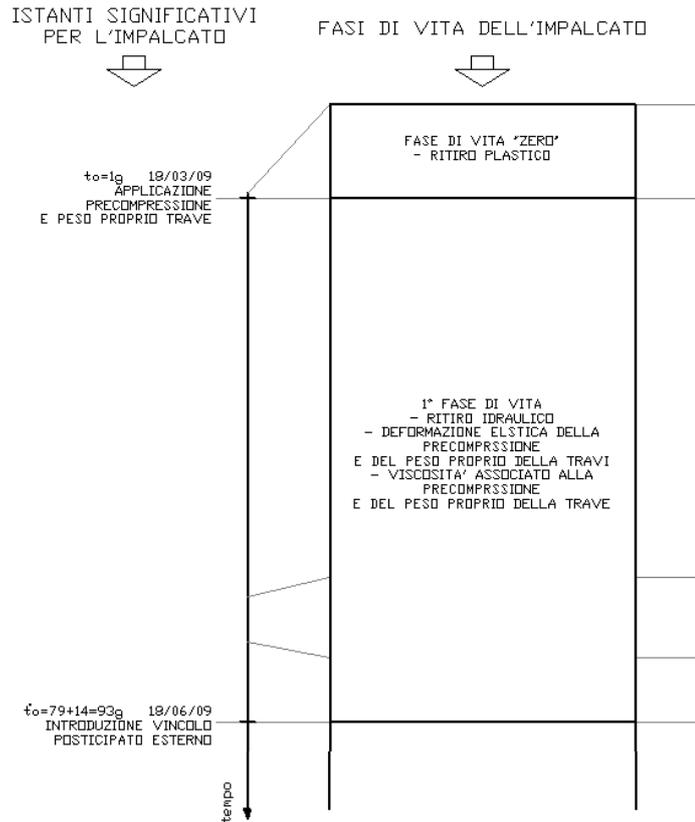


Noto il vettore delle discontinuità angolari e la matrice di flessibilità è facile determinare il vettore delle azioni iperstatiche.

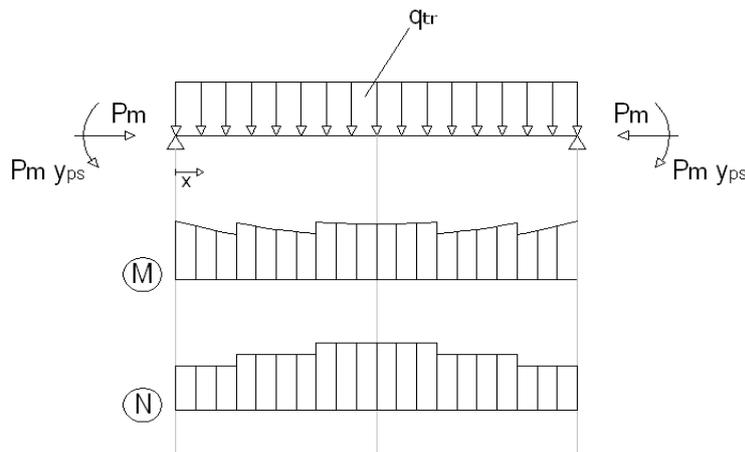
$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Dall'applicazione della precompressione all'introduzione del vincolo esterno posticipato (1° fase di vita)

Conclusa la maturazione a vapore del calcestruzzo viene applicata la precompressione, e come conseguenza dell'inflexione che essa provoca, anche il peso proprio della trave. A partire da questo istante si manifestano istantaneamente le deformazioni elastiche, e al progredire del tempo le deformazioni viscosi, le deformazioni da ritiro e il rilassamento delle armature pretese.



All'istante t_0 viene applicato il peso proprio della trave q_{tr} e il carico da precompressione P_m , da intendersi con valore al martinetto, quindi il vettore delle sollecitazioni è così definito.



$$\begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_m(x) \\ M_{tr}(x) - P_m(x)y_{ps}(x) \end{bmatrix}$$

Ovviamente queste grandezze dipendono tutte della sezione esaminata, in quanto il momento prodotto dalla trave $M_{tr}(x)$ ha un andamento parabolico, mentre $P_m(x)$ e $y_{ps}(x)$ sono variabili per la presenza di guaine che in certe sezioni, soprattutto vicino agli appoggi, annullano l'aderenza col calcestruzzo. Sempre per quest'ultimo motivo anche le grandezze sezionali equivalenti, come $A_{eq}(t_o, x)$, sono da valutare per la specifica sezione esaminata, escludendo le armature pretese inguainate. La dipendenza da t_o è associata al modulo di elasticità di riferimento, assunto pari a quello del calcestruzzo con cui si realizza la trave, ovvero $E_{c,t}$.

$$A_{eq}(t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o)} A_i$$

$$B_{eq}(t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o)} B_i$$

$$I_{eq}(t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o)} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello all'istante iniziale $E_i = E_{c,t}(t_o)$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$.

Con la procedura illustrata nell'introduzione del presente appendice si determinano, per una certa sezione x , le grandezze che permettono di risalire allo stato di deformazione elastico, ovvero valutato all'istante di applicazione dei carichi.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0(t_o, x) \\ \chi(t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq}(t_o, x) & -B_{eq}(t_o, x) \\ -B_{eq}(t_o, x) & A_{eq}(t_o, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix}}{E_{c,t}(t_o)[A_{eq}(t_o, x)I_{eq}(t_o, x) - B_{eq}^2(t_o, x)]}$$

Sfruttando l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane è possibile determinare lo stato di deformazione

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

E' facile poi risalire allo stato tensionale nel calcestruzzo.

$$\sigma_c(t_o, x, y) = E_{c,t}(t_o)[\varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y]$$

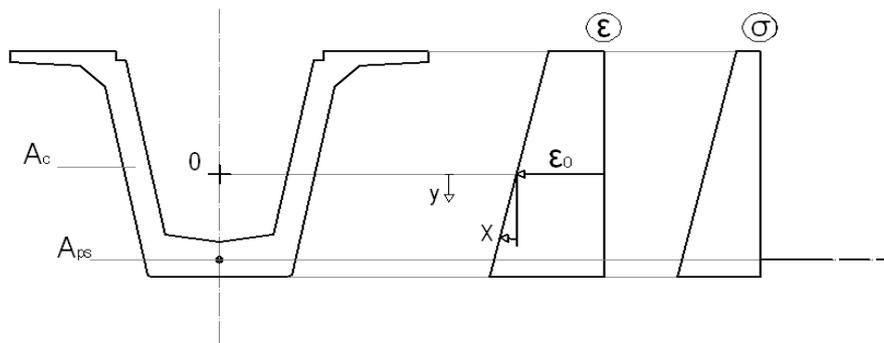
Mentre nell'armatura pretesa si manifesta una variazione di tensione, che assumerà un valore negativo, in quanto è associata alla perdita di tensione per deformazione elastica del calcestruzzo.

$$\Delta\sigma_{ps}(t_o, x) = E_{ps}[\varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y_{ps}(x)]$$

Lo stato tensionale complessivo dell'armatura pretesa risulta il seguente.

$$\sigma_{ps}(t_o, x) = \frac{P_m(x)}{A_{ps}(x)} + E_{ps}[\varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti, notando che per carichi considerati le grandezze ε_0 e χ assumeranno entrambe valori negativi.



Valutati i fenomeni elastici che si manifestano all'istante di applicazione dei carichi, per istanti di tempo successivi, entrano in gioco i fenomeni di viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché di rilassamento delle armature pretese. Questi generano una variazione dello stato di deformazione ed una redistribuzione interna dello stato tensione, a cui è associato l'assenza della variazione dello stato di sollecitazione.

Per la determinazione della variazione dello stato di deformazione, si suppone che la struttura si vincolata in modo fittizio ai suoi estremi, e in corrispondenza di vincoli fittizi insorgano delle azioni fittizie, che producono sollecitazioni fittizie. Rimuovendo i vincoli e applicando i le azioni fittizie in verso opposto, nella generica sezioni insorge lo stato di deformazione ricercato, che si può calcolare sfruttando le espressioni utilizzate per la fase elastica.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o, x) \\ \Delta\chi(t, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o) [\bar{A}_{eq}(t, t_o, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o, x)]}$$

Dove le grandezze soprassegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o) = \frac{E_{c,t}(t_o)}{1 + \chi(t, t_o)\phi(t, t_o)}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o)} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o)} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o)} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o)$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$.

Le sollecitazioni fittizie saranno la somma degli effetti associati alla viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento delle armature pretese.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento}$$

Dove per il calcolo del contributo associato alla viscosità si considerano solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato il relativo coefficiente di viscosità.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o) \phi(t, t_o) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0(t_o, x) \\ \chi(t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Per il calcolo del contributo associato al ritiro, si considera solo un effetto uniforme, prescindendo dal contrasto esercitato dalle armature pretese, e ovviamente, come per la viscosità, considerando solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato la relativa deformazione da ritiro (autogeno e per essiccamento).

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o) \varepsilon_{cs}(t, t_o) \begin{bmatrix} A_c \\ B_c \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel caso si voglia considerare anche l'effetto di contrasto al ritiro esercitato dalle armature pretese è sufficiente individuare i valori di curvatura e di deformazioni associata al punto di riferimento 0.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{0,cs}(t, t_o, x) \\ \chi_{cs}(t, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Ovvero la deformazione associata al ritiro risulta la seguente.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o, x, y) = \varepsilon_{0,cs}(t, t_o, x) + \chi_{cs}(t, t_o, x)y$$

L'effetto del rilassamento è valutato considerando solo le armature pretese, soggette ad un rilassamento individuato da una variazione di tensione $\Delta\sigma_{pr}(t, t_o)$.

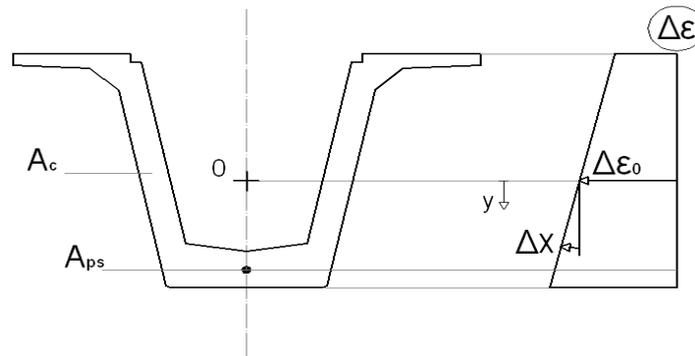
$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{matrix} A_{ps}(x) \Delta\sigma_{pr}(t, t_o) \\ A_{ps}(x)y_{ps}(x) \Delta\sigma_{pr}(t, t_o) \end{matrix} \right\}_i$$

Coi i risultati appena esposti si determina la variazione dello stato di deformazione.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o, x) \\ \Delta\chi(t, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o) [\bar{A}_{eq}(t, t_o, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o, x)]}$$

$$\Delta\varepsilon(t, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o, x)y$$

Per i carichi che abbiamo applicato alla nostra struttura, le grandezze $\Delta\varepsilon_0$ e $\Delta\chi$ assumeranno entrambe valori negativi.



Per la fase di vita dell'impalcato che si sta esaminando, a causa degli effetti viscosi di ritiro e di rilassamento non insorgono ulteriori sollecitazioni, si ha però una redistribuzione interna delle sollecitazioni.

Per la valutazione di questa redistribuzione interna delle sollecitazioni si calcola lo stato tensionale prodotto dalla deformazioni viscosa e da ritiro nel calcestruzzo vincolato.

$$\sigma_{c,vincolato}(t, t_o, x, y) = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o)[\varnothing(t, t_o)\varepsilon(t_o, x, y) + \varepsilon_{cs}(t, t_o)]$$

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

Nel caso si sia considerato l'effetto di contrasto al ritiro delle armature pretese l'espressione appena illustrata subisce una piccola modifica.

$$\sigma_{c,vincolato}(t, t_o, x, y) = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o)[\varnothing(t, t_o)\varepsilon(t_o, x, y) + \varepsilon_{cs}(t, t_o, x, y)]$$

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o, x, y) = \varepsilon_{0,cs}(t, t_o, x) + \chi_{cs}(t, t_o, x)y$$

Per ottenere la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo va aggiunto il contributo associato alla variazione di deformazione.

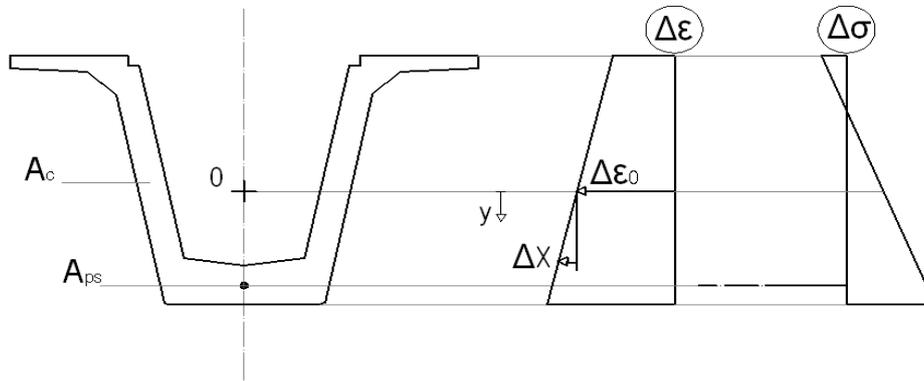
$$\Delta\sigma_c(t, t_o, x, y) = \sigma_{c,vincolato}(t, t_o, x, y) + \bar{E}_{c,t}(t, t_o)\Delta\varepsilon(t, t_o, x, y)$$

$$\Delta\varepsilon(t, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o, x)y$$

Mentre per l'armatura pretesa si ha il contributo associato al rilassamento e il contributo associato alla variazione di deformazione.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o, x) = \Delta\sigma_{pr}(t, t_o) + E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o, x) + y_{ps}(x)\Delta\chi(t, t_o, x)]$$

Volendo fornire una rappresentazione dei risultati ottenuti si ricordi che la variazione dello stato di sollecitazione consiste solo in una redistribuzione delle tensioni interne, ovvero non genera una variazione dello stato di sollecitazione.

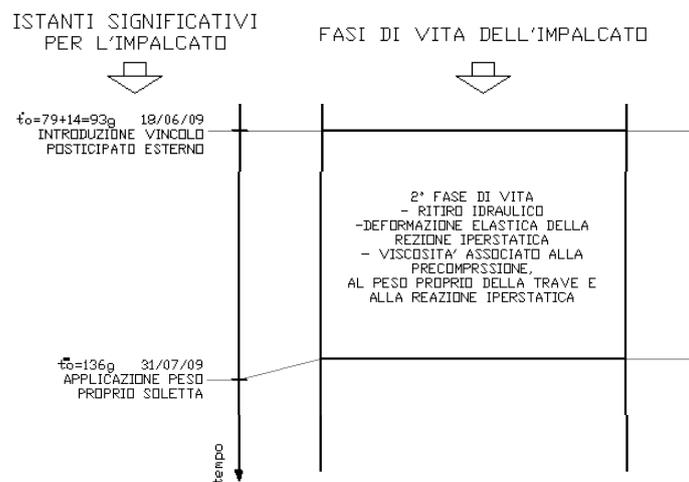


Questa redistribuzione interna delle tensioni verrà successivamente indicata con $\Delta\sigma_{c,redist}(t, t_o, x, y)$. Mediante il modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o)$ si calcola il relativo stato di deformazione $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t, t_o, x, y)$, che verrà utilizzato per determinare gli effetti viscosi della redistribuzione interna delle sollecitazioni.

Dall'introduzione del vincolo esterno posticipato all'applicazione del peso proprio della soletta (2° fase di vita)

L'introduzione del vincolo esterno posticipato consiste nella maturazione dei traversi testata, che mi assicura la continuità longitudinale dell'impalcato, per questo motivo le azioni, quali il peso proprio della trave e il carico da precompressione, agiscono prima su una struttura isostatica che poi diventa iperstatica.

La modifica delle condizioni di vincolamento provoca la nascita di sollecitazioni di natura iperstatica, alle quali è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

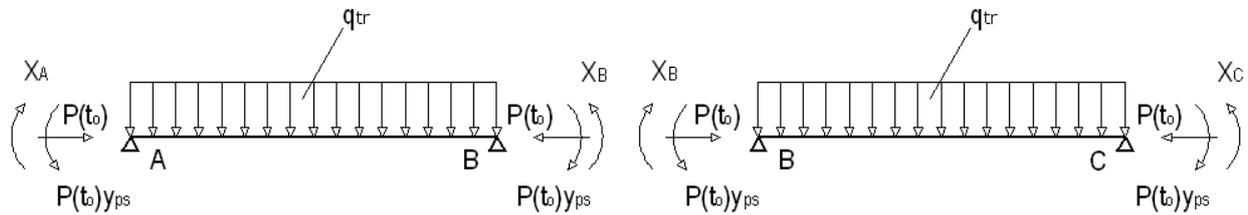
$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Dove il vettore delle discontinuità angolari, in un'espressione generale, è definito da quattro contributi.

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro} + \{\Delta D\}_{cedimenti}$$

Per determinare la matrice di flessibilità e il vettore delle discontinuità angolari, ricordiamo che la nostra struttura è una travata continua su più appoggi, dove precedentemente all'introduzione del vincolo esterno posticipate sono stati applicati il peso proprio della trave e la precompressione

mediante cavi aderenti pretesi. L'introduzione del vincolo posticipato genera un'azione iperstatica X in corrispondenza degli appoggi.



Il carico da precompressione è inteso con valore al netto delle perdite di tensione, perdite che sono associate alla deformazione elastica del calcestruzzo.

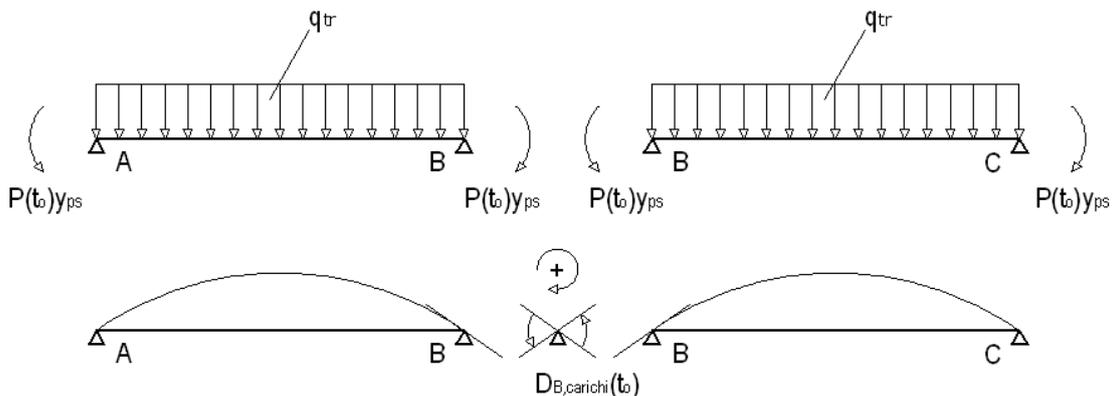
$$P(t_0, x) = \sigma_{ps}(t_0, x)A_{ps}(x)$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x , dovuta alla presenza di guaine, si determina un $P(t_0)$ inteso valore medio di $P(t_0, x)$, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per il baricentro delle armature y_{ps} .

Considerando un generico appoggio quando il vincolo esterno posticipato non è ancora stato introdotto, sappiamo che la precompressione e il peso proprio generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica prevale sull'effetto del peso proprio della trave). La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge un'azione iperstatica X di natura flessionale che tende le fibre all'intradosso.

Nel comportamento assiale la struttura rimane isostatica, per questo motivo non insorgono azioni iperstatiche di natura assiale.

Sulla base delle considerazioni appena svolte vediamo di calcolare il vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato ai carichi.



$$D_{B,carichi}(t_o) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_o)I_{eq}(t_o)} - \frac{P(t_o)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_o)I_{eq}(t_o)} \right) * 2$$

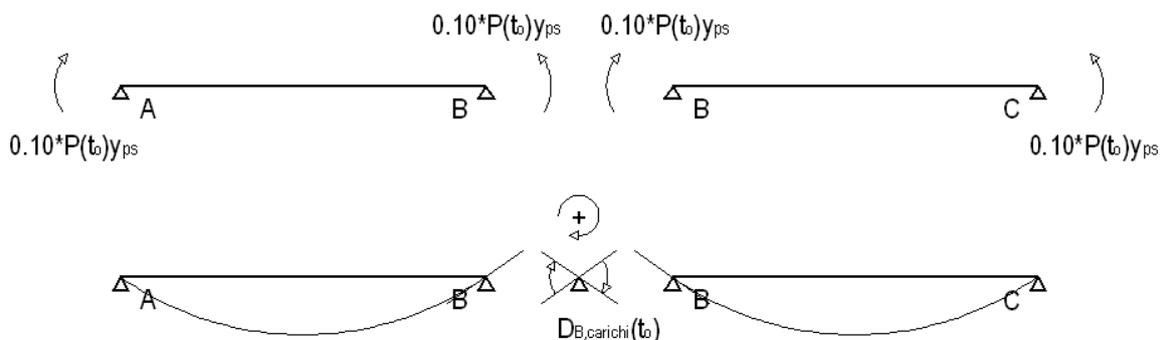
$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_o^*, t_o) = D_{B,carichi}(t_o) * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]$$

In questi passaggi, per un generico appoggio, si è individuata la discontinuità angolare elastica, tramite la quale si determina un contributo residuo viscoso, che è quello imputabile alla nascita delle razione iperstatica.

Nel calcolo del valore elastico, si è considerata la disomogeneità della sezione facendo riferimento ad un momento di inerzia equivalente $I_{eq}(t_o, x)$ che dipenderà dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $I_{eq}(t_o)$.

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo con cui si realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$, valutato all'istante di applicazione dei carichi, sia per il calcolo del vettore delle discontinuità angolari, sia per il calcolo delle grandezze equivalenti.

Per il vettore delle discontinuità angolari provocate dalle cadute di tensione $\{\Delta D\}_{cadute\ tensione}$, si assume che all'inizio di questa fase ammontino ad un 10% del valore manifestato all'applicazione della precompressione. A tale azione è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^*, t_o) = \frac{0.1 * P(t_o)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_o)\bar{I}_{eq}(t, t_o^*)} * 2 * [1 + \chi(t, t_o^*)\varnothing(t, t_o^*)] =$$

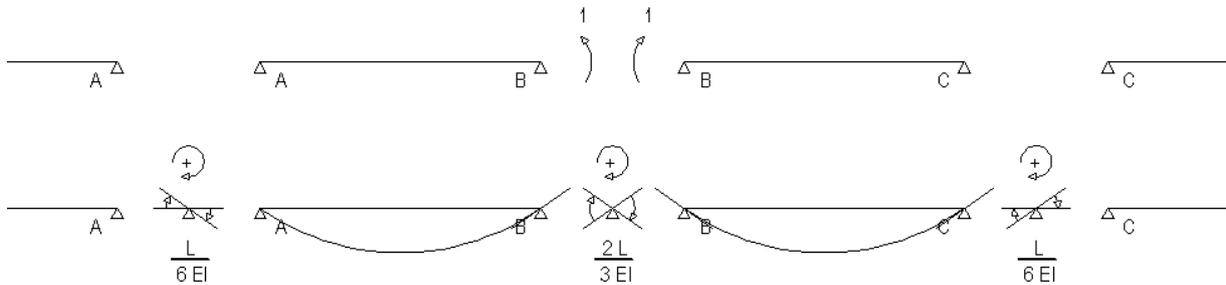
$$= \frac{0.1 * P(t_o)y_{ps}l}{2\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)\bar{I}_{eq}(t, t_o^*)} * 2$$

Nel calcolo del momento di inerzia equivalente si utilizza un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)$, ottenendo un valore $\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x)$ che dipende dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $\bar{I}_{eq}(t, t_o^*)$.

Per l'assenza di cedimenti e il prescindere degli effetti flessionali generati dal ritiro del calcestruzzo, le relative discontinuità angolari in corrispondenza degli appoggi sono nulli.

$$\{\Delta D\}_{ritiro} = \{\Delta D\}_{cedimenti} = 0$$

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità. Questa contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .



Discorso analogo vale per le altre righe della matrice di flessibilità.

Se l'impalcato fosse costituito da sole quattro campate, la matrice di flessibilità, risulterebbe una matrice 3×3 con i seguenti valori.

$$[f] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} & 0 \\ \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} \\ 0 & \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} \end{bmatrix}$$

Dove il modulo di elasticità risulta quello aggiustato e il momento di inerzia è quello equivalente, anch'esso valutato con il modulo di elasticità aggiustato.

$$E = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) = \frac{E_{c,t}(t_o^*)}{1 + \chi(t, t_o^*)\phi(t, t_o^*)}$$

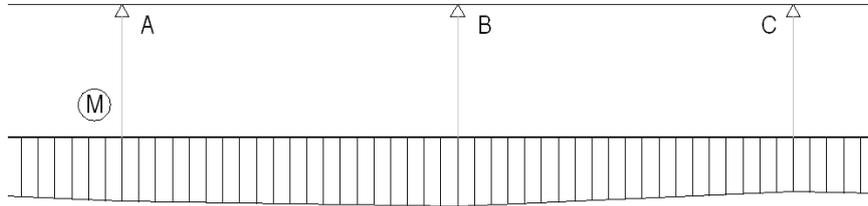
$$I = \bar{I}_{eq}(t, t_o^*)$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x del momento di inerzia si procede sempre svolgendo una media pesata in relazione all'estensione delle guaine.

Nota la matrice di flessibilità e il vettore delle distorsioni angolari è facile determinare il vettore delle azioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Con i risultati appena ottenuti si ricostruisce la distribuzione delle sollecitazioni iperstatiche lungo l'impalcato, causate dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.



Da questo diagramma ottengo una sollecitazione iperstatica che dipende dall'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato, dall'istante di tempo considerato e dalla sezione esaminata, ovvero un $M_{iperstatica}(t, t_o^*, x)$.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione lo stato deformativo prodotto, sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica}(t, t_o^*, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^*, x)]}$$

Dove le grandezze soprastegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) = \frac{E_{c,t}(t_o^*)}{1 + \chi(t, t_o^*)\phi(t, t_o^*)}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$.

Nota la variazione di deformazione nel punto di riferimento e la curvatura è facile risalire alla variazione dello stato di deformazione prodotto dall'insorgere della reazione iperstatica.

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, x) + \Delta\chi(t, t_o^*, x)y$$

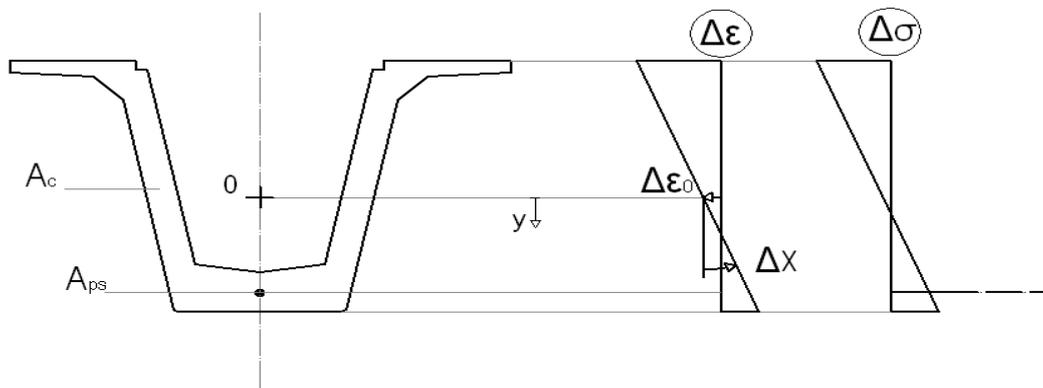
Con un semplice passaggio si calcola anche la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo.

$$\Delta\sigma_c(t, t_o^*, x, y) = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, x) + \Delta\chi(t, t_o^*, x)y]$$

Un'espressione del tutto analoga viene utilizzata per determinare la variazione dello stato tensionale nell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^*, x) = E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, x) + \Delta\chi(t, t_o^*, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Valutati gli effetti elastici e viscosi dell'azione iperstatica, in questa seconda fase vanno aggiunte gli effetti viscosi del peso proprio della trave e del carico da precompressione, nonché i fenomeni di ritiro del calcestruzzo e di rilassamento delle armature.

Il calcolo viene svolto con la medesima impostazione vista precedentemente a meno dell'istante di partenza di cui si valutano gli effetti, ovvero t_o^* anziché t_o .

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^*, x)]}$$

Dove le grandezze soprastegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) = \frac{E_{c,t}(t_o^*)}{1 + \chi(t, t_o^*)\phi(t, t_o^*)}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$.

Le sollecitazioni fittizie saranno la somma degli effetti associati al viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché del rilassamento delle armature pretese.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento}$$

Per il calcolo del contributo associato alla viscosità si considerano solo le i -esime parti in calcestruzzo (anche nel calcolo delle grandezze equivalenti) con associato il relativo coefficiente di viscosità residuo.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} = \\ & = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^*) [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0(t_o, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) \\ \chi(t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i \end{aligned}$$

In questa espressione si sono considerati i seguenti fenomeni viscosi:

- Effetto viscoso del carico da precompressione e del peso proprio della trave valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y)$ che si manifesta durante la prima fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^*)$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$.

Nell'espressione sopra indicata si commette un errore associato al fatto che la redistribuzione interna non si manifesta costantemente, ma progredisce nel tempo, dall'istante t_o all'istante t_o^* , e viene a manifestarsi anche per istanti successivi. Per questo motivo associargli un coefficiente di

viscosità residuo $[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]$ e considerare la sua entità solo fino all'istante t_o^* , è un' approssimazione.

Per il calcolo del contributo associato al ritiro, si considera solo un effetto uniforme, prescindendo dal contrasto esercitato dalle armature pretese, e ovviamente, come per la viscosità, considerando solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato la relativa deformazione da ritiro residua (autogeno e per essiccamento).

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^*, t_o)] \begin{bmatrix} A_c \\ B_c \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel caso si voglia considerare anche l'effetto di contrasto al ritiro esercitato dalle armature pretese è sufficiente individuare i valori di curvatura e di deformazioni associata al punto di riferimento 0, considerando sempre una deformazione da ritiro residua.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^*) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta \chi_{cs}(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Overo al variazione di deformazione associata al ritiro risulta.

$$\Delta \varepsilon_{cs}(t, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^*, t_o, x) + \Delta \chi_{cs}(t, t_o^*, t_o, x)y$$

L'effetto del rilassamento è valutato considerando solo le armature pretese, soggette ad un rilassamento individuato da una variazione di tensione.

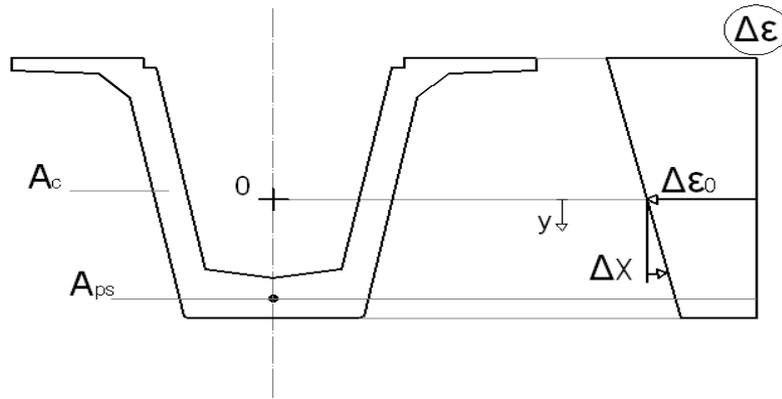
$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} A_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^*, t_o)] \\ A_{ps}(x)y_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^*, t_o)] \end{array} \right\}_i$$

Coi i risultati appena esposti si determina la variazione dello stato di deformazione.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0(t, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta \chi(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^*, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^*, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^*, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^*, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^*, x)]}$$

$$\Delta \varepsilon(t, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_0(t, t_o^*, t_o, x) + \Delta \chi(t, t_o^*, t_o, x)y$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Da questa rappresentazione si comprende che la redistribuzione delle tensioni che insorge durante la prima fase di vita, inverte la curvatura delle deformazioni in questa seconda fase di vita.

Per la fase di vita dell'impalcato che si sta esaminando, a causa degli effetti viscosi di ritiro e di rilassamento non insorgono ulteriori sollecitazioni, si ha però una redistribuzione interna delle tensioni.

Per la valutazione di questa redistribuzione interna delle sollecitazioni si calcola lo stato tensionale prodotto dalla deformazione viscosa da ritiro nel calcestruzzo vincolato.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,vincolato}(t, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)\{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]\{\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)\} + [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^*, t_o)]\} \end{aligned}$$

Dove possiamo esplicitare meglio le deformazioni.

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_o(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{o,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$$

Nel caso si sia considerato l'effetto di contrasto al ritiro delle armature pretese l'espressione appena illustrata subisce una piccola modifica.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,vincolato}(t, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)\{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]\{\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{cs}(t, t_o^*, t_o, x, y)\}\} \end{aligned}$$

$$\Delta\varepsilon_{cs}(t, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{o,cs}(t, t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{cs}(t, t_o^*, t_o, x)y$$

Per ottenere la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo va aggiunto il contributo associato alla variazione di deformazione.

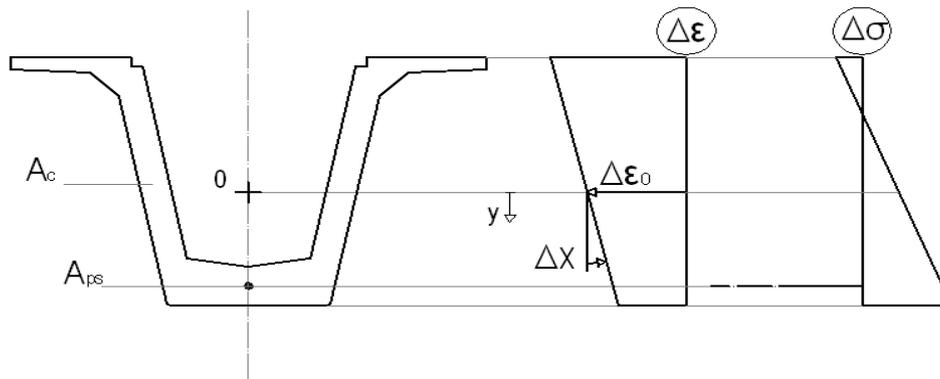
$$\Delta\sigma_c(t, t_o^*, t_o, x, y) = \sigma_{c,vincolato}(t, t_o^*, t_o, x, y) + \bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)\Delta\varepsilon(t, t_o^*, t_o, x, y)$$

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_o(t, t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o^*, t_o, x)y$$

Mentre per l'armatura pretesa si ha il contributo associato al rilassamento e il contributo associato alla variazione di deformazione.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^*, t_o, x) = [\Delta\sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta\sigma_{pr}(t_o^*, t_o)] + E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o^*, t_o, x)y_{ps}(x)]$$

Volendo fornire una rappresentazione dei risultati ottenuti si ricordi che la variazione dello stato di sollecitazione consiste solo in una redistribuzione delle tensioni interne, ovvero non genera una variazione dello stato di sollecitazione.



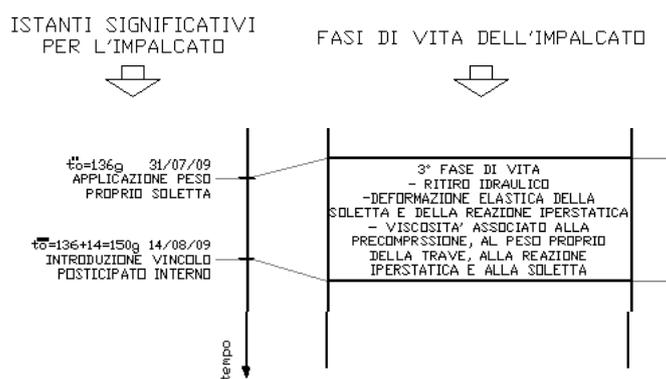
La redistribuzione delle tensioni così determinata prescinde dalla presenza della reazione iperstatica, la quale genera una variazione dello stato di tensionale già precedentemente calcolato.

Questa redistribuzione interna delle tensioni verrà successivamente indicata con $\Delta\sigma_{c,redist}(t, t_o^*, x, y)$. Mediante il modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^*)$ si calcola il relativo stato di deformazione $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t, t_o^*, x, y)$, che verrà utilizzato per determinare gli effetti viscosi della redistribuzione interna delle sollecitazioni.

Dall'applicazione del peso proprio della soletta all'introduzione del vincolo posticipato interno (3° fase di vita)

Il getto della soletta si traduce semplicemente nell'applicazione di un ulteriore carico all'impalcato. Ciò è valido finché il calcestruzzo non ottiene un sufficiente grado di maturazione (introduzione del vincolo interno posticipato), solo allora viene a modificarsi la sezione resistente, dove la soletta ha un effetto di collaborazione con la sezione della trave. Per questi motivi, la terza fase di vita ha come range temporale il periodo che parte dall'istante in cui si realizza il getto della soletta e si conclude all'istante di maturazione della soletta.

Durante questo intervallo temporale si manifesta la deformazione elastica e viscosa provocate dal peso della soletta, nonché le deformazioni viscosi residue del peso proprio della trave, del carico da precompressione e della reazione iperstatica (che insorge nella seconda fase di vita per l'introduzione del vincolo esterno posticipato). Siccome la reazione iperstatica ha una dipendenza dal tempo, in questa fase di vita genera anche una deformazione elastica.



Come vedremo molte delle considerazioni svolte per la terza fase di vita risultano del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra piccoli cambiamenti associati soprattutto ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

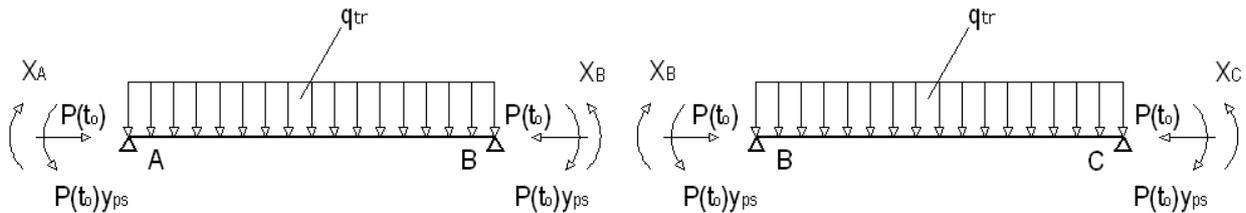
$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Dove il vettore degli spostamenti, in un'espressione generale, è definito da quattro contributi.

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro} + \{\Delta D\}_{cedimenti}$$

Per determinare la matrice di flessibilità e il vettore delle discontinuità angolari, ricordiamo che la nostra struttura è una travata continua su più appoggi, dove precedentemente all'introduzione del vincolo esterno posticipate sono stati applicati il peso proprio della trave e la precompressione mediante cavi aderenti pretesi. L'introduzione del vincolo posticipato genera un'azione iperstatica X in corrispondenza degli appoggi.



Il carico da precompressione è inteso con valore al netto delle perdite di tensione, perdite che sono associate alla deformazione elastica del calcestruzzo.

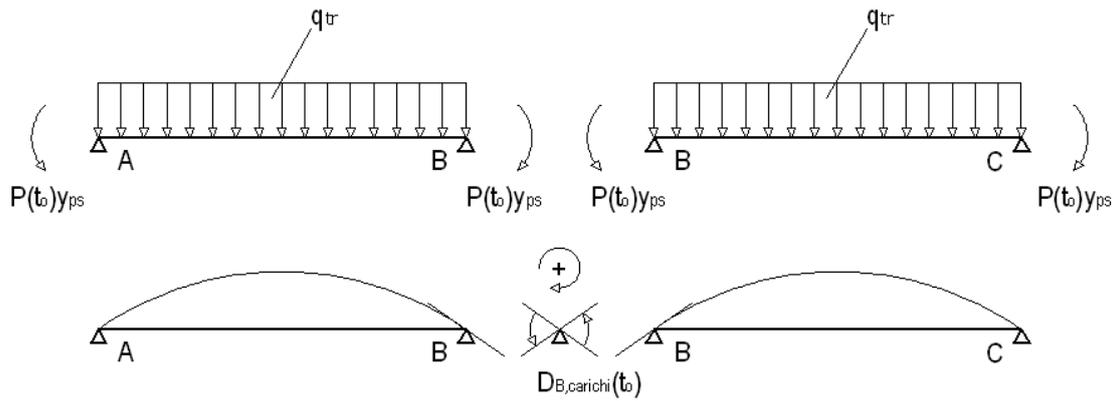
$$P(t_0, x) = \sigma_{ps}(t_0, x)A_{ps}(x)$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x , dovuta alla presenza di guaine, si determina un $P(t_0)$ inteso valore medio di $P(t_0, x)$, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per il baricentro delle armature y_{ps} .

Considerando un generico appoggio quando il vincolo esterno posticipato non è ancora stato introdotto, sappiamo che la precompressione e il peso proprio generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica prevale sull'effetto del peso proprio della trave). La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge un'azione iperstatica X di natura flessionale che tende le fibre all'intradosso.

Nel comportamento assiale la struttura rimane isostatica, per questo motivo non insorgono azioni iperstatiche di natura assiale.

Sulla base delle considerazioni appena svolte vediamo di calcolare il vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato ai carichi.



$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

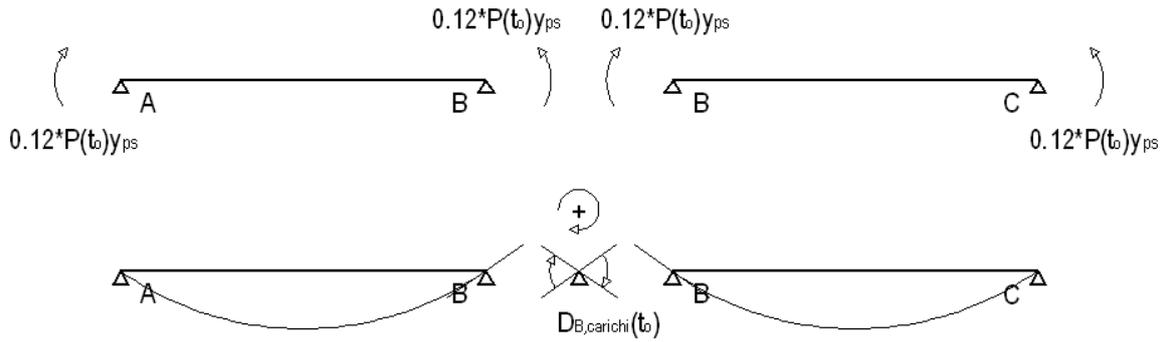
$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_o^{**}, t_o) = D_{B,carichi}(t_o) * [\Phi(t, t_o) - \Phi(t_o^{**}, t_o)]$$

In questi passaggi, per un generico appoggio, si è individuata la discontinuità angolare elastica, tramite la quale si determina un contributo residuo viscoso, che è quello imputabile alla nascita delle razione iperstatica.

Nel calcolo del valore elastico, si è considerata la disomogeneità della sezione facendo riferimento ad un momento di inerzia equivalente $I_{eq}(t_o, x)$ che dipenderà dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $I_{eq}(t_o)$.

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo con cui si realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$, valutato all'istante di applicazione dei carichi, sia per il calcolo del vettore delle discontinuità angolari, sia per il calcolo delle grandezze equivalenti.

Per il vettore delle discontinuità angolari provocate dalle cadute di tensione, si assume che all'inizio di questa fase ammontino ad un 12% del valore manifestato all'applicazione della precompressione. A tale azione è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^{**}, t_o) = \frac{0.12 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})} * 2 * [1 + \chi(t, t_o^{**}) \phi(t, t_o^{**})] =$$

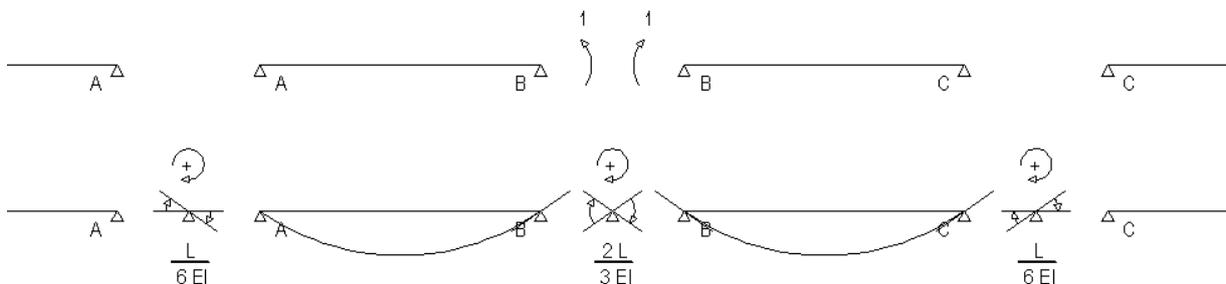
$$= \frac{0.12 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})} * 2$$

Nel calcolo del momento di inerzia equivalente si utilizza un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})$, ottenendo un valore $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x)$ che dipende dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})$.

Per l'assenza di cedimenti e il prescindere degli effetti flessionali generati dal ritiro del calcestruzzo, le relative discontinuità angolari in corrispondenza degli appoggi sono nulli.

$$\{\Delta D\}_{ritiro} = \{\Delta D\}_{cedimenti} = 0$$

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità. Questa contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .



Discorso analogo vale per le altre righe della matrice di flessibilità.

Se l'impalcato fosse costituito da sole quattro campate, la matrice di flessibilità, risulterebbe una matrice 3×3 con i seguenti valori.

$$[f] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} & 0 \\ \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} \\ 0 & \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} \end{bmatrix}$$

Dove il modulo di elasticità risulta quello aggiustato e il momento di inerzia è quello equivalente, anch'esso valutato con il modulo di elasticità aggiustato.

$$E = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{**})}{1 + \chi(t, t_o^{**})\phi(t, t_o^{**})}$$

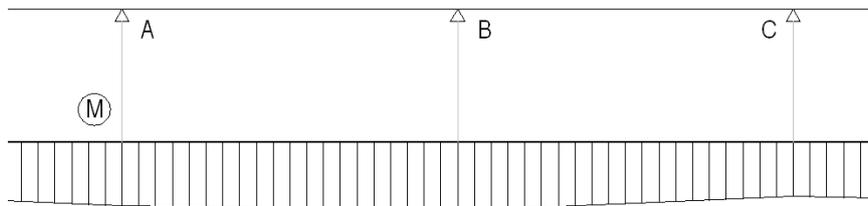
$$I = \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**})$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x del momento di inerzia si procede sempre svolgendo una media pesata in relazione all'estensione delle guaine.

Nota la matrice di flessibilità e il vettore delle distorsioni angolari è facile determinare il vettore della azioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Con i risultati appena ottenuti si ricostruisce la distribuzione delle sollecitazioni iperstatiche lungo l'impalcato, causate dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.



Da questo diagramma ottengo una sollecitazione iperstatica che dipende dall'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato, dall'istante di tempo considerato e dalla sezione esaminata, ovvero un $M_{iperstatica}(t, t_o^{**}, x)$.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione lo stato deformativo prodotto, sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{**}, x) \\ \Delta \chi(t, t_o^{**}, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica}(t, t_o^{**}, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{**}, x)]}$$

Dove le grandezze soprasssegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{**})}{1 + \chi(t, t_o^{**})\phi(t, t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono cosi definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Si sottolinea che nel calcolo delle grandezze equivalenti non bisogna considerare la porzione di soletta collaborante, in quanto non avendo raggiunto ancora un sufficiente grado di maturazione agisce solo come carico e non contribuisce ancora a costituire parte della sezione resistente.

Nota la variazione di deformazione nel punto di riferimento e la curvatura è facile risalire allo stati di deformazione prodotto dall'insorgere della reazione iperstatica.

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{**}, x)y$$

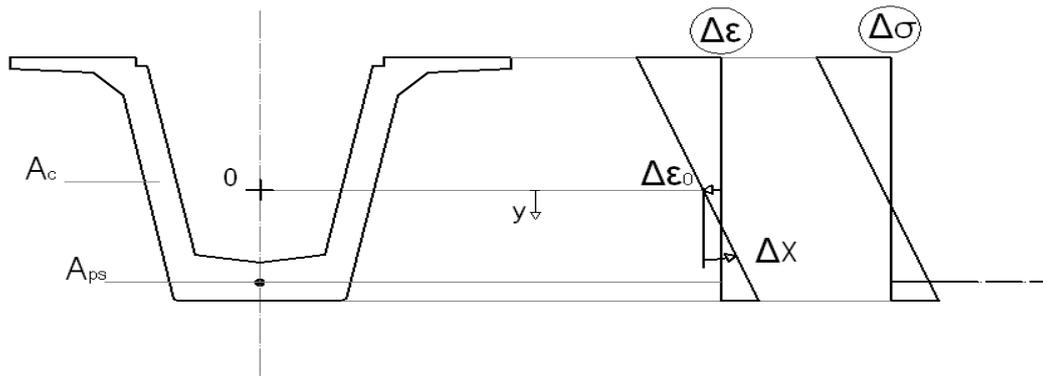
Con un semplice passaggio si calcola anche la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo.

$$\Delta\sigma_c(t, t_o^{**}, x, y) = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{**}, x)y]$$

Un'espressione del tutto analoga viene utilizzata per determinare la variazione dello stato tensionale nell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^{**}, x) = E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{**}, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Valutati gli effetti elastici e viscosi dell'azione iperstatica, in questa terza fase di vita vanno aggiunti gli effetti elastici del peso proprio della soletta.

La procedura è del tutto analoga a quella vista per la determinazione degli effetti elastici del peso proprio della trave e del carico da precompressione. Se t_o^{**} è l'istante di applicazione del peso proprio della soletta, è necessario individuare il valori equivalenti di area, momento statico e momento d'inerzia, riferendosi solo alla sezione della trave e alle armature pretese (la soletta funge solo da carico e non contribuisce ancora a costituire parte della sezione resistente).

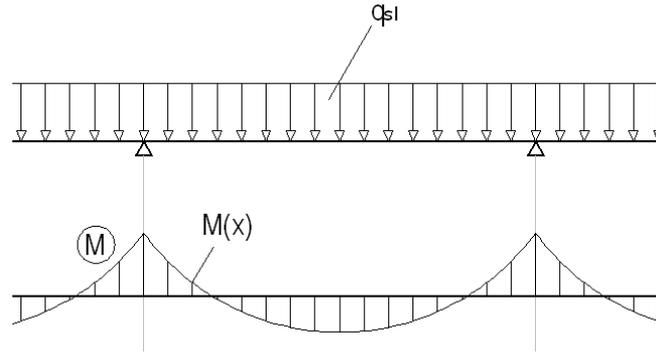
$$A_{eq}(t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{**})} A_i$$

$$B_{eq}(t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{**})} B_i$$

$$I_{eq}(t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{**})} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello all'istante iniziale $E_i = E_{c,t}(t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Si sottolinea che nel calcolo delle grandezze equivalenti non bisogna considerare la porzione di soletta collaborante, in quanto non avendo raggiunto ancora un sufficiente grado di maturazione agisce solo come carico e non contribuisce ancora a costituire parte della sezione resistente.

Le sollecitazioni prodotte dal peso proprio q_{sol} sono facilmente calcolabili risolvendo una struttura iperstatica.



$$\begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{sol}(x) \end{bmatrix}$$

Per quanto definito precedentemente si è determinato, per una certa sezione x , le grandezze che permettono di risalire allo stato di deformazione elastico, ovvero all'istante di applicazione del carico considerato.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{**}, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq}(t_o^{**}, x) & -B_{eq}(t_o^{**}, x) \\ -B_{eq}(t_o^{**}, x) & A_{eq}(t_o^{**}, x) \end{bmatrix}}{E_{c,t}(t_o^{**}) [A_{eq}(t_o^{**}, x) I_{eq}(t_o^{**}, x) - B_{eq}^2(t_o^{**}, x)]} \begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix}$$

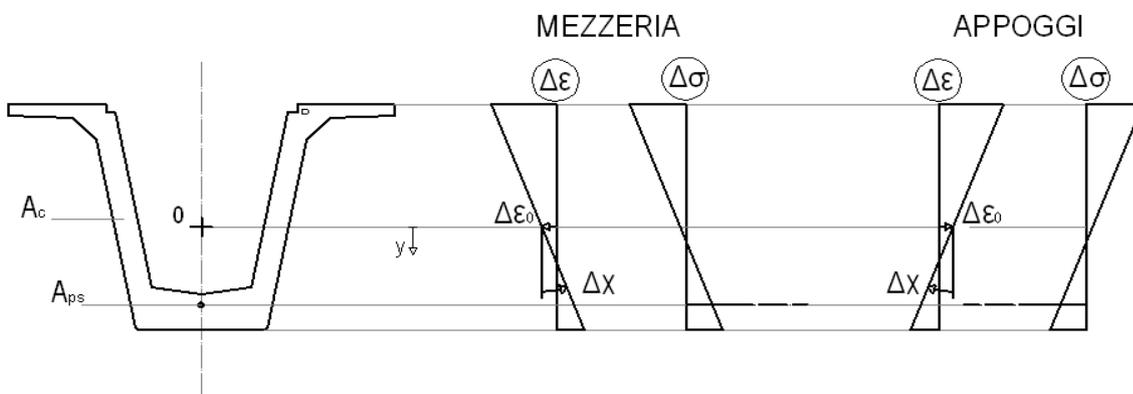
$$\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$$

E' possibile poi risalire alla variazione dello stato tensionale sia del calcestruzzo che dell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_c(t_o^{**}, x, y) = E_{c,t}(t_o^{**}) [\Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y]$$

$$\Delta\sigma_{ps}(t_o^{**}, x) = E_{ps} [\Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Dopo aver valutato anche i fenomeni elastici generati dal peso proprio della soletta, si passa alla determinazione dei fenomeni viscosi associati al peso della soletta, al peso proprio della trave e al carico da precompressione, nonché ai fenomeni di ritiro e di rilassamento delle armature pretese.

Questi generano una variazione dello stato di deformazione ed una redistribuzione interna dello stato tensione, a cui è associato l'assenza di variazione dello stato di sollecitazione.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione, lo stato deformativo prodotto sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{**}, x)]}$$

Dove le grandezze soprasssegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{**})}{1 + \chi(t, t_o^{**})\phi(t, t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})} I_i$$

Dove se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Si sottolinea che nel calcolo di queste grandezze equivalenti non va considerata l'area della soletta, in quanto essa funge solo da carico e non fornisce ancora nessun contributo resistente, questo perché la sua maturazione non è ancora completata.

Le sollecitazioni fittizie saranno la somma degli effetti associati alla viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento delle armature pretese.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento}$$

Per il calcolo del contributo associato alla viscosità si considerano solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato il relativo coefficiente di viscosità residuo.

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{array} \right]_{creep} = \\ & = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{**}, t_o)] \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \varepsilon_0(t_o, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) \\ \chi(t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x) \end{array} \right] \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{**}, t_o^*)] \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \end{array} \right] \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) \varnothing(t, t_o^{**}) \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{**}, x) \end{array} \right] \right\}_i \end{aligned}$$

In questa espressione si sono considerati i seguenti fenomeni viscosi:

- Effetto viscoso del carico da precompressione e del peso proprio della trave valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y)$ che si manifesta durante la prima fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^*)$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y)$ che si manifesta durante la seconda fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{**})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$.
- Effetto viscoso del peso proprio della soletta valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$

Per il calcolo del contributo associato al ritiro, si considera solo un effetto uniforme, prescindendo dal contrasto esercitato dalle armature pretese, e ovviamente, come per la viscosità, considerando solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato la relativa deformazione da ritiro residua (autogeno e per essiccamento).

$$\left[\begin{array}{l} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{array} \right]_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^{**}, t_o)] \left[\begin{array}{c} A_c \\ B_c \end{array} \right] \right\}_i$$

Nel caso si voglia considerare anche l'effetto di contrasto al ritiro esercitato dalle armature pretese è sufficiente individuare i valori di curvatura e di deformazioni associata al punto di riferimento 0, considerando sempre una deformazione da ritiro residua.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Overo al variazione di deformazione associata al ritiro risulta.

$$\Delta \varepsilon_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) + \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x)y$$

L'effetto del rilassamento è valutato considerando solo le armature pretese, soggette ad un rilassamento individuato da una variazione di tensione.

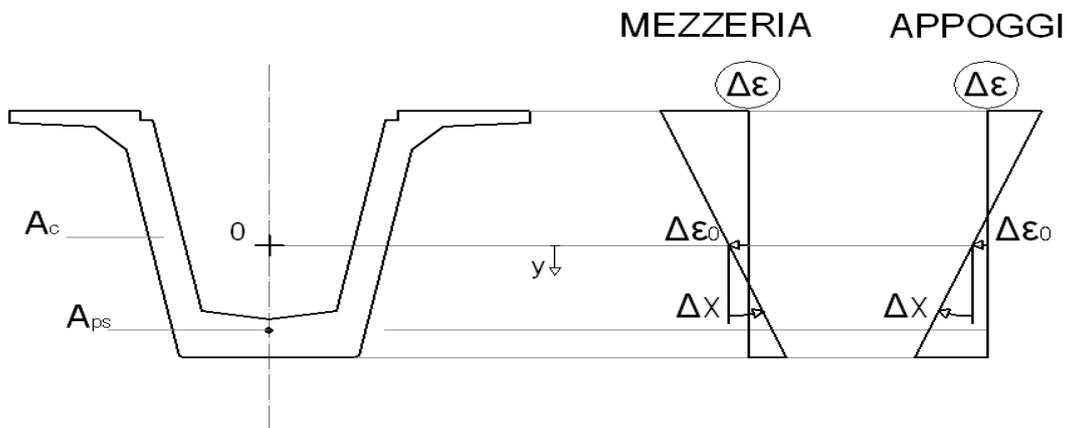
$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ A_{ps}(x) \begin{bmatrix} \Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{**}, t_o) \\ A_{ps}(x)y_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{**}, t_o)] \end{bmatrix} \right\}_i$$

Coi i risultati appena esposti si determina la variazione dello stato di deformazione.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta \chi(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{**}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{**}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{**}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{**}, x)]}$$

$$\Delta \varepsilon(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) + \Delta \chi(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)y$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Per la fase di vita dell'impalcato che si sta esaminando, a causa degli effetti viscosi di ritiro e di rilassamento non insorgono ulteriori sollecitazioni, si ha però una redistribuzione interna delle tensioni.

Per la valutazione di questa redistribuzione interna delle sollecitazioni si calcola lo stato tensionale prodotto dalla deformazione viscosa da ritiro nel calcestruzzo vincolato.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,vincolato}(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) &= \\ &= -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**}) \{ [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^{**}, t_o)] [\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta \varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)] + \end{aligned}$$

$$+[\emptyset(t, t_o^*) - \emptyset(t_o^{**}, t_o^*)] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + \emptyset(t, t_o^{**}) * \Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) \\ + [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^{**}, t_o)]\}$$

Dove possiamo esplicitare meglio le deformazioni.

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$$

$$\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$$

Nel caso si sia considerato l'effetto di contrasto al ritiro delle armature pretese l'espressione appena illustrata subisce una piccola modifica.

$$\sigma_{c,vincolato}(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})\{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^{**}, t_o)][\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)] + \\ + [\emptyset(t, t_o^*) - \emptyset(t_o^{**}, t_o^*)] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + \emptyset(t, t_o^{**}) * \Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) + \Delta\varepsilon_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x, y)\} \\ \Delta\varepsilon_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) + \Delta\chi_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x)y$$

Per ottenere la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo va aggiunto il contributo associato alla variazione di deformazione.

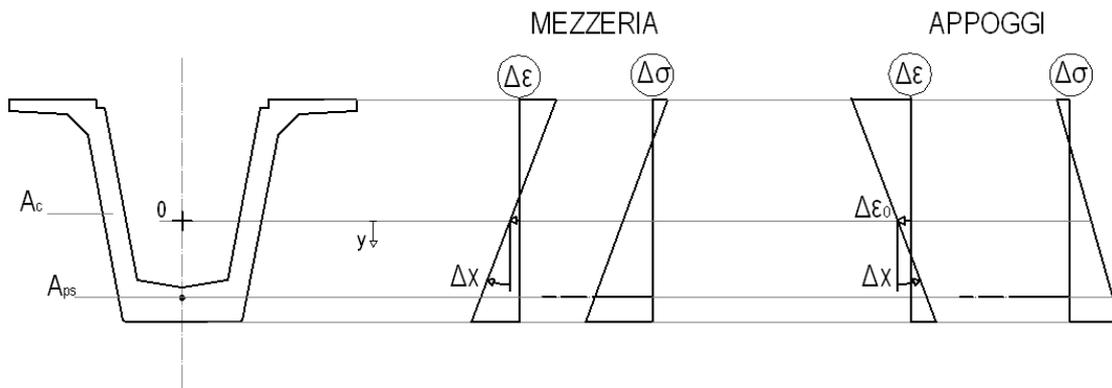
$$\Delta\sigma_c(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \sigma_{c,vincolato}(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) + \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})\Delta\varepsilon(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y)$$

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)y$$

Mentre per l'armatura pretesa si ha il contributo associato al rilassamento e il contributo associato alla variazione di deformazione.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) = \\ = [\Delta\sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta\sigma_{pr}(t_o^{**}, t_o)] + E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi(t, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)y_{ps}(x)]$$

Volendo fornire una rappresentazione dei risultati ottenuti si ricordi che la variazione dello stato di sollecitazione consiste solo in una redistribuzione delle tensioni interne, ovvero non genera una variazione dello stato di sollecitazione.



La redistribuzione delle tensioni così determinata prescinde dalla presenza della reazione iperstatica, la quale genera una variazione dello stato di tensionale già precedentemente calcolato.

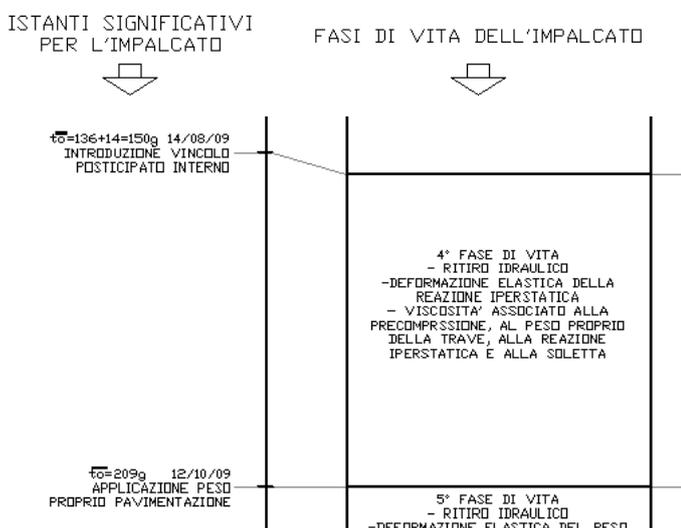
Questa redistribuzione interna delle tensioni verrà successivamente indicata con $\Delta\sigma_{c,redist}(t, t_o^{**}, x, y)$. Mediante il modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{**})$ si calcola il relativo stato di deformazione $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t, t_o^{**}, x, y)$, che verrà utilizzato per determinare gli effetti viscosi della redistribuzione interna delle sollecitazioni.

Dall'introduzione del vincolo posticipato interno alla realizzazione della pavimentazione (4° fase di vita)

La caratteristica principale di questa fase di vita consiste nella maturazione della soletta, la quale mediante delle armature di cucitura viene a collaborare con la trave. Dal punto di vista analitico, ciò permette di poter considerare caratteristiche inerziali della sezione resistente maggiori.

La fase di vita esaminata viene a concludersi nell'istante in cui si realizza la pavimentazione, in quanto comporta l'applicazione di ulteriori carichi.

Durante questo range temporale, si manifestano le deformazioni viscoso residue provocate dal peso della soletta, dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima, per la sua dipendenza dal tempo genera anche una deformazione elastica.



Come vedremo molte delle considerazioni svolte per questa quarta fase di vita risulteranno del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra cambiamenti associati ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità, nonché alla presenza della soletta collaborante.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

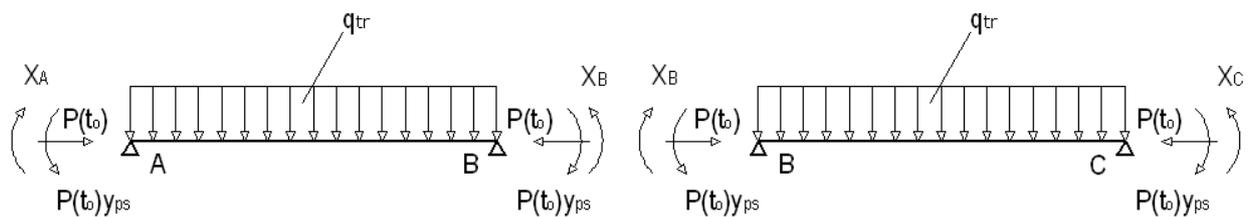
$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Dove il vettore delle discontinuità angolari, in un'espressione generale, è definito da quattro contributi.

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro} + \{\Delta D\}_{cedimenti}$$

Per determinare la matrice di flessibilità e il vettore delle discontinuità angolari, ricordiamo che la nostra struttura è una travata continua su più appoggi, dove precedentemente all'introduzione del vincolo esterno posticipate sono stati applicati il peso proprio della trave e la precompressione mediante cavi aderenti pretesi. L'introduzione del vincolo posticipato genera un'azione iperstatica X in corrispondenza degli appoggi.



Il carico da precompressione è inteso con valore al netto delle perdite di tensione, perdite che sono associate alla deformazione elastica del calcestruzzo.

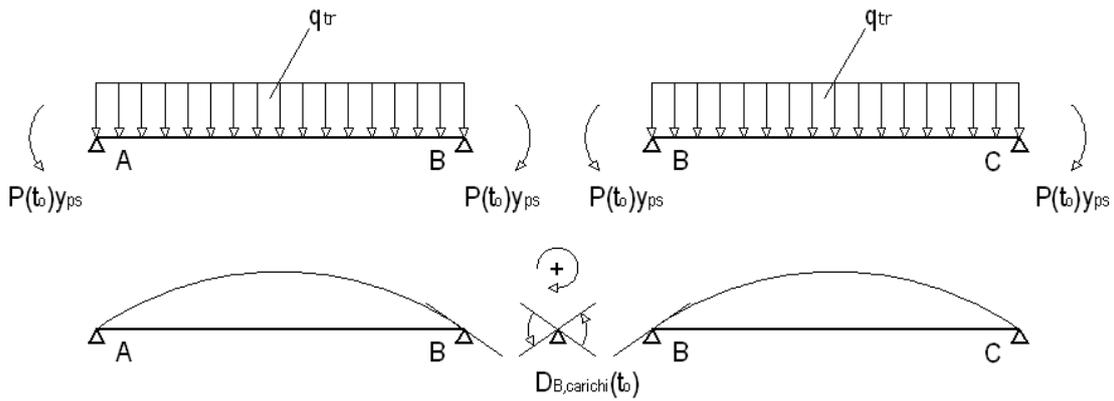
$$P(t_0, x) = \sigma_{ps}(t_0, x)A_{ps}(x)$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x , dovuta alla presenza di guaine, si determina un $P(t_0)$ inteso valore medio di $P(t_0, x)$, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per il baricentro delle armature y_{ps} .

Considerando un generico appoggio quando il vincolo esterno posticipato non è ancora stato introdotto, sappiamo che la precompressione e il peso proprio generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica prevale sull'effetto del peso proprio della trave). La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge un'azione iperstatica X di natura flessionale che tende le fibre all'intradosso.

Nel comportamento assiale la struttura rimane isostatica, per questo motivo non insorgono azioni iperstatiche di natura assiale.

Sulla base delle considerazioni appena svolte vediamo di calcolare il vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato ai carichi.



$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

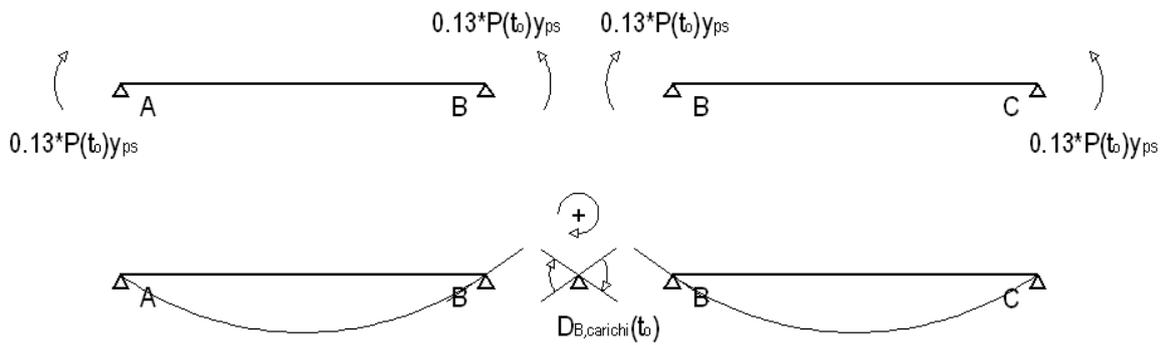
$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_0^{***}, t_0) = D_{B,carichi}(t_0) * [\phi_t(t, t_0) - \phi_t(t_0^{***}, t_0)]$$

In questi passaggi, per un generico appoggio, si è individuata la discontinuità angolare elastica, tramite la quale si determina un contributo residuo viscoso, che è quello imputabile alla nascita delle razione iperstatica.

Nel calcolo del valore elastico, si è considerata la disomogeneità della sezione facendo riferimento ad un momento di inerzia equivalente $I_{eq}(t_0, x)$ che dipenderà dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $I_{eq}(t_0)$. Nel calcolo di questa grandezza equivalente non si deve considerare la presenza della soletta collaborante, in quanto all'applicazione dei carichi considerati la soletta non era ancora realizzata.

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo con cui si realizza la trave $E_{c,t}(t_0)$, valutato all'istante di applicazione dei carichi, sia per il calcolo del vettore delle discontinuità angolari, sia per il calcolo delle grandezze equivalenti.

Per il vettore delle discontinuità angolari provocate dalle cadute di tensione, si assume che all'inizio di questa fase ammontino ad un 13% del valore manifestato all'applicazione della precompressione. A tale azione è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^{***}, t_o) = \frac{0.13 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2 * [1 + \chi_t(t, t_o^{***}) \phi_t(t, t_o^{***})] =$$

$$= \frac{0.13 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2$$

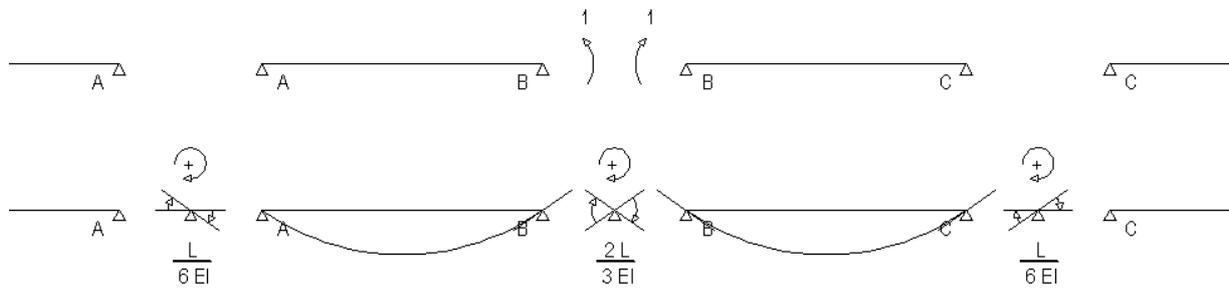
Nel calcolo del momento di inerzia equivalente si utilizza un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})$, ottenendo un valore $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x)$ che dipende dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})$. Questo calcolo viene svolto considerando anche la presenza della soletta collaborante caratterizzata da un modulo di elasticità $\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})$. Il motivo è associato al fatto che nell'istante in cui si hanno il 13% delle cadute di tensione la soletta collaborante offre già la sua resistenza.

Nonostante la presenza della soletta collaborante, nell'espressione sopra riportata, si fa comunque riferimento ad un modulo di elasticità del calcestruzzo che realizza la trave. Questa è un semplificazione del metodo di calcolo.

Per l'assenza di cedimenti e il prescindere degli effetti flessionali generati dal ritiro del calcestruzzo, le relative discontinuità angolari in corrispondenza degli appoggi sono nulli.

$$\{\Delta D\}_{ritiro} = \{\Delta D\}_{cedimenti} = 0$$

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità. Questa contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .



Discorso analogo vale per le altre righe della matrice di flessibilità.

Se l'impalcato fosse costituito da sole quattro campate, la matrice di flessibilità, risulterebbe una matrice 3×3 con i seguenti valori.

$$[f] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} & 0 \\ \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} \\ 0 & \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} \end{bmatrix}$$

Dove il modulo di elasticità è quello aggiustato e il momento di inerzia è quello equivalente, anch'esso valutato con il modulo di elasticità aggiustato.

$$E = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{***})}{1 + \chi_t(t, t_o^{***})\phi_t(t, t_o^{***})}$$

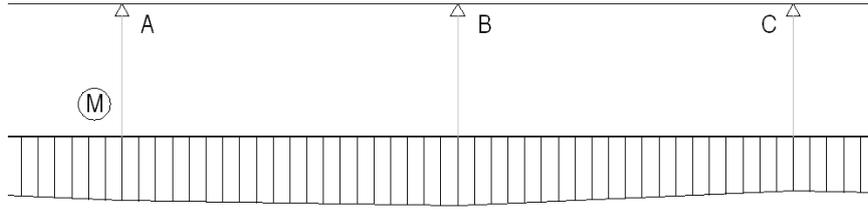
$$I = \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x del momento di inerzia si procede sempre svolgendo una media pesata in relazione all'estensione delle guaine e considerando la soletta con un modulo di elasticità $\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})$.

Nota la matrice di flessibilità e il vettore delle distorsioni angolari è facile determinare il vettore della azioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Con i risultati appena ottenuti si ricostruisce la distribuzione delle sollecitazioni iperstatiche lungo l'impalcato, causate dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.



Da questo diagramma ottengo una sollecitazione iperstatica che dipende dall'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato, dall'istante di tempo considerato e dalla sezione esaminata, ovvero un $M_{iperstatica}(t, t_o^{***}, x)$.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione, lo stato deformativo prodotto, sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica}(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{***}, x)]}$$

Dove le grandezze soprasssegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{***})}{1 + \chi_t(t, t_o^{***})\phi_t(t, t_o^{***})}$$

$$\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) = \frac{E_{c,s}(t_o^{***} - t_o^{**})}{1 + \chi_s(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})\phi_s(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la trave il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Mentre se la i -esima parte è in

calcestruzzo che realizza la soletta il modulo di elasticità sarà quello aggiustato

$$E_i = \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) \text{ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata } A_i = A_{c,s}.$$

Nota la variazione di deformazione nel punto di riferimento e la curvatura è facile risalire allo stato di deformazione prodotto dall'insorgere della reazione iperstatica.

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^{***}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{***}, x)y$$

Con un semplice passaggio si calcola anche la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

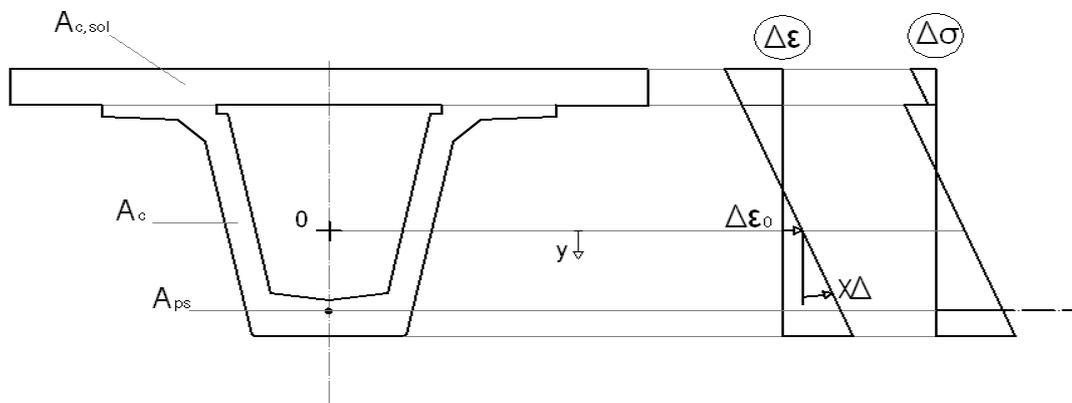
$$\Delta\sigma_{c,t}(t, t_o^{***}, x, y) = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{***}, x)y]$$

$$\Delta\sigma_{c,s}(t, t_o^{***}, x, y) = \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{***}, x)y]$$

Un'espressione del tutto analoga viene utilizzata per determinare la variazione dello stato tensionale nell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^{***}, x) = E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{***}, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Dopo aver valutato i fenomeni associati alla reazione iperstatica, si passa alla determinazione dei fenomeni viscosi associati al peso della soletta, al peso proprio della trave e al carico da precompressione, nonché ai fenomeni di ritiro del calcestruzzo e di rilassamento delle armature pretese.

Questi generano una variazione dello stato di deformazione ed una redistribuzione interna dello stato tensione, a cui è associato l'assenza di variazione dello stato di sollecitazione.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione, lo stato deformativo prodotto sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{***}, x)]}$$

Dove le grandezze soprastegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{***})}{1 + \chi_t(t, t_o^{***}) \phi_t(t, t_o^{***})}$$

$$\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) = \frac{E_{c,s}(t_o^{***} - t_o^{**})}{1 + \chi_s(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) \phi_s(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la trave il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la soletta il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,s}$.

Le sollecitazioni fittizie saranno la somma degli effetti associati alla viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento delle armature pretese.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix}_{creep} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix}_{ritiro} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix}_{rilassamento}$$

Per il calcolo del contributo associato alla viscosità si considerano solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato il relativo coefficiente di viscosità.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{array} \right]_{creep} = \\
 & = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{***}) [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{***}, t_o)] \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \varepsilon_0(t_o, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) \\ \chi(t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x) \end{array} \right] \right\}_i + \\
 & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{**}, t_o^*)] \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \end{array} \right] \right\}_i + \\
 & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{***}) [\varnothing(t, t_o^{**}) - \varnothing(t_o^{***}, t_o^{**})] \left[\begin{array}{cc} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{**}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) \end{array} \right] \right\}_i
 \end{aligned}$$

In questa espressione si sono considerati i seguenti fenomeni viscosi:

- Effetto viscoso del carico da precompressione e del peso proprio della trave valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y)$ che si manifesta durante la prima fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^*)$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y)$ che si manifesta durante la seconda fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{**})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$.
- Effetto viscoso del peso proprio della soletta valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)$ che si manifesta durante la terza fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{***})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x)y$

Le espressioni appena riportate per il calcolo degli effetti viscosi meritano una considerazione. Il calcolo delle sollecitazioni fittizie è svolto mediante una sommatoria sugli m tipi di calcestruzzi che compongono la sezione resistente. In questa sommatoria devo considerare solo la porzione di trave e non la porzione della soletta, in quanto gli stati tensionali associati agli stati deformativi presenti nella sommatoria, sono applicati antecedentemente al getto della soletta (istante t_o^{**}) o la completa maturazione della soletta (istante t_o^{***}) .

Per il calcolo del contributo associato al ritiro, si considera solo un effetto uniforme, prescindendo dal contrasto esercitato dalle armature pretese, e ovviamente, come per la viscosità, considerando solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato la relativa deformazione da ritiro residua (autogeno e per essiccamento).

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{***}) [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^{***}, t_o)] \begin{bmatrix} A_c \\ B_c \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel caso si voglia considerare anche l'effetto di contrasto al ritiro esercitato dalle armature pretese è sufficiente individuare i valori di curvatura e di deformazioni associata al punto di riferimento 0, considerando sempre una deformazione da ritiro residua.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{**}) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Overo al variazione di deformazione associata al ritiro risulta.

$$\Delta \varepsilon_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{**}, t_o, x) + \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{**}, t_o, x)y$$

Le espressioni appena riportate per il calcolo degli effetti da ritiro meritano una considerazione. Il calcolo delle sollecitazioni fittizie è svolto mediante una sommatoria sugli m tipi di calcestruzzi che compongono la sezione resistente. In questo caso devo considerare sia la porzione di trave sia la porzione della soletta collaborante. Per la soletta devo utilizzare la relativa deformazione da ritiro e il relativo modulo di elasticità, facendo attenzione a considerare i corretti istanti di tempo. In pratica impiego un $[\varepsilon_{cs,s}(t-t_o^{**}, 1) - \varepsilon_{cs,d}(t_o^{***} - t_o^{**}, 1)]$ e $\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})$.

L'effetto del rilassamento è valutato considerando solo le armature pretese, soggette ad un rilassamento individuato da una variazione di tensione.

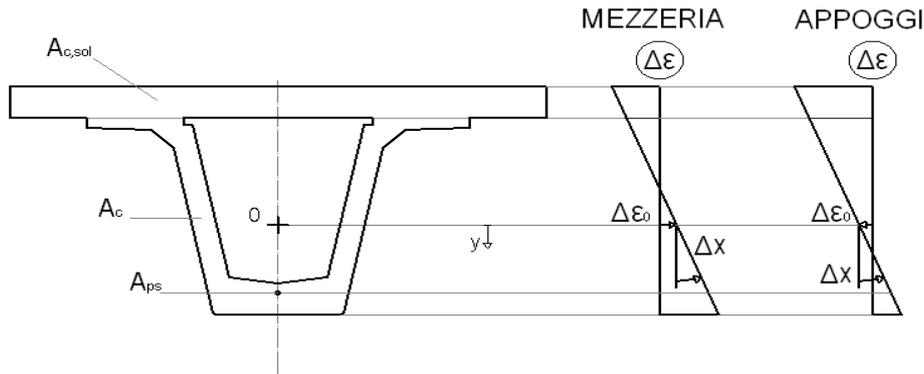
$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} A_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{***}, t_o)] \\ A_{ps}(x)y_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{***}, t_o)] \end{array} \right\}_i$$

Coi i risultati appena esposti si determina la variazione dello stato di deformazione associati ai fenomeni di ritiro, viscosità e rilassamento delle armature.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta \chi(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{***}, x)]}$$

$$\Delta \varepsilon(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) + \Delta \chi(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)y$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Per la fase di vita dell'impalcato che si sta esaminando, a causa degli effetti viscosi di ritiro e di rilassamento non insorgono ulteriori sollecitazioni, si ha però una redistribuzione interna delle tensioni.

Per la valutazione di questa redistribuzione interna delle sollecitazioni si calcola lo stato tensionale prodotto dalla deformazione viscosa da ritiro nel calcestruzzo vincolato. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = & \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) \{ [\phi_t(t, t_o) - \phi_t(t_o^{***}, t_o)] [\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)] + & \\ + [\phi_t(t, t_o^*) - \phi_t(t_o^{***}, t_o^*)] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + & \\ + [\phi_t(t, t_o^{**}) - \phi_t(t_o^{***}, t_o^{**})] * [\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)] + & \\ + [\varepsilon_{cs,t}(t, t_o) - \varepsilon_{cs,t}(t_o^{***}, t_o)] \} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = & \\ = -\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) * [\varepsilon_{cs,s}(t-t_o^{**}, t_o^{**}) - \varepsilon_{cs,s}(t_o^{***} - t_o^{**}, t_o^{**})] & \end{aligned}$$

Per la porzione della soletta, il calcolo è stato svolto con le medesime indicazioni riportate per il calcolo delle sollecitazioni fittizie, ovvero non considerando i fenomeni viscosi, in quanto gli stati tensionali sono applicati antecedentemente la completa maturazione della soletta, e considerando gli effetti di ritiro con gli opportuni moduli di elasticità e deformazioni da ritiro.

Vediamo di esplicitare meglio le deformazioni sopra indicate.

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$$

$$\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$$

$$\Delta \varepsilon_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) + \Delta \chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x)y$$

Nel caso si consideri l'effetto di contrasto delle armature pretese le espressioni appena illustrate subiscono un piccola modifica.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})\{\left[\Phi_t(t, t_o) - \Phi_t(t_o^{***}, t_o)\right]\left[\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta \varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)\right] + \\ + \left[\Phi_t(t, t_o^*) - \Phi_t(t_o^{***}, t_o^*)\right] * \Delta \varepsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + \\ + \left[\Phi_t(t, t_o^{**}) - \Phi_t(t_o^{***}, t_o^{**})\right] * \left[\Delta \varepsilon(t_o^{**}, x, y) + \Delta \varepsilon_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)\right] + \\ + \Delta \varepsilon_{cs,t}(t, t_o^{***}, t_o, x, y)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) * \Delta \varepsilon_{cs,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}, t_o^{**}, x, y) \end{aligned}$$

Dove le deformazioni associate al ritiro sono le seguenti.

$$\Delta \varepsilon_{cs,t}(t, t_o^{***}, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,cs,t}(t, t_o^{***}, t_o, x) + \Delta \chi_{cs,t}(t, t_o^{***}, t_o, x)y$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{cs,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}, t_o^{**}, x, y) = \\ = \Delta \varepsilon_{0,cs,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}, t_o^{**}, x) + \Delta \chi_{cs,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}, t_o^{**}, x)y \end{aligned}$$

Per ottenere la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo va aggiunto il contributo associato alla variazione di deformazione. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

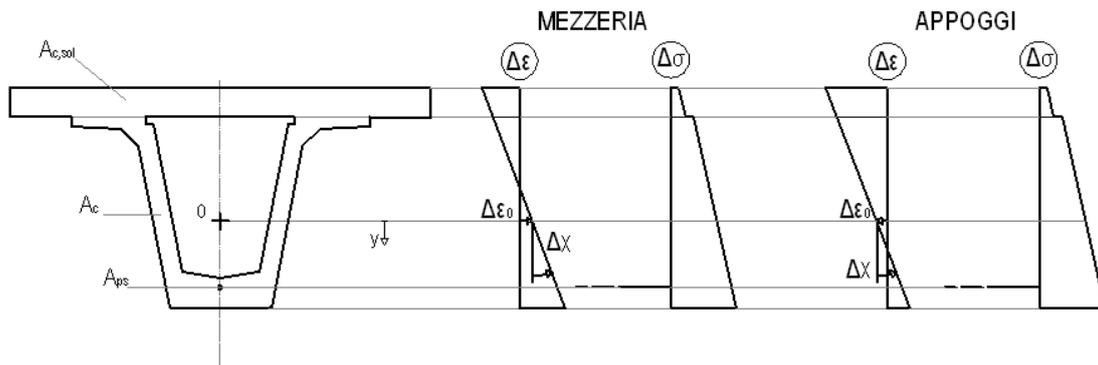
$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{c,t}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) + \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) * \Delta \varepsilon(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{c,s}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \\ = \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) + \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) * \Delta \varepsilon(t, t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) \end{aligned}$$

Mentre per l'armatura pretesa si ha il contributo associato al rilassamento e il contributo associato alla variazione di deformazione.

$$\Delta \sigma_{ps}(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) = \left[\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{***}, t_o)\right] + E_{ps} \Delta \varepsilon(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)$$

Volendo fornire una rappresentazione dei risultati ottenuti si ricordi che la variazione dello stato di sollecitazione consiste solo in un redistribuzione delle tensioni interne, ovvero non genera una variazione dello stato di sollecitazione.



La redistribuzione delle tensioni così determinata prescinde dalla presenza della reazione iperstatica, la quale genera una variazione dello stato di tensionale già precedentemente calcolato.

Questa redistribuzione interna delle tensioni verrà successivamente indicata con $\Delta\sigma_{c,redist}(t, t_o^{***}, x, y)$. Mediante il modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{***})$ si calcola il relativo stato di deformazione $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t, t_o^{***}, x, y)$, che verrà utilizzato per determinare gli effetti viscosi della redistribuzione interna delle sollecitazioni. Si ricorda di distinguere il calcolo per la porzione di calcestruzzo che compete alla trave e alla soletta.

Dall'applicazione del peso della pavimentazione (5° fase di vita)

Quest'ultima fase di vita ha origine dall'istante di realizzazione della pavimentazione, in quanto comporta l'applicazione di un ulteriore carico. Le espressioni che riporteremo in questo paragrafo saranno valide per tutti gli istanti successivi, in quanto l'impalcato risulta essere completato, ovvero non si avranno più alcuna variazione delle caratteristiche inerziali della sezione, delle condizioni di vincolo, o l'applicazione di ulteriori carichi permanenti.

Durante questa quinta fase di vita si manifestano le deformazioni viscoso residue provocate dal peso della soletta, dal peso proprio della trave, dal carico da precompressione e dalla reazione iperstatica. Quest'ultima, per la sua dipendenza dal tempo genera anche una deformazione elastica. Il peso proprio della pavimentazione genera sia una deformazione elastica che una deformazione viscosa.



Come vedremo, molte delle considerazioni svolte per questa quarta fase di vita, risulteranno del tutto analoghe a quelle viste per la fase di vita precedente. Ciò potrebbe sembrare una ripetizione, ma un'analisi completa e dettagliata mostra cambiamenti associati ai diversi istanti in cui si determinano i coefficienti di viscosità, nonché alla presenza del peso della pavimentazione.

Per la determinazione delle azioni iperstatiche che insorgono a causa dell'introduzione del vincolo esterno posticipato si applica il metodo delle forze ad un'analisi al livello dell'elemento strutturale.

Il metodo delle forze consiste nel determinare il vettore delle forze iperstatiche $\{F\}$ a partire da una matrice di flessibilità $[f]$ e da un vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}$, mediante la seguente relazione.

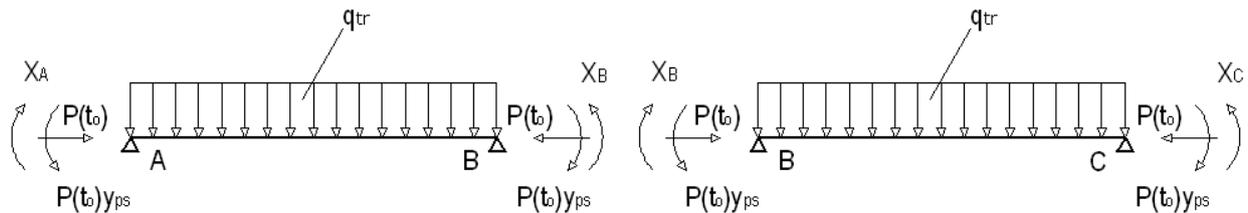
$$[f] \{F\} = -\{\Delta D\}$$

$$\{F\} = -[f]^{-1} \{\Delta D\}$$

Dove il vettore delle discontinuità angolari, in un'espressione generale, è definito da quattro contributi.

$$\{\Delta D\} = \{\Delta D\}_{carichi} + \{\Delta D\}_{cadute\ tensione} + \{\Delta D\}_{ritiro} + \{\Delta D\}_{cedimenti}$$

Per determinare la matrice di flessibilità e il vettore delle discontinuità angolari, ricordiamo che la nostra struttura è una travata continua su più appoggi, dove precedentemente all'introduzione del vincolo esterno posticipate sono stati applicati il peso proprio della trave e la precompressione mediante cavi aderenti pretesi. L'introduzione del vincolo posticipato genera un'azione iperstatica X in corrispondenza degli appoggi.



Dove il carico da precompressione è inteso con valore al netto delle perdite di tensione, perdite che sono associate alla deformazione elastica del calcestruzzo.

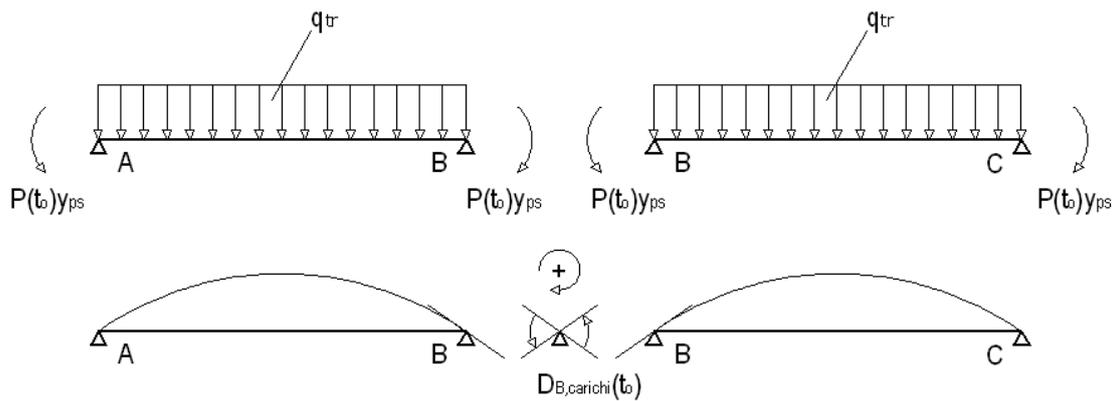
$$P(t_0, x) = \sigma_{ps}(t_0, x)A_{ps}(x)$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x , dovuta alla presenza di guaine, si determina un $P(t_0)$ inteso valore medio di $P(t_0, x)$, valutato con una media pesata in funzione dell'estensione delle guaine. Discorso analogo vale per il baricentro delle armature y_{ps} .

Considerando un generico appoggio quando il vincolo esterno posticipato non è ancora stato introdotto, sappiamo che la precompressione e il peso proprio generano una φ_{BA} oraria ed una φ_{BC} antioraria (l'effetto della precompressione eccentrica prevale sull'effetto del peso proprio della trave). La realizzazione del vincolo che assicura la continuità delle travi si oppone a queste rotazioni, per questo motivo in corrispondenza di ogni appoggio insorge un'azione iperstatica X di natura flessionale che tende le fibre all'intradosso.

Nel comportamento assiale la struttura rimane isostatica, per questo motivo non insorgono azioni iperstatiche di natura assiale.

Sulla base delle considerazioni appena svolte vediamo di calcolare il vettore delle discontinuità angolari $\{\Delta D\}_{carichi}$ associato ai carichi.



$$D_{B,carichi}(t_0) = \left(\frac{q_{tr}l^3}{24E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} - \frac{P(t_0)y_{ps}l}{2E_{c,t}(t_0)I_{eq}(t_0)} \right) * 2$$

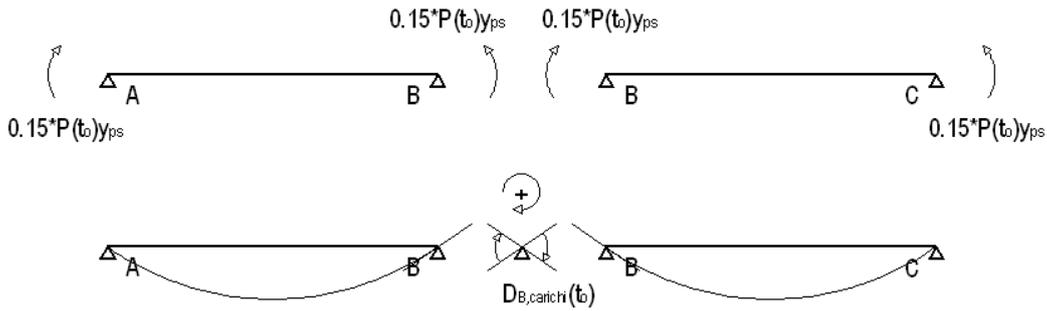
$$\Delta D_{B,carichi}(t, t_0^{***}, t_0) = D_{B,carichi}(t_0) * [\phi_t(t, t_0) - \phi_t(t_0^{***}, t_0)]$$

In questi passaggi, per un generico appoggio, si è individuata la discontinuità angolare elastica, tramite la quale si determina un contributo residuo viscoso, che è quello imputabile alla nascita delle razione iperstatica.

Nel calcolo del valore elastico, si è considerata la disomogeneità della sezione facendo riferimento ad un momento di inerzia equivalente $I_{eq}(t_0, x)$ che dipenderà dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $I_{eq}(t_0)$. Nel calcolo di questa grandezza equivalente non si deve considerare la presenza della soletta collaborante, in quanto all'applicazione dei carichi considerati la soletta non era ancora realizzata.

Come modulo di elasticità si assume quello del calcestruzzo con cui si realizza la trave $E_{c,t}(t_0)$, valutato all'istante di applicazione dei carichi, sia per il calcolo del vettore delle discontinuità angolari, sia per il calcolo delle grandezze equivalenti.

Per il vettore delle discontinuità angolari provocate dalle cadute di tensione, si assume che all'inizio di questa fase ammontino ad un 15% del valore manifestato all'applicazione della precompressione. A tale azione è associata una deformazione elastica ed una deformazione viscosa.



$$\Delta D_{B,cadute\ tensione}(t, t_o^{***}, t_o) = \frac{0.15 * P(t_o) y_{ps} l}{2 E_{c,t}(t_o) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2 * [1 + \chi_t(t, t_o^{***}) \phi_t(t, t_o^{***})] =$$

$$= \frac{0.15 * P(t_o) y_{ps} l}{2 \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})} * 2$$

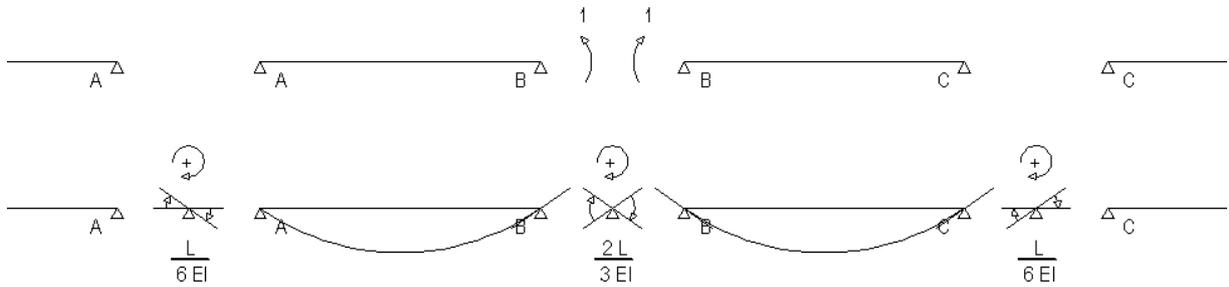
Nel calcolo del momento di inerzia equivalente si utilizza un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})$, ottenendo un valore $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x)$ che dipende dall'ascissa x per la presenza di guaine. Per eliminare questa dipendenza si determina un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine, ottenendo un $\bar{I}_{eq}(t, t_o^{***})$. Questo calcolo viene svolto considerando anche la presenza della soletta collaborante caratterizzata da un modulo di elasticità $\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})$. Il motivo è associato al fatto che nell'istante in cui si hanno il 15% delle cadute di tensione la soletta collaborante offre già la sua resistenza.

Nonostante la presenza della soletta collaborante, nell'espressione sopra riportata, si fa comunque riferimento ad un modulo di elasticità del calcestruzzo che realizza la trave. Questa è un semplificazione del metodo di calcolo.

Per l'assenza di cedimenti e il prescindere degli effetti flessionali generati dal ritiro del calcestruzzo, le relative discontinuità angolari in corrispondenza degli appoggi sono nulli.

$$\{\Delta D\}_{ritiro} = \{\Delta D\}_{cedimenti} = 0$$

Dobbiamo ora determinare la matrice di flessibilità. Questa contiene nella riga associata, ad esempio all'appoggio B , le distorsioni angolari, valutate anche negli altri appoggi, generate da un'azione iperstatica unitaria applicata sempre in B .



Discorso analogo vale per le altre righe della matrice di flessibilità.

Se l'impalcato fosse costituito da sole quattro campate, la matrice di flessibilità, risulterebbe una matrice 3x3 con i seguenti valori.

$$[f] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} & 0 \\ \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} & \frac{l}{6EI} \\ 0 & \frac{l}{6EI} & \frac{2l}{3EI} \end{bmatrix}$$

Dove il modulo di elasticità risulta quello aggiustato e il momento di inerzia è quello equivalente, anch'esso valutato con il modulo di elasticità aggiustato.

$$E = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{****})}{1 + \chi(t, t_o^{****})\varphi(t, t_o^{****})}$$

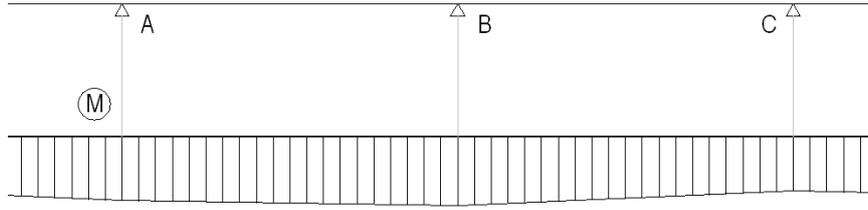
$$I = \bar{I}_{eq}(t, t_o^{****})$$

Per eliminare la dipendenza dall'ascissa x del momento di inerzia si procede sempre svolgendo una media pesata in relazione all'estensione delle guaine e considerando la soletta con un modulo di elasticità $\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$.

Nota la matrice di flessibilità e il vettore delle distorsioni angolari è facile determinare il vettore della azioni iperstatiche in corrispondenza degli appoggi.

$$\{F\} = -[f]^{-1}\{\Delta D\}$$

Con i risultati appena ottenuti si ricostruisce la distribuzione delle sollecitazioni iperstatiche lungo l'impalcato, causate dall'introduzione del vincolo esterno posticipato.



Da questo diagramma ottengo una sollecitazione iperstatica che dipende dall'istante di introduzione del vincolo esterno posticipato, dall'istante di tempo considerato e dalla sezione esaminata, ovvero un $M_{iperstatica}(t, t_o^{****}, x)$.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione, lo stato deformativo prodotto, sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{****}, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{****}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{****}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ M_{iperstatica}(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{****}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{****}, x)]}$$

Dove le grandezze soprasssegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Modulus.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****}) = \frac{E_{c,t}(t_o)}{1 + \chi_t(t, t_o^{****})\phi_t(t, t_o^{****})}$$

$$\bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) = \frac{E_{c,s}(t_o^{****} - t_o^{**})}{1 + \chi_s(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})\phi_s(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la trave il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Mentre se la i -esima

parte è in calcestruzzo che realizza la soletta il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,s}$.

Nota la variazione di deformazione nel punto di riferimento e la curvatura è facile risalire allo stati di deformazione prodotto dall'insorgere della reazione iperstatica.

$$\Delta\varepsilon(t, t_o^{****}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{****}, x)y$$

Con un semplice passaggio si calcola anche la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

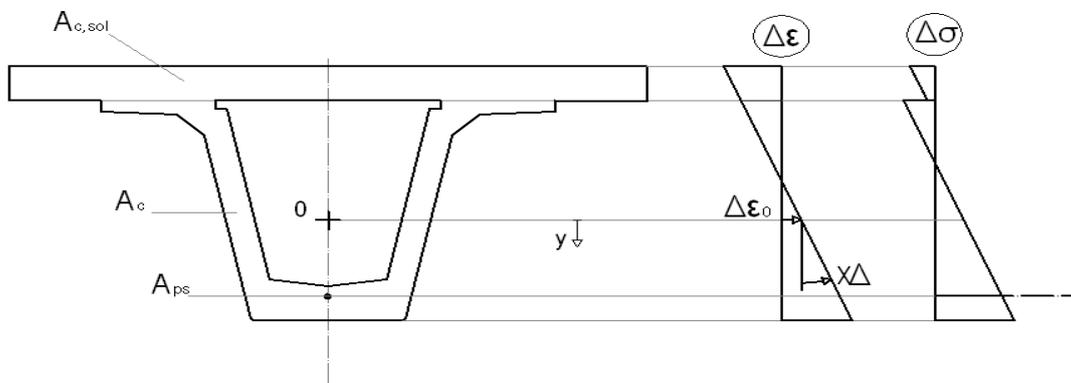
$$\Delta\sigma_{c,t}(t, t_o^{****}, x, y) = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{****}, x)y]$$

$$\Delta\sigma_{c,s}(t, t_o^{****}, x, y) = \bar{E}_{c,s}(t-t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{****}, x)y]$$

Un'espressione del tutto analoga viene utilizzata per determinare la variazione dello stato tensionale nell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^{****}, x) = E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t, t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t, t_o^{****}, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Valutati gli effetti elastici e viscosi dell'azione iperstatica, in questa quinta fase di vita vanno aggiunti gli effetti elastici del peso proprio della pavimentazione.

La procedura è del tutto analoga a quella vista per la determinazione degli effetti elastici del peso proprio della trave, del carico da precompressione o del peso proprio della soletta. Se t_o^{****} è l'istante di applicazione del peso proprio della pavimentazione, è necessario individuare i valori equivalenti di area, momento statico e momento d'inerzia, riferendosi alla sezione composta dalla trave e dalla soletta.

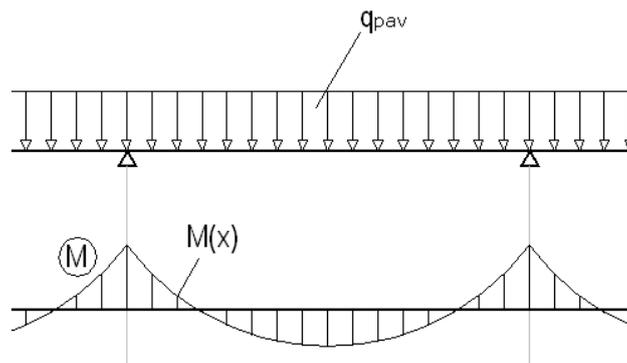
$$A_{eq}(t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{****})} A_i$$

$$B_{eq}(t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{****})} B_i$$

$$I_{eq}(t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{E_{c,t}(t_o^{****})} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la trave il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = E_{c,t}(t_o^{****})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la soletta il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = E_{c,s}(t_o^{****} - t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,s}$.

Le sollecitazioni prodotte dal peso proprio q_{pav} sono facilmente calcolabili risolvendo una struttura iperstatica.



$$\begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{pav}(x) \end{bmatrix}$$

Per quanto definito precedentemente si è determinato, per una certa sezione x , le grandezze che permettono di risalire allo stato di deformazione elastico, ovvero all'istante di applicazione del carico considerato.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{****}, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} I_{eq}(t_o^{****}, x) & -B_{eq}(t_o^{****}, x) \\ -B_{eq}(t_o^{****}, x) & A_{eq}(t_o^{****}, x) \end{bmatrix}}{E_{c,t}(t_o^{****}) [A_{eq}(t_o^{****}, x) I_{eq}(t_o^{****}, x) - B_{eq}^2(t_o^{****}, x)]} \begin{bmatrix} N(x) \\ M(x) \end{bmatrix}$$

$$\Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t_o^{****}, x)y$$

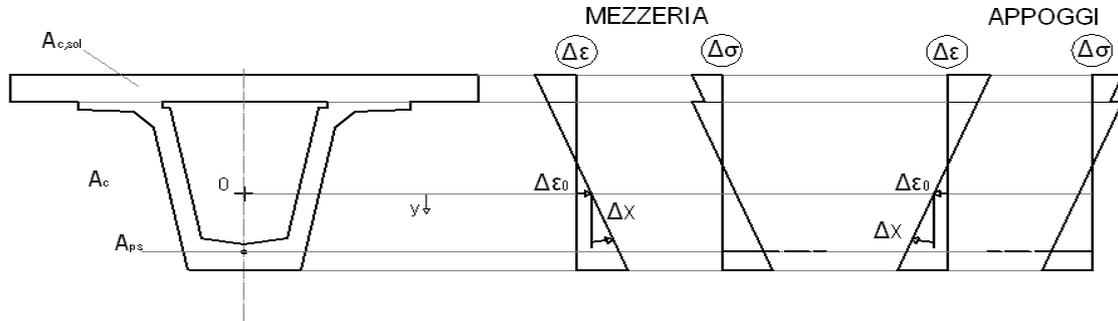
E' possibile poi risalire alla variazione dello stato tensionale sia del calcestruzzo che dell'armatura pretesa.

$$\Delta\sigma_{c,t}(t_o^{****}, x, y) = E_{c,t}(t_o^{****}) [\Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t_o^{****}, x)y]$$

$$\Delta\sigma_{c,s}(t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) = E_{c,s}(t_o^{****} - t_o^{**}) [\Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t_o^{****}, x)y]$$

$$\Delta\sigma_{ps}(t_o^{***}, x) = E_{ps}[\Delta\varepsilon_0(t_o^{***}, x) + \Delta\chi(t_o^{***}, x)y_{ps}(x)]$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



L'ultimo passaggio consiste nella determinazione dei fenomeni viscosi associati al peso della soletta, al peso proprio della trave, al carico da precompressione e al peso proprio della pavimentazione, nonché ai fenomeni di ritiro del calcestruzzo e di rilassamento delle armature pretese.

Questi generano una variazione dello stato di deformazione ed una redistribuzione interna dello stato tensione, a cui è associato l'assenta di variazione dello stato di sollecitazione.

Possiamo ora individuare, per la generica sezione, lo stato deformativo prodotto sfruttando le espressioni viste precedentemente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t, t_o^{***}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta\chi(t, t_o^{***}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) \left[\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) \bar{I}_{eq}(t, t_o^{***}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{***}, x) \right]}$$

Dove le grandezze soprasssegnate sono determinate riferendosi ha un modulo di elasticità aggiustato, definito dal metodo dell'Age Adjusted Effective Moduls.

$$\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***}) = \frac{E_{c,t}(t_o^{***})}{1 + \chi_t(t, t_o^{***})\phi_t(t, t_o^{***})}$$

$$\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**}) = \frac{E_{c,s}(t_o^{***} - t_o^{**})}{1 + \chi_s(t - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})\phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})}$$

Quindi le grandezze equivalenti sono così definite.

$$\bar{A}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} A_i$$

$$\bar{B}_{eq}(t, t_o^{***}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{***})} B_i$$

$$\bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) = \sum_{i=1}^m \frac{E_i}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})} I_i$$

Se la i -esima parte è l'armatura pretesa il modulo di elasticità è costante nel tempo $E_i = E_{ps}$ e l'area dipende dalla sezione esaminata per la presenza di guaine $A_i = A_{ps}(x)$. Se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la trave il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,t}$. Mentre se la i -esima parte è in calcestruzzo che realizza la soletta il modulo di elasticità sarà quello aggiustato $E_i = \bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$ e l'area sarà indipendente dalla sezione esaminata $A_i = A_{c,s}$.

Le sollecitazioni fittizie saranno la somma degli effetti associati alla viscosità e ritiro del calcestruzzo, nonché al rilassamento delle armature pretese.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix}_{creep} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix}_{ritiro} + \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} \end{aligned}$$

Per il calcolo del contributo associato alla viscosità si considerano solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato il relativo coefficiente di viscosità.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix}_{creep} = \\ & = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^{****}, t_o)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0(t_o, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) \\ \chi(t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) [\varnothing(t, t_o^*) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^*)] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \\ \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) \end{bmatrix} \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) [\varnothing(t, t_o^{**}) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^{**})] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{**}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) \end{bmatrix} \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) [\varnothing(t, t_o^{***}) - \varnothing(t_o^{****}, t_o^{***})] \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x) \\ \Delta\chi_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x) \end{bmatrix} \right\}_i + \\ & - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) \varnothing(t, t_o^{****}) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) \\ \Delta\chi(t_o^{****}, x) \end{bmatrix} \right\}_i + \end{aligned}$$

In questa espressione si sono considerati i seguenti fenomeni viscosi:

- Effetto viscoso del carico da precompressione e del peso proprio della trave valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y)$ che si manifesta durante la prima fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^*)$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$.
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y)$ che si manifesta durante la seconda fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{**})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$.
- Effetto viscoso del peso proprio della soletta valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)$ che si manifesta durante la terza fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{***})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x)y$
- Effetto viscoso della redistribuzione interna delle tensioni $\Delta\sigma_{c,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y)$ che si manifesta durante la quarta fase di vita dell'impalcato, il cui stato deformativo è individuato mediante un modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{****})$, ovvero $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x)y$
- Effetto viscoso del peso proprio della pavimentazione valutato a partire dalla relativa deformazione elastica $\Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t_o^{****}, x)y$

Le espressioni appena riportate per il calcolo degli effetti viscosi meritano una considerazione. Il calcolo delle sollecitazioni fittizie è svolto mediante una sommatoria sugli m tipi di calcestruzzi che compongono la sezione resistente. In questa sommatoria devo considerare la porzione della soletta solo per gli stati deformativi associati agli stati tensionali che si manifestano successivamente alla maturazione della soletta, ovvero solo $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{****}, t_o^{**}, x, y)$ e $\Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y)$. Nel relativo calcolo devo considerare un opportuno modulo di elasticità $\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$ e gli opportuni coefficienti di viscosità $[\phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{**} - t_o^{**}) - \phi_s(t_o^{****} - t_o^{**}, t_o^{**} - t_o^{**})]$ e $\phi(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$.

Per il calcolo del contributo associato al ritiro, si considera solo un effetto uniforme, prescindendo dal contrasto esercitato dalle armature pretese, e ovviamente, come per la viscosità, considerando solo le i -esime parti in calcestruzzo con associato la relativa deformazione da ritiro residua (autogeno e per essiccamento).

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) [\varepsilon_{cs}(t, t_o) - \varepsilon_{cs}(t_o^{****}, t_o)] \begin{bmatrix} A_c \\ B_c \end{bmatrix} \right\}_i$$

Nel caso si voglia considerare anche l'effetto di contrasto al ritiro esercitato dalle armature pretese è sufficiente individuare i valori di curvatura e di deformazioni associata al punto di riferimento 0, considerando sempre una deformazione da ritiro residua.

$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{**}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{**}, t_o, x) \end{bmatrix}_{ritiro} = - \sum_{i=1}^m \left\{ \bar{E}_c(t, t_o^{****}) \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ B_c & I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{****}, t_o, x) \\ \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{****}, t_o, x) \end{bmatrix} \right\}_i$$

Ovvero al variazione di deformazione associata al ritiro risulta.

$$\Delta \varepsilon_{cs}(t, t_o^{****}, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_{0,cs}(t, t_o^{****}, t_o, x) + \Delta \chi_{cs}(t, t_o^{****}, t_o, x)y$$

Le espressioni appena riportate per il calcolo degli effetti da ritiro meritano una considerazione. Il calcolo delle sollecitazioni fittizie è svolto mediante una sommatoria sugli m tipi di calcestruzzi che compongono la sezione resistente. In questo caso devo considerare sia la porzione di trave sia la porzione della soletta collaborante. Per la soletta devo utilizzare la relativa deformazione da ritiro e il relativo modulo di elasticità, facendo attenzione a considerare i corretti istanti di tempo. In pratica impiego un $[\varepsilon_{cs,s}(t - t_o^{**}, 1) - \varepsilon_{cs,d}(t_o^{****} - t_o^{**}, 1)]$ e $\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})$.

L'effetto del rilassamento è valutato considerando solo le armature pretese, soggette ad un rilassamento individuato da una variazione di tensione.

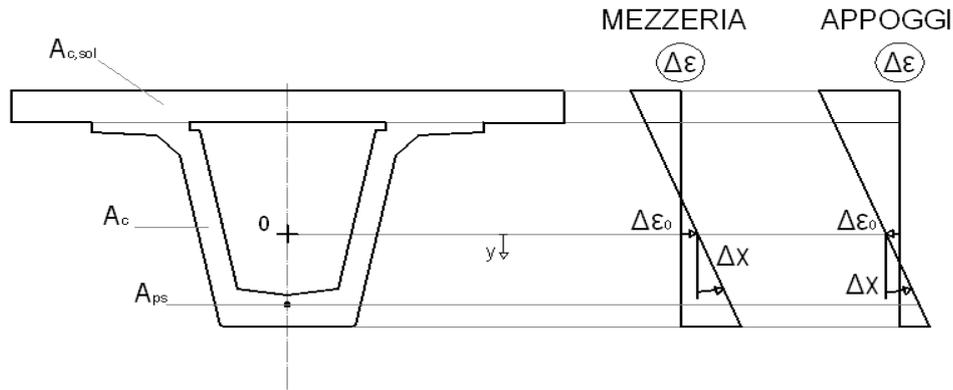
$$\begin{bmatrix} \Delta N(t, t_o^{****}, t_o, x) \\ \Delta M(t, t_o^{****}, t_o, x) \end{bmatrix}_{rilassamento} = + \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{matrix} A_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{****}, t_o)] \\ A_{ps}(x)y_{ps}(x) [\Delta \sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta \sigma_{pr}(t_o^{****}, t_o)] \end{matrix} \right\}_i$$

Coi i risultati appena esposti si determina la variazione dello stato di deformazione associati ai fenomeni di ritiro, viscosità e rilassamento delle armature.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, x) \\ \Delta \chi(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, x) \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) & -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{****}, x) \\ -\bar{B}_{eq}(t, t_o^{****}, x) & \bar{A}_{eq}(t, t_o^{****}, x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\Delta N(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, x) \\ -\Delta M(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, x) \end{bmatrix}}{\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****}) [\bar{A}_{eq}(t, t_o^{****}, x)\bar{I}_{eq}(t, t_o^{****}, x) - \bar{B}_{eq}^2(t, t_o^{****}, x)]}$$

$$\Delta \varepsilon(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, t_o, x, y) = \Delta \varepsilon_0(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, t_o, x) + \Delta \chi(t, t_o^{****}, t_o^{**}, t_o^*, t_o^*, t_o, x)y$$

Rappresentiamo i risultati ottenuti.



Per la fase di vita dell'impalcato che si sta esaminando, a causa degli effetti viscosi di ritiro e di rilassamento non insorgono ulteriori sollecitazioni, si ha però una redistribuzione interna delle tensioni.

Per la valutazione di questa redistribuzione interna delle sollecitazioni si calcola lo stato tensionale prodotto dalla deformazione viscosa da ritiro nel calcestruzzo vincolato. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = & \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})\{[\phi_t(t, t_o) - \phi_t(t_o^{****}, t_o)][\epsilon(t_o, x, y) + \Delta\epsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)] + & \\ + [\phi_t(t, t_o^*) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^*)] * \Delta\epsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + & \\ + [\phi_t(t, t_o^{**}) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^{**})] * [\Delta\epsilon(t_o^{**}, x, y) + \Delta\epsilon_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)] + & \\ + [\phi_t(t, t_o^{***}) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^{***})] * \Delta\epsilon_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) + & \\ + \phi_t(t, t_o^{****}) * \Delta\epsilon(t_o^{****}, x, y) + & \\ + [\epsilon_{cs,t}(t, t_o) - \epsilon_{cs,t}(t_o^{****}, t_o)]\} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) = & \\ = -\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) * & \\ * \{[\phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) - \phi_s(t_o^{****} - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**})] * \Delta\epsilon_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) + & \\ + \phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) * \Delta\epsilon(t_o^{****}, x, y) + [\epsilon_{cs,s}(t - t_o^{**}, 1) - \epsilon_{cs,s}(t_o^{****} - t_o^{**}, 1)]\} & \end{aligned}$$

Per la porzione della soletta, il calcolo è stato svolto con le medesime indicazioni riportate per il calcolo delle sollecitazioni fittizie.

Vediamo di esplicitare meglio le deformazioni sopra indicate.

$$\varepsilon(t_o, x, y) = \varepsilon_0(t_o, x) + \chi(t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^*, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^*, t_o, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^*, t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{**}, t_o^*, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x)y$$

$$\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{**}, x) + \Delta\chi(t_o^{**}, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{c,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x) + \Delta\chi_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x)y$$

$$\Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y) = \Delta\varepsilon_0(t_o^{****}, x) + \Delta\chi(t_o^{****}, x)y$$

Nel caso si consideri l'effetto di contrasto delle armature pretese le espressioni appena illustrate subiscono una piccola modifica.

$$\begin{aligned} \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****})\{[\phi_t(t, t_o) - \phi_t(t_o^{****}, t_o)][\varepsilon(t_o, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^*, t_o, x, y)] + \\ + [\phi_t(t, t_o^*) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^*)] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{**}, t_o^*, x, y) + \\ + [\phi_t(t, t_o^{**}) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^{**})] * [\Delta\varepsilon(t_o^{**}, x, y) + \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{***}, t_o^{**}, x, y)] + \\ + [\phi_t(t, t_o^{***}) - \phi_t(t_o^{****}, t_o^{***})] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) + \\ + \phi_t(t, t_o^{****}) * \Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y) + \\ + \Delta\varepsilon_{cs,t}(t, t_o^{****}, t_o, x, y)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) = \\ = -\bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) * \\ * \{[\phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) - \phi_s(t_o^{****} - t_o^{**}, t_o^{***} - t_o^{**})] * \Delta\varepsilon_{redist}(t_o^{****}, t_o^{***}, x, y) + \\ + \phi_s(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) * \Delta\varepsilon(t_o^{****}, x, y) + \Delta\varepsilon_{cs,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}, 1, x, y)\} \end{aligned}$$

Dove le deformazioni associate al ritiro sono le seguenti.

$$\Delta\varepsilon_{cs,t}(t, t_o^{****}, t_o, x, y) = \Delta\varepsilon_{0,cs,t}(t, t_o^{****}, t_o, x) + \Delta\chi_{cs,t}(t, t_o^{****}, t_o, x)y$$

$$\Delta\varepsilon_{cs,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}, 1, x, y) =$$

$$= \Delta\varepsilon_{0,cs,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}, 1, x) + \Delta\chi_{cs,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}, 1, x)y$$

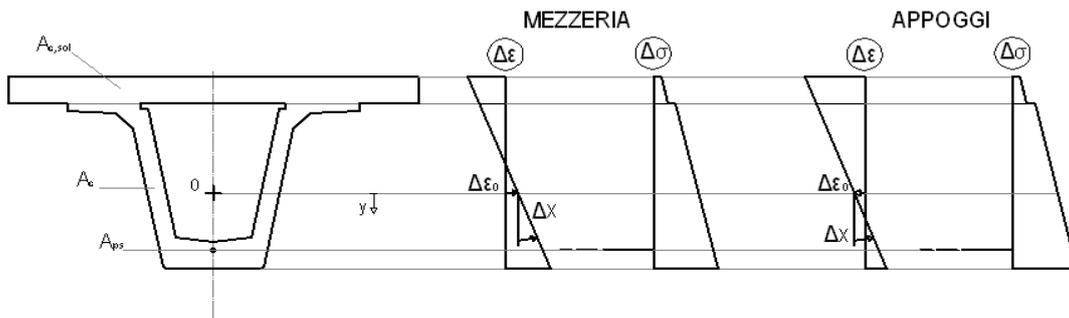
Per ottenere la variazione dello stato tensionale nel calcestruzzo va aggiunto il contributo associato alla variazione di deformazione. Il calcolo si distingue per la porzione di calcestruzzo che realizza la trave e per la porzione di calcestruzzo che realizza la soletta.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{c,t}(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) &= \\ &= \sigma_{c,t,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) + \bar{E}_{c,t}(t, t_o^{****}) * \Delta\varepsilon(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x, y) \\ \Delta\sigma_{c,s}(t, t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) &= \\ &= \sigma_{c,s,vincolato}(t, t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) + \bar{E}_{c,s}(t - t_o^{**}, t_o^{****} - t_o^{**}) * \Delta\varepsilon(t, t_o^{****}, t_o^{**}, x, y) \end{aligned}$$

Mentre per l'armatura pretesa si ha il contributo associato al rilassamento e il contributo associato alla variazione di deformazione.

$$\Delta\sigma_{ps}(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x) = [\Delta\sigma_{pr}(t, t_o) - \Delta\sigma_{pr}(t_o^{****}, t_o)] + E_{ps}\Delta\varepsilon(t, t_o^{****}, t_o^{***}, t_o^{**}, t_o^*, t_o, x)$$

Volendo fornire una rappresentazione dei risultati ottenuti si ricordi che la variazione dello stato di sollecitazione consiste solo in un redistribuzione delle tensioni interne, ovvero non genera una variazione dello stato di sollecitazione.



La redistribuzione delle tensioni così determinata prescinde dalla presenza della reazione iperstatica, la quale genera una variazione dello stato di tensionale già precedentemente calcolato.

Questa redistribuzione interna delle tensioni verrà successivamente indicata con $\Delta\sigma_{c,redist}(t, t_o^{****}, x, y)$. Mediante il modulo di elasticità aggiustato $\bar{E}_c(t, t_o^{****})$ si calcola il relativo stato di deformazione $\Delta\varepsilon_{c,redist}(t, t_o^{****}, x, y)$, che verrà utilizzato per determinare gli effetti viscosi della redistribuzione interna delle sollecitazioni. Si ricorda di distinguere il calcolo per la porzione di calcestruzzo che compete alla trave e alla soletta.

Viscosità durante l'esercizio degli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi

Conclusa la realizzazione per fasi, l'impalcato è caratterizzato dalla costanza delle caratteristiche inerziali, dalle condizioni di vincolamento e dall'applicazione dei carichi costanti. Per questo motivo lo studio dei fenomeni viscosi è quantificato con le medesime espressioni per tutto il successivo periodo di esercizio (vedi fase di vita 5 appendice G o F).

La definizione delle equazioni che quantificano i fenomeni viscosi è stata svolta, cercando di mantenere la massima accuratezza sia nell'appendice G che nell'appendice F. Nel presente appendice si vuole individuare una serie di espressioni semplificate, i cui risultati si possono considerare definitivi oppure di controllo nel caso vi sia la necessità di risultati più precisi.

La procedura semplificata, per il calcolo dei fenomeni viscosi, prevede l'utilizzo di una semplice espressione, sia per la determinazione dello stato di sollecitazione sia per il calcolo del campo di spostamento.

$$M(x, t) = M_I(x) + \xi(t) * [M_{II}(x) - M_I(x)]$$

$$v(x, t) = v_I(x, t) + \xi(t) * [v_{II}(x, t) - v_I(x, t)]$$

Il pedice *I* indica la soluzione nella configurazione pensata con l'assenza di vincoli posticipati (struttura isostatica con una sezione resistente composta dalla trave), il pedice *II* indica la soluzione nella configurazione pensata con la presenza di vincoli preesistenti (struttura iperstatica con una sezione resistente composta), $\xi(t)$ è il coefficiente di redistribuzione definito come l'aliquota della sollecitazione provocata dalle reazioni iperstatiche valutate sulla struttura a vincoli preesistenti che per viscosità producono gli incrementi degli effetti iperstatici.

Dall'analisi a livello dell'elemento strutturale, che fornisce le sollecitazioni e gli spostamenti, mediante un'analisi a livello sezionale è possibile risalire allo stato tensionale. Questo passaggio viene svolto considerando il valore equivalente delle grandezze che caratterizzano la sezione, come area e momento d'inerzia.

$$\sigma(y, x, t) = \frac{M(x, t)}{I_{eq}(x, t)} y$$

Nel calcolo del momento di inerzia equivalente si è considerata la variabilità spaziale delle armature pretese per la presenza di guaine che ne neutralizzano l'efficacia per certe zone della trave, e la variabilità temporale dei coefficienti di omogeneizzazione causata dalla progressiva maturazione del calcestruzzo.

Per risalire allo stato deformativo si utilizza il modulo di elasticità del calcestruzzo che realizza la trave, valutato per l'opportuno istante di tempo.

$$\varepsilon(y, x, t) = \frac{\sigma(y, x, t)}{E_{c,t}(t)}$$

Questo ultimo passaggio è corretto solo per determinare lo stato tensionale nella porzione di calcestruzzo che realizza la trave, in realtà verrà utilizzato anche per determinare lo stato tensionale nella soletta. Questo non comporta grossi errori in quanto i moduli elastici della trave (realizzata con una maturazione a vapore di un calcestruzzo ad alte prestazioni) e della soletta (realizzata successivamente con una maturazione naturale di un calcestruzzo a usuali prestazioni) a lunghi periodi di maturazione tendono ad assumere il medesimo valore, valore che rimane pressoché costante in quanto la maturazione è oramai giunta al termine.

La procedura appena illustrata si basa ovviamente su delle ipotesi semplificate. Per l'analisi al livello dell'elemento strutturale si assumono le seguenti ipotesi:

- Materiale omogeneo: nel calcolo dello stato di sollecitazione e di spostamento si prescinde dalla disomogeneità della sezione, ovvero si considera una sezione omogenea realizzata col calcestruzzo utilizzato per il getto della trave. Quindi ad esempio per la determinazione dei coefficienti di viscosità si fa riferimento al calcestruzzo utilizzato per il getto della trave.
- Modulo di elasticità: nell'analisi a livello dell'elemento strutturale è richiesta la determinazione di un coefficiente di redistribuzione, valutato mediante l'imposizione di equazioni di congruenza, dove si assumerà che il modulo elastico valutato all'istante di applicazione del carico sia coincidente con il modulo di elasticità valutato a 28 giorni di maturazione. Sulla base di questa ipotesi il modulo di elasticità non influisce sui risultati.
- Momento d'inerzia: sempre per la determinazione del coefficiente di redistribuzione mediante l'imposizione di equazioni di congruenza si fa l'ipotesi che il momento di inerzia sia il medesimo nella struttura a vincoli preesistenti e nella struttura a vincoli posticipati. Sulla base di questa ipotesi il momento di inerzia non influisce i risultati.
- Carico da precompressione: Per la variabilità lungo l'asse della trave, in termini di intensità ed eccentricità, viene individuato un valore medio pesato in relazione all'estensione delle guaine. La variabilità temporale causata dalle perdite e dalle cadute di tensione viene considerata in modo molto semplificato, valutandone gli effetti all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati.

Per l'analisi sezionale si assumono differenti ipotesi:

- Materiale disomogeneo: noto lo stato di sollecitazione per risalire allo stato di tensione mediante l'equazione di Navier si mette in conto la disomogeneità della sezione, ovvero la presenza del calcestruzzo che realizza la trave, del calcestruzzo che realizza la solette e dell'acciaio che costituisce l'armatura pretesa. Solo nel calcolo dei coefficienti di viscosità si prescinde da questa disomogeneità, in quanto tali coefficienti vengono determinati riferendosi al calcestruzzo che realizza la trave.
- Momento d'inerzia: nell'equazione di Navier è richiesto la definizione di un momento di inerzia che verrà calcolato considerando la disomogeneità del materiale, ovvero facendo

riferimento a una grandezza equivalente. Il calcolo viene distinto fra la struttura a vincoli preesistenti o a vincoli posticipati e a seconda della sezione esaminata, dove la variabilità spaziale è associata alla presenza di guaine che modificano il numero di armature pretese aderenti.

- Modulo di elasticità: Per il calcolo delle grandezze equivalenti è considerato il diverso valore del modulo di elasticità dei calcestruzzi che realizzano la trave e la solette, nonché il differente valore del modulo elastico dell'acciaio che realizza l'armatura pretesa. Per i calcestruzzi viene considerata anche la variabilità nel tempo associata al diverso grado di maturazione.

Noto lo stato tensionale, per risalire allo stato di deformazione si fa riferimento al modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave valutato all'opportuno istante di maturazione. Questo passaggio è sicuramente un'approssimazione per la determinazione dello stato di deformazione nel calcestruzzo. L'errore commesso viene a ridursi per istanti di tempo a lunghi periodi di maturazione in quanto i moduli elastici della trave (realizzata con una maturazione a vapore di un calcestruzzo ad alte prestazioni) e della soletta (realizzata successivamente con una maturazione naturale di un calcestruzzo a usuali prestazioni) tendono ad assumere il medesimo valore, valore che rimane pressoché costante in quanto la maturazione è ormai giunta al termine.

Per entrambi i livelli di analisi (dell'elemento strutturale e della sezione) si fissa un ordine cronologico degli eventi:

- Istante t_0 : istante a partire dal quale si considerano valutabili le conseguenze del fenomeno viscoso, in cui i carichi applicati sono la precompressione P e il peso proprio della trave q_{tr} ; mentre la sezione resistente è solo quella della trave principale.
- Istante t_0^* : istante in cui si considerano solidarizzati i vincoli posticipati, sia quello esterno che quello interno, ovvero l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità con una sezione composta dalla soletta e dalla trave principale, mentre i carichi applicati sono i medesimi elencati precedentemente con l'aggiunta dei pesi permanenti della soletta q_{sol} .
- Istante t_0^{**} : Istanti di applicazione dei carichi che realizzano la pavimentazione q_{pav} , in cui ovviamente l'impalcato lavora in condizioni di iperstaticità e con una sezione resistente composta.

Tutta la procedura con le relative ipotesi fino ad ora introdotte, hanno lo scopo di determinare gli effetti dei fenomeni viscosi del calcestruzzo, solo successivamente alla conclusione della realizzazione dell'impalcato. Inoltre la procedura prevede la determinazione di un coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$, che viene a distinguersi a seconda del carico considerato. Per questo motivo ci pare logico procedere esaminando un carico per volta.

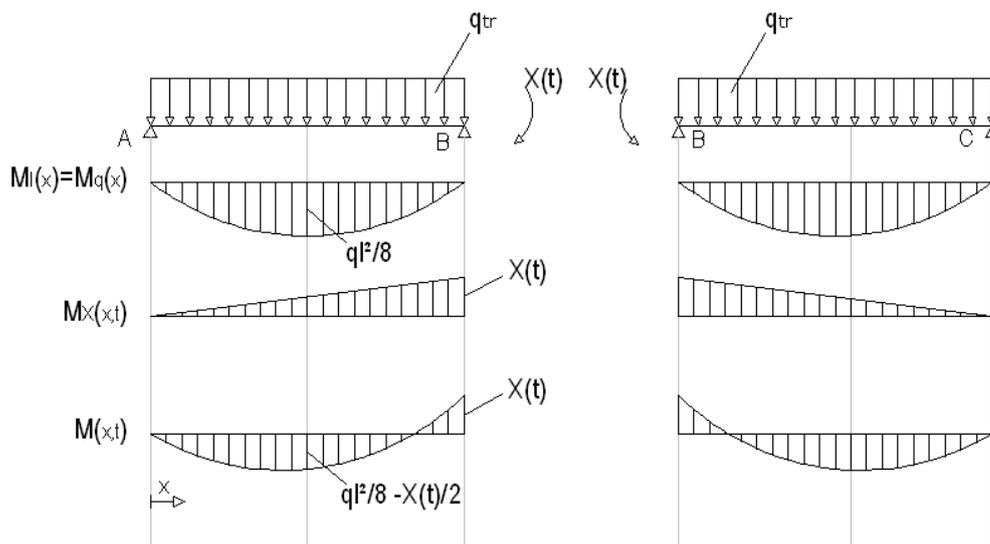
E' importante sottolineare che il coefficiente di redistribuzione viene valutato su una struttura composta da solo due campate. Nonostante ciò, la procedura che si sta illustrando può essere applicata su una struttura composta da più campate, in quanto questa semplificazione non comporta significative approssimazioni.

Peso proprio della trave

All'istante t_0 viene applicata la precompressione mediante cavi aderenti pretesi. Ciò comporta un'inflexione dell'elemento strutturale generando l'applicazione istantanea anche del peso proprio della trave.

Considerando solo il peso proprio della trave q_{tr} viene ad agire dall'istante t_0 su una struttura isostatica con sezione resistente composta dalla sola trave, mentre dall'istante t_0^* agisce su una struttura iperstatica con sezione resistente composta.

Per l'introduzione di questi vincoli posticipati, dall'istante t_0^* il peso proprio della trave provoca l'insorgere di azioni iperstatiche. Queste possono essere determinate imponendo la condizione di congruenza nell'appoggio centrale al generico istante di tempo $t > t_0^*$.



Nella rappresentazione appena riportata il momento provocato dal solo carico distribuito coincide con il momento provocato su una struttura pensata nella configurazione precedente all'introduzione dei vincoli posticipati. Tale momento viene indicato con il pedice I .

Il verso dell'azione iperstatica è tale da provocare una rotazione φ_{BA} oraria, in quanto il vincolo posticipato si oppone ad ulteriori rotazioni generate dal carico distribuito che provoca una rotazione φ_{BA} antioraria.

L'equazione di congruenza per istanti di tempo $t > t_0^*$ risulta la seguente.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X(t)l}{3E_X(t)I} - \frac{q_t l^3}{24E_q(t)I} = -\frac{X(t)l}{3E_X(t)I} + \frac{q_{tr} l^3}{24E_q(t)I}$$

Nell'espressione appena riportata si fa riferimento a moduli elastici del calcestruzzo che realizza la trave, che vengono distinti in funzione dell'azione a cui si riferiscono. Questa distinzione è necessaria per i diversi tempi di applicazione delle due azioni.

Il momento di inerzia è assunto con il medesimo valore sia se associato al peso proprio della trave sia se associato all'azione iperstatica.

Siccome il peso proprio della trave q_{tr} è applicato costantemente nel tempo, il relativo modulo di elasticità si può determinare con il metodo EM, che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_0) * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Siccome il carico è costante $\sigma(t) = \sigma(t_0)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_0)}{\sigma(t_0)} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato prima della solidarizzazione dei vincoli posticipati, per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * \phi(t, t_0)$$

Sempre nella prima della solidarizzazione dei vincoli posticipati, si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_0)} * [\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)]$$

Quindi il modulo elastico associato al peso proprio della trave q_{tr} nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_q(t) = \frac{E(t_0)}{[\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E(t_0)} + \frac{1}{E_{28}} \phi(t, t_0) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_q(t) = \frac{E_{28}}{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo, nel caso di maturazione a vapore.

Per il calcolo del modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$, essendo un carico variabile nel tempo, devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che $X(t_o^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_o^*)}{E(t_o^*)} [1 + \phi(t, t_o^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o^*)]}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$.

All'istante t_o^* la reazione iperstatica $X(t_o^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_o^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]$$

Quindi il modulo elastico associato alla precompressione nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_X(t) = \frac{E(t_o^*)}{[1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]}$$

Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\frac{X(t)l}{3E(t_o^*)I} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \frac{q_{tr}l^3}{24E_{28}I} [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

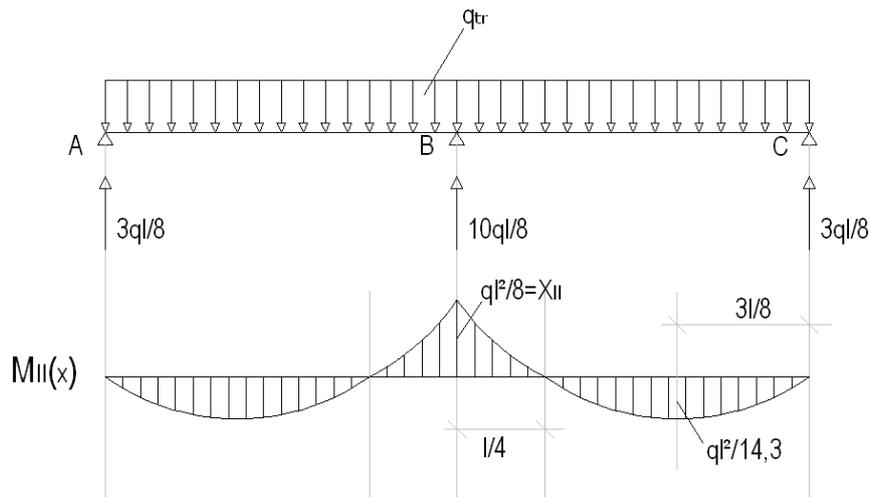
In tale espressione si può individuare una rigidezza K_ϕ alla rotazione di una trave su due appoggi e una rotazione φ_{el} elastica provocata un carico uniformemente distribuito nel punto in cui si impone la congruenza.

$$\frac{X(t)}{K_\phi} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \varphi_{el} [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

$$K_{\varphi} = \frac{3E(t_o^*)I}{l}$$

$$\varphi_{el} = \frac{q_t l^3}{24E_{c28}I}$$

Impostata l'equazione di congruenza, consideriamo il peso proprio della trave applicato alla struttura iperstatica a vincoli fissi, ovvero alla struttura a vincoli preesistenti. Il relativo stato di sollecitazione viene indicato con il pedice *II*.



In tale situazione lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo e la reazione iperstatica che nasce nell'appoggi centrale viene a coincidere con il prodotto fra la rigidità K_{φ} alla rotazione di una trave su due appoggi e una rotazione φ_{el} elastica provocata un carico uniformemente distribuito nel punto in cui si impone la congruenza.

$$X_{II} = K_{\varphi} * \varphi_{el} = \frac{3E(t_o^*)I}{l} * \frac{q_t l^3}{24E_{28}I} = \frac{q_{tr} l^2}{8}$$

Risultato ottenuto nell'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$, ipotesi non eccessivamente forte in quanto all'istante t_o^* il calcestruzzo ha già un buon grado di maturazione.

Andando a sostituire i risultati appena ottenuti nell'espressione di congruenza si ottiene.

$$\frac{X(t)}{K_{\varphi}} [1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)] - \varphi_{el} [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)] = 0$$

$$\frac{X(t)}{K_{\varphi}} [1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)] - \frac{X_{II}}{K_{\varphi}} [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)] = 0$$

Poniamo ora in relazione la reazione iperstatica $X(t)$ con la reazione iperstatica X_{II} .

$$X(t) = \frac{[\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)]} X_{II}$$

La relazione fra la reazione iperstatica $X(t)$ che nasce per la variazione dei vincoli nel tempo e la reazione iperstatica X_{II} che nasce considerando la struttura a vincoli preesistenti è definita dal coefficiente di redistribuzione.

$$X(t) = \xi(t) * X_{II}$$

$$\xi(t) = \frac{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]}$$

Ora si comprende meglio la definizione del coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$, ovvero l'aliquota della sollecitazione provocata dalle reazioni iperstatiche X_{II} valutate sulla struttura a vincoli preesistenti che per viscosità producono gli incrementi degli effetti iperstatici $X(t)$.

Per verificare la validità del risultato ottenuto si vogliono studiare i casi limite:

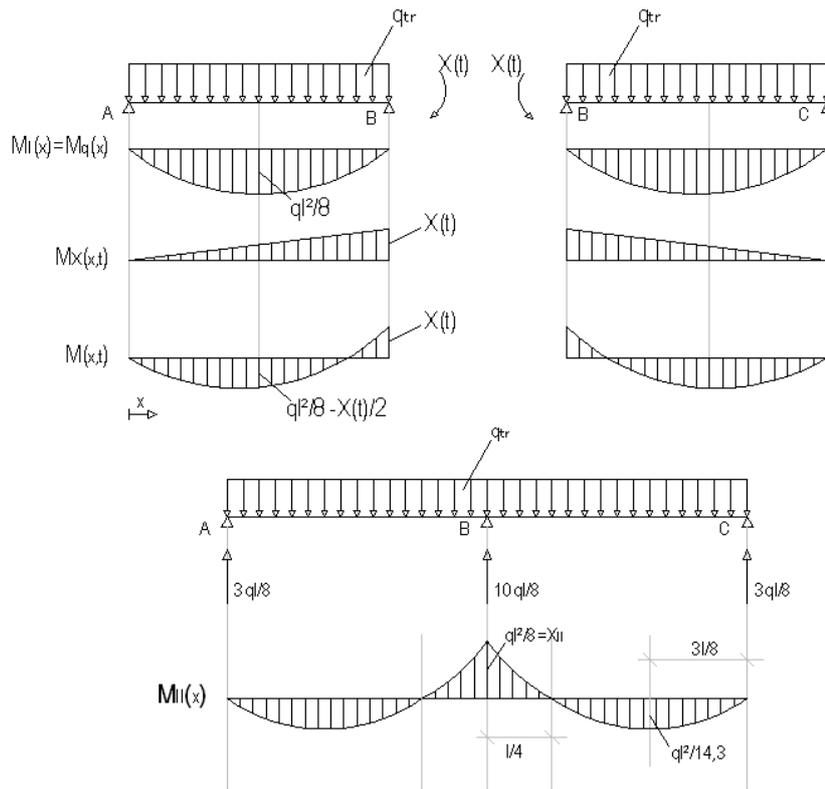
- $t = t_o^*$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione è nullo, quindi è nulla la reazione iperstatica. Ciò conferma la realtà in quanto i vincoli posticipati non sono ancora stati applicati e quindi non si sono ancora manifestati i fenomeni viscosi.

$$t = t_o^* \Rightarrow \xi(t_o^*) = 0 \Rightarrow X(t_o^*) = 0$$

- $t = \infty$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione ha valore prossimo all'unità (valore massimo), quindi la reazione iperstatica è massima. Ciò conferma la realtà in quanto i fenomeni viscosi si sono completamente manifestati.

$$t = \infty \Rightarrow \xi(\infty) = \xi(\infty)_{max} \approx 1 \Rightarrow X(\infty) = X(\infty)_{max} \approx X_{II}$$

Ricavato il coefficiente di redistribuzione, ricordiamo le sollecitazioni che si manifestano nella nostra situazione di una struttura iperstatica realizzata per fasi.



Si capisce che in corrispondenza dell'appoggio centrale, punto dove si è imposta la congruenza, la soluzione definitiva è rappresentata solo dalla reazione iperstatica.

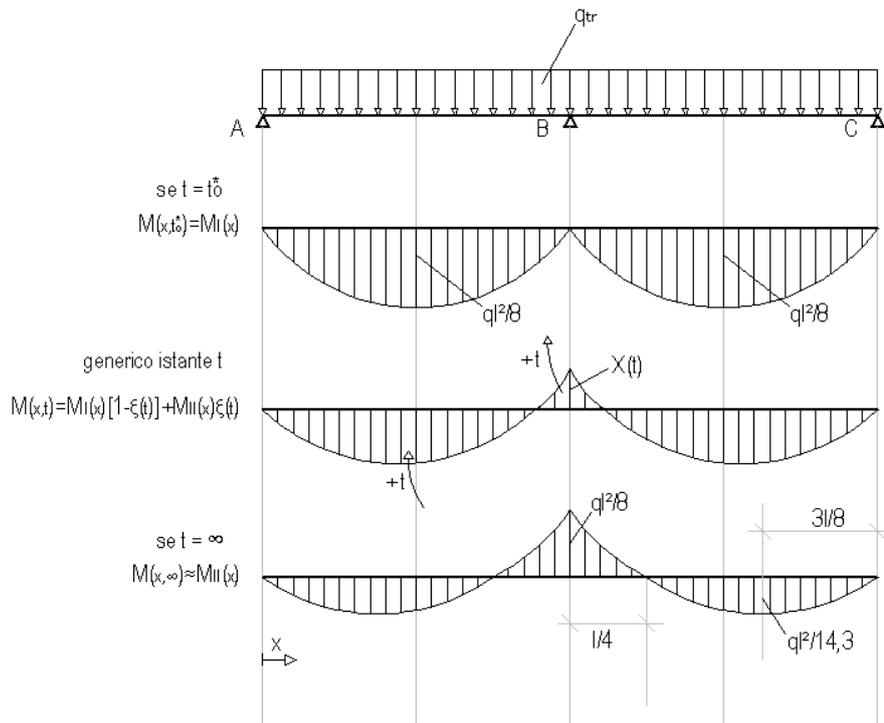
$$X(t) = \xi(t) * X_{II} = \xi(t) * M_{II}(l) = M(l, t)$$

Però se consideriamo una generica sezione la soluzione definitiva ricercata viene espressa mediante la seguente relazione approssimata.

$$M(x, t) = M_I(x)[1 - \xi(t)] + M_{II}(x) * \xi(t)$$

Dove il pedice *I* indica la soluzione nella configurazione pensata precedente all'introduzione dei vincoli posticipati, e il pedice *II* indica la soluzione nella configurazione a vincoli preesistenti. In entrambe le configurazioni lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo, infatti $M_I(x)$ e $M_{II}(x)$ non dipendono dal tempo. La variabilità nel tempo della soluzione complessiva $M(x, t)$ è messa in conto mediante il coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$.

Volendo dare un'interpretazione fisica alla relazione sopra esposta, si ha che al passare del tempo il coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$ parte da un valore nullo fino ad un valore prossimo all'unità che si manifesta a tempo infinito; quindi la soluzione definitiva, al passare del tempo, parte ad essere coincidente con la soluzione pensata nella configurazione precedente all'introduzione dei vincoli posticipati e tende, a tempo infinito, a coincidere con la soluzione pensata a vincoli preesistenti.



Tale considerazione è confermata dai casi limite:

- $t = t_0^*$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione è nullo, la soluzione definitiva coincide con la soluzione della configurazione pensata precedentemente all'applicazione dei vincoli posticipati. Ciò conferma la realtà in quanto i vincoli posticipati non si sono ancora applicati quindi non vi è la presenza della reazione iperstatica.

$$t = t_0^* \Rightarrow \xi(t_0^*) = 0 \Rightarrow M(x, t_0^*) = M_I(x)$$

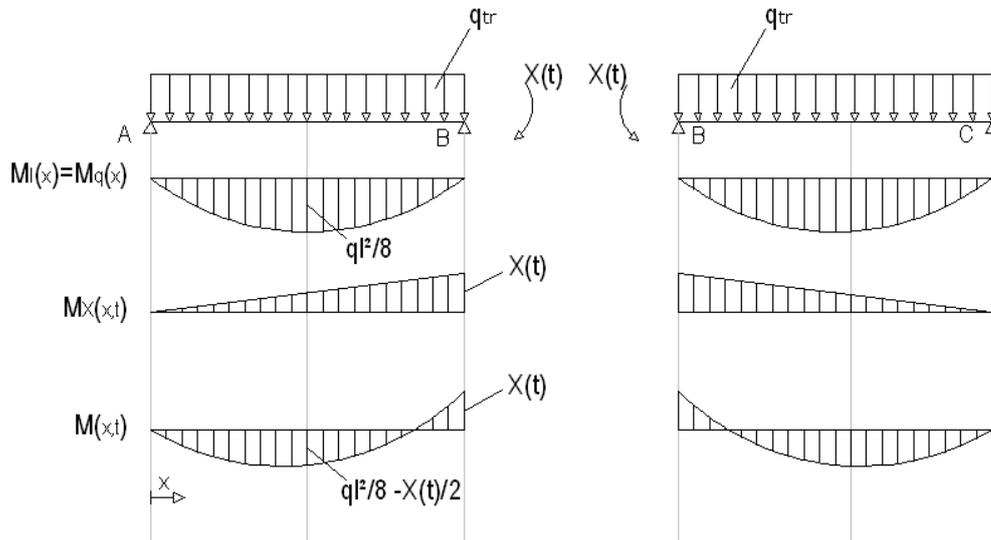
- $t = \infty$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione ha valore prossimo all'unità (valore massimo), quindi la soluzione definitiva coincide con la soluzione della configurazione pensata a vincoli preesistenti. Ciò conferma la realtà in quanto i fenomeni iperstatici hanno un effetto massimo.

$$t = \infty \Rightarrow \xi(\infty) = \xi(\infty)_{max} \approx 1 \Rightarrow M(x, \infty) \approx M_{II}(x)$$

Merita una considerazione aggiuntiva la situazione che si manifesta a tempo infinito, in quanto volendo entrare più nel dettaglio, non coinciderà precisamente con la soluzione della configurazione pensata a vincoli preesistenti, ma risentirà del fatto che per un breve periodo il carico agisce su una struttura in assenza di vincoli posticipati. Ciò è confermato dalle relazioni sopra esposte, in quanto a tempo infinito il coefficiente di redistribuzione non è pari ad uno ma ha un valore leggermente inferiore.

Siccome questo caso di impalcato a due campate di uguale luce è relativamente semplice si vuol fare il confronto tra i reali risultati e quelli forniti dalla soluzione approssimata, ovvero si vuole valutare l'errore commesso.

La soluzione precisa si può determinare a partire dall'equazione di congruenza.



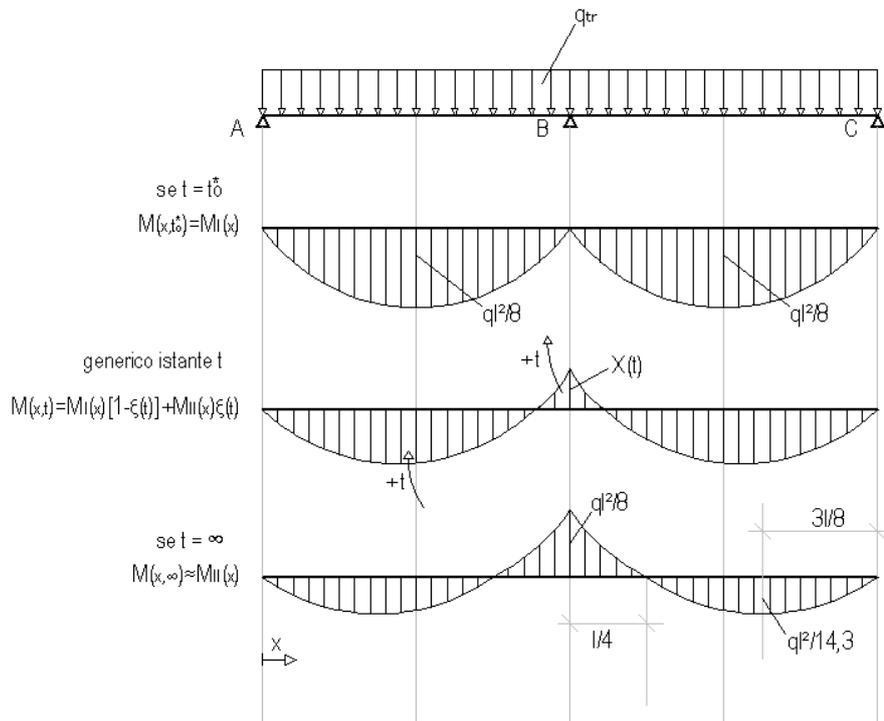
$$\frac{X(t)l}{3E(t_o^*)I} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \frac{q_t l^3}{24E_{28}I} [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

$$X(t) = \frac{q_t l^2}{8} \xi(t)$$

Risultato ottenuto nell'ipotesi di $E(t_o^*) = E_{28}$. Posso ora calcolare, come esempio il reale momento che si manifesta in mezzera e nelle sezioni significative, generico istante di tempo.

- $M\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0$
- $M\left(\frac{l}{2}, t\right) = \frac{q_t l^2}{8} - \frac{X(t)}{2} = \frac{q_t l^2}{8} \left(1 - \frac{\xi(t)}{2}\right)$
- $M(l, t) = -X(t) = -\frac{q_t l^2}{8} \xi(t)$

Mentre la soluzione approssimata si può ottenere a partire dall'espressione che definisce la soluzione definitiva approssimata.



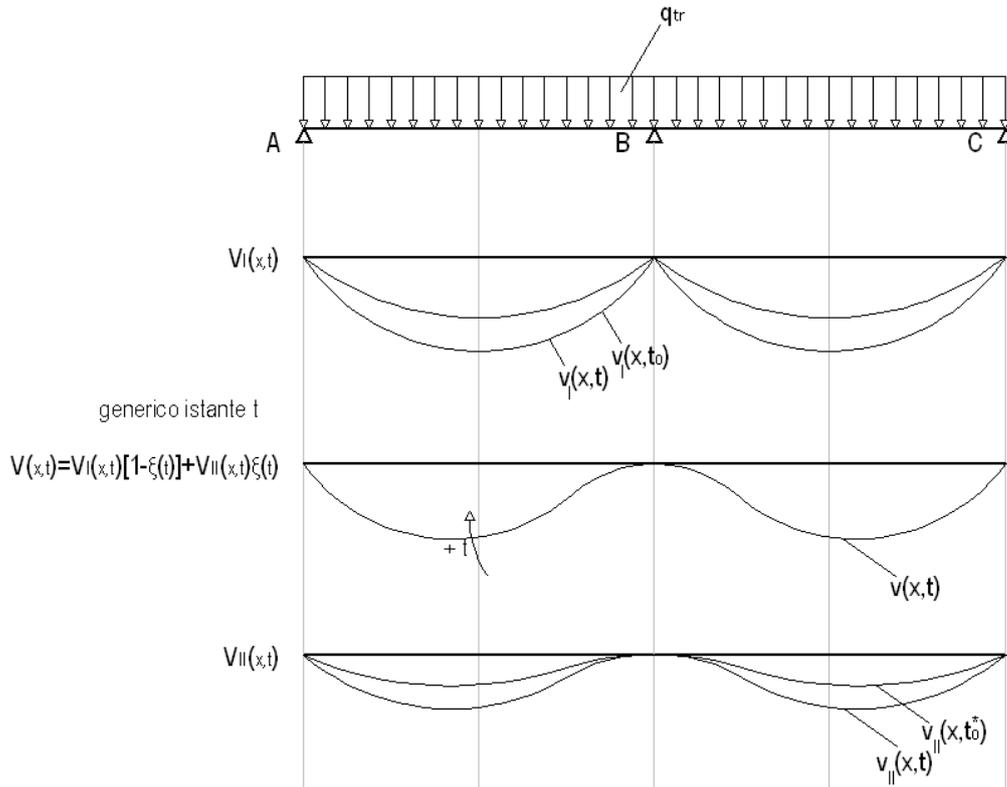
- $M(0, t) = M_I(0)[1 - \xi(t)] + M_{II}(0) * \xi(t) = 0$
- $M\left(\frac{l}{2}, t\right) = M_I\left(\frac{l}{2}\right)[1 - \xi(t)] + M_{II}\left(\frac{l}{2}\right) * \xi(t) = \frac{q_t l^2}{8} [1 - \xi(t)] + \frac{q_t l^2}{14} * \xi(t) = \frac{q_t l^2}{8} \left(1 - \frac{3\xi(t)}{7}\right)$
- $M(l, t) = M_I(l)[1 - \xi(t)] + M_{II}(l) * \xi(t) = 0[1 - \xi(t)] - \frac{q_t l^2}{8} * \xi(t) = -\frac{q_t l^2}{8} \xi(t)$

Quindi l'errore commesso risulta.

- $e(0, t) = 0$
- $e\left(\frac{l}{2}, t\right) = \frac{q_t l^2}{8} * \frac{\xi(t)}{14}$
- $e(l, t) = 0$

Fino ad ora abbiamo fatto riferimento solo allo stato di sollecitazione, ma le medesime considerazioni valgono per il campo di deformazione. Quindi la soluzione definitiva del campo di deformazione si può ottenere con la seguente espressione semplificata.

$$v(x, t) = v_I(x, t) + \xi(t) * [v_{II}(x, t) - v_I(x, t)]$$



Dove il campo di spostamento della configurazione pensata precedente all'introduzione dei vincoli posticipati e della configurazione a vincoli preesistenti è quello complessivo mettendo in conto sia i fenomeni elastici che i fenomeni viscosi. Questi campi di spostamento si possono determinare con il metodo AM che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$ ed $E(t_0^*) = E_{28}$, rispettivamente per la configurazione pensata precedentemente all'introduzione dei vincoli posticipati nel tempo e per la configurazione a vincoli preesistenti, fornisco le seguenti espressioni.

$$v_I(x, t) = v_{I,el}(x) * [1 + \Phi(t, t_0)]$$

$$v_{II}(x, t) = v_{II,el}(x) * [1 + \Phi(t, t_0^*)]$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione x si conosce il preciso stato di sollecitazione che risulta variabile nel tempo a causa dell'introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $M(x, t)$. Questo momento è ottenuto mediante un'opportuna combinazione della sollecitazione $M_I(x)$ della struttura a vincoli posticipati e della sollecitazione $M_{II}(x)$ della struttura a vincoli preesistenti.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x, t)$ è necessario determinare i momenti di inerzia equivalenti della struttura a vincoli preesistenti e della struttura a vincoli posticipati.

$$\sigma_I(y, x) = \frac{M_I(x)}{I_{eq,I}(x, t_0)} y$$

$$\sigma_{II}(y, x) = \frac{M_{II}(x)}{I_{eq,II}(x, t_o^*)} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente $I_{eq,I}$ associato alla struttura a vincoli posticipati è calcolato considerando solo la sezione resistente composta dalla trave e dall'armatura pretesa. Il coefficiente di omogeneizzazione è determinato considerando un modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$ valutato all'istante di applicazione del peso proprio della trave.

Il momento di inerzia equivalente $I_{eq,II}$ associato alla struttura a vincoli preesistenti è calcolato considerando anche la porzione collaborante della soletta. I coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Entrambi i momenti di inerzia appena citati devono essere calcolati per l'opportuna sezione x che si sta esaminando, in quanto al variare della sezione si ha una variabilità della quantità di armatura pretesa aderente.

Noto gli stati tensionali associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato tensionale al generico istante di tempo.

$$\sigma(y, x, t) = \sigma_I(y, x)[1 - \xi(t)] + \sigma_{II}(y, x) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]}$$

Per valutare lo stato di deformazione complessivo si parte a determinare quello prodotto nelle due configurazioni esaminate.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} * [1 + \phi(t, t_o)]$$

$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} * [1 + \phi(t, t_o^*)]$$

In questo calcolo si utilizza il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave, valutato all'opportuno istante di maturazione.

I passaggi appena esposti sono stati ottenuti con il metodo AM nell'ipotesi $E_{c,t}(t_o) = E_{c,t,28}$ ed $E_{c,t}(t_o^*) = E_{c,t,28}$, rispettivamente per la configurazione pensata precedentemente all'introduzione dei vincoli posticipati nel tempo e per la configurazione a vincoli preesistenti. Volendo prescindere da questa ipotesi si ottengono le seguenti espressioni.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x)_{el} + \varepsilon_I(y, x, t)_c = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_o)$$

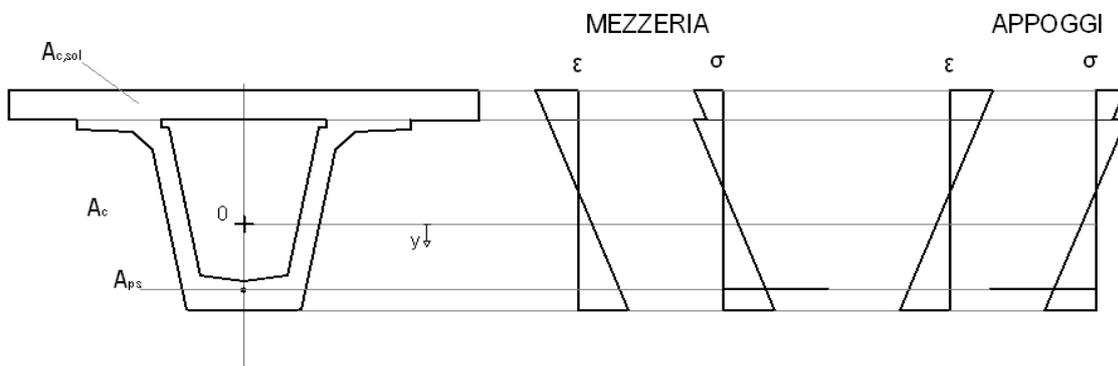
$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \varepsilon_{II}(y, x)_{el} + \varepsilon_{II}(y, x, t)_c = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} + \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_o^*)$$

Noto gli stati tensionali deformativi associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato deformativo totale al generico istante di tempo.

$$\varepsilon(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x, t)[1 - \xi(t)] + \varepsilon_{II}(y, x, t) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]}$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.

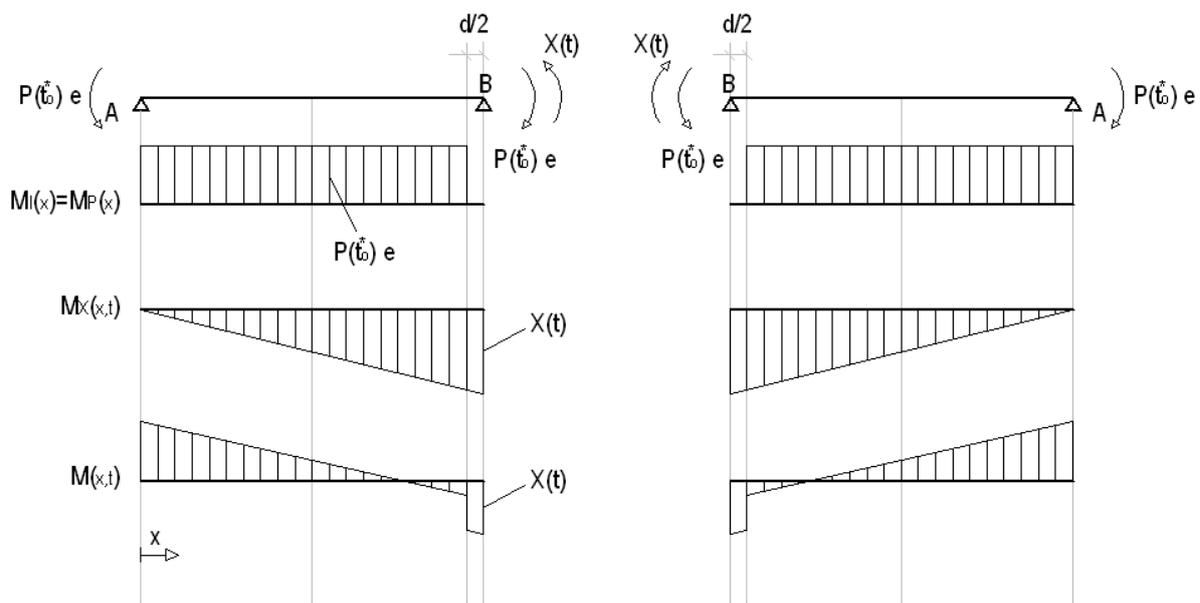


Nella rappresentazione si è riportata la discontinuità della distribuzione dello stato tensionale nel passaggio dalla trave alla soletta. Si ricordi che il metodo appena illustrato non coglie tale aspetto.

Carico da precompressione (contributo flessionale)

Il carico da precompressione, come il peso proprio della trave, viene ad agire dall'istante t_0 su una struttura isostatica con sezione resistente composta dalla sola trave, mentre dall'istante t_0^* agisce su una struttura iperstatica con sezione resistente composta.

Per l'introduzione di questi vincoli posticipati, dall'istante t_0^* il carico da precompressione provoca l'insorgere di azioni iperstatiche. Queste possono essere determinate imponendo la condizione di congruenza nell'appoggio centrale al generico istante di tempo $t > t_0^*$.



Nella rappresentazione appena riportata il momento provocato dal solo carico distribuito coincide con il momento provocato su una struttura pensata nella configurazione precedente all'introduzione dei vincoli posticipati. Tale momento viene indicato con il pedice I .

Si nota la necessità di mettere in conto l'estensione d della porzione di trave che viene a realizzare la continuità, in quanto la precompressione viene ad agire solo sulla porzione di trave prefabbricata, mentre la reazione iperstatica scaturisce dalla porzione di trave che realizza la continuità.

Per la presenza di guaine che neutralizzano l'armatura pretesa, il carico da precompressione, nonché la sua eccentricità, dipende dalla sezione esaminata, ovvero $P(x, t_0^*)$ e $e_p(x)$. Per definire un unico valore del carico da precompressione si calcola un valore medio pesato, dove il peso è associato all'estensione delle guaine. In questo modo si ottiene un $P(t_0^*)$ e e_p .

Le armature pretese sono soggette a fenomeni di perdite e cadute di tensione. Per considerare questo aspetto, in via semplificativa, si considera il carico da precompressione valutato all'istante di introduzione dei vincoli posticipati. In questo modo si cerca di ottenere, a lungo termine, un effetto medio delle perdite e delle cadute di tensione.

Siccome il vincolo posticipato si oppone ad ulteriori rotazioni provocate dal carico da precompressione che provoca una rotazione φ_{BA} oraria, il verso dell'azione iperstatica è tale da provocare una rotazione φ_{BA} antioraria.

L'equazione di congruenza per istanti di tempo $t > t_o^*$ risulta la seguente.

$$\varphi_{BA}(t) = \varphi_{BC}(t)$$

$$\frac{X(t)l}{3E_X(t)I} - \frac{P(t_o^*) e_P l}{2E_P(t)I} = -\frac{X(t)l}{3E_X(t)I} + \frac{P(t_o^*) e_P l}{2E_P(t)I}$$

Nell'espressione appena riportata si fa riferimento a moduli elastici del calcestruzzo che realizza la trave, che vengono distinti in funzione dell'azione a cui si riferiscono. Questa distinzione è necessaria per i diversi tempi di applicazione delle due azioni.

Il momento di inerzia è assunto con il medesimo valore sia se associato al carico da precompressione sia se associato all'azione iperstatica.

Per determinare il modulo di elasticità associato al carico da precompressione dovrei utilizzare il metodo AAEM, in quanto si tratta di un carico variabile nel tempo. Siccome la reale trattazione analitica diventa molto più complicata e porta ad ottenere risultati poco più precisi, si decide di considerare la precompressione come un carico costante nel tempo per il calcolo del modulo di elasticità, e pari al valore $P(t_o^*)$ manifestato all'introduzione dei vincoli posticipati nel tempo.

Ricordando che il carico da precompressione è applicato all'istante t_o , sulla base dei concetti appena esposti, posso utilizzare il metodo EM, che nell'ulteriore ipotesi di $E(t_o) = E_{28}$, fornisce la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(t_o) * [1 + \phi(t, t_o)]$$

Siccome il carico si assume costante $\sigma(t) = \sigma(t_o)$ si può scrivere.

$$\frac{\varepsilon(t)}{\sigma(t)} = \frac{\varepsilon(t_o)}{\sigma(t_o)} * [1 + \phi(t, t_o)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} * [1 + \phi(t, t_o)]$$

Ma il contributo elastico si è manifestato prima della solidarizzazione dei vincoli posticipati, per cui rimane solo il contributo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} * \phi(t, t_o)$$

Sempre nella prima della solidarizzazione dei vincoli posticipati, si è manifestato anche una parte del contributo viscoso, quindi rimane solo un residuo viscoso.

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o)} * [\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]$$

Quindi il modulo elastico associato al carico da precompressione $P(t_o^*)$, nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_p(t) = \frac{E(t_o)}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}$$

Il risultato appena esposto è ottenuto nell'ipotesi $E(t_o) = E_{28}$. Volendo prescindere da tale concetto, il metodo EM fornisce la seguente espressione per il calcolo della deformazione.

$$\varepsilon(t) = \sigma_c(t) \left[\frac{1}{E(t_o)} + \frac{1}{E_{28}} \varnothing(t, t_o) \right]$$

Siccome nel nostro caso ci interessa solo la deformazione viscosa si intuisce che il modulo elastico all'istante t può essere così calcolato.

$$E_p(t) = \frac{E_{28}}{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}$$

Questa precisazione appena esposta risulta sicuramente non banale in quanto spesso accade che la differenza fra il modulo elastico all'istante di applicazione del carico $E(t_o)$ e il modulo elastico a 28 giorni E_{28} , assumono un valore notevolmente diverso, basti pensare che il peso proprio della trave è solitamente applicata ad 1 giorno dopo il getto del calcestruzzo, nel caso di maturazione a vapore.

Per il calcolo del modulo elastico associato alle reazioni iperstatiche $X(t)$, essendo un carico variabile nel tempo, devo utilizzare il metodo AAEM considerando sia il contributo elastico sia il contributo viscoso. La trattazione analitica è comunque complicata, ma si ha una semplificazione associata al fatto che $X(t_o^*) = 0$.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t_o^*)}{E(t_o^*)} [1 + \varnothing(t, t_o^*)] + \frac{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_o^*)]}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]$$

Anche in questa espressione si è sfruttata l'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$.

All'istante t_o^* la reazione iperstatica $X(t_o^*)$ è nulla, quindi è nullo anche lo stato tensionale da essa provocata $\sigma_c(t_o^*) = 0$. Ciò mi porta ad ottenere la seguente espressione.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]$$

$$\frac{1}{E(t)} = \frac{1}{E(t_o^*)} [1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]$$

Quindi il modulo elastico associato alla precompressione nell'impostazione dell'equazione di congruenza può essere determinato con la seguente espressione.

$$E_x(t) = \frac{E(t_o^*)}{[1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)]}$$

Con le considerazioni appena svolte l'equazione di congruenza assume la seguente forma.

$$\frac{X(t)l}{3E(t_o^*)I} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \frac{P(t_o^*) e_P l}{2E_{28}I} [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

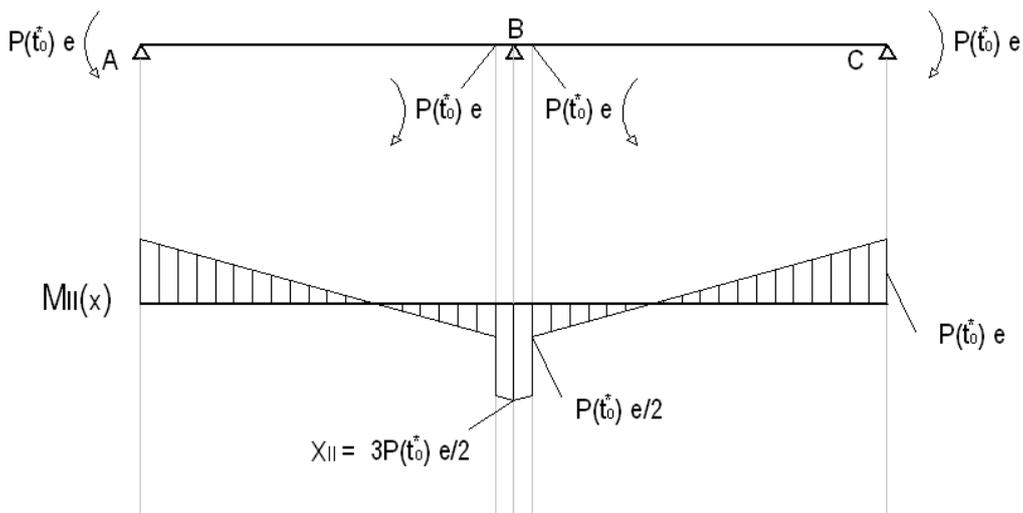
In tale espressione si può individuare una rigidezza K_ϕ rotazione di una trave su due appoggi e una rotazione ϕ_{el} elastica provocata da due coppie uguali e opposte applicate agli estremi, nel punto in cui si impone la congruenza.

$$\frac{X(t)}{K_\phi} [1 + \chi(t, t_o^*) \phi(t, t_o^*)] - \phi_{el} [\phi(t, t_o) - \phi(t_o^*, t_o)] = 0$$

$$K_\phi = \frac{3E(t_o^*)I}{l}$$

$$\phi_{el} = \frac{P(t_o^*) e_P l}{2E_{28}I}$$

Impostata l'equazione di congruenza, consideriamo il carico da precompressione applicato alla struttura a vincoli preesistenti. Il relativo stato di sollecitazione viene indicato con il pedice *II*.



Se prescindiamo dalla variabilità del carico da precompressione a causa delle cadute di tensione, ma consideriamo solo il comportamento viscoso della struttura, lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo e la reazione iperstatica che nasce nell'appoggio centrale viene a coincidere con il prodotto fra la rigidezza K_ϕ alla rotazione di una trave su due appoggi e una rotazione ϕ_{el} elastica provocata da due coppie uguali e opposte applicate agli estremi, nel punto in cui si impone la congruenza.

$$X_{II} = K_{\varphi} * \varphi_{el} = \frac{3E(t_o^*)I}{l} * \frac{P(t_o^*) e_P l}{2E_{28}I} = \frac{3P(t_o^*) e_P}{2}$$

Risultato ottenuto nell'ipotesi $E(t_o^*) = E_{28}$, ipotesi non eccessivamente forte in quanto all'istante t_o^* il calcestruzzo ha già un buon grado di maturazione.

Andando a sostituire i risultati appena ottenuti nell'espressione di congruenza si ottiene.

$$\frac{X(t)}{K_{\varphi}} [1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)] - \varphi_{el} [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)] = 0$$

$$\frac{X(t)}{K_{\varphi}} [1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)] - \frac{X_{II}}{K_{\varphi}} [\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)] = 0$$

Tale sostituzione non sarebbe stata possibile se non avessi considerato l'estensione del vincolo esterno posticipato, in quanto nel punto dove impongo la congruenza avrei avuto due momenti uguali e di verso opposto, che si sarebbero annullati a vicenda, e mi avrebbero portato ad ottenere il seguente valore.

$$X_{II} = \frac{P(t_o^*) e_P}{2} \neq \frac{3P(t_o^*) e_P}{2}$$

Si sottolinea che mettendo in conto l'estensione del vincolo interno posticipato la $X_{II}(t)$ risulta essere leggermente inferiore al valore $3P(t_o^*) e_P/2$, ma tende a tale risultato al ridursi dell'estensione del vincolo esterno posticipato. Quindi la soluzione ottimale è quella che prevede una dimensione minima, ma non nulla, del vincolo esterno posticipato.

Poniamo ora in relazione la reazione iperstatica $X(t)$ con la reazione iperstatica X_{II} .

$$X(t) = \frac{[\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)]} X_{II}$$

La relazione fra la reazione iperstatica $X(t)$ che nasce per la variazione dei vincoli nel tempo e la reazione iperstatica X_{II} che nasce considerando la struttura a vincoli preesistenti è definita dal coefficiente di redistribuzione.

$$X(t) = \xi(t) * X_{II}$$

$$\xi(t) = \frac{[\varphi(t, t_o) - \varphi(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varphi(t, t_o^*)]}$$

Ora si comprende meglio la definizione del coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$, ovvero l'aliquota della sollecitazione provocata dalle reazioni iperstatiche X_{II} valutate sulla struttura a vincoli preesistenti che per viscosità producono gli incrementi degli effetti iperstatici $X(t)$.

Per verificare la validità del risultato ottenuto si vogliono studiare i casi limite:

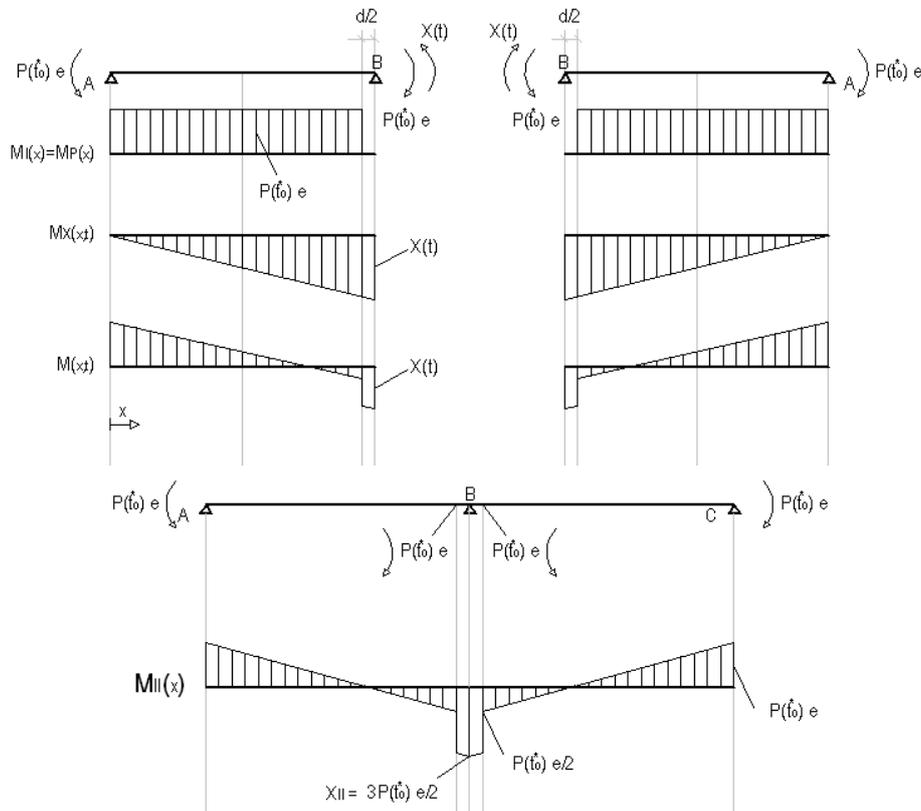
- $t = t_0^*$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione è nullo, quindi è nulla la reazione iperstatica. Ciò conferma la realtà in quanto i vincoli posticipati non sono ancora stati applicati e quindi non si sono ancora manifestati i fenomeni viscosi.

$$t = t_0^* \Rightarrow \xi(t_0^*) = 0 \Rightarrow X(t_0^*) = 0$$

- $t = \infty$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione ha valore prossimo all'unità (valore massimo), quindi la reazione iperstatica è massima. Ciò conferma la realtà in quanto i fenomeni viscosi si sono completamente manifestati.

$$t = \infty \Rightarrow \xi(\infty) = \xi(\infty)_{max} \approx 1 \Rightarrow X(\infty) = X(\infty)_{max} \approx X_{II}$$

Ricavato il coefficiente di redistribuzione, ricordiamo le sollecitazioni che si manifestano nella nostra situazione di una struttura iperstatica realizzata per fasi.



Si capisce che in corrispondenza dell'appoggio centrale, punto dove si è imposta la congruenza, la soluzione definitiva è rappresentata solo dalla reazione iperstatica.

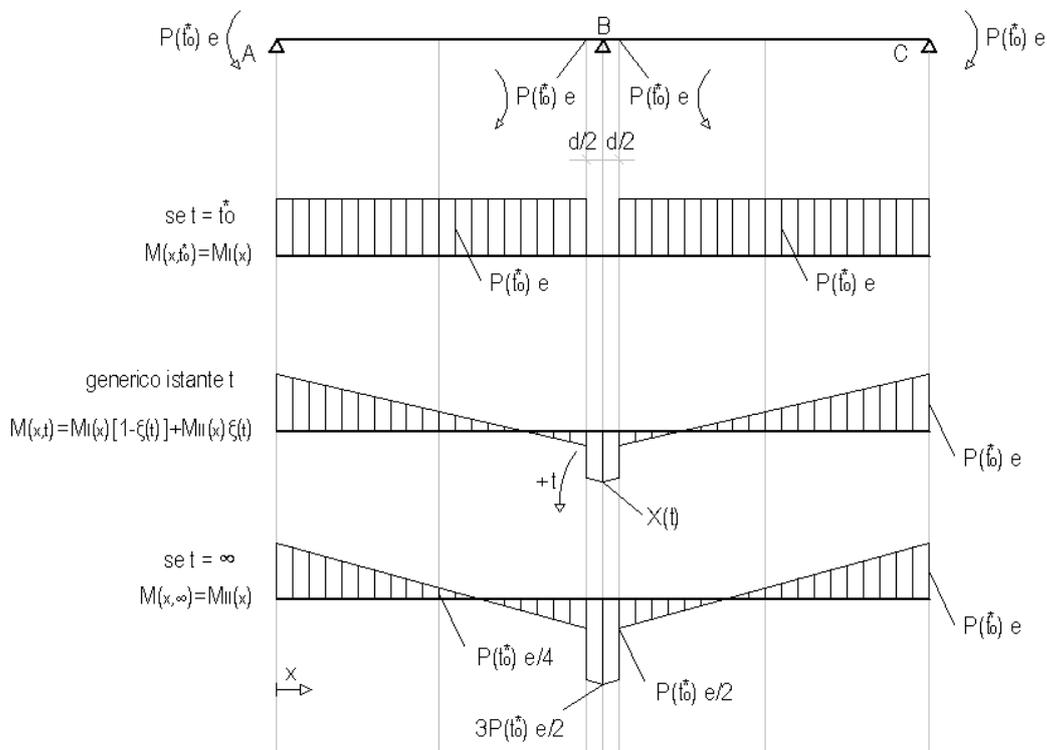
$$X(t) = \xi(t) * X_{II} = \xi(t) * M_{II}(l) = M(l, t)$$

Però se consideriamo una generica sezione la soluzione definitiva ricercata viene espressa mediante la seguente relazione approssimata.

$$M(x, t) = M_I(x)[1 - \xi(t)] + M_{II}(x) * \xi(t)$$

Dove il pedice *I* indica la soluzione nella configurazione pensata precedente all'introduzione dei vincoli posticipati, e il pedice *II* indica la soluzione nella configurazione a vincoli preesistenti. In entrambe le configurazioni lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo, infatti $M_I(x)$ e $M_{II}(x)$ non dipendono dal tempo. La variabilità nel tempo della soluzione complessiva $M(x, t)$ è messa in conto mediante il coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$.

Volendo dare un'interpretazione fisica alla relazione sopra esposta, si ha che al passare del tempo il coefficiente di redistribuzione $\xi(t)$ parte da un valore nullo fino ad un valore prossimo all'unità che si manifesta a tempo infinito; quindi la soluzione definitiva, al passare del tempo, parte ad essere coincidente con la soluzione pensata nella configurazione precedente all'introduzione dei vincoli posticipati e tende, a tempo infinito, a coincidere con la soluzione pensata a vincoli preesistenti.



Tale considerazione è confermata dai casi limite:

- $t = t_0^*$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione è nullo, la soluzione definitiva coincide con la soluzione della configurazione pensata precedentemente all'applicazione dei vincoli posticipati. Ciò conferma la realtà in quanto i vincoli posticipati non si sono ancora applicati quindi non vi è la presenza della reazione iperstatica.

$$t = t_0^* \Rightarrow \xi(t_0^*) = 0 \Rightarrow M(x, t_0^*) = M_I(x)$$

- $t = \infty$: in questo caso il coefficiente di redistribuzione ha valore prossimo all'unità (valore massimo), quindi la soluzione definitiva coincide con la soluzione della configurazione

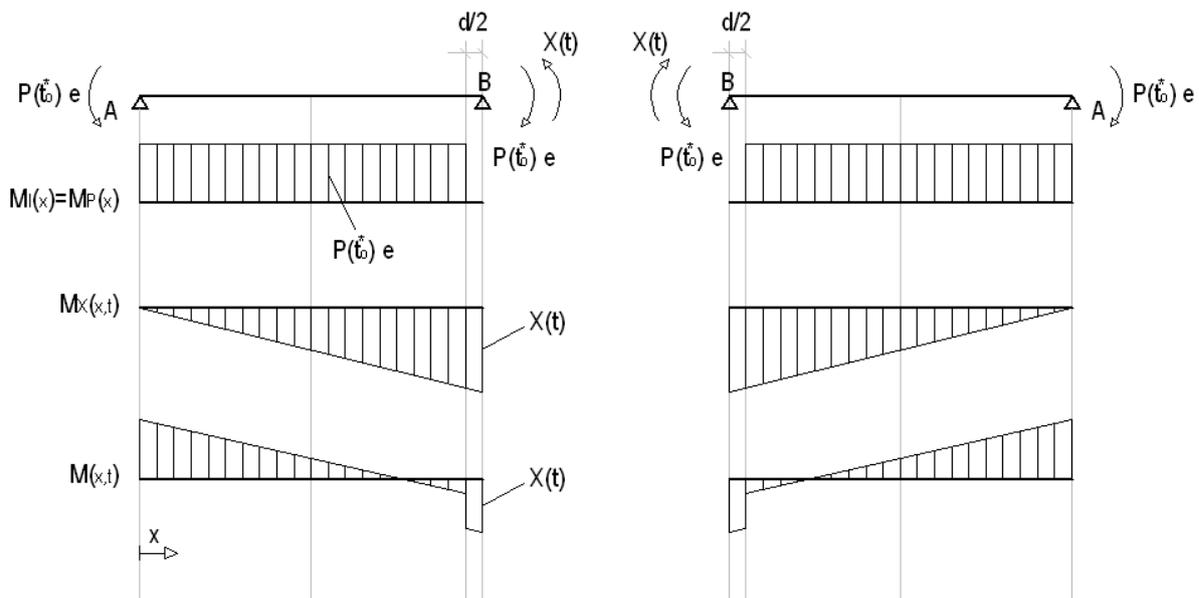
pensata a vincoli preesistenti. Ciò conferma la realtà in quanto i fenomeni iperstatici hanno un effetto massimo.

$$t = \infty \Rightarrow \xi(\infty) = \xi(\infty)_{max} \approx 1 \Rightarrow M(x, \infty) \approx M_{II}(x)$$

Merita una considerazione aggiuntiva la situazione che si manifesta a tempo infinito, in quanto volendo entrare più nel dettaglio, non coinciderà precisamente con la soluzione della configurazione pensata a vincoli preesistenti, ma risentirà del fatto che per un breve periodo il carico agisce su una struttura in assenza di vincoli posticipati. Ciò è confermato dalle relazioni sopra esposte, in quanto a tempo infinito il coefficiente di redistribuzione non è pari ad uno ma ha un valore leggermente inferiore.

Siccome questo caso di impalcato a due campate di ugual luce è relativamente semplice si vuol fare il confronto tra i reali risultati e quelli forniti dalla soluzione approssimata, ovvero si vuole valutare l'errore commesso.

La soluzione precisa si può determinare a partire dall'equazione di congruenza.



$$\frac{X(t)l}{3E(t_0^*)I} [1 + \chi(t, t_0^*) \phi(t, t_0^*)] - \frac{P(t_0^*) e_P}{2E_{28}I} [\phi(t, t_0) - \phi(t_0^*, t_0)] = 0$$

$$X(t) = \frac{3P(t_0^*) e_P}{2} \xi(t)$$

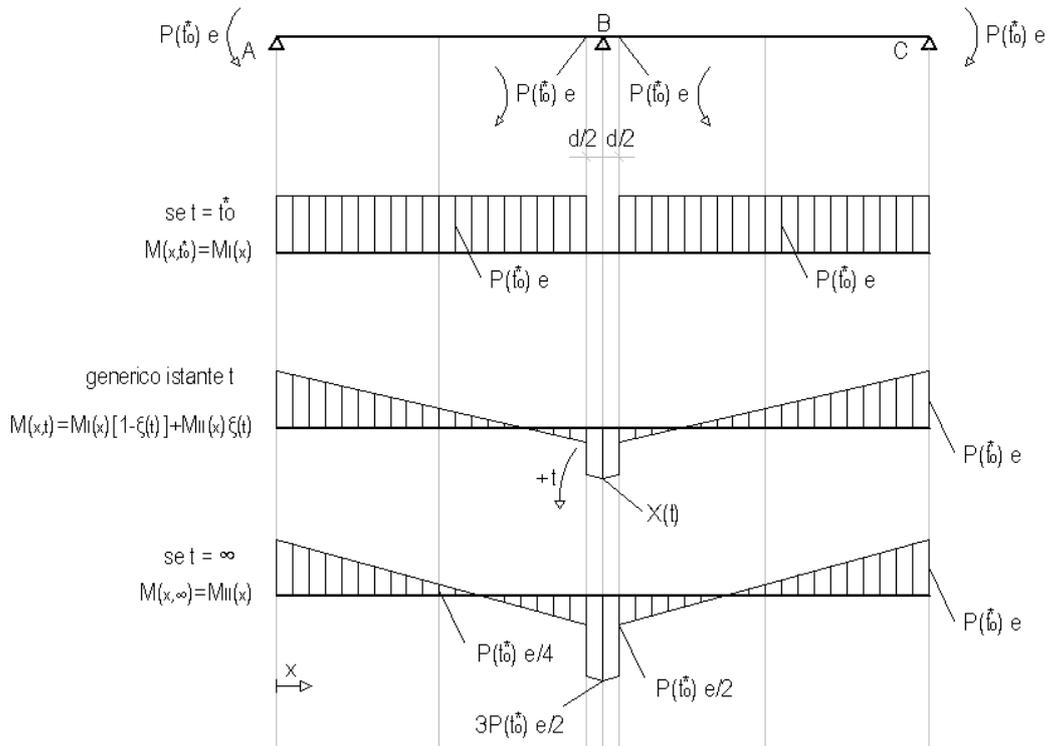
Risultato ottenuto nell'ipotesi di $E(t_0^*) = E_{28}$. Posso ora calcolare, come esempio il reale momento che si manifesta in mezzeria e nelle sezioni significative, generico istante di tempo.

- $M(0, t) = -P(t_0^*) e_P$
- $M\left(\frac{l}{2}, t\right) = -P(t_0^*) e_P + \frac{1}{2} * X(t) = -P(t_0^*) e_P + \frac{3P(t_0^*) e_P}{4} * \xi(t)$

- $M\left(l - \frac{d}{2}, t\right) = -P(t_0^*) e_P + X(t) = -P(t_0^*) e_P + \frac{3P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t)$
- $M(l, t) = +X(t) = + \frac{3P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t)$

Dove il risultato riportato per l'appoggio centrale $M(l, t)$ omette il contributo della struttura a vincoli preesistenti $P(t_0^*) e_P$, in quanto la precompressione non interessa la zona dove viene realizzato il vincolo esterno posticipato.

Mentre la soluzione approssimata si può ottenere a partire dall'espressione che definisce la soluzione definitiva approssimata.



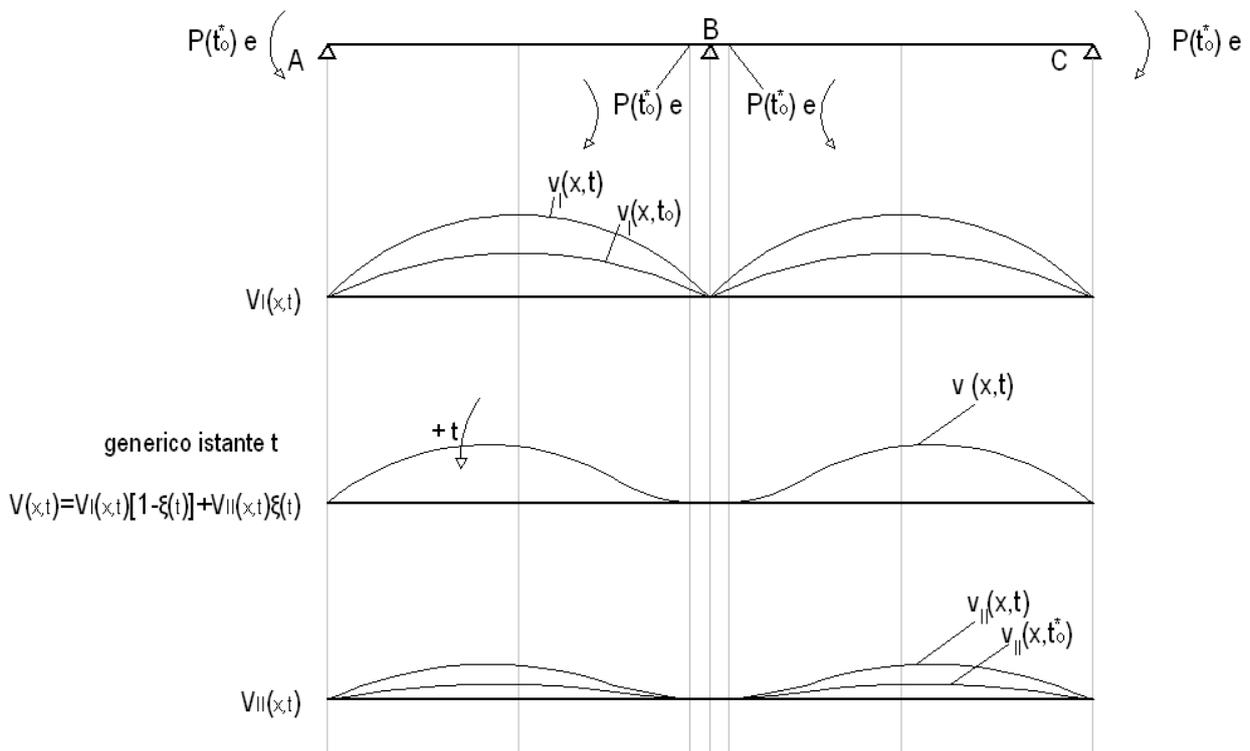
- $M(0, t) = M_I(0, t) * [1 - \xi(t)] + M_{II}(0, t) = -P(t_0^*) e_P * [1 - \xi(t)] - P(t_0^*) e_P * \xi(t) = -P(t_0^*) e_P$
- $M\left(\frac{l}{2}, t\right) = M_I\left(\frac{l}{2}, t\right) * [1 - \xi(t)] + M_{II}\left(\frac{l}{2}, t\right) = -P(t_0^*) e_P * [1 - \xi(t)] - \frac{P(t_0^*) e_P}{4} * \xi(t) = -P(t_0^*) e_P + \frac{3P(t_0^*) e_P}{4} * \xi(t)$
- $M\left(l - \frac{d}{2}, t\right) = M_I\left(l - \frac{d}{2}, t\right) * [1 - \xi(t)] + M_{II}\left(l - \frac{d}{2}, t\right) = -P(t_0^*) e_P * [1 - \xi(t)] + \frac{P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t) = -P(t_0^*) e_P + \frac{P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t)$
- $M(l, t) = M_I(l, t) * [1 - \xi(t)] + M_{II}(l, t) = 0 * [1 - \xi(t)] + \frac{3P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t) = \frac{3P(t_0^*) e_P}{2} * \xi(t)$

Quindi l'errore commesso risulta nullo in ognuna delle sezioni esaminate.

- $e(0, t) = 0$
- $e\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0$
- $e\left(l - \frac{d}{2}, t\right) = 0$
- $e(l, t) = 0$

Fino ad ora abbiamo fatto riferimento solo allo stato di sollecitazione, ma le medesime considerazioni valgono per il campo di deformazione. Quindi la soluzione definitiva del campo di deformazione si può ottenere con la seguente espressione semplificata.

$$v(x, t) = v_I(x, t) + \xi(t) * [v_{II}(x, t) - v_I(x, t)]$$



Dove il campo di spostamento della configurazione pensata precedente all'introduzione dei vincoli posticipati e della configurazione a vincoli preesistenti è quello complessivo mettendo in conto sia i fenomeni elastici che i fenomeni viscosi. Questi campi di spostamento si possono determinare con il metodo AM che nell'ipotesi $E(t_0) = E_{28}$ ed $E(t_0^*) = E_{28}$, rispettivamente per la configurazione pensata precedentemente all'introduzione dei vincoli posticipati nel tempo e per la configurazione a vincoli preesistenti, fornisco le seguenti espressioni.

$$v_I(x, t) = v_{I,el}(x) * [1 + \phi(t, t_0)]$$

$$v_{II}(x, t) = v_{II,el}(x) * [1 + \phi(t, t_0^*)]$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione x si conosce il preciso stato di sollecitazione che risulta variabile nel tempo a causa dell'introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $M(x, t)$. Questo momento è ottenuto mediante un'opportuna combinazione della sollecitazione $M_I(x)$ della struttura a vincoli posticipati e della sollecitazione $M_{II}(x)$ della struttura a vincoli preesistenti.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x, t)$ è necessario determinare i momenti di inerzia equivalenti della struttura a vincoli preesistenti e della struttura a vincoli posticipati.

$$\sigma_I(y, x) = \frac{M_I(x)}{I_{eq,I}(x, t_o)} y$$

$$\sigma_{II}(y, x) = \frac{M_{II}(x)}{I_{eq,II}(x, t_o^*)} y$$

Dove il momento di inerzia equivalente $I_{eq,I}$ associato alla struttura a vincoli posticipati è calcolato considerando solo la sezione resistente composta dalla trave e dall'armatura pretesa. Il coefficiente di omogeneizzazione è determinato considerando un modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_o)$ valutato all'istante di applicazione del peso proprio della trave.

Il momento di inerzia equivalente $I_{eq,II}$ associato alla struttura a vincoli preesistenti è calcolato considerando anche la porzione collaborante della soletta. I coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di introduzione dei vincoli esterni posticipati, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Entrambi i moduli elastici appena citati devono essere calcolati per l'opportuna sezione x che si sta esaminando, in quanto al variare della sezione si ha una variabilità della quantità di armatura pretesa aderente.

Noto gli stati tensionali associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato tensionale al generico istante di tempo.

$$\sigma(y, x, t) = \sigma_I(y, x)[1 - \xi(t)] + \sigma_{II}(y, x) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\emptyset(t, t_o) - \emptyset(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \emptyset(t, t_o^*)]}$$

Per valutare lo stato di deformazione complessivo si parte a determinare quello prodotto nelle due configurazioni esaminate.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} * [1 + \emptyset(t, t_o)]$$

$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} * [1 + \emptyset(t, t_o^*)]$$

In questo calcolo si utilizza il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave, valutato all'opportuno istante di maturazione.

I passaggi appena esposti sono stati ottenuti con il metodo AM nell'ipotesi $E_{c,t}(t_o) = E_{c,t,28}$ ed $E_{c,t}(t_o^*) = E_{c,t,28}$, rispettivamente per la configurazione pensata precedentemente all'introduzione dei vincoli posticipati nel tempo e per la configurazione a vincoli preesistenti. Volendo prescindere da questa ipotesi si ottengono le seguenti espressioni.

$$\varepsilon_I(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x)_{el} + \varepsilon_I(y, x, t)_c = \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma_I(y, x)}{E_{c,t,28}} \varnothing(t, t_o)$$

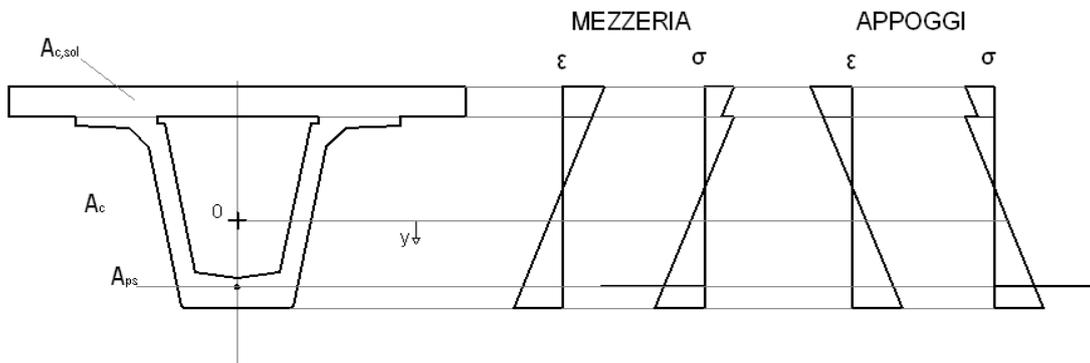
$$\varepsilon_{II}(y, x, t) = \varepsilon_{II}(y, x)_{el} + \varepsilon_{II}(y, x, t)_c = \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t}(t_o^*)} + \frac{\sigma_{II}(y, x)}{E_{c,t,28}} \varnothing(t, t_o^*)$$

Nota gli stati tensionali deformativi associati alle due configurazioni, mediante il coefficiente di redistribuzione si determina lo stato deformativo totale al generico istante di tempo.

$$\varepsilon(y, x, t) = \varepsilon_I(y, x, t)[1 - \xi(t)] + \varepsilon_{II}(y, x, t) \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{[\varnothing(t, t_o) - \varnothing(t_o^*, t_o)]}{[1 + \chi(t, t_o^*) \varnothing(t, t_o^*)]}$$

Riportiamo ora una rappresentazione che illustri la distribuzione delle tensioni e lo stato di deformazione per istanti di tempo successivi all'introduzione dei vincoli posticipati.



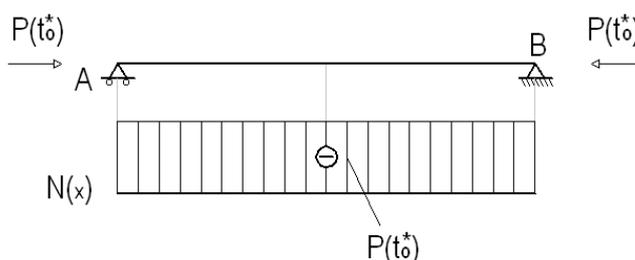
Nella rappresentazione si è riportata la discontinuità della distribuzione dello stato tensionale nel passaggio dalla trave alla soletta. Si ricordi che il metodo appena illustrato non coglie tale aspetto.

Carico da precompressione (contributo assiale)

Il carico da precompressione, inteso come solo il contributo assiale, viene solitamente trascurato negli studi degli effetti viscosi, in quanto, non producendo incrementi di freccia, né riduce l'interesse di studio.

Volendo definire una tecnica di progettazione completa vogliamo ora considerare anche questo fenomeno, che risulta caratterizzato dai medesimi aspetti differenti rispetto a quelli visti per l'effetto flessionale del carico da precompressione o per il peso proprio della trave. Questa differenza è associata all'introduzione del vincolo esterno posticipato che rende la struttura iperstatica solo dal punto di vista flessionale e non dal punto di vista assiale. Per questo motivo non insorgono sollecitazioni assiali di natura iperstatica. C'è comunque da notare che si ha comunque un'introduzione di un vincolo esterno posticipato che modifica la sezione resistente. Questo aspetto viene trascurato nel calcolo degli effetti viscosi, ovvero il carico da precompressione con contributo assiale viene studiato su un struttura isostatica che non subisce modifiche nel tempo dei vincoli. Trattazione analoga viene svolta per il peso proprio della soletta e il peso proprio della pavimentazione. Considerando una struttura isostatica a vincoli fissi lo stato di sollecitazione (e quello di tensione) rimane costante nel tempo, mentre il campo di spostamento (e di deformazione) incrementa nel tempo.

Lo stato di sollecitazione è facilmente determinabile con semplici equazioni di equilibrio.

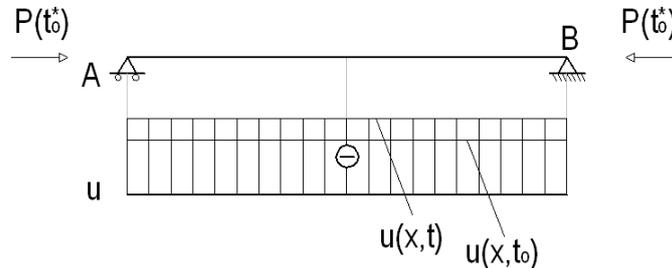


Per la presenza di guaine che neutralizzano l'armatura pretesa, il carico da precompressione, dipende dalla sezione esaminata, ovvero $P(x, t_0^*)$. Per definire un unico valore del carico da precompressione si calcola un valore medio pesato, dove il peso è associato all'estensione delle guaine. In questo modo si ottiene un $P(t_0^*)$.

Le armature pretese sono soggette a fenomeni di perdite e cadute di tensione. Per considerare questo aspetto, in via semplificativa, si considera il carico da precompressione valutato all'istante di introduzione dei vincoli posticipati $P(t_0^*)$. In questo modo si cerca di ottenere, a lungo termine, un effetto medio delle perdite e delle cadute di tensione. Si ricordi però che il carico è comunque applicato all'istante t_0 .

Applicando il metodo EM, nell'ipotesi di $E(t_0) = E_{28}$, il campo di spostamento complessivo è così calcolabile.

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_0)]$$



Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione x si conosce il preciso stato di sollecitazione che risulta costante nel tempo in quanto la struttura rimane assialmente a vincoli fissi, ovvero $N(x)$.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(x)$, che è uniforme lungo l'altezza e costante nel tempo, è necessario determinare l'area equivalente della sezione composta dalla trave e dall'armatura pretesa.

$$\sigma(x) = \frac{N(x)}{A_{eq}(x, t_0)}$$

Dove l'area equivalente dipende dalla sezione x considerata, per la variabilità della quantità di armatura pretesa aderente. Inoltre il coefficiente di omogeneizzazione viene valutato facendo riferimento al modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave $E_{c,t}(t_0)$ valutato all'istante di applicazione del carico da precompressione.

Per valutare lo stato di deformazione si utilizzano le espressioni valide per una struttura omogenea a vincoli fissi.

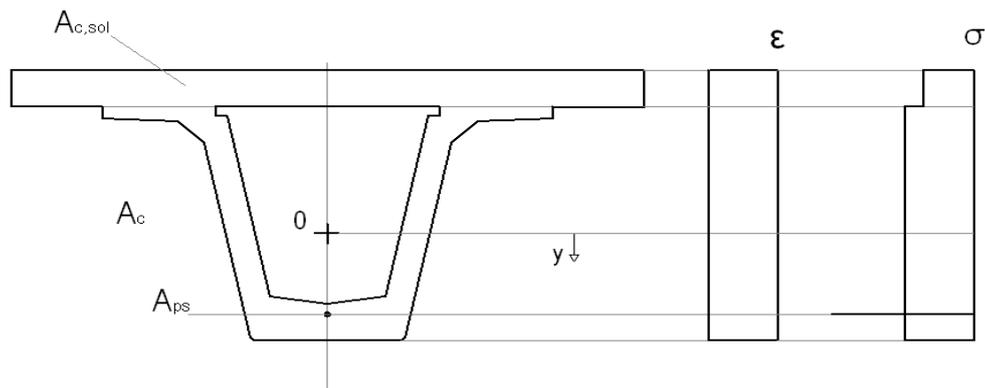
$$\varepsilon(x, t) = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_0)} * [1 + \phi(t, t_0)]$$

In questo calcolo si utilizza il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave, valutato all'opportuno istante di maturazione.

Il passaggio appena esposto è stato ottenuto con il metodo AM nell'ipotesi $E_{c,t}(t_0) = E_{c,t,28}$. Volendo prescindere da questa ipotesi si ottengono le seguenti espressioni.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x)_{el} + \varepsilon(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_0)} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_0)$$

Riportiamo un'illustrazione che riassume i risultati.



Nella rappresentazione si è riportata la discontinuità della distribuzione dello stato tensionale nel passaggio dalla trave alla soletta. Si ricordi che il metodo appena illustrato non coglie tale aspetto.

Un'altra precisazione riguarda il calcolo dell'area equivalente per calcolare lo stato tensionale a partire dallo stato di sollecitazione. In questo calcolo si prescinde dal considerare la presenza della soletta collaborante. Ciò è giustificato dal fatto che quando il carico da precompressione è applicato la sezione resistente è composta solo dalla trave. Con questa procedura commetto ovviamente l'errore associato al fatto di non considerare gli effetti dell'introduzione del vincolo interno posticipato.

Peso proprio della soletta e della pavimentazione

Ricordando l'ordine cronologico degli eventi precedentemente fissato, il peso proprio della soletta e i carichi permanenti portati, sono applicati contemporaneamente e successivamente all'istante di solidarizzazione dei vincoli.

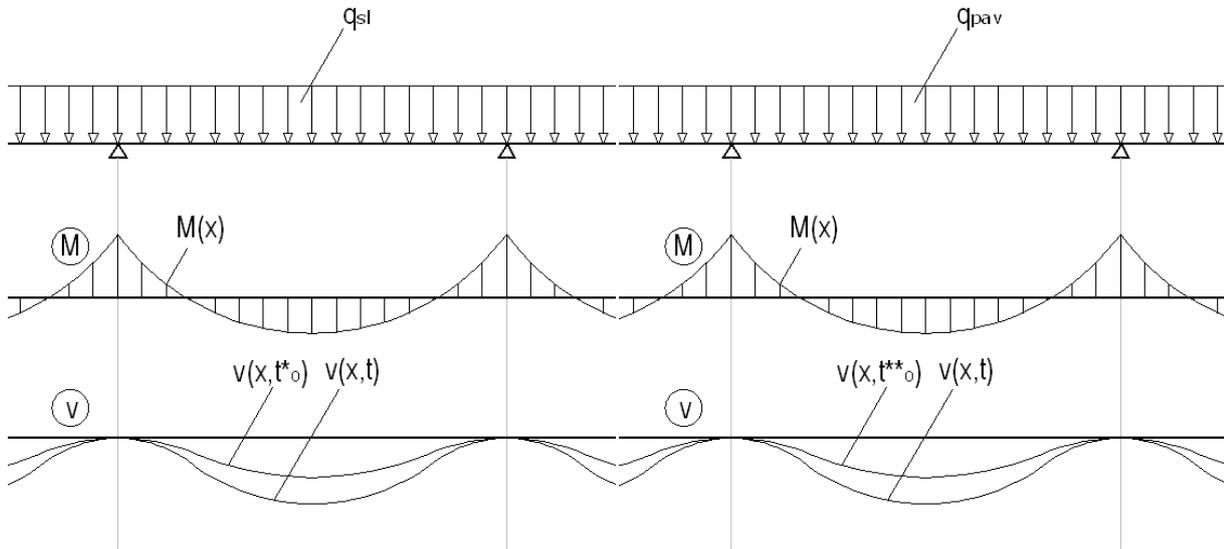
Tali carichi agiscono su una struttura iperstatica omogenea a vincoli fissi in cui lo stato di sollecitazione rimane costante nel tempo e si modifica solo il campo di spostamento.

Per questi carichi non si definisce una procedura semplificata mediante il coefficiente di redistribuzione, ma si valutano gli effetti precisi in quanto facilmente determinabili.

La procedura che vedremo ora, comporta un errore dovuto alla cronologia degli eventi fissati, in quanto si suppone che il peso della soletta agisca dall'istante t_0^* , momento in cui si suppongono solidarizzati sia il vincolo esterno sia quello interno. Con questa ipotesi il comportamento elastico e quello viscoso provocato dal peso della soletta agiscono sulla sezione composta, mentre nella realtà il comportamento elastico e parte di quello viscoso agiscono sulla sezione della sola trave, in quanto all'istante t_0^* è realmente solidarizzato solo il vincolo esterno posticipato.

Prescindendo da questo errore, utilizzando un programma di calcolo è facile determinare lo stato di sollecitazione $M(x)$ che si mantiene costante nel tempo, e il campo di spostamento elastico

$v(x)_{el}$. Questo campo di spostamento a causa dei fenomeni viscosi viene ad incrementare al passare del tempo $v(x, t)$.



L'unica distinzione fra i due carichi esaminati risulta l'istante di applicazione, t_o^* per il peso della soletta e t_o^{**} per il peso della pavimentazione.

Applicando il metodo EM, nell'ipotesi di $E(t_o^*) = E_{28}$ ed $E(t_o^{**}) = E_{28}$, rispettivamente per il peso della soletta ed il peso della pavimentazione, il campo di spostamento complessivo è così calcolabile.

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_o^*)] \text{ per il peso della soletta}$$

$$v(x, t) = v(x)_{el} * [1 + \phi(t, t_o^{**})] \text{ per il peso della pavimentazione}$$

Concluso lo studio a livello dell'elemento strutturale passiamo al livello sezionale.

Per una generica sezione x si conosce il preciso stato di sollecitazione che risulta costante nel tempo ovvero $M(x)$.

Per risalire al campo delle tensioni $\sigma(y, x)$, che è costante nel tempo, è necessario determinare il momento di inerzia equivalente della sezione composta dalla trave, dall'armatura pretesa e dalla soletta.

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{I_{eq}(x, t_o^*)} y \text{ per il peso della soletta}$$

$$\sigma(x) = \frac{M(x)}{I_{eq}(x, t_o^{**})} y \text{ per il peso della pavimentazione}$$

Dove il momento di inerzia equivalente dipende dalla sezione x considerata, per la variabilità della quantità di armatura pretesa aderente. Inoltre i coefficienti di omogeneizzazione sono determinati considerando un modulo elastico per il calcestruzzo che realizza la trave e la soletta valutati all'istante di applicazione del carico esaminato, ovvero $E_{c,t}(t_o^*)$ e $E_{c,s}(t_o^*)$ per il peso della soletta e

$E_{c,t}(t_o^{**})$ e $E_{c,s}(t_o^{**})$ per il peso della pavimentazione. Bisogna porre attenzione al fatto che la soletta viene gettata in un secondo istante.

Per valutare lo stato di deformazione si utilizzano le espressioni valide per una struttura omogenea a vincoli fissi.

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_o^*)} * [1 + \phi(t, t_o^*)] \text{ per il peso della soletta}$$

$$\sigma(x, t) = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_o^{**})} * [1 + \phi(t, t_o^{**})] \text{ per il peso della pavimentazione}$$

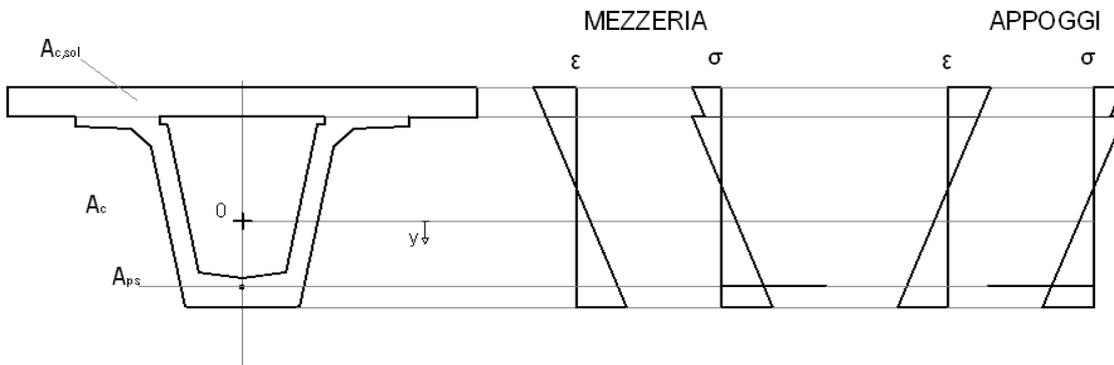
In questo calcolo si utilizza il modulo elastico del calcestruzzo che realizza la trave, valutato all'opportuno istante di maturazione.

Il passaggio appena esposto è stato ottenuto con il metodo AM nell'ipotesi $E_{c,t}(t_o^*) = E_{c,t,28}$ e $E_{c,t}(t_o^{**}) = E_{c,t,28}$. Volendo prescindere da questa ipotesi si ottengono le seguenti espressioni.

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x)_{el} + \varepsilon(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_o^*) \text{ per il peso della soletta}$$

$$\sigma(x, t) = \sigma(x)_{el} + \sigma(x, t)_v = \frac{\sigma(x)}{E_{c,t}(t_o)} + \frac{\sigma(x)}{E_{c,t,28}} \phi(t, t_o^{**}) \text{ per il peso della pavimentazione}$$

Riportiamo un'illustrazione che riassume i risultati.

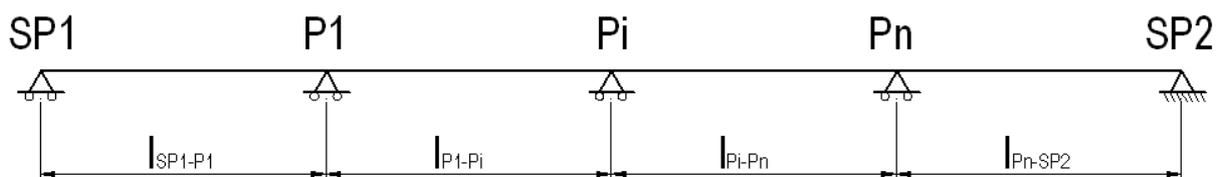


Nella rappresentazione si è riportata la discontinuità della distribuzione dello stato tensionale nel passaggio dalla trave alla soletta. Si ricordi che il metodo appena illustrato non coglie tale aspetto.

Contrasto degli appoggi alle dilatazioni termiche

Considerando i movimenti lenti orizzontali, gli impalcati da ponte a travata continua su più appoggi sono caratterizzati dalla presenza di appoggi fissi e appoggi scorrevoli.

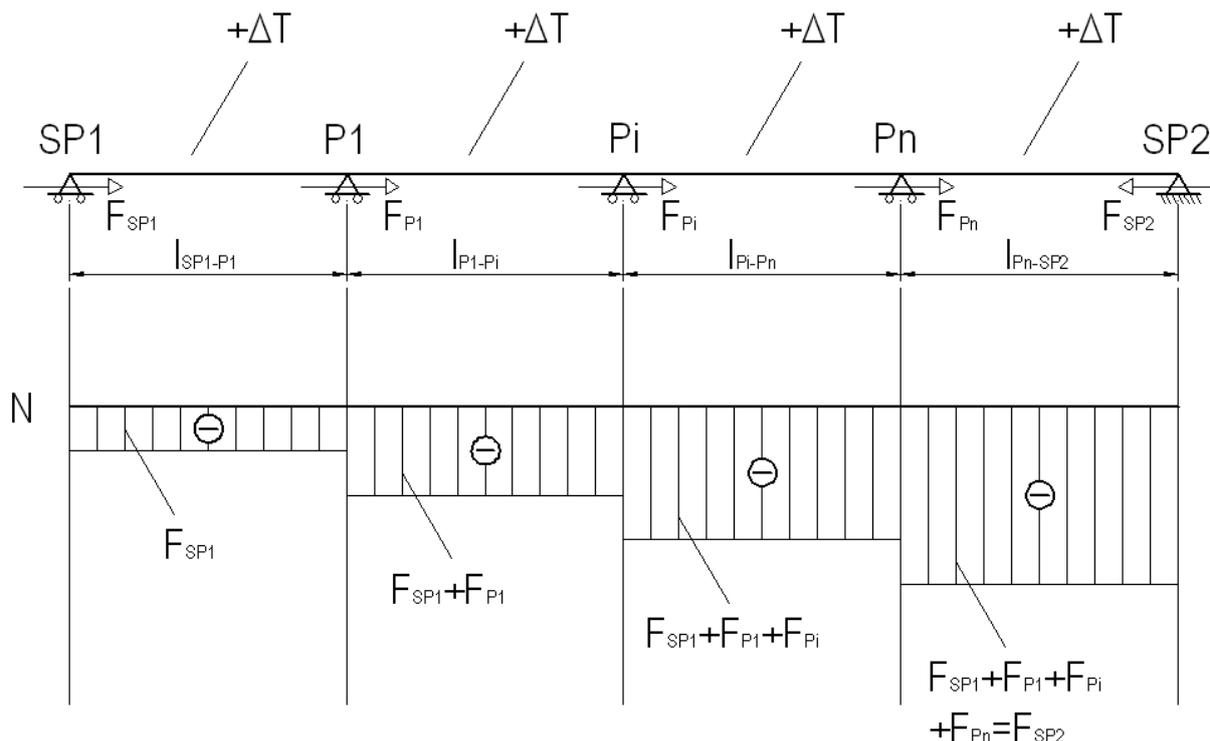
A titolo di esempi esaminiamo un impalcato con una sola spalla che assorbe tutti e azioni lente orizzontali (si parla di azioni lente per escludere le azioni sismiche).



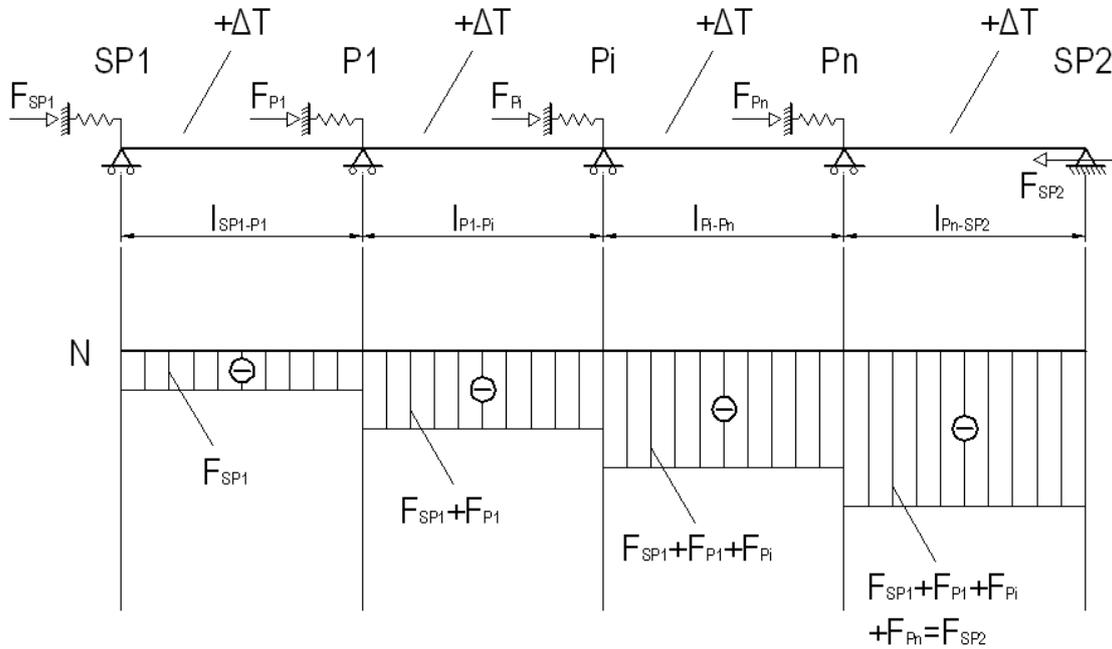
Dove la generica pila i va da 1 a $n - 1$, ed n è il numero di pile complessivo.

Fra le possibili azioni lente orizzontali consideriamo la presenza di una differenza di temperatura uniforme, che per il comportamento dilatante del calcestruzzo provoca spostamenti orizzontali. Nel caso di vincoli di appoggio scorrevoli ideali, tale azione non provoca l'insorgere di alcuna sollecitazione, data l'isostaticità alle azioni orizzontali della struttura.

Volendo entrare nel dettaglio, gli appoggi scorrevoli esercitano sempre un'azione di contrasto, per la non idealità del vincolo. Tali azioni di contrasto provocano l'insorgere di sollecitazioni parassite.



Per la determinazione delle azioni parassite e quindi delle sollecitazioni parassite, gli appoggi non ideali vengo modellati mediante una molla caratterizzata da una certa rigidezza assiale.



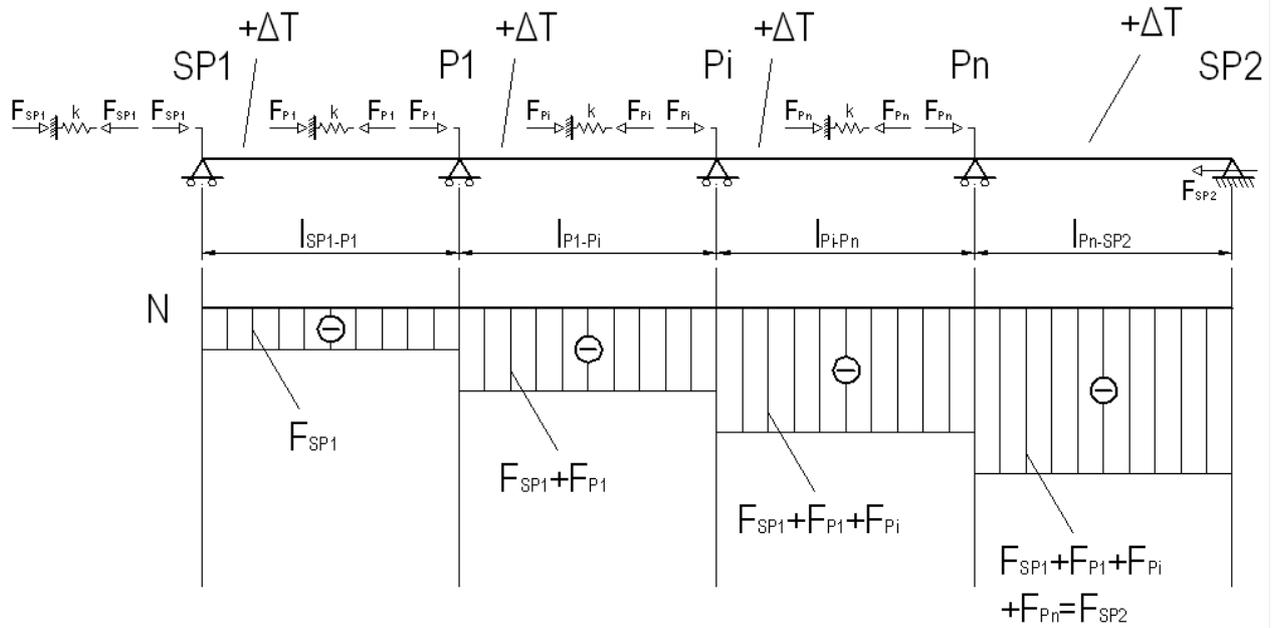
La soluzione statica delle struttura appena rappresentata può essere risolta mediante un normale programma di calcolo agli elementi finiti. A titolo di esempio riportiamo il modello realizzato col programma di calcolo Strauss 7.



Si vuole sottolineare che la variazione termica viene applicata ai nodi e non all'elemento beam.

Nel caso di monitoraggio delle temperature in continuo pare necessario impostare la soluzione della struttura mediante un programma di calcolo come Matlab, potendo così determinare le sollecitazioni parassite per ogni variazione di temperatura monitorata.

La soluzione della struttura, diventata iperstatica per la presenza dei vincoli non ideali modellati mediante molle assiali, avviene tramite l'imposizione della congruenza in corrispondenza delle molle stesse.



Per semplificare la notazione si definiscono le seguenti distanze dall'appoggio fisso del generico appoggio scorrevole.

$$d_{Pn} = l_{Pn-SP2}$$

$$d_{Pi} = l_{Pn-SP2} + l_{Pi-Pn}$$

$$d_{P1} = l_{Pn-SP2} + l_{Pi-Pn} + l_{P1-Pi}$$

$$d_{SP1} = l_{Pn-SP2} + l_{Pi-Pn} + l_{P1-Pi} + l_{P1-SP1}$$

Partendo dall'n-esimo appoggio fino alla spalla 1, le equazioni di congruenza risultano le seguenti.

$$\left(-\alpha\Delta T + \frac{F_{SP1} + F_{P1} + F_{Pi} + F_{Pn}}{EA}\right) d_{Pn} = -\frac{F_{Pn}}{k}$$

$$\left(-\alpha\Delta T + \frac{F_{SP1} + F_{P1} + F_{Pi}}{EA}\right) d_{Pi} + \frac{F_{Pn}}{EA} d_{Pn} = -\frac{F_{Pi}}{k}$$

$$\left(-\alpha\Delta T + \frac{F_{SP1} + F_{P1}}{EA}\right) d_{P1} + \frac{F_{Pi}}{EA} d_{Pi} + \frac{F_{Pn}}{EA} d_{Pn} = -\frac{F_{P1}}{k}$$

$$\left(-\alpha\Delta T + \frac{F_{SP1}}{EA}\right) d_{SP1} + \frac{F_{P1}}{EA} d_{P1} + \frac{F_{Pi}}{EA} d_{Pi} + \frac{F_{Pn}}{EA} d_{Pn} = -\frac{F_{SP1}}{k}$$

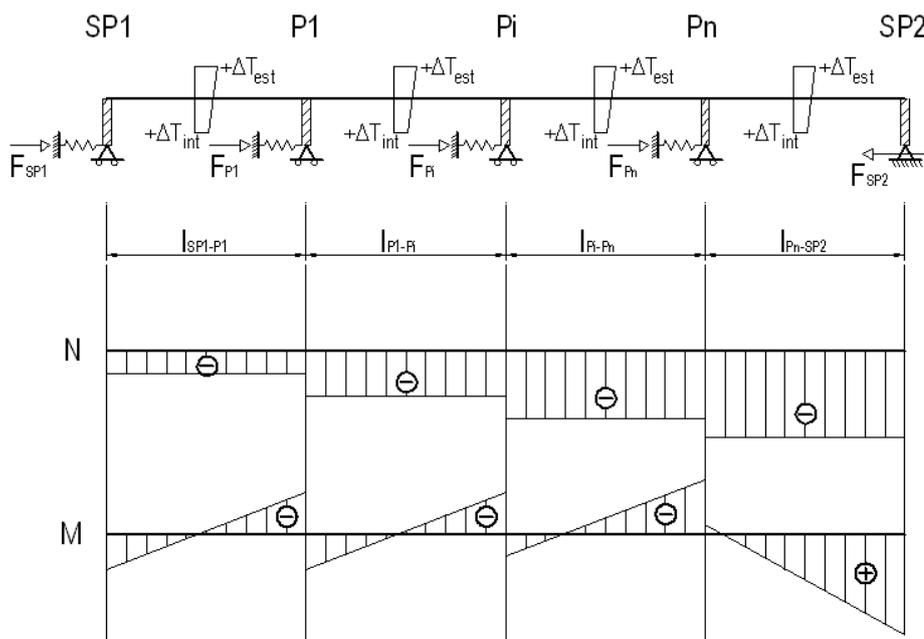
Si tratta quindi di un semplice sistema di equazioni lineari che può essere facilmente risolto mediante un'impostazione matriciale.

$$\frac{1}{EA} \begin{bmatrix} d_{Pn} & d_{Pn} & d_{Pn} & d_{Pn} + \frac{EA}{k} \\ d_{Pi} & d_{Pi} & d_{Pi} + \frac{EA}{k} & d_{Pn} \\ d_{P1} & d_{P1} + \frac{EA}{k} & d_{Pi} & d_{Pn} \\ d_{SP1} + \frac{EA}{k} & d_{P1} & d_{Pi} & d_{Pn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{SP1} \\ F_{P1} \\ F_{Pi} \\ F_{Pn} \end{bmatrix} = \alpha \Delta T \begin{bmatrix} d_{Pn} \\ d_{Pi} \\ d_{P1} \\ d_{SP1} \end{bmatrix}$$

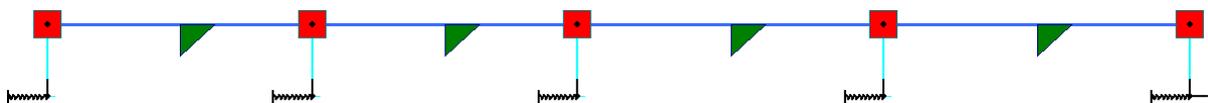
In questo modo è facile determinare le azioni parassite e quindi risalire alle sollecitazioni parassite.

I limiti del modello appena esposto sono dovuti al prescindere dagli effetti flessionali. Questi sono generati dalla variazione di temperatura non uniforme lungo l'altezza della trave e dall'azione parassita esercitata dagli appoggi che viene applicata all'intradosso della trave e non in corrispondenza del baricentro della sezione.

Volendo considerare anche gli aspetti appena elencati è sufficiente introdurre una variazione di temperatura a farfalla e un link rigido che permette di considerare l'eccentricità del vincolamento nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane.

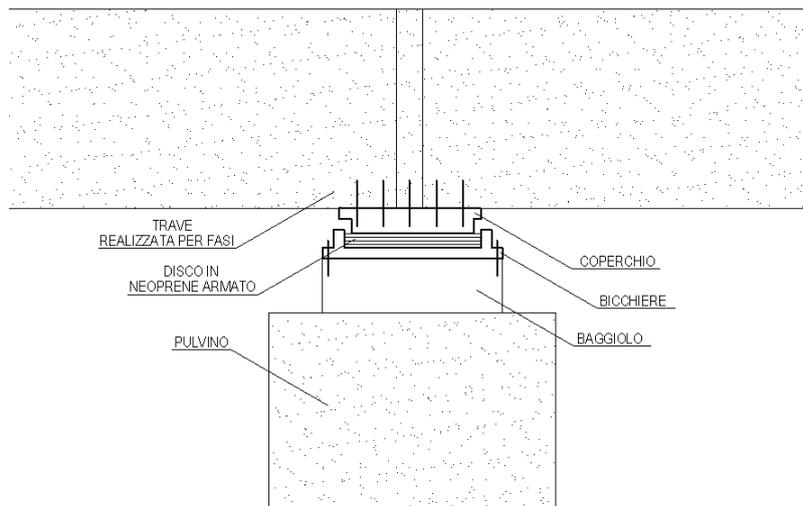


La soluzione statica delle struttura appena rappresentata può essere risolta mediante un normale programma di calcolo agli elementi finiti. A titolo di esempio riportiamo il modello realizzato col programma di calcolo Strauss 7.



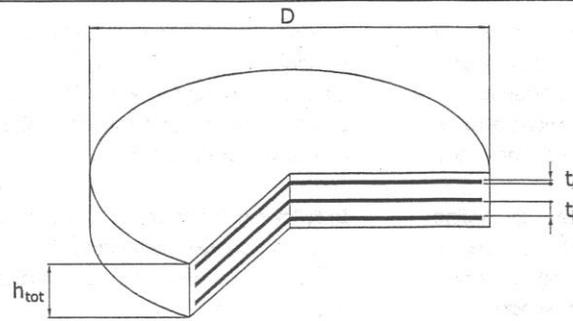
Impostato il problema per la determinazione degli effetti generati dal contrasto alle dilatazioni termiche degli appoggi scorrevoli non ideali, risulta importante caratterizzare correttamente il modello di calcolo. Ovvero ci interessa soffermarci sull'individuazione del corretto valore della rigidità assiale delle molle.

Gli appoggi scorrevoli sono solitamente realizzati mediante un disco elastomerico confinato, che garantisce un'elevata rigidità verticale ed offre una resistenza molto bassa alle deformazioni orizzontali.



Nell'ipotesi di assenza di scorrimenti fra il disco in neoprene armato e il coperchio, la rigidità assiale delle molle del modello di calcolo, coincide con la rigidità alla traslazione orizzontale dell'appoggio.

Solo per definire l'ordine di grandezza del valore cercato, riportiamo la scheda tecnica di un dispositivo di appoggio in neoprene armato confinato.



CARATTERISTICHE - CHARACTERISTICS

Diametro Diameter	Altezza Height	Lamierini Steel reinf. plates	Elastomero Elastomer		Rigidezza orizzontale Shear stiffness	Volume Volume	Peso Weight	Codice appoggio Bearing code
D <i>mm</i>	h_{tot} <i>mm</i>	t_s <i>mm</i>	t_i <i>mm</i>	n <i>n</i>	K_o <i>kN/mm</i>	Vol <i>dm³</i>	W <i>kg</i>	NEOARM Ø
200	23	2	6	2	1,66	0,7	2	200 x 23
	31			3	1,23	1,0	3	200 x 31
	39			4	0,97	1,2	4	200 x 39
250	23	2	6	2	2,60	1,1	3	250 x 23
	31			3	1,92	1,5	4	250 x 31
	39			4	1,52	1,9	6	250 x 39
300	31	2	6	3	2,77	2,2	6	300 x 31
	39			4	2,19	2,8	8	300 x 39
	47			5	1,82	3,3	10	300 x 47
	55			6	1,55	3,9	11	300 x 55
350	37	2	8	3	2,99	3,6	10	350 x 37
	47			4	2,34	4,5	12	350 x 47
	57			5	1,92	5,5	14	350 x 57
	67			6	1,63	6,4	17	350 x 67
400	37	2	8	3	3,90	4,6	12	400 x 37
	47			4	3,06	5,9	16	400 x 47
	57			5	2,51	7,2	19	400 x 57
	67			6	2,13	8,4	22	400 x 67
450	60	3	10	4	3,18	9,5	28	450 x 60
	73			5	2,60	11,6	33	450 x 73
	86			6	2,20	13,7	39	450 x 86
	99			7	1,91	15,7	45	450 x 99
500	60	3	10	4	3,93	11,8	34	500 x 60
	73			5	3,21	14,3	41	500 x 73
	86			6	2,72	16,9	48	500 x 86
	99			7	2,36	19,4	55	500 x 99
550	60	3	10	4	4,75	14,3	41	550 x 60
	73			5	3,89	17,3	50	550 x 73
	86			6	3,29	20,4	58	550 x 86
	99			7	2,85	23,5	67	550 x 99
600	60	3	10	4	5,65	17,0	49	600 x 60
	73			5	4,63	20,6	59	600 x 73
	86			6	3,91	24,3	70	600 x 86
	99			7	3,39	28,0	80	600 x 99

Bibliografia

- Collepardi Mario, Mix design del calcestruzzo, Treviso, Enco Srl
- Collepardi Mario, Effetto delle alte temperature sulle proprietà dei calcestruzzi armati, Treviso, Enco Srl
- Gilberto Rinaldi, Materiali per l'ingegneria, Roma, Sidera
- Cestelli - Guidi, Cemento armato precompresso, Hoepli
- Petrangeli Mario Paolo, Progettazione e costruzione di ponti, Roma, Ambrosiana
- Matildi – Pascale - Di Leo, Correlazione tra le proprietà elastiche e la rottura dei calcestruzzi, Rivista mensile della prefabbricazione e industrializzazione dell'edilizia, Bologna
- Lenzi Maurizio, Influenza dei fenomeni viscosi e delle fasi esecutive nei ponti a travata continua, Ravenna, A.c.m.a.r.
- Ghali – Favre – Eldbadry, Concrete structures: stresses and deformation, London and New York, E & FN SPON



Ringraziamenti

Come un edificio non si sorregge senza i suoi pilastri, neanche io avrei mai potuto raggiungere questa laurea senza le persone a me care.

Vorrei ringraziare tutte le persone che mi sono state vicine; senza di loro non sarei mai riuscito ad arrivare a questo traguardo.

All'Ing. Lenzi, responsabile della progettazione presso l'A.c.m.a.r., che con la sua enorme disponibilità è stato in grado di trasmettermi la passione per le costruzioni; con lui ho realizzato la mia tesi, ottenendo grandi soddisfazioni.

Al Proff. Mazzotti, docente della facoltà di Bologna, nonché mio correlatore, che è riuscito a fornirmi ottimi consigli per migliorare la mia ricerca.

Agli amici del mio paese, in particolare Luca e Maurizio, che sin dal primo momento hanno creduto in me, e nonostante la distanza prolungata mi hanno sempre dato la forza per affrontare al meglio ogni esame, dimostrando costantemente di essere dei veri amici.

Ai miei coinquilini Marco, Michele, Alberto, Mick e Salvatore, con i quali ho condiviso quotidianamente le molteplici sfide che questo percorso ti obbliga ad affrontare, ma senza il sostegno dei quali non sarei riuscito a raggiungere il mio obiettivo.

Ai miei compagni di università, in particolare Anna, con cui ho patito tante pene per l'enorme carico di studio e le lunghe ore di lezione, che sono sempre state contornate da tanti momenti di gioia soprattutto dopo il superamento degli esami

Per ultimo il ringraziamento più grande, che ovviamente è rivolto ai miei genitori, perché con grandi sacrifici mi hanno permesso di frequentare questa università, standomi sempre vicino nei momenti più duri, credendo nelle mie possibilità e dandomi un grande sostegno morale per qualsiasi problema.

